



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - CAEN
DOUTORADO EM ECONOMIA

RAFAEL CARNEIRO DA COSTA

**ENSAIOS ECONOMÉTRICOS SOBRE A TEORIA QUANTITATIVA DA MOEDA E A
CURVA DE PHILLIPS**

FORTALEZA

2016

RAFAEL CARNEIRO DA COSTA

**ENSAIOS ECONOMÉTRICOS SOBRE A TEORIA QUANTITATIVA DA MOEDA E A
CURVA DE PHILLIPS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Economia. Área de concentração: Econometria Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar.

Coorientador: Prof. Dr. Nicolino Trompieri Neto.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós Graduação em Economia - CAEN

-
- C875e Costa, Rafael Carneiro
 Ensaio econométrico sobre a teoria quantitativa da moeda e a curva de Phillips / Rafael Carneiro da Costa. – 2016.
 82f. il. color., enc. ; 30 cm.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós Graduação em Economia, CAEN, Fortaleza, 2016.
 Orientação: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar
- Curva de Phillips 2 Econometria 3. Teoria quantitativa da moeda I. Título.

CDD 330.015195

RAFAEL CARNEIRO DA COSTA

ENSAIOS ECONOMÉTRICOS SOBRE A TEORIA QUANTITATIVA DA MOEDA E A
CURVA DE PHILLIPS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Economia. Área de concentração: Econometria Aplicada.

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Nicolino Trompieri Neto (co-Orientador)
Universidade de Fortaleza (UNIFOR)

Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Pablo Urano de Carvalho Castelar
Universidade Estadual do Ceará (UFC)

Prof^a. Dr^a. Kilvia Helane Cardoso Mesquita
Universidade Estadual do Ceará (UFC)

A Deus.

Aos meus pais, Manoel e Fátima.

À minha esposa, Mirna.

AGRADECIMENTOS

Ao nosso Senhor e Pai, que me dá forças para viver quando fraquejo, que traz as vitórias em minha vida quando penso estar derrotado, que me dá ânimo quando quero desistir, que me traz esperança quando não acredito mais, que me capacita quando já não sei mais como seguir adiante, que me leva em seus braços quando não tenho mais forças para caminhar. Por sempre estar presente na minha vida me protegendo e amando, é que eu agradeço principalmente a Deus.

Ao professor Dr. Ivan Castelar, por sua orientação e incentivo que vem sendo fundamental no meu doutorado, assim como também foi no meu mestrado.

Ao co-Orientador Nicolino Trompieri Neto pelas discussões, colaborações e incentivos no desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores participantes da banca examinadora Roberto Tatiwa Ferreira, Pablo Urano de Carvalho Castelar e Kilvia Helane Cardoso Mesquita pelo tempo disponibilizado, pelas valiosas colaborações e sugestões.

À minha mãe, Maria de Fátima Carneiro da Costa, e meu pai, Manoel Estevão Costa, que viveram sempre para capacitar e dar o melhor para seus filhos e que sempre acreditaram que eu poderia chegar à conclusão da pós-graduação. Sem eles, nada disto teria acontecido e por isso eu os amo e sou eternamente grato.

À minha esposa, Mirnna Vasconcelos da Silva, por me fortalecer nos momentos mais difíceis, por ser minha melhor amiga e minha inspiração.

À minhas irmãs, Ana Paula Carneiro da Costa e Carla Patrícia Carneiro da Costa, pela amizade, união e pelo amor que temos uns pelos outros. E minhas sobrinhas Ana Cecilia Costa Martins e Ana Alice Costa Martins, a quem tanto amo.

Aos meus inúmeros amigos, pelos auxílios nos momentos difíceis, pelo incentivo e amizade.

E aos demais que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente para a construção deste trabalho.

“A essência da filosofia liberal é a crença na dignidade do indivíduo, em sua liberdade de usar ao máximo suas capacidades e oportunidades de acordo com suas próprias escolhas, sujeito somente à obrigação de não interferir com a liberdade de outros indivíduos fazerem o mesmo.” (Milton Friedman)

RESUMO

A presente tese discute a aplicação de relações consagradas na macroeconomia sob arcabouços de ordem mais empírica. O primeiro capítulo trata de uma análise empírica da teoria quantitativa da moeda no Brasil, considerando tanto sua versão fraca, que investiga a relação entre a moeda e a renda nominal, quanto sua versão forte, que versa sobre a relação puramente nominal entre moeda e preços. Sob a metodologia de Vahid e Engle (1993), investiga-se a existência de relações de equilíbrio de curto prazo entre estas variáveis e, se possível, extrai-se os ciclos comuns das séries para averiguar suas correlações com os ciclos individuais e identificar a existência de relações causais entre os mesmos. Nos casos onde a moeda é representada por sua versão restrita, conforme a definição do Banco Central do Brasil, são detectadas a presenças de uma tendência comum e de um ciclo comum nas duas versões consideradas da teoria básica. Portanto, seus resultados trazem consigo considerável compreensão acerca da natureza da interação entre as séries e, por conseguinte, que o padrão observado de comovimento é consistente com as premissas da teoria quantitativa da moeda. O segundo capítulo investiga a relação entre a taxa de inflação e o hiato do produto no país sob a metodologia do modelo de componentes não observados, aos moldes do trabalho de Harvey (2011). Primeiramente uma estrutura bivariada é construída a partir das séries da inflação e do produto, visando identificar uma alta correlação entre os resíduos estimados dos componentes cíclicos para assim garantir que a inflação seja diretamente afetada pelo hiato do produto, representado aqui por seu ciclo. Além disso, investigam-se as presenças de tendências e ciclos comuns nesta estrutura. Uma modelagem alternativa também é considerada onde desta vez toma-se um modelo univariado da taxa de inflação diretamente afetada pelo hiato do produto. A vantagem desta estrutura é que ela permite que o parâmetro que mensura os efeitos do hiato do produto sobre a inflação possa variar sobre o tempo. São consideradas três diferentes especificações para identificar o processo dinâmico deste coeficiente: um processo AR(1), um passeio aleatório e um modelo de suavização por *spline*. O primeiro modelo apresenta melhor ajuste e maior poder preditivo e o parâmetro aponta que embora a relação da curva de Phillips seja válida, esta possui uma forma achatada no período estudado, indicando uma baixa sensibilidade da taxa de inflação sob os impactos oriundos de variações no hiato do produto.

Palavras-chave: Teoria quantitativa da moeda. Ciclos comuns. Curva de Phillips. Modelo de componentes não observados.

ABSTRACT

This thesis discusses the application of established relationships in macroeconomics under more empirical frameworks. The first chapter deals with an empirical analysis of the quantity theory of money in Brazil, considering both its weak version, which investigates the relationship between money and nominal income, as its strong version, which deals with the purely nominal relationship between money and prices. Under the methodology of Vahid and Engle (1993), one investigates the existence of short-term equilibrium relationships between these variables and, if possible, common cycles are extracted from the series to determine their correlation with the individual cycles and identify the existence of causal relations between them. In cases where the money is represented by its restricted version, as defined by the Central Bank of Brazil, it is detected the presence of a common trend and a common cycle in both versions of the basic theory. Therefore, their results provide considerable insight into the nature of the interaction between the series and therefore that the observed pattern of co-movement is consistent with the assumptions of the quantity theory of money. The second chapter investigates the relationship between the inflation rate and the output gap in Brazil under the methodology of unobserved component model, in the spirit of Harvey (2011). First a bivariate structure is constructed from the series of inflation and output in order to identify a high correlation between the estimated disturbances of cyclical components and thus ensure that inflation is directly affected by the output gap, represented here by his cycle. Moreover, we investigate the presence of common trends and cycles in this structure. An alternative modelling is also considered where a univariate model of inflation is directly affected by the output gap. The advantage of this structure is that it allows the parameter that measures the effects of the output gap on inflation may vary over time. Three different specifications to the dynamic process of this coefficient are considered: an AR(1), a random walk and a smoothing spline model. The first one features better fit and greater predictive power. Three different specifications to the dynamic process of this coefficient are considered: an AR(1), a random walk and a smoothing spline model. The first one presents better fit and greater predictive power. The time-varying regression coefficient indicates that although the relationship of the Phillips curve is valid, it presents a flattened shape during the study period, indicating a low sensitivity of the inflation rate under the impact arising from changes in the gap of product.

Keywords: Quantity theory of money. Common cycles. Phillips curve. Unobserved component model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Casos em que V é constante	29
Figura 1.2 – Casos em que V não é estacionário e não exhibe ciclos	30
Figura 1.3 – Casos em que V exhibe ciclos	31
Figura 1.4 – Variáveis do modelo	32
Figura 1.5 – Tendências individuais e comuns: moeda e renda nominal	38
Figura 1.6 – Ciclos individuais e comuns: moeda e renda nominal	39
Figura 1.7 – Tendências individuais e comuns: moeda e preço	41
Figura 1.8 – Ciclos individuais e comuns: moeda e preço	42
Figura 2.1 – Variáveis do modelo	67
Figura 2.2 – Ciclos obtidos de modelos univariados para inflação e produto.....	71
Figura 2.3 – Modelo univariado com parâmetro variável conforme um processo AR (1) .	73
Figura 2.4 – Previsões "um passo à frente", condicionais ao hiato do produto estimado ..	74
Figura 2.5 – Previsões "vários passos à frente", condicionais ao hiato do produto estimado.....	75
Figura 2.6 – Dinâmica do parâmetro na relação inflação x hiato do produto	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1	– Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas, 1994 – 2015	33
Tabela 1.2	– Teste de estacionariedade: variáveis em nível	34
Tabela 1.3	– Teste de HEGY: variáveis em nível	35
Tabela 1.4	– Teste de estacionariedade: variáveis em primeira diferença	35
Tabela 1.5	– Teste de cointegração	36
Tabela 1.6	– Teste de ciclos comuns	37
Tabela 1.7	– Estatísticas descritivas dos ciclos: versão fraca da TQM	39
Tabela 1.8	– Correlação entre os ciclos: versão fraca da TQM	40
Tabela 1.9	– Causalidade de Granger entre os ciclos: versão fraca da TQM	40
Tabela 1.10	– Estatísticas descritivas dos ciclos: versão forte da TQM	42
Tabela 1.11	– Correlação entre os ciclos: versão forte da TQM	43
Tabela 1.12	– Causalidade de Granger entre os ciclos: versão forte da TQM	43
Tabela 2.1	– Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas	68
Tabela 2.2	– Teste de Tendência Comum: produto x inflação.....	69
Tabela 2.3	– Testes de Diagnóstico: modelo bivariado.....	70
Tabela 2.4	– Testes de Diagnóstico: Taxa de inflação com parâmetro variável.....	72
Tabela 2.5	– Critérios para escolha dos modelos estimados.....	72
Tabela 2.6	– Hiperparâmetros estimados: variâncias estimadas.....	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADF	<i>Augmented Dickey-Fuller</i>
ARDL	<i>Autoregressive-Distributed Lag</i>
ARFIMA	<i>Autoregressive fractionally integrated moving average</i>
ARMAX	<i>Autoregressive-moving average with exogenous inputs</i>
BNSW	Beveridge, Nelson, Stock e Watson
CCSC	Característica de Correlação Serial Comum
CP	Curva de Phillips
CPNKH	Curva de Phillips Novo Keynesiana Híbrida
DMA	<i>Dynamic Model Averaging</i>
DSGE	<i>Dynamic Stochastic General Equilibrium</i>
DW	Durbin-Watson
EGARCH	<i>Exponential Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity</i>
HEGY	Hylleberg, Engle, Granger e Yoo
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
MCNO	Modelo de Componentes Não Observados
KPSS	Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin
MGM	Método Generalizado de Momentos
MMEP	Média Móvel Exponencialmente Ponderada
MQ2E	Método de Mínimos Quadrados em 2 Estágios
NAIRU	<i>Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment</i>
NH	Nyblom-Harvey
NID	Normalmente e Identicamente Distribuídos
PIB	Produto Interno Bruto
RV	Razão de Verossimilhança
STAMP	<i>Structural Time Series Analyser, Modeller and Predictor</i>
TQM	Teoria Quantitativa da Moeda
TAR	<i>Threshold Autorregressive</i>
VAR	Vetor Auto-Regressivo
VC	Valor Crítico
VEC	<i>Vector Error Correction</i>
VEP	Variância do Erro de Previsão

SUMÁRIO

1	TEORIA QUANTITATIVA DA MOEDA: UMA APLICAÇÃO DE CICLOS COMUNS PARA O BRASIL	13
1.1	Introdução	13
1.2	Revisão da Literatura	15
<i>1.2.1</i>	<i>Evolução histórica da Teoria Quantitativa da Moeda</i>	<i>15</i>
<i>1.2.2</i>	<i>Literatura empírica</i>	<i>18</i>
1.3	Metodologia Econométrica	23
1.4	Dados	28
<i>1.4.1</i>	<i>Relação das séries sob a perspectiva da TQM</i>	<i>28</i>
<i>1.4.2</i>	<i>Análise descritiva dos dados</i>	<i>32</i>
1.5	Resultados	33
<i>1.5.1</i>	<i>Testes preliminares</i>	<i>33</i>
<i>1.5.2</i>	<i>Testes de ciclos comuns</i>	<i>37</i>
<i>1.5.3</i>	<i>Análise das tendências e ciclos comuns na versão fraca da TQM</i>	<i>37</i>
<i>1.5.4</i>	<i>Análise das tendências e ciclos comuns na versão forte da TQM</i>	<i>40</i>
1.6	Considerações Finais	44
	REFERÊNCIAS	46
2	A RELAÇÃO INFLAÇÃO-HIATO DO PRODUTO: UMA APLICAÇÃO DA CURVA DE PHILLIPS PARA O BRASIL.....	49
2.1	Introdução	49
2.2	Revisão da Literatura	50
<i>2.2.1</i>	<i>Evolução histórica da curva de Phillips.....</i>	<i>50</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Literatura empírica recente.....</i>	<i>54</i>
2.3	Metodologia Econométrica	60
<i>2.3.1</i>	<i>Modelagem univariada.....</i>	<i>61</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Modelagem bivariada.....</i>	<i>64</i>
<i>2.3.3</i>	<i>Fatores Comuns.....</i>	<i>65</i>
2.4	Resultados	67
<i>2.4.1</i>	<i>Análise descritiva dos dados.....</i>	<i>67</i>
<i>2.4.2</i>	<i>Caso bivariado.....</i>	<i>68</i>
<i>2.4.3</i>	<i>Modelo univariado com parâmetro variável sobre o tempo.....</i>	<i>72</i>

2.5	Considerações Finais	77
	REFERÊNCIAS	79

1 TEORIA QUANTITATIVA DA MOEDA: UMA APLICAÇÃO DE CICLOS COMUNS PARA O BRASIL

1.1 Introdução

A discussão em torno da relação entre moeda, preços e renda nominal é um tema amplamente debatido nos mais diversos países em diferentes períodos: tal debate surge da questão sobre qual o verdadeiro impacto de uma mudança na quantidade monetária sobre o nível geral de preços, o nível de produção e sobre o emprego. De três séculos atrás até os dias de hoje, vários pensadores vêm formulando teorias que explicam o comportamento e os efeitos de cada uma destas variáveis sobre as demais. Este interesse reside no fato de que, uma vez confirmada a existência da relação e definida a direção de causalidade, os gestores econômicos poderão formular políticas que atinjam a variável correta para impactar aqueles fatores macroeconômicos de interesse que não podem ser manipulados diretamente.

Dentre as teorias formuladas com este intuito, a Teoria Quantitativa de Moeda é uma das mais antigas presentes na economia, onde talvez sua primeira formulação teórica tenha ocorrido com os ensaios de Hume (1752). Vale destacar que muito antes das contribuições de Hume, já havia um esboço do que seria a teoria quantitativa da moeda em meados do século XVI com as argumentações de Martin Navarro (1556) e Jean Bodin (1568) a respeito do aumento dos preços na Europa: para eles, tal fenômeno se devia à entrada de ouro no continente pela Espanha coletado em suas colônias (DIMAND, 2013, p. 284).

Mas é a partir dos ensaios de Hume (1752), principalmente aquele que discute a respeito da moeda, que surge uma ideia de efeito proporcional da quantidade monetária sobre o nível geral de preços. Vários pensadores clássicos e neoclássicos colaboraram para o debate e difusão da teoria, desde David Ricardo e John Stuart Mill, até Alfred Marshall, Knut Wicksell e Edwin Kemmerer, mas o principal representante da teoria na época foi Irving Fisher (1911) com a formulação matemática do que viria a ser a mais famosa representação desta teoria. Uma outra contribuição significativa ocorreu em meados do século passado com a corrente monetarista, cujo maior expoente foi Milton Friedman, que alterou algumas características da teoria e a revitalizou, resgatando sua importância nas discussões atuais da macroeconomia (BLAUG, 1997).

Embora seja uma teoria quase tão antiga quanto o próprio estudo da economia, sua importância ainda se faz presente nas principais economias, seja nas discussões acerca

do programa de *Quantitative Easing*¹ promovido pelos bancos centrais de países como Estados Unidos e Japão, seja como sustentáculo da política monetária em regiões como a zona do Euro (CLINE, 2015). Diante da importância atual e das divergências que surgem a respeito da sua eficácia na prática para diferentes cenários políticos e econômicos, vários trabalhos empíricos ainda se manifestam, seja pela introdução de novas abordagens, seja em função do desenvolvimento na metodologia econométrica empregada nas últimas décadas.

Considerando as diversas abordagens já desenvolvidas da Teoria Quantitativa da Moeda, podemos dividi-la em uma versão fraca e outra forte. A primeira, que considera a relação entre moeda e renda nominal, afirma que o aumento na oferta monetária afeta produto real e preços: esta versão foi considerada tanto por neoclássicos quanto por monetaristas, em cenários de curto prazo. Por sua vez, a versão forte afirma que mudanças na quantidade de moeda ofertada apresentam impacto apenas sobre o nível geral de preços, de tal modo que variáveis reais permaneceriam neutras a tais mudanças: este pressuposto de neutralidade da moeda também é respaldado pela abordagem neoclássica e monetarista no longo prazo, além de ser defendido pelos clássicos em ambos os cenários.

O objetivo do presente estudo é investigar a relação entre renda nominal (ou nível geral de preços) e estoque de moeda anunciadas na teoria quantitativa da moeda, nos moldes do trabalho de Hall e Shepherd (2003), ou seja, por meio da verificação de comovimentos cíclicos destas variáveis. Aqui, segue-se a metodologia formulada por Vahid e Engle (1993) para os testes de ciclos comuns em Ciclos de Negócios, obtendo adicionalmente, sob algumas condições, as tendências individuais e os ciclos de cada variável por meio de uma análise multivariada com restrições de cointegração.

Este ensaio está dividido em 5 seções, além desta introdução. Na seção 2 é feita uma revisão da literatura, apresentando a evolução da teoria quantitativa da moeda no pensamento econômico desde a contribuição de Fisher e a formulação da equação de trocas até a abordagem da demanda por moeda de Friedman; posteriormente é apresentada uma amostra dos trabalhos aplicados mais recentes em diversas economias. A metodologia utilizada e a descrição dos dados investigados no estudo são apresentadas na seção 3; a seção 4 apresenta o resultado dos testes e estimações empregadas; por fim, a conclusão destaca e retoma os objetivos iniciais, verificando o atendimento destes e apresentando as considerações finais.

¹Programa de alívio quantitativo que consiste na criação e injeção de moeda nova na economia, estimulando, por conseguinte, a atividade econômica. O banco central cria dinheiro de forma eletrônica e utiliza-o para comprar ativos junto aos bancos comerciais. Ao ajudar os bancos a desfazerem-se destes ativos, este programa aumenta o dinheiro disponível nas instituições financeiras e encoraja-as a canalizarem esses recursos para a economia real, a juros mais baixos, na forma de empréstimos a consumidores e empresas, aumentando a concessão de crédito e a procura agregada.

1.2 Revisão da Literatura

1.2.1 *Evolução Histórica da Teoria Quantitativa da Moeda*

A teoria quantitativa da moeda (TQM) surge a partir da identidade entre o volume de transações mensurado por seus preços correntes e a quantidade de moeda multiplicada pelo número de vezes que esta circula em um determinado período de tempo, isto é, o número de vezes em que o dinheiro troca de mãos. Esta identidade ganhou uma estrutura matemática a partir da equação de trocas difundida² por Fisher (1911):

$$MV = PT \quad (1)$$

onde M representa o estoque de moedas, isto é, a oferta monetária, V denota a velocidade de circulação da moeda, P é o nível geral de preços e T é o número total de transações, dado um intervalo de tempo. Portanto, ambos os lados de (1) representam as transferências totais entre agentes econômicos no momento da transação: no lado esquerdo da equação, referente a moeda no ato do pagamento; e no lado direito, referente a bens e serviços. Segundo Fisher, a variação de M não depende dos movimentos nas demais variáveis, considerando-a assim como dada³. Da mesma forma, V não depende das outras variáveis presentes na identidade, sendo influenciada por variáveis institucionais e possuindo um comportamento constante ou, no mínimo, estável. É a partir destas hipóteses que a identidade passa a ser considerada como uma equação que explicita a relação causal entre moeda e preços. A equação de trocas também foi representada como:

$$MV + M'V' = PT \quad (2)$$

onde aqui M passa a denotar o volume de moeda corrente e V por sua vez é a velocidade de transação deste volume, enquanto M' representa o estoque de depósitos à vista e V' é a velocidade de circulação do mesmo. Essa reformulação reflete a discussão da época a cerca da inclusão de depósitos à vista na variável estoque de moeda⁴, bem como traz a possibilidade de mensurar V' através dos registros bancários, algo que não é possível para V .

Posteriormente a equação de trocas clássica sofreu uma nova reformulação,

²Segundo FRIEDMAN (2008), esta versão inicial da equação de trocas foi formulada por Simon Newcomb em 1885.

³Considera-se aqui que a oferta de moeda é controlada pelas autoridades monetárias, portanto definida exogenamente.

⁴Até hoje muitos trabalhos aplicados analisam as relações desta teoria utilizando diferentes graus de meios de pagamento como representação da moeda, conforme o seu grau de liquidez.

desta vez restringindo-se às transações associadas à renda:

$$MV = PY \quad (3)$$

onde Y equivale ao nível de produto real. Observe que produção e transação não são processos idênticos, pois não necessariamente as aquisições envolvem moeda propriamente dita, bem como as transações intermediárias não são imputadas no produto, apenas seus valores adicionados. Um outro exemplo é que rendas relacionadas a aluguel, por exemplo, são contabilizadas no produto, embora não haja transação. O que se considera portanto aqui é que existe uma relação direta entre as duas variáveis, embora estas representem processos diferentes. (FRIEDMAN, 2008). Em (3), ao invés de V representar a velocidade-transação da circulação da moeda, este passa a ser a velocidade-renda da circulação da moeda, ou seja, "o número de vezes que uma nota de unidade monetária entra na renda de um agente econômico em um dado período"(ALÉM, 2010, p.124). Em consonância com a lei de Say e a ideia clássica que os preços são flexíveis inclusive no curto prazo, o produto real se encontra sempre no seu nível de pleno emprego. Considerando por conseguinte que V e Y são constantes, é que se chega à conclusão da TQM: a variação no nível geral de preços P ocorre em função de variações na quantidade de moeda ofertada.

Na abordagem dos economistas neoclássicos de Cambridge, o enfoque da TQM não estava na perspectiva das transações, mas sim sob a ótica microeconômica dos saldos monetários. Segundo esta ótica, a moeda precisa ser retida parcialmente pelo indivíduo pois este sabe que suas obrigações de pagamento não acontecem no mesmo momento em que ele capta renda. Por sua vez, a quantidade média de moeda que o agente econômico deseja manter dependerá de sua renda. Este enfoque dá origem à seguinte equação de demanda por moeda:

$$M^d = kPY \quad (4)$$

onde k , denominada constante marshalliana, é a proporção da renda nominal que os agentes econômicos desejam reter na forma de moeda. Considerando que em equilíbrio, o estoque de moeda M deve ser igual à quantidade demandada por moeda M^d , e a partir disso tomando as equações (3) e (4), conclui-se que o parâmetro k é o inverso de V , ou seja, uma maior retenção da moeda por parte dos indivíduos faz com que esta mude de mãos com pouca frequência.

A equação de Cambridge (4) portanto ratifica a conclusão obtida pela equação de Fisher: que o aumento no estoque de moeda no longo prazo causa de fato um aumento na mesma proporção sobre os preços, defendendo assim a hipótese de neutralidade da moeda no longo prazo. Contudo, os neoclássicos afirmavam que a variação na oferta monetária tinha impacto sobre o nível do produto real no curto prazo. Corazza e Kremer

(2003, p.10) destacam que uma importante contribuição destes pensadores neoclássicos foi a inserção da TQM na abordagem marshalliana junto à teoria dos ciclos de negócios, ao analisar que a variação do estoque de moeda tem impacto sobre ciclos a ponto de causar *booms* e recessões.

Uma outra abordagem da TQM foi construída pela escola monetarista como resposta às contestações de Keynes e seus seguidores com relação à suposição de velocidade de circulação da moeda constante e da neutralidade da moeda, haja vista que tais críticas eram respaldadas pelos resultados contraditórios observados na Grande Depressão de 1930. Seu maior expoente foi Milton Friedman e este deu à teoria uma nova interpretação, de modo que (4) agora seria uma equação que explica a demanda por moeda, ao invés de ser uma teoria que determina produto, renda nominal e preços (FRIEDMAN, 1956, p.95). Diferente da ideia de Keynes, o autor não vê necessidade em dividir a demanda por moeda conforme os motivos transação, especulação e precaução, pois a moeda é um bem como qualquer outro e o mais importante é analisar como este bem durável se dispõe na cesta do indivíduo, frente à sua restrição orçamentária e possibilidade de "consumir" outros bens para maximizar sua função utilidade.

Friedman postulou que a moeda é para os consumidores um ativo e como tal o que determinará sua quantidade na composição de seu portfólio são os rendimentos que se espera obter com ela frente aos demais ativos: títulos, bens físicos e capital humano. As diversas formas em que tais ativos poderão ser alocados se restringem ao total da riqueza do agente, que geralmente é representado pela renda permanente⁵. Outras variáveis explicativas na função demanda seriam as preferências de cada indivíduo e a razão entre os rendimentos relativos ao capital não-humano e aqueles relativos ao capital humano. A inclusão desta última se dá porque ao passo que os rendimentos alocados como capital humano aumentam no portfólio do indivíduo, este se torna menos líquido, aumentando por conseguinte a procura por moeda (FRIEDMAN, 1956, p.101). De maneira geral, a demanda real por moeda dos indivíduos pode ser representada como:

$$\frac{M^d}{P} = f(Y_p, i, r, \pi^e, w, u) \quad (5)$$

onde:

Y_p = renda real permanente;

i = taxa de juros nominal (retorno esperado dos títulos com rendimentos nominais);

⁵A teoria da renda permanente diz que se um indivíduo sofre um aumento transitório em sua renda, aumentando sua renda observada com a relação a sua renda média, tal aumento transitório não modifica o seu consumo, sendo este utilizado para reduzir dívidas ou somado aos ativos do indivíduo. Serletis (2007, p.97) apresenta uma visualização formal do conceito.

r = taxa de juros real (taxa esperada de retorno dos títulos com rendimentos reais);

π^e = taxa de inflação esperada (taxa esperada de retorno associado a bens);

w = razão entre os rendimentos na forma de capital não-humano e os rendimentos na forma de capital humano; e

u = variável que representa as preferências do indivíduo.

Note que um aumento em Y_p , que representa a restrição orçamentária do indivíduo, tem efeito positivo sobre a demanda por moeda. Por sua vez, i , r e π^e possuem um efeito negativo, já que estes representam os ganhos ao alocar a riqueza em ativos alternativos à moeda. Por fim, w apresenta um efeito inverso, conforme a explicação anterior e u não possui efeito previsível. Segundo Friedman (1956), a demanda por moeda por parte das empresas também pode ser representada pela mesma equação (5) e adicionalmente o autor admite que a agregação desta função é possível para assim representar a demanda por moeda de uma economia.

Considerando a condição de equilíbrio no mercado monetário ($M^s = M^d = M$) e supondo homogeneidade de primeiro grau da função (5) no que concerne a renda permanente real Y_p , a teoria da demanda por moeda de Friedman pode ser representada nos moldes da equação clássica da TQM:

$$MV(i, r, \pi^e, w, u) = PY_p \quad (6)$$

A TQM reformulada de Friedman chega à conclusões semelhantes àquelas alcançadas pelos economistas de Cambridge: o autor aponta que a função demanda por moeda apresenta estabilidade e concorda que no curto prazo o aumento no estoque de moedas acabe afetando variáveis do lado real da economia como o produto real, mas no longo prazo tais variações na moeda ofertada implicam apenas em variações de mesma proporção no nível geral de preços. A essência da TQM portanto é que os valores do nível geral de preços e do nível da renda nominal são consequências da relação entre oferta e demanda por moeda.

1.2.2 *Literatura Empírica*

Assim como o estudo das relações entre a moeda, os preços e a renda nominal sob o arcabouço da TQM é antigo, há muitos trabalhos empíricos tentando investigar as hipóteses da teoria sob as mais diversas abordagens e metodologias em vários países.

A despeito da vasta literatura associada à compreensão desta teoria, opta-se aqui por considerar apenas estudos cuja metodologia utilizada seja relacionada a séries de tempo.

Muitas são as análises que apoiam os pressupostos teóricos, assim como vários autores que investigam a TQM chegam a conclusões divergentes desta abordagem. Uma aplicação empírica clássica que confirma a teoria é o trabalho de Lucas (1980) que, utilizando dados anuais dos Estados Unidos no período de 1955 a 1975, confrontou médias móveis da inflação e da taxa de juros nominal frente à mesma média móvel de crescimento monetário para ilustrar que uma dada mudança na taxa de variação da oferta monetária induz a uma igual alteração na taxa de inflação dos preços e na taxa nominal de juros.

Estendendo a amostra estudada para o período de 1875 a 2005, Sargent e Surico (2011) revisitam o estudo de Lucas e, utilizando métodos bayesianos em um Modelo Dinâmico Estocástico de Equilíbrio Geral (DSGE), estes chegam a conclusão que o intervalo de tempo estudado no artigo de 1980 realmente confirma os pressupostos da teoria, mas também identificam resultados contrários em outras subamostras, pois a relação de longo prazo entre crescimento do estoque de moeda e taxa de inflação depende da política monetária do período.

Também utilizando dados provenientes dos Estados Unidos, Emerson (2006) faz uma análise de cointegração para examinar as relações de longo prazo entre oferta de moeda, preços, produto e taxa de juros no período que vai do início de 1959 até o primeiro trimestre de 2004. Os testes de razão de verossimilhança mostram que as restrições impostas pela TQM não podem ser rejeitadas quando o período completo é considerado. Contudo, quando partições do período estudado são considerados, os resultados não ficam tão claros no que diz respeito à validade destes pressupostos.

Em seu artigo, Karras (1992) investiga se a TQM é válida no longo prazo em cinco países diferentes: Estados Unidos, Reino Unido, Canadá, Alemanha e Japão. Aplicando o logaritmo na equação de trocas clássica (3), o autor verifica a hipótese de estacionaridade da velocidade-renda da moeda ao testar se as demais variáveis são cointegradas. Num primeiro momento, as variáveis m_t e p_t (transformações logarítmicas de M_t e P_t , respectivamente) são tomadas como variáveis dependentes e testes Dickey-Fuller (DF), Dickey-Fuller aumentado (ADF) e Durbin-Watson (DW) são performados para analisar se os resíduos das equações são estacionários, o que indicaria que as variáveis investigadas são cointegradas. Depois o autor examina se um vetor específico pode ser considerado como vetor integrante do modelo que toma o logaritmo de V_t como variável independente.

Considerando todos os testes, conclui-se que a hipótese de velocidade-renda

da moeda estacionária é válida apenas para Japão e Alemanha. Karras (1992) aponta como possíveis motivos destes resultados a existência de menores mudanças no ambiente financeiro destes países ou até mesmo condutas diferentes por partes dos seus respectivos Bancos Centrais, com relação aos outros três países.

Moazzami e Gupta (1995) analisam três proposições associadas à TQM: a neutralidade da moeda; a hipótese de Fisher, onde a taxa de juros nominal e a taxa de inflação se alteram na mesma proporção; e a abordagem monetária da taxa de câmbio, que prevê que mudanças nos preços relativos entre dois países causam mudanças na mesma proporção sobre a taxa de câmbio daqueles países. Os países presentes no seu estudo são Estados Unidos, Itália, Reino Unido, França, Canadá e Alemanha e os dados anuais foram coletados no período de 1915 a 1989 nos Estados Unidos e de 1953 a 1989 nos demais países. A proposta deste trabalho é construir uma estrutura dinâmica que permita verificar a presença de relações de longo prazo e ao mesmo tempo se possa verificar os desvios de curto prazo. Essa transformação procede ao incluir defasagens da variável dependente e das variáveis independentes nas equações que representam os três pressupostos, chegando ao que os autores consideram como uma forma estendida dos modelos com correção de erro. Moazzami e Gupta (1995) concluíram que as três proposições são conjuntamente válidas para o Canadá e para os Estados Unidos, enquanto individualmente a hipótese de neutralidade só foi válida para três países, a hipótese de Fisher foi observada em todos e a terceira proposição foi confirmada em cinco países.

Buscando evidências do pressuposto de neutralidade da moeda no longo prazo em países em desenvolvimento, Shyh-Wei e Chen (2007) usam dados trimestrais da Coreia do Sul no período de 1970 a 2004 e de Taiwan no período de 1965 a 2004. Estes testam a resposta de curto e longo prazo do produto real a choques monetários permanentes utilizando um vetor autoregressivo (VAR) bivariado sob a metodologia empregada por King e Watson (1997). No caso da Coreia do Sul, as evidências empíricas ratificaram a hipótese de neutralidade no longo prazo, contudo poucas evidências foram encontradas nos dados coletados de Taiwan. Vale destacar que em ambos os países o pressuposto de neutralidade no curto prazo foi rejeitado.

Usando dados anuais da Grécia no período de 1948 a 1997, Karfarkis (2002) testa as hipóteses monetaristas de previsibilidade da velocidade renda da moeda e da proporcionalidade entre renda nominal, ou preços e moeda. Para a primeira, é feita uma análise univariada utilizando testes de raiz unitária com quebras estruturais proposta por Perron (1989) e Zivot e Andrews (1992); para a segunda hipótese foi construído um modelo autoregressivo de defasagem distribuída (ARDL) para cointegração proposta por Pesaran e Shin (1995). Os resultados encontrados sugerem que choques sobre a oferta monetária acabam por afetar proporcionalmente a renda nominal, ou os preços, portanto

a velocidade-renda da moeda não flutuará amplamente e seus movimentos são previsíveis.

Em algumas economias de pequeno porte que sofrem ponderações significativas de moeda estrangeira no seu mercado, o modelo utilizado para verificar a TQM sofre alterações ao incorporar fatores relacionados ao país que exerce influência. Analisando as causas da inflação em Barbados, Jamaica e Trinidad e Tobago no período de 1973 a 2002, os autores Pologne, González e Ford (2008) utilizam o modelo Harberger-Hanson, uma estrutura que transforma a tradicional TQM ao incluir preços associados a trabalho e insumos importados. Para evitar potenciais resultados de estimação espúria, técnicas de função de transferência (ARMAX) não linear são utilizadas. Os autores constataram que a oferta monetária influencia os preços nas três nações; a diferença é como as defasagens afetam os movimentos dos preços em cada país. Contudo, a conclusão é que para economias pequenas, onde a política local não exerce influência fora de suas fronteiras, a política monetária pode não ser forte o suficiente para manter a inflação sob controle.

Alimi (2012) investiga na Nigéria a relação entre moeda e preço sob a ótica da teoria quantitativa e a hipótese de Fisher para o período de 1960 a 2009. Após utilizar o método de cointegração de Johansen e aplicar o teste de causalidade de Granger, Alimi observou uma relação causal da oferta de moeda para a inflação, corroborando portanto com a teoria. Contudo, a relação entre taxas de juros e inflação apresentou uma causalidade inversa àquela hipotetizada por Fisher, por isso a autor aconselha que o Banco Central deste país adote a inflação como alvo central de suas políticas macroeconômicas.

Considerando os estudos aplicados no Brasil, não são muitos aqueles que tratam diretamente das relações entre moeda, preços e renda nominal: geralmente estes focam na hipótese de neutralidade de longo prazo da moeda, ou seja, que os efeitos reais de uma mudança permanente e não antecipada no nível da moeda tende a desaparecer no decorrer do tempo. Noriega (2004) investiga a neutralidade e a super-neutralidade⁶ utilizando dados de baixa frequência e mensurando a elasticidade de longo prazo do produto real com respeito a mudanças exógenas da moeda. Em seus resultados, a hipótese fraca de neutralidade é sustentada no Brasil, bem como para Canadá, Suécia e México, se considerado neste último um agregado monetário mais amplo. O Brasil, contudo, não corrobora a super neutralidade.

Verificando a mesma propriedade, Cuñado, Gil-Alana e Gracia (2009) aplicam um modelo fracionalmente integrado (ARFIMA), permitindo por uma possível quebra estrutural em seis países: Brasil, Estados Unidos, Reino Unido, México, Austrália e

⁶A neutralidade indica que as variáveis econômicas reais não são afetadas por alterações nos níveis de preços nominais. Na super-neutralidade, estas variáveis também são independentes das taxas de variação dos preços nominais.

Argentina. O teste é semelhante ao empregado por Noriega, mas que permite considerar diferentes ordens de integração em cada subamostra, resultando em diferentes graus de persistência. Os resultados auferidos mostram que a neutralidade monetária de longo prazo acontece para todos os países quando nenhuma quebra estrutural é levada em conta, com exceção dos Estados Unidos. Por sua vez, ao considerar uma quebra estrutural, a neutralidade é evidenciada nas duas subamostras para todos os países.

Utilizando um modelo EGARCH para estudar a relação entre a taxa de inflação e o produto no Brasil, Índia e África do Sul, Narayan e Narayan (2012) não encontram quaisquer evidências de uma relação sistemática entre as variáveis investigadas para o caso brasileiro, diferentemente das outras economias observadas. Contudo, considerando a análise feita dos períodos de baixa e alta inflação, a hipótese de Friedman que a volatilidade da inflação reduz o crescimento do produto é verificada. Os autores concluem que monitorar a taxa de câmbio do país é essencial, haja vista que sua volatilidade é um dos principais determinantes da volatilidade da inflação.

Minella (2003) aplica um VAR no Brasil no período de 1975 a 2000 para avaliar as relações entre produto, moeda, inflação e taxa de juros. Inicialmente, o autor particiona a amostra em três subamostras para capturar intervalos de tempo com diferentes graus de inflação. No que diz respeito às três variáveis de interesse deste ensaio, os principais resultados desta análise são que a política monetária possui impacto sobre o produto mas não levam a uma redução na taxa de inflação nos períodos onde havia inflação moderadamente crescente e alta. Além disso, conclui-se que a reação da política monetária aos choques de inflação e no produto não é rápida.

De acordo com a literatura empírica apresentada até aqui, fica claro que diversas metodologias já foram empregadas no sentido de verificar o comportamento anunciado pela teoria, buscando ampliar o conhecimento sobre a mesma ao investigá-la sob um ponto de vista diferente.

Este trabalho traz como contribuição justamente uma abordagem diferente da TQM com relação às demais empregadas no Brasil. Tal estudo tem por base a investigação de Hall e Shepherd (2003), cujo ponto de partida busca identificar as características empíricas dos ciclos de negócios e a relação entre as principais variáveis macroeconômicas da TQM, observando sobretudo se movimentos cíclicos comuns podem ser identificados nas variáveis consideradas, bem como a dinâmica do processo inflacionário.

Esta análise é de ordem mais empírica, sem suposições adicionais e modelos específicos, investigando portanto se é possível observar um padrão de comovimento entre as variáveis de interesse. Para tal, serão realizados testes de cointegração e de ciclos

comuns, além da análise de causalidade no sentido de Granger entre as séries. A próxima seção apresenta a metodologia utilizada e os testes aplicados neste ensaio.

1.3 Metodologia Econométrica

Para verificar se existe um padrão cíclico comum que revele a força das relações dinâmicas entre moeda e renda nominal ou entre moeda e preços, dando portanto suporte empírico à TQM, considera-se aqui a metodologia construída por Engle e Kozicki (1993) e Vahid e Engle (1993).

Considere um conjunto de n variáveis que pode ser representado por um vetor auto regressivo (VAR) \mathbf{y}_t com p defasagens. Este processo VAR(p) pode então ser representado como

$$\mathbf{y}_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \mathbf{y}_{t-i} + \varepsilon_t = \mu + \phi(B) \mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7)$$

onde μ representa um vetor $n \times 1$ de constantes, ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, p$, são matrizes ($n \times n$) e ε_t é um vetor $n \times 1$ que representa um termo de erro com média zero e variância constante. Note que $\phi(B) = \sum_{i=1}^p \phi_i B^{i-1}$ denota uma matriz polinomial de coeficientes de defasagem. Admita que as raízes da equação $|\mathbf{I}_n - \phi(B)B| = 0$ estejam sobre ou fora do círculo unitário, impedindo processos explosivos mas permitindo que (7) tenha raízes unitárias. Pode-se reescrever (7) como um modelo VAR com mecanismos de correção de erro (VEC)

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mu + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \varepsilon_t = \mu + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma(B) \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

onde

$$\Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p \phi_j \quad \text{e} \quad \Pi = \sum_{i=1}^p \phi_i - \mathbf{I}_n = \phi(1) - \mathbf{I}_n$$

Note que a equação (8) não passa de uma reexpressão algébrica do VAR em (7). Contudo, neste formato, dois casos especiais são de grande importância. O primeiro é quando $\phi(1) = \mathbf{I}_n$, assim, $\Pi = 0$ e $\Delta \mathbf{y}_t$ segue um processo VAR($p-1$). A equação $\phi(1) = \mathbf{I}_n$ também implica que $|\Pi| = 0$, caso em que é dito que o VAR possui no mínimo uma raiz unitária. Contudo, o inverso não necessariamente acontece, e isto leva ao segundo caso especial. $|\Pi| = 0$ implica que Π possui posto igual a r , onde $0 < r < n$. Dito isto, assumamos que pode-se expressar Π como $\beta \alpha'$, onde β e α são matrizes $n \times r$ de posto coluna

pleno. Observe que α' é uma matriz contendo as r linhas linearmente independentes de Π , de modo que Π pode ser representado como uma combinação linear de α' ; β deve então ser a matriz de coeficientes que são necessários para fazer isto. Estas r linhas linearmente independentes de Π , presentes como as linhas de $\alpha' = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)'$, são conhecidas como vetores cointegrantes. Neste caso, \mathbf{y}_t possui r vetores cointegrantes (correspondente às colunas de α) e $n - r$ raízes unitárias. O vetor $\mathbf{e}_t = \alpha' \mathbf{y}_t$ pode ser interpretado como uma correção de erro, medindo o grau ao qual o sistema está fora de equilíbrio, e (8) pode ser reescrito como

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mu + \beta \mathbf{e}_{t-1} + \sum_{t=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t = \mu + \beta \mathbf{e}_{t-1} + \Gamma(B) \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (9)$$

Caso assumamos que $\Delta \mathbf{y}_t$ é estacionário, então $\mathbf{e}_t = \alpha' \mathbf{y}_t$ também deve ser estacionário para que ambos os lados de (9) se equilibrem. α' é então uma matriz cujas linhas, quando pós-multiplicadas por \mathbf{y}_t , produzem combinações lineares de \mathbf{y}_t ; isto é, as r combinações lineares $e_{it} = \alpha_i \mathbf{y}_t$ são todas estacionárias, onde e_{it} e α_i são as i -ésimas linhas de \mathbf{e}_t e α' para $i = 1, 2, \dots, r$. A matriz β por sua vez representa o parâmetro do ajuste de velocidade ao equilíbrio de longo prazo.

Visto que (7) pode ser reescrito como

$$(\mathbf{I}_n - \phi(B)) \mathbf{y}_t = \mu + \varepsilon_t$$

$\Delta \mathbf{y}_t$ pode ser representado por um vetor de médias móveis infinito (VMA(∞))

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{C}(B)(\mu + \varepsilon_t) \quad (10)$$

onde

$$\mathbf{C}(B) = \Delta(\mathbf{I}_n - \phi(B))^{-1}$$

$\mathbf{C}(B)$ também pode ser representado como

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(B) &= \mathbf{I}_n + C_1 B + C_2 B^2 \dots \\ &= \mathbf{I}_n + C_1 + C_2 + \dots + (C_1 B - C_1) + (C_2 B^2 - C_2) + \dots \\ &= \mathbf{I}_n + C_1 + C_2 + \dots - \Delta(C_1 + C_2 \dots + (C_2 + C_3 + \dots) B + (C_3 + C_4 + \dots) B^2 + \dots) \end{aligned}$$

resultando em

$$\mathbf{C}(B) = \mathbf{C}(1) + \Delta \mathbf{C}^*(B) \quad (11)$$

onde

$$\mathbf{C}_j^* = - \sum_{i=j+1}^{\infty} C_i \text{ e } \mathbf{C}_0^* = \mathbf{I}_n - C(1)$$

Substituindo (11) em (10), obtem-se

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{C}(1)\mu + \mathbf{C}(1)\varepsilon_t + \Delta \mathbf{C}^*(B)\varepsilon_t$$

que integrando em ambos os lados da igualdade, resulta em

$$\mathbf{y}_t = \mu_1^* t + \mathbf{C}(1) \sum_{j=0}^t \varepsilon_j + \mathbf{C}^*(B)\varepsilon_t$$

onde $\mu_1^* = \mathbf{C}(1)\mu$. Se o posto de Π é r , então, análogo à decomposição em VAR $\phi(1) = \mathbf{I}_n + \beta\alpha'$, $C(1)$ terá posto $n - r$ de modo que $C(1) = \gamma\delta'$, onde γ e δ possuem posto $n - r$. Portanto, ao definir

$$\boldsymbol{\tau}_t = \delta'(\mu t + \sum_{j=0}^t \varepsilon_j) = \delta'\mu + \boldsymbol{\tau}_{t-1} + \delta'\varepsilon_t \text{ e } \mathbf{c}_t = \mathbf{C}^*(B)\varepsilon_t$$

obtem-se como resultado o que Stock e Watson (1988) denominaram a representação da tendência comum e que Vahid e Engle (1993) mais tarde chamaram de decomposição Beveridge-Nelson-Stock-Watson (BNSW)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \gamma\boldsymbol{\tau}_t + \mathbf{c}_t \\ \boldsymbol{\tau}_t &= \delta'\mu + \boldsymbol{\tau}_{t-1} + \delta'\varepsilon_t \end{aligned} \tag{12}$$

Em (12), \mathbf{y}_t é representado como uma combinação linear de $n - r$ passeios aleatórios, que são as tendências comuns $\boldsymbol{\tau}_t$, somado a alguns componentes estacionários transitórios.

Da mesma maneira que tendências comuns são detectadas em \mathbf{y}_t quando $\mathbf{C}(1)$ possui posto reduzido, os ciclos comuns também aparecerão se $\mathbf{C}^*(B)$ é de posto reduzido, visto que $\mathbf{c}_t = \mathbf{C}^*(B)\varepsilon_t$ é o componente cíclico de \mathbf{y}_t . A presença de ciclos comuns requer que hajam combinações lineares dos elementos de \mathbf{y}_t que não contenham estes componentes cíclicos, assim como a presença de tendências comuns requer que hajam combinações lineares de \mathbf{y}_t que não contenham tendências, ou seja, aquelas combinações lineares estacionárias que são as correções do erro definidas pelos vetores cointegrantes contidos em α . Necessita-se portanto de uma matriz φ de dimensão $n \times s$, formada por um conjunto de s vetores linearmente independentes tal que

$$\varphi'\mathbf{c}_t = \varphi'\mathbf{C}^*(B)\varepsilon_t = 0$$

e desta forma

$$\varphi' \mathbf{y}_t = \varphi' \gamma \tau_t$$

Esta matriz existirá se todos os \mathbf{C}_i^* apresentarem posto reduzido e se $\varphi' \mathbf{C}_i^* = 0$ para todo i . Uma vez consideradas estas características, \mathbf{C}_i^* então pode ser representado como $\mathbf{G} \tilde{\mathbf{C}}_i$ para todo i , onde \mathbf{G} é uma matriz $n \times (n - s)$ de posto coluna completo e $\tilde{\mathbf{C}}_i$ não necessariamente precisa apresentar posto completo. Logo pode-se considerar que

$$\mathbf{c}_t = \mathbf{G} \tilde{\mathbf{C}}(B) \varepsilon_t = \mathbf{G} \tilde{\mathbf{c}}_t$$

ou seja, o componente cíclico \mathbf{c}_t , de n elementos, pode ser representado por combinações lineares de um ciclo $\tilde{\mathbf{c}}_t$ de $(n - s)$ elementos, levando assim à representação tendência comum - ciclo comum

$$\mathbf{y}_t = \gamma \tau_t + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{c}}_t \quad (13)$$

Note que o número s de vetores de co-caracterização⁷ linearmente independentes que constituem φ pode ser no máximo $(n - r)$, e estes serão linearmente independentes dos vetores cointegrantes que constituem α . Isto ocorre em virtude do vetor de tendências comuns, $\varphi' \mathbf{y}_t$, ser $I(1)$, enquanto o vetor de correção de erros, $\alpha' \mathbf{y}_t$, é $I(0)$.

No caso especial em que $r + s = n$, a representação (13) de \mathbf{y}_t é única ($\mathbf{y}_t = \mathbf{y}_t^\tau + \mathbf{y}_t^c$), onde

$$\mathbf{y}_t^\tau = \Theta_1 \varphi' \mathbf{y}_t = \Theta_1 \varphi' \gamma \tau_t$$

possui as tendências estocáticas e

$$\mathbf{y}_t^c = \Theta_2 \alpha' \mathbf{y}_t = \Theta_2 \alpha' \mathbf{c}_t$$

representa a parte com os componentes cíclicos. Isto é possível ao considerar a matriz quadrada de dimensão n

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi' \\ \alpha' \end{bmatrix}^{-1}$$

e notar que $\mathbf{y}_t = I \mathbf{y}_t = \Theta \Theta^{-1} \mathbf{y}_t$. Portanto, em razão de \mathbf{y}_t^τ e \mathbf{y}_t^c serem funções de φ e α , respectivamente, tanto as tendências quanto os ciclos das séries podem ser obtidos ao calcular combinações lineares de \mathbf{y}_t . Este caso especial permite então que se possa obter as tendências e ciclos das séries presentes na TQM. Note também que \mathbf{y}_t^c é uma combinação linear do vetor de correções de erros $\mathbf{e}_t = \alpha' \mathbf{y}_t$.

⁷Vahid e Engle (1993) apontam que os elementos de $\Delta \mathbf{y}_t$ possuem uma Característica de Correlação Serial Comum (CCSC) se os mesmos formam uma combinação linear que é uma inovação no que concerne a toda a informação observada anterior ao período t . O vetor que representa tal combinação denomina-se um vetor de co-caracterização e a matriz φ constituída por todos os s vetores de co-caracterização linearmente independentes é tal que $\varphi' \Delta \mathbf{y}_t = \varphi' \varepsilon_t$.

A representação **(13)** depende do número de vetores cointegrantes (r) e do número de vetores de co-caracterização (s) no sistema. O posto s da matriz de co-caracterização φ é calculado usando a estatística de teste

$$C(p, s) = -(T - p - 2) \sum_{i=1}^s \log(1 - \lambda_i^2)$$

onde $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_s^2$ são as s menores correlações canônicas, elevadas ao quadrado, entre $\Delta \mathbf{y}_t$ e o conjunto $(\Delta \mathbf{y}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{y}_{t-p-1}, \mathbf{e}_{t-1})$. Considerando a hipótese nula que o posto de φ é no mínimo s , que equivale a confirmar a existência de no máximo $n - s$ ciclos comuns, a distribuição de $C(p, s)$ é χ^2 com $s[n(p - 2) + r + s]$ graus de liberdade.

Uma outra forma de determinar o número de ciclos comuns é considerando o modelo VEC em (9), simplificado com $\mu = 0$, e escolhido o valor de r vetores cointegrantes:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \beta \mathbf{e}_{t-1} + \Gamma(B) \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (14)$$

Visto que a matriz φ possui tamanho $s \times n$, esta pode ser reduzida através de operações lineares para ter uma submatriz identidade de dimensão s

$$\varphi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \varphi_{(n-s) \times s}^* \end{bmatrix}$$

Dessa forma, $\varphi' \Delta \mathbf{y}_t$ pode ser compreendido como um sistema com as s equações na forma pseudo-estrutural para os s primeiros termos presentes em $\Delta \mathbf{y}_t$. O sistema pode ser completado ao adicionar as equações VEC irrestritas para as $n - s$ equações restantes de $\Delta \mathbf{y}_t$, obtendo assim o sistema

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_s & \varphi^{*'} \\ \mathbf{0}_{(n-s) \times s} & \mathbf{I}_{n-s} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{s \times [n(p-1)+r]} \\ \mathbf{\Gamma}_1^* \dots \mathbf{\Gamma}_{p-1}^* \beta^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{t-1} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} \\ \mathbf{e}_{t-1} \end{bmatrix} + \varepsilon_t \quad (15)$$

onde $\mathbf{\Gamma}_i^*$ contém as últimas $n - s$ linhas de $\mathbf{\Gamma}_i$ e ε_t é um ruído branco. Note que o modelo VEC na forma irrestrita (14) tem $n(n(p - 1) + r)$ parâmetros enquanto o modelo na forma pseudo-estrutural (15) apresenta $s(n - s)$ parâmetros nas primeiras s equações e $(n - s)(n(p - 1) + r)$ parâmetros nas equações que completam o sistema, impondo assim $s[n(p - 2) + r + s]$ restrições e justificando o número de graus de liberdade em $C(p, s)$.

1.4 Dados

1.4.1 *Relação das séries sob a perspectiva da TQM*

Considerando a identidade (3) para a análise da teoria quantitativa, diversos estudos utilizam restrições sobre sua estrutura, sobretudo no que tange ao comportamento da velocidade de circulação da moeda V e do produto real Y , para desta forma analisar as relações entre as demais variáveis e, por conseguinte, verificar se tais limitações inicialmente impostas nestas séries são estatisticamente rejeitadas ou não. Diferentemente dos métodos usualmente utilizados, este artigo não utilizará quaisquer tipos de exigência prévia de ordem teórica ou econométrica, mas sua proposta é investigar a relação das variáveis considerando apenas as informações empíricas das mesmas sob o arcabouço da TQM e a partir disso identificar se estas apresentam comovimentos cíclicos.

Ainda que este estudo não seja um teste formal de qualquer modelo estrutural específico, seus resultados trazem consigo considerável compreensão acerca da natureza da interação entre as séries e, por conseguinte, se o padrão observado de comovimento é consistente com as premissas da teoria quantitativa básica. Considerando as versões forte e fraca da TQM, a equação (3) pode ser logaritimizada e apresentada como

$$\log M + \log V = \log(PY) \quad (16)$$

para assim representar sua versão fraca, onde a variação de moeda pode impactar tanto nos preços quanto no produto real, ou

$$\log M + \log V = \log P + \log Y \quad (17)$$

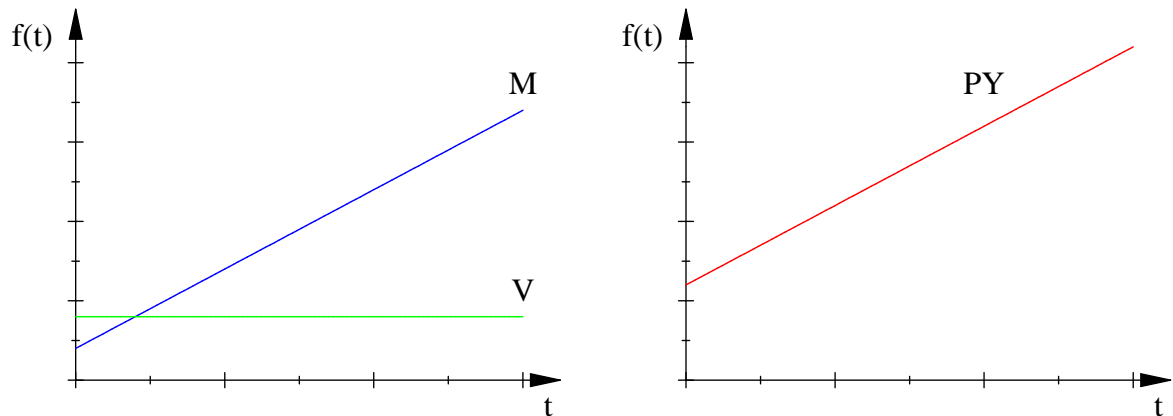
para expressar a versão forte da teoria, cuja variação da moeda só tem efeito sobre o nível de preços. A partir dessas equações é possível identificar a relação entre as variáveis no que diz respeito a presença de estacionariedade, cointegração e ciclos comuns.

Assumindo que os componentes de tendência e de ciclo são independentes, a identidade (16) aponta que *se M e PY são cointegrados e apresentam ciclos comuns, então V necessariamente é constante*. Esta conclusão vem do fato que V não poderia apresentar ciclo individual pois se esta variável e M apresentassem ciclos, o ciclo presente em PY seria a soma dos ciclos em M e V e desta forma não poderia ser comum a M apenas. Por sua vez, se M e PY são cointegrados, por definição V deve ser estacionária. Da mesma forma, *se M e PY são cointegrados e individualmente não apresentam ciclos, então V necessariamente é constante*. Esta afirmação se dá em razão da definição de cointegração citada anteriormente e em função da ausência de ciclos nas variáveis,

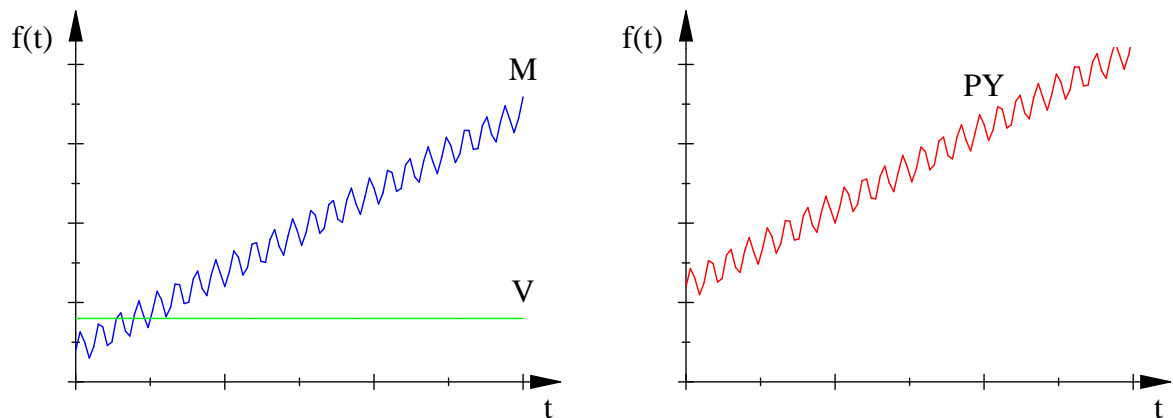
atreladas à versão fraca da TQM. A figura 1.1 ilustra nos diagramas cartesianos superiores a segunda assertiva e nos diagramas inferiores a primeira assertiva, ambas resultando na variável velocidade da moeda constante. Os gráficos à esquerda representam as variáveis à esquerda da identidade (16) e os gráficos à direita representam PY , que se encontra à direita desta igualdade.

Figura 1.1 - Casos em que V é constante.

a) se M e PY são cointegrados e não apresentam ciclos, então V é constante.



b) se M e PY são cointegrados e apresentam ciclos comuns, então V é constante.



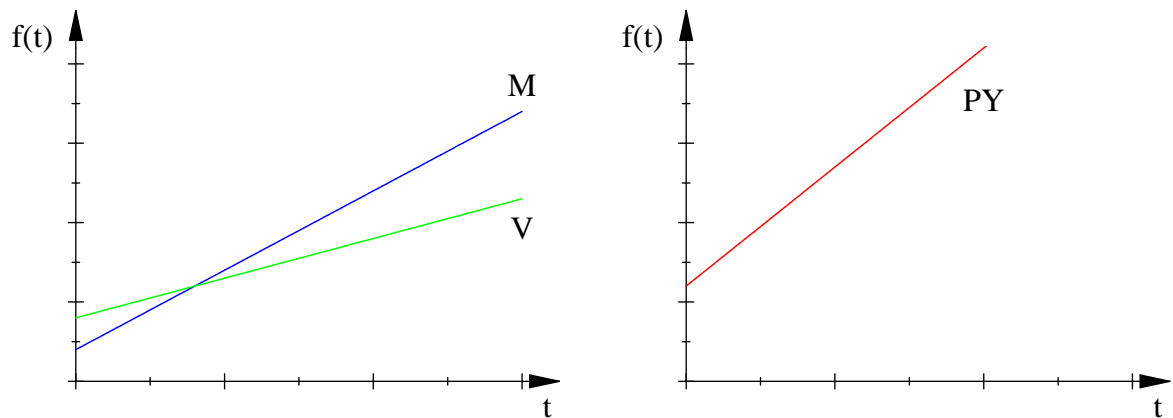
Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 1.2 apresenta casos onde a velocidade de circulação da moeda é não-estacionária e não exibe ciclos, ainda considerando a versão fraca da teoria quantitativa. Esse comportamento ocorre no caso (a), em que M e PY não são estacionárias, mas também não são cointegrados e não exibem ciclos individuais. O outro caso apresentado é quando moeda e renda nominal compartilham ciclos comuns, mas não possuem relação cointegrante.

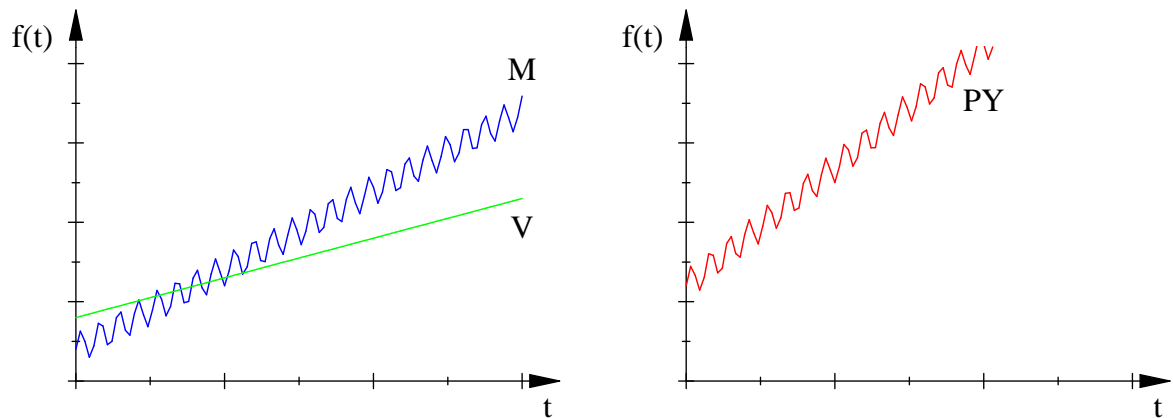
Observe que, uma vez assumido que quaisquer componentes de tendência e ciclo das séries temporais possam ser separados, as propriedades relacionadas à existência de ciclos comuns serão independentes daquelas que definem a presença de estacionariedade em cada variável.

Figura 1.2 - Casos em que V não é estacionário e não exibe ciclos.

a) M e PY não são cointegrados e não apresentam ciclos.



b) M e PY não são cointegrados mas apresentam ciclos comuns.



Fonte: Elaborado pelo autor.

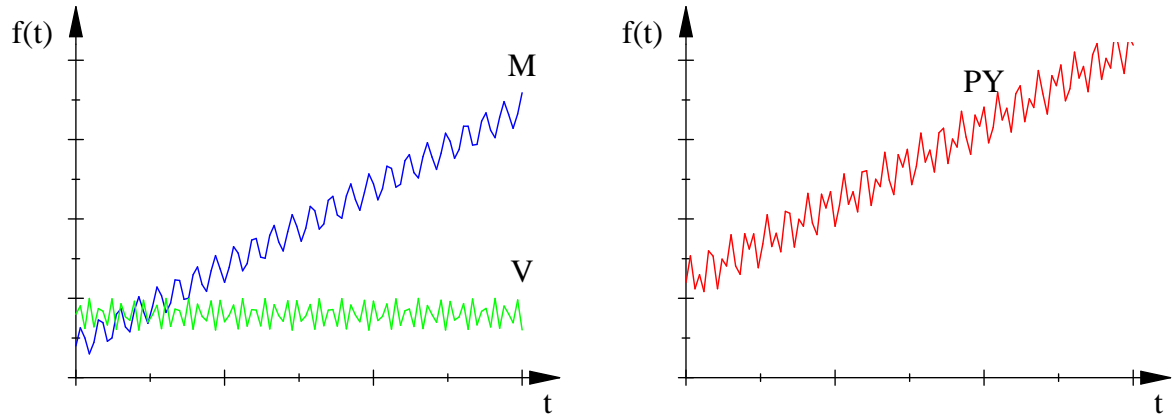
Por fim, a figura 1.3 ilustra que se M e PY apresentam ciclos individualmente, mas não têm ciclos comuns, então V pode ser estacionário (caso a) ou não (caso b), mas este deve possuir ciclo individual. A explicação para todas estas relações são semelhantes às apresentadas anteriormente para fundamentar as assertivas representadas na figura 1.1.

Observe que todas as relações até aqui expostas indicam que, ao passo que se analisa a relação direta entre moeda e renda nominal, as propriedades da velocidade de circulação da moeda estão sendo investigadas implicitamente. Logo, se utiliza aqui desta

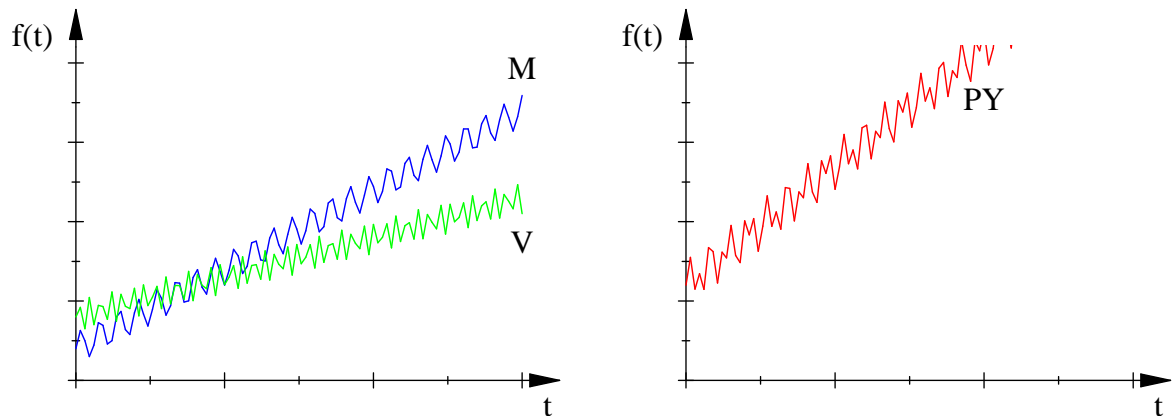
prerrogativa para examinar M e PY sem preocupar-se previamente com o comportamento da série temporal de V , no que diz respeito aos seus componentes cíclicos e de tendência.

Figura 1.3 - Casos em que V exibe ciclo.

a) Se M e PY não possuem ciclos comuns, então V exibe ciclo e pode ser estacionário.



b) Se M e PY não possuem ciclos comuns, então V exibe ciclo e pode não ser estacionário.



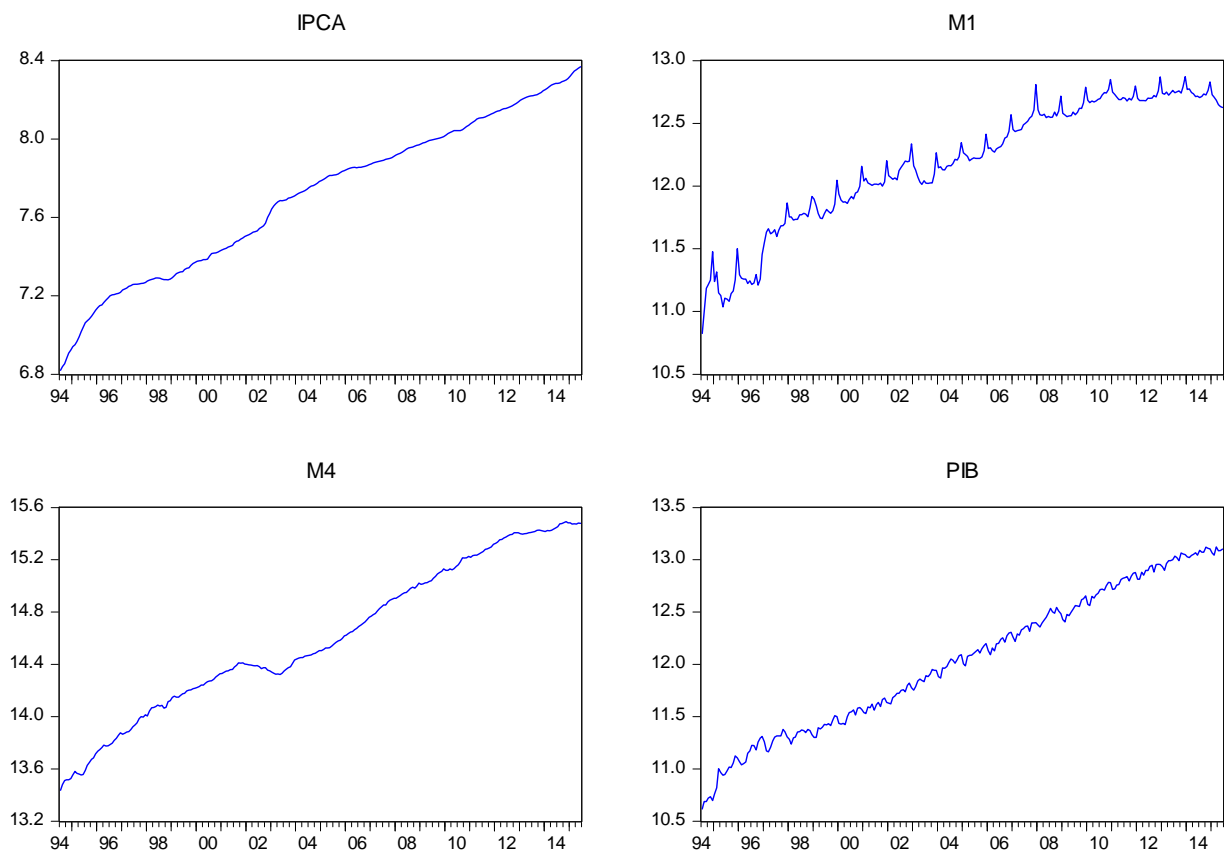
Fonte: Elaborado pelo autor.

Considere agora a identidade (16), que representa a versão forte da teoria quantitativa. Uma vez que não seja previamente admitida qualquer forma de limitação sobre as estruturas cíclicas do produto real e da velocidade de circulação da moeda, as relações possíveis entre as variáveis são maiores. Ainda assim, ao investigar a conexão direta entre moeda e preços, consequentemente os comportamentos de V e Y poderão ser tacitamente observados.

1.4.2 Análise descritiva dos dados

Com o intuito de captar as variáveis da TQM presentes em sua versão forte (relação entre o crescimento na quantidade monetária e a inflação dos preços) e sua versão fraca (relação entre o crescimento na quantidade monetária e o crescimento da renda nominal), fez-se uso das séries do Produto Interno Bruto - PIB em valores correntes, do Índice de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA, do meios de pagamento M1⁸, segundo o conceito restrito da moeda, e dos meios de pagamentos ampliados M4, estes dois últimos deflacionados tomando como base o último período da série analisada.

Figura 1.4 - Variáveis do modelo



Fonte: Elaborado pelo autor.

A base de dados possui periodicidade mensal, iniciando em julho de 1994 e estendendo-se até junho de 2015, totalizando 252 observações; além disso, as séries foram logaritmizadas para assim converter a identidade clássica da TQM em um modelo aditivo

⁸Considerando os meios de pagamento ordenados segundo seus sistemas emissores, o M1 é constituído pelo papel-moeda em poder do público mais depósitos à vista.

mais conveniente na análise de suas variáveis, conforme observado na subseção anterior⁹.

Apesar das transformações logarítmicas nas séries, a figura 1.4 mostra uma aparente tendência crescente em suas trajetórias temporais, bem como um comportamento cíclico mais acentuado na renda nominal representada pelo PIB e na versão restrita da moeda, M1.

Tabela 1.1 - Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas, 1994 - 2015.

estatística	IPCA	M1	M4	PIB
média	7.7079	12.1879	14.6047	12.0378
mediana	7.7856	12.2207	14.5050	12.0619
máximo	8.3687	12.8719	15.4926	13.1048
mínimo	6.8199	10.8256	13.4366	10.6161
desvio-padrão	0.3955	0.5004	0.5778	0.6759
assimetria	-0.2478	-0.6490	-0.0683	-0.0747
curtose	1.9616	2.4835	1.9319	1.8346

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

A tabela 1.1 apresenta algumas estatísticas descritivas das variáveis utilizadas. Observa-se aqui que o meio de pagamento M4¹⁰ apresenta os maiores valores e, por conseguinte, as maiores média e mediana. O índice de preços IPCA por sua vez exhibe as menores medidas de dispersão, expressas aqui pela amplitude, que é a diferença entre o maior e menor valor observado na amostra, e pelo desvio padrão das variáveis.

1.5 Resultados

1.5.1 Testes preliminares

Antes das análises principais deste estudo, será investigada a presença de estacionariedade e de cointegração nas variáveis da TQM. A tabela 1.2 apresenta os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e os testes de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt,

⁹As séries não serão dessazonalizadas, pois conforme Hecq (1998) cita, ajustes sazonais provocam distorções que podem interferir nos resultados da decomposição de tendências e ciclos comuns. Cubadda (1999) alerta que é fundamental utilizar dados sem transformações de filtros sazonais, pois as propriedades de codependência destas séries em primeira diferença geralmente não se aplicam às primeiras diferenças destas mesmas séries ajustadas sazonalmente.

¹⁰M4 corresponde ao M1, somadas às demais emissões de alta liquidez realizadas primariamente no mercado interno por instituições depositárias, as captações internas por intermédio dos fundos de renda fixa e das carteiras de títulos registrados no Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC), e os títulos públicos de alta liquidez.

e Shin¹¹ (KPSS) para verificar a presença de raiz unitária das séries em nível, levando em conta o caso em que um intercepto é considerado na série temporal (representado pela estatística $\tau_{(\mu)}$) e o caso em que há um intercepto e uma tendência ($\tau_{(t)}$). Além desses termos, também foram adicionados *dummies* sazonais às séries.

Tabela 1.2 - Teste de estacionariedade: variáveis em nível

Variáveis	nº de lags*	ADF		KPSS	
		$\tau_{(\mu)}$	$\tau_{(t)}$	$\tau_{(\mu)}$	$\tau_{(t)}$
M1	1	-2.6118	-1.9484	11.9148	1.7896
M4	3	-1.8922	-1.7650	6.4288	0.3754
PIB	5	-2.7028	-5.1550	4.3992	0.1507
IPCA	1	-1.7401	-3.9029	12.7630	1.6194
Valores críticos (5%)		-2.86	-3.41	0.463	0.146

*Ordem de defasagem determinada de acordo com o critério de Hannan-Quinn.

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

Com exceção do caso em que uma constante e um termo de tendência linear são adicionados nas variáveis PIB e IPCA para realizar o teste ADF, todos os demais resultados apontam para uma presença de raiz unitária nas variáveis.

Vale lembrar que o componente sazonal pode influenciar nos resultados dos testes e por isso será aplicado também o teste proposto por Hylleberg *et al.* (1990), que considera este caso. Além da raiz unitária usual, denominada aqui como raiz unitária de frequência zero (ou regular), este teste detecta também a presença de não estacionariedade sazonal, que varia de acordo com as frequências de picos observados na densidade espectral da série. Para dados mensais, se uma série apresenta raiz unitária de frequência zero, mas as demais estatísticas deste teste, denominado teste de HEGY¹², forem diferentes de zero, diz-se que esta variável exibe uma tendência estocástica não sazonal e a sua sazonalidade pode ser moldada por meio de *dummies* sazonais e sua transformação em primeira diferença. Caso todos os valores do teste sejam estatisticamente iguais a zero, existirá uma frequência sazonal e deve ser aplicado um filtro Δ_{12} sobre a mesma.

A tabela 1.3 exibe os resultados deste teste, cujas hipóteses podem ser checadas pelas estatísticas t e F , considerando os valores críticos obtidos em Franses e Hobijn (1997). Para todas as variáveis consideradas, apenas a não estacionariedade de frequência

¹¹Diferentemente dos demais testes usuais de raiz unitária, o teste KPSS investiga as propriedades de integração de uma série ao verificar a hipótese nula que seu processo gerador de dados é estacionário contra a hipótese alternativa que ele é I(1).

¹²Em razão dos seus autores Hylleberg, Engle, Granger e Yoo.

zero se fez presente, possibilitando a transformação em primeira diferença, a fim de confirmar que as séries são integradas de ordem 1.

Tabela 1.3 - Teste de HEGY: variáveis em nível

Variáveis	M1	M4	PIB	IPCA	VC* (5%)
raiz unitária regular	-1.8656	-2.1929	-1.9401	-2.2765	-3.29
raiz unitária sazonal (2 meses por ciclo)	-5.9076	-3.6282	-4.1770	-4.2219	-2.76
raiz unitária sazonal (3 meses por ciclo)	16.9054	21.2629	15.4960	10.1812	6.20
raiz unitária sazonal (4 meses por ciclo)	15.0453	23.7386	18.1112	12.9566	6.24
raiz unitária sazonal (6 meses por ciclo)	12.7063	31.4597	19.5551	18.5535	6.20
raiz unitária sazonal (12 meses por ciclo)	17.3816	19.6747	29.8589	14.6711	6.18

*Valores críticos para nível de 5%. Ordem de defasagem determinada de acordo com o critério de Hannan-Quinn.

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

A tabela 1.4 exhibe os resultados para os testes considerando as séries em primeira diferença. O teste ADF usual foi considerado aqui apenas para M1 e PIB, pois M4 e IPCA apresentaram aparentes quebras em suas trajetórias e caso tal característica seja simplesmente ignorada, o teste ADF pode apresentar baixo poder, diminuindo a probabilidade de se rejeitar uma hipótese nula falsa (LÜTKEPOHL e KRÄTZIG, 2004).

As quebras estruturais acontecem quando há uma mudança nos parâmetros da regressão, que pode ser no intercepto, na inclinação ou em ambos. O teste aplicado para verificar a existência de raiz unitária com quebra estrutural foi proposto por Lanne *et al.* (2002), que consiste em primeiramente estimar o termo determinístico sob a hipótese nula de raiz unitária e subtraí-lo da série.

Tabela 1.4 - Teste de estacionariedade: variáveis em primeira diferença

Variáveis	Data da quebra	ADF		Lanne <i>et al.</i>	
		$\mathcal{T}(\mu)$	$\mathcal{T}(t)$	$\mathcal{T}(\mu)$	$\mathcal{T}(t)$
M1	-	-15.4101	-15.6711	-	-
M4	1998.11	-	-	-5.8000	-3.4536
PIB	-	-7.9158	-8.3311	-	-
IPCA	2002.11	-	-	-5.6633	-5.2523
Valores críticos (5%)		-2.86	-3.41	-2.88	-3.03

A ordem de defasagem foi determinada de acordo com o critério de Hannan-Quinn.

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

Posteriormente é utilizado o teste ADF levando em consideração os valores críticos disponibilizados pelos autores. Para escolher a data de quebra, o procedimento consiste em considerar um modelo AR com alta defasagem e selecionar a data que minimiza a função de mínimos quadrados generalizados usada para assim determinar os parâmetros da parte determinística¹³.

Os resultados apresentados na tabela 1.4 consideram a presença de constante, tendência e dummies sazonais, além de incorporar uma quebra estrutural por meio de uma *dummy* de impulso nos casos de M4 e IPCA. Aqui todas as variáveis transformadas em suas primeiras diferenças apresentaram comportamento estacionário, confirmando portanto que as séries em estudo são integradas de 1^a ordem.

Para verificar as relações de longo prazo entre as séries, considera-se o teste de cointegração para as versões forte (relação entre moeda e preços) e fraca (relação entre moeda e renda nominal) da teoria quantitativa, levando em conta as moedas restrita (M1) e ampliada (M4). A tabela 1.5 exibe a estatística do traço obtida pelo procedimento de máxima verossimilhança de Johansen (1988, 1991, 1995), considerando a presença de *dummies* sazonais, intercepto e tendência. O teste conclui que todas as relações analisadas não rejeitam a hipótese de que estas possuem um vetor cointegrante e, por conseguinte, uma tendência comum, uma vez que esta é definida pela diferença entre o número de variáveis e a quantidade de vetores cointegrantes em cada relação investigada.

Tabela 1.5 - Teste de cointegração

Nº de vetores	Estatística do traço		<i>p</i> -valor		Estatística do traço		<i>p</i> -valor		Valores críticos	
	M1 × PIB			M4 × PIB			5%	1%		
$r = 0$	34.57	0.0024	50.57	0.0000	25.73	30.67				
$r \leq 1$	10.92	0.0914	15.51	0.0137	12.45	16.22				
	M1 × IPCA		M4 × IPCA							
$r = 0$	31.54	0.0073	53.84	0.0000	25.73	30.67				
$r \leq 1$	6.79	0.3774	6.81	0.3752	12.45	16.22				

Ordem de defasagem determinada de acordo com o critério de Hannan-Quinn.

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

¹³Os procedimentos para eleger a data de quebra da série temporal e perfomar seu teste de raiz unitária foram realizados no software JMulTi. Este programa disponibiliza gráficos que mostram os efeitos das alterações na data de quebra sobre as variações no parâmetro, auxiliando na sua seleção.

1.5.2 *Teste de ciclos comuns*

Como já foi dito anteriormente, o número s de vetores de co-caracterização linearmente independentes somado ao número de vetores de cointegração r pode ser no máximo igual ao número de variáveis investigados n , que aqui é 2 para todas as versões investigadas da teoria quantitativa. Diante da presença de um vetor cointegrante, sabe-se então que haverá no máximo um vetor co-característico e, por conseguinte, existirá um ciclo comum $(n - s)$.

A tabela 1.6 exhibe os resultados para o teste de ciclos comuns performado por Warne (2008) através do software Structural VAR. Aqui, a hipótese da existência de um ciclo comum não pode ser rejeitada quando a moeda restrita, M1, é considerada em ambas as versões da TQM.

Tabela 1.6 - Teste de ciclos comuns

Relações da TQM	Nº de ciclos	Estatística LR	Graus de liberdade	p -valor
M1 \times PIB	1	1,7983	2	0,4069
M4 \times PIB	1	32,8294	8	0.0001
M1 \times IPCA	1	4,4378	2	0.1087
M4 \times IPCA	1	26,5366	2	0.0000

A ordem de defasagem foi determinada de acordo com o critério de Akaike.

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

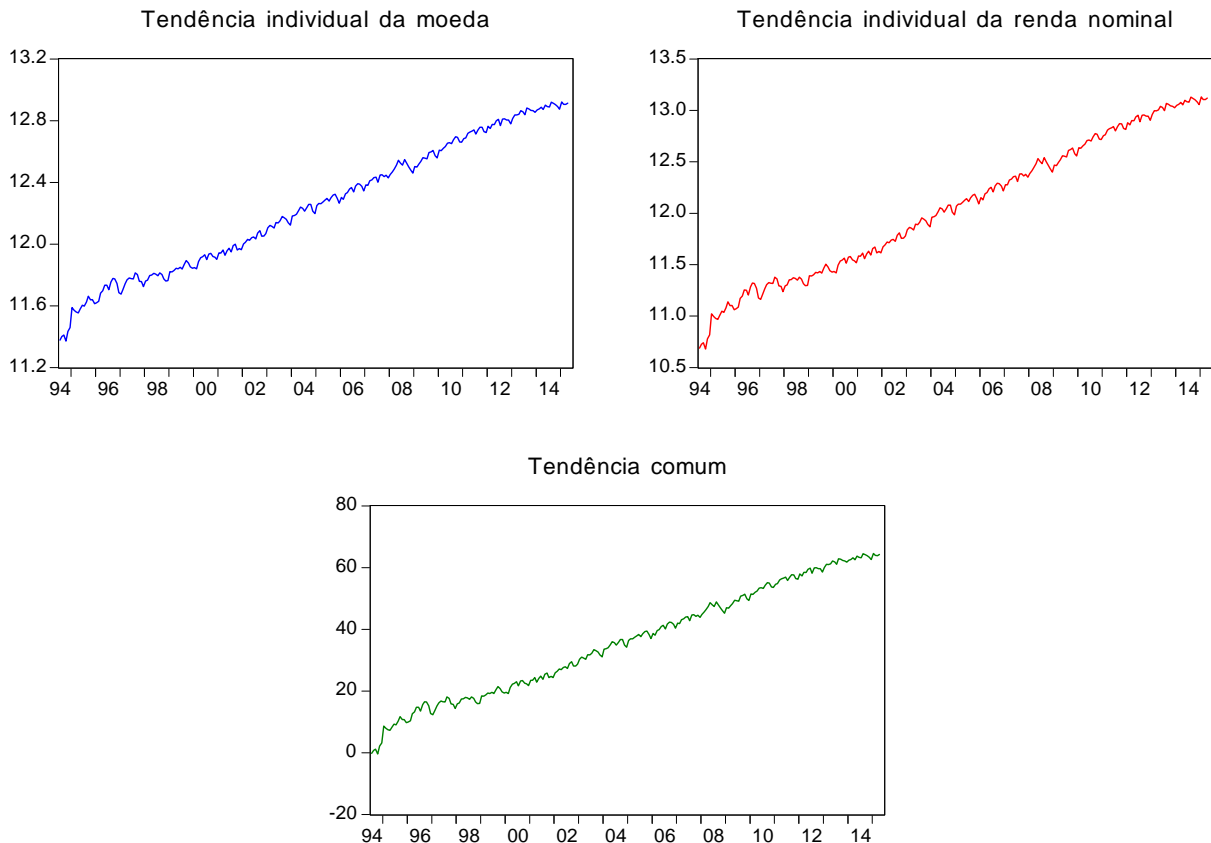
1.5.3 *Análise das tendências e ciclos comuns na versão fraca da TQM*

Tomando M1 como a variável que representa a moeda na teoria quantitativa, o caso especial em que o número de vetores cointegrantes somado ao número de vetores co-característicos é exatamente igual ao número de variáveis investigadas ocorre. Assim, é possível obter as tendências e ciclos individuais, conforme (13), bem como o ciclo comum, que será gerado a partir da combinação linear do vetor de variáveis presentes no modelo, y_t , utilizando a matriz de vetores cointegrantes α .

No estudo da relação entre moeda e renda nominal, detectou-se a presença de uma tendência comum e um ciclo comum. A tendência comum apresenta uma trajetória temporal que oscila de forma homogênea às tendências individuais de ambas as séries. A figura 1.5 exhibe o comportamento claramente crescente das tendências, com um salto inicial no segundo semestre de 1994, decorrente ainda do choque na economia com o

advento do plano real, além de apresentar oscilações semelhantes àsquelas encontradas na série temporal do produto interno bruto.

Figura 1.5 - Tendências individuais e comuns: moeda e renda nominal



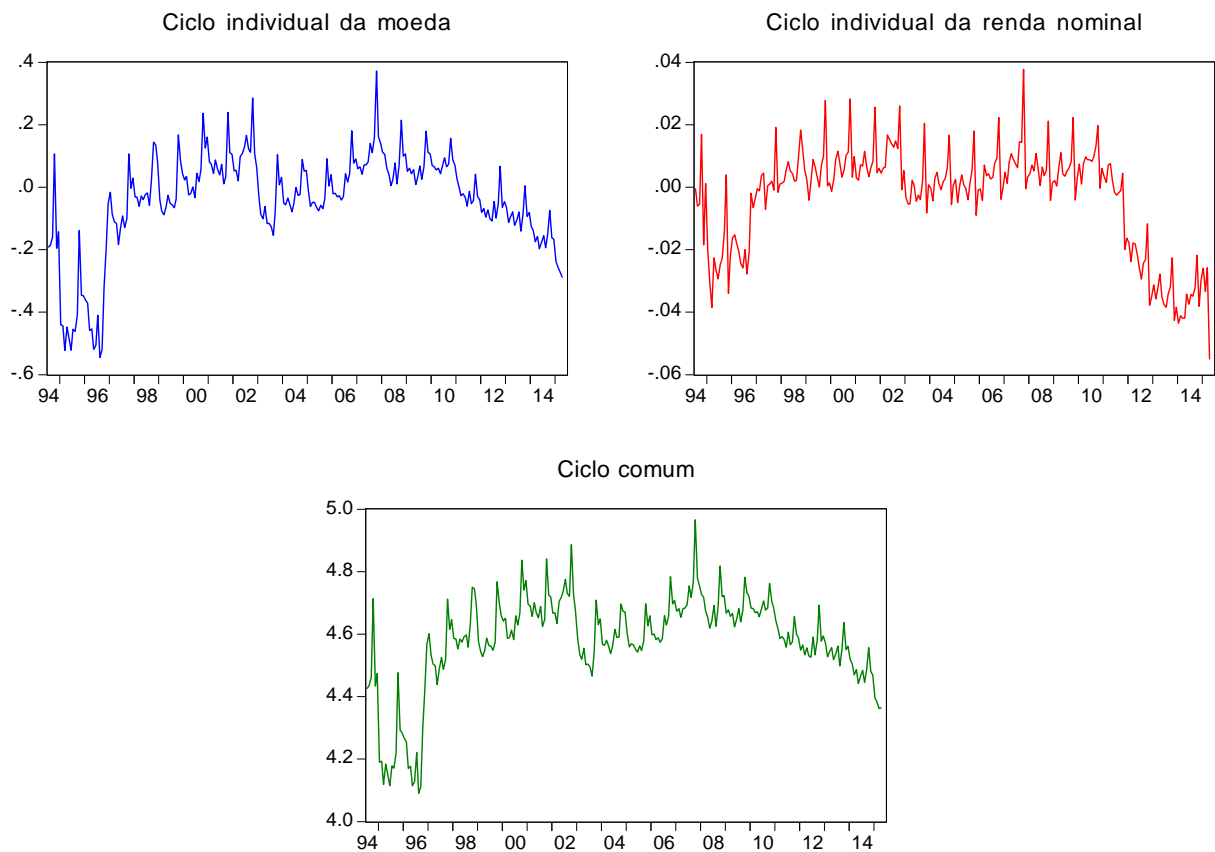
Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma, as trajetórias dos ciclos individuais e comum compartilham um comportamento semelhante, com quedas abruptas no período entre 1995 e 1998, por conta da forte queda dos preços, afetando a renda nominal, e da âncora cambial, que tornava ineficaz a utilização da política monetária e que perdurou até a grande crise cambial de 1999, caracterizada por uma série de crises financeiras que derrubaram as moedas de vários países emergentes, inclusive do Brasil.

Na figura 1.6 é possível observar que houve também uma aparente queda nos ciclos no final de 2002, gerado pelas incertezas do novo governo no país, além um de pico mais acentuado no início de 2008, provável fruto da bolha imobiliária que viria a eclodir naquele ano, forçando o estado a fornecer liquidez para o sistema financeiro, prejudicando

o PIB do país. A partir do ano de 2010 o ciclo individual da renda nominal aparenta uma trajetória um pouco mais diferente dos outros ciclos presentes na figura.

Figura 1.6 - Ciclos individuais e comuns: moeda e renda nominal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 1.7 - Estatísticas descritivas dos ciclos: versão fraca da TQM.

estatística	Comum	Moeda	Renda nominal
média	4.578101	-0.041573	-0.003423
mediana	4.589907	-0.026574	0.001459
máximo	4.965443	0.371799	0.037737
mínimo	4.090282	-0.544779	-0.054923
desvio-padrão	0.151378	0.158485	0.016518

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

A tabela 1.7 traz as principais estatísticas descritivas destes ciclos, chamando atenção para os desvios-padrão dos ciclos comum e da moeda, sugerindo graus de dispersão semelhantes. Os graus de correlação linear entre estas séries são apresentados na tabela 1.8. Fica claro a forte correlação entre o ciclo individual da moeda e o ciclo comum, conforme pôde se imaginar ao observar a figura anterior. Mas o grau de correlação entre o ciclo da renda nominal e o ciclo da moeda ou o ciclo comum também são significativos.

Tabela 1.8 - Correlação entre os ciclos: versão fraca da TQM

	Ciclo comum	Ciclo da moeda	Ciclo da renda nominal
Ciclo comum	1,0000		
Ciclo da moeda	0.9988	1,0000	
Ciclo da renda nominal	0.6618	0.6980	1,0000

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

Note que correlação não implica causalidade entre duas séries. Em função disso, é verificado na tabela 1.9 o quanto o valor corrente de um ciclo pode ser explicado pelos valores passados de um outro ciclo, através da causalidade de Granger. Tomando o teste com uma defasagem, a tabela mostra que esta causalidade não ocorre para nenhum dos casos, pois a hipótese de não causalidade em todos os sentidos não foi rejeitada. Portanto tais ciclos não possuem capacidade preditiva sobre si.

Tabela 1.9 - Causalidade de Granger entre os ciclos: versão fraca da TQM

	Ciclo comum	Ciclo da moeda	Ciclo da renda nominal
Ciclo comum		0.3223	0.3837
Ciclo da moeda	0.2688		0.3837
Ciclo da renda nominal	0.2688	0.3223	

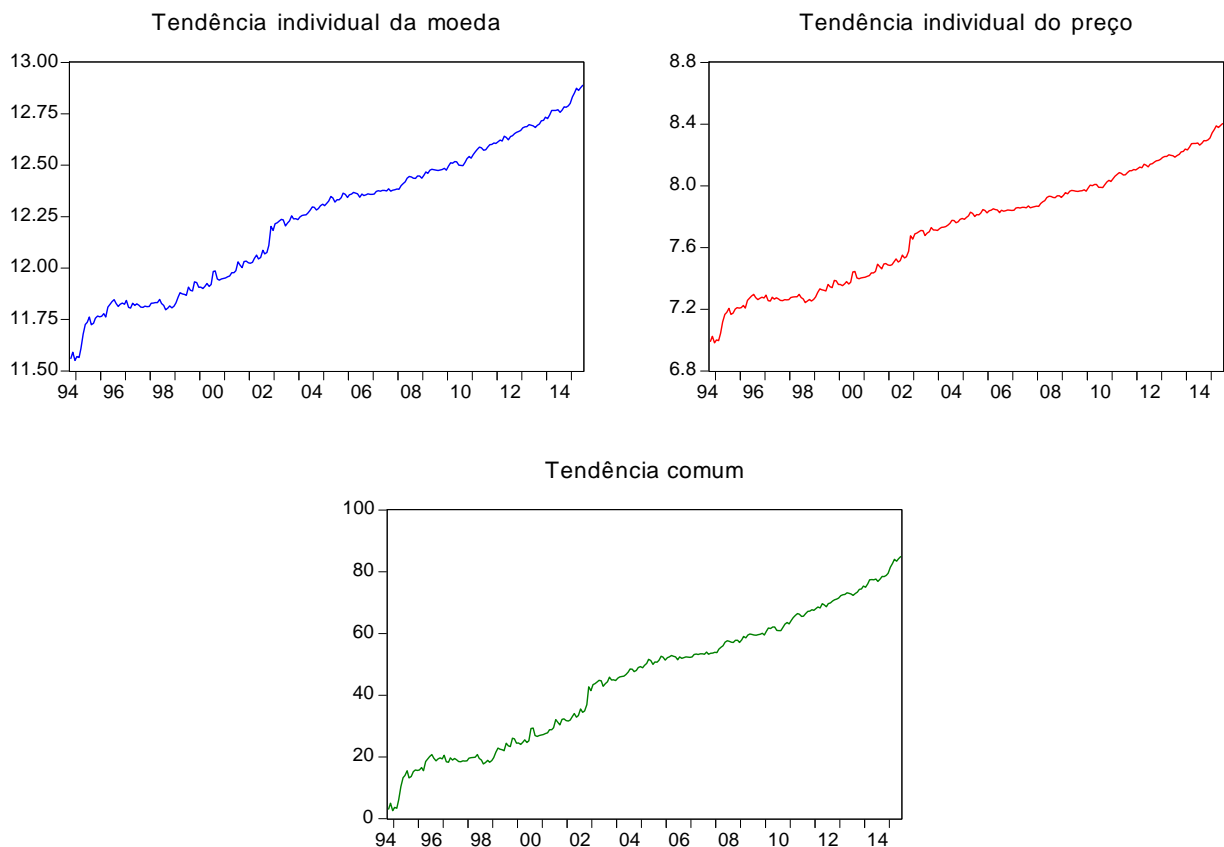
Fonte: resultados obtidos pelo autor. A tabela registra o *p*-valor do teste.

1.5.4 *Análise das tendências e ciclos comuns na versão forte da TQM*

Considerando agora a relação entre moeda e preço, foi visto que, no caso onde a moeda é representada pela variável M1, as séries apresentaram uma tendência comum e um ciclo comum. Estas podem ser obtidas, haja vista a ocorrência da igualdade $r + s = n$. A figura 1.7 exibe as tendências individuais das variáveis e a tendência comum a ambas. Assim como na versão fraca da teoria quantitativa da moeda, aqui as trajetórias compartilham variações homogêneas em suas trajetórias crescentes, diferenciando umas das outras basicamente em seus interceptos.

A figura 1.8 por sua vez mostra que o ciclo individual da moeda é semelhante ao ciclo comum, mas o ciclo individual do preço aparenta uma trajetória não tão homogênea. Observe adicionalmente que, tanto na versão fraca da TQM quanto aqui, a tendência comum tem uma trajetória semelhante à renda nominal e ao preço, respectivamente.

Figura 1.7 - Tendências individuais e comuns: moeda e preço

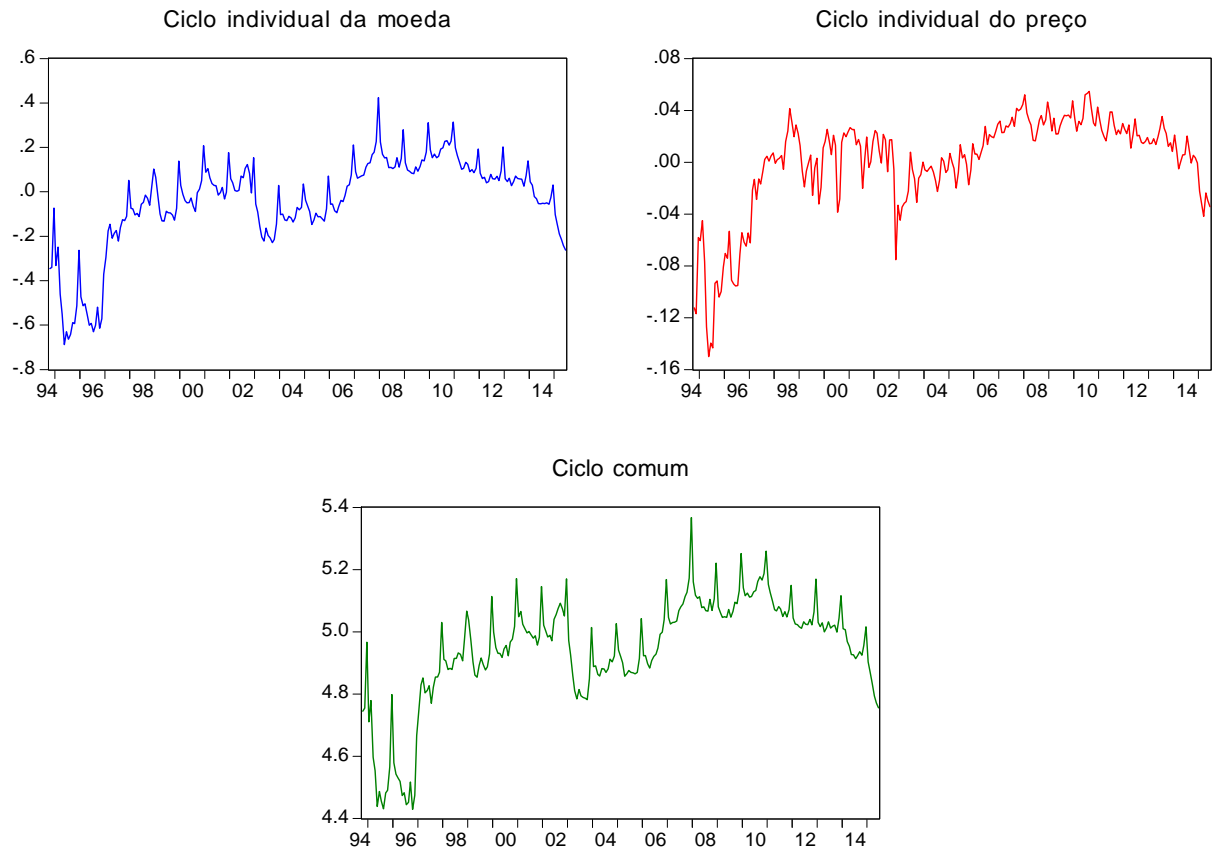


Fonte: Elaborado pelo autor.

Além disso, observe que o ciclo comum das duas versões são homogêneos, que por sua vez são semelhantes ao comportamento da moeda restrita.

A tabela 1.10 exibe as principais estatísticas sumárias dos ciclos e os resultados da análise de correlação estão dispostos na tabela 1.11. A correlação entre os ciclos aqui são mais fortes que aqueles apresentados na seção anterior: o grau de correlação linear é praticamente perfeito entre o ciclo comum e o ciclo de M1. Adicionalmente, todas são positivas, ou seja, os valores crescentes de uma série estão associados aos valores crescentes da outra.

Figura 1.8 - Ciclos individuais e comuns: moeda e preço



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 1.10 - Estatísticas descritivas dos ciclos: versão forte da TQM.

estatística	Comum	Moeda	Preço
média	4.9435	-0.0416	-0.0004
mediana	4.9764	-0.0035	0.0122
máximo	5.3668	0.4235	0.0545
mínimo	4.4294	-0.6880	-0.1501
desvio-padrão	0.1729	0.2046	0.0383

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

Tabela 1.11 - Correlação entre os ciclos: versão forte da TQM

	Ciclo comum	Ciclo da moeda	Ciclo do preço
Ciclo comum	1,0000		
Ciclo da moeda	0.9959	1,0000	
Ciclo do preço	0.8584	0.9012	1,0000

Fonte: resultados obtidos pelo autor.

Por fim, a tabela 1.12 mostra que o teste de causalidade de Granger, tomadas duas defasagens nas séries, rejeita a hipótese que os valores passados de uma variável não tem capacidade preditiva sobre os valores de outra, para todos os ciclos aqui considerados. Observe que estas hipóteses são rejeitadas mesmo considerando um nível de significância de 1%, conforme os p -valores de cada teste. O resultado na versão forte da TQM é, portanto, exatamente o inverso do que foi observado na seção anterior.

Tabela 1.12 - Causalidade de Granger entre os ciclos: versão forte da TQM

	Ciclo comum	Ciclo da moeda	Ciclo do preço
Ciclo comum		0.0065	0.0067
Ciclo da moeda	0.0001		0.0067
Ciclo do preço	0.0001	0.0065	

Fonte: resultados obtidos pelo autor. A tabela registra o p -valor do teste.

De maneira geral, estes resultados se assemelham aos obtidos para o Reino Unido por Hall e Shepherd (2003) no que diz respeito à presença de ciclos comuns para as relações entre a moeda restrita e a renda nominal. Em contraste, não foi identificada a existência de ciclos comuns entre a moeda em sua classificação mais ampla e renda nominal, além das duas relações moeda-preços. Considerando as mesmas relações para os Estados Unidos, Hall e Shepherd (2003) concluíram que não havia características de correlação serial comum presentes em qualquer um dos casos observados. Em razão disso, os autores adicionalmente partem para investigar a presença de ciclos codependentes nas relações. Esta análise não foi levada em conta neste *paper*, já que os ciclos comuns foram detectados.

1.6 Considerações Finais

O objetivo deste ensaio foi analisar a validade da teoria quantitativa da moeda, investigando a existência de comovimentos cíclicos no Brasil, considerando o produto interno bruto em valores correntes, a moeda em suas versões restrita e ampliada, conforme os conceitos de M1 e M4 definidos pelo Banco Central do Brasil, e o índice de preços ao consumidor amplo. Os dados apresentaram periodicidade mensal, estendendo-se de julho de 1994 a junho de 2015. Vale destacar que nenhum filtro ou processo de dessazonalização foi aplicado sobre as séries temporais justamente para melhor captar a presença de relações de equilíbrio no curto prazo.

A ideia inicial foi investigar e caracterizar as relações entre essas variáveis sem utilizar qualquer estrutura prévia de ordem teórica ou econométrica, mas apenas considerando a identidade que representa a teoria quantitativa, seja na sua versão fraca, que defende que a oferta de moeda tem efeito sobre o produto real e os preços, seja na sua versão forte, que preconiza uma relação puramente nominal, onde alterações na oferta de moeda impactam exclusivamente sobre os preços. Observa-se portanto se o padrão de comovimento entre as séries é consistente com as premissas da teoria quantitativa básica.

Utilizando M1 e M4 nas duas versões da TQM, todos os casos apresentaram relações cointegrantes, contendo em cada um deles um vetor de cointegração e, por conseguinte, uma tendência comum entre as variáveis, apontando para a possível existência de um vetor co-característico, uma vez que a quantidade total desses dois vetores não poderia ser maior que o número de variáveis na relação investigada. O teste de ciclos comuns verificou que quando a moeda mais ampla é considerada nestas relações, não há presença de ciclos comuns, seja qual for a versão da TQM escolhida. Já no caso em que M1 é levado em consideração, identifica-se a presença de um vetor de co-caracterização e, por conseguinte, de um ciclo comum.

Embora, no caso da moeda em sua versão ampla, o resultado aparente seja que esta variável não tenha impacto sobre as demais séries, vale destacar que a diferença nos resultados entre M1 e M4 se explica pelas suas próprias definições na classificação dos agregados monetários disponibilizada pelo Banco Central do Brasil. Enquanto o M1 apresenta uma programação monetária previamente estabelecida e que interfere de forma direta na demanda agregada, o M4 exibe uma classificação mais abrangente da moeda, diluindo o efeito cíclico da relação entre moeda e preços ou entre moeda e produto nominal.

Em razão da soma dos vetores cointegrante e co-característico serem exatamente iguais ao número de variáveis, pôde-se adicionalmente extrair do vetor de variáveis as suas tendências e ciclos comuns. A correlação linear entre os ciclos individuais e comum

mostrou-se forte nas duas versões da teoria, apontando uma associação linear positiva em todos os casos, sugerindo um comportamento homogêneo em suas trajetórias. Levando em conta a possível causalidade entre os ciclos no sentido de Granger, apenas a versão forte da teoria quantitativa identificou que choques em valores passados de um ciclo podem afetar os valores presentes de um outro ciclo. Pode-se dizer portanto que para fins de política econômica, a relação entre moeda e preços mostra-se mais relevante por apontar efeitos de causalidade em ambos os sentidos.

Diante da presença da relação cointegrante entre a moeda e renda nominal, aliada à confirmação que estas compartilham um ciclo comum, pode-se afirmar tacitamente que a velocidade de circulação da moeda apresenta um comportamento constante no período estudado. Levando em conta a versão puramente nominal da teoria, a cointegração e o ciclo comum identificado na relação entre moeda e preço sugere que o produto real e a velocidade da moeda são ambos estacionários e não exibem ciclos individuais, a não ser que estes sejam cointegrados entre si e também compartilhem um ciclo comum.

De maneira geral, estes resultados mostram que a teoria quantitativa da moeda se mostra eficaz no emprego de políticas monetárias que visam controlar variáveis de interesse macroeconômico, seja renda nominal, sejam preços. Observe que a relevância deste estudo reside sobretudo nas políticas de curto prazo, associadas à demanda na economia. Como se sabe, em estudos de modelos macroeconômicos multivariados, os choques atrelados ao efeito permanente da tendência estocástica são identificados como choques de oferta, vinculados a aumentos de produtividade, enquanto que os choques atrelados aos efeitos transitórios dos ciclos, são identificados como choques de demanda, associados por exemplo à política fiscal. Vale destacar que para algumas variáveis essa identificação não é tão clara, com exceção do PIB, dada a raiz unitária sempre presente nessa série, sendo direcionada por choques permanentes da sua tendência explicada por choques de oferta.

Referências

- ALIMI, R. S. **The quantity theory of money and its long run implications: empirical evidence from Nigeria.** MPRA Paper, 2012.
- ALÉM, A. C. D. **Macroeconomia: teoria e prática no Brasil.** São Paulo: Elsevier, 2010.
- BLAUG, M. **Economic theory in retrospect.** New York: Cambridge university press, 1997.
- CHEN, S. W. **Evidence of the long-run neutrality of money: the case of South Korea and Taiwan.** Economics Bulletin, v. 3, n. 64, 2007. p. 1-18.
- CLINE, W. R. **Quantity theory of money redux? Will inflation be the legacy of quantitative easing?** Washington: Policy Briefs, n. PB15-7, 2015. p. 1-13.
- CORAZZA, G.; KREMER, R. L. **Friedman e o monetarismo: a velha teoria quantitativa da moeda e a moderna escola monetarista.** Análise econômica, v. 21, n. 40, 2003. p. 65-77.
- CUBADDA, G. **Common cycles in seasonal non-stationary time series.** Journal of Applied Econometrics, v. 14, n. 3, 1999. p. 273-291.
- CUÑADO, J.; GIL-ALANA, L.; GRACIA, F. P. D. **New evidence on long-run monetary neutrality.** Journal of Applied Economics, v. XII, 2009. p. 229-248.
- DIMAND, R. W. **David Hume and Irving Fisher on the quantity theory of money in the long run and the short run.** The European Journal of the History of Economic Thought, v. 20, n. 2, 2013. p. 284-304.
- EMERSON, J. **The quantity theory of money: evidence from the United States.** Economics Bulletin, v. 5, n. 2, 2006. p. 1-6.
- ENGLE, R. F.; KOZICKI, S. **Testing for common features.** Journal of Business & Economic Statistics, v. 11, n. 4, 1993. p. 369-80.
- FISHER, I. **The purchasing power of money: its' determination and relation to credit interest and crises.** New York: The Macmillan Company, 1911.
- FRANSES, P. H.; HOBIJN, B. **Critical values for unit root tests in seasonal time series.** Journal of Applied Statistics, v. 24, n. 1, 1997. p. 25-48.
- FRIEDMAN, M. The quantity theory of money – a restatement. *In*: FRIEDMAN, M. (Ed.). **Studies in the quantity theory of money.** Chicago: University of Chicago Press, v.561, 1956. p. 94-111.

_____. Quantity theory of money. *In*: DURLAUF, S. N.; BLUME, L. E. (Ed.). **The New Palgrave Dictionary of Economics**, 2008. Disponível em: <http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008_Q000006>. Acesso em: 02 jun. 2015.

HALL, S.; SHEPHERD, D. **Testing for common cycles in money, nominal income and prices**. Manchester School, v. 71, 2003. p. 68-84.

HECQ, A. **Does seasonal adjustment induce common cycles?** Economics Letters, v. 59, n. 3, 1998. p. 289-297.

HUME, D. Of money. *In*: MILLER, E. F. (Ed.). **Essays, Moral, Political and Literary**. Indianapolis: Library of Economics and Liberty, 1752. Disponível em: <<http://www.econlib.org/library/LFBooks/Hume/hmMPL26.html>>. Acesso em: 02 jun. 2015.

HYLLEBERG, S. et al. **Seasonal integration and cointegration**. Journal of Econometrics, v. 44, n. 1-2, 1990. p. 215-238.

JOHANSEN, S. **Statistical analysis of cointegration vectors**. Journal of Economic Dynamics and Control, v. 12, n. 2-3, 1988. p. 231-254.

_____. **Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models**. Econometrica, v. 59, n. 6, 1991. p. 1551-1580.

_____. **Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models**. Oxford: Oxford University Press Catalogue, 1995.

KARFAKIS, C. **Testing the quantity theory of money in Greece**. Applied Economics, v. 34, n. 5, 2002. p. 583-587.

KARRAS, G. **Investigation of the long-run quantity theory of money relationship**. International Review of Economics & Finance, v. 1, n. 2, 1992. p. 159-168.

KING, R. G.; WATSON, M. W. **Testing long-run neutrality**. Economic Quarterly, 1997. p. 69-101.

LUCAS, R. E., JR. **Two illustrations of the quantity theory of money**. American Economic Review, v. 70, n. 5, 1980. p. 1005-1014.

LÜTKEPOHL, H.; KRÄTZIG, M. **Applied time series econometrics**. New York: Cambridge university press, 2004.

- MINELLA, A. **Monetary policy and inflation in Brazil (1975-2000): a VAR Estimation.** *Revista Brasileira de Economia*, v. 57, n. 3, 2003.
- MOAZZAMI, B.; GUPTA, K. L. **The quantity theory of money and its long-run implications.** *Journal of Macroeconomics*, v. 17, n. 4, 1995. p. 667-682.
- NARAYAN, S.; NARAYAN, P. K. **The inflation–output nexus: empirical evidence from India, South Africa, and Brazil.** *Research in International Business and Finance*, v. 28, 2013. p. 19-34.
- NORIEGA, A. E. **Long-run monetary neutrality and the unit-root hypothesis: further international evidence.** *The North American Journal of Economics and Finance*, v. 15, n. 2, 2004. p. 179-197.
- PERRON, P. **The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis.** *Econometrica*, v. 57, n. 6, 1989. p. 1361-1401.
- PESARAN, M. H.; SHIN, Y. **An autoregressive distributed lag modelling approach to cointegration analysis.** *Cambridge Working Papers in Economics*, 1995.
- SARGENT, T. J.; SURICO, P. **Two illustrations of the quantity theory of money: breakdowns and revivals.** *American Economic Review*, v. 101, n. 1, 2011. p. 109-128.
- SERLETIS, A. **The demand for money: theoretical and empirical approaches.** 2. ed. Springer Science & Business Media, 2007.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. **Testing for common trends.** *Journal of the American Statistical Association*, v. 83, 1988. p. 1097-1107.
- VAHID, F.; ENGLE, R. F. **Common trends and common cycles.** *Journal of Applied Econometrics*, v. 8, n. 4, 1993. p. 341-360.
- WARNE, A. **Estimation and Testing for Common Cycles.** 2008. Disponível em: <<http://www.texlips.net/download/common-cycles.pdf>>
- ZIVOT, E.; ANDREWS, D. W. K. **Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis.** *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 10, n. 3, 1992. p. 251-270.

2 A RELAÇÃO INFLAÇÃO - HIATO DO PRODUTO: UMA APLICAÇÃO DA CURVA DE PHILLIPS PARA O BRASIL

2.1 Introdução

A relação entre a taxa de inflação e alguma medida da atividade econômica vem sendo considerada como instrumento para formulação de políticas monetárias desde o trabalho empírico de Phillips em 1958, em que uma correlação significativa entre a taxa de inflação e a taxa de desemprego foi observada para o período de 1861 a 1957 no Reino Unido. Quase sessenta anos depois da formulação dessa relação que passaria a ser mundialmente conhecida como a curva de Phillips, esta sofreu várias transformações em seu arcabouço teórico, quase sempre levando em conta as investigações empíricas da época¹. Suas alterações portanto passaram a ter respaldo em fundamentos econômicos, sem deixar de levar em consideração as características observadas nas séries de suas principais variáveis.

O fato é que não há consenso no que se refere à formulação adequada para captar o *trade-off*: as diversas versões parecem encontrar eficácia em algum período ou local estudado e completa inabilidade em outros, desafiando os pesquisadores na busca de uma representação do ambiente macroeconômico mais completa e sólida. Embora ainda hajam muitos estudos controversos no que tange à importância e real eficácia desta análise, é fato que muitos são os trabalhos concernentes à famosa curva, seja para construir previsões acerca da dinâmica dos preços, estimar variáveis latentes como a taxa de desemprego natural ou o produto potencial, avaliar os microfundamentos que atualmente fazem parte de sua estrutura, ou até mesmo para propor alterações e por conseguinte implementar considerações que pareçam se adequar à relação entre seus fatores.

O objetivo deste ensaio é avaliar a relação entre a taxa de inflação e o hiato do produto para o Brasil nos moldes da curva de Phillips. A partir das séries do produto e da taxa de inflação entre 1995 e 2016, será utilizada a metodologia de modelos de componentes não observados sob o arcabouço proposto por Harvey (2011). Será construído um modelo bivariado em que as duas séries são modeladas conjuntamente e posteriormente estima-se um modelo com uma única equação confrontando a taxa de inflação e o hiato do produto. Em virtude da possível alteração nos efeitos da variação do hiato do produto sobre a variação na taxa de inflação, serão analisados também modelos onde o parâmetro que relaciona as duas variáveis toma diferentes valores sobre o tempo.

¹As críticas de Milton Friedman e Edmund Phelps ao modelo implementado na época são exceções, já que os mesmos levantaram seus questionamentos em meio a uma forte evidência empírica no período de que a curva de Phillips respondia bem à economia. Este assunto será tratado na próxima seção.

Embora o artigo de Machado e Portugal (2014) tenha construído sua análise no espírito deste mesmo trabalho, o presente estudo possui uma estimação mais semelhante ao *paper* de Harvey (2011), verificando portanto o modelo sem considerar uma série para expectativa inflacionária. Para tanto, serão realizados testes de previsão de modo a investigar o poder do modelo na ausência da mesma e avaliar seu papel na construção da curva de Phillips para o país. O presente artigo portanto não só amplia a pouca literatura brasileira no que concerne a utilização do modelo de componentes não observados, como inova ao aplicar esta análise à versão *backward looking* da curva de Phillips para o Brasil e investigar a presença de tendências e ciclos comuns utilizando esta abordagem.

Este ensaio está dividido em 4 seções, além desta introdução. Na seção 2 é feita uma revisão da literatura, apresentando as transformações históricas da curva de Phillips desde sua concepção até as atuais contribuições dos chamados novos keynesianos; por conseguinte, várias aplicações da curva de Phillips nos últimos anos são apresentadas. A seção 3 expõe a metodologia empregada ao modelo de componentes não observados e sua implementação na relação investigada. A seção 4 apresenta a descrição da séries utilizadas bem como destaca os resultados oriundos das estimações e uma última seção apresenta as considerações finais do artigo.

2.2 Revisão da Literatura

2.2.1 *Evolução Histórica da Curva de Phillips*

Na primeira formulação da curva, Phillips (1958) observou que, *ceteris paribus*, a variação nos salários nominais seria inversamente proporcional à variação na taxa de desemprego. Os estudos de Samuelson e Solow² (1960) para dados nos Estados Unidos ratificaram os resultados de Phillips, contudo a taxa de variação dos salários nominais foi retirada para dar vez à variação nos preços. A ideia básica era que níveis baixos de desemprego resultariam em uma pressão por salários nominais mais altos no mercado de trabalho, que por conseguinte gerariam preços mais altos por parte das empresas para manutenção de seus custos. A partir daí, os empregados demandariam salários nominais sempre mais altos para fazer jus ao aumento geral dos preços e as empresas por sua vez, para manter seus custos, aumentariam mais seus preços, resultando num aumento sobre a taxa de inflação na economia. A equação que representava a Curva de Phillips - CP ficou formulada como:

$$\pi_t = \xi - \theta u_t \quad (1)$$

²Foi a partir do trabalho destes autores que a relação entre a taxa de inflação e a taxa de desemprego veio a ser conhecida como a curva de Phillips.

onde π_t representa a taxa de inflação, u_t denota a taxa de desemprego e ξ e θ são parâmetros. O *trade-off* a longo prazo entre inflação e desemprego foi incorporado à síntese neoclássica e passou então a ser instrumento importante na formulação das políticas macroeconômicas, permitindo que os governos de cada país escolhessem reduzir o nível adequado de desemprego conforme o aumento no nível de inflação que a economia pudesse suportar.

Ainda em meio ao sucesso da curva na década de 60, os artigos de Friedman (1968) e Phelps (1968) levantavam questionamentos acerca da formulação implementada na época, alegando que o modelo carecia de um componente que captasse as expectativas dos agentes quanto à inflação futura³ e esta por sua vez era levada em conta para negociação do valor real de seus salários. Esta modificação era necessária pois, uma vez que cada governo suportasse uma taxa de inflação mais alta para assim diminuir o desemprego, os agentes daquela economia observariam a persistência da inflação e a levariam em conta na escolha de seus salários reais e por conseguinte na taxa de inflação do próximo período. Desta forma, a formulação da equação passou a ser:

$$\pi_t = \alpha\pi_t^e - \frac{1}{\beta}(u_t - u_N) \quad (2)$$

onde π_t^e indica a formulação da expectativa de inflação, u_N é a chamada taxa natural de desemprego ou taxa de desemprego não aceleradora da inflação (NAIRU⁴) e α e β são parâmetros. Dessa forma, a diferença entre a taxa de inflação real e sua expectativa dependia da diferença entre a taxa de desemprego efetiva e a taxa natural de desemprego. A equação (2) ganhou força no início da década de 70 com os choques de oferta oriundos das elevações no preço do petróleo⁵ e o fenômeno da estagflação, onde a inflação crescia acompanhada pelo aumento do desemprego.

Considerando que os indivíduos formam suas expectativas de inflação sem ilusão monetária, levando em conta a taxa observada nos períodos anteriores e aprendendo a partir dos seus erros, a inflação efetiva passada foi considerada como uma *proxy* da expectativa de inflação⁶, transformando a relação (2) na denominada curva de Phillips aumentada por expectativas adaptativas. Esta versão também é conhecida como CP

³Para Milton Friedman, expoente da escola monetarista, mesmo a adição da expectativa de inflação ao modelo não tornava a curva de Phillips válida no longo prazo, já que um fenômeno monetário como a inflação não poderia ser afetado por alterações nas variáveis reais. Tal ligação só existiria portanto no curto prazo.

⁴Frequentemente utilizada na literatura, corresponde à sua sigla em inglês, *Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment*.

⁵Um componente adicional ϵ_t na equação (2) muitas vezes é considerado para captar choques de oferta.

⁶Uma formulação alternativa a $\pi_t^e = \pi_{t-1}$ frequentemente utilizada é $\pi_t^e = \pi_{t-1} + a(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e)$, onde o segundo componente à direita da igualdade reflete o ajuste do agente aos erros cometidos no passado. Note que se $a = 1$, retorna-se à primeira formulação.

aceleracionista, já que a manutenção do desemprego abaixo de seu nível "natural" só será possível caso a inflação "acelere" a ponto de sempre superar as expectativas inflacionárias dos agentes.

A lei de Okun, que determina a relação entre a diferença do produto efetivo com relação ao produto potencial da economia e a diferença da taxa de desemprego efetiva com relação a sua taxa natural, pode ser considerada juntamente com a expectativa adaptativa para assim construir a versão da CP que confronta a taxa de inflação e o hiato do produto:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta h_t \quad (3)$$

onde π_{t-1} denota a taxa de inflação no período anterior e h_t representa o hiato do produto no período corrente.

Preconizando as suposições clássicas de flexibilidade total dos preços, ajuste contínuo dos mercados através das leis de demanda e oferta conforme o modelo Walrasiano e decisões de escolha tomadas pelos agentes conforme os preços relativos, a escola novo clássica criticou as expectativas adaptativas de Friedman, já que os agentes formavam suas expectativas apenas com base em valores passados da inflação, sem considerar mudanças vigentes na política macroeconômica. Desta forma, Lucas (1972) incorporou a hipótese de expectativas racionais à relação entre inflação e desemprego. Aqui, os indivíduos fazem o melhor uso possível das informações que dispõem para construir suas expectativas, de modo que os distúrbios anteriores deixam de influir sobre as decisões do agente, ou seja,

$$\pi_{t+1}^e = \pi_{t+1} + \epsilon_{t+1} \quad (4)$$

onde ϵ_{t+1} denota um termo de erro do tipo ruído branco. Sob o arcabouço das expectativas racionais, na ausência de erros para formular as expectativas de inflação, a curva de Phillips e por conseguinte qualquer tipo de intervenção política tornam-se ineficazes sobre componentes reais da economia e apenas choques não antecipados surtiriam efeito. Para alterações da inflação, desde que os formuladores de política tivessem credibilidade perante os seus agentes, a redução da mesma poderia ocorrer sem qualquer efeito sobre o produto.

Trata-se de um cenário de pleno emprego, cuja taxa de desemprego involuntário é zero, convergindo com os resultados encontrados no modelo clássico. Obviamente este não era o cenário da época, mas Lucas (1972) argumentou que, embora os agentes agissem de maneira racional aos moldes *forward-looking* na formulação de suas expectativas, a informação era incompleta e imperfeita, de modo que políticas monetárias não antecipadas agiam como os choques de oferta, impactando o produto real da economia. Ainda assim, tais políticas monetárias não afetariam sistematicamente as variáveis reais da economia,

como a taxa de desemprego ou o produto.

A escola novo keynesiana por sua vez argumenta que, mesmo considerando a ideia de expectativas racionais, a CP continua como um importante instrumento na formulação de políticas econômicas, tudo isso em razão da rigidez dos preços e salários que ainda decorrem em um ambiente de concorrência monopolística e são explicados utilizando fundamentos microeconômicos. O artigo de Calvo (1983) atribui a irregularidade de preços ao fato de que estes não sejam fixados ao mesmo tempo, ocorrendo de forma descentralizada. Desse modo, as empresas preferem manter seus preços mesmo quando a demanda por seus bens caem, para não ficar em desvantagem frente a seus concorrentes. Tal relutância faz com que o nível geral de preços se ajuste de forma lenta e gradual, mesmo que os preços individuais mudem com frequência.

As empresas por sua vez não sincronizam a modificação de seus preços por conta da presença dos custos de menu: pequenos dispêndios que surgem no ajuste dos preços, como a confecção e distribuição de novos catálogos aos consumidores, negociações com fornecedores e distribuidores. Comparando a receita que obteria ao ajustar os preços continuamente com seus custos, a empresa opta por mantê-los, contudo o ajuste lento no nível de preços incide sobre a demanda agregada que perde o benefício de uma possível expansão econômica, afetando portanto os preços.

No mercado de trabalho, por sua vez, os trabalhadores já empregados e que participam de fortes sindicatos não aceitam reduções no salários, mesmo com o excesso de oferta de mão de obra. Os empresários por sua vez não contratam porque os benefícios em pagar baixos salários aos novos empregados não compensam os custos com seu treinamento e com as demissões dos seus atuais empregados. Diminuir os salários dos que já estão também não é viável, pois isto poderia gerar a saída dos seus empregados mais qualificados ou reduzir a eficiência dos mesmos, já que, na ótica do empregado, sua demissão agora implicaria numa menor perda.

De maneira geral, as empresas ajustam seus preços de forma descontinuada, mas quando mudam elas os definem de acordo com o preço médio desejado até o próximo período de ajuste. Considerando esse componente para a formulação de suas expectativas racionais, a curva de Phillips novo keynesiana - CPNK é portanto:

$$\pi_t = \beta h_t + \gamma E_t(\pi_{t+1}) \quad (5)$$

onde $E_t(\pi_{t+1})$ denota a expectativa da inflação no tempo $t + 1$, a partir do conjunto de informações obtido no período t .

Tal formulação logo foi alvo de críticas, muito em função de não haver um componente que melhor captasse a persistência inflacionária constatada em trabalhos empíricos. Este termo foi então adicionado no trabalho de Galí e Gertler (1999), que consideraram no ambiente descrito por Calvo (1983) uma taxa de inflação no período anterior, π_{t-1} , para definição dos preços. A justificativa se dava no cenário microeconômico em que algumas das empresas que podiam ajustar seus preços no período vigente não possuíam informações completas para tal e por isso utilizavam como regra de bolso a taxa de inflação passada para suprir essa limitação de conhecimento.

A relação, então denominada como a curva de Phillips novo keynesiana híbrida - CPNKH, possui o seguinte formato:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta h_t + \gamma E_t(\pi_{t+1}) \quad (6)$$

Muitas outras formulações que empregavam pequenas alterações ao modelo de preços rígidos foram sugeridas, gerando posteriormente vários estudos⁷. O fato é que até hoje não há consenso acerca do modelo mais adequado nos estudos da CP.

2.2.2 *Literatura Empírica Recente*

Diante dos recentes modelos que buscam explicar o *trade-off* da CP aliada a novos componentes com um arcabouço teórico mais fundamentado; da meta de muitos, senão todos os governos em otimizar o nível de crescimento das economias, levando em conta os custos ao reduzir ou mesmo aumentar a inflação; e das experiências empíricas que apontam para a relevância da curva na formulação de políticas econômicas; muitos trabalhos são aplicados nos mais diversos países. Este artigos variam tanto na formulação teórica em que se respaldam, como na metodologia econométrica que empregam para investigar a relação entre a variação na taxa de inflação e a variação de alguma medida agregada da atividade econômica.

Com a recente implementação de uma abordagem microeconômica promovida pela frente novo keynesiana, muitos artigos utilizam a CPNK na análise da dinâmica da inflação ou mesmo para investigar a força de sua estrutura frente aos critérios de estimação e previsão. Dufour, Khalaf e Kichian (2006) aplicam uma CPNKH nos Estados Unidos e no Canadá utilizando o modelo original de Galí e Gertler (1999) que assumem a suposição de expectativa racional e um modelo alternativo que considera expectativas de inflação obtidas a partir de pesquisas. Utilizando o método de Anderson-Rubin, por

⁷Para uma leitura sobre os diversos trabalhos oriundos da suposição de rigidez dos preços e salários, ver Tsoukis, Kapetanios e Pearlman (2011)

este ser robusto para modelos com fracas variáveis instrumentais ou mesmo variáveis explicativas endógenas, os resultados para os EUA suportam as especificações do modelo original mas o modelo com as expectativas oriundas de pesquisa não se mostrou adequado para descrever a dinâmica de inflação. No Canadá, utilizando uma amostra de 1970 a 2000, ambos os modelos falharam.

Também utilizando os testes de Anderson e Rubin, dentre outros métodos robustos à fraca identificação e do método generalizado de momentos (MGM), Nason e Smith (2008) investigam a relevância da CPNK para EUA, Canadá e Reino Unido em períodos específicos para cada país, que variavam de 1949 a 2001. Os autores chegaram a conclusão que o componente chave na formulação do modelo, a expectativa da inflação, era pouco significativo ao modelo, sobretudo nos EUA e Canadá.

Vários outros estudos analisaram a economia estadunidense, como é o caso de Gallegati *et al* (2011), que utilizaram duas séries trimestrais compreendendo os períodos de 1948 a 1992 e de 1993 a 2009 para identificar uma relação coerente com a CP em sua versão original. Através de análise de ondaletas⁸ para decompor as séries macroeconômicas tanto na dimensão temporal quanto na dimensão de frequência, observa-se que a relação entre salários e desemprego é exclusiva dos componentes de menor frequência das séries e que há uma considerável estabilidade na CP ao considerar a primeira sub-amostra, diferentemente do segundo período que apresentava um cenário de baixa inflação.

Russel e Chowdhury (2013) argumentam que a CP de Phelps e Friedman, bem como a CPNK e sua versão híbrida são incompatíveis com a ideia de que houveram poucas quebras estruturais na taxa média de inflação nos últimos cinquenta anos, levando em conta que os agentes possuem informação completa para formulação de suas expectativas. Utilizando uma CP híbrida com um termo GARCH e permitindo por quebras estruturais, os autores avaliam a validade empírica desses três modelos e de uma nova versão da CP consistente com o processo estatístico. Para dados num período de 1960 a 2000, eles confirmam que devem existir muitas quebras para as suposições das CP's usualmente utilizadas, mas justamente este resultado aponta para uma inconsistência empírica de tais modelos. Assim o único modelo adequado para os dados no país seria a CP consistente com o processo estatístico.

Xu *et al* (2015) também comparam três CP's: com expectativas adaptativas, com expectativas racionais e a versão híbrida. Contudo, a metodologia econométrica empregada é de regressão quantílica não linear, permitindo assim o exame da relação

⁸Ondaletas consistem em funções matemáticas que transformam os dados e os cortam em componentes de frequência diferentes, com uma resolução associada à sua escala. Sua análise considera não estacionaridade como uma propriedade intrínseca dos dados, em vez de um problema a ser resolvido pela pré-processamento dos dados.

entre o hiato do produto e a inflação em diferentes percentis. Tomando dados trimestrais de 1952 a 2011, a CP híbrida apresentou melhor qualidade de ajuste e poder de previsão. Além disso, a CP apresentou graus de linearidade diferentes conforme o quartil estudado. Lee e Yoon (2016) fazem uma análise quantílica da CPNK e da CPNKH entre 1969 e 2013, utilizando uma versão adequada do MGM. Os autores encontram uma relação mais forte na primeira versão da curva quando foram considerados maiores quantis. Nos demais percentis, o melhor ajuste se dava na formulação da CPNKH.

Considerando outras economias, Granger e Jeon (2011) aplicam um modelo linear com parâmetro variante no tempo para EUA, Reino Unido, Austrália e Turquia. Mensurando o erro quadrático médio de previsão em cada país, Granger e Jeon concluem que esta formulação é melhor que o modelo linear para previsões da inflação utilizando a taxa de desemprego. Mihailov, Rumler e Scharler (2011) por sua vez avaliam a importância de determinantes externos e domésticos na dinâmica da inflação em diversas economias: Alemanha, Austria, Canadá, Espanha, França, Holanda, Itália, Reino Unido, Suécia e Suíça. Tomando dados a partir da década de 70, os autores aplicam o MGM para estimar várias especificações empíricas do modelo para economias abertas e observam que a flutuação relativa esperada nos termos de troca, construídos com base nos preços de exportação e importação de cada país, são mais relevantes na explicação da dinâmica da inflação que os próprios hiatos do produto domésticos.

Vários estudos recentes foram desenvolvidos em países do continente asiático e da Oceania. Considerando a CPNKH na China para dados trimestrais no intervalo que se estende de 1979 a 2009, Zhang e Murasawa (2011) propõem uma decomposição Beveridge-Nelson multivariada baseada em um modelo VAR para estimar o hiato do produto. Posteriormente as estimações utilizando o MGM indicaram que a nova medida traz melhores resultados sobre a dinâmica de preços que as usuais medidas para o hiato do produto. Kapur (2013) utiliza uma CP aumentada para modelar a inflação na Índia usando séries com periodicidade trimestral que se estendem de 1996 a 2011. O modelo considera adicionalmente diversos índices de inflação e hiatos do produto setoriais, além do componente *backward looking*. Os componentes em boa parte ajudam na explicação da inflação geral, mas a volatilidade no preço do óleo e de *commodities* prejudicam o poder de previsão do modelo.

Buscando identificar o *trade-off* entre inflação e desemprego na economia da Jordânia para o intervalo de 1976 a 2013, Al-Zeaud e Al-Hosban (2015) utilizam modelos não lineares e realizam testes de VEC, além de outros procedimentos para verificar a eficiência do modelo. Os autores confirmam a relação negativa e não linear no país, sugerindo que a aplicação de metas de inflação podem trazer resultados reais à economia. Abbas *et al* (2015) estimam a CPNK para a Austrália, considerando termos

de troca e taxa de câmbio, medidas de custo marginal e hiato do produto sobre a CPNKH, experimentando diferentes *proxies* para suas variáveis e métodos alternativos para decompor as séries. Considerando séries trimestrais que vão do final de 1959 a 2010, os autores consideram duas medidas de inflação e estimam os modelos por MGM e mínimos quadrados não lineares. Os resultados em todos os modelos confirmam que estes não se adequam às informações do país para explicar a dinâmica dos preços, conforme suas previsões teóricas.

Várias metodologias econométricas e abordagens teóricas diferentes também foram empregadas para os estudos atinentes à CP no Brasil. Fonseca Neto (2010) utiliza a CPNK para fundamentar a persistência inflacionária com base na aplicação de políticas adequadas e credibilidade, atribuindo assim menor relevância à indexação dos preços. Estimando CP's para o Brasil e coeficientes de determinação parcial em períodos móveis dos últimos 36 meses ao longo do período da amostra, os resultados apontam a persistência como principal componente para explicar as flutuações inflacionárias entre 2000 e 2008, seguida pelos choques cambiais.

Investigando a presença de mecanismos não lineares de repasse cambial para a inflação no Brasil, Correa e Minella (2010) estimam três versões da CP baseadas no modelo *Threshold Autorregressive* (TAR) com a presença de variáveis endógenas. Após estimações pelo método de mínimos quadrados em dois estágios (MQ2E) e MGM, os resultados apontam que o repasse de curto prazo varia conforme critérios de expansão da economia, além da depreciação e volatilidade da taxa de câmbio. Mazali e Divino (2010) por sua vez propõem uma CPNK onde o salário real evolui como uma função de sua rigidez, aos moldes do trabalho de Blanchard e Galí (2007). Seu objetivo com isso foi desconstruir o argumento da "coincidência divina", nome dado à ausência do *trade-off* entre estabilizar a inflação e diminuir o hiato do produto. Os parâmetros estimados pelo MGM apresentaram os sinais esperados pela teoria e concluiu-se que o aumento no desemprego em 1% levaria a uma redução de aproximadamente 0.12% na inflação.

Arruda, Ferreira e Castelar (2011) avaliam diversos modelos lineares e não lineares da CP utilizando como critério o poder preditivo em cada abordagem. Avaliando o período de 1995 a 2005, o modelo mais eficiente sob o critério de previsão foi uma CP ampliada com efeito limiar aos moldes de Correa e Minella (2010), onde a taxa de inflação tinha como componentes explicativos o hiato do produto defasado, a inércia da inflação mensurada por valores defasados da inflação e o repasse cambial defasado do país com relação aos EUA. Utilizando mínimos quadrados não lineares para estimar o grau de rigidez de informação derivado da CP, Caetano e Moura (2012) encontram que os agentes na economia brasileira não atualizam suas informações relativas ao nível de preços de forma contínua e sincronizada. Tomando dados trimestrais de 2001 até o único

de 2009, os resultados apontam que as empresas atualizam sua informação a cada cinco trimestres no período. Mendonça, Sachsida e Medrano (2012) modelam uma CPNK no espírito do modelo de Blanchard e Galí (2007), contudo experimentando a inclusão de diferentes *proxies* das variáveis de modo a verificar sua relevância na estimação da curva.

Considerando séries de periodicidade mensal de janeiro de 2001 a março de 2012, as estimações encontradas através do método de variáveis instrumentais e do MGM apontam que a CPNK demonstra deficiência para explicar a dinâmica inflacionária brasileira, isto devido à sensibilidade que a curva apresenta frente à *proxy* escolhida para o estudo. Além disso, a expectativa da inflação possui um grau de relevância que varia conforme o sub-período observado. Os autores concluem que a formulação da NKPC pode não condizer com a realidade da economia brasileira, sugerindo a utilização de outros modelos para replicar as flutuações da inflação no país.

Pimentel (2013) realiza a modelagem da CP no Brasil por meio da metodologia de ondaletas, no espírito do estudo de Gallegati *et al.* (2011) para o período de janeiro de 1980 a fevereiro de 2011. Além do intervalo da série como um todo, foram analisadas 3 sub-amostras com o intuito de compreender o comportamento da inflação em diferentes cenários do país. Os resultados rejeitam a hipótese de Friedman e Phelps na qual a CP não poderia ser observada no longo prazo e existiria apenas no curto prazo. Tristão e Torrent (2013) buscam identificar o formato da relação entre inflação e produto no que diz respeito a sua linearidade. Para isto, um estimador *kernel* linear local é utilizado dentro do arcabouço teórico da CPNKH para a partir daí encontrar o formato da relação adequado para o Brasil. A estimativa semi-paramétrica para a amostra compreendida entre 2002 e 2012 sugere que relação é não linear. Segundo os autores, quando o hiato do produto é muito pequeno, sua relação com a inflação é positiva e quase linear. Já em situações onde o produto efetivo está distante do produto potencial, a relação entre o hiato e a inflação permanece positivo mas ganha um formato cúbico. Assim a CP para a economia brasileira seria melhor ajustada ao considerar um componente linear e outro cúbico referente ao hiato do produto.

Machado e Portugal (2014) aplicam uma metodologia de componentes não observados considerando uma CPNKH, dando ênfase à utilização dos dados do boletim Focus como medida de expectativa da inflação e utilizando diversas medidas de atividade econômica. Seus resultados indicam que o regime de metas demonstrou eficiência no controle do nível e da variação da inflação e adicionalmente que suas flutuações vêm sendo menos afetadas pelo hiato do produto, sugerindo que a CP encontra-se cada vez mais plana. Maka e Barbosa (2014) empregam dados de 1996 a 2012 para analisar várias formulações da CP através de uma especificação ADL, considerando cada modelo como um caso especial desta. Os resultados rejeitam as formulações da CPNK, da CPNKH e da

CP com informação rígida, não rejeitando apenas a CP aceleracionista, sugerindo que as expectativas da inflação são retrospectivas e não prospectivas. Adicionalmente, conclui-se que o hiato do produto determina melhor a dinâmica inflacionária que o custo marginal real. Ferreira e Palma (2015) aplicam o método *Dynamic Model Averaging* (DMA), que de maneira geral consiste em uma representação de estado-espço e estimação via filtro de Kalman. Este procedimento não encontra indícios de que a CP seja válida na economia brasileira, seja no curto, seja no longo prazo. Os autores comentam que os resultados indicam que a estabilidade de preços manteve-se um dos principais objetivos do Banco Central do Brasil, do ponto de vista da política monetária.

Visando investigar a existência de não linearidade da CPNKH, Oliveira e Feijó (2016) propõem a aplicação de uma VAR com quebras estruturais e variáveis externas de controle. Utilizando dados do primeiro trimestre de 1995 ao terceiro trimestre de 2014, os resultados do modelo autorregressivo com mudanças markovianas considerando a existência de dois regimes revelam uma maior importância do termo *backward-looking* na explicação do processo inflacionário recente na economia brasileira. De maneira geral, a CP não linear apresenta os resultados esperados pela teoria econômica. Medeiros, Portugal e Aragón (2016) também testam a presença de quebras estruturais nos parâmetros da CPNK para o período entre 2002 e 2014. É verificada a presença de pelo menos uma quebra nos coeficientes da curva e o componente *forward looking* da inflação apresentou significativa relevância no processo inflacionário brasileiro, embora seu grau de importância venha diminuindo.

Considerando tanto a literatura empírica estrangeira quanto os estudos recentes aplicados no país, observa-se a gama de metodologias econométricas e formulações teóricas já empregadas para verificar a existência da CP. Este ensaio busca contribuir com a literatura existente aplicando um modelo de componentes não observados nos moldes do estudo de Harvey (2011), metodologia essa ainda não empregada no Brasil para verificar a CP adaptativa. Portanto, ainda que muitos sejam os trabalhos que consideram a inclusão de variáveis que mensurem a expectativa inflacionária e o repasse cambial, este estudo tem como seu maior foco a relação entre o hiato do produto e a inflação, inovando sobretudo ao investigar várias especificações para o parâmetro que relaciona a suas séries. Assim, a adição destes fatores, embora não sejam tratados aqui, podem ser considerados em um estudo posterior cujo objetivo seja avaliar todos os fatores que podem compor a relação investigada na CP. A descrição das séries e a metodologia econométrica utilizada são apresentadas na próxima seção.

2.3 Metodologia Econométrica

Com o intuito de construir a relação entre a taxa de inflação e o hiato do produto para assim verificar a CP em sua versão adaptativa, considera-se aqui um modelo de componentes não observados (MCNO). Esta estrutura parte da ideia que uma série temporal pode ser obtida a partir da soma de seus componentes não observados tais como tendência, ciclo, componente sazonal e resíduo. Tais componentes geralmente possuem uma estrutura estocástica que especifica seu comportamento semelhante à dos modelos ARIMA, possibilitando que os testes usuais estatísticos continuem sendo aplicáveis, mas ao mesmo tempo permitindo que boa parte da dinâmica de cada série seja explicada por sua própria estrutura e não apenas por variáveis explicativas. Além disso, o MCNO traz consigo propriedades semelhantes à abordagem de média móvel exponencialmente ponderada (MMEP), destacando-se pela alta performance no que concerne o seu poder de previsão.

O tratamento estatístico do MCNO é feito com base na forma de espaço de estados, pois esta permite a utilização do filtro de Kalman para a estimação por previsão linear dos componentes não observados e para obter a estimativa de máxima verossimilhança dos parâmetros presentes no modelo. O *estado* é portanto o processo dinâmico não observado no tempo t (COMMANDEUR e KOOPMAN, 2007) e este é constituído pelos componentes não observados supracitados. Observe que cada componente na estrutura das séries deve ser modelado separadamente antes de uni-los no modelo de espaço de estados. Diferente da abordagem ARIMA, é preciso portanto que o pesquisador identifique e modele previamente cada componente, considerando situações específicas e depois avaliando a qualidade de seu ajuste. Um outro ponto importante diz respeito aos seus parâmetros, que podem variar no tempo, caso isso seja necessário. Por fim, note que a utilização do Filtro de Kalman nesses modelos, que tem uma função semelhante ao método de mínimos quadrados na computação dos modelos de regressão, é suficiente para critérios de previsão, não sendo necessário portanto a inclusão de qualquer teoria adicional.

Diferente da análise de regressão clássica, onde os parâmetros desconhecidos estimados são o intercepto e os coeficientes de regressão, no modelo de estado de espaços estimam-se as variâncias dos erros do estado, conhecidos como *hiperparâmetros*. Estas são estimações de verossimilhança, maximizadas por um processo iterativo.

Este artigo não exhibe os MCNO utilizados na forma de espaço de estados, visto que trata-se de uma apresentação exaustiva e foge do escopo do estudo⁹. O algoritmo do

⁹Commandeur e Koopman (2007) oferecem uma sólida introdução ao modelo de espaço de estados

filtro de Kalman aplicado aos modelos deste ensaio foram rodados no módulo STAMP 8.3, desenvolvido para modelagem, análise e previsão de séries com componentes não observados no software OxMetrics 6.2.

2.3.1 Modelagem Univariada

Inicialmente, considere que a taxa de inflação é representada como

$$\pi_t = \mu_t + \gamma_t + \psi_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

onde μ_t é a tendência, γ_t denomina o componente sazonal, ψ_t é o ciclo e ε_t é um ruído branco normalmente e independentemente distribuído com média zero e variância σ_ε^2 . A tendência é especificada como um modelo de nível local

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim NID(0, \sigma_\eta^2) \quad (8)$$

no qual o ruído branco η_t é estatisticamente independente de ε_t . O ciclo estocástico por sua vez é formado a partir de uma onda senoidal¹⁰ e é a primeira variável integrante do VAR bivariado de primeira ordem

$$\begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos(\lambda_c) & \sin(\lambda_c) \\ -\sin(\lambda_c) & \cos(\lambda_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde $\lambda_c \in [0, \pi]$ ¹¹ é denominada a frequência do ciclo em termos de radianos¹²; $\rho \in [0, 1]$ indica um fator de amortecimento, assegurando que o processo estocástico do ciclo é estacionário; e os ruídos brancos mutuamente independentes κ_t e κ_t^* apresentam média zero e variância σ_κ^2 . Este artigo aplica a versão generalizada proposta por Harvey e Trimbur (2003) para assim obter um melhor ajuste na estimação da CP e adicionalmente adquirir ciclos mais suavizados. A especificação deste passa a ser $\psi_t = \psi_t^{(k)}$, onde

$$\begin{bmatrix} \psi_t^{(m)} \\ \psi_t^{*(m)} \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos(\lambda_c) & \sin(\lambda_c) \\ -\sin(\lambda_c) & \cos(\lambda_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{t-1}^{(m)} \\ \psi_{t-1}^{*(m)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t^{(m)} \\ \kappa_t^{*(m)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

com $m = 1, \dots, k$, $\kappa_t = \psi_t^{(0)}$ e $\kappa_t^* = \psi_t^{*(0)}$. O ciclo aqui empregado será de ordem $m = 2$ e o período designado é de 5 anos. Com uma especificação semelhante ao do ciclo, o

para estruturas amplamente empregadas na econometria.

¹⁰Pelagatti (2015) traz uma didática explanação sobre a origem e construção da estrutura de cada componente básico não observado nas séries temporais bem como suas principais propriedades.

¹¹Para $\lambda_c = 0$ ou $\lambda_c = \Pi$, ψ_t reduz-se a um processo AR(1).

¹²O período, em termos de anos, pode ser obtido a partir de $2\pi/\lambda_c$.

componente sazonal apresenta uma forma trigonométrica dada por

$$\gamma_t = \sum_{j=1}^{\lfloor s/2 \rfloor} \gamma_{j,t}$$

para uma periodicidade s , onde $\lfloor s/2 \rfloor$ designa o maior valor inteiro que não seja maior que $s/2$ e $\gamma_{j,t}$ é estabelecido pelo VAR(1)

$$\begin{bmatrix} \gamma_{j,t} \\ \gamma_{j,t}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi j/s) & \sin(2\pi j/s) \\ -\sin(2\pi j/s) & \cos(2\pi j/s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{j,t-1} \\ \gamma_{j,t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varpi_{j,t} \\ \varpi_{j,t}^* \end{bmatrix}$$

com $j = 1, \dots, \lfloor s/2 \rfloor$ e $t = 1, \dots, T$. Os ruídos brancos mutuamente independentes $\varpi_{j,t}$ e $\varpi_{j,t}^*$ apresentam média zero e variância σ_ω^2 e $2\pi j/s$ é a frequência do componente sazonal em radianos. A periodicidade dos dados analisados aqui é mensal, ou seja, $s=12$, de modo que a formulação acima pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \gamma_{j,t} \\ \gamma_{j,t}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi j/6) & \sin(\pi j/6) \\ -\sin(\pi j/6) & \cos(\pi j/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{j,t-1} \\ \gamma_{j,t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varpi_{j,t} \\ \varpi_{j,t}^* \end{bmatrix} \quad (11)$$

O produto por sua vez pode ser decomposto pelos componentes

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (12)$$

onde μ_t é um passeio aleatório integrado,

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1}, \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, \quad \zeta_t \sim NID(0, \sigma_\zeta^2) \end{aligned} \quad (13)$$

Perceba que μ_t representa o nível da tendência no tempo t , ao passo que β_t indica o incremento sobre o nível do tempo t para $t + 1$. O ciclo possui especificação idêntica à (10) e os resíduos ε_t , ζ_t , κ_t e κ_t^* são serialmente e mutuamente não correlacionados. O componente cíclico estimado no modelo (12) será o hiato do produto, assim como sua tendência representa o produto potencial. Pelagatti (2015) argumenta que, diferente dos filtros lineares tradicionalmente aplicados, o MCNO consegue extrair os ciclos de negócios e performar previsões simultaneamente de forma consistente. Além disso, a extração do ciclo comum a partir de um conjunto de séries temporais pode ser realizado dentro da mesma metodologia. Por fim, a definição de algumas características do ciclo podem ser fixadas como nos filtros lineares padrão ou estimados a partir dos dados.

Ao incluir o hiato do produto em (7), esta representação toma a forma básica da CP que relaciona a taxa de inflação ao hiato do produto, somado os componentes

sazonal, cíclico e de tendência:

$$\pi_t = \mu_t + \delta h_t + \gamma_t + \psi_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

onde h_t representa o hiato do produto. Harvey (2011) aponta que a estrutura em (7) e (8) captura a persistência da inflação sem colocar diretamente uma variável defasada da mesma na equação. Para observar isto, considere uma versão mais simplificada da CP

$$\pi_t = \mu_t + \delta h_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Visto que o hiato do produto é um processo estacionário, a previsão de longo prazo da inflação é o valor esperado de sua tendência, sendo esta portanto uma medida do núcleo da inflação. Assim, a equação acima pode ser reescrita como

$$\pi_t = E_{t-1}(\mu_t) + \delta h_t + v_t, \quad v_t \sim NID(0, \sigma_v^2)$$

onde $v_t = \pi_t - E_{t-1}(\pi_t)$ caracteriza uma inovação e $E_{t-1}(\mu_t)$ por sua vez é a média ponderada das observações passadas, corrigidas pelo efeito do hiato do produto.

Levando em conta os diferentes cenários de inflação pelo qual o país passou, esta série pode apresentar um comportamento dinâmico no que diz respeito a sua sensibilidade frente às variações no hiato do produto. O parâmetro de regressão δ portanto pode variar no tempo para captar essa regressão dinâmica. Caso se suspeite que este coeficiente - denominado δ_t - possua um valor médio fixo, este é construído como um processo AR(1) da forma

$$\delta_t - \delta = \rho_\delta(\delta_{t-1} - \delta) + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma_u^2) \quad (14)$$

onde δ é denominado coeficiente fixo de longo prazo. Caso contrário, o coeficiente pode ser modelado como um passeio aleatório:

$$\delta_t = \delta_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma_u^2) \quad (15)$$

Uma outra especificação utilizada para o parâmetro é conhecida como modelo de suavização por *spline*:

$$\Delta\delta_t = \Delta\delta_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma_u^2) \quad (16)$$

Serão investigadas as três especificações e se escolherá aquela de melhor ajuste ao modelo.

Por fim, variáveis *dummies* serão incluídas para capturar a presença de *outliers* ou quebras estruturais sobre o nível ou sobre a inclinação da trajetória temporal da

variável. A relação da CP portanto passa a ter a seguinte formulação:

$$\pi_t = \mu_t + \delta_t h_t + \gamma_t + \psi_t + \sum_{j=1}^l \phi_j w_{j,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (17)$$

onde $w_{j,t}$ é a variável *dummy*, ϕ_j é seu parâmetro, e δ_t pode apresentar uma das especificações de (14) a (16). A tendência, o ciclo estocástico e o componente sazonal seguem a dinâmica de (8), (10) e (11), respectivamente.

2.3.2 Modelagem Bivariada

A relação presente na CP também pode ser elaborada a partir de um modelo que leva em conta conjuntamente as séries do produto e da inflação. Visto que o hiato do produto equivale ao seu ciclo, o modelo bivariado é

$$\begin{bmatrix} \pi_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t^\pi \\ \mu_t^y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_t^\pi \\ \gamma_t^y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_t^\pi \\ h_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^l \phi_j^\pi w_{j,t}^\pi \\ \sum_{m=1}^q \phi_m^y w_{m,t}^y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \end{bmatrix} \quad (18)$$

onde μ_t^π e μ_t^y são expressos como (8) e (13), respectivamente. A abordagem utilizada no MCNO multivariado é de equações com séries temporais aparentemente não relacionadas, onde os erros que conduzem os componentes em cada série são correlacionados. Observe que os diferentes componentes continuam a ser mutuamente independentes.

A definição clássica de Burns e Mitchell (1946) para ciclos de negócios aponta para a existência de flutuações similares, mas não exatamente idênticas, em séries temporais econômicas. Desse modo, os componentes cíclicos em (18) são modelados como ciclos similares, compartilhando as mesmas funções de autocorrelação, estas resultantes de uma frequência única e um mesmo fator de amortecimento. O ciclo conjunto do modelo então será

$$\begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_c) & \sin(\lambda_c) \\ -\sin(\lambda_c) & \cos(\lambda_c) \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_2 \begin{bmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix} \quad (19)$$

para $t = 1, \dots, T$. Na expressão (19), ψ é o vetor de ciclos $(\psi_t^\pi, h_t)'$, e κ_t e κ_t^* são vetores 2×1 tais que $E(\kappa_t, \kappa_t^{*'}) = 0$ e $E(\kappa_t, \kappa_t) = E(\kappa_t^*, \kappa_t^{*'}) = \sum_k$, onde \sum_k é uma matriz de covariância de tamanho 2×2 . Harvey, Trimbur e Van Dijk (2007) observam que o ciclo da taxa de inflação pode ser dividido como

$$\psi_t^\pi = \delta \psi_t^y + \psi_t^{\pi^*}$$

onde os dois componentes à direita da igualdade são mutuamente independentes, e ψ_t^y

representa uma parte do ciclo inflacionário que depende do ciclo do produto e a outra parte por sua vez é um componente cíclico específico para a inflação. O parâmetro que relaciona a magnitude do ciclo do produto sobre o ciclo da inflação é definido como

$$\delta = \frac{Cov(\psi_t^\pi, \psi_t^y)}{Var(\psi_t^y)} = \frac{Cov(\kappa_t^\pi, \kappa_t^y)}{Var(\kappa_t^y)}$$

Por conseguinte, a equação da inflação no modelo bivariado (18) passa a ser

$$\pi_t = \mu_t^\pi + \delta\psi_t^y + \psi_t^{\pi*} + \gamma_t^\pi + \sum_{j=1}^l \phi_j^\pi w_{j,t}^\pi + \varepsilon_t$$

Se os erros cíclicos κ_t^π e κ_t^y forem perfeitamente correlacionados e $\psi_t^y = h_t$, então esta expressão corresponde à (17).

2.3.3 Fatores Comuns

A análise multivariada do MCNO permite investigar a presença de fatores comuns no conjunto de séries, podendo tais características serem detectadas nas tendências, ciclos e até mesmo nos componentes sazonais e residuais. Koopman *et al.* (2007) apontam que a presença de fatores comuns ao modelo pode fornecer inferências e previsões mais eficientes, além de gerar uma análise e interpretação mais interessante¹³.

Em um modelo multivariado com N elementos, um componente do conjunto de séries apresenta fator comum se o vetor de erros que conduz este componente possui menos que N elementos. No modelo de séries temporais aparentemente não relacionadas, caso a matriz de variância e covariância do erro relevante não possua posto completo, confirma-se a existência de fator comum no modelo.

Para identificar se estas formulações não desconsideram a presença de uma tendência comum, aplica-se aqui o teste proposto por Nyblom e Harvey (2000), adequado à estrutura multivariada do MCNO¹⁴. Este baseia-se no modelo de nível local multivariado

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_t &= \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad \boldsymbol{\epsilon}_t \sim NID(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon), \\ \boldsymbol{\mu}_t &= \boldsymbol{\mu}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t, \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim NID(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\eta) \end{aligned}$$

onde $\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon$ e $\boldsymbol{\Sigma}_\eta$ são matrizes $N \times N$, e $\boldsymbol{\epsilon}_t$ e $\boldsymbol{\eta}_t$ são mutuamente não correlacionados. Os autores testam a hipótese nula H_0 : posto $(\boldsymbol{\Sigma}_\eta) = k$ ($k < N$) contra a hipótese alternativa

¹³Em geral, não há interpretação útil para o caso de fator comum no componente de erros.

¹⁴Este teste não requer especificação do modelo.

H_1 : posto $(\Sigma_\eta) > k$. Sejam $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ os autovalores ordenados de $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{C}$, onde

$$\mathbf{C} = T^{-2} \sum_{j=1}^T \left[\sum_{t=1}^j (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}) \right] \left[\sum_{t=1}^j (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}) \right]',$$

$$\mathbf{S} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}) (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}})'$$

A estatística do teste é dada pela soma dos $(N - k)$ menores autovalores. Nyblom e Harvey (2000) encontram a distribuição da estatística na hipótese nula e fornecem os valores críticos gerados por simulação¹⁵.

No caso de ciclos comuns, a matriz de variância e covariância Σ_κ apresenta posto $K_\psi < N$. Assim, o componente cíclico pode ser reparametrizado como

$$\boldsymbol{\psi}_t = \Theta_\psi \boldsymbol{\psi}_t^\dagger + \boldsymbol{\theta}_\psi$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_t^\dagger \\ \boldsymbol{\psi}_t^{*\dagger} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_c) & \sin(\lambda_c) \\ \rho \begin{pmatrix} \cos(\lambda_c) & \sin(\lambda_c) \\ -\sin(\lambda_c) & \cos(\lambda_c) \end{pmatrix} \otimes \mathbf{I}_{K_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{t-1}^\dagger \\ \boldsymbol{\psi}_{t-1}^{*\dagger} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\kappa}_t^\dagger \\ \boldsymbol{\kappa}_t^{*\dagger} \end{bmatrix}$$

onde $\boldsymbol{\psi}_t^\dagger$ e $\boldsymbol{\psi}_t^{*\dagger}$ são vetores $K_\psi \times 1$ e $E[\boldsymbol{\kappa}_t^\dagger, \boldsymbol{\kappa}_t^{\dagger'}] = E[\boldsymbol{\kappa}_t^{*\dagger}, \boldsymbol{\kappa}_t^{*\dagger'}] = \Sigma_\kappa$. Adicionalmente,

$$\Theta_\psi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{K_\psi} \\ \Theta_\psi \end{bmatrix}, \text{ e } \boldsymbol{\theta}_\psi = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix}$$

onde Θ_ψ é uma matriz $N \times K$ de cargas fatoriais correlacionadas. O vetor $\boldsymbol{\theta}_\psi$ de tamanho $N \times 1$ por sua vez consiste de valores zero nos K_ψ primeiros elementos.

Um teste para detectar ciclos comuns pode ser baseado na estatística de teste da razão de verossimilhança (RV) cujo ajuste do modelo com a restrição do ciclo comum é confrontado com o ajuste do modelo de ciclo similar, definido aqui como o modelo irrestrito. Para um modelo bivariado, dentro da hipótese nula, Σ_κ possui posto completo, enquanto na hipótese alternativa a correlação entre os erros nos dois ciclos é um. Carvalho, Harvey e Trimbur (2007) apontam que pelo fato da correlação de valor 1 estar sobre o limite do espaço admissível do parâmetro, a estatística da RV possui uma distribuição complicada, mas os mesmos apontam que no caso de duas variáveis, o valor crítico apropriado para um teste com nível de significância de 5% é 2,71.

Observe aqui que o passo a passo utilizado em modelos ARIMA para verificar a presença de um ciclo comum não se faz necessário no MCNO. Vahid (2006) aponta que a cointegração não é pré-requisito para a presença de ciclos comuns, e que se pode e deve

¹⁵Vale destacar que não necessariamente o teste de fatores comuns anterior à formulação do modelo é a melhor estratégia para MCNO. Uma simples análise gráfica dos modelos e prévia especificação pode lançar *insights* a cerca da possível existência de tendências e ciclos comuns.

testar por ciclos comuns mesmo na ausência de qualquer tendência comum nas séries. Obviamente a condição especial na qual a soma de tendências e ciclos comuns se fazem necessários ainda é requisito para garantir a extração do ciclo comum das séries.

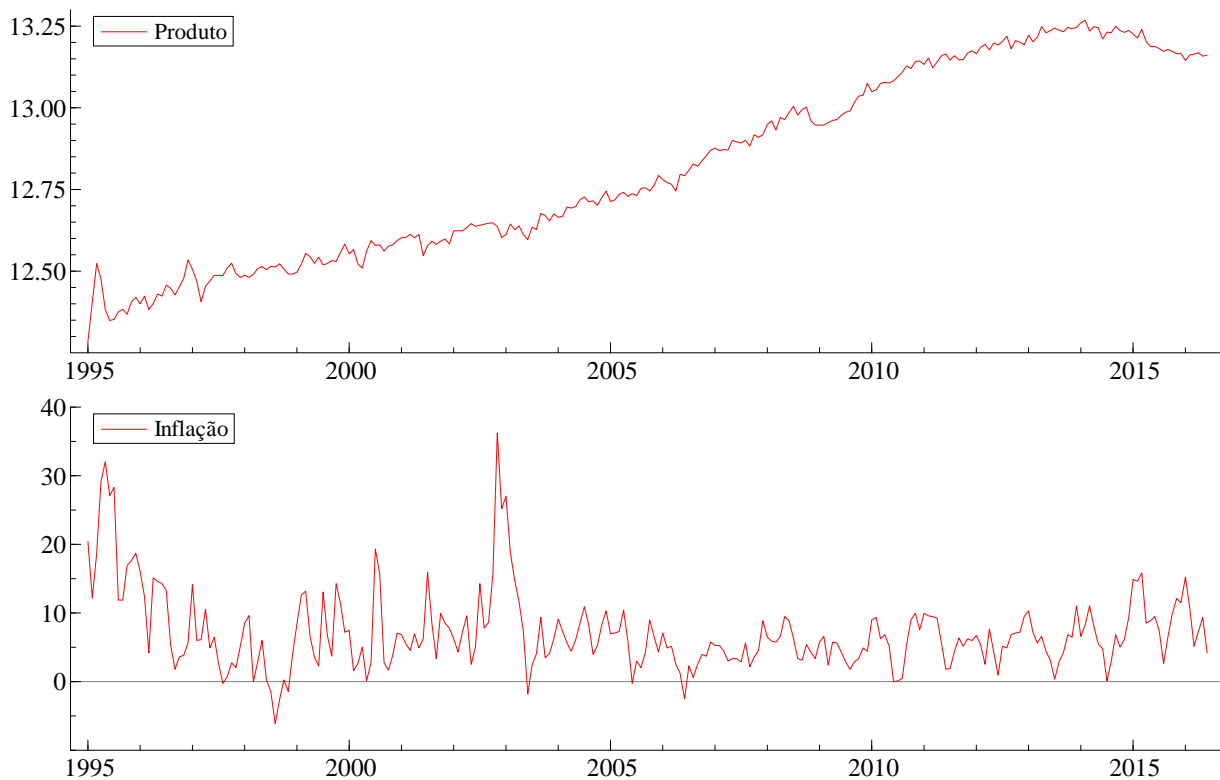
Na próxima seção, serão apresentadas as séries investigadas para a análise da CP bem como os resultados oriundos da estrutura aqui utilizada de componentes não observados.

2.4 Resultados

2.4.1 Análise descritiva dos dados

Para investigar a relação entre o hiato do produto e a taxa de inflação no Brasil, foram utilizadas as séries do Produto Interno Bruto - PIB, em valores reais deflacionados para o último período analisado na série, sazonalmente ajustadas e logaritmizadas; e da variação anualizada do Índice de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA.

Figura 2.1 - Variáveis do modelo



Fonte: Elaborado pelo autor.

A base de dados aqui possui periodicidade mensal, que abrange o intervalo de janeiro de 1995 a junho de 2016, perfazendo um total de 258 observações nas duas variáveis. A figura 2.1 exibe a trajetória das duas séries.

A trajetória do produto deixa claro a presença de uma tendência de crescimento, justificando a inclusão de uma inclinação no seu componente de tendência, conforme visto na seção anterior. A taxa de inflação por sua vez aparenta não possuir uma inclinação, contudo seu nível sugere um comportamento estocástico. O produto aqui foi dessazonalizado em razão de seu efeito determinístico amplamente conhecido sobre o quarto trimestre para dados trimestrais e sobre o último mês para dados mensais. Além disso, como foi visto na seção anterior, o componente de interesse do produto para este artigo é o seu ciclo, que representa o denominado hiato do produto.

Tabela 2.1 - Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas.

estatística	taxa de inflação	produto
média	7.1483%	12.8173
mediana	6.1189%	12.7493
máximo	36.2427%	13.2675
mínimo	-6.1165%	12.2847
desvio-padrão	5.7376%	0.2873
assimetria	1.7907	0.1425
curtose	8.2043	1.5635

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

Embora não seja costumeiro considerar a presença de um integrante sazonal na série da taxa de inflação e a utilização prévia de algum método que possa extraí-lo, como o X13, não aparenta sucesso em fazê-lo, este integrará o comportamento da variável, já que é possível que seu valor seja muito baixo ou mesmo que não haja uma sazonalidade fixa, mas sim um comportamento estocástico neste componente. Isto pode ocorrer por existir algum produto que componha a cesta do índice e que apresente um componente sazonal estocástico em sua variação mensal de preços. A anualização da taxa de inflação justifica-se sobretudo por esta ser a medida acompanhada no sistema de metas de inflação pelos formuladores de política do governo. A tabela 2.1 apresenta algumas estatísticas descritivas das variáveis utilizadas.

2.4.2 *Caso bivariado*

Considerando inicialmente a modelagem simultânea do produto e da inflação, definida em (18), é possível verificar a existência de tendência comum por meio do teste

Nyblom-Harvey (NH) apresentado na seção anterior.

Tabela 2.2 - Teste de Tendência Comum: produto x inflação

Termos determinísticos	Estatística do teste Nyblom-Harvey			Valor crítico			
	Erros iid	Defasagens para variância		1%	5%	10%	
		2	6	12			
constante	26.2479	8.9089	3.9116	2.1804	1.0780	0.7678	0.6006
constante e tendência	2.9982	1.1402	0.5783	0.3723	0.3290	0.2470	0.2110

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

A tabela 2.2 apresenta os resultados do teste, cuja aplicação prévia se dá por ela não requerer que qualquer modelo seja previamente estimado, diferentemente do teste de Johansen. Observa-se aqui a estatística do teste NH para o caso especial onde o posto da matriz de covariância dos erros que conduzem um passeio aleatório multivariado é zero. Lembrando que posto é igual ao número de tendências comuns no conjunto das séries, isto equivale a afirmar que não há tendência comum, o que implica em ausência de cointegração e vice-versa (NYBLOM e HARVEY, 2000). Logo, ao rejeitar a hipótese nula, conclui-se que as variáveis são cointegradas. O teste segue uma estrutura semelhante ao teste de estacionariedade de KPSS, cuja hipótese nula afirma que a série é estacionária e a hipótese alternativa sugere que a raiz possui raiz unitária. A tabela exhibe a estatística NH considerando a presença de uma constante e uma tendência, ou apenas uma constante. Outro fator considerado se refere ao comportamento do termos de erros das séries, que podem ser independentes e identicamente distribuídos, ou serialmente correlacionados, utilizando no último caso uma estimativa da variância de longo prazo com ajuste não paramétrico (janela de Bartlett) com 2, 6 e 12 defasagens, para assim remover o efeito da correlação serial. Os valores críticos, que dependem apenas do número de variáveis investigadas e do número de tendências comuns na hipótese nula, são fornecidos pelos autores.

Todas as estatísticas indicam a rejeição da hipótese nula que o posto da matriz de covariância é zero, sugerindo a presença de tendência comum entre as variáveis e, portanto, de cointegração entre o produto e a inflação. Por outro lado, para testar a existência de ciclos, faz-se necessário a modelagem e obtenção das funções ótimas de log-verossimilhança para o caso bivariado com e sem ciclo comum.

Na estimação do modelo bivariado, o melhor ajuste foi encontrado na relação entre a taxa de inflação e o produto defasado em um período, o que não fere a relação da CP, já que a boa parte dos trabalhos empíricos que detectam a relação clássica possuem

observações trimestrais. O valor da função de log-verossimilhança que é maximizada dentro do método de espaço de estados é 694,626 e a matriz de variância e covariância estimada dos erros no componente cíclico é

$$\Sigma_{\psi} = \begin{bmatrix} 0,0004999 & 0,0002013 \\ 0,0002013 & 0,0001207 \end{bmatrix}$$

Visto que a correlação dos erros cíclicos detectada foi 0,8194, o que representa uma correlação muito alta, pode-se dizer que a expressão (17) pode representar a equação para a taxa de inflação. Neste caso, o parâmetro que mensura o impacto do hiato do produto sobre a inflação seria $\delta = 2013/1207 = 1,68$. Para testar a presença de ciclo comum ao conjunto destas séries, faz-se o uso do valor máximo função de log-verossimilhança do mesmo modelo com a presença do ciclo comum.

Antes, porém, é preciso analisar os chamados testes de diagnóstico do modelo, responsáveis por investigar se os resíduos do modelo estimado satisfazem as clássicas propriedades de independência, homocedasticidade e normalidade, garantindo que o mesmo seja uma descrição adequada da CP. A tabela 2.3 exhibe as estimativas de cada teste e seus respectivos p -valores.

Tabela 2.3 - Testes de Diagnóstico: modelo bivariado

tipo de diagnóstico	estatística	inflação	p-valor	produto	p-valor
normalidade	N	1.5641	0.4575	2.7074	0.2583
homocedasticidade	$H(75)$	0.4792	0.9992	0.5357	0.9962
independência	$r(1)$	-0.0018	0.9771	0.2265	0.0003
	$r(24)$	-0.0617	0.3229	-0.2244	0.0003
	$Q(24, 18)$	32.298	0.0203	84.977	0.0000

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

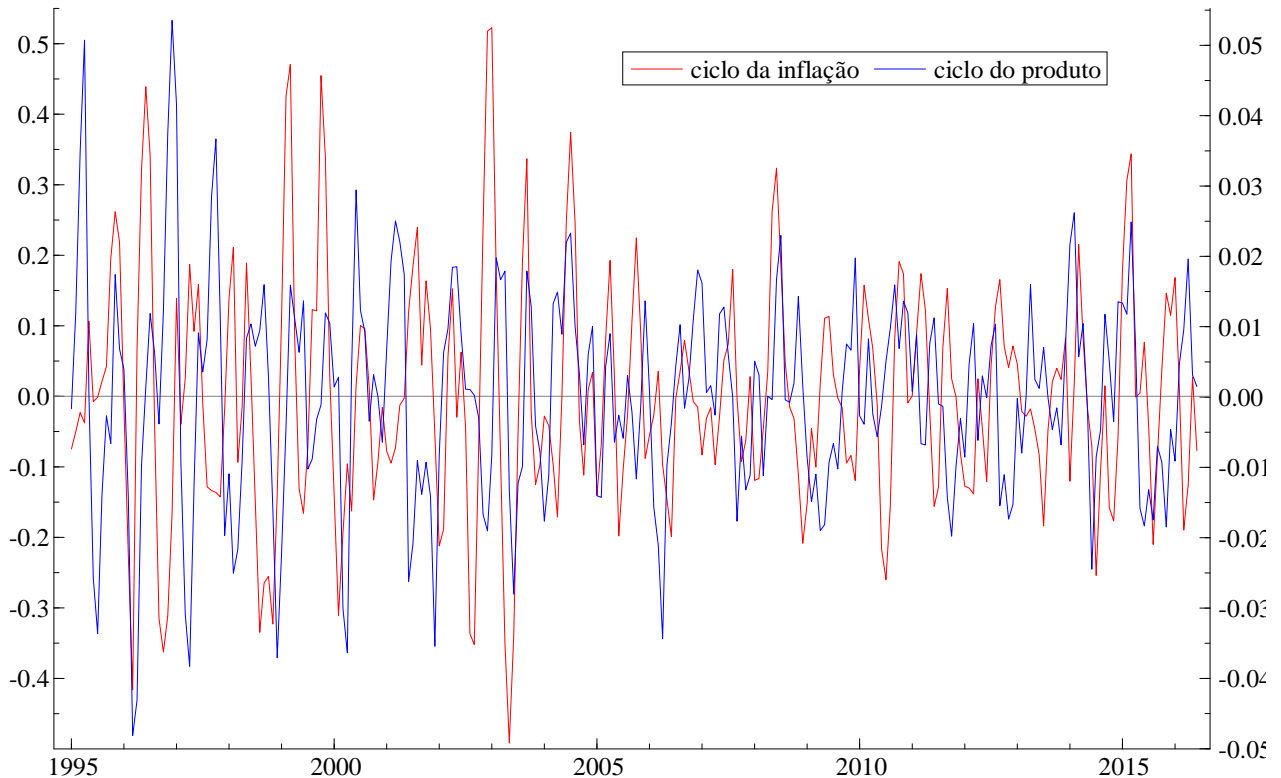
O teste de normalidade sobre os resíduos utiliza a estatística Doornik-Hansen, que é a estatística de Bowman-Shenton com a correção sugerida por Doornik e Hansen (2008). Sua distribuição é aproximadamente χ_2^2 sob a hipótese nula. O teste é importante pois a rejeição da hipótese de normalidade pode ocorrer em virtude da presença de quebras estruturais e *outliers* sobre a série. O método empregado para detectar tais quebras é por meio da análise dos gráficos de resíduos auxiliares, que são estimativas suavizadas dos erros que conduzem o nível, a inclinação e o componente irregular, permitindo detectar a presença de quebras estruturais sobre o nível, a inclinação e outliers, respectivamente. Adicionalmente, o módulo STAMP 8.3 do *software* OxMetrics 6.2 fornece um algoritmo

que auxilia na detecção destas intervenções¹⁶. O resultado do teste aqui não rejeita a hipótese de normalidade.

O teste de heterocedasticidade por sua vez toma $T - d$ observações, onde d é o número dos chamados *elementos iniciais difusos do estado*¹⁷, e os divide em três partes inteiras. Por conseguinte, é verificado se a variância dos resíduos no primeiro terço é igual à variância dos resíduos correspondentes à terceira parte das séries. Esta estatística é distribuída aproximadamente como $F(l, l)$, onde $l = (T - d)/3$. Os resultados confirmam o movimento homocedástico dos resíduos das séries.

Por fim, os testes de independência $r(\tau)$ são as autocorrelações residuais na defasagem τ , distribuídos aproximadamente como $N(0, 1/T)$; e a estatística $Q(q, p - q)$ de Box-Ljung, baseada nas primeiras q correlações residuais, onde p é o número de parâmetros no modelo. Q é aproximadamente distribuída como χ^2_{q-p} . Os resultados para $r(\tau)$ nos resíduos do produto e em Q para ambos os modelos não foram satisfatórios, indicando que o modelo pode não ser o mais adequado ao processo dinâmico das séries.

Figura 2.2 - Ciclos obtidos de modelos univariados para inflação e produto



Fonte: Elaborado pelo autor.

¹⁶Para maiores detalhes sobre o algoritmo, ver Koopman *et al* (2007).

¹⁷Valores iniciais estes necessários para a estimação dos hiperparâmetros.

Alterações sobre a modelagem bivariada não implicaram em resultados melhores que os aqui alcançados, levantando dúvida a respeito desta formulação para identificar a relação da CP. Uma razão para isso poderia residir no fato que o valor que avalia a relação entre o hiato do produto e a taxa de inflação é sempre um valor fixo no caso bivariado. A figura 2.2 exibe o componente cíclico da taxa de inflação e do produto, reforçando a ideia de que um parâmetro variável sobre o tempo pode detectar melhor a CP. Para possibilitar esta análise, constrói-se aqui um modelo univariado com parâmetro variável sobre o tempo.

2.4.3 Modelo univariado com parâmetro variável sobre o tempo

Considerando o modelo (17), onde δ_t pode assumir as especificações (14), (15) ou (16), mais uma vez os melhores ajustes foram encontrados quando considera-se o hiato do produto defasado em um período. A tabela 2.4 exibe os resultados dos testes de diagnóstico para os três casos.

Tabela 2.4 - Testes de Diagnóstico: Taxa de inflação com parâmetro variável

tipo de diagnóstico	estatística	AR(1)	p-valor	Passeio	p-valor	Spline	p-valor
normalidade	N	5.6106	0.0605	4.1832	0.1235	2.1094	0.3483
homocedasticidade	$H(78)$	0.5058	0.9985	0.4558	0.9997	0.4592	0.9996
independência	$r(1)$	-0.0895	0.1512	-0.0313	0.6155	-0.0361	0.5626
	$r(24)$	0.0267	0.6681	-0.0517	0.4071	-0.0430	0.4904
	$Q(24, 19)$	25.993	0.1304	29.939	0.0526	26.488	0.1172

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

Diferentemente do caso bivariado, todos os modelos univariados exibem bons resultados, sugerindo a real existência de uma relação dinâmica entre o hiato do produto e a inflação. Para escolha da especificação que melhor represente a trajetória do parâmetro δ_t , serão utilizados como critérios os valores da função log-verossimilhança, a variância estimada dos erros de previsão e os coeficientes de determinação para cada modelo. A tabela 2.5 traz estes critérios logo abaixo.

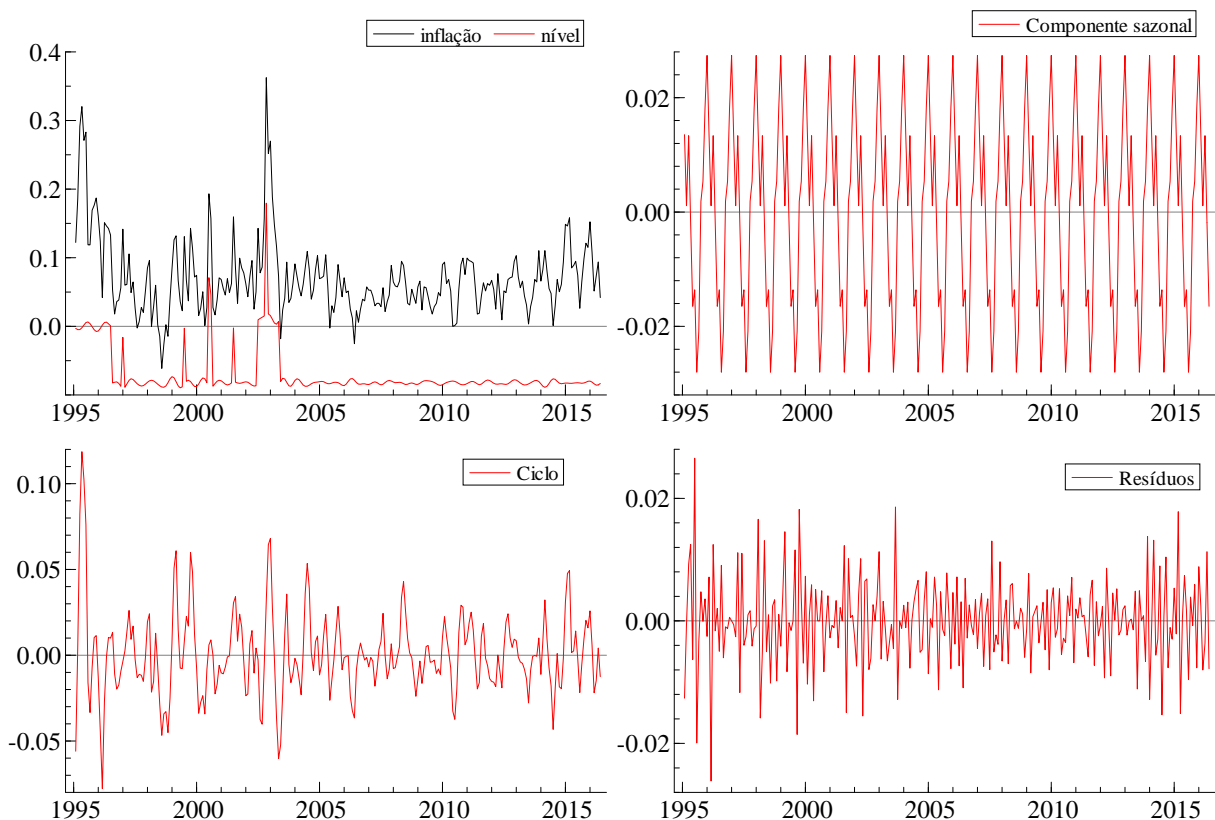
Tabela 2.5 - Critérios para escolha dos modelos estimados

Modelos	Log-Verossimilhança	VEP	R_s^2
processo AR(1)	797.029	8.25×10^{-4}	0.4967
passeio aleatório	795.118	8.68×10^{-4}	0.4686
suavização por spline	789.926	8.55×10^{-4}	0.4784

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

A variância do erro de previsão (VEP) de um MCNO univariado indica a variância dos erros de previsão "um passo a frente" no estado estacionário. Esta previsão é assim chamada por ser construída apenas para critérios de estimação da observação imediatamente posterior às observações consideradas para a amostra. Um baixo valor da VEP indica uma boa propriedade para escolha do modelo. O R_s^2 denota um coeficiente de determinação para modelos de séries estruturais com componentes sazonais. Seu valor é o complemento para 1 da razão entre a variância residual explicada pelo modelo e a variância residual de um passeio alatório com *drift* mais um componente sazonal determinístico. Os três critérios da tabela 2.5 indicam que o modelo univariado cujo parâmetro possua a especificação (14) é o que melhor responde ao processo dinâmico da CP. A figura 2.3 exibe seus principais componentes não observados.

Figura 2.3 - Modelo univariado com parâmetro variável conforme um processo AR(1)



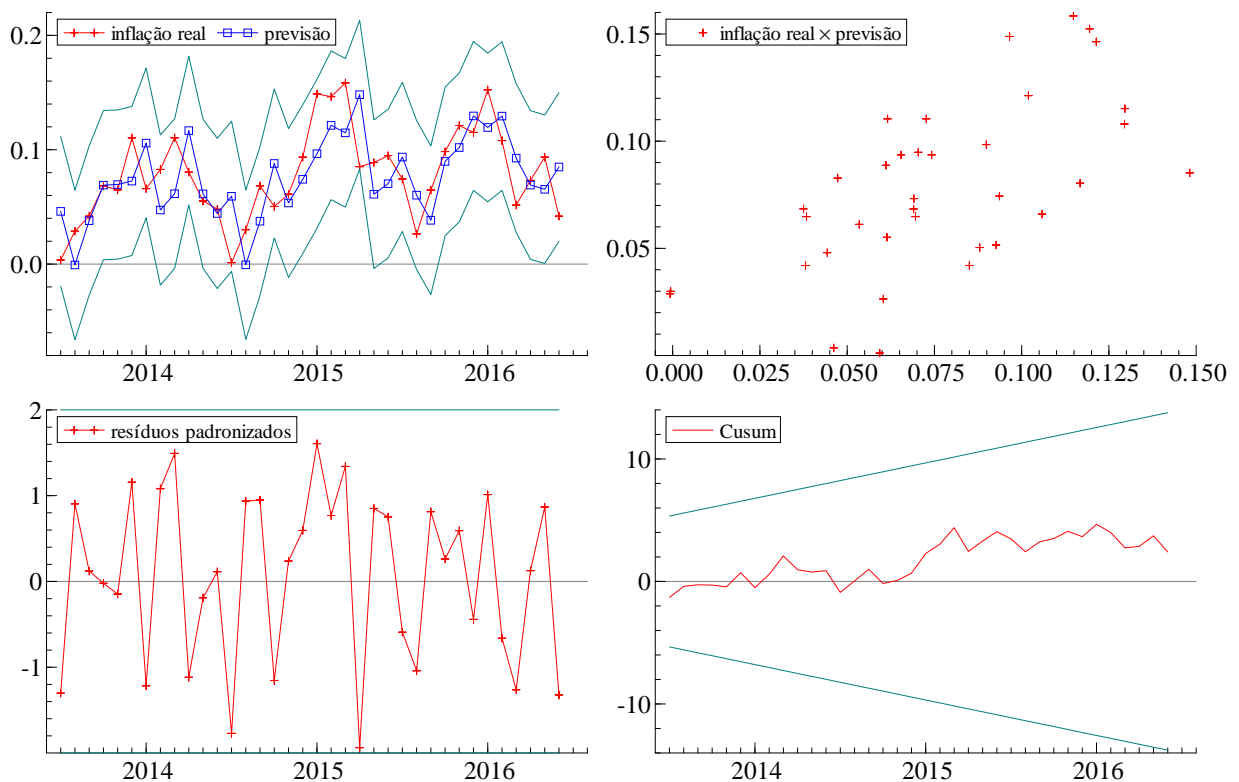
Fonte: Elaborado pelo autor.

O poder preditivo do modelo também pode ser exibido como indicador da capacidade real desta especificação em explicar a relação entre o hiato e o produto. O teste de previsão pode ser do tipo "um passo à frente", na qual a previsão do valor da taxa de inflação no período t depende sempre de todas as informações da inflação até o período $t - 1$, sendo portanto sempre atualizada com a chegada de novas informações; ou

pode ser do tipo "vários passos à frente", no qual as previsões da inflação são construídas usando a informação dada inicialmente, sem atualização dos dados da inflação. As figuras 2.4 e 2.5 trazem o gráfico resultante das duas formas de previsão, ambas tomando o final da amostra, de julho de 2013 a junho de 2016.

O gráfico de previsão mostrou-se bem ajustado às informações reais da série na figura 2.4, reafirmando o bom ajuste do modelo. O gráfico na parte inferior à direita utiliza os resíduos padronizados acumulados no intervalo de previsão. Note que a trajetória destas observações não ultrapassa os limites construídos pelos desvios dos erros, revelando portanto estabilidade no modelo.

Figura 2.4 - Previsões "um passo à frente", condicionais ao hiato do produto estimado



Fonte: Elaborado pelo autor.

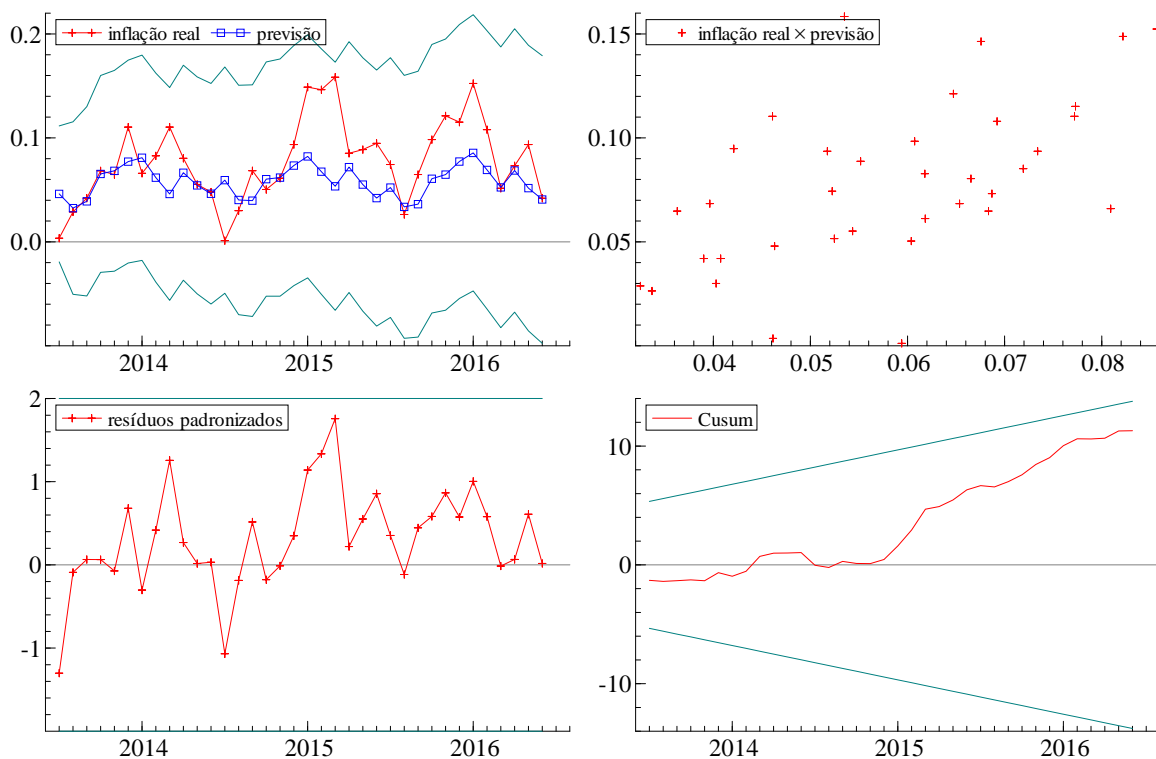
A figura 2.5 traz resultados semelhantes ao anteriormente exibido, embora o gráfico de previsão não consiga captar a total volatilidade presente na série. Mesmo assim o gráfico com as somas acumuladas dos resíduos continuam apontando a estabilidade do modelo¹⁸.

A tabela 2.6 apresenta os hiperpâmetros estimados do modelo dinâmico da

¹⁸Nos gráficos que apresentam a soma cumulativa dos resíduos padronizados no intervalo de previsão, o termo *cusum* é o acrônimo de *cumulative sum*.

CP. A análise gráfica dos resíduos auxiliares e o algoritmo disponível no módulo STAMP 8.3 captaram diversas intervenções para obtenção do melhor ajuste no modelo, sobretudo um valor atípico em novembro de 2001, oriundo de expectativas geradas sobre a mudança no governo federal, e os efeitos no início do intervalo que ainda refletiam o passado recente de taxas de inflação bastante elevadas. Foram detectados *outliers* em 1996.3, 1997.1, 1999.7, 2000.7, 2001.7 e 2002.11. Também verificaram-se quebras estruturais no nível da série em agosto de 1996, julho de 2002 e junho de 2003.

Figura 2.5 - Previsões "vários passos à frente", condicionais ao hiato do produto estimado



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 2.6 - Hiperparâmetros estimados: variâncias estimadas

	Valor	Razão- q
Nível	$8.2851 \times e^{-5}$	0.4318
Componente sazonal	0.0000	0.0000
Ciclo	4.2885×10^{-4}	2.2350
Componente irregular	1.9186×10^{-4}	1.0000
Coefficiente AR(1)	3.1096×10^{-2}	162.1

Fonte: resultados elaborados pelo autor.

São estas variâncias que guiam os movimentos em cada componente do modelo. Observe que o valor zero na estimativa do componente sazonal não indica sua ausência, mais sim que este possui valor fixo, refletindo uma sazonalidade deteminística. Contudo, seus valores são tão baixos quanto aqueles observados no componente de erros, como pode ser visto nos gráficos à direita da figura 2.3, justificando assim a incapacidade de outros métodos de dessazonalização não o captarem. Mesmo assim, o componente permaneceu neste modelo pois ao desconsiderá-lo, o modelo apresenta um ajuste aquém dos resultados aqui encontrados. Por fim, a razão- q é uma representação das variâncias como uma razão das mesmas em relação àquela de maior valor, que geralmente é a variância estimada do componente de erros.

Figura 2.6 - Dinâmica do parâmetro na relação inflação \times hiato do produto



Fonte: Elaborado pelo autor.

Visto que o coeficiente do hiato do produto não é fixo no MCNO, sua variância é estimada e não um parâmetro constante. Observe que o valor na tabela 2.6 confirma a existência desse comportamento variável sobre o tempo. A figura 2.6 apresenta a trajetória deste parâmetro no intervalo de tempo investigado, movimentando na extensão que vai de 0,11 a a 0,19. Embora esta amplitude não aparente ser alta, ela é essencial no modelo, já

que estimativas do mesmo modelo univariado considerando que o parâmetro do hiato do produto é fixo resultam sempre em uma estimação do parâmetro estatisticamente igual a zero, além de apresentar valores da log verossimilhança maximizada, da VEP e do R_s^2 relativamente insatisfatórios.

Contudo, vale destacar que os baixos valores do parâmetro implicam em uma taxa de inflação com menor sensibilidade às variações no hiato do produto. Considerando um valor alto do parâmetro no intervalo estudado, pode-se dizer que um incremento de 1% sobre a diferença entre o produto efetivo e seu valor potencial causa um impacto de aproximadamente 0,2% sobre a taxa de inflação. Seu valor positivo confirma a relação positiva entre estas variáveis, conforme preconiza a teoria da CP.

2.5 Considerações Finais

O presente ensaio teve como objetivo principal investigar a relação entre a taxa de inflação e o hiato do produto para o Brasil, conforme postula a curva de Phillips. Para tanto, foram consideradas a taxa de variação do índice nacional de preços ao consumidor amplo e o logaritmo natural do produto interno bruto real, apresentando observações mensais no período de janeiro de 1995 a junho de 2016. Embora vários estudos recentemente lançados modelem esta relação utilizando uma estrutura semelhante ou idêntica à curva de Phillips novo Keynesiana, que incorpora uma medida das expectativas da inflação ao modelo, este componente ainda é alvo de várias críticas, por sua complicada estimação, pela utilização de *proxies* muitas vezes questionáveis e até mesmo por sua irrelevância empírica. Diante disto, considera-se aqui apenas a presença de uma medida defasada da inflação para captar a persistência da mesma em sua dinâmica, integrante este de fundamental importância sobretudo no aspecto empírico.

Diferentemente da maioria dos trabalhos, este artigo verifica a curva de Phillips utilizando um modelo de componentes não observados, cuja estrutura parte da ideia que uma série temporal pode ser obtida a partir da soma de seus componentes não observados tais como tendência, ciclo, componente sazonal e erro. O tratamento estatístico do MCNO é feito com base na forma de espaço de estados, pois esta permite a utilização do filtro de Kalman para a estimação por previsão linear dos componentes não observados e para obter a estimativa de máxima verossimilhança dos parâmetros presentes no modelo.

Esta estrutura traz algumas vantagens como a possibilidade de uma série ter sua trajetória explicada em boa parte por seus componentes estruturais e não depender exclusivamente do impacto que variáveis explicativas incidem sobre ela e a possibilidade

de estimar coeficientes que variem sobre o tempo, possibilitando uma relação dinâmica entre as variáveis do modelo. O artigo inova ao investigar a presença de tendências e ciclos comuns sobre este arcabouço e analisar várias especificações para o comportamento do parâmetro que mensura a relação entre a inflação e o *gap* do produto sobre o tempo.

Inicialmente constrói-se um modelo bivariado para a inflação e o produto com o intuito de confirmar uma forte relação entre o ciclo da inflação e o ciclo do produto, este último equivalendo à diferença entre o produto efetivo e o produto potencial. Para isto, seria preciso que os erros dos componentes cíclicos fossem perfeitamente correlacionados. Um teste especial para detectar tendências comuns em MCNO multivariados confirmou a presença de uma relação cointegrante no conjunto das variáveis, contudo o teste de ciclos comuns não pôde ser devidamente realizado, já que os resíduos estimados do modelo apresentaram correlação serial, sugerindo que sua formulação não seria adequada para explicar o processo dinâmico da relação na CP.

Esta dificuldade poderia ser atribuída ao fato que o modelo bivariado trate a relação entre a inflação e o hiato do produto como constante, fixando o coeficiente da relação. O caso univariado com coeficiente variável sobre o tempo apresentou resultados satisfatórios, confirmando que a dinâmica entre as variáveis de fato seria relevante ao estudo da relação. Foram contruídas três diferentes especificações para o parâmetro: um processo AR(1), um modelo de passeio aleatório e por fim um modelo de suavização por *spline*. A primeira estrutura apresentou resultados mais satisfatórios e testes de previsão confirmaram seu poder de ajuste.

O parâmetro apresentou uma variância estimada significativa, confirmando seu comportamento dinâmico, e seu valor positivo confirma a relação postulada pela teoria da Curva de Phillips. Embora Machado e Portugal (2014) tenham encontrado um modelo ajustado mesmo para um parâmetro fixo na relação entre inflação e o hiato do produto, isto não se detectou aqui, resultando inclusive em uma estimativa estatisticamente igual a zero quando considerada fixa. É provável que este resultado divirja aqui por conta dos autores analisarem a relação utilizando valores do PIB a preços correntes, propiciando uma provável ligação com a taxa de inflação, oriunda de variações sobre os preços.

O baixo valor do parâmetro aponta para uma taxa de inflação com menor sensibilidade às variações no hiato do produto. Este resultado dá suporte à ideia que a Curva de Phillips vem apresentando um formato mais achatado nas economias atualmente, mas este fenômeno não diminui sua relevância, pois se por um lado a queda do produto efetivo sobre o produto potencial pode não ser uma política eficaz para critérios de controle da taxa de inflação, por outro o aumento da produção com relação ao seu valor de equilíbrio competitivo não implica de forma relevante em alta na variação dos preços.

Referências

- ABBAS, S. K. et al. **The new Keynesian Phillips curve in a small open economy: empirical evidence from Australia.** Economic Record, 2016. p. 1-26.
- AL-ZEAUD, H.; AL-HOSBAN, S. **Does Phillips curve really exist? an empirical evidence from Jordan.** European Scientific Journal, Kocani, v. 11, n. 10, 2015. p. 253-275.
- ANTONIO ALBERTO, M.; JOSÉ ANGELO, D. **Real wage rigidity and the new Phillips curve: the Brazilian case.** Revista Brasileira de Economia, v. 64, n. 3, 2010. p. 291-306.
- ARAGON, E. K. D. S. B.; MEDEIROS, G. B. D.; PORTUGAL, M. S. **Instabilidades na curva de Phillips novo-Keynesiana: um estudo empírico para o Brasil.** Anais do XLIII Encontro Nacional de Economia, n. 062, 2016. p. 1-19.
- ARRUDA, E. F.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. **Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de Inflação no Brasil.** Revista Brasileira de Economia, v. 65, n. 3, 2011.
- BLANCHARD, O.; GALÍ, J. **Real wage rigidities and the new Keynesian model.** Journal of Money, Credit and Banking, v. 39, 2007. p. 35-65.
- BURNS, A. F.; MITCHELL, W. C. **Measuring business cycles.** NBER Books, 1946.
- CALVO, G. A. **Staggered prices in a utility-maximizing framework.** Journal of Monetary Economics, v. 12, n. 3, p. 383-398, 1983.
- CARVALHO, V.; HARVEY, A.; TRIMBUR, T. **A note on common cycles, common trends, and convergence.** Journal of Business & Economic Statistics, v. 25, 2007. p. 12-20.
- COMMANDEUR, J. J.; KOOPMAN, S. J. **An introduction to state space time series analysis.** New York: Oxford University Press, 2007.
- CORREA, A. D. S.; MINELLA, A. **Nonlinear mechanisms of the exchange rate pass-through: a Phillips curve model with threshold for Brazil.** Revista Brasileira de Economia, v. 64, n. 3, 2010.
- DOORNIK, J. A.; HANSEN, H. **An omnibus test for univariate and multivariate normality.** Oxford Bulletin of Economics and Statistics, v. 70, n. s1, 2008. p. 927-939.
- DUFOUR, J.-M.; KHALAF, L.; KICHIAN, M. **Inflation dynamics and the new Keynesian Phillips curve: an identification robust econometric analysis.** Journal of Economic Dynamics and Control, v. 30, n. 9, 2006. p. 1707-1727.

- FEIJÓ, F. T. **Curva de Phillips com mudança de regime markoviano**: uma análise da economia brasileira para o período 1995- 2014. Anais do XLIII Encontro Nacional de Economia, 2016. p. 1-20.
- FERREIRA, D.; PALMA, A. A. **Forecasting inflation with the Phillips curve**: a dynamic model averaging approach for Brazil. Revista Brasileira de Economia, v. 69, n. 4, 2015.
- FRIEDMAN, M. **The role of monetary policy**. The American Economic Review, v. 58, n. 1, 1968. p. 1-17.
- GALI, J.; GERTLER, M. **Inflation dynamics**: a structural econometric analysis. Journal of Monetary Economics, v. 44, n. 2, 1999. p. 195-222.
- GALLEGATI, M. et al. **The US wage Phillips curve across frequencies and over time**. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, v. 73, n. 4, 2011. p. 489-508.
- GRANGER, C. W. J.; JEON, Y. **The evolution of the Phillips curve**: a modern time series viewpoint. Economica, v. 78, n. 309, 2011. p. 51-66.
- HARVEY, A. **Modelling the Phillips curve with unobserved components**. Applied Financial Economics, v. 21, n. 1-2, 2011. p. 7-17.
- HARVEY, A. C.; TRIMBUR, T. M. **General model-based filters for extracting cycles and trends in economic time series**. The Review of Economics and Statistics, v. 85, n. 2, 2003. p. 244-255.
- HARVEY, A. C.; TRIMBUR, T. M.; VAN DIJK, H. K. **Trends and cycles in economic time series**: A Bayesian approach. Journal of Econometrics, v. 140, n. 2, 2007. p. 618-649.
- KAPUR, M. **Revisiting the Phillips curve for India and inflation forecasting**. Journal of Asian Economics, v. 25, 2013. p. 17-27.
- KOOPMAN, S. J. et al. **STAMP 8.0**: Structural Time Series Analyser, Modeller and Predictor. London: Timberlake Consultants Ltd, 2007.
- LEE, D. J.; YOON, J. H. **The new Keynesian Phillips curve in multiple quantiles and the asymmetry of monetary policy**. Economic Modelling, v. 55, 2016. p. 102-114.
- LUCAS, R. J. **Expectations and the neutrality of money**. Journal of Economic Theory, v. 4, n. 2, 1972. p. 103-124.
- MACHADO, V. D. G.; PORTUGAL, M. S. **Phillips curve in Brazil**: an unobserved components approach. Working Papers Series, 2014.
- MAKA, A.; BARBOSA, F. **A dinâmica da Inflação no Brasil**. v. 2003, 2014. p. 7-29.

MÁRIO JORGE CARDOSO DE, M.; ADOLFO, S.; LUIS ALBERTO TOSCANO, M. **Inflação versus desemprego: novas evidências para o Brasil.** *Economia Aplicada*, v. 16, n. 3, 2012. p. 475-500.

NASON, J. M.; SMITH, G. W. **Identifying the new Keynesian Phillips curve.** *Journal of Applied Econometrics*, Chichester, UK, v. 23, n. 5, 2008. p. 525-551.

NYBLOM, J.; HARVEY, A. **Tests of common stochastic trends.** *Econometric Theory*, v. 16, n. 02, 2000. p. 176-199.

PELAGATTI, M. M. **Time series modelling with unobserved components.** Boca Raton: CRC Press, 2015.

PHELPS, E. S. **Money-wage dynamics and labor-market equilibrium.** *Journal of Political Economy*, v. 76, n. 4, 1968. p. 678-711.

PHILLIPS, A. W. **The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861–1957.** *Economica*, v. 25, n. 100, 1958. p. 283-299.

PIMENTEL, E. A. **A wavelets-based analysis of the Phillips curve hypothesis for the Brazilian economy, 1980-2011.** *Economia Aplicada*, v. 17, n. 1, 2013. p. 91-114.

RUSSELL, B.; CHOWDHURY, R. A. **Estimating United States Phillips curves with expectations consistent with the statistical process of inflation.** *Journal of Macroeconomics*, v. 35, 2013. p. 24-38.

SAMUELSON, P. A.; SOLOW, R. M. **Analytical aspects of anti-inflation policy.** *The American Economic Review*, v. 50, n. 2, 1960. p. 177-194.

SIDNEY, M. C.; GUILHERME, V. M. **The Phillips curve and information rigidity in Brazil.** *Economia Aplicada*, v. 16, n. 1, 2012. p. 31-48.

TRISTÃO, T. S.; TORRENT, H. D. S. **Relações não lineares na curva de Phillips: uma abordagem semi-paramétrica.** *Economia Aplicada*, v. 19, n. 4, 2015. p. 679-703.

TSOUKIS, C.; KAPETANIOS, G.; PEARLMAN, J. **Elusive persistence: wage and price rigidities, the new Keynesian Phillips curve and inflation dynamics.** *Journal of Economic Surveys*, v. 25, n. 4, 2011. p. 737-768.

VAHID, F. **Common Cycles.** In: MILLS, T. C. e PATTERSON, K. (Ed.). **Palgrave Handbook of Econometrics.** Basingstoke: Palgrave Macmillan, v.1, 2006. p.610-630.

XU, Q. et al. **The Phillips curve in the US: a nonlinear quantile regression approach.** *Economic Modelling*, v. 49, 2015. p. 186-197.

ZHANG, C.; MURASAWA, Y. **Output gap measurement and the New Keynesian Phillips curve for China**. *Economic Modelling*, v. 28, n. 6, 2011. p. 2462-2468.