UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ
BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

ADRIANO ALVES DODÓ

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PROFESSORES EM DISCIPLINAS

QUIXADÁ
2011

ADRIANO ALVES DODÓ

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PROFESSORES EM DISCIPLINAS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Graduação em Sistemas de Informação da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel.

Área de concentração: computação

Orientador Prof. Davi Romero de Vasconcelos

QUIXADÁ
2011

D669a Dodó, Adriano Alves.
Aplicação da teoria dos jogos na resolução do problema de Alocação de professores em disciplinas / Adriano Alves Dodó. – Quixadá, 2011.

43 f.: il.; color.; 31 cm.
Cópia de computador (printout(s)).

Orientador: Prof. Dr. Davi Romero de Vasconcelos
Monografia (graduação em Sistemas de Informação) – Universidade Federal do Ceará, Campus Quixadá, Quixadá, Ceará, 2011.

1. Teoria dos jogos 2.Horário Escolar 3.Lógica de Computador I. Vasconcelos, Davi Romero (orient.) II. Universidade Federal do Ceará – Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação III. Título

CDD 519.3

ADRIANO ALVES DODÓ

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PROFESSORES EM DISCIPLINAS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Graduação em Sistemas de Informação da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel.

Área de concentração: computação

Aprovado em: _____ / _____ / 2011.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Davi Romero de Vasconcelos (Orientador)
Universidade Federal do Ceará-UFC

____

Prof. Dr. Críston Pereira de Sousa
Universidade Federal do Ceará-UFC

____

Prof. Ms. Francisco E. F. Aragão
Universidade Federal do Ceará-UFC

A Deus fonte de minha força e coragem.

AGRADECIMENTOS

A toda a minha família, especialmente a minha mãe Zenilda, meu pai Manoel, minha irmã Paula e meus irmãos Alexandre e Paulo, por sempre acreditarem em mim e darem-me o apoio necessário para seguir adiante

A minha noiva Luclécia, por todo o carinho e dedicação durante todos esses anos. Sempre ao meu lado diante dos desafios encontrados.

Ao professor Davi pela paciência que teve com seu orientado, sempre respeitando minhas limitações e dando-me o tempo necessário para amadurecer ideias. Passou a tranquilidade que eu precisava para realizar o trabalho.

A professora Tânia pelo acompanhamento e sugestões que deu a esse trabalho. Foram auxílios valiosos.

Ao professores Críston e Aragão por terem aceitado o convite para participar da banca de defesa deste trabalho de conclusão de curso.

Agradeço aos servidores técnicos administrativos do *Campus* de Quixadá.

Agradeço aos professores, destes procurei extrair o máximo de lições. Ensinaram-me não apenas algoritmos, processos, mas também valores como respeito, compromisso, seriedade e criticidade.

Aos colegas de turma com os quais dividi não só dificuldades e dúvidas, mas também sonhos e alegrias. Queria destacar aqui aqueles com quem mais convivi: Fernando, André, Rainara, Niltemberg, Paulo Ramon, Renato, Humberto e Wllyssys.

Aos meus colegas de república estudantil – Ataides, Roberto, Gilvane, Laura, Vládia, Tacyana, Géssica, Rosiane e Simone – pelo esforço que sempre fizeram em proporcionar um ambiente descontraído, agradável e familiar. São os irmãos que a vida me deu.

Ao Grupo PET Sistemas de Informação onde tive a honra de conviver com colegas prudentes, ousados, líderes, proativos e guerreiros. Deram-me ensinamentos que me inspirarão por toda a vida.

"De tudo ficaram três coisas: a certeza de que estamos sempre começando; a certeza de que devemos continuar; e a certeza de que seremos interrompidos antes do final: fazer da queda um passo de dança; do medo uma ponte, do sonho uma esperança."

(Fernando Sabino)

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PROFESSORES EM DISCIPLINAS

RESUMO

Existem diversas formulações para o problema de alocação de professores em disciplinas, nesse trabalho o referido problema consistirá em alocar um conjunto de professores, do *Campus* da Universidade Federal do Ceará em Quixadá, a um conjunto de disciplinas ofertadas de acordo com as restrições de disponibilidade e de preferências por disciplinas dos professores. O objetivo do trabalho é modelar esse problema a partir dos conceitos da Teoria dos Jogos. A Teoria dos Jogos permite criar modelos para representar situações do mundo real nas quais agentes racionais interagem na busca por objetivos, esses modelos são chamados de jogos. A partir desses modelos podem ser aplicados conceitos de solução, tal como o conceito de Equilíbrio de Subjogo Perfeito utilizado nos Jogos Extensivos, para obter-se uma solução paro o modelo. A Teoria dos Jogos e as lógicas para jogos são estritamente relacionadas, de modo que um modelo criado na primeira pode ser diretamente traduzido na segunda, da mesma forma que os conceitos de solução podem ser representados por fórmulas. Neste trabalho, utilizaremos esta relação para encontrar as soluções dos jogos (alocação) através da lógica *Game Analysis Logic*. Apresentamos o passo a passo para o mapeamento de uma instância do problema de alocação de professores em um modelo de jogo extensivo. Desenvolvemos uma ferramenta que recebe os dados do problema e comunica-se com o *Game Analysis Logic Verifier*, onde o conceito de Equilíbrio de Subjogo Perfeito será aplicado para retornar a melhor proposta de alocação para os professores. Mostramos os resultados dos experimentos feitos a partir da ferramenta desenvolvida. Nos testes realizados, a partir de uma proposta de ofertas real do curso de Sistemas de Informação, a solução encontrada satisfaz a disponibilidade e as preferências por disciplina dos professores.

Palavras chave: Teorias dos Jogos. Lógica Para Jogos. Alocação de Professores em Disciplinas.

APPLYING THE GAME THEORY IN SOLVING THE PROBLEM OF ALLOCATING TEACHERS TO DIFFERENT CLASSES

ABSTRACT

There are several formulae for allocating teachers to different classes. In this work the problem will consist of allocating a set of professors at the Quixadá campus of the Federal University of Ceará to a set of classes offered, according to restrictions of professor availability and preferences on different subjects. The objective of this work is to model the problem according to the concepts of the Game Theory. The Game Theory allows us to create models to represent real-life situations in which rational agents interact in the search for objectives. These models are called games. With these models as starting points, solution concepts such as Sub-game Perfect Equilibrium, used in extensive-form games, can be applied to obtain a solution. The Game Theory and game logics are strictly related in such a way that a model created in the former can be directly translated into the latter, in the same way that solution concepts can be represented by formulae. In this work we will use this relationship to find the solutions to the games (allocation) through Game Analysis Logic. We present step-by-step mapping of an instance of the problem of allocating professors in an extensive game model. We developed a tool that receives the problem data and communicates with the Game Analysis Logic Verifier, where the concept of Sub-game Perfect Equilibrium will be applied to offer the best proposal of professor allocation. We show the results of experiments conducted with the proposed tool. In the tests undertaken with real offers in the Information Systems course, the resulting solution met both professor availability and subject preferences.

Key words: Game Theory; Game logic; Allocation of Professors by subject.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As instituições de ensino se deparam periodicamente com a tarefa de elaborar um horário que distribua adequadamente seus docentes às disciplinas ofertadas. Sabe-se ainda que professores têm preferências por disciplinas e dias da semana para ministrar aulas, e que podem existir limitações de acesso a recursos como equipamentos, salas de aula e laboratórios. Existem diversas formulações para o problema de alocação de professores em disciplinas, nesse trabalho o problema de alocação de professores consiste em alocar um conjunto de professores a um conjunto de disciplinas ofertadas para um determinado período. Uma oferta associa uma disciplina a seus horários, enquanto que uma alocação relaciona um professor a uma oferta.

O número de alocações possíveis, por exemplo, quando se tem dois professores e quatro disciplinas pode chegar a 4^2. Para o caso geral onde se tem n disciplinas e m professores o espaço de possibilidades pode atingir o número n^m. Isto revela o caráter exponencial do problema.

Uma solução deve satisfazer as restrições de disponibilidade de horários e de preferência por disciplinas dos professores. Devemos levar em consideração que professores têm interesse em lecionar determinadas disciplinas, esses interesses podem inclusive ser conflitantes, e que lhes é impossível ocupar duas salas simultaneamente. Os professores devem receber disciplinas de acordo com suas aptidões, preferências, restrições de disponibilidade e de número máximo e mínimo de disciplinas que podem lecionar. Características do problema como estas podem tornar complexo o seu tratamento.

No Campus da Universidade Federal do Ceará (UFC) em Quixadá, professores e coordenadores de curso participam da definição do horário acadêmico. A coordenação redige, de acordo com a integralização curricular, uma versão inicial do horário e os professores indicam quais disciplinas pretendem lecionar, em seguida o colegiado de curso elabora uma nova versão da proposta e a envia à direção do campus, que tem a responsabilidade de decidir quais professores lecionarão quais disciplinas. Nessa etapa os professores são novamente consultados. O processo de gerar alocações das disciplinas no Campus da UFC de Quixadá é realizado de forma praticamente manual por um grupo de professores que se reúne para definir o horário para o período. Essa atividade demanda tempo dos seus executores e está tornando-se cada vez mais onerosa com o aumento do número de turmas.

Um pergunta que naturalmente fazemos é: como automatizar a solução do problema da alocação de professores em disciplinas? Conforme Lobo (2005), diversas abordagens vêm sendo utilizadas para resolver o problema do horário escolar e, dentre elas, destaca formulá-lo como um problema de programação inteira, de fluxo em redes ou de coloração de grafos. Afirma, ainda, que técnicas de Inteligência Artificial (IA) como *simulated annealing*, busca tabu, algoritmos genéticos e satisfação de restrições, são empregadas na busca de soluções.

Neste trabalho, pretendemos resolvê-lo sob a ótica dos conceitos da Teoria dos Jogos. Os fundamentos da Teoria dos Jogos foram estabelecidos por Von Neummann e Morgenstern entre 1940-1941 e publicados no livro "*Theory of Game and Economic Behavior*" (NEUMANN; MORGENSTERN, 1943). Os autores objetivavam fornecer uma técnica matemática como alternativa aos métodos matemáticos empregados até então, que julgavam inadequados para resolver problemas relacionados à teoria do comportamento econômico. Esses problemas têm sua origem na tentativa de encontrar uma descrição exata do esforço dos indivíduos em obter uma utilidade máxima, diante de situações em que interagem para tomar decisões. Pretendiam prover um caráter mais formal as Ciências Econômicas e acreditavam que o uso da matemática poderia elevar a Economia a patamares semelhantes aos que a Física atingiu quando fez uso de técnicas matemáticas. A publicação desta obra foi o marco inicial para a Teoria dos Jogos. Desde então, essa nova área do conhecimento ganhou impulso e vem sendo uma importante ferramenta para diversos campos a exemplo de: Economia, Política, Psicologia e Biologia.

A Teoria dos Jogos modela situações do mundo real em que agentes, denominados jogadores, interagem para atingir objetivos (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994). A partir da Teoria dos Jogos são criados modelos matemáticos que tentam abstrair as características comuns dessas situações. Exemplos desses modelos são os jogos estratégicos, extensivos e coalizões. São criados, também, conceitos de soluções, tais como os conceitos de equilíbrio de Nash e equilíbrio de subjogo perfeito, além de provas matemáticas do que seriam as análises, ou seja, o que se está interessado em observar em cada tipo de problema.

Outra alternativa para modelar jogos são as lógicas para jogos. Vasconcelos (2007) apresenta diversas lógicas que são utilizadas para representar jogos e analisar propriedades sobre estes.

Do ponto de vista prático as lógicas podem ser abordadas a partir de técnicas de verificação de modelos. Técnicas de verificação de modelos vêm sendo utilizadas para verificar e validar software e hardware. Elas consistem na verificação automática de propriedades acerca do comportamento do sistema, através da enumeração de todos os estados alcançáveis, (CLARKE; GRUMBERG; PELED, 1999).

A verificação de modelos vem sendo empregada na verificação de propriedades de jogos, Vasconcelos (2007) define uma lógica para raciocinar sobre jogos, a lógica GAL (*Game Analysis Logic*), e desenvolve um verificador de modelos, o GALV (*Game Analisys Logic Verifier*), para essa lógica.

Esse trabalho teve como objetivo geral modelar o problema de alocação de professores em disciplinas no Campus da UFC em Quixadá, a partir da Teoria dos Jogos. Por outro lado, como há uma forte relação entre Teoria dos Jogos e as lógicas para jogos (VASCONCELOS, 2007), conforme Figura 1, mapeamos o problema da Teoria dos Jogos para a lógica GAL.

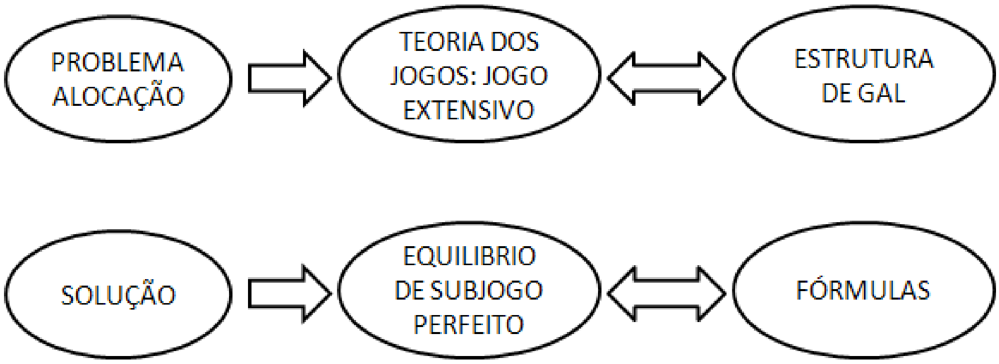


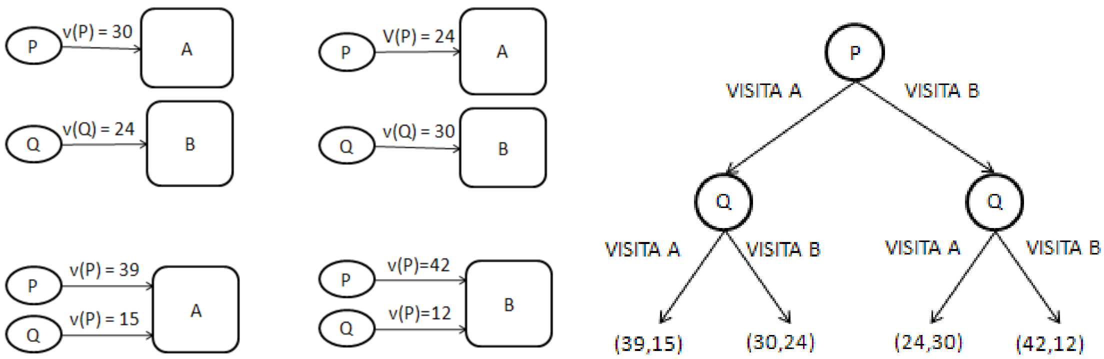
Figura 1 – Relacionamento entre Teoria dos Jogos e lógica para GAL.

Para tanto, inicialmente modelamos o problema da alocação de professores em disciplinas, a partir da Teoria dos Jogos, e analisamos de que maneira ela poderia contribuir com uma solução, ou seja, como seus critérios de racionalidade seriam aplicados na busca por uma alocação que respeitasse as restrições do problema. Especificamente nós o modelamos como um jogo extensivo e aplicamos o conceito de Equilíbrio de Subjogo Perfeito. Desenvolvemos um aplicativo para encontrar, a partir do GALV, as soluções para o jogo. O aplicativo recebe os dados relevantes para se criar um modelo do problema e em seguida calcula as soluções que serão apresentadas ao usuário.

Esperamos que nosso aplicativo auxilie os responsáveis pela tarefa de alocação dos professores na UFC Campus Quixadá e forneça soluções razoáveis. Consideramos razoável uma solução que associa a cada oferta um professor, de modo que professores sejam alocados em disciplinas em que tem mais interesse.

A seguinte situação - adaptada de Davis (1983, p.4) – será útil para ilustrarmos como os conceitos da Teoria dos Jogos podem ser utilizados na solução de um problema: “Duas empresas A e B desejam comprar 30 e 24 computadores respectivamente. Existem dois vendedores: um vendedor P que representa o fornecedor preferencial de ambas as empresas e um vendedor concorrente Q. Cada um deles deverá fazer uma visita de vendas a uma das empresas. Se eles visitarem empresas diferentes, cada um deles fará todas as vendas para a empresa visitada. Caso ambos visitem a mesma empresa, eles dividem as vendas para essa empresa igualmente, porém P fará todas as vendas para a outra empresa. Qual empresa os vendedores P e Q devem visitar para maximizar suas vendas?”

A Figura 2 – Dois vendedores disputando uma venda de computadores.(a) mostra uma representação gráfica dessa situação, v(P) representa o número de computadores vendidos por P e v(Q) os vendidos por Q. Não entraremos por enquanto nos detalhes conceituais dos jogos extensivos, entretanto podemos modelar essa situação como um jogo extensivo (veja Figura 2(b)) onde cada vendedor representa um jogador, que poderá compor sua estratégia baseado em duas ações: VISITA A ou VISITA B. A quantidade de computadores, que eles conseguem vender em cada um dos possíveis caminhos, representa a utilidade para o vendedor. Os vendedores agem com o objetivo de maximizar suas utilidades. Consideramos que o vendedor P será o primeiro a escolher uma empresa para visitar. Utilizamos o Equilíbrio de Subjogo Perfeito (ESP) para prover uma solução tal que em cada momento do jogo em que um jogador deve fazer uma escolha, ele fará a escolha que lhe dá uma maior utilidade. Neste jogo o único ESP é a solução (VISITA A, VISITA B), na qual P escolhe visitar a empresa A e Q escolhe visitar a empresa B. Eles vendem 30 e 24 computadores respectivamente.



(a) Representação gráfica das possíveis vendas **(b) Jogo extensivo**

Figura 2 – Dois vendedores disputando uma venda de computadores.

O trabalho está dividido em cinco capítulos. O Capitulo 2 mostra os conceitos de Teoria Jogos e da lógica GAL necessários a sua realização. O Capítulo 3 mostra como, a partir dos elementos que compõem o problema, podemos mapeá-lo para um modelo da Teoria dos Jogos. No Capítulo 4 apresentamos uma análise do uso da ferramenta desenvolvida para coletar dados do problema para o cálculo de uma solução. O Capítulo 5 é reservado para as considerações finais e indicações de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Seção 2.1 trata dos conceitos da Teoria dos Jogos relevantes para a realização do trabalho, descreve dois modelos de jogos e seus respectivos conceitos de solução. Não são abordados aqui todos os modelos de jogos estudados pela Teoria dos Jogos. Para consultar outros modelos sugerimos (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994). Na Seção 2.2 apresentamos a lógica GAL, bem como o verificador de modelos GALV.

2.1 Conceitos da Teoria dos Jogos

A Teoria dos Jogos consiste de um conjunto de técnicas analíticas que ajuda a compreender os fenômenos observados quando tomadores de decisão interagem (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994). Estes possuem objetivos bem definidos e ao tomar uma decisão agem racionalmente, isto é, utilizam seus conhecimentos para tentar maximizar os seus objetivos sabendo que os demais envolvidos também tentam.

Um jogo é uma descrição da interação estratégica que inclui as restrições sobre as ações que os jogadores podem tomar e os interesses desses jogadores, mas não especifica as ações que os jogadores tomam (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994). Uma solução é uma descrição sistemática dos resultados que podem surgir numa família de jogos. A teoria dos jogos sugere soluções racionais para uma classe de jogos e examina suas propriedades.

Tendo por base o modo como os jogadores tomam suas decisões, isto é, individualmente ou coletivamente, os modelos teóricos de jogos estudados pela Teoria dos Jogos podem ser classificados em dois tipos(OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994). O primeiro deles é o não cooperativo, que considera as ações individuais dos jogadores como primitivas, exemplos desses modelos são: os jogos estratégicos, nos quais os jogadores tomam suas decisões em um único momento; e os jogos extensivos com informação perfeita ou sem informação perfeita, nos quais os jogadores tomam decisões em vários momentos do jogo, e podem ter, na hora de escolher, total ou parcial conhecimento das ações tomadas anteriormente. O segundo é o cooperativo, este considera a união das ações tomadas por um grupo de jogadores como primitivas, jogos de coalizão são modelos de jogos cooperativos. Cada situação a ser modelada tem um modelo mais adequado.

São apresentados a seguir os jogos estratégicos e os jogos extensivos com informação perfeita, bem como os conceitos de soluções associados a eles. As definições e notações são baseadas no que é exposto em (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994) e (VASCONCELOS, 2007).

2.1.1 Jogo Estratégico

Jogo Estratégico é um modelo de tomada de decisão onde cada jogador escolhe seu plano de ações uma única vez e todas as escolhas são feitas simultaneamente. O modelo consiste de um conjunto finito N de jogadores e, para cada jogador i, um conjunto A_i de ações e uma função de utilidade sobre o conjunto de perfis de estratégias $A = \prod_{i \in N} A_i$. Uma estratégia de um jogador i é uma ação $a \in A_i$. Define-se perfil de estratégias (ou de ações) como uma n-upla $(a_i)_{i \in N}$ de ações, isto é uma ação para cada jogador. Definem-se $a_{-i} = (a_j)_{j \in N/\{i\}}$ como sendo a n-upla a sem a ação do jogador i e o par (a_{-i}, a_i) como sendo a n-$upla\ a$.

Definição 1. Jogo estratégico $\Gamma = \langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ consiste de:

- Um conjunto finito N (o conjunto de jogadores).
- Para cada jogador $i \in N$ um conjunto não vazio A_i (o conjunto de ações disponíveis para o jogador i).
- Para cada jogador $i \in N$ uma função de utilidade u_i sobre $A = \prod_{i \in N} A_i$ (a função de utilidade do jogador i). A função de utilidade, $u_i: A \rightarrow \mathbb{R}$, é chamada também de função *payoff*.

Um jogo estratégico finito com dois jogadores pode ser descrito convenientemente em uma tabela como a ilustrada na Figura 3. As ações de um jogador são identificadas pelas linhas e a do outro pelas colunas. Os números na célula resultante da interseção da linha r e da coluna c são as preferências quando o jogador da linha escolhe r e o da coluna escolhe c. O primeiro elemento indica a preferência do jogador da linha e o segundo o do jogador da coluna. Pode-se visualizar na Figura 3 que as ações do jogador da linha são $\{T, B\}$ e as do jogador da coluna são $\{L, R\}$. Por exemplo, as utilidades do jogador da linha e coluna para o resultado (T, L) são w_1 e w_2 respectivamente.

	L	R
T	w_1, w_2	x_1, x_2
B	y_1, y_2	z_1, z_2

Figura 3 – Representação de um jogo estratégico com dois jogadores e com duas ações possíveis para cada um. Fonte: adaptado de Osborne e Rubinstein (1994, p.13).

Diversas situações podem ser representadas como um jogo estratégico e vários exemplos podem ser encontrados na literatura da área, como em Osborne e Rubinstein (1994) e Davis (1993). O exemplo abaixo descreverá o problema do dilema dos prisioneiros, exemplo clássico da Teoria dos Jogos.

Exempo 1 - O dilema dos prisioneiros. Dois suspeitos de um crime são colocados em salas separadas para serem interrogados. Se ambos confessarem, cada um será condenado a três anos de prisão. Se um deles confessar e outro não, o primeiro será libertado e o segundo cumprirá pena de quatro anos. Caso nenhum deles confesse, cada um cumprirá um ano de prisão.

Esta situação pode ser representada como um jogo estratégico onde se tem dois jogadores, os prisioneiros, que possuem duas ações que são confessar e não confessar, representadas por C e NC respectivamente.

Para um prisioneiro, a melhor utilidade é obtida quando ele confessa o crime e o outro não, pois ficará livre. Seja três a utilidade associada a esse caso. Quando nenhum dos dois confessa o crime obtém-se a segunda melhor utilidade. Dois é a utilidade atribuída a cada jogador nesse caso. Se ambos confessarem, receberão utilidade um. A pior utilidade para um prisioneiro ocorre quando ele não confessa e o outro confessa, para este caso recebe utilidade zero. Na Figura 4 podemos visualizar a representação deste jogo.

	C	NC
C	(1, 1)	(3, 0)
NC	(0, 3)	(2, 2)

Figura 4 – Representação do dilema dos prisioneiros.

2.1.2 Equilíbrio de Nash

É um dos principais conceitos de solução em Teoria dos Jogos. Afirma que um perfil de estratégias é um equilíbrio de Nash se, e somente se, nenhum jogador pode de forma unilateral alterar sua estratégia de maneira que esta seja preferida por ele.

Definição 2. Um equilíbrio de Nash de um jogo estratégico $\langle N, (A_i), (u_i)\rangle$ é um perfil de estratégia $a^* \in A$ tal que para cada jogador $i \in N$, temos que $u_i((a^*_{-i}, a^*_i)) \geq u_i((a^*_{-i}, a_i))$ para todo $a_i \in A_i$.

No dilema dos prisioneiros, mostrado no exemplo 2, o melhor resultado para os jogadores seria obtido se nenhum confessasse. Porém cada prisioneiro tem um incentivo a ficar livre, portanto escolhem confessar. Assim, o único Equilíbrio de Nash para este jogo é (C, C).

O problema de alocação de professores em disciplinas poderia ser modelado como um jogo estratégico. Nesse formato a ação de um professor seria escolher todas as ofertas de seu interesse em uma única rodada. Uma utilidade seria atribuída a cada elemento do conjunto de ações do professor. Poderíamos em seguida aplicar o conceito de equilíbrio de Nash e obtermos uma solução para o jogo.

Contudo, este modelo não é adequado para o problema proposto porque, na UFC em Quixadá, os professores costumam ser consultados mais de uma vez. Sendo assim, achamos mais interessante usar uma abordagem em que os jogadores podem tomar decisões em vários momentos. Neste cenário podemos considerar que ao tomar uma decisão o professor tem conhecimento de todas as alocações efetuadas anteriormente. Esse comportamento é melhor capturado pelo modelo de jogo Extensivo com Informação Perfeita apresentado a seguir.

2.1.3 Jogo Extensivo com Informação Perfeita

Em vez de considerar que os jogadores tomam apenas uma decisão, como no caso dos jogos estratégicos, pode-se considerar uma versão mais detalhada de uma situação estratégica. Nestas situações os jogadores podem tomar decisões em várias etapas. Desta forma, cada jogador pode reconsiderar seu plano de ação a cada instante do jogo em que ele deve tomar uma decisão. Existe informação perfeita em um jogo se um jogador, ao tomar sua decisão, tem conhecimento de todos os eventos que ocorreram anteriormente no jogo. Segue a definição formal desta modalidade de jogo.

Definição 3. Um jogo extensivo com informação perfeita, $\langle N, H, P, (u_i) \rangle$, tem os seguintes componentes.

- Um conjunto finito N (o conjunto de jogadores)
- Um conjunto H de sequências (finitas ou infinitas) de ações que satisfazem as seguintes propriedades:
  - A sequência vazia é um elemento de H
  - Se $(a^k)_{k=1,\dots,K} \in H$ e $L < K$, então $(a^k)_{k=1,\dots,L} \in H$
  - Se uma sequência infinita $(a^k)_{k=1}^{\infty}$ satisfaz $(a^k)_{k=1,\dots,L} \in H$ para todo inteiro positivo L, então $(a^k)_{k=1}^{\infty} \in H$.

Cada elemento de H é um histórico; cada componente de um histórico é uma ação tomada por um jogador. Um histórico $(a^k)_{k=1,\dots,K} \in H$ é terminal se e somente se é infinito ou se não existe (a^{K+1}) tal que $(a^k)_{k=1,\dots,K,\ K+1} \in H$. O conjunto dos históricos terminais é representado por T.

– Uma função P que associa a cada histórico não terminal um elemento de N. (P(h) retorna o jogador que escolherá uma ação após o histórico h).
– Para cada jogador $i \in N$ uma função de utilidade u_i sobre T (a relação de preferência do jogador i).

Um jogo extensivo pode ser interpretado conforme a descrição a seguir. Após qualquer histórico não terminal h, o jogador $P(h)$ escolhe uma ação do conjunto

$$A(h) = \{a: (h, a) \in H\}.$$

Denota-se por (h, a) o histórico formado por h seguido por a.

Exemplo 2. Podemos representar o dilema dos prisioneiros, do Exemplo 1, como um jogo extensivo onde temos:

- $N = \{1,2\}$
- $H = \{\emptyset, (C), (NC), (C,C), (C,NC), (CN,C), (CN,CN)\}$
- $P(\emptyset) = 1, P(C) = 2,\ P(NC) = 2$
- $u_1\big((C,C)\big) = 1, u_1\big((C,NC)\big) = 3, u_1\big((NC,C)\big) = 0,\ u_1\big((NC,NC)\big) = 2,$
$u_2\big((C,C)\big) = 1,\ u_2\big((C,NC)\big) = 0, u_2\big((NC,C)\big) = 3,\ u_2\big((NC,NC)\big) = 2.$

Uma representação conveniente para este jogo é mostrado na Figura 5. O topo do diagrama representa o histórico inicial $\emptyset$. Neste histórico o jogador 1 escolhe uma ação do conjunto $A(\emptyset)$, que pode ser C ou NC. Em seguida, o jogador 2 escolhe, dependendo da ação tomada por 1, uma ação do conjunto A(C) ou A(NC). No ponto final do jogo estão representadas as utilidades dos históricos finais para os jogadores 1 e 2 respectivamente.

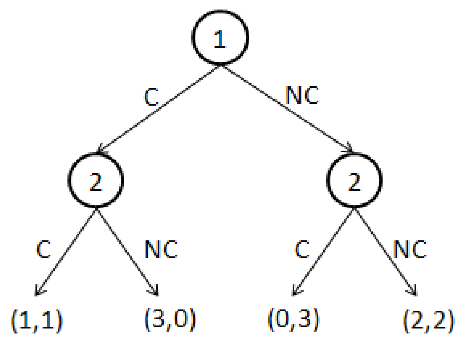


Figura 5 – Representação extensiva do dilema dos prisioneiros.

Uma estratégia de um jogador $i \in N$ em um jogo extensivo é uma função que atribui uma ação em $A(h)$ para cada histórico não terminal h para o qual $P(h) = i$. Define-se S_i como o conjunto de estratégias para o jogador i. Referencia-se $s = (s_i)$ como um perfil de estratégias para o jogador $i \in N$. O histórico terminal alcançado quando cada jogador segue sua estratégia s_i será representado por $O(s_1, \dots, s_n)$.

2.1.4 Equilíbrio de Subjogo Perfeito

O Equilíbrio de Nash não é adequado para um jogo extensivo, porque não considera a sequência de ações tomadas pelos jogadores a cada etapa do jogo. Um conceito de solução alternativo é o de equilíbrio de subjogo perfeito, que requer que a ação tomada pelos jogadores, em cada histórico que ele toma uma decisão, seja ótima, dadas as estratégias dos outros jogadores. Define-se $O_h(h, s_1, \dots, s_n)$ como o histórico terminal quando cada jogador segue a sua estratégia s_i a partir do histórico h, ou seja, no subjogo a partir do histórico h. Assim, definimos $u_i(O_h(h, s_1, \dots, s_n))$ como a utilidade do jogador i quando cada jogador segue sua estratégia s_i a partir do histórico h.

Definição 4. Um equilíbrio de subjogo perfeito para um jogo extensivo com informação perfeita é um perfil de estratégias $s^* = (s_i^*)$ tal que, para todo jogador $i \in N$ e para todo histórico não terminal $h \in H$ para o qual $P(h) = i$, temos que

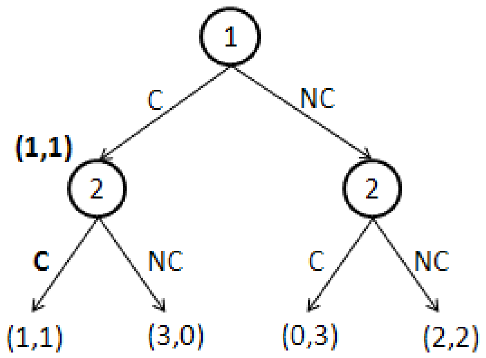
$$u_i(O_h(h, s_1^*, \dots, s_n^*)) \geq u_i(O_h(h, s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*))$$

Para toda estratégia $s_i \in S_i$.

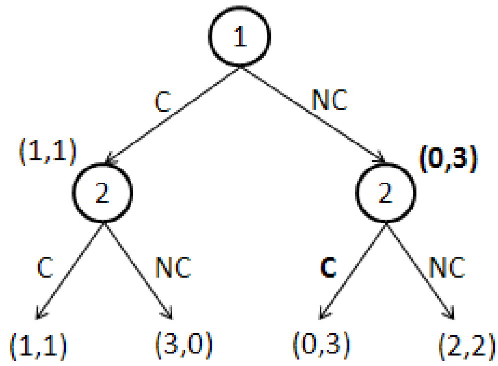
No exemplo 2 o jogador 2 escolherá C se o jogador 1 escolher NC, pois obterá utilidade 1. Se escolhesse C obteria utilidade 0 (vide Figura 6(a)). Caso o jogador 1 escolha C (Figura 6(b)) o jogador 2 escolherá C, pois a utilidade 3 é melhor do que 2 obtida com NC . O jogador 1, supondo que o jogador 2 age racionalmente, escolhe C e terá 1 como utilidade. É o que vemos na Figura 6(c). Portanto, o Equilíbrio de Subjogo Perfeito para este jogo é o histórico terminal (C, C).

O histórico terminal (NC, NC) apresenta uma maior utilidade para ambos os jogadores. Mas porque esse estado não é a solução? Para que esse estado seja alcançado o jogador 1 deve escolher inicialmente NC, ora, o jogador 2 sabendo dessa decisão preferirá escolher C onde obterá utilidade 3. Desse modo, agindo estrategicamente, os jogadores não alcançam o histórico terminal (NC, NC).

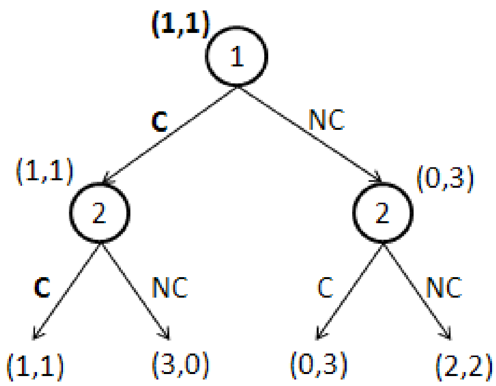
O próximo exemplo ilustra como uma pequena instância do problema que estamos tratando, com dois professores e quatro disciplinas, pode ser modelada como um jogo extensivo com informação perfeita. Em seguida, ilustramos como seus equilíbrios podem ser calculados.



(a) Jogador 2 escolhe C se jogador 1 escolher C.



(b) Jogador 2 escolhe C se o jogador 1 escolher NC.



(c) Jogador 2, agindo racionalmente, conclui que sua melhor escolha é C.

Figura 6 – Calculo do Equilíbrio de Subjogo Perfeito do Dilema dos Prisioneiros.

Exemplo 3. Um curso ofertará quatro disciplinas D_1, D_2, D_3 e D_4 e dispõe de dois professores, 1 e 2, para ministrá-las. Seja o conjunto $D = \{D_1, D_2, D_3, D_4\}$ e a função $PESO_i: D \rightarrow Z$ onde $i \in \{1,2\}$ que atribui um peso por jogador a cada disciplina. Considere que $PESO_1(D_1) = 10$, $PESO_1(D_2) = 7$, $PESO_1(D_3) = 2$, $PESO_1(D_4) = 0$, $PESO_2(D_1) = 2$, $PESO_2(D_2) = 3$, $PESO_2(D_3) = 8$, $PESO_2(D_4) = 10$. A função de utilidade retorna o somatório dos pesos das disciplinas atribuídas ao professor em cada histórico final. Qual a melhor maneira de alocar os professores?

A Figura 7 representa a árvore do jogo para o exemplo 3. Os caminhos destacados correspondem aos equilíbrios de subjogo perfeito. Como observamos, os equilíbrios são: (D_1, D_3, D_2, D_4), (D_1, D_4, D_2, D_3), (D_2, D_3, D_1, D_4) e (D_2, D_4, D_1, D_3). Em todos estes casos os professores ministrarão disciplinas de melhor preferência para eles. O professor 1 lecionará D_1 e D_2, enquanto que o professor 2 lecionará D_3 e D_4.

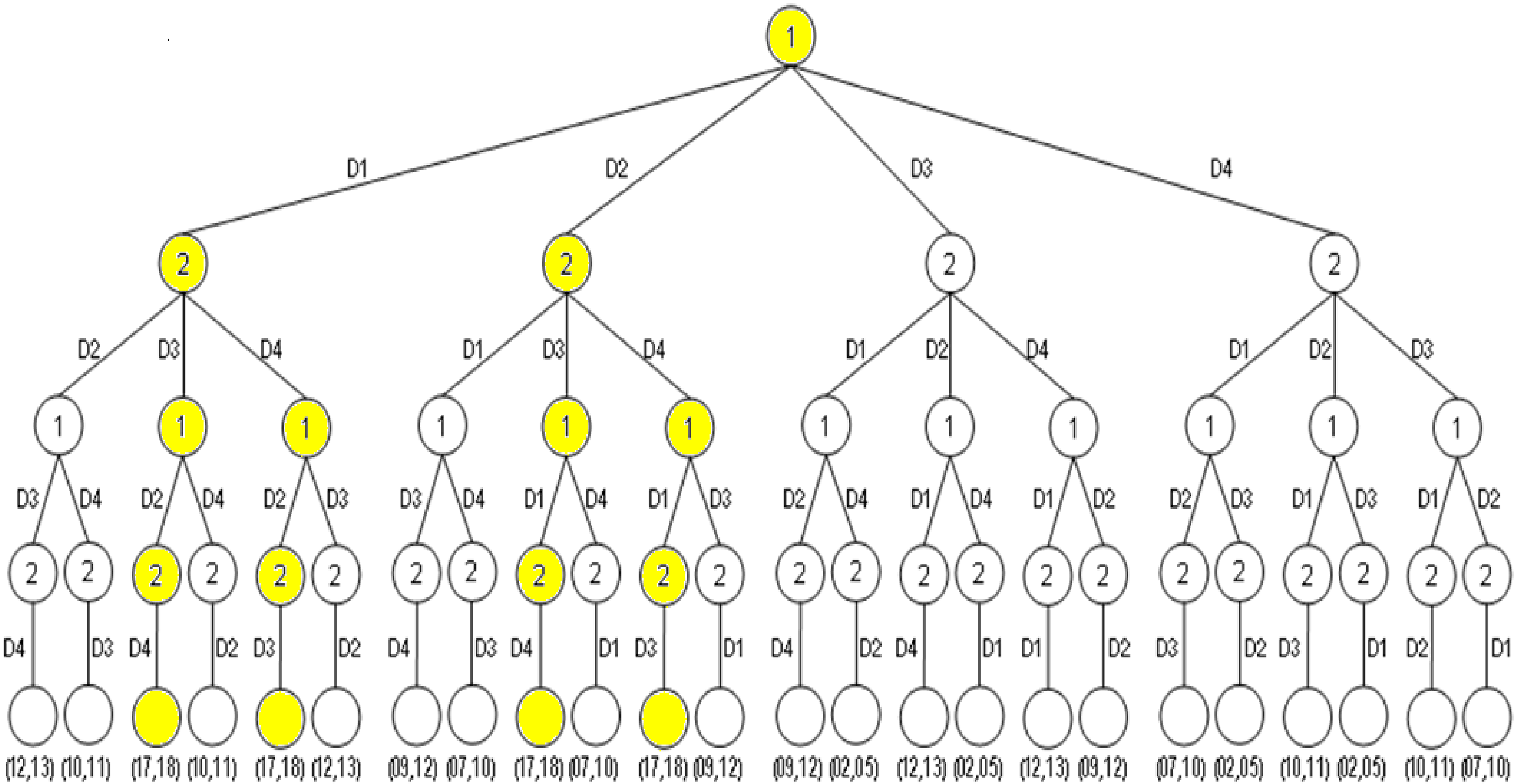


Figura 7 – Árvore do jogo extensivo com dois professores e quatro disciplinas.

2.2 A lógica GAL

Nesta seção serão feitos comentários sobre a lógica GAL. Não nos ateremos aos detalhes formais de sua definição. Apresentaremos o verificador de modelos criado para essa lógica.

2.2.1 Definição da Lógica GAL

Em sua Tese de Doutorado, Vasconcelos (2007) define e utiliza uma lógica poli sortida modal de primeira ordem para modelar e analisar jogos, sendo essa baseada na lógica *Computacional Tree Logic* (CTL). Um jogo é um modelo de GAL, chamado de estrutura de GAL, enquanto que uma análise corresponde a uma fórmula de GAL.

Os jogos são descritos através de um conjunto de estados SE e um conjunto de ações CA. Onde os estados representam as possíveis evoluções dos jogos enquanto as ações determinam o encadeamento das evoluções.

Um estado é definido por uma interpretação de Primeira Ordem e um conjunto de jogadores, onde a interpretação de Primeira Ordem é utilizada para representar as escolhas e as conseqüências das decisões dos jogadores. E o conjunto de jogadores representa os jogadores que devem simultaneamente tomar uma decisão no estado.

Uma ação corresponde a uma relação entre dois estados e_1 e e_2 na qual todos os jogadores no estado e_1 concordam em mover para o estado e_2.

Não faz parte do escopo deste trabalho apresentar a definição formal da Lógica GAL. A definição completa de GAL, a sintaxe para construção de fórmulas, bem como a semântica utilizada para interpretar fórmulas podem ser vistas em (VASCONCELOS, 2007). Contudo, ilustramos, a partir do dilema dos prisioneiros, a intuição desta lógica.

Os prisioneiros são os jogadores e serão representados por 1 e 2. Cada prisioneiro deve decidir entre C (confessar) ou NC (não confessar). Usaremos o símbolo h para representar o histórico das ações escolhidas pelos prisioneiros 1 e 2 ao longo da evolução do jogo. O histórico h assume valores conforme as decisões tomadas pelos jogadores.

A estrutura de GAL para o problema do dilema dos prisioneiros pode ser ilustrada graficamente conforme a Figura 8. O jogador 1 inicia no estado inicial Ø. Dependendo de sua escolha podem ser gerados os estados (C) e (NC). Nestes estados, o jogador 1 tomará decisões que podem levar a um dos quatro estados terminais:(C,C), (C,NC), (NC,C) e $(\mathrm{NC},\mathrm{NC})$. Neste estados terminais nenhum jogador poderá tomar decisões.

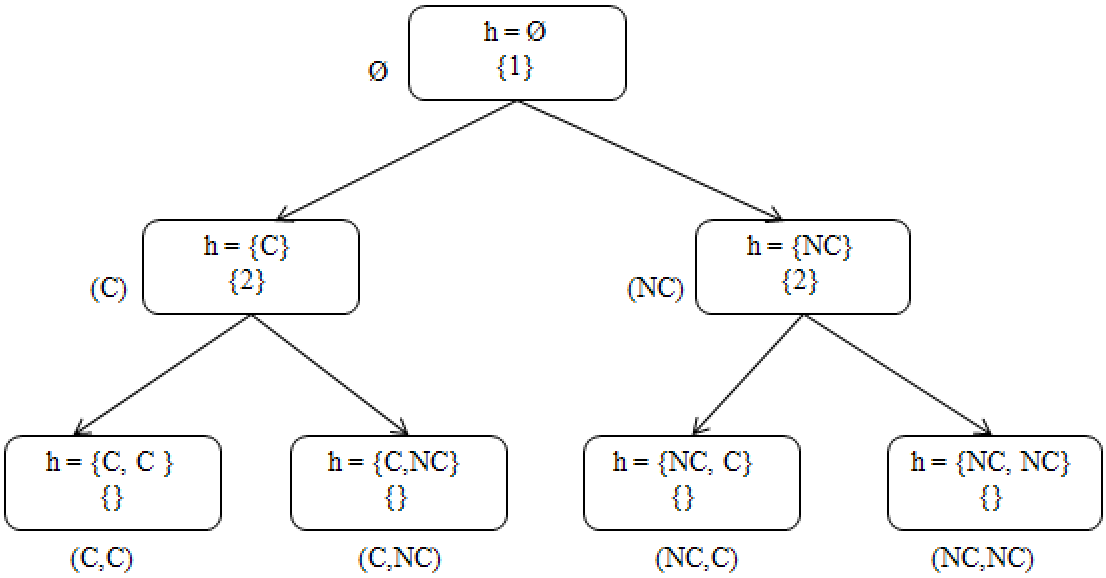


Figura 8 – Estrutura de GAL para o Dilema dos prisioneiros

Um resultado prático apresentado em Vasconcelos (2007) é a criação de um verificador de modelos para GAL, chamado de *Game Analysis Verifier* (GALV). O GALV foi desenvolvido como um *framework* na linguagem Java, a partir dele jogos podem ser modelados como estruturas de GAL, e fórmulas poderão ser utilizadas para verificar propriedades sobre os jogos.

Uma fórmula em GAL pode ser escrita para calcular o equilíbrio de subjogo perfeito para o dilema dos prisioneiros, a partir da estrutura de GAL ilustrada na Figura 8. Esta fórmula será valida para o perfil de estratégias (⟨C⟩,⟨C⟩), e poderá ser verificada no GALV .

Os conceitos da Lógica GAL e da Teoria dos Jogos apresentados neste capítulo compõem a base teórica utilizada para o modelo do jogo que criarmos. Os detalhes desse modelo serão apresentados no próximo capítulo.

3 MODELO DO JOGO

Na Seção 3.1 explicamos a modelagem do problema com o um jogo extensivo. Na Seção 3.2 mapeamos a solução proposta para a lógica GAL. Na Seção 3.3 é descrita a ferramenta desenvolvida para automatizar o cálculo da solução.

3.1 Modelando o problema como um jogo extensivo

Algumas informações são necessárias para representarmos o problema da alocação de professores como um jogo. Precisamos conhecer o conjunto de ofertas para o período, que consiste de uma disciplina e dos respectivos horários em que será ministrada. Outros dados relevantes estão relacionados aos professores. Devemos conhecer a disponibilidade de cada professor, isto é, os dias da semana em que ele poderá estar em sala de aula, e o mínimo e máximo de disciplinas que pode lecionar.

É essencial que cada professor classifique as disciplinas que se habilita a ensinar conforme sua preferência. Para exemplificar, se o professor Pitágoras prefere ensinar Teoria dos Números à disciplina de Geometria Analítica, a primeira deverá receber uma preferência mais alta.

Uma alocação relaciona um professor a uma oferta, ou seja, quando um professor seleciona uma disciplina ofertada temos uma alocação. Deve ser levado em consideração, durante a realização das alocações, que um professor não pode escolher uma oferta que conflite com o horário de ofertas que escolheu em rodadas anteriores. E não deverá ser alocado para disciplinas que não tem pretensão de ensinar. As alocações preencherão os horários de uma semana letiva de Segunda à Sexta-Feira.

Os jogadores serão colocados em uma determinada ordem para escolherem as disciplinas. Passando-se uma vez por todos os jogadores, e se ainda existirem ofertas disponíveis, uma nova rodada será iniciada respeitando a ordem estabelecida inicialmente.

Conforme apresentado, o problema poderia ser modelado como um jogo estratégico, mas adotamos uma abordagem em que os jogadores podem tomar decisões em diferentes etapas. Esse comportamento é melhor capturado pelo modelo de jogo Extensivo com Informação Perfeita.

Quais seriam os componentes desse jogo? O conjunto de professores corresponderia ao conjunto N de jogadores. Uma ação seria escolher uma dentre as disciplinas ofertadas e ainda não alocadas. A função de utilidade do jogador i retornaria um valor para cada conjunto de alocações. Feito isto, poderá ser aplicado o conceito de Equilíbrio de Subjogo Perfeito.

O jogo de alocações será representado por $A = \langle N, H, P, (u_i) \rangle$ onde:

– N representa o conjunto de professores;

– Qualquer sequência de alocações é um elemento de H. Um histórico t $\in H$ será terminal se nenhuma das disciplinas ofertadas puder ser alocada, ou se nenhum dos professores tiver disponibilidade.

	P1	P2
D1	1	1
D2	2	-
D3	3	-

(a) Preferências por disciplinas dos professores P1 e P2.

	P1	P2
MIN Disciplinas	1	1
MAX Disciplinas	3	1

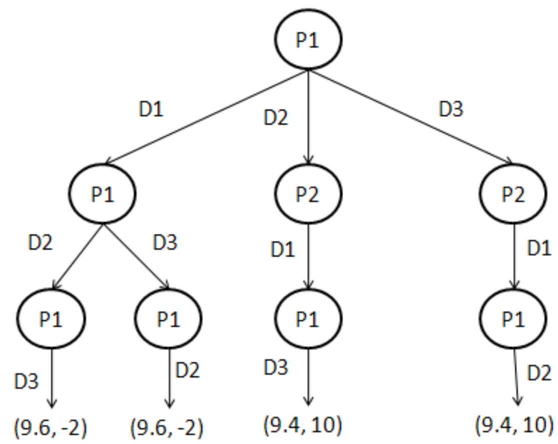
(b) Mínimo e Máximo de disciplinas que P1 e P2 podem ensinar.

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
DISCIPLINAS	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00
D1	X				
D2		X			
D3			X		

(c) Disciplinas ofertadas com seus respectivos horários

	P1	P2
SEGUNDA	X	X
TERÇA	X	X
QUARTA	X	X
QUINTA		
SEXTA		

(d) Disponibilidade dos Professores P1 e P2.



(e) Jogo estratégico gerado a partir dos dados de 8(a), 8(b), 8(c) e 8(d).

Figura 9 – Jogo extensivo que ilustra o funcionamento da função P.

– A função P avalia a última alocação realizada, verifica qual professor está associado a ela, para inferir o professor que jogará naquele estado. A Figura 9 ilustra como essa função funciona. Observe que na Figura 9(e) o professor $P1$ inicia o jogo. Caso ele escolha D1, o próximo a jogar seria o Professor P2, a quem são ofertadas $D2$ e $D3$, como podemos ver na Figura 9(a) $P2$ deseja ser alocado apenas em $D1$, logo não poderá ser o próximo. Então a função verifica a disponibilidade de $P1$, analisa se suas alocações anteriores conflitam com todas as ofertas restantes, como isso não acontece $P1$ deverá fazer a próxima escolha, que nesse caminho é C, e depois a função P o seleciona novamente, agora ele escolhe a última oferta disponível D_3 e atinge um estado terminal.

– A função de utilidade U, de assinatura $U: A_T\ x\ N \rightarrow \mathbb{R}$, mapeia alocações e jogadores nos reais e é definida da seguinte maneira:

$U(a,i) = Sat(a,i) + avalMM\ (a,i) + parcelaAloc(a)$, onde:

- $a \in A_T$ representa o conjunto das alocações presentes no histórico terminal T,
- $i \in N$ representa um jogador.

A função Sat representa a satisfação do jogador i com a alocação a, avaliando suas alocações de acordo com suas preferências por disciplinas. Alocações que contenham disciplinas de maior interesse do professor receberão avaliações mais altas. Iremos categorizar as preferências dos professores em três níveis: $N_{pref}, N_{possoEnsinar}, N_{talvezEnsine}$. A função Sat, cuja assinatura é $Sat : A\ x\ N \rightarrow \mathbb{R}$, assume valores no intervalo [0,1]. Abaixo a definição da função Sat.

$$Sat(a,i) = \begin{cases} 0,\ se\ N_{pref} + N_{possoEnsinar} + N_{talvezEnsine} = 0 \\ \dfrac{(N_{pref} *10 + N_{possoEnsinar} *6 + N_{talvezEnsine} *2)}{(N_{pref} + N_{possoEnsinar} + N_{talvezEnsine})*10}, caso\ contrario \end{cases}, \text{ onde:}$$

- $N_{pref} \in \mathbb{N}$ representa o número de alocações que contém disciplinas que o professor $i \in$ N prefere ensinar.
- $N_{possoEnsinar} \in \mathbb{N}$ representa as disciplinas que o professor $i \in$ N prefere em segundo lugar.
- $N_{talvezEnsine} \in \mathbb{N}$ representa as disciplinas que o professor $i \in$ N ensinaria em último caso.

A função $parcelaAloc$ avalia a alocação proposta do ponto de vista geral do jogo. A nossa intenção é garantir que um histórico terminal onde todas as ofertas foram alocadas deve ser sempre melhor avaliado do que aqueles onde existem ofertas não alocadas. Para tanto, adicionamos um número negativo a todos os históricos onde existem ofertas disponíveis (escolhemos o número -11). Para os demais históricos nenhuma penalidade é efetuada. A função $parcelaAloc$, de assinatura $parcelaAloc: A \rightarrow \mathbb{R}$, é calculada da seguinte maneira:

$$parcelaAloc(a) = \begin{cases} -11, & se\ |a| \neq N_{ofertas} \\ 0, & caso\ contrario \end{cases}$$,onde:

- $|a| \in \mathbb{N}$ representa o número de alocações efetuadas.
- $N_{ofertas} \in \mathbb{N}$ representa o número de ofertas propostas inicialmente.

A função $avalMM$ avalia a alocação do ponto de vista do professor, levando em consideração o mínimo e o máximo de disciplinas que podem ministrar. Valoriza alocações que estão dentro desses limites. Para tanto eleva suas utilidades a valores que não podem ser atingidos por alocações que estão fora desses limites.

$avalMM\ : A\ x\ N \rightarrow R$

$$avalMM\ (a,i) = \begin{cases} 9, & se\ min \leq\ nAloc(a,i) \leq max \\ 0, & se\ 0 < nAloc(a,i) < min \qquad ou\ nAloc(a,i) > max, \\ -2, & se\ nAloc(a,i) = 0 \end{cases}$$

Onde:

- $nAloc(a,i) = quantidade\ de\ alocações\ do\ professor\ i\ em\ a.$
- O número mínimo de disciplinas que o professor i pode ensinar é representado por min e o número máximo por max.

O maior valor que a função U pode atribuir a um estado terminal é 10, isso acontece quando: $Sat(a,i) = 1$; todas as ofertas são alocadas ($parcelaAloc(a) = 0$); os professores foram alocados de acordo com o máximo e o mínimo de disciplinas ($avalMM\ (a,i) = 9$). O menor valor é -13, caso em que: $Sat(a,i) = 0$; nem todas as ofertas foram alocadas ($parcelaAloc(a) = -11$) e o mínimo ou o máximo de disciplinas ficou fora do limites estipulados (nessa situação temos $avalMM\ (a,i) = -2$).

Obtidos os elementos necessários para modelar o jogo, podemos gerar a árvore do jogo. A partir das utilidades dos estados terminais podemos encontrar os equilíbrios de subjogos perfeitos. Estes serão as soluções indicadas pela ferramenta desenvolvida. A solução exibirá as melhores ofertas que o jogador deverá escolher conforme as preferências que definiu previamente. Pode acontecer, em virtude das restrições do problema, que nem todas as ofertas sejam alocadas. Consideramos este resultado ruim, pois o desejado é que todas as disciplinas ofertadas tenham um professor para ensiná-la.

Na Figura 10(e) e 10(f) observarmos as utilidades calculadas por U a partir dos dados listados nas Figuras 10(a), 10(b), 10(c) e 10(d). Em 10(e) P1 inicia o jogo, em 10(f) é P2 quem inicia, contudo os Equilíbrios de Subjogo Perfeito para ambos os casos são coerentes com as preferências definidas em 10(a).

	P1	P2
D1	1	2
D2	1	1
D3	3	1

(a) Preferências por disciplinas dos professores P1 e P2.

	P1	P2
MIN Disciplinas	1	3
MAX Disciplinas	1	3

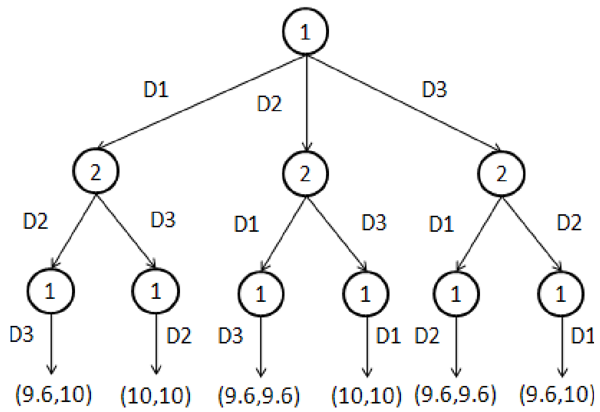
(b) Mínimo e Máximo de disciplinas que P1 e P2 podem ensinar.

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
DISCIPLINAS	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00
D1	X				
D2		X			
D3			X		

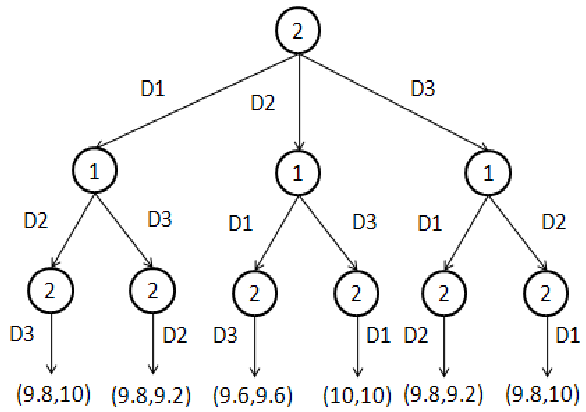
(c) Disciplinas ofertadas com seus respectivos horários

	P1	P2
SEGUNDA	X	X
TERÇA	X	X
QUARTA	X	X
QUINTA		
SEXTA		

(d) Disponibilidade dos Professores durante a semana de P1 e P2.



(e) **Jogo extensivo gerado com os dados das figuras 9.a, 9.b, 9.c, 9.d. Jogador 1 inicia o jogo.**



(f) **Jogo extensivo gerado com os dados das figuras 9.a, 9.b, 9.c, 9.d. Jogador 2 inicia o jogo.**

Figura 10 – Jogo extensivo que ilustra como a função U atribui utilidades.

Na Figura 11(e) é ilustrado o comportamento da função de utilidade quando alguns estados terminais não têm todas as suas ofertas alocadas. No histórico inicial o jogador 1 pode escolher D1, D2 ou D3. Quando escolhe D1 e em seguida escolhe D3, a disciplina D2 não é alocada, pois o jogador 1 não pode escolhê-la tendo em vista que D2 conflita em horário(ver Figura 11(c)) com D1. Já o jogador 2, não definiu preferência para D1. A função

$parcelaAloc$ adiciona -11 a esse estado final. Dessa maneira qualquer estado cujas ofertas são todas alocadas receberão sempre uma maior utilidade.

	P1	P2
D1	1	-
D2	1	1
D3	3	-

(a) Preferências por disciplinas dos professores P1 e P2.

	P1	P2
MIN Disciplinas	1	3
MAX Disciplinas	1	2

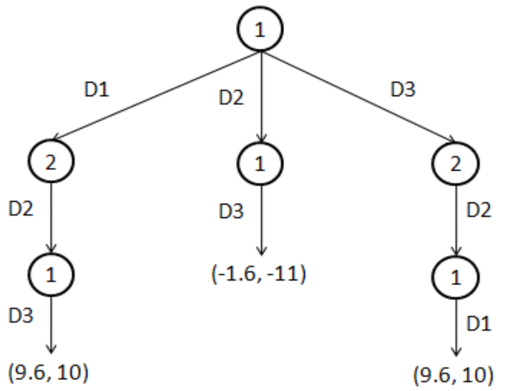
(b) Mínimo e Máximo de disciplinas que P1 e P2 podem ensinar.

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
DISCIPLINAS	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00
D1	X				
D2	X				
D3			X		

(c) Disciplinas ofertadas com seus respectivos horários

	P1	P2
SEGUNDA	X	X
TERÇA	X	X
QUARTA	X	X
QUINTA		
SEXTA		

(d) Disponibilidade dos Professores durante a semana de P1 e P2.



(e) **Jogo extensivo gerado com os dados das figuras 12.a, 12.b, 12.c, 12.d.**

Figura 11 – Jogo extensivo com caminhos onde nem todas as disciplinas ofertadas são alocadas.

A Figura 12(e) ilustra um jogo extensivo onde o jogador 1 é alocado em 3 disciplinas. As alocações são{(D1,1),(D2,1) (D3,1)}. O máximo permitido a este jogador é 2 (vide Figura 12(b)). A função $avalMM$ eleva as utilidades dos estados terminais nos quais o máximo e mímino de disciplinas para o jogador é respeitada, de modo que as utilidades podem atingir valores no intervalo [9.0,10]. Nos casos onde tal comportamento não acontece, as utilidades recebem apenas os valores calculados pela função Sat e pela função $parcelaAloc$.

	P1	P2
D1	1	1
D2	2	-
D3	3	-

(a) Preferências por disciplinas dos professores P1 e P2.

	P1	P2
MIN Disciplinas	1	2
MAX Disciplinas	1	1

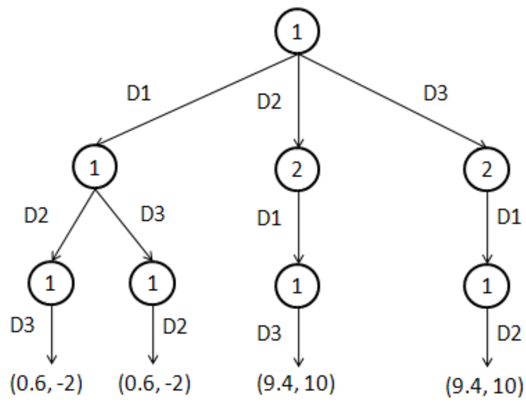
(b) Mínimo e Máximo de disciplinas que P1 e P2 podem ensinar.

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
DISCIPLINAS	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00	8:00 - 12:00
D1	X				
D2		X			
D3			X		

(c) Disciplinas ofertadas com seus respectivos horários

	P1	P2
SEGUNDA	X	X
TERÇA	X	X
QUARTA	X	X
QUINTA		
SEXTA		

(d) Disponibilidade dos Professores durante a semana de P1 e P2.



(e) Jogo extensivo gerado com os dados das figuras 11.a, 11.b, 11.c, 11.d.

Figura 12 – Jogo extensivo com estados terminais onde o jogador 1 tem mais disciplinas que o máximo permitido.

3.2 O problema modelado na lógica GAL

Nesta seção, a partir de um pequeno exemplo do problema de alocação dos professores em disciplinas, ilustramos como um jogo é representado em GAL.

Exemplo 3 – Um conjunto de ofertas de disciplinas {D1, D2, D3} é proposta para dois professores: Prof 01 e Prof 02. Eles devem escolher as disciplinas de acordo com suas aptidões. O Prof 01 está habilitado a ensinar as disciplinas D1, D2 e D3, já o Prof 02 pode ensinar apenas D1. Esse problema é uma descrição textual das informações disponíveis na Figura 12.

Mapeamos os dados do Exemplo 3 para GAL da seguinte maneira. Prof 01 e Prof 02 são os jogadores. Cada professor na sua vez de jogar pode escolher uma oferta do conjunto de ofertas disponíveis. No estado inicial e_0, o Prof 01 é quem deve escolher uma oferta. Quando faz essa escolha, uma nova alocação é realizada. Para cada oferta escolhida é feita uma transição para um novo estado. As informações relacionadas aos símbolos Ofertas e Alocacoes (ver figura 13) mudam durante a evolução do jogo de acordo com as ações tomadas pelos jogadores. Quando atingimos um estado onde nem Prof 01 e Prof 02 podem fazer uma escolha, atingimos um estado terminal e nenhuma transição poderá ser feita a partir deste estado.

Esta é uma representação simplificada do nosso problema em GAL. A representação que realizamos é composta por um número bem maior de elementos.

A estrutura de GAL para esse exemplo pode ser ilustrada conforme a Figura 13.

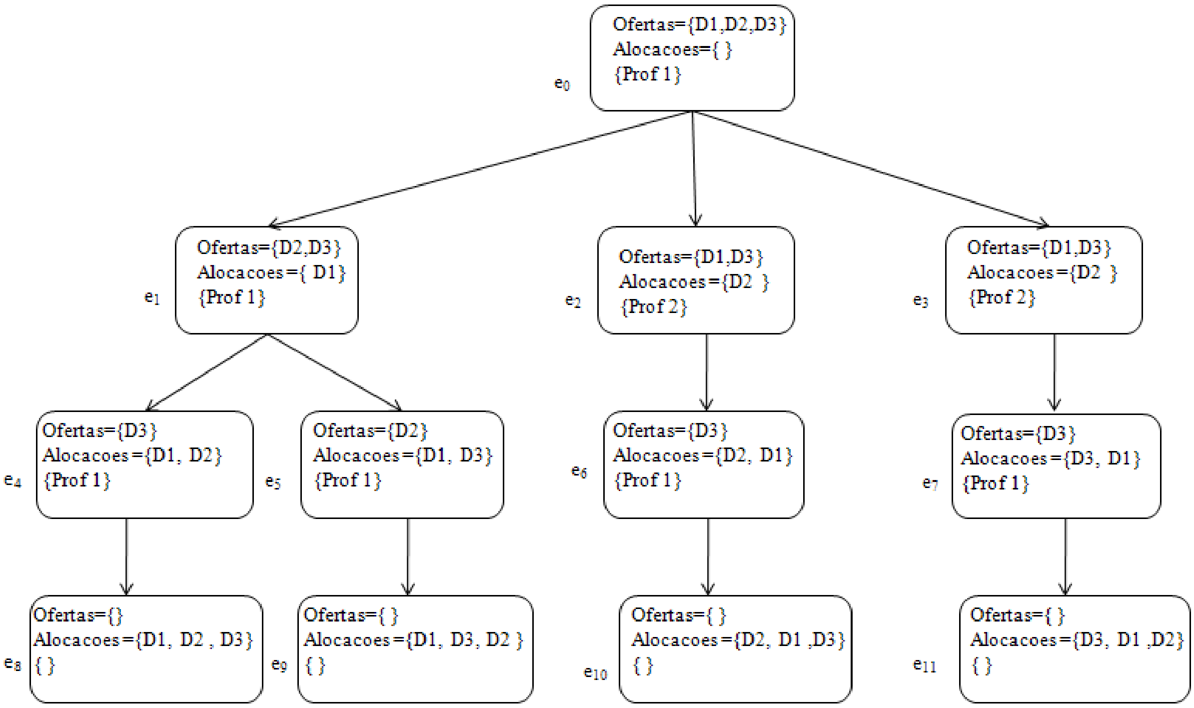


Figura 13 – Estrutura de GAL para o exemplo 3.

É a partir dessa estrutura exibida na Figura 13 que o GALV calcula as soluções para o jogo.

3.3 Ferramenta para automatização do problema

A modelagem realizada permitiu desenvolver, utilizando a linguagem de programação Java, uma ferramenta integrada ao GALV. Nossos códigos-fontes (algoritmo para cálculo dos equilíbrios do Jogo modelado, classes criadas) são agora parte do GALV.

Através da ferramenta criada recebemos os dados de uma determinada instância do problema, que são: informações de identificação dos professores, com suas respectivas preferências e disponibilidades; lista de disciplinas que podem ser ofertadas; e as ofertas propostas.

Após a inserção de todas as informações, o usuário do aplicativo pode solicitar que o jogo seja gerado. Quando essa opção é selecionada, em segundo plano, as informações são passadas como parâmetros para o GALV onde os dados são mapeados em uma estrutura da lógica GAL, a árvore do jogo é criada e os cálculos dos equilíbrios de subjogo perfeito são efetuados e apresentados ao usuário como uma solução para o problema. Na Figura 14 podemos visualizar estas etapas.

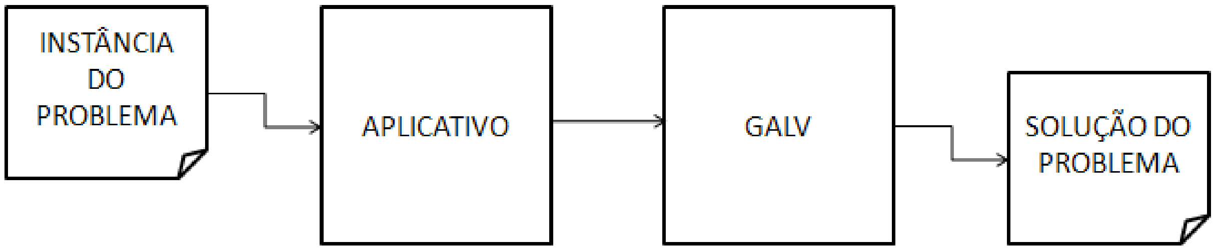


Figura 14 – Estrutura do sistema desenvolvido.

A Figura 15 mostra a tela onde os dados das disciplinas, como nome e código, podem ser inseridos. Na Figura 17 observamos a tela onde podem ser cadastrados os dados relacionados a uma oferta: o usuário pode associar uma disciplina a um conjunto de horários. Figura 17 – Tela para cadastro de professores. Figura 17 ilustra a tela onde os dados do professor poderão ser inseridos. Dados referentes à disponibilidade do professor são fornecidos – no caso da UFC de Quixadá os professores estão disponíveis de segunda a sexta feira, podendo ser alocados nos turnos manhã, tarde ou noite. Informações relacionadas às preferências devem ser fornecidas, nesses campos o professor poderá classificar as disciplinas disponíveis de acordo com seu grau de interesse. Na Figura 17 observamos que cada disciplina pode ser classificada de acordo com três níveis de interesse. O nível 1 é o “Prefiro ensinar”, nesse nível estão as disciplinas que tem maior afinidade; o nível 2 é o “Posso ensinar”, as disciplinas que tem um pouco menos de afinidade devem estar nesse nível; o último nível é o “Talvez ensine”, aquelas disciplinas que o professor ensinaria em último caso são classificadas nesse nível. Caso o professor deixe de classificar uma determinada disciplina, no jogo gerado não existirá nenhuma alocação que lhe atribua essa disciplina.

Após o cadastro de todos os dados o usuário poderá ir ao menu Arquivo e escolher a opção Gerar Jogo (vide Figura 18). Escolhida essa opção o GALV é inicializado. A partir do GALV as soluções do jogo podem ser calculadas e exibidas ao usuário – a Figura 19 mostra a tela onde as soluções do jogo são exibidas.

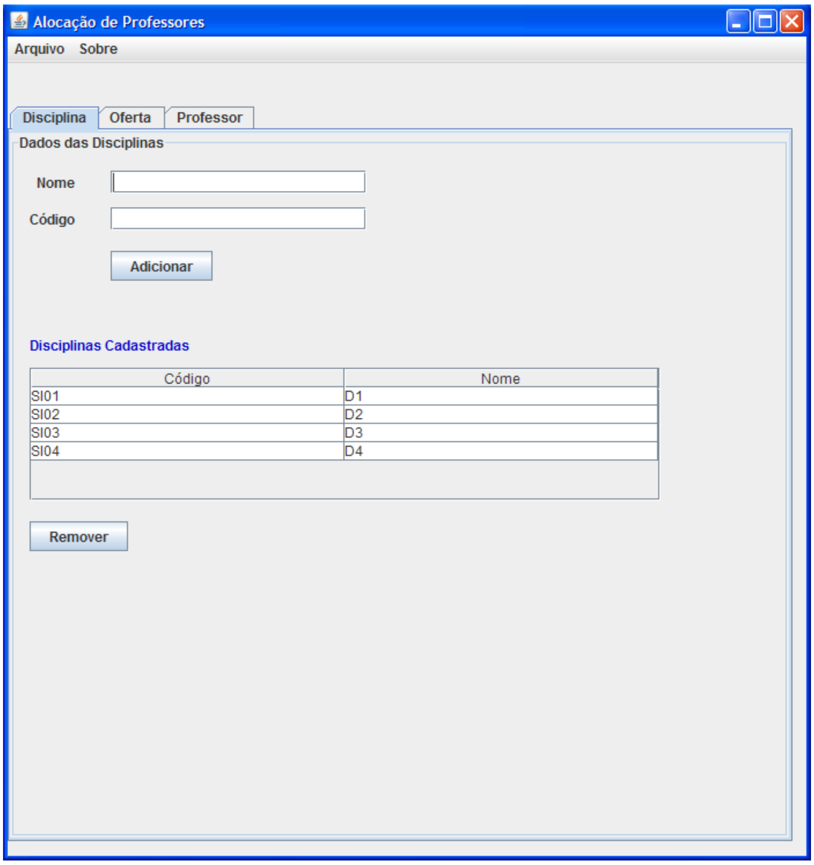


Figura 15 – Tela para cadastro de disciplinas.

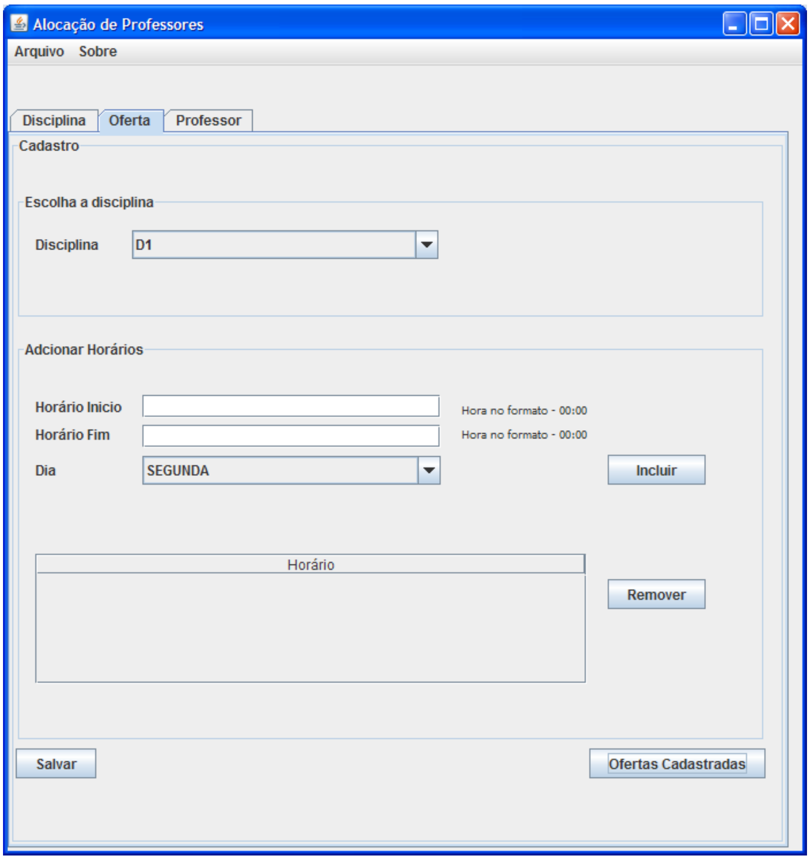


Figura 16 – Tela para cadastro de ofertas.

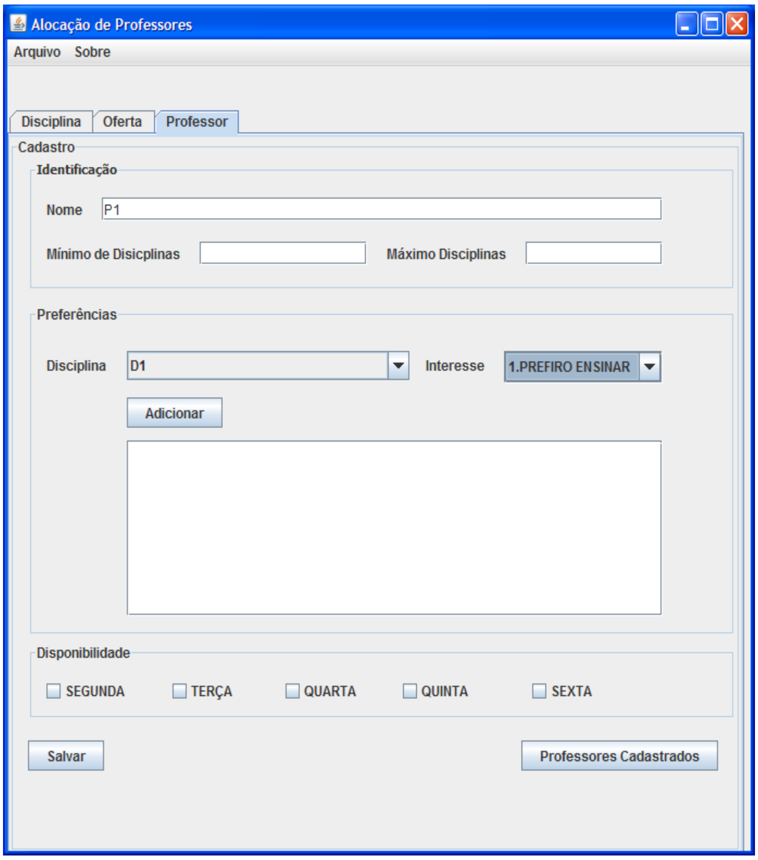


Figura 17 – Tela para cadastro de professores.

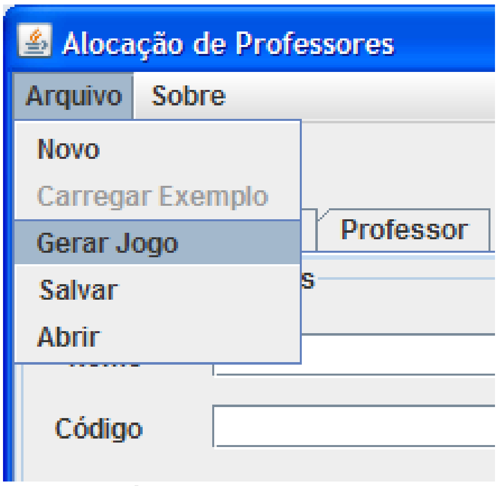


Figura 18 – Seleção da opção Gerar Jogo no Menu Arquivo.

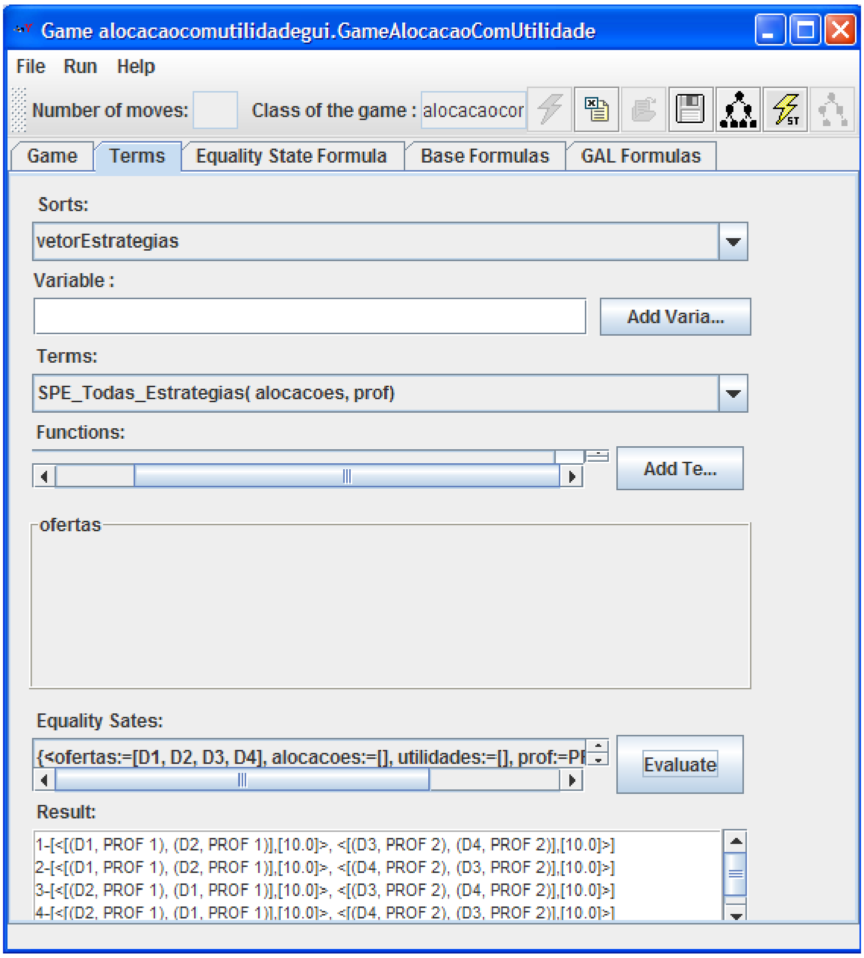


Figura 19 – Tela do GAL onde são apresentadas as soluções para o jogo no campo Result.

4 EXPERIMENTOS

Todos os equilíbrios de subjogo perfeitos calculados e exibidos neste trabalho foram processados em uma máquina com processador AMD Turion 64, 2 Giga Bytes de memória RAM, rodando Microsoft Windows XP Professional.

Para usar o aplicativo que desenvolvemos em um problema baseado em dados reais, solicitamos uma proposta de ofertas de disciplinas à Coordenação do Curso de Sistemas de Informação.

OFERTAS				
COD	**DISCIPLINAS**	**SIGLA**	**HORARIOS**	
SIN0008	Laboratório de Programação	LAP	SEG - 8:00 às 10:00	TER-8:00 às 10:00
SIN0006	Matemática Discreta	MD	QUA - 8:00 às 10:00	SEX-8:00 às 10:00
SIN0007	Arquitetura Computadores	AC	QUA - 10:00 às 12:00	QUI-8:00 às 10:00
SIN0005	Cálculo I	C1	SEG - 10:00 às 12:00	TER-10:00 às 12:00
SIN0012	Teoria Geral de Sistemas	TGS	QUI - 10:00 às 12:00	SEX-10:00 às 12:00
SIN0057	Análise e Projeto de Sistemas	APS	SEG - 8:00 às 10:00	TER-8:00 às 10:00
SIN0014	Linguagens de Programação	LIP	QUA-8:00 às 10:00	SEX-10:00 às 12:00
SIN0017	Gestão da Informação e dos SI	GSI	QUI - 8:00 às 10:00	SEX-10:00 às 12:00
SIN0052	Dot Net	DN	SEG 10:00 às 12:00	TER-10:00 às 12:00
SIN0015	Lógica Computação	LC	QUA 10:00 às 12:00	QUI-10:00 às 12:00
SIN0049	Computação Gráfica	CG	SEG 8:00 às 10:00	QUA-10:00 às 12:00
SIN0022	Auditoria e Segurança de SI	ASSI	TER 8:00 às 10:00	QUA -8:00 às 10:00
SIN0038	Qualidade Software	QS	QUI 8:00 às 10:00	SEX -8:00 às 10:00
SIN0023	Gerência de Projetos	GP	SEG 10:00 às 12:00	TER -10:00 às 12:00
SIN0053	Redes Sociais	RS	QUI 10:00 às 12:000	SEX- 10:00 às 12:00
SIN0066	TCC I	T1	TER 8:00 às 10:00	QUA- 8:00 às 10:00
SIN0054	Modelagem e Simulação	MOD	QUI 8:00 às 10:00	SEX -8:00 às 10:00
SIN0055	Sistemas Multiagentes	SM	SEG 10:00 às 12:00	TER- 10:00 às 12:00
SIN 0030	Contabilidade e Custos	CC	QUI 8:00 às 10:00	SEX- 8:00 às 10:00
SIN0068	Estágio I	E1	SEG 18:00 às 20:00 TER 18:00 às 20:00 QUA 18:00 às 20:00	QUI 18:00 às 20:00 SEX 18:00 às 20:00
SIN0067	TCC II	T2	TER 10:00 às 12:00	QUA 10:00 às 12:00
SIN001	FUNDAMENTOS DE PROGRMACAO – FUP	FUP	SEG 18:00 às 20:00 TER 18:00 às 20:00	QUA 18:00 às 20:00

Figura 20 – Disciplinas ofertadas para o Curso de Sistemas de Informação

As informações recebidas, para gerar as alocações do curso de Sistemas de Informação, correspondem as representadas na Figura 20 - onde podemos visualizar as ofertas para o período - e na Figura 21, que contém os dados de disponibilidade dos professores e de suas preferências, e ainda o mínimo e o máximo de disciplinas que pode ensinar. Observe que existem 16 professores e que são ofertadas 22 disciplinas. Para preservar a identidade dos professores ocultamos seus verdadeiros nomes.

PROFESSORES				
NOME	**DISPONIBILIDADE**	**DISCIPLINAS x PREFERÊNCIAS**	MÍNIMO	MÁXIMO
Prof 01	SEG-QUA	LAP(1) E FUP(2)	1	2
Prof 02	QUA-SEX	MD 1 (1), MD 2 (1)	1	2
Prof 03	QUA-SEX	AC 1(1), FUP(1)	1	2
Prof 04	SEG-SEX	CG(1), C1(1), LIP(2)	1	2
Prof 05	QUA-SEX	TGS(1), GSI(1), EMP(2)	1	2
Prof 06	SEG-QUA	APS(1), SM(1), POO(2)	1	2
Prof 07	QUA-SEX	LIP(1), MOD(1), MD1(2)	1	2
Prof 08	SEG-QUA	DT(1)	1	2
Prof 09	TER-QUI	LC SI(1), LC ES(1)	1	2
Prof 10	SEG-QUAR	ASSI(1), SD(1)	1	2
Prof 11	QUA-SEX	QS(1), TGS(2)	1	2
Prof 12	SEG-QUA	GP 1(1), GP 2(1), IREQ(1)	1	2
Prof 13	QUA-SEX	IREQ (2), RS(1)	1	2
Prof 14	SEG-QUA	TCC 1(1), TCC 2(1), EMP(3), TGS(2)	1	2
Prof 15	SEG-SEX	E1 e E2(1), FUP(1)	1	2
Prof 16	QUA-SEX	CC(1), EMP(2), TGS(3)	1	2

Figura 21 – Informações dos professores do Curso de Sistemas de Informação

Inserimos os dados da Figura 20 e 21 no aplicativo. Em seguida, no GALV, encontramos duas soluções que respeitam todos os critérios avaliados por nossa função de utilidade: todas as ofertas foram alocadas; todos os professores receberam disciplinas dentro do limite mínimo e máximo estipulados; as disciplinas nas quais os professores foram alocados eram em sua maioria disciplinas que preferiam ensinar como primeira opção.

Comparamos as soluções geradas com a solução real proposta para o Curso de Sistemas de Informação (SI) pela direção do Campus. A Figura 22 mostra que a alocação 1 proposta é exatamente a mesma proposta pela coordenação. Enquanto que a alocação 2 difere apenas nas disciplinas alocadas para o Prof 03 – na nossa solução é alocado em uma disciplina a mais – e para o Prof 13, que na nossa solução tem uma disciplina a menos.

PROFESSOR	ALOCACÃO REAL PARA O CURSO DE SI	ALOCAÇÃO 1 - PROPOSTA PELA FERRAMENTA	ALOCAÇÃO 2 - PROPOSTA PELA FERRAMENTA
Prof 01	LAP	LAP	LAP
Prof 02	MD	MD	MD
Prof 03	AC	AC, FUP	AC
Prof 04	C1, CG	C1, CG	C1, CG
Prof 05	TGS, GSI	TGS, GSI	TGS, GSI
Prof 06	LIP, MOD	LIP, MOD	LIP, MOD
Prof 07	DN	DN	DN
Prof 08	LC	LC	LC
Prof 09	ASSI	ASSI	ASSI
Prof 10	GP	GP	GP
Prof 11	RS	RS	RS
Prof 12	T1, T2	T1, T2	T1, T2
Prof 13	E1, FUP	E1	E1, FUP
Prof 14	CC	CC	CC
Prof 15	APS, SM	APS, SM	APS, SM
Prof 16	QS	QS	QS

Figura 22 – Comparação entre as soluções geradas pela ferramenta e a solução encontrada pela direção.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, modelamos o problema de alocação de professores por meio da Teoria dos Jogos e provemos soluções para este problema através dos conceitos de solução da Teoria dos Jogos de modo que os professores tenham suas preferências maximizadas considerando que os outros professores também buscam maximizar seus ganhos.

Inicialmente modelamos o problema como um jogo extensivo, definimos quem eram seus elementos: jogadores, históricos, função de utilidade para cada jogador e a função que diz qual jogador pode tomar uma ação em determinado histórico. Em seguida, utilizamos os conceitos da Teoria dos Jogos para encontrar um equilíbrio de subjogo perfeito. Este é obtido a partir das utilidades calculadas sobre as restrições de disponibilidade, máximo e mínimo de disciplinas dos professores e preferências.

Aproveitando-se do forte relacionamento da Teoria dos Jogos com as lógicas para jogos, mapeamos o modelo extensivo criado para GAL a fim de automatizarmos o processo de encontrar soluções, via GALV, para o problema. Do ponto de vista prático desenvolvemos uma ferramenta integrada ao GALV que prover uma interface para coleta de dados do problema, tais como: disciplinas ofertadas; professores e seus interesses por disciplina e sua disponibilidade. No GALV o cálculo dos equilíbrios de subjogo perfeito é automatizado e exibido para o usuário.

Como podemos ver no capítulo de experimentos, o Equilíbrio de Subjogo Perfeito encontrado para a instância testada foi coerente com as preferências estabelecidas previamente pelos professores. Contudo, seria interessante ajustar a função de utilidade para que ela possa ser mais sensível a estados terminais onde o número de alocações se aproxima do mínimo.

Quanto à ferramenta desenvolvida, pretendemos fazer melhorias em sua interface e usabilidade, para que ela possa ser disponibilizada gratuitamente a quem tenha interesse em utilizá-la. Uma funcionalidade que pode ser adicionada é a de permitir que o usuário defina a ordem dos professores no jogo.

Um software baseado nas ideias da Teoria dos Jogos é o GAMBIT, que pode ser utilizado para modelar jogos finitos e não-cooperativos, permitindo encontrar Equilíbrio de Nash e outros conceitos de soluções de jogos na forma estratégica ou extensiva (GAMBIT, 2010). Aplicativos desenvolvidos por terceiros podem comunicar-se com o GAMBIT através de tipos específicos de arquivos, e fazer uso de seus recursos. Inicialmente pretendíamos utilizar o GAMBIT para calcular os equilíbrios de subjogos perfeitos dos nossos jogos. Entretanto, ao traduzirmos uma instância do nosso problema para o GAMBIT, aconteceram erros no cálculo dos equilíbrios. Não investigamos a fundo a causa de tais erros. Resolvemos então implementar nosso próprio algoritmo dentro do *framework* GALV para calcular essas soluções.

Entre os trabalhos futuros que poderão ser realizados destacamos:

- Comparar o nosso algoritmo em relação aos algoritmos encontrados no GAMBIT. Podemos compará-lo do ponto de vista de desempenho: qual o tempo de resposta do algoritmo? Outra comparação seria do ponto de vista qualitativo: as soluções apresentadas são as mesmas?
- Utilizar *Document Type Definition* (DTD) para definir a estrutura de um documento no formato *Extensible Markup Language* (XML), contendo as informações de disciplinas, ofertas e disciplinas. Usuários, interessados em utilizar nosso aplicativo, podem gerar um arquivo XML descrevendo os dados relevantes do jogo. A partir desse arquivo nossa ferramenta poderá gerar um jogo e calcular uma solução.
- Aplicar estratégias para otimização do uso de memória para que instâncias maiores do problema sejam executadas. Devido a natureza exponencial do problema ocorreram estouros de memória durante o uso do GALV. Uma ideia seria o uso da técnica de poda alfa-beta.
- Comparar o nosso método de solução com outros métodos propostos. Talvez fosse interessante fazer um paralelo entre a solução encontrada usando Teoria dos Jogos e a solução obtida via um método de Programação Linear, ou por uma abordagem de *IA*.

REFERÊNCIAS

CLARKE, E. M.; GRUMBERG, O.; PELED, D.A. **Model Cheking**. Cambridge, MA : MIT Press, 1999.

DAVIS, M.D. **Game Theory a Nontechnical Introduction**. Dover, New York, 1983.

GAMBIT Software Tools for Game Theory. Disponível em <http://www.gambit-project.org/doc/intro.html#what-is-gambit>. Acesso em: 10/11/2010, 11:30 .

LOBO, E.L.M. **Uma solução do problema de horário escolar via algoritmo genético paralelo**. 2005. 99f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) - Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005

NEUMANN, John von. MORGENSTERN, Oskar. **Theory of games and economic behavior**, Princeton University Press, 1944.

OSBORNE ,M.J ;RUBINSTEIN. **A course in Game Theory**. MIT Press, 1994.

VASCONCELOS, D. R. **Lógica Modal de Primeira-ordem para Raciocinar sobre Jogos**. 2007. Tese (Doutorado em Informática) – Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.