



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**JOSÉ ARAGÃO DA SILVA FILHO**

**CONSIDERAÇÃO DA AÇÃO SÍSMICA NO PROJETO DE PONTES RODOVIÁRIAS**  
**TÍPICAS DO BRASIL**

**FORTALEZA**

**2017**

JOSÉ ARAGÃO DA SILVA FILHO

CONSIDERAÇÃO DA AÇÃO SÍSMICA NO PROJETO DE PONTES RODOVIÁRIAS DO  
BRASIL

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S58c Silva Filho, José Aragão da.  
Consideração da ação sísmica no projeto de pontes rodoviárias típicas do Brasil / José Aragão da Silva Filho. – 2017.  
59 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017.  
Orientação: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota.

1. Pontes rodoviárias. 2. Ação sísmica. 3. Comportamento dinâmico. I. Título.

CDD 620

---

JOSÉ ARAGÃO DA SILVA FILHO

CONSIDERAÇÃO DA AÇÃO SÍSMICA NO PROJETO DE PONTES RODOVIÁRIAS  
TÍPICAS DO BRASIL

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Marisete Dantas de Aquino  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. MSc. Hugo Campêlo Mota  
Universidade de Fortaleza (UNIFOR)

Aos meus pais, José e Jarina.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais José e Jarina, pelos exemplos de vida e por todo o apoio durante estes anos.

Aos amigos Guilardo e Hilda, por me acolherem desde quando cheguei em Fortaleza.

Aos amigos Raul Botêlho, Eugênio Oliveira, Raimundo Evandro, Fernando Alves, Felipe Gonçalo e José Edson, pela amizade e momentos compartilhados.

Ao amigo Gabriel Ferreira, com quem aprendi muito ao longo da faculdade.

Aos amigos que fiz durante estes cinco anos, pelo incentivo e amizade.

Ao Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota, pela excelente orientação.

Aos professores participantes da banca examinadora Dr<sup>a</sup> Marisete Dantas de Aquino e MSc. Hugo Campêlo Mota pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos demais professores, pelos ensinamentos transmitidos ao longo do curso, em especial ao Prof. Luis Gonzaga Rodrigues Filho.

## RESUMO

O Brasil possui regiões com sismicidade considerável, o que torna importante verificar a influência desta nos projetos estruturais. O presente trabalho busca avaliar o impacto da consideração da ação sísmica no projeto de pontes rodoviárias típicas do Brasil. Tem como objetivos específicos verificar a possibilidade de representação simplificada destas estruturas, para estudo do seu comportamento dinâmico, e se a consideração da ação do vento durante o dimensionamento garante a resistência necessária para suportar a ação sísmica. A modelagem das estruturas escolhidas para o estudo é feita a partir do desenvolvimento de uma planilha de cálculo e do uso do software CSI BRIDGE. Após a análise, é feita a comparação entre os três primeiros modos de vibração obtidos com o uso da planilha e do software, para a verificação da validade de uso do modelo simplificado, tendo como resultado a proximidade entre os valores obtidos pelos dois métodos. A ação sísmica e a ação do vento são comparadas a partir da força total na base da estrutura produzida por cada uma, mostrando que em algumas regiões do Brasil os sismos são bem mais influentes que o vento para o dimensionamento destas estruturas.

**Palavras-chave:** Pontes rodoviárias. Ação sísmica. Comportamento dinâmico.

## ABSTRACT

Brazil has regions with considerable seismicity, which makes it important to verify the influence of this factor in the structural projects. This work has the objective to evaluate the impact of the seismic action analysis on a typical road bridges projects in Brazil. It has as specific objectives verify the possibility of a simplified representation of these structures, for the study of their dynamic behavior, and if the consideration of the wind action during the project sizing can guarantee the necessary resistance to support a seismic action. The structures chosen for this study are modeled from the development of an electronic spreadsheet and the use of CSI BRIDGE software. After the analysis, the first three modes of vibration obtained using the spreadsheet and the software are compared to validate the simplified model, resulting in the proximity between the values obtained by the two methods. The seismic action and wind action are compared as from the total force at the base of the structure produced by each one, showing that in some regions of Brazil, earthquakes are much more influential than the wind for the sizing of these structures.

**Keywords:** Road bridges. Seismic action. Dynamic behavior.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais placas tectônicas da superfície terrestre .....	15
Figura 2 – Distribuição dos eventos sísmicos no globo terrestre .....	16
Figura 3 – Acelerograma registrado durante o terremoto de El Centro, Califórnia, no dia 18 de maio de 1940 .....	21
Figura 4 – Estrutura simplificada para a construção dos espectros de resposta .....	22
Figura 5 – Exemplo de espectro de resposta para pseudoaceleração absoluta ( $S_a$ ).....	23
Figura 6 – Espectro de resposta de projeto presente na NBR-15421 (2006).....	25
Figura 7 – Mapa sísmico presente na NBR-15421 (2006).....	26
Figura 8 – Nomenclatura dos pilares.....	40
Figura 9 – Aba informações gerais.....	41
Figura 10 – Posição das molas consideradas no plano do tabuleiro.....	42
Figura 11 – Aba molas responsáveis pela rigidez longitudinal.....	44
Figura 12 – Aba molas responsáveis pela rigidez transversal.....	45
Figura 13 – Aba análise modal – Resolução das frequências.....	48
Figura 14 – Pontes tipo 1 .....	49
Figura 15 – Pontes tipo 2.....	49
Figura 16 – Seção transversal considerada.....	50

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Porcentagem de sismos por região do Brasil.....	18
Gráfico 2 – Porcentagem de sismos por estado brasileiro.....	19
Gráfico 3 – Quantidade de sismos por regiões de planejamento do estado do Ceará.....	20
Gráfico 4 – Forças totais na base – Pontes tipo 1.....	53
Gráfico 5 – Forças totais na base – Pontes tipo 2.....	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Escala de Mercalli modificada.....	17
Tabela 2 – Zonas sísmicas.....	26
Tabela 3 – Classe do terreno.....	27
Tabela 4 – Fatores de amplificação sísmica do solo .....	28
Tabela 5 – Fatores de importância de utilização .....	30
Tabela 6 – Alguns coeficientes de modificação da resposta .....	30
Tabela 7 – Fatores $C_T$ e $\alpha$ .....	31
Tabela 8 – Fator $C_{up}$ .....	31
Tabela 9 – $\gamma_I$ .....	34
Tabela 10 – Pilares e seus respectivos diâmetros (tipo 1).....	50
Tabela 11 – Pilares e seus respectivos diâmetros (tipo 2).....	51
Tabela 12 - Forças totais na base - Pontes tipo 1 .....	53
Tabela 13 – Forças totais na base – Pontes tipo 2 .....	53
Tabela 14 – Fatores de participação de massa.....	55
Tabela 15 – Ponte 1.1 .....	55
Tabela 16 – Ponte 1.2 .....	55
Tabela 17 – Ponte 1.3 .....	56
Tabela 18 – Ponte 2.1 .....	56
Tabela 19 – Ponte 2.2 .....	56
Tabela 20 – Ponte 2.3 .....	56

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>1.1</b>	<b>Justificativa</b> .....	13
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> .....	14
<b>1.2.1</b>	<b>Objetivo geral</b> .....	14
<b>1.2.2</b>	<b>Objetivos específicos</b> .....	14
<b>1.3</b>	<b>Estrutura do Projeto de Graduação</b> .....	14
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	15
<b>2.1</b>	<b>Sismologia</b> .....	15
<b>2.1.1</b>	<b>Conceitos de sismologia</b> .....	15
<b>2.1.2</b>	<b>Sismicidade brasileira</b> .....	17
<b>2.2</b>	<b>Ação sísmica nas estruturas</b> .....	20
<b>2.3</b>	<b>NBR-15421 (2006)</b> .....	23
<b>2.3.1</b>	<b>Espectro de resposta de projeto</b> .....	24
<b>2.3.1.1</b>	<b>Zoneamento sísmico</b> .....	25
<b>2.3.1.2</b>	<b>Classe do terreno</b> .....	26
<b>2.3.1.3</b>	<b>Grandezas <math>a_{gs0}</math> e <math>a_{gs1}</math></b> .....	27
<b>2.3.2</b>	<b>Métodos de análise (Método das forças horizontais equivalentes e Método espectral)</b> .....	28
<b>2.3.2.1</b>	<b>Método das forças horizontais equivalentes</b> .....	29
<b>2.3.2.2</b>	<b>Critérios para a análise pelo método espectral</b> .....	31
<b>2.4</b>	<b>Análise de pontes segundo o EUROCODE 8 (2005)</b> .....	32
<b>2.4.1</b>	<b>Classes de importância</b> .....	33
<b>2.4.2</b>	<b>Coefficiente de comportamento (<math>q</math>)</b> .....	34
<b>2.4.3</b>	<b>Critérios para a análise dinâmica por espectro de resposta</b> .....	35
<b>2.5</b>	<b>Criação da planilha de cálculo</b> .....	36
<b>2.5.1</b>	<b>Informações gerais</b> .....	36
<b>2.5.1.1</b>	<b>Informações sobre o concreto utilizado</b> .....	36
<b>2.5.1.2</b>	<b>Informações sobre o aparelho de apoio</b> .....	37
<b>2.5.1.3</b>	<b>Informações sobre o tabuleiro</b> .....	37
<b>2.5.1.4</b>	<b>Informações sobre os pilares</b> .....	39
<b>2.5.2</b>	<b>Molas</b> .....	42

2.5.3	<i>Análise modal</i> .....	45
2.5.3.1	<i>Matriz de massa (M)</i> .....	46
2.5.3.2	<i>Matriz de rigidez (K)</i> .....	46
2.5.3.3	<i>Polinômio característico</i> .....	47
3	<b>METODOLOGIA</b> .....	49
3.1	<b>Pontes analisadas</b> .....	49
3.2	<b>Regiões escolhidas</b> .....	51
3.3	<b>Análise</b> .....	51
4	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO</b> .....	53
4.1	<b>Comparação entre a ação sísmica e o vento</b> .....	53
4.2	<b>Verificação da planilha de cálculo</b> .....	54
5	<b>CONCLUSÃO</b> .....	57
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	58

## 1 INTRODUÇÃO

Os estudos para a inclusão dos efeitos das ações sísmicas no projeto de estruturas usuais da construção civil são recentes no Brasil. Isto se deve à maior estabilidade do território brasileiro se comparado a outros países localizados na América do Sul, como Peru e Chile. Geograficamente, o país se encontra na região central da placa Sul-Americana, que, devido à sua extensão, torna o país distante das bordas ativas da mesma, onde esta forma, principalmente, uma zona de convergência com a placa de Nazca responsável pela maior atividade sísmica a oeste do continente. De acordo com Assumpção et al. (2016), sismos de magnitude 5 ocorrem a cada cinco anos no Brasil enquanto que, em países andinos, este período diminui para, em média, três dias e meio.

Devido à complexidade das regiões intraplacas, não é possível descartar a possibilidade de sismos fortes no território brasileiro. Exemplificando, segundo Veloso (2016), em janeiro de 2001, um sismo de magnitude 7,6 na cidade de Bhuj, Índia, vitimou fatalmente cerca de vinte mil pessoas, além de causar a destruição da região. No Brasil, não há registros de eventos com epicentro no país com magnitude acima de 7, mas há eventos importantes a se destacar:

- a) Em janeiro de 1955, na localidade de Porto dos Gaúchos, Mato Grosso, com magnitude de 6,2. Não houve grandes danos devido à pequena população na época.
- b) Em novembro de 1980, na cidade de Pacajus, Ceará, com magnitude de 5,2. Houve danificação de algumas residências, vítimas leves e incêndios.
- c) Em novembro de 1986, na cidade de João Câmara, Rio Grande do Norte, com magnitude de 5,1. Veloso (2016) relata que foram contabilizadas milhares de edificações danificadas, devido à presença de construções frágeis, e cerca de 26 mil desabrigados.
- d) Em dezembro de 2007, na cidade de Itacarambi, Minas Gerais, com magnitude de 4,9. Ocorreu o desabamento de casas, seis feridos e uma morte.

Neste cenário, a NBR-15421 (2006, p. 2) especifica que:

Esta norma fixa os requisitos exigíveis na verificação da segurança das estruturas usuais da construção civil relativamente às ações de sismos, e os critérios de quantificação destas ações e das resistências a serem consideradas no projeto das estruturas de edificações, relativamente a estas ações, quaisquer que sejam sua classe e destino, salvo os casos previstos em Normas Brasileiras específicas.

A NBR-6118 (2014) também prescreve a consideração das ações sísmicas na verificação da segurança destas estruturas em relação ao estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, relacionando-se diretamente com a norma anteriormente citada.

O zoneamento sísmico indicado na NBR-15421 (2006) considera a maior parte do território brasileiro com baixa sismicidade. Destaca-se que, em alguns estados do Nordeste, Norte e Centro-Oeste, são consideradas ações mais significativas. Santos et al. (2010) justifica que o comportamento nordestino se deve à proximidade em relação a falha do Atlântico Central e ressalta o conservadorismo da norma em relação a região, o que possibilita a análise sísmica de edifícios de forma segura.

É importante salientar que, para estruturas especiais, como pontes, a NBR-15421 (2006) não é aplicável. A NBR-7187 (2003) trata a ação sísmica como ação excepcional e deixa a critério do proprietário da obra a verificação ou não da segurança em relação a esta. Santos et al. (2007) indica esta situação e realiza o estudo de uma ponte no Nordeste utilizando a norma AASHTO (2006), concluindo que a consideração deste fator aumenta consideravelmente o custo da estrutura.

Devido à não cobertura destes casos específicos, torna-se importante o estudo destas estruturas especiais para a futura adequação da norma, pois, mesmo que o país possua baixa sismicidade, não é descartável a possibilidade de fortes abalos. O presente trabalho tem por objetivo aplicar conceitos sísmicos para o estudo de pontes rodoviárias típicas no território brasileiro e avaliar o impacto destas considerações. Utiliza-se ferramentas computacionais para concepção e análise da estrutura.

## **1.1 Justificativa**

A NBR-15421 (2006) classifica parte das regiões Nordeste, Norte e Centro-Oeste dentro de zonas que possuem risco sísmico significativo, tornando obrigatória a avaliação dos efeitos de uma ação sísmica característica na elaboração de projetos de edificações nestes locais.

Os requisitos desta norma não são aplicáveis de forma direta em casos específicos como pontes e viadutos. Torna-se assim importante utilizar a norma vigente como guia e adequá-la para possibilitar a avaliação de estruturas como estas, obras com grande importância na infraestrutura urbana. Desta forma, este trabalho tem o intuito de avaliar o

impacto das especificidades destes locais em pontes rodoviárias típicas, contribuindo para o desenvolvimento de estudos e projetos futuros.

## **1.2 Objetivos**

### ***1.2.1 Objetivo geral***

O objetivo geral deste estudo é verificar a importância da consideração da ação sísmica no projeto de pontes rodoviárias típicas localizadas em regiões do Brasil com sismicidade não desprezível.

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- a) Verificar a possibilidade do estudo dinâmico da estrutura a partir de uma planilha que a represente de forma simplificada;
- b) Avaliar o impacto das ações sísmicas nestas estruturas, verificando se apenas a consideração da ação do vento garante a segurança das mesmas.

## **1.3 Estrutura do Projeto de Graduação**

O presente projeto possui 5 capítulos:

O primeiro capítulo apresenta a introdução ao assunto, justificativa, objetivos e a apresentação da estrutura do projeto.

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica, com uma breve visão sobre conceitos de sismologia e o comportamento sísmico do Brasil, conceito de ação sísmica, aspectos da norma brasileira e europeia relativos a segurança sísmica de estruturas e conceitos utilizados para a construção da planilha de cálculo utilizada.

O capítulo 3 apresenta a metodologia aplicada.

O capítulo 4 apresenta os resultados, com a discussão das implicações destes.

O capítulo 5 apresenta as conclusões retiradas do trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Sismologia

#### 2.1.1 Conceitos de sismologia

Segundo Soriano (2014), os sismos são vibrações provocadas por movimentos bruscos da superfície terrestre, que provocam a liberação de grande quantidade de energia. Estes podem ocorrer por diversas causas como: tectônicas, vulcânicas, desabamentos, explosões, presença de reservatórios, queda de corpos celestes (BELLES et al., 1975 *apud* DANTAS, 2013).

Os sismos podem ocorrer tanto em regiões de limite entre placas tectônicas, sismos interplacas, como em regiões internas destas, chamados sismos intraplacas (caso brasileiro). O ponto no interior da terra onde há a liberação da energia é chamado de hipocentro e o ponto da superfície terrestre logo acima chama-se epicentro. As principais placas tectônicas que formam a crosta terrestre podem ser vistas na Figura 1.

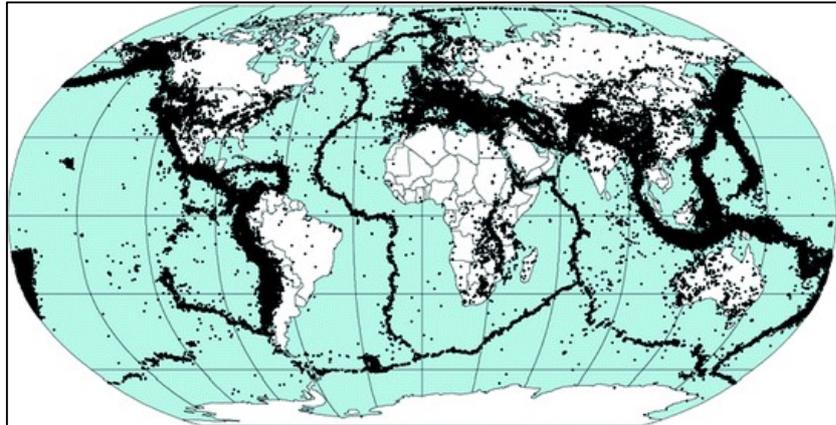
Figura 1 – Principais placas tectônicas da superfície terrestre



Fonte: <https://www.todoestudo.com.br/geografia/placas-tectonicas>, acesso em: 06/06/2017.

Os sismos interplacas são os de maior ocorrência no globo terrestre, como verificado na Figura 2. Estes são provocados pelo afastamento de placas (ex. Placa Sul-Americana e Placa Africana), pelo encontro de placas (ex. Placa de Nazca e Placa Sul-Americana) e por movimentos horizontais e verticais relativos entre estas (AKKAR; SUCUOĞLU; 2014).

Figura 2 – Distribuição dos eventos sísmicos no globo terrestre



Fonte: Akkar e Sucuoğlu (2014).

Os sismos intraplacas ocorrem com menor frequência, o que os transforma em eventos com menor compreensão entre os especialistas. Isto ocorre devido aos seus maiores tempos de retorno em relação aos ocorridos nos limites entre as placas. Veloso (2016) relata alguns eventos relevantes nestas regiões:

- a) Em setembro de 1976, em Tangshan, China, com magnitude de 7,8. Houve milhares de mortos;
- b) Em fevereiro de 1812, em New Madrid, Estados Unidos, com magnitude de 7.5. Poucas mortes foram registradas devido à baixa ocupação humana do local;
- c) Em janeiro de 2001, em Bhuj, Índia, com magnitude de 7,6. Vitimou fatalmente cerca de vinte mil pessoas além de causar a destruição da região.

Dois parâmetros são importantes para a caracterização de um sismo: magnitude e intensidade. A magnitude tem caráter quantitativo e indica a quantidade de energia liberada durante um evento. Atualmente a escala mais difundida é a Richter, utilizada pela primeira vez em 1935. Esta é dividida em graus, onde o incremento de 1 grau de magnitude corresponde ao aumento de cerca de 30 vezes da energia liberada. Segundo Soriano (2014) eventos com magnitude 5 já são considerados potencialmente destrutivos.

A intensidade possui indicações qualitativas do evento, caracterizando-o a partir dos efeitos que este provoca, ou seja, sismos mais fortes que ocorram em locais desabitados terão menor impacto do que tremores de menor grau com epicentro em uma cidade pouco preparada para este tipo de ocorrência. A escala mais utilizada para a caracterização da intensidade é a Escala de Mercalli modificada (Tabela 1), classificada em doze graus com aumento da gravidade dos efeitos em ordem crescente de numeração:

Tabela 1 – Escala de Mercalli modificada

<b>Grau</b>	<b>Descrição</b>
I	Nenhuma vibração é sentida por pessoas.
II	Algumas pessoas podem sentir movimento quando em repouso ou em andares superiores de prédios altos.
III	No interior de prédios, diversas pessoas sentem leve vibração; no exterior, contudo, nada sentem. Objetos pendurados balançam.
IV	A maior parte das pessoas situadas no interior de prédios sente vibração. Louças balançam.
V	As pessoas sentem vibração, independentemente de suas localizações. Portas fazem barulho, pratos quebram, quadros mexem, objetos pequenos se deslocam e árvores oscilam.
VI	As pessoas caminham com dificuldade. Os objetos e quadros costumam cair, o revestimento dos muros pode rachar. Há deslocamento de mobílias, quebra de louças e vidraças rachadas.
VII	As pessoas têm dificuldade de se manter em pé, os motoristas sentem seus veículos sacudirem, alguns prédios e casas desmoronam. Sinos de igrejas tocam.
VIII	Motoristas têm dificuldade em conduzir seus veículos. Grandes estruturas, como chaminés e prédios, costumam desabar. Galhos e troncos quebram. Solos úmidos sofrem rachaduras. Estruturas de tijolo, casas frágeis, obras de irrigação e diques sofrem graves danos.
IX	Ocorrem rachaduras no solo. Algumas tubulações subterrâneas se partem.
X	Parte dos prédios e de suas fundações são destruídos, assim como algumas pontes. As barragens são significativamente danificadas. Os trilhos ferroviários se entortam. Aparecem muitas rachaduras espalhadas no solo.
XI	Grande parte das construções desaba, as pontes e canalizações subterrâneas são destruídas.
XII	Quase tudo é destruído. O solo fica ondulado. Rochas costumam se deslocar.

Fonte: Soriano (2014).

### **2.1.2 Sismicidade brasileira**

Segundo Veloso (2016) a baixa ocorrência destes eventos no Brasil é explicada pela posição do país, no centro da placa Sul-Americana. Desta forma, os eventos que ocorrem são definidos como intraplacas, possuindo, em geral, tempos de retorno maiores e eventos com menor magnitude.

Os sismos no Brasil podem ocorrer devido a outros fatores, além da energia liberada pelo encontro de placas: difusão de vibrações de repercussão, por liberação de pressões acumuladas, desabamentos de cavernas ou bloco de rochas, impacto de corpos celestes (MONTARDO, 2006 *apud* DANTAS, 2013). Além disso, devido ao grande número

de reservatórios de água no país, segundo Sand (2016), o carregamento devido ao peso da água e sua infiltração podem provocar pequenos tremores.

O monitoramento sísmico do país é efetuado pela Rede Sismográfica Brasileira (RSBR), sendo esta constituída pela:

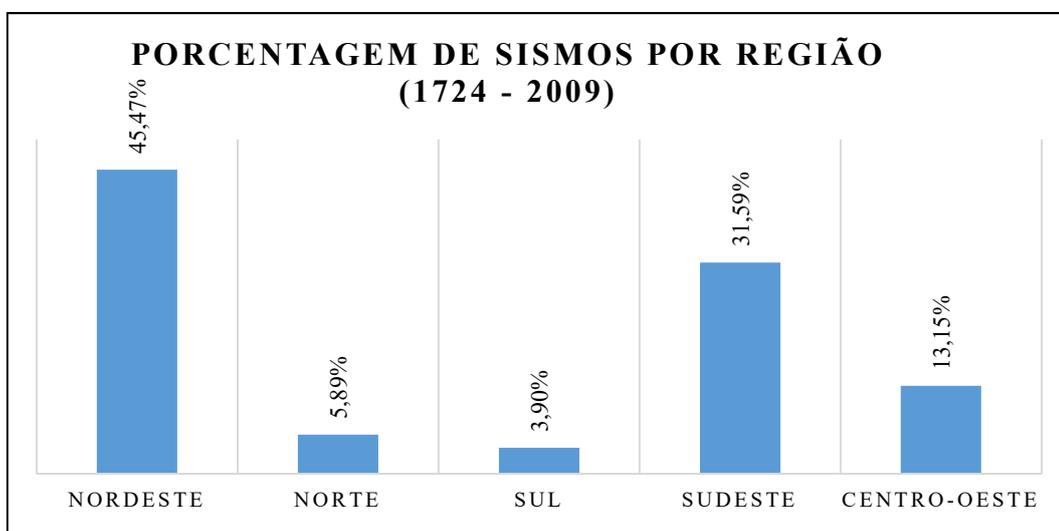
- a) Rede Sismográfica do Sul e Sudeste do Brasil (RSIS).
- b) Rede Sismográfica do Nordeste do Brasil (RSISNE).
- c) Rede Sismográfica Integrada do Brasil (BRASIS).
- d) Rede Sismográfica do Centro e Norte do Brasil (RSCN).

A união de todas estas redes proporciona a cobertura de quase todo território e possibilita o registro e divulgação de eventos significativos em tempo real, além da aquisição de dados anteriores fornecidos a partir da divulgação dos boletins sísmicos. Com estes dados, é possível identificar a real situação e os pontos de maior preocupação em relação às ações sísmicas.

Dados mais antigos, estimados a partir de relatos históricos, e dados recentes coletados por meio de estações sismográficas formam a base das informações fornecidas. Assumpção et al. (2016) destaca que há um viés de amostragem devido ao maior monitoramento da Região Sudeste, por exemplo, em relação a Região Norte que segundo Santos et al. (2010) possui sismicidade mais elevada se comparada a essa, devido à proximidade com a região andina.

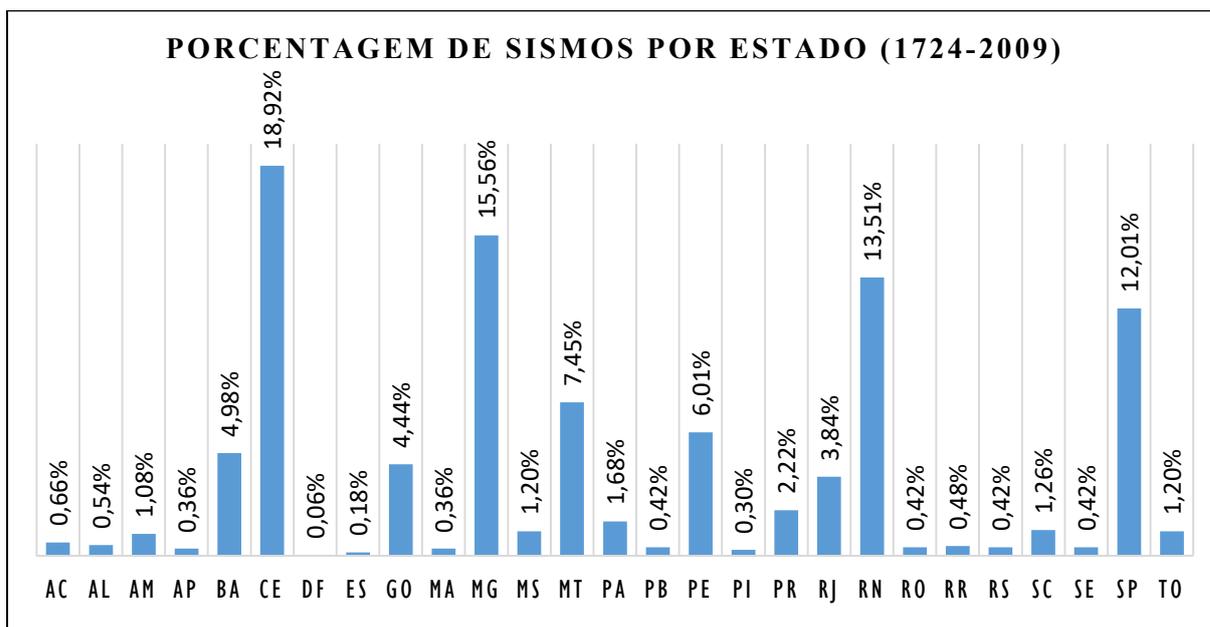
Utilizando dados da RSBR, contabilizou-se e organizou-se em forma de gráficos os sismos com magnitude igual ou superior a 2 durante o período entre 1724 e 2009.

Gráfico 1 – Porcentagem de sismos por região do Brasil



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Gráfico 2 – Porcentagem de sismos por estado brasileiro

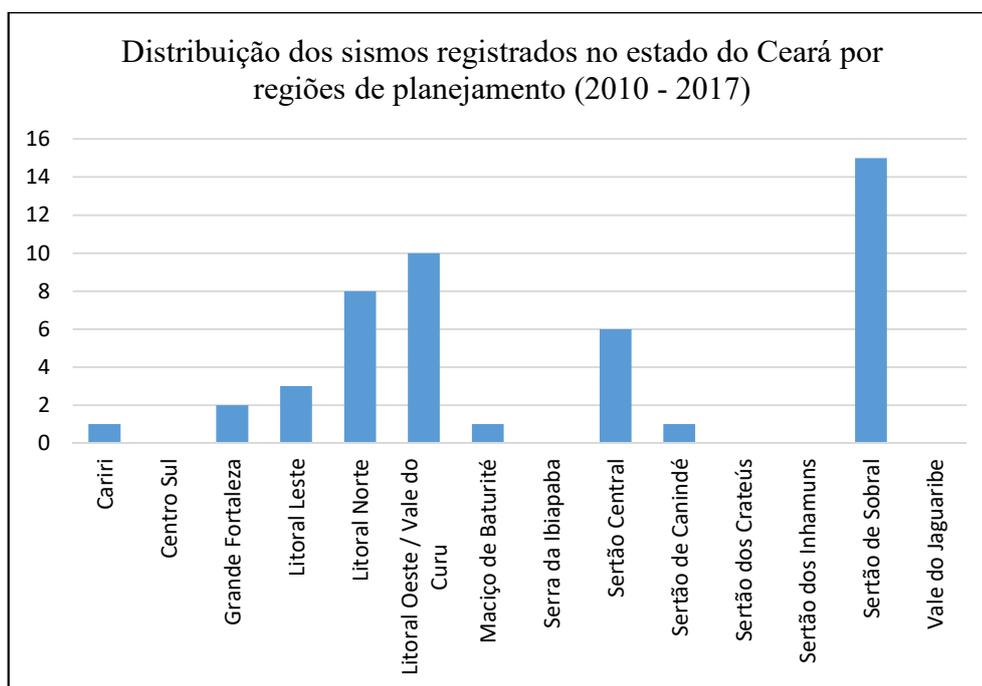


Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Durante o este período, são fornecidos pela RSBR os dados de 1665 sismos com epicentros localizados no país. A partir do Gráfico 1, evidencia-se o fato de que 45,47% destes localizam-se na região Nordeste, o que demonstra a maior atividade sísmica dos estados que a compõe em relação ao restante do país. Observando-se o Gráfico 2, dá-se destaque aos estados do Ceará e Rio Grande do Norte responsáveis pela localização de 32,43% destes. É importante frisar que ocorrem milhares de eventos todos os anos, mas de pequena magnitude, não se tornando necessária sua divulgação.

O estado cearense é responsável por 18,92% dos dados indicados anteriormente, o primeiro em todo o Brasil, com destaque para, além do evento ocorrido em Pacajus (1980), sismos nas cidades de Irauçuba (1991) e Sobral (2008) de magnitude 4,9 e 3,9, respectivamente. Durante os anos de 2010 e 2017 (10/04) são disponibilizados 47 eventos ocorridos no Ceará, localizados em sua maioria ao norte do estado.

Gráfico 3 – Quantidade de sismos por regiões de planejamento do estado do Ceará



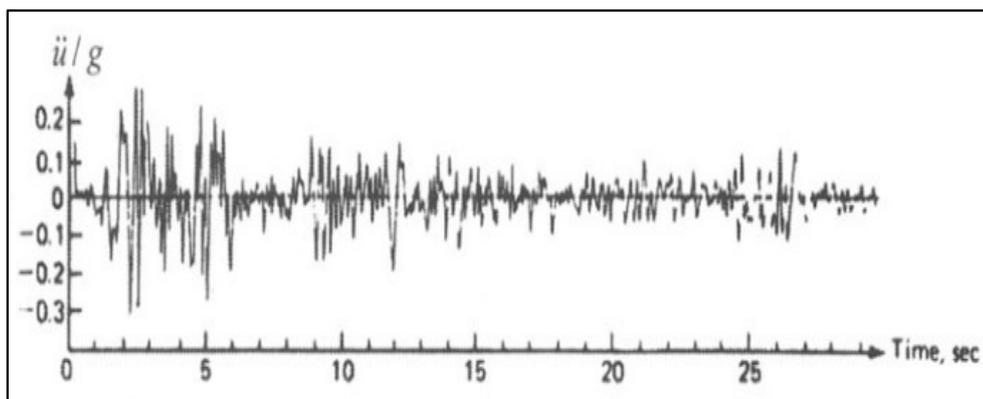
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

## 2.2 Ação sísmica nas estruturas

Segundo Soriano (2014), a ação sísmica é uma ação dinâmica. Esta tem caráter aleatório e seus parâmetros, como magnitude (diferente do conceituado anteriormente, esta é a magnitude de uma força), direção e sentido, variam ao longo do tempo. Devido a isto, é importante a quantificação de variáveis que demonstrem o comportamento da estrutura durante um sismo e que possa ser usado em métodos de cálculo que representem o projeto como um todo.

A obtenção de valores máximos de aceleração, velocidade e deslocamento provocados na estrutura possui caráter mais prático de utilização se comparado aos parâmetros anteriormente descritos, magnitude e intensidade. Estes são registrados a partir da análise do comportamento da estrutura submetida a um acelerograma. Este é construído pela representação gráfica das acelerações que ocorrem no solo durante o tempo na ocorrência de um evento sísmico, sendo possível também extrair informações relacionadas ao conteúdo de frequências que surge durante toda a duração do sismo. Na Figura 3 utiliza-se como exemplo o acelerograma pertencente ao sismo de El Centro.

Figura 3 – Acelerograma registrado durante o terremoto de El Centro, Califórnia, no dia 18 de maio de 1940



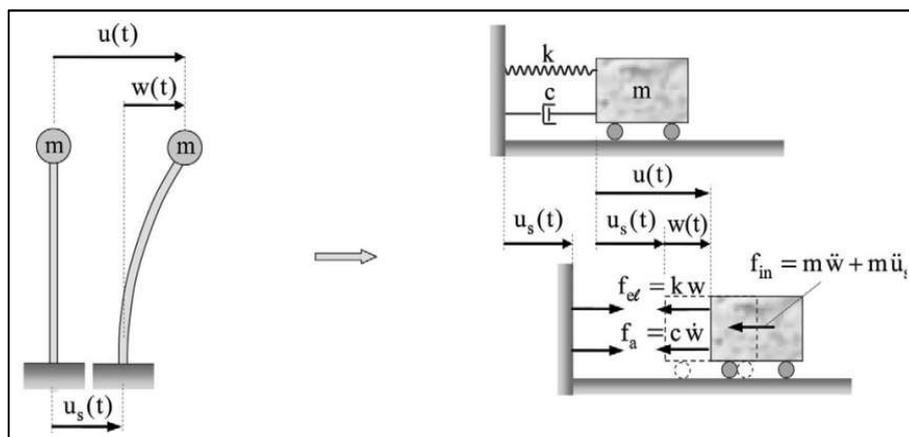
Fonte: Paz e Leigh (2004).

Segundo Appleton (2013, p. 656), “[...] ação dos sismos sobre as estruturas consiste basicamente na transmissão dos movimentos do solo à sua base.” Para o projeto de estruturas resistentes a sismo, definem-se, como causadoras deste movimento, acelerações geradas devido à sismos com certa probabilidade de ocorrência, definida para a situação específica de cada país em seus códigos normativos.

Considera-se uma estrutura simplificada (Figura 4), que possui apenas um grau de liberdade. Segundo Appleton (2013), este tipo de modelagem representa bem estruturas como edifícios e pontes. Este modelo é representado por uma massa  $m$  ligada a base por uma coluna que possui uma rigidez genérica de valor  $k$ .

Além disso, a representação do amortecimento que surge durante o movimento é feita pela inclusão de um sistema viscoso que possui esta finalidade. O coeficiente de amortecimento  $c$  escolhido irá definir a capacidade de dissipação de energia do sistema representando, além das interações viscosas, outros mecanismos como o amortecimento histerético (dissipação ligada aos ciclos de deformação do material) e o amortecimento de Coulomb (dissipação gerada pelo atrito entre as partes da estrutura) que são transformados em dissipações viscosas equivalentes. Esta maneira de representação facilita o equacionamento do movimento em estudo.

Figura 4 – Estrutura simplificada para a construção dos espectros de resposta



Fonte: Soriano (2014).

O deslocamento total da massa induzido pelo movimento da base do modelo, representado na imagem como  $u(t)$ , é tido como a soma de dois outros deslocamentos: o deslocamento relativo em relação a base  $w(t)$  e o próprio deslocamento da base  $u_s(t)$ . É importante ressaltar que  $u_s$  também é obtido com análises do acelerograma utilizado.

A partir da definição anterior torna-se possível escrever a equação que rege o movimento deste modelo como:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{w}(t) + kw(t) = 0 \quad (2.1)$$

Observando-se que  $u(t) = w(t) + u_s(t)$ , chega-se à seguinte conclusão<sup>1</sup>:

$$m\ddot{w}(t) + 2\xi\omega\dot{w}(t) + \omega^2kw(t) = -m\ddot{u}_s(t) \quad (2.2)$$

Onde:

$\xi$  = Taxa de amortecimento escolhida;

$\omega$  = frequência natural do modelo.

Como ressaltado por Appleton (2013), a ação do sismo, representada por um deslocamento na base do modelo, é equivalente à situação em que o modelo está fixo na base

<sup>1</sup> A dedução desta equação pode ser encontrada em Soriano (2014)

com uma força aplicada no corpo igual a massa deste multiplicada pela aceleração do solo. Com isto, para diferentes taxas de amortecimento e diferentes períodos de oscilação é possível extrair as informações necessárias para o espectro de resposta, a representação gráfica dos valores de pico (em módulo) da aceleração absoluta ( $S_a$ ), velocidade relativa ( $S_v$ ) e do deslocamento relativo ( $S_d$ ) de vários osciladores com um grau de liberdade.

Os espectros de aceleração absoluta e velocidade relativa, geralmente, são construídos a partir dos conceitos de pseudoaceleração absoluta e pseudovelocidade relativa, respectivamente. Recebem o nome pseudo por terem seus valores encontrados a partir do espectro de resposta do deslocamento relativo pelas seguintes equações:

$$S_v(T,\xi) = \omega \cdot S_d(T,\xi) \quad (2.3)$$

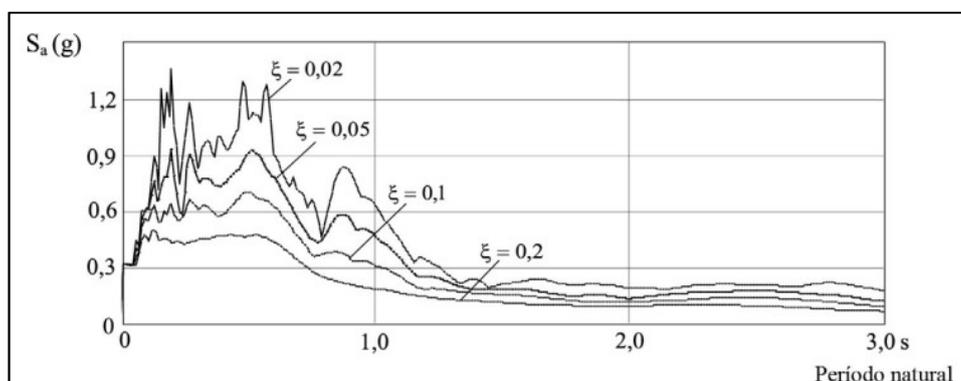
$$S_a(T,\xi) = \omega^2 \cdot S_d(T,\xi) \quad (2.4)$$

Onde:

$$S_d(T,\xi) = W_{\text{máx}}$$

Segue na Figura 5 uma exemplificação de como se apresentam um destes espectros, com diferentes taxas de amortecimento. É importante ressaltar que, segundo Appleton (2013), o valor de 5% é representativo para a caracterização da taxa de amortecimento em estruturas de concreto.

Figura 5 – Exemplo de espectro de resposta para pseudoaceleração absoluta ( $S_a$ )



Fonte: Soriano (2014).

### 2.3 NBR-15421 (2006)

### 2.3.1 Espectro de resposta de projeto

Segundo Soriano (2014), o uso dos espectros de resposta, apresentados anteriormente, torna-se limitado em relação aos seguintes pontos:

- a) A ocorrência de alterações repentinas ao longo da representação gráfica. Isto dificulta a observação dos dados de forma mais clara.
- b) A construção destes espectros é feita a partir de modelos que trabalham em regime linear, o que não condiz com a realidade que se busca sobre o comportamento da estrutura. A ductilidade, característica ligada a um comportamento não linear da estrutura, garante vantagens ao dimensionamento frente à estas ações.
- c) São construídos a partir de dados referentes a apenas um sismo, o que não garante o entendimento de sismos futuros, já que estes eventos possuem, em sua essência, caráter aleatório.
- d) Não possuem em suas construções considerações importantes ligadas ao solo presente no local do projeto, sobre a importância da proteção da obra ligada à sua importância dentro da sociedade e as vantagens e desvantagens do sistema estrutural escolhido.

Desta forma, para contornar estas limitações, as normas ao redor do mundo responsáveis pela definição destes espectros, a partir de um tratamento probabilístico, confeccionam os chamados espectros de resposta de projeto. Explorar-se-á o espectro de resposta brasileiro.

As equações para a construção deste espectro para as três faixas de períodos são as seguintes:

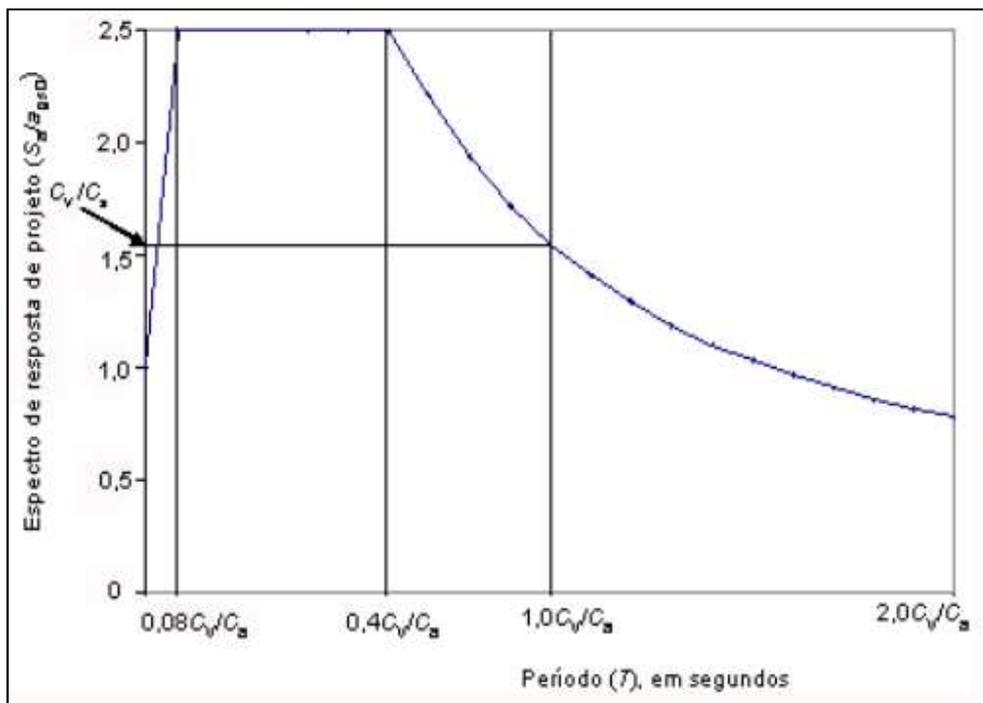
$$S_a(T) = a_{gs0} (18,75 \cdot T \cdot C_a / C_v + 1,0), \text{ válida para a faixa } (0 \leq T \leq C_v / C_a \cdot 0,08) \quad (2.5)$$

$$S_a(T) = 2,5 \cdot a_{gs0}, \text{ válida para a faixa } (C_v / C_a \cdot 0,08 \leq T \leq C_v / C_a \cdot 0,04) \quad (2.6)$$

$$S_a(T) = a_{gs1} / T, \text{ válida para a faixa } (T \geq C_v / C_a \cdot 0,04) \quad (2.7)$$

É importante ressaltar que neste espectro é considerada uma taxa de amortecimento de 5%, pois, como dito anteriormente, é representativa em estruturas de concreto. A seguir, explana-se de forma sucinta sobre os fatores que possuem influência nas equações. Na Figura 6, apresenta-se o espectro de resposta de projeto da NBR-15421 (2006).

Figura 6 – Espectro de resposta de projeto presente na NBR-15421 (2006)



Fonte: NBR-15421 (2006).

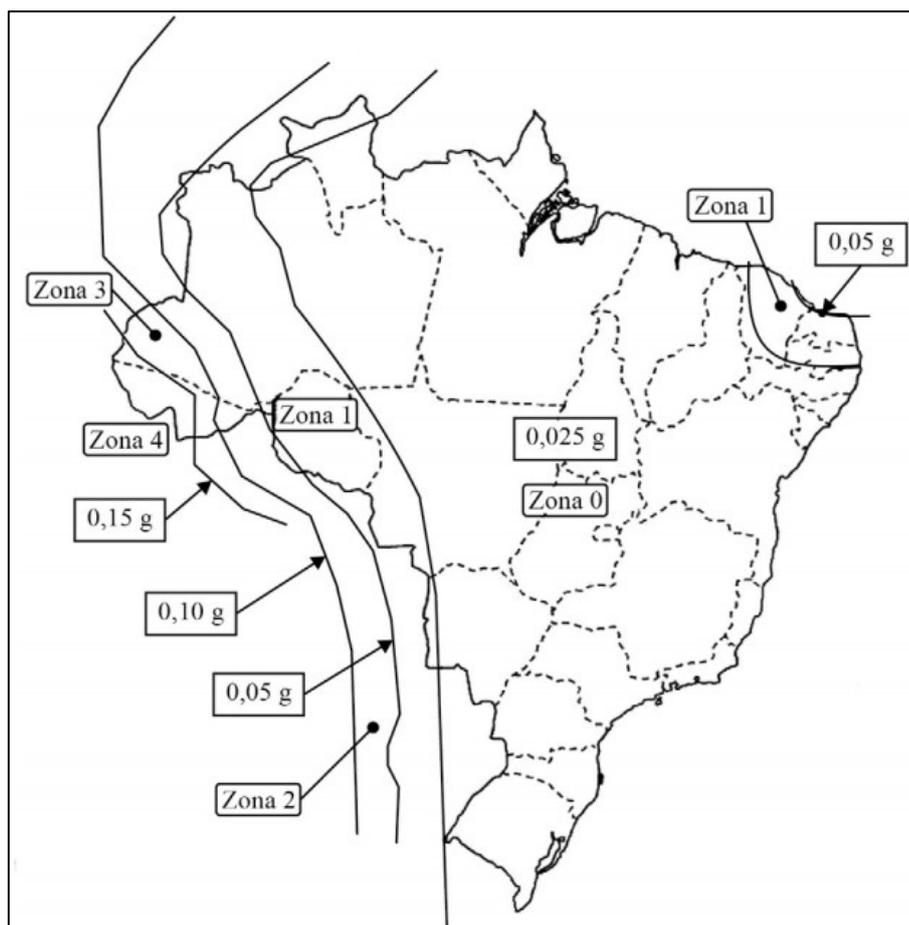
### 2.3.1.1 Zoneamento sísmico

O zoneamento sísmico presente na norma brasileira é o responsável por definir a aceleração característica de projeto,  $a_g$ . Esta, também definida como aceleração sísmica horizontal de projeto, é normalizada para terrenos da Classe B (Faz-se a classificação do terreno na próxima seção). Além disto, o período de retorno das ações definidas é de 475 anos, ou seja, possui a probabilidade de ocorrência de 10% em 50 anos.

Outro ponto importante ligado ao zoneamento sísmico é o seu uso na definição de vários pontos ligados ao projeto como, por exemplo, os sistemas estruturais que podem ser utilizados em determinada região. O mapa sísmico fornecido na norma é apresentado na Figura 7.

Na Tabela 2 estão presentes os valores para a aceleração ligada a cada zona (com relação a aceleração da gravidade,  $g$ ). A partir dos valores presentes nesta tabela, para as zonas definidas como 1, 2 e 3, os valores intermediários podem ser obtidos por interpolação.

Figura 7 – Mapa sísmico presente na NBR-15421 (2006)



Fonte: NBR-15421 (2006).

Tabela 2 – Zonas sísmicas

Zona sísmica	Valores de $a_g$
I	$a_g = 0,025g$
II	$0,025g \leq a_g \leq 0,05g$
III	$0,05g \leq a_g \leq 0,10g$
IV	$0,10g \leq a_g \leq 0,15g$
V	$a_g = 0,15g$

Fonte: NBR-15421 (2006).

### 2.3.1.2 Classe do terreno

O tipo de terreno onde será assentada a estrutura tem influência significativa no valor que será definido para a aceleração sísmica no local. Segundo Appleton (2013), quanto menos rígido for o solo da região maior será a alteração provocada por este na ação sísmica (aumento dos valores de aceleração, principalmente). A classificação presente na norma brasileira é representada na Tabela 3.

Tabela 3 – Classe do terreno

Classe do terreno	Designação da Classe do terreno	Propriedades médias para os 30 m superiores do terreno	
		$\bar{V}_s$	$\bar{N}$
A	Rocha sã	$\bar{V}_s \geq 1500$ m/s	(não aplicável)
B	Rocha	$1500$ m/s $\geq \bar{V}_s \geq 760$ m/s	(não aplicável)
C	Rocha alterada ou solo muito rígido	$760$ m/s $\geq \bar{V}_s \geq 370$ m/s	$\bar{N} \geq 50$
D	Solo rígido	$370$ m/s $\geq \bar{V}_s \geq 180$ m/s	$50 \geq \bar{N} \geq 15$
E	Solo mole	$\bar{V}_s \leq 180$ m/s	$\bar{N} \leq 15$
	-	Qualquer perfil incluindo camada com mais de 3 m de argila mole	

Solo exigindo avaliação específica, como:

1. Solos vulneráveis à ação sísmica, como solos liquefazíveis, argilas muito sensíveis e solos colapsíveis fracamente cimentados;
2. Turfa ou argilas muito orgânicas;
3. Argilas muito plásticas;
4. Estratos muito espessos ( $\geq 35$  m) de argila ou média.

Fonte: NBR-15421 (2006).

### 2.3.1.3 Grandezas $a_{gs0}$ e $a_{gs1}$

Estas grandezas, como definido em norma, são as acelerações presentes no espectro de resposta de projeto referentes aos períodos de 0s e 1s, respectivamente. São definidas a partir das seguintes equações:

$$a_{gs0} = C_a \cdot a_g \quad (2.8)$$

$$a_{gs1} = C_v \cdot a_g \quad (2.9)$$

Pode-se observar que estas acelerações são as de projeto, definida anteriormente, modificadas pelos fatores de amplificação  $C_a$  e  $C_v$ , que buscam representar a influência do solo sobre estas ações. Estes fatores são retirados da Tabela 4, em função da classe do terreno e da aceleração característica de projeto.

Lima e Santos (2008) destaca que a falta de fatores relacionados a classe F é ligada ao fato de esta exigir uma maior preocupação em relação ao seu comportamento,

exigindo, desta forma, estudos específicos em relação à amplificação que o solo causará nas ondas sísmicas que ali chegarem. Os valores intermediários  $0,10g \leq a_g \leq 0,15g$  podem ser obtidos, como indicado em norma, por interpolação linear.

Tabela 4 – Fatores de amplificação sísmica do solo

Classe do terreno	Ca		Cv	
	$a_g \leq 0,10g$	$a_g = 0,15g$	$a_g \leq 0,10g$	$a_g = 0,15g$
A	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,2	1,2	1,7	1,7
D	1,6	1,5	2,4	2,2
E	2,5	2,1	3,5	3,4

Fonte: NBR-15421 (2006).

### 2.3.2 Métodos de análise (*Método das forças horizontais equivalentes e Método espectral*)

Para a definição dos métodos de análise permitidos no escopo da NBR-15421 (2006) para cada estrutura, deve-se categorizá-la em função de sua zona sísmica. As categorias presentes em norma são as A, B e C.

A categoria A é composta pelas estruturas presentes nas zonas 0 e 1, citadas anteriormente. Para a zona 0, devido à sua baixa sismicidade, não é exigida a análise sísmica dos projetos lá desenvolvidos. Para a zona 1, já existem critérios que tornam obrigatória a análise dos efeitos sísmicos.

Na zona 1, as estruturas devem resistir a cargas horizontais com valores dados pela expressão abaixo:

$$F_x = 0,01 \cdot w_x \quad (2.10)$$

Onde:

$F_x$  é a força sísmica de projeto correspondente ao piso  $x$ ;

$w_x$  é o peso total da estrutura correspondente ao piso  $x$ , incluindo o peso operacional de todos os equipamentos fixados na estrutura e dos reservatórios de água. Nas áreas de armazenamento e estacionamento, este peso deve incluir 25% da carga accidental.

Estas forças devem ser aplicadas de forma simultânea em todos os pisos do edifício em estudo e de forma independente em cada direção ortogonal considerada na análise.

Para as estruturas que são categorizadas como B (zona 2) ou C (zonas 3 e 4) são válidos outros métodos mais rebuscados de análise. Apresenta-se o método das forças horizontais equivalentes e os critérios para utilização do método espectral.

### 2.3.2.1 Método das forças horizontais equivalentes

De acordo com a NBR-15421 (2006), a força total na base da estrutura, em uma dada direção, é determinada de acordo com a expressão:

$$H = C_s \cdot W \quad (2.11)$$

$C_s$  é o coeficiente de resposta sísmica:

$$C_s = 2,5 \cdot (a_{gs0}/g) / (R/I) \quad (2.12)$$

Definiu-se a grandeza  $a_{gs0}$  anteriormente. O fator de importância de utilização (I) categoriza as estruturas pelo grau de importância delas no ambiente onde se encontram, aumentando as exigências com relação as ações que devem suportar durante sua vida útil.

De acordo com Lima e Santos (2008, p. 142), “[...] Os coeficientes de modificação da resposta (R) representam a capacidade do sistema estrutural continuar se deformando no regime não-linear, sem substancial aumento das respectivas forças elásticas equivalentes.” Desta forma o fator R liga-se diretamente a capacidade de dissipação de energia da estrutura. É importante ressaltar que sua utilização garante a redução das ações sísmicas e está ligada aos cuidados durante o dimensionamento, com a geração de mecanismos que promovam um aumento da ductilidade da estrutura.

Em capítulo posterior apresentam-se os fatores  $\gamma_I$  e  $q$ , presentes no EUROCODE 8 (2005) e que possuem conceitos equivalentes aos expostos para os fatores I e R (Tabelas 5 e 6, respectivamente).

Tabela 5 – Fatores de importância de utilização

<b>Categoria de utilização</b>	<b>Natureza de ocupação</b>
I	1
II	1,25
III	1,5

Fonte: NBR-15421 (2006).

Tabela 6 – Alguns coeficientes de modificação da resposta

<b>Sistema básico sismo resistente</b>	<b>R</b>
Pilares-parede de concreto com detalhamento especial	5
Pilares-parede de concreto com detalhamento usual	4
Pórticos de concreto com detalhamento especial	8
Pórticos de concreto com detalhamento usual	3

Fonte: NBR-15421 (2006).

Os valores máximo e mínimo para o coeficiente  $C_S$  são, respectivamente, dados pelas seguintes expressões:

$$C_S = (a_{gs1} / g) / (T.R/I) \quad (2.13)$$

$$C_S = 0,01 \quad (2.14)$$

É permitida a quantificação do período da estrutura ( $T$ ) por duas formas: por extração modal e ou por um período aproximado  $T_a$ . O período aproximado  $T_a$  é obtido a partir da seguinte expressão:

$$T_a = C_T \cdot h_n^x \quad (2.15)$$

A variável  $h_n$  é a altura da estrutura acima da base. Os valores  $C_T$  e  $x$  são apresentados na Tabela 7, sendo estes obtidos a partir do sistema estrutural escolhido.

Tabela 7 – Fatores  $C_T$  e  $\alpha$ 

<b>Sistema estrutural</b>	<b><math>C_T</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de aço momento-resistentes	0,0724	0,8
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de concreto	0,0466	0,9
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de aço contraventados com treliças	0,0731	0,75
Outros	0,0488	0,75

Fonte: NBR-15421 (2006).

O valor do período obtido por análise modal não pode ser maior que o valor encontrado pelo produto de  $C_{up}$  pelo período  $T_a$ .  $C_{up}$  depende diretamente da zona onde se encontra a estrutura (Tabela 8).

Tabela 8 – Fator  $C_{up}$ 

<b>Zona sísmica</b>	<b><math>C_{up}</math></b>
2	1,7
3	1,6
4	1,5

Fonte: NBR-15421 (2006).

### 2.3.2.2 Critérios para a análise pelo método espectral

A NBR-15421 (2006) exige que durante a análise por este método sejam utilizados os modos de vibração suficientes para a captura de, no mínimo, 90% da massa total da estrutura em cada uma das direções ortogonais consideradas no processo (onde são aplicados os espectros de resposta).

Além disto, as respostas modais podem ser combinadas pela regra da raiz quadrada da soma dos quadrados das respostas (SRSS) nos casos em que os modos de vibração da estrutura possuam frequências afastadas, utilizando-se como critério para esta definição que as diferenças existentes entre os valores sejam, no mínimo, 10%. Nos outros casos (diferenças menores que 10%), deve-se utilizar regras de combinação mais precisas como a combinação quadrática completa (CQC). A combinação entre as respostas pela aplicação dos espectros em cada direção também deve ser feita com atenção, dando-se preferência ao método SRSS.

Outro ponto importante é o relacionado a obtenção dos valores finais das forças, momentos e reações de apoio (objetivo final deste estudo). Para estes esforços, ao final da aplicação dos espectros de resposta, deverão ser considerados os fatores I e R. A consideração destes é feita a partir da multiplicação dos esforços obtidos pelo valor I/R.

No final do processo é necessário verificar se o valor da força total na base, em cada uma das direções consideradas, obtido a partir da análise espectral, é menor que o valor obtido pelo método das forças horizontais equivalentes multiplicado por 0,85. Se esta condição ocorrer, o valor obtido pelo processo espectral deve ser multiplicado por  $0,85 H/H_t$ , onde H é a força obtida pelo método das forças horizontais equivalentes e  $H_t$  pelo método espectral.

## **2.4 Análise de pontes segundo o EUROCODE 8 (2005)**

Apresenta-se neste capítulo alguns aspectos presentes no EUROCODE 8 (2005) importantes para este estudo. Primeiramente, não se apresenta aqui o espectro de resposta de projeto do EUROCODE 8 (2004), pois como abordou-se anteriormente, os espectros de cada norma possuem características que procuram refletir as condições específicas de cada país. Entretanto, uma característica importante e que pode ser aproveitada durante as análises aqui desenvolvidas se refere a formulação das equações que geram o espectro presente na norma europeia.

O espectro possui a mesma forma de construção tanto para edifícios como para pontes nesta norma, com a mudança dos valores de apenas dois parâmetros,  $\gamma_I$  e q, que carregam características específicas de importância e comportamento de cada estrutura durante um evento sísmico. Desta forma, além da equivalência conceitual com os parâmetros I e R citada anteriormente, a aplicação desses parâmetros é, também de forma equivalente, aos últimos na norma brasileira, ou seja, o primeiro multiplica diretamente as ações desenvolvidas e a segunda promove a redução, também de forma direta. Isto torna possível a utilização do espectro de resposta da NBR-15421 (2006) na extração das forças sísmicas em estruturas de pontes com a aplicação destes novos valores calibrados para o tipo de estrutura aqui estudado.

O projeto de pontes resistentes a sismos é tratado de forma especial no escopo da norma europeia, onde esta possui uma de suas partes dedicada exclusivamente a este tipo de estrutura. Ressalta-se que esta abordagem está ligada as especificidades no comportamento de uma ponte durante a ocorrência de um evento sísmico em relação à um edifício. Como ponto

principal, de forma sucinta, o menor número de redundâncias presentes, o que causa um menor número de pontos onde é possível a dissipação de energia, exige uma maior fiabilidade no dimensionamento como um todo. Destaca-se, nos próximos subitens, alguns pontos importantes a serem considerados durante a análise deste tipo de estrutura.

O EUROCODE 8 (2005), como ressalta Appleton (2013), exige a verificação de dois requisitos básicos durante o projeto de pontes em relação a ação sísmicas, sendo estes a não ocorrência de colapso e a limitação dos danos, que estão ligados ao estado limite último e ao estado limite de serviço, respectivamente.

O requisito de não ocorrência de colapso requer a verificação e cumprimento dos seguintes aspectos:

- a) Após a ocorrência do sismo de projeto, também definido nesta norma como o relacionado à um período de retorno de 475 anos, deve-se manter a integridade da estrutura e garantir a presença de uma resistência residual adequada, sabendo-se que pode ocorrer na ponte danos consideráveis em algumas de suas partes;
- b) As partes da ponte responsáveis de forma direta pela dissipação de energia devem ser projetadas para garantir o uso da mesma pelo tráfego de emergência após o sismo e a facilidade na execução de inspeções e reparos;
- c) É permitida a formação de rótulas plásticas nos pilares;
- d) Os tabuleiros devem ser concebidos de modo a evitar a ocorrência de danos nestes.

O requisito de limitação dos danos exige que para sismos de alta probabilidade de ocorrência em relação ao sismo de projeto, devem provocar apenas danos ligeiros em elementos secundários e nas regiões destinadas a formação de mecanismos para dissipação de energia (rótulas plásticas). Além disso, não deve haver a necessidade de realizar reparos imediatos na estrutura e nem de diminuir o tráfego por causa destes tipos de ações.

#### ***2.4.1 Classes de importância***

Como abordou-se anteriormente, o coeficiente de importância ( $\gamma_I$ ) do EUROCODE 8 (2005) possui conceito e aplicação equivalentes ao fator de importância de utilização (I) da NBR-15421 (2006). Novamente, isto possibilita o seu uso durante o estudo desenvolvido. Os valores para este coeficiente são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 –  $\gamma_I$ 

<b>Categoria de importância</b>	<b>Fator de importância (I)</b>
Maior que a média	0,85
Média	1,0
Menor que a média	1,3

Fonte: EUROCODE 8 (2005).

#### 2.4.2 Coeficiente de comportamento ( $q$ )

Segundo Appleton (2013, p. 134), “[...] Para efeitos de dimensionamento das estruturas, o espectro de resposta a adoptar deve considerar a capacidade de dissipação de energia, conseguida explorando a ductilidade dos elementos estruturais que as constituem.” A consideração deste efeito é alcançada com a aplicação do coeficiente de comportamento ( $q$ ). Como o fator de modificação da resposta ( $R$ ) da NBR-15421 (2006), este coeficiente possibilita a maior redução do valor da ação quanto maior for a ductilidade da estrutura analisada, ou seja, quanto maior os cuidados em relação aos detalhes de pormenorização das armaduras, por exemplo.

Appleton (2013) cita vantagens na exploração da ductilidade como: menor consumo de materiais, possibilitando estruturas mais econômicas; redução das acelerações provocadas na estrutura por um dado evento sísmico; possibilitar uma resistência adicional durante o dimensionamento, fazendo face a sismos com intensidade superior ao regulamentar. Já a exploração excessiva da ductilidade pode provocar desvantagens como: sismos não tão intensos podem provocar danos maiores na estrutura; maior sensibilidade em relação a irregularidades estruturais; maior deslocamento global na estrutural, provocando maiores danos nos elementos não estruturais.

Para as pontes, a norma europeia define dois níveis de comportamento: dúctil e com ductilidade limitada. Os valores máximos por norma para os coeficientes de comportamento são apresentados por Appleton (2013) e mostrados na Tabela 10.

Tabela 10 – Valores máximos do coeficiente de comportamento (q)

Tipo de elemento	Comportamento sísmico	
	Ductilidade limitada	Dúctil
Pilares verticais em flexão	1,5	3,5 ( $\alpha_s$ )
Pilares inclinados em flexão	1,2	2,1 ( $\alpha_s$ )
Encontros rígidos ligados ao tabuleiro em geral	1,5	1,5
Encontros rígidos ligados ao tabuleiro (encontros enterrados)	1,0	1,0
Arcos	1,2	2,0

Fonte: Appleton (2013).

$\lambda(\alpha_s)$  é dado pelas seguintes expressões:

$$\lambda(\alpha_s) = 1 \text{ para } \alpha_s \geq 3 \quad (2.16)$$

$$\lambda(\alpha_s) = (\alpha_s/3)^{1/2} \text{ para } 1 \leq \alpha_s < 3 \quad (2.17)$$

$$\alpha_s = L_S/h \quad (2.18)$$

Onde:

$L_S$  é a distância entre a rótula plástica e a seção de momento nulo;

$h$  é a altura da seção no plano de flexão.

Desta forma é possível verificar que o valor máximo de  $q$  para as pontes é, em geral, menor que os valores de  $R$  calibrados para edifícios. Isto é devido, segundo Appleton (2013), ao menor número de pontos de dissipação de energia durante um evento sísmico e o fato das pontes possuírem sistema equivalente a um pêndulo invertido, o que exige um maior grau de confiança no comportamento esperado da estrutura.

### 2.4.3 Critérios para a análise dinâmica por espectro de resposta

O EUROCODE 8 (2005) permite o uso de várias metodologias em seu escopo. Dá-se enfoque no uso da metodologia ligada a análise modal por espectro de resposta. Como indicado pela norma, é importante o uso de todos os modos de vibração significativos da estrutura e isso é alcançado das seguintes maneiras:

- a) A soma das massas modais efetivas ligadas aos modos considerados deve ser, no mínimo, 90% da massa total da ponte em estudo;
- b) Se não for cumprida a condição anterior aceita-se a consideração de todos os modos com período maior ou igual a 0,033s. Para que isto seja possível a massa total efetiva assim considerada deverá representar, no mínimo, 70% da massa total da ponte e os valores referentes aos efeitos da ação sísmica devem ser multiplicados pela razão entre a massa total e a massa efetiva.

As exigências relativas à combinação das respostas modais são equivalentes às mostradas na NBR-15421 (2006). Para a combinação dos efeitos em cada direção em análise pode-se utilizar o método SRSS ou as seguintes combinações lineares:

$$E_x + 0,3.E_y + 0,3.E_z \quad (2.19)$$

$$0,3.E_x + E_y + 0,3.E_z \quad (2.20)$$

$$0,3.E_x + 0,3.E_y + E_z \quad (2.21)$$

## 2.5 Criação da planilha de cálculo

A planilha desenvolvida possui três abas: informações gerais, molas e análise modal. Cada uma é responsável por vários aspectos importantes para análise dinâmica desenvolvida. Desta forma detalha-se os conceitos presentes em cada aba nos próximos subitens.

### 2.5.1 *Informações gerais*

Na aba informações gerais fornecem-se os dados relacionados ao valor da gravidade utilizado durante o estudo, materiais utilizados, aparelhos de apoio, peso e inércia de massa de cada componente do tabuleiro da ponte em estudo e o cálculo inicial das rigidezes impostas pelos pilares no comportamento da estrutura.

#### 2.5.1.1 *Informações sobre o concreto utilizado*

Para o concreto é necessário informar o valor do  $F_{ck}$  (MPa) e  $\alpha_E$ , definidos conforme a NBR-6118 (2014). Importante ressaltar que a planilha recebe apenas valores entre 20 MPa a 50 MPa. Para esta faixa de valores, calculou-se  $E_{ci}$  e  $E_{cs}$  pelas expressões:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{F_{ck}} \quad (2.22)$$

$$E_{cs} = \left( 0,8 + 0,2 \cdot \frac{F_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \quad (2.23)$$

### 2.5.1.2 Informações sobre o aparelho de apoio

Para as pontes tipo 1, apenas o preenchimento das células referentes a NEOPRENE 1 são suficientes. Para as pontes tipo 2, NEOPRENE 1 se refere aos aparelhos de apoio presentes nos pilares mais externos e NEOPRENE 2 aos centrais.

Nesta região, é necessário informar a altura da borracha ( $h$ ), o módulo de elasticidade transversal ( $G_n$ ), os valores de largura e comprimento da borracha ( $a_0$  e  $b_0$ ). Com isto, calculou-se a rigidez do aparelho de apoio pela seguinte equação:

$$\text{RIGIDEZ DO NEOPRENE} = (G_n \cdot a_0 \cdot b_0) / h \quad (2.24)$$

### 2.5.1.3 Informações sobre o tabuleiro

Nas células relacionadas ao peso e inércia de massa de cada componente, devido à simplicidade de resolução manual destas duas parcelas, optou-se por não preenchê-las automaticamente.

Para o cálculo dos pesos de cada componente para as pontes tipo 1 utilizou-se as seguintes equações (para laje, longarinas, transversinas do apoio e transversinas do vão, respectivamente):

$$e \cdot l_T \cdot C_T \cdot \gamma_C = P_1 \quad (2.25)$$

$$2 \cdot h_L \cdot b_L \cdot C_T \cdot \gamma_C = P_2 \quad (2.26)$$

$$2 \cdot h_{\text{apoio}} \cdot b_{\text{apoio}} \cdot C_{\text{apoio}} \cdot \gamma_C = P_3 \quad (2.27)$$

$$2.h_{v\tilde{a}o}.b_{v\tilde{a}o}.C_{v\tilde{a}o}.\gamma_C = P_4 \quad (2.28)$$

Para o cálculo dos pesos de cada componente para as pontes tipo 2 utilizou-se as seguintes equações (para laje, longarinas, transversinas do apoio e transversinas do vão, respectivamente):

$$e.l_T.C_T.\gamma_C = P_5 \quad (2.29)$$

$$2.h_L.b_L.C_T.\gamma_C = P_6 \quad (2.30)$$

$$3.h_{apo}.b_{apo}.C_{apo}.\gamma_C = P_7 \quad (2.31)$$

$$4.h_{v\tilde{a}o}.b_{v\tilde{a}o}.C_{v\tilde{a}o}.\gamma_C = P_8 \quad (2.32)$$

Onde:

$e$  = Espessura da laje;

$l_T$  = Largura do tabuleiro;

$C_T$  = Comprimento do tabuleiro;

$h_L$  = Altura da longarina;

$b_L$  = Base da longarina;

$h_{apo}$  = Altura da transversina do apoio;

$b_{apo}$  = Base da transversina do apoio;

$C_{apo}$  = Comprimento da transversina do apoio;

$h_{v\tilde{a}o}$  = Altura da transversina do vão;

$b_{v\tilde{a}o}$  = Base da transversina do vão;

$C_{v\tilde{a}o}$  = Comprimento da transversina do vão;

$\gamma_C$  = peso específico do concreto (25 kN/m<sup>3</sup>).

Para o cálculo das inércias de cada componente para as pontes tipo 1 utilizou-se as seguintes equações (para laje, longarinas, transversinas do apoio e transversinas do vão, respectivamente):

$$(P_1.1000/g).(l_T^2 + C_T^2)/12 \quad (2.33)$$

$$2.((P_2.1000/(2.g)).(C_T^2 + b_L^2)/12 + (P_2.1000/(2.g)).d_L^2) \quad (2.34)$$

$$2.((P_3.1000/(2.g)).(C_{apo}^2 + b_{apo}^2)/12 + (P_3.1000/(2.g)).d_{apo}) \quad (2.35)$$

$$2.((P_4.1000/(2.g)).(C_{vão}^2 + b_{vão}^2)/12 + (P_4.1000/(2.g)).d_{vão}^2) \quad (2.36)$$

Para as pontes tipo 2 utilizou-se as equações (para laje, longarinas, transversinas do apoio e transversinas do vão, respectivamente):

$$(P_5.1000/g).(l_T^2 + C_T^2)/12 \quad (2.37)$$

$$2.((P_6.1000/(2.g)).(C_T^2 + b_L^2)/12 + (P_6.1000/(2.g)).d_L^2) \quad (2.38)$$

$$3.(P_7.1000/(3.g)).(C_{apo}^2 + b_{apo}^2)/12 + 2.(P_7.1000/(2.g)).d_{apo1}^2 \quad (2.39)$$

$$4.(P_8.1000/(4.g)).(C_{vão}^2 + b_{vão}^2)/12 + 2.(P_8.1000/(4.g)).d_{vão1}^2 + 2.(P_8.1000/(4.g)).d_{vão2}^2 \quad (2.40)$$

Onde:

$d_L$  = Distância entre o eixo da longarina e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro;

$d_{apo}$  = Distância entre o eixo da transversina do apoio e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro;

$d_{vão}$  = Distância entre o eixo da transversina do vão e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro;

$d_{apo1}$  = Distância entre o eixo da transversina do apoio (pilares extremos nas pontes tipo 2) e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro;

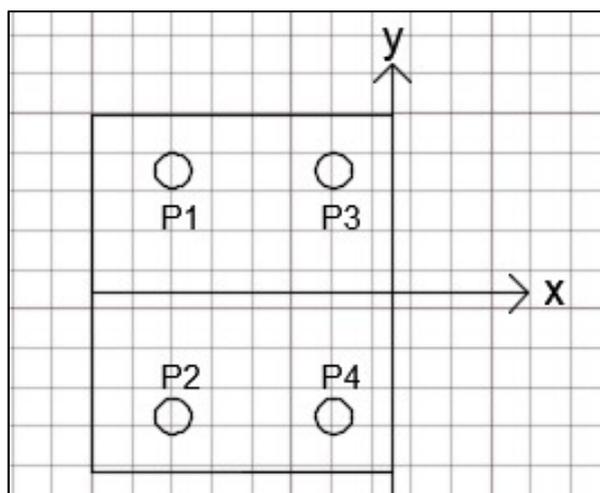
$d_{vão1}$  = Distância entre o eixo da transversina do vão (pilares extremos nas pontes tipo 2) e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro;

$d_{vão2}$  = Distância entre o eixo da transversina do vão (pilares centrais nas pontes tipo 2) e o eixo que passa pelo centro de gravidade do tabuleiro.

#### 2.5.1.4 Informações sobre os pilares

Insera-se, primeiramente, o número de pilares da ponte (número máximo de 20). A nomenclatura dos pilares (pilar 1, por exemplo) é feita conforme a Figura 8.

Figura 8 – Nomenclatura dos pilares



Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Após isto, inserem-se os valores relativos aos pilares: comprimento, geometria (CIRCULAR ou RETANGULAR), dimensões em x (na direção longitudinal da ponte) e em y (na direção transversal da ponte). Desta forma são calculadas, automaticamente, a área da seção, inércias (x e y) e a rigidez na direção longitudinal do pilar (sem a presença do aparelho de apoio). Esta rigidez (modelo pilar engastado-livre) é dada por:

$$k_p = 3EI/L^3 \quad (2.41)$$

Onde:

E é dado por  $E_{ci}$  na planilha;

I é dada por  $I_y$  na planilha.

Nas células referentes ao item PRESENÇA DE NEOPRENE, é necessário preenchê-las com NÃO, SIM1 (presença do NEOPRENE 1 sobre o pilar) e SIM2<sup>2</sup> (presença do NEOPRENE 2 sobre o pilar). A rigidez longitudinal do pilar mais o aparelho de apoio é dada pela seguinte equação:

$$k = (k_p.k_n)/(k_p+k_n) \quad (2.42)$$

---

<sup>2</sup> É necessário que as palavras estejam em caixa alta.

Figura 9 – Aba informações gerais

<b>ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE (m/s<sup>2</sup>)</b>		9,81	
<b>CONCRETO</b>			
<b>Fck (MPa)</b>		20	
<b><math>\alpha E</math></b>		1	
<b>Eci (MPa)</b>		25043,96135	
<b>Ecs (MPa)</b>		21287,36715	

<b>TABULEIRO</b>		
<b>COMPONENTES</b>	<b>PESO (kN)</b>	<b>INÉRCIA DE MASSA EM RELAÇÃO AO CG DA PONTE (kg*m<sup>2</sup>)</b>
<b>LAJE</b>	1912,5	16311811,93
<b>LONGARINAS</b>	1140	9763017,329
<b>TRANSVERSINAS DO APOIO</b>	141,12	1476233,639
<b>TRANSVESINAS DO VÃO</b>	114,1	160985,0004
	<b>PESO TOTAL (kN)</b>	<b>INÉRCIA DE MASSA TOTAL (kg*m<sup>2</sup>)</b>
	3307,72	27712047,9

<b>APARELHO DE APOIO</b>		
	<b>NEOPRENE 1</b>	<b>NEOPRENE 2</b>
<b>h (m)</b>	0,024	0,024
<b>Gn (kPa)</b>	1000	1000
<b>a0 (m)</b>	0,6	0,6
<b>b0 (m)</b>	0,45	0,45
<b>RIGIDEZ DO NEOPRENE (kN/m)</b>	11250	11250

<b>NÚMERO DE PILARES</b>	4				
<b>ELEMENTO</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO</b>	<b>COMPRIMENTO (m)</b>	<b>GEOMETRIA (CIRCULAR OU RETANGULAR)</b>	<b>DIMENSÃO EM X (m)</b>	<b>DIMENSÃO EM Y (m)</b>
PILAR	1	3	CIRCULAR	0,6	0,6
PILAR	2	3	CIRCULAR	0,6	0,6
PILAR	3	3	CIRCULAR	0,6	0,6
PILAR	4	3	CIRCULAR	0,6	0,6

<b>ÁREA (m<sup>2</sup>)</b>	<b>INÉRCIA EM X (m<sup>4</sup>)</b>	<b>INÉRCIA EM Y (m<sup>4</sup>)</b>	<b>PRESENÇA DE NEOPRENE (SIM1, SIM2 OU NÃO)</b>	<b>RIGIDEZ NA DIREÇÃO LONGITUDINAL DO PILAR (kN/m)</b>	<b>RIGIDEZ NA DIREÇÃO LONGITUDINAL DO PILAR + NEOPRENE (kN/m)</b>
0,2827433	0,006361725	0,006361725	SIM1	17702,53312	6878,620837
0,2827433	0,006361725	0,006361725	SIM1	17702,53312	6878,620837
0,2827433	0,006361725	0,006361725	SIM1	17702,53312	6878,620837
0,2827433	0,006361725	0,006361725	SIM1	17702,53312	6878,620837

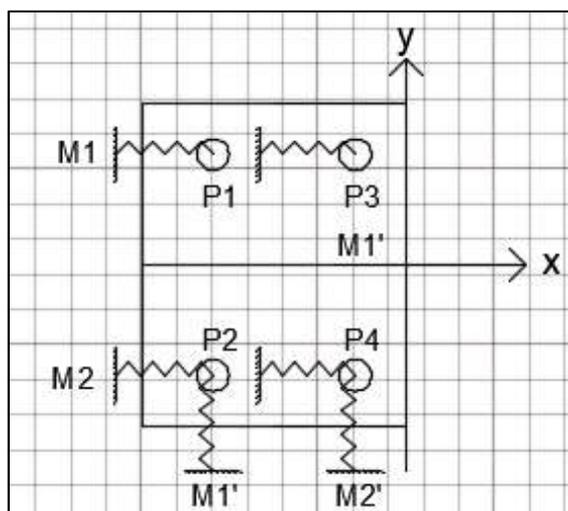
Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

### 2.5.2 Molas

Para o estudo aqui desenvolvido considerou-se o tabuleiro como uma placa com comportamento de corpo rígido, ou seja, com rigidez infinita no seu plano. Desta forma o tabuleiro possui apenas movimentos de corpo rígido: translação (em torno dos eixos x e y) e rotação (em torno do eixo z).

Longitudinalmente e transversalmente, considerou-se os pilares como molas que restringem a livre movimentação do tabuleiro. A distribuição das molas no plano do tabuleiro é representada na Figura 10.

Figura 10 – Posição das molas consideradas no plano do tabuleiro



Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Abordou-se, anteriormente, a rigidez de cada mola  $M_i$ , pois esta possui valor igual ao calculado para a rigidez longitudinal do pilar somado ao aparelho de apoio. Desta forma, esta é calculada automaticamente. A nomenclatura das molas  $M_i$  ( $M_1$ , por exemplo) é feita de cima para baixo e da esquerda para a direita, como os pilares isolados.

Na direção transversal da ponte, o conjunto pilares e vigas de ligação também podem ser consideradas como molas. A partir da interação do pórtico que se forma nesta direção e os aparelhos de apoio, o valor da rigidez é dado por:

$$k' = (k_{\text{pórtico}} \cdot (2 \cdot k_n)) / (k_{\text{pórtico}} + (2 \cdot k_n)) \quad (2.43)$$

É necessário informar a planilha o valor da rigidez de cada mola  $M_i'$ . Este valor pode ser obtido a partir da aplicação de uma força unitária estática no topo do pórtico com a extração do deslocamento provocado no mesmo ponto. O valor da rigidez será obtido pela expressão:

$$k_{\text{pórtico}} = 1/(\text{deslocamento do pórtico}) \quad (2.44)$$

A nomenclatura das molas  $M_i'$  ( $M_1'$ , por exemplo) é feita da esquerda para a direita.

As componentes da força provocada por cada mola nas direções longitudinal (direção 1) e transversal (direção 2) da ponte e o momento que surge na origem do eixo (localizado no centro de gravidade do tabuleiro) serão<sup>3</sup>:

$$F_{i,1} = k_i.(d_1.t_{i,1}^2 + d_2.t_{i,1}.t_{i,2} + d_3.t_{i,1}.t_{i,3}) \quad (2.45)$$

$$F_{i,2} = k_i.(d_1.t_{i,1}.t_{i,2} + d_2.t_{i,2}^2 + d_3.t_{i,2}.t_{i,3}) \quad (2.46)$$

$$F_{i,3} = k_i.(d_1.t_{i,1}.t_{i,3} + d_2.t_{i,2}.t_{i,3} + d_3.t_{i,3}^2) \quad (2.47)$$

$$t_{i,1} = \cos(\alpha_i) \quad (2.48)$$

$$t_{i,2} = \sin(\alpha_i) \quad (2.49)$$

$$t_{i,3} = x_i.\sin(\alpha_i) - y_i.\cos(\alpha_i) \quad (2.50)$$

Onde:

$d_1$  é o deslocamento na direção longitudinal;

$d_2$  é o deslocamento na direção transversal;

$d_3$  é a rotação em z;

$\alpha_i$  é o ângulo formado entre a horizontal e o eixo de aplicação da força da mola no sentido anti-horário;

$x_i$  e  $y_i$  são as coordenadas em relação a origem do sistema, adotado, neste caso, no centro de gravidade do tabuleiro.

---

<sup>3</sup> A dedução destas equações pode ser encontrada em Mota (2009)

As células ELEMENTO e IDENTIFICAÇÃO são preenchidas durante a aplicação dos pilares na aba informações gerais. São inseridos assim apenas os valores de  $x_i$ ,  $y_i$  e  $\alpha_i$  para que sejam gerados os coeficientes, que foram abordados anteriormente, juntamente com o somatório destes para posterior desenvolvimento da matriz de rigidez.

Figura 11 – Aba molas responsáveis pela rigidez longitudinal

MOLAS RESPONSÁVEIS PELA RIGIDEZ LONGITUDINAL								
ELEMENTO	IDENTIFICAÇÃO	$X_i$ EM RELAÇÃO AO CG DO TABULEIRO (m)	$Y_i$ EM RELAÇÃO AO CG DO TABULEIRO (m)	$\alpha_i$ EM RELAÇÃO A HORIZONTAL ( $^\circ$ )	KI DA MOLLA (kN/m)	$t_{i,1}$	$t_{i,2}$	$t_{i,3}$
MOLA	1	-10	2,1	0	6878,62	1	0	-2,1
MOLA	2	-10	-2,1	0	6878,62	1	0	2,1
MOLA	3	10	2,1	0	6878,62	1	0	-2,1
MOLA	4	10	-2,1	0	6878,62	1	0	2,1

$\Sigma Ki.t_{i,1}$	$\Sigma Ki.t_{i,1}.t_{i,2}$	$\Sigma Ki.t_{i,1}.t_{i,3}$	$\Sigma Ki.t_{i,2}.t_{i,1}$	$\Sigma Ki.t_{i,2}^2$	$\Sigma Ki.t_{i,2}.t_{i,3}$	$\Sigma Ki.t_{i,3}.t_{i,1}$	$\Sigma Ki.t_{i,3}.t_{i,2}$	$\Sigma Ki.t_{i,3}^2$
27514,5	0	0	0	0	0	0	0	121339

$Ki.t_{i,1}$	$Ki.t_{i,1}.t_{i,2}$	$Ki.t_{i,1}.t_{i,3}$	$Ki.t_{i,2}.t_{i,1}$	$Ki.t_{i,2}^2$	$Ki.t_{i,2}.t_{i,3}$	$Ki.t_{i,3}.t_{i,1}$	$Ki.t_{i,3}.t_{i,2}$	$Ki.t_{i,3}^2$
6878,62	0	-14445,1	0	0	0	-14445,1	0	30334,7
6878,62	0	14445,1	0	0	0	14445,1	0	30334,7
6878,62	0	-14445,1	0	0	0	-14445,1	0	30334,7
6878,62	0	14445,1	0	0	0	14445,1	0	30334,7

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Figura 12 – Aba molas responsáveis pela rigidez transversal

MOLAS RESPONSÁVEIS PELA RIGIDEZ TRANSVERSAL								
ELEMENTO	IDENTIFICAÇÃO	XI EM RELAÇÃO AO CG DO TABULEIRO (m)	YI EM RELAÇÃO AO CG DO TABULEIRO (m)	αI EM RELAÇÃO A HORIZONTAL (°)	KI DA MOLLA (kN/m)	ti,1	ti,2	ti,3
MOLA	1'	-10	-2,1	90	19415,42	6,12E-17	1	-10
MOLA	2'	10	-2,1	90	19415,42	6,12E-17	1	10

ΣKi.ti,1	ΣKi.ti,1.ti,2	ΣKi.ti,1.ti,3	ΣKi.ti,2.ti,1	ΣKi.ti,2	ΣKi.ti,2.ti,3	ΣKi.ti,3.ti,1	ΣKi.ti,3.ti,2	ΣKi.ti,3
1,5E-28	2,38E-12	0	2,38E-12	38830,8	0	0	0	3883085

Ki.ti,1	Ki.ti,1.ti,2	Ki.ti,1.ti,3	Ki.ti,2.ti,1	Ki.ti,2	Ki.ti,2.ti,3	Ki.ti,3.ti,1	Ki.ti,3.ti,2	Ki.ti,3
7,3E-29	1,19E-12	-1,19E-11	1,19E-12	19415,4	-194154,2	-1,19E-11	-194154,2	1941542
7,3E-29	1,19E-12	1,19E-11	1,19E-12	19415,4	194154,2	1,19E-11	194154,2	1941542

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

### 2.5.3 Análise modal

Fez-se a extração das frequências e modos de vibração da estrutura a partir das seguintes equações<sup>4</sup>:

$$\det \left| K - \omega_{n_j}^2 M \right| = 0 \quad (2.51)$$

$$K \phi_j = \omega_{n_j}^2 M \phi_j \quad (2.52)$$

<sup>4</sup> A dedução destas equações pode ser encontrada em Lima e Silva (2008).

Onde:

$w_{nj}$  representa uma frequência circular genérica da estrutura;

$f_j$  representa um modo de vibração genérico da estrutura;

$M$  representa a matriz de massa da estrutura;

$K$  representa a matriz de rigidez da estrutura.

### 2.5.3.1 Matriz de massa ( $M$ )

Como exposto por Lima e Santos (2008), “[...] o termo genérico  $M_{i,j}$  da matriz de massa representa a força na direção do grau de liberdade  $i$  quando é imposta uma aceleração unitária na direção do grau de liberdade  $j$ . ” Obteve-se uma matriz 3x3 (devido ao número de graus de liberdade considerado), diagonal e simétrica, onde os valores da diagonal principal são dados por:

$$m_{11} = m_{22} = \text{peso total (N)} / \text{aceleração da gravidade} \quad (2.53)$$

$$m_{33} = \text{inércia de massa total} \quad (2.54)$$

Os outros termos da matriz são iguais a zero.

### 2.5.3.2 Matriz de rigidez ( $K$ )

A matriz de rigidez, como a de massa, será 3x3, diagonal e simétrica. Os valores dos seus coeficientes são dados a partir das seguintes equações, provenientes do equilíbrio das forças que agem na estrutura devido às molas<sup>5</sup>:

$$F_1 = \Sigma F_{i,1} = \Sigma [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1}^2 + d_2 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2} + d_3 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3})] \quad (2.55)$$

$$F_1 = \Sigma F_{i,2} = \Sigma [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2} + d_2 \cdot t_{i,2}^2 + d_3 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3})] \quad (2.56)$$

$$F_1 = \Sigma F_{i,3} = \Sigma [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3} + d_2 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3} + d_3 \cdot t_{i,3}^2)] \quad (2.57)$$

Desta forma os coeficientes serão dados por:

---

<sup>5</sup> Mota (2009)

$$K_{11} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,1}^2) \quad (2.58)$$

$$K_{22} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,2}^2) \quad (2.59)$$

$$K_{33} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,3}^2) \quad (2.60)$$

$$K_{12} = K_{21} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2}) \quad (2.61)$$

$$K_{13} = K_{31} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3}) \quad (2.62)$$

$$K_{23} = K_{32} = \Sigma(k_i \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3}) \quad (2.63)$$

### 2.5.3.3 Polinômio característico

Desenvolvendo-se a equação 2.51, chega-se ao polinômio característico com ordem igual ao número de graus de liberdade em estudo. Este polinômio possibilita conhecer as frequências circulares do sistema considerado. Para o estudo aqui desenvolvido o polinômio é dado por:

$$a \cdot \lambda^3 + b \cdot \lambda^2 + c \cdot \lambda + d = 0 \quad (2.64)$$

Os coeficientes a, b, c e d são obtidos pelas expressões:

$$(-m_{11} \cdot m_{22} \cdot m_{33}) \cdot \lambda^3 \quad (2.65)$$

$$(K_{11} \cdot m_{22} \cdot m_{33} + K_{22} \cdot m_{11} \cdot m_{33} + K_{33} \cdot m_{11} \cdot m_{22}) \cdot \lambda^2 \quad (2.66)$$

$$(-K_{11} \cdot K_{22} \cdot m_{33} - K_{11} \cdot K_{33} \cdot m_{22} - K_{22} \cdot K_{33} \cdot m_{11} + K_{13}^2 \cdot m_{22} + K_{23}^2 \cdot m_{11} + K_{12}^2 \cdot m_{33}) \cdot \lambda \quad (2.67)$$

$$K_{11} \cdot K_{22} \cdot K_{33} + 2 \cdot K_{12} \cdot K_{23} \cdot K_{13} - K_{13}^2 \cdot K_{22} - K_{23}^2 \cdot K_{11} - K_{12}^2 \cdot K_{33} \quad (2.68)$$

Para encontrar as incógnitas da equação usam-se as relações de Girard:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = -b/a \quad (2.69)$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_1 \cdot \lambda_3 + \lambda_2 \cdot \lambda_3 = c/a \quad (2.70)$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = -d/a \quad (2.71)$$

Onde  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  são as raízes da equação (frequências circulares da estrutura).

Para a resolução da equação 2.51 na planilha utilizou-se a ferramenta Solver. Para isto, após selecionar a ferramenta, é necessário carregar o cenário salvo entre as células G16 e G22. Facilitou-se desta maneira a inserção de dados para cada nova ponte que se deseja estudar, pois não é necessário montar novamente todas as condições para o cenário.

Após este procedimento, solucionam-se as incógnitas da equação, o que possibilita encontrar, em seguida, os modos de vibração, ligados a cada frequência, utilizando a equação 2.52. Novamente utilizou-se o mesmo procedimento descrito para a ferramenta solver no parágrafo anterior. Para isto, salvou-se o cenário para os três primeiros modos de vibração em K41 a K45, K57 a K61 e K73 a K77.

Figura 13 – Aba análise modal – Resolução das frequências

MATRIZES						
MATRIZ DE RIGIDEZ			MATRIZ DE MASSA			
27514483,35	2,37E-09	0	337178,38	0	0	
2,37E-09	38830846,36	0	0	337178,38	0	
0	0	4004423508	0	0	27712047,9	
POLINÔMIO CARACTERÍSTICO						
-3,15E+18	a	$\lambda^3$				
1,078E+21	b	$\lambda^2$				
-1,19E+23	c	$\lambda$				
4,27E+24	d					
VALORES DE REFERÊNCIA PARA O SOLVER			MODELO SALVO NO SOLVER			
RESOLUÇÃO PARA UMA RAIZ (X1)		0	DADOS	VERDADEIRO		
I	341,26	341,26		3	FALSO	
II	37830,59	37830,59		VERDADEIRO	FALSO	
III	1357969,87	1357969,87		32767	0	
FREQUÊNCIAS NATURAIS						
$\omega_1$ (rad/s)	9,03	T1 (s)		0,69	f1 (Hz)	1,43
$\omega_2$ (rad/s)	10,73	T2 (s)	0,58	f2 (Hz)	1,70	
$\omega_3$ (rad/s)	12,02	T3 (s)	0,52	f3 (Hz)	1,91	

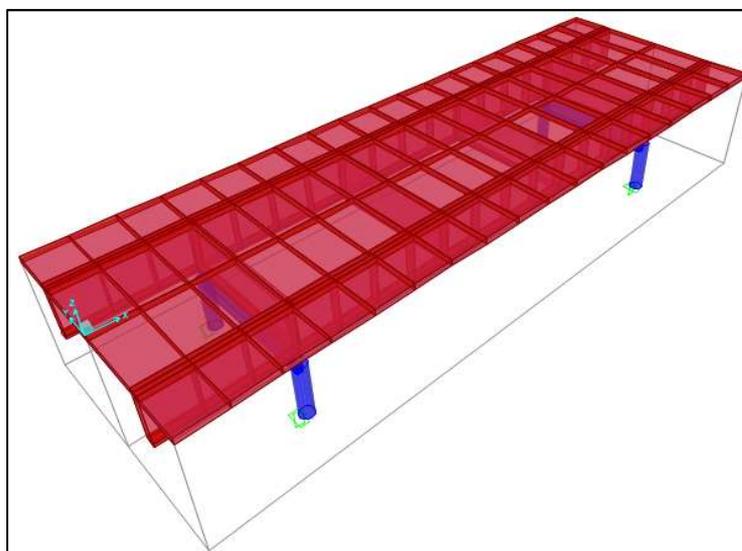
Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Pontes analisadas

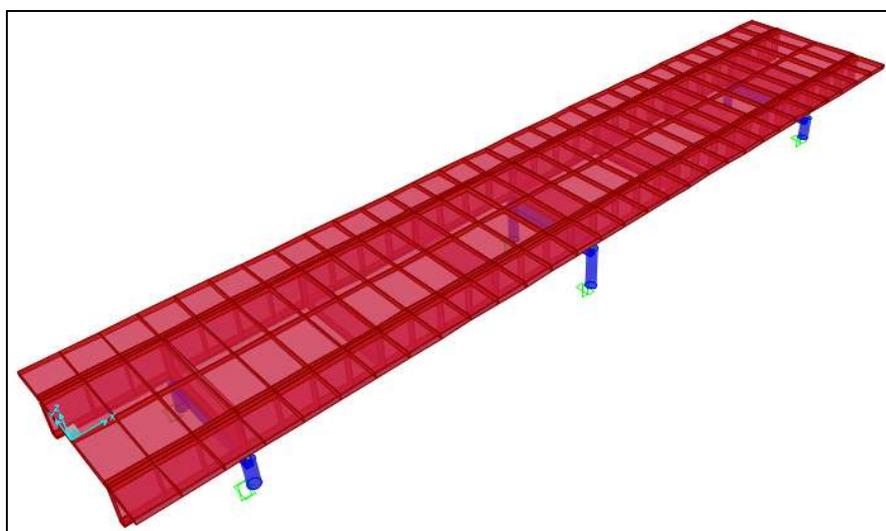
Analisou-se dois tipos de pontes de concreto armado, nomeadas como tipo 1 (vão de 20 metros e balanços de 5 metros, totalizando 30 metros de comprimento total) e tipo 2 (dois vãos de 20 metros e balanços de 5 metros, totalizando 50 metros de comprimento total). Apresenta-se o aspecto geral destas na Figura 14 e na Figura 15, respectivamente.

Figura 14 – Pontes tipo 1



Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

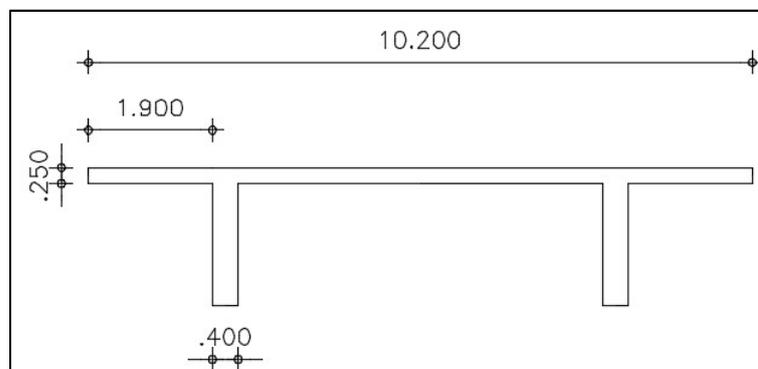
Figura 15 – Pontes tipo 2



Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Os dois tipos possuem a mesma seção transversal apresentada na Figura 16 (dimensões em metros).

Figura 16 – Seção transversal considerada



Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Estudou-se três configurações diferentes de pilares por tipo. Para o tipo 1, os valores são apresentados na Tabela 10. Para os três casos, os pilares recebem em sua extremidade superior um aparelho de apoio de neoprene com: altura de borracha de 2,4 cm; base de 45 cm x 60 cm; módulo de elasticidade transversal ( $G_n$ ) de 1000 kN/m<sup>2</sup>. As transversinas do apoio possuem seção de 0,30 m x 1,63 m e as do vão (duas por vão) 0,25 m x 1,68 m. Os pilares são distanciados de 6 m no sentido transversal, possuindo uma viga de ligação com seção de 0,25 m x 1 m.

Tabela 10 – Pilares e seus respectivos diâmetros (tipo 1)

Casos	Altura dos pilares (m)	Diâmetro dos pilares (m)
1.1	3	0,6
1.2	5	0,7
1.3	7	0,8

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Para o tipo 2, os valores são apresentados na Tabela 11. Para os três casos, os pilares extremos e recebem em sua extremidade superior um aparelho de apoio de neoprene com: altura de borracha de 3,2 cm; base de 45 cm x 60 cm; módulo de elasticidade transversal ( $G_n$ ) de 1000 kN/m<sup>2</sup>. Para os aparelhos de apoio localizados nos pilares centrais, mudou-se apenas a base para 50 cm x 60 cm. As transversinas do apoio possuem seção de 0,30 m x 1,63 m e as do vão (duas por vão) 0,25 m x 1,58 m. A distância entre os pilares no sentido transversal e as dimensões das vigas de ligação são as mesmas presentes nas pontes tipo 1.

Tabela 11 – Pilares e seus respectivos diâmetros (tipo 2)

Casos	Altura dos pilares extremos (m)	Altura dos pilares centrais (m)	Diâmetro dos pilares (m)
2.1	2	3	0,6
2.2	3,5	5	0,7
2.3	5	7	0,8

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Os pilares foram considerados engastados em suas bases. O concreto utilizado possui  $F_{ck}$  de 20 MPa.

### 3.2 Regiões escolhidas

A partir da caracterização a partir do zoneamento sísmico fornecido pela NBR-15421 (2006) e dos estudos de Santos et al. (2010), que aponta parte da região Nordeste, Norte e Centro-Oeste como regiões de maior atividade sísmica no país, definiu-se as acelerações sísmicas horizontais ( $a_g$ ) extremas de cada zona onde estas estão presentes (0,05g, 0,10g e 0,15g, respectivamente) para a construção do espectro de resposta utilizado na análise dinâmica desenvolvida.

O tipo de solo escolhido para a definição dos coeficientes  $C_a$  e  $C_v$  foi rocha (classe B).

### 3.3 Análise

Não é possível a aplicação direta da NBR-15421 (2006) para o estudo destas obras. Torna-se assim necessária a utilização de normas internacionais que contemplem estas situações específicas possibilitando a avaliação. Assim, o EUROCODE 8 (2005) serviu como apoio para a aplicação da ação sísmica, utilizando seus conceitos de acordo com as situações encontradas e informadas na norma brasileira.

Utilizou-se, desta maneira, os coeficientes  $\gamma_I$  e  $q$ , pelos motivos citados anteriormente, para aumento e redução, respectivamente, dos esforços produzidos pela aplicação do espectro de resposta da NBR-15421 (2006) da mesma maneira como são aplicados os coeficientes I e R. Considerou-se o valor de  $\gamma_I$  igual a 1,0, classe de importância média.

Appleton (2013, p. 734) afirma que, “[...] Nos casos em que a estrutura se localiza em zonas de baixa sismicidade, não se justifica explorar ductilidades elevadas, não só pelo fato da ação ser baixa como, também, pelo facto do dimensionamento ser, em geral, condicionado pela ação do vento.” Desta forma, utilizou-se o fator  $q$  igual a 1,50, sendo este o limite máximo para a consideração de ductilidade limitada segundo o EUROCODE 8 (2005). Isto foi feito buscando-se avaliar condições de detalhamento usual, mas com certa capacidade dúctil, pois mesmo que o comportamento seja essencialmente elástico, as estruturas apresentam sempre, segundo Appleton (2013, p.749), “[...] sobrerresistências associadas à diferença entre as resistências de cálculo e as resistências reais e à pormenorização de armaduras que conduz, em geral, a quantidades de armadura superiores às efetivamente necessárias.” Foi verificado se esta consideração é suficiente para que os efeitos do vento sejam predominantes, a partir da avaliação da força total na base gerada por cada ação.

O valor característico da ação do vento, ação considerada de forma estática para a aplicação nas estruturas em estudo, foi considerado igual a  $1 \text{ kN/m}^2$ , na área compreendida entre o comprimento total da ponte e a base das longarinas até 2 metros acima da pista de rolamento. Esta ação foi majorada, para efeito de comparação, pelo valor de 1,4, situação que considera esta como ação variável principal na combinação última normal. Aplicou-se a ação sísmica sem nenhum coeficiente de majoração, situação encontrada na combinação última excepcional.

Tanto o vento como o sismo foram aplicados apenas no sentido transversal das pontes. Para a aplicação da análise dinâmica por espectro de resposta, escolhida no caso sísmico, foram utilizados os três primeiros modos de vibração, combinados pelo método CQC, seguindo as recomendações relativas a massa efetiva durante a análise. Considerou-se apenas o peso próprio da estrutura, sem contabilizar a presença de guarda-rodas e pavimento, por exemplo, ou alguma parcela de ações acidentais. O módulo de elasticidade do concreto durante as análises foi considerado igual ao módulo de elasticidade inicial do mesmo.

Efetou-se as análises em modelos numéricos de elementos finitos, representando o sistema estrutural completo da ponte, no software comercial CSI BRIDGE. Paralelamente, modelos dinâmicos simplificados com três graus de liberdade foram testados com uso de planilhas de cálculo para verificar sua capacidade de oferecer uma boa resposta para o problema. Para a verificação dos resultados fornecidos pela consideração do modelo simplificado aplicado na construção da planilha, estes foram comparados com os valores dos períodos relativos aos três primeiros modos extraídos pelo software.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

### 4.1 Comparação entre a ação sísmica e o vento

Para as pontes em estudo, os valores das forças totais na base, no sentido transversal, geradas por cada ação no programa CSI BRIDGE podem ser verificadas na Tabela 12 e Tabela 13 e nos Gráficos 4 e 5.

Tabela 12 - Forças totais na base - Pontes tipo 1

Casos	Vento (kN)	Espectro de resposta – 0,05g (kN)	Espectro de resposta - 0,10g (kN)	Espectro de resposta – 0,15g (kN)
1.1	174,3	193,68	387,36	581,03
1.2	174,3	176,09	352,18	528,26
1.3	174,3	161	322,01	483,01

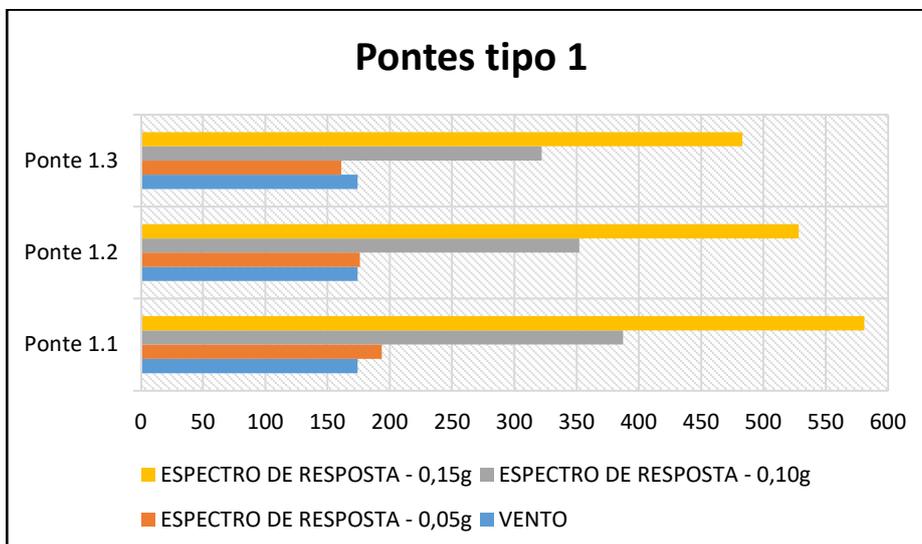
Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 13 – Forças totais na base – Pontes tipo 2

Casos	Vento (kN)	Espectro de resposta – 0,05g (kN)	Espectro de resposta - 0,10g (kN)	Espectro de resposta – 0,15g (kN)
2.1	290,5	279,84	556,68	839,52
2.2	290,5	266,14	532,28	798,42
2.3	290,5	252,82	505,63	758,45

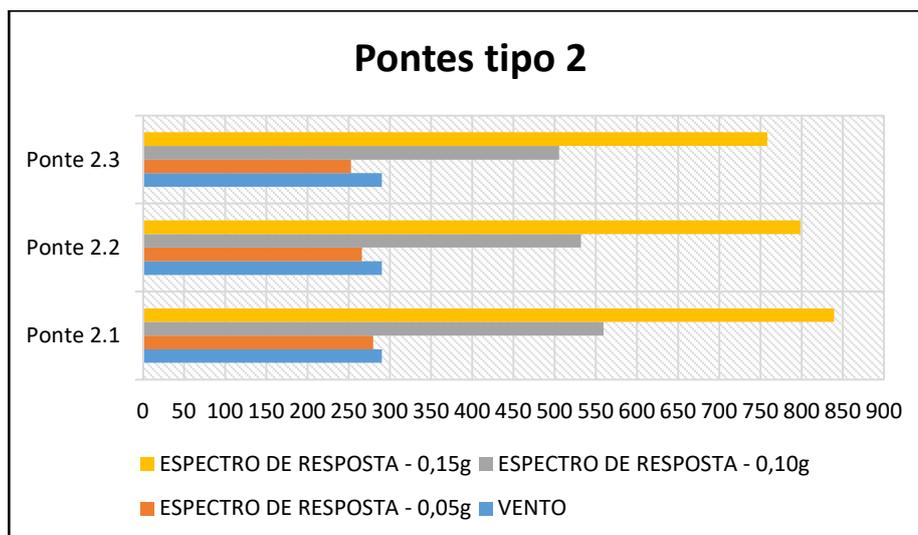
Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Gráfico 4 – Forças totais na base (kN) – Pontes tipo 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Gráfico 5 – Forças totais na base (kN) – Pontes tipo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Para as pontes tipo 1 e 2, as ações sísmicas foram superiores ao vento em praticamente todos os casos em estudo. Estas superaram àquelas apenas nos casos 1.3, 2.1, 2.2 e 2.3, durante a aplicação do espectro de resposta - 0,05g. Pode-se observar a proximidade de valores obtidos com este espectro e a ação do vento e é possível inferir que um adequado detalhamento, que busque garantir condições de boa ductilidade nos pilares, é suficiente para a segurança em relação a ação sísmica em zonas como a 0 e 1 (grande parte do país).

Destaca-se os valores obtidos durante aplicação do espectro de resposta com aceleração de 0,10g e 0,15g. Para estas zonas (zona 3 e 4) e parte da zona 2, a influência sísmica é bastante superior à do vento (locais com maior sismicidade do país). Torna-se assim necessário um maior controle na execução do projeto destas estruturas, com a inclusão de mecanismos que garantam um melhor comportamento sísmico como: formação de rótulas plásticas nos pilares, introdução de equipamentos dissipadores de energia, isolamento da base do tabuleiro.

Nota-se também a redução da influência sísmica com o aumento da altura da estrutura. Devido ao aumento dos pilares, há uma diminuição da rigidez da ponte sem o aumento considerável da massa da estrutura, e conseqüente aumento do período fundamental desta (o que provoca menores acelerações).

#### 4.2 Verificação da planilha de cálculo

Em todas as análises efetuadas é possível perceber a grande influência dos três primeiros modos de vibração. Em todos os casos, estes foram suficientes para suprir as exigências de inclusão de pelo menos 90% da massa total da ponte durante os cálculos. Na Tabela 14 são expostos os somatórios dos fatores de participação modal extraídos do programa CSI BRIDGE em cada sentido para cada caso estudado.

Tabela 14 – Fatores de participação de massa

<b>Ponte</b>	<b>Sentido longitudinal</b>	<b>Sentido transversal</b>	<b>Rotação em Z</b>
1.1	0,985	0,976	0,970
1.2	0,990	0,977	0,972
1.3	0,965	0,955	0,943
2.1	0,981	0,977	0,971
2.2	0,983	0,974	0,966
2.3	0,976	0,964	0,960

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

As tabelas abaixo trazem o resultado obtido durante a análise efetuada na planilha de cálculo e CSI BRIDGE. É possível perceber a proximidade dos valores a partir dos pequenos erros entre estes (menores que 10%), o que demonstra a possibilidade de utilização deste tipo de modelagem simplificada. É importante destacar o aumento dos erros com o aumento da altura dos pilares.

Tabela 15 – Ponte 1.1

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	0,696	Longitudinal	0,717	Longitudinal	2,99
T <sub>2</sub>	0,585	Transversal	0,600	Transversal	2,41
T <sub>3</sub>	0,523	Rotação em Z	0,527	Rotação em Z	0,74

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 16 – Ponte 1.2

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	0,875	Longitudinal	0,907	Longitudinal	3,57
T <sub>2</sub>	0,643	Transversal	0,670	Transversal	4,09
T <sub>3</sub>	0,576	Rotação em Z	0,591	Rotação em Z	2,55

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 17 – Ponte 1.3

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	1,025	Longitudinal	1,067	Longitudinal	3,86
T <sub>2</sub>	0,696	Transversal	0,749	Transversal	7,08
T <sub>3</sub>	0,625	Rotação em Z	0,661	Rotação em Z	5,48

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 18 – Ponte 2.1

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	0,728	Longitudinal	0,750	Longitudinal	2,89
T <sub>2</sub>	0,672	Transversal	0,692	Transversal	2,87
T <sub>3</sub>	0,601	Rotação em Z	0,614	Rotação em Z	2,18

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 19 – Ponte 2.2

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	0,832	Longitudinal	0,861	Longitudinal	3,33
T <sub>2</sub>	0,704	Transversal	0,733	Transversal	3,86
T <sub>3</sub>	0,620	Rotação em Z	0,640	Rotação em Z	2,99

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

Tabela 20 – Ponte 2.3

<b>Período</b>	<b>Planilha (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>CSI BRIDGE (s)</b>	<b>Sentido principal do modo</b>	<b>Erro (%)</b>
T <sub>1</sub>	0,926	Longitudinal	0,961	Longitudinal	3,58
T <sub>2</sub>	0,736	Transversal	0,781	Transversal	5,76
T <sub>3</sub>	0,641	Rotação em Z	0,672	Rotação em Z	4,58

Fonte: Elaborada pelo autor (2017).

## 5 CONCLUSÃO

O estudo desenvolvido neste projeto de graduação possibilitou verificar a influência da ação sísmica no projeto final de pontes de concreto armado. Verificou-se que, nas regiões de maior sismicidade do país, esta ação é significativa e não pode ser desprezada por completo. Além disto, verificou-se a possibilidade de utilização de um modelo simplificado com três graus de liberdade para representação dos modelos de pontes aqui apresentados, com a presença de erros entre os valores obtidos com a planilha desenvolvida e um modelo computacional, construído a partir de elementos finitos, menores que 10%.

Para as zonas 0 e 1 verificou-se que a presença de um detalhamento da estrutura essencialmente elástico, mas com ductilidade que, em geral, é garantida atualmente por processos como diminuição das resistências dos materiais durante os cálculos e o detalhamento especial das armaduras, é, na maioria dos casos estudados, suficiente para a acomodação da ação sísmica. Para as zonas 4, 3 e parte da 2, estas ações devem ser analisadas com maior critério, pois são bem mais influentes do que o vento no projeto final da estrutura. Assim, uma futura adequação da norma brasileira deve estabelecer requisitos obrigatórios para a devida segurança das obras nestes locais, levando em consideração aspectos como localização dos mecanismos para dissipação de energia, necessidade da presença de amortecedores viscosos em casos mais extremos (obras localizadas na zona 4), por exemplo.

Sugere-se, para trabalhos futuros, analisar o comportamento de pontes com ligação monolítica do tabuleiro com a mesoestrutura. Além disto, observar o comportamento das fundações da estrutura, a partir da representação da deformabilidade destas considerando a interação solo-estrutura. Outro ponto importante é a análise de situações em que ocorra a defasagem de tempo na aplicação da ação sísmica em cada fundação, situação típica de pontes de grande porte.

## REFERÊNCIAS

- APPLETON, Júlio. **Estruturas de betão**. 1. ed. Lisboa: Orion, 2013.
- ARAI, Ana. **Estudo comparativo de normas de projetos de estruturas resistentes a sismos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), **NBR 15421, Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2006
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), **NBR 6118, Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), **NBR 7187, Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003
- ASSUMPCÃO, Marcelo. et al. Terremotos no Brasil: Preparando-se para eventos raros. **Boletim SBGF**. N 96, p. 25, 2016.
- CAROLINE, Luana. **Placas tectônicas**. Disponível em:<  
<https://www.todoestudo.com.br/geografia/placas-tectonicas>>. Acesso em: 06 junho 2017.
- DANTAS, Raul Omar de Oliveira. **Subsídios para o projeto de estruturas sismo resistentes**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, **EN 1998-1:2004 – Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings**, ECS. Brussels, 2004.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, **EN 1998-2:2005 – Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 2: Bridges**, ECS. Brussels, 2005.
- LIMA, Silvio S.; SANTOS, Sérgio Hampshire C. **Análise dinâmica das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2009. 192 p.
- MOTA, J.E. **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- PAZ, Mario; LEIGH, William. **Structural dynamics: Theory and computation**. 5. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- SAND, George. Sismicidade do Brasil. **Boletim SBGF**, 2016. Entrevista concedida a Bruna Vaz Mattos.

SANTOS, S. H. C.; LIMA, S. S. Estimativa do impacto no projeto de edificações da proposta de norma brasileira de sismos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 48., 2006, Rio de Janeiro. **Anais do 48º Congresso Brasileiro do Concreto**. Rio de Janeiro: IBRACON, 2006.

SANTOS, S. H. C. et al. Impacto econômico da consideração das forças sísmicas no projeto de uma ponte no nordeste brasileiro. In: II CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 2., 2007, Rio de Janeiro. **II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**. Rio de Janeiro: ABPE, 2007.

SANTOS S. H. C.; LIMA S. S; SILVA F. C. M. Risco sísmico na região nordeste do Brasil. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, vol. 3, n. 3, p. 374-389, set. 2010.

SORIANO, Humberto Lima. **Introdução à dinâmica das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

REDE SISMOGRÁFICA BRASILEIRA. **Boletim sísmico brasileiro**. Disponível em:< [http://www.rsbr.gov.br/catalogo\\_sb.html](http://www.rsbr.gov.br/catalogo_sb.html)>. Acesso em: 10 abril 2017.

SUCUOĞLU, Halûk; AKKAR, Sinan. **Basic earthquake engineering: From seismology to analysis and design**. 1. ed. Switzerland: Springer International Publishing, 2014.

VELOSO, Alberto. Os surpreendentes terremotos intraplaca. **Boletim SBGF**. N 96, p. 10, 2016.