

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ CENTRO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RENAN ALMEIDA DO NASCIMENTO BARROSO

CONTROLE DE TORQUE *SENSORLESS* DE UM MOTOR DE INDUÇÃO COM INJEÇÃO DE SINAL DE ALTA FREQUÊNCIA NO EIXO DE QUADRATURA.

FORTALEZA

2017

RENAN ALMEIDA DO NASCIMENTO BARROSO

CONTROLE DE TORQUE *SENSORLESS* DE UM MOTOR DE INDUÇÃO COM INJEÇÃO DE SINAL DE ALTA FREQUÊNCIA NO EIXO DE QUADRATURA.

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. -Ing Tobias Rafael Fernandes Neto

FORTALEZA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Universidade Federal do Ceará Biblioteca Universitária Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B285c Barroso, Renan Almeida do Nascimento.

Controle de Torque Sensorless de um Motor de Indução com Injeção de Sinal de Alta Frequência no Eixo de Quadratura. / Renan Almeida do Nascimento Barroso. – 2017. 79 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2017. Orientação: Prof. Dr. Tobias Rafael Fernandes Neto.

1. Motor de Indução. Robótica. Controle por Campo Orientado sem Sensores. Injeção de Sinal.. I. Título. CDD 621.3

RENAN ALMEIDA DO NASCIMENTO BARROSO

CONTROLE DE TORQUE *SENSORLESS* DE UM MOTOR DE INDUÇÃO COM INJEÇÃO DE SINAL DE ALTA FREQUÊNCIA NO EIXO DE QUADRATURA.

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. -Ing Tobias Rafael Fernandes Neto (Orientador) Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Prof. Paulo Peixoto Praça Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dr. Antônio Barbosa de Souza Júnior Membro Externo

RESUMO

Neste trabalho, foi investigado um método de controle *sensorless* baseado na injeção de um sinal de tensão de alta frequência para o controle de um motor de indução. Um motor de 1,5*cv* foi utilizado nos testes, acionado por um inversor comercial de acordo com o método de Controle por Campo Orientado.

Observações experimentais indicaram que uma modificação na direção espacial da injeção de sinal é vantajosa em relação à proposta original. As diferenças entre as estratégias foram modeladas matematicamente, assim como o mecanismo de modulação da impedância de alta frequência do circuito magnético da máquina.

Um algoritmo de identificação foi utilizado para determinar as características dinâmicas da extração e processamento do sinal injetado. Observou-se que a função de transferência encontrada possui um ganho estático sensível ao valor da corrente de quadratura do estator.

A técnica proposta foi aplicada em uma malha de controle de torque *sensorless*, permitindo que a máquina seguisse referências de degrau e rampa de torque enquanto o ângulo do fluxo do motor era determinado pelo método de estimação. O motor produziu um toque entre 1,0N.m e 2,5N.m com um erro angular de estimação próximo de 50° elétricos.

Palavras-chave: Motor de Indução. Robótica. Controle por Campo Orientado sem Sensores. Injeção de Sinal.

ABSTRACT

In the presented work, a sensorless method based on the injection of a high-frequency voltage signal was investigated. A 1.5*cv* motor was used as a testbed, driven by a commercial inverter according to the Field-Oriented Control method.

Experimental observations indicated that a modification on the spatial direction of the injection signal is advantageous when compared with the original proposed method. The differences between the strategies were modelled, as was the high-frequency impedance modulation mechanism of the machine's magnetic circuit.

An identification algorithm was used to determine the dynamical characteristics of the extraction and processing of the injected signal. It was observed that the identified transfer function presents a variable gain, which is sensible to the value of the stator quadrature current. A torque control loop was obtained successfully.

The poposed technique was applied to a sensorless torque control scheme, allowing the motor to follow step and torque references while the motor flux angle was calculated by the estimation method. The machine successfuly produced an output torque between 1,0N.m and 2,5N.m with an angular estimation error of about 50° (electrical).

Keywords: Induction Motors. Robotics. Sensorless Field-Oriented Control. Signal Injection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sensores necessários para o Controle por Campo Orientado	15
Figura 2 – Eixos de magnéticos das fases $a, b, c, \alpha \in \beta$	19
Figura 3 – Inversor trifásico.	22
Figura 4 – Tensões resultantes do acionamento do inversor.	23
Figura 5 – Sequência de acionamento de vetores de tensão	23
Figura 6 – Esquemático do método de controle por campo orientado	24
Figura 7 – Distribuição de fluxo magnético e sinal de tensão de injeção	26
Figura 8 – Decomposição vetorial da componente de alta frequência da corrente	27
Figura 9 – Esquemático do Controle por Campo Orientado com injeção de sinal de tensão.	27
Figura 10 – Estimador de ângulo.	29
Figura 11 – Espectros de frequência dos sinais de diferença de corrente	30
Figura 12 – Mapeamento entre os planos $s, z \in w$	31
Figura 13 – Relação entre as frequências nos planos <i>s</i> e <i>w</i>	32
Figura 14 – Equipamentos eletrônicos utilizados nos experimentos.	37
Figura 15 – Motor de testes, carga mecânica e sensor de torque	37
Figura 16 – Circuito de um canal da placa de sensoriamento	38
Figura 17 – Dados de aferição dos sensores de corrente.	39
Figura 18 – Acionamento para a obtenção das curvas de diferença de corrente	41
Figura 19 – Distribuição espacial da diferença de correntes.	41
Figura 20 – Método proposto de Controle por Campo Orientado com injeção de sinal de	
tensão.	43
Figura 21 – Circuito equivalente por fase do motor de indução	46
Figura 22 – Identificação da planta do eixo de quadratura da malha de corrente	50
Figura 23 – Diagrama de Bode da função de transferência identificada $(G_{d,mq})$	52
Figura 24 – Diagrama de Bode de $G_{d,mq}/(z-1)$	53
Figura 25 – Diagrama de Bode de $G_{d,mq}(z-z_c)/(z-1)$	53
Figura 26 – Resposta ao degrau do sistema compensado, com e sem filtro de referência.	54
Figura 27 – Resposta ao degrau do sistema compensado, com e sem filtro de referência	
para uma planta modificada	55
Figura 28 – Atraso da resposta do inversor ao comando do DSP	56
Figura 29 – Correção do tempo morto	56

Figura 30 – Diagrama de Bode dos filtros digitais.	58
Figura 31 – Identificação do modelo do eixo direto	59
Figura 32 – Identificação do modelo do eixo de quadratura	59
Figura 33 – Processamento da componente de alta frequência	60
Figura 34 – Modelagem do controle do processamento da componente de alta frequência.	60
Figura 35 – Diagramas de Bode das funções de estimação angular identificadas	61
Figura 36 – Diagrama de Controle por Campo Orientado com sensor de posição	64
Figura 37 – Resultado do experimento de operação com sensor mecânico	66
Figura 38 – Resultado do experimento de degrau	67
Figura 39 – Resultado do experimento de rampa	68
Figura 40 – Malha de controle sem e com ação anti- <i>windup</i>	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre os métodos de acionamento.	. 16	
Tabela 2 – Estados de chaveamento de um inversor trifásico. . <th .<<="" td=""><td>. 22</td></th>	<td>. 22</td>	. 22
Tabela 3 – Dados de placa do motor de teste.	. 36	
Tabela 4 – Dados de aferição dos sensores de corrente.	. 39	
Tabela 5 – Parâmetros do motor de indução analisado. .	. 48	
Tabela 6 – Coeficientes da função de estimação angular. .	. 62	
Tabela 7 – Valores numéricos dos coeficientes do filtro LPF. . Valores numéricos dos coeficientes do filtro LPF. .	. 79	
Tabela 8 – Valores numéricos dos coeficientes dos filtros BPF e PP. .	. 79	

LISTA DE SÍMBOLOS

$i_x(t)$	Corrente elétrica instantânea na fase x
\vec{n}_x	Vetor unitário alinhado com o eixo magnético da bobina x
N _{eff}	Número efetivo de espiras por fase
F _{MM}	Força Magnetomotriz
j	Unidade imaginária ($j = \sqrt{-1}$)
\overline{i}_{ref}	Referência da corrente de estator
αβ	Eixos do referencial estatórico
dq	Eixos do referencial de fluxo do secundário
xy	Eixos de um referencial arbitrário
ε	Ângulo arbitrário de rotação
r _s	Resistência de estator
r _r	Resistência de rotor
р	Operador diferencial no tempo
L_m	Indutância de magnetização
θ_r	Posição angular elétrica do rotor
L_s	Indutância total do estator
L _r	Indutância total do rotor
u_x	Tensão instantânea na fase x
$\vec{u^*}_{\alpha\beta}$	Tensão de referência
V _{cc}	Tensão do capacitor de saída
U_x	Vetores de modulação espacial de tensão ($x = 0, 60, 120, 180, 240, 300$)
$O_{000} O_{111}$	Vetores nulos de modulação espacial de tensão
$T_1 T_2$	Tempo de chaveamento de vetores de modulação espacial
T_0	Tempo de chaveamento de vetor nulo
Т	Tempo de chaveamento do sistema discreto
\bar{i}_{ref}	Referência de corrente do estator

$i_{d,ref}$	Referência de corrente do eixo direto do estator
$i_{q,ref}$	Referência de corrente do eixo de quadratura do estator
\overline{i}_{dq}	Corrente no estator, referencial dq
$\bar{i}_{lphaeta}$	Corrente no estator, referencial $\alpha\beta$
\bar{v}_{dq}	Tensão no estator, referencial dq
$\bar{v}_{\alpha\beta}$	Tensão no estator, referencial $\alpha\beta$
φ	Ângulo espacial do fluxo magnético total
φ_2	Ângulo espacial do fluxo magnético do secundário
T _{sec}	Constante de tempo do secundário
\bar{v}_{hf}	Tensão de injeção de alta frequência, referencial $\alpha\beta$
$\overline{i}_{lphaeta,lf}$	Componente de baixa frequência da corrente de estator
$\bar{i}_{lphaeta,lf}$	Componente de alta frequência da corrente de estator
Ω	Frequência angular do sinal de injeção
v_{hf}	Amplitude do sinal de injeção
θ	Ângulo espacial de injeção
$ar{\lambda}_e$	Eixo do fluxo magnético total
\overline{i}_{dqm}	Corrente no referencial dqm
Δi	Diferença de correntes
\overline{i}_{hf}	Componente de corrente de alta frequência
φerro	Erro de estimação
$ref_{\Delta i}$	Valor de convergência da diferença de correntes
k_p	Ganho proporcional
<i>k</i> _i	Ganho integrativo
S	Variável de Laplace
σ	Coeficiente de dispersão de Blondel
$\bar{Z_d}$	Impedância de alta frequência do eixo direto
$ar{Z_q}$	Impedância de alta frequência do eixo de quadratura
w	Variável do plano w

z	Variável do plano z				
ω	Frequência angular				

- v Frequência angular fictícia
- *P* Número de pares de polos
- au Torque de saída do motor
- ε_r Diferença de impedâncias de alta frequência
- *K_a* Constante constritiva
- Φ_d Fluxo magnético por polo no eixo direto
- i_a Corrente de armadura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	Transformadas de Clarke e Park	18
2.2	Modulação Vetorial Espacial	21
2.3	Controle por Campo Orientado	23
2.4	Controle por Campo Orientado com Injeção de Tensão	25
2.4.1	Impedâncias de Alta Frequência	25
2.4.2	Método de Controle	27
2.5	Modulação de Sinais	29
2.6	Transformada Bilinear e Plano w	30
3	METODOLOGIA	35
3.1	Bancada	35
3.2	Sensores de Corrente	36
3.3	Distribuição Espacial da Diferença de Corrente	40
3.4	Controle por Campo Orientado com Injeção de Tensão	42
3.5	Modelagem das Impedâncias de Alta Frequência	44
3.6	Parâmetros da Máquina de Indução	45
3.6.1	Ensaio de Corrente Contínua	46
3.6.2	Ensaio de Rotor Bloqueado	47
3.6.3	Ensaio a Vazio	48
3.6.4	Cálculo da Função de Transferência	48
3.7	Identificação da Planta da Malha de Corrente	50
3.8	Projeto de Controle da Malha de Corrente	51
3.9	Compensação do Tempo Morto	55
3.10	Filtros Digitais	57
3.11	Função de Transferência da Estimação Angular	60
4	RESULTADOS	64
4.1	Operação com Sensor	64
4.2	Controle de Torque Sensorless	65
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	70

5.1	Conclusão
5.2	Sugestões de Trabalhos Futuros
	REFERÊNCIAS 72
	APÊNDICE A – Identificação de Sistemas Dinâmicos pelo Método dos
	Mínimos Quadrados
	APÊNDICE B – Controlador PI Anti- <i>windup</i> 77
	APÊNDICE C – Filtros Digitais
	ANEXOS

1 INTRODUÇÃO

Motores elétricos são usados para a produção de movimento rotativo em diversas aplicações industriais. Citam-se bombas, ventiladores, compressores, prensas, misturadores químicos, fresas e esmerilhadeiras. Em outras, é necessário que o atuador mecânico seja capaz de posicionar-se no espaço de maneira precisa e manipular objetos. Usualmente denominados servo-posicionadores, estes sistemas são utilizados em braços robóticos, máquinas de corte, tornos, usinagem CNC (*Computer Numeric Control*) e impressoras 3D. Tais equipamentos permitem um aumento da produtividade e da eficiência de atividades econômicas com alto valor agregado (KAUSHISH, 2010; KIEF; ROSCHIWAL, 2012).

Em aplicações de movimento rotativo, motores de indução são preferencialmente utilizados: em comparação com um motor de corrente contínua de mesma potência, um motor de indução possui menos peças móveis, é mais barato, mais leve, mais eficiente, dispensa o uso de um comutador mecânico de corrente e tem um custo de manutenção menor. Em contraste, em aplicações no qual o controle de posição é necessário, o torque fornecido pelo atuador mecânico deve ser precisamente controlado e máquinas de corrente contínua são preferidas. O torque gerado por uma máquina de corrente contínua é proporcional à corrente fornecida ao motor, o que permite que um sistema eletrônico module o torque de saída com a manipulação da corrente. Na máquina de indução, o torque de saída depende não só das correntes e tensões nas três fases da máquina, mas também da velocidade relativa entre o campo magnético girante e o campo induzido do rotor, o que faz com que o controle do torque se torne impraticável em um acionamento direto. (NOVOTNY; LIPO, 1996; VAS, 1998).

Devido às vantagens da máquina de indução em comparação com a máquina de corrente contínua, o desenvolvimento de técnicas que permitam o uso da máquina de indução em servo-posicionadores é de interesse. Cita-se, por exemplo (SOUZA JÚNIOR, 2014).

O uso da técnica de Controle por Campo Orientado permite que o torque de uma máquina de indução seja operado como o de uma máquina de corrente contínua, mas sua utilização requer o uso de sensores de dois tipos: sensores de corrente em pelo menos duas das fases e um sensor para a medição da posição mecânica do rotor (TEXAS INSTRUMENTS, 1998). A Figura 1 mostra os sensores necessários. A adição do sensor de posição é particularmente problemática devido ao elevado custo do equipamento, à redução da robustez contra vibrações e ruídos e ao aumento da complexidade do sistema. Por se tratar de um dispositivo eletromecânico, um sensor de posição necessita também de alimentação, circuitos de interfaceamento, comunicação, cabos e conectores adicionais, cujo conjunto diminui a confiabilidade do equipamento e incrementa a longo prazo o custo operacional do sistema. Além disso, a instalação do sensor nem sempre é possível: ambientes hostis, pressões e temperaturas extremas (como em aplicações petroquímicas) podem tornar impraticável o uso do sensor (PACAS, 2011).

Figura 1 – Sensores necessários para o Controle por Campo Orientado.



Nas últimas décadas, um esforço considerável de pesquisa foi canalizado para o desenvolvimento de técnicas que permitam o uso do Controle por Campo Orientado sem a necessidade de um sensor de posição. Denominadas técnicas *sensorless*, estes métodos deduzem o ângulo espacial do fluxo magnético estabelecido na máquina a partir das informações embutidas na corrente consumida pela máquina (HOLTZ, 2006). Evidentemente, os sensores de corrente não deixam de ser utilizados, o que indica que a denominação *sensorless* não é estritamente precisa. Porém, os sensores de corrente não usam peças móveis ou acoplamentos, são comparativamente mais baratos do que sensores mecânicos, são facilmente inclusos nos dispositivos de potência usados para o acionamento de motores e são úteis para o monitoramento, supervisão e detecção de falhas da máquina.

As técnicas *sensorless* atualmente em desenvolvimento são divididas em duas categorias principais: as baseadas no Modelo de Onda Fundamental (MOF) e as baseadas nas Saliências Magnéticas (SM). Técnicas MOF usam o modelo matemático convencional do motor para estimar as variáveis de estado relevantes em tempo real a partir de variáveis medidas, operando como um observador de estado. A identificação dos parâmetros eletromecânicos do motor acionado é necessária para o funcionamento do observador, o que faz com que métodos sofisticados incluam algoritmos de identificação de sistema para monitorar variações paramétricas. Tais observadores exibem um desempenho satisfatório em velocidades médias e altas e são utilizados em produtos disponíveis no mercado. Porém, este tipo de método não é apropriado para a operação do motor em velocidades baixas, pois as variáveis de estado do sistema tornam-se não observáveis quando a frequência do estator se aproxima de zero (HOLTZ, 2006; PACAS, 2011). Em contraste com as técnicas MOF, métodos baseados em Saliências Magnéticas (SM) usam os efeitos da saturação magnética no núcleo da máquina para determinar o ângulo instantâneo do fluxo, aproveitando-se do fato que um sinal de alta frequência sobreposto aos sinais normais reage de maneira diferente dependendo do nível de saturação magnética da região. Alguns métodos SM usam os transitórios naturais causados pelo chaveamento do inversor como uma excitação de alta frequência, enquanto outros sobrepõem uma componente de alta frequência à saída de tensão (ou corrente) do inversor. Técnicas SM exibem um melhor desempenho em baixas velocidades, o que motiva seu uso em aplicações de controle de posição. Em contrapartida, estas técnicas não apresentam um bom desempenho em altas velocidades (HA; SUL, 1997; HA; SUL, 2000; JANSEN; LORENZ, 1996).

Uma diferença fundamental de ordem prática entre os métodos MOF e SM é o comportamento do motor quando deseja-se velocidade nula. Em acionamentos que utilizam o Modelo de Onda Fundamental, o rotor da máquina frequentemente gira em velocidade baixa em resposta ao comando de velocidade nula, o que inviabiliza a utilização deste tipo de método em aplicações de controle de posição. Tal comportamento também pode ser observado em inversores comerciais. Por outro lado, métodos SM são capazes de funcionar corretamente mesmo na frequência nula, permitindo que um controle de posição preciso seja obtido.

A Tabela 1 resume as diferenças já citadas entre os métodos de acionamento com sensor e com métodos *sensorless* baseados no Modelo Fundamental e na Injeção de Sinal.

	Sensor Mecânico	Modelo Fundamental	Injeção de Sinal	
Dispensa Encoder	não	sim	sim	
$\omega = 0$	sim	não	sim	
$\omega \approx 0$	sim	sim	sim	
$\omega >> 0$	sim	sim	não	

Tabela 1 - Comparação entre os métodos de acionamento.

Fonte: própria

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma técnica *sensorless* de injeção de sinal a partir de um método já conhecido, apresentado por Ha e Sul (1997). O projeto se iniciou com a investigação detalhada das propriedades e características do método de Ha e Sul (1997). Uma replicação fiel do método não foi possível devido à falta de dados disponíveis, especificamente quanto ao tipo de filtro digital *rms* utilizado originalmente. Mesmo assim, as características de impedância de alta frequência da máquina, que fundamentam o método, foram

mensuradas em laboratório.

Resultados experimentais e provenientes de análise motivaram uma proposta de modificação no princípio de funcionamento do método para permitir uma melhor estabilidade da predição do ângulo do fluxo magnético da máquina com uma maior robustez em diferentes pontos de operação, além da possibilidade da injeção de um sinal de corrente de maneira mais eficiente, com uma menor amplitude de tensão. A técnica modificada foi testada com sucesso, permitindo o controle do torque do motor mesmo sem a utilização de um sensor de posição. Dados experimentais que comprovam o funcionamento da técnica são apresentados.

O trabalho é dividido em cinco capítulos. A introdução é o capítulo atual.

No capítulo 2 são apresentados aspectos fundamentais no estudo de acionamento de máquinas elétricas: as transformadas de Clarke e Park, a notação vetorial de vetores de espaço, a modulação por vetores de espaço, o Controle por Campo Orientado e o método de injeção de tensão em alta frequência na qual este trabalho se baseou.

O capítulo 3 mostra o procedimento experimental realizado em laboratório. Inicia-se com a apresentação dos equipamentos utilizados no acionamento do motor e o projeto e aferição da placa de medição da corrente elétrica consumida pela máquina. Em seguida, os experimentos que investigam as propriedades das impedâncias de alta frequência são apresentados. O projeto dos controladores de corrente e estimação angular são realizados.

O capítulo 4 mostra os experimentos de validação do controle de torque, assim como de demonstração do método de Controle por Campo Orientado clássico para o controle de posição do motor.

Finalmente, a conclusão e sugestões para trabalhos futuros compõem o capítulo 5.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta as informações técnicas necessárias para o entendimento do trabalho realizado.

A seção 2.1 apresenta as transformadas de Clarke e Park e estabelece a notação de números complexos utilizada ao longo do trabalho. A seção 2.2 apresenta a técnica de Modulação Vetorial Espacial (*Space-Vector Modulation*), utilizada para comandar o chaveamento do inversor que aciona a máquina de indução. A seção 2.3 apresenta o método de Controle por Campo Orientado clássico. A expansão do método para a inclusão da injeção de sinal é mostrada na seção 2.4, na qual o método de controle *sensorless* proposto por Ha e Sul (1997) é apresentado. A seção 2.5 discute brevemente uma modelagem no domínio da frequência da extração e filtragem do sinal, assim como as limitações consideradas no projeto dos filtros e controladores digitais. Finalmente, a seção 2.6 apresenta a formulação do plano *w*, que é utilizada no projeto dos controladores e na análise das funções de transferência ao longo do capitulo 3.

2.1 Transformadas de Clarke e Park

A transformada de Clarke¹ permite a redução do número de equações necessárias para a modelagem de uma máquina de corrente alternada. Considera-se que as correntes instantâneas em cada uma das fases *a*, *b* e *c* são dadas por $i_a(t)$, $i_b(t)$ e $i_c(t)$. A força magnetomotriz gerada por essas correntes é

$$F_{MM} = N_{eff} \left[i_a(t) \vec{n}_a + i_b(t) \vec{n}_b + i_c(t) \vec{n}_c \right]$$
(2.1)

onde \vec{n}_x é o vetor unitário alinhado com o eixo magnético da bobina da fase x e N_{eff} é o número efetivo de espiras por fase, suposto o mesmo para cada fase.

Se a máquina é ligada em estrela com o neutro isolado, garante-se que a soma das correntes do estator é nula em qualquer instante de tempo. Tal configuração é vantajosa, pois permite que as três correntes do estator sejam monitoradas com apenas dois sensores de corrente. O mesmo vale uma máquina ligada em delta. Explicitando a soma das correntes do estator, obtém-se:

$$i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0 (2.2)$$

¹ Edith Clarke (1883–1959), inventora do método, foi uma engenheira eletricista especializada em sistemas de potência e a primeira professora de engenharia elétrica da Universidade do Texas.

A Equação 2.2 indica que o conjunto de combinações possíveis de correntes do estator forma um espaço vetorial de duas dimensões. Portanto, é possível expressar a força magnetomotriz da Equação 2.1 como uma combinação linear de quaisquer duas bobinas fictícias, desde que estas sejam linearmente independentes. A Transformada de Clarke consiste em definir o eixo da primeira bobina como idêntico ao da fase *a* e o segundo defasado espacialmente 90^o deste, como mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Eixos de magnéticos das fases $a, b, c, \alpha \in \beta$.



Fonte: própria.

Para que as bobinas $\alpha\beta$ gerem a mesma distribuição espacial de força magnetomotriz que o conjunto *abc*, é necessário que suas correntes sejam

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{\gamma} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix}$$
(2.3)

onde i_{γ} é a componente de sequência zero, já suposta identicamente nula. Pode-se ainda eliminar i_c da Equação 2.3 com a utilização da Equação 2.2, resultando em

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \end{bmatrix}$$
(2.4)

Por conveniência, associa-se a cada par (i_{α}, i_{β}) um valor complexo $\bar{i}_{\alpha\beta} = i_{\alpha} + ji_{\beta}$, que resume a informação das três correntes instantâneas em um único número.

Uma transformada rotacional consiste na rotação do sistema de coordenadas $\alpha\beta$ em um ângulo arbitrário ε . Sua formulação matricial é dada pela Equação 2.5, enquanto sua formulação complexa é dada pela Equação 2.6.

$$\begin{bmatrix} i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon) & sen(\varepsilon) \\ -sen(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(2.5)

$$\bar{i}_{xy} = \bar{i}_{\alpha\beta} e^{-j\varepsilon} \tag{2.6}$$

Quando o ângulo de rotação arbitrário da transformada é o ângulo do fluxo magnético do secundário, a operação é denominada Transformada de Park². Nesse caso, o sistema de coordenadas gira em sincronismo com o fluxo magnético do rotor e os eixos são denominados direto (*d*, na direção do fluxo do secundário) e quadratura (*q*, em quadratura do mesmo fluxo). O torque da máquina é proporcional ao produto das correntes i_d e i_q . Como mostrado em (VAS, 1998), o torque de saída τ é dado por

$$\tau = \frac{3P}{2} L_m i_d i_q \tag{2.7}$$

onde P é o número de pares de polos e L_m é a indutância de magnetização.

Mantendo-se a corrente de eixo direto constante, pode-se modular o torque de saída desejado com a variação da corrente de eixo de quadratura, permitindo que a máquina de indução se comporte como um motor de corrente contínua com excitação independente. A máquina pode ainda trabalhar em regime de enfraquecimento de fluxo com a redução da corrente de eixo direto.

Os eixos de referência $\alpha\beta$ da transformada de Clarke permanecem estacionários no espaço, o que motiva a denominação desta referência como estacionária ou de estator. Os eixos dq são denominados como referencial do fluxo do secundário. Além disso, é possível ajustar ε de tal forma que o referencial siga uma quantidade física de interesse, como o fluxo magnético do primário (referencial síncrono) ou a posição mecânica do rotor (referencial rotórico).

A simplificação algébrica permitida pela utilização da transformada de Clarke com a formulação por número complexos é evidenciada pela comparação dos sistemas de equações 2.8 e 2.9 (VAS, 1998). Ambos modelam a máquina de indução trifásica. A Equação 2.8 explicita as tensões e correntes em cada uma das fases, resultando em um sistema de seis equações e seis

² Robert H. Park (1902-1994) foi um engenheiro eletricista e pesquisador. O artigo que propõe a transformada que leva seu nome é considerado o segundo trabalho de sistemas de potência de maior impacto no século XX.

variáveis.

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \\ u_{ra} \\ u_{rb} \\ u_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & pM_s & pM_c & pMcos(\theta_r) & pMcos(\theta_1) & pMcos(\theta_2) \\ pM_s & r_s + pL_s & pM_c & pMcos(\theta_2) & pMcos(\theta_1) & pMcos(\theta_1) \\ pM_s & pM_s & r_s + pL_s & pMcos(\theta_1) & pMcos(\theta_2) & pMcos(\theta_r) \\ pMcos(\theta_r) & pMcos(\theta_2) & pMcos(\theta_1) & r_r + pL_r & pM_r & pM_r \\ pMcos(\theta_1) & pMcos(\theta_r) & pMcos(\theta_2) & pM_r & r_r + pL_r & pM_r \\ pMcos(\theta_2) & pMcos(\theta_1) & pMcos(\theta_r) & pM_r & pM_r & r_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

$$(2.8)$$

p é o operador de diferenciação no tempo, θ_r é a posição angular elétrica do rotor, $\theta_1 = \theta_r + 2\pi/3$, $\theta_2 = \theta_r + 4\pi/3$, r_s é a resistência do estator, r_r é a resistência do rotor, L_s é a indutância (mútua mais de dispersão) do estator, L_r é a indutância do rotor, M_s é a indutância mútua entre fases do estator, M_r é a indutância mútua entre fases do rotor, M é a máxima indutância mútua entre estator e rotor e u_{xy} e i_{xy} são, respectivamente, a tensão e a corrente na fase y do estator (x = s) e rotor (x = r). A Equação 2.9 utiliza a transformada de Clarke e sinais complexos para descrever o mesmo sistema:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_s \\ \bar{u}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 \\ 0 & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}'_r \end{bmatrix} \right\} - j \frac{d\theta_r}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix}$$
(2.9)

onde $L_m \approx (3/2)M$ é a indutância de magnetização trifásica, $\bar{u}_s = u_{\alpha,s} + ju_{\beta,s}$ é a tensão do estator, \bar{u}_r é a tensão do rotor, \bar{i}_s é a corrente no estator e \bar{i}_r a corrente no rotor.

2.2 Modulação Vetorial Espacial

Em uma aplicação prática de controle vetorial, um motor de indução é acionado por um inversor. Em cada período de chaveamento, é necessário chavear os braços do dispositivo de potência de modo que a tensão resultante nos terminais da máquina seja igual à tensão desejada $\bar{u}_{\alpha\beta}^* = u_{\alpha}^* + ju_{\beta}^*$. Para isso, usa-se a técnica de Modulação Vetorial Espacial (*Space Vector Modulation*) (YU, 1999).

A Figura 3 mostra um sistema de potência para o acionamento de um motor trifásico. Incluso está um inversor trifásico. Duas chaves em um mesmo braço são sempre acionadas complementarmente (isto é, se a_1 conduz, a_2 não conduz e vice-versa). Indicando por 1 quando uma chave conduz e por 0 quando ela não conduz, a combinação dos estados das chaves pode ser descrita na sequência *abc* das chaves $a_1b_1c_1$. Por exemplo, [010] significa que a_2 , $b_1 e c_2$ conduzem.





A Tabela 2 mostra as oito possibilidades de combinações de acionamento das chaves, assim como as tensões de linha e de fase resultantes (normalizadas pela tensão V_{cc} do capacitor). Atenta-se para o fato que entre dois vetores seguidos apenas uma chave muda por vez. Duas

combinações ([000] e [111]) resultam em tensão de saída nula, e são associadas aos vetores O_{000} e O_{111} , também nulos. Os outros seis vetores são mostrados na Figura 4, traçados no plano $\alpha\beta$ (referencial do estator) definido na seção 2.1.

Vetor	a	b	c	v _a	v_b	v_c	v _{ab}	v_{bc}	v_{ca}
<i>O</i> ₀₀₀	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U_0	1	0	0	2/3	-1/3	-1/3	1	0	-1
U_{60}	1	1	0	1/3	1/3	-2/3	0	1	-1
U_{120}	0	1	0	-1/3	2/3	-1/3	-1	1	0
U_{180}	0	1	1	-2/3	1/3	1/3	-1	0	1
U_{240}	0	0	1	-1/3	-1/3	2/3	0	-1	1
U_{300}	1	0	1	1/3	-2/3	1/3	1	-1	0
O_{111}	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Tabela 2 – Estados de chaveamento de um inversor trifásico.

Fonte: (YU, 1999)

Observa-se na Figura 4 que os vetores U_x formam os vértices de um hexágono regular centrado na origem. Cada seção do plano delimitada por dois destes vetores é denominada um setor. Para a obtenção de uma tensão de saída arbitrária $\bar{u}^*_{\alpha\beta}$, os vetores que delimitam o setor da tensão desejada são acionados por perídios de tempo T_1 e T_2 tais que o valor médio da tensão de saída resulte em $\bar{u}_{\alpha\beta}^*$. A soma dos tempos T_1 e T_2 deve ser menor ou igual ao período de

chaveamento *T* da modulação. Quando essa soma é menor, o resto do tempo é preenchido com O_{000} e O_{111} para garantir que o inversor trabalhe com frequência constante.



Figura 4 - Tensões resultantes do acionamento do inversor.

Fonte: própria.

A sequência de estados durante um período de chaveamento é mostrada na Figura 5, na qual U_x e $U_{x\pm 60}$ são os vetores que delimitam a seção que contém $\bar{u}^*_{\alpha\beta}$ e $T_0 = T - (T_1 + T_2)$ é o tempo total de acionamento de tensão zero. Observa-se que cada período T inicia-se e termina com o vetor O_{000} . Há um total de 6 transições (O_{000} para U_x , e assim por diante), duas ocorrendo em cada fase. Dessa maneira, garante-se que nenhuma chave mude de estado mais de duas vezes por período.

Figura 5 – Sequência de acionamento de vetores de tensão.



Fonte: própria.

2.3 Controle por Campo Orientado

O controle por campo orientado permite que o controle da máquina de indução adquira todas as vantagens do controle da máquina de corrente contínua com excitação independente, sem apresentar as desvantagens relacionadas à comutação mecânica (TEXAS

INSTRUMENTS, 1998).

A Figura 6 mostra o funcionamento do controle por campo orientado. Atenta-se para o fato que cada sinal no diagrama é um número complexo, de acordo com a notação definida na seção 2.1.

Figura 6 – Esquemático do método de controle por campo orientado.



Fonte: própria.

A referência de corrente é dada por $\bar{i}_{ref} = i_{d,ref} + ji_{q,ref}$. A corrente do eixo direta é mantida constante e igual à corrente de magnetização do dispositivo, enquanto a corrente de quadratura é modificada por uma malha de controle externa (de velocidade ou posição) de modo a indicar o torque de saída desejado da máquina.

 \bar{i}_{ref} é comparada com a corrente medida e rotacionada para o referencial do fluxo magnético do rotor, $\bar{i}_{dq} = i_d + ji_q$. A diferença entre as correntes alimenta um controlador proporcional integrativo de dois canais (um para a parte real e outro para a imaginária). As saídas dos controladores são as componentes do vetor de tensão desejada \bar{v}_{dq} para a manutenção dos níveis de referência das correntes. A tensão é então rotacionada para o referencial estatórico ($\alpha\beta$) e alimenta um módulo *PWM* acionado por Modulação Vetorial Espacial. O módulo *PWM* aciona então a máquina por intermédio de um inversor.

As correntes nas fases do motor são monitoradas e sintetizadas em um vetor $\bar{i}_{\alpha\beta} = i_{\alpha} + ji_{\beta}$ pela transformada de Clarke. Em seguida, a transformada de Park $e^{-j\varphi}$ resulta no vetor \bar{i}_{dq} citado anteriormente, fechando a malha de controle.

Para a realização correta das transformadas, o ângulo do fluxo magnético do rotor φ deve ser conhecido com precisão. Quando sensores de efeito Hall são utilizados para a detecção de φ , o método é denominado direto. Devido ao fato da instalação destes sensores ser um processo invasivo, o método direto é raramente utilizado na prática. O ângulo do fluxo pode ser

também calculado com o uso da Equação 2.10 (FERNANDES NETO et al., 2014) :

$$\varphi = \theta_r + \frac{1}{T_{sec}} \int \frac{i_q(t)}{i_d(t)} dt$$
(2.10)

onde θ_r é a posição angular do eixo mecânico do rotor medida em graus elétricos e $T_{sec} = L_r/r_r$ é a constante de tempo do secundário da máquina. Nesse caso, o método é denominado indireto. O ângulo θ_r é medido por um sensor mecânico de posição e corrigido para a obtenção da posição do rotor em graus elétricos.

Uma vez que a malha de corrente é operacional, o torque da máquina é modulado pela referência da corrente de eixo de quadratura. Uma malha de controle externa de velocidade ou posição é utilizada para controlar a referência de acordo com o funcionamento desejado do motor.

O torque de uma máquina de corrente contínua é (FITZGERALD et al., 2006):

$$\tau = K_a \phi_d i_a \tag{2.11}$$

onde K_a é uma constante construtiva, ϕ_d é o fluxo por polo no entreferro no eixo direto e i_a é a corrente de armadura da máquina. A semelhança entre as Equações 2.11 e 2.7 evidencia que uma máquina de corrente alternada acionada pelo Controle de Campo Orientado se comporta como um motor de corrente contínua.

2.4 Controle por Campo Orientado com Injeção de Tensão

Esta seção apresenta o método proposto por Ha e Sul (1997), que foi a base para o método utilizado neste trabalho.

2.4.1 Impedâncias de Alta Frequência

Um sinal de tensão de alta frequência aplicado a uma máquina elétrica em funcionamento é sujeito a uma impedância que depende da orientação espacial do sinal em relação ao perfil de saturação do circuito magnético. Considera-se a existência de um sinal de alta frequência \bar{v}_{hf} sobreposto aos sinais de tensão de baixa frequência naturalmente utilizados no controle da máquina.

A Figura 7 mostra o circuito magnético do motor de indução. O eixo magnético do fluxo resultante é representado por $\bar{\lambda}_e$. O ângulo entre $\bar{\lambda}_e$ e a referência estatórica $\alpha \notin \varphi$. A localização espacial do vetor de injeção é mostrada em dois casos. No primeiro, $\varphi \approx \theta \in \bar{v}_{hf}$

está imersa em uma região de intensa saturação magnética. Por outro lado, quando a tensão de injeção se encontra em quadratura de $\bar{\lambda}_e$, \bar{v}_{hf} permanece em uma região de baixa saturação magnética.



Figura 7 – Distribuição de fluxo magnético e sinal de tensão de injeção.

A amplitude da componente de corrente de alta frequência provocada pela tensão de injeção depende da impedância de alta frequência da região, que por sua vez depende do nível de saturação magnética local. Essa modulação espacial pode ser utilizada para a determinação da direção correta de $\bar{\lambda}_e$ por meio da decomposição vetorial da corrente nos eixos dm, qm mostrados na figura 8. No primeiro caso, a tensão de injeção \bar{v}_{hf} está alinhada com a direção do fluxo resultante. Os eixos dm e qm, definidos a $\pm 45^o$ da direção de injeção, estão equidistantes da região de máxima saturação magnética e apresentam impedâncias de alta frequência de valores semelhantes. Como resultado, as componentes i_{dm} e i_{qm} apresentam amplitudes semelhantes. No segundo caso, a tensão de injeção é posicionada com um defasamento angular espacial em relação ao fluxo. O eixo dm encontra-se mais próximo da região de máxima saturação e apresenta uma impedância de alta frequência comparativamente maior. Portanto, a corrente induzida pela projeção de \bar{v}_{hf} em dm é menor do que a projeção em qm. Os eixos de decomposição estão posicionados de tal forma que a tensão de injeção permaneça sempre em sua bissetriz, garantindo que as componentes de tensão projetadas em cada eixo sejam iguais.

A diferença entre as componentes dm e qm da corrente de alta frequência é o cerne do método de estimação do ângulo do fluxo magnético resultante. Se $i_{dm} = i_{qm}$, o ângulo de injeção de corrente é igual ao ângulo do fluxo. Caso contrário, o sinal de $i_{dm} - i_{qm}$ indica a direção para qual o ângulo de injeção deve ser corrigido. Se \bar{v}_{hf} não estiver sempre na bissetriz dos eixos dm e qm, as impedâncias $Z_d = v_{hf,d}/i_d$ e $Z_q = v_{hf,q}/i_q$ podem ser comparadas da

Fonte: própria.



Figura 8 – Decomposição vetorial da componente de alta frequência da corrente.

Fonte: própria.

mesma maneira.

2.4.2 Método de Controle

O diagrama do método de Ha e Sul (1997) é mostrado na Figura 9. Ao Controle por Campo Orientado clássico são adicionados os filtros F_1 e F_2 , o estimador de ângulo de fluxo e o sinal de injeção de alta frequência v_{hf} .

Figura 9 – Esquemático do Controle por Campo Orientado com injeção de sinal de tensão.



Fonte: (HA; SUL, 1997)

A referência de corrente $\bar{i}_{ref} = i_{d,ref} + ji_{q,ref}$ é determinada externamente e comparada com a corrente de estator medida \bar{i}_{dq} . Os sinais são subtraídos e regulados por um controlador proporcional integrativo de dois canais, sintetizando o sinal de esforço de controle de tensão \bar{v}_{dq} . Ao esforço de controle é somado uma componente de tensão de alta frequência $v_{hf} + j0$, necessária para a determinação do ângulo do fluxo do motor. O sinal resultante é multiplicado pela transformada rotacional $e^{j\hat{\phi}}$ para adequar o vetor de tensão ao referencial do estator ($\alpha\beta$). Finalmente, o vetor de tensão resultante alimenta um módulo de modulação espacial vetorial. O sinal de injeção é dado (no referencial dq) por

$$\bar{v}_{hf}(t) = v_{hf} \cos(\Omega t) + j0 = v_{hf}(t) + j0$$
(2.12)

onde v_{hf} é a amplitude do sinal e Ω sua frequência angular. A tensão de injeção possui parte imaginária nula e é somada antes da transformada espacial. Como resultado, no referencial estacionário o sinal alinha-se com a região de máxima saturação magnética.

A corrente consumida pelo motor $(\bar{i}_{\alpha\beta} = i_{\alpha} + ji_{\beta})$ é multiplicada por $e^{-j\hat{\varphi}}$ para ser expressa no referencial dq. Em seguida, o filtro F_1 retira as componentes de alta frequência injetadas anteriormente e fecha a malha de controle do Controle de Campo Orientado clássico. Paralelamente, a corrente $\bar{i}_{\alpha\beta}$ é transformada por $e^{j(\hat{\varphi}-\pi/4)}$ para os eixos dm e qm. Em seguida, a corrente é filtrada por F_2 , que atenua as componentes de baixa frequência e extrai a corrente induzida pela tensão de injeção. O sinal resultante passa por um estimador, que calcula o valor de $\hat{\varphi}$, o ângulo estimado do fluxo magnético do secundário.

O funcionamento do estimador é mostrado na Figura 10. A corrente no referencial dos eixos dm e qm passa por um filtro rms (*root mean square*). Paralelamente, a tensão de injeção no mesmo referencial passa por outro filtro rms. Os sinais resultantes são divididos (a tensão é o numerador e a corrente é o denominador), de modo a estimar a impedância de alta frequência $\overline{Z} = Z_d + jZ_q$, que é processada pelo filtro F_3 . Em seguida, as partes real e imaginária do número complexo são subtraídas, gerando o erro ε_r . Este erro é nulo quando o ângulo estimado de fluxo $\hat{\varphi}$ é igual ao ângulo do fluxo φ , e seu sinal indica se $\hat{\varphi}$ deve ser incrementado ou decrementado para se aproximar de φ . Um controlador *PII* (melhor detalhado na seção 3.4) lê ε e ajusta $\hat{\varphi}$ para minimizar o erro. Durante o funcionamento do sistema, a malha de estimação de ângulo funciona de maneira semelhante a um *PLL* (*phase locked loop*).

Holtz (2006) afirma que esta estratégia não leva em consideração o efeito do fluxo estatórico, e o método converge para o ângulo da resultante do fluxo do rotor e do estator.

O número de amostras armazenadas em cada filtro rms é determinante para a estabilidade e as características dinâmicas dos sinais de estimação do ângulo do fluxo. O valor utilizado por Ha e Sul (1997) não foi disponibilizado. Valores diferentes foram testados experimentalmente, mas não foi possível garantir que o método original dos autores foi replicado fielmente.

Figura 10 – Estimador de ângulo.



Fonte: (HOLTZ, 2006)

2.5 Modulação de Sinais

Supondo que o sinal de injeção permaneça na bissetriz dos eixos dm e qm, a decomposição da tensão de injeção \bar{v}_{hf} nestes eixos resulta em

$$v_{dm,hf}(t) = v_{qm,hf}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{hf} cos(\Omega t)$$
(2.13)

As correntes provocadas por estas componentes dependem das admitâncias de alta frequência G_{dm} e G_{qm} :

$$i_{dm} = G_{dm} \frac{\sqrt{2}}{2} v_{hf} cos(\Omega t)$$

$$i_{qm} = G_{qm} \frac{\sqrt{2}}{2} v_{hf} cos(\Omega t)$$
(2.14)

A diferença de correntes é então

$$\Delta i = i_{dm} - i_{qm} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{hf} \cos(\Omega t) \left[G_{dm} - G_{qm} \right]$$
(2.15)

A Equação 2.15 indica que Δi pode ser interpretada como a modulação por amplitude do sinal $A(t) = G_{dm} - G_{qm}$ pela portadora $cos(\Omega t)$. O primeiro gráfico da Figura 11 mostra os espectros harmônicos dos sinais separadamente. A componente cossenoidal é um impulso na frequência Ω e A é concebido como um sinal arbitrário cujo espectro é limitado entre as frequências ω_1 e ω_2 . Em seguida, no gráfico logo abaixo do primeiro, é mostrado o espectro do sinal resultante da multiplicação do domínio do tempo de A e $cos(\Omega t)$. O conteúdo harmônico de A é reproduzido em duas bandas laterais em torno da frequência de injeção. Os gráficos no lado direito da Figura 11 ilustram o efeito do filtro F_2 , considerado um passa banda. Sua banda passante deve conter não só Ω , mas também uma extensão das bandas laterais. Caso a banda passante do filtro seja muito estreita, as componentes de frequência mais alta de A serão atenuadas e o sistema de controle será incapaz de reagir a variações bruscas do ângulo de fluxo



Figura 11 – Espectros de frequência dos sinais de diferença de corrente.

Fonte: própria.

do secundário. Por outro lado, se a banda passante for larga demais, componentes harmônicos provocados pela malha de baixa frequência ou ruídos espúrios podem interferir com o sinal.

É importante certificar que a frequência de cruzamento da função de transferência de malha fechada do controle de corrente do ramo de baixa frequência seja menor que o limite inferior da banda passante do filtro passa-banda. Respeitando-se essa condição, o ajuste fino dos parâmetros de BPF foi realizado empiricamente.

2.6 Transformada Bilinear e Plano w

Os métodos de resposta em frequência estabelecidos na literatura clássica de controle analógico não podem ser utilizados diretamente em sistemas discretos. Por exemplo, a propriedade de decomposição logarítmica que permite que o diagrama de Bode de um produto de polos e zeros seja a soma dos valores dos diagramas individuais é perdida no plano discreto z, pois $z = e^{Ts}$. Essa dificuldade é contornada com a utilização da transformada bilinear, que mapeia o plano z em um outro plano semelhante ao plano contínuo s, denominado plano w. A transformada é dada pela Equação 2.16 (OGATA, 1995).

$$w = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \tag{2.16}$$

Onde T é o tempo de amostragem. A transformada inversa é encontrada isolando-se a variável z da Equação 2.16:

$$z = \frac{1 + (T/2)w}{1 - (T/2)w}$$
(2.17)

Os pontos dentro do círculo de raio unitário em z são mapeados no semiplano esquerdo de w, indicando a estabilidade de um polo de maneira análoga ao plano s. A Figura 12 mostra o mapeamento entre os planos s, $z \in w$.



Figura 12 – Mapeamento entre os planos s, $z \in w$.

Fonte: (OGATA, 1995).

O ponto *a* é o polo de um integrador puro, e se encontra na origem do plano *s*. Este ponto é mapeado em z = 1 no plano *z* e novamente na origem do plano *w*. Os pontos *b* e *d* possuem parte real nula e parte imaginária na frequência de Nyquist (metade da frequência de chaveamento) no plano *s*. Frequências fora da região destacada não são detectadas corretamente pelo sistema digital, pois sofrem *aliasing*. *b* e *d* são projetados em (-1,0) no plano *z* e $(0,\pm\infty)$ em *w*. O ponto *c* representa um polo de frequência infinita em *s*, que é projetado na origem em *z* e em (-2/T,0) em *w*.

O intervalo de frequências $-0.5\omega_s \le \omega \le 0.5\omega_s$ em *s* é mapeado no intervalo de frequência fictícia $-\infty \le v \le \infty$ do plano *w*, o que implica que a frequência de um polo em *s* não é estritamente igual à sua frequência correspondente em *w*. A Equação 2.18 explicita a relação entre as frequências real e fictícia.

$$v = \frac{2}{T} tg\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$
(2.18)

A Figura 13 mostra o resultado da Equação 2.18 para T = 1/(6kHz). Observa-se que em baixas frequências, $v \approx \omega$. Em 600*Hz*, a diferença é de 20,55*Hz*, ou 3,4%. O erro é menor que 1% para todas as frequências menores que 460*Hz*. Nesse intervalo, pode-se desconsiderar a diferença entre $v \in \omega$.



Figura 13 – Relação entre as frequências nos planos s e w.

Fonte: própria.

Uma vantagem da formulação no plano w é a possibilidade de verificação do tempo de resposta de polos e zeros. No plano z, um polo $p_1 = 0,4$ não apresenta uma resposta dinâmica duas vezes mais rápida que um polo $p_2 = 0,8$, por exemplo. A escala de frequências fica distorcida devido à transformada $z = e^{Ts}$. As Equações 2.16 e 2.18 podem ser utilizadas para o cálculo das frequências reais dos polos, permitindo a determinação de suas constantes de tempo. Tal procedimento é utilizado neste trabalho no projeto de controladores e na análise de funções de transferência.

Outra aplicação do plano w é o traçado do diagrama de Bode de sistemas discretos. Em programas de análise matemática como o Octave[®], a função *bode()* utiliza a frequência fictícia v na plotagem. A formulação analítica no plano w permite uma melhor precisão nos cálculos.

Para o projeto de controladores PI, é de interesse explicitar a contribuição angular no plano *w* da expressão $Z(z) = z - z_c$, equivalente a um zero. Para isso, usa-se a Equação 2.17.

$$Z(z) = z - z_c = \frac{1 + (T/2)w}{1 - (T/2)w} - z_c = \frac{1 + (T/2)w - z_c(1 - (T/2)w)}{1 - (T/2)w}$$
(2.19)

$$Z(z) = \frac{1 - z_c + (1 + z_c)(T/2)w}{1 - (T/2)w}$$
(2.20)

Explicita-se w = jv:

$$Z(z) = \frac{(1-z_c) + j(1+z_c)(T/2)\mathbf{v}}{1-j(T/2)\mathbf{v}} = \frac{n}{d}$$
(2.21)

Usa-se o fato que o ângulo de um número formado pelo quociente de dois números complexos é a diferença do ângulo do numerador pelo do denominador. Inicialmente, calcula-se o ângulo do numerador:

$$ang(n) = ang((1 - z_c) + j(1 + z_c)(T/2)\mathbf{v}) = atg\left(\frac{(1 + z_c)(T/2)\mathbf{v}}{(1 - z_c)}\right)$$
(2.22)

Atenta-se ao fato que o zero discreto z_c é mapeado no plano w no ponto w_c , dado pela Equação 2.16:

$$w_c = \frac{2}{T} \frac{z_c - 1}{z_c + 1} \tag{2.23}$$

Substituindo a Equação 2.23 na Equação 2.22, obtém-se

$$ang(n) = atg\left(\frac{v}{-w_c}\right) \tag{2.24}$$

 $w_c < 0$ para um zero real estável. Então,

$$ang(n) = atg\left(\frac{v}{|w_c|}\right)$$
 (2.25)

A Equação 2.25 é análoga à contribuição angular de um zero contínuo. A expressão $Z(s) = \tau s + 1$ resulta em $ang(Z(s)) = tg(\tau \omega)$, o que norteia o traçado do diagrama de Bode de um zero: ângulo nulo em baixas frequências e ângulo de +90° frequências altas, com 45° quando $\omega = 1/\tau$. Este mesmo comportamento é replicado na Equação 2.25, na qual a frequência fictícia do polo discreto faz o papel da frequência da constante de tempo. O ângulo de *n* é zero em frequências baixas, +90° em frequências altas e 45° quando $v = |w_c|$.

Resta ainda o cálculo da contribuição do denominador da Equação 2.21:

$$-ang(d) = -ang(1 - (T/2)jv) = atg\left(\frac{Tv}{2}\right)$$
(2.26)

O denominador contribui com um avanço de fase equivalente a um zero localizado na frequência de Nyquist ($ang(d) = +45^{\circ}$ quando v = 2/T). Em frequências menos elevadas, o efeito do denominador pode ser desconsiderado e a Equação 2.25 aproxima satisfatoriamente o efeito do zero. Caso contrário, usa-se a Equação 2.27:

$$ang(Z(w)) = ang(n) - ang(d) = atg\left(\frac{v}{|w_c|}\right) + atg\left(\frac{Tv}{2}\right)$$
(2.27)

Comentários Finais

Neste capítulo estabeleceram-se os fundamentos teóricos do trabalho realizado. As transformadas de Clarke e Park e a notação complexa dos sinais utilizadas para permitir a apresentação e análise dos métodos utilizados com uma notação de complexidade reduzida. A Modulação Vetorial Espacial é fundamental para o acionamento com harmônicas reduzidas de máquinas elétricas polifásicas. O Controle por Campo Orientado clássico (isto é, sem método *sensorless*) foi apresentado, assim como o método de injeção de sinal proposto por Ha e Sul (1997). O mecanismo de modulação dos sinais de impedância de alta frequência foi modelado e discutido brevemente. Finalmente, o plano *w* foi apresentado e a contribuição angular de um zero discreto foi determinada analiticamente, o que será utilizado posteriormente.

3 METODOLOGIA

Este capítulo descreve os equipamentos utilizados no desenvolvimento do trabalho e detalha o projeto de controle das malhas apresentadas no capítulo 2.

A seção 3.1 dá uma visão geral da eletrônica necessária para o acionamento e controle da máquina, assim como o motor de indução utilizado nos testes. A seção 3.2 detalha o funcionamento das placas de sensores fabricadas para monitorar a corrente através da máquina, além de mostrar dados experimentais da aferição do dispositivo. Resultados experimentais que motivaram a modificação do método de injeção são mostrados e comentados na seção 3.3. O método de controle com injeção de sinal utilizado no trabalho é apresentado na seção 3.4. Uma modelagem matemática dos resultados empíricos é proposta na seção 3.5. A seção 3.6 descreve os experimentos realizados para a obtenção dos parâmetros elétricos do circuito equivalente da máquina, necessários para o projeto do controlador de corrente. Na seção 3.7, a mesma função de transferência é encontrada por meio de um algoritmo de identificação de sistemas dinâmicos. Os dois modelos são comparados e o segundo foi escolhido para embasar a seção 3.8, que mostra o método de projeto do controlador PI da malha de corrente usando a formulação no plano w. A seção 3.9 descreve brevemente a distorção da tensão de saída do inversor devido ao tempo morto e o procedimento de medição e correção do efeito. A seção 3.10 apresenta os três filtros digitais e o efeito dos mesmos na função de transferência de malha aberta do sistema analisado. A seção 3.11 discute o método usado para a obtenção da função de transferência da planta controlada pelo controlador de ajuste de ângulo (PII).

3.1 Bancada

Os equipamentos utilizados para a realização dos experimentos são mostrados nas figuras 14 e 15. A Figura 14 mostra os dispositivos eletrônicos. O autotransformador variável trifásico é alimentado pela rede e alimenta o retificador que por sua vez alimenta o inversor. Uma placa de sensoriamento possui dois sensores de corrente que monitoram duas das fases do motor. Um DSP modelo 28335 da *Texas Instruments*[®] monitora as leituras de corrente e aciona as chaves do inversor através do *driver*.

A Figura 15 mostra a carga mecânica, o sensor e o motor de testes. A carga é um motor de indução de 5cv e 2 polos acionado por um inversor comercial de quatro quadrantes. O sensor é um transdutor *Magtrol*[®] com capacidade de medição de torque, velocidade angular e
potência mecânica, com uma taxa média de amostragem de 50*ms*. O motor de testes é um motor de indução gaiola de esquilo cujos dados de placa são mostrados na tabela 3.

Parâmetro	Valor	
Potência Nominal	1, 1kW (1, 5cv)	
Número de Polos	4	
Tensão Nominal ($\Delta \mid Y$)	220V/380V	
Corrente Nominal (ΔY)	4,43A/2,56A	
Frequência Nominal	60Hz	
Velocidade Nominal	1720 <i>rpm</i>	
Relação de Corrente de Partida (I_p/I_n)	7,8	

Tabela 3 – Dados de placa do motor de teste.

Fonte: própria.

3.2 Sensores de Corrente

O monitoramento das correntes de estator do motor é realizado por um par de transdutores *LA 25-NP* do fabricante LEM[®]. Cada um monitora uma fase e é configurado para 25*A* de valor de fundo de escala. A saída do transdutor é uma fonte de corrente, que é incompatível com o conversor analógico-digital do DSP. Além disso, é necessário garantir que a tensão de saída dos sensores permaneça sempre entre 0 e 3,3*V* para evitar danos ao conversor A/D. Uma placa de circuito foi construída para os sensores e a proteção elétrica. Filtros passa-baixa analógicos foram incorporados para filtrar componentes da corrente de frequências demasiadamente elevadas.

A adição de um terceiro sensor para o monitoramento da fase restante não é necessária, pois a soma das correntes do estator é nula.

A Figura 16 mostra o circuito de um canal da placa de sensoriamento. A corrente I_e é medida pelo transdutor *LA 25-NP*. Sua saída é uma corrente idêntica à de entrada, reduzida na proporção 1 : 1000. O resistor de precisão R_1 fornece um sinal de tensão v_m , dado por

$$v_m = R_1 \frac{I_1}{1000} \tag{3.1}$$

O amplificador operacional LM324(a) forma um seguidor de tensão que replica v_m em sua saída e evita que a impedância de entrada do resto do circuito trabalhe como um divisor de corrente em paralelo com R_1 , o que modificaria a resistência efetiva percorrida pela corrente



Figura 14 – Equipamentos eletrônicos utilizados nos experimentos.

Fonte: própria.

Figura 15 – Motor de testes, carga mecânica e sensor de torque.



Fonte: própria.



Figura 16 – Circuito de um canal da placa de sensoriamento.



de saída do sensor. R_2 é um resistor de carga, assim como R_6 e R_9 . O amplificador LM324(b) e os resistores R_3 , R_4 e R_5 formam um estágio somador inversor, cuja saída v_1 é

$$v_1 = -\frac{1}{R_4} \left(\frac{5V}{R_5} + \frac{v_m}{R_3} \right)$$
(3.2)

a tensão de 5V é fornecida por um regulador 7405 não mostrado no esquemático. O valor de v_m pode ser positivo ou negativo dependendo do sinal da corrente de entrada. O estágio de somador é necessário para adequar o sinal ao nível de tensão desejado de saída, que é estritamente positivo.

O estágio final é um filtro passa-baixa inversor formado pelo amplificador LM324(c), os resistores R_7 e R_8 e os capacitores C_1 a C_3 . Seu ganho estático R_8/R_7 é unitário e sua frequência de corte é

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_8 (C_1 + C_2 + C_3)} = 5305 Hz \tag{3.3}$$

A frequência de corte do filtro foi escolhida para ser próxima da frequência de chavemento do inversor, 6kHz. O diodo Zener D_1 impede que a tensão de saída ultrapasse o nível de 3, 3V em caso de falha em qualquer estágio anterior ou um curto-circuito no motor. A tensão de saída v_s é transmitida diretamente ao conversor analógico-digital do DSP. Por sua vez, o conversor retorna um valor numérico inteiro dado por

$$n_{ADC} = \frac{4096}{3} (v_s - v_{ADCLO}) \tag{3.4}$$

onde v_{ADCLO} é a tensão no pino de referência analógica do dispositivo, que foi ligado ao terra da placa de sensoriamento. Para a realização da calibração e validação dos sensores, uma fonte

comercial $MPL - 1303M^{(R)}$ em modo de regulação por corrente forneceu I_e em forma de corrente contínua de -3A a 3A em intervalos de 1A. O valor correspondente de n_{ADC} foi registrado para cada corrente de entrada, em cada canal. A tabela 4 mostra os valores adquiridos no experimento, e a Figura 17 mostra os mesmos valores graficamente.

$I_e[A]$	n_{ADC} (Canal A) [-]	n_{ADC} (Canal B)[-]
-3	666	671
-2	1117	1118
-1	1567	1566
0	2024	2016
1	2478	2463
2	2927	2916
3	3375	3356

Tabela 4 – Dados de aferição dos sensores de corrente.

Fonte: própria.



Figura 17 – Dados de aferição dos sensores de corrente.

Fonte: própria.

A aplicação do método dos mínimos quadrados permitiu a determinação dos coeficientes das retas que melhor aproximam os dados experimentais. As equações das retas foram utilizadas pelo DSP para decodificar o sinal de tensão v_s e são mostradas na 3.5.

$$I_A = 0,0022120 \ n_{ADC,A} - 4,4727134 \tag{3.5}$$

 $I_B = 0,0022314 \ n_{ADC,B} - 4,4966238$

Observa-se que para ambos os canais o coeficiente angular da reta é aproximadamente 2,2*mA*, o que representa a sensibilidade absoluta do sistema. Uma variação de corrente menor que 2,2*mA* não pode ser detectada, pois a mudança não é suficiente para provocar a variação do valor numérico da conversão analógico/digital em uma unidade.

Os coeficientes independentes correspondem aos valores negativos de fundo de escala do sensoriamento. Os valores positivos são encontrados fazendo-se $n_{ADC} = 4096$, o que resulta em 4,5876A e 4,6432A para os canais A e B, respectivamente. Os quatro valores de fundo de escala aproximam-se de 4,5A, que é um valor coerente para o acionamento de um motor de corrente nominal 4,43A.

Evidentemente, durante o transitório de uma partida direta é esperado que a corrente de estator atinja valores mais elevados que a corrente nominal, mas o acionamento por controle de campo orientado mantém a corrente no intervalo de medição dos sensores.

3.3 Distribuição Espacial da Diferença de Corrente

Para confirmar a teoria estabelecida na seção 2.4, o motor foi acionado seguindo o esquemático mostrado na Figura 18. A malha principal é um Controle por Campo Orientado com injeção de sinal, com o filtro F_1 ajustado para atenuar as componentes de alta frequência induzidas pelo sinal de injeção. Paralelamente, o filtro F_2 deixa passar apenas as frequências atenuadas por F_1 . O sinal resultante é rotacionado para os eixos dm e qm, e então a parte imaginária do sinal é subtraída da parte real, gerando o sinal de diferença de corrente Δi .

No método apresentado na 2.4, o sinal de alta frequência era injetado sempre no eixo direto. Neste experimento, o sinal foi injetado em um ângulo espacial elétrico arbitrário θ , no referencial estacionário. O ângulo do fluxo do rotor φ_2 foi continuamente monitorado pelo acionamento do Controle por Campo Orientado com sensor (sensor de posição e Equação 2.10), permitindo que o valor médio de Δi para cada ângulo de injeção fosse encontrado.

A Figura 19 mostra os valores obtidos experimentalmente da diferença de corrente $\Delta i = i_{dm} - i_{qm}$ quando o defasamento angular espacial $\varphi_2 - \theta$ varre de -180^o (elétrico) até $+180^o$. O rotor foi mantido bloqueado em todos os casos e o valor médio de Δi foi armazenado



Figura 18 – Acionamento para a obtenção das curvas de diferença de corrente.

Fonte: própria.

para cada defasamento angular. Cada traço corresponde a um valor distinto da referência da corrente de eixo de quadratura $(i_{q,ref})$. A corrente de eixo direto foi mantida constante e igual à corrente de magnetização da máquina em todos os casos.

Figura 19 – Distribuição espacial da diferença de correntes.



Fonte: própria.

Quando a corrente de quadratura é nula, um defasamento angular de 0^o resulta em $\Delta i = 0$, de acordo com a teoria. Porém, o mesmo não é verdade para outras referências de

corrente. Observou-se empiricamente que para cada valor de $i_{q,ref}$, o ângulo no qual a diferença de correntes é nula é $\varphi_{erro} = tg^{-1}(i_{q,ref}/i_{d,ref})$.

A condição de defasamento angular nulo não provoca uma diferença de correntes nula para todos os valores possíveis de corrente de quadratura, mas é observável na Figura 19 que as curvas de Δi convergem para o mesmo valor quando $\varphi_2 - \theta = \pm 90^{\circ}$. Ao invés de usar uma malha de controle para manter $\Delta i \rightarrow 0$, $\Delta i \rightarrow ref_{\Delta i} \approx 10mA$ oferece uma alternativa vantajosa, pois neste ponto de operação a diferença de correntes não é afetada pela variação da corrente de quadratura.

3.4 Controle por Campo Orientado com Injeção de Tensão

A Figura 20 mostra o método de controle adotado. A referência de corrente $\bar{i}_{ref} = i_{d,ref} + ji_{q,ref}$ é determinada externamente e comparada com a corrente de estator medida \bar{i}_{dq} . Os sinais são subtraídos e regulados por um controlador proporcional integrativo de dois canais, sintetizando o sinal de esforço de controle de tensão \bar{v}_{dq} . O esforço de controle é multiplicado pela transformada rotacional $e^{j\phi}$ para adequar o vetor de tensão ao referencial do estator ($\alpha\beta$). À saída $\bar{v}_{\alpha\beta}$ é somada uma componente de tensão de alta frequência \bar{v}_{hf} que é necessária para a posterior determinação do ângulo do fluxo do rotor. Finalmente, o vetor de tensão resultante alimenta um modulo de modulação espacial vetorial.

A corrente consumida pelo motor $(\bar{i}_{\alpha\beta} = i_{\alpha} + ji_{\beta})$ é monitorada e alimenta duas malhas de processamento de sinais que trabalham em paralelo. A malha de baixa frequência é composta por um filtro passa-baixa (*low pass filter*, LPF) e pela transformada reversa $e^{-j\hat{\varphi}}$. O filtro atenua as componentes das correntes de alta frequência provocadas pelo sinal de injeção. As componentes de baixa frequência são rotacionadas pela transformada inversa para o referencial dq, permitindo o fechamento da malha de controle de maneira análoga ao Controle por Campo Orientado clássico.

Observou-se que a ordem na qual as operações de filtragem e transformada é relevante para a viabilidade do método de controle. Experimentos nos quais $\bar{i}_{\alpha\beta}$ era primeiramente rotacionada por $e^{-j\hat{\varphi}}$ e depois filtrada por *LPF* resultaram em sistemas nos quais a estabilização das correntes em seus valores de referência era impraticável, mesmo quando a injeção de sinal era desabilitada e o motor era acionado por controle de campo orientado com *encoder*. Especificamente, a corrente de eixo direto apresentou um comportamento oscilatório em torno do valor de referência que não pode ser remediado com o ajuste dos controladores.



Figura 20 – Método proposto de Controle por Campo Orientado com injeção de sinal de tensão.

Fonte: própria.

A malha de alta frequência é composta por um filtro passa-faixa (*band-pass filter*, BPF) e uma sequência de processamento de sinal para a estimação do ângulo do fluxo do secundário. Este mesmo módulo determina também o ângulo espacial da componente de alta frequência. A tensão de injeção é dada por

$$\bar{v}_{hf} = v_{hf} \cos(\Omega t) e^{j\theta} \tag{3.6}$$

onde Ω é a frequência angular do sinal, v_{hf} é sua amplitude e θ é o ângulo espacial elétrico de injeção.

O filtro passa-banda BPF deixa passar apenas as componentes cujas frequências são próximas da frequência de injeção Ω . Em seguida, a corrente é rotacionada nos eixos *dqm* e suas componentes real e imaginária são subtraídas. O resultado é tratado por um filtro de pós-processamento *PP*, gerando a diferença de correntes Δi . O valor medido de Δi é comparado com o valor do ponto de convergência $re f_{\Delta i}$. A diferença alimenta o controlador *PII*, cuja função de transferência contínua é

$$PII(s) = \frac{1}{s} \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right).$$
(3.7)

 k_p e k_i são os ganhos proporcional e integrativo e *s* é a variável de Laplace. A saída do controlador é o ângulo de injeção θ , que é utilizado na transformada $e^{j(\theta - \pi/4)}$, no modulador (que gera \bar{v}_{hf} de acordo com a Equação 3.6) e para o cálculo do ângulo estimado do fluxo do secundário $\hat{\phi} = \theta - \pi/2$.

No funcionamento normal do controle de campo orientado, se a corrente de quadratura é mantida constante, o ângulo do fluxo magnético do secundário aumenta linearmente com o tempo. Para garantir que a resposta à rampa do controlador tenha um erro estático nulo, o integrador adicional é necessário.

3.5 Modelagem das Impedâncias de Alta Frequência

De acordo com Ha e Sul (1997), as impedâncias de alta frequência nos eixos d e qpodem ser aproximadas por

$$\bar{Z}_{d} = r_{s} + j\Omega\sigma L_{s} + r_{r}\frac{L_{m}^{2}}{L_{r}^{2}}$$

$$\bar{Z}_{q} = r_{s} + j\Omega\sigma L_{s}$$
(3.8)

onde r_s e r_r são as resistência do estator e do rotor, L_s , L_r e L_m são as indutâncias do estator, rotor e mútua e $\sigma = 1 - L_m^2/(L_s L_r)$ é o coeficiente de dispersão de Blondel. De acordo com Ha e Sul (2000), estas impedâncias são majoritariamente resistivas. Portanto,

$$\bar{Z}_{d} \approx r_{s} + r_{r} \frac{L_{m}^{2}}{L_{r}^{2}}$$

$$\bar{Z}_{q} \approx r_{s}$$
(3.9)

Sendo θ o ângulo espacial de injeção do sinal de alta frequência e φ_2 o ângulo do fluxo do secundário, a decomposição do sinal injetado fornece

$$v_{hf,d} = |v_{hf}(t)| cos(\theta - \varphi_2)$$

$$v_{hf,q} = |v_{hf}(t)| sen(\theta - \varphi_2)$$
(3.10)

Portanto, a diferença de correntes Δi é

$$\Delta i = v_{hf} \left(\frac{\cos(\theta - \varphi_2)}{r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2}} - \frac{\sin(\theta - \varphi_2)}{r_s} \right)$$
(3.11)

A injeção de sinal no eixo direto implica em $\theta \approx \varphi_2$, o que significa que $cos(\theta - \varphi_2) \rightarrow 1$ e $sen(\theta - \varphi_2) \rightarrow 0$. Portanto, a Equação 3.11 se reduz a

$$\Delta i \approx \frac{v_{hf}}{r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2}} \tag{3.12}$$

Por outro lado, se a injeção é alinhada com o eixo de quadratura, $\theta - \varphi_2 \rightarrow \pi/2$ e a Equação 3.11 se torna

$$\Delta i \approx \frac{v_{hf}}{r_s} \tag{3.13}$$

A comparação das Equações 3.12 e 3.13 mostra uma vantagem da estratégia de injeção em quadratura: a tensão é injetada em uma região de menor impedância de alta frequência, permitindo que a mesma corrente seja induzida por uma amplitude menor do sinal de injeção.

Uma outra vantagem é o fato que Δi se torna independente de r_r . A utilidade desta característica pode ser observada na Figura 19. Quando o defasamento angular é nulo, o valor de Δi depende apenas do termo do cos(.) da Equação 3.11 e variam intensamente com o valor da corrente de quadratura na Figura 19. Tal comportamento indica que o termo $r_r(L_m/L_r)^2$ varia com o nível de saturação do núcleo magnético da máquina. De acordo com Ha e Sul (2000), o efeito pelicular aumenta o valor efetivo de r_r em alta frequência para valores mais elevados do que seu valor de resistência na frequência fundamental.

A convergência das distribuições espaciais da diferença de correntes em $\pm \pi/2$ também é explicada pela Equação 3.11. Enquanto a amplitude do termo que contém o cos(.) é variável por causa de r_r , o termo que multiplica o sen(.) é constante. Portanto, as curvas passam pelo mesmo valor de Δi quando o termo do cos(.) é nulo.

3.6 Parâmetros da Máquina de Indução

Para a realização do projeto dos controladores PI da malha de corrente do Controle por Campo Orientado (mostrados na Figura 6), é necessária a determinação das funções de transferência que relacionam as correntes de eixo direto e quadratura com as tensões dos mesmos eixos. De acordo com Fernandes Neto (2012),

$$\frac{I_d(s)}{V_d(s)} = \frac{I_q(s)}{V_q(s)} = k_{FT} \frac{1}{T_{FT}s + 1} , \ k_{FT} = \frac{1}{r_s + r_r (L_m/L_r)^2}, \ T_{FT} = \sigma L_s k_{FT}$$
(3.14)

onde $\sigma = 1 - L_m^2/(L_s L_r)$ é o fator de dispersão de Blondel, L_s é a indutância do primário e L_r a do secundário. Para a determinação dos valores numéricos da Equação 3.14, é necessária a identificação os parâmetros do circuito equivalente da máquina. Os testes foram realizados como descritos por Chapman (2013).

A Figura 21 mostra o circuito equivalente por fase da máquina de indução. r_s e r_r são as resistências de estator e rotor, L_{l1} e L_{l2} são as indutâncias de dispersão do primário e do secundário e L_m é a indutância de magnetização. As indutâncias de dispersão se relacionam com as indutâncias totais seguindo $L_s = L_m + L_{l1}$ e $L_r = L_m + L_{l2}$.

Figura 21 – Circuito equivalente por fase do motor de indução.



3.6.1 Ensaio de Corrente Contínua

O ensaio CC consiste na excitação de uma bobina do estator com corrente contínua para determinar sua resistência. A ausência de componentes alternadas garante que não exista acoplamento magnético com o secundário ou influência da indutância do primário, garantindo que o valor da resistência não sofra interferência de outros parâmetros. A corrente de excitação é mantida próxima do valor nominal do motor para provocar um regime térmico semelhante àquele do funcionamento nominal. Em seguida, uma correção para o efeito pelicular deve ser realizada.

A corrente do ensaio foi injetada entre duas fases, ja que a máquina já estava ligada em estrela. Para a corrente de 2,60*A* (próxima dos 2,56*A* nominais), mediu-se uma tensão de 27,9*V*, resultando em uma resistência de duas fases de 27,9*V*/2,60*A* = 10,8 Ω . A resistência do primário de uma fase é então 5,4 Ω . A corrente foi fornecida por uma fonte comercial *MPL* – 1303[®] e a tensão foi medida por um multímetro *Fluke*[®] 117*C*.

A profundidade de penetração δ de uma onda eletromagnética de frequência f em um meio de permeabilidade elétrica σ_e e permissividade magnética μ é (SADIKU, 2004):

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma_e}} \tag{3.15}$$

Para o cobre, a Equação 3.15 reduz-se a

$$\delta = \frac{0,066}{\sqrt{f}} \tag{3.16}$$

Em 60*Hz*, a profundidade é 8,53*mm*, que é maior que o diâmetro dos condutores das bobinas do motor. Portanto, o efeito pelicular não modifica a resistência do estator de maneira efetiva nessa frequência. Assim, o primeiro parâmetro da máquina é $r_s = 5,4\Omega$.

3.6.2 Ensaio de Rotor Bloqueado

Neste ensaio, o rotor da máquina é mantido fixo e o motor é acionado com tensão alternada trifásica, cuja amplitude é ajustada para que a corrente de estator se mantenha em nível nominal. O escorregamento do motor é unitário e a resistência do secundário é r_r , que é muito menor que a reatância de magnetização. Supõe-se que a maior parte da corrente passe pelo secundário da máquina e a impedância de entrada efetiva seja $z_{rb} = r_s + r_r + j\omega(L_{l1} + L_{l2})$, que inclui as resistências e indutâncias de dispersão do primário e secundário e exclui o ramo de magnetização.

Durante o ensaio, a frequência elétrica a qual o rotor está submetida é igual a frequência do estator, mas durante o funcionamento nominal o rotor é submetido a uma frequência muito menor, que depende do escorregamento. Chapman (2013) recomenda o acionamento da máquina em uma frequência igual ou menor que 25% da nominal. No experimento, usou-se 15Hz fornecidos pelo inversor comercial utilizado no acionamento da máquina.

Recomenda-se que a potência ativa consumida pela máquina seja monitorada por wattímetros e comparada com a potência aparente consumida para a realização do cálculo do defasamento angular entre a tensão e a corrente. Ao invés disso, utilizou-se um osciloscópio *TPS*2024 da fabricante *Tektronix*[®] para determinar o defasamento diretamente. O próprio osciloscópio foi utilizado para a medição dos valores RMS das tensões de fase, cujo valor médio é 22,67V quando a corrente de fase era 2,71A, próxima do valor nominal. Assim, o módulo de z_{rb} é 22,67V/2,71A = 8,37 Ω .

As componentes fundamentais dos sinais de tensão e de corrente de uma fase foram extraídas dos dados experimentais, permitindo que o defasamento angular entre os sinais fosse determinado com precisão. O ângulo encontrado foi $\theta_{rb} = 0,671rad$. Dessa maneira,

$$R_{rb} = r_s + r_r = |z_{rb}| cos(\theta_{rb}) = 6,55\Omega$$

$$X_{rb} = \omega_{rb}(L_{l1} + L_{l2}) = |z_{rb}| sen(\theta_{rb}) = 5,20\Omega$$
(3.17)

 $\omega_{rb} = 2\pi (15Hz)$ é a frequência angular elétrica de acionamento durante o teste. Sabe-se do ensaio de corrente contínua que $r_s = 5,4\Omega$. Portanto, a resistência do rotor é $r_r = 6,55\Omega - 5,4\Omega = 1,1\Omega$.

Não há uma forma direta de separar as componentes de X_{rb} em L_{l1} e L_{l2} . De acordo com Chapman (2013), para o motor analisado (classe A), considera-se que $L_{l1} \approx L_{l2}$. Assim,

$$5,20\Omega = X_{rb} = (2\pi(15Hz))(2L_{l1}) \tag{3.18}$$

Conclui-se que as indutâncias de dispersão são $L_{l1} = L_{l2} = 27,6mH$.

3.6.3 Ensaio a Vazio

No ensaio a vazio, o rotor é mantido sem carga e o motor é acionado em frequência nominal. O escorregamento da máquina se aproxima de zero e a resistência do secundário tornase muito maior que a impedância de magnetização. Considera-se que a maior parte da corrente atravessa o ramo de magnetização em detrimento do secundário. O nível de corrente é menor que o nominal, de forma que a queda de tensão devido à resistência do estator é desprezível. A impedância de entrada efetiva do motor é

$$z_{ev} = j\omega_n (L_m + L_{l1}) \tag{3.19}$$

 ω_n é a frequência angular nominal do motor.

No ensaio, o motor foi acionado com a tensão de fase de 37,9V. A corrente de fase medida foi 491*mA*. O módulo da impedância de entrada é 37,9V/491*mA* = 77,19 Ω . Dividindose esse valor pela frequência angular $\omega_n = 2\pi (60Hz)$, obtém-se a indutância $L_m + L_s = 204,7mH$. Conclui-se que a indutância de magnetização é $L_m = 177, 1mH$.

Tabela 5 – Parâmetros do motor de indução analisado.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Resistência do estator	r _s	$5,4\Omega$
Resistência do rotor	r_r	$1,1\Omega$
Indutância de dispersão do estator	L_{l1}	27,6mH
Indutância de dispersão do rotor	L_{l2}	27,6mH
Indutância de magnetização	L_m	177, 1mH

Fonte: própria.

3.6.4 Cálculo da Função de Transferência

A tabela 5 mostra os parâmetros obtidos com os ensaios. Usa-se a Equação 3.14 para calcular k_{FT} e T_{FT}

$$k_{FT} = \frac{1}{(5,4\Omega) + (1,1\Omega)(177,1mH/(177,1mH+27,6mH))^2} = 0,01973A/V$$
(3.20)

$$\sigma = 1 - \left(\frac{177, 1mH}{177, 1mH + 27, 6mH}\right)^2 = 0,2515 \tag{3.21}$$

$$T_{FT} = (0,2515)(177,1mH+27,6mH)(0,01973A/V) = 1,0157ms$$
(3.22)

A função de transferência contínua é

$$G_i(s) = \frac{I_d(s)}{V_d(s)} = \frac{I_q(s)}{V_q(s)} = \frac{0,01973}{(1,0157 \times 10^{-3})s + 1}$$
(3.23)

Para a realização do controle da corrente por um controlador discreto, é necessário discretizar a Equação 3.23. Retornando à Equação 3.14 e explicitando sua formulação no domínio do tempo, encontra-se

$$G_i(s) = \frac{I_x(s)}{V_x(s)} = k_{FT} \frac{1}{T_{FT}s + 1} \therefore T_{FT} \frac{di_x}{dt} + i_x(t) = k_{FT} \cdot v_x(t)$$
(3.24)

onde x = d ou q. Para a discretização da planta usa-se o método de segurador de ordem zero, ou seja, $di_x/dt \approx (1/T)(i_x[k+1] - i_x[k])$, onde T é o tempo de amostragem.

$$\frac{T_{FT}}{T}(i_x[k+1] - i_x[k]) + i_x[k] = k_{FT} \cdot v_x[k]$$
(3.25)

Simplificando,

$$i_{x}[k+1] + \left[\frac{T}{T_{FT}} - 1\right]i_{x}[k] = \frac{Tk_{FT}}{T_{FT}}v_{x}[k]$$
(3.26)

Aplicando a transformada z,

$$zI_x(z) + \left[\frac{T}{T_{FT}} - 1\right]I_x(z) = \frac{Tk_{FT}}{T_{FT}}V_x(z)$$
(3.27)

A função de transferência discreta é

$$\frac{I_x(z)}{V_x(z)} = \frac{Tk_{FT}}{T_{FT}} \frac{1}{z - \left(1 - \frac{T}{T_{FT}}\right)}$$
(3.28)

Define-se

$$k_{FTD} := \frac{Tk_{FT}}{T_{FT}}$$

$$p_{FTD} := 1 - \frac{T}{T_{FT}}$$
(3.29)

O que implica em

$$\frac{I_x(z)}{V_x(z)} = \frac{k_{FTD}}{z - p_{FTD}}$$
(3.30)

A frequência de amostragem é 6kHz. Os valores numéricos de k_{FTD} e T_{FTD} são

$$k_{FTD} := \frac{[1/(6kHz)](0,01973A/V)}{1,0157ms} = 3,237 \times 10^{-3}$$
(3.31)

$$p_{FTD} := 1 - \frac{\left[1/(6kHz)\right]}{1,0157ms} = 0,8359 \tag{3.32}$$

Portanto (f_s é a frequência de amostragem),

$$G_d(z) = \frac{I_x(z)}{V_x(z)} = \frac{0,003237}{z - 0,8359} , \quad f_s = 6kHz$$
(3.33)

3.7 Identificação da Planta da Malha de Corrente

A função de transferência $G_d(z)$ foi obtida também pelo método de identificação por mínimos quadrados não-recursivo (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013) para corroborar o resultado apresentado na Equação 3.33.

A Figura 22 mostra o experimento realizado para a obtenção dos dados para a identificação da função de transferência do eixo de quadratura $I_q(s)/V_q(s)$. Supôs-se que a esta função seja igual à do eixo direto. A entrada da planta é o sinal de tensão e a saída é a corrente.

Figura 22 – Identificação da planta do eixo de quadratura da malha de corrente.



Fonte: própria.

Um controlador projetado a partir da Equação 3.33 regulou a corrente de quadratura do motor enquanto a referência foi variada em degraus de 0*A* para 2*A*, então -2A e finalmente para 0*A*. Apesar dos períodos nos quais a corrente permaneceu constante e do uso do método dos mínimos quadrados em um sistema de malha fechada, os dados foram suficientes para a obtenção do modelo mostrado na Equação 3.34, que descreve satisfatoriamente o comportamento dinâmico da corrente. O algoritmo de mínimos quadrados não-recursivo utilizado é mostrado no Apêndice A.

$$G_{d,mq}(z) = \frac{0,0040532}{z - 0,93916} \tag{3.34}$$

Compara-se o modelo obtido a partir dos dados dos parâmetros do motor (Equação 3.33) e o modelo identificado (Equação 3.34). O coeficiente k_{FTD} da função obtida pelo levantamento de parâmetros é $3,235 \times 10^{-3}$, enquanto o do modelo obtido pelo mínimos quadrados é $4,053 \times 10^{-3}$, resultando em uma diferença de 20,18%.

Com o uso da transformada no plano w, verifica-se que o polo da função obtida pelo levantamento de parâmetros é associado à frequência fictícia de 1073Hz. Sua frequência real é 977, 6Hz, que é coerente com a constante de tempo de aproximadamente 1ms encontrada na Equação 3.22. Por outro lado, o polo da função obtida pela identificação apresenta uma frequência fictícia de 376Hz, o que se traduz em um sistema muito mais lento. Este resultado pode ser explicado pelo fato que a função identificada também engloba atrasos associados à resposta dinâmica do *driver*, do inversor, dos filtros analógicos de corrente e o tempo de processamento do DSP, enquanto que a função obtida analiticamente após os ensaios leva em consideração unicamente a dinâmica do motor. Por esse motivo, a função de transferência identificada foi utilizada no projeto de controle.

3.8 Projeto de Controle da Malha de Corrente

O diagrama de Bode de $G_{d,mq}$ é mostrado na Figura 23. Deseja-se determinar os parâmetros do controlador PI que resultem em um sistema estável, com menor tempo de resposta possível e sem sobressinal. Para garantir a ausência de sobressinal, adotou-se uma margem de fase desejada de 80°, o que equivale a uma fase -100° na frequência de cruzamento.

A função de transferência discreta de um controlador PI é mostrada na Equação 3.35.

$$C(z) = k_c \frac{z - z_c}{z - 1}$$
(3.35)



Figura 23 – Diagrama de Bode da função de transferência identificada $(G_{d,mq})$.

Fonte: própria.

Deseja-se escolher o zero z_c do controlador de tal forma que a função de transferência de malha aberta do sistema tenha uma fase de -100^o na maior frequência possível. A Equação 2.25 é usada para determinar a contribuição angular do zero $Z(z) = z - z_c$ em uma frequência v.

$$ang(Z) = atg\left(\frac{v}{|w_c|}\right) \tag{3.36}$$

Escolheu-se que a frequência de corte seja 4 vezes a frequência do zero, o que permite que a contribuição angular do zero na frequência de cruzamento seja

$$ang(Z) = atg\left(\frac{4w_c}{w_c}\right) = atg(4) \approx 76,0^o \tag{3.37}$$

A escolha do fator 4 é motivada pela análise do Método Simétrico Ótimo (SCHRÖ-DER, 2009). Sabendo que o zero contribui com 76°, a máxima frequência de cruzamento possível é aquela na qual a fase de $G_{d,mq}/(z-1)$ é $-100^{\circ} - 76^{\circ} = -176^{\circ}$. O diagrama na Figura 24 mostra que essa frequência é 204, 5*Hz*, que será a frequência de cruzamento da malha. Calcula-se o valor numérico do zero em (204, 5Hz)/4 = 51, 12Hz com a Equação 2.17:

$$z_c = \frac{1 + (T/2)w}{1 - (T/2)w} = \frac{1 + ((1/6kHz)/2)(2\pi(51, 12Hz))}{1 - ((1/6kHz)/2)(2\pi(51, 12Hz))} = 0,94786$$
(3.38)

A Figura 25 mostra o diagrama de Bode da função com o zero, $G_{d,mq}(z-z_c)/(z-1)$. A frequência de 204,5*Hz* apresenta uma fase -94^o , que é suficientemente próxima dos 100^o



Figura 24 – Diagrama de Bode de $G_{d,mq}/(z-1)$.

desejados. O ganho da função nessa frequência é -34, 4dB. Portanto, o ganho do controlador é $k_c = 10^{(34,4/20)} = 52,48$. O controlador utilizado na malha de corrente é

Figura 25 – Diagrama de Bode de $G_{d,mq}(z-z_c)/(z-1)$.



Fonte: própria.

$$C(z) = (52,48)\frac{z - 0,94786}{z - 1}$$
(3.39)

O traçado azul da Figura 26 mostra uma simulação da resposta a um degrau unitário do sistema de malha fechada regulado pelo controlador da Equação 3.39. Observa-se a tendência de um efeito de zero dominante: ao invés da resposta seguir uma curva exponencial, ela passa muito tempo próxima do valor de referência, aumentando lentamente. Para contrabalancear esse efeito, o filtro de referência de primeira ordem mostrado na Equação 3.40 foi adicionado. A curva vermelha da mesma figura evidencia o efeito do filtro.

Figura 26 – Resposta ao degrau do sistema compensado, com e sem filtro de referência.



Fonte: própria.

$$F_{ref}(z) = \frac{1 - p_f}{z - p_f} , \ p_f = 0,94786$$
(3.40)

A resposta do sistema sem filtro representa uma situação crítica. A Figura 27 mostra a mesma resposta da Figura 26, com uma planta cujo valor numérico do polo foi aumentado 3%. A modificação da função de transferência da planta pode ser causada por qualquer variação paramétrica durante a operação do motor, como o aumento das resistências provocado pelo aumento de temperatura. A resposta apresenta um sobressinal, o que não é desejável nesta aplicação. A sobrecorrente provoca um torque de saída maior que o desejado e permite que a corrente de estator se torne maior do que a corrente nominal do motor. O filtro elimina o sobressinal da resposta ao degrau, ao custo de um tempo de acomodação maior.





3.9 Compensação do Tempo Morto

Os *drivers* internos de inversores comerciais utilizam o tempo morto (*deadtime*) para evitar que duas chaves de um mesmo braço conduzam ao mesmo tempo e curto-circuitem o capacitor de *link-cc*. O tempo morto consiste em um atraso temporal no acionamento de uma das chaves de uma perna em relação à outra, de maneira a garantir que o transitório de comutação da primeira chave terminou antes que o da segunda se inicie (LEGGATE; KERKMAN, 1997).

Apesar de ser necessário, o tempo morto faz que os tempos T_0 , T_1 e T_2 calculados na Modulação Vetorial Espacial não sejam replicados fielmente na realidade, provocando uma distorção da tensão de saída real do inversor. Para a maioria das aplicações a distorção pode ser desconsiderada, mas para o método *sensorless* deseja-se ser o tão preciso quanto possível.

A Figura 28 detalha o comportamento da tensão de saída de um braço do inversor em resposta a um comando realizado pelo DSP. A dinâmica é semelhante tanto na borda de descida quanto a de subida: a partir do degrau do comando há um atraso de 2, $2\mu s$ para o acionamento da primeira chave, então outro atraso de 2, $2\mu s$ para o da segunda. O estado no qual nenhuma das chaves conduz é evidenciado pelos intervalos de tempo de 2ms a 4ms em ambos os gráficos, nos quais a resposta apresenta um aspecto linear. O intervalo total de 4, $4\mu s$ corresponde a 2, 64% do tempo de chaveamento a 6kHz, totalizando 5, 28% ao se considerar que cada período de

chaveamento contém duas bordas.



Figura 28 – Atraso da resposta do inversor ao comando do DSP.

Uma coleção de métodos complexos para a correção do tempo morto é encontrada na literatura (KIM *et al.*, 2003; MUNOZ; LIPO, 1999). No presente trabalho utilizou-se o método mostrado em (LEGGATE; KERKMAN, 1997). Seu funcionamento é mostrado na Figura 29. Em operação normal, a direção da corrente dita se o atraso ocorre na borda de subida ou de descida do chaveamento. No primeiro caso, um pulso ideal tem sua borda de subida atrasa em Δt_e . O comando corrigido tem sua borda de subida adiantada no mesmo valor de tempo para compensar o atraso. Para isso, subtrai-se da moduladora do PWM o valor equivalente à Δt_e . A mesma técnica é utilizada na borda de descida quando a corrente tem o sinal invertido.



Figura 29 – Correção do tempo morto.

Fonte: própria.

Fonte: (LEGGATE; KERKMAN, 1997)

A técnica apresentada foi incluída no código, garantindo que a tensão real aplicada nos terminais da máquina não fosse distorcida pelo efeito do tempo morto.

3.10 Filtros Digitais

O método proposto utiliza três filtros, como indicados na Figura 20. Primeiro é o *LPF*, que evita que a componente de alta frequência provocada pelo sinal de injeção seja detectada pela malha de controle de corrente. Se isso ocorresse, o controlador PI contrabalancearia a pertubação e estabilizaria a corrente, anulando o efeito do sinal de alta frequência. O segundo filtro é o *BPF*, que tem o efeito contrário ao *LPF*: extrair a componente de alta frequência da corrente para alimentar o algoritmo de estimação do ângulo do fluxo e evitar que transitórios da malha de baixa frequência sejam erroneamente processados como se fossem uma resposta à injeção. O último é o filtro de pós-processamento *PP*. Sua função é a estabilização o sinal gerado pela subtração das partes real e imaginária da projeção da componente de alta frequência da corrente nos eixos *dqm*.

O filtro *LPF* foi implementado como um filtro barra-faixa de oitava ordem cuja banda de rejeição contém 600Hz, que é a frequência do sinal de injeção. *BPF* é um filtro passa-banda de quarta ordem cuja banda de passagem contém a banda de rejeição de *LPF*. *PP* é um filtro passa-baixa de quarta ordem cuja frequência de corte é 100Hz. Os três filtros são elípticos, pois esta categoria de filtro digital apresenta um atraso angular menor do que outros tipos (como Butterworth ou Chebyshev, por exemplo), resultando em uma resposta mais rápida tanto na malha de controle de baixa frequência quanto no algoritmo de estimação do ângulo do fluxo (SMITH, 1997). O comando *ellip()* do *software* Octave[®] foi utilizado para a determinação dos coeficientes dos filtros a partir das características em frequência desejadas. A Figura 30 mostra o diagrama de Bode dos três filtros. Seus valores numéricos são mostrados no Apêndice C.

Uma nova identificação da função de transferência do sistema foi realizada após a adição dos filtros, dessa vez com experimentos separados para o eixo direto e o de quadratura. A Figura 31 mostra o experimento de identificação da função de transferência de eixo direto. A tensão e a corrente mostradas são de eixo direto, enquanto que a tensão de quadratura foi mantida nula.

A referência da corrente foi mantida em 700*mA* em todos os testes, pois esta é a corrente de magnetização da máquina.



Figura 30 – Diagrama de Bode dos filtros digitais.

Ao sinal de tensão foi adicionado um sinal binário pseudo-aleatório de 8 bits cujo tempo de amostragem é igual ao tempo de amostragem do sistema digital ($T = 1/(6kHz) \approx 0,167ms$). O procedimento foi repetido para o eixo de quadratura com a referência de corrente ajustada em 2*A*, como mostrado na Figura 32. Os sinais de tensão e corrente são os do eixo de quadratura.

A função de transferência obtida para o eixo direto é mostrada na Equação 3.41 e a para o eixo de quadratura, na Equação 3.42.

$$G_{d,prbs(d)}(z) = \frac{0,002837}{z - 0,9511}$$
(3.41)

$$G_{d,prbs(q)}(z) = \frac{0,003721}{z - 0,9503}$$
(3.42)

A semelhança entre os valores numéricos dos coeficientes das equações 3.41 e 3.42 corrobora a suposição que as funções de transferência dos dois eixos são iguais. As frequências dos polos são 300,75Hz e 300,88Hz, respectivamente. Considerando que o polo da Equação 3.34 apresenta uma frequência de 376Hz, constata-se que a presença dos filtros acarreta em uma redução da velocidade de resposta da planta, como esperado.



Figura 31 – Identificação do modelo do eixo direto.

Fonte: própria.

Figura 32 – Identificação do modelo do eixo de quadratura.



Fonte: própria.

Os controladores PI foram recalculados a partir das novas funções de transferência, seguindo o método apresentado na seção 3.8.

3.11 Função de Transferência da Estimação Angular

O controlador PII mostrado na Figura 20 regula o ângulo de injeção θ para manter $\Delta i \approx re f_{\Delta i}$. Para o ajuste correto de seus parâmetros, é necessário quantificar o efeito da variação do ângulo de injeção θ na diferença de correntes. A Figura 33 mostra os módulos relevantes para a análise do processamento do sinal de alta frequência. A saída do controlador alimenta o modulador, que injeta a tensão de alta frequência do motor. O sinal de corrente resultante é isolado pelo filtro *BPF* e processado para a obtenção de Δi .





Fonte: própria.

A Figura 34 é uma simplificação da Figura 33, na qual a área destacada é substituída pela função de transferência ϕ , que engloba todo o processamento de sinal ocorrido desde a alimentação do modulador até a saída do filtro de pós-processamento, assim como a dinâmica de resposta em alta frequência do motor.

Figura 34 – Modelagem do controle do processamento da componente de alta frequência.



Fonte: própria.

Denomina-se ϕ como função de estimação angular. Sua entrada é o erro entre o

ângulo real do fluxo e o ângulo estimado, enquanto sua saída é a diferença de correntes. Ambos os sinais podem ser obtidos durante a operação do motor em Controle por Campo Orientado com sensor, o que permite que um algoritmo de identificação seja utilizado para determinar a função de transferência. O algoritmo apresentado no Apêndice A foi utilizado.

Verificou-se experimentalmente que uma função com dois polos e nenhum zero (como mostrada na Equação 3.43) é a mais simples capaz de prever satisfatoriamente o comportamento dinâmico da diferença de correntes.

$$\phi = \frac{k_{\phi}}{(z - p_1)(z - p_2)} \tag{3.43}$$

Observou-se também que os coeficientes identificados variam com o valor da corrente de quadratura. A Figura 35 mostra os diagramas de Bode das funções encontradas em cada caso e a Tabela 6 mostra os valores numéricos dos coeficientes. A localização dos polos varia pouco, enquanto que o ganho estático da função apresenta um aumento de 593% quando a corrente de quadratura vai de 0,5*A* até 3,0*A*.

Figura 35 – Diagramas de Bode das funções de estimação angular identificadas.



Fonte: própria.

A função de estimação angular pode ser interpretada como a linearização das curvas de diferença de corrente próximo do ponto de operação de 90^o, mostrado na Figura 19. Observase-se que a reta tangente à curva da distribuição de diferença de corrente tem um coeficiente

Corrente de quadratura [A]	$k_\phi \times 10^5 \; [-]$	Polos (p_1, p_2) [-]
0,5	1,6145	$0,98668 \pm j0,06684$
1,0	4,6610	$0,97357 \pm j0,06383$
1,5	5,9470	$0,97433 \pm j0,06527$
2,0	7,3862	$0,97451 \pm j0,06250$
2,5	8,0544	$0,97572 \pm j0,05969$
3,0	9,5797	$0,97686 \pm j0,06461$

Tabela 6 – Coeficientes da função de estimação angular.

angular que diminui com a diminuição da corrente de eixo de quadratura. A diminuição da inclinação representa uma diminuição do coeficiente que estabelece a relação entre o defasamento angular e a diferença de correntes. Este comportamento é refletido na variação do ganho estático de ϕ .

As funções ϕ identificadas englobam os filtros *BPF* e *PP*, assim como a subtração das partes real e imaginária da componente de alta frequência da corrente. Se qualquer um dos filtros ou a estratégia de detecção de Δi for modificada, um novo experimento de identificação deve ser realizado para o reajuste dos parâmetros da função identificada. O tempo de resposta da função pode ser utilizado como figura de mérito para a comparação entre propostas diferentes de estratégias de controle ou para a avaliação do desempenho dos filtros.

O controlador *PII* foi ajustado com base na função de transferência identificada com $i_q = 1,5A$, que é um valor intermediário de corrente de quadratura. Sua equação de diferenças é mostrada na Equação 3.44:

$$u[k+1] = 2u[k] - u[k-1] + k_s (e[k] - z_s e[k-1])$$
(3.44)

onde *u* é o esforço de controle, *e* é o sinal de entrada do controlador, k_s sua constante de ganho e z_s o valor de seu zero. No controlador utilizado, $k_s = 0,132546$ e $z_s = 0,90$.

A forte variação do ganho estático de ϕ em diferentes pontos de operação motiva a utilização futura de um controlador adaptativo para a melhoria do desempenho do método. As informações apresentadas evidenciam que uma estratégia de *gain scheduling* seja a mais adequada para esta aplicação (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

Comentários Finais

A bancada de testes utilizada nos experimentos foi apresentada, assim como os equipamentos que a compõem. O projeto da placa de sensoriamento de corrente foi mostrado e explicado. Os dados dos testes de aferição garantem que a corrente é monitorada com uma precisão satisfatória. Em seguida, o comportamento das impedâncias de alta frequência previsto na teoria foi evidenciado com o mapeamento da diferença de correntes de alta frequência com a variação do ângulo espacial de injeção e da referência da corrente de quadradura do estator da máquina. Observou-se que os resultados seguem a teoria quando a corrente de quadratura é baixa, e divergem progressivamente da previsão quando a corrente é aumentada. O mapeamento permitiu a verificação da existência de pontos nos quais o valor da diferença de correntes não varia significativamente com a corrente de quadratura.

Os resultados experimentais motivaram a modificação do método de Controle por Campo Orientado *sensorless*, cuja nova formulação foi apresentada. Uma modelagem das impedâncias de alta frequência foi realizada. Em seguida, ensaios práticos foram feitos para o levantamento dos parâmetros elétricos da máquina. Tais parâmetros foram utilizados para o cálculo da função de transferência da planta da malha de controle de corrente do sistema. Em seguida, a mesma função de transferência foi obtida por meio de um algoritmo de identificação de sistemas. Os dois resultados foram comparados e a função obtida por identificação foi escolhida para basear o projeto do controlador de corrente. O método de compensação do tempo morto foi mostrado logo a seguir. Os filtros digitais projetados para o método *sensorless* forma então apresentados, seguidos dos novos ensaios de identificação de sistema usados para incorporar os efeitos dos filtros na função de transferência da planta. A função de transferência da malha de estimação angular foi determinada por meio de identificação de sistema, e observou-se que o ganho estático da função é fortemente dependente do valor da corrente de quadratura.

4 RESULTADOS

4.1 Operação com Sensor

Para conferir o funcionamento do método de Controle de Campo Orientado com sensor, uma malha de controle de posição foi utilizada para fazer o motor trabalhar como um servo-posicionador. A Figura 36 diagrama o sistema.





Fonte: própria.

A malha de corrente apresentada na seção 2.3 foi modificada para a inclusão do filtro de referência de dois canais F_{ref} projetado na seção 3.8. O sensor de posição fornece a medida da posição angular do rotor Θ , que é comparada com a referência filtrada de posição $\Theta_{ref,F}$, que por sua vez é a saída do filtro de referência da malha de posição, $F_{ref,\tau}$. O erro de Θ alimenta o controlador¹ PI de canal único PI_{τ} , responsável por calcular a corrente de quadratura desejada (que é proporcional ao torque) para regular a posição do motor. O vetor de referência \bar{i}_{ref} é composto pela referência constante do eixo direto e pela saída do controlador, e então alimenta a malha de corrente.

O projeto do controlador PI_{τ} foi realizado de maneira semelhante ao processo descrito na seção 3.8, com um algoritmo de identificação para a determinação da função de transferência e o mesmo projeto no plano w. Observou-se que a constante de tempo mecânica do sistema é muito mais lenta do que a elétrica, e que uma malha de posição muito rápida interferia no funcionamento da malha de corrente ao mudar a referência do eixo de quadratura em uma forma mais rápida do que a capacidade de resposta da malha de corrente. Para evitar estes problemas, a malha de posição é executada uma vez a cada 60 execuções da malha de corrente. O fator 60 foi escolhido por permitir um tempo suficiente para a resposta da outra malha. A

¹ Todos os controladores utilizados neste trabalho incluem a ação anti-*windup* descrita no Apêncide B.

função de transferência encontrada para a malha de posição é mostrada na Equação 4.1.

$$G_{pos}(z) = \frac{0,01716}{(z-1)(z-0,95782)} , \quad f_s = 100Hz$$
(4.1)

O controlador projetado é mostrado na Equação 4.2:

$$PI_{\tau}(z) = 6,466 \, \frac{z - 0,974}{z - 1} \tag{4.2}$$

E o filtro de referência foi projetado de forma a compensar o zero dominante do controlador

$$F_{ref,\tau} = \frac{1 - 0,974}{z - 0,974} \tag{4.3}$$

Reitera-se o fato que os sistemas dinâmicos modelados pelas Equações 4.1, 4.2 e 4.3 operam na frequência de 100Hz, e não em 6kHz como os outros sistemas dinâmicos descritos neste trabalho.

Em testes realizados com uma referência de posição muito longe do zero (por exemplo, $\Theta_{ref} = 80$ voltas), a máquina tende a acelerar além da capacidade de monitoramento e processamento do método de controle. Para evitar esse comportamento, uma função em paralelo deriva Θ e filtra o sinal resultante para obter uma estimativa da velocidade angular do motor. Caso esta velocidade ultrapasse um limiar, a saída do controlador PI_{τ} é zerada até que a velocidade volte à valores seguros. O limiar foi fixado arbitrariamente em 1440*rpm*, o que equivale a uma velocidade angular 20% menor do que a nominal.

A Figura 37 mostra o resultado de um teste de reposta ao degrau. A referência da posição foi fixada em 1800°, equivalente a cinco voltas. A referência filtrada seguiu uma curva exponencial de primeira ordem como esperado. A corrente de quadratura saturou em seu valor máximo no início do transitório, atrasando o aumento do ângulo real. A ação anti-*windup* impediu que o esforço do controle de PI_{τ} aumentasse além do limite do atuador. Em seguida, a diminuição do erro de posição fez com que o esforço de controle se tornasse menos intenso, até uma corrente nula em 900*ms*. A inércia do sistema permitiu o avanço do rotor até a posição desejada. Demonstra-se que o funcionamento do motor de indução como servo-posicionador foi realizado com sucesso.

4.2 Controle de Torque Sensorless

A validação experimental do controle de torque foi realizada na bancada de testes mostrada na Figura 15. O eixo da carga foi bloqueado mecanicamente para impedir sua rotação e



Figura 37 - Resultado do experimento de operação com sensor mecânico.

o sensor foi utilizado para monitorar o torque de saída do motor. A referência da corrente de eixo direto foi mantida em 700*mA* em todos os casos, e a de quadratura foi modulada para fornecer sinais arbitrários de referência de torque. Um módulo de controle de campo orientado clássico foi executado em paralelo para o cálculo do ângulo de fluxo real e permitir a comparação com o ângulo estimado pelo método de injeção.

A Figura 38 mostra o resultado do primeiro experimento. A referência de corrente iniciou-se em 1*A* e foi aumentada em degraus de 250*mA* até o valor de 2*A*. A corrente medida e o torque seguiram a referência da maneira desejada. O erro angular manteve-se próximo dos 50°. A resposta a cada degrau de referência de torque não apresenta um sobressinal detectável ou um comportamento oscilatório, como desejado. A malha de corrente reage de maneira semelhante, mas com um sobressinal de 200*mA* de curta duração no último degrau.

A Figura 39 mostra o resultado do segundo experimento. A referência de corrente



Figura 38 – Resultado do experimento de degrau.

ficou constante em 1*A* por 2*s*, então foi elevada em rampa para 2*A*, mantida constante e então foi reduzida de volta para 1*A*. O erro angular permanece entre 40° e 60° como anteriormente. A corrente medida e o torque de saída seguiram a forma de onda das referências da maneira desejada.

Ambos os experimentos demonstram que o controle de torque funciona como desejado. O torque medido pelo sensor externo é capaz de seguir a forma de onda imposta pela referência em ambos os experimentos. Observa-se que o erro angular não é nulo, mas é constante



Figura 39 – Resultado do experimento de rampa.

para cada valor de corrente de quadratura.

O torque de saída da máquina pode ser expresso pela Equação 4.4 (VAS, 1998).

$$\tau = \frac{3}{2} P |\bar{\phi}| |\bar{i}_s| sen(\Delta \alpha) \tag{4.4}$$

onde *P* é o número de pares de polos, $\bar{\phi}$ é o vetor espacial do fluxo rotórico (alinhado com o fluxo do rotor), \bar{i}_s é a corrente de estator e $\Delta \alpha$ é a diferença angular entre $\bar{\phi}$ e \bar{i}_s . O erro angular diminui o valor de $\Delta \alpha$, reduzindo o torque máximo da máquina.

O valor não-nulo do erro angular impede que o método seja utilizado na maneira que foi posto em prática em aplicações de precisão. Porém, ele é viável em aplicações nas quais um controle de torque é necessário mas a posição do atuador é mantida mecanicamente, como prensas, estampadeiras e guilhotinas.

Comentários Finais

A operação com sensor de posição permitiu que o motor trabalhasse como um servomecanismo, como esperado.

O método *sensorless* proposto permitiu o controle do torque de saída da máquina, mas com uma diferença de aproximadamente 50° (elétricos) entre o ângulo estimado e o ângulo real do fluxo magnético. Tal erro reduz o torque produzido pela máquina e equivale a um erro mecânico de 25°. O erro mecânico pode ser ainda diminuído caso a máquina acione uma carga por meio de uma caixa redutora.

As formas de onda do torque medido sofreram erros de quantização, pois o valor de fundo de escala do sensor utilizado (dimensionado originalmente para outro projeto) é muito maior do que o torque produzido pelo motor.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusão

O método de controle de torque proposto por Ha e Sul (1997) foi executado com sucesso. Observações experimentais e uma análise posterior mostraram que a injeção de sinal no eixo de quadratura é vantajosa em relação à injeção no eixo direto. A menor impedância de alta frequência no eixo de quadratura permite que um sinal de corrente de maior amplitude seja induzido por uma tensão menor. Além disso, a distribuição de impedância de alta frequência é menos suscetível à influência do fluxo magnético do estator.

A injeção no eixo de quadratura mostrou-se viável. A demodulação do sinal foi realizada com o uso de um filtro passa-baixa de pós-processamento, ao invés dos filtros RMS propostos originalmente. As características dinâmicas dos filtros originais não puderam ser fielmente replicadas.

Verificou-se experimentalmente que o uso do algoritmo de identificação resulta em funções de transferências coerentes com o comportamento real da planta. A técnica de identificação mostrou-se especialmente útil na malha de estimação angular, na qual não havia uma forma analítica para a determinação da função de transferência da planta.

O uso do controle de torque apresentado neste trabalho para a composição de um controle de posição *sensorless* é naturalmente desejável. Para tal, é necessário garantir que a malha de controle de estimação angular funcione de maneira robusta e estável em todos os pontos de operação do motor.

5.2 Sugestões de Trabalhos Futuros

Uma sugestão de pesquisa futura é a realização do procedimento de identificação e o projeto dos controladores pelo próprio DSP, de maneira semelhante à realizada por inversores comerciais. Com esse avanço, o sistema eletrônico poderia ser utilizado automaticamente em diferentes motores.

A extração da componente de alta frequência de corrente pode ser melhorada. Trabalhos recentes de métodos de injeção de sinal como Yoon e Sul (2014) propõem a o uso da técnica de demodulação síncrona, já utilizada em receptores digitais de rádios AM. Uma outra possibilidade para uma extração melhorada do sinal de diferença de correntes é o uso do algoritmo de detecção de envelopes de funções senoidais proposto em Fritsch *et al.* (1999). Experimentos realizados com essa técnica se mostraram promissores, mas é necessária uma adaptação dos outros filtros para a obtenção de um sinal com um nível aceitável de oscilações espúrias.

O desempenho do controlador de estimação angular *PII* pode ser melhorado com a adoção de uma estratégia de *gain scheduling*. O ganho estático da função de transferência da planta muda com o valor da corrente de quadratura do estator (que é uma informação disponível), e os parâmetros do controlador podem ser ajustados em tempo real de tal modo que a função de transferência resultante se torne invariante em relação à corrente de quadratura.

É possível ainda realizar uma análise de perturbação da malha de estimação angular. É de interesse conhecer as características dinâmicas da reposta da malha à pertubações externas, tal como a mudança da carga mecânica.
REFERÊNCIAS

ÅSTRÖM, K.; WITTENMARK, B. Adaptive Control: Second Edition. Dover Publications, 2013. (Dover Books on Electrical Engineering). ISBN 9780486319148. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=4CLCAgAAQBAJ>.

CHAPMAN, S. **Fundamentos de Máquinas Elétricas - 5ed**. AMGH Editora, 2013. ISBN 9788580552072. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=Fyg6AgAAQBAJ.

FERNANDES NETO, T. R. Short Primary Linear Drive Designed for Synchronous and Induction Operation Mode with On-Board Energy Storage. Tese (Doutorado) — Technischen Universität Darmstadt, 6 2012.

FERNANDES NETO, T. R.; MUTSCHLER, P.; PONTES, R. S. T.; AGUIAR, V. P. B. Controle de posição de um motor linear de primário curto em sistemas de transporte e processamento de materiais. **Eletrônica de Potência (Impresso)**, v. 19, p. 142–151, 2014.

FITZGERALD, A.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. **Máquinas Elétricas - 6.ed.: Com Introdução à Eletrônica de Potência**. BOOKMAN COMPANHIA ED, 2006. ISBN 9788560031047. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=zsH5FZYJhb4C>.

FRITSCH, C.; IBANEZ, A.; PARRILLA, M. A digital envelope detection filter for real-time operation. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 48, n. 6, p. 1287–1293, Dec 1999. ISSN 0018-9456.

HA, J.-I.; SUL, S.-K. Sensorless field orientation control of an induction machine by high frequency signal injection. In: **Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS '97., Conference Record of the 1997 IEEE**. [S.l.: s.n.], 1997. v. 1, p. 426–432 vol.1. ISSN 0197-2618.

HA, J.-I.; SUL, S.-K. Physical understanding of high frequency injection method to sensorless drives of an induction machine. In: Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129). [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 1802–1808 vol.3. ISSN 0197-2618.

HOLTZ, J. Sensorless control of induction machines - with or without signal injection? **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 1, p. 7–30, Feb 2006. ISSN 0278-0046.

JANSEN, P. L.; LORENZ, R. D. Transducerless field orientation concepts employing saturation-induced saliencies in induction machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 32, n. 6, p. 1380–1393, Nov 1996. ISSN 0093-9994.

KAUSHISH, J. **MANUFACTURING PROCESSES**. PHI Learning, 2010. ISBN 9788120340824. Disponível em: ">https://books.google.com.br/books?id=_EkPDCDZ3zMC>.

KIEF, H.; ROSCHIWAL, H. CNC Handbook. McGraw-Hill Education, 2012. ISBN 9780071799492. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=DmO0BwAAQBAJ>.

KIM, H.-S.; KIM, K.-H.; YOUN, M.-J. On-line dead-time compensation method based on time delay control. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 11, n. 2, p. 279–285, Mar 2003. ISSN 1063-6536.

LEGGATE, D.; KERKMAN, R. J. Pulse-based dead-time compensator for pwm voltage inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 44, n. 2, p. 191–197, Apr 1997. ISSN 0278-0046.

MUNOZ, A. R.; LIPO, T. A. On-line dead-time compensation technique for open-loop pwm-vsi drives. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 14, n. 4, p. 683–689, Jul 1999. ISSN 0885-8993.

NOVOTNY, D. W.; LIPO, T. **Vector Control and Dynamics of AC Drives**. Clarendon Press, 1996. (Monographs in electrical and electronic engineering). ISBN 9780198564393. Disponível em: ">https://books.google.com.br/books?id=5FAHb_z4eAQC>.

OGATA, K. **Discrete-time Control Systems**. Prentice-Hall International, 1995. (Prentice Hall International editions). ISBN 9780133286427. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=5a51QgAACAAJ>.

PACAS, M. Sensorless drives in industrial applications. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 5, n. 2, p. 16–23, June 2011. ISSN 1932-4529.

SADIKU, M. Elementos de Eletromagnetismo. Bookman, 2004. ISBN 9788536302751. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=quccGQAACAAJ.

SCHRÖDER, D. **Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen**. Springer Berlin Heidelberg, 2009. (Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen, v. 10). ISBN 9783540896128. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=imfgNLeW2RAC>.

SMITH, S. **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing**. California Technical Pub., 1997. ISBN 9780966017632. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=rp2VQgAACAAJ.

SOUZA JÚNIOR, A. B. de. Estratégia híbrida aplicada no controle de posição de um sistema de acionamento com motor de indução usando controle de campo orientado. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Ceará, 9 2014.

TEXAS INSTRUMENTS. Field Orientated Control of 3-Phase AC-Motors (BPRA073). [S.1.], 1998.

VAS, P. Sensorless Vector and Direct Torque Control. [S.1.]: Oxford University Press, 1998.

YOON, Y. D.; SUL, S. K. Sensorless control for induction machines based on square-wave voltage injection. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 29, n. 7, p. 3637–3645, July 2014. ISSN 0885-8993.

YU, Z. Space-Vector PWM With TMS320C24x/F24x Using Hardware and Software Determined Switching Patterns (SPRA524). [S.1.], 1999.

APÊNDICE A – IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O algoritmo mostrado nesse apêndice é apresentado em (ÅSTRÖM; WITTEN-MARK, 2013) e foi utilizado na identificação das funções de transferências ao longo do trabalho. Considera-se um sistema dinâmico discreto com uma entrada escalar x[k], uma saída escalar y[k]e um tempo de amostragem T. Supõe-se que o sistema seja regido pela função de transferência mostrada na Equação A.1.

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_{n-1} z + b_n}{z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m} z^{-d}$$
(A.1)

onde *n*, *m* são as ordens do numerador e do denominador, *d* é o atraso de transporte, $[b_0...b_n]$ são os coeficientes do numerador e $[1, a_1...a_m]$ o do denominador. Explicita-se esta relação no domínio do tempo na forma de uma equação de diferenças:

$$y[k+m] = -(a_1y[k+m-1] + \dots + a_{m-1}y[k+1] + a_my[k])$$

$$+b_0x[k+n-d] + b_1x[k+n-1-d] + \dots + b_{n_1}x[k-d-1] + b_nx[k-d]$$
(A.2)

Definem-se os vetores $\vec{\phi}[k] = \left[-y[k+m-1] \dots - y[k] x[k+n-d] \dots x[k-d]\right]$ e $\vec{\theta} = \left[a_1 \dots a_m b_0 \dots b_n\right]^T$, o que permite que a Equação A.2 seja escrita como

$$y[k+m] = \begin{bmatrix} -y[k+m-1] \dots - y[k] x[k+n-d] \dots x[k-d] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_0 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \vec{\phi}[k]\vec{\theta}$$
(A.3)

A Equação A.3 vale para qualquer instante de tempo k. Em um experimento no qual

são coletados dados associados à N amostragens, são obtidas N - m relações:

$$\begin{cases} y[m] = \vec{\phi}[0]\vec{\theta} \\ y[1+m] = \vec{\phi}[1]\vec{\theta} \\ y[2+m] = \vec{\phi}[2]\vec{\theta} \\ \vdots \\ y[k+m] = \vec{\phi}[k]\vec{\theta} \\ \vdots \\ y[N-m-1] = \vec{\phi}[N-1]\vec{\theta} \\ y[N-m] = \vec{\phi}[N]\vec{\theta} \end{cases}$$
(A.4)

O vetor de coeficientes $\vec{\theta}$ é o mesmo em cada linha, o que permite que o sistema de equações A.4 possa ser organizado em uma equação matricial:

$$\begin{bmatrix} y[m] \\ y[1+m] \\ y[2+m] \\ \vdots \\ y[k+m] \\ \vdots \\ y[N-m-1] \\ y[N-m] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\phi}[0] \\ \vec{\phi}[1] \\ \vec{\phi}[2] \\ \vdots \\ \vec{\phi}[k] \\ \vdots \\ \vec{\phi}[k] \\ \vdots \\ \vec{\phi}[N-1] \\ \vec{\phi}[N] \end{bmatrix} \vec{\theta}$$
(A.5)

A matriz formada pela concatenação dos vetores $\vec{\phi}[k]$ é denominada Φ . Definindo $\vec{Y}^m = \left[y[m] \dots y[N-m]\right]^T$, o sistema de equações é reduzido para

$$\vec{Y}_{[(N-m)\times 1]}^m = \Phi_{[(N-m)\times l]}\vec{\theta}_{[l\times 1]}$$
(A.6)

onde *l* é o número de coeficientes de $\vec{\theta}$. A identificação do sistema consiste na determinação dos valores numéricos de $\vec{\theta}$ de tal forma que a função de transferência mostrada na Equação A.1 melhor aproxime o comportamento observado da planta. Para isso, multiplica-se pela esquerda os dois lados da Equação A.6 pela transposta de Φ :

$$\Phi^T \vec{Y}^m = \Phi^T \Phi \vec{\theta} \tag{A.7}$$

A matriz $\Phi^T \Phi$ é quadrada, o que permite que o vetor de coeficientes seja isolado:

$$\vec{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \vec{Y}^m = \Phi^+ \vec{Y}^m \tag{A.8}$$

onde $A^+ = [A^T A]A^T$ é a pseudo-inversa de *A*. A operação de inversão matricial embutida na obtenção de Φ^+ é computacionalmente cara e pode apresentar problemas de instabilidade numérica dependendo do número de condicionamento da matriz original. Recomenda-se o uso da função *pinv*(), que realiza a mesma operação utilizando a técnica de decomposição em valores singulares.

A viabilidade da aplicação do método de identificação depende das condições de operação nas quais os vetores *x* e *y* foram coletados. Se o sistema apresenta períodos de tempo nos quais os sinais são constantes, Φ é preenchido por linhas repetidas e $\Phi^T \Phi$ se aproxima de uma matriz singular, o que degrada a qualidade da solução. Portanto, é desejável que o sistema permaneça em regime transitório durante todo a coleta de dados. Tal característica pode ser alcançada com a adição de um sinal de perturbação.

APÊNDICE B – CONTROLADOR PI ANTI-WINDUP

A equação de diferenças que rege o funcionamento de um controlador PI discreto é

$$u[k+1] = u[k] + K_c(e[k] - z_c e[k-1])$$
(B.1)

onde u é o sinal de saída, e é a entrada, K_c é o ganho e z_c o zero do controlador.

Em aplicações reais, a saída do controlador é limitada pela capacidade do atuador do sistema. Ou seja, existe um valor de saturação U_{max} para a saída do controlador. Se a Equação B.1 resultar em um valor $u[k] > U_{max}$, o valor U_{max} será aplicado no sistema real, e não o valor calculado u[k]. Porém, o valor utilizado na próxima iteração do controlador para o cálculo do esforço de controle será o valor calculado u[k] e não o valor real U_{max} .

A divergência entre o valor real e o valor calculado pelo controlador é ilustrada na Figura 40, na qual são mostrados os sinais de saída (y) e esforço de controle calculado (u) de um sistema demonstrativo. Neste exemplo, uma planta composta por um integrador puro é regulada por um controlador PI discreto regido pela Equação B.1, com $K_c = 0,25$ e $z_c = 0,1$. O nível máximo de saturação do esforço de controle $u \neq 0,15$. A referência é unitária.

Figura 40 – Malha de controle sem e com ação anti-windup.



Fonte: própria.

O primeiro gráfico da Figura 40 mostra a resposta ao degrau do sistema. O valor calculado *u* rapidamente se torna maior do que o limite de 0,15 indicado pelos tracejados vermelhos. Porém, enquanto o valor da saída estiver abaixo do da referência, a ação integradora

aumenta o esforço de controle. Tal aumento não provoca qualquer mudança no sistema físico, pois o atuador está saturado. Quando a saída atinge a referência, o valor do esforço de controle calculado é quase unitário, muito maior do que o limite real de 0.15. A ação integradora agora diminui o esforço de controle calculado, mas como seu valor numérico adquiriu um valor muito elevado anteriormente, leva tempo até que *u* se torne menor do que o nível de saturação. Durante todo esse tempo, a saída real se encontra saturada em nível máximo, o que faz com que a *y* continue a subir. Quando *u* finalmente se torna menor do que U_{max} , a saída se encontra acima da referência e o controlador rapidamente satura em seu limite negativo. O processo então se repete, resultando em um sistema que passa a maior parte do tempo saturado.

O segundo gráfico da Figura 40 mostra o mesmo sistema, com o controlador que possui a ação anti-*windup* adotada nos controladores utilizados neste trabalho. Ao invés de usar o valor calculado u[k] na iteração seguinte da Equação B.1, usa-se o valor saturado $U_{sat}[k]$, dado pela Equação B.2.

$$U_{sat}[k] = \begin{cases} U_{max}, & se & u[k] > U_{max} \\ u[k], & se & -U_{max} \le u[k] \le U_{max} \\ -U_{max}, & se & u[k] < -U_{max} \end{cases}$$
(B.2)

E a Equação B.1 se torna

/

$$u[k+1] = U_{sat}[k] + K_c(e[k] - z_c e[k-1])$$
(B.3)

O efeito da ação anti-*windup* pode ser verificado no segundo gráfico da Figura 40. Nos primeiros instantes, quando a saída está muito abaixo do valor de referência, o esforço de controle calculado não sobe acima do intervalo de saturação. Quando a saída ultrapassa a referência, o sistema é capaz de responder mais rapidamente com a diminuição de *u*, impedindo que *y* atinga valores muito elevados.

A técnica apresentada neste anexo foi utilizada em todos os controladores do trabalho. Destaca-se o fato que a ação anti-*windup* pode ser claramente vista na Figura 37. A corrente de quadratura (que é o esforço de controle do controlador de posição) é saturada em seu valor máximo nos primeiros instantes do transitório da máquina. A ausência de ação anti-*windup* permitiria que a corrente de estator ultrapassasse o valor nominal da máquina, poderia prejudicar a resposta dinâmica do sistema (como exemplificado neste apêndice), e eventualmente provocar o sobreaquecimento dos enrolamentos.

APÊNDICE C – FILTROS DIGITAIS

Os filtros digitais elípticos utilizados neste trabalho foram postos em prática na forma de equações de diferenças discretas, que seguem o padrão

$$a_{0}y[k] = -\left(\sum_{i=1}^{n} a_{i}y[k-i]\right) + \sum_{i=0}^{n} b_{i}u[k-i]$$
(C.1)

onde y[k] é a saída do filtro no instante k, u[k] é a entrada do filtro no mesmo instante e n é a ordem do filtro. Os coeficientes a_i e b_i são os coeficientes dos filtros. A Equação C.1 no domínio da frequência é

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_{n-1} z + b_n}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n}$$
(C.2)

Os valores numéricos dos filtros digitais utilizados no trabalho são mostrados nas tabelas 7 e 8. Observou-se experimentalmente que o desempenho dos filtros é sensível à precisão numérica de seus coeficientes.

i	b_i	a _i	
0	0,738615833587383	1,000000000000000	
1	-4,971982137583815	-6,311293551201974	
2	15,501482170609810	18,463310785092791	
3	-28,984106346506920	-32,436104849347807	
4	35,439076902595630	37,322148071647149	
5	-28,984106346506920	-28,775658178634401	
6	15,501482170609810	14,536417936493200	
7	-4,971982137583815	-4,413169859261352	
8	0,738615833587383	0,621866049065974	

Tabela 7 - Valores numéricos dos coeficientes do filtro LPF.

Fonte: própria

Tabela 8 - Valores numéricos dos coeficientes dos filtros BPF e PP.

i	$b_i(BPF)$	$a_i(BPF)$	$b_i(PP)$	$a_i(PP)$
0	0,02218769906303914	1,0000000000000000000	0,00107990678715093	1,000000000000000000
1	-0,02791079414758331	-2,99899648142248898	-0,00373680819442586	-3,86437365668928701
2	0,01263993354917355	3,95706806169825098	0,00535736614345009	5,61267070060141027
3	-0,02791079414758331	-2,58302254497039918	-0,00373680819442586	-3,63099960015131895
4	0,02218769906303914	0,74432231301657747	0,00107990678715093	0,88274870085761437

Fonte: própria