



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**RIGOBERTO LUIS SILVA SOUSA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM ROBÔ MÓVEL NÃO-HOLONÔMICO COM  
CONTROLADOR NÃO-LINEAR PARA SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS**

**FORTALEZA**

**2016**

RIGOBERTO LUIS SILVA SOUSA

DESENVOLVIMENTO DE UM ROBÔ MÓVEL NÃO-HOLONÔMICO COM  
CONTROLADOR NÃO-LINEAR PARA SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS

Dissertação submetida à Universidade Federal  
do Ceará como parte dos requisitos para  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Elétrica.

Orientador:  
Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- S698d Sousa, Rigoberto Luis Silva.  
Desenvolvimento de um robô móvel não-holonômico com controlador não-linear para seguimento de trajetórias / Rigoberto Luis Silva Sousa. – 2016.  
91 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2016.  
Orientação: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira.  
Coorientação: Prof. Dr. Bismark Claire Torrico.
1. Controle de robôs móveis com duas rodas. 2. Rastreamento de trajetórias. 3. Controle não-linear.. I. Título.  
CDD 621.3
-

RIGOBERTO LUIS SILVA SOUSA

DESENVOLVIMENTO DE UM ROBÔ MÓVEL NÃO-HOLONÔMICO COM  
CONTROLADOR NÃO-LINEAR PARA SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação e Controle.

Aprovada em: 12/09/2016

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira. (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – (PPGEE-UFC)

---

Prof. Dr. Bismark Claire Torrico. (Co-Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – (PPGEE-UFC)

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis  
Universidade Federal do Ceará - (PPGEE-UFC)

---

Prof. Dr. George André Pereira Thé  
Universidade Federal do Ceará (PPGETI-UFC)

À memória de minha mãe Maria da Penha e de  
minha irmã Ana Cláudia.

À minha esposa Gardênia, meu pai Francisco,  
meus irmãos e irmãs.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pelo dom da fé, força e perseverança para superar as etapas necessárias à realização deste trabalho.

Ao meu orientador prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira por sua dedicação, atenção e disponibilidade na orientação deste trabalho.

Ao meu co-orientador prof. Dr. Bismark Claure Torrico por seu apoio, atenção e disponibilidade.

Aos demais professores e professoras do departamento de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFC, por todo o aprendizado recebido.

Aos professores e professoras participantes da banca examinadora, pelo tempo dedicado e pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos amigos do GPAR pelo apoio durante o curso, em especial ao Marcus Forte por seu trabalho na programação e testes do robô. Ao Vanier pela parceria em artigos, aos demais alunos de mestrado, doutorado e graduação que realizam pesquisas no GPAR.

Aos meus familiares por todo apoio recebido, em especial à minha esposa Gardênia, por seu apoio e paciência.

## RESUMO

Este trabalho apresenta os aspectos construtivos, a modelagem e o controle do rastreamento de trajetória de um robô móvel não-holonômico com tração diferencial. O sistema de controle utilizado é composto por duas malhas em cascata: uma malha de controle interno para a velocidade das duas rodas e uma malha externa para controlar a trajetória do robô. A primeira malha é composta por dois controladores com ação PID (proporcional integral e derivativo) sendo realimentados com sinais recebidos de encoders. A segunda malha consiste em um controlador não-linear cinemático responsável por realizar o controle de seguimento de uma trajetória de referência. O sinal de saída deste controlador é a soma de uma ação *feedforward* e uma ação de *feedback*, nas quais os ganhos da ação de realimentação são ajustados por uma estratégia de alocação de polos baseada em um modelo linearizado da amostra do erro de rastreamento. A implementação dos sistemas de controle foi realizada em um sistema embarcado ARM Cortex-M4 de 32 bits. Foi avaliado o comportamento do sistema para diferentes trajetórias, com o robô sempre iniciando em ponto diferente da trajetória de referência, em algumas trajetórias foi aplicado um distúrbio ao robô. Além disso, resultados de simulação e experimentais no robô real são apresentados.

Palavras-chave: Controle de Robôs Móveis com duas rodas. Rastreamento de Trajetórias. Controle Não-linear.

## **ABSTRACT**

This work presents the development and trajectory tracking control of a nonholonomic mobile robot with differential traction. The used control system is composed of two loops cascaded, with an internal control for the speed of the two wheels and an external loop controlling the robot's posture. The first is composed of two PID controllers with feedback signals from encoders and the second one is a feedforward kinematics controller. The controller tuning procedure is based on desired closed-loop characteristics specified by the user. The control strategies were embedded in a digital module based in a 32-bit ARM microcontroller. In order to evaluate the performance of the developed robot, trajectory tracking tests were carried out for different trajectories and initial conditions. Experimental results are presented for reference trajectories without obstacles.

**Keywords:** Mobile Robots. Trajectory Control. Nonholonomic.



Figura 29 – Vista frontal do robô.....	60
Figura 30 – Diagrama em blocos do circuito de controle.....	61
Figura 31 – Laboratório de testes em robótica móvel.....	61
Figura 32 – Resposta ao Degrau do motor CC.....	62
Figura 33 – Resposta ao degrau. Método das Áreas.....	63
Figura 34 – Resposta ao Degrau da Planta e do Modelo.....	64
Figura 35 – Modelo do Controlador PID do Driver do robô.....	65
Figura 36 – Comparação da resposta ao degrau em malha fechada do modelo simulado e da planta real.....	66
Figura 37 – Seguimento de trajetória do robô real.....	67
Figura 38 – Velocidades linear e angular do robô real.....	68
Figura 39 – Erro de seguimento de trajetória do robô real.....	68
Figura 40 – Rastreamento de trajetória do robô real.....	69
Figura 41 – Saídas $v$ e $\omega$ do robô real para o rastreamento da trajetória.....	70
Figura 42 – Erro de postura do robô real no seguimento da trajetória.....	71
Figura 43 – Rastreamento de trajetória do robô.....	72
Figura 44 – Saídas $v$ e $\omega$ do robô real para o rastreamento da trajetória.....	73
Figura 45 – Erro de postura do robô no seguimento da trajetória.....	74
Figura 46 – Trajetória de referência com velocidade linear e angular variáveis.....	75
Figura 47 – Velocidades linear e angular na simulação.....	75
Figura 48 – Erro de simulação das variáveis de posição e orientação.....	76
Figura 49 – Aspectos físicos do robô. a) Lado do controlador b) Lado do painel de controle.....	82
Figura 50 – a) Roda fixa. b) Roda orientável não centralizada.....	83
Figura 51 – Encoders utilizados no robô.....	84
Figura 52 – Motor com redutor, utilizados no robô. ....	85
Figura 53 – Vista inferior da montagem da base do robô.....	86
Figura 54 – Driver para o acionamento do robô.....	87
Figura 55 – Placa ARM© Cortex®-M4.....	87
Figura 56 – a) Contator tripolar e disjuntor monofásico.....	88
Figura 57 – Banco de baterias do robô.....	89
Figura 58 – Circuito de comando e proteção.....	90

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Variáveis utilizadas no desenvolvimento do controle .....	35
Quadro 2 – Resultados obtidos para valores diferentes de ajuste do controlador .....	46
Quadro 3 – Valores adotados para o ajuste das variáveis do controlador. ....	46
Quadro 4 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado. ....	50
Quadro 5 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado. ....	52
Quadro 6 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado. ....	56
Quadro 7 – Características do Encoder Incremental Hohner serie 44V.....	84
Quadro 8 – Características do sistema motor-redutor. ....	85

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARM	<i>Advanced RISC Machine</i>
FRDM	<i>Freedom</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>
CAN	<i>Controller Area Network</i>
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
MB	Megabyte
Kb	Kilobyte
CC	Corrente Contínua
Ah	Ampére hora
CC/CC	Conversor com entrada e saída em corrente contínua
RPM	Rotação Por Minuto
PI	Proporcional Integral.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$v$	Velocidade linear
$\omega$	Velocidade angular
$v_r$	Velocidade linear de referência
$\omega_r$	Velocidade angular de referência
$\theta$	Ângulo de orientação
$r$	Comprimento do vetor
$\phi$	Ângulo entre o eixo Z e o raio
$v_e$	Velocidade da roda esquerda
$v_d$	Velocidade da roda direita
$L$	Distância entre as duas rodas do robô
$C$	Centro geométrico e de gravidade do robô
$e_1$	Erro de posição no eixo X entre os robôs real e imaginário
$e_2$	Erro de posição no eixo Y entre os robôs real e imaginário
$e_3$	Erro de orientação $\theta$ entre o robô real e o imaginário
$\zeta$	Coefficiente de amortecimento
$\omega_n$	Frequência característica
$g$	Parâmetro de ajuste do controlador

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	14
1.1	Controle do seguimento de trajetória para robôs móveis Não-Holonômicos	17
1.2	Levantamento do estado da arte	18
1.3	Objetivos	20
1.3.1	<i>Objetivo geral</i>	20
1.3.2	<i>Objetivos específicos</i>	20
1.4	Organização do trabalho	21
<b>2</b>	<b>MODELAGEM DO ROBÔ MÓVEL</b>	23
2.1	Introdução	23
2.2	Representação da posição em coordenadas cartesianas	23
2.2.1	<i>Sistema de referência e coordenadas cartesianas</i>	23
2.2.2	<i>Localização de um ponto por meio de coordenadas polares e cilíndricas</i>	24
2.2.3	<i>Localização de um ponto por meio de coordenadas esféricas</i>	25
2.3	Representação da orientação	26
2.3.1	<i>Matrizes de rotação em duas dimensões</i>	26
2.3.2	<i>Matrizes de rotação em três dimensões</i>	28
2.4	Robô móvel não-holonômico com driver diferencial	30
2.5	Conclusão do capítulo	32
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE DO ROBÔ MÓVEL</b>	34
3.1	Introdução	34
3.2	Controle de velocidade das rodas	34
3.3	Controlador para seguimento de trajetória	34
3.4	Conclusão do capítulo	42
<b>4</b>	<b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL</b>	43
4.1	Introdução	43
4.2	Modelos de simulação	43

<b>4.3</b>	<b>Resultados dos simulados de controle de trajetória</b> .....	<b>45</b>
<b>4.4</b>	<b>Conclusão do capítulo.</b> .....	<b>59</b>
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>60</b>
<b>5.1</b>	<b>Introdução</b> .....	<b>60</b>
<b>5.2</b>	<b>Identificação dos modelos dos motores</b> .....	<b>62</b>
<b>5.3</b>	<b>Controle de velocidade das rodas</b> .....	<b>64</b>
<b>5.4</b>	<b>Resultados experimentais de controle de trajetória.</b> .....	<b>66</b>
<b>5.5</b>	<b>Conclusões do capítulo.</b> .....	<b>77</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.</b> .....	<b>78</b>
	<b>REFERÊNCIAS.</b> .....	<b>80</b>
	<b>APÊNDICE A – Descrição do Hardware do robô móvel</b> .....	<b>82</b>
	<b>APÊNDICE B – Artigos publicados ou aceitos para publicação.</b> .....	<b>91</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A área da robótica sempre atraiu o interesse da sociedade. No campo da pesquisa e desenvolvimento muitas previsões têm se tornado realidade ao longo do tempo, como é o caso dos robôs humanoides, robôs espaciais ou de próteses humanas controladas por ondas cerebrais; outras ainda não, como é o caso de um robô alcançar os padrões de inteligência, autonomia e interatividade observadas nos humanos. Pesquisadores da área acreditam que a robótica assumirá um papel cada dia mais importante na sociedade, pois, o que antes era visto somente no meio industrial, centros de pesquisa e laboratórios de universidades mais avançadas, hoje, está cada vez mais presente na vida das pessoas (MEDEIROS *et al.*, 2015).

Avanços significativos na área de robótica foram alcançados nas últimas décadas, muito em função do crescimento das pesquisas no desenvolvimento de novos hardwares e softwares. Em termos de hardware, ocorreu uma miniaturização dos computadores e dispositivos embarcados, diminuindo o espaço necessário e os custos, e, por outro lado, aumentando a capacidade de processamento, além de apresentar outras características, como: robustez, precisão e menores consumos de energia. Além disso, sensores laser e câmeras de vídeos cada vez mais baratos e sofisticados têm melhorado a capacidade perceptiva dos robôs. Atuadores mais potentes também têm sido desenvolvidos, um exemplo destes são os motores de alta precisão e torque; a mais, micromecanismos têm possibilitado a criação de robôs menores e mais sofisticados, capazes de se locomover e atuar de forma mais precisa e eficiente nos mais diversos e complexos tipos de ambientes, sejam terrestres, aéreos ou aquáticos. Essas melhorias de hardware refletem diretamente na área de software, pois uma maior quantidade e precisão das informações coletadas sobre o sistema e o ambiente de atuação do robô permitem o desenvolvimento de novos algoritmos nas áreas de controle, tomadas de decisão mais rápidas, melhores processamentos de imagens e reconhecimento de voz, assim como diversas outras melhorias (MEDEIROS *et al.*, 2015).

Essa nova fase da robótica é caracterizada pelas pesquisas e desenvolvimento de técnicas inteligentes de controle de robôs. O objetivo fim é desenvolver máquinas capazes de interagir com os humanos e o ambiente de forma autônoma, sem supervisão externa, robôs com essas características podem ser utilizados desde ambientes domésticos, aspirando pó do chão da casa do usuário, até em ambientes inóspitos, onde a operação direta do ser humano é difícil ou mesmo oferece risco à sua saúde ou mesmo à sua vida. Em comparação a isso, um exemplo que pode ser bem ilustrativo é quando se objetiva controlar um robô, que não é autônomo, da Terra para explorar Marte. Para desempenhar tal função, pode-se pensar em

desenvolver um mecanismo de teleoperação; porém, essa não é a melhor situação devido ao longo atraso entre a transmissão de um sinal de controle e a recepção de um sinal de *feedback*. Além do que, dependendo do tipo de tarefa, a teleoperação pode causar uma fadiga cognitiva, levando o usuário a não realizar adequadamente o controle do robô (MEDEIROS *et al.*, 2015).

Um robô pode ser uma máquina capaz de executar tarefas repetitivas, sejam elas guiadas (teleoperadas) ou predefinidas (pré-programadas) mas também é capaz de realizar de modo inteligente (autônomo), sendo capaz de perceber o ambiente, tomar decisões e agir conforme a situação em que se encontra. Um robô pode ser de base fixa (braço robótico manipulador industrial), mas também pode ser de base móvel, tendo a capacidade de se locomover no ambiente. Um robô também poderá ter diferentes níveis de percepção, locomoção, ação, decisão e autonomia. Conforme a sua capacidade de reagir, de planejar ações, de interagir e de tomar decisões em relação à sua percepção do ambiente, cada robô poderá executar um tipo diferente de tarefas das mais simples, como aspirar, ou as mais complexas, como as que envolvem a navegação autônoma e a interação com humanos (MEDEIROS *et al.*, 2015).

Podem-se dividir os robôs em dois grandes grupos: o primeiro grupo engloba os robôs manipuladores, amplamente utilizados nas indústrias, realizando tarefas repetitivas, tais como soldar, pintar, aparafusar entre outras (CRAIG, 2008); no segundo grupo, tem-se os robôs móveis, que possuem a capacidade de deslocar-se no espaço, esse deslocamento pode ser tanto terrestre, aéreo ou submarino (SIEGWART; NOURBAKHS, 2004). Uma outra classificação é apresentada em (SECCHI, 2008), por meio da qual são denominadas três classes: robôs industriais, médicos e móveis.

Nessa classificação, como robôs médicos são considerados os desenvolvidos especificamente como assistentes em tarefas cirúrgicas de grande precisão ou alta complexidade e próteses para substituição de membros do corpo humano; por sua vez, os robôs industriais são os mais utilizados em tarefas de alcance econômico, formados por uma estrutura mecânica articulada, que se move adaptando diferentes configurações pelas ordens recebidas de um equipamento de controle baseado normalmente em um microprocessador (SECCHI, 2008); por fim, os robôs móveis são dispositivos de transporte automático, ou seja, são plataformas mecânicas dotadas de um sistema de locomoção capazes de navegar por meio de um determinado ambiente de trabalho, dotados de certo nível de autonomia para sua locomoção, portando cargas. Suas aplicações podem ser muito variadas e estão sempre relacionadas com tarefas que normalmente são arriscadas ou nocivas para a saúde humana,

em áreas como a agricultura, no transporte de cargas perigosas ou em tarefas de exploração solitárias ou cooperativas junto a outros veículos não tripulados. Exemplos clássicos são o traslado e coleta de materiais, as tarefas de manutenção de reatores nucleares, a manipulação de materiais explosivos, a exploração subterrânea, ou mesmo de outros planetas etc (SECCHI, 2008).

É necessário esclarecer que o conceito de autonomia não se relaciona apenas com questões energéticas, mas também se refere à capacidade de perceber, modelar, planejar e atuar para alcançar determinados objetivos, sem a intervenção (ou com uma intervenção muito pequena) do operador humano, já que o robô pode se locomover em ambientes estruturados ou não estruturados, total ou parcialmente conhecidos. O papel deste deve ser desempenhado pelo próprio sistema de controle do veículo, que o deve suprir com a inteligência necessária para fazê-lo mover corretamente. A denominação do robô móvel faz referência a essa capacidade para alcançar um ou vários objetivos com uma intervenção muito pequena de supervisores humanos.

Em Secchi (2008), são apresentados três tipos de sistemas de locomoção para os robôs terrestres: com patas, com rodas e com esteiras. Para Lages (2013), existem basicamente três métodos para acionamento dos robôs terrestres: por meio de rodas, por meio de lagartas e por meio de pernas. O acionamento por meio de rodas é o mais utilizado, por suas características de construção relativamente fácil e por adaptar-se bem às condições de operação em ambientes internos e ambientes externos, nos quais as irregularidades do solo não são muito severas.

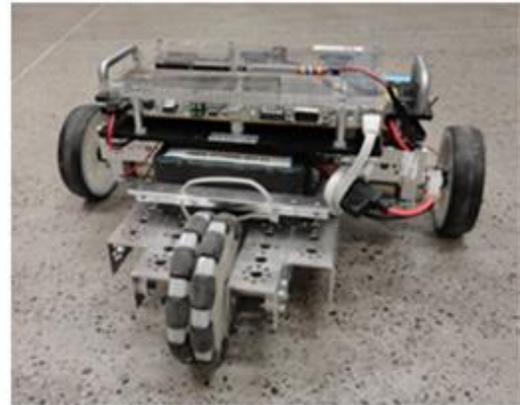
A Figura 1.a apresenta um robô com sistema de locomoção por rodas, é o robô de seis rodas da European Space Agency (ESA) e agência espacial russa (Roscosmos) que em 2018 será enviado em missão para Marte, entre as funções deste robô têm-se a possibilidade de perfurar o solo do planeta em até dois metros de profundidade para buscar eventual matéria orgânica preservada da intensa radiação que o planeta recebe em sua superfície. Já na Figura 1.b é apresentado um robô educacional com locomoção por rodas de fabricação da *National Instruments* (modelo NI LabVIEW Robotics Starter Kit).

Figura 1 – Robôs terrestres com acionamento por rodas



(a)

Fonte: (Inovação, 2015)



(b)

Fonte: Elaborada pelo autor

Os modelos para robôs acionados por rodas podem ser divididos em quatro tipos (CAMPION; BASTIN; D'ANDREA-NOVEL, 1996) e (LAGES, 2013):

- ✓ Modelo cinemático de postura;
- ✓ Modelo cinemático de configuração;
- ✓ Modelo dinâmico de configuração;
- ✓ Modelo dinâmico de postura.

Os modelos cinemáticos descrevem o robô em função da velocidade e orientação das rodas, enquanto os modelos dinâmicos descrevem o robô em função das forças generalizadas aplicadas pelos atuadores, por exemplo, torques nas rodas (LAGES, 2013).

Os modelos de postura consideram como estado apenas a posição e a orientação do robô, enquanto os modelos de configuração consideram além da postura outras variáveis internas, como deslocamento angular das rodas. Do ponto de vista de controle da posição e orientação espacial do robô, apenas os modelos de postura são necessários (LAGES, 2013).

### 1.1 Controle do seguimento de trajetória para robôs móveis Não-Holonômicos

Definem-se como não-holonômicos sistemas com dimensão finita em que algum tipo de restrição é imposto a um ou mais estados do sistema. Essas limitações podem ser provocadas pela conservação do momento angular, condições atribuídas pela impossibilidade de deslocar em uma ou mais direções, como resultado da imposição de restrições durante o

projeto do sistema de controle, pelo fato de o sistema não ter atuadores em todas as direções do espaço do problema, e em várias outras situações. Figueiredo e Jota (2004) indicam três classes de sistemas onde restrições não-holonômicas aparecem:

- ✓ Restrição de não-deslize. A condição de não-deslizamento ou de rolamento puro significa que a velocidade linear no ponto de contato é zero. Essa restrição é não-integrável, isto é, não redutível a uma restrição de posição, e, portanto, é não-holonômica;
- ✓ Conservação do momento angular;
- ✓ Sistemas mecânicos subatuados. Sistemas nos quais a dimensão do espaço de configurações excede o espaço das entradas de controle.

Sistemas não-holonômicos formam uma classe com características especiais: apesar de seus movimentos serem limitados, eles podem atingir qualquer configuração no espaço onde estão definidos (quando controláveis e atingíveis), infelizmente as leis de controle para estabilização de sistemas não-holonômicos não são fáceis de serem geradas, há necessidade de emprego de ferramentas matemáticas mais elaboradas para análise e projeto (FIGUEIREDO; JOTA, 2004).

O controle de sistemas não-holonômicos podem ser agrupados como na teoria clássica de controle em: métodos de malha aberta e métodos de malha fechada. Os métodos de malha aberta são também conhecidos como planejamento do movimento para sistemas não-holonômicos e buscam leis de controle em malha aberta que desloquem o sistema de um estado inicial até um estado final (ponto a ponto). Já os métodos de malha fechada são aqueles que possuem alguma lei de realimentação para estabilizar o sistema em torno de um ponto de equilíbrio, rastrear uma trajetória, ou rejeitar distúrbios (FIGUEIREDO; JOTA, 2004).

## 1.2 Levantamento do estado da arte

O desenvolvimento de robôs móveis tem obtido um grande avanço nas últimas duas décadas, um dos tipos mais utilizados são os robôs acionados por rodas. Em Campion; Bastin; D'Andrea-Novel (1996) são apresentados alguns modelos de estruturas para construção de robôs móveis com rodas, a partir de cada estrutura, que considera a configuração e flexibilidade de movimento das rodas, é proposto um modelo cinemático de controle.

Modelos matemáticos de posição e orientação, ferramentas e algoritmos de simulação de robôs móveis são apresentados em Siegwart, Nourbakhsh (2004) e Corke

(2011), o segundo autor propõe vários algoritmos de simulação de controle de trajetória de robôs móveis, outros autores fazem estudos por meio de simulação, podendo-se assim encontrar diversos simuladores em duas e três dimensões em trabalhos relacionados à área. Em Melo (2007), por exemplo, foi desenvolvido um simulador para navegação de robôs móveis.

O desenvolvimento de um robô móvel autônomo com capacidade de detectar obstáculos, explorar ambientes hostis e que apresenta resultados confiáveis a baixo custo é apresentado em Guimarães (2007), o qual possibilita também com facilidade a adição de novos componentes e comunicação com outros sistemas.

Khepera (K-TEAM, 2012) é um robô móvel de pequenas dimensões. Sua arquitetura padrão possui oito sensores de proximidade em volta do robô. O Khepera pode ser controlado por meio de softwares como o LabView e o MatLab ou diretamente por meio de uma porta de comunicação serial que pode ser facilmente implementada (BIANCHI *et al.*, 2001). O Khepera é um robô comercial, vendido em módulos, com arquitetura de software aberta. Uma outra plataforma de hardware para um robô móvel autônomo com tecnologia aberta é encontrada no trabalho de Probst, Melo e Roloff (2010), o trabalho leva em consideração os aspectos eletroeletrônicos, mecânicos e de software, e dá ênfase aos softwares relativos à navegação, locomoção, sistemas de VC (Visão Computacional) e interface homem-máquina. O projeto denominado OpenVisionBot (OVB) tem por objetivo distribuir a tecnologia para pesquisa em ambientes acadêmicos ou de negócio.

Um desafio no desenvolvimento de robôs móveis é a capacidade de interagir com o ambiente e tomar decisões corretas para que suas tarefas sejam executadas com êxito. Robôs móveis devem ser capazes de atuar em ambientes desconhecidos e dinâmicos e de reagir diante de situações imprevistas (THRUN; FOX, 2005).

Em Lachat e Krebs (2016) é desenvolvido um robô móvel com capacidade de locomoção de 1m/s e capacidade de transportar cargas de até 100kg, o robô móvel foi usado em um projeto de exploração na Antártida pelo *Robotic Antartic Explorer Project* (LORAX) da NASA, um de seus objetivos era coletar e analisar cubos de gelo e construir um mapa geográfico de distribuição de micro-organismos na Antártida. Em Balaban e Narasimhan (2011) são implementados algoritmos e estratégias de controle de decisão e outras melhorias no mesmo robô.

Em Ogawa (2014) foi proposta a aplicação de um controlador preditivo do tipo EPSAC (do Inglês, *Extended Prediction Self Adaptive Control*) para o controle de seguimento de trajetórias de um robô móvel comercial fabricado pela empresa National Instruments. Esta

estratégia utiliza de forma explícita o modelo não linear do robô, a referência futura, as restrições nas variáveis do robô e a solução corresponde a um critério ótimo. Além disso, também foi implementado e testado um controlador cinemático não linear proposto em Klancar, Matko e Blazic (2005) e em Kanayama *et al.* (1990). De acordo com os resultados apresentados no trabalho, um fator limitante na implementação dos controladores propostos no robô da National foi o elevado custo computacional indicado pelo tempo necessário para a realização dos cálculos.

A fim de contornar as limitações de *hardware* encontradas no trabalho de Ogawa (2014), neste trabalho é proposto o desenvolvimento e testes de um robô móvel com acionamento diferencial que permita a implementação e testes de estratégias de controle avançadas de forma mais flexível do ponto de vista de aspectos computacionais de programação e *interface* de *hardware* com periféricos. O robô proposto neste trabalho é baseado em um microcontrolador ARM 32 bits com código fonte implementado em linguagem C, o qual pode ser modificado para atender a requisitos específicos de diferentes sistemas de controle. Conforme exposto em Ogawa (2014), tal flexibilidade para modificações de *hardware* e *software* normalmente não é encontrada em robôs comerciais.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um robô móvel não-holonômico com tração diferencial para fins de implementação e testes de estratégias de controle para rastreamento de trajetórias.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- ✓ Apresentar as características construtivas (mecânica, elétrica e eletrônica) do robô móvel com tração diferencial desenvolvido;
- ✓ Estudo da modelagem matemática aplicada aos robôs móveis não-holonômicos com tração diferencial;
- ✓ Estudo e aplicação de um controlador não linear proposto em Klancar, Matko, e Blazic (2005);

- ✓ Implementar um modelo de simulação que represente as características do robô e obtenha resultados satisfatórios para diferentes modelos de trajetórias;
- ✓ Apresentar resultados simulados de seguimento de trajetória considerando a postura inicial do robô diferente da trajetória de referência e a aplicação de distúrbios ao robô;
- ✓ Implementar o controle de trajetória em um robô real considerando as trajetórias e condições simuladas, a fim de comparar os resultados do modelo proposto para o robô desenvolvido.

## 1.4 Organização do trabalho

Esta dissertação foi dividida em seis capítulos e organizada da seguinte forma:

### **Capítulo 1:** Introdução

É feita uma introdução à robótica móvel, apresentando os principais conceitos sobre robótica nos últimos anos, as tendências nos estudos, assim como uma breve classificação dos robôs.

### **Capítulo 2:** Modelagem do robô móvel

São apresentados conceitos de posição e orientação de um robô móvel no espaço cartesiano, características da matriz de rotação aplicada aos robôs móveis e à modelagem cinemática do robô.

### **Capítulo 3:** Desenvolvimento do controle do robô móvel

Nesse capítulo, são apresentados o modelo do controlador de velocidade e o desenvolvimento do controlador de trajetória.

### **Capítulo 4:** Resultados de simulação computacional

Os resultados de simulação do controlador de trajetória são apresentados, considerando diferentes trajetórias.

### **Capítulo 5:** Experimentos e análise dos resultados

Os resultados experimentais do rastreamento de trajetória obtidos em um robô real são apresentados por meio dos valores das velocidades linear, angular e os erros de posição  $(x,y)$  e de orientação  $(\theta)$ .

### **Capítulo 6:** Conclusões do trabalho

São apresentadas as conclusões obtidas com a simulação do controlador e os resultados obtidos nos experimentos do robô real.

### **Apêndice A:** Descrição do hardware do robô.

Este apêndice apresenta as características construtivas do robô, desde os tipos de rodas, a base com o sistema diferencial de acionamento, driver, circuitos elétricos de acionamento e fonte de energia, assim como as placas responsáveis pelo controle.

**Apêndice B:** Artigos publicados e aceitos para publicação

Apresenta-se os artigos que foram produzidos durante as pesquisas e desenvolvimento deste trabalho.

## 2 MODELAGEM DO ROBÔ MÓVEL

### 2.1 Introdução

Os conceitos apresentados neste capítulo são de grande importância no estudo da representação da posição e orientação espacial de um corpo rígido, começando pela representação em duas dimensões e depois em três dimensões e são definidos como em Barrientos *et al.*, (1997). A modelagem cinemática direta e inversa do robô é apresentada mostrando as principais características do robô móvel estudado.

### 2.2 Representação da posição em coordenadas cartesianas

Para a localização de um corpo rígido no espaço é necessária uma ferramenta para a localização de seus pontos neste espaço. Em um plano, a posição tem dois graus de liberdade, sendo definida por dois componentes independentes; no caso de um espaço tridimensional, será definida por três componentes independentes.

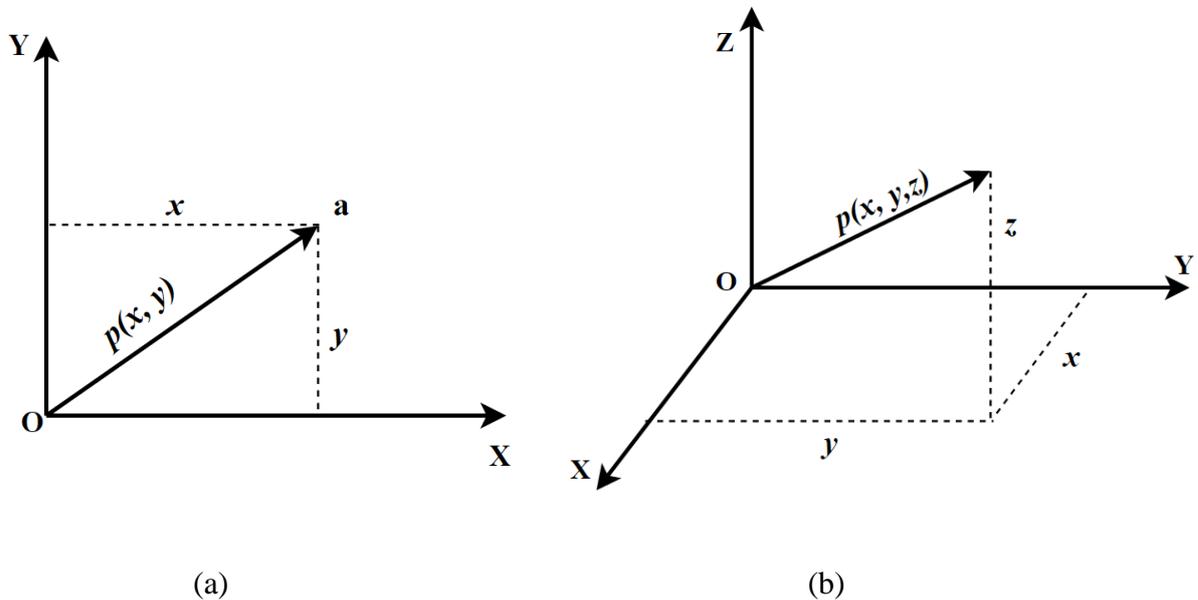
As coordenadas cartesianas são a forma mais simples de representar uma posição, mas existem outras igualmente válidas como as coordenadas polares para sistemas bidimensionais e as cilíndricas e esféricas para os espaços tridimensionais.

#### 2.2.1 Sistema de referência e coordenadas cartesianas

Ao se trabalhar em um plano de duas dimensões com o sistema de referência OXY associado como mostrado na Figura 2(a) um ponto  $a$  é representado pelos componentes  $(x, y)$  correspondentes aos eixos de coordenadas do sistema OXY. Este ponto possui um vetor  $p(x, y)$  associado que vai desde a origem O do sistema até o ponto  $a$ , a posição indicada na extremidade do vetor  $p$  está caracterizada pelas componentes  $(x, y)$ , denominadas coordenadas cartesianas do vetor e são projeções do vetor  $p$  sobre os eixos OX e OY.

Para o sistema de três dimensões, um vetor definido com referência a OXYZ mediante as coordenadas correspondentes a cada um dos eixos de coordenadas, o vetor  $p$  está definido pelos componentes  $(x, y, z)$ , como mostrado na Figura 2(b)

Figura 2 – Representação de um vetor em coordenadas cartesianas a) 2 dimensões b) 3 dimensões



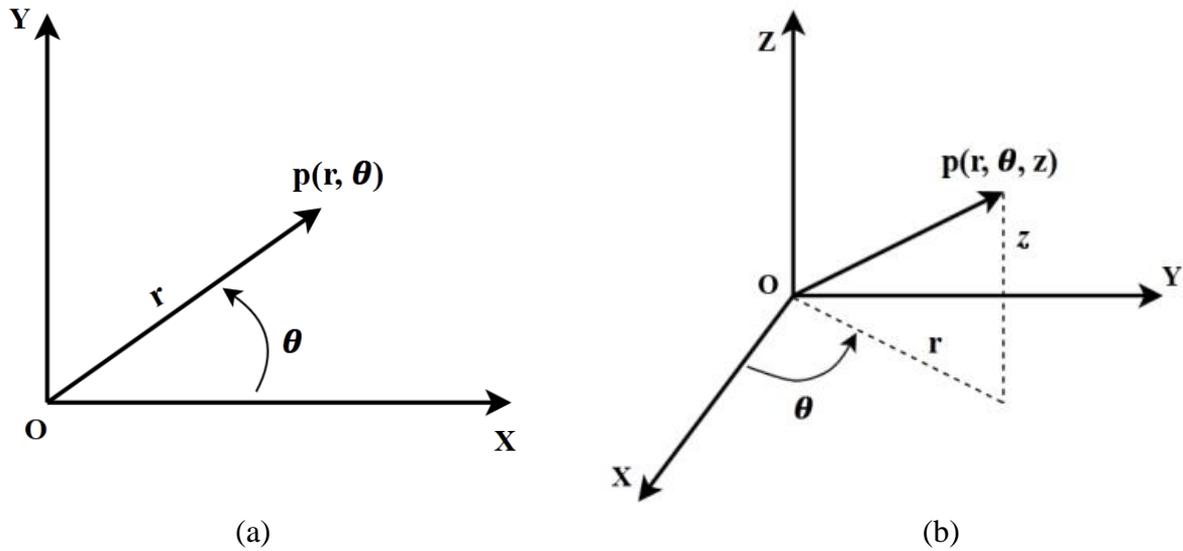
Fonte: Adaptado de Barrientos *et al.*, (1997)

### 2.2.2 Localização de um ponto por meio de coordenadas polares e cilíndricas

Considerando um plano, é possível também representar a localização de um ponto *por meio* de um vetor  $p$  com relação ao eixo cartesiano de referência OXY, utilizando coordenadas polares  $p(r, \theta)$ , onde  $r$  é a distância desde a origem O do sistema até a extremidade do vetor  $p$ , enquanto o  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor e o eixo X na Figura 3(a).

Quando o sistema possui três dimensões Figura 3.b, um vetor  $p$  pode ser representado em relação ao sistema de referência OXYZ *por meio* de coordenadas cilíndricas  $p(r, \theta, z)$ . O componente  $r$  tem o mesmo significado das coordenadas polares aplicadas ao sistema OXY, enquanto o componente  $z$  expressa a projeção sobre o eixo OZ do vetor  $p$ .

Figura 3 – Representação de coordenadas a) polares e b) cilíndricas

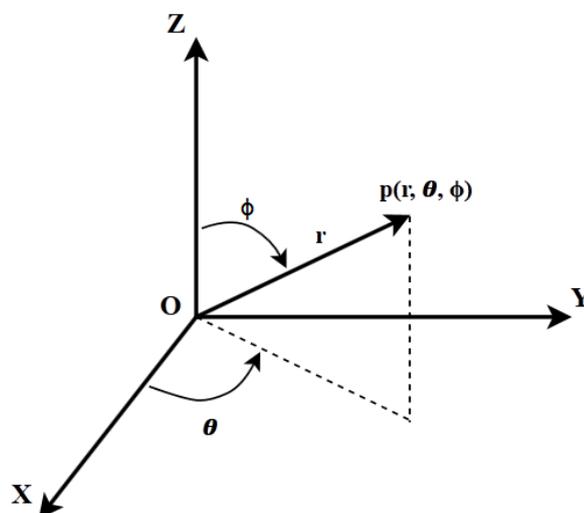


Fonte: Adaptado de Barrientos *et al.*, (1997)

### 2.2.3 Localização de um ponto por meio de coordenadas esféricas

A localização de um vetor tridimensional pode ser também representado por meio de coordenadas esféricas. Considerando o sistema de referência OXYZ da Figura 4, o vetor  $p$  terá como coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , em que o componente  $r$  é a distância a partir da origem  $O$  para o final do vetor  $p$ ; A componente  $\theta$  é o ângulo formado pela projeção do vetor  $p$  no eixo  $OX$  do plano  $OXY$ ; e o componente  $\phi$  é o ângulo formado pelo vetor  $p$  com o eixo  $OZ$ .

Figura 4 – Representação de um vetor *por meio* de coordenadas esféricas



Fonte: Adaptado de Barrientos *et al.*, (1997)

### 2.3 Representação da orientação

Um ponto é completamente definido no espaço *por meio* de seus dados de posição. No entanto, no caso de um objeto sólido, é necessário também definir a sua orientação em relação ao sistema de referência.

No caso de um robô móvel com rodas, a posição não é suficiente para especificar a direção para onde o robô irá iniciar seu movimento, em geral, é necessário também indicar a orientação. Por exemplo, no caso de um robô que deve executar uma trajetória pré-definida, a orientação inicial é importante para definir o menor consumo de energia para o correto seguimento da trajetória a partir da posição inicial.

A orientação no espaço tridimensional é definida por três graus de liberdade ou três componentes linearmente independentes. Para descrever facilmente a orientação de um objeto em relação a uma referência, é comum atribuir em conjunto um novo objeto de sistema, e depois estudar a relação espacial entre os dois sistemas. Geralmente, essa relação é dada pela posição e orientação associada com o objeto em relação ao sistema de referência. Para analisar a orientação, presume-se que os dois sistemas estão sobre a mesma origem e que não há nenhuma diferença de posição entre eles.

#### 2.3.1 Matrizes de rotação em duas dimensões

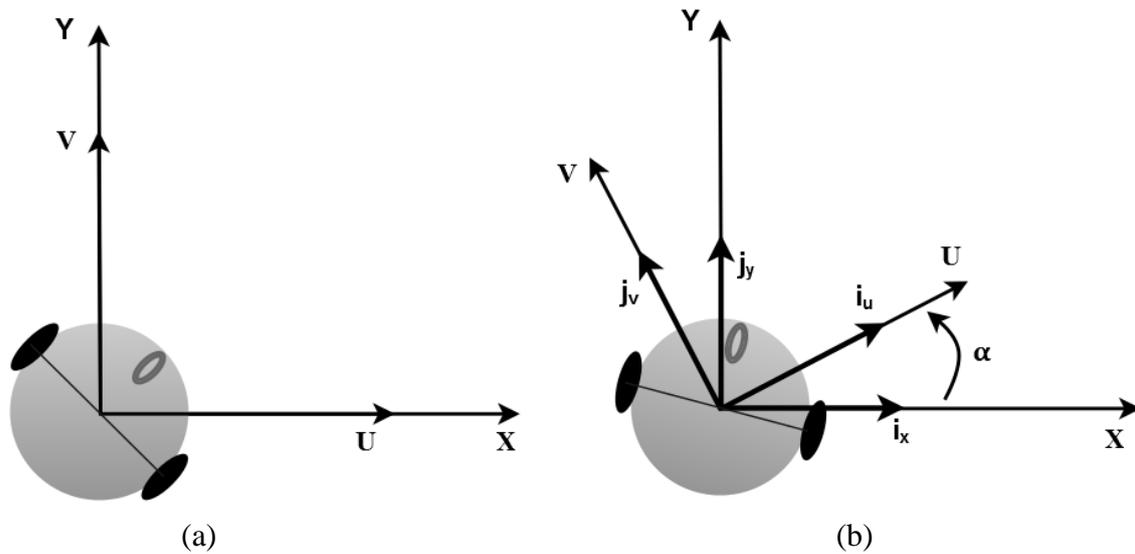
Matrizes de rotação são o método mais comum para a descrição das orientações, principalmente porque proporcionam o conforto da álgebra matricial. Considerando-se em um plano dois sistemas de referência OXY e OUV com a mesma origem O, com o sistema de referência OXY fixo e o sistema OUV integrado com o objeto móvel, como mostrado na Figura 5.

Salienta-se ainda que os vetores unitários do eixo de coordenadas do sistema OXY são  $\mathbf{i}_x, \mathbf{j}_y$ , Enquanto do sistema OUV são  $\mathbf{i}_u, \mathbf{j}_v$ .

Em ambos os sistemas pode se representar um vetor  $p$  no plano como:

$$\begin{aligned} p_{xy} &= [p_x, p_y]^T = p_x \cdot \mathbf{i}_x + p_y \cdot \mathbf{j}_y \\ p_{uv} &= [p_u, p_v]^T = p_u \cdot \mathbf{i}_u + p_v \cdot \mathbf{j}_v \end{aligned} \quad (0.1)$$

Figura 5 – a) Mesma orientação e b) Mudança na orientação de um sistema OUV com relação a OXY



Fonte: Adaptado de Barrientos et al, (1997)

Considerando a descrição da equação (0.1) e a rotação do plano OUV em relação ao sistema de referência OXY mostrado na Figura 5(b), pode-se obter a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix} \quad (0.2)$$

Onde:

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix} \quad (0.3)$$

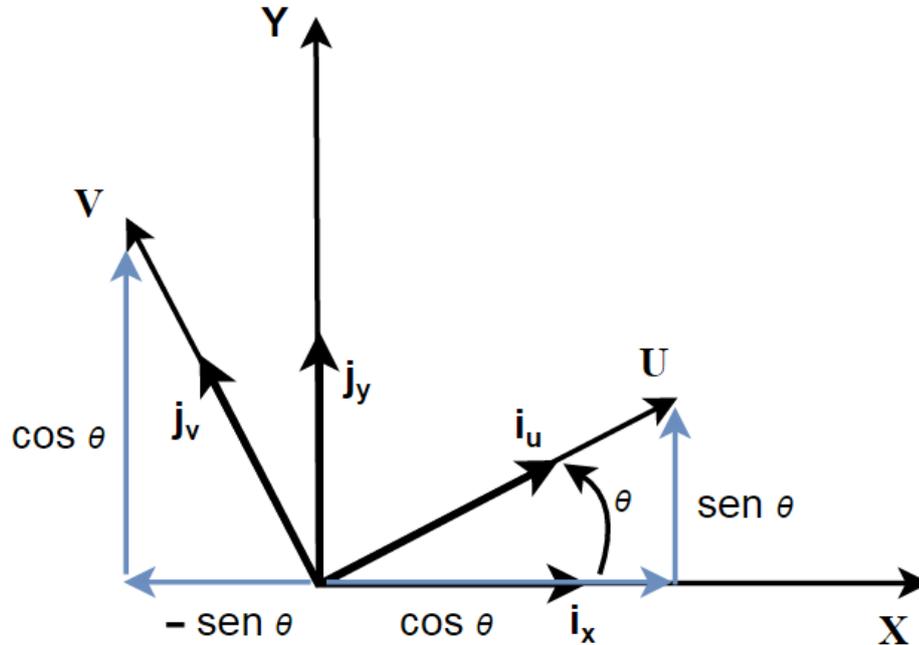
é chamada matriz de rotação, a qual define o sistema OUV em relação ao sistema de orientação OXY, e usada para transformar as coordenadas de um vetor de um sistema em outro sistema. Também é chamada de matriz de cossenos diretos, a qual é uma matriz ortonormal tal que  $R^{-1} = R^T$ . Essas características da matriz de rotação mostradas por Barrientos *et al.* (1997) são apresentadas também por Corke (2011)

Para duas dimensões, a orientação é definida por um único parâmetro independente. Considerando-se a posição relativa do sistema OUV girando um ângulo  $\theta$  em relação ao sistema OXY da Figura 5(b) depois de fazer os correspondentes produtos escalares, a matriz R terá a forma de:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (0.4)$$

Os componentes desta matriz podem ser visualizados também na representação da Figura 6, utilizando os conceitos apresentados na figura 2.7 de Corke (2011)

Figura 6 – Visualização da matriz de cossenos por meio de vetores



Fonte: Adaptado de Corke (2011).

Para o caso em que  $\theta = 0$ , os eixos de coordenadas de ambos os sistemas coincidem, a matriz R corresponde à matriz unitária.

### 2.3.2 Matrizes de rotação em três dimensões

Em um espaço tridimensional, o raciocínio é semelhante ao de duas dimensões, assumindo dois sistemas de coordenadas OXYZ e OUVW, conforme a Figura 7.a e considerando ambos com a mesma origem, onde OXYZ é o sistema de referência fixo e OUVW acompanha o movimento do objeto móvel. Além disso, os vetores de unidade do sistema OXYZ são  $\mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{j}_y$ ,  $\mathbf{k}_z$ , enquanto os de OUVW são  $\mathbf{i}_u$ ,  $\mathbf{j}_v$ ,  $\mathbf{k}_w$ . Um espaço vetorial  $p$  do espaço pode ser definido para qualquer um dos sistemas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} p_{xyw} &= [p_x, p_y, p_z]^T = p_x \cdot \mathbf{i}_x + p_y \cdot \mathbf{j}_y + p_z \cdot \mathbf{k}_z \\ p_{uvw} &= [p_u, p_v, p_w]^T = p_u \cdot \mathbf{i}_u + p_v \cdot \mathbf{j}_v + p_w \cdot \mathbf{k}_w \end{aligned} \quad (0.5)$$

Assim como em duas dimensões, podemos obter a seguinte equivalência:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{bmatrix} \quad (0.6)$$

Onde:

$$R = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_x \mathbf{i}_u & \mathbf{i}_x \mathbf{j}_v & \mathbf{i}_x \mathbf{k}_w \\ \mathbf{j}_y \mathbf{i}_u & \mathbf{j}_y \mathbf{j}_v & \mathbf{j}_y \mathbf{k}_w \\ \mathbf{k}_z \mathbf{i}_u & \mathbf{k}_z \mathbf{j}_v & \mathbf{k}_z \mathbf{k}_w \end{bmatrix} \quad (0.7)$$

é a matriz de rotação que define a orientação do sistema OUVW em relação ao sistema OXYZ. Da mesma forma que em duas dimensões, também é chamada matriz de cossenos e é uma matriz ortonormal, de tal modo que a inversa da matriz R é igual a sua transposta:

$$R^{-1} = R^T.$$

A principal função desta matriz de rotação corresponde à representação da orientação de sistemas girando sobre um único de seus eixos principais do sistema de referência.

Na Figura 7.b, a mudança na orientação de OUV com relação a OXY mantendo os eixos OW e OZ coincidentes será representado pela matriz:

$$R(\mathbf{z}, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta & 0 \\ \text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0.8)$$

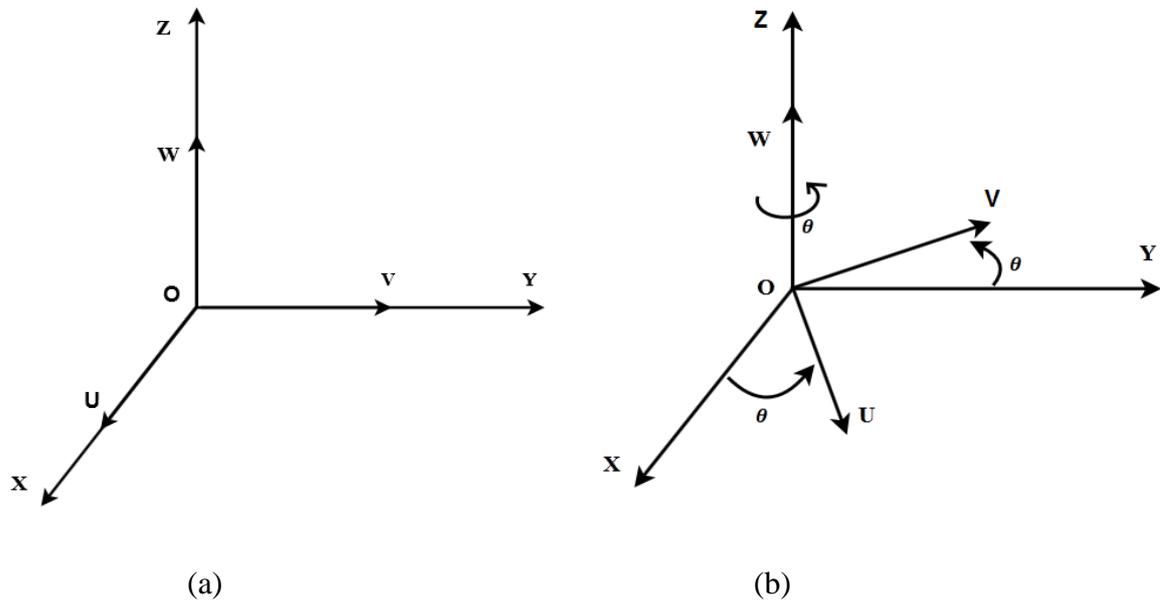
Na Figura 7.a, a orientação de OU coincide com OX, visto que a rotação ainda não ocorreu.

As características da matriz ortonormal (0.8) são mostradas a seguir

$$R(\mathbf{z}, \theta)^{-1} = R(\mathbf{z}, \theta)^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0.9)$$

estas características das matrizes de rotação (0.8) e (0.9) são aplicadas aos robôs móveis e podem ser vistas também em Campion, Bastin e D'Andrea-Novel (1996) e Lages (2013), nos quais assume-se que o robô móvel é um corpo rígido com rodas não deformáveis e que se move em um plano horizontal.

Figura 7 – a) Sistemas com a mesma orientação b) Mudança de orientação de UV com relação ao eixo XY



Fonte: Adaptado de Barrientos et al, (1997)

## 2.4 Robô móvel não-holonômico com driver diferencial

A arquitetura do robô e seus símbolos são mostrados na Figura 8, na qual supõe-se que o ponto de centro geométrico  $C$  e o centro de gravidade do robô são coincidentes,  $L$  é a distância entre os centros das duas rodas,  $v_d$  e  $v_e$  são as velocidades das rodas direita e esquerda respectivamente,  $v$  é a velocidade linear e  $\omega$  é a velocidade angular.

A velocidade da roda esquerda ( $v_e$ ) pode ser descrita por:

$$v_e = v - \frac{\omega L}{2} \quad (0.10)$$

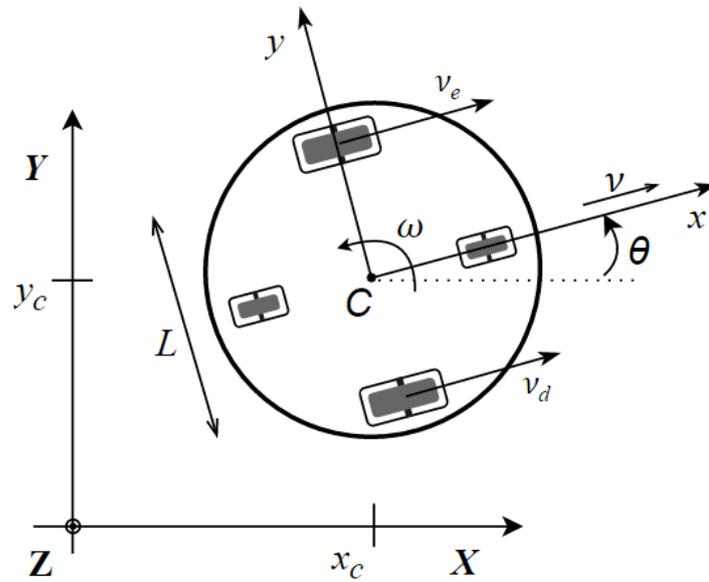
E da roda direita ( $v_d$ ) por meio de:

$$v_d = v + \frac{\omega L}{2} \quad (0.11)$$

Com as equações (0.10) e (0.11) pode-se isolar  $v$  e  $\omega$  conforme segue:

De (0.10)

Figura 8 – Arquitetura e símbolos do robô



Fonte: Elaborada pelo autor

$$v = v_e + \frac{\omega L}{2} \quad (0.12)$$

E da equação (0.11):

$$\frac{\omega L}{2} = v_d - v \quad (0.13)$$

Assim, substituindo (0.13) em (0.12)

$$v = v_e + v_d - v \quad (0.14)$$

Podemos obter a velocidade tangencial  $v$  do robô como:

$$v = \frac{v_e + v_d}{2} \quad (0.15)$$

Iniciando em (0.12), podemos isolar  $\omega$  para obter a velocidade angular,

$$\omega = \frac{2(v - v_e)}{L} \quad (0.16)$$

Substituindo  $v$  por (0.15) e simplificando:

$$\omega = \frac{2\left(\frac{v_e + v_d}{2} - v_e\right)}{L} = \frac{(v_d - v_e)}{L} \quad (0.17)$$

A velocidade angular do robô é dada como:

$$\omega = \frac{(v_d - v_e)}{L} \quad (0.18)$$

As equações (0.15) e (0.18) podem ser vistas também em Andrade (2011) e Ogawa (2014).

O robô possui duas rodas acionadas diferencialmente, como representado na Figura 8 onde  $C$  é a origem de  $(x, y)$  e a posição do centro entre as duas rodas acionadas por motores,  $\theta$  é a orientação do robô com relação ao eixo  $(X, Y)$ . Dessa forma, as equações do movimento cinemático correspondem ao rolamento de uma única roda na vertical sobre o plano (ponto geomético  $C$ ) e são desenvolvidas conforme Blazic e Bernal (2011) e De Luca, Oriolo e Vendittelli (2001).

Robôs com esta arquitetura tem uma restrição não-holonômica da forma:

$$[-\operatorname{sen} \theta(t) \operatorname{cos} \theta(t)] \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = 0 \quad (0.19)$$

Conceitos de não-holonomia podem ser encontrados de forma detalhada em Siciliano *et al.* (2009).

As equações do movimento são como se segue

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{cos} \theta \\ \operatorname{sen} \theta \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \omega \quad (0.20)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{cos} \theta & 0 \\ \operatorname{sen} \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (0.21)$$

Onde  $v$  e  $\omega$  são as velocidades tangencial (0.15) e angular (0.18).

## 2.5 Conclusão do capítulo

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos de posição e orientação de um corpo rígido e suas aplicações na robótica, foi verificado que para um robô móvel é sempre necessário indicar a sua posição e orientação em relação a um sistema cartesiano  $XY$ .

A matriz de rotação em três dimensões, chamada também de matriz de cossenos, representa a orientação de sistemas girando em torno de um dos seus eixos, a qual é aplicada

aos robôs móveis terrestres com rodas quando a rotação acontece em torno de  $Z$ , conforme mostrou a Figura 7(b)

A cinemática direta e a inversa foi utilizada para a modelagem matemática do robô.

### 3 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE DO ROBÔ MÓVEL

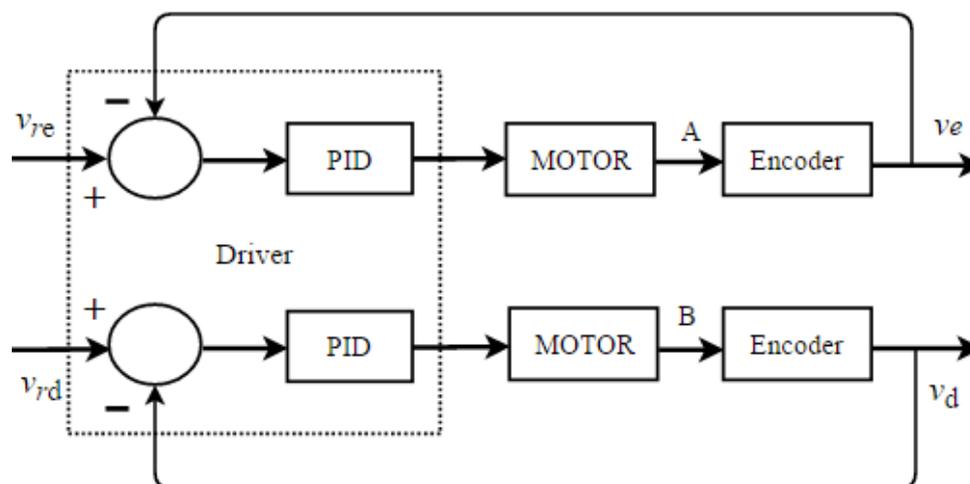
#### 3.1 Introdução

O presente capítulo apresenta os conceitos e desenvolvimento do projeto do controlador de trajetória, iniciando com uma apresentação do modelo da malha de velocidade das rodas e seguindo com o projeto do controlador de trajetória.

#### 3.2 Controle de velocidade das rodas

As características do controle de velocidade do robô móvel são apresentadas com mais detalhes na Figura 9 em que a velocidade de referência enviada para as rodas direita e esquerda serão transformadas em valores de potência e enviadas para os motores por meio dos dois PID's internos do driver. Os encoders incrementais acoplados aos eixos dos motores fazem a leitura da velocidade real das rodas e enviam ao sistema PID para comparação com a velocidade de referência no sistema de malha fechada.

Figura 9 – Controle em malha fechada de velocidade das rodas



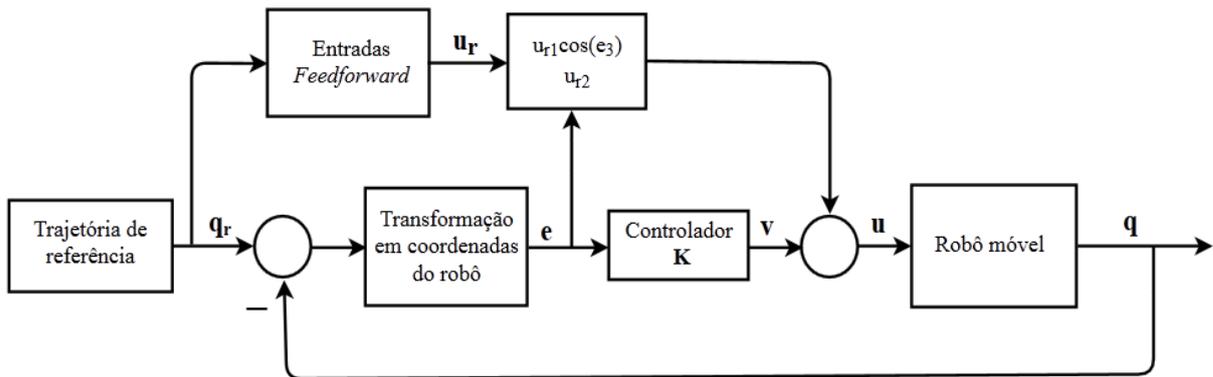
Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 3.3 Controlador para seguimento de trajetória

O diagrama de blocos da Figura 10 apresenta o modelo do controle aplicado ao robô, observando da esquerda para a direita, da trajetória de referência é extraída a postura de referência  $q_r(t) = [x_r(t), y_r(t), \theta_r(t)]^T$  a partir desta são calculadas as velocidades tangencial e

angular *feedforward*  $v_r(t) = u_{r1}$  e  $\omega_r(t) = u_{r2}$ . A postura de referência ( $q_r$ ) é comparada com a postura real ( $q$ ) da saída do robô, gerando o erro de postura. Em seguida este erro é transformado para coordenadas do robô (matriz de rotação) e aplicado na entrada do controlador  $K$ . O sinal de controle resultante  $u$  é uma combinação de uma ação *feedforward* com o sinal  $v$ , saída do controlador cinemático.

Figura 10 – Esquemático de controle do robô móvel



Fonte: adaptado de Klancar (2005)

O Quadro 1 – apresenta a relação das principais variáveis utilizadas no diagrama de blocos e o desenvolvimento do controle.

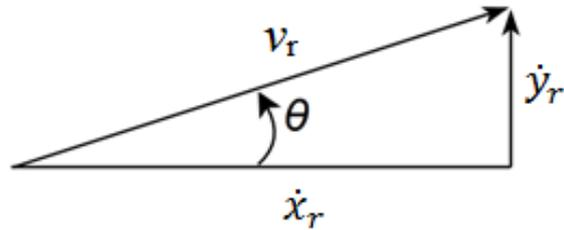
Quadro 1 – Variáveis utilizadas no desenvolvimento do controle

$q_r = [x_r, y_r, \theta_r]^t$	$K = (k_1, k_2, k_3)$
$q = [x, y, \theta]^t$	$u = (u_1, u_2)$
$v = [v_1, v_2]^t$	$u_r = (u_{r1}, u_{r2})$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para uma dada trajetória de referência definida em um intervalo de tempo  $t \in [0, T]$  a lei de controle *feedforward* pode ser derivada. A partir da cinemática inversa do robô, são obtidas as entradas que são calculadas para conduzir o robô numa trajetória desejada somente se não há perturbações e nenhum erro no estado inicial. As entradas necessárias do robô são as velocidades tangencial  $v_r$  e angular  $\omega_r$  calculadas a partir da trajetória de referência.

Figura 11 – Modelo para a velocidade de referência



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$v_r^2(t) = \dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)$$

A velocidade tangencial é

$$v_r(t) = \pm \sqrt{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)} \quad (0.22)$$

onde o sinal depende da direção de tração desejada (+ para a frente e - para o trás). O ângulo de cada ponto da tangente no caminho é definido como

$$tg\theta = \frac{\dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)}$$

continuando

$$\theta_r(t) = \text{artan2}(\dot{y}_r(t), \dot{x}_r(t)) + k\pi \quad (0.23)$$

onde  $k = 0,1$  define a direção da unidade desejada (0 para a frente e 1 para trás) e a função  $\text{artan2}$  é a função inversa da tangente que retorna os ângulos corretos em todas as situações.

Ao calcular a derivada temporal de (0.23), considerando que  $\omega_r(t) = \dot{\theta}_r(t)$  e

$$\omega_r(t) = \frac{d}{dt} \left[ \text{arc tg} \left( \frac{\dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)} \right) \right]$$

a velocidade angular do robô é obtida

$$y = \frac{u}{v} =$$

continuando

$$\dot{y} = \frac{\dot{u}v - v\dot{u}}{v^2} = \frac{\dot{u}}{1 + u^2}$$

continuando

$$u = \frac{\dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)} \cdot \frac{u}{u}$$

continuando

$$\dot{u}(t) = \frac{\ddot{y}_r(t) \dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t) \dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)^2}$$

continuando

$$\dot{y}(t) = \frac{\ddot{y}_r(t) \dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t) \dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)^2} \cdot \frac{1 + y_r(t)^2}{\dot{x}_r(t)^2}$$

Multiplicando os termos

$$\dot{y}(t) = \frac{\ddot{y}_r(t) \dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t) \dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r(t)^2} \cdot \frac{\dot{x}_r(t)^2}{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2}$$

Obtêm-se a velocidade angular

$$\omega_r(t) = \frac{\dot{x}_r(t) \ddot{y}_r(t) - \dot{y}_r(t) \ddot{x}_r(t)}{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)} = v_r(t)k(t) \quad (0.24)$$

onde  $k(t)$  é curvatura da trajetória. A partir de relações (0.20) e (0.24) e o robô de referência definido  $\mathbf{q}_r(t) = [x_r(t), y_r(t), \theta_r(t)]^T$  as entradas do robô  $v_r(t)$  e  $\omega_r(t)$  são calculadas.

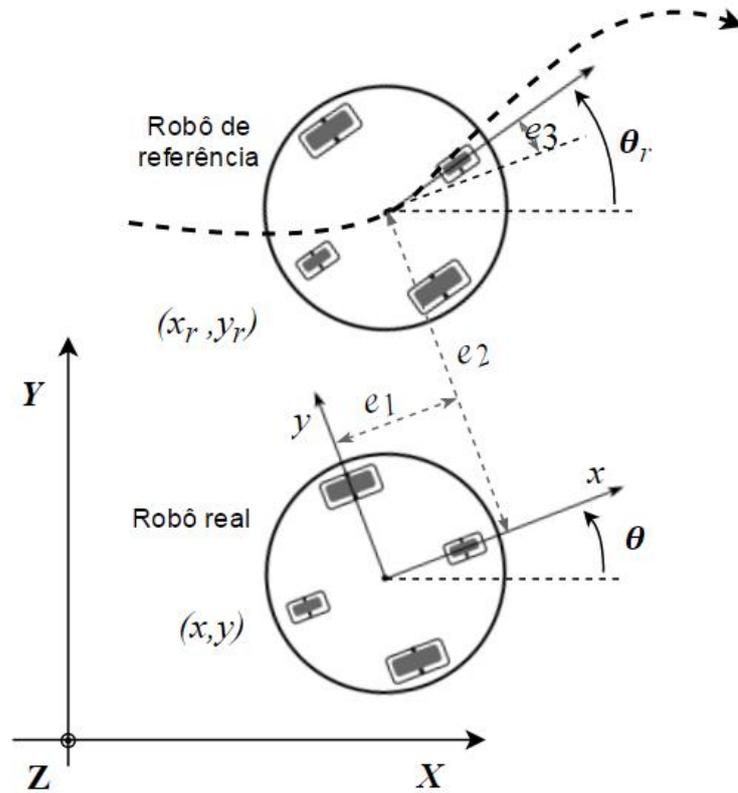
Se em algum instante a velocidade tangencial  $v_r(t) = 0$ , o robô roda em um ponto fixo com a velocidade angular  $\omega_r(t)$ . O ângulo  $\theta_r(t)$  não pode ser determinado a partir de (0.22) e, portanto,  $\theta_r(t)$  é dada explicitamente.

O conceito do erro de seguimento de trajetória utilizando duas posturas pode ser visto em Kanayama *et al.* (1990), em que uma postura de referência é comparada com a postura atual. A postura de referência é a postura desejada para o robô, que corresponde ao correto seguimento da trajetória de referência; e, por sua vez, a postura atual é a postura real do robô em cada instante.

Em Klancar *et al.* (2005) o robô de referência é um robô imaginário que segue idealmente a trajetória de referência, o robô real possui erros com relação ao robô imaginário, conforme mostra a Figura 12.

A postura de referência pode ser representada por  $\mathbf{q}_r = (x_r, y_r, \theta_r)^t$  e a postura do robô real por  $\mathbf{q} = (x, y, \theta)^t$ , o erro das duas posturas é representado por  $\mathbf{q}_e = (e_1, e_2, e_3)^t$ , assim pode-se escrever:

Figura 12 – Erro de transformação do robô



Fonte: Adaptado de Klancar (2005)

$$\mathbf{q}_e = (\mathbf{q}_r - \mathbf{q}) \text{ ou } \mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (0.25)$$

Por conseguinte, o algoritmo de controle tem como objetivo reduzir ou eliminar o erro entre as posturas do robô e da trajetória de referência. Considerando as matrizes de rotação das duas posturas com relação ao eixo cartesiano  $X$  e  $Y$ , a forma geral do erro é mostrada a seguir:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (0.26)$$

Com a cinemática do robô (0.21) e considerando que o robô imaginário tem as mesmas características do robô real e ainda relações decorrentes (0.26), o seguinte modelo para o vetor de erros é obtido:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos e_3 & 0 \\ \text{sen} e_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_2 \\ 0 & -e_1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (0.27)$$

onde  $u_{r1} = v_r$  é a velocidade tangencial de referência (0.22) e  $u_{r2} = \omega_r$  é a velocidade angular de referência (0.24). As entradas do robô, sobre a relação (0.27), podem ser expressas da seguinte forma:

$$u_1 = u_{r1} \cos e_3 - v_1 \quad (0.28)$$

$$u_2 = u_{r2} - v_2$$

onde as primeiras partes do lado direito do sinal da igualdade são as entradas *feedforward*, enquanto  $v_1$  e  $v_2$  são as entradas do circuito de malha fechada. A partir de (0.28), que expressam as entradas de circuito fechado, e reescrevendo (0.27) resulta em:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_2 & 0 \\ -u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \text{sen} e_2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u_{r1} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (0.29)$$

O modelo obtido (0.29) pode ser linearizado em torno do ponto de operação (OP:  $e_1 = e_2 = e_3 = 0, v_1 = v_2 = 0$ ) resultando no seguinte modelo linear:

$$\Delta \dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & u_{r2} & 0 \\ -u_{r2} & 0 & u_{r1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta e + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta v \quad (0.30)$$

Tal modelo pode ser representado na forma de espaço de estados  $\Delta \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{q} + \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{u}$ , em que a matriz de controlabilidade tem posto completo  $(\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}) = 3$  se qualquer  $u_{r1}$  ou  $u_{r2}$  é diferente de zero que é condição suficiente para controlabilidade apenas quando as entradas de referência  $u_{r1}$  e  $u_{r2}$  são constantes. No entanto, isto só é verdade no caso de trajetórias lineares e circulares.

O modelo da Eq. (0.21) é completamente não-holonômico, pois tem apenas uma restrição não-holonômica  $\dot{y}_c = \cos\theta - \dot{x}_c \text{sen}\theta = 0$  (o robô não pode se mover na direção lateral das rodas) e, por conseguinte, o sistema é controlável.

Mais adiante será definido o controlador linear em espaço de estado para o sistema em malha fechada. O sistema tem três estados e duas entradas, assim o ganho da matriz  $\mathbf{K}$  tem dimensões  $2 \times 3$ .

$$\mathbf{v} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{e} \quad (0.31)$$

A estrutura do controlador pode ser derivada a partir da observação da Figura 12. Para reduzir o erro na condução direção  $e_1$ , a velocidade tangencial do robô deve ser alterada de modo correspondente. Da mesma forma, o erro de orientação  $e_3$  pode ser eficientemente manipulado pela velocidade angular do robô. Finalmente, o erro ortogonal para a direção de condução pode ser reduzido alterando a velocidade angular. Ao mesmo tempo, também a unidade de direção do robô (para a frente ou para trás) devem ser consideradas. Das conclusões acima, e com base em Klancar, Matko e Blazic (2005), a lei de controle é:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sign}(u_{r1})k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (0.32)$$

A próxima questão é como determinar o ganho adequado do controlador. Neste trabalho, os ganhos do controlador são determinados por comparação do polinômio característico real com o desejado. Considerando o modelo em espaço de estado (0.30) e a lei de controle (0.32) um modelo pode ser obtido ( $sI - A + BK$ ) para a obtenção do polinômio característico, como se segue fazendo BK

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sign}(u_{r1})k_2 & -k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sign}(u_{r1})k_2 & -k_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sign}(u_{r1})k_2 & -k_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & u_{r2} & 0 \\ -u_{r2} & 0 & u_{r1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -k_1 & -u_{r2} & 0 \\ u_{r2} & 0 & -u_{r1} \\ 0 & -\text{sign}(u_{r1})k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \quad (0.33)$$

A partir de (0.33), define-se o polinômio característico de malha fechada:

$$\det(sI - A + BK) = s^3 + (k_1 + k_3)s^2 + (k_1k_3 + k_2 u_{r1} + u_{r2}^2)s + k_1k_2 e u_{r1} + k_3 u_{r2}^2 \quad (0.34)$$

Comparando-se este polinômio com um polinômio de referência desejado, os valores dos ganhos do controlador são calculados por meio da solução de um conjunto de equações. Admitindo-se que o polinômio de referência desejado tem a forma:

$$(s + 2\zeta\omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \quad (0.35)$$

onde os valores de coeficiente de amortecimento  $\zeta$  e frequência natural  $\omega_n$  são selecionados de acordo com a resposta desejada, comparando-se coeficientes de mesma potência nas Eqs. (0.35) e (0.34), resultam as seguintes equações:

$$\begin{aligned} k_1 + k_3 &= 4\zeta\omega_n \\ k_1 k_3 + k_2 u_{r1} + u_{r2}^2 &= 4\zeta^2 \omega_n^2 + \omega_n^2 \\ k_1 k_2 u_{r1} + k_3 u_{r2}^2 &= 2\zeta\omega_n^3 \end{aligned} \quad (0.36)$$

Conforme é demonstrado em Luca, Oriolo e M. Vendittelli (2001) a solução do conjunto de equações (0.36) é dado por:

$$k_1 = k_3 = 2\zeta\omega_n \quad (0.37)$$

$$k_2 = \frac{\omega_n^2 - u_{r2}^2}{|u_{r1}|} \quad (0.38)$$

Note que, quando  $u_{r1}$  está perto de zero,  $k_2$  tende ao infinito. A fim de eliminar este problema, em Luca, Oriolo e M. Vendittelli (2001) é sugerida uma proposta para o cálculo dos ganhos:

$$k_1 = k_3 = 2\zeta\omega_n(t) \quad (0.39)$$

$$k_2 = g \cdot |u_{r1}(t)|$$

onde:

$$\omega_n(t) = \sqrt{u_{r2}^2(t) + g u_{r1}^2(t)} \quad (0.40)$$

É importante notar que os ganhos do controlador são ajustados em tempo real de acordo com os valores de trajetória de referência considerados. O parâmetro  $g > 0$  é um grau de liberdade adicional no projeto do controlador que deve ser positivo e quanto maior seu valor, mais rápida é a resposta do sistema (LUCA; ORIOLO; M. VENDITTELLI, 2001).

### **3.4 Conclusão do capítulo**

O projeto do controlador de trajetória para o robô móvel considera que um robô imaginário (com as mesmas características do robô real) segue idealmente a trajetória de referência, desde que não existam obstáculos ou erros de estado inicial; além disso, o robô real possui erros de posição e orientação em relação ao robô ideal. Por meio da linearização do erro em torno de um ponto de operação e dos valores dos ganhos do controlador calculados por meio do posicionamento dos polos, os erros entre as duas posturas são levados a zero.

## 4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

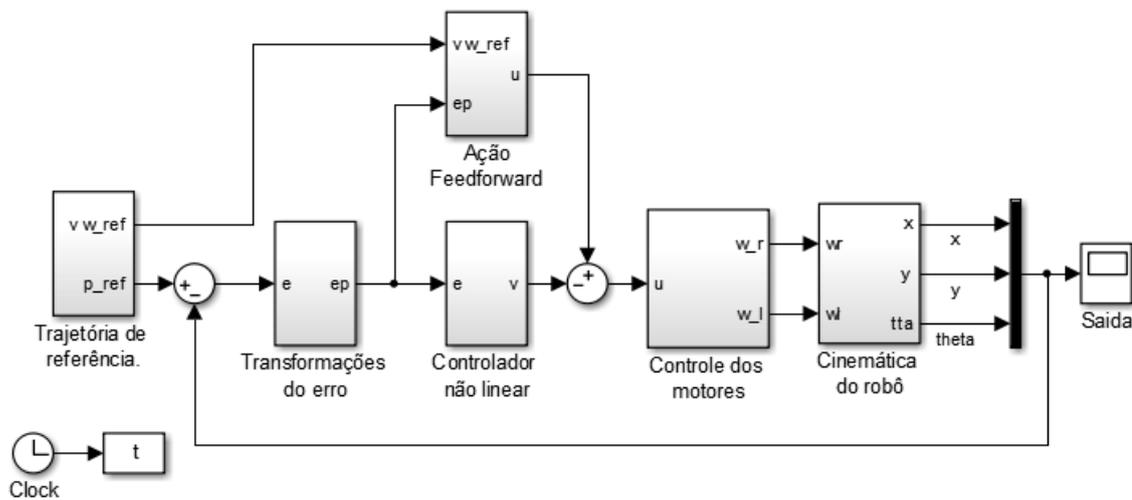
### 4.1 Introdução

Este capítulo apresenta os modelos de simulação implementados e resultados de controle para diferentes trajetórias de referência. Diante disso, serão apresentados em detalhes os blocos dinâmicos e da cinemática do robô.

### 4.2 Modelos de simulação

O modelo de simulação do robô móvel foi implementado no *software* Simulink/Matlab e é apresentado na Figura 13.

Figura 13 – Modelo de simulação proposto



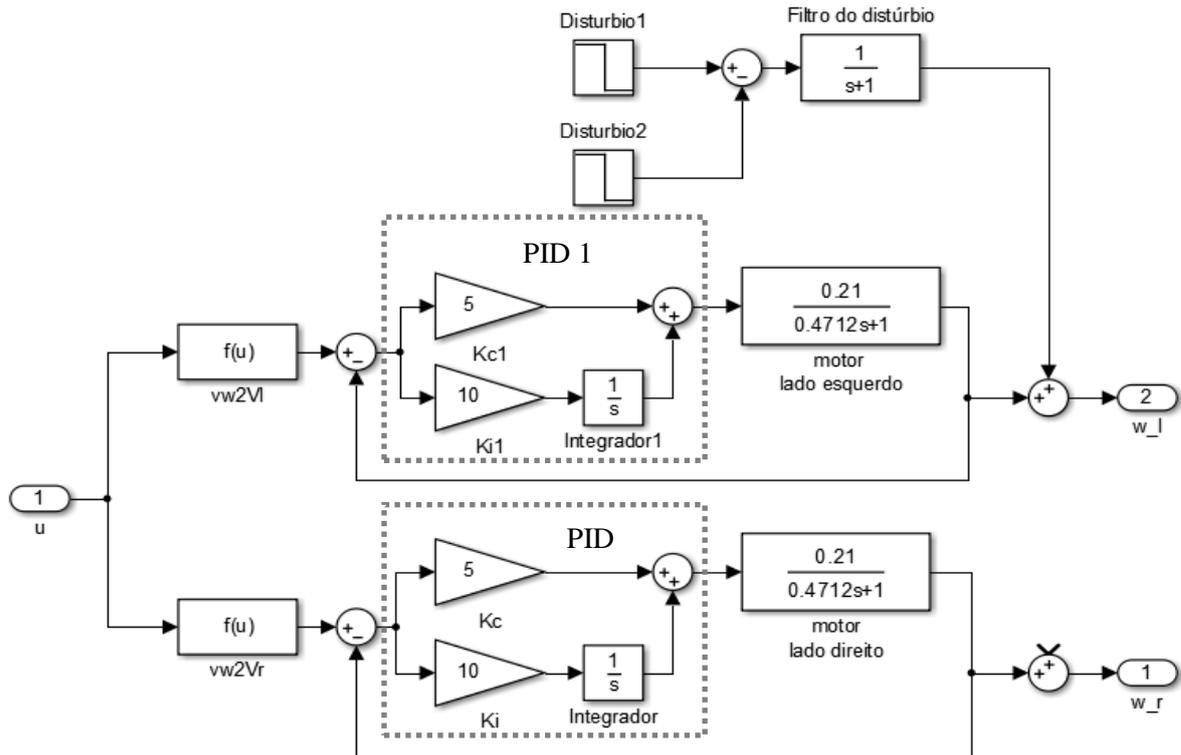
Fonte: Elaborada pelo autor.

O bloco Controle dos motores mostrado na Figura 13 é detalhado e apresentado na Figura 14. Ele é caracterizado por dois circuitos independentes de controle em malha fechada das velocidades das rodas. Cada circuito possui um controle PID que é responsável pelo controle do motor de tração da roda. Em algumas das trajetórias propostas, foi aplicado um distúrbio ao robô, o circuito de distúrbio aplicado especificamente à roda direita do robô é mostrado na parte superior direita da mesma figura.

O bloco Cinemática do Robô da Figura 13 tem sua forma detalhada na Figura 15. Seu objetivo é transformar as velocidades das rodas direita e esquerda na postura do robô ( $x$ ,  $y$

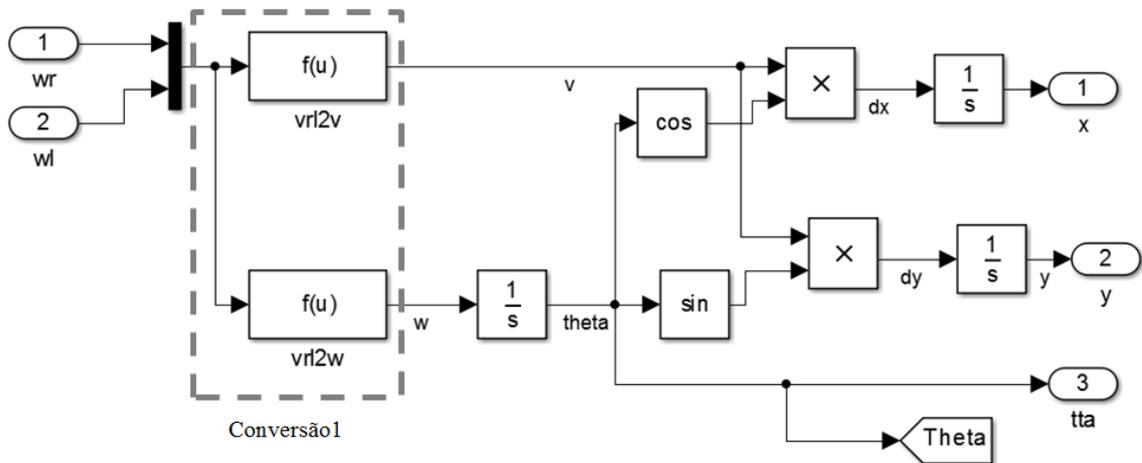
e theta). Os sinais de entrada  $w_r$  e  $w_l$  são as velocidades das duas rodas do robô, e são transformadas em velocidade linear e angular ( $v$  e  $w$ ) por meio do bloco conversão1 e, em seguida, por meio de uma nova conversão obtém-se as variáveis de posição e orientação do robô simulado.

Figura 14 – Detalhamento do bloco Controle dos Motores



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15 – Detalhamento do bloco Cinemática do Robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 4.3 Resultados dos simulados de controle de trajetória

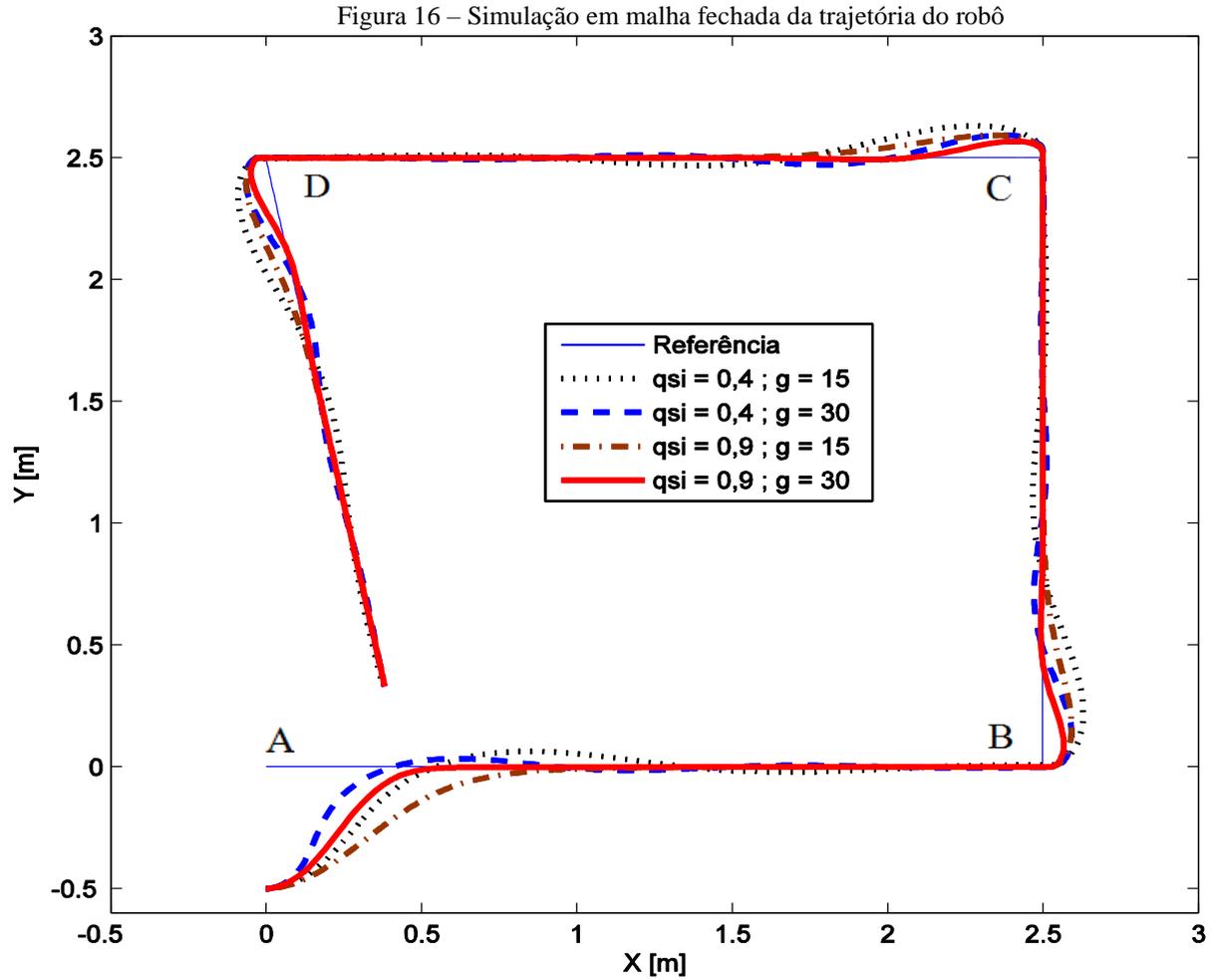
Os objetivos a serem observados na simulação de rastreamento desta trajetória são:

- ✓ Verificar o comportamento do controlador considerando valores diferentes para o coeficiente de amortecimento  $\zeta$  e o parâmetro de ajuste  $g$ ;
- ✓ Adotar um valor padrão de ajustes do controlador;
- ✓ Analisar as características de rastreamento de trajetória, considerando um erro de posição inicial em  $Y$ ;
- ✓ Verificar a resposta do controlador às mudanças instantâneas na orientação ( $\theta = 90$  graus e  $\theta > 90$  graus) da trajetória de referência, considerando a velocidade linear em  $0,1\text{m/s}$ .

A primeira trajetória simulada pode ser visualizada na Figura 16. Esta trajetória de referência foi gerada ajustando a velocidade linear  $v_r$  constante em  $0,1\text{m/s}$  e a velocidade angular  $\omega_r$  igual a zero. A postura inicial da referência adotada foi  $q_r(0) = [0,0 \ 0,0 \ 0,0]$  e a postura inicial do robô simulado  $q(0) = [0,0 \ -0,5 \ 0,0]$ . Para a geração dos vértices de referência foram feitas variações instantâneas de  $90$  graus e maiores que  $90$  graus na variável de orientação  $\theta$ , conforme segue: no instante  $25\text{s}$  ( $\theta = \pi/2$  rad),  $50\text{s}$  ( $\theta = \pi$  rad) e  $75\text{s}$  ( $\theta = (\pi + \pi/1,8)$  rad)). O tempo total de simulação foi de  $97\text{s}$  e o tempo de amostragem de  $0.1\text{s}$ .

Os resultados obtidos na trajetória da Figura 16 mostram que com  $\zeta = 0,4$  e  $g = 15$  o resultado possui um *overshoot* e é bastante oscilante só estabilizando em torno de  $1,45$  metros após o início da trajetória de referência; mantendo  $\zeta = 0,4$  e aumentando  $g$  para  $30$ , o *overshoot* diminuiu e a estabilização foi próxima de  $0,95$  metros. Considerando o  $\zeta = 0,9$  e  $g = 15$  não ocorreu *overshoot*, a partida foi mais lenta que a anterior e a estabilização ocorreu em  $1,0$  metros; mantendo  $\zeta = 0,9$  e aumentando  $g$  para  $30$  foi obtido uma partida mais rápida e estabilização em  $0,60$  metros, estes dados obtidos são apresentados com mais detalhes no Quadro 2.

Os resultados obtidos na Figura 16 para erros de estado inicial (ponto A) e mudanças instantâneas de  $90$  e maior que  $90$  graus em  $\theta$  apresentados nos vértices B, C e D mostram um melhor desempenho quando utilizados  $\zeta = 0,9$  e  $g = 30$ , considerando os requisitos de *overshoot*, tempo de subida e estabilização. Dessa forma, esses valores serão utilizados para o ajuste do controlador nas próximas trajetórias, assim, os mesmos são evidenciados no Quadro 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quadro 2 – Resultados obtidos para valores diferentes de ajuste do controlador

Valores de ajuste do controlador	<i>Overshoot</i>	Estabilização (m) com <i>Overshoot</i> < 5%
$\zeta = 0,4 ; g = 15$	13%	1,45
$\zeta = 0,4 ; g = 30$	7,8%	0,95
$\zeta = 0,9 ; g = 15$	0%	1,00
$\zeta = 0,9 ; g = 30$	0%	0,60

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 3 – Valores adotados para o ajuste das variáveis do controlador.

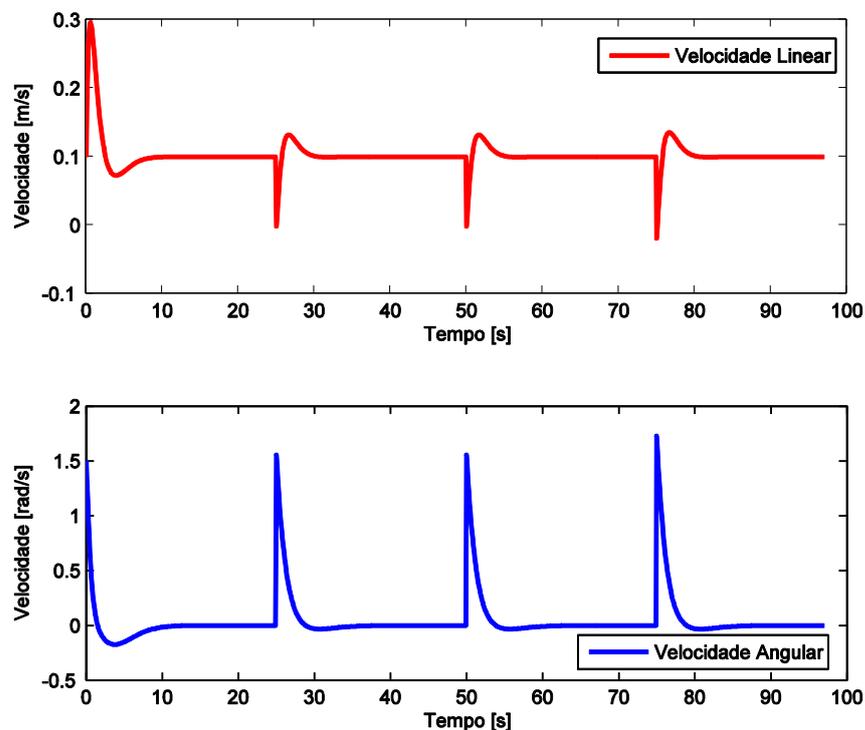
Variável	Valor
$\zeta$	0,90
$g$	30,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando os valores de ajustes adotados para o controlador (Quadro 3), o comportamento das velocidades (linear e angular) obtidas na simulação do robô para a trajetória da Figura 16 são apresentadas na Figura 17. A velocidade linear tem um pico inicial de 0,3m/s devido à diferença nas posturas iniciais e depois nos instantes 25, 50 e 75s (vértices A, B e C, respectivamente) ocorrem quedas bruscas e rápido aumento de velocidade, momentos em que o controlador detecta a mudança de orientação da trajetória de referência e busca a correção. Na velocidade angular, os picos de velocidade são positivos denotando a mudança de orientação por parte do controlador para que ocorra o acompanhamento da trajetória, é importante observar que, no instante 75s, os valores das velocidades linear e angular obtiveram picos maiores que os anteriores (25 e 50s) devido à variação do ângulo ser maior que 90 graus.

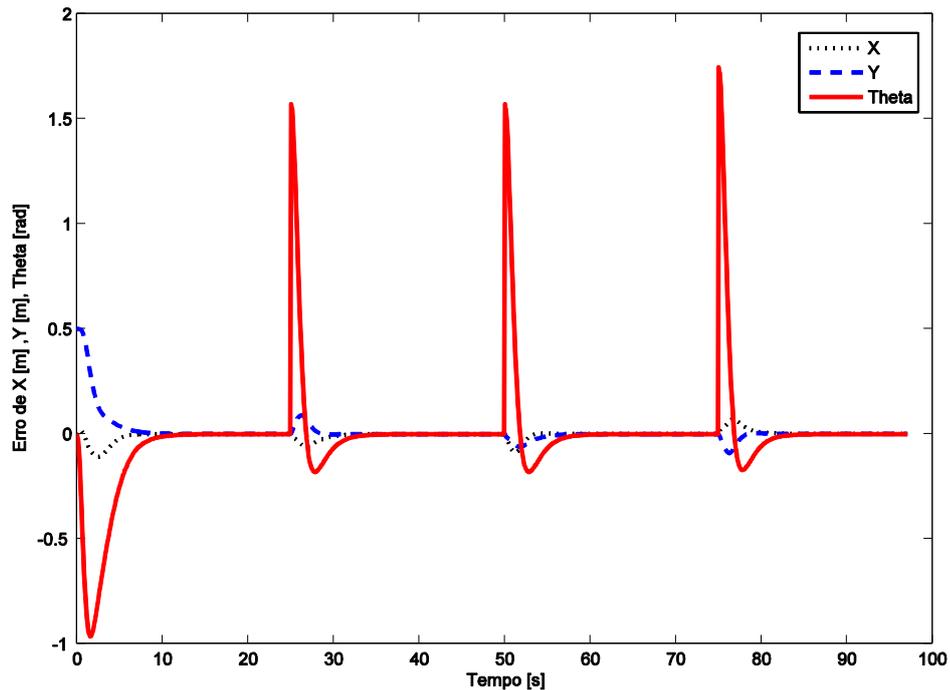
Os erros de posição e orientação durante o seguimento da trajetória são apresentados na Figura 18. É possível observar que eles convergem para zero depois das variações transitórias.

Figura 17 – Velocidades linear e angular na simulação da trajetória quadrada



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 18 – Erro de simulação das variáveis de posição e orientação



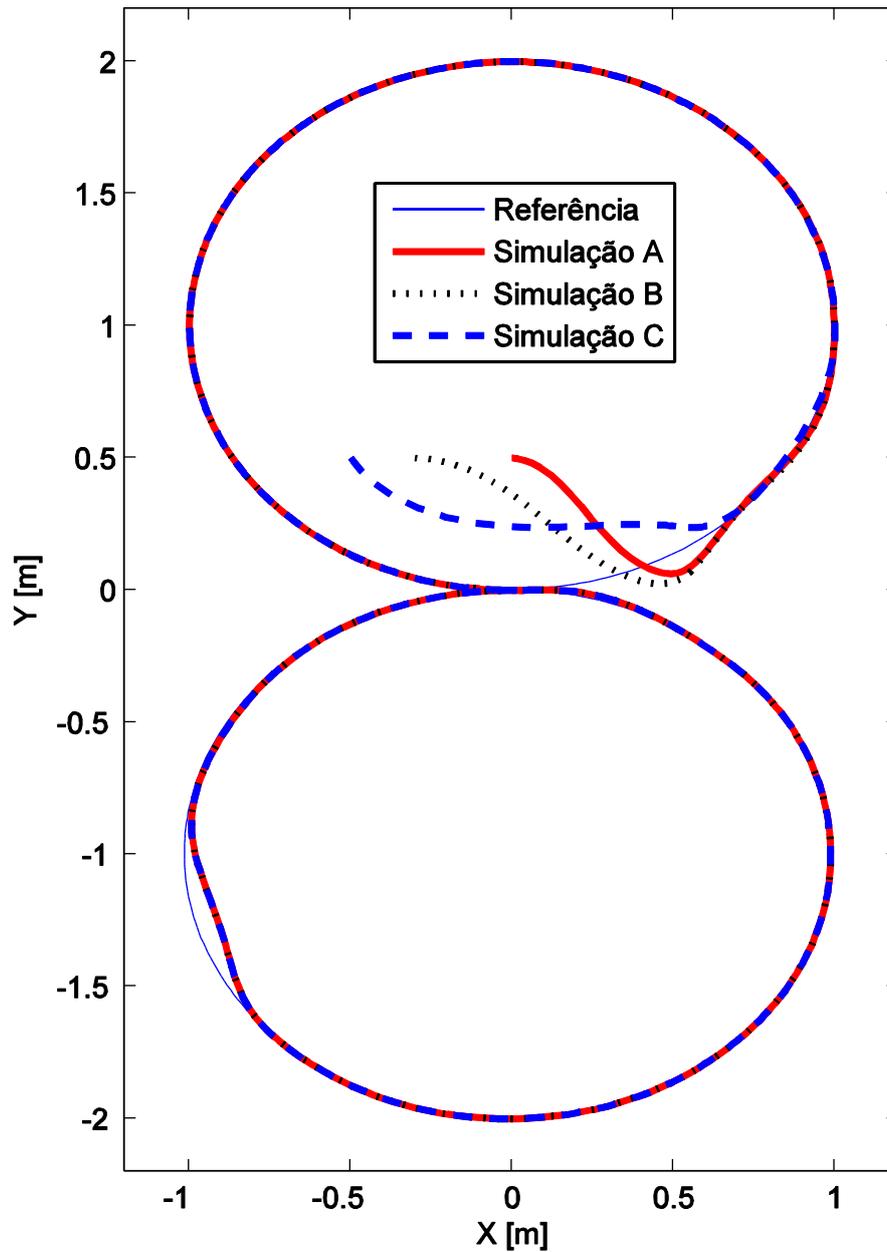
Fonte: Elaborada pelo autor.

A segunda trajetória simulada tem a forma do número 8, como ilustrado na Figura 19. Os objetivos a serem alcançados no rastreamento desta trajetória são:

- ✓ Verificar o rastreamento de trajetória considerando três simulações, sendo cada uma com postura inicial diferente  $q(0) = [x, y, \theta]$ , considerando a postura inicial de referência  $q_r(0) = [0,0, 0,0, 0,0]$ ;
- ✓ Analisar o comportamento do controlador para velocidades angulares com giro no sentido anti-horário e com giro no sentido horário, considerando a velocidade linear em 0,2m/s;
- ✓ Verificar a resposta do controlador a um distúrbio externo, que é a parada da roda direita por 2 segundos.

A trajetória de referência foi gerada ajustando a velocidade linear  $v_r$  com valor constante em 0,2m/s e a velocidade angular ajustada com valores distintos, sendo:  $\omega_r = 0.2$  rad/s (0.0 a 31.4.0s) e  $\omega_r = -0.2$  rad/s (31.4 a 63.0s). Para apresentar os erros de postura inicial, a postura de referência inicia em  $q_r(0) = [0.0, 0.0, 0.0]$  e a postura inicial da simulação do robô foi definida como mostra o Quadro 4.

Figura 19 – Simulação em malha fechada do rastreamento de trajetória



Fonte: Elaborada pelo autor.

O distúrbio aplicado corresponde ao desligamento do motor da roda direita durante o instante 51.0 a 53.0 segundos da trajetória, o comportamento do controlador decorrente deste fenômeno, que é caracterizado por um afastamento entre o robô simulado e a trajetória de referência, pode ser observado no canto inferior esquerdo da Figura 19.

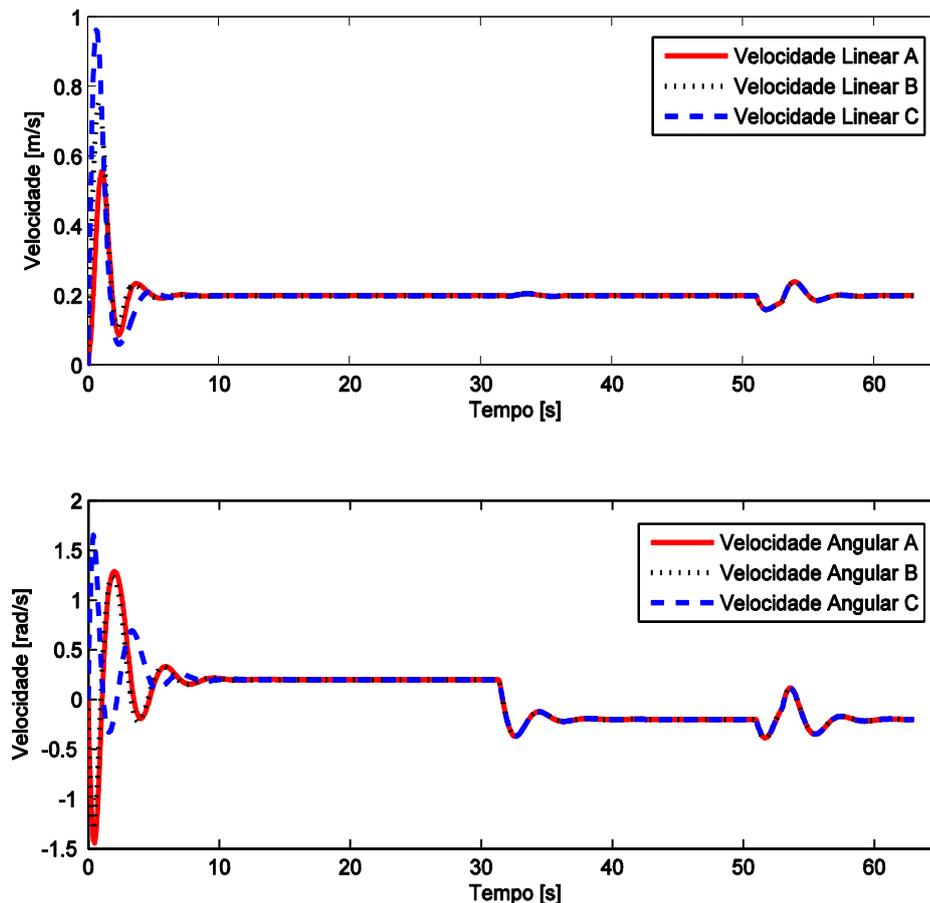
Quadro 4 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado

Simulação Figura 19	Postura inicial para o robô simulado		
	X	Y	Theta
Simulação A	0	0,5	0
Simulação B	-0,3	0,5	0
Simulação C	-0,5	0,5	$-\pi/3$

Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das velocidades lineares e angulares obtidas nas simulações do robô para a trajetória da Figura 19 pode ser visto na Figura 20.

Figura 20 – Velocidades linear e angular na simulação da trajetória



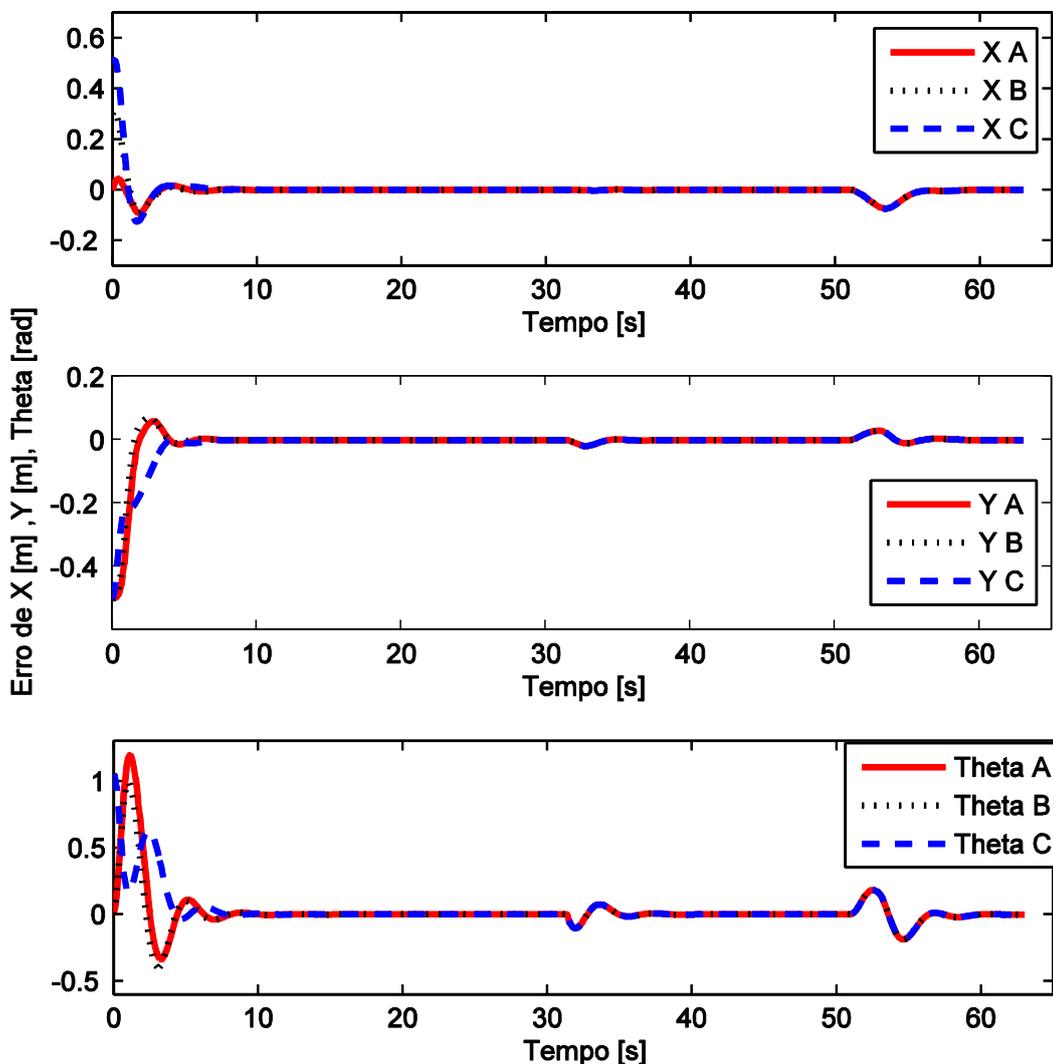
Fonte: Elaborada pelo autor.

A velocidade linear tem um pico inicial devido à diferença das posturas, ocorrendo no instante 51 segundos uma queda da velocidade devido à parada do motor, e logo em seguida um aumento da mesma, evidenciando o esforço do controle em retornar à

trajetória desejada. A velocidade angular possui inicialmente um pico que corresponde à busca da trajetória de referência, e, logo que alcança a referência, o valor estabiliza em torno do valor de ajuste, no instante 31,4 segundos ocorre a variação de velocidade angular e no instante 51 segundos uma outra variação é observada devido ao distúrbio.

Por meio da Figura 21 é possível observar que os erros de postura convergem para zero depois das variações transitórias, uma pequena variação é observada no instante de mudança de velocidade angular, no instante 51 segundos ocorrem novas variações devido ao distúrbio aplicado, porém, convergem para zero novamente.

Figura 21 – Erro de simulação das variáveis de posição e orientação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os objetivos a serem alcançados no rastreamento da terceira trajetória simulada são:

- ✓ Avaliar a resposta do controlador ao rastreamento de trajetória, considerando três simulações, sendo cada uma com postura inicial diferente;
- ✓ Comparar a resposta do controlador às variações instantâneas de orientação no sentido horário e anti-horário;
- ✓ Verificar a resposta do controlador a um distúrbio externo, parando a roda esquerda por 2 segundos.

Para a geração da trajetória de referência, a velocidade linear foi ajustada em  $v_r = 0,1\text{m/s}$  e a velocidade angular em  $\omega_r = 0$ ; além disso, foram feitas variações instantâneas de 90 graus em  $\theta$ , de 0 a 20s ( $\theta = 0$ ), 20 a 40s ( $\theta = -\pi/2\text{rad}$ ) e de 40 ao final ( $\theta = 0$ ). O tempo total da trajetória de referência foi de 63s e o tempo de amostragem definido como 0,1s.

Para o erro de posição inicial, a postura de referência foi ajustada como  $q_r(0) = [0.0\ 0.0\ 0.0]$  e a postura inicial do robô simulado definida como mostra o Quadro 5.

Quadro 5 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado

Simulação Figura 22	Postura inicial		
	X	Y	Theta
Simulação A	0	0,5	0
Simulação B	-0,4	0,2	$\pi/3$
Simulação C	-0,7	-0,1	$-\pi/3$

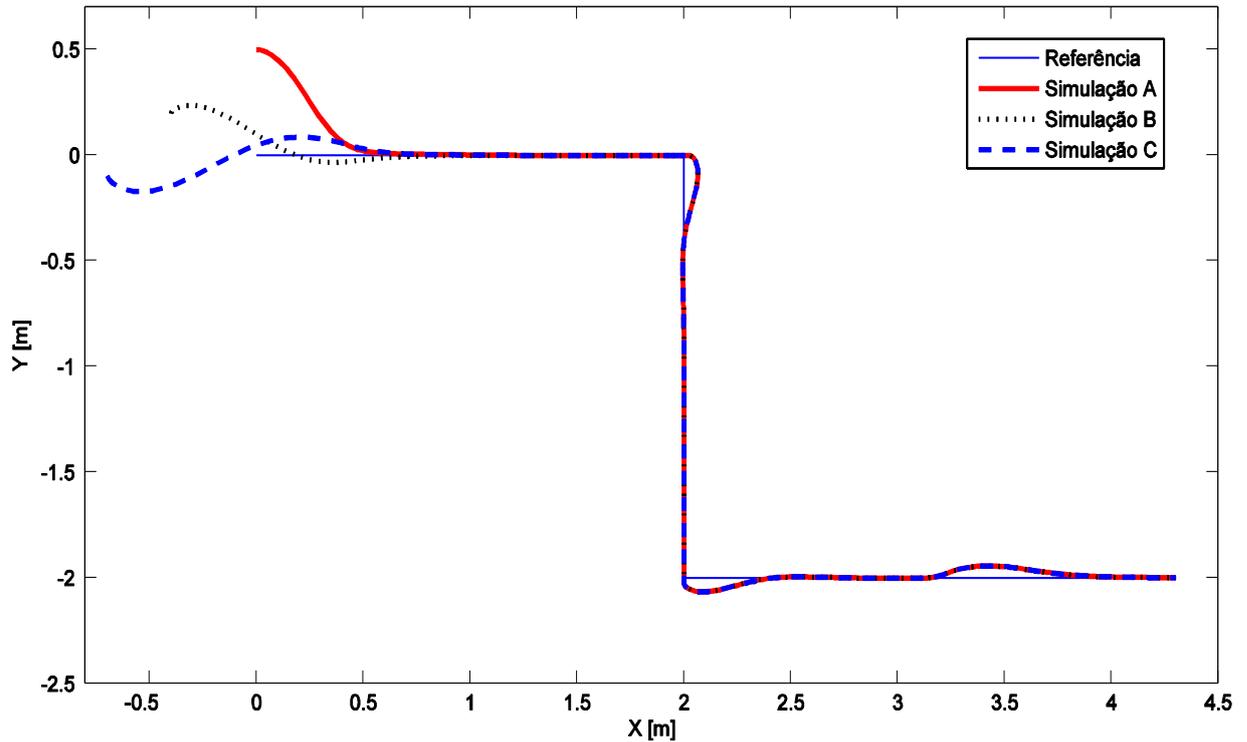
Fonte: Elaborado pelo autor.

O distúrbio aplicado corresponde ao desligamento do motor da roda esquerda do robô simulado durante o instante 53,0 a 55,0 segundos da trajetória, o comportamento do controlador decorrente deste fenômeno, que é caracterizado por um afastamento entre o robô simulado e a trajetória de referência, é ilustrado entre os espaços 3 e 4 metros do eixo X da trajetória mostrada na Figura 22.

As velocidades linear e angular para as simulações A, B e C são apresentadas na Figura 23. A velocidade linear possui um pico inicial devido à diferença das posturas e nos instantes 20 e 40s ocorrem quedas de velocidade devido às mudanças na trajetória, embora essas mudanças de orientação tenham sido em um sentido diferente; além disso, a velocidade linear possui picos com os mesmos valores nos dois instantes de tempo (20 e 40s), no instante 50 segundos, ocorre uma variação da velocidade devido ao distúrbio aplicado à roda esquerda. A velocidade angular possui uma variação inicial devido às diferenças nas posturas, no instante 20s ocorre um pico negativo devido à mudança de orientação no sentido horário e no

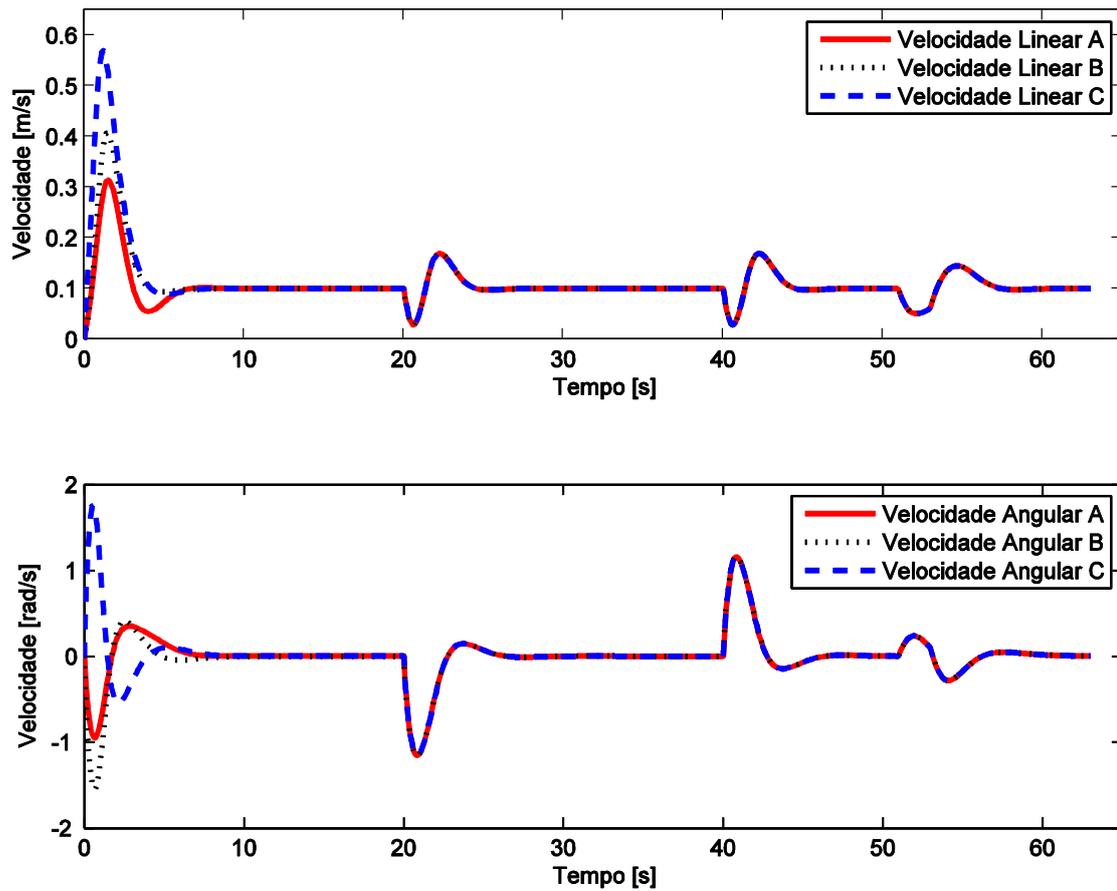
instante 40s um pico positivo, pois agora a mudança de orientação foi no sentido anti-horário, é importante observar que os valores da variação da velocidade angular foram iguais nas duas direções, o que mostra que o controlador possui o mesmo desempenho nas duas direções. No instante 53 segundos ocorre as variações originadas pelo distúrbio externo, porém, o controlador força o sistema a retornar para a referência.

Figura 22 – Simulação em malha fechada do rastreamento de trajetória



Fonte: Elaborada pelo autor.

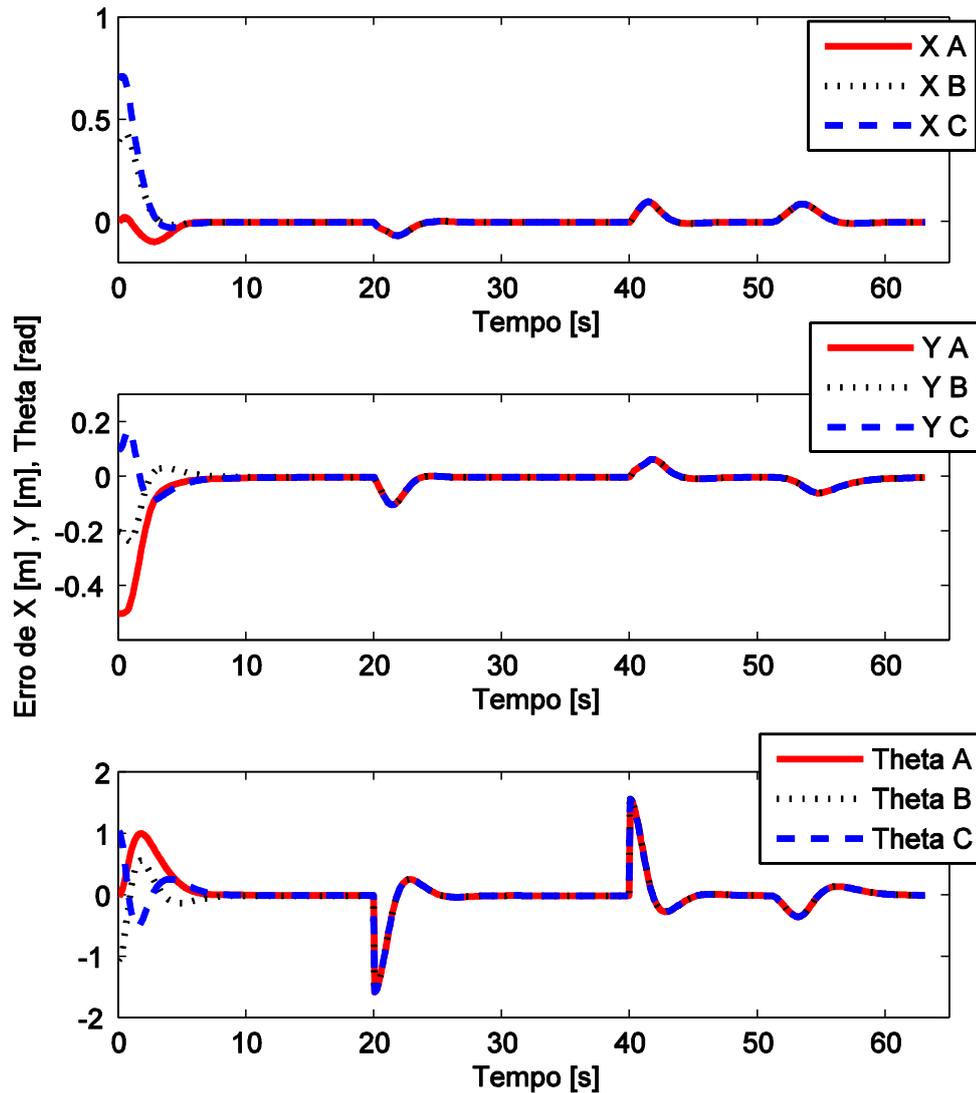
Figura 23 – Velocidades linear e angular na simulação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 24, é possível observar que os erros de posição e orientação das simulações convergem para zero após os transitórios causados pela diferença na postura inicial, bem como que há picos em theta referentes às mudanças na trajetória e ao distúrbio aplicado.

Figura 24 – Erro de simulação das variáveis de posição e orientação



Fonte: Elaborada pelo autor.

A quarta trajetória de referência foi gerada considerando os seguintes objetivos:

- ✓ Avaliar a resposta do controlador ao rastreamento de trajetória, considerando três simulações, sendo cada uma com postura inicial diferente;
- ✓ Avaliar o desempenho do controlador para velocidades lineares e angulares variantes no tempo;
- ✓ Aplicar variações nas velocidades linear e angular da trajetória de referência e analisar os valores dos ganhos  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  calculados na equação (0.39).

A trajetória de referência é apresentada na Figura 25 e foi gerada ajustando a velocidade linear (amplitude = 0.2; frequência = 0,09 e offset = 0,1) e angular (amplitude = 0,3; frequência = 1,0 e offset = 0,0). O tempo total da trajetória de referência foi de 30s e o tempo de amostragem foi definido como 0,1s.

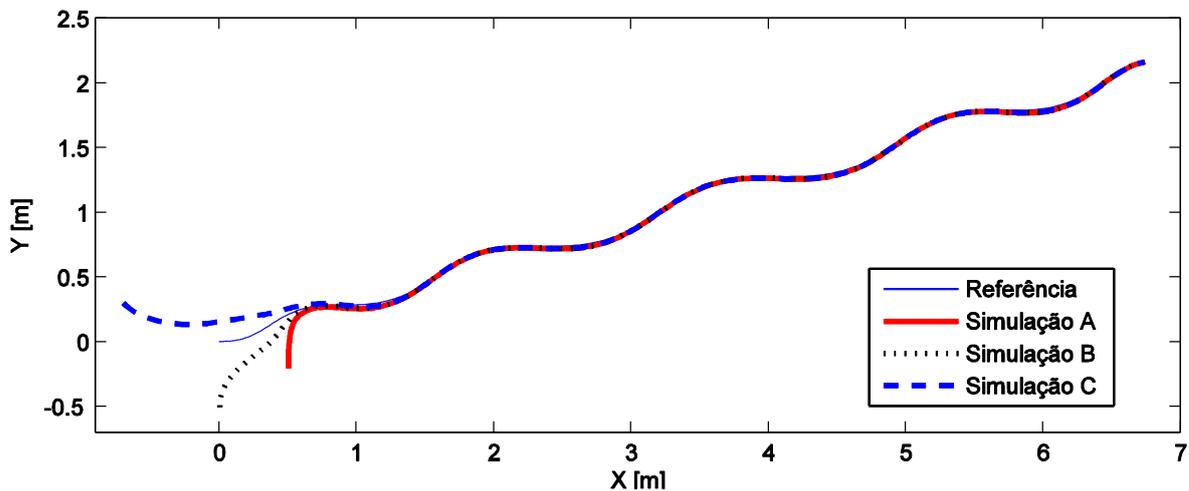
Na execução da trajetória, foi aplicado um erro de estado inicial para cada simulação (A, B e C), sendo a postura de referência  $q_r(0) = [0.0 \ 0.0 \ 0.0]$  e a postura inicial do robô simulado definida como mostra o Quadro 6. Quadro 6

Quadro 6 – Valores adotados para a postura inicial do robô simulado

Simulação Figura 22	Postura inicial		
	X	Y	Theta
Simulação A	0,5	-0,2	$\pi/2$
Simulação B	0,0	-0,5	$\pi/2$
Simulação C	-0,7	0,3	$-\pi/4$

Fonte: Elaborado pelo autor.

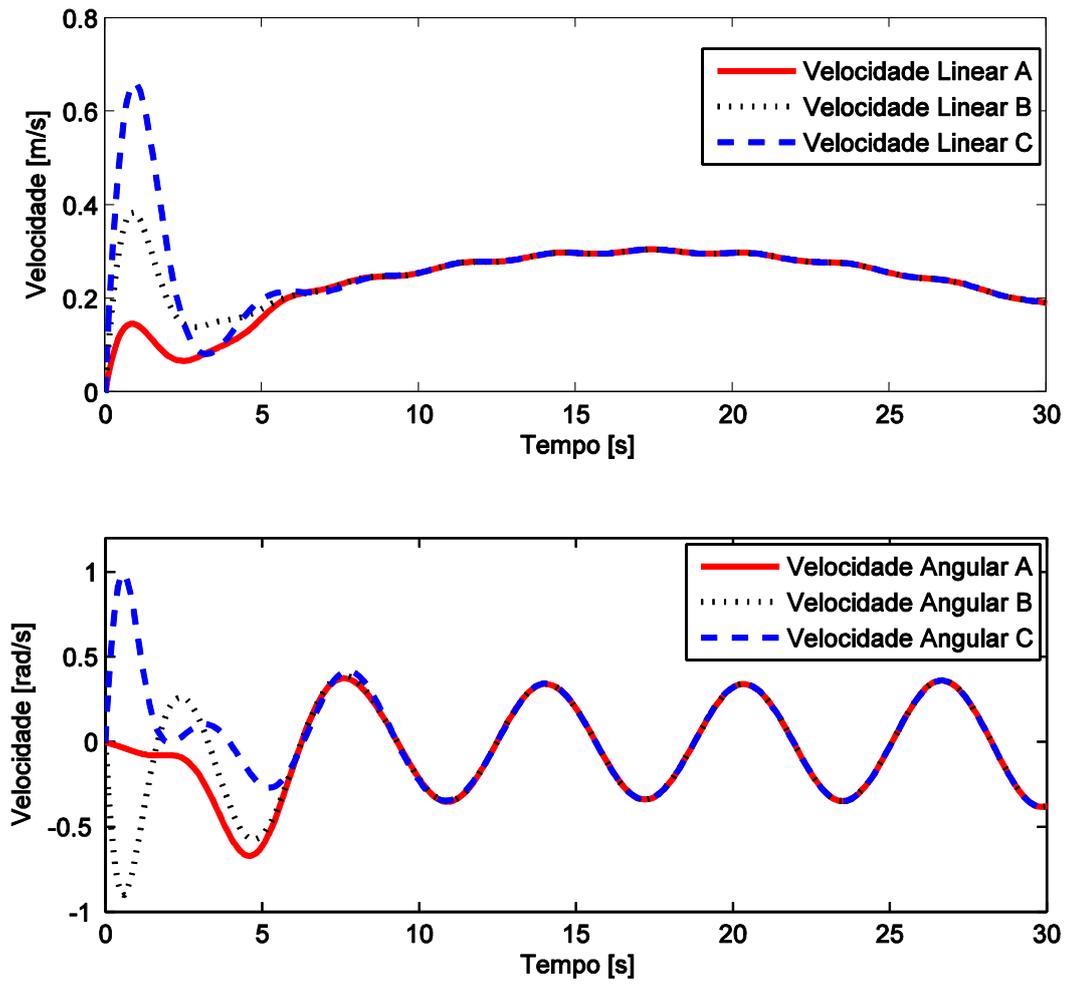
Figura 25 – Trajetória de referência com velocidades linear e angular variáveis



Fonte: Elaborada pelo autor.

As velocidades linear e angular são apresentadas na Figura 26 e mostram as características de variação realizada por meio do controlador no seguimento das trajetórias. A velocidade linear tem um rápido crescimento devido ao erro inicial, porém, ao aproximar-se da referência, diminui a velocidade, ajustando-se ao ângulo da referência e novamente aumentando a velocidade. Devido às não-linearidades da trajetória de referência, a velocidade novamente começa a diminuir após os 20 segundos. A velocidade angular mostrada na parte inferior da mesma Figura possui comportamento diferente para cada simulação (A, B e C) pois as posturas iniciais possuem orientações diferentes, sendo observada uma estabilização em torno da senoide a partir do instante 5 segundos.

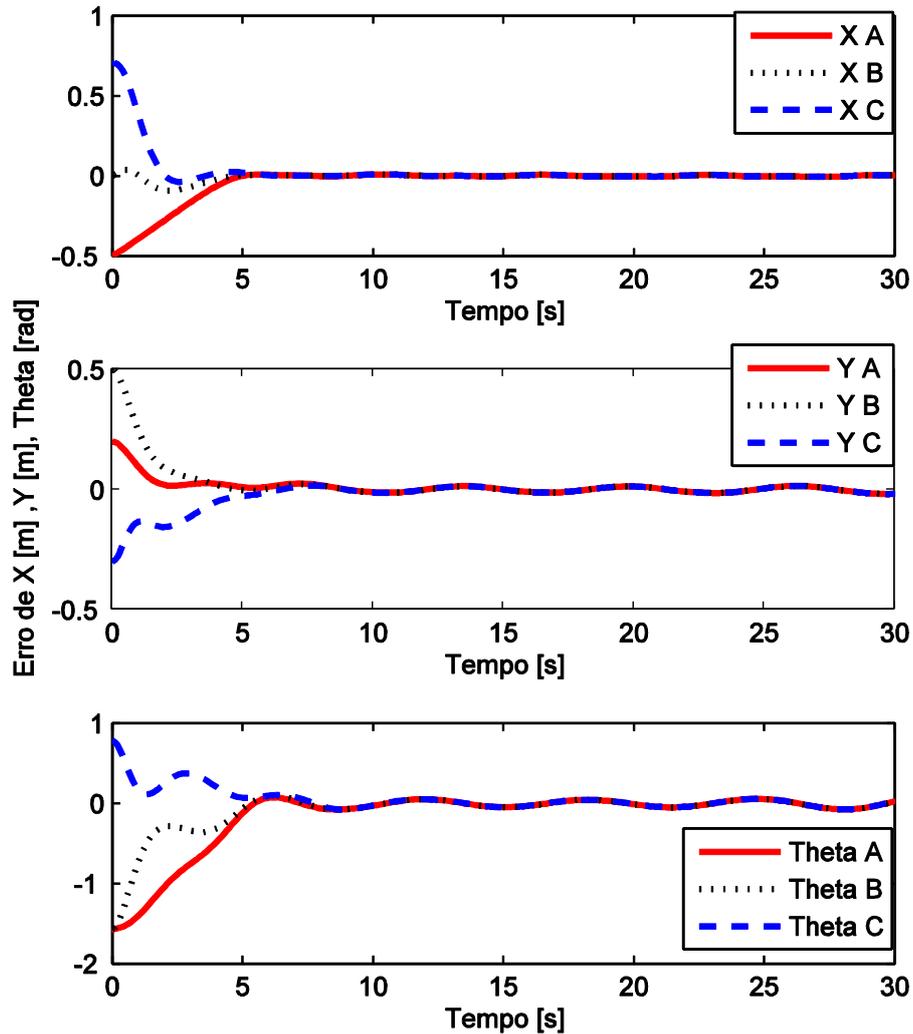
Figura 26 – Velocidades linear e angular na simulação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os erros de posição e orientação das simulações (A, B e C) para esta trajetória são mostrados na Figura 27. Eles convergem para valores próximos de zero após os transitórios causados pela diferença na postura inicial; além disso, pequenas variações são observadas durante toda a trajetória, porém, isso não afeta o resultado esperado para o desempenho do controlador no rastreamento da trajetória.

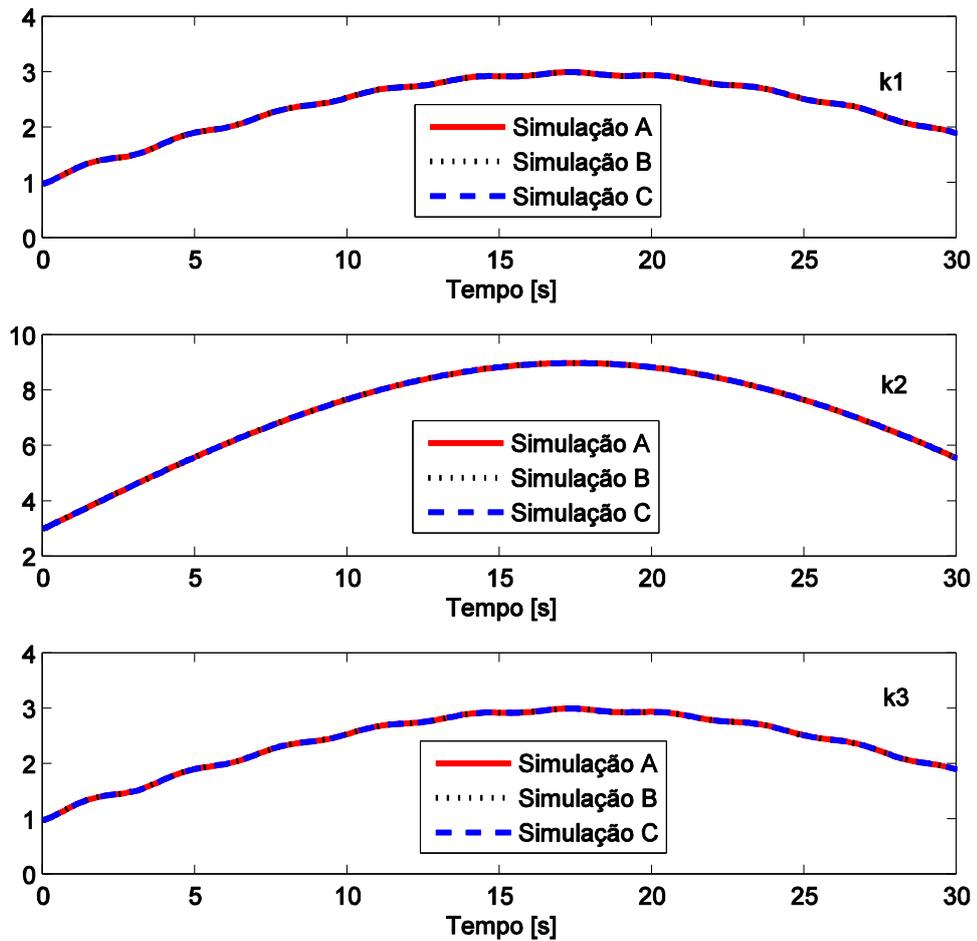
Figura 27 – Erro de simulação das variáveis de posição e orientação



Fonte: Elaborada pelo autor.

O próximo gráfico mostra o comportamento dos ganhos do controlador  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  para as simulações A, B e C desta trajetória, sua variação depende dos ajustes do controlador, apresentados na equação (0.39) e das velocidades linear e angular de referência, estas duas velocidades, se forem variáveis como é o caso desta trajetória, geram variações nos valores dos ganhos. Os ganhos  $k_1$  e  $k_3$  possuem valores iguais e têm sua variação mostrada na Figura 28, o valor de  $k_2$  apresentado na mesma figura possui comportamento próximo dos anteriores, porém, seu valor é diferente, pois depende diretamente do produto da velocidade linear de referência e do parâmetro de ajuste  $g$ .

Figura 28 – Valores dos ganhos do controlador



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.4 Conclusão do capítulo

Os resultados obtidos na simulação mostram que o controlador desenvolvido converge para a trajetória de referência, considerando diferentes trajetórias de referência, velocidades lineares ou angulares.

A diferença na postura inicial entre a trajetória de referência e o controlador, as mudanças instantâneas na orientação da trajetória de referência e os distúrbios aplicados ao controlador sugerem que ele é eficaz para aplicações em um robô real.

## 5 EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, serão apresentados os resultados da implementação do controlador de trajetória em um robô real, as trajetórias de referência utilizadas nos testes experimentais são as mesmas aplicadas nas simulações apresentadas no capítulo anterior.

Na sequência, serão mostrados aspectos relacionados à estrutura física do robô e um diagrama em blocos do circuito de controle. Uma apresentação mais detalhada será encontrada no apêndice A.

Na Figura 29, é mostrada a visão frontal do robô.

Figura 29 – Vista frontal do robô

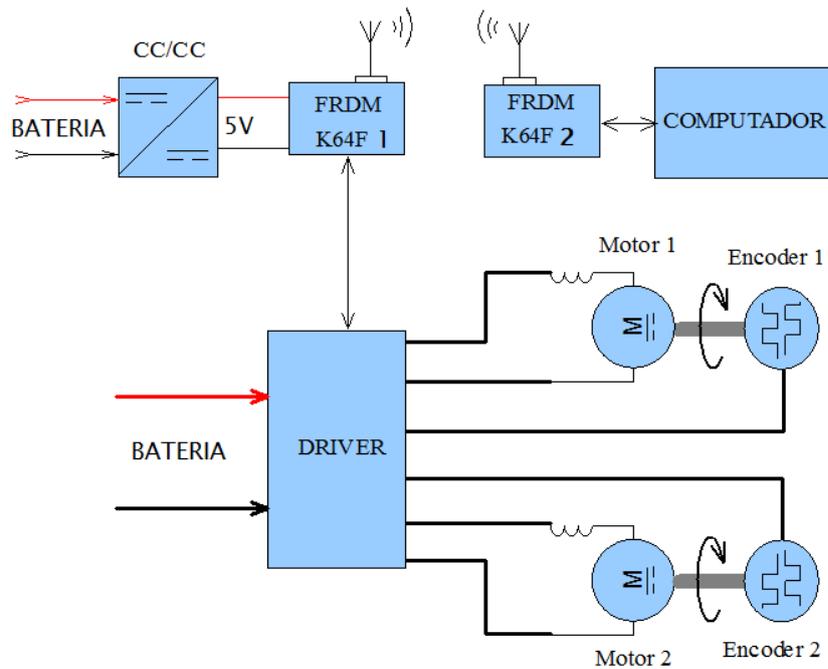


Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 30, é apresentado um diagrama em blocos do circuito de controle. Alguns dos componentes mostrados nesta figura já foram apresentados, como é o caso do driver HDC2450, o motor e o encoder. Esses três componentes estão interligados, de forma que o driver envia potência para o motor CC com o objetivo de gerar o movimento de puro rolamento da roda, o encoder está acoplado ao eixo do motor e por meio de seu circuito incremental de 10 bits gera 1024 pulsos elétricos por rotação, no driver estes pulsos são convertidos para rotação por minutos (RPM) e utilizados pelo circuito do controlador PI para o controle de velocidade da roda. Ainda analisando a mesma figura, o conversor CC/CC é alimentado com tensão de 24V e em sua saída tem 5V que serão utilizados para suprir a demanda energética da placa FRDMK64F 1 na execução dos algoritmos de controle, que

serão enviados para o driver, é importante salientar que, devido a esse sistema, está embarcada no robô outra placa FRDMK64F 2 acoplada a um computador, tal placa é utilizada para fazer a programação, atualizar o programa do robô, enviar e receber dados em tempo real por meio de comunicação sem fio.

Figura 30 – Diagrama em blocos do circuito de controle



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 31 mostra o robô móvel durante a execução de uma das trajetórias mostradas neste capítulo.

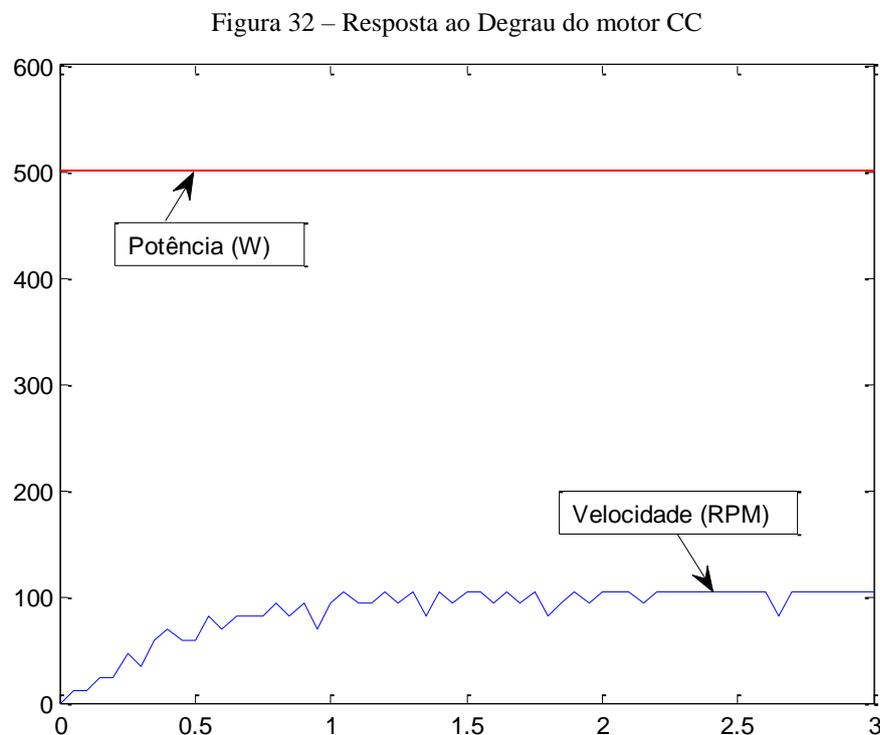
Figura 31 – Laboratório de testes em robótica móvel



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 5.2 Identificação dos modelos dos motores

O modelo da planta controlada foi obtido por meio de um ensaio experimental de identificação. O motor foi acoplado ao *encoder* e ao driver, a resposta do *encoder* foi enviada para a plataforma Arduino®, na qual foi obtida a relação entre potência (entrada do modelo) e velocidade do motor (saída do modelo) como apresentadas na Figura 32. O sinal de velocidade foi medido pela plataforma Arduino®, isto deve-se ao fato de o tempo de amostragem do driver Roboteq® não ser adequado para o levantamento da planta, pois, por ser bastante alto, impede a identificação adequada do modelo.



Fonte: (CUNHA, 2014)

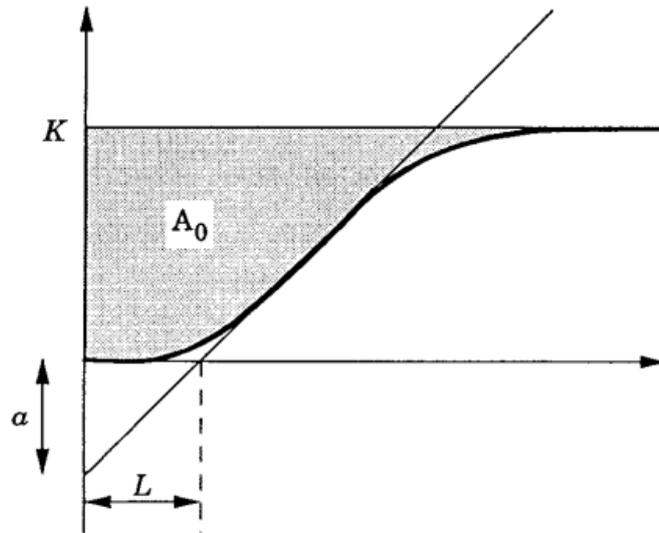
A partir da análise da Figura 32, pode-se afirmar que o modelo do motor tem o comportamento aproximado por um modelo de primeira ordem. Com isto, utilizando o método das áreas, um algoritmo foi implementado para encontrar o modelo da planta do motor  $G(s)$ .

Para a identificação experimental dos modelos dinâmicos dos motores com caixa de redução, foi utilizado o Método das Áreas (ASTROM; HAGGLUND, 1988). Esta técnica consiste na análise da resposta ao degrau da planta em malha aberta, a partir da qual pode-se calcular os parâmetros da função de transferência  $G(s)$  que tem forma:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} * e^{-Ls}. \quad (0.41)$$

Considerando a Figura 33 (ASTROM; HAGGLUND, 1988):

Figura 33 – Resposta ao degrau Método das Áreas



Fonte: Astrom e Hagglund (1988)

De acordo com o Método das Áreas, calcula-se os parâmetros da seguinte forma:

$$A_1 = \int_0^{T_{ar}} s(t) dt = \int_0^{\tau} K \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) dt = K * \tau * e^{-1} \rightarrow \tau = \frac{e A_1}{K}$$

$$L = T_{ar} - \tau = \frac{A_0}{K} - e \frac{A_1}{K}$$

No código implementado no software MatLab, os valores encontrados para as variáveis são:

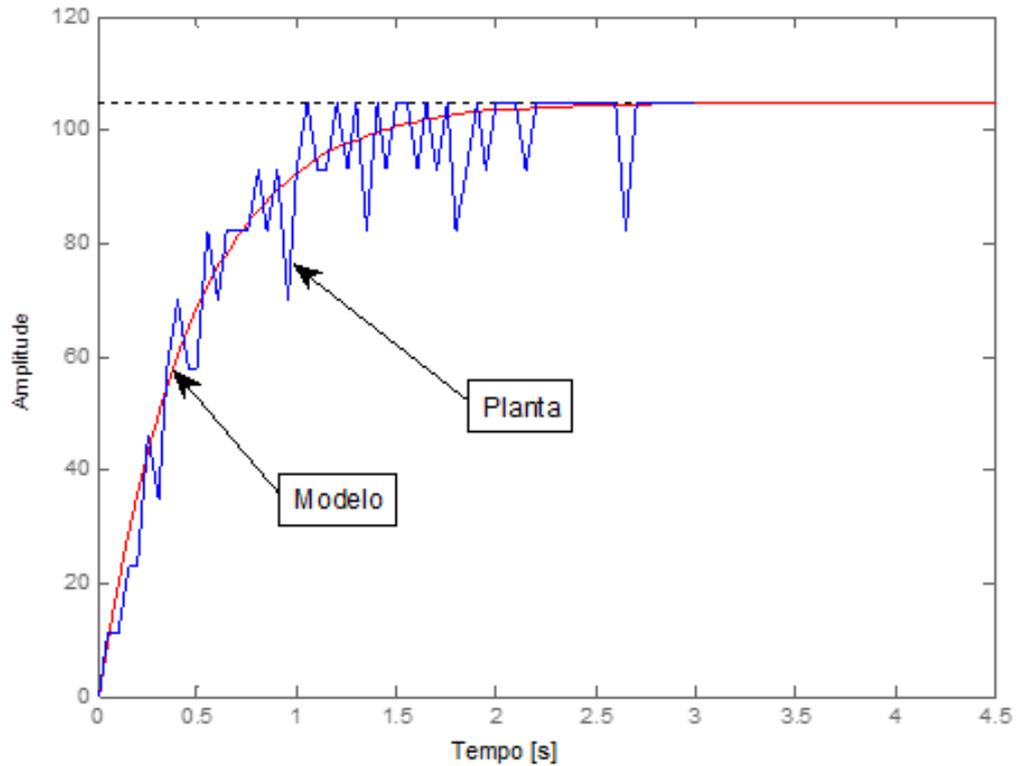
$$A_1 = 0,0364 ; T_{ar} = 0,527 ; L = 0,056 ; \tau = 0,4712 \text{ segundos.}$$

Com  $K = 0.41$ , temos:

$$G(s) = \frac{0.41}{0.4712 s + 1} * e^{-0.056 s} \quad (0.42)$$

A comparação da resposta experimental com o modelo obtido é apresentada na Figura 34.

Figura 34 – Resposta ao Degrau da Planta e do Modelo



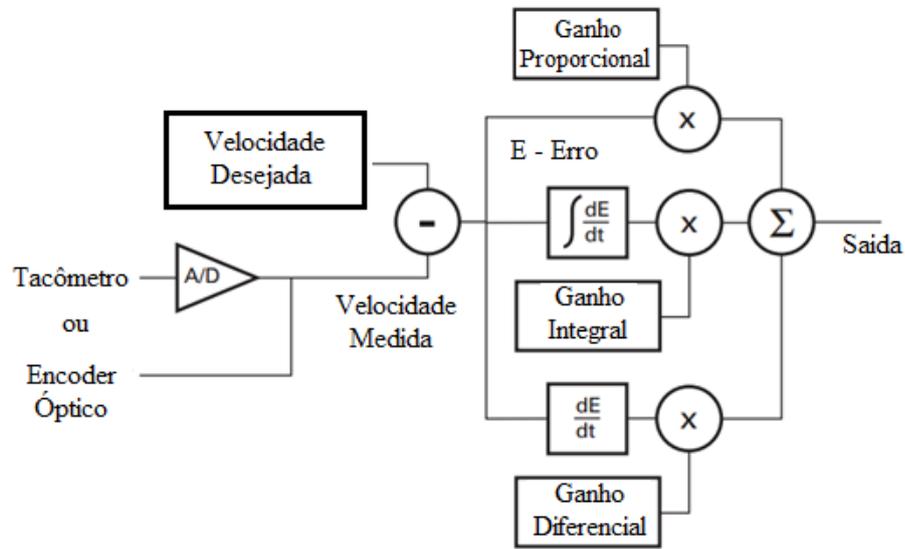
Fonte: (CUNHA, 2014)

A partir da observação da Figura 34, pode-se notar que o modelo encontrado se aproxima satisfatoriamente da resposta obtida experimentalmente. Portanto, esta foi a função de transferência adotada para a sintonia do controlador.

### 5.3 Controle de velocidade das rodas

O ajuste do PID de controle das velocidades dos motores foi realizado pelo método de ajuste via resposta em frequência, utilizando o modelo obtido na Equação (0.42) e aplicando os valores dos ganhos no controlador embarcado no driver, cujo modelo é apresentado na Figura 35. Mais detalhes sobre o processo de identificação são encontrados em (CUNHA, 2014).

Figura 35 – Modelo do Controlador PID do Driver do robô

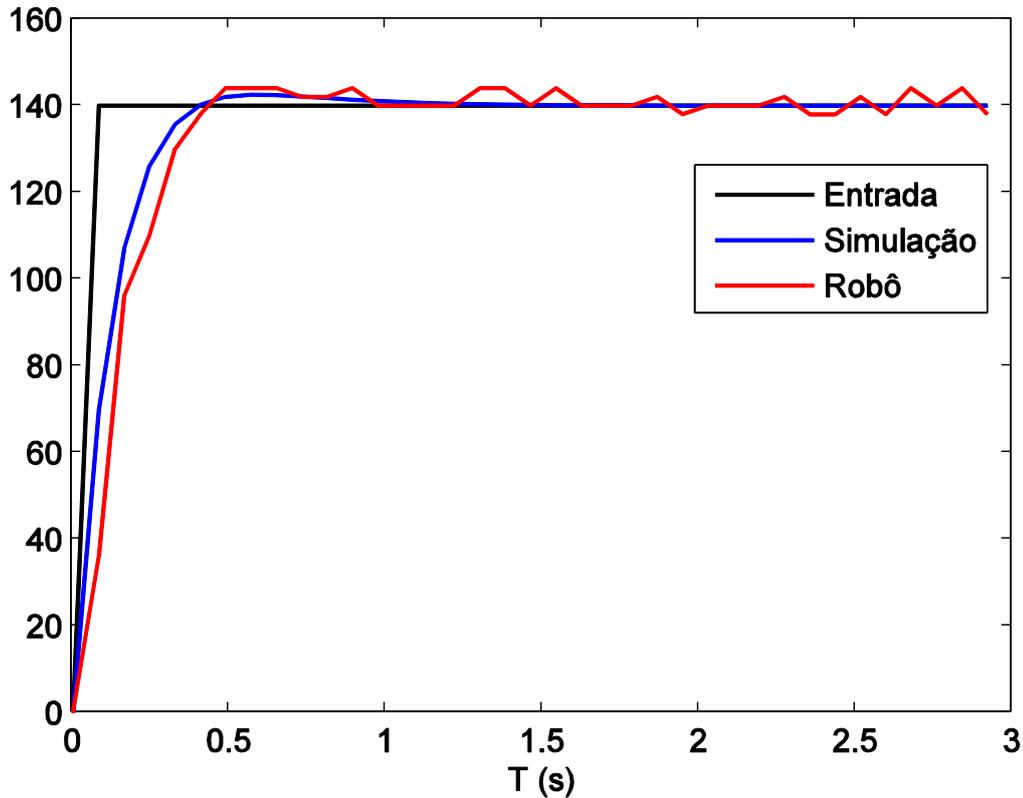


Fonte: Adaptado de (RoboteQ, 2011)

A malha de controle foi implementada no drive Roborun® e testes de resposta ao degrau foram realizados. Pode-se observar que a resposta experimental apresentada na Figura 36 (curva em vermelho) segue a referência e atinge o regime permanente em aproximadamente 0,5 segundos, tempo relativamente rápido e com valor próximo ao obtido em simulação (curva em azul).

Pode-se notar que a resposta experimental é igual à resposta simulada, visto que o sistema possui incertezas, tal como dinâmicas não modeladas na amostra identificada da planta, perturbações externas e ruído de medição, porém, considera-se que a sintonia do controlador e o levantamento do modelo da planta foram executados com êxito e que a malha de controle de velocidade dos motores CC funciona adequada à situação proposta.

Figura 36 – Comparação da resposta ao degrau em malha fechada do modelo simulado e da planta real

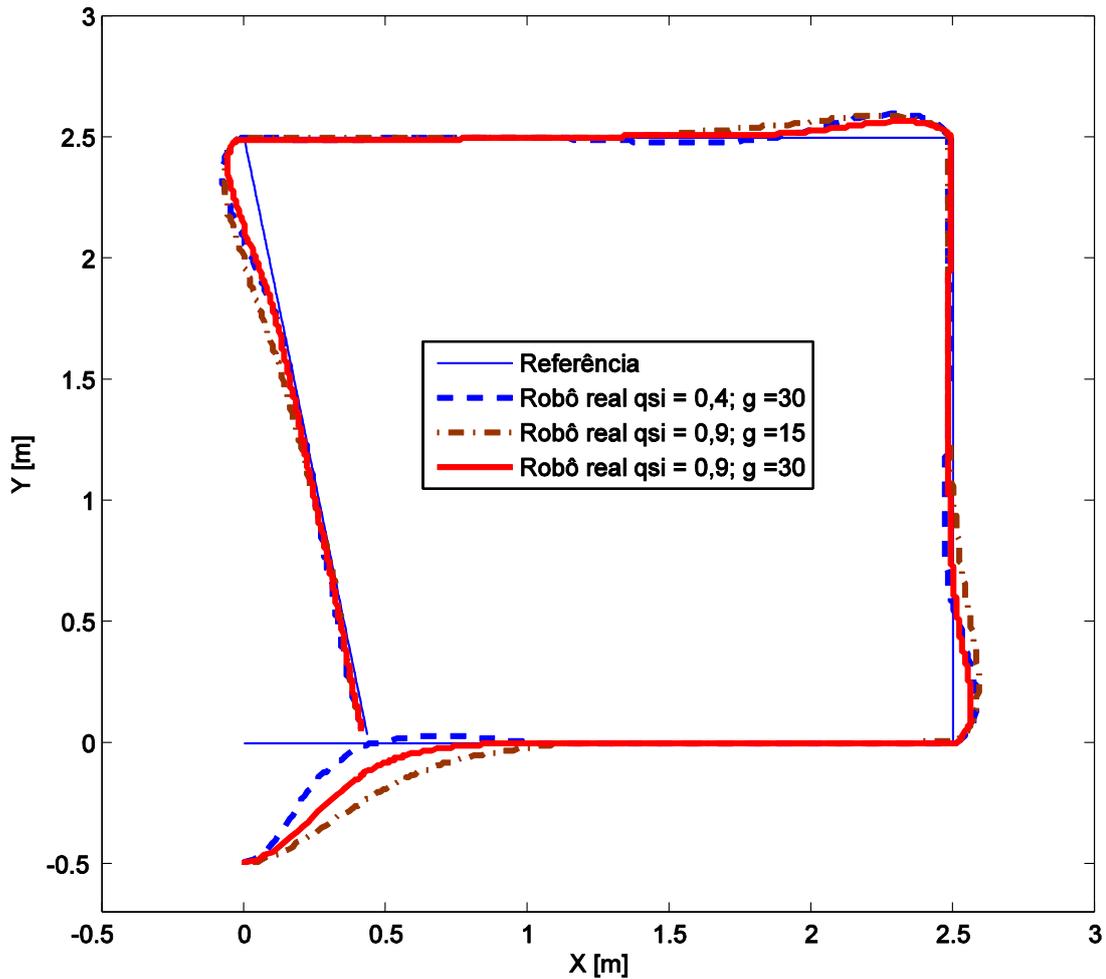


Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.4 Resultados experimentais de controle de trajetória

Os experimentos foram feitos utilizando o robô ilustrado na Figura 31 e considerando as mesmas trajetórias de referências das simulações do capítulo anterior. Na Figura 37, é apresentado o controle de rastreamento de uma trajetória de referência no plano XY. A postura inicial da referência inicia em  $q_r(0) = [0,0 \ 0,0 \ 0,0]$  e a postura inicial do robô é iniciada em  $q(0) = [0,0 \ -0,5 \ 0,0]$ . O robô segue a trajetória de referência e pequenos *overshoots* são observados nos vértices do quadrado devido à mudança de orientação da referência. O comportamento do robô real é bem próximo do obtido na simulação da Figura 16. Por conseguinte, isso mostra que os modelos desenvolvidos possuem boa representação do robô móvel real. Os valores utilizados para o ajuste do controlador são os apresentados na legenda da Figura 37.

Figura 37 – Seguimento de trajetória do robô real

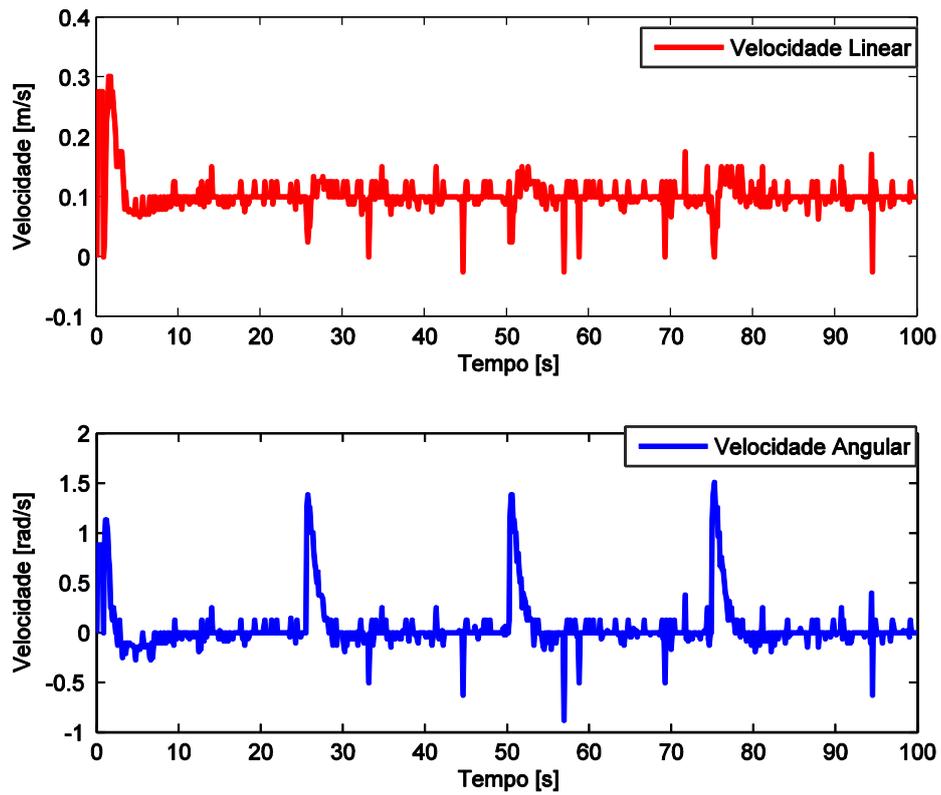


Fonte: Elaborada pelo autor.

As velocidades linear e angular obtidas na saída do robô por meio do algoritmo de odometria dos encoders são apresentadas na Figura 38. A velocidade linear possui um aumento devido à diferença nas posturas e quedas de velocidade nos vértices do quadrado. Após o transitório, a velocidade angular apresenta picos em seu valor, que correspondem ao esforço do controlador para o seguimento da trajetória de referência.

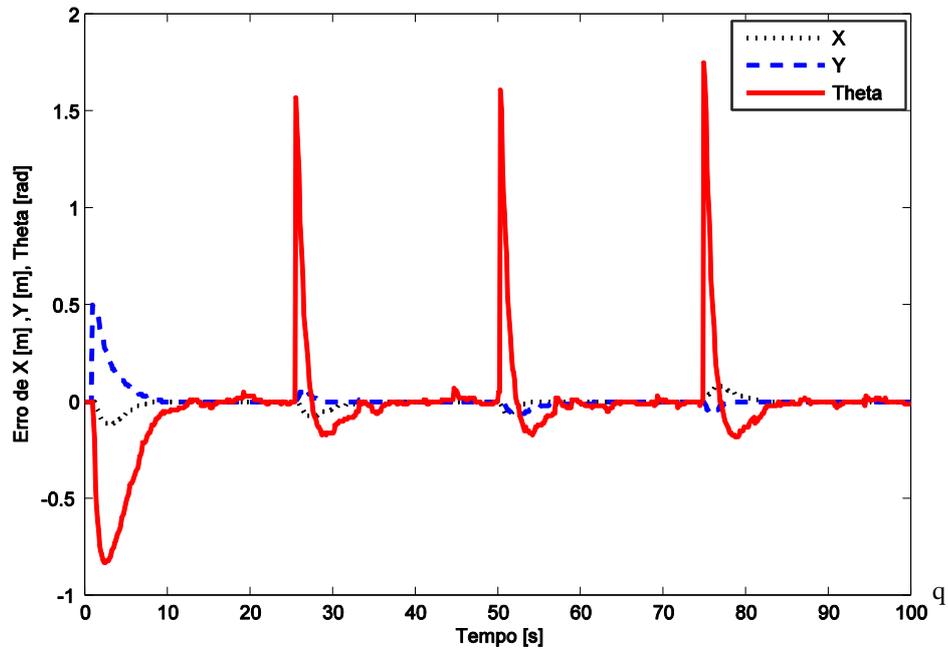
Por meio da Figura 39, pode ser visto que os erros de postura convergem para zero após os transitórios e novamente apresentam variações durante a mudança de orientação da referência, com destaque para o erro de Theta que atinge um pico de aproximadamente 1,5 radianos, o que corresponde à variação de orientação aplicada na trajetória de referência.

Figura 38 – Velocidades linear e angular do robô real



Fonte: Elaborada pelo autor.

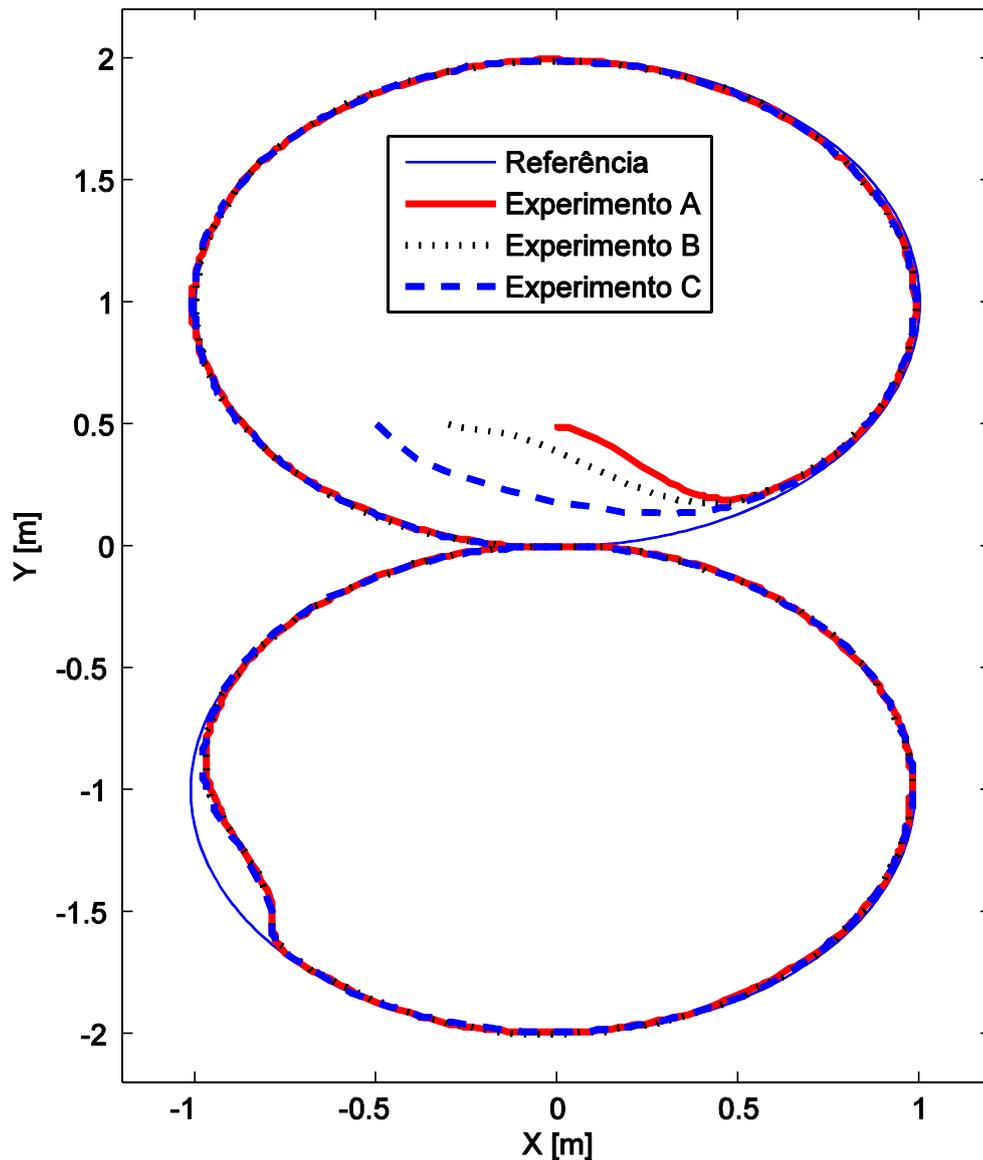
Figura 39 – Erro de seguimento de trajetória do robô real



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os testes experimentais para a segunda trajetória de referência são apresentados na Figura 40. A postura de referência inicia em  $q_r(0) = [0,0 \ 0,0 \ 0,0]$ , com o objetivo de apresentar um erro de postura inicial. Foram feitos três experimentos para a mesma trajetória, porém, em cada um é utilizada uma postura inicial diferente para o robô, os valores utilizados são os do Quadro 4.

Figura 40 – Rastreamento de trajetória do robô real

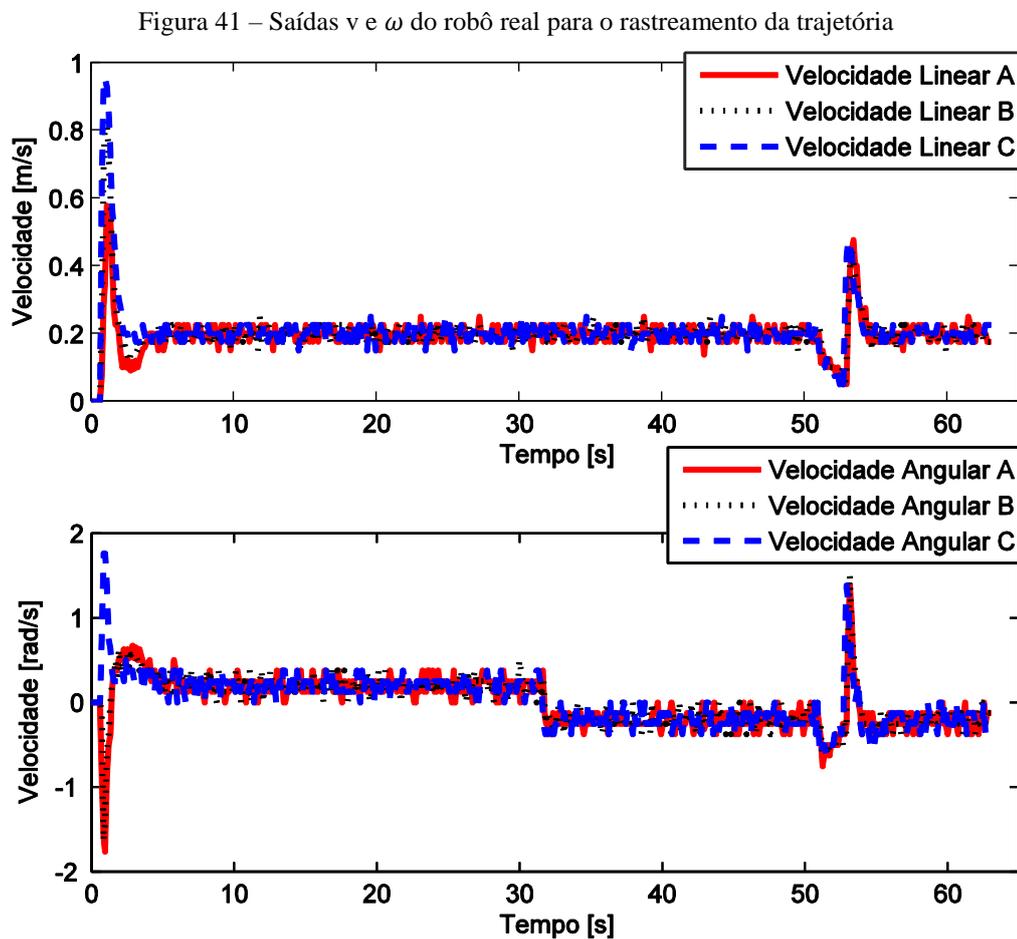


Fonte: Elaborada pelo autor.

Na resposta de rastreamento da trajetória no plano XY, nota-se que o robô segue a trajetória de referência após a superação do erro da postura inicial. Na parte inferior esquerda da mesma figura é observado que o robô saiu da trajetória, este fenômeno foi causado por um distúrbio aplicado ao robô, em que o motor da roda direita do robô foi desligado por dois

segundos, que corresponde ao tempo de 51,0 a 53,0s da trajetória executada pelo robô. O efeito do distúrbio que é caracterizado por um afastamento do robô da trajetória de referência é visualizado no canto inferior esquerdo da trajetória no plano XY.

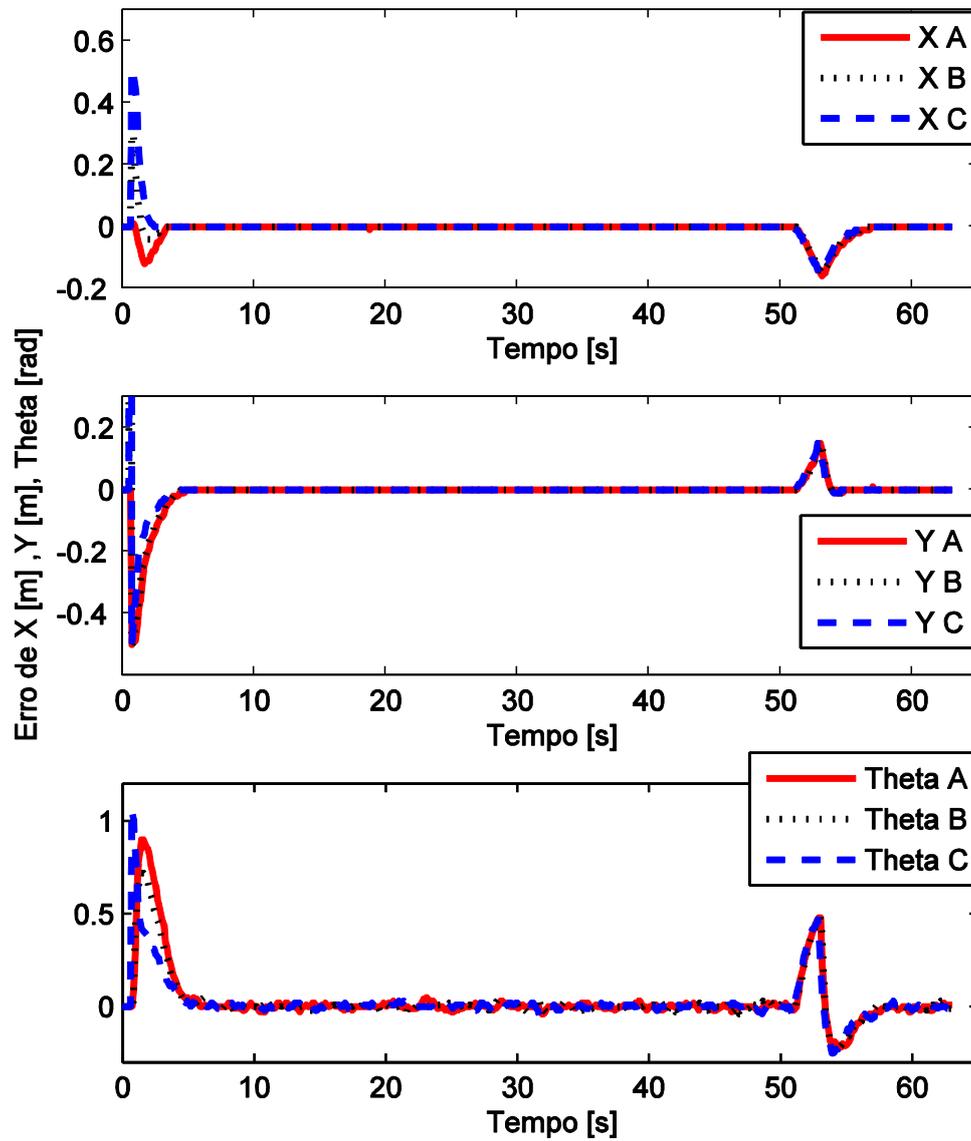
As velocidades obtidas na saída do robô para esta trajetória são apresentadas na Figura 41. Após a variação inicial da velocidade linear, ocorre uma estabilização em torno dos valores configurados na referência; no instante de 51 segundos, ocorre uma diminuição da velocidade devido ao distúrbio aplicado. A velocidade angular segue os valores de referência após os transitórios iniciais, e no instante 51 segundos, são observadas variações devido ao distúrbio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio da Figura 42, é possível observar que os erros de postura convergem para zero depois das variações transitórias e sofrem uma variação após os 50s devido ao distúrbio aplicado. Além disso, é importante observar que os erros aqui apresentados para o robô real são bem próximos dos apresentados para a simulação, o que foi mostrado na Figura 21.

Figura 42 – Erro de postura do robô real no seguimento da trajetória

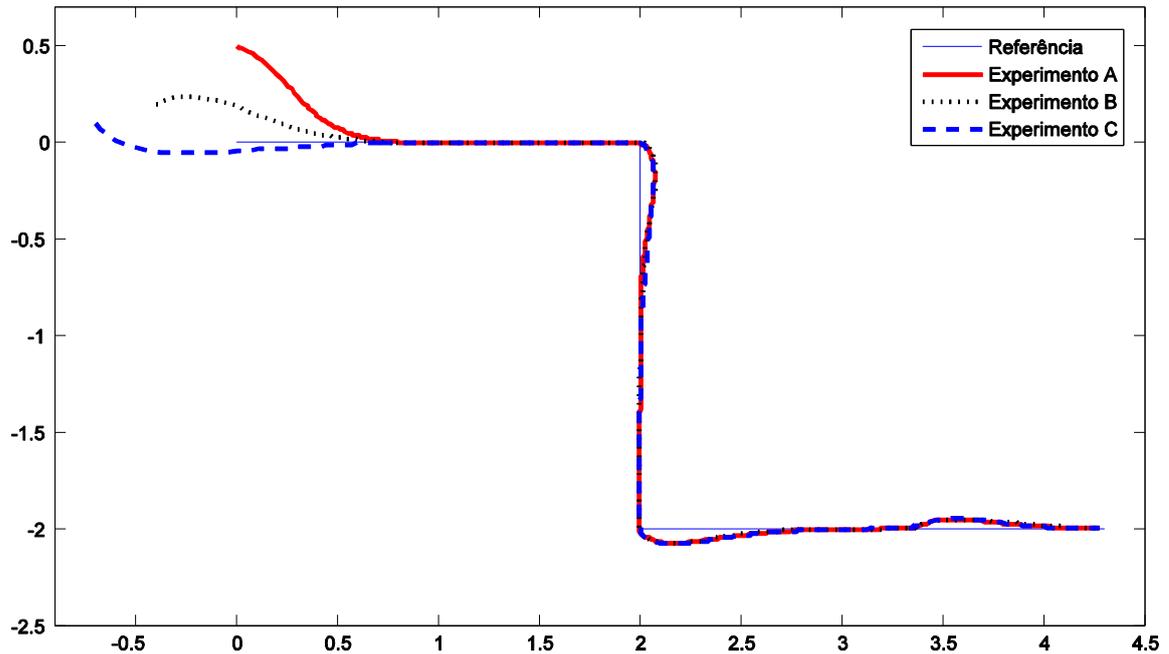


Fonte: Elaborada pelo autor.

A terceira trajetória de referência é mostrada na Figura 43. O tempo total da trajetória de referência foi de 70s e o tempo de amostragem definido como 0,1s.

Na execução da trajetória, foi aplicado um erro de estado inicial, sendo a postura de referência  $q_r(0) = [0,0 \ 0,0 \ 0,0]$  e a postura inicial do robô real definida como mostrado no Quadro 5.

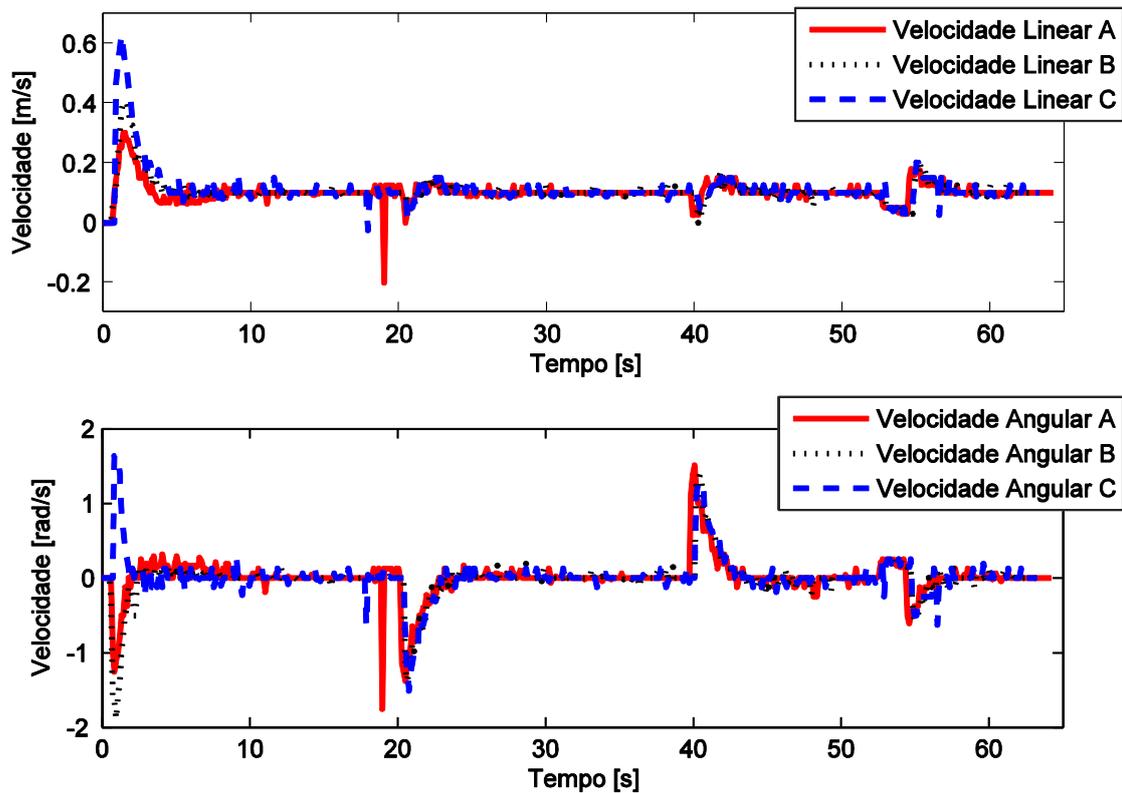
Figura 43 – Rastreamento de trajetória do robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 44, são apresentadas a velocidade linear e a angular obtidas na saída do robô. Devido ao erro de estado inicial, as velocidades lineares (A, B e C) possuem um pico inicial, mas logo estabiliza em torno de 0.1m/s, outras duas variações são observadas após os 20 e 40s devido às mudanças de orientação na trajetória, e próximo de 53 segundos ocorre outra variação devido ao distúrbio aplicado ao robô. A velocidade angular observada na mesma figura converge para zero após os transitórios iniciais e no instante 20s tem um pico negativo devido ao esforço do robô para girar no sentido horário, no instante 40s outro esforço do robô agora no sentido anti-horário gera um pico positivo, o distúrbio no instante 53 segundos gera uma velocidade angular negativa enquanto a roda esquerda está parada, porém, no momento em que cessa o distúrbio, um pico positivo é observado devido ao esforço do robô para retornar à trajetória.

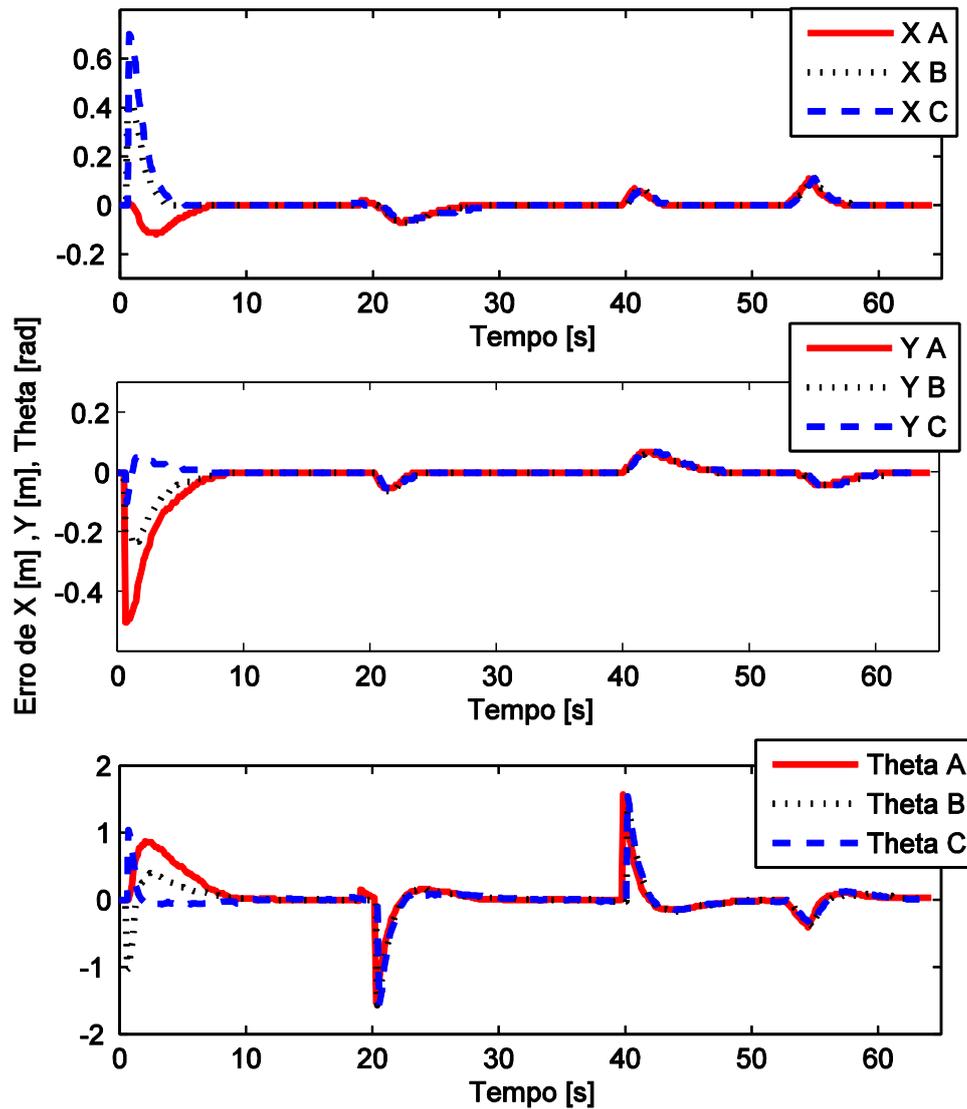
Figura 44 – Saídas  $v$  e  $\omega$  do robô real para o rastreamento da trajetória



Fonte: Elaborada pelo autor.

O erro de postura converge para zero depois das variações transitórias do erro de estado inicial e outras variações são observadas devido às mudanças de postura aplicadas na trajetória de referência. É importante salientar que, nos dois instantes em que a referência sofreu mudança na orientação (1,57 radianos), o robô obteve o mesmo desempenho para retornar para a trajetória desejada, como mostram os picos no valor do erro de Theta nos instantes 20 e 40 segundos, respectivamente.

Figura 45 – Erro de postura do robô no seguimento da trajetória



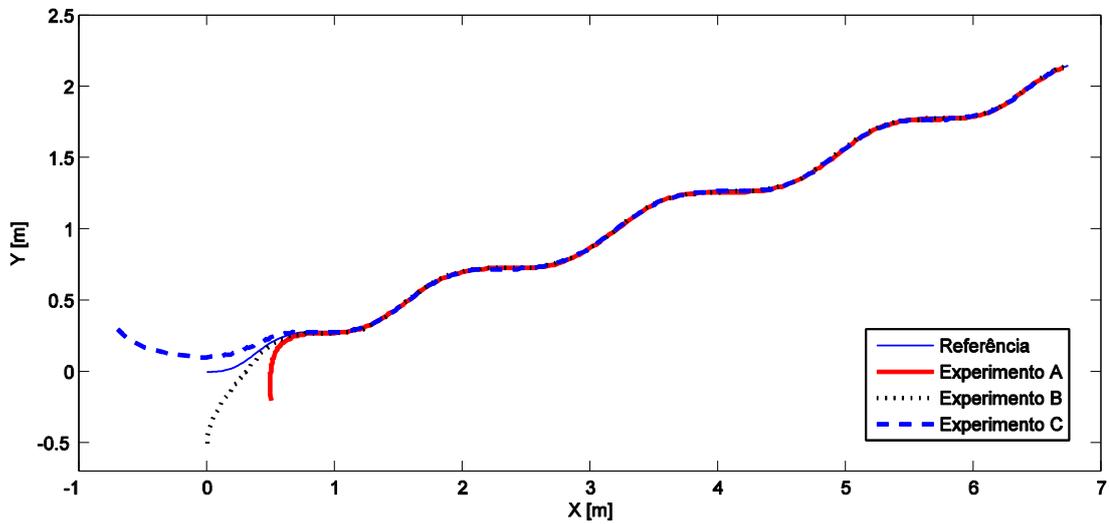
Fonte: Elaborada pelo autor.

A quarta trajetória utilizada para os experimentos é a mesma utilizada na simulação mostrada na Figura 25. Os experimentos no robô real foram feitos utilizando as mesmas configurações aplicadas à simulação, os resultados são mostrados na Figura 46.

As velocidades linear e angular são apresentadas na Figura 47 e mostram as características da variação realizada pelo robô real no seguimento da trajetória. A velocidade linear tem um rápido crescimento devido aos erros iniciais aplicados, e após diminuir o pico, devido às não-linearidades da trajetória de referência à velocidade, tem um comportamento de crescimento até os 20 segundos e novamente começa a diminuir após os 20 segundos. A velocidade angular mostrada na parte inferior da mesma Figura possui valores distintos no

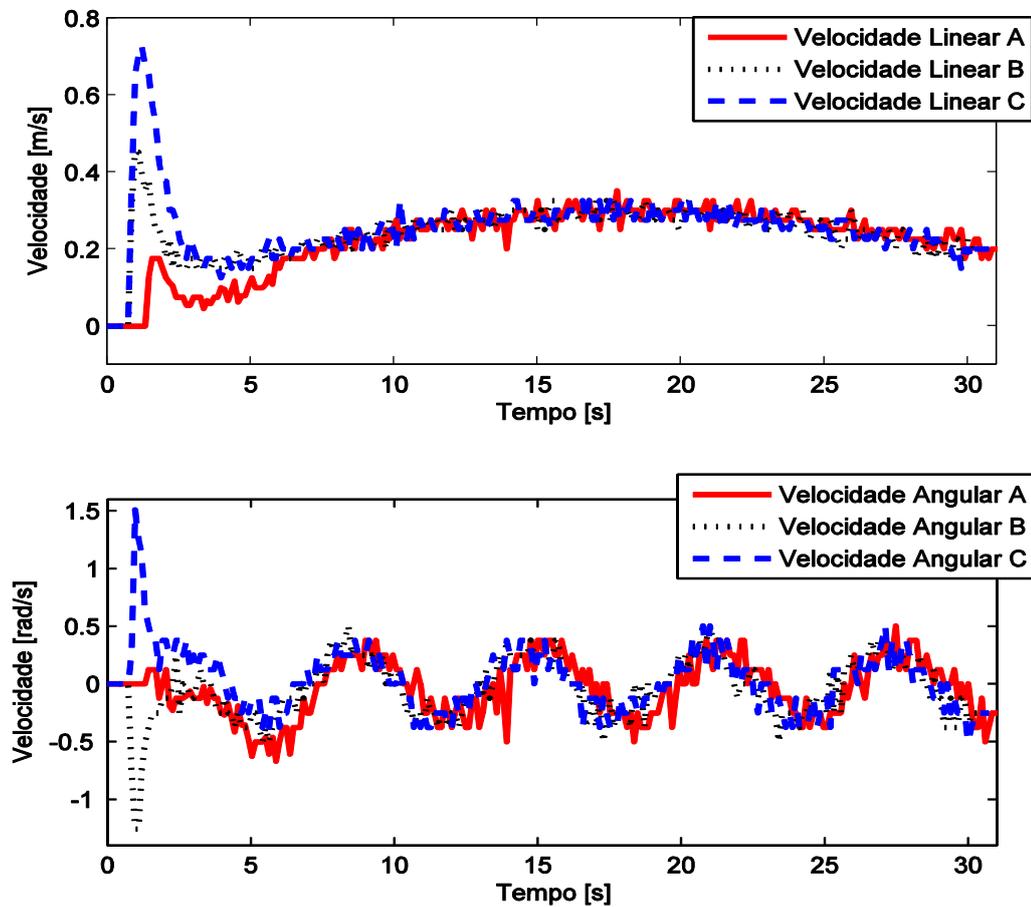
início, pois os valores iniciais de orientação do robô são diferentes; no entanto, após o robô atingir a trajetória, os valores estabilizam em forma de uma senoide.

Figura 46 – Seguimento de trajetória de referência pelo robô real



Fonte: Elaborada pelo autor.

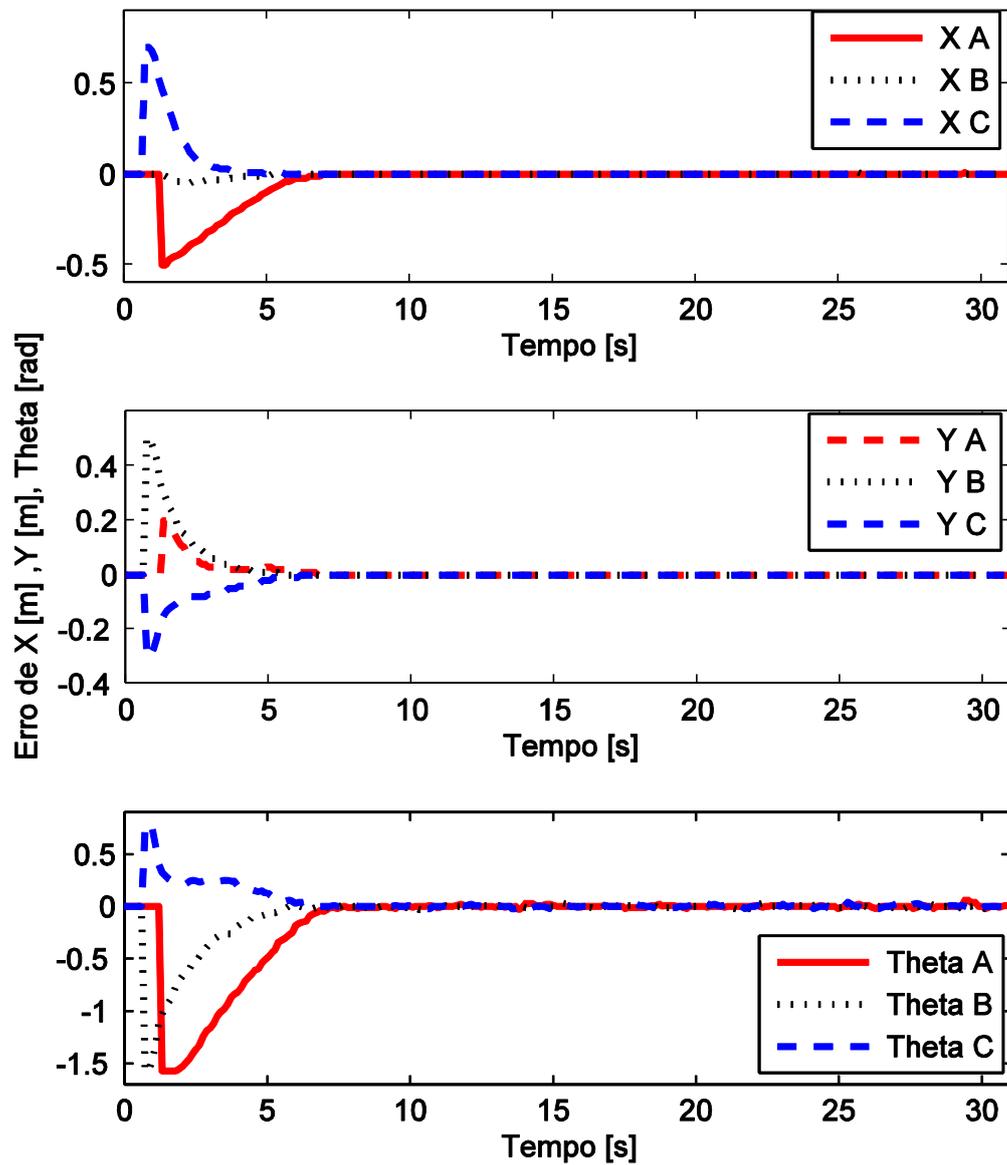
Figura 47 – Velocidades linear e angular do robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os erros de posição e orientação mostrados na Figura 48 convergem para valores próximos de zero após os transitórios causados pela diferença nas posturas iniciais, estabilizando em valores próximos de zero, o que significa que o robô segue a trajetória de forma satisfatória.

Figura 48 – Erro das variáveis de posição e orientação do robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

## **5.5 Conclusões do capítulo**

Os resultados experimentais obtidos nos testes com o robô real mostraram que o robô executou as trajetórias de forma eficiente, os erros apresentados foram compatíveis com os mostrados na simulação do capítulo anterior.

Foram observados ruídos resultantes da odometria dos encoders nos sinais das velocidades linear e angular, assim como no sinal dos erros de posição e orientação do robô real, porém os resultados foram satisfatórios.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram apresentados os conceitos de posição e orientação de um corpo rígido e suas aplicações na robótica, estudando as características de posição e orientação do robô em relação a um sistema cartesiano XY.

O projeto do controlador de trajetória para o robô móvel considera que um robô imaginário (com as mesmas características do robô real) segue idealmente a trajetória de referência, desde que não existam obstáculos ou erros de estado inicial; além disso, cabe denotar que o robô real possui erros de posição e orientação em relação ao robô ideal. Por meio da linearização do erro em torno de um ponto de operação e dos valores dos ganhos do controlador calculados por meio de posicionamento de polos, os erros entre as duas posturas são levados a zero.

Os resultados obtidos na simulação mostram que o controlador desenvolvido converge para a trajetória de referência, considerando diferentes trajetórias de referência e posições iniciais distintas.

Valores diferentes das variáveis de ajuste do controlador foram testadas, sendo adotados os valores de  $\zeta = 0,9$  e  $g = 30$  para a simulação das demais trajetórias e os experimentos no robô real.

Foram utilizados valores diferentes para a velocidade linear e para a angular na geração das trajetórias.

O robô retornou à trajetória de referência após cessarem os distúrbios aplicados, seja na velocidade da roda direita ou da roda esquerda.

A diferença na postura inicial entre a trajetória de referência e o controlador, as mudanças instantâneas na orientação da trajetória de referência e os distúrbios aplicados ao controlador sugerem que o controlador é eficaz para aplicações em um robô real.

Os resultados experimentais obtidos nos testes com o robô real mostraram que o robô executou as trajetórias de forma eficiente, os erros apresentados foram compatíveis com os mostrados na simulação.

Foram observados ruídos resultantes da odometria dos encoders nos sinais das velocidades linear e angular, assim como no sinal dos erros de posição e orientação do robô real, porém os resultados foram satisfatórios.

Os resultados experimentais obtidos no robô real foram bem próximos dos resultados obtidos na simulação, o que indica que o modelo de simulação proposto representa

de forma satisfatória o robô real desenvolvido, mesmo considerando-se as incertezas de modelagem e ruídos de medição.

Os resultados apresentados durante os erros de estado inicial do robô, nas mudanças instantâneas de orientação da trajetória de referência e na aplicação dos distúrbios no robô, denotam que o controle desenvolvido é adequado para rastreamento de trajetória deste tipo de robô em ambientes livres de obstáculos.

A fim de minimizar efeitos de derrapagem das rodas durante o seguimento de trajetórias, foram utilizadas trajetórias de referência com valores de velocidades linear e angular baixos (abaixo de 0,3 m/s). Tal especificação se deve ao fato de que, na estratégia de estimação de postura via odometria por *encoder*, derrapagens nas rodas não são detectadas, ocasionando um erro de rastreamento.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, F. V. (2011). **Estudo comparativo aplicado ao planejamento**. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. **Automatic tuning of pid controllers**. Instrument Society of America, 1988.
- BALABAN, E.; NARASIMHAN, S. A mobile robot testbed for prognostics-enabled autonomous decision making. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE PROGNOSTICS AND HEALTH MANAGEMENT SOCIETY, **Proceeding**, 2011, p. 15.
- BARRIENTOS *et al.* **Fundamentos de robótica**. Madrid: McGraw-Hill, 1997.
- BIANCHI, R. A. C *et al.* **Comportamentos reativos para seguir pistas em um robô móvel guiado por visão**. São Paulo: USP. Disponível em: <<http://fei.edu.br/~rbianchi/publications/sbai2001-usp.pdf>> Acesso em 20 fev. 2016.
- BLAZIC, S.; BERNAL, M. **Trajectory tracking for nonholonomic mobile**. Preprints of the In: 18th IFAC WORLD CONGRESS. Milano: Italy, 2011, p. 5938-5943.
- CAMPION, G.; BASTIN, G.; D'ANDREA-NOVEL, B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. **Transactions on Robotics and Automation**, 1996, v. 12, n 1, p. 47 - 62. Disponível em: <<http://perso.uclouvain.be/georges.bastin/paper37.pdf>> Acesso em: 20 fev. 2016.
- CORKE, P. **Robotics, vision and control**. Berlin: Springer, 2011.
- CRAIG, J. J. **Introduction to robotics: mechanics and control**, 3/E. [S.L.]: Pearson Education, 2008.
- CUNHA, M. D. **Avaliação de técnicas de identificação e controle l<sub>p</sub>v em um robô móvel**. Fortaleza, 2014.
- DE LUCA, A.; ORIOLO, G.; VENDITTELLI, M. **Control of wheeled mobile robots: An Experimental Overview**. Roma, Italy: Università degli Studi di Roma, 2001.
- FIGUEIREDO, L. C.; JOTA, F. G. Introdução ao controle de sistemas não-holonômicos. **Revista Controle & Automação**, 2004, v.15, n.3, p. 243-268.
- FREESCALE SEMICONDUCTOR, I. (s.d.). FRDM-K64F Freedom Module User's Guide. **Freescale Semiconductor**, 2014, v. 1, n 4, p. 1 – 20. Disponível em <[https://developer.mbed.org/media/uploads/GregC/frdm-k64f\\_ug\\_rev0.1.pdf](https://developer.mbed.org/media/uploads/GregC/frdm-k64f_ug_rev0.1.pdf)> Acesso em 01 fev. 2016.
- GUIMARÃES, F. D. **Desenvolvimento de robô móvel utilizado para exploração de ambientes hostis**. São Caitano do Sul, Brasil, 2007.

KANAYAMA, *et al.* A Stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In: IEEE CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, **Proceedings**, 1990, p. 384-389.

KLANCAR, G.; MATKO, D.; BLAZIC, S. Mobile robot control on a reference path. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON, MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION. [S.L.: S.N.], 2005, **Proceedings**. 2005, p. 1343-1348.

KLANCAR, G.; MATKO, D.; BLAZIC, S. Mobile robot control on a reference path. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON, MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION. [S.L.: S.N.], **Proceedings**, 2005. p. 1343 –1348.

K-TEAM. **The Khepera Robot**, 2012. Disponível em: <<http://www.k-team.com>> Acesso em jun. 2016.

LAGES, W. F. **Modelagem cinemática e dinâmica**. Porto alegre, Brasil, 2013.

LUCA, A.; ORIOLO, G.; M. VENDITTELLI. **Control of wheeled mobile robots: An experimental overview**. Springer-Verlag, 2001.

MEDEIROS, A. *et al.* **Robótica móvel**. São Paulo: LTC, 2015.

MELO, L. **Proposta de um simulador virtual para sistema de navegação de robôs móveis utilizando conceitos de prototipagem rápida**. São Paulo, Brasil: UNICAMP, 2007.

OGAWA, M. A. **Controle preditivo aplicado ao seguimento de trajetórias**. 86f. 2014  
Dissertação (Mestrado) – curso Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

PROBST, G. M.; MELO, D. F.; ROLOFF, M. L. Openvisionbot - pesquisa e desenvolvimento de uma plataforma robótica móvel aberta. In: 9th IEEE/IAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS (INDUSCON) São Paulo, [S.L.: S.N.], **Anais**, 2010, p. 1-6.

ROBOTEQ. **High performance dual channel brushed dc motor controller with usb, encoder inputs and can interface**, 2011. Disponível em: <<http://www.roboteq.com/index.php/docman/motor-controllers-documents-and-files/documentation/datasheets/hdc24xx-datasheet/60-hdc24xx-datasheet/file>> Acesso em 10 fev. 2016.

SECCHI, H. A. **Una introducción a los robots móviles**. San Juan, Argentina, 2008.

SICILIANO, B. **Robotics modeling, planning and control**. London: Springer, 2009.

SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I. R. **Introduction to autonomous mobile robots**. London: Bradford Book, 2004.

THRUN, S.; FOX, D. **Probabilistic robotics**. Cambridge: MIT Press, 2005.

## APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DO HARDWARE DO ROBÔ MÓVEL

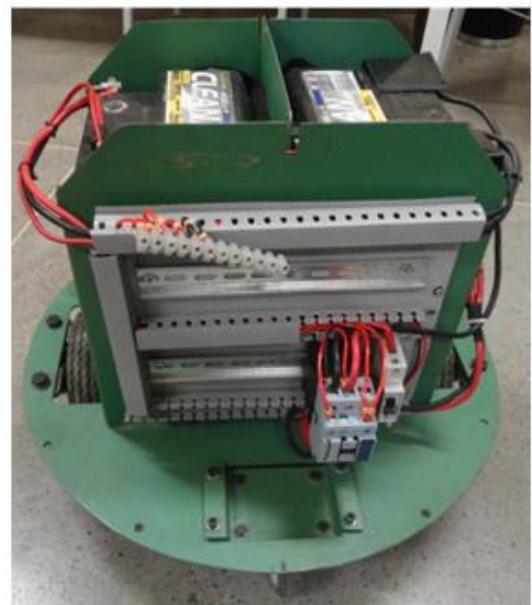
### ➤ Descrição da estrutura interna do robô

Os aspectos físicos da parte estrutural interna do robô são apresentados na Figura 49. Nela, podem ser observados diversos componentes, tais como: driver, bancos de baterias, circuito de comando e proteção, circuito de controle e outros.

Figura 49 – Aspectos físicos do robô. a) Lado do controlador b) Lado do painel de controle



(a)



(b)

Fonte: Elaborada pelo autor.

### ➤ Descrição das rodas do robô móvel

Os principais fatores que caracterizam a mobilidade dos robôs terrestres com rodas são dois: o tipo das rodas e a forma de acoplamento destas com a estrutura mecânica do robô.

A orientação das rodas em relação à estrutura pode ser fixa ou variável e assume-se que, durante o movimento, o plano da roda se mantém vertical e as rodas giram sempre ao redor de seus eixos (horizontais).

As classes de rodas existentes são basicamente duas: a convencional e a sueca (*swedish wheel*). Em ambas, supõe-se que o contato entre a roda e o terreno se reduz a um único ponto de contato

As rodas convencionais podem se dividir em três tipos: roda fixa, roda orientável centralizada e roda orientável não-centralizada (roda louca) esta também é conhecida como roda castor (*castor Wheel*) (SECCHI, 2008)

A mesma classificação de rodas para robôs móveis é também apresentada em Lages (2013), que concorda com Secchi (2008) com relação ao nome das rodas convencionais, porém, para a segunda classe, nomeia-as como Universais.

Para uma roda convencional, supõe-se que o contato entre a roda e o terreno satisfaz a condição de rotação pura sem deslizamento. Isso significa que a velocidade do ponto de contato é igual à zero, portanto o componente de velocidade paralela e ortogonal ao plano da roda são nulas (SECCHI, 2008; LAGES, 2013).

Um outro estudo sobre rodas para robôs móveis é feito em (SIEGWART; NOURBAKHSI, 2004)

As rodas utilizadas no robô são de dois tipos: tipo convencional fixa responsáveis pela tração do robô e roda orientável não centralizada que tem a função de estabilização física do sistema no plano, o modelo das rodas é mostrado na Figura 50.

Figura 50 a) Roda fixa. b) Roda orientável não centralizada.



(a)



(b)

Fonte: Elaborada pelo autor.

### ➤ Encoders

Os dois encoders utilizados no robô para fazer a leitura de velocidade das duas rodas são do tipo incremental, com eixo vazado e resolução de 1024 pulsos, suas principais características são mostradas no Quadro 7.

Quadro 7 – Características do Encoder Incremental Hohner serie 44V

<b>Características Mecânicas</b>	
Base e tampa	Alumínio
Eixo	Aço Inox
Rolamentos	6901ZZ
Peso	0,2 KG
Grau de Proteção (padrão) Rotação máxima 3000RPM	IP 54
Carga Radial = Carga Axial	15KG
<b>Características Elétricas</b>	
Alimentação	5 à 28 Vdc
Temperatura de operação	80 mA
Corrente máxima por saída	20 mA
Corrente total máxima	130 kHz
Frequência máxima	-10 à +80°C
Pulso por giro	0001 até 1024

Fonte: Adaptado do manual do fabricante.

Na Figura 51, é mostrada uma foto de um dos encoders.

Figura 51 – Encoders utilizados no robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

➤ **Motor com caixa de redução**

São utilizados motores do tipo CC com caixa de redução, com eixo de saída GPB da fabricante KMS e são responsáveis pela tração diferencial do sistema. O Quadro 8 mostra as principais especificações do conjunto motor-redutor.

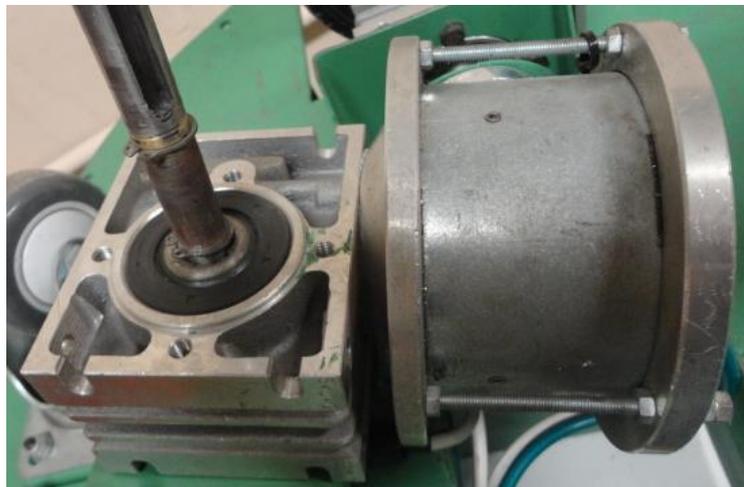
Quadro 8 – Características do sistema motor-redutor

Características do redutor	
Modelo	MR-3
Redução	1:15
Posição Eixo de Entrada e Saída	90 Graus
Tipo de Entrada	Simplex
Eixo de Saída	Eixo de 14mm
Lubrificação	Óleo permanente
Características do motor	
Tipo	Convencional
Rotação de saída do conjunto	166 RPM
Torque de saída	18Nm
Tensão de alimentação	12V
Potência nominal	210W

Fonte: Adaptado do manual do fabricante.

A Figura 52 apresenta o modelo destes motores e sua respectiva caixa de redução.

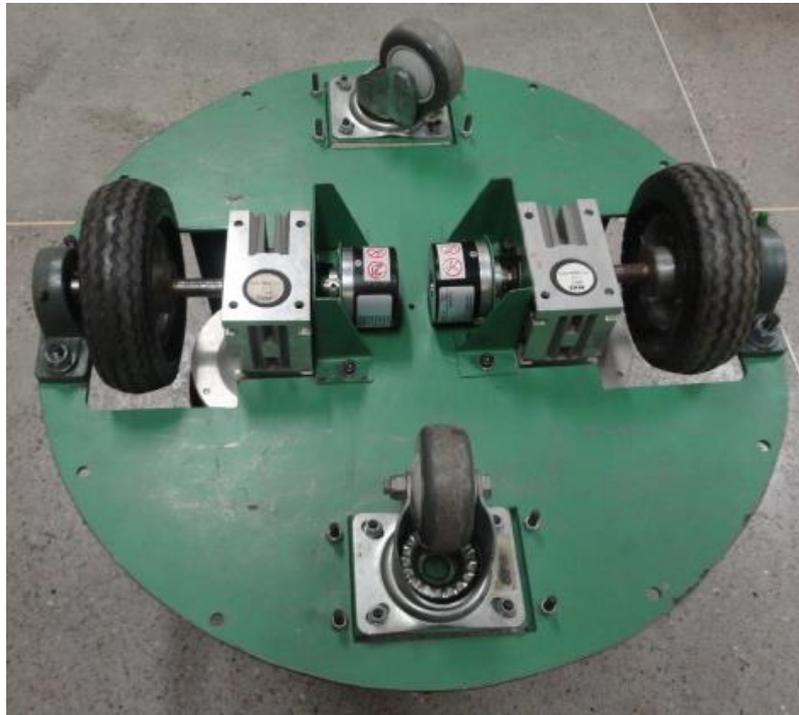
Figura 52 – Motor com redutor, utilizados no robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os componentes vistos até este momento foram montados na estrutura do robô conforme mostrado na Figura 53.

Figura 53 – Vista inferior da montagem da base do robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

### ➤ **Driver de Acionamento**

O driver tem a função de acionamento dos motores CC responsáveis pela tração do robô, podendo controlar 2 motores de até 150A, independentes e simultaneamente por meio de malha aberta ou fechada para as grandezas de velocidade e/ou posição. No caso de malha fechada, o controle é feito por meio de controladores PI, sendo necessário somente configurar o driver e inserir os valores dos ganhos proporcional, integral, mais características da malha de controle por meio deste driver serão apresentadas no próximo capítulo.

A Figura 54 mostra o driver, na qual em (a) é possível observar os cabos de alimentação e de saída para os motores, em (b) são apresentadas as conexões para comunicação e controle, as principais são: USB, RS232, entrada e saída analógica, por pulso, barramento CAN, entre outras cujo detalhamento e formas de implementação são encontradas em (<http://www.roboteq.com/>).

Figura 54 – Driver para o acionamento do robô

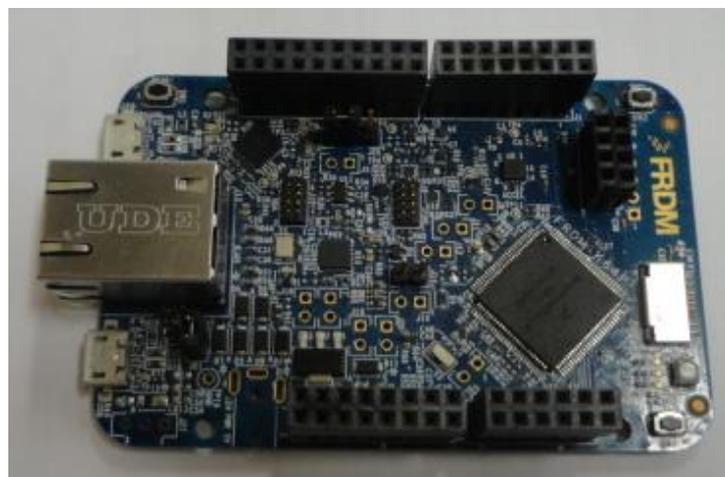


Fonte: Elaborada pelo autor.

#### ➤ Placa de controle FRDM K64F (Freedom K64F)

Para o circuito de controle do robô foi utilizada a placa FRDM K64F que possui processador de 32 bits ARM® Cortex®-M4 podendo operar com frequência até 120MHz, possui unidade de ponto flutuante e DSP (*Digital Signal Processor*) que significa processamento digital de sinal, possui 256Kb de Ram e 1MB de memória flash. Outras características importantes são os diversos periféricos integrados: comunicação serial, USB, barramento CAN, Ethernet, acelerômetro de 3 eixos, magnetômetro e outros, os quais podem ser verificados de forma detalhada em (Freescale Semiconductor, 2016), a Figura 55 mostra a placa acima citada.

Figura 55 – Placa ARM® Cortex®-M4



Fonte: Elaborada pelo autor.

➤ **Contator e disjuntor termomagnético**

Para a manobra da potência necessária ao pleno funcionamento do driver um contator tripolar foi implementado, cuja suas principais características são: acionamento CC em 24V, saída de potência CC até 100V/40A. Para a proteção da corrente do circuito, um disjuntor monofásico termomagnético com proteção para correntes de 40A foi aplicado. A Figura 56 ilustra estes componentes, vê-se, à esquerda, o contator, e, à direita, o disjuntor termomagnético.

Figura 56 – a) Contator tripolar e disjuntor monofásico



Fonte: Elaborada pelo autor.

➤ **Banco de Baterias**

A fonte de energia do sistema é disponibilizada em tensão de 24 VCC, sendo composta de duas baterias do tipo chumbo ácido de 12V/45Ah, ligadas em série. A Figura 57 mostra o banco de baterias utilizado no robô.

Figura 57 – Banco de baterias do robô



Fonte: Elaborada pelo autor.

### ➤ Circuito de comando e proteção

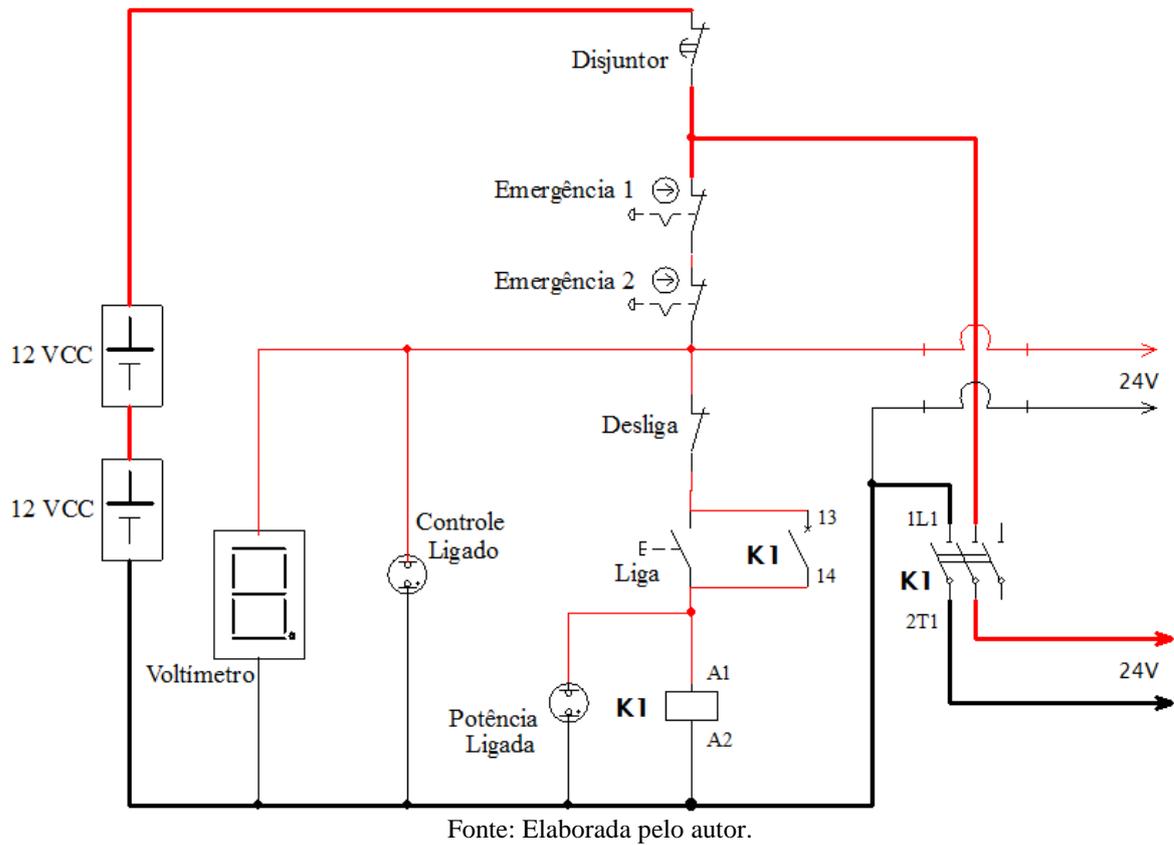
O circuito de comando e proteção tem a função de distribuir a energia disponibilizada pelo banco de baterias para o driver e o conversor CC/CC, este último irá alimentar as placas que farão o processamento dos algoritmos de controle de trajetória do robô.

A Figura 58 mostra o circuito de comando, em que a malha externa, representada por uma linha de maior espessura, disponibiliza energia para o driver, enquanto que as malhas internas são responsáveis pelo acionamento do circuito e envio de energia para o conversor CC/CC.

Na malha externa, o conjunto de baterias de 24V é protegido contra sobrecorrente por disjuntor termomagnético que, por sua vez, ao ser ligado faz com que a tensão chegue ao contato tripolar de entrada do contator K1. Nas malhas internas, tem-se inicialmente duas chaves de emergência que, estando em repouso, e com o disjuntor acionado, disponibilizam energia para o voltímetro digital, aciona o sinalizador de controle ligado, energiza o circuito de alimentação do conversor CC/CC e o circuito do botão de partida caso o botão desliga esteja em repouso. Ao apertar o botão de partida, a bobina do contator K1 é energizada por meio dos contatos A1 e A2, fechando o contato de selo (13 e 14) e ativando o circuito tripolar de K1 representado pelos contatos 1L1 e 2T2. Ao apertar o botão desliga, o contator é desenergizado e somente ao apertar o botão de emergência o sistema desliga por completo. Esta configuração da alimentação do circuito para CC/CC depende apenas das chaves de

emergências e do disjuntor, e tem por objetivo manter as placas de controle acionadas mesmo que o circuito do driver por meio de K1 esteja desligado.

Figura 58 – Circuito de comando e proteção



**APÊNDICE B – ARTIGOS PUBLICADOS OU ACEITOS PARA PUBLICAÇÃO**

<b>ARTIGO PUBLICADO</b>	<b>Trajectory Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robot with Differential Drive, Argencon, IEEE, 2016.</b>
	Autores: Rigoberto Luis Silva Sousa; Marcus Davi do Nascimento Forte; Fabrício Gonzalez Nogueira; Bismark Claire Torrico.
<b>ARTIGOS ACEITOS PARA PUBLICAÇÃO.</b>	<b>Modelagem e controle de trajetória de um robô móvel não-holonômico, CONEM, 2016.</b>
	Autores: Marcus Davi do Nascimento Forte; Rigoberto Luis Silva Sousa; Thiago Diniz Lobo; Fabrício Gonzalez Nogueira; Bismark Claire Torrico.
	<b>Controle de trajetória de robôs móveis não holonômicos com uso de CDM, CONEM, 2016.</b>
	Autores: Rigoberto Luis Silva Sousa; Francisco Vanier Andrade; Fabrício Gonzalez Nogueira; Bismark Claire Torrico.