



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE
CAEN - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
CURSO DE DOUTORADO EM ECONOMIA

CRISTIANO DA SILVA SANTOS

ENSAIOS EM ECONOMETRIA DE SÉRIES TEMPORAIS:
NÚCLEO E PREVISÃO DA INFLAÇÃO NO BRASIL

FORTALEZA

2017

CRISTIANO DA SILVA SANTOS

**ENSAIOS EM ECONOMETRIA DE SÉRIES TEMPORAIS:
NÚCLEO E PREVISÃO DA INFLAÇÃO NO BRASIL**

Tese apresentada ao curso de doutorado em Economia do Programa de Pós-Graduação em Economia - CAEN da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Economia. Área de Concentração: Teoria Econômica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S234e Santos, Cristiano da Silva.

Ensaio em Econometria de Séries Temporais : núcleo e previsão da inflação no Brasil / Cristiano da Silva Santos. – 2017.
96 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade, Programa de Pós-Graduação em Economia, Fortaleza, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar.

1. Núcleo da inflação. 2. Previsão. 3. Fatores comuns. 4. Componentes não observados. 5. Decomposição Empírica de Modos. I. Título.

CDD 330

CRISTIANO DA SILVA SANTOS

**ENSAIOS EM ECONOMETRIA DE SÉRIES TEMPORAIS:
NÚCLEO E PREVISÃO DA INFLAÇÃO NO BRASIL**

Tese apresentada ao curso de doutorado em Economia do Programa de Pós-Graduação em Economia - CAEN da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Economia. Área de Concentração: Teoria Econômica.

Aprovada em 10/03/2017

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Nicolino Trompieri Neto (Coorientador)
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Prof. Dr. Marcelo Lettieri Siqueira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Elano Ferreira Arruda
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais, Lucimeires e José, e irmão
André.

AGRADECIMENTOS

À minha família que sempre esteve presente me apoiando, em particular meus pais e meu irmão, foi esse apoio que permitiu essa conquista.

Ao professor Ivan Castelar, pela orientação extremamente competente e atenciosa ao longo do mestrado e doutorado e por compartilhar seu vasto conhecimento e experiência.

Aos professores Roberto Tatiwa e Nicolino Trompiere, pela coorientação em dois ensaios da tese, e também aos professores Marcelo Lettieri e Elano Arruda pela participação na banca de defesa. Obrigado pelas sugestões, correções e críticas pertinentes.

Aos grandes amigos do CAEN que estiveram presentes nesses anos do mestrado e doutorado e tornaram a jornada bem mais fácil e recompensadora.

À Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

“Toda sociedade tem a inflação que merece.”

(Mário Henrique Simonsen)

RESUMO

O objetivo desta tese é estudar as questões relacionadas ao núcleo e à previsão da inflação na economia brasileira após o plano real por meio de três ensaios independentes com o uso da econometria de séries temporais. O primeiro ensaio investiga se o uso da grande quantidade de séries macroeconômicas disponíveis contribui para melhorar a previsão da inflação. Para isso, se compara as previsões da inflação obtidas com fatores comuns estimados de um grande conjunto de dados, com as previsões fornecidas pela pesquisa Focus do Banco Central do Brasil e por modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR). Os resultados mostram que as previsões da pesquisa Focus são as que apresentam menor erro quadrático médio entre os modelos comparados e que os ganhos de se utilizar grande quantidade de dados para prever a inflação são limitados. O segundo ensaio investiga se o núcleo da inflação que captura as mudanças de preços que são permanentes possui alguma relação com a trajetória de longo prazo da inflação. Para capturar o componente permanente, duas medidas de núcleo são construídas com modelos de componentes não observados (UC) estimados por máxima verossimilhança e filtro de Kalman. Os resultados mostram que a medida de núcleo construída com um modelo UC multivariado é a única entre as medidas avaliadas que é não viesada e um indicador antecedente da inflação, possuindo o menor erro previsão fora da amostra. O terceiro ensaio também propõe uma nova medida de núcleo da inflação seguindo os apontamentos do segundo ensaio e avançando ao considerar a possível não linearidade e não estacionariedade da inflação no Brasil. Para estimar o novo núcleo é usado o método de decomposição em modos empíricos (EMD) que não utiliza os pressupostos da série ser estacionária ou linear. Os resultados apontam que a nova medida de núcleo obtida tem um melhor desempenho para prever a inflação fora da amostra entre as medidas avaliadas e possui as propriedades estatísticas de ser cointegrada, não enviesada, atratora e fortemente exógena em relação à inflação, características que são úteis para os objetivos da política monetária.

Palavras-chave: Núcleo da inflação. Previsão. Fatores comuns. Componentes não observados. Decomposição de Beveridge Nelson. Decomposição empírica de modos.

ABSTRACT

The objective of this thesis is to study the issues related to the core and the forecast of inflation in the Brazilian economy after the real plan by means of three independent tests that has as intersection the use of time series econometrics. In the first essay we compare the inflation forecasts obtained with common factors estimated from a large data set, with the predictions provided by the Central Bank of Brazil's Focus survey and by the integrated autoregressive moving average (ARIMA) and autoregressive vector (VAR). The results show that the predictions of the Focus survey are the ones with the lowest mean square error between the models compared and that the gains of using large amounts of data to predict inflation are limited. The second essay investigates whether the core of inflation capturing the permanent price changes has any relation to the long-run inflation trajectory. For this, two core measurements are constructed with unobserved (UC) component models estimated by maximum likelihood and Kalman filter. The results show that the core measure constructed with a multivariate UC model is the only one among the measured measures that is unvented and a prior indicator of inflation, with the lowest error out-of-sample forecast. The third essay also proposes a new core measure of inflation following the notes of the second essay and advancing considering the possible non linearity and non-stationary inflation in Brazil. In order to estimate the new core, the empirical decomposition method (EMD) is used that does not use the assumptions of the series to be stationary or linear. The results indicate that the new core measure obtained has a better performance to predict out-of-sample inflation among the measures evaluated and has the statistical properties of being cointegrated, unbiased, attractive and strongly exogenous in relation to inflation, characteristics that are useful For monetary policy purposes.

Key Words: Core inflation. Forecast. Common Factors. Unobserved Components. Beveridge and Nelson Decomposition. Empirical Mode Decomposition.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - IPCA acumulado em 12 meses - 1996.12 - 2014.2	29
Figura 2 – IPCA, SELIC e as medidas de núcleo da inflação, 1995.1 a 2016.5	45
Figura 3 – Componentes permanentes estimados por suavização com modelo univariado e multivariado.....	48
Figura 4 – IPCA e núcleos da inflação (% em 12 meses)	51
Figura 5 – IPCA e previsões das medidas de núcleo da inflação para o horizonte de 12 meses à frente, 2012.6 a 2016.5.	54
Figura 6 – Ilustração do processo de peneiramento (<i>sifting</i>).....	63
Figura 7 – IPCA com as IMFs e o resíduo obtidos com CEEMDAN - 1995.1 a 2016.10.....	70
Figura 8 - Evolução da média de ut como uma função de d	72
Figura 9 – Tendência e ciclo extraídos da série IPCA com CEEMDAN, 1995.1 a 2016.10 ...	73
Figura 10 – IPCA e as medidas de núcleo da inflação (% em 12 meses)	75
Figura 11 – IPCA e previsões fora da amostra usando as medidas de núcleo, 2012.11 a 2016.10.	78
Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (continua).....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Habilidade preditiva fora da amostra, 2008.5-2014.2	30
Tabela 2 – Resultados do teste de previsão incorporada	31
Tabela 3 - Habilidade preditiva fora da amostra das previsões combinadas, 2008.5-2014.2 ..	32
Tabela 4 – Teste de raiz unitária e estacionariedade	46
Tabela 5 – Teste de cointegração de Johansen	47
Tabela 6 – Parâmetros do modelo de componentes não observados univariado e bivariado...	49
Tabela 7 – Matriz de correlação do modelo de componentes não observados univariado e multivariado.....	50
Tabela 8 – Critérios de avaliação dos núcleos da inflação (% em 12 meses)	52
Tabela 9 – Desempenho fora da amostra dos modelos ao prever a inflação IPCA num horizonte de 12 meses à frente, 2012.6 a 2016.5.....	55
Tabela 10 – Medidas descritivas das IMFs e do resíduo para o IPCA de 1995.1 a 2016.5	71
Tabela 11 – Testes ADF e KPSS para o IPCA e os núcleos - 1995.1 a 2016.5	76
Tabela 12 – Critérios de avaliação dos núcleos da inflação	77
Tabela 13 – Desempenho preditivo fora da amostra das medidas de núcleo para um horizonte de 12 meses à frente, 2012.11 a 2016.10.....	79
Tabela 14 - Descrição das séries macroeconômicas utilizadas para prever a inflação com modelo de fatores comuns (continua).....	89

LISTA DE ABREVIATURAS

ARIMA	Autorregressivo Integrado de Média Móvel
BC	Banco Central
BCB	Banco Central do Brasil
BIC	Critério de Informação Bayesiano
BN	Decomposição de Beveridge Nelson
CEEMDAN	Decomposição Completa, Conjunta e Empírica de Modos com Ruído Adaptativo
DI	Modelo de Índice de Difusão
DI-tf	Modelo Índice de Difusão com Fatores <i>Targeted</i>
DI-tfp	Modelo Índice de Difusão com Preditores e Fatores <i>Targeted</i>
DI-tp	Modelo Índice de Difusão com Preditores <i>Targeted</i>
EEMD	Decomposição Conjunta e Empírica de Modos
EMD	Decomposição Empírica de Modos
EQM	Erro Quadrático Médio
FGV	Fundação Getúlio Vargas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGP-M	Índice Geral de Preços do Mercado
IMF	Função Intrínseca de Modo
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
IPCA-DP	Núcleo de Dupla Ponderação
IPCA-EX	Núcleo por Exclusão sem Monitorados e Alimentos no Domicílio
IPCA-EX2	Núcleo por Exclusão Ex2
IPCA-MA	Núcleo Médias Aparadas sem Suavização
IPCA-MAS	Núcleo Médias Aparadas com Suavização
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
REQM	Raiz do Erro Quadrático Médio
UC	Componentes não Observados
VAR	Modelo de Vetor Autorregressivo

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO	13
2 PREVENDO A INFLAÇÃO NO BRASIL COM GRANDE CONJUNTO DE DADOS: UMA APLICAÇÃO DO MODELO DE FATORES COMUNS	15
2.1 Introdução	16
2.2 Revisão da literatura	17
2.3 Modelo de Fatores Comuns	18
<i>2.3.1 Modelo de Fatores Comuns Estático.....</i>	<i>18</i>
<i>2.3.2 Modelo de Fatores Comuns Dinâmico.....</i>	<i>20</i>
2.4 Previsão com fatores comuns.....	21
<i>2.4.1 Modelo Índice de Difusão.....</i>	<i>21</i>
<i>2.4.2 Modelo Índice de Difusão com preditores targeted.....</i>	<i>22</i>
<i>2.4.3 Modelo Índice de Difusão com fatores targeted</i>	<i>23</i>
<i>2.4.4 Modelo Índice de Difusão com preditores e fatores targeted.....</i>	<i>24</i>
<i>2.4.5 Previsão de referência e previsões alternativas.....</i>	<i>24</i>
2.5 Previsão fora da amostra	25
<i>2.5.1 Teste de igual acurácia de previsão.....</i>	<i>26</i>
<i>2.5.2 Teste de previsão incorporada</i>	<i>27</i>
<i>2.5.3 Conjunto de Dados.....</i>	<i>27</i>
2.6 Resultados e Discussão	28
<i>2.6.1 Comparando as previsões</i>	<i>28</i>
<i>2.6.2 Comparando as previsões combinadas</i>	<i>31</i>
2.7 Conclusão	33
3 COMO MEDIR O NÚCLEO DA INFLAÇÃO NO BRASIL: ESTIMANDO A INFLAÇÃO PERMANENTE COM MODELO DE COMPONENTES NÃO OBSERVADOS.....	35
3.1 Introdução	36
3.2 Como medir o núcleo da inflação.....	37
<i>3.2.1 Modelo de componentes não observados para a decomposição de Beveridge-Nelson ..</i>	<i>39</i>
3.3 Critérios de avaliação dos núcleos	41
<i>3.3.1 Capacidade preditiva</i>	<i>42</i>
3.4 Resultados e Discussão	44
<i>3.4.1 Dados.....</i>	<i>44</i>

3.4.2 Testes de estacionariedade e cointegração	45
3.4.3 Estimação do núcleo da inflação.....	47
3.4.4 Avaliação das medidas de núcleo.....	50
3.4.5 Previsão fora da amostra	54
3.5 Conclusão	56
4 O NÚCLEO DA INFLAÇÃO NO BRASIL: UMA MEDIDA USANDO A DECOMPOSIÇÃO EMPÍRICA DE MODOS	58
4.1 Introdução	59
4.2 Teorias sobre o núcleo da inflação	60
4.3 Decomposição Empírica de Modos e suas variantes	62
4.3.1 Decomposição Empírica de Modos (EMD).....	62
4.3.2 Decomposição Conjunta e Empírica de Modos (EEMD)	64
4.3.2 Decomposição Completa, Conjunta e Empírica de Modos com Ruído Adaptativo (CEEMDAN).....	65
4.3.4 Extração do núcleo como tendência usando o CEEMDAN.....	66
4.4 Critérios de avaliação dos núcleos	67
4.4.1 Previsão fora da amostra	68
4.5 Resultados e Discussão	70
4.5.1 Decomposição do IPCA com CEEMDAN.....	70
4.5.2 Construção da medida de núcleo da inflação com CEEMDAN.....	72
4.5.3 Comparando as medidas de núcleo da inflação.....	74
4.6 Conclusão	79
REFERÊNCIAS.....	82
APÊNDICE A - CONJUNTO DAS SÉRIES MACROECONÔMICAS UTILIZADAS PARA PREVER A INFLAÇÃO	89

1 APRESENTAÇÃO

Esta tese é formada por três ensaios que se comunicam entre si por abordarem a inflação no Brasil no período após o plano real e por usarem como método a econometria de séries temporais. O principal objetivo é mostrar como aplicações da econometria de séries temporais a conceitos macroeconômicos podem ser ferramentas úteis para auxiliar o Banco Central na elaboração da política monetária com objetivo de manter a estabilização dos preços e o controle da inflação.

Dado que as mudanças na política monetária têm efeitos defasados sobre a economia, o primeiro ensaio intitulado “Prevendo a inflação no Brasil com grande conjunto de dados: uma aplicação do modelo de fatores comuns” investiga se o uso da grande quantidade de séries macroeconômicas disponíveis contribui para melhorar a previsão da inflação. Para isso, se compara as previsões da inflação obtidas com modelos índice de difusão que usam fatores comuns estimados a partir do grande conjunto de dados, com as previsões fornecidas pela pesquisa Focus do Banco Central do Brasil e por modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR).

Os resultados desse primeiro ensaio mostram que as previsões da pesquisa Focus são as que apresentam menor erro quadrático médio entre os modelos comparados e que os ganhos de se utilizar grande quantidade de dados para prever a inflação são limitados. Apenas o modelo índice de difusão que usa pré-seleção de variáveis na estimação dos fatores comuns adiciona informações à previsão da pesquisa Focus, de forma que o erro quadrático médio da previsão combinada é menor do que o erro quadrático médio de cada previsão isoladamente.

Os ensaios restantes consideram o conceito de núcleo como sendo a parte da inflação que é “relevante” para manter a estabilidade dos preços e propõem medidas empíricas deste conceito com o uso da econometria de séries temporais. No segundo ensaio “Como medir o núcleo da inflação no Brasil: estimando a inflação permanente com modelo de componentes não observados” é investigado se o núcleo da inflação que captura as mudanças de preços permanentes possui alguma relação com a trajetória de longo prazo da inflação. Para isto, duas medidas de núcleo são construídas com modelos de componentes não observados (UC) estimados por máxima verossimilhança e filtro de Kalman com inicialização difusa.

As medidas construídas neste segundo ensaio são então avaliadas por meio de critérios econométricos e comparadas com as medidas de núcleo disponibilizadas pelo Banco Central do Brasil. Os resultados mostram que o núcleo IPCA-CP2 construída com um modelo

UC multivariado com a taxa de inflação IPCA e a taxa de juros reais SELIC é a única entre as medidas avaliadas que atendeu os três critérios econométricos, mostrando ser uma medida não viesada e um indicador antecedente no sentido que atrai, mas não é atraída pela inflação. Com relação à capacidade preditiva, o núcleo IPCA-CP2 também apresentou o menor erro previsão fora da amostra e possui informações adicionais sobre a inflação futura. Portanto, as evidências são favoráveis à abordagem que define o núcleo como componente permanente da inflação, apontando que as pesquisas sobre o tema devem seguir nesta direção.

Seguindo os apontamentos do segundo ensaio e avançando ao considerar a possível não linearidade e não estacionariedade da inflação no Brasil, o terceiro ensaio, intitulado “O núcleo da inflação no Brasil: uma medida usando a decomposição empírica de modos.”, propõe uma nova medida de núcleo da inflação estimada por meio do método de decomposição em modos empíricos (EMD), que é capaz de separar a tendência dos dados através da decomposição espectral e reconstrução parcial da série de inflação. A vantagem deste método é que ele não utiliza os pressupostos da série ser um processo estacionário ou linear.

Os resultados deste terceiro ensaio apontam que a nova medida de núcleo obtida tem um melhor desempenho para prever a inflação fora da amostra entre as medidas avaliadas. Os resultados também mostram que a nova medida de núcleo possui as propriedades estatísticas de ser cointegrada, não enviesada, atratora e fortemente exógena em relação à inflação, possuindo, portanto, características que são úteis para os objetivos da política monetária.

2 PREVENDO A INFLAÇÃO NO BRASIL COM GRANDE CONJUNTO DE DADOS: UMA APLICAÇÃO DO MODELO DE FATORES COMUNS

Resumo

Este artigo investiga se o uso da grande quantidade de séries macroeconômicas disponíveis contribui para melhorar a previsão da inflação. Para isso, se compara as previsões da inflação acumulada em 12 meses obtidas com modelos índice de difusão que usam fatores comuns estimados de um grande conjunto de dados, com as previsões fornecidas pela pesquisa Focus do Banco Central do Brasil e por modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR). Os resultados mostram que as previsões da pesquisa Focus são as que apresentam menor erro quadrático médio entre os modelos comparados e que os ganhos de se utilizar grande quantidade de dados para prever a inflação são limitados. Apenas o modelo índice de difusão que usa pré-seleção de variáveis na estimação dos fatores comuns adiciona informações à previsão da pesquisa Focus, de forma que o erro quadrático médio da previsão combinada é menor do que o erro quadrático médio de cada previsão isoladamente.

Palavras-chaves: Previsão da inflação. Modelo de fatores. Índice de Difusão.

Abstract

This paper investigates whether the use of the large number of available macroeconomic series contributes to improving the forecast of inflation. For this, we compare inflation forecasts provided by models diffusion index using a large data set, by Focus survey of Brazil's Central Bank, by integrated autoregressive models moving average (ARIMA) and by vector autoregression (VAR). The results show that the Focus survey forecasts are those with lower mean square error between the models compared and that the gains of using large data set to predict inflation are limited. Only diffusion index forecasts using targeted predictors add information to forecast the Focus survey, so that the mean square error of the combined forecast is lower than the mean square error of each forecast alone

Keywords: Forecasting inflation. Factor model. Diffusion index.

2.1 Introdução

Dado que as mudanças na política monetária têm efeitos defasados sobre a economia, um dos principais objetivos ao se prever a inflação é auxiliar as autoridades na definição dos instrumentos de política monetária no presente e no futuro próximo. No caso do Brasil, no qual o Banco Central (BC) utiliza um sistema de metas anuais, é mais relevante prever se a inflação acumulada nos próximos 12 meses estará dentro da meta do que prever a inflação em um mês específico.

Considerando a importância do problema de prever a inflação e a crescente quantidade de séries macroeconômicas disponíveis aos tomadores de decisão, este artigo investiga se se prevê a inflação acumulada em 12 meses por modelos índice de difusão que usam um grande conjunto de dados e compara com as previsões fornecidas pela pesquisa Focus do BC do Brasil e por modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR).

O modelo de índice de difusão (DI) proposto por Stock e Watson (2002) resume as informações contidas num grande número de séries temporais em poucos fatores comuns, que são então inseridos numa simples regressão para prever a inflação. Duas configurações diferentes deste mesmo modelo também são usadas, o DI com preditores *targeted* de Bai e Ng (2008) e o DI com fatores *targeted* de Dias, Pinheiro e Rua (2010). Uma extensão natural é unir essas duas metodologias em um modelo DI com preditores e fatores *targeted*. Apesar de simples, não encontramos na literatura nenhum trabalho que utilize essa extensão do modelo DI. Assim, este artigo também contribui ao propor esse novo modelo e ao investigar sua aplicabilidade na previsão da inflação no Brasil.

Os resultados mostram que as previsões da pesquisa Focus são as que apresentam menor erro quadrático médio entre os modelos comparados, o que indica a importância das previsões da Focus para monitorar a política monetária. O desempenho dos modelos índice de difusão aponta que os ganhos de se utilizar grande quantidade de dados para prever a inflação se mostraram limitados. Apenas o modelo índice de difusão com pré-seleção de variáveis de Bai e Ng (2008) adiciona informações à previsão da pesquisa Focus, de forma que o erro quadrático médio (EQM) da previsão combinada é menor do que o EQM de cada previsão isoladamente.

O trabalho está organizado da seguinte forma: A seção 2.2 fornece uma breve revisão da literatura. A seção 2.3 diz respeito ao modelo de fatores comuns e procedimento de estimação. A seção 2.4 descreve os modelos índice de difusão e demais modelos usados nas

previsões. A seção 2.5 apresenta a metodologia de avaliação e os dados utilizados. A seção 2.6 demonstra os resultados e discussões. Por fim, a seção 2.7 apresenta as conclusões.

2.2 Revisão da literatura

Previsões usando fatores comuns extraídos de um grande conjunto de séries temporais ficaram conhecidas na literatura como previsão com índice de difusão, devido aos trabalhos de Stock e Watson (1998, 2002) mostrando a eficiência da metodologia. A partir de então, vários autores têm investigado a aplicação de modelos de fatores comuns para previsão das principais variáveis macroeconômicas, como a inflação e o produto, comparando com outros modelos tradicionais de previsão.

Em um trabalho extenso, Artis, Banerjee, e Marcellino (2005) mostram evidências que o uso dos fatores comuns na regressão de previsão melhora as previsões para as variáveis reais e de preço do Reino Unido, quando comparadas com modelos AR e VAR de séries temporais.

Usando dados da África do Sul, Gupta e Kabundi (2011) encontram que as previsões do modelo de fatores comuns para a inflação, crescimento do produto e taxa de juros, apresentam erros menores que as previsões dos modelos VAR, VAR Bayesiano e Equilíbrio Geral Dinâmico Estocástico (DSGE). Para a Austrália, o trabalho de Moser, Rumler e Scharler (2007) encontra que a inflação prevista com modelo de fatores supera as previsões dos modelos ARIMA e VAR em termos de eficiência preditiva.

Gavin e Kliesen (2008) utilizam modelos de fatores para prever a inflação e o produto nos Estados Unidos e descobrem que esses modelos apresentam previsões significativamente melhores que os modelos univariados. Eles ainda destacam que esses modelos são mais úteis quando o horizonte de previsão é longo. Com resultados semelhantes, Cheung e Demers (2007) indicam que o modelo índice de difusão fornece consideráveis melhorias de precisão na previsão do PIB e do núcleo da inflação do Canadá quando comparado ao modelo autorregressivo, principalmente quando o horizonte de previsão aumenta. Eles também revelam que não há diferença em termos de previsão ao usar fatores estáticos ou dinâmicos generalizados.

Schumacher e Dreger (2004) indicam que a previsão da taxa de crescimento do PIB da Alemanha com modelos de fatores comuns tem erros menores que os modelos alternativos. No entanto, essa redução não é estatisticamente significativa e concluem que o ganho de usar esse tipo de modelo na amostra analisada por eles é limitado. Com dados da

área do euro, Angelini, Henry e Mestre (2001) reportam que não existem ganhos significativos ao usar modelos de fatores como previsor da inflação neste grupo de países.

No caso do Brasil, ainda há poucos trabalhos aplicados. Ferreira, Bierens e Castelar (2005) usam modelos índice de difusão para prever a taxa de crescimento do PIB trimestral e encontram que esses modelos tem desempenho melhor que modelos autorregressivos. Com uma abordagem semelhante a este artigo, Figueiredo (2010) mostra que modelos de fatores podem gerar melhores previsões para a taxa de inflação brasileira, principalmente em horizontes de previsão mais longos. No entanto, Figueiredo (2010) prevê apenas a inflação mensal, enquanto neste artigo a previsão é para a inflação acumulada em 12 meses utilizando novas metodologias de previsão com modelos de fatores.

Para uma revisão completa sobre modelos de fatores e previsões com índice de difusão ver o trabalho de Eickmeier e Ziegler (2008). Nele, os autores fazem uma meta-análise da grande literatura existente e descobrem que modelos de fatores possuem desempenho de previsão melhor para as variáveis dos Estados Unidos do que para Reino Unido, que o tamanho da base de dados afeta positivamente o desempenho e que pré-selecionar as variáveis incluídas na base de dados não têm influência significativa.

2.3 Modelo de Fatores Comuns

No modelo de fatores comuns, cada variável é representada como a soma de dois componentes não observados: o componente comum e o componente idiossincrático. O componente comum é formado por um pequeno número de fatores que afetam todas as variáveis enquanto que o componente idiossincrático representa choques específicos a cada variável.

Dependo da forma como os fatores comuns influenciam as variáveis, o modelo de fatores é classificado como estático, se os fatores afetam as variáveis apenas contemporaneamente, ou dinâmico, se fatores também afetam as variáveis defasadamente, ou seja, se a influência dos fatores persiste por alguns períodos.

2.3.1 Modelo de Fatores Comuns Estático

Seja $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})'$, para $t = 1, \dots, T$, um vetor $N \times 1$ de séries temporais estacionárias com média zero. O modelo de fatores comuns supõe que cada variável X_{it} admite a seguinte representação:

$$X_{it} = \lambda_i' F_t + e_{it} \quad (1)$$

onde F_t é um vetor ($r \times 1$) de fatores comuns, λ_i é um vetor ($r \times 1$) de *loadings* e e_{it} é o componente idiossincrático.

Nesse modelo há r fatores comuns F_t que sumarizam as estruturas de covariância de todas as variáveis X_{it} . A forma e a intensidade da influência de um F_t sobre uma variável específica i dependem de λ_i . Em outras palavras, a ideia do modelo é que a dimensão dos fatores é bem menor que a dimensão dos dados, $r \ll N$, de forma que um pequeno número de fatores é capaz de replicar grande parte da variância observada nas variáveis X_{it} .

Considerando a série temporal multivariada X_t de dimensão ($N \times 1$), a equação (1) pode ser reescrita como:

$$X_t = \Lambda F_t + e_t \quad (2)$$

onde $\Lambda_{(N \times r)} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)'$ e $e_{t(N \times 1)} = (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{Nt})'$

Usando notação matricial:

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}\Lambda' + \mathbf{e} \quad (3)$$

onde $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ é uma matriz $T \times N$ com os dados observados, $\mathbf{F} = (F_1, \dots, F_T)'$ é uma matriz $T \times r$ de fatores comuns e $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_T)'$ é uma matriz $T \times N$ de componentes idiossincráticos.

Bai e Ng (2002) e Bai (2003) mostram que os fatores comuns \mathbf{F} e os pesos (*loadings*) Λ podem ser estimados pelo método de componentes principais da seguinte forma:

$$\hat{\Lambda} = \sqrt{N}\mathbf{V} \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{X}\hat{\Lambda}}{N} \quad (5)$$

onde \mathbf{V} é uma matriz $N \times r$ com as colunas sendo os r maiores auto vetores da matriz $\mathbf{X}'\mathbf{X}$. A estimativa da matriz residual é obtida por $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{F}}\hat{\Lambda}'$.

É importante destacar que $\hat{\mathbf{F}}$ estima $\mathbf{F}\mathbf{H}$ (uma rotação de \mathbf{F}) e $\hat{\Lambda}$ estima $\Lambda\mathbf{H}'^{-1}$ (uma rotação de Λ), onde \mathbf{H} é qualquer matriz $r \times r$ invertível. Desta forma não é possível identificar os fatores comuns e *loadings* de forma única, embora o produto $\hat{\mathbf{F}}\hat{\Lambda}'$ estime $\mathbf{F}\Lambda'$ diretamente. Esta falta de identificação não é problemática para previsão, mas deve ser considerada quando os fatores são interpretados de maneira estrutural.

Para que os fatores possam ser estimados consistentemente pelo método de componentes principais, Bai e Ng (2002) e Bai (2003) mostram que os seguintes pressupostos devem ser atendidos¹:

¹ Os pressupostos A-D são os mesmos do trabalho de Bai e Ng (2002)

- a) pressuposto A - fatores comuns. $E\|F_t\|^4 < \infty$ e $T^{-1} \sum_{t=1}^T F_t F_t' \xrightarrow{p} \Sigma_F$ quando $T \rightarrow \infty$ para alguma matriz $r \times r$ positiva definida Σ_F ;
- b) pressuposto B - fatores *loadings*. $\|\lambda_i\| \leq \bar{\lambda} < \infty$ e $\left\| \frac{\Lambda' \Lambda}{N} - \Sigma_N \right\| \rightarrow 0$ quando $N \rightarrow \infty$ para alguma matriz $r \times r$ positiva definida Σ_N ;
- c) pressuposto C - heterocedasticidade e dependência no tempo e no *cross-section*. Existe uma constante positiva $M < \infty$, tal que para todo N e T :
- $E(e_{it}) = 0$ e $E|e_{it}|^8 < \infty$; $E(e_s' e_t / N) = E(N^{-1} \sum_{i=1}^N e_{is} e_{it}) = \gamma_N(s, t)$, $|\gamma_N(s, t)| \leq M$ para todo s e $T^{-1} \sum_{s=1}^T \sum_{t=1}^T |\gamma_N(s, t)| \leq M$;
 - $E(e_{it} e_{jt}) = \tau_{ij,t}$ com $|\tau_{ij,t}| < |\tau_{ij}|$ para algum τ_{ij} e para todo t . Em adição, $N^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\tau_{ij}| \leq M$;
 - $E(e_{it} e_{js}) = \tau_{ij,ts}$ e $(NT)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^T |\tau_{ij,ts}| \leq M$;
 - Para todo (t, s) , $E \left| N^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^N [e_{is} e_{it} - E(e_{is} e_{it})] \right|^4 \leq M$.
- d) pressuposto D - dependência fraca entre fatores e erros idiossincráticos.
- $$E \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T F_t e_{it} \right\| \right).$$

Os pressupostos A e B asseguram que os fatores comuns e *loadings* não são degenerados. O pressuposto C permite que os componentes idiossincráticos e_{it} possuam formas fracas de heterosedasticidade e sejam fracamente correlacionados no tempo e entre as séries. O pressuposto D está implícito nos pressupostos A e C e permite que os fatores comuns sejam fracamente correlacionados com os erros idiossincráticos.

2.3.2 Modelo de Fatores Comuns Dinâmico

Uma generalização do modelo de fatores comuns estático em (1) é permitir que os fatores comuns afetassem as séries de maneira contemporânea e também defasada. Esta nova configuração é chamada modelo de fatores comuns dinâmicos e pode ser expressa como:

$$X_t = \Lambda_0 \tilde{F}_t + \Lambda_1 \tilde{F}_{t-1} + \dots + \Lambda_s \tilde{F}_{t-s} + e_t \quad (6)$$

onde \tilde{F}_{t-j} são vetores $q \times 1$ de fatores comuns e Λ_j são matrizes $N \times q$ de fatores *loadings*, com $j = 0, 1, \dots, s$.

Se o número de defasagens s for finito, então, como mostra Stock e Watson (1998) e Bai e Ng (2007), o modelo de fatores comuns dinâmicos em (6) é equivalente ao modelo de fatores comuns estáticos:

$$X_t = \Lambda F_t + e_t \quad (7)$$

com $\Lambda = (\Lambda_0, \Lambda_1, \dots, \Lambda_s)$ e $F_t = (\tilde{F}'_t, \tilde{F}'_{t-1}, \dots, \tilde{F}'_{t-s})'$

Isto mostra que um modelo com q fatores dinâmicos e s defasagens pode ser representado por um modelo com $r = q(s + 1)$ fatores estáticos. Esta equivalência entre os modelos permite aplicar todos os resultados teóricos - como estimação, especificação e inferência - do modelo de fatores estático ao modelo de fatores dinâmico na forma estática.

Vale ressaltar que o modelo de fatores comuns dinâmicos pode permitir que as defasagens s sejam infinitas, neste caso os procedimentos de estimação usam o conceito de componente principal dinâmico para estimar os fatores no domínio da frequência, como pode ser visto nos trabalhos de Forni et al. (2000) e Forni e Lippi (2011).

2.4 Previsão com fatores comuns

Uma das principais aplicações do modelo de fatores comuns é na previsão de séries macroeconômicas, como foi visto na revisão de literatura. Esta seção descreve o modelo Índice de Difusão de Stock e Watson (2002) e duas versões modificadas propostas por Bai e Ng (2008) e Dias, Pinheiro e Rua (2010).

2.4.1 Modelo Índice de Difusão

Suponha que um grande conjunto de séries temporais estacionárias $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})'$ são observadas para $t = 1, \dots, T$. O problema do agente econômico é prever y_{T+h} , estando em T . Uma solução para este problema é utilizar o modelo de Índice de Difusão (DI) proposto por Stock e Watson (2002) que consiste em usar os fatores comuns na seguinte equação de previsão:

$$y_{t+h} = \mu + \alpha(L)y_t + \beta(L)'F_t + \varepsilon_{t+h} \quad (8)$$

com F_t sendo um vetor $r \times 1$ de fatores comuns satisfazendo:

$$X_t = \Lambda F_t + e_t \quad (9)$$

onde $\alpha(L)$ e $\beta(L)$ são polinômios de defasagem de ordem p e m , respectivamente, y_t é a variável a ser prevista e μ é uma constante.

As equações (8) e (9) mostram como o modelo de fatores permite incorporar na previsão a informação de um grande número de preditores (X_t) de uma maneira simples e parcimoniosa. O termo “índice de difusão” é usado em Stock e Watson (1998, 2002) para

designar os fatores comuns que representam co-movimentos das variáveis econômicas. A ideia básica é estimar um pequeno número de fatores que expliquem a maior parte da variabilidade observada nas variáveis X_t , para depois usá-los como preditores.

O modelo DI é estimado em um procedimento de dois estágios; primeiro obtém-se os fatores comuns usando o estimador de componentes principais apresentado em (5). Com esses fatores estimados², a equação de previsão em (8) é obtida usando Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). O número de fatores comuns r e as ordens de defasagem p e m são escolhidas pelo Critério de Informação Bayesiano (BIC), com $1 \leq r \leq 4$, $1 \leq m \leq 3$ e $1 \leq p \leq 6$, onde os valores máximos escolhidos são os mesmo de Stock e Watson (2002).

Uma das críticas ao modelo DI é não considerar a variável específica que está sendo prevista. A partir desta crítica, dois refinamentos são propostos na literatura. O primeiro, denominado Índice de Difusão com preditores *targeted* (DI-tp), estabelece que as variáveis usadas para estimar os fatores comuns devem ser selecionadas considerando a variável específica a ser prevista. O segundo, chamado de Índice de Difusão com fatores *targeted* (DI-tf), propõe que se deve estimar o fator comum considerando a variável a ser prevista.

2.4.2 Modelo Índice de Difusão com preditores *targeted*

Apesar do modelo Índice de Difusão (DI) permitir a inclusão de um grande número de variáveis, o trabalho de Boivin e Ng (2006) tem evidenciado que simplesmente acrescentar mais variáveis para extrair os fatores comuns não é adequado quando o objetivo é previsão e as variáveis incluídas não são relevantes. Boivin e Ng (2006) mostram através de resultados empíricos que com um conjunto menor de variáveis macroeconômicas obtêm-se previsões com desempenho igual ou superior do que as obtidas com um conjunto maior de variáveis.

Motivados por este fato, Bai e Ng (2008) propõem um refinamento do modelo DI que denominaremos modelo Índice de Difusão com preditores *targeted* (DI-tp). O modelo DI-tp estabelece que as variáveis (preditores) X_{it} usadas para estimar os fatores comuns devem ser escolhidas considerando a variável específica y_t a ser prevista. Por exemplo, se o objetivo é prever a inflação, então o conjunto de séries temporais usado para estimar os fatores comuns deve ser formado por variáveis que possuam alguma informação sobre a inflação futura.

² Dado que o interesse é apenas na previsão gerada pelos fatores e não sobre a interpretação estrutural dos fatores em si, o problema de identificação inerente ao modelo de fatores é irrelevante neste caso.

Para determinar quais variáveis X_{it} são significativas para comporem o conjunto de dados usado na previsão de y_t , Bai e Ng (2008) propõe o método *hard thresholding* descrito a seguir:

- a) Para cada $i = 1, \dots, n$, efetua-se a regressão de y_t sobre W_{t-h} e $X_{i,t-h}$. Neste artigo W_{t-h} inclui uma constante e quatro defasagens de y_t ;
- b) Denote por t_i a estatística t do parâmetro de $X_{i,t-h}$;
- c) Selecione os preditores $X_{i,t}$ cuja $|t_i|$ excede o nível de significância α ;
- d) Estime F_t a partir do conjunto de preditores selecionados e siga o mesmo procedimento padrão do modelo DI.

Além deste método *hard thresholding*, Bai e Ng (2008) propõem outros métodos de seleção denominados *soft thresholding* que aplicam algoritmos como *least absolute shrinkage selection operator* (LASSO) e *least angle regressions* (LARS). Este artigo utiliza apenas o *hard thresholding*, já que eles concluem que ambos os métodos são superiores em termos de erro de previsão quando comparados ao modelo DI padrão.

2.4.3 Modelo Índice de Difusão com fatores targeted

O modelo Índice de Difusão com fatores *targeted* (DI-tf) é outra configuração do modelo DI proposta por Dias, Pinheiro e Rua (2010) na qual a estimação do fator comum leva em consideração a variável y_t que está sendo prevista.

Para isto, considere a seguinte modificação, seja $X_{(h)}$ uma matriz $(T-h) \times N$ com os dados sem as últimas h observações. Como já visto na seção 3.1, os fatores podem ser estimados como:

$$\widehat{\Lambda}_{(h)} = \sqrt{N}\mathbf{V} \quad (10)$$

$$\widehat{F}_{(h)} = X\widehat{\Lambda}_{(h)}/N \quad (11)$$

onde agora \mathbf{V} é uma matriz $N \times N$ com as colunas sendo todos os auto vetores da matriz $\mathbf{X}_{(h)}' \mathbf{X}_{(h)}$.

A abordagem de Dias, Pinheiro e Rua (2010) consiste em gerar um fator comum *targeted* como uma combinação linear de todos os fatores estimados por componentes principais e a variável y_t a ser prevista da seguinte forma:

$$\widehat{F}_{(h)t}^* = \sum_{n=1}^N \frac{\omega_{(h)n}}{\sum_{i=1}^N \omega_{(h)i}} \widehat{F}_{(h)t,n} \quad (12)$$

com

$$\omega_{(h),n} = \left(\frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} \hat{F}_{(h)t,n} y_{t+h} \right) \frac{\mu_{(h),n}}{\mu_{(h),1}} \quad (13)$$

onde $\hat{F}_{(h)t,n}$ é o elemento da linha t e da coluna n da matriz $\hat{F}_{(h)}$, $\mu_{(h),n}$ são os auto valores de $\mathbf{X}_{(h)}' \mathbf{X}_{(h)}$.

Estimado o fator *targeted* $\hat{F}_{(h)t}^*$, a previsão segue o mesmo procedimento do modelo DI padrão, com a diferença que neste caso a equação de previsão possui apenas um fator comum, $\hat{F}_{(h)t}^*$, que considerou a variável a ser prevista em sua construção.

2.4.4 Modelo Índice de Difusão com preditores e fatores *targeted*

Tendo apresentado duas formas diferentes do modelo DI como forma de melhorar as previsões, uma extensão natural é juntar essas duas formas de refinamento do modelo DI. Assim, o modelo Índice de Difusão com preditores e fatores *targeted* (DI-tfp) que é proposto neste artigo aplica a seleção de preditores igual ao modelo DI-tp e estima o fator comum da mesma forma que o modelo DI-tf, sendo, portanto, a combinação deste dois modelos. Desta forma, modelo DI-tfp considera a variável a ser prevista tanto na seleção dos preditores como na estimação dos fatores.

Apesar de simples, não encontramos na literatura nenhum trabalho que utilize essa extensão do modelo DI. Assim, este artigo também contribui ao propor esse novo modelo e ao investigar sua aplicabilidade na previsão da inflação no Brasil.

2.4.5 Previsão de referência e previsões alternativas

Para comparar as previsões fora da amostra dos modelos índice de difusão é necessário um modelo de referência (*benchmark*). Este artigo escolhe a previsão da pesquisa Focus do Banco Central (BC) do Brasil como referência e duas previsões alternativas geradas pelos modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR).

O modelo ARIMA é simples e frequentemente produz previsões melhores que outros modelos econométricos, como aponta Hamilton (1994, cap. 4). Para a especificação e estimação usa-se o método automatizado descrito em Hyndman e Khandakar (2008).

O modelo VAR usa duas ou mais variáveis assumindo que as mesmas se relacionam simultaneamente para gerar previsões. De maneira semelhante à Arruda, Ferreira e

Castelar (2011), a escolha das variáveis usadas no VAR foi obtida a partir das possíveis combinações do seguinte conjunto de variáveis, inflação IPCA, PIB, taxa de juros SELIC e agregado monetário M1.

A pesquisa Focus usada é a mediana das previsões para a taxa de inflação acumulada em 12 meses obtida pelo BC com cerca de 100 participantes do mercado financeiro usando um horizonte de 12 meses à frente. Como as previsões são coletadas nos dias úteis e divulgadas semanalmente, usou-se a média das previsões para representar a previsão mensal da Focus em determinado mês. Isto torna o conjunto de previsões da Focus comparável ao dos modelos que utilizam dados mensais.

2.5 Previsão fora da amostra

O tipo de previsão fora da amostra usado neste artigo é recursivo, i.e., todas as previsões são baseadas nos valores passados da série até a data em que a previsão é realizada, de forma que a especificação e os parâmetros do modelo são atualizados em cada período usando os dados do início da amostra até data corrente. Este tipo de previsão fora da amostra é também usado em Stock e Watson (2002), Bai e Ng (2008) e Dias, Pinheiro e Rua (2010).

O procedimento de previsão fora da amostra é uma forma de se obter previsões que se aproximam das previsões obtidas por agentes econômicos em situações reais. A vantagem deste procedimento é que permite quantificar a capacidade de adaptação do modelo a novos dados.

Outra vantagem da previsão fora da amostra é permitir comparar a previsões obtidas de modelos econométricos com previsões obtidas de outras formas ou quando não se conhece o modelo que gerou a previsão. No caso deste artigo, usam-se as previsões da pesquisa Focus e, portanto, não se tem o modelo econométrico gerador das previsões, já que as mesmas são recolhidas de um grande grupo de profissionais do mercado financeiro.

Vale ressaltar dois pontos. Primeiro, que este procedimento não é indicado quando o objetivo é avaliar modelos com base na teoria econômica, pois um modelo teórico válido pode gerar previsões menos acuradas do que um modelo de série temporal, conforme discute Clements e Hendry (1998) e Shmueli (2010). No entanto, quando o objetivo é apenas previsão, o procedimento fora da amostra é uma forma intuitiva e factível de se avaliar previsões.

O segundo ponto é que testes para previsão fora da amostra não devem ser aplicados para comparação de modelos, visto que neste caso, os testes estatísticos tradicionais

que usam toda a amostra, como o teste F , apresentam melhores resultados de poder estatístico (Diebold (2015) e Hansen e Timmermann (2015)). Para complementar a análise de previsão fora da amostra, dois testes de previsão comumente usados na literatura são descritos a seguir.

2.5.1 Teste de igual acurácia de previsão

Ao comparar os erros de previsão de dois modelos é necessário identificar se a diferença observada é estatisticamente significativa ou não. Os testes usados para responder essa questão são chamados na literatura como testes de igual acurácia de previsão (*equal forecast accuracy*).

O teste DM modificado é baseado em Diebold e Mariano (1995) e Harvey, Leybourne e Newbold (1997) e permite verificar se a diferença de acurácia de previsão de dois modelos concorrentes é estatisticamente significativa. A estatística do teste DM inicialmente proposta por Diebold e Mariano (1995) é a seguinte:

$$S_1 = \frac{\bar{d}}{\sum_{\tau=-(h-1)}^{h-1} \frac{1}{T} \sum_{t=|\tau|+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-|\tau|} - \bar{d})} \quad (14)$$

onde a série perda diferencial $d_t = e_{A,t}^2 - e_{B,t}^2$ é a diferença dos erros quadrados das previsões³ de dois modelos A e B, \bar{d} é a média amostral, o denominador é o estimador do erro padrão de \bar{d} robusto a heteroscedasticidade e autocorrelação, T é o tamanho da série d_t e h é o horizonte de previsão.

A hipótese nula do teste DM é de que os dois modelos tem o mesmo desempenho de previsão, ou seja, a diferença média entre os erros de previsão dos modelos é zero, $E(\bar{d}) = 0$. Diebold e Mariano (1995) mostram que sob a hipótese nula e assumindo que a série d_t é estacionária, a distribuição assintótica da estatística S_1 é normal padrão.

Harvey, Leybourne e Newbold (1997) sugerem um teste DM modificado para melhorar o desempenho do teste DM que consiste em utilizar a seguinte correção:

$$S_1^* = \sqrt{\frac{T + 1 - 2h + T^{-1}h(h - 1)}{T}} S_1 \quad (15)$$

onde S_1 é a estatística original descrita em (14).

³ A série perda diferencial pode ser definida para qualquer função perda, $d_t = g(e_{A,t}) - g(e_{B,t})$, neste artigo foi escolhida a função perda quadrática para comparar o erro quadrático médio.

Além desta correção, deve-se comparar a estatística S_1^* com os valores críticos da distribuição t com $T - 1$ graus de liberdade para melhorar o desempenho do teste DM modificado em pequenas amostras.

2.5.2 Teste de previsão incorporada

Em previsão, mais importante que identificar o modelo com o menor erro de previsão é descobrir se modelos concorrentes possuem diferentes informações para prever uma variável de interesse, no sentido de que a combinação da previsão dos modelos seja melhor do que as previsões individuais.

Como observado por Harvey, Leybourne e Newbold (1998), um modelo concorrente que tenha alguma informação que é ausente no modelo de referência, é útil mesmo que possua erro de previsão maior, pois quando se combina as previsões o erro diminui.

Essa questão da combinação de previsões de modelos rivais pode ser testada com uma simples regressão:

$$y_t = \alpha + (1 - \lambda)\hat{y}_{A,t} + \lambda\hat{y}_{B,t} + \varepsilon_t \quad (16)$$

onde $\hat{y}_{A,t}$ e $\hat{y}_{B,t}$ são as previsões para y_t obtidas de dois modelos A e B quaisquer, e ε_t é o erro da regressão.

O parâmetro λ é estimado por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e a inferência é realizada por um teste t com o desvio padrão corrigido para heterocedasticidade e autocorrelação por meio do procedimento de Newey e West (1987). A hipótese nula ($\lambda = 0$) é que o modelo A incorpora o modelo B em termos de previsão, ou seja, o modelo A incorpora a informação contida na previsão do modelo B . A hipótese alternativa ($\lambda > 0$) é que o modelo B possui informações ausentes no modelo A .

2.5.3 Conjunto de Dados

Como o objetivo do artigo é avaliar o uso da grande quantidade de séries macroeconômicas para prever a inflação através de modelos índice de difusão, foi coletado um conjunto de dados suficientemente grande, de forma a obter séries temporais regulares e representativas da economia brasileira.

O conjunto de dados, o qual é detalhado no Apêndice A, consiste de 122 séries temporais macroeconômicas de frequência mensal, cobrindo o período de 1996.1 a 2014.2, e oriundas do Ipeadata e Banco Central do Brasil. As séries são agrupadas em sete categorias:

- a) 1 - produção (19 séries);
- b) 2- preços e indicadores monetários (16 séries);
- c) 3 - mercado externo (27 séries);
- d) 4 - finanças públicas (14 séries);
- e) 5 - consumo e vendas (15 séries);
- f) 6- mercado de trabalho (13 séries);
- g) 7 - mercado financeiro (18 séries).

Para tornar o comportamento das séries estacionário, foi usado dois tipos de transformações. Na transformação log-diferença, o logaritmo natural da série é diferenciado em um período, o que representa uma aproximação da mudança mensal em termos percentuais. Na transformação primeira-diferença, as séries são apenas diferenciadas em um período.

Como é típico na literatura, as séries em valores correntes foram deflacionadas usando o índice de preços IPCA. A correção para valores discrepantes (*outliers*) seguiu o mesmo procedimento automático de Stock e Watson (2005)⁴.

2.6 Resultados e Discussão

Nesta seção são analisados os resultados das previsões para inflação no Brasil usando os modelos índice de difusão na previsão da inflação, a pesquisa Focus e os modelos ARIMA e VAR. Os resultados foram obtidos com o programa estatístico R Core Team (2016).

2.6.1 Comparando as previsões

O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é a medida de inflação escolhida por ser o índice oficial adotado pelo Banco Central (BC) do Brasil no sistema de metas de inflação. Os exercícios de previsão incluem dados de janeiro de 1996 até fevereiro

⁴ O ajuste para *outlier* corresponde a substituição da observação com desvio absoluto maior do que seis vezes o intervalo interquartil pelo valor mediano das cinco observações anteriores.

de 2014. Este intervalo representa o período de estabilidade econômica após o plano real e possui uma grande quantidade de séries macroeconômicas disponíveis.

O IPCA acumulado em 12 meses é a série adotada pelo BC para monitorar o comportamento da inflação. Na publicação mensal “relatório da inflação”, o BC analisa e utiliza essa série, que ao fim do ano deve estar dentro da meta estabelecida para inflação. Assim, não é de grande relevância prever que a inflação de um determinado mês será elevada, se a inflação em 12 meses ficar dentro meta. Além disso, grande parte dos agentes econômicos, quando fecham contratos e estabelecem seus preços para um determinado ano, também está mais interessada na inflação em 12 meses do que na inflação de um determinado mês. Desta forma, esse artigo avalia a capacidade dos modelos em prever a série do IPCA em 12 meses que é mostrada na Figura 1.

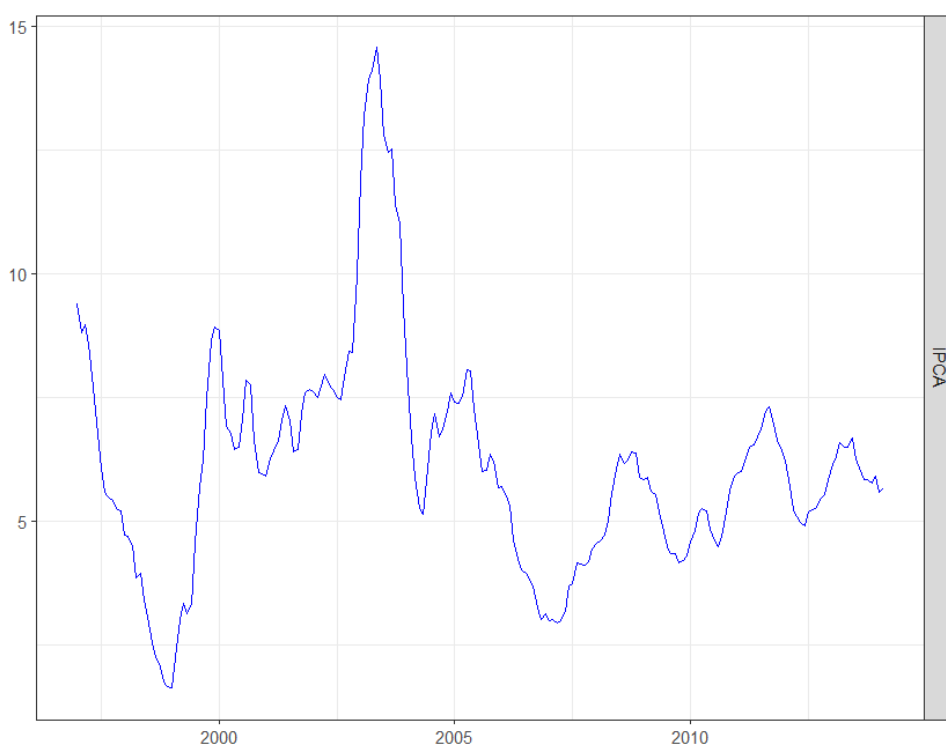


Figura 1 - IPCA acumulado em 12 meses - 1996.12 - 2014.2

Fonte: Elaborada pelos autores.

O horizonte de previsão é de 12 meses à frente. Esse é o mesmo horizonte de previsão usado na pesquisa Focus para prever a série IPCA acumulada em 12 meses. Além de possibilitar a comparação com a Focus, essa escolha do horizonte de previsão também é útil para o BC, dado o efeito defasado da política monetária.

Na simulação de previsão fora da amostra, todos os modelos foram estimados recursivamente do início da amostra até o período em que é realizada a previsão. As

especificações dos modelos, como ordem de defasagem e número de fatores comuns, foram escolhidas pelo Critério de Informação Bayesiano (BIC).

Como medida da habilidade preditiva, utilizou-se a Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) e o Erro Quadrático Médio (EQM) relativo, que é simplesmente a razão entre o EQM do modelo e o EQM da pesquisa Focus. Um valor inferior a um desta razão indica de que o modelo possui um erro de previsão menor, ou seja, seu desempenho é melhor que a previsão da Focus.

A Tabela 1 apresenta a REQM e o EQM relativo dos modelos em relação à pesquisa Focus, junto com valor p do teste DM modificado para igualdade de previsão.

A REQM de 0,80 para a pesquisa Focus indica que, ao comparar o valor do IPCA em 12 meses com o previsto pela Focus, comete-se um erro “típico” de mais ou menos 0,80%. A mesma interpretação é dada para a REQM dos demais modelos.

O EQM relativo mostra que a previsão da Focus para a inflação acumulada possui erro quadrático médio inferior ao de todos os modelos avaliados no período de maio de 2008 a fevereiro de 2014. Isto indica que a Focus é um bom modelo de referência (*benchmark*) quando se prevê a inflação acumulada em 12 meses. Este apontamento é corroborado por Altug e Çakmakli (2016) que indicam que a pesquisa Focus para inflação acumulada também supera as previsões da curva de Phillips *forward* e *backward-looking*.

Tabela 1 - Habilidade preditiva fora da amostra, 2008.5-2014.2

Modelo de Previsão	REQM ¹	EQM relativo ²	Teste DM ³
Pesquisa Focus	0,80	1,00	
ARIMA	1,02	1,64	0,33
VAR	1,58	3,92	0,00
Índice de Difusão (DI)	1,01	1,60	0,39
DI com fatores <i>targeted</i> (DI-tf)	1,03	1,67	0,38
DI com preditores <i>targeted</i> (DI-tp)	0,97	1,48	0,45
DI com fatores e preditores <i>targeted</i> (DI-tfp)	1,08	1,85	0,31

Fonte: Elaboração dos autores.

Notas: ¹ REQM: raiz do erro quadrático médio.

² EQM relativo: EQM do modelo indicado dividido pelo EQM da pesquisa Focus.

³ valor p do teste DM modificado cuja hipótese nula é que os erros de previsão são estatisticamente iguais ao da pesquisa Focus.

Considerando-se o teste DM modificado, não há diferença significativa entre as previsões da Focus e dos modelos econométricos estimados para o IPCA acumulado no

período de avaliação considerado, com exceção do modelo VAR, cujo valor p foi menor que 1%. Assim, apesar da Focus possuir menor EQM, não foi encontrada diferença estatisticamente significativa em relação ao EQM dos demais modelos.

Considerando somente as previsões da Focus para inflação mensal sem as previsões para a inflação acumulada em 12 meses, Lima e Alves (2011, p.16) concluem que “não há qualquer *evidência significativa* de superioridade das previsões da Focus sobre modelos univariados simples em horizontes mais longos de previsão”. Esses resultados apontam que a eficiência preditiva da Focus é diferente dependendo se a previsão é para a série mensal ou para a série em 12 meses. Trabalhos futuros podem estudar as duas previsões conjuntamente para confirmar essa diferença e propor possíveis explicações.

2.6.2 Comparando as previsões combinadas

Apesar da Focus possuir previsões com o menor EQM entre os modelos analisados, não se deve concluir que os modelos usados não são úteis para prever a inflação com base apenas na comparação dos erros. Outra questão importante é saber se algum dos modelos possui informação adicional que é ausente na previsão da Focus, de forma que a previsão combinada tenha erros menores.

A Tabela 2 apresenta o resultado do teste de previsão incorporada (*forecast encompassing*) de Harvey, Leybourne e Newbold (1998) que investiga se o modelo A (primeira coluna) incorpora as informações contidas nas previsões do modelo B (segunda coluna). Ou seja, testa-se agora se a previsão de algum dos modelos contém informação que é ausente na previsão da Focus.

Tabela 2 – Resultados do teste de previsão incorporada

Modelo A	Modelo B	$\hat{\lambda}$ (valor p)
Pesquisa Focus	ARIMA	0,06 (0,85)
Pesquisa Focus	VAR	-0,17 (0,47)
Pesquisa Focus	Índice de Difusão (DI)	0,18 (0,26)
Pesquisa Focus	DI com fatores <i>targeted</i> (DI-tf)	-0,06 (0,83)
Pesquisa Focus	DI com preditores <i>targeted</i> (DI-tp)	0,24 (0,05)
Pesquisa Focus	DI com fatores e preditores <i>targeted</i> (DI-tfp)	0,03 (0,86)

Fonte: Elaboração dos autores.

Nota: A tabela mostra o $\hat{\lambda}$ estimado na equação $y_t = \alpha + (1 - \lambda)\hat{y}_{A,t} + \lambda\hat{y}_{B,t} + \varepsilon_t$, onde y_t é o IPCA observado, $\hat{y}_{A,t}$ é a previsão da pesquisa Focus e $\hat{y}_{B,t}$ é a previsão do modelo na segunda coluna. A hipótese nula ($\lambda = 0$) é que o modelo B não adiciona poder preditivo ao modelo A.

O teste de previsão incorporada mostra que a previsão da Focus incorpora a previsão de todos os outros modelos, com exceção do modelo DI-tp. Ou seja, apenas o modelo DI-tp contém informação que não está contida nas previsões do mercado fornecidas pela Focus. Isto evidencia ganhos de informação ao selecionar os preditores antes da estimação dos fatores comuns, visto que o mesmo não ocorreu para modelos DI e DI-tf.

Esta evidência corrobora os resultados de Boivin e Ng (2006) e Bai e Ng (2008) de que mais variáveis no conjunto de preditores nem sempre é mais adequado quando se usa o modelo de fatores para previsão. Desta forma, estudos sobre previsão usando modelo índice de difusão e fatores comuns devem considerar a forma de construção e seleção do conjunto de preditores em suas especificações.

Vale ressaltar que é difícil para um modelo simples, como DI-tp, adicionar informação às previsões da Focus, já que a mesma é uma combinação das previsões de vários especialistas do mercado financeiro que usam diversos métodos e possuem diferentes conjuntos de informação.

Para reforçar as evidências do teste de previsão incorporada, a Tabela 3 compara a habilidade preditiva da previsão da Focus combinada com um dos modelos por meio de uma média aritmética simples. As combinações apresentarem um EQM relativo menor que um, indicando melhora na previsão em termos de erro, com exceção da combinação com o modelo VAR.

Tabela 3 - Habilidade preditiva fora da amostra das previsões combinadas, 2008.5-2014.2

Modelo de Previsão	REQM ¹	EQM relativo ²	Teste DM ³
Pesquisa Focus	0,80	1,00	
Focus e ARIMA	0,72	0,82	0,41
Focus e VAR	1,09	1,88	0,00
Focus e Índice de Difusão (DI)	0,70	0,77	0,06
Focus e DI com fatores <i>targeted</i> (DI-tf)	0,77	0,94	0,72
Focus e DI com preditores <i>targeted</i> (DI-tp)	0,68	0,73	0,04
Focus e DI com fatores e preditores <i>targeted</i> (DI-tfp)	0,73	0,85	0,51

Fonte: Elaboração dos autores.

Notas: ¹ REQM: raiz do erro quadrático médio.

² EQM relativo: EQM do modelo indicado dividido pelo EQM da pesquisa Focus.

³ valor p do teste DM modificado cuja hipótese nula é que os erros de previsão são estatisticamente iguais ao da pesquisa Focus.

A previsão combinada com o modelo DI-tp apresentou uma redução no EQM de 27% em relação ao EQM da previsão da Focus somente, sendo a maior redução do EQM entre todas as combinações e a única com uma redução significativa ao nível de 5% conforme o teste DM modificado para igual acurácia de previsão. Esta evidência reforça o resultado do teste de previsão incorporada da Tabela 2 mostrando que o modelo DI com preditores *targeted* apresenta informação que não consta nas previsões do mercado fornecidas pela pesquisa Focus.

Esta evidência também apoia o resultado encontrado por Figueiredo (2010) para inflação mensal no Brasil, de que o modelo de fatores com preditores *targeted* apresenta melhor desempenho que outras abordagens de previsão com grande conjunto de dados, como Mínimos Quadrados Parciais (PLS).

2.7 Conclusão

Este artigo avaliou a aplicabilidade empírica de quatro modelos, índice de difusão (DI), índice de difusão com fatores *targeted* (DI-tf), índice de difusão com preditores *targeted* (DI-tp) e índice de difusão com preditores e fatores *targeted* (DI-tfp), que usam fatores comuns de um grande conjunto de séries macroeconômicas para prever a inflação no Brasil.

A avaliação se baseia em simulação de previsões fora da amostra, onde se compara os modelos índice de difusão com a pesquisa Focus do Banco Central do Brasil e com os modelos autorregressivo integrado de média móvel (ARIMA) e vetor autorregressivo (VAR).

As previsões da pesquisa Focus obtiveram a menor raiz do erro quadrático médio (REQM) entre todos os modelos quando se prevê a inflação acumulada um ano à frente. Isto ressalta a importância das previsões da Focus para monitorar a política monetária e para servir de referência (*benchmark*) quando se prevê a inflação acumulada em 12 meses.

Os resultados do teste de previsão incorporada indicam que apenas o modelo DI-tp adiciona informações à previsão da pesquisa Focus, de forma que a REQM da previsão combinada é menor do que a de cada previsão isoladamente. Nenhum outro modelo acrescentou informação às previsões da Focus de maneira significativa. Isto indica ganhos de informação ao selecionar os preditores de acordo com a variável a ser prevista. Vale ressaltar

que estes resultados se limitam à inflação acumulada em 12 meses, podendo os modelos DI, DI-tf e DI-tpf ainda serem úteis para prever outras variáveis macroeconômicas.

Uma sugestão para trabalhos futuros é estudar modelos de fatores comuns para previsão que utilizem outros métodos de seleção dos preditores e verificar se as previsões da inflação melhoram em relação ao método de seleção usado neste artigo.

3 COMO MEDIR O NÚCLEO DA INFLAÇÃO NO BRASIL: ESTIMANDO A INFLAÇÃO PERMANENTE COM MODELO DE COMPONENTES NÃO OBSERVADOS.

Resumo

Este artigo investiga se o núcleo da inflação que captura as mudanças de preços que são permanentes possui alguma relação com a trajetória de longo prazo da inflação. Para isto, duas medidas de núcleo são construídas com modelos de componentes não observados (UC) estimados por máxima verossimilhança e filtro de Kalman com inicialização difusa. As medidas construídas são então avaliadas por meio de critérios econométricos e comparadas com as medidas de núcleo disponibilizadas pelo Banco Central do Brasil. Os resultados mostram que o núcleo IPCA-CP2 construída com um modelo UC multivariado com a taxa de inflação IPCA e a taxa de juros reais SELIC é a única entre as medidas avaliadas que atendeu os três critérios econométricos, mostrando ser uma medida não viesada e um indicador antecedente no sentido que atrai, mas não é atraída pela inflação. Com relação à capacidade preditiva, o núcleo IPCA-CP2 apresentou o menor erro previsão fora da amostra e possui informações adicionais sobre a inflação futura. Portanto, as evidências são favoráveis à abordagem que define o núcleo como componente permanente da inflação, apontando que as pesquisas sobre o tema devem seguir nesta direção.

Palavras-chave: Núcleo da inflação. Inflação permanente. Modelo de componentes não observados. Decomposição de Beveridge Nelson.

Abstract

This paper investigates whether core inflation that captures permanent price changes have relation to long-term inflation trajectory. We build two new core inflation measures with unobserved components models (UC) estimated by maximum likelihood and Kalman filter with diffuse initialization. The new core measures are evaluated using econometric criteria and compared with six core measures published by the Central Bank of Brazil. The results show that the IPCA-CP2 core inflation construct with a UC multivariate model using the inflation rate IPCA and the real interest rate SELIC is the only one of the measures evaluated that met all econometric criteria proving to be a measure not biased in relation to inflation trajectory and leading indicator in the sense that attracts, but is not attracted by inflation. Therefore, the evidence is favorable to the approach that defines core as inflation's permanent component.

Keywords: Core inflation. Permanent inflation. Unobserved component model. Beveridge Nelson decomposition.

3.1 Introdução

O núcleo da inflação é uma construção teórica usada em macroeconomia para se referir à parte da inflação que é “relevante” para manter a estabilidade dos preços. Basicamente assume-se que o núcleo é uma medida diretamente relacionada com o comportamento da inflação no longo prazo. Desta forma, os Bancos Centrais de diversos países⁵ têm divulgado medidas de núcleo da inflação como ferramentas auxiliares na formulação da política monetária e no controle da inflação.

Apesar da sua importância teórica, não existe uma definição formal do que é o núcleo da inflação, sendo que cada medida proposta usa um conceito de núcleo diferente com base no método utilizado⁶. Essa falta de consenso produz várias medidas de núcleo da inflação, que conforme Roger (1998), podem ser agrupadas em duas abordagens principais: núcleo como inflação generalizada ou núcleo como inflação permanente.

A primeira abordagem busca capturar a mudança de preços generalizada e se baseia na teoria quantitativa da moeda, segundo a qual a inflação é afetada no longo prazo apenas pela expansão monetária e não pelos preços relativos. Nesta abordagem encontram-se os trabalhos de Andrade e O’Brien (2001), Morana (2007), Giannone e Matheson (2007), Shahiduzzaman (2009), Khan, Morel e Sabourin (2013), Rather, Durai e Ramachandran (2016), entre outros.

Já a segunda abordagem consiste em identificar as mudanças de preços que são permanentes e as que são transitórias. Isto é determinante para o Banco Central (BC) estabelecer uma política monetária apropriada, pois se o BC não responde a um aumento permanente dos preços logo no início, tem-se um aumento sustentado na inflação que requer um período mais prolongado com uma política monetária restritiva. Essa abordagem é usada neste artigo e em vários outros trabalhos, como Bagliano e Morana (2003a; b), Morana e Bagliano (2007), Kar (2010), Bhatt e Kishor (2015), Bradley, Jansen e Sinclair (2015).

Desta forma, o objetivo deste artigo é investigar se o núcleo definido como o componente permanente⁷ da inflação é uma medida importante para explicar o comportamento de longo prazo da taxa de inflação no Brasil. Para isto, duas medidas de núcleo são estimadas com modelos de componentes não observados (UC), um univariado somente com a inflação e outro multivariado inserindo também a taxa de juros reais. Os

⁵ Ver Silva Filho e Figueiredo (2014) para uma lista de países e medidas divulgadas.

⁶ Ver Wynne (2008) para uma revisão sobre as principais definições e medidas de núcleo.

⁷ O conceito de componente permanente é o mesmo de Beveridge e Nelson (1981).

modelos UC são estimados por máxima verossimilhança, utilizando o filtro de Kalman com inicialização difusa, e os componentes não observados são calculados por suavização. As medidas geradas por estes modelos são então avaliadas aplicando critérios econométricos de Marques, Neves e Sarmento (2003) e comparando com as medidas de núcleo disponibilizadas pelo Banco Central do Brasil.

Os resultados apontam que o núcleo estimado com os modelos UC tem uma relação estatisticamente significativa com a trajetória de longo prazo da inflação durante o período da amostra. O modelo UC multivariado com a taxa de juros forneceu a melhor medida de núcleo da inflação no sentido que foi a única que satisfaz todos os critérios de avaliação, sendo uma medida não viesada e um indicador antecedente da inflação. Desta forma, este artigo fornece uma nova estimativa do núcleo da inflação para o Brasil e gera evidências favoráveis à abordagem que define o núcleo como componente permanente da inflação, apontando que pesquisas futuras sobre o tema devem seguir nesta direção.

Além desta introdução, este artigo está organizado em mais quatro seções. A seção 3.2 apresenta o problema de mensurar o núcleo e propõe o modelo de componentes não observados para medir o núcleo. A seção 3.3 aborda os critérios de avaliação. Na seção 3.4 constam os resultados e discussões. E por fim, a seção 3.5 apresenta as conclusões.

3.2 Como medir o núcleo da inflação

Conforme já apontado em Santos e Castelar (2016), o problema de medir o núcleo da inflação consiste em separar a inflação observada π_t em dois componentes não observáveis, um núcleo π_t^* e seu complemento, $u_t = \pi_t - \pi_t^*$:

$$\pi_t = \pi_t^* + u_t \quad (17)$$

Para obter uma medida de núcleo a partir desta identidade é necessário impor alguma estrutura sobre o comportamento de π_t^* ou comportamento de u_t , o que pode ser feito de diferentes maneiras dependendo de como o núcleo é definido.

Neste artigo o núcleo π_t^* é definido como o componente permanente da inflação seguindo a definição de Beveridge e Nelson (1981), ou seja, o núcleo é o valor esperado da inflação no longo prazo descontado o valor devido a constante *drift* e condicionado às informações no período t :

$$\pi_t^* = \lim_{h \rightarrow \infty} E[\pi_{t+h} - h\mu | \Omega_t] \quad (18)$$

onde $\mu = E(\Delta\pi_t)$ é a constante *drift* e Ω_t é um conjunto de informação disponível no período t , formado por valores passados de π_t ou por outras variáveis.

Com essa definição baseada na decomposição de Beveridge e Nelson (BN), o modelo UC fornece uma estimativa ótima⁸ do componente permanente da inflação π_t sob os pressupostos de que o núcleo segue um passeio aleatório ($\pi_t^* = \mu + \pi_{t-1}^* + \varepsilon_t$) e de que o valor esperado incondicional do componente transitório é zero ($E(u_t) = 0$). Esses dois pressupostos impõe poucas restrições sobre a estrutura dos componentes π_t^* e u_t e possibilita a aplicação da decomposição BN que já é bem estabelecida e estudada na literatura de séries temporais⁹.

Observe também que existem dois casos extremos nessa definição, se a inflação for um processo puramente estacionário, então o núcleo será simplesmente uma constante igual à média incondicional da inflação, i.e., $\pi_t^* = E[\pi_t]$. Já se a inflação for somente um passeio aleatório, então o núcleo é a própria inflação, ou seja, $\pi_t^* = \pi_t$. Esses dois casos extremos permitem ver que esta definição de núcleo captura a parte não estacionária da inflação que se comporta como passeio aleatório. Esta definição também possui relação com a formação das expectativas de longo prazo dos agentes para inflação, já que o núcleo é, por definição, o valor esperado da inflação quando o horizonte de tempo vai para infinito.

À primeira vista, um processo não estacionário como um passeio aleatório na inflação pode ser preocupante, pois implicaria que a política monetária fracassou em seu objetivo de manter a taxa de inflação estável. No entanto, essa definição atribui algum peso ao passeio aleatório na inflação, podendo tanto aproximar um processo estacionário com peso pequeno, como um não estacionário com peso maior, de forma que o modelo não se restringe ao caso de inflação estável e nem descarta a possibilidade de instabilidade nos preços (Cochrane, 1991).

Com a definição (18), o problema de medir o núcleo da inflação especificado em (17) é equivalente ao problema de decompor a inflação em tendência e ciclo segundo a decomposição de Beveridge e Nelson (1981), que consiste em extrair da série temporal o componente estacionário (ciclo) e não estacionário (tendência) a partir da característica estocástica dos dados.

Inicialmente, os trabalhos de Bagliano e Morana (2003a; b) e Morana e Bagliano (2007) utilizam o modelo de tendências comuns baseado em Stock e Watson (1988) e King *et*

⁸ Morley (2011) mostra que as estimativas obtidas com o modelo UC sob os pressupostos usados na decomposição de Beveridge e Nelson são ótimas no sentido que geram o menor erro quadrático.

⁹ Ver Nelson (2008) para uma revisão sobre a decomposição BN.

al. (1991) para extrair das variáveis do modelo o componente permanente comum usando uma relação de cointegração. No entanto, essa metodologia exige que a inflação e as variáveis do modelo sejam não estacionárias e cointegradas, o que nem sempre é possível. No caso do Brasil, Trompieri Neto, Castelar e Linhares (2011) estimam o núcleo da inflação usando o modelo de tendências comuns, mas restringem o período amostral e transformam os dados para frequência trimestral para obter uma relação de cointegração entre as variáveis.

Uma forma de aplicar a decomposição de Beveridge e Nelson (BN) sem a exigência de cointegração entre as variáveis é usar o modelo de componentes não observados (UC) em espaço de estados proposto por Schleicher (2003). O modelo UC permite modelar diferentes estruturas para os componentes permanente e transitório e estima-los diretamente por meio de máxima verossimilhança e filtro de Kalman. Vale ressaltar que o modelo UC não impõe a restrição de cointegração entre as séries e abrangem os modelos de tendências comuns de Stock e Watson (1988) e ciclos comuns de Vahid e Engle (1993) como casos especiais.

Kar (2010) constrói um modelo UC para estimar o núcleo da inflação na Índia e encontra que sua estimativa é superior à medida de núcleo usando um modelo de Vetor Autorregressivo Estrutural (SVAR). Para o Brasil, não se encontrou estudos que estimem o núcleo com modelo UC em espaço de estados, o que será feito neste artigo.

3.2.1 Modelo de componentes não observados para a decomposição de Beveridge-Nelson

O modelo de componentes não observáveis (UC) utilizado para estimar o componente permanente e transitório da inflação se baseia em Schleicher (2003) e é semelhante à estrutura usada em Camba-Mendez e Rodriguez-Palenzuela (2003), Morley (2007) e Sinclair (2009). A ideia do modelo UC é representar um vetor de séries temporais y_t com k variáveis como a soma de uma tendência e um ciclo da seguinte forma:

$$y_t = \tau_t + c_t \quad (19)$$

$$\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \eta_t \quad (20)$$

$$c_t = \Phi_1 c_{t-1} + \dots + \Phi_p c_{t-p} + \varepsilon_t \quad (21)$$

onde μ é um vetor com constantes, η_t e ε_t são choques normalmente distribuídos com média zero e possivelmente correlacionados e Φ_1, \dots, Φ_p são matrizes diagonais com $\Phi_p \neq 0$ tal que a seguinte condição de estacionariedade é atendida:

$$|I - \Phi_1 z - \dots - \Phi_p z^p| \neq 0 \text{ para } |z| \leq 1 \quad (22)$$

Desta forma, o componente permanente (tendência) τ_t é um passeio aleatório multivariado com *drift*, e o componente transitório (ciclo) c_t é um vetor autorregressivo (VAR). Uma condição necessária e suficiente para garantir identificação¹⁰ do modelo é $p \geq 2$.

A representação de espaço de estados do modelo UC em (19), (20) e (21) é obtida definindo a equação de medida (23) e a equação de estados (24), para um modelo com $p = 2$:

$$y_t = Z\alpha_t \quad (23)$$

$$\alpha_{t+1} = T\alpha_t + Rv_t, \quad v_t \sim N(0, Q) \quad (24)$$

$$\alpha_1 \sim N(a_1, P_1) \quad (25)$$

com

$$Z = \begin{bmatrix} I_k & 0_{k \times k} & I_k & 0_{k \times k} \end{bmatrix}, \quad \alpha_t = \begin{bmatrix} \tau_t \\ \mu \\ c_t \\ c_{t-1} \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} I_k & 0_{k \times k} & 0_{k \times k} & 0_{k \times k} \\ 0_{k \times k} & I_k & 0_{k \times k} & 0_{k \times k} \\ 0_{k \times k} & 0_{k \times k} & \Phi_1 & \Phi_2 \\ 0_{k \times k} & 0_{k \times k} & I_k & 0_{k \times k} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} I_k & 0_{k \times k} \\ 0_{k \times k} & 0_{k \times k} \\ 0_{k \times k} & I_k \\ 0_{k \times k} & 0_{k \times k} \end{bmatrix}, \quad v_t = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}, \quad Q = E[v_t'v_t]$$

onde y_t é um vetor de variáveis observáveis, α_t é um vetor de estados latentes, Z , T e R são matrizes que descrevem o comportamento das variáveis, e $Q_{(2k \times 2k)}$ é a matriz de covariância do vetor de distúrbio aleatório v_t .

Com o modelo UC na forma de espaço de estados o filtro de Kalman pode ser aplicado para obter as estimativas dos parâmetros por máxima verossimilhança. Os componentes não observados α_t são obtidos a partir do conjunto de observação $\{y_1, y_2, \dots, y_s\}$ por meio de predição ($s < t$), filtragem ($s = t$), ou suavização ($s > t$). Para detalhes, ver Helske (2016) e Durbin e Koopman (2012) sobre a computação e o procedimento de estimação de modelos na forma de espaço de estados. Como o modelo em consideração possui k raízes unitárias correspondentes às k tendências estocásticas, usa-se o método de inicialização exato desenvolvido por Koopman e Durbin (2003) para a inicialização do vetor de estados.

¹⁰ ver Morley, Nelson e Zivot (2003) para o caso univariado e Trenkler e Weber (2016) para o caso multivariado.

3.3 Critérios de avaliação dos núcleos

Para avaliar as medidas de núcleo de maneira objetiva, adotam-se os critérios abordados nos trabalhos de Freeman (1998), Marques, Neves e Sarmiento (2003) e Ribba (2003). Esses autores partem do pressuposto de que a inflação é uma série integrada de ordem um^{11} , $I(1)$, e estabelecem critérios econométricos com base nos conceitos de cointegração, mecanismo de correção de erro e causalidade de Granger. Além de proporem o arcabouço teórico, esses trabalhos também apontam os testes estatísticos para cada critério proposto.

Partindo da identidade que estabelece que a inflação π_t é formada pelo núcleo π_t^* e por um componente que representa a diferença entre a inflação e o núcleo $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, Marques, Neves e Sarmiento (2003) estabelecem as três condições que uma medida de núcleo da inflação deve atender para que seja útil:

- (i) π_t^* e π_t são cointegradas com vetor de cointegração (1,-1);
- (ii) π_t^* é um atrator de π_t no longo prazo: há um mecanismo de correção de erro para π_t dado por $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, ou seja, $\gamma \neq 0$ em:

$$\Delta\pi_t = \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta\pi_{t-i} + \sum_{j=1}^m \beta_j \Delta\pi_{t-j}^* - \gamma(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \varepsilon_{1t} \quad (26)$$

- (iii) π_t^* é fortemente exógeno: π_t^* não reponde aos desvios do mecanismo de correção de erro, dado por $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, e nem é influenciado por π_t^* , ou seja,

$$\Delta\pi_t^* = \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta\pi_{t-i}^* + \sum_{j=1}^k \theta_j \Delta\pi_t - \lambda(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \varepsilon_{2t} \quad (27)$$

$$\text{com } \lambda = 0 \text{ e } \theta_1 = \dots = \theta_k = 0$$

O critério (i) implica que o núcleo e a inflação devem possuir uma tendência comum no longo prazo, caso contrário a medida de núcleo fornecerá informações erradas sobre o comportamento futuro da inflação. Observe também que a série $u_t = \pi_t - \pi_t^*$ será estacionária com média zero.

Dado que o critério (i) é atendido, então existe pelo menos um mecanismo de correção de erro para alguma das variáveis, π_t ou π_t^* , segundo o teorema da representação de Engle e Granger (1987). O critério (ii) exige que esse mecanismo de correção de erro seja específico para π_t como forma de garantir que a inflação seja atraída pelo núcleo, ou seja, assegura-se que no longo prazo π_t irá convergir para π_t^* .

¹¹ Significa que a série é não estacionária e deve ser diferenciada uma vez para se tornar uma série estacionária.

E por fim o critério (iii) garante que o núcleo não se ajusta ao equilíbrio de longo prazo, de forma que o núcleo não é sensível aos desvios da inflação. Neste caso, com os critérios (ii) e (iii) tem-se uma relação de causalidade de Granger unidirecional que permite antecipar a trajetória futura de π_t a partir de π_t^* , ou seja, o núcleo causa-Granger a inflação, mas a inflação não causa-Granger o núcleo. Conforme mostra Ribba (2003), esta condição é atendida quando o núcleo segue um processo de passeio aleatório, o que está de acordo com a definição de núcleo usada neste artigo.

Quadro 1 - Resumo dos testes econométricos para os critérios de avaliação

Critério	Modelo/Hipótese nula testada	Teste utilizado
(i) Cointegrado com a inflação	$\pi_t - \pi_t^* = u_t$ $H_0: u_t \text{ é } I(1) \text{ (não cointegrado)}$ $H_0: \alpha = 0 \text{ na eq. ADF de } u_t \text{ (não viesado)}$	Teste ADF Teste t
(ii) Atrator da inflação	$\Delta\pi_t = \sum_{j=1}^k \alpha_j \Delta\pi_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta\pi_{t-j}^* - \gamma u_t + \varepsilon_{1t}$ $H_0: \gamma = 0 \text{ (não atrator da inflação)}$	Teste t
(iii) Exógeno em relação à inflação	$\Delta\pi_t^* = \sum_{j=1}^k \delta_j \Delta\pi_{t-j}^* + \sum_{j=1}^k \theta_j \Delta\pi_{t-j} - \lambda u_t + \varepsilon_{2t}$ $H_0: \lambda = 0 \text{ (fracamente exógeno)}$ $H_0: \theta_1 = \dots = \theta_k = 0, \text{ dado } \lambda = 0 \text{ (fortemente exógeno)}$	Teste t Teste F

Fonte: elaborado com base em Marques, Neves e Sarmiento (2003).

Além dos testes estatísticos com os modelos estimados usados para cada critério de avaliação conforme o Quadro 1, uma avaliação do poder preditivo é realizada por meio de simulação de previsão fora da amostra descrita na próxima seção.

3.3.1 Capacidade preditiva

Para avaliar a capacidade preditiva das medidas é utilizada uma simulação recursiva de previsão fora da amostra seguindo o mesmo procedimento de Santos e Castelar (2016) e Santos, Ferreira e Castelar (2016), no qual todas as previsões são geradas com a série restrita até a data em que a previsão é realizada e com a especificação e os parâmetros do modelo atualizados a cada nova observação inserida de forma interativa.

O modelo de previsão escolhido é o Autorregressivo Integrado e de Média Móvel (ARIMA) que consegue aproximar vários tipos de séries estacionárias e não estacionárias com poucos parâmetros gerando boas previsões (Box e Jenkins, 1970; Hamilton, 1994)

Seguindo Hyndman e Khandakar (2008), o modelo $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$ que considera a sazonalidade da série é descrito da seguinte forma:

$$\Phi(L^m)\phi(L)(1 - L^m)^D(1 - L)^d X_t = c + \Theta(L^m)\theta(L)\varepsilon_t \quad (28)$$

onde ε_t é um ruído branco, L é o operador defasagem, m é a frequência sazonal, d e D são o grau de diferenciação não-sazonal e sazonal, $\phi(z)$, $\theta(z)$, $\Phi(z)$ e $\Theta(z)$ são polinômios de ordem p , q , P e Q , respectivamente.

A especificação do modelo, ou seja, a escolha do número de defasagens p , q , P e Q , e o grau de diferenciação d e D , é realizada de maneira automática seguindo o mesmo procedimento e os mesmos critérios de Hyndman e Khandakar (2008).

Uma escolha natural para a previsão de referência (*benchmark*) é a previsão obtida com o modelo ARIMA usando a própria inflação. Se a medida de núcleo gera previsões menos acuradas para inflação do que as previsões geradas com a própria inflação, então haverá evidências de que a medida de núcleo possui capacidade preditiva inferior e não é útil para prever a inflação no longo prazo.

Para comparar a acurácia das previsões dos modelos, é utilizado a raiz do erro quadrático médio (REQM)¹² e o erro quadrático médio relativo (EQM relativo)¹³. A REQM resumir o erro de previsão do modelo na mesma unidade da variável prevista sendo de fácil interpretação. Já o EQM relativo permite comparar de forma direta se o modelo avaliado possui erro quadrático menor (EQM relativo < 1) ou maior (EQM >1) que o modelo de referência.

Para testar se a combinação da previsão dos modelos possui um erro menor do que as previsões individuais, a seguinte regressão é usada:

$$y_t = \alpha + (1 - \lambda)\hat{y}_t^* + \lambda\hat{y}_t + \varepsilon_t \quad (29)$$

onde \hat{y}_t é previsão do modelo avaliado, \hat{y}_t^* é a previsão do modelo de referência e ε_t é o erro da regressão.

Esta regressão se basea na literatura de previsão combinada e *encompassing* (ver Chong e Hendry (1986), Fair e Shiller (1990), Harvey, Leybourne e Newbold (1998) entre

¹² $REQM = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}$, onde y_t é a taxa de inflação observada, \hat{y}_t é a previsão do modelo avaliado e T é o número de observações fora da amostra.

¹³ $EQM\ relativo = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t^*)^2}$, onde \hat{y}_t^* é a previsão do modelo de referência.

outros) e permite a hipótese nula $\lambda = 0$ de que o modelo avaliado não acrescenta nenhuma informação contra a hipótese alternativa $\lambda \neq 0$ de que o modelo avaliado possui informações ausentes no modelo de referência¹⁴.

3.4 Resultados e Discussão

Nesta seção os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Primeiro apresenta-se os dados e aplica-se teste de estacionariedade e cointegração para identificar o comportamento das séries de inflação IPCA e de juros reais SELIC. Para estimar o núcleo, usam-se dois modelos de componentes não observados (UC), um univariado para a série IPCA e um multivariado para o IPCA e a SELIC. Por fim, os núcleos estimados neste artigo são comparados às medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil aplicando-se os critérios de avaliação já definidos anteriormente.

3.4.1 Dados

Os dados usados compreendem a inflação medida pelo Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA), a taxa de juros real *ex-post* medida pela taxa SELIC nominal descontada pelo IGP-M seguindo o Banco Central do Brasil (2012), e mais as cinco medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil, o núcleo por exclusão - sem monitorados e alimentos no domicílio (IPCA-EX), o núcleo por exclusão - ex2 (IPCA-EX2), núcleo por médias aparadas sem suavização (IPCA-MA), núcleo por médias aparadas com suavização (IPCA-MAS) e núcleo de dupla ponderação (IPCA-DP). As séries dos dados são mostradas na Figura 2 para o período de janeiro de 1995 até maio de 2016. Este período é escolhido por ser caracterizado pela estabilização da inflação após a implantação do plano real no Brasil.

¹⁴ O parâmetro λ é estimado por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e a inferência é realizada por um teste t com o desvio padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação por meio do procedimento de Newey e West (1994, 1987).

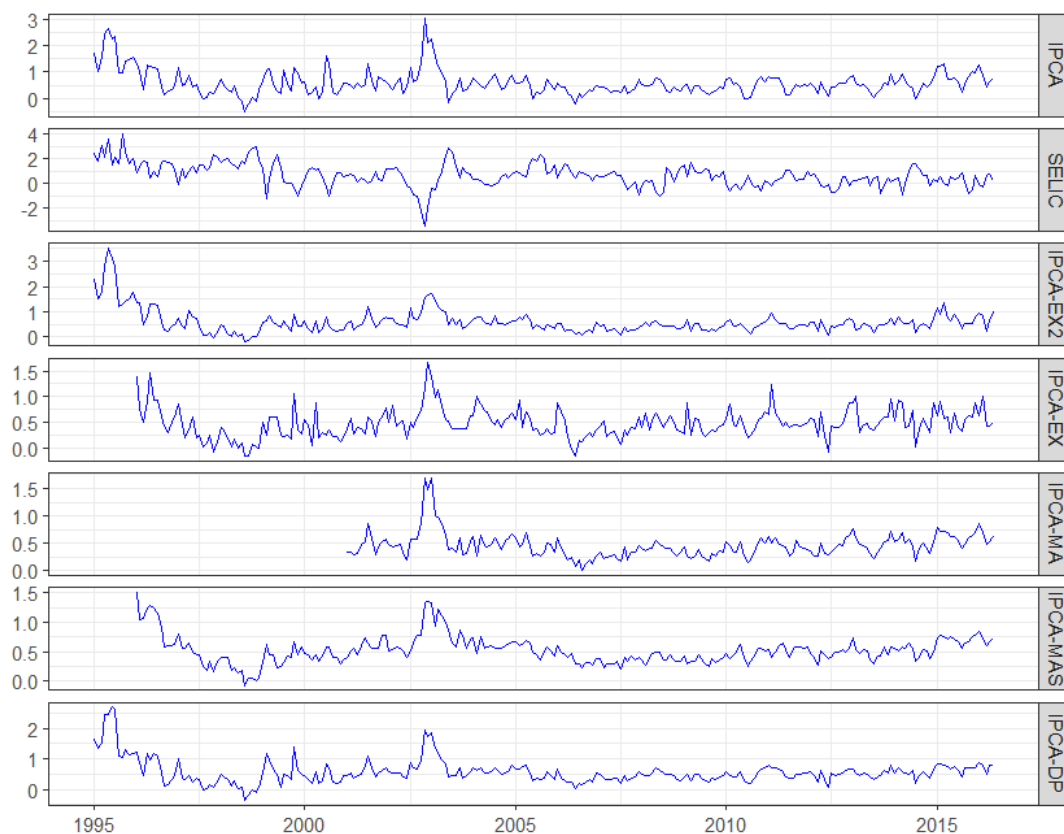


Figura 2 – IPCA, SELIC e as medidas de núcleo da inflação, 1995.1 a 2016.5

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: SELIC: juros reais *ex-post* calculado segundo Banco Central do Brasil (2012) como a selic nominal acumulada no mês (% a.m.) descontada pelo Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M).

IPCA-EX e IPCA-MAS: disponível somente a partir de 1996.1

IPCA-MA: disponível somente a partir de 2001.1

Os modelos UC são estimados com a inflação IPCA e a taxa de juros reais SELIC. As medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil são utilizadas para comparação com as medidas de núcleo estimadas com os modelos UC.

3.4.2 Testes de estacionariedade e cointegração

O modelo UC usado para medir o núcleo da inflação permite estimar o componente não estacionário nas séries temporais. No caso da inflação, mesmo que os testes apontem para estacionariedade, podem existir ainda pequenas alterações no nível da série ou pequenos momentos de não estacionariedade que não são detectados pelos testes padrões. Desta forma, essa seção aponta se as séries da inflação IPCA e de juros reais SELIC apresentam comportamento não estacionário no período em análise. Se as séries são $I(1)$ ou apresentam um comportamento aproximadamente não estacionário, então é apropriado

construir um modelo UC para estimar o componente permanente da inflação por meio do componente não estacionário.

A Tabela 4 mostra os resultados dos testes ADF e KPSS para identificar raiz unitária nas séries. O teste ADF rejeita $H_0: y_{t,i} \sim I(1)$ contra $H_1: y_{t,i} \sim I(0)$ e aponta que as séries são estacionárias já em níveis. No entanto, o teste KPSS rejeita $H_0: y_{t,i} \sim I(0)$ e falha em rejeitar $H_0: \Delta y_{t,i} \sim I(0)$ o que significa que as séries são não estacionárias em níveis e estacionárias em primeira diferença, ou seja, são $I(1)$.

Tabela 4 – Teste de raiz unitária e estacionariedade

Variável	Tendência	Defasagem ADF	ADF	KPSS
IPCA	Sim	13	-4,252***	0,180**
SELIC	Sim	3	-5,199***	0,165**
Δ IPCA	Não	14	-5,474***	0,046
Δ SELIC	Não	8	-7,014***	0,023

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Nível de significância: *** 1%, ** 5%, * 10%.

O número de defasagens incluídas na regressão ADF é escolhido por meio do critério de informação de Akaike (AIC) com o máximo de 15 defasagens. O número de defasagens de truncamento para o estimador da variância do erro de longo prazo no teste KPSS é 5.

Estes resultados divergentes, com o teste ADF apontando que as séries são estacionárias $I(0)$ e o teste KPSS que as séries são $I(1)$, já são conhecidos na literatura sobre o tema no Brasil. Por exemplo, Silva e Leme (2011) testam as séries mensais para o período de 1999.7-2010.12 usando modelos autorregressivos integrados fracionalmente e de médias móveis (ARFIMA) e teste de raiz unitária com quebra estrutural descobrem que a inflação é estacionária apesar da alta persistência e que a taxa de juros real SELIC é não estacionária. No entanto, com um período semelhante ao deste artigo, Gaglianone, Guillén e Figueiredo (2015) usam o modelo autorregressivo quantílico (QAR) e mostram que a inflação apresenta comportamento não estacionário em 29% do período 1995.1-2014.4.

Essas evidências mostram que a inflação IPCA e a taxa de juros reais SELIC são séries que apresentam comportamentos tanto estacionário como não estacionário, de forma que a inferência é incapaz de distinguir claramente o tipo de processo com uma amostra finita como aponta a crítica de Cochrane (1991).

Após observar que as séries IPCA e SELIC podem apresentar comportamento não estacionário $I(1)$ no período em estudo, uma questão relevante é identificar se as séries são cointegradas. A Tabela 5 mostra os resultados do teste de cointegração de Johansen (1988,

1991), com uma constante e sem tendência no vetor de correção de erro (VEC) usando a estatística do traço e do lambda máximo. Os resultados dos testes sugerem que o posto de cointegração é 2, o que significa que as séries não são cointegradas. Isto não é um problema, já que o modelo UC multivariado não impõe a restrição de tendência comum e permite séries não cointegradas.

Tabela 5 – Teste de cointegração de Johansen

Hipótese Nula (H_0)	Traço	Hipótese Alternativa (H_1)	Lambda máximo	Hipótese Alternativa (H_1)
$r = 0$	60,230***	$r > 0$	36,999***	$r = 1$
$r = 1$	23,230***	$r > 1$	23,230***	$r = 2$

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Nível de significância: *** 1%, ** 5%, * 10%.

O número de defasagens incluídas no VEC é 4.

Depois de verificado que as séries da inflação IPCA e de juros reais SELIC são não cointegradas, parte-se para a estimação do núcleo da inflação usando modelo UC que decompõe as séries em componentes transitórios e permanentes seguindo a decomposição de Beveridge-Nelson.

3.4.3 Estimação do núcleo da inflação

Com o objetivo de medir o núcleo da inflação estimam-se dois modelos UC, um univariado com a inflação IPCA e um multivariado com a inflação IPCA e a taxa de juros reais SELIC. Com esses dois modelos é possível saber como o núcleo estimado se altera quando se muda de uma abordagem univariada para uma multivariada, o que permite identificar qual dessas duas abordagens é mais adequada. Em ambos os modelos, o núcleo é medido como componente permanente da inflação definido em (18), a diferença entre as medidas será o conjunto de informação usado, que no caso multivariado também contará com as informações dos juros reais.

O modelo UC estimado permite correlação entre os choques dos componentes permanentes e transitórios de todas as séries e impõe apenas as restrições que o componente permanente seja um passeio aleatório e que o componente transitório seja aproximado por um VAR. Os parâmetros desconhecidos (Tabela 6) e a matriz de correlação (Tabela 7) dos modelos UC são estimados por máxima verossimilhança usando o filtro de Kalman com uma

inicialização difusa exata. Os componentes não observados (Figura 3) são obtidos por suavização de Kalman com os parâmetros estimados.

A Figura 3 apresenta os gráficos dos componentes permanentes estimados junto com as respectivas séries observadas. Nota-se que o componente permanente da inflação estimado no caso univariado (IPCA-CP1) e no caso multivariado (IPCA-CP2) são mais suaves do que a própria série IPCA, o que é esperado para uma boa medida de núcleo, já que os choques temporários que afetam a inflação, como choques de oferta, são eliminados.

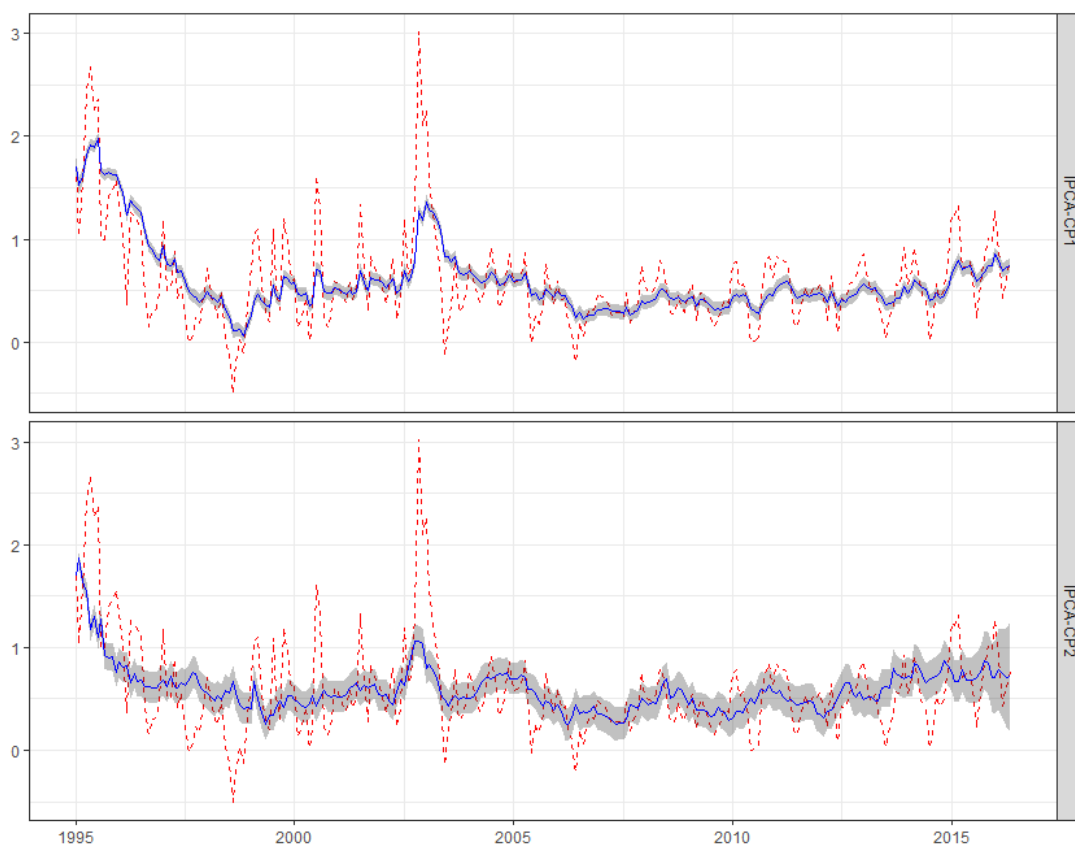


Figura 3 – Componentes permanentes estimados por suavização com modelo univariado e multivariado.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: A linha pontilhada é a série observada, a linha contínua é o componente permanente da série, a região sombreada é o intervalo de confiança de 95%.

Os dois núcleos estimados neste artigo, o núcleo por componente permanente univariado IPCA-CP1 e o núcleo por componente permanente multivariado IPCA-CP2, são por definição o valor esperado para inflação no longo prazo, ou seja, medem a mudança de preços permanentes depois de eliminado os movimentos temporários. A diferença entre essas medidas é que o IPCA-CP1 considera apenas informações da inflação enquanto o IPCA-CP2

considera informações da inflação e dos juros reais. Assim, espera-se que o IPCA-CP2 capte de forma mais precisa o componente permanente da inflação do que o IPCA-CP1, pois usa um conjunto de informação maior. O restante desta subseção detalha os modelos UC estimados e apresenta uma breve discussão deles.

A Tabela 6 apresenta os parâmetros estimados do modelo UC univariado e multivariado. Nota-se que a inflação apresenta um alto grau de persistência em seus componentes transitórios, já que a soma dos coeficientes autorregressivos (AR) da inflação IPCA é 0,427 no modelo univariado e 0,558 no modelo multivariado. Isto indica que mesmo os choques temporários demoram a se dissipar na inflação. Machado e Portugal (2014) encontram resultados semelhantes, com uma soma dos coeficientes AR de 0,47 para o caso univariado e de 0,62 para o multivariado usando modelos UC para estimar a persistência da inflação no Brasil. Finalmente, nos dois casos, a inflação possui *drift* negativo, mas bem próximos de zero, ambos com o valor de -0,005 durante o período de avaliação.

Tabela 6 – Parâmetros do modelo de componentes não observados univariado e bivariado

Parâmetro	Modelo univariado	Modelo bivariado
μ_{ipca}	-0,008	-0,005
μ_{selicr}	–	-0,005
ϕ_{1ipca}	0,561	0,541
ϕ_{2ipca}	-0,133	0,017
$\phi_{1selicr}$	–	0,652
$\phi_{2selicr}$	–	0,050
log verossimilhança	-78,623	-299,635

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Os desvios padrões não são fornecidos devido à transformação não linear dos parâmetros antes do processo de maximização numérica da função de máxima verossimilhança.

A Tabela 7 mostra as estimativas da matriz de correlação que caracterizam os choques permanentes e transitórios dos modelos UC. Observa-se que a alta correlação negativa de -0,999 entre os choques permanentes (η) e transitórios (ε) da inflação IPCA no caso univariado se reduz à -0,390 quando se insere a taxa SELIC no caso multivariado.

Tabela 7 – Matriz de correlação do modelo de componentes não observados univariado e multivariado

Modelo univariado	η	ε	Modelo multivariado	η_{ipca}	η_{selic}	ε_{ipca}	ε_{selic}
η	0,013	-0,999	η_{ipca}	0,007	0,999	-0,390	-0,752
ε	-	0,143	η_{selic}	+	0,001	-0,391	-0,751
			ε_{ipca}	-	-	0,109	-0,234
			ε_{selic}	-	-	-	0,407

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: A diagonal principal contém a estimativa do desvio padrão dos choques permanentes e transitórios das respectivas séries. Os demais elementos das matrizes contém o valor e o sinal da correlação entre os respectivos choques.

Outra característica é que no modelo UC multivariado, os choques permanentes na inflação (η_{ipca}) são positivamente correlacionados com os choques permanentes nos juros reais (η_{selic}), com um alto grau de correlação estimado em 0,999. Também se observa que os choques sobre o componente transitório da inflação e dos juros reais (ε_{ipca} e ε_{selic}) são, em magnitude, maiores do que os choques sobre o componente permanente, pois apresentam desvios padrões de 0,109 e 0,407 contra 0,007 e 0,001, respectivamente. Isto justifica o componente permanente ser mais suave que a própria série, conforme se observa na Figura 3. Ao mesmo tempo, o desvio padrão dos choques permanentes na taxa de inflação IPCA é maior do que o desvio padrão dos choques permanentes na taxa de juros SELIC, 0,007 contra 0,001.

3.4.4 Avaliação das medidas de núcleo

As duas medidas de núcleo estimadas neste artigo, a medida por componente permanente univariado IPCA-CP1 e a medida por componente permanente multivariado IPCA-CP2, são avaliadas e comparadas com as medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil. Para isto, aplicam-se critérios de avaliação que permitem verificar a existência de relações estatísticas entre a medida de núcleo e a inflação.

Antes de aplicar os testes e efetuar as previsões, as séries dos núcleos e da inflação IPCA que estão em % mensal são transformadas para % acumulado em 12 meses, por ser esta a escala adotada pelo BC para monitorar o comportamento da inflação, dado que ao fim do ano é a inflação em 12 meses que deve estar dentro da meta estabelecida pela política monetária.

Antes de aplicar os critérios de avaliação, a Figura 4 compara as diferentes medidas de núcleo com a inflação observada IPCA. De maneira geral, as medidas de núcleo são menos variáveis do que a própria inflação, o que está de acordo com a ideia do núcleo da inflação como uma medida do componente permanente ou tendência de longo prazo da inflação. Observe que algumas séries dos núcleos iniciam-se em períodos diferentes por falta de dados disponíveis.

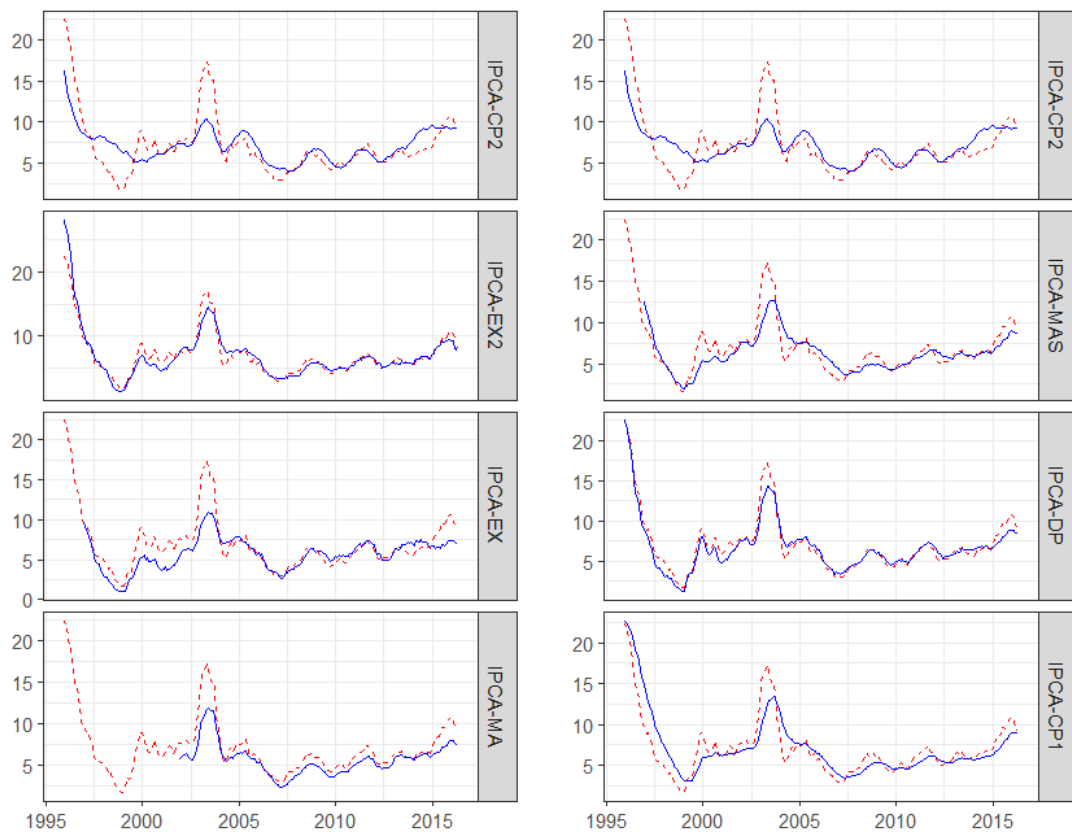


Figura 4 – IPCA e núcleos da inflação (% em 12 meses)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: A linha pontilhada é o IPCA e a linha contínua é a medida de núcleo da inflação.

A Tabela 8 contém os resultados dos testes para os critérios de avaliação dos núcleos da inflação. Esses critérios testam se as medidas de núcleo possuem relações estatísticas com inflação de maneira que sejam úteis ao BC. Caso as medidas IPCA-CP1 e IPCA-CP2 apresentem um bom desempenho, considera-se que existem evidências favoráveis à abordagem de medir o núcleo como inflação permanente apresentada neste artigo.

Os resultados do critério (i) se baseiam numa regressão ADF sobre $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, onde π_t é a taxa de inflação IPCA e π_t^* é a taxa correspondente a cada medida de núcleo da inflação. De acordo com o teste ADF as medidas IPCA-EX e IPCA-DP não são cointegradas

com o IPCA e, portanto, não possuem nenhuma relação com a trajetória da inflação. Já as medidas IPCA-MA e IPC-BR, apesar de serem cointegradas com o IPCA, apresentam um viés sistemático significativo, o que significa que o uso dessas medidas subestima ou superestima o verdadeiro nível da inflação.

Tabela 8 – Critérios de avaliação dos núcleos da inflação (% em 12 meses)

Núcleos	(i) ADF	(i) $\alpha = 0$	(ii) $\gamma = 0$	(iii) $\lambda = 0$	(iii) $\theta_1 = \dots = \theta_k = 0$	Satisfaz ao critério
EX2	-3,228**	0,163	0,079	0,518	0,013	(i)
EX	-1,646	-	0,408	0,169	0,001	Nenhum
MA	-4,071***	0,006	0,003	0,115	0,023	(ii)
MAS	-2,645*	0,219	0,134	0,242	0,000	(i)
DP	-2,173	-	0,419	0,990	0,090	Nenhum
CP1	-2,831*	0,491	0,000	0,001	-	(i) e (ii)
CP2	-3,731***	0,488	0,000	0,795	0,090	(i), (ii) e (iii)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Com exceção da segunda coluna, têm-se os valores p dos testes.

Nível de significância do teste ADF: *** 1%, ** 5%, * 10%.

O número de defasagens incluídas na regressão ADF é escolhido por meio do critério de informação de Akaike (AIC) com o máximo de 15 defasagens.

O critério (ii) impõe que o núcleo seja atrator da inflação. Para isso a hipótese nula $\gamma = 0$ na equação (26) deve ser rejeitada. Usando um teste t encontram-se evidências que as medidas de núcleo IPCA-MA, IPCA-CP1 e IPCA-CP2 são atradoras da inflação no longo prazo no sentido de que desvios entre a inflação e o núcleo não são corrigidos por movimentos da inflação em direção ao núcleo. No entanto, as medidas IPCA-EX2, IPCA-EX, IPCA-MAS e IPCA-DP não apresentaram indicação de serem atratores para inflação.

A primeira parte do critério (iii) é que o núcleo é fracamente exógeno em relação à inflação. Este primeiro teste é semelhante ao teste de condição (ii) e se baseia na estatística t para testar $\lambda = 0$ na equação (27). Todas as medidas, com exceção do IPCA-CP1, apresentaram evidência de que são fracamente exógenas, ou seja, não são corrigidas pelos desvios entre inflação e núcleo.

A segunda parte do critério (iii) é que o núcleo é fortemente exógeno relação à inflação. O teste desta parte é condicional, pois a equação (27) é reestimada com a restrição $\lambda = 0$ e um teste F para a hipótese nula conjunta $\theta_1 = \dots = \theta_k = 0$ é aplicado. É facilmente visto que apenas as medidas IPCA-DP e IPCA-CP2 não rejeitam a hipótese nula ao nível de

significância de 5%, o que indica que são fortemente exógenas, isto é, não são influenciadas pela inflação passada.

A medida de núcleo IPCA-EX e IPCA-DP não satisfazem nenhum dos três critérios avaliados, desta forma devem ser usadas com cautela pelas autoridades monetárias, pois podem fornecer informações erradas sobre o comportamento da inflação. No Brasil, Trompieri Neto, Castelar e Linhares (2011) usam séries em frequência trimestral e também encontram que o núcleo por exclusão IPCA-EX não satisfaz nenhum dos três critérios de avaliação. Marques, Neves e Silva (2002) avaliam as medidas de núcleo por exclusão de seis países, e mostram que nenhuma satisfaz esses três critérios.

As medidas IPCA-EX2, IPCA-MA e IPCA-MAS, satisfazem somente ao critério (i) sendo cointegradas com a inflação e não viesadas. A falta dos critérios (ii) e (iii) implicam que essas medidas não atraem, mas são atraídas pela inflação ($\gamma = 0$ e $\lambda \neq 0$), funcionando ao contrário do esperado.

A medida IPCA-CP1 satisfaz apenas aos critérios (i) e (ii), indicando que essa medida é não viesada e consegue atrair a inflação, mas a falta do critério (iii) indica que ela também é atraída pela inflação, não sendo exógena. Já a medida IPCA-CP2 satisfaz todos os critérios, (i), (ii) e (iii), que se espera para uma boa medida de núcleo, sendo uma medida não viesada que atrai e não é atraída pela inflação. Assim, o IPCA-CP2 é um indicador antecedente da inflação IPCA.

Assim, o melhor desempenho da medida IPCA-CP2 em comparação com IPCA-CP1 mostra que o modelo UC multivariado captura melhor o núcleo do que um modelo UC univariado, o que indica a SELIC insere informação importante no modelo. Isto se justifica pelo fato de que no sistema de metas de inflação adotado no Brasil, a taxa SELIC é o principal mecanismo de política monetária para o controle inflacionário.

A medida de núcleo IPCA-CP2 foi a única que satisfaz todos os critérios, mostrando que o componente permanente da inflação estimado pelo modelo UC multivariado é uma medida do núcleo que está diretamente relacionada com a trajetória da inflação no longo prazo, horizonte no qual o BC deve estabelecer a política monetária. Esses resultados estão de acordo com os trabalhos de Bradley, Jansen e Sinclair (2015) e Bhatt e Kishor (2015) que apontam a capacidade do modelo UC em capturar o componente permanente da inflação.

3.4.5 Previsão fora da amostra

A avaliação da capacidade preditiva das medidas de núcleo da inflação é realizada por meio de previsões fora da amostra do IPCA com modelo ARIMA para um horizonte de 12 meses à frente, compreendendo o período 2012.6 a 2016.5. Para testar a exatidão das previsões, compara-se a previsão de cada medida de núcleo obtida com o modelo ARIMA diretamente com o IPCA, ou seja, cada núcleo é previsto de forma isolada com o modelo ARIMA e esse núcleo previsto é comparado, não com o núcleo observado, e sim com o IPCA observado. Uma escolha natural do modelo de referência (*benchmark*) neste caso é a previsão da própria taxa de inflação IPCA com o modelo ARIMA.

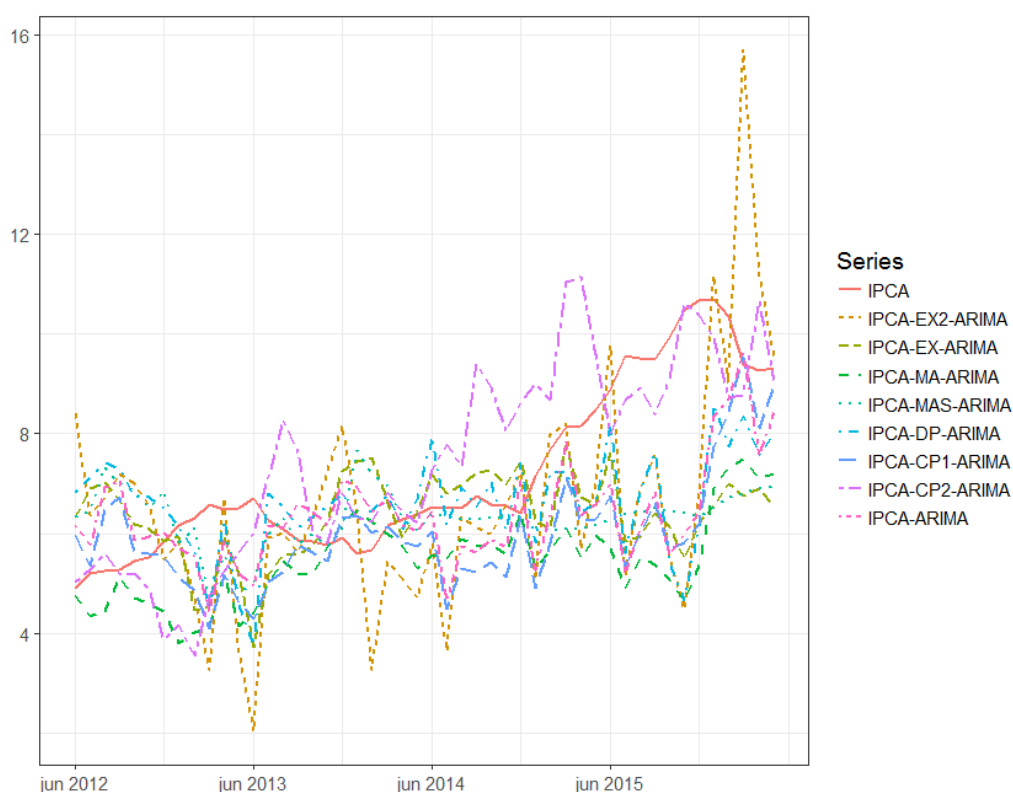


Figura 5 – IPCA e previsões das medidas de núcleo da inflação para o horizonte de 12 meses à frente, 2012.6 a 2016.5.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Nota: A linha contínua é o IPCA observado e as demais linhas são as previsões do IPCA usando uma medida de núcleo da inflação conforme a legenda.

A Figura 5 apresenta o IPCA juntamente com as previsões das medidas de núcleo e do modelo de referência no período fora da amostra. Observa-se que apenas a previsão com o núcleo IPCA-CP2 acompanha o comportamento de elevação da taxa de inflação IPCA a

partir do início de 2015 até o final do período de previsão. Enquanto que as demais previsões começam a acompanhar este comportamento de elevação somente no final de 2015, talvez por estas medidas não atenderem aos critérios de avaliação de acordo com os resultados dos testes vistos na seção anterior. Também se destaca o núcleo IPCA-EX2 com as previsões mais extremas.

A Tabela 9 apresenta o desempenho preditivo das medidas de núcleo por meio da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) e Erro Quadrático Médio relativo (EQM relativo). Verifica-se que a medida de núcleo IPCA-CP2 construída com o modelo multivariado de componentes não observados apresentou os menores REQM e EQM relativo entre as medidas avaliadas, indicando que o IPCA-CP2 possui características *forward looking* e é um bom predictor para a inflação num horizonte de 12 meses à frente. Nota-se que a REQM da previsão de referência IPCA-ARIMA foi de 1,83, enquanto que a REQM das previsões das demais medidas de núcleo foram sempre maiores.

Tabela 9 – Desempenho fora da amostra dos modelos ao prever a inflação IPCA num horizonte de 12 meses à frente, 2012.6 a 2016.5.

Modelo	REQM ¹	EQM relativo ²	$\hat{\lambda}$ (valor p) ³
IPCA-ARIMA	1,83	1,00	
IPCA-EX2-ARIMA	2,15	1,38	0,11 (0,24)
IPCA-EX-ARIMA	2,03	1,24	-0,09 (0,66)
IPCA-MA-ARIMA	2,31	1,60	0,75 (0,05)
IPCA-MAS-ARIMA	1,95	1,14	0,10 (0,76)
IPCA-DP-ARIMA	1,91	1,09	-0,33 (0,52)
IPCA-CP1-ARIMA	1,90	1,08	1,34 (0,07)
IPCA-CP2-ARIMA	1,36	0,55	0,61 (0,01)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: ¹ REQM: raiz do erro quadrático médio.

² EQM relativo: EQM do modelo indicado dividido pelo EQM do modelo de referência.

³ $\hat{\lambda}$ estimado na equação $y_t = \alpha + \lambda \hat{y}_t + (1 - \lambda) \hat{y}_t^* + \varepsilon_t$, onde y_t é o IPCA observado, \hat{y}_t^* é a previsão de referência e \hat{y}_t é a previsão do modelo usando o núcleo. A hipótese nula ($\lambda = 0$) é que a medida de núcleo não adiciona informação ao modelo de referência que usa apenas a inflação IPCA.

Além de fornece a melhor previsão para a taxa de inflação, o núcleo IPCA-CP2 também foi o único entre as medidas que apresentou coeficiente λ significativo ao nível de 5% na regressão que combina as previsões do núcleo com as do modelo referência IPCA-ARIMA. Isto indica que a previsão do IPCA-CP2 adiciona informações que estão ausentes na própria previsão com o IPCA de forma que a combinação das previsões gera um erro menor que as individuais. Comparando o IPCA-CP2 com o IPCA-CP1, os resultados da previsão

fora da amostra também indicam que o modelo UC multivariado captura melhor o núcleo do que o modelo UC univariado.

De maneira geral os resultados apontam que o núcleo IPCA-CP2 estimado com o modelo UC multivariado usando o IPCA e a SELIC e construído para capturar o componente permanente da inflação atende aos critérios econométricos e possui capacidade preditiva de longo prazo, mostrando que essa medida possui características teóricas e empíricas que são úteis para o Banco Central estabelecer a política monetária.

3.5 Conclusão

O núcleo da inflação como uma medida que separa as mudanças de preços que são permanentes das que são transitórias é um indicador determinante para o Banco Central (BC) avaliar a política monetária e controlar a inflação de maneira apropriada.

Com base nisto, este artigo construiu duas medidas de núcleo da inflação: o núcleo por componente permanente univariado IPCA-CP1 e o núcleo por componente permanente multivariado IPCA-CP2. Estas duas medidas capturam o componente permanente da inflação IPCA a partir da estimação de modelos de componentes não observados (UC) no período 1995.1 a 2016.5. O desempenho das medidas é avaliado por meio de critérios econométricos e de forma comparativa com as medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil.

Os resultados mostram que o núcleo IPCA-CP2 foi a única entre as medidas avaliadas que atendeu aos critérios econométricos mostrando ser uma medida não viesada e um indicador antecedente da trajetória da inflação no sentido que atrai, mas não é atraída pela inflação. Com relação à capacidade preditiva, o IPCA-CP2 apresentou o menor erro de previsão e foi o único que adicionou informações às previsões do próprio IPCA quando se compara com as previsões das outras medidas. Estes resultados também apontam que o núcleo construído com o modelo UC multivariado usando o IPCA e a taxa de juros reais SELIC captura melhor o componente permanente da inflação do que o modelo UC univariado com apenas o IPCA.

Aponta-se também que os núcleos por exclusão - sem monitorados e alimentos no domicílio IPCA-EX e por dupla ponderação IPCA-DP são não cointegrados com o IPCA e podem fornecer informações incorretas sobre a trajetória de longo prazo da inflação. Já o núcleo por médias aparadas sem suavização IPCA-MA é viesado, subestimando ou

superestimando a inflação no período em análise. Portanto, essas medidas de núcleo devem ser usadas com cautela pelas autoridades monetárias e o público em geral.

Apesar de ter compreensão mais complexa e precisar de constante revisão, a medida de núcleo IPCA-CP2 captura a inflação permanente e tem as vantagens de não ser arbitrária na exclusão de choques transitórios, de conter informações da SELIC e de ser um indicador antecedente da taxa de inflação. Dessa maneira, a medida IPCA-CP2 pode servir como referência para avaliar outras medidas de núcleo que são obtidas em tempo real e não estão sujeitas a revisão.

4 O NÚCLEO DA INFLAÇÃO NO BRASIL: UMA MEDIDA USANDO A DECOMPOSIÇÃO EMPÍRICA DE MODOS

Resumo

Considerando a possível não linearidade e não estacionariedade da inflação no Brasil, uma nova medida de núcleo da inflação é proposta e avaliada de forma comparativa com as medidas convencionais de núcleos disponibilizadas pelo Banco Central. Para estimar o núcleo proposto neste artigo é utilizado o método de decomposição em modos empíricos (EMD), que é capaz de separar a tendência dos dados através da decomposição espectral e reconstrução parcial da série de inflação. A vantagem deste método é que ele não utiliza os pressupostos da série ser estacionária ou linear. Os resultados empíricos apontam que a nova medida de núcleo obtida tem um melhor desempenho para prever a inflação fora da amostra entre as medidas avaliadas. Os resultados também mostram que a nova medida de núcleo possui as propriedades estatísticas de ser cointegrada, não enviesada, atratora e fortemente exógena em relação à inflação, possuindo, portanto, características que são úteis para os objetivos da política monetária.

Palavras-chaves: Núcleo da inflação. Decomposição empírica de modos. Previsão.

Abstract

Considering the possible Brazil's non-linearity and non-stationary inflation, a new core inflation indicator is proposed and evaluated in a comparative manner with the Central Bank's conventional core inflation indicator. The empirical decomposition mode (EMD) method does not use the stationary or linear time series assumptions and is used to estimate the core proposed in this article. The EMD is capable of separating the trend of the data through spectral decomposition and partial reconstruction of the inflation time series. The empirical results indicate that the new core measure obtained had the best performance to predict out-of-sample inflation among the measures evaluated. The results also indicate that the new core of inflation has met the statistical properties of being cointegrated, non-skewed, attractor and strongly exogenous, and therefore has characteristics that are useful for monetary policy purposes.

Keywords: Core inflation. Empirical Mode Decomposition. Forecast.

4.1 Introdução

Desde o surgimento do conceito de núcleo da inflação na literatura econômica, ele tem sido utilizado de diferentes formas dependendo da abordagem teórica adotada¹⁵, demonstrando que não existe um conceito único e tampouco consenso sobre a forma adequada de medir o núcleo da inflação. No entanto, diversos trabalhos sobre o tema, como Bagliano e Morana (2003), Das, John e Singh (2009), Dowd, Cotter e Loh (2011), Stock e Watson (2016), entre outros, têm convergido para ideia geral de núcleo como a tendência da inflação, ou seja, do núcleo medindo as mudanças de preços permanentes ao longo do tempo.

Uma medida de núcleo que captura a tendência da inflação é uma ferramenta que ajuda a responder questões importantes para o Banco Central (BC) estabelecer a política monetária e para os agentes econômicos tomarem suas decisões. Por exemplo, a questão rotineira de saber se o distanciamento da inflação da meta de 4,5% no Brasil é apenas um movimento temporário ou reflete uma mudança que deve perdurar deve ser mais facilmente respondida usando uma medida de núcleo do que a própria inflação.

Assim, a tarefa de medir o núcleo como a tendência da inflação consiste em distinguir as variações permanentes da inflação daquelas que é improvável que persistam no futuro. No entanto, as evidências que a inflação no Brasil é não linear, conforme Arruda, Ferreira e Castelar (2011) e Marques (2013), e que também é não estacionária em alguns períodos, como aponta Maia e Cribari-Neto (2006) e Gaglianone, Guillén e Figueiredo (2015), torna a estimação da tendência difícil e limitada quando se utiliza modelos que supõem estacionariedade ou linearidade da série da inflação.

Para superar essas limitações, este artigo propõe uma nova medida de núcleo da inflação usando o método de decomposição empírica de modos (EMD) de Huang *et al.* (1998), que é capaz de separar a tendência dos dados através da decomposição espectral e reconstrução parcial sem a suposição da série ser estacionária ou linear. A ideia é que a inflação observada é formada por uma tendência que varia mais lentamente do que o ciclo formado por flutuações temporárias dos preços.

Vale ressaltar que na breve revisão da literatura existente sobre núcleo da inflação aqui realizada, não se encontrou trabalhos que considerem a inflação como um processo não linear e não estacionário ao mesmo tempo.

¹⁵ Ver Wynne (2008) sobre os diferentes conceitos de núcleo da inflação na literatura.

Os resultados apontam que a medida de núcleo da inflação construída neste artigo apresenta desempenho superior às medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC quando se compara o poder preditivo fora da amostra. Também apresenta as propriedades estatísticas de ser cointegrada, não enviesada, atratora e fortemente exógena em relação à inflação; possuindo, portanto, as características exigidas para uma medida ser útil aos objetivos da política monetária.

Além desta introdução, este artigo está organizado em mais seis seções. A seção 4.2 aborda as teorias sobre núcleo da inflação. A seção 4.3 apresenta o método de decomposição empírica de modos e suas variantes. A seção 4.4 descreve os critérios de avaliação. Na seção 4.5 constam os resultados e discussões. E por fim, a seção 4.6 apresenta as conclusões.

4.2 Teorias sobre o núcleo da inflação

Podem-se identificar duas abordagens teóricas principais sobre o núcleo da inflação na literatura econômica, a primeira foi proposta por Eckstein (1981) e coloca que o núcleo é a parte da inflação que é causada por fatores inerciais, como as expectativas dos agentes. A segunda, originária da teoria monetária, coloca que o núcleo é a parte da inflação causada por fatores monetários, como a emissão de moeda.

Eckstein (1981) foi um dos primeiros a apresentar uma definição mais detalhada de núcleo da inflação. Ele define o núcleo da inflação como “a tendência de crescimento dos custos dos fatores de produção”.¹⁶ Esses aumentos dos custos ocorreriam em função das expectativas de longo prazo dos agentes, que seriam o resultado da experiência anterior, criada pela história da demanda e da oferta.

Nesta abordagem, o principal argumento é que a taxa de inflação π_t é formada pela soma de três principais componentes: o núcleo c_t , a demanda d_t e os choques de oferta s_t . Ou seja:

$$\pi_t = c_t + d_t + s_t \quad (30)$$

Desta forma, Eckstein (1981) entende que o núcleo da inflação será a taxa de inflação que irá ocorrer quando a economia estiver no estado de equilíbrio de longo prazo, pois os choques decorrentes do lado da oferta s_t e o impacto da demanda d_t serão nulos.

¹⁶ Eckstein (1981), p. 7, tradução própria.

Assim, o núcleo é a inflação que ocorre quando a economia está no estado estacionário, ocasionada pelas expectativas de longo prazo dos agentes.

Com a implantação do sistema de metas de inflação em diversos países, outra abordagem teórica foi desenvolvida, na qual o núcleo da inflação é definido como sendo a inflação monetária que é causada por desequilíbrios entre a oferta e demanda por moeda. Neste caso, o Banco Central, como condutor da política monetária, é o responsável por controlar a inflação monetária e o núcleo.

Os trabalhos de Bryan e Cecchetti (1994) e Morana (2004) se inserem nesta abordagem, pois define o núcleo como inflação monetária e utilizam a teoria quantitativa da moeda para estabelecer a relação entre a oferta de moeda e o nível de preços através da equação de trocas de Fischer (1911):

$$MV = PY \quad (31)$$

onde M é a oferta nominal de moeda, V é a velocidade das transações, P é o nível de preços, e Y é o produto real.

A teoria prevê que o nível de preços da economia no estado estacionário de pleno emprego é determinado pela oferta nominal de moeda, pois a velocidade das transações e o produto real são constantes. Portanto, o núcleo, sendo a inflação no estado estacionário, é determinado pelo crescimento da oferta nominal de moeda.

Embora exista uma relação entre oferta e demanda por moeda, e os preços dos bens e serviços, o mecanismo exato é complexo e há uma série de questões não esclarecidas, como quais as medidas adequadas para a base monetária ou quais fatores além da velocidade da moeda afetam a relação.

A principal semelhança destas duas abordagens teóricas é uso do conceito de estado estacionário para explicar o núcleo da inflação, indicando para os trabalhos empíricos que o núcleo pode ser mensurado como a tendência de longo prazo da inflação. Assim, este artigo utiliza o método espectral de decomposição empírica de modos (EMD) para estimar a tendência da inflação sem impor os pressupostos de estacionariedade e linearidade, que não condizem com as evidências já encontradas para o Brasil em Maia e Cribari–Neto (2006), Arruda, Ferreira e Castelar (2011), Marques (2013) e Gaglianone, Guillén e Figueiredo (2015).

4.3 Decomposição Empírica de Modos e suas variantes

Nesta seção, a decomposição empírica de modos (*empirical mode decomposition* - EMD) e suas principais variantes são apresentadas como um método de análise espectral que permite decompor uma série temporal em diferentes componentes oscilatórios. O método EMD é uma alternativa aos métodos de Fourier e ondeletas (*wavelet*) que pode ser usado com séries temporais não estacionárias e não lineares e permite estimar a tendência dessas séries de forma mais acurada.

4.3.1 Decomposição Empírica de Modos (EMD)

O método decomposição EMD foi inicialmente proposto por Huang et. al. (1998) e permite representar qualquer série temporal como componentes oscilatórios não correlacionados utilizando apenas as propriedades observadas nos dados.

O método EMD assume que a série temporal é formada pela sobreposição de diferentes componentes oscilatórios e utiliza apenas a distância entre máximos e mínimos locais da série para extrair as chamadas funções intrínsecas de modo (IMFs), sendo aplicável a séries não lineares e não estacionárias.

A função intrínseca de modo (IMF) é definida por Huang *et al.* (1998) como uma função cujo (i) número de extremos e o número de passagens por zero são iguais ou diferem, no máximo, por um; e cujo (ii) valor médio, em qualquer ponto, dos envelopes definidos pelos máximos e mínimos locais é zero. As IMFs são extraídas diretamente dos dados e representam o comportamento oscilatório da série temporal. Drakakis (2008) mostra que as IMFs são generalizações de funções senos e cossenos.

Uma característica da IMF é sua capacidade de capturar a periodicidade intrínseca dos dados por meio do intervalo de tempo entre sucessivas alternâncias de máximos e mínimos locais, sendo por isso, totalmente local e adaptável.

Na prática, o método EMD é realizado por meio de um algoritmo de peneiramento (*sifting*) que atua sobre os dados de uma série temporal x_t da seguinte forma:

- a) Identifica todos os máximos e mínimos locais, ou seja, os extremos da série x_t (Figura 6 (a));
- b) Executa uma interpolação cúbica destes pontos para gerar um envelope superior, u_t , e um envelope inferior, l_t (Figura 6 (b));

- c) Computa a média dos envelopes superiores e inferiores, $m_t = (u_t + l_t)/2$, obtendo um componente de menor frequência que a série original (Figura 6 (c));
- d) Subtrai m_t da série de dados x_t , e então se obtêm um componente oscilatório h_t (Figura 6 (d));
- e) Verifica se o componente oscilatório h_t cumpre os critérios para uma IMF:
 - Se não, repete o processo de peneiramento usando h_t em lugar de x_t ;
 - Se sim, então torna h_t uma nova IMF, substitui x_t pelo resíduo parcial $r_t = x_t - h_t$ e repete o processo de peneiramento a partir de (a).

O resíduo final será uma constante, uma tendência monótona ou uma flutuação com um ciclo mais longo que o período de registro dos dados.

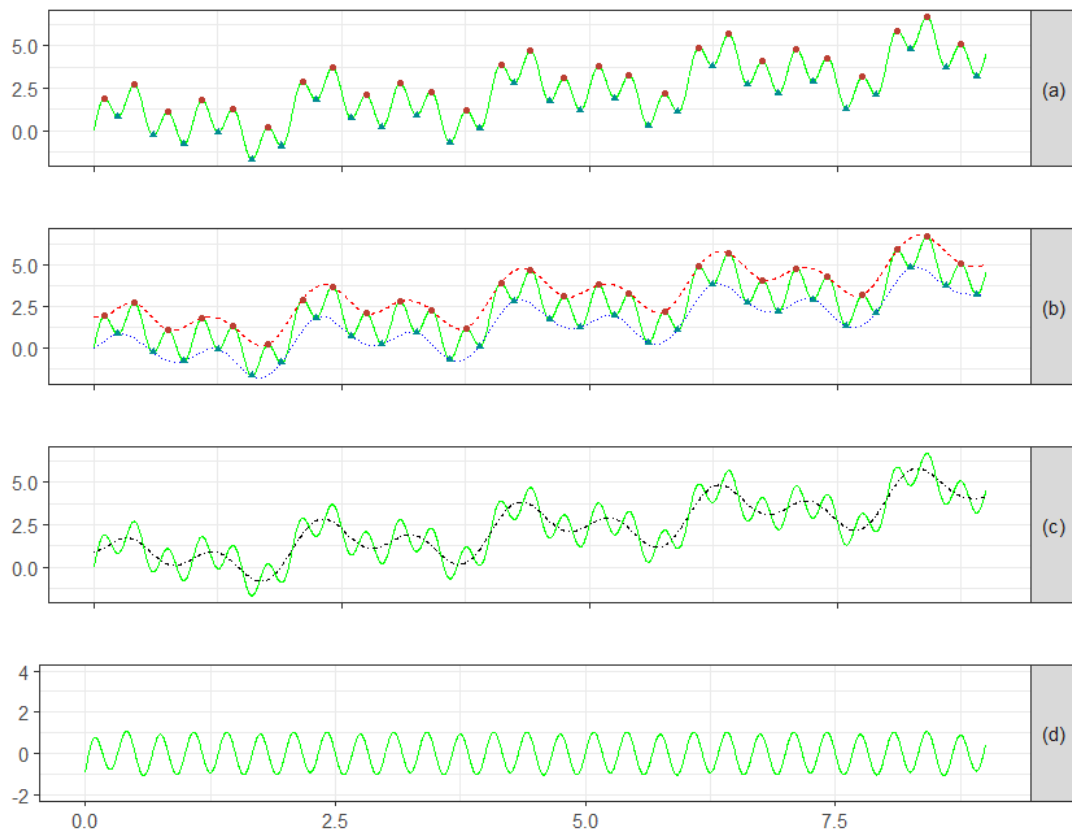


Figura 6 – Ilustração do processo de peneiramento (*sifting*)

Fonte: Elaborada a partir de Kim e Oh (2009).

Nota: (a) identificação dos pontos de máximo e mínimo local. (b) construção dos envelopes superior e inferior. (c) média dos envelopes. (d) diferença entre a média dos envelopes e a série original.

Desta forma, o algoritmo de peneiramento funciona extraíndo o componente oscilatório de maior frequência local nos dados e deixa o restante como um resíduo parcial. A

aplicação sucessiva do algoritmo sobre a sequência dos resíduos parciais decompõe completamente a série temporal x_t em conjunto de IMF mais um resíduo, sendo representada da seguinte forma:

$$x_t = \sum_{i=1}^K c_{it} + r_t \quad (32)$$

onde c_{it} são as funções intrínsecas do modo (IMFs), $r_t = x_t - \sum_{i=1}^K c_{it}$ é o resíduo e K é o número de IMFs extraídas.

A equação (32) pode ser entendida como uma decomposição espectral da série x_t na qual a primeira IMF, c_{1t} , contém a menor escala de tempo que corresponde à variação mais rápida da série temporal. O resíduo após a extração de c_{1t} contém variações mais lentas e uma escala de tempo maior. Portanto, as IMFs são extraídas da alta para baixa frequência à medida que o processo de decomposição prossegue. Outra característica é que a variância da série x_t é distribuída de modo que a soma da contribuição percentual de cada IMF para a variância total da série é aproximadamente 100%, pois as IMFs são independentes umas das outras.

Assim, o método EMD é considerado como uma forma de decomposição espectral que apresenta duas características específicas. A primeira é que o EMD não faz uso de funções pré-estabelecidas, o que permite uma representação compacta em relação à decomposição de Fourier ou *wavelet*. A segunda é que a distinção entre baixa e alta frequência aplica-se apenas localmente, funcionando como um filtro variante no tempo que automaticamente se adapta aos dados (*data-driven*) (Flandrin, Gonçalves e Rilling, 2004)

4.3.2 Decomposição Conjunta e Empírica de Modos (EEMD)

Wu, Zhaohua e Huang (2009) propõem um aperfeiçoamento no método EMD chamado de decomposição conjunta e empírica de modos (*ensemble empirical mode decomposition* - EEMD), em que é basicamente o método EMD aplicado diversas vezes aos dados somados a um ruído branco geralmente gaussiano. Como o ruído branco contém todas as frequências igualmente distribuídas¹⁷, sua adição permite uma melhor separação dos ciclos entre as diferentes IMFs, evitando o problema de “modos mistos” que é a presença de oscilações de frequência muito diferente em uma mesma IMF, ou a presença de oscilações com frequência muito semelhante em diferentes IMFs. O procedimento do EEMD é o seguinte:

¹⁷ No domínio da frequência, possui um espectro constante para todas as frequências.

1. Adiciona-se um ruído branco a série temporal;
2. Decompõe-se a série com o ruído branco adicionado através do método EMD;
3. Repete-se 1 e 2 iterativamente com diferentes realizações do ruído branco;
4. Obtêm-se as médias conjuntas das correspondentes IMFs em cada interação do passo 3 como resultado final.

O efeito da adição do ruído branco é anulado quando se toma a média conjunta, assim, ele passa a ser apenas um componente auxiliar para separar as oscilações presentes na série temporal e minimizar a presença de modos mistos. Outra vantagem do EEMD é que gera resultados mais robustos do que o método EMD, no sentido de que o resultado é menos sensível ao tamanho dos dados e aos parâmetros de cálculo do algoritmo, já que são usadas as médias conjuntas das IMFs obtidas nas interações.

4.3.2 *Decomposição Completa, Conjunta e Empírica de Modos com Ruído Adaptativo (CEEMDAN)*

Mais recentemente Torres *et al.* (2011) apresentaram um algoritmo mais eficiente em termos numéricos para executar EEMD, chamado de decomposição completa, conjunta e empírica de modos com ruído adaptativo (*complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise* - CEEMDAN), o qual será utilizado neste trabalho. A vantagem do CEEMDAN sobre o EEMD é uma melhor separação das frequências entre as IMFs e menor número de interações no processo de peneiramento, dando maior robustez aos resultados, como aponta Colominas *et al.* (2012).

O método EMD e suas variantes, EEMD e CEEMDAN, são totalmente empíricos sem uma definição matemática ou uma forma analítica de cálculo. Apesar dessas limitações teóricas, estes métodos têm mostrado resultados satisfatórios em diversas aplicações da economia. Por exemplo, Zhang, Lai e Wang (2008) utilizam o EEMD para decompor séries de preço do petróleo bruto e analisar o efeito de eventos significantes sobre a variabilidade e formação do preço. Afanasyev e Fedorova (2016) estudam a tendência do preço da eletricidade com o CEEMDAN e comparam com o método *wavelet*, mostrando que o procedimento baseado em CEEMDAN é adaptável aos dados, sendo capaz de lidar com séries temporais não estacionárias e não lineares.

4.3.4 Extração do núcleo como tendência usando o CEEMDAN

Para medir o núcleo, considera-se que a série da inflação π_t é formada pela soma de dois componentes, o núcleo da inflação π_t^* que representa a tendência e componente $u_t = \pi_t - \pi_t^*$ que representa o ciclo ou a flutuação em torno da tendência:

$$\pi_t = \pi_t^* + u_t \quad (33)$$

O objetivo é estimar π_t^* a partir da série de inflação observada π_t . Para isto, é preciso restringir o núcleo π_t^* e a flutuação u_t de alguma forma. Neste artigo, usa-se uma abordagem empírica que se baseia na propriedade do método CEEMDAN de extrair as sucessivas IMFs da alta para baixa frequência com base na escala de tempo dos dados.

Desta forma, dois pressupostos são usados para extrair o núcleo como a tendência da série de inflação: (i) localmente π_t^* varia mais lentamente do que u_t e (ii) a média de u_t é zero. Assim o CEEMDAN pode ser usado como um filtro local e adaptativo para separar a tendência variando lentamente no tempo (baixa frequência) do ciclo (alta frequência).

Aplicando o método CEEMDAN sobre a série de inflação π_t tem-se a seguinte representação espectral:

$$\pi_t = \sum_{i=1}^K c_{it} + r_t \quad (34)$$

onde c_{it} são as funções intrínsecas de modo IMFs e r_t é o resíduo depois que as IMFs são extraídas.

É intuitivamente claro que a representação espectral em (34) aloca o ciclo nas primeiras IMFs de maior frequência e a tendência nas últimas IMFs de menor frequência e no resíduo. Flandrin, Gonçalves e Rilling (2004) apontam que é possível obter uma reconstrução parcial na qual as d primeiras IMFs aproximam o ciclo u_t e as IMFs restantes mais o resíduo estimam o núcleo π_t^* como tendência da inflação:

$$u_t = \sum_{i=1}^{d-1} c_{it} \quad (35)$$

$$\pi_t^* = \sum_{i=d}^K c_{it} + r_t \quad (36)$$

onde d é o índice a partir do qual a IMF passa a conter grande parte da tendência.

Desta maneira, o problema de extrair o núcleo se resume em identificar o valor de d que maximiza a separação entre tendência e ciclo. Como cada IMF tem média zero, o procedimento para a escolha de d consiste em calcular a média da reconstrução parcial u_t para $d = 1, \dots, K$ e identificar em qual valor de d a média se afasta significativamente de zero usando um teste t (Flandrin, Gonçalves e Rilling, 2004; Zhang, Lai e Wang, 2008).

4.4 Critérios de avaliação dos núcleos

Para identificar se uma medida de núcleo possui características desejáveis e úteis para as autoridades monetárias, testes econométricos são aplicados com base em um conjunto de critérios. Esses critérios podem ser definidos para séries estacionárias em nível, $I(0)$, ou para séries não estacionárias em nível, mas estacionárias em primeira diferença, $I(1)$, como mostra Marques, Neves e Sarmento (2003), Mehra e Reilly (2009) e Gamber, Smith e Eftimoiu (2015).

Como mostrado na seção de resultados, no período estudado as séries da inflação e dos núcleos apresentam comportamento fortemente não estacionário, indicando que o pressuposto $I(1)$ é adequado. Usando a notação da equação (17) em que a inflação π_t é formada pelo núcleo π_t^* e por um componente $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, os critérios de avaliação para séries $I(1)$ definidos por Marques, Neves e Sarmento (2003) são:

- (i) π_t^* e π_t são cointegradas com vetor de cointegração (1,-1);
- (ii) π_t^* é um atrator de π_t no longo prazo: há um mecanismo de correção de erro

para π_t dado por $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, ou seja, $\gamma \neq 0$ em:

$$\Delta\pi_t = \sum_{j=1}^m \alpha_j \Delta\pi_{t-j} + \sum_{j=1}^m \beta_j \Delta\pi_{t-j}^* - \gamma(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \varepsilon_{1t} \quad (37)$$

- (iii) π_t^* é fortemente exógeno: π_t^* não responde aos desvios do mecanismo de correção de erro, dado por $u_t = \pi_t - \pi_t^*$, e nem é influenciado por π_t^* , ou seja,

$$\Delta\pi_t^* = \sum_{j=1}^k \delta_j \Delta\pi_{t-j}^* + \sum_{j=1}^k \theta_j \Delta\pi_{t-j} - \lambda(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \varepsilon_{2t} \quad (38)$$

com $\lambda = 0$ e $\theta_1 = \dots = \theta_k = 0$

O Quadro 1 apresentam um resumo dos teste econométricos usados para cada critério de avaliação. O critério (i) garante que o núcleo e a inflação possuem trajetórias e níveis semelhantes ao longo tempo, o critério (ii) implica que a inflação é atraída em direção ao núcleo e o critério (iii) impõe que o núcleo não é atraído pela inflação. A combinação de (ii) e (iii) implica que o núcleo Granger-causa a inflação e não o contrário.

Quadro 1 - Resumo dos testes econométricos para os critérios de avaliação

Critério	Modelo/Hipótese nula testada	Teste utilizado
(i) Cointegrado com a inflação	$\pi_t - \pi_t^* = u_t$ $H_0: u_t \text{ é } I(1) \text{ (não cointegrado)}$ $H_0: \alpha = 0 \text{ na eq. ADF de } u_t \text{ (não viesado)}$	Teste ADF Teste t
(ii) Atrator da inflação	$\Delta\pi_t = \sum_{j=1}^m \alpha_j \Delta\pi_{t-j} + \sum_{j=1}^m \beta_j \Delta\pi_{t-j}^* - \gamma u_t + \varepsilon_{1t}$ $H_0: \gamma = 0 \text{ (não atrator da inflação)}$	Teste t
(iii) Exógeno em relação à inflação	$\Delta\pi_t^* = \sum_{j=1}^k \delta_j \Delta\pi_{t-i}^* + \sum_{j=1}^k \theta_j \Delta\pi_{t-j} - \lambda u_t + \varepsilon_{2t}$ $H_0: \lambda = 0 \text{ (fracamente exógeno)}$ $H_0: \theta_1 = \dots = \theta_k = 0, \text{ dado } \lambda = 0 \text{ (fortemente exógeno)}$	Teste t Teste F

Fonte: Elaborado com base em Marques, Neves e Sarmiento (2003).

Definido os critérios de avaliação, as medidas de núcleo derivadas do IPCA são submetidas a esses conjuntos de testes para determinar se efetivamente possuem as características desejáveis para auxiliarem na formulação da política monetária.

4.4.1 Previsão fora da amostra

Outra característica do núcleo apontada por diversos trabalhos, como Cogley (2002), Le Bihan e Sédillot (2000), Smith (2004), Rich e Steindel (2007) entre outros, é a capacidade preditiva fora da amostra. A ideia é que se uma medida de núcleo contribui para uma previsão mais precisa da inflação n um longo período à frente, então há evidência de que essa medida adiciona alguma informação sobre a inflação de longo prazo.

A capacidade preditiva das medidas é testada usando previsões recursivas fora da amostra seguindo a mesma abordagem de Santos e Castelar (2016), na qual a inflação h períodos a frente é obtida com o seguinte modelo:

$$\pi_{t+h} = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \pi_{t-i+1} + \sum_{j=1}^q \gamma_j \pi_{t-j+1}^* + e_{t+h} \quad (39)$$

onde π_t é a inflação e π_t^* é a medida de núcleo em 12 meses (taxas anualizadas).

O modelo de referência (*benchmark*) usado para comparar as previsões é o modelo (39) sem o núcleo, ou seja:

$$\pi_{t+h} = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \pi_{t-i+1} + e_{t+h} \quad (40)$$

O horizonte de previsão h é de 12 meses à frente, o número de defasagens p e q é escolhido com base no Critério de Informação Bayesiano (BIC) para um máximo de 6 e a estimação é por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).

O objetivo da previsão fora da amostra é comparar se há diferença significativa entre as previsões desses dois tipos de modelos; os que utilizam a inflação passada e o núcleo, e os que usam apenas a inflação passada. Desta forma, uma medida de núcleo contém informações relevantes sobre a inflação 12 meses à frente se as previsões obtidas com o modelo (39) são mais precisas que as previsões com o modelo (40) mais simples, o qual é tomado como modelo de referência.

Para comparar a acurácia das previsões dos modelos, será utilizado a raiz do erro quadrático médio (REQM) e o erro quadrático médio relativo (EQM relativo), que são calculados da seguinte forma:

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (41)$$

$$EQM \text{ relativo} = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t^*)^2} \quad (42)$$

onde y_t é a taxa de inflação observada, \hat{y}_t indica a previsão do modelo avaliado, \hat{y}_t^* indica a previsão do modelo de referência e T é o número de observações fora da amostra.

Uma forma de identificar se um modelo avaliado possui alguma informação adicional ao modelo de referência é testar se a combinação da previsão dos modelos tem erro menor do que as previsões individuais. Para esse teste é proposta a seguinte regressão:

$$y_t = \alpha + \lambda \hat{y}_t + (1 - \lambda) \hat{y}_t^* + \varepsilon_t \quad (43)$$

Esta regressão se baseia na literatura de previsão combinada e *encompassing*, como Chong e Hendry (1986), Fair e Shiller (1990), Harvey, Leybourne e Newbold (1998), entre outros. O parâmetro λ é estimado por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e a inferência é realizada por um teste t com o desvio padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação por meio do procedimento de Newey e West (1994, 1987). A hipótese nula $\lambda = 0$ é que o modelo avaliado não acrescenta nenhuma informação ao modelo de referência e a hipótese alternativa $\lambda \neq 0$ é que o modelo avaliado possui informações ausentes no modelo de referência.

4.5 Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos e a discussão. Primeiro é apresentado a decomposição do IPCA com CEEMDAN e o núcleo estimado a partir dessa decomposição usando a propriedade de reconstrução parcial. Por fim, o núcleo estimado é comparado às medidas de núcleo disponibilizadas pelo Banco Central (BC) do Brasil aplicando-se os critérios de avaliação.

4.5.1 Decomposição do IPCA com CEEMDAN

Para analisar a inflação são usados os dados mensais do Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA) disponibilizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) no período pós-plano real de 1995.1 a 2016.10. O IPCA foi escolhido por ser o índice oficial usado pelo BC do Brasil no sistema de metas para inflação ao estabelecer a política monetária.

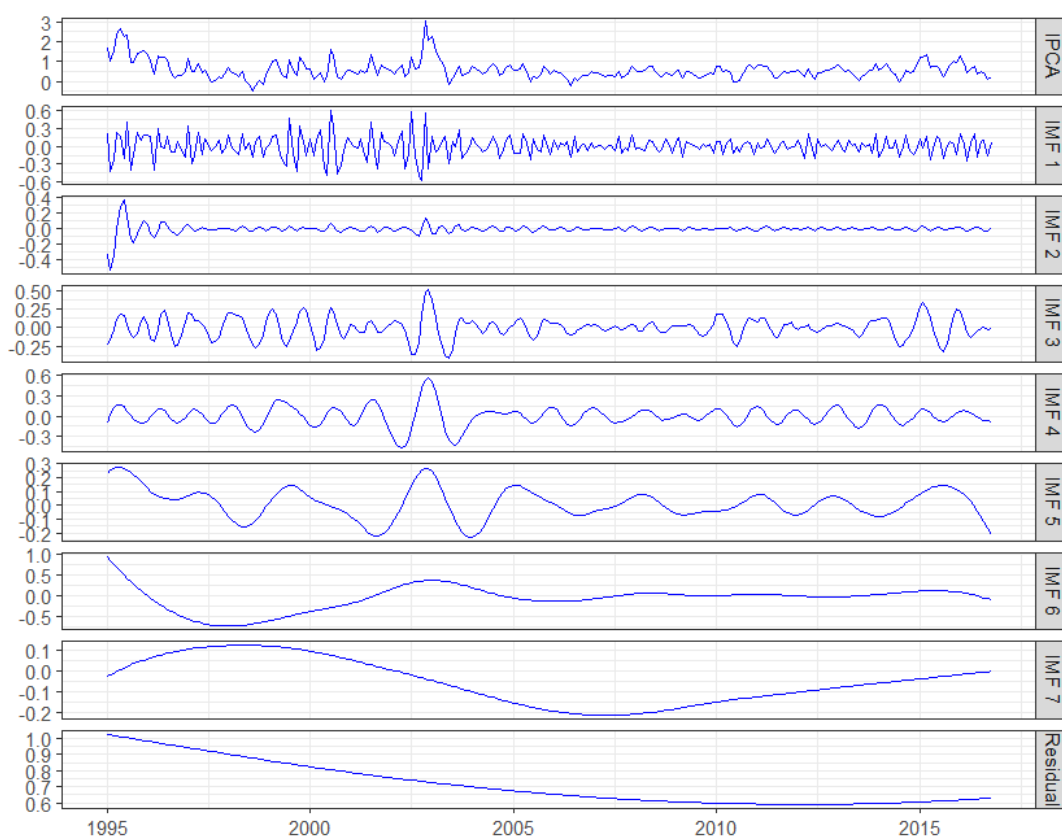


Figura 7 – IPCA com as IMFs e o resíduo obtidos com CEEMDAN - 1995.1 a 2016.10.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Através da aplicação do método CEEMDAN, uma variante mais robusta do método EMD, a série de inflação IPCA é decomposta em um conjunto de IMFs independentes, com diferentes escalas temporais, mais um resíduo. As análises dessas IMFs e do resíduo permite explorar a variabilidade da inflação a partir de uma nova perspectiva.

A Figura 7 mostra a série IPCA e as séries das IMFs e do resíduo obtidos com a aplicação do método CEEMDAN. Na decomposição, o número de conjuntos (*ensemble*) utilizado é 250 e o ruído branco adicionado em cada conjunto tem um desvio padrão de 50% o desvio padrão da série IPCA. Uma vez que o número de IMFs é restrito a $\log_2 n$, onde n é o tamanho da amostra, o processo de peneiramento (*sifting*) produz sete IMFs mais um resíduo. Todas as IMFs são listadas pela ordem em que são extraídas, ou seja, a partir da frequência mais alta para a frequência mais baixa, o último é o resíduo.

A Tabela 10 mostra as seguintes medidas descritivas para analisar as IMFs: período médio, a variância e o percentual em relação à variância do IPCA de cada IMF. O período médio é definido como o número total de observações dividido pelo número total de máximos locais de cada IMF, uma vez que o período não é constante, já que a frequência e a amplitude de uma IMF podem mudar com o tempo. Por exemplo, o período médio da IMF 1 é de cerca de 3 meses indicando que entre um máximo e um mínimo locais demora-se em média 3 meses.

Tabela 10 – Medidas descritivas das IMFs e do resíduo para o IPCA de 1995.1 a 2016.5

	Período Médio (mês)	Variância	% da variância observada
IPCA	-	0,23	-
IMF 1 (c_1)	3,05	0,03	13,72
IMF 2 (c_2)	4,85	0,00	1,75
IMF 3 (c_3)	6,72	0,02	8,81
IMF 4 (c_4)	11,39	0,02	9,09
IMF 5 (c_5)	23,82	0,01	5,18
IMF 6 (c_6)	43,67	0,09	38,47
IMF 7 (c_7)	87,33	0,01	5,27
Residual (r)	131,00	0,02	7,82
Soma			90,11

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: A soma do % da variância observada difere de 100% devido a uma combinação de erros de arredondamento, da não linearidade da série e do tratamento das condições finais dos *splines* cúbicos.

Como as IMFs são independentes umas das outras, é possível usar a percentagem da variância para identificar a contribuição de cada IMF para a variância total da série observada. No entanto, a soma das variâncias das IMFs e do resíduo não são iguais à variância observada na série IPCA (há uma diferença negativa de 9,89%) devido a uma combinação de erros de arredondamento, da não linearidade da série e da introdução de variância pelo tratamento das condições finais dos *splines* cúbicos (Peel *et al.*, 2005).

Observa-se que o modo dominante dos dados observados é a IMF 6 de baixa frequência que tem um período médio de quase 44 meses. Somente essa IMF é responsável por mais de 38% da variância total do IPCA. Já os demais modos tem uma contribuição entre 1% e 14% para variância total.

4.5.2 Construção da medida de núcleo da inflação com CEEMDAN

A construção da medida de núcleo de inflação proposta neste artigo consiste em estimar a tendência da inflação separando as IMFs em componentes de alta frequência e de baixa frequência, baseado no procedimento mencionado na seção 4.3.4.

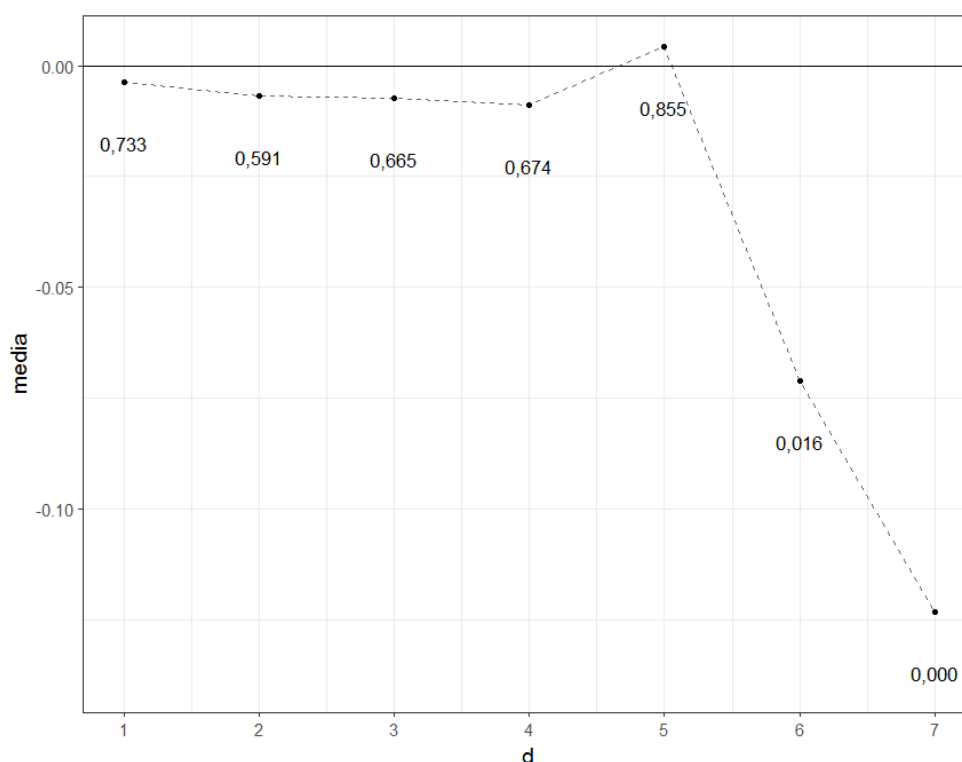


Figura 8 - Evolução da média de u_t como uma função de d .

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Os números de cada ponto no gráfico são os valores p do teste t para média igual a zero. Observa-se que em $d = 6$ a média de u_t se afasta de forma significativa de zero (valor $p < 0,05$).

Observa-se pela Figura 8 que a média da reconstrução parcial de u_t a partir das IMFs se afasta significativamente de zero em $d = 6$. Isto indica que a partir da IMF 6 tem-se uma grande concentração da tendência da série IPCA. Portanto, a reconstrução parcial com a soma da IMF6, IMF7 e do resíduo representa o núcleo da inflação π_t^* que captura a tendência do IPCA.

A Figura 9 mostra o núcleo π_t^* estimado como a tendência do IPCA e o ciclo u_t definido como a diferença entre o IPCA e o núcleo. Cada componente tem algumas características distintas. O núcleo da inflação π_t^* varia lentamente em relação u_t e é tratado como uma tendência de longo prazo que reflete a evolução dos preços da economia. Já o ciclo u_t , caracterizado pela alta frequência, contém as mudanças de preços decorrentes de flutuações de curto prazo.

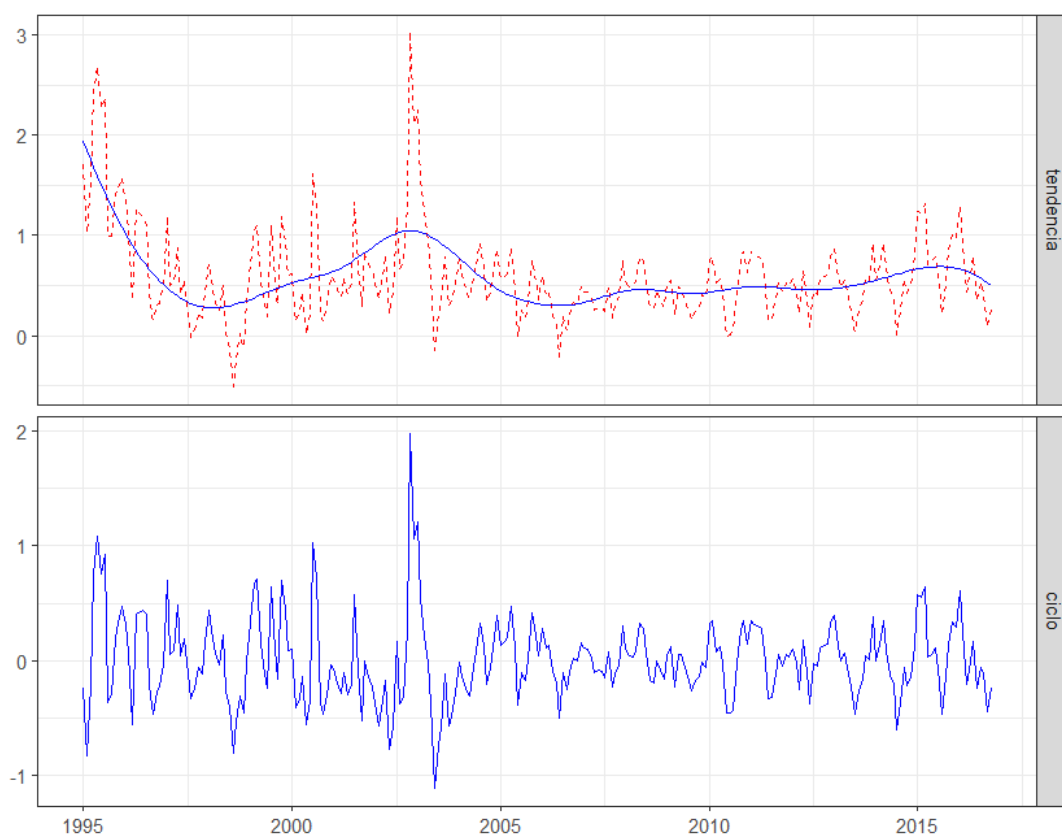


Figura 9 – Tendência e ciclo extraídos da série IPCA com CEEMDAN, 1995.1 a 2016.10

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: No primeiro gráfico, a linha pontilhada é o IPCA e a linha contínua é o núcleo da inflação estimado (a tendência do IPCA). O segundo gráfico é o ciclo definido como a diferença entre o IPCA e o núcleo.

Esta forma de estimar o núcleo com CEEMDAN é semelhante ao princípio usado em trabalhos que estimam o núcleo com método *wavelet*, como Dowd, Cotter e Loh (2011) e Denardin, Kozakevicius e Schmidt (2015), no qual a inflação é decomposta e reconstruída parcial. No entanto, no método *wavelet* é necessário escolher o tipo de *wavelet* e os parâmetros de suavização, gerando subjetividade sem um critério para essas escolhas. Outra limitação do método *wavelet* é suposição do processo analisado ser linear.

Tendo estimado o núcleo da inflação com o CEEMDAN, denominado a partir de agora de CORE-EMD, a próxima etapa é verificar os critérios de avaliação e comparar com as medidas de núcleo do Banco Central.

4.5.3 Comparando as medidas de núcleo da inflação

O núcleo CORE-EMD proposto neste artigo é avaliado de forma comparativa com as quatro medidas de núcleo disponibilizadas pelo BC do Brasil, que são: o núcleo de médias aparadas com suavização (IPCA-MAS); o núcleo de médias aparadas (IPCA-MA); o núcleo por exclusão sem monitorados e alimentos no domicílio (IPCA-EX), o núcleo por exclusão (IPCA-EX2), o núcleo de dupla ponderação (IPCA-DP). Para detalhes e sobre como essas medidas são calculadas, ver Silva Filho e Figueiredo (2014).

Antes de iniciar a avaliação comparativa das medidas, as séries do núcleo e da inflação são transformadas para % em 12 meses por ser a escala adotada pelo BC para monitorar o comportamento da inflação. O BC do Brasil utiliza essa escala porque ao fim do ano é a inflação em 12 meses que deve estar dentro da meta estabelecida pela política monetária.

A Figura 4 mostra as séries de cada medida de núcleo juntamente com a série do IPCA transformadas para percentual em 12 meses. Percebe-se que as séries apresentam comportamentos semelhantes, pois se movem na mesma direção ao longo do tempo. No entanto, para verificar a influência de uma série sobre a outra é necessário a aplicação de critérios formais de avaliação que são abordados a seguir.

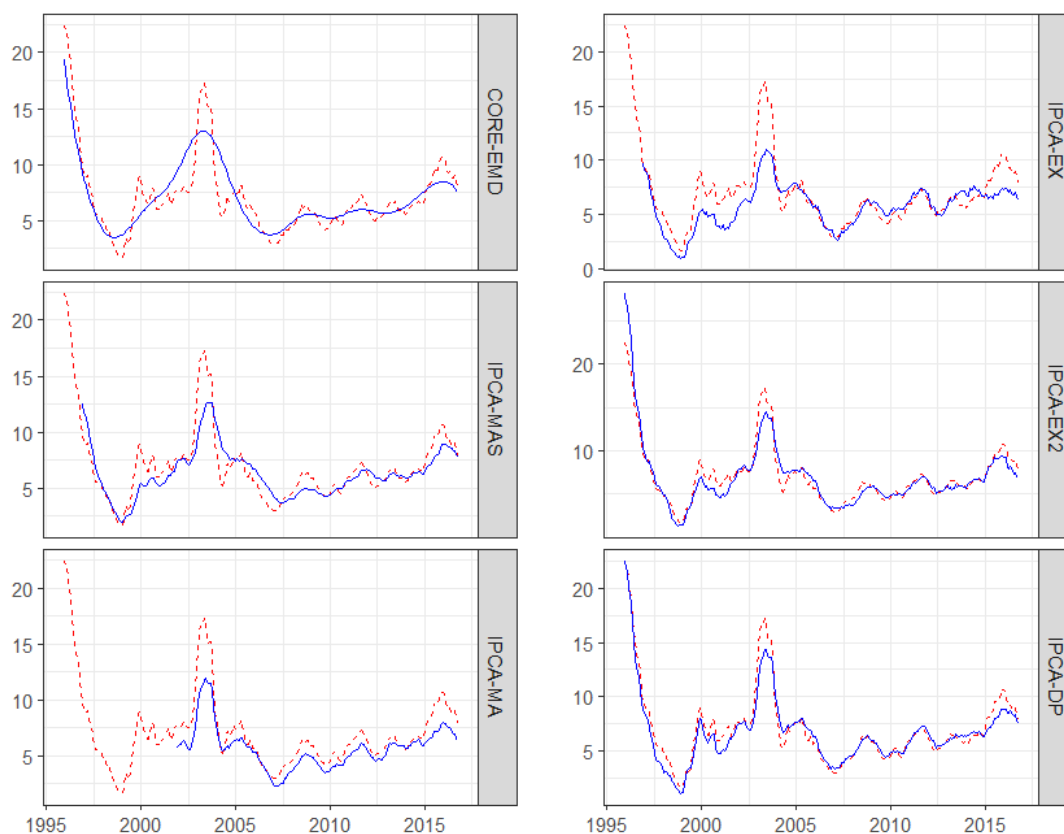


Figura 10 – IPCA e as medidas de núcleo da inflação (% em 12 meses)

Nota: A linha pontilhada é o IPCA e a linha contínua é a respectiva medida de núcleo da inflação.

A medida de núcleo da inflação CORE-EMD foi obtida extraindo a tendência do IPCA por meio da decomposição CEEMDAN e a propriedade de reconstrução parcial. Este procedimento é adaptável aos dados e é capaz de lidar com séries temporais não estacionárias e não lineares. Assim, espera-se que o CORE-EMD consiga discriminar com eficiência a parte persistente da inflação da parte transitória. Isto será verificado através dos testes estatísticos a seguir.

Para verificar a ordem de integração das séries dos núcleos e do IPCA são aplicados dois testes de estacionariedade, o ADF (Said e Dickey, 1984) cuja hipótese nula é a presença de raiz unitária, i.e., série não estacionária, e o teste KPSS (Kwiatowski *et al.*, 1992) com a hipótese nula oposta de que a série é estacionária.

A Tabela 11 apresenta os resultados dos testes aplicados às séries em nível e em primeira diferença. Ao nível de significância de 5% o resultado do teste ADF aponta que todas as séries são $I(1)$, i.e., não são estacionárias em nível, mas são estacionárias em primeira diferença, com exceção do IPCA-DP. Já o teste KPSS que tem hipótese nula oposta

teve resultado divergente do teste ADF apenas para primeira diferença das séries CORE-EMD, IPCA-EX2 e IPCA-DP.

Tabela 11 – Testes ADF e KPSS para o IPCA e os núcleos - 1995.1 a 2016.5

Série	Tendência	ADF.lag	ADF	KPSS
IPCA	Sim	14	-3,235*	0,194**
CORE-EMD	Sim	8	-2,888	0,206**
IPCA-MAS	Sim	15	-3,001	0,271***
IPCA-MA	Sim	14	-2,474	0,538***
IPCA-EX	Sim	14	-2,933	0,199**
IPCA-EX2	Sim	14	-3,138*	0,195**
IPCA-DP	Sim	14	-3,478**	0,157**
Δ IPCA	Não	13	-4,448***	0,314
Δ CORE-EMD	Não	15	-2,894**	0,660**
Δ IPCA-MAS	Não	13	-3,455**	0,326
Δ IPCA-MA	Não	13	-4,309***	0,066
Δ IPCA-EX	Não	13	-3,986***	0,161
Δ IPCA-EX2	Não	13	-4,231***	0,592**
Δ IPCA-DP	Não	13	-4,040***	0,441*

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Significante ao nível: *** 1%, ** 5%, * 10%. Δ = primeira diferença

O número de defasagens incluídas na regressão ADF é escolhido por meio do critério de informação de Akaike (AIC) com o máximo de 15 defasagens. O número de defasagens de truncamento para o estimador da variância do erro de longo prazo no teste KPSS é 5.

De maneira geral, os testes ADF e KPSS apontam fortemente que as séries são não estacionárias em nível, indicando que o pressuposto de séries $I(1)$ é mais adequado que o de séries $I(0)$. Assim, os critérios de avaliação usados neste artigo seguem o trabalho de Marques, Neves e Sarmento (2003) e são aplicados às medidas de núcleo da inflação para identificar quais medidas possuem características de interesse para política monetária.

A Tabela 12 apresenta o resultado dos testes para os critérios de avaliação de Marques, Neves e Sarmento (2003). Os resultados mostram que o CORE-EMD é cointegrado, não enviesado, atrator e fortemente exógeno em relação à inflação, características necessárias para uma medida de núcleo ser um indicador da tendência de longo prazo do IPCA. Assim, a medida CORE-EMD apresenta todas as características desejáveis para uma medida de núcleo, podendo ser usada para auxiliar a política monetária na tarefa de manter a inflação estável.

Tabela 12 – Critérios de avaliação dos núcleos da inflação

Núcleos	(i) ADF	(i) $\alpha = 0$	(ii) $\gamma = 0$	(iii) $\lambda = 0$	(iii) $\theta_1 = \dots = \theta_k = 0$	Satisfaz ao critério
CORE-EMD	-4,076***	0,572	0,000	0,163	0,117	(i), (ii) e (iii)
IPCA-MAS	-2,748*	0,226	0,096	0,397	0,000	Nenhum
IPCA-MA	-4,031***	0,006	0,001	0,039	0,044	(ii)
IPCA-EX	-1,688	0,306	0,346	0,249	0,001	Nenhum
IPCA-EX2	-3,185**	0,136	0,054	0,795	0,013	(i)
IPCA-DP	-2,237	0,354	0,370	0,875	0,091	(iii)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: Com exceção da coluna (i) ADF, têm-se os valores p dos testes.

Nível de significância do teste ADF: *** 1%, ** 5%, * 10%.

O número de defasagens incluídas na regressão ADF é escolhido por meio do critério de informação de Akaike (AIC) com o máximo de 15 defasagens.

Entre as medidas disponibilizadas pelo BC, os núcleos IPCA-MAS, IPCA-EX e IPCA-DP não satisfizeram a primeira parte do critério (i), ou seja, não são cointegradas com o IPCA. Já o núcleo IPCA-MA satisfaz somente a primeira parte do critério (i), sendo uma medida enviesada do nível da inflação. Isto indica que essas medidas fornecem sinais falsos sobre o comportamento da inflação no longo prazo e, portanto, devem ser usadas com cautela pelas autoridades monetárias.

A medida de núcleo por exclusão IPCA-EX2 satisfaz apenas o critério (i), não cumprindo os critérios (ii) e (iii), ou seja, essa medida não é nem um atrator da inflação e nem fortemente exógena, o que dificulta a utilização dela como um indicador da inflação de longo prazo.

Para complementar a análise, as medidas de núcleo são testadas numa simulação de previsão fora da amostra cujo objetivo é comparar o desempenho preditivo entre modelos que usam o núcleo e os que usam apenas a inflação. As previsões são para um horizonte de 12 meses à frente e o modelo usado é uma regressão do IPCA sobre o IPCA passado e uma medida de núcleo. Já o modelo de referência (*benchmark*) é uma regressão do IPCA somente sobre o IPCA passado. Espera-se que o modelo que utiliza uma medida de núcleo apresente um desempenho preditivo superior ao modelo de referência.

A simulação de previsão fora da amostra é recursiva e, portanto, todas as previsões são baseadas nos valores passados da série até a data em que a previsão é realizada, de forma que a especificação e os parâmetros do modelo são atualizados quando se adiciona um novo mês à amostra. A amostra inicial para a estimação é de dezembro de 1995 a novembro de 2011. O período de previsão fora da amostra é de novembro de 2012 a outubro

de 2016. As previsões fora da amostra dos modelos com as medidas de núcleo avaliadas e do modelo de referência são apresentadas na Figura 11.

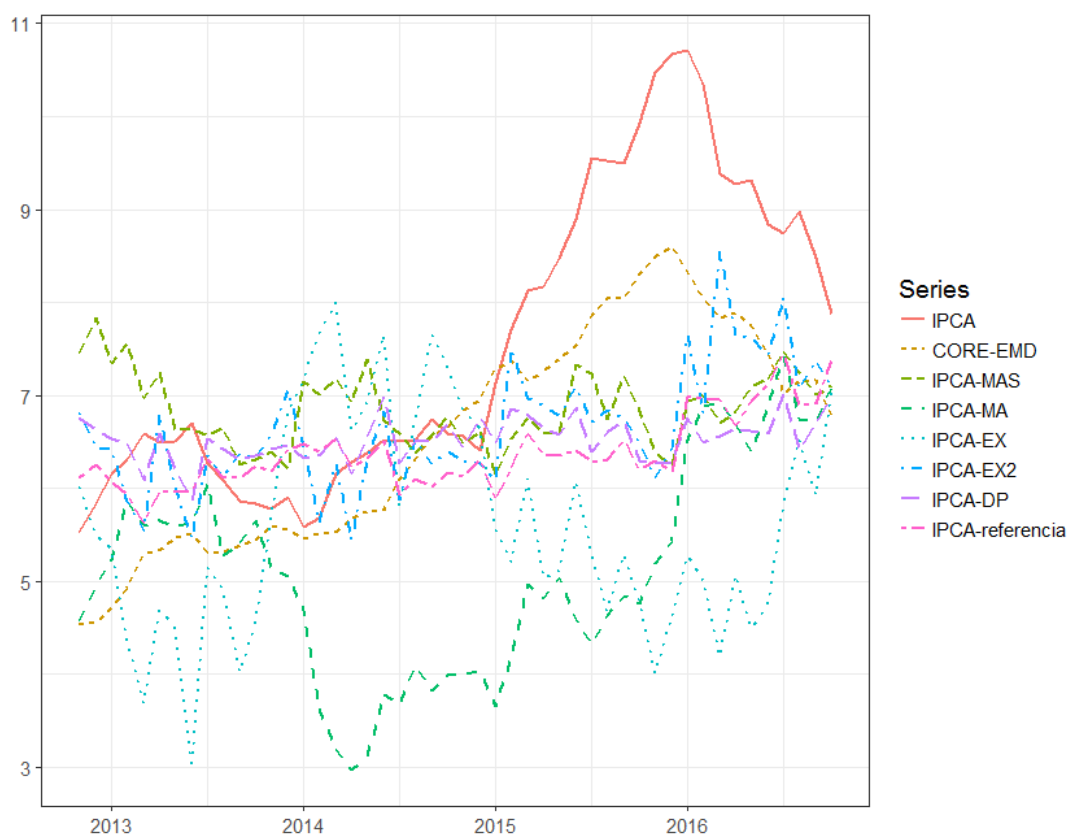


Figura 11 – IPCA e previsões fora da amostra usando as medidas de núcleo, 2012.11 a 2016.10.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: A linha contínua é o IPCA observado e as demais linhas são as previsões do IPCA usando uma medida de núcleo da inflação conforme a legenda.

A Tabela 13 apresenta as estatísticas de desempenho preditivo, a raiz do erro quadrático médio (REQM), o erro quadrático médio relativo (EQM relativo) e o coeficiente λ para regressão de previsão combinada. A REQM é expressa na mesma unidade da variável prevista IPCA e reflete o erro que se espera cometer ao usar o valor previsto do modelo. Assim, a REQM de 1,84 do modelo de referência significa um erro “típico” de mais ou menos 1,84% quando se usa esse modelo para prever o IPCA.

O EQM relativo é simplesmente a razão entre o EQM do modelo avaliado e o EQM do modelo de referência. Um valor inferior a um desta razão indica que o modelo usando o núcleo possui um erro de previsão menor que o modelo de referência que usa apenas a inflação. As medidas CORE-EMD, IPCA-MAS e IPCA-EX2 foram as únicas que

apresentaram um EQM relativo menor um, indicando que apenas os modelos que incluem essas medidas apresentam desempenho superior ao modelo de referência.

Tabela 13 – Desempenho preditivo fora da amostra das medidas de núcleo para um horizonte de 12 meses à frente, 2012.11 a 2016.10.

	REQM ¹	EQM relativo ²	$\hat{\lambda}$ (valor p) ³
IPCA	1,84	1,00	
CORE-EMD	1,19	0,42	1,21 (0,00)
IPCA-MAS	1,77	0,92	-0,92 (0,21)
IPCA-MA	2,85	2,38	0,42 (0,30)
IPCA-EX	2,98	2,62	-0,65 (0,06)
IPCA-EX2	1,63	0,78	1,01 (0,00)
IPCA-DP	1,87	1,02	-1,38 (0,19)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota: ¹ REQM: raiz do erro quadrático médio.

² EQM relativo: EQM do modelo indicado dividido pelo EQM do modelo de referência.

³ $\hat{\lambda}$ estimado na equação $y_t = \alpha + \lambda \hat{y}_t + (1 - \lambda) \hat{y}_t^* + \varepsilon_t$, onde y_t é o IPCA observado, \hat{y}_t^* é a previsão de referência e \hat{y}_t é a previsão do modelo usando o núcleo. A hipótese nula ($\lambda = 0$) é que a medida de núcleo não adiciona informação ao modelo de referência que usa apenas a inflação IPCA.

Vale destacar que o modelo com o núcleo CORE-EMD foi o que apresentou o menor EQM relativo entre todas as medidas, no valor de 0,44, com desempenho preditivo superior até mesmo em relação aos núcleos IPCA-EX2 e IPCA-MAS, com EQM relativo de 0,72 e 0,92, respectivamente.

O coeficiente λ na terceira coluna da Tabela 13 indica quando as previsões do modelo usando uma medida de núcleo adiciona alguma informação sobre as previsões do modelo usando apenas o IPCA. Observa-se que apenas as previsões com o CORE-EMD e o IPCA-EX2 apresentaram coeficiente λ estatisticamente significantes, indicando que essas medidas possuem informações úteis para prever o IPCA no horizonte de 12 meses à frente que não estão contidas na própria série IPCA.

4.6 Conclusão

Considerando a não linearidade e não estacionariedade da inflação no Brasil, este artigo construiu uma nova medida de núcleo da inflação denominada CORE-EMD a qual supõe apenas que a inflação observada é formada por uma tendência que varia mais lentamente do que o ciclo formado por movimentos temporários nos preços.

Para estimar o CORE-EMD foi utilizada a técnica de análise espectral decomposição em modos empíricos (EMD) e sua variante CEEMDAN, que é capaz de separar a tendência dos dados através da decomposição espectral e reconstrução parcial da série de inflação. Esse método foi aplicado à série da inflação e apresentou resultados satisfatórios mesmo com a série possuindo as características de não estacionariedade e não linearidade.

Os testes estatísticos mostraram que o núcleo CORE-EMD construído neste artigo é cointegrado e não enviesado, no sentido de que a média do núcleo e da inflação não diverge no longo prazo; é atrator da inflação, ou seja, a inflação tende a convergir para o núcleo; e é fortemente exógeno no sentido de que o núcleo não responde aos desvios que ocorrem entre a taxa de inflação e o núcleo, nem é influenciado pela inflação passada.

Entre os núcleos disponibilizados pelo Banco Central (BC), verificou-se que os núcleos de médias aparadas suavizadas IPCA-MAS, por exclusão IPCA-EX e de dupla ponderação IPCA-DP são não cointegrados com a inflação, enquanto que o núcleo de médias aparadas IPCA-MA é uma medida enviesada do nível da inflação. Isto indica que essas medidas fornecem sinais falsos sobre o comportamento da inflação no longo prazo e, portanto, devem ser usadas com cautela pelas autoridades monetárias. Já o núcleo por exclusão IPCA-EX2, apesar de ser cointegrado e não enviesado, não é fortemente exógeno, sendo influenciado pela taxa de inflação passada, característica esta não desejável para um indicador da inflação de longo prazo.

Mostrou-se também através de previsões fora da amostra que a maioria dos núcleos disponibilizados pelo BC não ajudam a prever a inflação, pois quando um dos núcleos é adicionado ao modelo de previsão cuja especificação já inclui a inflação passada, as previsões pioram ou permanecem aproximadamente as mesmas; ou seja, a contribuição marginal destes núcleos na previsão da inflação é praticamente nula. Por outro lado, quando este mesmo procedimento é efetuado com o núcleo CORE-EMD, tem-se um incremento significativo no poder preditivo usando a mesma especificação que inclui a inflação passada. Um incremento no poder preditivo, porém menor, também é observado para o IPCA-EX2.

Estes resultados obtidos apontam que a medida de núcleo da inflação CORE-EMD construída neste trabalho apresenta desempenho superior às medidas de núcleo do BC com relação ao poder preditivo fora da amostra e com relação às propriedades estatísticas de ser cointegrada, não enviesada, atratora da inflação e fracamente exógena; possuindo, portanto, as características exigidas para uma medida ser útil aos objetivos da política monetária.

Desta forma, se conclui que o núcleo CORE-EMD, que considera a possível não estacionariedade e não linearidade da inflação no Brasil, obteve desempenho melhor do que as medidas convencionais do BC em todos os critérios avaliados. Um apontamento para pesquisas futuras é comparar esta nova medida de núcleo com as medidas geradas por outros métodos para confirmar as conclusões encontradas.

REFERÊNCIAS

- AFANASYEV, D. O.; FEDOROVA, E. A. The long-term trends on the electricity markets: Comparison of empirical mode and wavelet decompositions. **Energy Economics**, v. 56, p. 432–442, 2016.
- ALTUG, S.; ÇAKMAKLI, C. Forecasting inflation using survey expectations and target inflation: Evidence for Brazil and Turkey. **International Journal of Forecasting**, v. 32, n. 1, p. 138–153, 2016.
- ANDRADE, I.; O'BRIEN, R. **A Measure of Core Inflation in the UK**: Discussion Paper Series In Economics And Econometrics, n. 0708. Southampton: School of Social Sciences, University of Southampton, 2001.
- ANGELINI, E.; HENRY, J.; MESTRE, R. Diffusion Index-Based Inflation Forecasts for the Euro Area. **European Central Bank Working Paper**, v. April, n. 61, p. 1–47, 2001.
- ARRUDA, E. F.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. Modelos Lineares e Não Lineares da Curva de Phillips para Previsão da Taxa de Inflação no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 65, n. 3, p. 237–252, 2011.
- BAGLIANO, F. C.; MORANA, C. A common trends model of UK core inflation. **Empirical Economics**, v. 28, n. 1, p. 157–172, 2003a.
- _____. Measuring US core inflation: A common trends approach. **Journal of Macroeconomics**, v. 25, n. 2, p. 197–212, 2003b.
- BAI, J. Inferential Theory for Factor Models of Large Dimensions. **Econometrica**, v. 71, n. 1, p. 135–171, 2003.
- BAI, J.; NG, S. Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models. **Econometrica**, v. 70, n. 1, p. 191–221, 2002.
- _____. Forecasting economic time series using targeted predictors. **Journal of Econometrics**, v. 146, n. 2, p. 304–317, 2008.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Revisão dos Modelos de Vetores Autorregressivos Estatísticos – 2012Relatório de Inflação**. Brasília: vol. 14, n. 3, p. 104-109, 2012.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the “business cycle”. **Journal of Monetary Economics**, v. 7, n. 2, p. 151–174, 1981.
- BHATT, V.; KISHOR, N. K. Are all movements in food and energy prices transitory? Evidence from India. **Journal of Policy Modeling**, v. 37, n. 1, p. 92–106, 2015.
- BIHAN, H. LE; SÉDILLOT, F. Do core inflation measures help forecast inflation?: Out-of-sample evidence from French data. **Economics Letters**, v. 69, p. 261–266, 2000.
- BOIVIN, J.; NG, S. Are more data always better for factor analysis? **Journal of Econometrics**, v. 132, p. 169–194, 2006.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden-Day, 1970.

BRADLEY, M. D.; JANSEN, D. W.; SINCLAIR, T. M. How Well Does “Core” Inflation Capture Permanent Price Changes? **Macroeconomic Dynamics**, v. 19, n. 4, p. 791–815, 2015.

BRYAN, M. F.; CECCHETTI, S. G. Measuring Core Inflation. *In: Monetary Policy*. [s.l: s.n.]. p. 195–219.

CAMBA-MENDEZ, G.; RODRIGUEZ-PALENZUELA, D. Assessment criteria for output gap estimates. **Economic Modelling**, v. 20, n. 3, p. 529–562, 2003.

CHEUNG, C.; DEMERS, F. **Evaluating forecasts from factor models for Canadian GDP growth and core inflation** Working Paper Bank of Canada. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.econstor.eu/handle/10419/53916>>. Acesso em: 26 nov. 2014.

CHONG, Y. Y.; HENDRY, D. F. Econometric Evaluation of Linear Macro-Economic Models. **The Review of Economic Studies**, v. 53, n. 4, p. 671–690, 1986.

CLEMENTS, M.; HENDRY, D. **Forecasting Economic Time Series**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

COCHRANE, J. H. A critique of the application of unit root tests. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 15, n. 2, p. 275–284, 1991.

COGLEY, T. A simple adaptive measure of core inflation. **Journal of Money, Credit, and Banking**, v. 34, n. 1, p. 94–113, 2002.

COLOMINAS, M. A. *et al.* Noise-Assisted Emd Methods in Action. **Advances in Adaptive Data Analysis**, v. 4, n. 4, p. 1250025, 2012.

DAS, A.; JOHN, J.; SINGH, S. Measuring Core Inflation in India. **Indian Economic Review**, v. 44, n. 2, p. 247–273, 2009.

DENARDIN, A. A.; KOZAKEVICIUS, A.; SCHMIDT, A. A. **Avaliação da medida de núcleo da inflação baseada no método wavelet para o Brasil** XXXIV Encontro Nacional de Economia. **Anais...**Foz do Iguaçu, Brasil: Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia - ANPEC, 2016

DIAS, F.; PINHEIRO, M.; RUA, A. Forecasting using targeted diffusion indexes. **Journal of Forecasting**, v. 29, n. 3, p. 341–352, 2010.

DIEBOLD, F. X. Comparing Predictive Accuracy, Twenty Years Later: A Personal Perspective on the Use and Abuse of Diebold-Mariano Tests. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 33, n. 1, p. 1–24, 2015.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing Predictive Accuracy. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 13, n. 3, p. 134–144, 1995.

DOWD, K.; COTTER, J.; LOH, L. U.S. core inflation: A wavelet analysis. **Macroeconomic Dynamics**, v. 15, n. 4, p. 513–536, 2011.

DRAKAKIS, K. Empirical mode decomposition of financial data. **International Mathematical Forum**, n. 25, p. 1191–1202, 2008.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. 2. ed. New York: Oxford University Press, 2012.

ECKSTEIN, O. **Core inflation**. Englewood Cliffs: Prentice Hall Books, 1981.

EICKMEIER, S.; ZIEGLER, C. How successful are dynamic factor models at forecasting output and inflation? A meta-analytic approach. **Journal of Forecasting**, v. 27, n. 3, p. 237–265, 2008.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-Integration and Error Correction : Representation, Estimation, and Testing. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 251–276, 1987.

FAIR, R. C.; SHILLER, R. J. Comparing Information in Forecasts from Econometric Models. **American Economic Review**, v. 80, n. 3, p. 375–389, 1990.

FERREIRA, R. T.; BIERENS, H. J.; CASTELAR, I. Forecasting quarterly brazilian GDP growth rate with linear and non linear diffusion index models. **Revista EconomiA**, v. 6, n. 3 dec, p. 261–292, 2005.

FIGUEIREDO, F. M. R. Forecasting Brazilian Inflation Using a Large Data Set. **Working Paper Series do Banco Central**, n. 228, p. 1–57, 2010.

FISCHER, I. **The Purchasing Power of Money: Its determination and relation to credit interest and crises**. New York: The MacMillan Company, 1911. v. 1

FLANDRIN, P.; GONÇALVES, P.; RILLING, G. **Detrending and Denoising With Empirical Mode Decompositions** Signal Processing Conference, 2004 12th European. **Anais...**Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE, 2004

FREEMAN, D. G. Do core inflation measures help forecast inflation? **Economics Letters**, v. 58, n. 2, p. 143–147, 1998.

GAGLIANONE, W. P.; GUILLÉN, O. T. DE C.; FIGUEIREDO, F. M. R. **Local Unit Root and Inflationary Inertia in Brazil**: Working Paper Series BCB, n. 406. Brasília: Banco Central do Brasil, 2015.

GAMBER, E. N.; SMITH, J. K.; EFTIMOIU, R. The dynamic relationship between core and headline inflation. **Journal of Economics and Business**, v. 81, p. 38–53, 2015.

GAVIN, W. T.; KLIESEN, K. L. Forecasting inflation and output: Comparing data-rich models with simple rules. **Federal Reserve Bank of St. Louis Review**, v. 90, n. 3, p. 175–192, 2008.

GIANNONE, D.; MATHESON, T. A New Core Inflation Indicator for New Zealand. **International Journal of Central Banking**, v. 3, n. 4, p. 145–180, 2007.

GUPTA, R.; KABUNDI, A. A large factor model for forecasting macroeconomic variables in South Africa. **International Journal of Forecasting**, v. 27, n. 4, p. 1076–1088, 2011.

- HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**. New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- HANSEN, P. R.; TIMMERMANN, A. Equivalence Between Out-of-Sample Forecast Comparisons and Wald Statistics. **Econometrica**, v. 83, n. 6, p. 2485–2505, 2015.
- HARVEY, D. I.; LEYBOURNE, S. J.; NEWBOLD, P. Tests for Forecast Encompassing. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 16, n. 2, p. 254–259, 1998a.
- _____. Tests for Forecast Encompassing. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 16, n. 2, p. 254–259, 1998b.
- HARVEY, D.; LEYBOURNE, S.; NEWBOLD, P. Testing the equality of prediction mean squared errors. **International Journal of Forecasting**, v. 13, n. 2, p. 281–291, 1997.
- HELSKE, J. KFAS: Exponential family state space models in R. **Journal of Statistical Software**, v. No prelo., 2016.
- HUANG, N. E. *et al.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. **Proceeding of Royal Society London**, v. 454, p. 903–995, 1998.
- HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. **Journal Of Statistical Software**, v. 27, n. 3, p. C3–C3, 2008.
- JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 12, n. 2–3, p. 231–254, 1988.
- _____. Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models. **Econometrica**, v. 59, n. 6, p. 1551–1580, 1991.
- KAR, S. UCM: A measure of core inflation. **International Journal of Monetary Economics and Finance**, v. 3, n. 3, p. 248–269, 2010.
- KHAN, M.; MOREL, L.; SABOURIN, P. **The Common Component of CPI: An Alternative Measure of Underlying Inflation for Canada**: Working Paper 35. Ottawa: Bank of Canada, 2013.
- KIM, D.; OH, H. EMD: A Package for Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectrum. **The R Journal**, v. 1, n. 1, p. 40–46, 2009.
- KING, R. G. *et al.* Stochastic Trends and Economic Fluctuations. **The American Economic Review**, v. 81, n. 4, p. 819–840, 1991.
- KOOPMAN, S. J.; DURBIN, J. Filtering and smoothing of state vector for diffuse state space models. **Journal of Time Series Analysis**, v. 24, n. 1, p. 85–98, 2003.
- KWIATOWSKI, D. *et al.* Testing the null hypothesis of stationarity against the alternatives of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, n. 1, p. 159–178, 1992.
- LIMA, E. C. R.; ALVES, P. P. O Desempenho do Mercado (Focus) na Previsão da Inflação: Novos Resultados? **Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)**, v. 1, n. 1621, 2011.

MACHADO, V. DA G.; PORTUGAL, M. S. Measuring inflation persistence in Brazil using a multivariate model. **Revista Brasileira de Economia**, v. 68, n. 2, p. 225–241, 2014.

MAIA, A. L. S.; CRIBARI-NETO, F. Dinâmica inflacionária brasileira: resultados de auto-regressão quantílica. **Revista Brasileira de Economia**, v. 60, n. 2, p. 153–165, 2006.

MARQUES, C. R.; NEVES, P. D.; SARMENTO, L. M. Evaluating core inflation indicators. **Economic Modelling**, v. 20, n. 4, p. 765–775, 2003.

MARQUES, C. R.; NEVES, P. D.; SILVA, A. G. DA. Why should Central Banks avoid the use of the underlying inflation indicator? **Economics Letters**, v. 75, n. 1, p. 17–23, 2002.

MARQUES, M. Não linearidades , mudanças de regime e assimetrias na taxa de inflação brasileira : análise a partir de um modelo SETAR. **Economia e Sociedade**, v. 22, n. 1, p. 141–163, 2013.

MEHRA, Y. P.; REILLY, D. Short-Term Headline-Core Inflation Dynamics. **Economic Quarterly**, v. 95, n. 3, p. 289–313, 2009.

MORANA, C. A structural common factor approach to core inflation estimation and forecast. **Working Paper Series**, n. 305, 2004.

_____. A structural common factor approach to core inflation estimation and forecast. **Applied Economics Letters**, v. 14, n. 3, p. 163–169, 2007.

MORANA, C.; BAGLIANO, F. C. Inflation and monetary dynamics in the USA: a quantity-theory approach. **Applied Economics**, v. 39, n. 2, p. 229–244, 2007.

MORLEY, J. C. The slow adjustment of aggregate consumption to permanent income. **Journal of Money, Credit and Banking**, v. 39, n. 2–3, p. 615–638, 2007.

_____. the Two Interpretations of the Beveridge – Nelson Decomposition. **Macroeconomic Dynamics**, v. 15, n. 3, p. 419–439, 2011.

MORLEY, J. C.; NELSON, C. R.; ZIVOT, E. Why Are the Beveridge-Nelson and Unobserved-Components Decompositions of GDP So Different? **Review of Economics and Statistics**, v. 85, n. 2, p. 235–243, 2003.

MOSER, G.; RUMLER, F.; SCHARLER, J. Forecasting Austrian inflation. **Economic Modelling**, v. 24, n. 3, p. 470–480, 2007.

NELSON, C. R. The Beveridge-Nelson decomposition in retrospect and prospect. **Journal of Econometrics**, v. 146, n. 2, p. 202–206, 2008.

NEWAY, W. K.; WEST, K. D. **Automatic lag selection in covariance matrix estimation** *The Review of Economic Studies*, 1994.

NEWAY, W.; WEST, K. A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. **Econometrica**, v. 55, n. 3, p. 703–708, 1987.

PEEL, M. C. *et al.* **Issues with the Application of Empirical Mode Decomposition Analysis** MODSIM 2005 international congress on modelling and simulation.

Anais...modelling and simulation society of Australia and New Zealand, 2005

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing.**R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.r-project.org/>>.

RATHER, S. R.; DURAI, S. R. S.; RAMACHANDRAN, M. On the Methodology of Measuring Core Inflation. **Economic Notes**, v. 45, n. 2, p. 271–282, 2016.

RIBBA, A. Permanent-transitory decompositions and traditional measures of core inflation. **Economics Letters**, v. 81, n. 1, p. 109–116, 2003.

RICH, R.; STEINDEL, C. **A Comparison of Measures of Core Inflation**FRBNY **Economic Policy Review**. [s.l: s.n.].

ROGER, S. **Core inflation: concepts, uses and measurement:** Discussion Paper Series n. G98/9. Wellington: Reserve Bank of New Zealand, 1998.

SAID, S.; DICKEY, D. A. Testing for unit roots in autoregressive moving-average models of unknown order. **Biometrika**, v. 71, n. 3, p. 599–607, 1984.

SANTOS, C.; CASTELAR, I. Avaliando as medidas de núcleo da inflação no Brasil. **Economia Aplicada**, v. 20, n. 1, p. 35–56, 2016.

SANTOS, C.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. **Preveno a inflação no Brasil com grande conjunto de dados : uma aplicação do modelo de fatores comuns**II Encontro de Economia Aplicada (II EEA). **Anais...**Juiz de Fora: Faculdade de Economia/UFJF, 2016

SCHLEICHER, C. **Structural time series models with common trends and common cycles**Computing in Economics and Finance 2003. **Anais...**Society for Computational Economics, 2003

SCHUMACHER, C.; DREGER, C. Estimating large-scale factor models for economic activity in germany: Do they outperform simpler models? **Jahrbucher fur Nationalokonomie und Statistik**, v. 224, n. 6, p. 731–750, 2004.

SHAHIDUZZAMAN, M. Measuring core inflation in Bangladesh: The choice of alternative methods. **The Bangladesh Development Studies**, v. XXXII, n. 1, p. 23–44, 2009.

SHMUELI, G. To Explain or to Predict? **Statistical Science**, v. 25, n. 3, p. 289–310, ago. 2010.

SILVA, C. G. DA; LEME, M. C. DA S. An Analysis of the Degrees of Persistence of Inflation , Inflation Expectations and Real Interest Rate in Brazil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 65, n. 3, p. 289–302, 2011.

SILVA FILHO, T. N. T. DA; FIGUEIREDO, F. M. R. Revisitando as Medidas de Núcleo de Inflação do Banco Central do Brasil. **Trabalho para Discussão**, v. maio, n. 356, p. 1–30, 2014.

SINCLAIR, T. M. The relationships between permanent and transitory movements in U.S. output and the unemployment rate. **Journal of Money, Credit and Banking**, v. 41, n. 2–3, p.

529–542, 2009.

SMITH, J. K. Weighted Median Inflation: Is This Core Inflation? **Journal of Money, Credit and Banking**, v. 36, n. 2, p. 253–263, 2004.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Testing for Common Trends. **Journal of the American Statistical Association**, v. 83, n. 404, p. 1097–1107, 1988.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 20, n. 2, p. 147–162, 2002.

_____. Implications of Dynamic Factor Models for VAR Analysis. **NBER Working Paper Series**, v. 11467, p. 1–67, 2005.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Core Inflation and Trend Inflation. **The Review of Economics and Statistics**, v. 98, n. 4, p. 770–784, 2016.

TORRES, M. E. *et al.* **A Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise** IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). **Anais...Prague: IEEE**, 2011

TRENKLER, C.; WEBER, E. On the identification of multivariate correlated unobserved components models. **Economics Letters**, v. 138, p. 15–18, 2016.

TROMPIERI NETO, N.; CASTELAR, I.; LINHARES, F. C. **Núcleo da Inflação : Uma Aplicação do Modelo de Tendências Comuns para o Brasil** XXXIX Encontro Nacional de Economia. **Anais...Foz do Iguaçu, Brasil: Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia - ANPEC**, 2011

VAHID, F.; ENGLE, R. F. Common Trends and Common Cycles. **Journal of Applied Econometrics**, v. 8, n. 4, p. 341–360, 1993.

WU, ZHAOHUA AND HUANG, N. E. Ensemble Empirical Mode Decomposition : A Noise Assisted Data Analysis Method. **Advances in Adaptive Data Analysis**, v. 1, n. 1, p. 1–41, 2009.

ZHANG, X.; LAI, K. K.; WANG, S.-Y. A new approach for crude oil price analysis based on Empirical Mode Decomposition. **Energy Economics**, v. 30, n. 3, p. 905–918, 2008.

APÊNDICE A - CONJUNTO DAS SÉRIES MACROECONÔMICAS UTILIZADAS PARA PREVER A INFLAÇÃO

Tabela 14 - Descrição das séries macroeconômicas utilizadas para prever a inflação com modelo de fatores comuns (continua)

Séries macroeconômicas	Unidade	Identificador	Transf.
1 – Produção			
PIB	R\$	521274780	4
Expedição de caixas - papelão ondulado	Unid.	31873	3
Produção - petróleo – média	Barris/dia	32194	3
Produção física – alimentos	Índice	31845	3
Abate - bovinos - peso das carcaças	Kg (mil)	35921	3
Abate - suínos - peso das carcaças	Kg (mil)	35923	3
Produção - aço bruto	Kg (mil)	36495	3
Produção – cimento	Kg (mil)	37660	3
Produção - caminhões – montados	Unid.	600803224	3
Produção - ônibus – montados	Unid.	600803227	3
Produção - automóveis – montados	Unid.	600803230	3
Produção industrial - bens de capital	Índice	1506214474	3
Produção industrial - bens intermediários	Índice	1506214519	3
Produção industrial - bens de consumo	Índice	1506214564	3
Produção industrial - bens de consumo duráveis	Índice	1506214609	3
Produção industrial - bens de consumo não duráveis	Índice	1506214652	3
Produção industrial - indústria geral	Índice	1506214698	3
Produção industrial - indústria de transformação	Índice	1506214787	3
Utilização da capacidade instalada – indústria	%	33210	0
2 - Preços e indicadores monetários			
M0 – média	R\$	32130	4
M1 – média	R\$	32133	4
IPA origem - prod. Agropecuários	Índice	33670	3
IPA origem - prod. Industriais	Índice	33672	3
Inflação – INPC	% a.m.	36473	0
Cesta básica - município de São Paulo	R\$	38366	4
Inflação – IPCA	% a.m.	38513	0
Inflação - IGP-DI	% a.m.	39615	0
Inflação – IGP-OG	% a.m.	39617	0
Inflação – INCC	% a.m.	39618	0
Inflação - IPA-EP	% a.m.	39619	0
Inflação – ICV-SP	% a.m.	33239	2
Fatores condicionantes - papel-moeda emitido	R\$	39938	1
Fatores condicionantes - reservas bancárias	R\$	39939	1
Inflação - IPC (FGV)	% a.m.	39621	0
Inflação - IPC (FIPE)	% a.m.	34116	0
3- Mercado Externo			
Exportações – rentabilidade	Índice	37821	3
Reservas internacionais - liquidez internacional	US\$	32289	2
Serviços e rendas – serviços	US\$	39421	2
Serviços e rendas – rendas	US\$	39424	2
Estados Unidos - índice Dow Jones - fechamento	Índice	39720	3
Estados Unidos - índice NASDAQ - fechamento	Índice	39721	3
Importações - bens de consumo duráveis	Índice	35579	3
Importações - bens de consumo não duráveis	Índice	35580	3
Importações - bens intermediários	Índice	35581	3
Importações - bens de capital	Índice	35582	3
Importações – quantum	Índice	35590	3
Importações - (FOB) - US\$	Índice	36915	3
Exportações - bens de consumo duráveis	Índice	35674	3
Exportações - bens de consumo não duráveis	Índice	35675	3

Séries macroeconômicas	Unidade	Identificador	Transf.
Exportações - bens intermediários	Índice	35676	3
Exportações - bens de capital	Índice	35677	3
Exportações – quantum	Índice	35690	3
Exportações - (FOB) - US\$	Índice	36916	3
Termos de troca	Índice	1693727000	3
Câmbio contratado – comercial	US\$	32284	0
Câmbio contratado – financeiro	US\$	32287	0
Paridade do poder de compra (PPC)	-	548454529	2
Taxa de câmbio - R\$/US\$ - paralelo - fim período	R\$	35918	3
Relação câmbio efetivo/salário	Índice	39875	3
Conta capital e financeira - conta capital	US\$	39418	0
Conta capital e financeira - conta financeira	US\$	39419	0
Transferências unilaterais correntes	US\$	39531	0
4- Finanças Públicas			
Execução financeira - receitas	R\$	32226	4
Imposto sobre a circulação de mercadorias (ICMS)	R\$	32110	4
Execução financeira - despesas	R\$	32060	4
Dívida - gov. federal e Banco Central - líquida	R\$	32090	4
Imposto inflacionário - real - método 2B	R\$	36719	1
Imposto inflacionário - real - método 2A	R\$	36716	1
Imposto inflacionário - real - método 1B	R\$	36715	1
Imposto inflacionário - real - método 1A	R\$	36714	1
Dívida - total - estados e municípios - líquida	R\$	32088	4
Dívida fiscal - setor público - líquida	R\$	32072	4
NFSP - gov. federal e Banco Central - primário	R\$	1505384299	5
NFSP - estados e municípios - primário	R\$	1505384254	5
Fluxo de caixa da previdência - despesas	R\$	39057	4
Fluxo de caixa da previdência - recebimentos	R\$	1414756693	4
5 – Consumo e vendas			
Vendas de auto veículos*	Unid.	1378	3
Vendas nominais - indústria – SP	Índice	33696	3
Consumo - energia elétrica - comércio	GWh	38357	3
Consumo - energia elétrica – indústria	GWh	38358	3
Consumo - energia elétrica - outros setores	GWh	2027247947	3
Faturamento real - indústria – índice	Índice	33217	3
Inadimplência - índice em t-3	Índice	37852	2
Inadimplência - índice em t-4	Índice	37853	2
SPC - número de registros líquidos	Unid.	40075	2
Consumo aparente - derivados de petróleo - qde./dia	Barril	32035	3
Consumo aparente - bens de capital	Índice	39638	3
Consumo aparente - bens de consumo	Índice	848760088	3
Consumo aparente - bens duráveis	Índice	848760089	3
Consumo aparente - bens semi e não duráveis	Índice	848760090	3
Consumo aparente - bens intermediários	Índice	848760086	3
6 – Mercado de trabalho			
Horas trabalhadas - na produção - indústria - SP	Índice	33684	3
Horas pagas - indústria – SP	Índice	33692	3
Pessoal empregado – indústria	Índice	33212	3
Taxa de desemprego – RMSP	%	37655	3
Taxa de desemprego - aberto – RMSP	%	37656	3
Nível de emprego - indústria – SP	Índice	1684652394	3
Salário nominal - indústria – SP	Índice	33694	3
Folha de pagamento - indústria geral	Índice	39625	3
Emprego formal - Índice geral*	Índice	1586	3
Taxa de desemprego - oculto – RMSP	%	37657	3
Horas trabalhadas – indústria	Índice	33208	3
Salário real - médio - indústria – SP	Índice	33690	3
Rendimento médio - real - assalariados - RMSP	Índice	37654	3
7 – Mercado Financeiro			

Séries macroeconômicas	Unidade	Identificador	Transf.
Índice de ações - Ibovespa – fechamento	% a.m.	31875	0
Taxa de juros - Over / Selic	% a.m.	32241	3
Taxa de câmbio - R\$/US\$ - comercial - média	R\$	32101	3
Dólar comercial - rendimento nominal	Índice	32220	2
Fundo de ações - rendimento nominal	Índice	32210	2
Índice de confiança do consumidor (ICC)	Índice	40080	3
Índice de expectativas (IEC)	Índice	40082	3
Operações de crédito ao setor público	R\$	1067371625	4
Operações de crédito ao setor privado	R\$	1067371640	4
Operações de crédito – comércio	R\$	1067371633	4
Operações de crédito – imobiliário	R\$	1067371629	4
Operações de crédito – indústria	R\$	1067371627	4
Operações de crédito - outros serviços	R\$	1067371638	4
Operações de crédito - pessoas físicas	R\$	1067371636	4
Operações de crédito ao setor privado - rural	R\$	1067371632	4
Taxa de juros - CDI/Over	% a.m.	32237	3
Taxa de juros – TBF	% a.m.	32244	3
Taxa de juros – TR	% a.m.	32245	2

Fonte: Elaborada pelos autores.

Notas: Os dados são obtidos no Ipeadata. * indica dados do Banco Central do Brasil. Transformações: 0 sem transformação; 1 deflaciona; 2 primeira-diferença; 3 log-diferença; 4 log-diferença e deflacionada; 5 primeira-diferença e deflacionada.

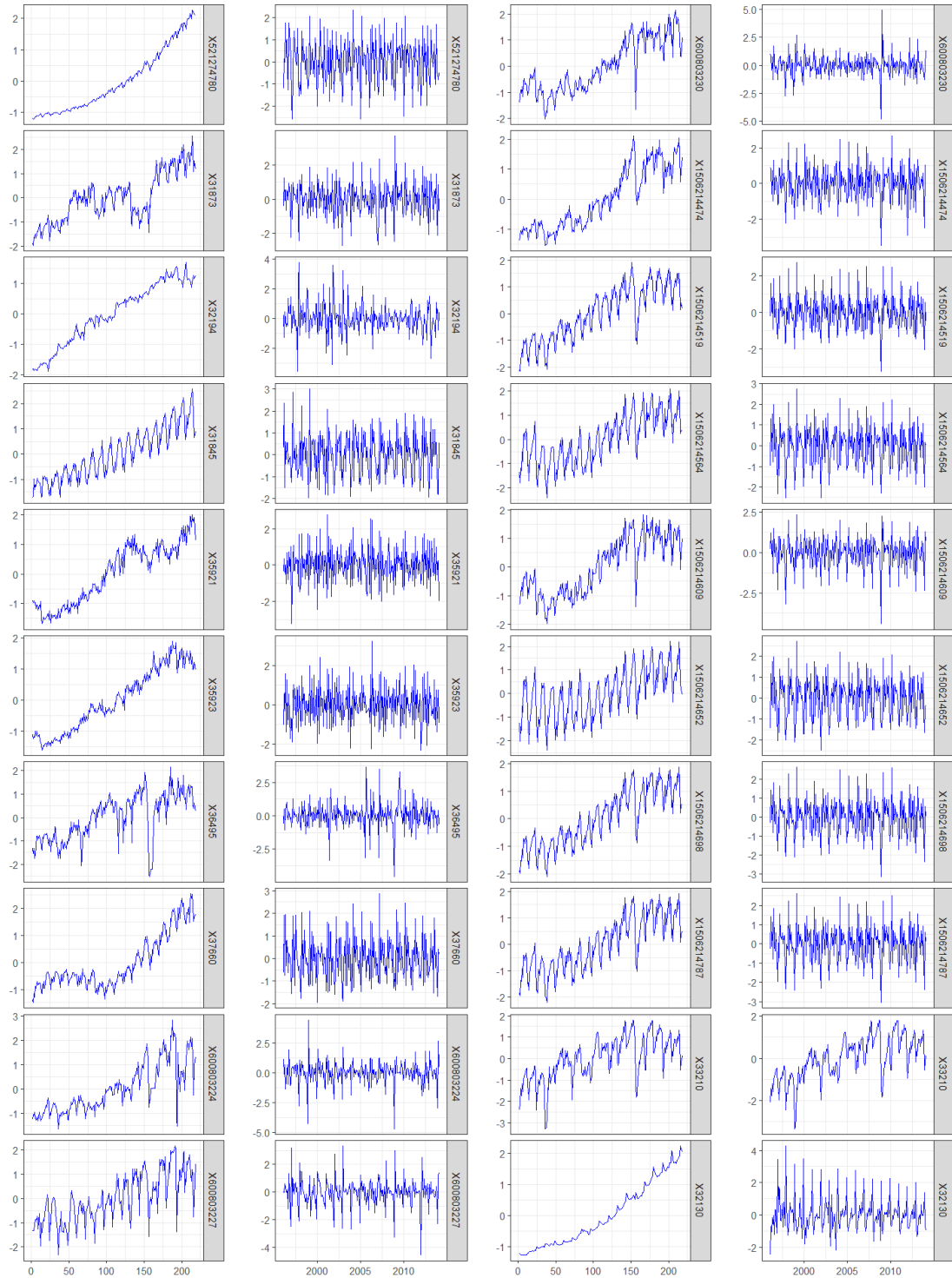


Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (continua).

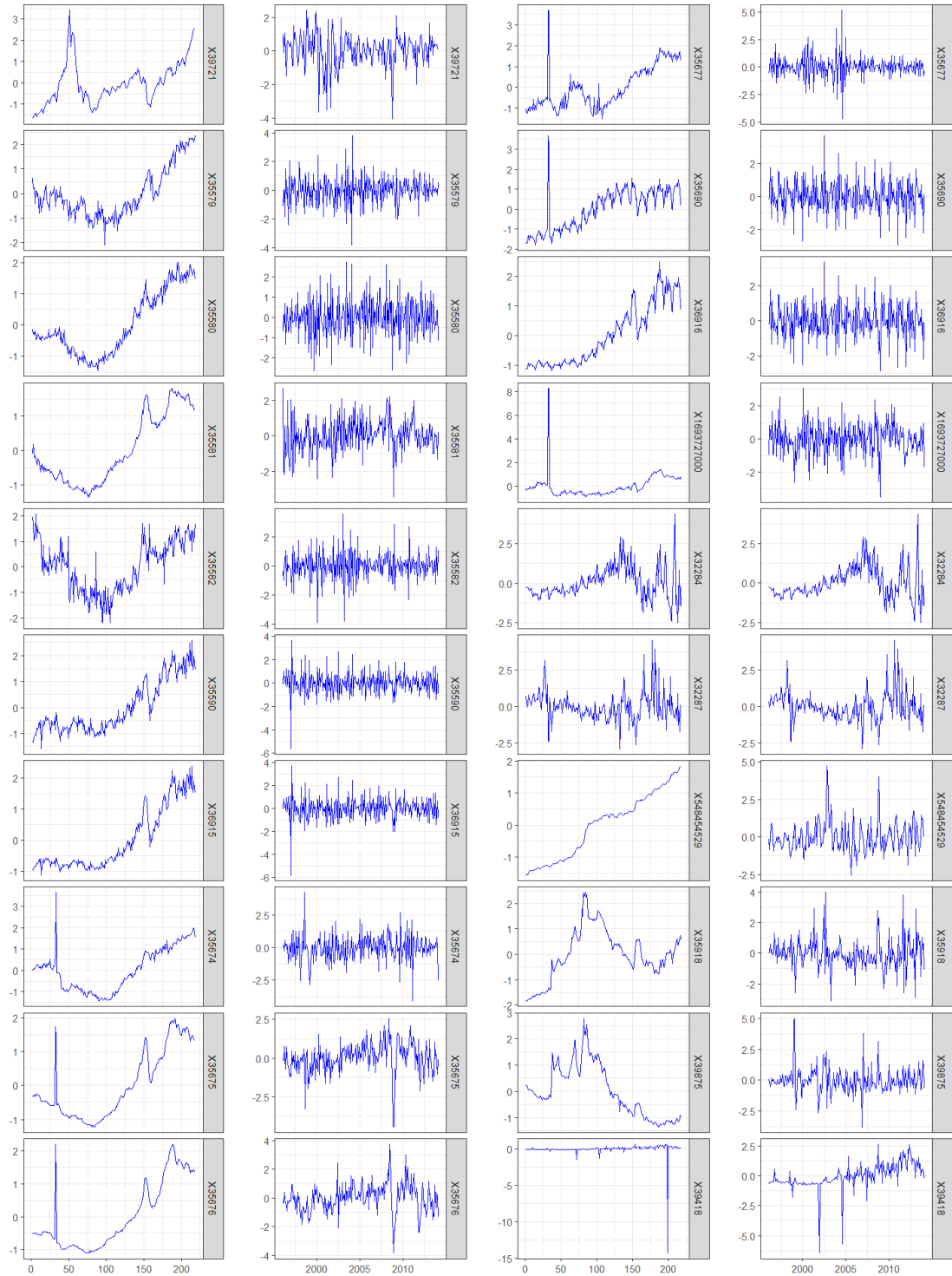


Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (continuação).

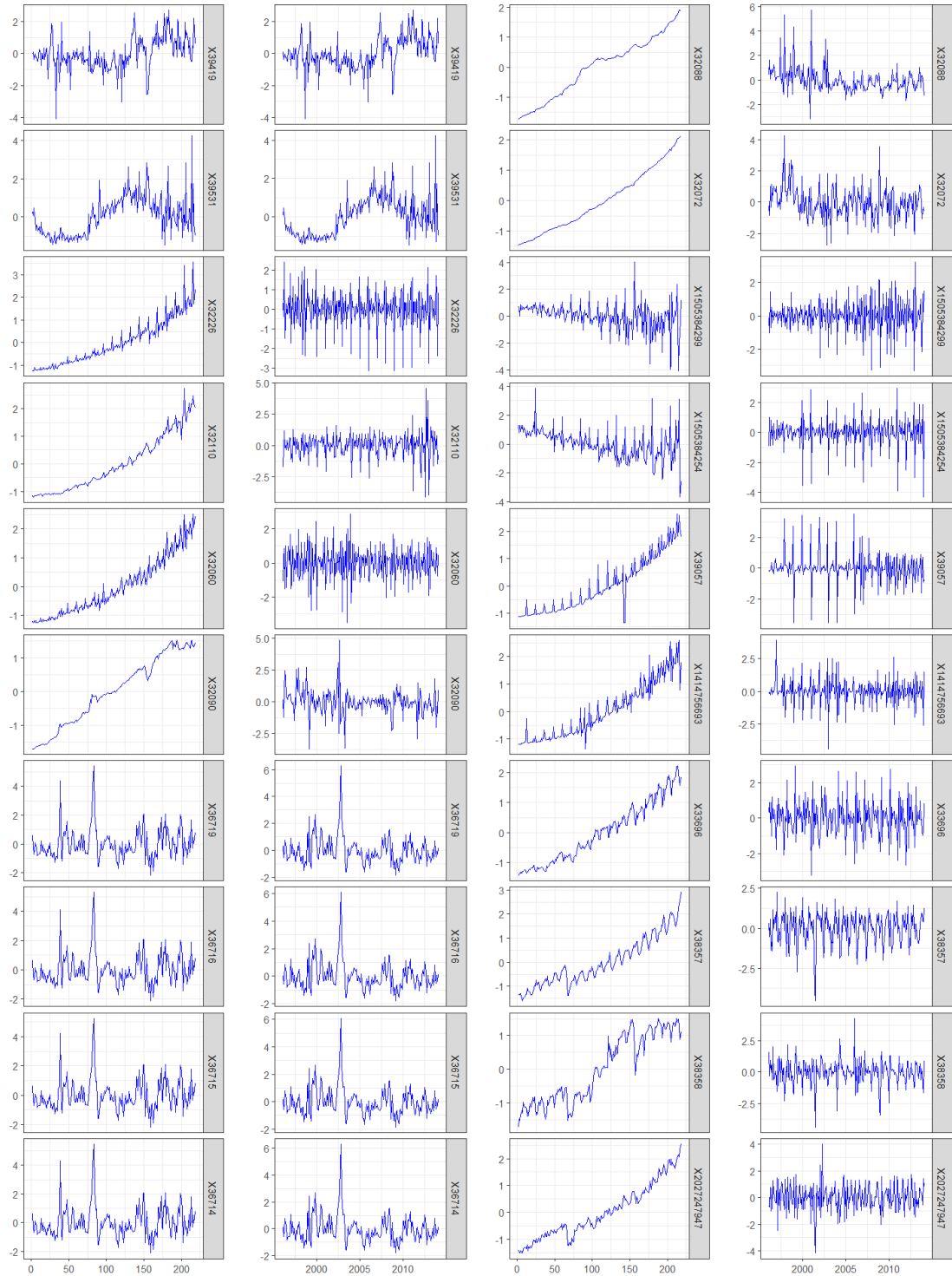


Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (continuação).

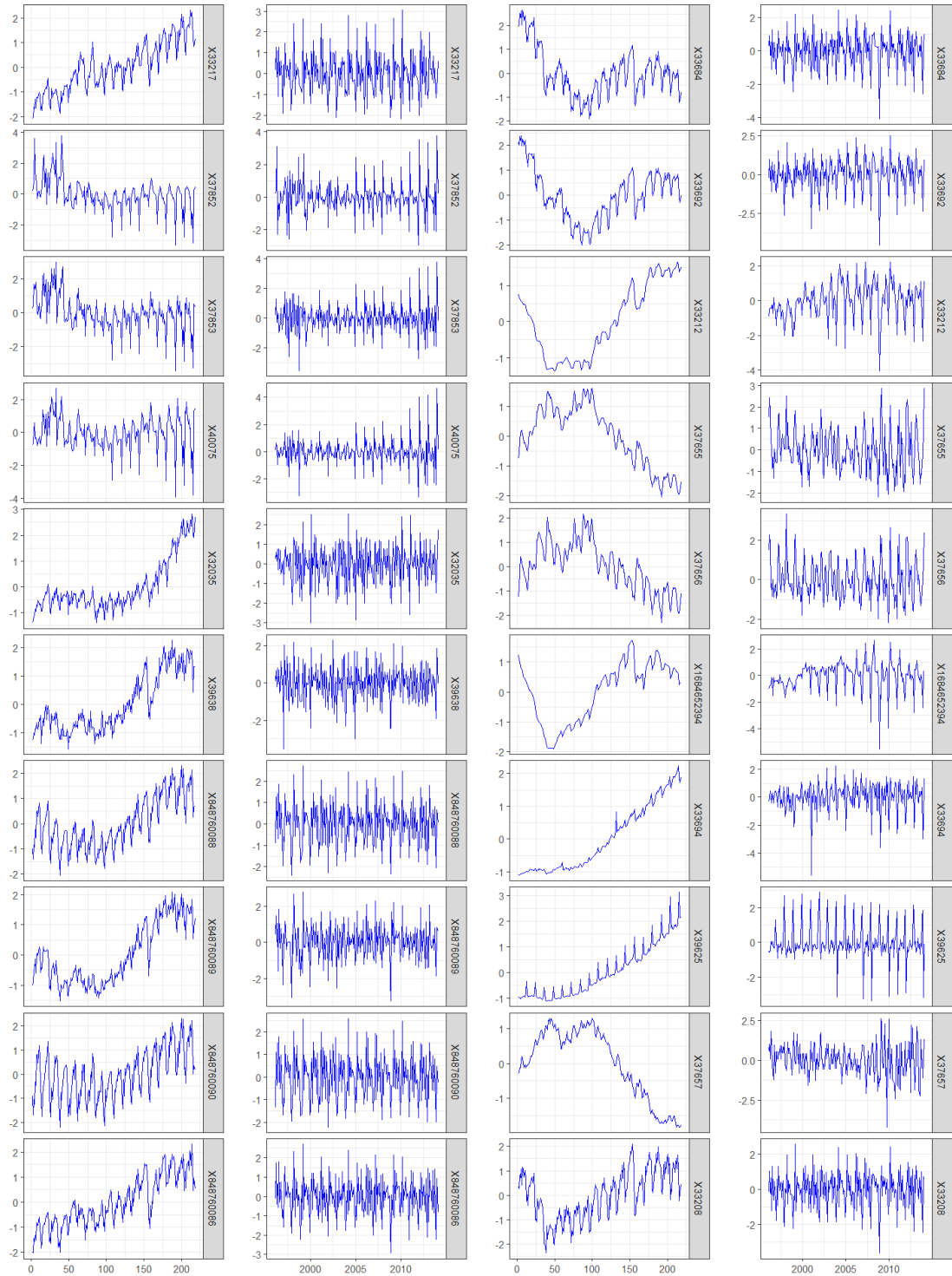


Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (continuação).

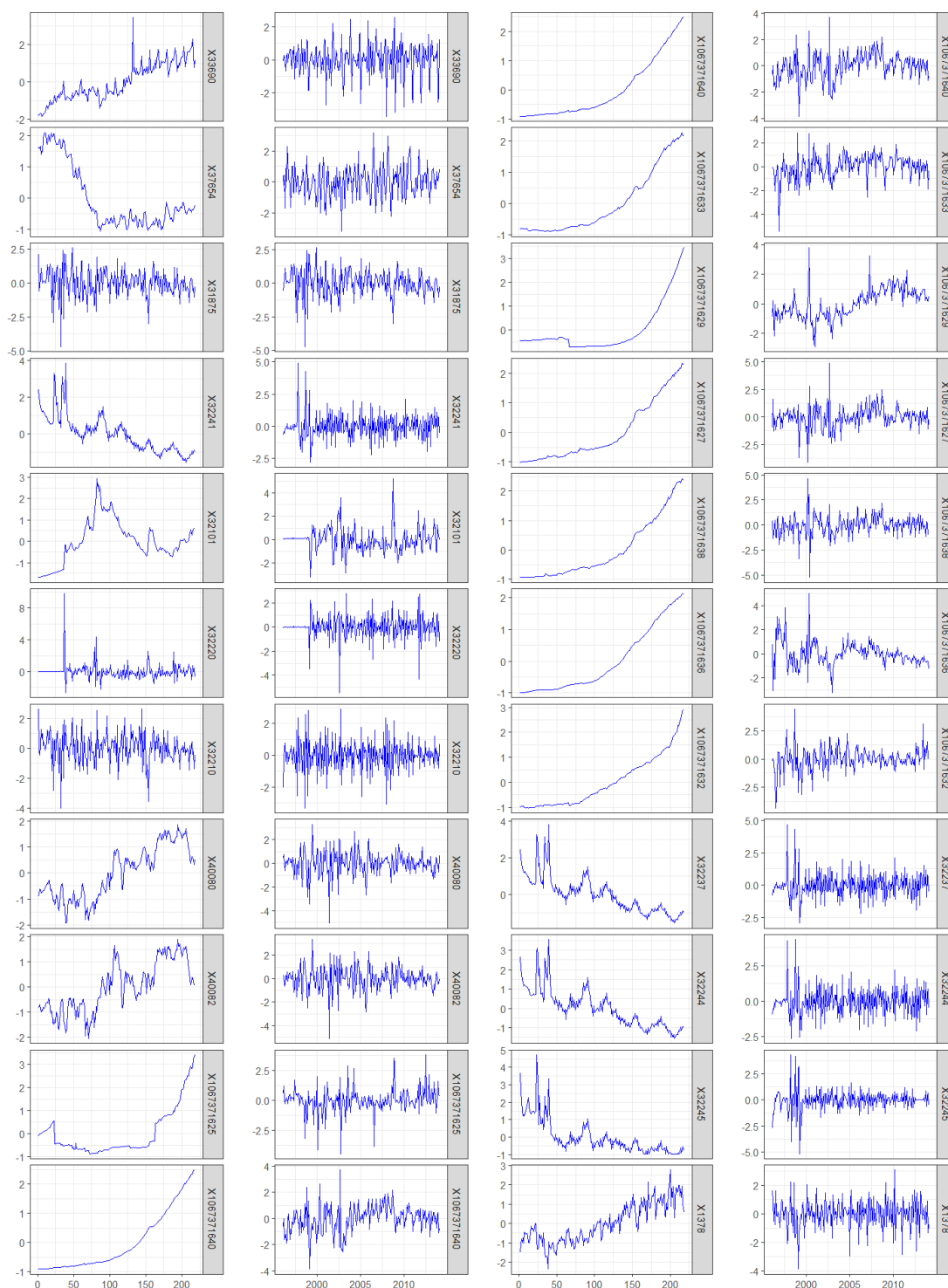


Figura 12 – Séries macroeconômicas antes e depois da transformação para estacionariedade (conclusão).

Fonte: Elaborado pelos autores.

Nota: Detalhes sobre as séries e as respectivas transformações podem ser consultados na Tabela 14.