



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**ANTONIO MARCOS DA COSTA SILVANO**

**O DESENVOLVIMENTO DE REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS EM *SOFTWARE***  
**EDUCATIVO PARA FACILITAR SIGNIFICATIVA E COLABORATIVAMENTE A**  
**CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS**

**FORTALEZA**

**2011**

ANTONIO MARCOS DA COSTA SILVANO

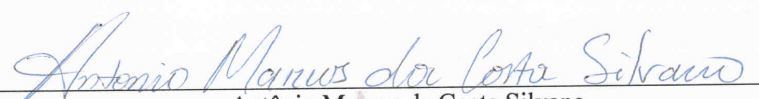
**O DESENVOLVIMENTO DE REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS EM *SOFTWARE*  
EDUCATIVO PARA FACILITAR SIGNIFICATIVA E COLABORATIVAMENTE A  
CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS**

Dissertação de Mestrado apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal do Ceará, como exigência para o título de MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, sob a orientação do Professor Dr. Júlio Wilson Ribeiro.

**FORTALEZA**

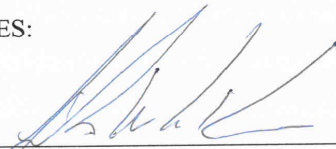
**2011**

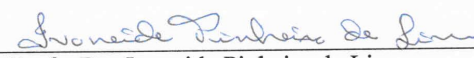
Esta Dissertação foi aprovada como parte dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, onde na Biblioteca de Ciências e Tecnologia/UFC encontra-se à disposição dos interessados.


  
Antônio Marcos da Costa Silvano

DISSERTAÇÃO APROVADA EM: 09/12/2011

EXAMINADORES:

  
Prof. Dr. Júlio Wilson Ribeiro (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – UFC

  
Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima  
Universidade Estadual do Ceará – UECE

  
Profa. Dra. Marcilija Chagas Barreto  
Universidade Estadual do Ceará – UECE

*“O valor das coisas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis, pessoas incomparáveis.”*

**(Fernando Pessoa)**

## AGRADECIMENTOS

Ao amigo e Orientador professor Dr. Júlio Wilson Ribeiro, que acreditou em mim e não mediu esforços para a realização desse trabalho, por sua paciência e otimismo diante das dificuldades, sua sabedoria e seu exemplo de vida que não esqueci.

Ao professor Dr. Saddo Ag Almouloud pela co-orientação e as professoras Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima e Dra. Marcília Chagas Barreto por aceitarem compor a banca examinadora e contribuírem com suas sugestões para melhoria desse trabalho.

Aos professores Dr. Isaías Batista de Lima e Dr. Gêvane Cunha por ter contribuído na qualificação, com suas colocações pertinentes.

À toda a minha família, minha avó, minha querida mãe, meus irmãos e irmãs, tios e tias, primos e primas, sobrinhos e sobrinhas pelos incentivos e ensinamentos que me ajudaram a chegar a este momento.

À minha esposa, Veluza, pela dedicação e apoio nos momentos mais difíceis, por me incentivar durante essa caminhada, sobretudo, pela lição de amor que me dá e continuará dando durante a minha vida.

Aos meus filhos Juninho e Marcelinho pela alegria e carinho que sem eles tudo seria impossível concretizar este trabalho.

Aos professores do Mestrado profissionalizante ENCIMA, que fizeram nascer em mim à curiosidade e o desejo de querer saber mais e saber melhor.

A todos os colegas do Mestrado Profissionalizante ENCIMA pelos momentos árduos e inesquecíveis

Ao Núcleo Gestor da EEM Ana Facó, em especial ao Diretor Jailson Tavares Cruz e a coordenadora Jociane Maria Sousa pela compreensão e apoio.

Aos alunos do 3º anos que participaram e me inspiraram a realizá-la de forma significativa.

## RESUMO

As aplicações das funções matemáticas na vida cotidiana das pessoas têm uma relevância por ser um assunto de amplo espectro interdisciplinar, permeando várias áreas do conhecimento. No entanto, professores e alunos desenvolvem uma abordagem no processo de ensino e de aprendizagem desse conteúdo de forma instrucionista e assimilada de forma mecanicamente. Os indicadores da educação pública no Estado do Ceará revelam que muitos alunos concluem o ensino médio com dificuldades de aprendizagens de funções, especificamente de funções polinomiais quadrática, tanto no aspecto algébrico como na construção de sua representação gráfica. A presente pesquisa investiga de que modo o desenvolvimento de representações gráficas, através do uso de um *software* educativo, efetivado por alunos do ensino médio durante o percurso de uma prática pedagógica, pode facilitar a construção do conceito de funções polinomiais matemáticas. Para a realização da investigação, articulamos o uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot* e o processo de ensino e de aprendizagem de funções junto aos alunos participantes da pesquisa, que é predominantemente embasada na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, nos mapas conceituais de Novak e na proposta construtivista da espiral da aprendizagem de Valente. Assim, partimos para uma ação pedagógica, que foi concebida e desenvolvida junto a um grupo de 15 alunos dos 3º anos do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual de ensino, localizada no município de Beberibe, Ce. Para proceder ao desenvolvimento da prática pedagógica, o professor-pesquisador adotou uma abordagem de pesquisa qualitativa, exploratória e pesquisa-ação. Para efetivar a prática pedagógica da pesquisa, realizamos sete encontros, subdivididos em duas etapas, totalizando 21 horas-aula, sendo a primeira para promover a adaptação e motivação dos alunos, aplicação da entrevista e do questionário que objetivava diagnosticar os conhecimentos prévios dos mesmos. A segunda etapa visava a realização de aulas para revisar conhecimentos prévios, discutir aspectos ligados à metodologia de aprendizagem colaborativa e aplicação do *software Winplot* para trabalhar a construção da representação gráfica de funções junto aos alunos, quando foi utilizado o questionário da segunda etapa. Tal estratégia possibilitou o estabelecimento de trabalho colaborativo entre grupos de alunos e o professor-pesquisador, de modo a incentivar e promover o processo de interação do aluno com o computador, através de ciclos de ação, reflexão, depuração e nova-ação. Analisando os resultados coletados dos questionários, constatamos indícios de avanços na aprendizagem dos alunos na construção de conhecimentos

significativos, como também a consolidação de situações de aprendizagem, quando estes utilizaram o *software Winplot*. Concluímos haver indícios que a prática desenvolvida com o uso pedagógico do computador possibilitou aos alunos desenvolverem uma compreensão mais facilitadora e motivadora do conceito de função polinomial, com ênfase nas representações gráficas, o que incentivou a capacidade criativa, colaboração, reflexão e os estimulou para desenvolverem novas habilidades, favorecendo o estabelecimento de um processo educacional construtivista com o uso do computador.

**Palavras-Chave:** Educação matemática; Prática pedagógica; Uso pedagógico de *software* matemático; Aprendizagem significativa e colaborativa; Representação gráfica na aprendizagem; *Software* educativo *Winplot*; Função polinomial.

## ABSTRACT

The application of mathematical functions in everyday people's life has a relevance to be a subject of a broad interdisciplinary spectrum, permeating several knowledge areas. However, teachers and students develop an instructional approach to teaching and learning this content that is mechanically assimilated. The indicators of public education in the State of Ceará reveals that many students finish the high school having mathematics learning difficulties, specifically quadratic polynomial functions, both in the algebraic aspects and in the construction of its graphical representation. This research investigates how the development of graphical representations, using educational software, effected by high school students during the course of a teaching practice, can facilitate the construction of the mathematical concept of polynomial functions. To carry out the research, thinking in the students participants of the practice, we articulated the operational and pedagogical use of the educational software Winplot to the function teaching and learning process. The survey is strongly grounded in the Theory of Meaningful Learning of Ausubel, Concept Mapping of Novak and the constructivist approach according the Learning Spiral of Valente. So we left to a pedagogical action, which was designed and developed with a group of 15 students from the third years of high school and from a public state school located in Beberibe City, Ceará, Brazil. To proceed with the development of teaching practice, the teacher-researcher adopted the following research approach: qualitative, exploratory and action research. To carry out the practice of educational research, it was planned seven meetings, distributed in two phases, totaling 21 classroom hours. The first one deals with the student adaptation and motivation, the application of the interview and the questionnaire that was designed to diagnose students' prior knowledge. The second phase goals performs complementary classes sections, in order to review prior knowledge, discuss aspects of collaborative learning methods and to perform the application of software Winplot to the students develop the graphical representation of the second degree polynomial functions, according the second phase questionnaire. Such strategy enabled the establishment of collaborative work among students groups and the teacher-researcher, in order to encourage and promote the process of student interaction with the computer through cycles of action, reflection, deputation and new-action. Analyzing the results collected in the questionnaires we found evidence of advances in student learning in the construction of meaningful knowledge, as well as the consolidation of learning situations, when students used the software Winplot. We conclude there are evidences that the practice



with the pedagogical use of the computer allowed to students develop a more facilitating and motivating polynomial function concept, with emphasis on graphics representation, which encouraged creativity, collaboration, reflection and encouraged them to develop new skills fostering a constructive educational process with the use of the computer.

**Keywords:** Mathematics education; Pedagogical practice; Pedagogical use of mathematics software; Meaningful and collaborative learning; Graphical representation on learning; Educational software Winplot; Polynomial function.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> - Mapa conceitual representando a estrutura da presente Dissertação.....	30
<b>Figura 2</b> - Interação aprendiz – computador na situação de aprendizagem.....	36
<b>Figura 3</b> - Construindo gráfico com o <i>Winplot</i> .....	41
<b>Figura 4</b> - Modelo da assimilação da aprendizagem significativa de Ausubel.....	45
<b>Figura 5</b> - Modelo esquemático de mapeamento conceitual. Moreira e Masini, 2006.....	50
<b>Figura 6</b> - Modelo esquemático do conceito de um mapa conceitual. Okada, 2002.....	51
<b>Figura 7</b> - Modelo do mapa conceitual da função quadrática.....	52
<b>Figura 8</b> - Representação Gráfica da função Polinomial do Segundo Grau.....	67
<b>Figura 9</b> - Questão M1148SI do banco de itens do SPAECE/2009.....	68
<b>Figura 10</b> - Questão M120038AB do banco de itens do SPAECE/2010.....	69
<b>Figura 11</b> - Questão M1191AB do banco de itens do SPAECE/2009.....	69
<b>Figura 12</b> - Mapa Conceitual da classificação da Pesquisa.....	75
<b>Figura 13</b> - Mapa Conceitual das etapas da prática pedagógica da pesquisa.....	77
<b>Figura 14</b> - Comentários dos alunos Bia, Tiago, Adlane e Sabrina a respeito do plano cartesiano, relativo à pergunta: O que significa o eixo das abscissas e das ordenadas.....	84
<b>Figura 15</b> - Representações da função máquina de dobrar construído pelo aluno Nonato no quarto encontro da prática pedagógica da pesquisa.....	90
<b>Figura 16</b> - Gráficos da função do 1º grau construídos pelos alunos do primeiro grupo usando o <i>Winplot</i> .....	96
<b>Figura 17</b> - Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo $f(x) = ax^2$ construídos pelos alunos do segundo grupo usando o <i>Winplot</i> .....	98
<b>Figura 18</b> - Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo $f(x) = -ax^2$ construídos pelos alunos do terceiro grupo usando o <i>Winplot</i> .....	100
<b>Figura 19</b> - Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo $f(x) = x^2 + k$ construídos pelos alunos do quarto grupo usando o <i>Winplot</i> .....	102

<b>Figura 20</b> - Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo $f(x) = (x - k)^2$ construídos pelos alunos do quinto grupo usando o <i>Winplot</i> .....	104
<b>Figura 21</b> - Gráficos da função do 2º grau cuja lei do tipo $f(x) = a(x - m)^2 + n$ construídos pelos alunos do sexto grupo usando o <i>Winplot</i> .....	106
<b>Figura 22</b> - Enunciado da questão 8 direcionada aos alunos do 7º grupo da Pesquisa (Apêndice B).....	107
<b>Figura 23</b> - Solução da atividade 08 do questionário usando o <i>software</i> (Apêndice B).....	109

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b>	- Gráfico da Função Quadrática.....	40
<b>Gráfico 2</b>	- Níveis de proficiências dos alunos dos 3º anos do Ensino Médio – Ceará/2009.....	60
<b>Gráfico 3</b>	- Exemplo de um gráfico na Idade Média.....	62
<b>Gráfico 4</b>	- Gráfico das funções $f(x) = x^2$ e $f(x) = x^2 - 4$ construídos colaborativamente com o uso do <i>software</i> educativo <i>Winplot</i> , durante o quarto encontro da prática pedagógica da pesquisa.....	92
<b>Gráfico 5</b>	- Gráfico da função $f(x) = x$ construído no sexto encontro da prática pedagógica pelo grupo 01.....	94
<b>Gráfico 6</b>	- Gráfico da função $f(x) = x^2$ construído no sexto encontro da prática pedagógica pelo grupo 02.....	94

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Valor formativo, instrumental e científico.....	57
<b>Quadro 2</b> - Competências e Habilidades de matemática segundo os PCN.....	58
<b>Quadro 3</b> - Síntese das concepções de funções.....	64

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Forma de entrada de dados no <i>software Winplot</i> .....	40
<b>Tabela 2</b> - Respostas dos alunos a questões do tipo objetivas quando questionados sobre o uso do computador para fins educacionais (dados coletados do questionário – Apêndice A).....	82
<b>Tabela 3</b> - Respostas dos alunos quando questionados sobre os mapas conceituais – (dados coletados do questionário – Apêndice A).....	85
<b>Tabela 4</b> - Respostas dos 15 alunos quando questionados sobre as raízes da função – (dados coletados do questionário da primeira etapa - Apêndice A).....	86
<b>Tabela 5</b> - Atribuição de atividades por questão versus os grupos de alunos....	94

## LISTA DE SIGLAS

<b>ENEM</b>	Exame Nacional do Ensino Médio
<b>MEC</b>	Ministério da Educação
<b>SPAECE</b>	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará.
<b>SEDUC</b>	Secretaria de Educação Básica do Ceará
<b>SAEB</b>	Sistema de Avaliação da Educação Básica
<b>PISA</b>	Program for International Student Assessment
<b>PCN</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais
<b>OCNEM</b>	Orientação Curriculares Nacionais do Ensino Médio
<b>PCNEM</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
<b>UVA</b>	Universidade Estadual Vale do Acaraú
<b>TIC</b>	Tecnologia da Informação e Comunicação
<b>UFC</b>	Universidade Federal do Ceará
<b>RCB</b>	Referências Curriculares Básicos
<b>CAED</b>	Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação
<b>UFJF</b>	Universidade Federal de Juiz de Fora
<b>AVA</b>	Ambiente Virtual de Aprendizagem
<b>CVT</b>	Centro Vocacional Tecnológico
<b>UAB</b>	Universidade Aberta do Brasil

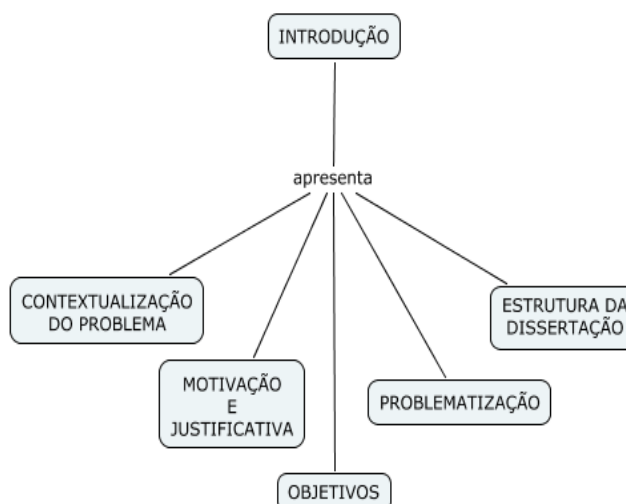
## SUMÁRIO

Lista de Ilustrações	
Lista de Gráficos	
Lista de Quadros	
Lista de Tabelas	
Lista de Siglas	
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>Motivação, Problemática e Justificativa.....</b>	22
<b>Objetivos.....</b>	28
<b>Estrutura da Dissertação.....</b>	29
<b>1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>32</b>
<b>1.1 O uso do Computador na Aprendizagem.....</b>	32
<b>1.2 O Construcionismo e a Teoria da Espiral da Aprendizagem de Valente .....</b>	35
<b>1.3 Teorias da Aprendizagem .....</b>	42
<i>1.3.1 Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.....</i>	42
<i>1.3.2 Mapas Conceituais de Novak.....</i>	49
<b>2. DESENVOLVIMENTO .....</b>	<b>54</b>
<b>2.1 O Ensino de Matemática .....</b>	54
<i>2.1.1 Educação Matemática .....</i>	55
<b>2.2 A Matriz Curricular de Matemática no Ensino Médio.....</b>	56
<i>2.2.1 Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará.....</i>	59
<b>2.3 O Ensino do Conceito de Função.....</b>	60
<i>2.3.1 Aspectos Históricos do Conceito de Função.....</i>	61
<i>2.3.2 A Função Polinomial do 2º Grau no Currículo Escolar do Ensino Médio.....</i>	65
<b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E DE INVESTIGAÇÃO.....</b>	<b>71</b>
<b>3.1 Classificação da Pesquisa.....</b>	71
<i>3.1.1 Quanto à natureza.....</i>	72
<i>3.1.2 Quanto à abordagem do problema.....</i>	72
<i>3.1.3 Quanto aos objetivos.....</i>	73
<i>3.1.4 Quanto aos procedimentos técnicos.....</i>	73
<b>3.2 Etapas e Momentos de desenvolvimento da Prática Pedagógica da pesquisa.....</b>	75
<i>3.2.1 Primeira Etapa da Prática Pedagógica.....</i>	75
<i>3.2.2 Segunda Etapa da Prática Pedagógica.....</i>	76
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>81</b>
<b>4.1 Análise e Diagnóstico dos subsunçores.....</b>	81
<b>4.2 Intervenções Baseadas na Aprendizagem Significativa Ausubeliana.....</b>	88



<b>4.3 Uso do Winplot para auxiliar a construção de gráficos de funções polinomiais do 2º grau.....</b>	<b>93</b>
<b>5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>110</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>116</b>
Apêndice A – Questionário da primeira etapa da prática pedagógica aplicado junto aos alunos participantes da pesquisa.....	116
Apêndice B – Questionário da segunda etapa da prática pedagógica aplicado junto aos alunos participantes da pesquisa.....	119
Apêndice C – Foto dos alunos durante o percurso da prática pedagógica no laboratório de informática.....	121
<b>ANEXOS.....</b>	<b>124</b>
Anexo A - Guia das aulas da prática pedagógica da pesquisa.....	124

## INTRODUÇÃO



Nas últimas décadas, os governos estaduais e federal vêm intensificando políticas educacionais no sentido de melhorar a qualidade da educação básica em suas redes de ensino. Entretanto, observa-se no cenário educacional que a qualidade da educação básica ainda está num patamar muito distante do ideal que se deseja. Os governos vêm promovendo avaliações externas com o objetivo de avaliar as habilidades e competências nas disciplinas de matemática e língua portuguesa através de exames padronizados que contemplam conteúdos considerados relevantes e indispensáveis à formação dos estudantes brasileiros. Dessas avaliações externas, destacamos o ENEM<sup>1</sup> instituído pelo MEC<sup>2</sup>, e o SPAECE<sup>3</sup> instituído pela SEDUC<sup>4</sup>.

Um grande desafio hoje no cenário educacional é melhorar o quadro da educação científica brasileira, tendo como ponto de partida combater os baixos níveis de desempenho alcançados pelos jovens no ensino básico nas avaliações realizadas por instituições nacionais e internacionais como o SAEB<sup>5</sup> e PISA<sup>6</sup>. Neste último, amargamos incômodos últimos lugares, num universo de bem mais de cinquenta países avaliados, reportando-se às áreas de ciências, matemática e idioma local (RIBEIRO *et al.* 2008, p.1).

Observamos que os resultados das avaliações do SPAECE, realizadas entre os anos de 2009 e 2010 nas escolas públicas de ensino médio, que, na escala de proficiência dos alunos na disciplina de matemática estão ao nível de proficiência “muito crítico” (CEARÁ, 2009). E que, não se tem inovado suficientemente na busca de se conceber novas estratégias pedagógicas para a superação desse problema, no qual os alunos apresentam uma explícita

<sup>1</sup> ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio.

<sup>2</sup> MEC – Ministério da Educação.

<sup>3</sup> SPAECE – Sistema Permanente de Avaliação da Educação do Ceará.

<sup>4</sup> SEDUC – Secretaria da Educação Básica do Ceará.

<sup>5</sup> SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica.

<sup>6</sup> PISA - Program for International Student Assessment.

deficiência na aprendizagem, principalmente quanto às competências e habilidades da matriz de referência que exige o domínio de conhecimentos que relacionam os eixos temáticos de números, operações, álgebra e funções.

Essa avaliação reúne os conteúdos através de uma matriz curricular básica a qual exige dos alunos o domínio das habilidades e competências relacionadas a esses conteúdos e tem a finalidade de avaliar a capacidade de resolver situações-problema contextualizadas e interdisciplinares.

Segundo Pontes (2010), para o aluno conseguir obter sucesso nas avaliações externas, tem de compreender fenômenos naturais e construir argumentações consistentes para elaborar soluções às questões propostas, utilizando-se do conhecimento adquirido na sua vida escolar e no dia-a-dia.

Porém, segundo os boletins pedagógicos do SPAECE (CEARÁ, 2009), na disciplina de Matemática, os resultados revelam que muitos alunos concluem o Ensino Médio com dificuldades de aprendizagens em conceitos fundamentais, interpretação, construção de gráficos, operações com números reais, entre outros procedimentos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), (BRASIL, 2002, p.111), de matemática destacam a importância e a necessidade do ensino de matemática promover competências e habilidades de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos essenciais à formação dos alunos, capacitando-os para compreender e interpretar situações, apropriando-se de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações.

Segundo as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCNEM), (BRASIL, 2006, p.69), o ensino de Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.

No contexto atual a escola não pode se limitar apenas ao ensino enciclopédico deve sobre tudo significar os conteúdos de modo aplicável a situações práticas do cotidiano dos alunos, valorizando o contexto cultural no qual está inserido utilizando as novas tecnologias de forma adequada à proposta pedagógica. Uma das metodologias é a Etnomatemática<sup>7</sup>, que por sua vez, busca trabalhar os conteúdos de matemática partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural.

---

<sup>7</sup> Etnomatemática – Arte de explicar matemática por meio de tudo que se refere à cultura (D’Ambrosio, 2001).

D'Ambrósio (1988) destaca que a Etnomatemática compreende que toda atividade humana resulta do meio em que está inserida, da realidade da qual o sujeito faz parte. Na etimologia da palavra etnomatemática já está implícito o seu significado (*etno* – algo amplo, referente à cultura, e portanto, inclui a linguagem, os códigos, os mitos e os símbolos; *matema* – explicar, conhecer; *tica* – vem de *techne*, que é a mesma raiz de arte e de técnica). Ou seja, poderíamos traduzir como a arte de explicar matemática por meio de tudo que se refere à cultura. D'Ambrósio destaca que,

(...) o essencial da etnomatemática é incorporar a matemática do momento cultural, contextualizada, na educação matemática. O raciocínio qualitativo seria essencial para se chegar a uma nova organização da sociedade, pois permitiria exercer crítica e análise do mundo em que vivemos. Deveria, sem qualquer hesitação, ser incorporado nos sistemas educacionais (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 44).

A utilização do computador no cenário educativo, cada vez mais favorece e subsidia a prática docente, inserindo novos recursos interativos e, facilitando assim a compreensão dos alunos concernente aos conteúdos disciplinares, contudo, sem estes recursos, haveria diversos obstáculos de aprendizagem no cenário escolar.

Pérez (2006) afirma que:

os desafios e complexidade que a atividade docente impõe aos profissionais do magistério atualmente exigem dos mesmos, um processo contínuo de atualização, reflexão e avaliação de seu trabalho, sendo necessário romper com a inércia de um ensino monótono e sem perspectivas, e, assim aproveitar a enorme criatividade potencial da atividade docente. (PÉREZ, 2006, p. 18).

O uso do computador como recurso pedagógico na educação matemática permite desenvolver os conhecimentos dos alunos e o professor passa a desenvolver mais recursivamente uma posição de mediador no aprendizado. A cada dia esta utilização vem sendo intensificada nas escolas, proporcionando pesquisas antes impossíveis, tornando-se um fator de estímulo na aprendizagem do aluno. No diálogo entre Freire e Papert (1996) sobre tecnologia e educação afirmam que:

(...) a minha questão não é acabar com a escola, é mudá-la completamente, é radicalmente fazer que nasça dela um novo ser tão atual quanto à tecnologia. Eu continuo lutando no sentido de pôr a escola à altura do seu tempo. E pôr a escola à altura do seu tempo não é soterrá-la, mas refazê-la. (FREIRE & PAPERT 1996).

As atividades propostas envolvendo o computador como suporte pedagógico na resolução de situações-problema, podem ser elemento essencial para o desenvolvimento de competências e habilidades, agregando fatores como motivação, reduzindo as dificuldades, construindo conhecimentos de modo a estabelecer relações entre a matemática e o mundo que vivemos.

Neste contexto, pretendemos realizar uma investigação sobre o uso de *software* educativo matemático como ferramenta de apoio pedagógico ao desenvolvimento e facilitação da aprendizagem significativa<sup>8</sup>, utilizando o *software* educacional *Winplot* para a construção da representação gráfica de funções polinomiais do 2º grau no plano.

Sobre o uso de *software* no ensino, as OCNEM (2006) comentam:

[...] Há programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Programas de expressão representam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o pensar matematicamente, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. (BRASIL, 2006, p. 88).

No ensino de funções polinomiais do 2º grau as principais dificuldades apresentadas pelo grupo de estudantes consistem em aplicar as diferentes formas de conceituação e representação gráfica. Este é um tema que evidenciaremos neste trabalho, sugerindo como recurso didático para esse fim, o uso das ferramentas computacionais.

Sobre o uso do computador na construção do conhecimento matemático os PCNEM comentam:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino da Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. [...] as funções da Matemática descritas anteriormente e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição de conhecimento matemático deve estar vinculado ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (BRASIL, 1999, p. 252)

Escolhemos o *software Winplot* por ser um importante recurso que nos permite construir diversos gráficos de funções num mesmo plano e ter uma interface amigável ao aluno, simples de manipulação, mas poderoso, podendo ser utilizado por professores e alunos do Ensino Fundamental e Médio.

O *Winplot* é um promissor *software* livre e gratuito que permite executar diversos comandos como, por exemplo, simular os gráficos de funções quadráticas manipulando os coeficientes da função. Além disso, é um *software* de caráter investigativo e pode ser usado nas aulas de matemática para facilitar a construção de novos conhecimentos dos alunos através das formas de representação da função polinomial do 2º grau.

O conteúdo de função polinomial do 2º grau foi escolhido por ser um tema relevante ao currículo do ensino básico e que os alunos demonstram ter grandes dificuldades

---

<sup>8</sup> Na Fundamentação Teórica será definida a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

na resolução de problemas que envolvem a construção de gráfico desta função, especificamente quanto à interpretação e a identificação de elementos notáveis como raízes, coordenadas do vértice, posição do gráfico em relação aos eixos coordenados, máximos ou mínimos, dentre outros.

Segundo os PCNEM (1999) as funções representam uma ferramenta muito importante para aplicação em situações concretas do dia a dia do contexto social dos alunos ou para inter-relações com outras disciplinas curriculares, como a física, química, biologia, economia e outras, proporcionando atividades em que os alunos possam perceber a sua importância na vida cotidiana enquanto estabelece relações com a Matemática Abstrata e que pode ser tratada no ensino de funções.

Re-enfatizando, no próximo sub-tópico apresentamos a motivação, justificativa e problemática da pesquisa.

#### - Motivação, Justificativa e Problemática

Durante minha infância, sempre estudei em escolas públicas, frequentadas por alunos de classe médio-baixa, essas escolas adotavam um rigor conteudista e disciplinar.

Nesse período, predominava o sistema de tele-ensino, ou seja, as aulas eram apresentadas por meio de vídeo-aula de cada disciplina e cada turma tinha um professor orientador de aprendizagem que exercia a função de mediador entre o saber e aprendizagem dos alunos. A metodologia das aulas era sempre a mesma, exibição da aula, percepção, leitura e aprofundamento, exercícios e correção. Muitas vezes os alunos ficavam com dúvidas, pois o orientador de aprendizagem não tinha formação específica nas áreas de ensino e não conseguia esclarecer satisfatoriamente os questionamentos levantados.

Ao concluir o antigo ensino de 1º grau, por não haver ensino médio público, fui obrigado a buscar uma vaga na escola particular, no caso, o Centro Educacional Desembargador Pedro de Queiroz, localizado na cidade de Beberibe, para cursar o ensino de 2º grau. Nesse período, em relação aos demais colegas de classe, sempre fui considerado como um aluno de desempenho escolar satisfatório e já colaborava com os demais colegas ministrando aulas de matemática nos grupos de estudos. Gradativamente, fui me motivando pelo ensino e aprendizagem das ciências exatas e isso me permitiu aprender e fixar mais facilmente os conteúdos verificando a sua aplicabilidade, adquirindo uma maior motivação pelas atividades escolares.

No decorrer do ensino médio, meu interesse por matemática só crescia e fui estimulado por um grupo de professores a ingressar na carreira do magistério, mesmo sem formação inicial específica para lecionar.

Iniciei na carreira de magistério ministrando aulas no Ensino Fundamental nas disciplinas de ciências e matemática, e posteriormente fui convidado a ministrar aulas de física e química no ensino médio, pois nesse período existia uma enorme carência de professores dessas disciplinas.

Em 1998 ingressei no curso de Licenciatura em Ciências – Habilitação Plena em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. O curso era direcionado a professores que não tinham formação superior na área do magistério. Na universidade, tive a função de monitor da turma e ministrava aulas para os colegas das disciplinas de cálculo, trigonometria e álgebra.

Conclui a graduação em 2002 e ingressei no curso de especialização no ensino de matemática pela mesma universidade. Ao ingressar no curso de especialização, na disciplina de Informática da Educação, me despertou o interesse de aplicar os recursos tecnológicos ao ensino de Matemática, usamos as ferramentas computacionais e *softwares* educativos, entre eles: *Cabri Geometre, Slogo e Winplot*.

A partir da disciplina, estabeleci contato com a informática educativa e suas aplicações em Matemática, enfatizando situações problema em matemática e construção de gráficos de funções, animações na tela do computador. Verifiquei que o ensino mediado por uso de tecnologias era muito atrativo aos alunos e isto facilitava a compreensão dos conteúdos trabalhados.

Desenvolvi assim uma nova visão, interesse e motivação pelo uso do computador, aliado ao processo de ensino e de aprendizagem de matemática para a superação dos obstáculos de aprendizagem dos alunos.

Na minha atuação de docência sempre procurei reforçar a aprendizagem dos meus alunos, com suporte pedagógico que facilitassem a compreensão dos temas estudados, seja através dos jogos ou através do uso das TIC<sup>9</sup>. O computador passou a ser um instrumento essencial à minha prática pedagógica, desde o momento do planejamento até a aplicação dos *softwares* educativos em sala de aula, entre eles, o *Winplot*.

Neste contexto, atuei como professor em formações continuadas de professores realizadas no Centro Vocacional Tecnológico de Beberibe em parceria com a Secretaria

---

<sup>9</sup> TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação.

Municipal de Educação. Nesses cursos observei a importância do uso dos recursos tecnológicos para a formação docente, com ênfase nos laboratórios de informática.

Desde a conclusão da especialização procurei me aprimorar na área de educação matemática com ênfase na utilização dos recursos tecnológicos. No ano de 2009 participei da seleção do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – UFC, na qual tive êxito. Cursei a disciplina intitulada de Ensino de Ciências e Matemática e na oportunidade conheci meu orientador. Neste curso para mim abriram-se os horizontes por conhecer novas práticas pedagógicas.

A partir desta disciplina, nos aprofundamos na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, nos mapas conceituais de Novak e nas aplicações das TIC nas ciências exatas, com especial atenção para o ensino de Matemática através de atividades construtivistas. Destacando-se as atividades construídas e experiência das que partilhei junto com colegas do curso, de modo colaborativo, através dos seminários e aulas práticas e teóricas.

No decorrer do curso de mestrado estabeleci uma convivência com outros colegas professores das áreas de ciências na natureza: biologia, física e química e, das práticas e técnicas pedagógicas usadas pelos professores em sala de aula. Esse ambiente de interação, cooperação e troca de experiência ampliaram minha visão acadêmica e pedagógica. Desse modo pude compreender de modo amplo como o computador, aliado à teoria da aprendizagem significativa ausubeliana, constitui uma ferramenta eficaz no processo de ensino e de aprendizagem em diversas atividades de pesquisa e aprendizagem na disciplina de matemática, em particular no estudo de funções quadráticas através dos conceitos e registros gráficos e algébricos, nas diversas situações problema onde exigem aplicações desses conceitos.

Ampliei a pesquisa por meio de leituras de livros, artigos, teses, dissertações e consultas na internet, como também nos momentos de orientação amadurecendo as concepções prévias do uso do computador aliado às teorias ausubelianas e aos mapas conceituais de Novak. Constatei que já havia inúmeros trabalhos realizados por professores com alunos do ensino básico e superior usando o computador como recurso didático com o objetivo de desenvolver nos alunos, habilidades e competências em atividades com foco no ensino do conceito de funções, construção de gráficos, tabelas, simulações e transformações com animação interativas de objetos no plano, de modo a facilitar a compreensão desses temas melhorando o desempenho desses alunos em situações de aprendizagem sócio-cultural.



Com a experiência e vivência que adquirimos em sala de aula, observamos que os alunos apresentam grande dificuldade nos conhecimentos relacionados com a função polinomial do 2º grau e isto pode ser confirmado pelos indicadores estatísticos dos testes do SPAECE (CEARÁ, 2010) que demonstram o baixo desempenho acadêmico dos alunos na disciplina de Matemática. Diante desta realidade, educadores matemáticos estão estudando as causas e as soluções relativas a essa problemática do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

A compreensão que temos em relação às dificuldades de aprendizagem dos alunos quando estão lidando com o estudo das funções polinomiais do 2º grau, sua representação algébrica e interpretação gráfica, pontos importantes como coordenadas dos vértices, suas raízes entre outros, é geralmente devido à metodologia de aulas adotadas pelos professores com ênfase em questões algébricas e abstrata, sem relacionar esse conhecimento, com os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva dos alunos, (chamado pela Teoria da Aprendizagem Significativa de subsunções), sem nenhuma relevância significativa em situações problemas de seu cotidiano e sem utilizar recursos tecnológicos adequados como instrumentos de ensino.

Ao observar o crescente interesse dos jovens por computadores e a introdução da informática educativa nas escolas, desenvolvemos o projeto dentro da linha de pesquisa Tecnologias digitais no Ensino de Ciências e Matemática, com a finalidade de fomentar o interesse de professores e alunos quanto ao uso de novas tecnologias do ensino de matemática, buscando superar as dificuldades e obstáculos que os estudantes enfrentam em compreender, de forma efetiva, conhecimentos matemáticos essenciais ao dia-a-dia. Utilizando como recursos os computadores e os *softwares* matemáticos capazes de aprimorar as competências/habilidades em matemática, proporcionar um diferencial qualitativo para a aprendizagem dos alunos, diminuir as dificuldades em sua aprendizagem ao mesmo tempo inserindo o uso das TIC como parte integrante do currículo e da disciplina de matemática. (RIBEIRO, *et al.* 2008).

O computador é uma ferramenta de grande potencial frente aos obstáculos inerentes ao desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, porque ele facilita o trabalho do professor, que sem essas ferramentas, seria cansativo e desestimulante realizá-lo com uso de papel e lápis. Valente (2006) afirma que o aluno utilizando o computador de maneira construtivista pode construir seu conhecimento, de modo

a criar, pensar, manipular informações e, a promoção de sua autonomia inerente ao processo educativo refletindo sobre sua aprendizagem.

Perrenoud (1999) preconiza que competência é a capacidade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos para solucionar com pertinência e eficácia as mais diversas situações que estão ligadas a contextos culturais, profissionais, condições sociais e tecnológicas. Assim, Perrenoud (1999) preconiza que competência digital é utilizar os instrumentos de multimídia já disponíveis, da mais simples às mais complexas e mais sofisticadas, de modo a facilitar as atividades dos alunos, consolidando a aquisição de novos conhecimentos.

Ainda sobre o desenvolvimento de competências e habilidades Ribeiro, 2008, destaca que:

(...) os alunos passem por uma mudança em suas concepções e desenvolvam novas competências e habilidades, visando lidar com diferentes estratégias e trabalhar novas situações de aprendizagem, onde o computador e o laboratório de experimentação científica estejam pedagogicamente integrados a tais realidades escolares (RIBEIRO, *et al.* 2008, p.3)

Ao investigarmos o uso das ferramentas computacionais, como os *softwares* educativos, aliados ao processo de ensino e de aprendizagem de matemática, propomos a construção de alternativas metodológicas para a superação das dificuldades de aprendizagem encontradas nos alunos quanto à aquisição de conhecimentos específicos das ciências da natureza, no caso, na disciplina de matemática.

Ao longo dessa caminhada, amadureci as experiências socializadas nas mediações, fui adquirindo novas concepções de ensino e de aprendizagem de matemática aliada ao uso do computador utilizando como suporte pedagógico *software* livre, disponíveis gratuitamente na internet para *download*.

Assim construímos uma proposta metodológica capaz de subsidiar a prática docente e intervindo na aprendizagem dos alunos quando estudam funções quadráticas – conceituação, construção e interpretação do gráfico da função – mediadas por recursos computacionais, no caso o *Winplot*, fundamentando-se teoricamente por meio da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Durante 05 (cinco) anos analisei e utilizei pedagogicamente o *Winplot* nas aulas de matemática que ministrei e isto facilitou a escolha do *software* para a pesquisa. Desde então pude estudar, pesquisar, aperfeiçoar e aprofundar técnicas para aplicação desse recurso em seções didáticas do ensino médio a fim de obter melhor resultado na aprendizagem dos

alunos. O uso do *Winplot* é bastante simples, dinâmico e prático, pois possibilita ao aluno simular situações gráficas de funções.

O *software Winplot*, é um recurso simples de ser manipulado, de fácil compreensão e de uma interface amigável. Outra razão é atender ao objetivo geral da pesquisa, favorecendo-se a construção da representação gráfica da função quadrática como parte integrante da conceituação dessa função, pois o *Winplot* é um *software* que tem a finalidade específica a plotagem de gráficos de funções no plano e no espaço.

Diante do exposto foi necessário fundamentar teoricamente a pesquisa utilizando os pressupostos teóricos da aprendizagem significativa de Ausubel (1968), os Mapas Conceituais de Novak (2006) e Teoria da Espiral da Aprendizagem de Valente (2006), apropriando-se de estratégias pedagógicas que facilitem o processo de construção de conhecimentos.

A teoria ausubeliana considera que para ocorrência da aprendizagem significativa o conteúdo deve ser potencialmente significativo e adequado à realidade do aluno valorizando o que ele já sabe, ou seja, seus conhecimentos prévios, para que possa construir novos conhecimentos contemplando uma aprendizagem eficaz.

Os Mapas Conceituais de Novak representam instrumentos que auxiliam a aprendizagem significativa tornando viável o mapeamento de conceitos organizados hierarquicamente que integra e articula aos conhecimentos sobre qualquer tema. O uso desse recurso facilita a compreensão de conceitos e estabelece meios para revisar o aprendizado (MOREIRA & MASINI, 2006).

A teoria da Espiral da Aprendizagem de Valente constitui um importante referencial teórico para se estabelecer as relações e ciclos de construção colaborativa de conceitos pelos alunos, a partir do uso das TIC. Essa teoria propõe uma abordagem pedagógica construtivista, na qual o aprendiz constrói seu conhecimento usando o computador por meio de um ciclo de ação, descrição, execução e depuração dos conhecimentos. Na fundamentação teórica argumentaremos de forma detalhada essa teoria.

A presente proposta compreende um conjunto de ações desenvolvidas pelo professor-pesquisador junto aos alunos e, envolve a construção de conhecimentos matemáticos de forma colaborativa associada ao uso das TIC, nos processos de ensino e aprendizagem, e a construção de conceitos de forma a integrar a teoria ausubeliana, os mapas conceituais ao desenvolvimento da aprendizagem cooperativa dos conceitos de funções

polinomiais do 2º grau. O professor-pesquisador participou ativamente de todos os momentos da execução da pesquisa. Tais características a classificam como pesquisa qualitativa.

Adianta-se que, na fase de realização da prática pedagógica da pesquisa participou um grupo composto por 15 alunos, pertencentes a turmas do 3º ano do ensino médio de uma escola pública localizada na zona urbana do município de Beberibe – Ce. Escolhidos os alunos, foram realizados 7 encontros semanais, divididos em 2 etapas, nas dependências do laboratório de informática do CVT<sup>10</sup> de Beberibe/Pólo da UAB<sup>11</sup>/UFC. Nos citados encontros, aplicamos os instrumentos de coletas de dados, questionários, entrevista, diálogos e registros das informações colhidas pelo professor-pesquisador e, ministramos aulas sobre os temas de aprendizagem de funções matemáticas da temática pesquisada.

Reporta-se ainda que, desde o início do processo de orientação desta pesquisa, usamos uma diversidade de recursos tecnológicos para mediar a interlocução e o trabalho telecolaborativo entre o orientador e orientado, entre os quais o Skype, fazendo-se o uso de teleconferência e auxílio da internet para envio simultâneo de arquivos de dados. Esta modalidade foi essencialmente predominante no processo de orientação, que fluía de forma muito dinâmica e eficaz, pois permitia, na modalidade *on-line*, se realizar amplas discussões e a imediata modificação e reenvio mútuo dos arquivos, inclusive em horários e dias quaisquer da semana, algumas vezes sem marcação prévia de encontros.

Tal estratégia praticamente desvinculou a necessidade de encontros presenciais e permitia, assim, se programar e realizar encontros de forma muito mais fácil. Fator considerado altamente contributivo, pois orientador e orientando residem em cidades distantes em torno de 90 Km.

Em menor escala, complementou-se a orientação e a pesquisa com o auxílio de telefone fixo e celular, computador, internet, e acessos ao AVA<sup>12</sup> Teleduc. O uso destes recursos facilitou a compreensão dos aspectos adotados na pesquisa e como poderíamos desenvolver uma metodologia mediada pelas TIC em ambiente informatizados.

A seguir, são elencados os objetivos da pesquisa.

#### - Objetivo Geral

---

<sup>10</sup> CVT – Centro Vocacional Tecnológico de Beberibe – órgão ligado à Secretária de Ciências e Tecnologia do Estado que ofertam cursos de formação técnica e superior através da UFC/UECE na modalidade semipresencial.

<sup>11</sup> UAB – Universidade Aberta do Brasil.

<sup>12</sup> AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem

- ✚ Investigar, de que modo o desenvolvimento de representações gráficas em um *software* educativo, efetivado por alunos do ensino médio durante o percurso de uma prática pedagógica, pode facilitar a construção do conceito de funções polinomiais matemáticas.

#### - Objetivos Específicos

- ✚ Avaliar o campo de conhecimentos prévios dos alunos, relativo ao conceito de função polinomial quadrática, através da aplicação de questionários interrogativos, utilizando-se suas representações gráficas.
- ✚ Na forma de uma pesquisa-ação, exploratória e qualitativa, estruturar e mediar a prática pedagógica junto aos alunos, baseando-se nos princípios da aprendizagem cooperativa e significativa ausubeliana e incentivando o uso de recursos gráficos do *software* educativo *Winplot*, de forma a favorecer a ressignificação do conceito de função quadrática.
- ✚ A partir dos dados coletados durante a realização da prática, analisar, junto aos alunos, em que medida o desenvolvimento colaborativo de representações gráficas de funções, no *software* educativo, influencia o processo de construção de conceitos matemáticos.

#### - Estrutura da Dissertação

Utilizamos um mapa conceitual (Figura 1) para representar a proposta de dissertação, usando uma hierarquia dos assuntos, partindo do geral para os mais específicos a fim de possibilitar ao leitor uma rápida compreensão da concepção da pesquisa realizada.

Segundo Okada (2008) o mapa conceitual, propicia uma representação sistêmica e hierarquizada de uma estrutura conceitual e suas diversas relações. Além disso, ele oferece uma forma de registro da informação mais flexível e dinâmica que a escrita tradicional de texto, que é lida numa forma linear, ou seja, sequências de palavras dispostas horizontalmente em linhas e lidas da esquerda para direita.

A interface gráfica de um mapa torna-se mais fácil para o usuário inter-relacionar e ressignificar conceitos, realizando uma navegação personalizada e uma leitura de forma não-linear, o que estimula: o desenvolvimento da reflexão crítica e emersão de novas relações e ressignificações conceituais, sem uma ordem predefinida. Tais características justificam a facilitação da aprendizagem através do mapeamento cognitivo (OKADA, 2008).

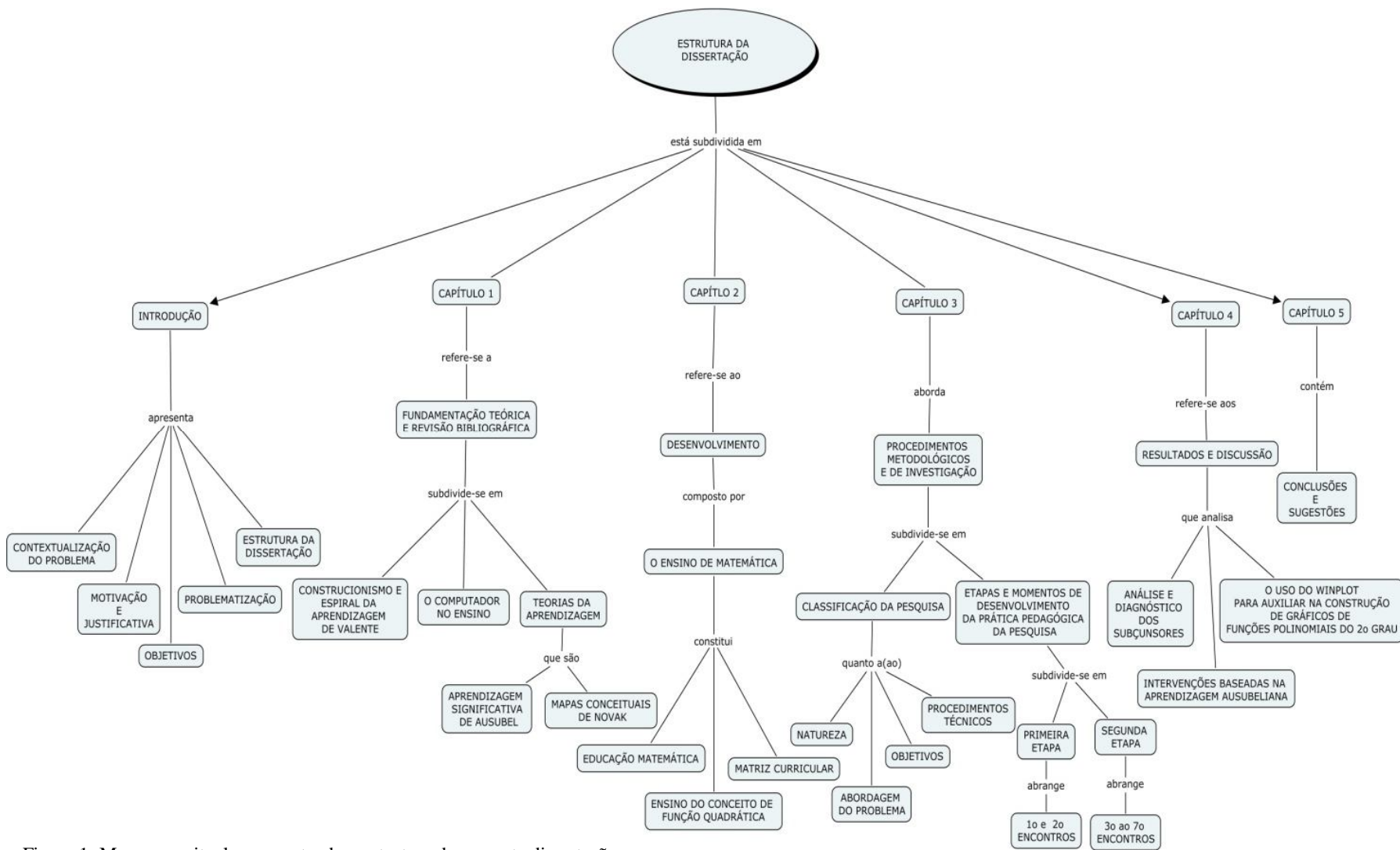


Figura 1: Mapa conceitual representando a estrutura da presente dissertação.

Conforme o mapa conceitual ilustrado na Figura 1, descrevemos a estrutura da pesquisa subdividida em capítulos que abordam os seguintes assuntos:

No capítulo um foi desenvolvida a revisão bibliográfica e fundamentação teórica, que norteou e consolidou todo o estudo.

No segundo capítulo, apresenta-se o desenvolvimento, em que se destaca a aprendizagem de matemática: orientações e estratégias pedagógicas de aprendizagem; educação matemática; a matriz curricular de matemática do ensino médio; aspectos relevantes do estudo do conceito de função e o SPAECE.

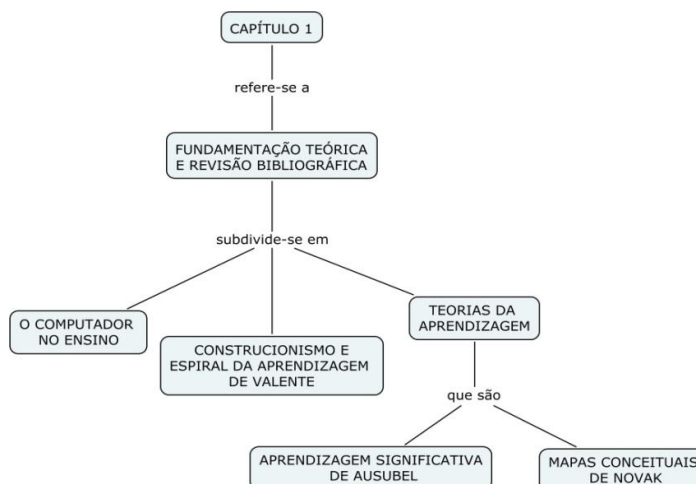
No capítulo três, discute-se e caracteriza-se os procedimentos metodológicos e de investigação da pesquisa.

O quarto capítulo se constitui da análise e discussão dos resultados da pesquisa, através dos dados obtidos nos instrumentos aplicados para coleta de dados: questionários e observações.

Finalmente, no quinto capítulo, apresentam-se as considerações finais e sugestões referentes à pesquisa. Adicionam-se complementarmente à dissertação, os apêndices e anexos.

# CAPÍTULO 1

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA



Neste capítulo construiremos reflexões sobre o uso do computador na aprendizagem, construcionismo e teoria da espiral da aprendizagem de Valente, (VALENTE, 2003, ALMEIDA, 2000, PAPERT, 1994) e que melhorias suscetíveis o uso pedagógico das TIC integrada à prática educativa contribui para facilitar a aprendizagem significativa de Ausubel, (AUSUBEL, 1968; MOREIRA e MASINI, 2006; OKADA, 2008) e Mapas Conceituais de Novak (MOREIRA e MASINI, 2006). Utilizamos a Etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 2009) e funções quadráticas com uso do *software Winplot* (MAIA, 2007).

### 1.1 O Uso do Computador na Aprendizagem

A construção do saber no mundo atual exige o uso adequado dos recursos tecnológicos, destacando-se a utilização do computador pela escola. Esta situação exige que a escola possa ainda mais desempenhar o papel de facilitadora da construção do conhecimento, favorecendo o ensino-aprendizagem com o uso do computador e com professores devidamente preparados para utilizá-lo como ferramenta de auxílio pedagógico (VALENTE, 2003).

Das investigações realizadas nessa linha de pesquisa voltada para a área de educação destacam-se: Valente (2003), Okada (2008), Ribeiro *et al* (2008), Lima (2008) e Pontes (2010) que se apoiam na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel e nos mapas conceituais de Novak. Maia (2007) construiu uma sequência didática à luz dos pressupostos da teoria das situações didáticas de Brousseau (1986) usando o *software Winplot* para construção de gráfico da função quadrática de forma lúdica.

Outra pesquisa que muito nos chamou atenção foi a realizada por Magalhães (2009), que utilizou como embasamento teórico os Mapas Conceituais e teoria das Situações Didática de



Brousseau, e na metodologia usou os pressupostos da Engenharia Didática de Artigue que teve como objetivo verificar se os mapas conceituais digitais podem alavancar a utilização de estratégias metacognitivas dos alunos.

Magalhães (2009) desenvolveu sua pesquisa em um ambiente informático, usando as ferramentas computacionais, um *software*, no caso, o *CmapTools* para a construção dos mapas conceituais sobre função afim e quadrática. Participaram de sua pesquisa cinco alunos ingressantes no curso superior em Ciências da Computação.

Os resultados obtidos por Magalhães (2009), revelam que o uso dos mapas conceituais digitais em conjunto com a Teoria das Situações Didáticas permitiu que os alunos mobilizassem estratégias metacognitivas na construção desses mapas e, que os resultados alavancados indicam que a metacognição é utilizada nos momentos de construção do mapa conceitual e que as características reflexiva e regulatória que as estratégias metacognitivas proporcionam ao estudante podem influenciar positivamente no processo de aprendizagem.

O estudante necessita estar seguro e preparado para a entrada num mercado de trabalho informatizado e de constantes mudanças e adaptações num mundo globalizado. Infelizmente, muitos professores se sentem inseguros quando são convidados a utilizar as TIC integradas à prática pedagógica em sala de aula. O acompanhamento de alunos em um laboratório de informática educativa necessita da concepção de diferentes estratégias pedagógicas, muitas vezes diferenciadas das que são utilizados em sala de aula presencial e tradicional.

Neste novo contexto educacional, os alunos poderão fazer suas atividades no computador de tal modo a interagir com os demais de forma colaborativa, isto é, partilhar experiências exitosas em situações de aprendizagens de modo que todos tenham um desempenho satisfatório (RIBEIRO, 2008). Esta prática necessariamente deve ser discutida e maturada entre os professores e alunos envolvidos, visando facilitar a aquisição de novos conhecimentos, considerando os conhecimentos já consolidados (AUSUBEL, RIBEIRO *et al*, 2008, PONTES 2010).

A informática educativa utiliza recursos oriundos da informática, visando conceber novas concepções e formas de apoio didático-pedagógico, destacando-se o processo de ensino-aprendizagem. O êxito deste trabalho depende das necessidades e também das possibilidades oferecidas pela escola e a sua comunidade.

Almeida, (2000) descreve a Informática na Educação:

Informática na Educação é um novo domínio da ciência que em seu próprio conceito traz embutida a idéia de pluralidade, de inter-relação e de intercâmbio crítico entre saberes e

idéias desenvolvidas por diferentes pensadores. Por ser uma concepção que ainda está em fase de desenvolver seus argumentos, quanto mais nos valermos de teorias fundamentadas em visões de homem e de mundo coerentes, melhor será para observarmos e analisarmos diferentes fatos, eventos e fenômenos, com o objetivo de estabelecer relações entre eles. (ALMEIDA, 2000, p.19)

A informática na educação exige a preparação do professor para ensinar não apenas a transmissão de conhecimento ou informática, mas para ser um mediador entre o conhecimento a ser adquirido e retido pelos alunos e sua aprendizagem, de modo a promover uma aprendizagem significativa dos conteúdos curriculares, usando os recursos de multimídias e *softwares*. O computador na escola é uma tecnologia educacional para melhorar o ensino superando os desafios e obstáculos didáticos (AUSUBEL 1969, RIBEIRO *et al* 2008).

O mundo tornando-se cada vez mais globalizado exige do homem habilidades mais sofisticadas e despreza a produção desqualificada. A sociedade requer a educação formal e qualificada de seus cidadãos.

A utilização do computador na educação desenvolve os conhecimentos dos alunos e o professor passa da posição de dono do conhecimento para colaborador no aprendizado. A cada dia esta utilização vem sendo intensificada nas escolas proporcionando pesquisas antes impossíveis, tornando-se um fator de estímulo na aprendizagem do aluno.

Almeida e Fonseca Jr., de forma otimista afirmaram:

Em si, a informática é o mais poderoso instrumento da inventividade humana, pois é ferramenta para a manipulação do simbólico, do virtual. E o simbólico é o refinamento mais sofisticado da expressão humana. O simbólico é o que permite a extrapolação, é a centelha que põe fogo na criação. Por essas razões, é preciso dizer, ainda que um tanto conceitualmente, que temos convicção de que os nossos esforços e investimento em recursos e energia humana para implementar a informática nas escolas são, a priori, plenamente justificáveis. Felizes de nós que vivemos este momento, esta janela histórica em que se pode construir o novo. Quem trabalha com educação, lidando dia a dia com os processos de ensino e de aprendizagem, deve saber da sua responsabilidade histórica para poder escolher frutificar ou não. (ALMEIDA e FONSECA JR., 2000, p.13).

A preocupação atual é a questão da escola quanto ao uso das TIC, sabendo da falta de profissionais qualificados para manipular essas ferramentas computacionais, a escola precisa desenvolver mecanismos contínuos de formação de seus docentes a fim de subsidiar aos estudantes uma maior compreensão do uso inteligente do computador na educação.

O educador deve conhecer o que cada uma dessas facilidades tecnológicas tem a oferecer e como pode ser explorada em diferentes situações educacionais. Em uma determinada situação, a TV pode ser mais apropriada do que o computador. Mesmo com relação ao computador, existem diferentes aplicações que podem ser exploradas, dependendo do que

está sendo estudado ou dos objetivos que o professor pretende atingir. (VALENTE *apud* ALMEIDA e MORAN, 2005, p.23).

A maioria dos professores não domina o uso do computador, cabe a escola incentivá-los para utilizarem novas tecnologias nas suas aulas com o uso de *softwares* e recursos multimídias que possam gerar um fator qualitativo no rendimento do aluno e desenvolver novas concepções de ensino e aprendizagem de seus docentes.

## **1.2 O Construcionismo e Teoria da Espiral da Aprendizagem de Valente**

Propomos as considerações de Papert (1994), Valente (2000), Almeida (2000), Ribeiro (2008) sobre o uso do computador na educação de forma construcionista, abordagem pela qual o aprendiz constrói, por intermédio do computador, o seu próprio conhecimento (PAPERT, 1994, p. 130) que se fundamenta na teoria do construtivismo de Jean Piaget, (1972).

Jean Piaget (1972) define o construtivismo como processo pelo qual o conhecimento é construído progressivamente por meio de coordenações de ações.

O conhecimento não é transmitido. Ele é construído progressivamente por meio de ações e coordenações de ações, que são interiorizadas e se transformam. A inteligência surge de um processo evolutivo nos quais muitos fatores devem ter tempo para encontrar seu equilíbrio, (PIAGET 1972, p.14).

Assim o construcionismo é uma abordagem construtivista que usa o computador como instrumento de auxílio na construção do conhecimento. O aluno é o foco de todo o processo sistêmico de ensino, sendo apoiado pelo professor no desempenho de sua aprendizagem.

O mundo atualmente exige um profissional crítico, criativo, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo e de conhecer o seu potencial intelectual, com capacidade de constante aprimoramento e depuração de idéias e ações. Certamente, essa nova atitude não é passível de ser transmitida, mas deve ser construída e desenvolvida por cada indivíduo, ou seja, deve ser fruto de um processo educacional em que o aluno vivencie situações que lhe permitam construir e desenvolver essas competências. E o computador pode ser um importante aliado nesse processo (VALENTE, 1997, p.3).

Que teoria poderia conceber de forma satisfatória sobre o uso dos recursos computacionais integradas ao ensino das ciências e matemática? O que seria a utilização do computador na educação de maneira inteligente?

Valente (2003) afirma que usar o computador de forma inteligente na educação seria possibilitar mudanças no sistema atual de ensino, ser utilizado pelo aprendiz para construir o

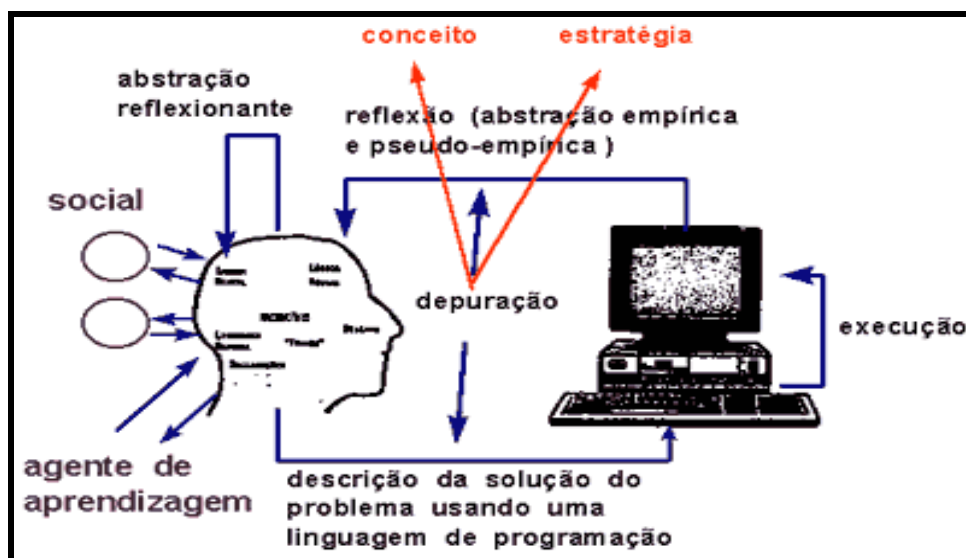
conhecimento e, portanto, ser um recurso com o qual o aprendiz possa criar pensar, manipular a informação.

Segundo Valente (2003) o uso inteligente do computador não é um atributo inerente ao mesmo, mas está vinculado à maneira como nós professores concebemos a tarefa na qual ele será utilizado. Assim, um recurso computacional será bom ou ruim dependendo do contexto e do modo como ele será utilizado, por tanto, para qualificar os recursos computacionais é necessário adotar uma visão ampla da abordagem educacional, de que forma pedagógica e operacional ele será utilizado e do papel do computador nesse contexto. O uso inteligente do computador na educação é justamente aquele que tenta provocar mudanças na abordagem pedagógica vigente ao invés de colaborar com o professor para tornar mais eficiente o processo de transmissão de conhecimento (VALENTE, 2003, p.2)

A abordagem construcionista é uma forma de se conceber e utilizar o computador na educação de forma inteligente que envolve o aluno, o professor e os recursos computacionais construindo um ambiente de aprendizagem onde o computador se torna um instrumento de interação que propicia o desenvolvimento da autonomia, não direcionando sua ação, mas auxiliando-o na construção dos conhecimentos de distintas áreas do saber por meio de exploração, experimentações, descobertas e reflexão (ALMEIDA, 2000).

A seguir apresentaremos na Figura 2 um diagrama das idéias do Construcionismo.

### DIAGRAMA DO CONSTRUCIONISMO



**Figura 2** – Interação aprendiz – computador na situação de aprendizagem

**Fonte:** A informática na educação, Instrucionismo x Construcionismo – (VALENTE 1999, p.92)

Observamos na Figura 2 a interação entre o aprendiz e computador, e as implicações pedagógicas que influenciam a construção do conhecimento a partir dos subsunçores já existente em sua estrutura cognitiva. O processo se dá em ciclo de ação, descrição – execução – reflexão – depuração e nova ação.

A interação se dá em forma de ciclo de espiral onde o aprendiz usando uma linguagem de programação realiza a descrição do problema, no qual o computador executará fielmente e o resultado obtido é fruto somente do que foi solicitado à máquina. O aluno, após receber o resultado, refletirá sobre o que foi solicitado ao computador e depurará as ideias originais por meio da aquisição de conteúdos ou estratégias.

Valente (1997) afirma que a construção do conhecimento acontece pelo fato de o aluno ter que buscar novas informações para complementar ou alterar a que ele já possui.

A proposta de Valente (2002) fundamenta o uso das TIC como ferramenta de apoio pedagógico que auxilia tanto os professores quanto os alunos no processo de ensino e aprendizagem como anunciado anteriormente. O aluno constrói seu conhecimento através de uma técnica denominada de ciclo da espiral da aprendizagem que consiste em exercer uma ação, gerar resultados, refletir, maturar e aplicar uma nova ação e, posteriormente, o ciclo tende a se repetir (VALENTE, 2002, RIBEIRO, 2008).

A espiral da aprendizagem consiste inicialmente em se descrever uma ação de comando para que computador execute esta ação e mostre o resultado para ser analisado e interpretado pelo aluno. Esse ciclo de ação-descrição-execução-reflexão-depuração, representa mudanças no processo de ensino-aprendizagem, favorece a construção do conhecimento do aluno e diminui as dificuldades de aprendizagem (VALENTE, 1993).

Por exemplo, para construir o gráfico da função quadrática usando como recurso de apoio pedagógico o computador, o aluno inicia com uma ação de comando descrevendo uma linguagem para ser executada pelo computador, em seguida o computador executa a ação e dá uma resposta conforme a descrição realizada pelo aluno, que por sua vez, analisa, reflete e depura os resultados obtidos. O aluno partindo de seus conhecimentos prévios avalia se os resultados obtidos são os esperados ou não, dando continuidade a um novo ciclo de aprendizagem em forma de espiral. Este processo favorece a construção de novos conhecimentos de forma construtiva e autônoma.

- *Softwares* educativos que auxiliam a construção do conhecimento

Atualmente existe uma infinidade de programas computacionais que são utilizados em ambientes informatizados para o estudo de matemática com diferentes objetivos pedagógicos como os de programação, aplicativos, jogos educativos, simulações, entre outros.

A linguagem *logo* foi introduzida como ferramenta pedagógica utilizada no computador para o estudante aprender fazendo (Papert, 1985). Posteriormente foram introduzidos outros *softwares* com uma concepção construtivista. Na atualidade existem inúmeros *softwares* sofisticados para o ensino de Matemática. Como por exemplo, o aluno ao utilizar estas ferramentas, mesmo sem grande conhecimento matemático pode criar modelos, simular e fazer experiências (VALENTE 1997).

Sobre o aperfeiçoamento na produção de *softwares*, Gravina e Santarosa 1998, dizem:

Os programas que fazem 'traduções' entre diferentes sistemas de representação apresentam-se como potentes recursos pedagógicos, principalmente porque o aluno pode concentrar-se em interpretar o efeito de suas ações frente as diferentes representações, até de forma simultânea, e não em aspectos relativos a transição de um sistema à outro, atividade que geralmente demanda tempo.

Capturação de procedimentos é recurso encontrado, particularmente, em programas para Geometria. Automaticamente são gravados os procedimentos do aluno em seu trabalho de construção, e mediante solicitação o aluno pode repassar a 'história' do desenvolvimento de sua construção. Isto permite o aluno refletir sobre suas ações e identificar possíveis razões para seus conflitos cognitivos. Este recurso também permite que o aluno explore construções feitas por outrem, o que sempre se apresenta como fonte de riqueza em idéias matemáticas. (GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p.15).

Segundo Valente (1997) a construção do conhecimento usando um *software* educativo acontece pelo fato do aluno ter que buscar novas informações para complementar ou alterar o que ele já possui.

- O *Software Winplot*

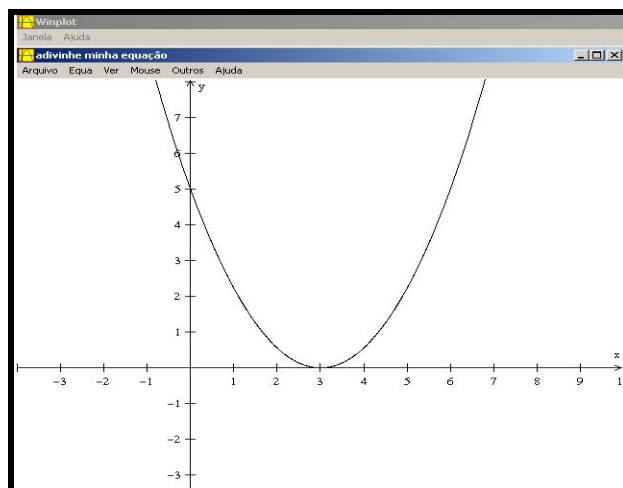
Os *softwares* que auxiliam no processo de construção do conhecimento permitem diversos tipos de atividades como resolver problemas ou realizar tarefas para aquisição de novos conhecimentos, neste caso o computador deve ser usado como uma máquina para facilitar o processo de compreensão de aprendizagem. Os *softwares* que permitem esse tipo de atividade são classificados como: linguagens de programação (BASIC, Pascal, Logo); aplicativos (DBase, processador de texto) ou *software* para a construção de multimídia.

Esses *softwares* oferecem inúmeras possibilidades ao aluno quando são adequadas às situações as quais serão trabalhadas. Neste sentido, utilizaremos o *software Winplot* para realizarmos as tarefas pertinentes a esta pesquisa.

O *Winplot*, junto com outros *softwares*, constitui o Projeto Peanuts, idealizado por Richard Parris, da Phillips *Exeter Academy*, nos Estados Unidos. O *Winplot* é um *software* livre, portátil, fácil de manipular, com versões atualizadas, em português e em inglês. É possível fazer *download* do *Winplot* pela página <http://math.exeter.edu/rparris>. Sua principal função é a construção de representação de gráficos de funções de uma ou duas variáveis reais dependentes, utilizando várias representações. Sua interface é simples e de fácil compreensão facilitando a manipulação de objetos algébricos e gráficos por parte dos usuários em situação de estudo sobre as funções. Ele tem a vantagem de ser simples, utiliza pouca memória e dispõe de vários recursos que o tornam atraente e úteis para os diversos níveis de ensino e de aprendizagem.

Ao abrir o *software Winplot*, o usuário encontra duas opções de comandos: janela e ajuda. Na opção janela o usuário tem três sugestões de escolha: 2-dim, 3-dim e adivinhar, sendo possível construir a representação gráfica de uma ou mais de uma função no mesmo plano cartesiano ou no mesmo espaço usando os comandos 2-dim e 3-dim respectivamente.

Na opção adivinhar exhibe gráficos de funções para que os usuários possam reconhecer a representação algébrica de uma função através de sua representação gráfica e verificar se sua resposta está correta. Podem ser selecionados tipos mais simples (retas, parábolas) ou mais avançados. Na ilustração apresentada a seguir está exibido o gráfico de uma parábola. A partir daí o usuário digita uma função na caixa de diálogo (Comandos "Equa → Adivinhar"). Se for digitada a função correta, aparecerá a mensagem "Perfeito". Caso contrário, o gráfico de sua função digitada aparecerá na tela, mostrando então o erro cometido.



**Gráfico 1** – Gráfico da Função Quadrática obtido através do software Winplot.

Na opção 2-dim, usando o ícone “equação” podemos construir a representação gráfica de funções do tipo explícita (forma cartesiana,  $y = f(x)$ ), paramétrica ( $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$ ), implícita ( $0=f(x,y)$ ) e polar ( $r=f(t)$ ). Ainda na nesta opção temos equação de reta, segmento, ponto (coordenadas), sequências no plano, equações diferenciais e polinômio. Na opção polinômio podemos visualizar gráficos de polinômios de graus 2 até 8, incluindo ou excluindo pontos na tela. Para incluir pontos, clique com o botão direito do mouse em um ponto da tela. Para excluir um ponto é só clicar sobre ele com o botão direito.

Existe em cada “menu” um arquivo de Ajuda, que permite ao usuário tirar suas dúvidas. Por exemplo, as funções da opção  $y = f(x)$  devem ser digitadas de modo compatível com o programa. Listamos abaixo algumas funções e o modo de digitá-las no Winplot. O leitor pode encontrar estas e outras funções através do menu "Equa → Biblioteca", conforme apresenta a Tabela 1.

**Tabela 1** – Forma de entrada de dados no software Winplot

TIPO DE FUNÇÃO	FUNÇÃO	WINPLOT
Função Afim	$f(x) = ax + b$	$ax + b$
Função Quadrática	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$ax^2 + bx + c$
Função de grau n	$f(x) = x^n$	$x^n$
Função Modular	$f(x) =  x $	$abs(x)$
Função raiz quadrada	$f(x) = \sqrt{x}$	$sqr(x)$

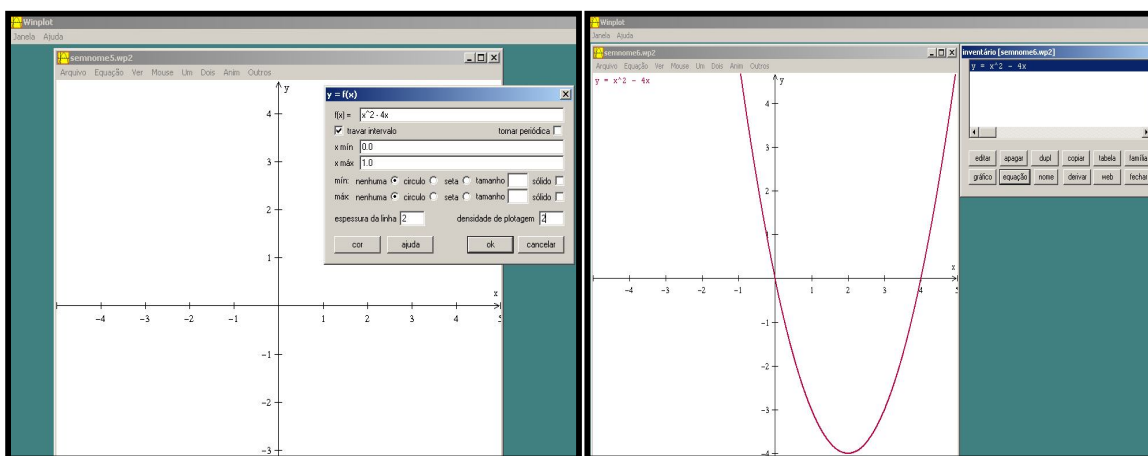
**Fonte:** software Winplot. (Jesus, 2002)



A seguir apresentamos um exemplo de como proceder para construir a representação gráfica da função quadrática  $f(x) = x^2 - 4x$ , seguindo a ordem de comandos no *software* para sua construção.

- **1º passo:** Abrir o programa e clicar na opção janela;
- **2º passo:** Escolher o comando “2-dim”, seguido dos comandos “equação” e “explícita”;
- **3º passo:** Digitar a expressão algébrica na forma  $x^2 - 4x$ .

Como exemplo apresentamos o gráfico da função quadrática  $f(x) = x^2 - 4x$  obtida através do *software* Winplot.



**Figura 3** – Construindo gráfico com o Winplot

### - O Papel do Professor Frente às Novas Tecnologias

No trabalho pedagógico no que concerne ao modelo atual de educação temos um universo de ações e exigências profissionais no sentido de aprimorar a técnicas de ensino e de aprendizagem satisfatória dos discentes, no qual o professor tem um papel crucial nesse processo, principalmente quando nos referimos ao uso das tecnologias da informação e comunicação.

Neste contexto o professor precisa está bem preparado e consciente para lidar com esses recursos didáticos computacionais de modo construtivo e eficiente, de maneira que possibilite aos alunos meios para construir uma aprendizagem significativa.

De acordo com Perrenoud (2000, p.14) o desafio da formação docente exige do professor competências profissionais. O autor propõe dez itens.

- a) organizar e dirigir situações de aprendizagem;
- b) administrar a progressão das aprendizagens;

- c) conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação;
- d) envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho;
- e) trabalhar em equipe;
- f) participar da administração da escola;
- g) informar e envolver os pais;
- h) utilizar novas tecnologias;
- i) enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão;
- j) administrar sua própria formação contínua.

Perrenoud (2000) destaca a competência profissional que o professor precisa ter para utilizar as potencialidades didáticas dos recursos computacionais em relação aos objetivos de ensino, desenvolvendo novas concepções de ensino e de aprendizagem.

Essas novas concepções no processo de aprendizagem não são passíveis de ser transmitida, mas devem ser construídas e desenvolvidas por cada indivíduo, ou seja, deve ser fruto de um processo educacional em que os alunos vivenciem situações que lhes permitam construir e desenvolver habilidades e competências, e o computador pode ser um importante instrumento aliado ao processo de sua formação.

### **1.3 Teorias da Aprendizagem**

Explicitaremos os pressupostos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Teoria dos Mapas Conceituais de Novak que fundamenta esta pesquisa.

#### ***1.3.1 Aprendizagem Significativa de Ausubel***

David P. Ausubel, nascido nos EUA desenvolveu a Teoria da Aprendizagem Significativa na década de 60, com o objetivo de propor uma teoria cognitiva, não mecânica, que permitisse que os aprendizes utilizassem seus conhecimentos adquiridos anteriormente para compreender e adquirir novos conhecimentos desenvolvidos de forma organizada hierarquicamente.

Moreira e Masini (2006, p. 17) afirmam que “a idéia principal da teoria de Ausubel é a de que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe”.

A escolha da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel neste trabalho como referencial teórico teve como principal elemento, a proximidade de que essa teoria se

relaciona com o fazer profissional do professor em sala de aula e a identificação dos professores com essa teoria, conforme afirma Moreira.

A identificação dos professores com o referencial ausubeliano parece ser uma tônica, justificável pelo fato de a atenção de Ausubel estar voltada para aprendizagem, tal como ela ocorre na sala de aula, no dia a dia da grande maioria das escolas (MOREIRA, 2004, p.152).

A psicologia cognitiva tem como eixo fundamental o processo da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição de modo a identificar os padrões estruturados dessa transformação.

Ausubel é um representante do cognitivismo, o qual propõe uma explicação teórica de como se dá o processo de aprendizagem sob o ponto de vista da cognitivista, embora, reconheça a importância da afetividade.

A Teoria da Aprendizagem Significativa se fundamenta na capacidade que temos de relacionar os conhecimentos já existentes em nossa estrutura cognitiva com os novos conhecimentos, de modo a construir um conhecimento significativo. Nesse processo, não literal e não arbitrário, o novo conhecimento adquirido pelo aprendiz tem uma relevância de significados e o conhecimento prévio dele fica mais rico, mais estruturado, mais elaborado em termos de significados. O conceito mais importante dessa teoria é o da aprendizagem significativa.

Ausubel preconiza que só podemos aprender de forma significativa se já existirem em nossa estrutura cognitiva alguns elementos (conhecimentos prévios) que possamos associar esse conhecimento aos outros, de modo a construir novos conhecimentos. Esse conhecimento existente na estrutura cognitiva do indivíduo ele definiu de conceito subsunçor ou, simplesmente subsunçor (*subsumer*).

A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Ausubel vê o armazenamento do conhecimento na mente do indivíduo de forma altamente organizada, formando uma hierarquia de conceito, sendo os elementos mais específicos relacionados e assimilados aos conceitos mais gerais. Assim, a organização dos conceitos na estrutura cognitiva significativa, um conjunto de subsunçores que são resultantes das abstrações da experiências do indivíduo.

O processo de ancoragem das novas informações no indivíduo resulta em crescimento e modificação dos conhecimentos já adquiridos anteriormente. Significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aprendiz podem ser bastante abrangentes e desenvolvidos ou

limitados e pouco diferenciados, variando de acordo com a frequência e intensidade com que ocorre a aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor.

Os novos conceitos aprendidos de maneira significativa provocam uma mudança de crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, sendo reestruturados de modo que o aprendiz possa reutilizá-los como subsunçores em outras situações mais complexas.

A aprendizagem mecânica é definida por Ausubel como sendo a aprendizagem de novos conhecimentos sem nenhuma ou com pouca interação com os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, de modo que essa informação é armazenada de forma arbitrária. A aprendizagem mecânica ou mnemônica se caracteriza pela aquisição literal e não substantiva da nova informação, gerando interações fracas com a estrutura cognitiva do aprendiz, sem relacionar aos conceitos subsunçores específicos existentes.

Ausubel não faz distinção entre as aprendizagens significativa e mecânica como sendo uma dicotomia, e sim um *continuum*. Assim como não deve haver distinção entre aprendizagem por descoberta e recepção.

(...) na aprendizagem por recepção o que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final, enquanto que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido é descoberto pelo aprendiz. (...) após a descoberta em si, a aprendizagem só é significativa se o conteúdo descoberto relacionar-se a conceitos subsunçores relevantes já existentes na estrutura cognitiva (MOREIRA e MASINI, 2006, p.19).

Na ausência de subsunçores não é possível haver aprendizagem significativa, pois uma condição da existência da aprendizagem significativa são os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Neste caso, em que não há um conhecimento prévio de determinada informação na estrutura cognitiva do aprendiz, se faz necessário a aprendizagem mecânica, pois quando o aprendiz adquire informação numa área do conhecimento totalmente nova para ele, ocorre a aprendizagem mecânica até que alguns elementos de conhecimento existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados.

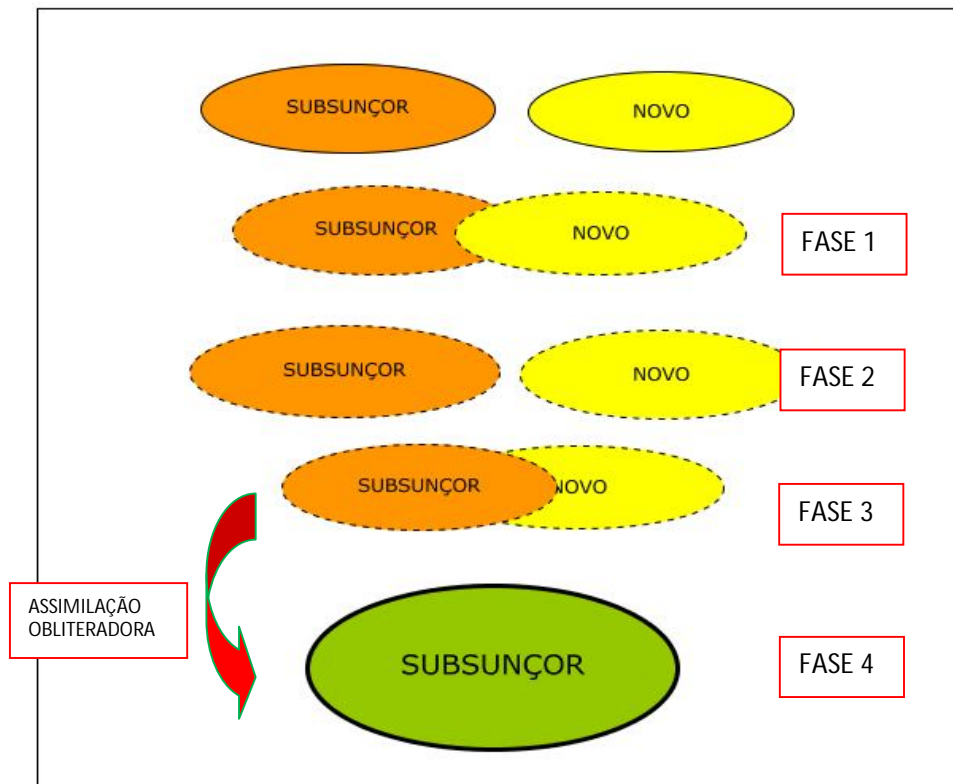
Moreira e Masini (2006, p. 19-20) afirmam que à medida que a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações. A aprendizagem mecânica tem sua importância neste contexto, sendo um continuum no processo de aprendizagem significativa de modo que, à medida que o aprendiz desenvolve os conceitos subsunçores relevantes a sua estrutura cognitiva a aprendizagem mecânica será convertida em aprendizagem significativa.

A formação de conceitos ocorre na mente humana inicialmente por recepção e posteriormente, os novos conceitos são adquiridos através da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

Moreira e Masini (2006) preconizam que:

A assimilação de conceitos é a forma pela qual o aprendiz adquire novos conceitos pela recepção de seus atributos criteriosais e pelo relacionamento desses atributos com idéias relevantes já estabelecidos na estrutura cognitiva. (...) o aspecto mais significativo do processo de assimilação de conceitos, em outras palavras, envolve a relação, de modo substantivo e não-arbitrário de idéias relevantes estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz com o conteúdo potencialmente significativo. (MOREIRA e MASINI, 2006, p. 20)

Assim o processo de assimilação da aprendizagem significativa pode ser representado no modelo.



**Figura 4** - Modelo da assimilação da aprendizagem significativa de Ausubel. Lima (2008, p.64)

A aquisição de conceitos por meio da aprendizagem receptiva é um processo ativo de interação dos conceitos já existentes de modo a generalizar que quanto mais ativo for esse processo, mais significativo e útil serão esses conceitos.

No processo de aquisição de novos conceitos, Ausubel recomenda a utilização de organizadores prévios, isto é, organização de materiais introdutórios antes de o novo material ser aprendido, de forma que esses organizadores prévios sirvam de âncora para a nova aprendizagem e desenvolva conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente.

Segundo Ausubel *apud* Moreira e Masini (2006, p. 21) a principal função dos organizadores é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber de forma significativa. Logo, são úteis para facilitar a aprendizagem. No caso do estudo dos conceitos das funções quadráticas através de suas representações algébricas e gráficas, um dos organizadores prévios são os conhecimentos de dependência entre duas grandezas que estão diretamente relacionadas, como por exemplo, a área de um terreno de forma quadrada e a medida da dimensão de um de seus lados. Esta relação de dependência desenvolve o conhecimento conceitual de que à medida que variamos a medida da dimensão do lado sua área sofrerá variação.

A concepção do processo da aprendizagem significativa do ponto de vista construtivista/cognitivista os significados são construídos a partir de interações entre as novas idéias e aspectos específicos da estrutura cognitiva, para ocorrência dessa aprendizagem, Ausubel propõe algumas condições básicas.

- a) valorizar os conhecimentos prévios (subsunçor) já existentes na estrutura cognitiva dos aprendizes, identificando em que estágio ele se encontra e a partir dessas âncoras, propor estratégias de ensino;
- b) o material de ensino deve ser potencialmente significativo, ou seja, relacionável à estrutura de conhecimento do aprendiz;
- c) o aprendiz deve estar disposto a relacionar o novo conhecimento de forma substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva.

No trabalho pedagógico na perspectiva ausubeliana a interação entre professor, aprendiz e os conteúdos a serem trabalhados e aprendidos são relevantes para consolidação da aprendizagem de forma construtiva, colocando o aluno como centro de todo processo sistêmico de ensino.

#### - Tipos de Aprendizagem Significativa segundo Ausubel

Ausubel propõe três tipos de aprendizagem significativa de acordo com suas características específicas:

- a) representacional;
- b) conceitual;
- c) proposicional.

A aprendizagem representacional é aquela em que o aprendiz aprende através dos símbolos individuais e o que eles representam ao se estabelecer equivalência uma relação entre os símbolos arbitrários e seus correspondentes.

Por exemplo, a aprendizagem representacional da palavra “bola” ocorre para uma criança pequena, quando o som dessa palavra (que é potencialmente significativo, mais ainda não tem um significado para a criança) passa a representar ou torna-se equivalente, a uma determinada bola que a criança está percebendo naquele momento e significa a mesma coisa que o objeto bola.

A aprendizagem conceitual é aquela em que os conceitos são representados por símbolos particulares, porém genéricos ou categóricos já que representam abstrações dos atributos criteriais dos referentes, representam regularidades em eventos ou objetos.

Ausubel *apud* Moreira (2006, p. 25) define conceitos como objetos, eventos, situações ou propriedades que possui atributos criteriais comuns e são designados, em uma dada cultura, por um signo ou símbolo aceito.

Os conceitos são adquiridos por dois processos: formação e assimilação. A formação de conceitos ocorre inicialmente no período em que a criança está na pré-escola, enquanto a aprendizagem de conceitos por assimilação predomina em crianças no período escolar e em adultos.

Na aprendizagem proposicional, contrariamente à aprendizagem representacional, o objetivo não é aprender significativamente o que as palavras isoladamente ou combinadas representam, mais sim aprender o significado de idéias em forma de proposição (MOREIRA 2006).

Segundo Ausubel a aprendizagem significativa pode ocorrer de três formas: subordinada, superordenada e combinatória.

A aprendizagem significativa subordinada ocorre quando o novo conhecimento é ancorado aos conhecimentos prévios (subsunçores) do aprendiz de modo que haja uma subordinação entre o subsunçor e novo conhecimento. Vale ressaltar que neste momento, onde o novo conhecimento é ancorado no subsunçor, há uma modificação do subsunçor, formando assim um subsunçor mais abrangente e mais geral.

No caso da aprendizagem ser superordenada o conceito mais geral é adquirido e engloba subsunçores já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz que são mais específicos do que os novos conceitos adquiridos.

Já aprendizagem significativa combinatória ocorre quando o novo conhecimento não se relaciona com um único subsunçor nem de forma subordinada nem de forma superordenada, mais com toda parte da estrutura cognitiva do aprendiz.

- Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

Segundo Moreira e Masini (2006, p.29) afirmam que na medida em que aprendizagem significativa ocorre, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações. Estas interações são desenvolvidas quando um conceito mais geral e inclusivo é introduzido em primeiro lugar e, posteriormente este é progressivamente diferenciado em suas especificidades.

Ausubel *apud* Moreira e Masini (2006, p.29) propõe que o princípio de diferenciação progressiva deve levar em conta ao se programar o conteúdos, partindo das idéias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início, para depois estes conceitos serem progressivamente diferenciados em detalhes e em suas especificidades.

Ausubel baseia-se em duas hipóteses quanto ao princípio da diferenciação progressiva:

1ª) é mais fácil para o ser aprendiz captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir das partes diferenciadas;

2ª) a organização de uma certa disciplina, na mente de um indivíduo é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados.

Na proposta cognitiva construtivista da aprendizagem significativa não basta somente a diferenciação progressiva, mas também explorar, explicitamente, relações entre proposições e conceitos, chamar atenção para diferenças e similaridades importantes e reconciliar inconsistências reais e aparentes.

Moreira e Masini (2006) definem diferenciação progressiva (a) e reconciliação integrativa (b) como:

- a) diferenciação progressiva é o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as idéias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo detalhes específicos necessários. Essa ordem de apresentação corresponde à seqüência natural da consciência, quando um ser humano é espontaneamente exposto a um campo inteiramente novo de conhecimento. (MOREIRA e MASINI 2006, p.30)
- b) reconciliação integrativa é o princípio pelo qual a programação do material instrucional deve ser feita para espurar relações entre idéias, apontar similaridades e diferenças significativas, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. (MOREIRA e MASINI 2006, p.30)

A reconciliação integrativa visa facilitar a integração de um subsunçor mais inclusivo aos conceitos a serem aprendidos de modo que o aprendiz possa ligá-lo os conhecimentos já



existentes na sua estrutura cognitiva aos conhecimentos novos a serem aprendidos significativamente.

### **1.3.2 Os Mapas Conceituais Novak**

Ausubel mantém a ideia de que toda disciplina acadêmica tem uma estrutura articulada e hierarquicamente organizada de conceitos que constitui o conjunto de informações dessa disciplina e que essas informações estruturadas de forma organizada hierarquicamente podem ser ensinadas e identificadas pelo aprendiz, constituindo para ele, um mapa mental que pode ser usado para analisar o domínio das habilidades em particular da disciplina e resolver com ele diversos problemas.

Novak (1977) argumenta que para atingir-se a reconciliação integrativa de forma mais eficaz, deve-se organizar o ensino *descendo e subindo* no conjunto de conceitos estruturados hierarquicamente começando dos conceitos mais gerais e inclusivos para os conceitos mais específicos e menos inclusivos, sugerindo para isso o uso dos mapas conceituais.

- O que são Mapas Conceituais?

Os mapas conceituais podem ser acessados através de diversos trabalhos e utilizados nas diversas áreas do conhecimento, sendo portanto um recurso didático útil à organização de conceitos estruturados logicamente com certo nível de conceitos.

Novak (2003) *apud* Magalhães (2009, p.47) define mapas conceituais como uma ferramenta capaz de representar e sistematizar conhecimento significativo. Estes são a representação gráfica de um conjunto de conceitos, interligados por frases de ligação, tornando evidentes as relações ali construídas.

Novak (2003) *apud* Magalhães (2009, p.25) preconiza que os mapas conceituais são instrumentos para negociar significados e que, para aprender o significado de qualquer conhecimento, é preciso dialogar, intercambiar e compartilhar.

Okada (2008) afirma que:

Os mapas conceituais propiciam a representação de uma estrutura conceitual e suas diversas relações. Além disso, eles oferecem uma forma de registro mais flexível e dinâmica que a escrita de texto. O texto por ser linear, dificulta as conexões de idéias e informações. Os mapas por ter uma estrutura gráfica permitem que conceitos sejam registrados através de palavras-chave e relações estabelecidas através de linhas. Desse modo, a interface gráfica de um mapa torna-se mais fácil para trazer conceitos cujas relações podem ser estabelecidas sem uma ordem predefinida e de modo multi-linear. (OKADA 2008, p.4)

A autora ainda expõe que o pensamento humano é construído por redes e associações não lineares. Por meio de *links* que estabelecemos entre um novo saber e outros já existentes, vamos constituindo uma rede hipertextual.

Moreira (2006) *apud* Magalhães (2009), afirma que o mapa conceitual é uma técnica flexível, podendo ser usado em diversas situações e finalidades. Neste trabalho faremos uso dos mapas conceituais para construirmos os conceitos de função quadrática, especialmente quando nos referimos à sua representação gráfica.

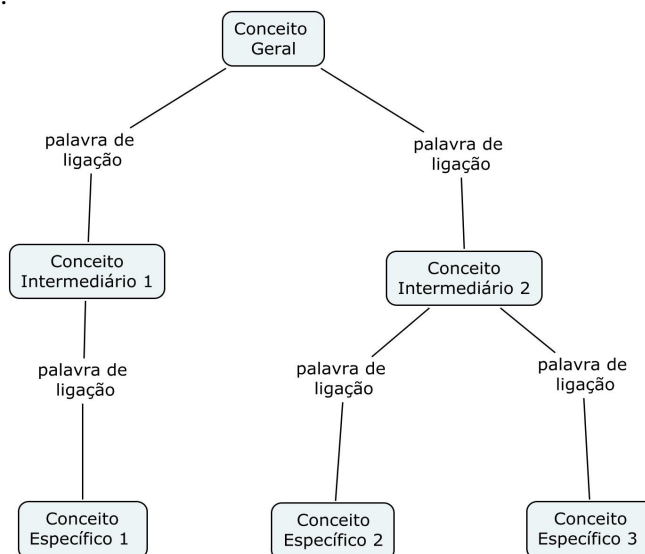
Nos mapas conceituais, os conceitos podem aparecer dentro de retângulos ou círculos os quais estão interligados por meio de frases de ligação a outros conceitos intermediários, que por sua vez, se unem a outros conceitos mais específicos e menos inclusivos, formando assim um mapa de conceitos de determinado tema.

Os mapas conceituais mesmo não sendo auto-explicativo favorecem a compreensão de determinados temas e aquisição de conhecimentos de forma estruturada pelo qual o sujeito desenvolve competências conceituais dos objetos de estudo.

Segundo Magalhães (2009),

Com a aplicação dos mapas conceituais, a explicitação entre os elementos de um tema torna-se obrigatória para o entendimento do mapa. Mesmo que este seja um recurso pessoal e ilustre, a compreensão do aprendiz em determinado momento serve de elemento de estruturação, que pode levar o aprendiz a pensar na forma como vê e interage com os objetos de estudo. (MAGALHÃES 2009, p.29).

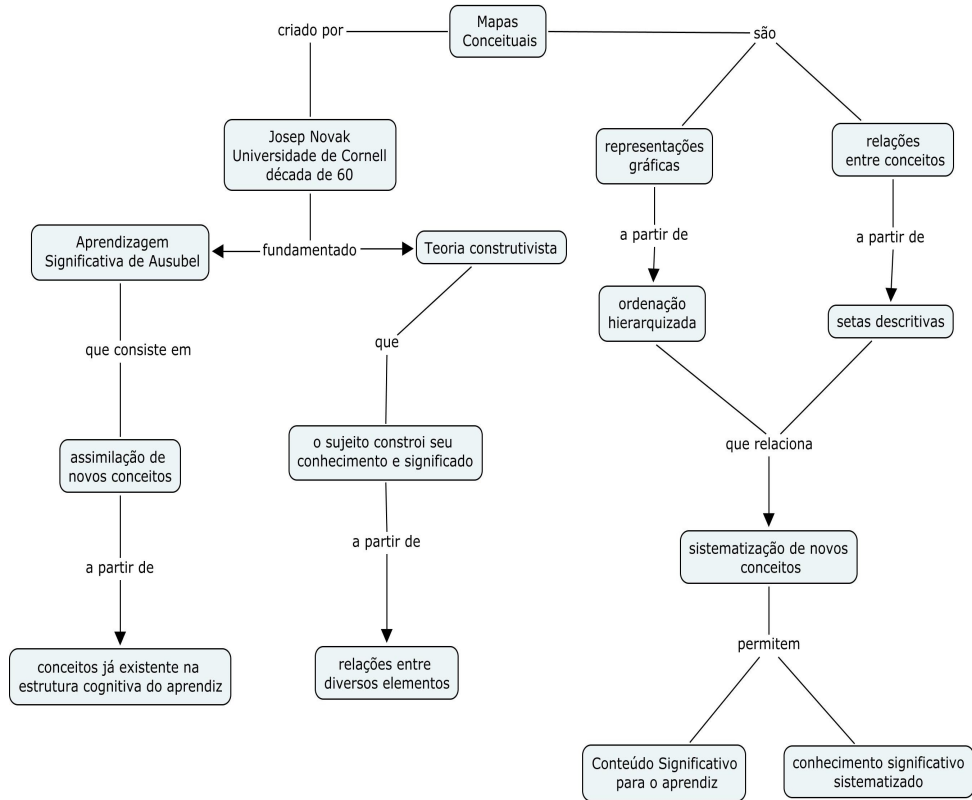
Apresentaremos alguns exemplos de mapas conceituais construídos com auxílio do software *CmapTools*<sup>13</sup>.



<sup>13</sup> CmapTools - Software livre para construir mapas conceituais e que será abordado em mais detalhes neste capítulo.

**Figura 5** – Modelo esquemático de mapeamento conceitual. Moreira e Masini, 2006, p.33.

Observamos no mapa conceitual acima, que a estrutura conceitual está organizada de modo que os conceitos mais gerais e mais inclusivos são introduzidos primeiramente e são interligados, através der frases de ligação aos conceitos intermediários e, sucessivamente, aos oconceitos menos específicos e menos inclusivos.



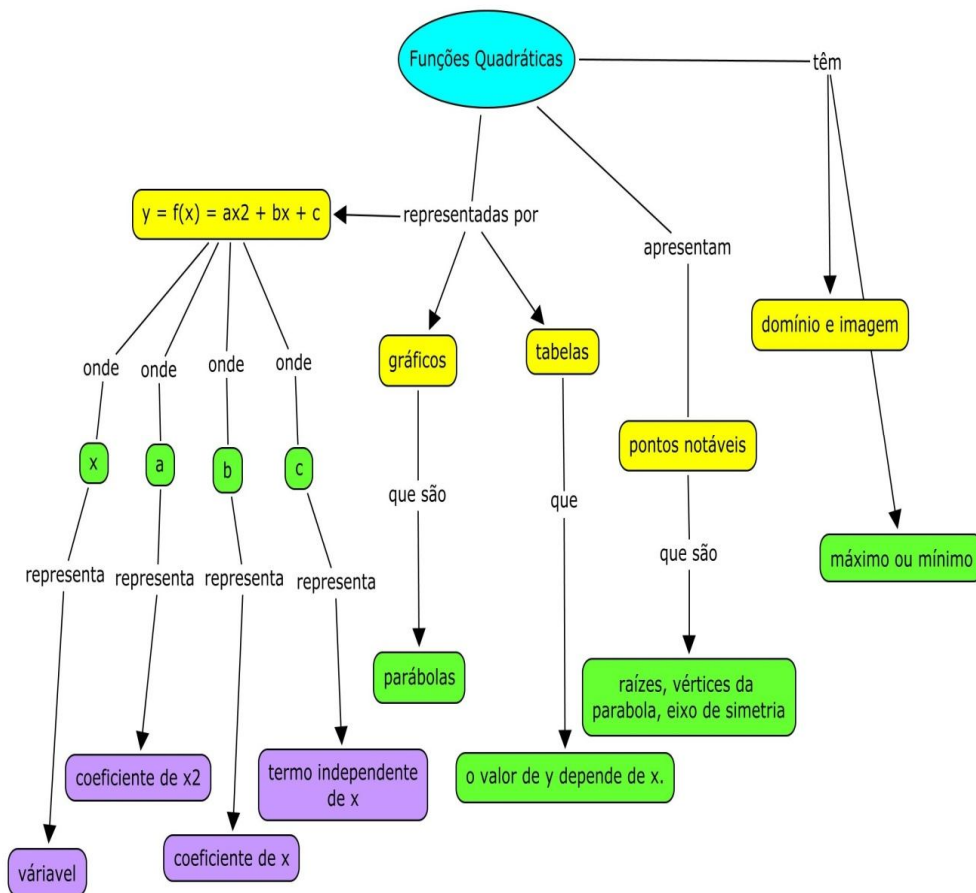
**Figura 6** – Modelo esquemático do conceito de um mapa conceitual. Okada, 2008.

O mapa conceitual da Figura 6 representa o mapeamento de conceitos na perspectiva da aprendizagem significativa de Ausubel, sua importância enquanto estrutura organizada de conceitos significativos e suas ramificações específicas quanto esses conceitos são diferenciados.

Segundo Vergnaud (1996) *apud* Magalhães (2009) um conceito vai adquirir determinado sentido para um aluno por meio das situações e problemas a resolver.

Os mapas conceituais estabelecem uma relação de compreensão imediata entre os conceitos mais gerais e específicos de um determinado tema abordado em sessões de aulas. Aqui, propomos mais um exemplo sobre mapa conceitual. Neste caso, procurou-se construir um mapa

conceitual da função quadrática, detalhando as informações importantes para aquisição do conhecimento significativo.



**Figura 7** – Modelo do mapa conceitual da função quadrática. Magalhães, (2009).

Na Figura 7 reproduzimos um dos mapas conceituais sobre a função quadrática usado nas sessões didáticas aplicadas aos alunos participantes do experimento sobre aquisição dos conceitos da função quadrática. Nele, destacamos os conceitos mais gerais interligados aos conceitos mais específicos, de modo que os alunos pudessem construir seu raciocínio de forma qualitativa na compreensão desses conceitos, significando sua aprendizagem a partir dos subsunçores que já havia adquiridos ao longo de sua formação.

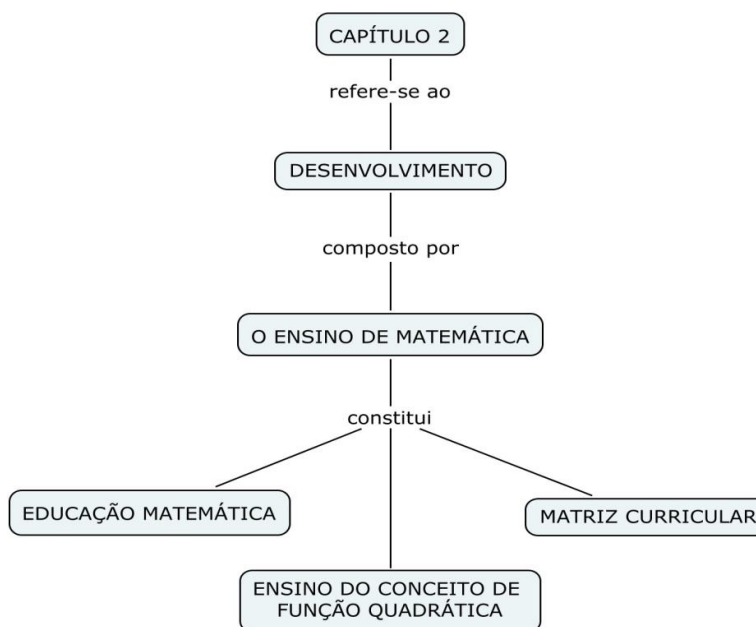
- O software *CmapTools*

Os mapas conceituais digitais podem ser construídos usando o *CmapTools* utilizado pelo professor em sua metodologia, para que possa trabalhar seu plano de aula, conceber e mapear outras ações que facilitem sua mediação pedagógica.

Para desenvolver os Mapas Conceituais, recomendamos o uso de *software*, gratuito, no caso, o *CmapTools* (<http://cmap.ihmc.us/conceptmap.html>), que foi desenvolvido pelo *Institute for Human and Machine Cognition, IHMC*, sob a supervisão do Dr. Alberto J. Cañas. Este recurso permite a criação de mapas de conceitos, incluindo vários recursos de uso bastante facilitado e útil ao trabalho do professor em diversas áreas do conhecimento.

Usamos o *CmapTools* para a criação de mapas conceituais sobre funções quadrática destacando os principais elementos na conceituação de função, com maior relevância na sua representação gráfica que será utilizado nesta pesquisa de dissertação.

## CAPÍTULO 2 DESENVOLVIMENTO



O presente capítulo refere-se à apresentação do conteúdo de matemática que foi escolhido, Função, os PCNEM (BRASIL, 1999), as OCNEM (BRASIL, 2006) e as técnicas concebidas para se trabalhar pedagogicamente, na forma de sessões didáticas, com os alunos de Ensino Médio.

### 2.1 O Ensino de Matemática

Não se pode falar de ensino e aprendizagem de matemática sem localizar historicamente os processos por meio dos quais essa área do conhecimento se institucionalizou como saber a ser aprendido e ensinado. Ou seja, sem compreender que a institucionalização da matemática como saber escolar trouxe em si visões do que era a matemática e, conseqüentemente, de como se aprendia e se ensinava essa área do conhecimento.

Ao longo de nossa vida escolar, nos foi inculcida a idéia de que a matemática era uma disciplina difícil, fundamentada numa lógica formal e estruturada a partir de linguagem científica, com procedimentos universais e exatos. Essa visão da matemática tem raízes históricas que foram se formando à medida que a ciência matemática se desenvolvia.

Na Idade Antiga e na Idade Média o acesso ao ensino formal de matemática era privilégio de uma minoria, pois apesar de existir uma grande produção científica e já existirem

centros acadêmicos e universidades, a escola era destinada para poucos que tinham influência na sociedade nesse período.

As grandes transformações sociais e econômicas pelas quais passaram a sociedade na Idade Moderna contribuíram para a institucionalização da escola. O crescimento do modo de produção, o início da industrialização exigiu um maior número de pessoas que dominassem a leitura, a escrita e operar com conceitos básicos de matemática.

No Brasil, o longo processo de colonização retardou a institucionalização da escola, sendo que só após a vinda da família real portuguesa para o Brasil, é que foi criada a primeira escola secundarista pública, por volta do ano de 1837.

O ensino de matemática sempre teve influências no contexto histórico pelo qual passou a sociedade e seu ensino tem mudado ao longo do tempo por diversas concepções e uma delas é a educação matemática.

### ***2.1.1 Educação Matemática***

No início da década de 70 do século XX, professores do mundo inteiro começaram a apontar os problemas advindos da concepção de ensino de matemática que predominava na época, como fragmentação curricular, ensino desvinculado do contexto real, excessivos exercícios abstratos, e em contrapartida sinalizavam para uma reforma curricular que ressignificasse o ensino de matemática e, conseqüentemente, o papel do professor e do aluno. Essas propostas e recomendações convergiam para um ensino focalizado na resolução de problemas, que levasse o aluno a ser sujeito ativo de sua aprendizagem (BRASIL, 1998).

Pires (1995) explicita sobre as reformas curriculares desencadeadas a partir da década de 1980 que tinha suas críticas centradas.

(...) na preocupação excessiva com o treino de habilidades, com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação. Apontavam como problemas a serem enfrentados, a priorização dos temas algébricos e a redução ou, muitas vezes, eliminação do trabalho com a geometria. Destacavam também a tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu amadurecimento. (PIRES, 1995, p. 55).

No ano de 1980, estas propostas reuniram em volta de um movimento denominado de Educação Matemática, que se proponha a mudar as concepções do ensino de matemática e seus objetivos, que apontavam a necessidade de o ensino de Matemática ser direcionado para o

desenvolvimento de competências, para a busca de um ensino mais holístico e que utilizasse as novas tecnologias da informação e comunicação (TIC).

No Brasil e no resto do mundo, a educação matemática foi encarada como ensinar bem (isto é, ter boa didática) a matemática que constava dos programas (isto é, conhecer bem o conteúdo) e verificar se o aluno aprendeu bem esse conteúdo (isto é, aplicar exames rigorosos). Lamentavelmente, essa percepção ainda encontra adeptos, no Brasil e no resto do Mundo. (D'AMBRÓSIO, 1995, p.5).

Na Educação Matemática o professor é muito mais que um mero transmissor de informações, pois nesta concepção, assume um papel importantíssimo, cabendo-lhe ser mediador da aprendizagem matemática dos alunos. Neste contexto o aluno é o centro das atenções, pois passa a ser sujeito ativo de sua aprendizagem, sendo o ensino de matemática sócio-historicamente produzido dentro de um trabalho dialógico e democrático.

Dentre os fundamentos que norteiam a educação matemática há um destaque para a postura do educador matemático, pois segundo Fiorentini (2006) apesar do professor de matemática ser chamado de matemático, ambos têm papéis diferentes no que se refere a suas funções profissionais. Para esse autor, o matemático tem como fim a própria matemática e trabalha para o desenvolvimento dessa área do conhecimento. Já o educador matemático trabalha para a formação de indivíduos por meio da matemática. Assim a matemática é um “meio ou instrumento” importante para a formação intelectual e social das crianças, jovens e adultos.

Atualmente a educação matemática vem se firmando não apenas como campo de atuação, mas também como área de pesquisa produzindo conhecimento em diversas tendências temáticas e metodológica, como a resolução de problemas, modelagem matemática, investigação matemática, etnomatemática e uso de novas tecnologias.

O movimento de Etnomatemática surgiu no Brasil em 1975, a partir dos trabalhos do professor Ubiratan D'Ambrosio. Segundo o mesmo, como um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nesses três processos.

Encontramos em D'Ambrósio (1998) uma explicação mais detalhada do termo, como sendo a arte ou técnica de entendimento, de explicação e de aprendizagem contemplando o manejo do ambiente natural, social e político, apoiado nos processos culturais identificados na cultura de um povo como contar, medir, classificar, ordenar dentre outras.

A Etnomatemática compreende que toda atividade humana resulta do meio em que está inserida, da realidade da qual o sujeito faz parte. Na etimologia da palavra etnomatemática já está implícito, na verdade, o seu significado (etno – algo amplo, referente à cultura, e portanto, inclui a



linguagem, os códigos, os mitos e os símbolos; matema – explicar, conhecer; tica – vem de techne, que é a mesma raiz de arte e de técnica). Ou seja, poderíamos traduzir como a arte de explicar matemática por meio de tudo que se refere à cultura.

## 2.2 A Matriz Curricular de Matemática do Ensino Médio

A matriz curricular de matemática do Ensino Médio, atualmente estabelecida na rede pública de ensino é constituída de um conjunto de conteúdos ordenados, conforme prevêem os Referencias Curriculares Básicos (RCB) que propõem o desenvolvimento de competências e habilidades gerais e específicas quanto ao domínio de conhecimentos hierarquicamente organizados nesta matriz curricular. Os eixos temáticos de matemática segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) estão distribuídos da seguinte forma: Números e Operações, Funções, Geometria e, Análise de dados e probabilidades, nesses eixos temáticos estão agrupados os conteúdos de matemática do ensino médio, portanto, os conteúdos estão dispostos nesse nível de ensino nesses quatro blocos.

Silva et al (2010, p. 16, *apud* PCNEM, 1999) sinalizam que a matemática no ensino médio deve assumir o valor formativo, instrumental e científico que lhe é peculiar.

**Quadro 1** - Valor formativo, instrumental e científico da matemática. Silva *et al* (2010, p. 16)

Valor	Caracterização
Formativo	A matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e é uma ferramenta para a resolução de problemas em muitas atividades da vida cotidiana.
Instrumental	A matemática compõe-se de um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento e no mundo do trabalho.
Científico	A matemática também pode ser vista como ciência, com características próprias. As definições e demonstrações e encadeamento lógicos têm a função de construir novos conhecimentos e estruturas para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

Atualmente com a proposta do Ministério da Educação (MEC) de inserir o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) como um exame de auto-avaliação, diagnóstico, certificação e credenciamento, percebe-se a necessidade de dar maior ênfase à contextualização e interdisciplinaridade entre os conteúdos ensinados em matemática da educação básica, principalmente, na etapa final desse percurso, o Ensino Médio. Logo, se sabe da exigência hoje do

profissional na área de ensino, uma reflexão em relação a esses blocos de conteúdos, adequando-os à realidade local e às necessidades vigentes do sistema educacional brasileiro.

O MEC defende o caráter interdisciplinar e contextual da aprendizagem no ensino médio e a necessidade do ensino de matemática promover competências e habilidades. O documento PCN + afirma:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam e o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p.111).

As competências e habilidades a serem desenvolvidas em matemática segundo os PCNEM (1999) estão apresentadas a seguir.

**Quadro 2** – Competências e Habilidades de matemática segundo os PCNEM. Silva *et al* (2010, p. 17)

Competências	Habilidades
Representação e comunicação	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ler e interpretar textos de Matemática.</li> <li>• Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).</li> <li>• Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.</li> <li>• Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.</li> <li>• Produzir textos matemáticos adequados.</li> <li>• Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.</li> <li>• Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho</li> </ul>
Investigação e compreensão	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.).</li> <li>• Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.</li> <li>• Formular hipóteses e prever resultados.</li> <li>• Selecionar estratégias de resolução de problemas.</li> <li>• Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.</li> <li>• Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.</li> <li>• Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.</li> <li>• Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.</li> </ul>
Contextualização sócio-cultural	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.</li> <li>• Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.</li> <li>• Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.</li> <li>• Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.</li> </ul>

### ***2.2.1 Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE.***

O Estado do Ceará através da SEDUC vem realizando o SPAECE desde 1992, avaliando os alunos nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática verificando a realidade da aprendizagem e do ensino ofertado nas escolas públicas cearenses (CEARÁ, 2008). Essa avaliação tem características de avaliação externa em larga escala que avalia as competências e habilidades dos alunos, sendo contemplados os conteúdos da matriz curricular das disciplinas de Língua Portuguesa (com foco na leitura, interpretação e compreensão) e matemática ( com foco na resolução de problemas). As informações coletadas na avaliação identificam o nível de proficiência e a evolução do desempenho dos alunos (CEARÁ, 2008).

A avaliação é realizada anualmente, abrangendo as escolas estaduais e municipais, com itens elaborados por professores lotados nos anos previstos para serem avaliadas, tendo como orientação os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ministério da Educação (MEC) e os Referenciais Curriculares Básicos (RCB) da SEDUC (CEARÁ, 2008). São aplicados, também, questionários contextuais, investigando dados socioeconômicos e hábitos de estudo dos alunos, perfil e prática dos professores e diretores.

A SEDUC em 2007 ampliou a abrangência do SPAECE, incluindo os anos iniciais do ensino fundamental (2º ano) e todos os anos do ensino médio, estabelecendo como política pública incentivos às escolas melhorasse seus indicadores.

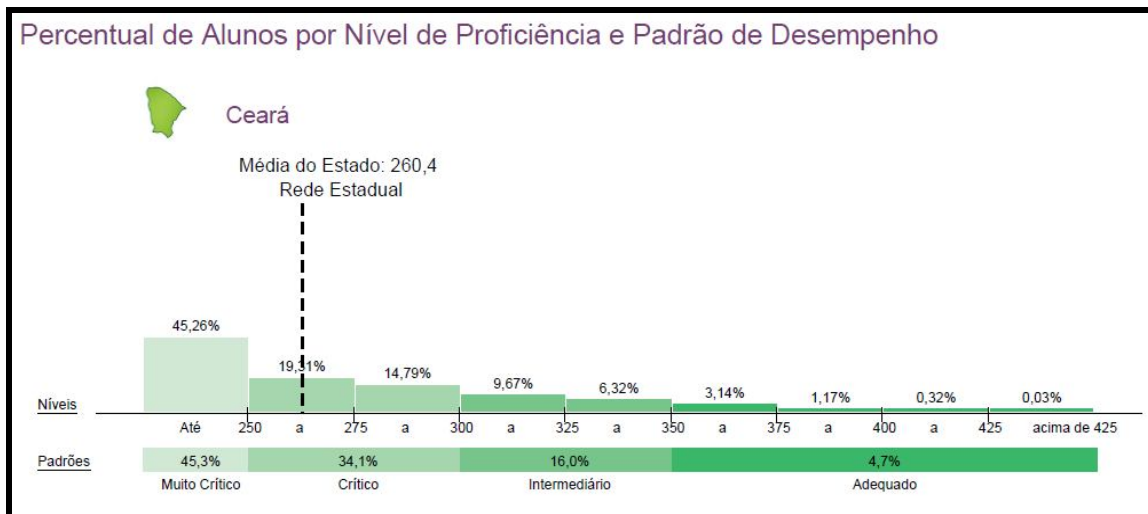
A Avaliação do Ensino Médio, realizada anualmente nos três anos séries deste nível de ensino, envolve todas as escolas da Rede Estadual de ensino, localizada nos 184 municípios cearenses e constitui-se da aplicação de testes de Língua Portuguesa e Matemática, considerando a Matriz de Referência do SPAECE das duas disciplinas avaliadas.

As informações levantadas por esta avaliação permite monitorar os resultados da aprendizagem dos alunos, seus pontos fortes e fracos, e sobre as características dos professores e gestores das escolas estaduais. Em se tratando de uma avaliação de característica longitudinal, possibilita acompanhar o progresso de aprendizagem de cada aluno ao longo do tempo.

Os resultados da avaliação são apresentados segundo níveis da escala de proficiência, revelando o desempenho dos alunos do nível mais baixo para mais alto. A Escala de Proficiência em matemática varia de 0 a 500 pontos, nos intervalos de 0-250; 250-275; 275-300; 300-325; 325-350; 350-375; 375-400, 400-425; 425-450; 450-575; 475-500 e dos padrões: muito crítico, crítico,

intermediário e adequado, de modo a conter em uma mesma "régua", a distribuição dos resultados do desempenho dos estudantes no período de escolaridade avaliado.

O gráfico abaixo apresenta os resultados da avaliação do SPAECE realizada em 2009 com 74.323 alunos dos 3º anos do ensino médio das escolas públicas do Ceará.



**Gráfico 2** - Níveis de proficiências dos alunos dos 3º anos do Ensino Médio – Ceará/2009. CAED/UFJF – CEARÁ (2009)

Analisando o gráfico, verificamos que 45,3% dos estudantes estão no padrão de desempenho muito crítico e que apenas 4,7% têm o desempenho adequado. Constatamos que esses alunos que apresentam padrão de desempenho muito crítico e crítico não consolidaram as habilidades e competências previstas para o ensino médio.

### 2.3 O Ensino do Conceito de Função

A compreensão acerca do conceito de função desde as primeiras contribuições neste campo de estudo, nos mostra fatos relevantes da história da matemática. Não pretendemos nesta pesquisa realizar um estudo detalhado do desenvolvimento cronológico, o objetivo é levantar alguns pontos pertinentes da história que podem contribuir como organizadores prévios para compreensão do conceito de função, que atualmente usamos no currículo escolar.

### 2.3.1 Aspectos Históricos do Conceito de Função

O conceito de função passou por um extenso processo de desenvolvimento, análise e maturação ao longo da história da matemática para chegar ao que se têm atualmente nos currículos escolares, pois, o entendimento desse conceito, na perspectiva educacional, sofreu inúmeras contribuições de matemáticos que divergiam em suas idéias, mas que se complementam para a formalização do conceito que a matemática moderna utiliza.

Segundo Lakatos (2004) apud Almouloud et al (2008) não há teoria que não tenha passado por um período de progresso; além do mais, esse período é o mais interessante do ponto de vista histórico, e deve ser o mais importante do ponto de vista didático.

O estudo sobre os conceitos que são atribuídos a função ao longo dos tempos são importantes para construirmos conhecimentos prévios de modo a estruturar eficazmente os conceitos que utilizaremos em nossas aulas, sendo fundamental para a compreensão de que toda produção de conhecimento matemático passou por um processo de evolução imerso num contexto social.

Na evolução do desenvolvimento do conceito de função, desde as primeiras contribuições de estudiosos da matemática como Descartes, Fermat e outros, percebe-se divergência dos conceitos que usavam para definir função.

Zuffi (2001) enfatiza que:

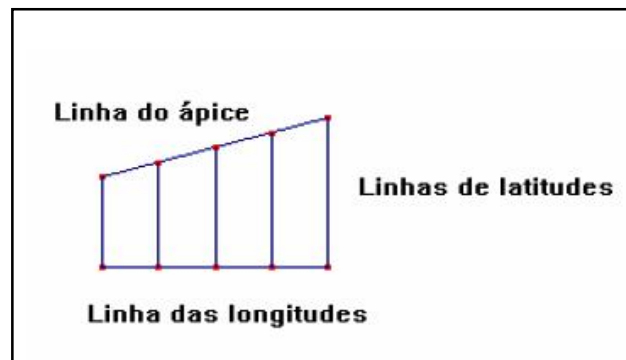
[...] não parece existir consenso entre os autores, a respeito da origem do conceito de função, talvez pelo seu próprio aspecto intuitivo. Alguns deles consideram que os Babilônios (2000 a.C.) já possuíam um instinto de funcionalidade, [...] em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas [...] que eram destinadas a um fim prático. As tabelas, entre os gregos, que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia, mostravam evidência de que estes percebiam a idéia de dependência funcional, pelo emprego de interpolação linear. (ZUFFI, 2001, p.11).

De acordo com Youshkevich (1976) apud Maia (2007, p.17-18) destaca alguns aspectos de divergências que são relevantes:

[...] depois de tudo, a real idéia de funcionalidade, aquela que se exprime com a utilização de coordenadas, foi claramente e publicamente pela primeira vez por Descartes.  
[...] A propósito da obra de Fermat, [...] o conceito de função e a idéia de símbolos como representantes de variáveis não se encontram em nenhum trabalho daquela época.  
[...] a questão da origem e do desenvolvimento de função é tratada habitualmente com uma notável parcialidade: ela é considerada quase que exclusivamente em relação á análise cartesiana a qual, por sua vez, é reivindicada como sendo um descendente tardio da escolástica “latitudo das formas”. E mais adiante, [...] trabalhar com funções pressupõe um alto grau de perfeição na época em que as primeiras tentativas foram feitas para dar forma a uma concepção geral de função.

Observa-se nessas ideias, que o entendimento que se tinha nessa época do conceito de função, não era consenso relacionar com a utilização de coordenadas ou gráficos, porém a primeira ideia de representação gráfica de uma função está associada à teoria denominada de latitude das formas, que consistia em representar uma função através de um gráfico em duas dimensões: horizontal e vertical, longitude e latitude, respectivamente.

Segundo Rossini (2006, p 35) foi o francês Nicole Oresme (1323 -1382) a primeira pessoa a utilizar coordenadas para representar o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo que se move com aceleração constante. Para construir o gráfico dessa função, Oresme marcou pontos em uma reta horizontal, representando instantes de tempo (longitudes) e para cada instante construiu perpendicular a reta de longitudes, um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades dos segmentos foram interligadas formando a linha do ápice conforme indica a Gráfico 3.



**Gráfico 3** – Exemplo de um gráfico na Idade Média. Rossini (2006, p.35)

Segundo Rossini (2006, p. 35) a latitude de uma grandeza é interpretada, de maneira geral, como sendo a quantidade variável dependendo de sua longitude e a linha do ápice é compreendida como sendo a representação gráfica de uma certa relação funcional contínua. Assim, nesse contexto, uma função poderia ser representada por meio de uma descrição verbal de suas propriedades específica ou por meio de um gráfico.

Relacionando essa idéia da teoria da latitude das formas e a linguagem moderna da matemática que se tem a respeito do gráfico de uma função, a longitude e a latitude podem ser chamada de abscissa e ordenada, respectivamente, e a linha do ápice, ser a reta obtida pela união dos pontos.

Youschkevich (1976) *apud* Pelho (2003, p.19) destaca três etapas principais do desenvolvimento de função até a metade do século XIX:

- (1ª Etapa) – Antiguidade: Predomina a idéia da dependência entre quantidades, sem ainda destacar a noção de variáveis e de funções.
- (2ª Etapa) – Idade Média: A noção de função é expressa de forma geométrica e mecânica, porém prevalecendo ainda as descrições gráficas ou verbais.
- (3ª Etapa) – Período Moderno: A partir do fim do século XVI e século XVII, começam prevalecer às expressões analíticas de função, sendo que o método analítico de introdução à função revoluciona a matemática devido sua extraordinária eficácia e assegura a esta noção um lugar de destaque em todas as ciências exatas.

Examinando as análises de Youschkevich (1981), Rossini (2006, p.36) preconiza que no período moderno o fator decisivo para o desenvolvimento do conceito de função, foi desempenhado, por um lado, pelo crescimento dos cálculos matemáticos como os progressos alcançados na trigonometria, a descoberta dos logaritmos e a extensão do conceito de número e, por outro lado, pela criação da *álgebra simbólica* de Francois Viète (1540 – 1603).

Magalhães (2009) afirma que René Descartes (1596 – 1650) introduziu as primeiras noções analíticas de funções, definindo função como sendo qualquer potência de  $x$ , como  $x^2$ ,  $x^3$  e de modo geral,  $x^n$ . Segundo Maia (2007) Descartes foi quem primeiro construiu a idéia da função quadrática  $x^2$ , pois para ele, a função  $x^2$  não representava um área de um quadrado de lado  $x$ , e sim o quarto termo da proporção  $I: x = x : x^2$  suscetível de ser representado por um segmento de reta fácil de se construir, quando se conhece  $x$ .

Segundo Rossini (2006), Descartes descreve que ao ligar uma curva plana algébrica a uma equação por meio de suas coordenadas de seus pontos, considerando coordenadas como segmentos de reta, obtém-se uma representação geometria dessa curva.

Descartes comenta que:

Tomando-se sucessivamente infinitas grandezas diversas para a linha  $y$ , encontram-se dessa maneira infinitas grandezas diversas para a linha  $x$ ; portanto, tem-se uma infinidade de pontos tais que aquele que é marcado  $C$ , por meio do qual se descreve a linha curva requerida. (ROSSINI, 2006, p.38, *apud* DESCARTES, 1903)

Já Euler (1707–1783) define função de outra maneira:

Se certas quantidades dependem de outras quantidades de tal maneira que se as outras mudam, essas quantidades também mudam, então se tem o hábito de nomear essas quantidades de funções das últimas; essa denominação tem o mais amplo entendimento e contem em si mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Se, por conseqüência,  $x$  designa uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de  $x$ , não importando qual a maneira, ou que são determinadas por  $x$ , são chamadas de funções de  $x$ . (ROSSINI 2006, p.45).

É atribuída a Leonard Euler a notação de função mais utilizada em todos os tempos. A notação  $f(x)$  para uma função de  $x$ .

Segundo Magalhães (2009, p.44), Richard Dedekind (1831-1916) usando a linguagem dos conjuntos, elaborou o conceito de função de maneira diferente dos anteriores. Para ele, dois conjuntos quaisquer  $E$  e  $F$ , uma aplicação  $f$  de  $E$  em  $F$  é uma lei que faz corresponder a um elemento de  $x$  de  $E$ , um elemento bem definido de  $F$ , o seu valor em  $x$  que é notado de modo geral por  $f(x)$ .

Magalhães (2009, p. 45) afirma que a formalização do conceito de função postulado por Dedekind, faltou à noção da introdução do produto cartesiano. A noção de produto cartesiano foi desenvolvida por Cantor (1845–1918), que foi fundamental para as coordenadas cartesianas. Para Dieudonné *apud* Magalhães (2009), a ideia é que o produto cartesiano  $E \times F$  de dois conjuntos quaisquer é um conjunto de pares ordenados  $(x, y)$  para todos os elementos  $x$  pertencentes a  $E$  e  $y$  pertencentes a  $F$ .

Levantar informações a respeito das diversas caracterizações do conceito de função no período moderno seria um trabalho bastante amplo, no entanto, sugerimos a leitura de Rossini (2006), Maia (2007) e Magalhães (2009) que destacam detalhadamente a evolução do conceito de função dentro dos aspectos cronológicos e as concepções de cada autor.

Para compreender as diferentes concepções atribuídas ao conceito de função dentro de uma escala cronológica, apresentamos os dados do quadro a seguir. Nele, percebemos as semelhanças e diferenças na evolução dos conceitos de função em que um conhecimento de um matemático complementa os dos outros.

**Quadro 3** – Síntese das concepções de funções. Rossini (2006, p. 54)

ANO	MATEMÁTICO	CONCEPÇÃO
1637	Descartes	Equação em $x$ e $y$ que mostra dependência
1670	Newton	Quantidades relacionadas; fluentes expressas analiticamente.
1673	Leibniz	Relação, quantidades geométricas que de um ponto da curva, máquina.
1718	Jean Bernoulli	Relação entre grandezas variáveis.
1748	Euler	Expressão analítica.
1755	Euler	Dependência arbitrária.
1778	Condorcet	Dependência arbitrária.
1797	Lacroix	Dependência arbitrária.
1797	Lagrange	Expressão de cálculo, expressão analítica.
1821	Cauchy	Resultados de operações feitas sobre uma ou várias quantidades constantes e variáveis.
1822	Fourier	Série trigonométrica; seqüência de valores; ordenadas não sujeitas a uma lei comum.
1834	Labatchevsky	Expressão analítica; condição para testar os números, dependência arbitrária.
1837	Dirichelet	Correspondência: para cada valor de $x$ (abscissa), um único valor de $y$



		(ordenada); função definida por partes.
1870	Hankel	Para cada valor de $x$ em um certo intervalo, corresponde um valor bem definido de $y$ ; não é necessária uma mesma lei para todo intervalo; $y$ não precisa ser definido por uma expressão matemática mente explícita.
1888	Dedekind	Correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo uma determinada lei.
	Cantor	Subconjunto de um produto cartesiano, obedecendo duas condições.
1939	Bourbaki	Correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo as duas condições.

Consideramos que o estudo histórico da evolução do conceito de função que os matemáticos construíram ao longo do tempo é muito pertinente neste trabalho, pois possibilita em nossa análise observar as concepções e as limitações que tinham a respeito desse conteúdo. Isto nos permitiu contextualizar historicamente esse tema e avaliar que tipos de abordagem poderíamos fazer em nossa prática docente com os estudantes.

### ***2.3.2 A Função Polinomial do 2º Grau no Currículo Escolar do Ensino Médio***

Nos conteúdos programáticos da disciplina de matemática no ensino médio segundo os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) dá-se maior ênfase para o ensino das funções, com especial atenção para a função polinomial do 2º grau, sendo este um dos temas mais temidos por parte dos alunos, e no qual os mesmos apresentam maior dificuldade em manipular sua representação algébrica e geométrica em diversos contextos, isto, devido ao alto nível de abstração que em geral, os professores utilizam em suas metodologias nas aulas sobre funções.

Segundo os PCNEM (1999) as funções representam uma ferramenta muito importante para aplicação em situações concretas do dia a dia do contexto social dos alunos ou para inter-relações com outras disciplinas curriculares, como a física, química, biologia, economia e outras, proporcionando atividades em que os alunos possam perceber a sua importância na vida cotidiana enquanto estabelece relações com a Matemática Abstrata e que pode ser tratada no ensino de funções.

De acordo com as Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006), o ensino de funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também

é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esboquem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decréscimo, ponto de máximo ou de mínimo, domínio, contradomínio e imagem.

Geralmente os professores quando vão iniciar aulas sobre funções quadráticas, começam pela definição e por meio de exemplos sem relacionar a situações do contexto real dos alunos, sem prevê que grandezas estão sendo envolvidas, sem considerar os conhecimentos prévios, sem estimular os alunos para aquisição do novo conhecimento.

Ainda com relação ao ensino da função quadrática as Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006), definem que:

O estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima). O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. O trabalho com a forma fatorada ( $f(x) = a(x - m)^2 + n$ ) pode ser um auxiliar importante nessa compreensão. Nesse estudo, também é pertinente deduzir a fórmula que calcula os zeros da função quadrática (a fórmula de Báskara) e a identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola, entendida esta como o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz). (OCEM, 2006, p.73).

A forma fatorada como sugerem as orientações curriculares do ensino médio do MEC,

$$f(x) = a(x - m)^2 + n \tag{1}$$

mostra que os números reais  $m$  e  $n$  podem ser obtidos em termos dos coeficientes da função, assim temos:

$$f(x) = a(x - m)^2 + n = ax^2 + bx + c$$

(2)

temos que,

$$\boxed{m = -\frac{b}{2a}} \tag{3}$$

e

$$\boxed{n = -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)} \tag{4}$$

Logo a forma fatorada em termos dos coeficientes será

$$f(x) = a(x-m)^2 + n = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right). \quad (5)$$

A função quadrática como é definida em alguns livros didáticos tem em sua forma polinomial a expressão algébrica

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

(6)

onde seus coeficientes  $a, b$  e  $c$  são números reais, com  $a \neq 0$ . Suas raízes, se existirem, no conjunto  $\mathbb{R}$ , são determinadas fazendo

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0, \quad (7)$$

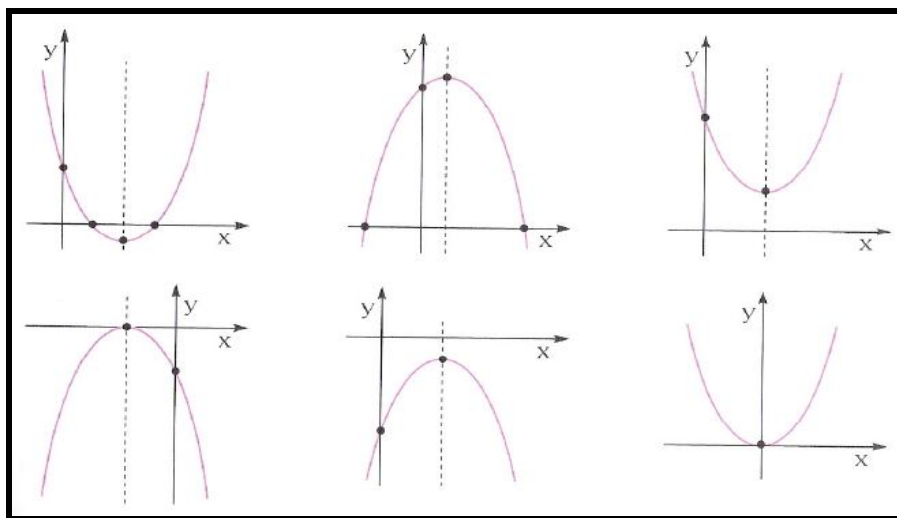
ou seja,

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (8)$$

onde encontramos

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (9)$$

sua representação gráfica que é uma parábola e poderá assumir uma das representações a seguir.

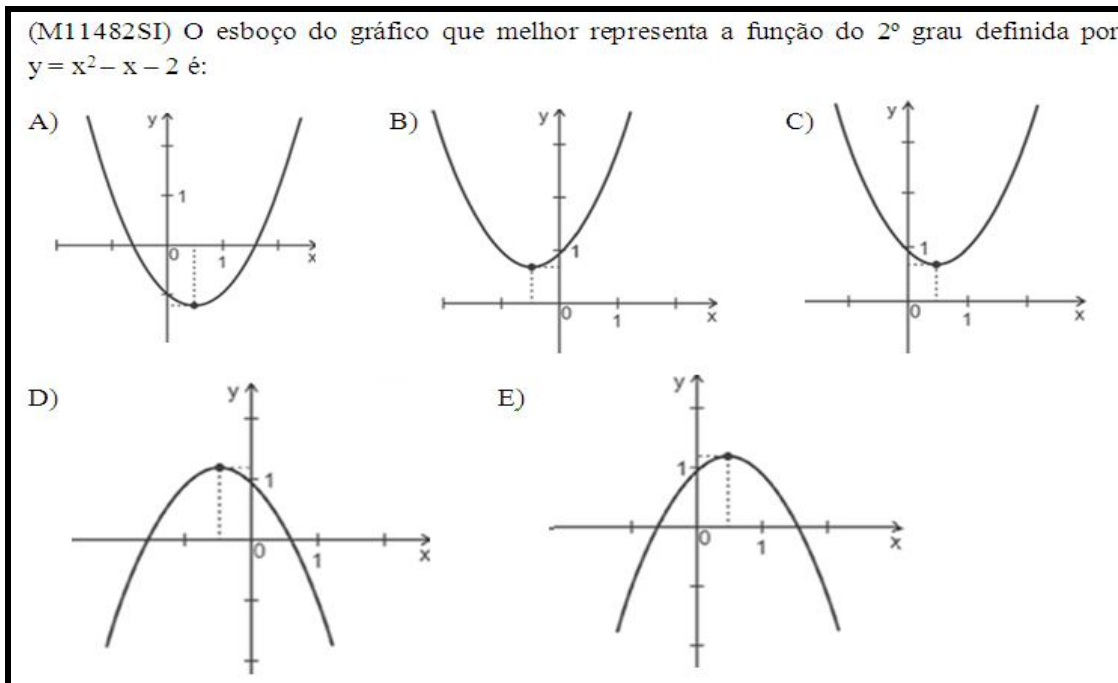


**Figura 8** - Representação Gráfica da função Polinomial do Segundo Grau. Maia (2007, p.30)

As últimas avaliações do SPAECE realizadas pela Secretaria Estadual de Educação (SEDUC) nas escolas públicas cearenses retratam um quadro caótico em relação ao domínio, das competências e habilidades, por parte do alunado em relação à representação algébrica e gráfica da

função polinomial do 2º grau, sendo um desafio aos professores inovarem em sua prática para melhorar o nível de desempenho dos alunos. Para ilustrar de forma mais clara, a seguir apresentaremos algumas dessas questões contidas nessas avaliações.

Na Figura 9, apresentamos uma dessas questões utilizada na avaliação do SPAECE, que teve como objetivo avaliar a habilidade de reconhecer a representação gráfica da função polinomial de 2º grau.



**Figura 9** – Questão M1148SI do banco de itens do SPAECE/CEARÁ (2009)

Na Figura 10, apresentamos outra questão utilizada na avaliação do SPAECE, que teve como objetivo avaliar a habilidade de reconhecer a representação algébrica da função polinomial de 2º grau.

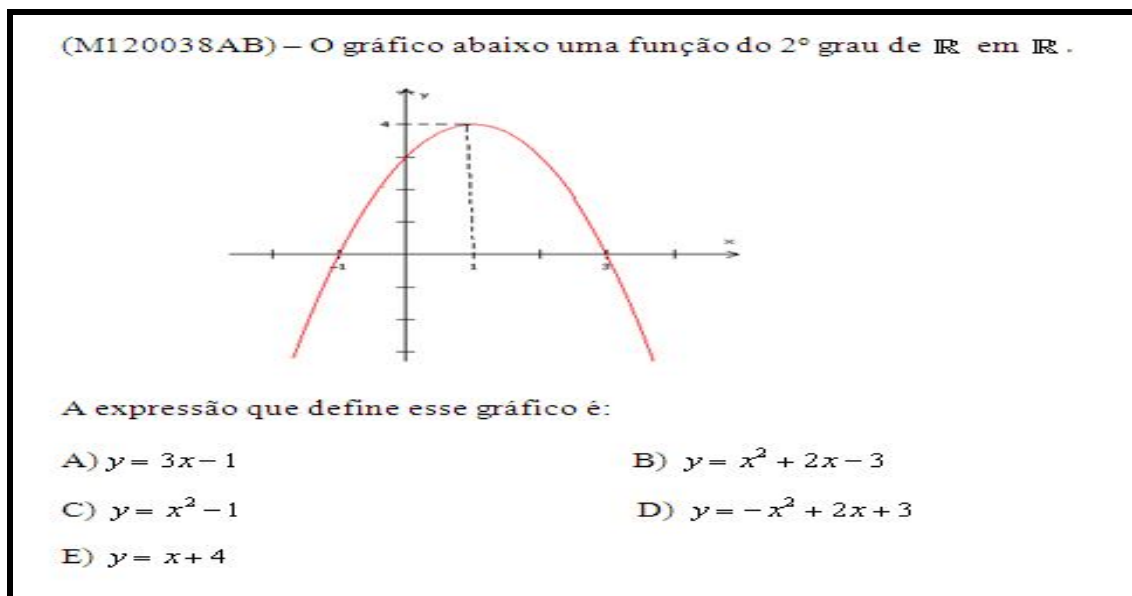


Figura 10 – Questão M120038AB do banco de itens do SPAECE /CEARÁ (2010).

Na Figura 11, apresentamos outra questão que teve como objetivo avaliar a habilidade de resolver situação-problema que envolva os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

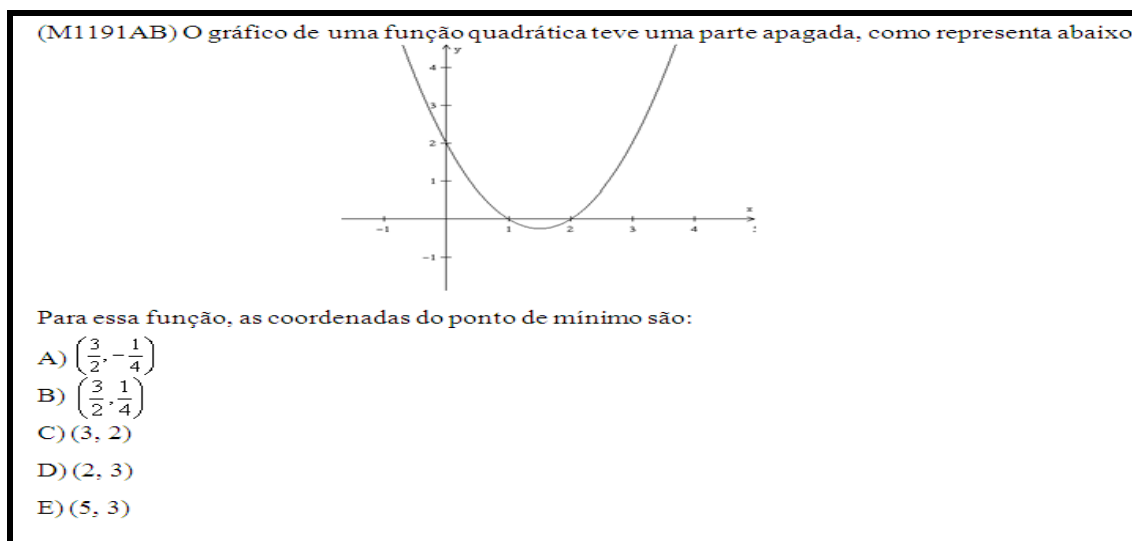


Figura 11 – Questão M1191AB do banco de itens do SPAECE /CEARÁ (2009)

Com relação às três questões apresentadas, observamos que elas exigem do aluno o domínio das competências e habilidades de conceituar função quadrática, levando em consideração as conversões entre suas representações algébricas e gráficas, como também interpretar e identificar

através do gráfico da função no plano cartesiano pontos notáveis, como as raízes e coordenadas do vértice da função.

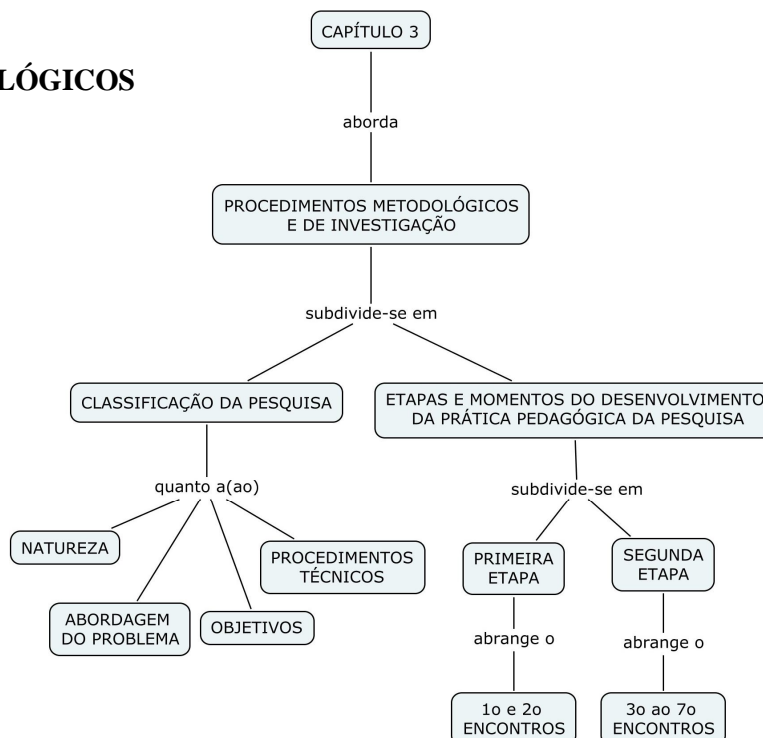
Na Figura 9, a questão apresentada pede que o aluno, a partir da representação algébrica da função quadrática  $y = x^2 - x - 2$ , identifique de forma correta o gráfico correspondente a função dada e, implicitamente exige que o mesmo tenha a capacidade de conceituar função quadrática, interpretar a relação entre os coeficientes com o gráfico da função, posição da curvatura da parábola e a conversão entre a representação algébrica e gráfica no plano cartesiano.

Na Figura 10, a questão pede que o aluno a partir do gráfico da função quadrática, represente-a algebricamente, daí, exige as mesmas habilidades anteriores. No entanto, com a experiência que temos no ensino de matemática, esta atividade é uma das mais complexas de ser aprimorada pelos alunos.

Na questão apresentada na Figura 11, deseja-se que o aluno identifique no gráfico as coordenadas do ponto de mínimo ou as coordenadas do vértice da parábola representada. Neste item, verificamos que exige a interpretação gráfica da parábola, elementos como os pontos de intersecção com os eixos coordenados, eixo de simetria, raízes e coordenadas do vértice.

## CAPÍTULO 3

### PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E DE INVESTIGAÇÃO



No presente capítulo, apresentaremos à classificação da pesquisa, os procedimentos metodológicos adotados, as fases de desenvolvimento da pesquisa e os instrumentos usados na coleta de dados e análise de resultados.

#### 3.1 Classificação da Pesquisa

Neste trabalho é preciso ter claro como ocorreu efetivamente o processo da pesquisa e que aspectos metodológicos foram seguidos em seu percurso para compreender as escolhas que tomamos nesta dissertação. Os passos que seguimos foram adotados, visto a necessidade de interligar os dados, as evidências e as informações coletadas sobre determinado tema ou estágio da pesquisa e o conhecimento adquirido e acumulado sobre o mesmo.

Ludke e André apud Magalhães (2009) consideram que para haver pesquisa, é preciso o embate entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento acumulado sobre o mesmo.

Segundo Almouloud (2008) o processo de pesquisa científica se caracteriza por:

- Um conjunto de operações sucessivas e distintas, mas interdependentes, realizadas por um ou mais pesquisadores, a fim de coletar sistematicamente informações válidas sobre um fenômeno observável para explicá-lo ou compreendê-lo.

- Um trabalho complexo que reúne diferentes competências (escrever, sistematizar, analisar), organização pessoal e domínio de técnicas especializadas (documentação, instrumentos de pesquisas, etc). (ALMOULOUD, 2008, p.63).

Existem diversas formas de classificar as pesquisas científicas, contudo, não há homogeneidade entre os autores no processo de conceituação das categorias de pesquisa e o assunto pode assumir um grau de polêmica em certos grupos de pesquisa, no tocante à classificação de seus trabalhos.

Sendo a área de educação científica e matemática e os mestrados profissionais umas das mais novas no cenário brasileiro, opta-se por seguir uma classificação de pesquisa atendendo a um grau de categorias relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa, o que certamente pode auxiliar a interessados em consultar a presente obra a poderem mapear, a um nível mais detalhado, certos aspectos específicos de seus interesses pessoais. Antes de prosseguir, evocamos aqui os consagrados pesquisadores da área de educação científica, Gil-Pérez e Carvalho (2006), que há décadas defendem o estabelecimento de uma metodologia específica de ensino para a área da educação em ciências.

Atrelados aos pressupostos anteriores, as formas clássicas de classificação serão apresentadas a seguir segundo Gil (1991, 2007). Classificaremos a pesquisa quanto à natureza, quanto à abordagem do problema, quanto aos objetivos e quanto aos procedimentos técnicos.

### ***3.1.1 Quanto à Natureza***

A pesquisa científica quanto à natureza classifica-se em básica ou aplicada. A pesquisa aplicada congrega o objetivo de gerar novos conhecimentos aplicáveis à prática para solucionar problemas específicos, enquanto à pesquisa básica guarda por objetivo gerar novos conhecimentos, mas sem aplicação prática prevista. Classificamos este trabalho como pesquisa aplicada, pois nos interessa as implicações práticas dos novos conhecimentos adquiridos com a pesquisa.

### ***3.1.2 Quanto à abordagem do problema***

As pesquisas em educação, em geral, seguem o método da pesquisa qualitativa, pois a pesquisa qualitativa se preocupa com o método adotado “como”, sem se preocupar com os aspectos quantitativos que tem como foco o “quanto”. Dessa forma Borba (2006) *apud* Magalhães (2009)



cita que a pesquisa qualitativa nos fornece mais informações descritivas que dão ênfase aos significados atribuídos as ações. Na pesquisa qualitativa, o pesquisador é instrumento-chave e a fonte é a coleta direta dos dados (Gil, 1991, 2007). Adotamos a pesquisa qualitativa por se configurar com as características que pretendemos desenvolver na abordagem do problema pesquisado.

### ***3.1.3 Quanto aos objetivos***

Do ponto de vista dos objetivos classificamos esta pesquisa como pesquisa exploratória, pois segundo Gil (1991, 2007) a pesquisa exploratória visa proporcionar maior familiaridade com o problema com objetivo de torná-lo explícito ou a construir hipóteses.

A pesquisa exploratória, segundo Gil (1991, 2007), assume formas de estudo de caso e de pesquisa bibliográfica, sendo portanto, considerado o levantamento bibliográfico, as entrevistas, análises de exemplos que estimulem a compreensão. Quanto aos objetivos definimos a pesquisa como exploratória uma vez que procuramos desenvolver uma familiaridade com o problema pesquisado.

### ***3.1.4 Quanto aos procedimentos técnicos.***

Segundo Gil (2007), quanto aos procedimentos técnicos adotados na coletas de dados, as pesquisas são classificadas em: Bibliográfica, Documental, Experimental, Levantamento, Estudo de caso, Expost-Facto, Pesquisa ação e participante.

- Pesquisa Bibliográfica: quando produzida com base em materiais já publicados anteriormente como livros, artigos de periódicos e atualmente com pesquisas na internet.

-Pesquisa Documental: quando é estruturada com base em materiais que não receberam um tratamento analítico e que podem ser reelaborado de acordo com os objetivos da pesquisa.

-Pesquisa Experimental: quando se determina um objeto de estudo, selecionam-se as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definem-se as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

-Levantamento: quando se deseja conhecer o comportamento das pessoas envolvidas na pesquisa interrogando-as diretamente.

-Estudo de caso: quando envolve um estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento.

-Pesquisa Export-Facto: quando o processo de experimentação acontece depois dos fatos.

-Pesquisa-Ação: quando concebida e realizada com estreita associação com a uma ação ou resolução de um problema de interesse coletivo com a participação cooperativa dos pesquisadores e participantes.

- Pesquisa Participante: quando se desenvolve com a interação dos pesquisadores e dos membros das situações pesquisadas.

Adotamos as definições propostas por Gil (2007) para classificar a pesquisa quanto aos procedimentos realizados na coleta de dados. Assim, os passos seguidos pelo professor pesquisador durante a realização da pesquisa com o envolvimento participativo e cooperativo dos alunos procuraram construir novos conhecimentos para solucionar um problema integrando o planejamento e ações para concretizar o trabalho. Por tanto, classificamos esta pesquisa como pesquisa ação.

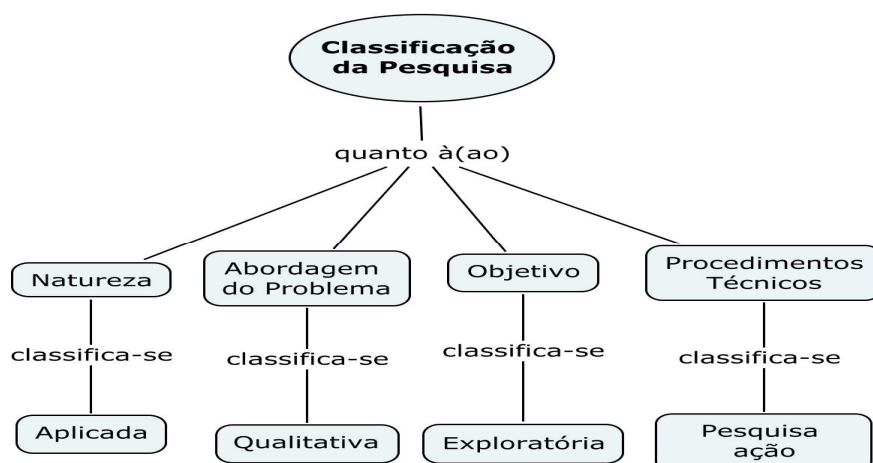
Gil (2007) preconiza que a pesquisa-ação se desenvolve através da participação ou do envolvimento cooperativo do pesquisador e dos participantes representativos da situação ou do problema.

A pesquisa-ação é concebida quando a pesquisa é realizada em estreita associação com uma ação ou com o problema coletivo. Os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (GIL 1991, p. 47).

Pontes (2010) afirma que a pesquisa ação é uma forma de construir novos conhecimentos para solução prática de um problema na qual a relação entre teórica e prática é privilegiada durante toda a pesquisa.

Como na realização dessa etapa, contamos com o envolvimento ativo de forma construtivista dos participantes e pesquisador, reconstruindo e resignificando os procedimentos de forma adequada, consideramos que esta pesquisa tem características de pesquisa participante, pois, segundo Gil (2007), a pesquisa participante ocorre quando a mesma se desenvolve a partir da interação entre os pesquisadores e membros das situações investigadas.

Apresentamos a seguir o mapa conceitual que representa o resumo da classificação da pesquisa segundo a visão de Gil (1991).



**Figura 12** – Mapa Conceitual da classificação da Pesquisa.

### **3.2 Etapas e Momentos de desenvolvimento da Prática Pedagógica da Pesquisa.**

De maneira genérica, os passos que se caracterizaram ao longo do desenvolvimento desta pesquisa estão em muito alicerçados nos pressupostos teórico-metodológicos, advindos da maturação da fase de pesquisa bibliográfica. Assim, conseqüentemente, emerge o embasamento estruturante, alicerçado nos objetivos, e que permite se estabelecer relações e unir os pressupostos teóricos da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, os Mapas Conceituais de Novak e o uso do computador na educação de forma construtivismo, utilizando como recurso didático um *software*, no caso, o *Winplot* para responder os objetivos da pesquisa.

Na realização das atividades, coleta de dados, análise e interpretação dos dados evidenciados, usamos os seguintes procedimentos.

#### **3.2.1 Primeira etapa da Prática Pedagógica.**

Na primeira etapa da pesquisa de campo, na forma da prática pedagógica exercida junto aos alunos, utilizamos os instrumentos de coleta de dados de forma direta, de modo a obter as informações relevantes e pertinentes para traçarmos um perfil dos alunos, identificar e mapear os conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos mesmos.

Os instrumentos de coleta de dados escolhidos e utilizados nesta pesquisa foram questionários, entrevista oral, diálogos e registros das informações colhidas pelo professor-pesquisador com o grupo de alunos do 3º ano do ensino médio para um levantamento prévio do perfil do grupo de alunos e organização e planejamento das sessões didáticas.

Realizamos a pesquisa de campo nos meses de novembro e dezembro de 2010, em duas etapas, divididas em 7 (sete) encontros. A primeira consiste nos dois primeiros encontros com carga horária de 6 h/a e teve a finalidade de adaptação dos alunos, realização das entrevistas e aplicação do questionário diagnóstico (1ª Etapa). A, segunda com 5 (cinco) encontros, totalizou 15 h/a, nas quais foram realizadas as aulas teóricas e práticas presenciais no laboratório de informática e aplicação do questionário da 2ª etapa.

Descreveremos a seguir como se deu a realização das etapas da pesquisa e sucedeu a aplicação dos procedimentos didáticos adotados.

A primeira etapa da pesquisa abrangeu os dois primeiros encontros, sendo cada um com carga horária de 3 horas aulas (6 horas/aulas).

- **Encontro 01** – Momento inicial da prática prática experimental, realizado no dia 11 de novembro de 2010, com acolhida dos alunos, motivação, adaptação e ambientação dos mesmos com objeto de trabalho. Finalmente, foi realizada a apresentação do projeto de pesquisa, numa forma mais simplificada, favorecendo e caracterizando a realização de uma prática pedagógica, descrevendo, numa forma ainda mais superficial, a necessidade de trabalhar os conhecimentos prévios dos alunos no momento da prática. Ainda foram abordados os recursos e ambiente físico que seriam utilizados.
- **Encontro 02** – Aula de apresentação e aplicação do questionário diagnóstico (1ª etapa) (Apêndice A), com objetivo de identificar as características do perfil dos alunos e dos conhecimentos prévios sobre o uso do computador como recurso didático nas aulas de matemática, o uso dos mapas conceituais, conhecimentos dos conceitos de funções: do 1º e 2º graus e suas representações algébricas e gráficas.

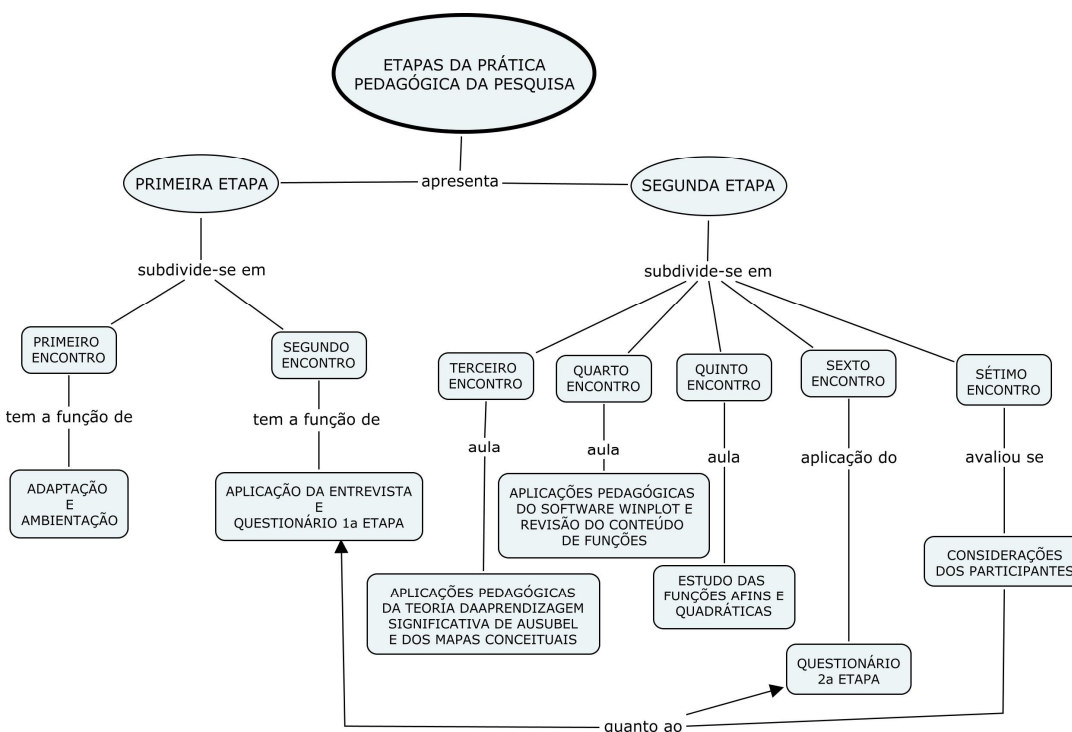
### ***3.2.2 Segunda Etapa da Prática Pedagógica***

- **Encontro 03** – Realizamos três horas-aula sobre aplicações pedagógicas da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e Mapas Conceituais.
- **Encontro 04** – Realizamos três horas-aula a sobre aplicações pedagógicas o uso do *software* educativo *Winplot*, revisamos os conceitos matemáticos de funções usando os mapas conceituais e os *software Winplot*.
- **Encontro 05** – Ministramos três horas-aula teóricas sobre a teoria das funções polinomiais do 1º e 2º graus enfatizando pontos notáveis dessas funções, formas algébricas e seus respectivos

gráficos destacando: crescimento/decrescimento, raízes, pontos de máximo ou de mínimo, coordenadas do vértice e outros.

- **Encontro 06** – Aplicamos o segundo questionário, para isso, trabalhamos em grupos sorteando as questões do questionário da 2ª etapa entre os 7 grupos que deveriam, respondê-las usando o *software* educativo *Winplot* e apresentarem aos demais grupos. Todos os grupos ficaram com uma questão para responder e apresentar, posteriormente deveriam responder às demais questões. Os grupos foram nomeados por Grupo 1, Grupo 2, até o Grupo 7, sendo seis de dois alunos e um de três alunos.
- **Encontro 07** – Avaliamos as considerações dos alunos quanto aos questionários (1ª e 2ª parte) e a interação colaborativa dos mesmos no desenvolvimento das atividades.

A seguir apresentaremos um mapa conceitual para sintetizar as etapas da pesquisa e suas partes.



**Figura 13** – Mapa Conceitual das etapas da prática pedagógica da pesquisa.

No momento da entrevista indagamos aos alunos que disciplinas eles tinham maior afinidade e que tipo de metodologias os professores adotavam em sala de aula sobre o tema função, se usavam o computador como recurso didático e se usavam alguns *softwares* específicos para o estudo das funções entre outras.

A primeira parte do questionário foi aplicada no segundo momento da primeira etapa. Seu objetivo foi determinar o perfil do grupo de alunos disponíveis para participarem da pesquisa, sua idade, se trabalha, que facilitará a caracterização da amostra de alunos escolhidos na pesquisa e diagnosticar os conhecimentos prévios (subsunçores) sobre o conceito de função afim e quadrática, suas formas algébricas e gráficas, o uso dos mapas conceituais, o uso pedagógico do computador na escola e em sua vida escolar de modo geral.

- Os sujeitos da pesquisa

Para a realização de contato preliminar e seleção dos alunos que iriam participar da pesquisa, foram concebidas as seguintes passos:

- O presente professor-pesquisador, na condição de coordenador escolar, intencionou visitar as três turmas de terceiro ano, do turno da manhã, para que os alunos, que viessem a ser escolhidos, realizassem as etapas pedagógicas da pesquisa. Em cada sala havia em torno de quarenta alunos.

- Houve uma negociação preliminar junto à direção da escola para que os alunos escolhidos pudessem realizar as atividades de pesquisa no horário de contra-turno, no caso, nas quintas-feiras à tarde.

- Assim as visitas às salas de aula foram liberadas pela diretoria e efetivadas, na presença dos respectivos professores.

- Em síntese, foi discutida junto aos alunos a importância da participação dos mesmos em atividades que visavam contribuir para um melhor uso pedagógico das TIC em sala de aula, especificamente o uso do *software* educativo *Winplot*, de forma a contribuir para a melhoria do processo de aprendizagem de conteúdos de função. Nestas visitas houve um rico processo de discussão colaborativa entre o presente pesquisador e os alunos.

Decorrido as etapas de conversação em sala de aula, houve interesse em participar da pesquisa por um conjunto de 15 (quinze) alunos, com idades entre 16 e 17 anos, sendo 10 meninas e 5 meninos. Isto ocorreu primeiramente por preferência do professor-pesquisador, pois o mesmo é coordenador escolar da referida escola e já lecionou nesta unidade de ensino por mais de 15 anos no ensino médio e segundo por sugestão do professor orientador, uma vez que se espera que os alunos que estão nos anos finais do ensino básico, já tenham em sua estrutura cognitiva subsunçores bem organizados e estruturados capazes de ancorar novos conhecimentos de forma significativa.

Os alunos que se envolveram neste trabalho, foram escolhidos a partir da interação realizada junto aos mesmos e à respectiva aceitação dos mesmos, sendo exigida apenas a condição

de disponibilidade de tempo, para participarem das sessões didáticas propostas na pesquisa nos horários de contrato turno de aula. Dentre os participantes, somente 04 (quatro) afirmaram que trabalhavam e isso não iria prejudicar o bom andamento dos trabalhos sugeridos. Os nomes dos 15 (quinze) alunos foram trocados por pseudônimos: Adelane, Amanda, Ana, Beatriz, Brenda, Carol, Diego, João, Jordana, Josevânia, Kaio, Aparecida, Nonato, Sabrina e Thiago.

A partir de conversas informais entre professor-pesquisador e alunos e de um questionário inicial aplicados aos estudantes para traçar um perfil dos mesmos, nove informaram ter dificuldades com disciplinas de exatas devido às metodologias de aulas aplicadas pelos seus professores. Reafirmam, “sempre é do mesmo jeito: explicação, exercícios e correção”, aulas desmotivadoras, sem inovação e sem considerar o que eles já sabem para aprender novos conteúdos, ou seja, não valorizando os seus conhecimentos prévios para desenvolver seus planos de aulas.

Moreira e Masini (2006, *apud* Ausubel, 2003) afirmam que para aprender de forma significativamente o professor deve considerar o que o aluno já sabe, isto é, o que ele já consolidou em sua estrutura cognitiva de forma a ancorar novos conceitos significativos.

Quanto às informações sobre o uso do computador e da internet como recurso e auxílio com fins educacionais, indagamos aos alunos se utilizam essas tecnologias no dia a dia da escola, e então eles responderam que ainda precisam intensificar os usos destes cursos disponíveis no espaço escolar e em domicílio, pois geralmente os utilizam com outros fins. Valente (1999, p. 91) afirma que o uso do computador na sociedade do conhecimento pode ser um importante recurso para promover a passagem da informação ao usuário ou facilitar o processo de construção do conhecimento.

#### - Descrições do ambiente

O ambiente físico que usamos para a realização dos encontros foi o laboratório de informática do CVT de Beberibe – Pólo da UAB/UFC, o qual contava com 30 computadores modernos, todos com o sistema operacional Windows. Na realização das sessões didáticas neste laboratório cada aluno (a), inicialmente ficou com um computador e, posteriormente, formamos duplas para facilitar a interação do grupo na resolução dos questionários propostos.

O CVT de Beberibe tem uma ampla estrutura de laboratórios e sala de aula. Funciona neste pólo cursos de graduação em licenciatura plena e cursos de bacharelados na modalidade semipresencial através das Universidades Estadual e Federal do Ceará.

Esta parceria se deu pelo fato de o professor-pesquisador ser tutor presencial do curso de licenciatura em matemática da UFC neste pólo. Foi instalado os *softwares Winplot* e o

*CmapTools* para serem usados nas sessões didáticas. Os alunos começaram a se familiarizar com estes recursos, porém usaram de forma mais efetiva o *software Winplot* para a construção das representações gráficas das funções polinomiais do segundo grau e o *CmapTools* ficou mais para que o professor-pesquisador utilizasse como recurso didático nas sessões didáticas.

Na execução da prática pedagógica o professor-pesquisador ministrou aulas teóricas e prática com auxílio dos recursos computacionais e dos mapas conceituais, propondo alternativas que permitissem ao aluno construir o conceito de função quadrática, com ênfase na construção de gráficos dessa função.

No sexto encontro da prática pedagógica aplicamos o questionário da segunda etapa da pesquisa que disponibilizamos no Apêndice B, fazendo o uso pedagógico do computador e o *software Winplot* para a construção da representação gráfica das funções quadráticas e registramos as considerações realizadas pelo grupo de alunos.

A aplicação dos mapas conceituais ocorreu apenas na forma de suporte didático utilizado pelo professor-pesquisador durante a realização das aulas e, posteriormente, foram observadas as considerações dos alunos quanto à aquisição dos conceitos de forma significativas usando esse recurso.

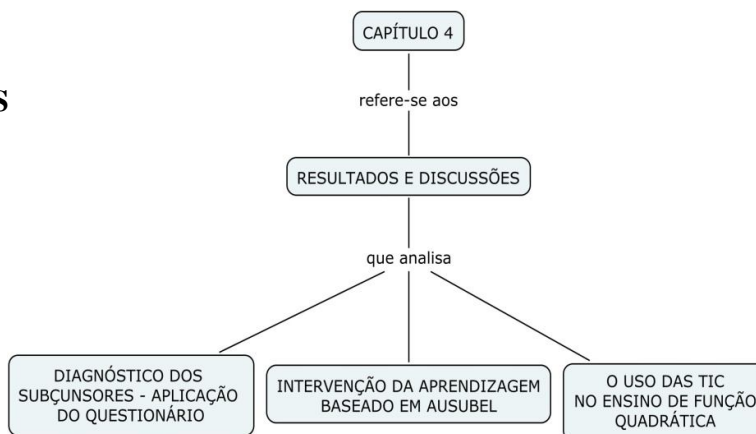
- Descrição da aplicação

Os estudantes, durante o desenvolvimento de todas as atividades, trabalharam momentos em duplas, ou excepcionalmente num grupo de três, e outras situações individualmente, com a finalidade de construir momentos colaborativos de estudos e trocas de experiências sobre o objeto da pesquisa. Cada estudante ou grupo tinha acesso a um computador, conectado a internet com os *softwares* utilizados na pesquisa já instalados e, todos os arquivos digitais foram gravados pelos alunos e professor-pesquisador em *pen drive* que, ao final de cada sessão didática, ficava uma cópia com o professor-pesquisador e outra com o aluno.

Durante os dois primeiros encontros, os alunos ficaram mais livres, e teve como finalidade a etapa de familiarização dos mesmos com o ambiente de trabalho e o professor-pesquisador. Contudo, no início das sessões didáticas, trabalhamos formalmente as ferramentas computacionais: o *software Winplot*, sendo que alguns alunos já conheciam este recurso computacional, porém, não utilizavam com fins educacionais, segundo uma proposta pedagogicamente formalmente embasada. Nestas sessões, também introduzimos as aulas teóricas sobre as funções, com especial atenção para a função quadrática, aspectos históricos e atuais relevantes e utilizados na conceituação desta função e os resultados da avaliação do SPAECE (CEARÁ, 2010), que envolve este tema para situar os alunos no contexto da pesquisa.



## CAPÍTULO 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES



Neste capítulo, apresentaremos, conforme a metodologia delineada, a análise e discussão dos resultados obtidos.

A análise e discussão dos resultados da pesquisa têm um caráter científico importante para saber quais são as características dos participantes, quais as dificuldades que os alunos apresentam em relação ao conteúdo explorado e propor estratégias para amenizar os problemas identificados a partir da análise das informações da pesquisa, de modo a contribuir para a melhoria do processo educacional, notadamente a aprendizagem dos alunos de matemática.

### 4.1 Análise e diagnóstico dos subsunçores

Para facilitar o mapeamento da argumentação do presente capítulo, apresenta-se uma breve retrospectiva do Capítulo anterior.

Como, descrito no Capítulo 3, iniciamos o experimento realizando encontros as quintas feiras dos meses de novembro e dezembro de 2010. Preliminarmente, motivamos os estudantes para participarem da pesquisa e se envolverem nas atividades extraclasse, através da realização das etapas da pesquisa que desenvolvemos no laboratório de informática do CVT de Beberibe.

Descreveremos a seguir como se caracterizaram as atividades nos encontros que realizamos na execução da prática experimental da pesquisa, analisando e discutindo as conclusões dos alunos no desenvolvimento das atividades.

Realizamos a elaboração e organização dos instrumentais da pesquisa: questionários, planos, recursos tecnológicos e definição da amostra de 15 alunos do 3º ano do Ensino Médio. O primeiro encontro foi realizado no dia 11 de novembro de 2010 e teve a finalidade conhecer os participantes, suas expectativas e interesses em participar da pesquisa, as contribuições que o trabalho poderia proporcionar sua formação e determinar o perfil dos alunos. Na oportunidade pedimos aos alunos que comentassem oralmente durante a entrevista e para o professor-pesquisador

sobre suas expectativas em participarem do trabalho. Citaremos algumas das considerações dos alunos sobre esses questionamentos:

- *Argumentaram a importância para eles em participarem de uma pesquisa de dissertação de mestrado, pois seria uma oportunidade para ampliar seus conhecimentos sobre o conteúdo de funções.*
- *Comentaram que iriam utilizar o computador com fins educacionais, pois usavam o computador com maior frequência para acessar e-mail e páginas de relacionamentos.*
- *Argumentaram sobre os laboratórios de informática integrados ao ensino de matemática, destacando alguns “programas” como Excel na construção de planilhas, tabelas e gráficos.*

Sugerimos ao grupo de alunos que relatassem de forma oral e espontânea como os professores de matemática ministravam suas aulas, que recursos eles utilizavam, se usava o computador e que tipo de atividades eram aplicadas, como era a abordagem que o professor usava para iniciar e desenvolver as aulas.

Dos 15 alunos, 13(87%) afirmaram que o professor sempre ministrava suas aulas com exposição oral, escrevendo no quadro, a definição do tema, expondo cada tópico e ao final da aula aplicava exercícios e correção, não procurava relacionar os conteúdos com os conhecimentos que eles já sabiam, nem com situações do contexto social. Afirmaram também que o mesmo usava o data show e o *notebook* para apresentar algumas questões sugeridas pela coordenação sobre o SPAECE e ENEM, mas que não utilizava o laboratório de informática como suporte pedagógico.

No segundo encontro utilizamos a aplicação do questionário da primeira etapa destinado a análise dos alunos, com objetivo de construir um perfil dos mesmos e avaliar seus conhecimentos prévios a respeito do conceito de função afim e de função quadrática quando se manipula os coeficientes dessas funções e que transformações ocorrem em seus gráficos. Direcionamos as atividades proposta na pesquisa sobre o uso do *software* educativo *Winplot* como ferramenta de aprendizagem significativa em ambiente informatizado para o ensino da função quadrática aos alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Dos quinze estudantes, todos responderam o questionário, assim agrupamos as principais informações obtidas e organizamos essas questões de modo uniformizar a apresentação dos dados obtidos.

Das respostas colhidas no questionário 1ª parte (Apêndice A), 2 (13%) alunos informaram ter idade de 16 anos, 9 (60%) com 17 anos e 4 (27%) com 18 anos, 10 (67%) são do sexo feminino e apenas 4 (27%) trabalham.

As questões 4, 5, 6, 7 e 8 buscavam levantar vestígios preliminares se os estudantes utilizavam o computador com fins educacionais, se usava o laboratório de informática da escola, se possuíam computador em sua casa, utilizava a internet com fins educacionais e se tinham disponibilidade para participar da pesquisa. As respostas mostraram indícios preliminares que 9 (60%) dos 15 estudantes utilizavam às vezes computador com fins educacionais e que, esporadicamente, utilizavam o laboratório de informática da escola. As respostas foram quantificadas na tabela 2.

**Tabela 2** – Respostas dos alunos a questões do tipo objetivas quando questionados sobre o uso do computador para fins educacionais (dados coletados do questionário – Apêndice A)

Questões	Respostas	Sim (%)	Às Vezes (%)	Difícilmente (%)	Não (%)
Q. 4 - Utiliza o computador com fins educacionais		3 (20)	9 (60)	3 (20)	-
Q.5 - Laboratório de informática		1 (7)	9 (60)	3 (20)	2 (13)
Q.6 - Tem computador		6 (40)	-	-	9 (60)
Q.7 - Disponibilidade		13 (87)	-	-	2 (13)
Q.8 - Utiliza a internet com fins educacionais		3 (20)	7 (47)	5 (33)	-

As questões 9 e 10 buscavam levantar vestígios preliminares se os estudantes conhecem e se saberiam construir mapas conceituais sobre funções quadráticas. Nestas questões, avaliamos em caráter preliminar a percepção dos estudantes com mapas conceituais.

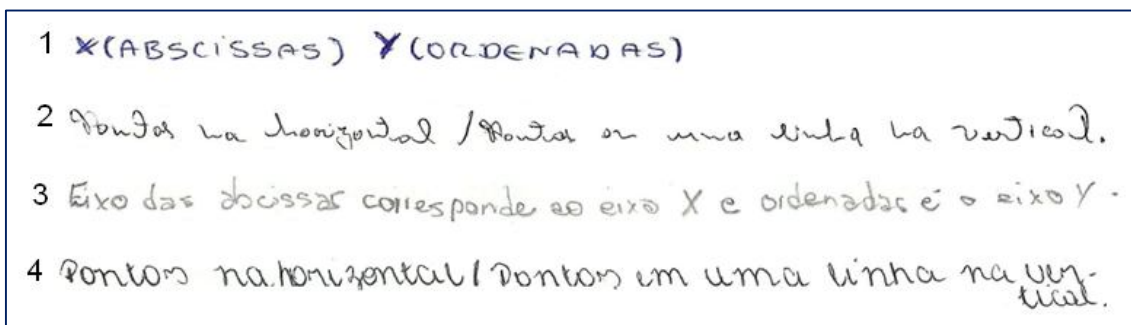
As respostas revelam vestígios preliminares que 7 (47%) dos 15 alunos conheciam os mapas conceituais, mas apenas 3 (20%) alunos entre estes 7 (47%) responderam que saberiam construir os mapas conceituais sobre funções quadráticas. Em conclusão, os indícios preliminares relatados pelos alunos sugerem que os mesmos refletem deficiências no conhecimento e uso de mapas conceituais numa ótica da aprendizagem significativa.

**Tabela 3** – Respostas dos alunos quando questionados sobre os mapas conceituais – (dados coletados do questionário – Apêndice A)

Questões	Respostas	Sim (%)	Não (%)
Q.9 - Conhece os mapas conceituais.		7 (47)	8 (53)
Q.10 - Saber construir mapa conceitual sobre funções quadráticas		3 (20)	12 (80)

A questão 11 busca levantar informações preliminares, na forma descritiva, se os estudantes conheciam e se saberiam conceituar o plano cartesiano definindo seus dois eixos: abscissas e ordenadas. As respostas mostraram que 11 (73%) alunos possuem conhecimentos sobre o plano cartesiano. Mas quando pedimos para conceituar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas, percebemos que eles não têm um conceito melhor embasado dos eixos coordenados sendo necessário retomar o conteúdo nas aulas da prática pedagógica.

Na Figura 14 apresentamos os comentários dos alunos sobre o eixo das abscissas e ordenadas:



**Figura 14** – Comentários dos alunos Bia, Tiago, Adelane e Sabrina a respeito do plano cartesiano, relativo à pergunta: O que significa o eixo das abscissas e das ordenadas.

Levando-se em conta que são alunos de terceiro ano do ensino médio e que tais conceitos são integrantes do currículo de disciplinas ofertadas anteriormente, constatamos que eles ainda têm dificuldades para conceituar de forma mais fundamentada e clara o plano cartesiano, enfatizando os eixos coordenados, abscissas e ordenadas. Tal deficiência acumulada provavelmente terá reflexos, no momento de execução da prática pedagógica desta pesquisa, ilustrando-se: necessidade de interpretação e construção dos gráficos de funções quadráticas, pois, para o aluno construir o gráfico de uma função no plano com lápis e papel ou usando os recursos computacionais, ele deve ter como conhecimento prévio o domínio dos conceitos relacionados ao plano cartesiano, Moreira *et al* (2006) preconizam que uma das condições para que o aluno possa aprender significativamente é a associação dos conhecimentos novos com os que já existem em sua estrutura cognitiva, pois na inexistência de conhecimentos prévios os alunos, no máximo, aprenderão de forma mecânica.

As questões de 12 a 15 buscavam levantar indícios preliminares se os estudantes reconhecem os gráficos e as formas algébricas e se saberiam construir gráficos de funções do 1º e 2º graus. Nestas questões, avaliamos o conhecimento dos estudantes sobre os gráficos das funções do 1º e 2º graus. Relativo às questões 12 e 13, que são do tipo objetivas e perguntam aos alunos se

eles, respectivamente, reconhecem ou não os gráficos das funções polinomiais, de 1º e 2º graus, dos 15 alunos consultados, 11 (73%) optaram pelo “sim”, ou seja, que reconhecem o gráfico da função do 1º grau, e 10 (67%) escolheram a opção “sim”, quanto ao gráfico da função polinomial do 2º grau, ou seja, que reconhecem o gráfico da função polinomial do 2º grau.

A Tabela 3, mostra uma síntese destas avaliações. As respostas dos alunos às questões 14 e 15, comentadas a seguir, apresentam informações adicionais que auxiliam no processo de análise dos conhecimentos prévios dos alunos sobre as funções polinomiais de 1º e 2º graus.

**Tabela 3** – Respostas dos alunos quando questionados as representações gráficas e algébricas das funções do 1º grau e do 2º grau – (dados coletados do questionário – Apêndice A)

Questões	Respostas	Sim (%)	Não (%)
Q.14- Qual a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau utilizando os coeficientes $a$ e $b$ ?		11 (73)	4 (27)
Q.15- Qual a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau utilizando os coeficientes $a$ , $b$ e $c$ ?		10 (67)	5 (33)

Quando perguntamos, na questão 14, qual a representação gráfica da função polinomial do 1º grau, usando os coeficientes  $a$  e  $b$ , apenas 2 (13%) dos 15 alunos responderam corretamente afirmando que é uma reta cuja forma algébrica é  $f(x) = ax + b$  e 6 (40%) alunos não responderam a questão. Já quanto à questão 15, quando perguntamos qual a representação gráfica da função polinomial do 2º grau, usando os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , apenas 2 (13%) alunos responderam corretamente afirmando que é uma parábola, cuja forma algébrica é da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$  enquanto que 7 (47%) dos alunos não responderam à questão.

Analisando as afirmações dos alunos, para a realização da prática pedagógica desta pesquisa, acha-se prudente trabalhar em sala de aula junto aos mesmos a revisão de alguns conceitos associados. No Anexo A, apresenta-se o planejamento dos conteúdos de reforço que foram trabalhados com os alunos, visando diminuir as deficiências conceituais observadas através das respostas ao questionário citado.

Perguntamos nas questões de 16 a 19, do questionário da primeira etapa, ver os enunciados no Apêndice A, sobre a variação dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , como seriam as características do gráfico, após a alteração dos coeficientes, comparando-se estes em relação aos anteriores. Os 15 alunos (100%) não conseguiram elaborar respostas que explicassem tais perguntas, conotando evidências que os mesmos não tinham conhecimentos prévios sobre as modificações dos gráficos da função quadrática, quando foram

manipulamos seus coeficientes, fato este que levou à necessidade de aprofundar o assunto em sessões didáticas posteriores.

Perguntamos ainda, nas questões de 20 e 21, do questionário da primeira etapa, ver os enunciados no Apêndice A, se eles reconheciam a forma algébrica das funções do 1º e 2º graus em sua forma geral. As respostas, em relação à questão 20, mostraram vestígios preliminares que 8 (53%) dos 15 alunos que assinalaram a opção “sim”, reconhecem a representação algébrica da função do 1º grau e 7 (47%) responderam assinalando a opção “não”. Quanto à questão 21, as respostas mostraram indicativos preliminares que apenas 5 (33%) dos 15 alunos que assinalaram a opção “sim” reconhecem a forma algébrica da função do 2º grau e 10 (67%) alunos assinalaram a opção “não”.

Em nossa análise, observamos a necessidade de reforçar, junto aos alunos, esses conceitos de forma significativa na etapa seguinte da pesquisa, pois verificamos de forma preliminar que precisam ressignificar os conhecimentos prévios.

Na Tabela 4, apresentaremos as respostas dos alunos em relação às questões 22 a 25 do questionário da primeira etapa (Apêndice A).

**Tabela 4** – Respostas dos 15 alunos quando questionados sobre as raízes da função – (dados coletados do questionário da primeira etapa - Apêndice A)

Questões	Respostas	Sim (%)	Não (%)
Q.22 - Você conseguiria determinar as raízes de uma função polinomial do 2º grau a partir de sua representação gráfica?		2 (13)	13 (87)
Q.23 - Você conseguiria determinar as raízes de uma função polinomial do 2º grau a partir de sua representação algébrica?		7 (47)	8 (53)
Q.24 - Sendo dada a representação gráfica de uma função polinomial do segundo grau, conseguiria prever as principais características dessa função como raízes (se existirem), coordenadas do vértice, ponto de máximo ou de mínimo, eixo de simetria, seu domínio e sua imagem?		4 (27)	11 (73)
Q.25 - Você conhece alguma ferramenta computacional ( <i>software</i> ) que poderia auxiliar a aprendizagem dos alunos sobre o estudo das funções no plano cartesiano?		2 (13)	13 (87)

Observando os dados da tabela 4, quando perguntamos, na questão 22, se os alunos conseguiriam determinar as raízes da função polinomial do 2º grau a partir de sua representação gráfica. As respostas apresentadas pelos alunos mostram sinais preliminares que apenas 2 (13%) dos 15 alunos que assinalaram “sim” conseguiriam determinar as raízes da função polinomial do 2º grau e que 13 alunos que assinalaram a opção “não”, correspondendo a 87% dos participantes, não

conseguiriam determinar as raízes dessa função através de sua representação gráfica. Os vestígios preliminares emergidos a partir da análise dos dados referentes à questão 22 da primeira etapa apontam que os alunos apresentam dificuldades de abstrair informações relevantes num gráfico de uma função do 2º grau.

Isto nos sugestionou preliminarmente, reelaborar, junto aos alunos, os significados deste campo conceitual caracterizado pela questão 22, bem como avaliar as competências e habilidades dos mesmos sobre a interpretação do gráfico da função polinomial do 2º grau, supondo-se ocorrer sinais preliminares de que a grande parte dos alunos não aprendeu esses conteúdos de forma significativa. Em suma, é preciso reforçar esses conteúdos posteriormente nas sessões didáticas com o professor-pesquisador.

Quanto à questão 23 do questionário da primeira etapa (Apêndice A), que perguntava se os alunos conseguiriam determinar as raízes de uma função polinomial do 2º grau a partir de sua representação algébrica, 7 (47%) alunos assinalaram a opção “sim” e 8 (53%) assinalaram a opção “não”, sugerindo haver vestígios preliminares de que provavelmente os alunos têm dificuldades de determinar as raízes das funções polinomiais do 2º grau usando procedimentos algébricos.

Porém quando se compara os resultados das questões 22 e 23, verifica-se que há indícios preliminares de tendência de melhor desempenho dos alunos quando trabalham com procedimentos algébricos, respectivamente 7 (47%) alunos que responderam sim à questão 23, do que com a interpretação de gráfico da função do 2º grau para determinar suas raízes, respectivamente 2 (13%) alunos que responderam sim à questão 22.

Analisando a questão 24 do questionário da primeira etapa (Apêndice A), onde perguntamos se, a partir do gráfico da função polinomial do 2º grau, os alunos conseguiram identificar as principais características da função, como as raízes, coordenadas do vértice, ponto de máximo ou de mínimo, eixo de simetria, domínio e imagem, 4 (27%) alunos assinalaram a opção “sim” e 11 (73%) assinalaram “não”, sugerindo vestígios preliminares de que não interpretam ou interpretam de forma mais superficial os gráficos das funções do 2º grau, para abstrair informações relevantes como raízes, coordenadas do vértice, ponto de máximo ou de mínimo, eixo de simetria, domínio e imagem que são fundamentais para uma consolidação mais significativa do tema de aprendizagem de funções (AUSUBEL, 2003, MOREIRA, 2006).

Analogamente à forma da análise apresentada anteriormente, para as questões 22 e 23 da primeira etapa (Apêndice A), que tratam da determinação de raízes polinomiais, verificamos que seria necessário intervir de forma significativa na aprendizagem dos alunos em relação aos assuntos

abordados nas questões (Ausubel, 2003, Moreira, 2006), proposta trabalhada em encontros posteriores.

Quanto à questão 25 do questionário da primeira etapa (Apêndice A), relativa ao uso de *softwares* e sua contribuição para a facilitação da aprendizagem de funções no plano cartesiano, no caso apenas 2 (13%) alunos responderam que conhecem, mas pouco utiliza. Analogamente às considerações de análise postuladas para as questões anteriores, verifica-se se necessário reforçar os conhecimentos dos alunos (AUSUBEL, 2003; MOREIRA, 2006).

Havendo elaborado uma primeira discussão dos resultados da primeira etapa, a análise das respostas ao questionário aplicado revela alguns cenários preliminares dos conhecimentos dos alunos em relação ao tema matemático funções polinomiais de primeiro e segundo grau e, também, sobre o uso de *software* computacional para auxiliar a aprendizagem em sala de aula.

No sub-item a seguir será tratada a segunda etapa, constituída pelos encontros de 3 a 7, onde se destacam: a realização de sessões didáticas, para se trabalhar o estabelecimento de subsunçores dos alunos, nos campos de funções polinomiais e uso do *Winplot*, destacando-se o uso pedagógico de recursos gráficos para favorecer aos alunos a ressignificação dos conceitos de funções polinomiais, trabalhados de forma construcionista e colaborativa (VALENTE, 1999; ALMEIDA, 2000).

Também, nesta segunda fase, é aplicado o segundo questionário, composto de perguntas e questões que exigem dos alunos a utilização do *software Winplot* para ressignificar seus conhecimentos no campo de funções polinomiais.

#### **4.2 Intervenções Baseadas na Aprendizagem Significativa Ausubeliana.**

Na segunda etapa da prática pedagógica da pesquisa, focalizamos inicialmente a aula que caracteriza o terceiro encontro. Passamos a construir intervenções na aprendizagem dos alunos baseados na teoria ausubeliana (Ausubel, 2003; Moreira, 2006). De uma forma direcionada aos alunos do terceiro ano do ensino médio, se buscou apresentar e discutir, através do uso de uma linguagem simplificada, alguns dos aspectos aplicados da Teoria da Aprendizagem Significativa, que contribuem para favorecer a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Foi discutido junto aos alunos a importância que existe do professor-pesquisador acompanhar como estes estão progressivamente ressignificando seus conhecimentos. Discutiu-se o



estabelecimento de inter-relações entre os conhecimentos prévios e os novos e o desenvolvimento de atividades colaborativas.

No terceiro encontro da prática pedagógica, também foi trabalhado com os alunos o uso dos mapas conceituais de Novak. Discutiu-se como, durante o andamento de situações de aprendizagem dos alunos, os mapas poderiam ser utilizados e construídos, sua importância no mapeamento de conceitos, estabelecimento de relações entre os mesmos para a facilitação da aprendizagem e também o desenvolvimento da capacidade de análise e síntese dos conhecimentos matemáticos (AUSUBEL, 2003; MOREIRA, 2006; OKADA, 2008).

Segundo Magalhães (2009) “os mapas conceituais como ferramenta educacional ajudam estudantes e educadores a representar os significados dos materiais de aprendizagem e que tem por objetivo representar relações significativas entre conceitos na forma de proposição”. Nesse sentido, destacamos para os alunos, através de uma ação colaborativa (Valente, 2003; Almeida, 2000), apresentando vários modelos de mapas previamente construídos, o uso dos mapas conceituais de Novak, para se desenvolver o estudo de conceitos e aplicações de função polinomial do 2º grau.

Estes mapas foram utilizados, durante o terceiro encontro, para apresentar e mediar, junto aos alunos, os principais conceitos pertinentes às funções polinomiais do 2º grau, suas diversas formas de representações algébricas e gráficas, os pontos notáveis como as raízes, coordenadas do vértice, pontos de intersecção com os eixos coordenados, máximos ou mínimos, concavidade da parábola e suas características de modo geral em relação ao plano cartesiano. Tal estratégia, segundo uma postura ausubeliana (Ausubel, 2003; Moreira, 2006), foi realizada para que, posteriormente, os alunos favorecessem possibilidade de refinar seus conceitos, fazendo o uso dos recursos computacionais.

Na sistemática das atividades pedagógicas ocorridas no terceiro encontro, percebemos, através do processo de observação do professor-pesquisador, o envolvimento e motivação dos alunos para revisar e aprender novos conceitos. Ausubel *apud* Moreira (2006) afirma que para a ocorrência da aprendizagem significativa os alunos devem estar predispostos e o conteúdo seja potencialmente significativo.

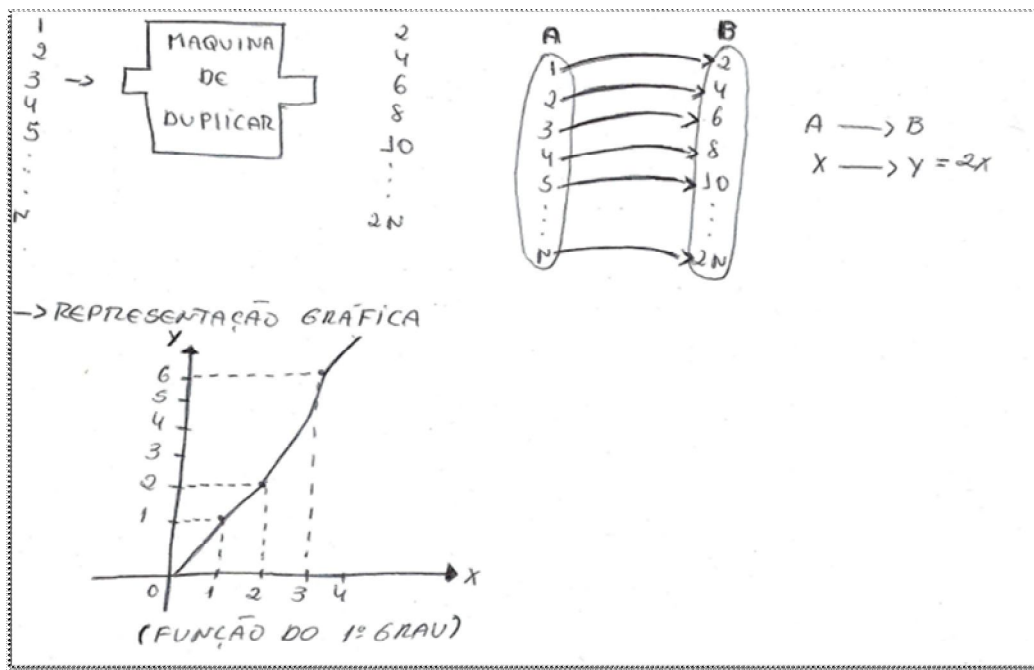
No quarto encontro da prática pedagógica, realizamos aplicações pedagógicas do *software* educativo *winplot*, para a construção de gráficos de funções explícitas<sup>14</sup> no plano cartesiano, especificamente as funções polinomiais do 1º e 2º graus. Foi realizada também uma revisão de funções com os alunos, enfatizando os pontos importantes para compreensão do

---

<sup>14</sup> São funções em que a variável dependente  $y = f(x)$ , está em função da variável independente  $x$ .

conteúdo. E como aplicação complementar foi realizada pelos alunos uma atividade denominada “Máquina de Dobrar<sup>15</sup>”. Para tanto, pedimos aos mesmos que construíssem, usando lápis e papel, o gráfico da função “máquina de dobrar”, definida por  $f(x) = 2x$ .

Na Figura 15, reproduzimos as representações e o gráfico da função “máquina de dobrar”, construído por um dos alunos durante a prática pedagógica do quarto encontro.



**Figura 15** – Representações da função máquina de dobrar construído pelo aluno Nonato no quarto encontro da prática pedagógica da pesquisa.

A título ilustrativo foi escolhido um dos gráficos elaborados pelos alunos para se poder realizar uma análise, segundo um caráter de ter uma idéia amostral de como estes desenvolvem suas atividades discentes.

Analisando esta atividade, percebemos prováveis indícios preliminares do desenvolvimento da aprendizagem dos alunos ao trabalhar as varias representações de funções, pois constatamos através da Figura 15 que o aluno ao construir as representações dessa função, elaborou uma ilustração para representar as entradas e saídas dos números na “máquina de dobrar”,

<sup>15</sup> Atividade sugerida pelo autor Dante 2010, que define uma função em forma de uma máquina, na qual após a entrada de um número  $x$  ( variável independente) na máquina, esse número será duplicado  $f(x)$  ( variável dependente), cuja a formula matemática da função  $f(x) = 2x$ .

representou a atividade através do diagramas de flechas (“Diagrama de Venn”<sup>16</sup>) e representou uma fórmula matemática para a função de modo satisfatório, porém ao construir a representação gráfica, ele marcou três pontos distintos (1,1); (2,2); (3,6) e procurou interligá-los para obter uma reta. Verificamos que os pontos (1,1); (2,2) e (3,6) não colineares e portanto, não determinam uma reta e não são definidos por  $x = 2y$ .

Analisando ainda a representação gráfica da Figura 15, observamos vestígios preliminares que o aluno Nonato, ao construir manualmente o gráfico da função, associou de forma equivocada as coordenadas dos pontos de abscissas  $x = 1$  e  $x = 2$ , que resultou numa figura de forma curva e não uma reta como previa a atividade. Verificamos também que o aluno apenas atribuiu valores positivos à variável independente, ficando o gráfico restrito ao primeiro quadrante do plano cartesiano.

Após a realização da atividade realizada com lápis e papel, propusemos ainda no quarto encontro a mediação do uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot*. A princípio, sugerimos a leitura da apostila sobre o *Winplot* do professor Adelmo de Jesus <sup>17</sup>que foi disponibilizada através de meio eletrônico para os alunos.

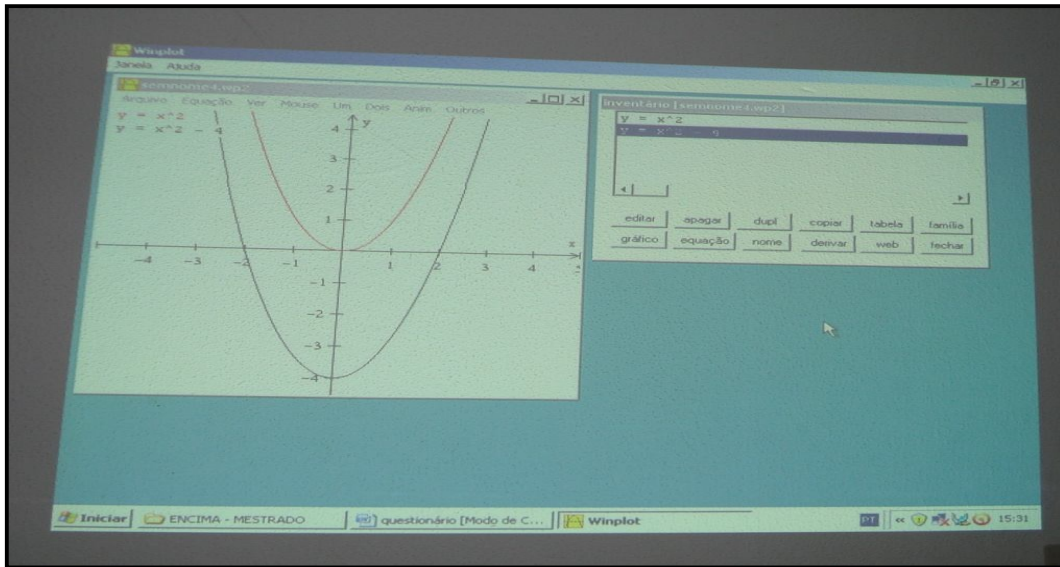
Inicialmente, discutimos interativamente com os alunos, de forma preliminar, o uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot*, expondo os meios de instalação, utilização da interface e ferramentas disponíveis no *software*. Após esses passos, construímos colaborativamente os gráficos de funções explícitas no plano cartesiano usando um *notebook* e um projetor de imagem, para, em seguida analisar mais detalhadamente as informações contidas nos gráficos e conceber um trabalho mediado por recursos computacionais embasado na Teoria da Espiral da Aprendizagem de Valente (VALENTE, 2002; RIBEIRO *et al* 2008b).

A seguir, apresentamos os gráficos das funções do tipo  $y = f(x)$  definidas, respectivamente por  $f(x) = x^2$  e por  $f(x) = x^2 - 4$ , construídas colaborativamente no quarto encontro da prática pedagógica da pesquisa.

---

<sup>16</sup> São ilustrações similares dos conjuntos onde os elementos de um conjunto estabelecem relações matemáticas com os elementos do outro.

<sup>17</sup> Professor adjunto da UFBA (aposentado). Professor do Curso de Matemática da Universidade Católica de Salvador e da Faculdade Jorge Amado.



**Gráfico 4** – Gráfico das funções  $f(x) = x^2$  e  $f(x) = x^2 - 4$  construídos colaborativamente com o uso do *software* educativo *Winplot*, durante o quarto encontro da prática pedagógica da pesquisa.

Observamos na prática pedagógica usando os recursos computacionais maiores motivações e interesses dos alunos em realizarem as atividades propostas para solucionar situações problemas desafiadoras, como construir e interpretar as características de um gráfico de funções polinomiais.

Nesta atividade exploramos o uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot* no qual interagimos de forma construcionista para construir conhecimentos significativos e, ao mesmo tempo, nortear-se numa proposta pedagógica que valoriza a aprendizagem, através do ciclo de ação, reflexão e depuração dos conhecimentos dos alunos. Neste contexto, os alunos interagiram e discutiram colaborativamente sobre a interface do *software*, suas ferramentas e recursos disponíveis, limites e possibilidades de uso.

Os alunos identificaram na interface do *Winplot* que ao digitar as fórmulas matemáticas das funções no *software*, ele apresenta representações das funções através dos gráficos e de suas representações analíticas (algébricas), onde se pode fazer escolhas de cores, construir tabelas, editar, apagar, nomear entre outras opções.

Perceberam os gráficos das funções e analisamos os pontos de intersecção com os eixos coordenados, as mudanças que ocorrem quando adicionamos uma constante  $c$  a função  $f(x) = x^2$ , suas raízes pontos de mínimo ou máximo, entre outras propriedades.

No quinto encontro, aprofundamos os estudos sobre os conceitos das teorias das funções, levando em consideração a interdisciplinaridade, o contexto histórico da evolução do

conceito de função e o contexto cultural, no qual os alunos estão inseridos, como preconiza D'Ambrósio (2009) para estabelecer relações práticas do cotidiano dos alunos com o conteúdo proposto. Na prática pedagógica, já tínhamos um diagnóstico sugerindo vestígios preliminares a respeito dos conhecimentos prévios dos alunos e determinadas deficiências de aprendizagem em relação ao tema de funções.

Desta forma, seguindo os princípios ausubelianos, os conceitos foram colaborativamente trabalhados e ressignificados em sala-de-aula, procurando-se operá-los dos mais gerais para os mais específicos, a fim construir novos conhecimentos de forma mais significativa e facilitar o desenvolvimento do processo de aprendizagem (AUSUBEL 2003; MOREIRA 2006).

Nos encontros posteriores 6 e 7, com um mínimo grau de mediação do professor-pesquisador, os alunos foram orientados a utilizar o *Winplot* em sala-de-aula, no intuito de trabalhar e discutir o desenvolvimento de representações gráficas, de tal forma a se elaborar colaborativamente a ressignificação e maturação do conceito de funções matemáticas, o que é tratado no sub-item a seguir.

#### **4.3 Uso do *Winplot* para auxiliar a construção de gráficos de funções polinomiais do 2º grau.**

No sexto encontro da prática pedagógica, dividimos os alunos participantes da pesquisa em sete grupos, sendo formados seis grupos de dois alunos e um grupo com três, para se discutir e realizar as atividades propostas no questionário da segunda etapa da prática pedagógica e, também, para avaliar como eles trabalham no *Winplot* situações problemas propostas, envolvendo o conteúdo de função polinomial do 1º e 2º graus, com ênfase no uso de recursos gráficos. Para tanto, tal atividade pedagógica foi estruturada para os alunos pelo presente professor-pesquisador e formatada na forma do denominado questionário da segunda etapa.

Para realizarem as atividades das questões propostas do questionário da segunda etapa, foi atribuída pelo professor-pesquisador a cada grupo, uma questão. Assim, o grupo 01 ficou com a incumbência de solucionar a questão um; o grupo 02 ficou com a incumbência de solucionar a questão três e os demais grupos 03, 04, 05, 06, 07, ficaram com incumbência de solucionar as questões, respectivamente, quatro, cinco, seis, sete e oito. Quanto à questão dois, determinação da representação algébrica da função polinomial do 1º grau através de seu gráfico, foi trabalhada com o uso do *Winplot* pelo professor-pesquisador e discutida colaborativamente com os alunos.

Para construírem os gráficos das funções, relativos às questões um, três e quatro do questionário, os alunos dos respectivos grupos 01, 02 e 03, deveriam utilizar lápis e papel e, posteriormente, deveriam construir tais gráficos usando o *software Winplot*.

A tabela 5, a seguir, ilustra a atribuição de atividades por questão versus os grupos de alunos. A distribuição de questões entre os alunos e a própria constituição de grupos decorreu de forma espontânea, isto é, através de diálogos entre os alunos, sem intervenção do professor-pesquisador.

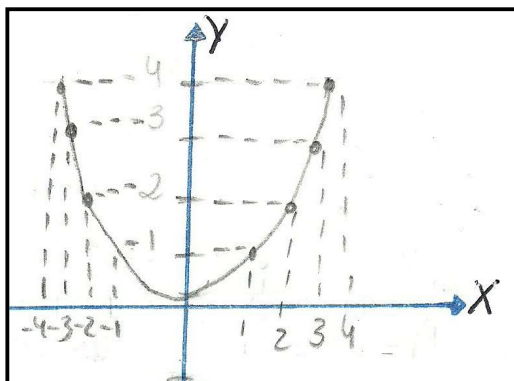
**Tabela 5** – Atribuição de atividades por questão versus os grupos de alunos

Atividade das Questões do Questionário da Segunda Etapa	Grupo de alunos
Atividades da questão 01	Grupo 01- Alunos:Beatriz e Diego
Atividades da questão 03	Grupo 02- Alunos:Adelane e Amanda
Atividades da questão 04	Grupo 03- Alunos:Ana e Aparecida
Atividades da questão 05	Grupo 04- Alunos:Nonato e Thiago
Atividades da questão 06	Grupo 05- Alunos:Brenda e Kaio
Atividades da questão 07	Grupo 06- Alunos:Sabrina e Josevânia
Atividades da questão 08	Grupo 07- Alunos: Carol, João e Jordana

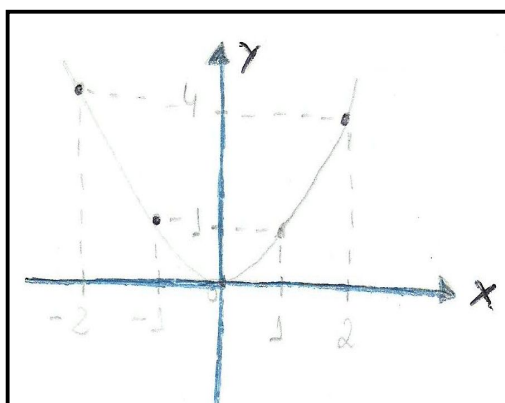
Para a construção dos gráficos das funções foi distribuído o material necessário para a realização das atividades junto aos grupos 1 a 3. Verificamos as ações dos alunos na execução das atividades, observando como trabalhavam e ressignificavam seus conhecimentos para tentar resolver as questões propostas.

Na análise das atividades supracitadas, observamos uma desmotivação por parte dos alunos nos grupos em realizá-las com lápis e papel, pois, segundo os mesmos, seria cansativa e repetitiva.

Os grupos 01 e 02 apresentaram parcialmente as respectivas atividades das questões um e três que lhes foram propostas e, selecionamos dois gráficos construídos por eles para observarmos o desempenho dos alunos.



**Gráfico 5** – Gráfico da função  $f(x) = x^2$  construído no sexto encontro da prática pedagógica pelo grupo 01



**Gráfico 6** – Gráfico da função  $f(x) = x^2$  construído no sexto encontro da prática pedagógica pelo grupo 02

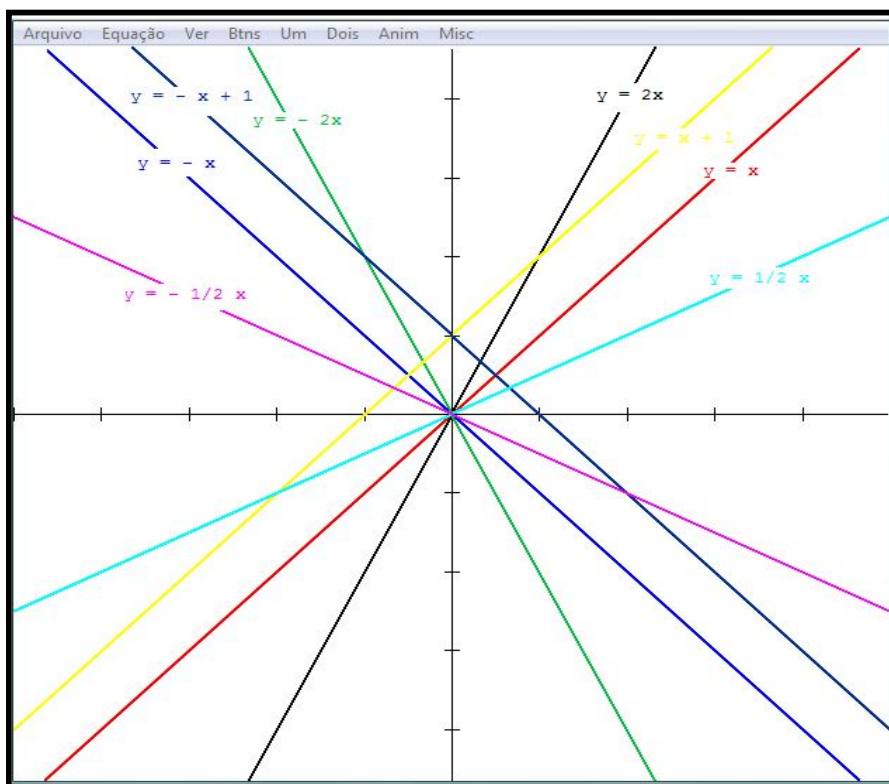
Analisando os dois gráficos representados acima, constatamos que o grupo 01, representou de forma equivocada os pontos  $(x, f(x))$ , ou seja, para cada valor de  $x$  a função deveria ter imagem  $f(x)$ , que determinaria uma reta e não da forma que foi indicada no gráfico 5. Já grupo 02 realizou corretamente a atividade, ilustrando cada ponto da função  $f(x) = x^2$  com a devida imagem determinando a parábola representada no gráfico 6.

Realizada esta atividade, passamos a seguir para o próximo passo, que seria realizar as atividades do questionário usando o *software* educativo. Organizamos os alunos e reforçamos que as atividades deveriam resolvidas com o uso do computador. Percebemos nesse momento maior entusiasmo dos alunos e motivação para a execução das atividades propostas.

Comentaremos a seguir os resultados obtidos pelo grupo de alunos.

#### - Grupo 01

Na atividade da questão um do questionário (Apêndice B), os alunos do grupo 01 usaram o computador com o *software* educativo *Winplot* para a plotagem dos gráficos das funções do 1º grau do tipo  $y = f(x)$ . A Figura 16 ilustra a sequência dos gráficos das funções definidas por  $f(x) = x$ ,  $f(x) = -x$ ,  $f(x) = x + 1$ ,  $f(x) = -x + 1$ ,  $f(x) = 2x$ ,  $f(x) = -2x$ ,  $f(x) = (1/2)x$  e  $f(x) = -(1/2)x$ .



**Figura16** – Gráficos da função do 1º grau construídos pelos alunos do primeiro grupo usando o Winplot.

Após a construção da sequência dos gráficos das funções, os alunos analisaram as características desses gráficos em virtude das mudanças dos valores atribuídos a seus coeficientes. Observamos o trabalho em grupo e perguntamos que observações eles fazem em relação à representação gráfica das funções que vocês construíram, associando duas a duas na ordem em que seguem, que conclusões vocês fariam em relação ao coeficiente angular ( $a$ ) e linear ( $b$ ) das funções.

Analisaremos agora as argumentações do grupo 01 de alunos<sup>18</sup> que realizou a atividade um, do questionário da segunda etapa, considerando os conhecimentos discutidos e trabalhados colaborativamente durante o percurso da pesquisa.

*“Observando as funções como seguem, os pares de funções apresentam representações de gráficos com características diferentes, isto devido o valor que o coeficiente  $a$  assume, quando  $a > 0$  e  $a < 0$ , definindo a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas. Quando o valor de  $a$  é positivo*

<sup>18</sup> Os presentes relatos foram editados no Word pelo grupo um de alunos e posteriormente passaram por uma revisão ortográfica e gramatical, por parte do professor-pesquisador. O mesmo procedimento foi aplicado aos relatos dos demais grupos de alunos.



*o ângulo de inclinação da reta com o eixo das abscissas é agudo e por tanto dizemos que a função é crescente e, sendo  $a$  negativo, o ângulo de inclinação da reta é obtuso e por tanto, o dizemos que a função é decrescente.”*

*“O coeficiente angular  $a$  de cada função define o tipo gráfico, se é crescente ou decrescente. Quando o coeficiente  $a$  é positivo, observa que quanto maior o valor de  $a$  maior será o ângulo formado pelo gráfico da função e o eixo das abscissas e, quando  $a$  é negativo, quanto menor o valor de  $a$  maior será o ângulo entre o gráfico e o eixo das abscissas. Já o coeficiente linear  $b$  das funções define o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas, quando  $b > 0$  gráfico intercepta o eixo das ordenadas acima da origem, quando  $b < 0$  o gráfico intercepta o eixo das ordenadas abaixo da origem e quando  $b = 0$  o gráfico intercepta a origem dos eixos coordenados e a função é dita linear.*

Analisando as argumentações postuladas pelo grupo de aluno, percebemos prováveis indícios de mudanças na forma de desenvolver a maturação de significados, pois houve o uso de interfaces gráficas para se favorecer o estabelecimento de inter-relações conceituais entre as representações gráfica e analítica das funções polinomiais cuja a lei é do tipo  $f(x) = ax + b$ .

Com a resolução das atividades da questão um, percebemos o desenvolvimento das competências e habilidades em trabalhar claramente as funções representadas, bem como a capacidade de observação dos alunos através dos gráficos das funções na tela do computador, destacando elementos fundamentais na compreensão do conteúdo como crescimento e decrescimento, ângulos de inclinação do gráfico em relação ao eixo horizontal e as relações que o gráfico tem com os coeficientes angulares ( $a$ ) e lineares ( $b$ ).

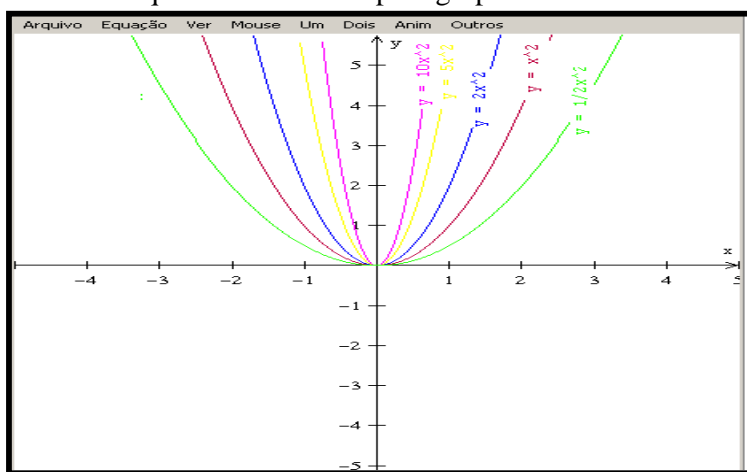
As funções representadas graficamente pelos alunos usando-se o *software* educativo possibilitaram maior compreensão dos conceitos matemáticos dessas funções, principalmente, no que concerne aos pontos considerados importantes como as funções que são lineares, isto é, as que passam pela origem dos eixos coordenados.

Percebemos também em nossa análise, que o grupo mostrou indícios de uma aprendizagem significativa, sem apresentar maiores dificuldades em relação aplicação do *software*, pois este facilitou a compreensão dos conteúdos, uma vez que as sequências dos gráficos construídos graficamente permitiram aos alunos inferir suas análises e observações a respeito das propriedades que se alteravam ao mudar o valor dos coeficientes das funções polinomiais do 1º grau.

- Grupo 02

Analisaremos as atividades da questão três (Apêndice B) que foi proposta ao grupo 02. Essa questão pedia para construir os gráficos das funções definidas por  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = 2x^2$ ,  $f(x) = 5x^2$ ,  $f(x) = 10x^2$  e  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  usando o *Winplot*, observar as representações gráficas das funções e comparar as curvaturas (concavidades) das parábolas que têm o coeficiente  $a > 0$ , destacando o que se pode afirmar a respeito dessa comparação e verificar se a função teria ponto de máximo ou mínimo e justificar.

Na Figura 17 apresentamos a sequência dos gráficos construídos pelos alunos durante o percurso da atividade da questão trabalhada pelo grupo.



**Figura 17**– Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x) = ax^2$  construídos pelos alunos do segundo grupo usando o *Winplot*.

Analisaremos as argumentações do grupo 02 que realizou a atividade, considerando os aspectos da abertura da parábola.

*“à medida que aumentamos os valores de  $a$ , sendo  $a$  positivo, observamos que o gráfico da função (parábola) se fecha, isto é sua concavidade fica mais fechada em relação ao eixo das ordenadas, caso contrário, se diminuirmos o valor do coeficiente  $a$  o gráfico ficaria mais aberto.”*

Analisando os resultados apresentados pelos alunos, verificamos que o uso do *software* facilitou a percepção e a compreensão dos conteúdos em comparar as características de cada gráfico manipulando o coeficiente  $a$  da função polinomial incompleta definida por  $f(x) = ax^2$ , pois foi possível visualizar o conjunto de gráficos na tela do computador no qual os alunos passaram a maturar os conhecimentos através de interações colaborativas (VALENTE, 2003).

Analisaremos agora as argumentações do mesmo grupo de alunos, levando em consideração se a função tem ponto de máximo ou de mínimo.

*“as funções representadas através de seus gráficos têm valor mínimo, pois observando sua imagem nos gráficos, o menor valor atribuída a mesma é o ponto do vértice da parábola que tem sua concavidade voltada para cima, assim o menor valor da função é o valor mínimo, um fator determinante para isto é o valor de  $a$  for positivo”.*

Em relação à função ter ponto de máximo ou de mínimo os alunos afirmaram que todas as funções tinham ponto de mínimo em virtude do coeficiente  $a$  da função definida por  $f(x) = ax^2$  ser positivo e que os gráficos teriam concavidade voltada para cima, na qual esse ponto seria a ordenada do vértice,  $y_v = 0$ .

Em suma, consideramos importante na construção desses conhecimentos de tal modo que os alunos possam associar cognitivamente os conhecimentos prévios com os novos conhecimentos sobre funções, fato relevante na Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003).

Percebemos em nossas análises indícios de mudanças de maturação na forma de desenvolver dos conhecimentos relacionados com a função polinomial do 2º grau, dando ênfase ao gráfico da função variando o coeficiente  $a$ .

Percebemos também na realização da atividade que os alunos trabalharam colaborativamente e aprimoraram sua aprendizagem usando os recursos computacionais como apoio na construção de conhecimentos significativos.

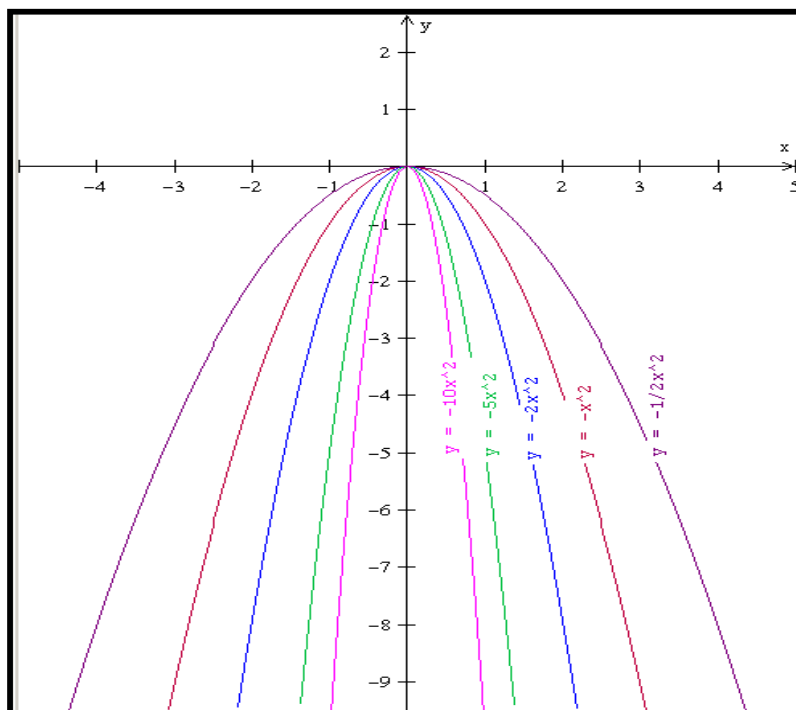
- Grupo 03

Análise da quarta questão do questionário (Apêndice B) solucionada pelo grupo 03 que consistia em construir o gráfico das funções quadráticas definidas por  $f(x) = -x^2$ ,  $f(x) = -2x^2$ ,  $f(x) = -5x^2$ ,  $f(x) = -10x^2$  e  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$  usando o computador e conseqüentemente analisar as características dos gráficos dessas funções quando manipulamos o valor do parâmetro  $a$  com  $a < 0$ .

Nas funções polinomiais de 2º grau cuja a lei é do tipo  $f(x) = -ax^2$ , os alunos observaram os gráficos das funções e compararam as mudanças ocorridas nas curvaturas (concavidades) das parábolas que têm o coeficiente  $a < 0$ , enfatizando os pontos de máximo ou de

mínimo, a abertura da parábola em relação ao eixo y e determinar as coordenadas do vértice dessa parábola.

A seguir apresentaremos na Figura 18 os gráficos dessas funções que serão analisadas.



**Figura 18** – Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x)=-ax^2$  construídos pelos alunos do terceiro grupo usando o Winplot.

Constatamos indícios que na realização da atividade que o uso do recurso de apoio pedagógico, no caso, o computador, foi preponderante para a compreensão da atividade e efetiva construção da aprendizagem concernente ao conteúdo de função polinomial do 2º grau com o coeficiente  $a$  negativo. Percebemos que a utilização *software* facilitou a visualização dos gráficos das famílias de funções cuja lei é do tipo  $f(x)=-ax^2$  no qual, permitiu que os alunos fizessem comparações quanto aos aspectos gráficos.

Os alunos do grupo 03 argumentaram:

*(...) à medida que diminuimos o valor absoluto do coeficiente  $a$  da função  $f(x)=-ax^2$ , o gráfico (parábola) se fecha, isto é, sua concavidade fica mais fechada em relação ao eixo das ordenadas. Assim, como o valor de  $a$  é negativo, se diminuir o valor absoluto atribuído a esse coeficiente, o gráfico da função fica mais fechado, caso contrário se aumentarmos o valor absoluto do coeficiente o gráfico fica mais aberto em relação ao anterior.*

Os alunos observaram também, outros aspectos da função como os pontos de máximo ou de mínimo, as coordenadas do vértice da função e a imagem da função.

Comentários dos alunos:

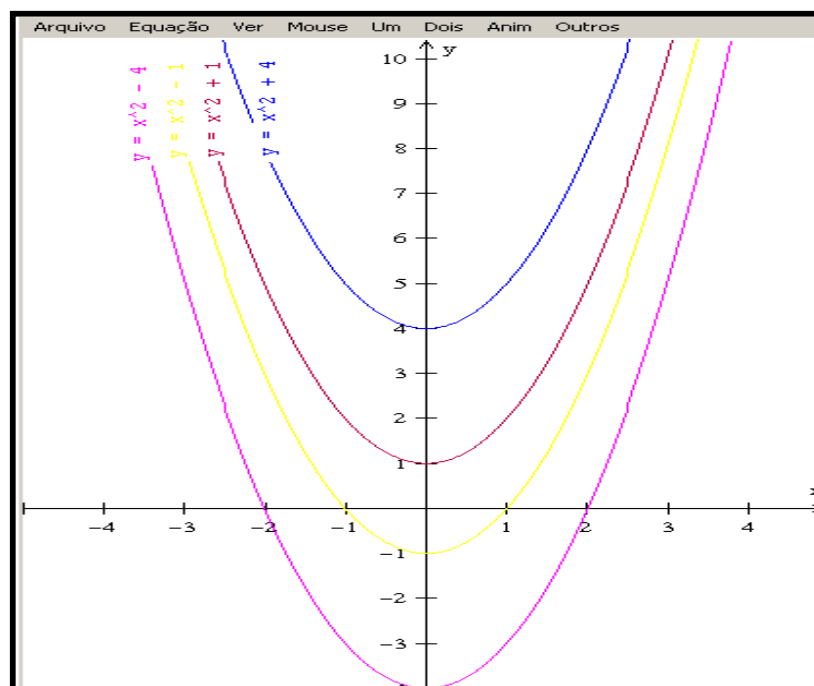
*As funções apresentam valor máximo, pois a concavidade está voltada para baixo. Observando o conjunto imagem da função, percebemos que o maior valor pertencente ao gráfico é o ponto do vértice da função quadrática, ou seja, as coordenadas do vértice estão na origem do sistema cartesiano  $V(0,0)$ .*

Analisando as argumentações do grupo 03, percebemos prováveis indícios na forma de desenvolver a maturação de significados dos conceitos e das características gráficas da função polinomial do 2º grau, construindo novos conhecimentos significativos sobre o conteúdo estudado, minimizando as dificuldades quando analisam os gráficos dessas funções.

- Grupo 04

Os alunos do quarto grupo ficaram com a incumbência de trabalhar as atividades pedagógicas da quinta questão do questionário da segunda etapa (Apêndice B) que pedia para construírem os gráficos das funções definidas por  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $f(x) = x^2 + 4$ ,  $f(x) = x^2 - 1$  e  $f(x) = x^2 - 4$ , ou seja, construírem os gráficos das funções polinomiais do 2º grau cuja a lei é do tipo  $f(x) = x^2 + k$  e identificarem as coordenadas do vértice da parábola, o conjunto domínio da função e sua imagem, bem como identificarem as devidas transformações ocorridas no gráfico da função definida por  $f(x) = x^2$  quando adicionamos ou subtraímos uma constante  $k$ .

Na Figura 19 apresentamos os gráficos das respectivas funções que em seguida serão comentados e analisados.



**Figura 19** – Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x) = x^2 + k$  construídos pelos alunos do quarto grupo usando o Winplot.

Ao responder o questionário (apêndice B) os alunos grupo 04 argumentaram que:

- “Na função  $f(x) = x^2 + 1$  as coordenadas do vértice são  $(0, 1)$ , o domínio da função representado por  $D(f)$  é o conjunto  $R$  e sua imagem é representada pelo conjunto  $\text{Im}(f) = \{y \in R / y \geq 1\}$ ”.
- “Na função  $f(x) = x^2 + 4$  as coordenadas do vértice são  $(0, 4)$ , o domínio da função representado por  $D(f)$  é o conjunto  $R$  e sua imagem é representada pelo conjunto  $\text{Im}(f) = \{y \in R / y \geq 4\}$ ”.
- “Na função  $f(x) = x^2 - 1$  as coordenadas do vértice são  $(0, -1)$ , o domínio da função representado por  $D(f)$  é o conjunto  $R$  e sua imagem é representada pelo conjunto  $\text{Im}(f) = \{y \in R / y \geq -1\}$ ”.
- “Na função  $f(x) = x^2 - 4$  as coordenadas do vértice são  $(0, -4)$ , o domínio da função representado por  $D(f)$  é o conjunto  $R$  e sua imagem é representada pelo conjunto  $\text{Im}(f) = \{y \in R / y \geq -4\}$ ”.

- “Observamos no gráfico da função  $f(x) = x^2 + k$  que quando o valor de  $k$  é positivo o gráfico fica acima do eixo  $x$  e não têm raízes reais e quando o valor de  $k$  é negativo o gráfico intercepta o eixo  $x$  em dois pontos determinando as raízes da função”.

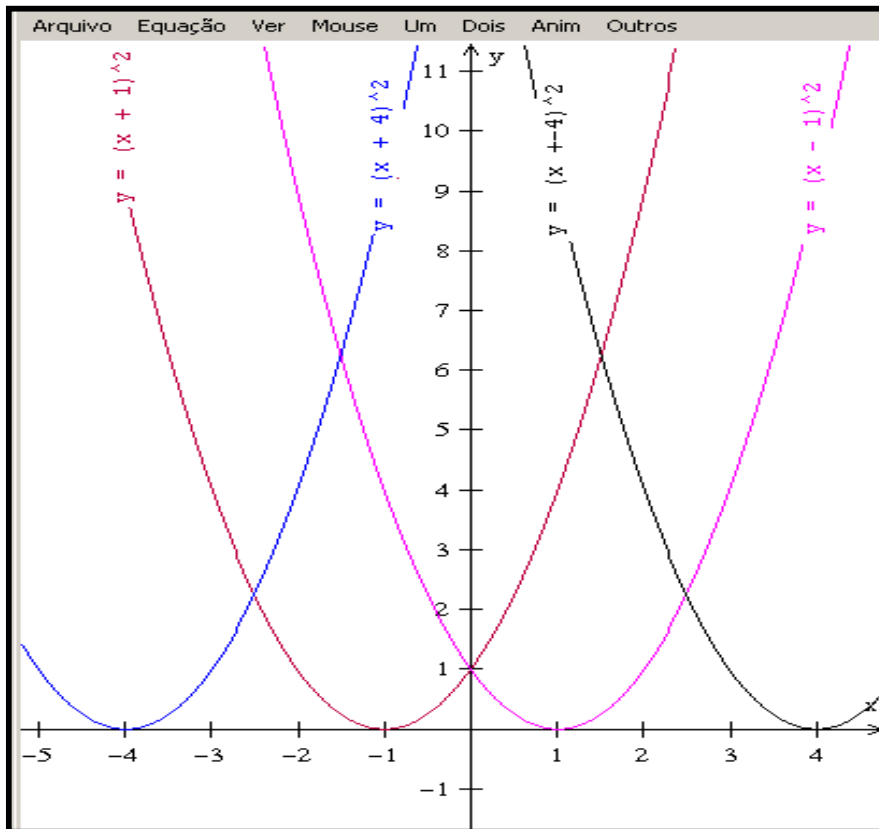
Analisando os resultados postulados pelos alunos do quarto grupo, percebemos prováveis indícios de avanços na aprendizagem dos mesmos, pois foram capazes de identificar as propriedades dos gráficos de cada função revelando os fatores imprescindíveis para esta análise. Perceberam que nas funções cujas lei são do tipo  $f(x) = x^2 + k$ , o vértice da parábola é dado pelas coordenadas do ponto  $(0, k)$ , onde o valor  $k$  é a constante adicionada ou subtraída da função  $f(x) = x^2$ , que o domínio da função será o conjunto dos números reais e com imagem definida por  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y \geq k\}$ .

Neste estudo mediado por tecnologias digitais de ensino como recurso de auxílio pedagógico, os alunos desenvolveram as habilidades matemáticas no que se refere às funções polinomiais, interpretando as características gráficas associando-as aos registros de representações algébricas das funções analisadas. Com isso, a sequência de atividades, os recursos utilizados e a metodologia adotada favoreceram a consolidação de novos conhecimentos ampliando os horizontes na perspectiva da aprendizagem significativa.

- Grupo 05

O quinto grupo recebeu a incumbência de trabalhar as atividades pedagógicas da sexta questão do questionário (Apêndice B) que pedia aos alunos que construíssem os gráficos das funções definidas por  $f(x) = (x+1)^2$ ,  $f(x) = (x+4)^2$ ,  $f(x) = (x-1)^2$  e  $f(x) = (x-4)^2$  no mesmo plano cartesiano e, observassem as transformações ocorridas nos gráficos das funções quando adicionamos ou subtraímos uma constante à variável independente.

Apresentamos na Figura 20 os gráficos das respectivas funções construídas pelo grupo de alunos.



**Figura 20** – Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x) = (x - k)^2$  construídos pelos alunos do quinto grupo usando o Winplot.

Os alunos do grupo 05 observaram as transformações ocorridas nos gráficos das funções do tipo  $f(x) = (x - k)^2$  e relataram sobre as características desses gráficos que serão analisadas a seguir.

*“Observando o comportamento dos gráficos das funções adicionando uma constante a variável independente ocorre um movimento do gráfico em relação aos eixos coordenados:”*

- *“quando acrescentamos o valor de + 1 à variável independente o gráfico da função se desloca uma unidade para a esquerda e quando acrescentamos o valor - 1 o gráfico se desloca uma unidade para direita;”*
- *“acrescentando o valor + 4 à variável independente o gráfico se desloca 4 unidades para esquerda e acrescentando o valor - 4 o gráfico se desloca 4 unidades para a direita;*



*“O fato importante observado é que ao construirmos os gráficos e compará-los identificamos que quando adicionamos um valor positivo à variável independente, esse gráfico tem vértice na abscissa no semi-eixo negativo e quando adicionamos um valor negativo, o gráfico tem vértice na abscissa no semi-eixo positivo.”*

*“Destacamos que as coordenadas do vértice estão localizada no ponto  $(k, 0)$ , onde  $k$  representa o valor da constante acrescentado a variável independente e que as raízes da função é o valor de  $k$ .”*

Analisando os argumentos dos alunos, percebemos indícios que os mesmos identificaram as transformações ocorridas nos gráficos das funções quando adicionamos ou subtraímos uma constante  $k$  à variável independente da função quadrática definida por  $f(x) = x^2$ , porém não perceberam que as funções cuja lei são do tipo  $f(x) = (x - k)^2$  o discriminante “delta” é igual a zero que determina a existência de duas raízes reais e iguais.

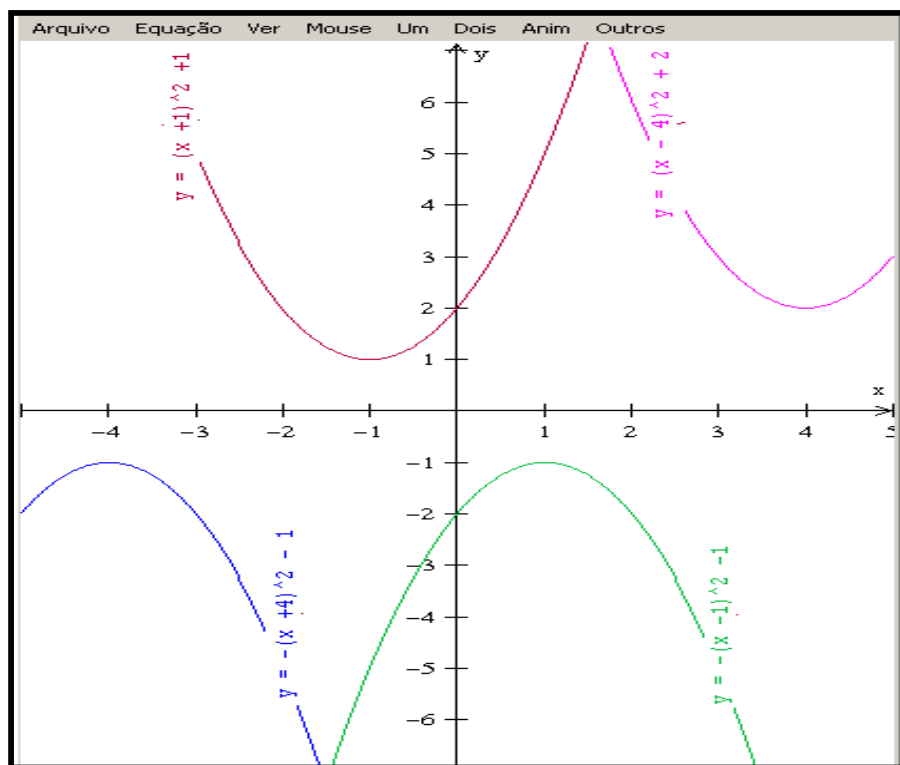
Os alunos perceberam também que as coordenadas do vértice da função é o ponto cuja abscissa é o valor de  $k$  e ordenada zero, significando que essas funções têm vértices sobre o eixo das abscissas, no ponto  $x = k$ .

Observando o desempenho do grupo de alunos na realização das atividades, percebemos prováveis indícios de mudanças na forma de desenvolver a maturação dos conceitos e suas capacidades intuitivas aprimorando os conhecimentos, pois neste processo os alunos fizeram uso de interfaces gráficas produzidas através do *software* estabelecendo para favorecer o estabelecimento de inter-relações conceituais entre as representações gráfica e analítica das funções polinomiais cuja lei são do tipo  $f(x) = (x - k)^2$ .

- Grupo 06

O sexto grupo recebeu a incumbência de trabalhar as atividades pedagógicas da sétima questão do questionário (Apêndice B), na qual pedia aos alunos que construíssem os gráficos das funções definidas por  $f(x) = (x + 1)^2 + 1$ ,  $f(x) = -(x - 1)^2 - 1$ ,  $f(x) = -(x + 4)^2 - 1$ ,  $f(x) = (x - 4)^2 + 2$  e indicassem as coordenadas dos vértices de cada função a partir da representação do gráfico, estabelecendo uma relação com a forma algébrica da função cuja lei é do tipo  $f(x) = a(x - m)^2 + n$ .

Apresentamos na Figura 21 que contem os gráficos das funções construídas pelos alunos usando o recurso computacional.



**Figura 21** – Gráficos da função do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x) = a(x - m)^2 + n$  construídos pelos alunos do sexto grupo usando o Winplot.

Apresentamos as argumentações dos alunos do sexto grupo no que se refere à construção dos gráficos das funções e seus respectivos vértices, analisando os registros gráficos e analíticos das funções proposta na questão.

*“Analisando o gráfico da função constatamos que as coordenadas do vértice das são:*

*- na função  $f(x) = (x + 1)^2 + 1$  o vértice é o ponto  $(-1, 1)$  e assume valor*

*- em  $f(x) = -(x - 1)^2 - 1$  o vértice é o ponto  $(1, -1)$ ;*

*- em  $f(x) = -(x + 4)^2 - 1$  o vértice é o ponto  $(-4, -1)$  e*

*- em  $f(x) = (x - 4)^2 + 2$  o vértice é  $(4, 2)$ .”*

Na argumentação dos alunos ao solucionar as atividades da questão proposta, verificamos em nossa análise que as funções polinomiais do 2º grau definidas por  $f(x) = a(x - m)^2 + n$  onde  $m$  e  $n$  são constantes, podem representar todas as funções do 2º grau, ou seja, toda função polinomial do 2º grau cuja lei é do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$  pode ser

simplificadas na forma de  $f(x) = a(x - m)^2 + n$ , fato que nos permitiu analisar qualitativamente o estudo sobre funções, sintetizando todos os demais casos anteriormente solucionados.

Verificamos também em nossa análise que na função definida por  $f(x) = a(x - m)^2 + n$  substituindo  $x$  por  $m$ , a função assume o valor mínimo  $y_{\min}$  igual a  $n$  se  $a$  for maior que zero e, assume valor máximo se  $a$  for menor que zero.

Em nossa análise sobre a atividade realizada nesse grupo de estudo, percebemos prováveis indícios que as dificuldades dos alunos foram superadas com o auxílio do computador como suporte pedagógico usado de forma colaborativa e construtivista. Os alunos desenvolveram conhecimentos e habilidades a partir dos conhecimentos que eles já conheciam e aprimoram seus saberes. De fato, no estudo realizado, percebemos como o grupo progrediu em sua aprendizagem atingindo o objetivo proposto nesta tarefa.

#### - Grupo 07

Os alunos do sétimo grupo ficaram com a incumbência de trabalhar as atividades pedagógicas da oitava questão do questionário da segunda etapa (Apêndice B), que envolvia uma situação-problema para ser solucionada cooperativamente, utilizando o *Winplot* e assim desenvolverem habilidades para o trabalho colaborativo, através do uso pedagógico de recursos computacionais. Deveriam resolver o problema, focando a utilização de subçunsores, o inter-relacionamento e ressignificação do conceito de funções polinomiais de segundo grau. Para tanto utilizando interfaces geradoras de representações funcionais gráficas de funções algébricas, no caso, gráficos de funções os gráficos, para tanto utilizando a entrada de dados do *Winplot*, representada através de um a tabela associada ao problema.

A seguir apresentamos a situação problema e a forma de resolução apresentada por um dos 3 alunos do grupo 7.

*O custo de uma produção, em milhares de reais, de  $x$  máquinas iguais é dado pela expressão  $C(x) = x^2 - x + 10$ . Se o custo foi de 52 mil reais, então, o número de máquinas utilizadas na produção foi.*

a) 6                      b) 7                      c) 8                      d) 9                      e) 10

*Como você encontraria a solução dessa situação problema?*

**Figura 22** – Enunciado da questão 8 direcionada aos alunos do 7º grupo da pesquisa (Apêndice B).

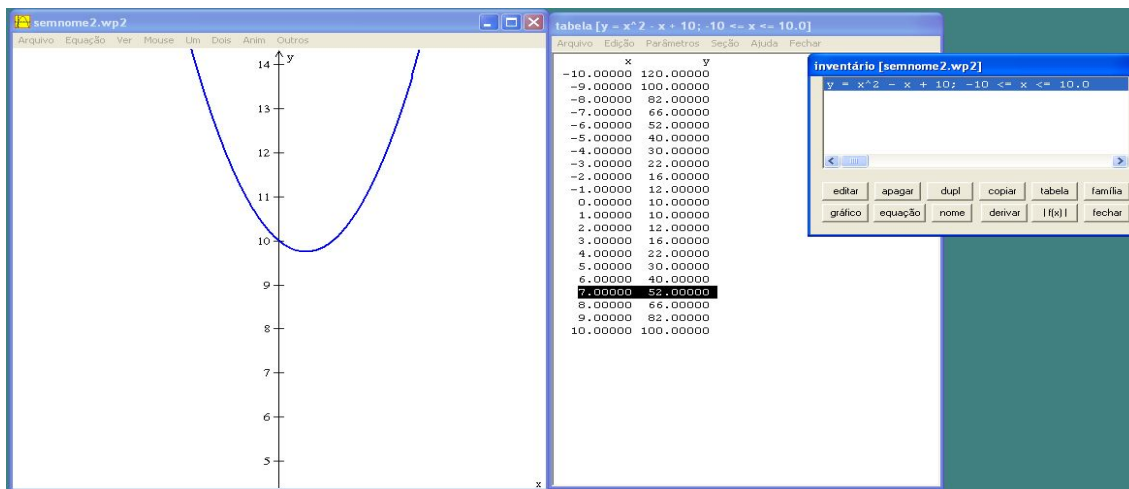
Na realização dessa atividade os alunos interagiram entre si sobre os modos de como deveriam encontrar a solução do problema. Dentre elas citamos alguns dos relatos dos alunos:

- Encontraria substituindo o valor de  $x$  por 6, 7, 8, 9, 10 até encontrar o valor 52.
- Substituindo o valor de  $C(x)$  por 52,00 e resolver a função pela fórmula de Bháskara;
- Construir uma tabela, de um lado os valores de  $x$  e no outro os valores de  $C(x)$  até encontrar o valor de  $C(x)$  igual a 52,00 reais;
- Construir o gráfico e observar o ponto  $(x, 52)$ .

Após esta discussão preliminar dos alunos, estes foram convidados pelo professor-pesquisador para, colaborativamente, utilizarem dos recursos do *Winplot* no intuito de resolver o problema. Já tendo domínio de uso operacional do *software*, os alunos tentaram algumas estratégias de buscar a solução partindo da inspeção gráfica da tabela e de seus conhecimentos prévios sobre funções. Contudo, o *Winplot*, partindo-se apenas da saída de representação gráfica da função polinomial, isto não permitia identificar visualmente o ponto desejado no gráfico da função, ou seja, o custo ser 52,00. Desta forma, estabeleciam-se assim ciclos de espirais de aprendizagem (Valente, 2002). Pesquisando melhor os recursos da saída de dados do *software*, os alunos verificaram ser possível acessar uma saída, denominada inventário, que exibe uma tabela contendo os dados numéricos, associando os valores da abscissa e respectiva ordenada, como pode ser vista no campo direito da Figura 22. Após discussões sucessivas, os alunos, de forma significativa (Ausubel, 2003; Moreira, 2006), chegaram à conclusão que o valor de  $x = 7$  é a solução procurada, ou seja, identificar o ponto de abscissa que corresponde à ordenada 52.

Notou-se também, observando as ações dos alunos, que a utilização desse recurso computacional facilitou a resolução do problema de forma criativa e prazerosa, consolidando os a construção de conhecimentos de forma construtivista (VALENTE, 1999).

Na Figura 23 apresentamos o gráfico e a tabela construída pelo grupo de alunos.



**Figura 23** – Solução da atividade 08 do questionário usando o *software* (Apêndice B)

Portanto, as representações simultâneas das funções através de gráficos, tabelas e formas algébricas, permitem ao aluno estabelecer múltiplas inter-relações entre tais recursos, facilitando a cognição e diversificado e ampliando os horizontes dos estudantes, na concepção de caminhos que levem mais facilmente à solução de problemas propostos.

Quanto à análise das sessões didáticas usando o laboratório de informática para desenvolver aulas interativas com recursos computacionais (*softwares*), percebemos que a metodologia facilitou a compreensão dos conteúdos explorados de forma significativa, elevando o nível de conhecimentos dos alunos e consolidando um prática pedagógica eficiente do professor-pesquisador, na qual as dificuldades foram superadas tanto na aquisição de novos conceitos quando no exercício da prática pedagógica e mediação junto aos alunos, operacionalização dos recursos e materiais didáticos.

A seguir são apresentadas as conclusões e sugestões das atividades referentes a pesquisa realizada.

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A pesquisa permitiu concluir que há indícios de ser possível melhorar o desempenho no processo de aprendizagem do aluno, favorecer a construção de conhecimento no ensino médio e provocar mudanças na prática pedagógica do professor, quando se concebeu e integrou o uso operacional e pedagógico do computador para facilitar a aprendizagem significativa no contexto da educação matemática, mais especificamente através da utilização de recursos gráficos do *software* educacional *Winplot*, durante os encontros da prática pedagógica da pesquisa, para auxiliar o estudo de funções polinomiais do 2º grau.

Concluimos também, que alunos do ensino público estadual fazem pouco uso das ferramentas computacionais como suporte de apoio pedagógico, para auxiliar na construção de sua aprendizagem, sendo necessário repensar novas estratégias para que esses recursos possam ser utilizados, por alunos e professores, de forma construtivista e colaborativamente no contexto educacional. Neste sentido, professores e alunos podem usar o computador dos laboratórios de informática para ampliar seus horizontes e possibilidades através da metodologia utilizada neste trabalho à luz dos pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Espiral da Aprendizagem de Valente.

A pesquisa nos permitiu também avaliar o campo de conhecimentos prévios dos alunos, relativos ao conceito de função polinomial do segundo grau, pois foi aplicado para esse fim o questionário interrogativo dando ênfase nas representações dos gráficos das referidas funções. Podemos destacar nesses estágios indícios de que os alunos apresentavam fragilidades no processo de construção de conceitos matemáticos, especificamente em relação às funções matemáticas do 2º grau.

Podemos inferir da análise dos resultados explicitados no Capítulo 4, que os alunos aumentaram seu interesse e motivação ao trabalhar as questões desafiadoras de construção dos gráficos das funções polinomiais do 1º e 2º graus de modo colaborativo quando utilizaram nova metodologia e atraídos pelo uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot* para a plotagem dos gráficos dessas funções na disciplina de matemática. Percebemos que a metodologia aplicada nas etapas da prática pedagógica e os usos dos recursos facilitam e propiciaram uma crescente aquisição de conhecimentos sobre os conteúdos, mais especificamente os gráficos das funções, permitindo interagir colaborativamente, interpretar, ressignificar e construir novos significados do conceito de funções matemáticas. Dessa forma, os alunos interagiram colaborativamente e cooperativamente nos grupos de estudos desenvolvendo suas habilidades

através do ciclo de ação, reflexão e depuração dos conteúdos envolvendo as representações gráficas e implicitamente as formas analíticas das funções polinomiais 2º grau ampliando seus conhecimentos.

Considerando as abordagens e procedimentos técnicos da pesquisa enfatizamos e valorizamos os pressupostos teórico da aprendizagem significativa ausubeliana, como também, o usos dos mapas conceituais de Novak e da espiral a aprendizagem de Valente para a facilitação do processo de ensino e de aprendizagem de funções matemáticas desenvolvido ao longo da prática pedagógica.

A implementação da proposta da dissertação valorizou a visão do professor-pesquisador na mediação de aulas integradas ao uso pedagógico do computador no ensino de matemática. O uso de recursos gráficos do *software* educativo *Winplot* permitiu aos alunos a maturação de interações com a interface gráficas do *software*. Assim, desenvolveram as habilidades de análise e interpretação das informações contidas nas representações analíticas e gráficas das funções polinomiais.

Finalmente, acreditamos que os objetivos foram alcançados tanto na construção dos conceitos de funções polinomiais matemáticas pelos alunos do 3º ano do ensino médio como na mediação pedagógica do professor-pesquisador quando integra o uso dos recursos computacionais a luz dos princípios da aprendizagem cooperativa e significativa ausubeliana.

Como sugestão para futuros trabalhos recomendamos: estender a técnica de aula aplicada nesta pesquisa junto às disciplinas das ciências da natureza; fazer o uso de forma correta e adequada dos recursos computacionais (*softwares educativos*) como ferramenta de apoio pedagógico para o desenvolvimento de práticas pedagógicas e da aprendizagem cooperativa e significativa; elaborar questionários com questões discursivas sobre o conteúdo de funções para diagnosticar os subsunçores dos alunos participantes e intervir em sua aprendizagem de forma a ampliar os conhecimentos, ressignificando-os.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. **Informática na Educação**. In: ProInfo: Informática e formação de professores. Brasília: Ministério da Educação/SEED, 2000. 2v. v.1, p.19-47.

\_\_\_\_\_. **A formação do professor para uso pedagógico do computador**. In: ProInfo: Informática e formação de professores. Brasília: Ministério da Educação/Seed, 2000. 2v. v.2, p.107-119.

ALMEIDA, F. J; FONSECA JR., F. M. **O que pode ligar a informática às questões da escola?** In: ProInfo: Projetos e Ambientes Inovadores. Brasília: Ministério da Educação/Seed, 2000. 2v. v.2, p.107-119.

ALMOULOUD, S. A., COUTINHO, C. Q. S. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd, Revista Eletrônica de Educação Matemática**, V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Trad. Lígia Teopisto. Rio de Janeiro: Plátano Editora. 1ª edição, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Educational psychology: a cognitive view**. New York. USA: Ed. Holt, Rinehart and Winston. 1968.

BORBA, M. C. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte. Autêntica, 2006.

BORBA, M. C, PENTEADO, M. G. (Org.). **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d' Água, p.23-34, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec. 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Seb, v.2, 135p., 2006.

\_\_\_\_\_. PCN+ ensino médio: **Orientações educacionais complementares aos PCN – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

CARVALHO, A. M. P. GIL-PEREZ, D; **Formação de professores de ciências: tendências e inovações**. 8ª edição. São Paulo. Cortez, 2006.

CEARÁ. Secretaria da Educação. Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE 2009. **Boletim Pedagógico de Avaliação: Matemática, Ensino Médio**. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd.



CEARÁ. Secretaria da Educação. Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE 2010. **Boletim Pedagógico de Avaliação: Matemática, Ensino Médio**. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd.

D'AMBRÓSIO, U. e BARROS, J. P. D. **Computadores, escola e sociedade, Informática & Educação**. Editora Scipione.2001.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade**. 3ª Ed. – Belo Horizonte: Autentica Editora, 2009.

\_\_\_\_\_. *Un programa de investigación en la historia de las ideas y en la cognición*, Volume 4, Número 1, Octubre 1988.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática**. 5ª edição. S. Paulo: ed. Ática, 1998.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 1999.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA L. M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. In: *Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, IV*, 1998, Brasília. Acta... Brasília, 1998.

JESUS, A. R. ; PEIXOTO, Armando; MASCARENHAS, Miriam;. **Visualizando Funções: Famílias de gráficos, retas tangentes e áreas de figuras planas com utilização de software livre**. In: *I Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM*, SP 2002.

LIMA, L. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. UECE-CE, 2008.

MAGALHÃES, A. R. **Mapas conceituais digitais como estratégia para o desenvolvimento da metacognição no estudo de funções**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP, 2009.

MAIA, D. **Função quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP, 2007.

MARTINS, D. G. **Formação Semipresencial de Professores de Ciências Utilizando Mapas Conceituais e Ambiente Virtual de Aprendizagem**, Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, UFC-CE, 2009.

MOREIRA, M. A.; Masini, E. F. S., **Aprendizagem Significativa- a teoria de David Ausubel**. São Paulo, Moraes, 1982.

MOREIRA, M. A; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de aprendizagem de David Ausubel**. São Paulo: Centauro Editora. 2ª edição, 2006.

- MIORIN, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo:Atual, 1998.
- NOVAK, J. D. GOWIN, D.B. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1996.
- NOVAK, J. D. *Learning, creating and using knowledge: concept maps as facilitative tools in schools and corporations*. New York and London: Routledge. 2010.
- OKADA, A. **Cartografia Cognitiva. Mapas conceituais para pesquisa, aprendizagem e formação docente**. Cuiabá: KCM, 2008.
- PAPERT, S. **A Máquina das Crianças – Repensando a Escola na Era da Informática**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994 Porto Alegre: Artes Médicas
- PARRIS, R. *Softwares Peanaut: Winplot*. Disponível em <http://www.exeter.edu/pages/index.html>>. Acesso em 01 de Dezembro de 2009.
- PELHO, E. B. B. **Introdução ao Conceito de Função: A importância da compreensão das variáveis**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP, 2003.
- PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- \_\_\_\_\_. Dez novas competências para ensinar. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- PONTES, H. U. N. **Uso de software educativo no ensino médio para facilitar a aprendizagem significativa e cooperativa de funções**. Dissertação de Mestrado Profissional. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. UFC-CE, 2010.
- PIAGET, J. **A Epistemologia Genética**, Editora Vozes – Petrópolis, RJ – 1972.
- PIRES, C. M. C. A Educação Matemática no Brasil. In: **UNION – Revista Iberoamericana de Educación Matemática** – Setembro de 2005, número 3.
- ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema Função: uma investigação das praxeologias**. Tese (doutorado em Educação Matemática). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2006.
- RIBEIRO, J. W., VALENTE, J. A., FREITAS, D. B., MARTINS, D. G., SANTOS, M. J. C. (2008). **Integração de Atividades de Educação em Ciências Utilizando TIC: Uma Experiência na Formação Continuada de Educadores do Ensino Médio**. I Seminário Web Currículo PUC-SP. Ed CD ROM. pp. 10. SP.
- SILVA, E. B.; BERTONI, N. E.; BACARRIN, S. A. O; **Didática aplicada à Matemática – Programa de Capacitação Profissional – SEDUC, Ceará UNB Cespe**, 2010.
- VALENTE, J. A. **A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos**. In: JOLY, M. C. (Org.). A tecnologia do ensino: implicações para a aprendizagem. ed. 2002. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002b.

\_\_\_\_\_. (org.). (2003). **Formação de Educadores para o Uso da Informática na Escola**. Campinas, SP: Ed. UNICAMP/NIED.

\_\_\_\_\_. **O uso inteligente do computador na Educação**, Pátio – Revista Pedagógica, Porto Alegre: Artes Médicas Sul, ano 1, n.1, p.19-21, maio/jul. 1997.

\_\_\_\_\_. (org.). (1999). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: Ed. UNICAMP/NIED.

ZUFFI, E.M. *et al.* Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9/10, p. 10-16, abr. 2001.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – Questionário da primeira etapa da prática pedagógica

#### QUESTIONÁRIO DA PRIMEIRA ETAPA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA APLICADO JUNTO AOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Neste apêndice reproduzimos o questionário realizado com os alunos que participaram da pesquisa para inferir os conhecimentos prévios sobre a temática da pesquisa.

01. Qual a sua idade? \_\_\_\_\_ anos

02. Sexo? ( ) M ( ) F

03. Você trabalha? ( ) Sim ( ) Não

04. Utiliza o computador com fins educacionais?

( ) Sim, sempre ( ) Sim, as vezes ( ) Sim, dificilmente ( ) Não

05. Utiliza o laboratório de informática da sua Escola?

( ) Sim, sempre ( ) Sim, as vezes ( ) Sim, dificilmente ( ) Não

06. Tem computador em sua casa? ( ) Sim ( ) Não

07. Utiliza a internet com fins educacionais?

( ) Sim, sempre ( ) Sim, as vezes ( ) Sim, dificilmente ( ) Não

08. Tem disponibilidade de horário extraclasse para participar de projetos de pesquisa?

( ) Sim ( ) Não

09. Você conhece mapa conceitual? ( ) Sim ( ) Não

10. Saberria construir um mapa conceitual sobre funções quadráticas? ( ) Sim ( ) Não

11. Conhece o plano cartesiano  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ? ( ) Sim ( ) Não

O que significa o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas?

12. Você reconhece a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau?  
( ) Sim ( ) Não

13. Reconhece uma representação gráfica de uma função do 2º grau? ( ) Sim ( ) Não

14. Qual a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau utilizando os coeficientes  $a$  e  $b$ ?

15. Qual a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau utilizando os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ ?

16. O que acontece com a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau quando alteramos o coeficientes  $a$ ?

17. O que acontece com a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau quando alteramos o coeficientes  $b$ ?

18. O que acontece com a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau quando alteramos o coeficientes  $c$ ?

19. O que acontece com a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau quando alteramos os coeficientes  $a$ ?

20. Você reconhece a representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau em sua forma geral? ( ) Sim ( ) Não

21. Reconhece a representação algébrica de uma função polinomial do 2º grau em sua forma geral?  
( ) Sim ( ) Não

22. Você conseguiria determinar as raízes de uma função polinomial do 2º grau a partir de sua representação gráfica? ( ) Sim ( ) Não

23. Você conseguiria determinar as raízes de uma função polinomial do 2º grau a partir de sua representação algébrica? ( ) Sim ( ) Não

24. Sendo dada a representação gráfica de uma função polinomial do segundo grau, conseguiria prever as principais características dessa função como raízes (se existirem), coordenadas do vértices, ponto de máximo ou de mínimo, eixo de simetria, seu domínio e sua imagem?

( ) Sim ( ) Não

25. Você conhece alguma ferramenta computacional (*software*) que poderia auxiliar a aprendizagem dos alunos sobre o estudo das funções no plano cartesiano?

( ) Sim ( ) Não

## APÊNDICE B - Questionário da segunda etapa da prática pedagógica

### QUESTIONÁRIO DA SEGUNDA ETAPA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA APLICADO JUNTO AOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Neste apêndice reproduzimos o questionário da segunda etapa da pesquisa aplicada junto aos alunos participantes da pesquisa com auxílio do *software Winplot* construção dos conceitos de função quadrática com ênfase na representação gráfica.

01) Utilizando inicialmente papel e lápis, construa a representação gráfica das funções polinomiais do 1º grau no plano  $\mathbb{R}^2$ . Posteriormente construa as mesmas representações gráficas usando o *software Winplot*.

a)  $f(x) = x$

h)  $f(x) = \frac{1}{2}x$

b)  $f(x) = -x$

i)  $f(x) = -\frac{1}{2}x$

c)  $f(x) = x + 1$

j)  $f(x) = 2x - 10$

d)  $f(x) = -x + 1$

l)  $f(x) = -2x + 10$

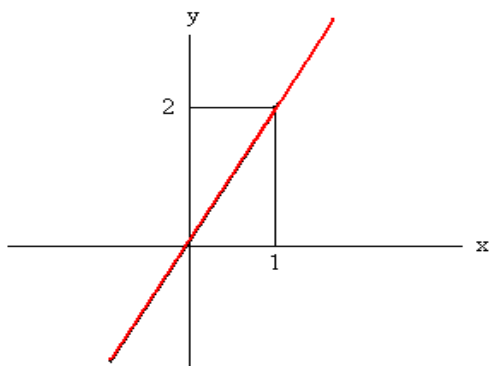
e)  $f(x) = 2x$

g)  $f(x) = -2x$

n) Que observações você faz em relação à representação gráfica das funções que você construiu, associando duas a duas na ordem em que seguem?

m) Que conclusões você faria em relação ao coeficiente angular e linear das funções que você construiu os gráficos.

02) Observe a função representada no gráfico abaixo.



A função representada no gráfico acima é

a)  $y = x$

b)  $y = x + 1$

c)  $y = 2x$

d)  $y = -x + 1$

e)  $y = -2x$

03) Utilizando papel e lápis, construa a representação gráfica das funções quadráticas num mesmo plano  $\mathbb{R}^2$ . Posteriormente construa as mesmas representações gráficas usando o *software Winplot*.

a)  $f(x) = x^2$

b)  $f(x) = 2x^2$

c)  $f(x) = 5x^2$

d)  $f(x) = 10x^2$

e)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

f) Observação das representações gráficas das funções dos itens (a) a (e) compare as curvaturas (concavidades) das parábolas que tem o coeficiente  $a > 1$ . O que podemos afirmar a respeito dessa comparação?

g) Essas funções têm valor máximo? E mínimo? Justifique sua resposta.

04) Utilizando papel e lápis, construa a representação gráfica das funções quadráticas num mesmo plano  $\mathbb{R}^2$ . Posteriormente construa as mesmas representações gráficas usando o *software Winplot*.

a)  $f(x) = -x^2$

b)  $f(x) = -2x^2$

c)  $f(x) = -5x^2$

d)  $f(x) = -10x^2$

e)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

f) Observação das representações gráficas das funções dos itens (a) a (d) compare as curvaturas (concavidades) das parábolas que tem o coeficiente  $a < 1$ . O que podemos afirmar a respeito dessa comparação?

g) Essas funções têm valor máximo? E mínimo? Justifique sua resposta.

05) Construa a representação gráfica das funções quadráticas em um mesmo plano e, em seguida indique as coordenadas do vértice de cada parábola, seu domínio e sua imagem. Quais as transformações ocorridas quando adicionamos uma constante à função  $f(x) = x^2$ ?

a)  $f(x) = x^2 + 1$

b)  $f(x) = x^2 + 4$

c)  $f(x) = x^2 - 1$

d)  $f(x) = x^2 - 4$

06) Construa a representação gráfica de cada função, observando as transformações que ocorrem quanto adicionamos uma constante a variável independente. Relate suas observações.

a)  $f(x) = (x + 1)^2$

b)  $f(x) = (x + 4)^2$

c)  $f(x) = (x - 1)^2$

d)  $f(x) = (x - 4)^2$



07) Construa os gráficos das seguintes funções e indique as coordenadas do vértice de cada uma dela.

a)  $f(x) = (x+1)^2 + 1$

b)  $f(x) = -(x+4)^2 - 1$

c)  $f(x) = -(x-1)^2 - 1$

d)  $f(x) = (x-4)^2 + 2$

08) O custo de uma produção, em milhares de reais, de  $x$  máquinas iguais é dado pela expressão  $C(x) = x^2 - x + 10$ . Se o custo foi de 52 mil reais, então, o número de máquinas utilizadas na produção foi.

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

Como você encontraria a solução dessa situação problema?

## APÊNDICE C - Fotos dos alunos durante o percurso da prática pedagógica

### FOTOS DOS ALUNOS DURANTE O PERCURSO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

Neste apêndice apresentamos algumas fotografias, que registram alguns estágios dos alunos no laboratório de informática do CVT de Beberibe na realização das atividades durante o percurso da prática pedagógica da pesquisa, planejadas no projeto da Dissertação. Estas atividades envolveram os conteúdos de funções polinomiais do 1º e 2º graus com o uso operacional e pedagógico do *software Winplot* como auxílio na construção das representações gráficas das funções.

Observamos nestas fotos, cenários de aprendizagens agradáveis e prazerosos, onde a interação dos alunos com a interface do *software* possibilitou o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas. Os alunos durante o percurso da prática pedagógica se mostraram motivados, interessados e predispostos para aprender significativamente.



FOTO 01: Registro fotográfico dos alunos trabalhando durante a realização do 4º encontro da prática pedagógica da pesquisa em interação com a interface do *software* educativo *Winplot*.

Observamos neste momento de desenvolvimento das atividades da pesquisa, os alunos interagindo atentamente com a interface do *Winplot* desenvolvendo ciclos de ação, reflexão e depuração de forma construcionista.



FOTO 02: Registro fotográfico dos alunos trabalhando em duplas para a resolução do questionário da segunda etapa durante a realização do 6º encontro da prática pedagógica da pesquisa usando *software* educativo *Winplot* como auxílio para construção dos gráficos das funções.

Observamos na fotografia os alunos interagindo colaborativamente entre si e o computador na construção de novos conhecimentos sobre funções polinomiais matemáticas. No monitor do computador, podemos visualizar as janelas abertas da interface gráfica do *Winplot* onde se descreve as formulas matemáticas analíticas das funções (lado direito) e seus respectivos gráficos (lado esquerdo).

## ANEXOS

### ANEXO A - guia das aulas da prática pedagógica da pesquisa

#### GUIA DAS AULAS DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DA PESQUISA

Neste apêndice foram reproduzidos os conteúdos da mediação realizada durante a prática pedagógica da pesquisa que foram concebidos para os alunos do 3º ano da escola EEM Ana Facó e trabalhados colaborativamente, para suprir deficiências conceituais prévias dos alunos.

*Este material tem por objetivo organizar e estruturar os conteúdos trabalhados colaborativamente nas etapas da pesquisa, para que os alunos possam utilizar como cronograma de estudo que iremos desenvolver na realização da pesquisa em sala de aula e fornecer subsídios para a dissertação de Mestrado Antonio Marcos da Costa Silvano em Ensino da Matemática.*

#### CRONOGRAMA DAS AULAS

##### ❖ Primeira Etapa da Pesquisa.

- **Primeiro Encontro:** Acolhimento dos alunos, motivação, adaptação e ambientação com objeto de trabalho e apresentação do projeto de pesquisa;

- **Segundo Encontro:** Aula de apresentação e aplicação da entrevista e do questionário da primeira etapa da pesquisa

##### ❖ Segunda Etapa da Pesquisa

- **Terceiro Encontro** – Realização de três horas-aula sobre aplicações pedagógicas da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e Mapas Conceituais.

- **Quarto Encontro** – Realização três horas-aula a sobre aplicações pedagógicas do uso do *software* educativo *Winplot*, revisamos os conceitos matemáticos de funções usando os mapas conceituais e os *software Winplot e cmaptools*.

- **Quinto Encontro** – Realização de três horas-aula teóricas sobre a teoria das funções polinomiais do 1º e 2º graus enfatizando pontos notáveis dessas funções, formas

algébricas e seus respectivos gráficos destacando: crescimento/decrescimento, raízes, pontos de máximo ou de mínimo, coordenadas do vértice e outros.

**-Sexto Encontro** – Trabalhos em grupos e aplicação do segundo questionário usando o *software* educativo *Winplot* e apresentarem aos demais grupos.

**-Sétimo Encontro** – Avaliação as considerações dos alunos quanto aos questionários (1ª e 2ª parte) e a interação colaborativa dos mesmos no desenvolvimento das atividades.

## PRIMEIRO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### **-Objetivos**

Esse encontro teve o objetivo de socialização, adaptação e motivação dos alunos e professor-pesquisador, estabelecendo as relações interpessoais para o convívio no âmbito da pesquisa. Elaboração do cronograma da pesquisa e diálogos das expectativas dos alunos em participarem de uma pesquisa de mestrado.

### **- Conteúdos Explorados**

- Relações interpessoais e motivação;
- Exibição de vídeos motivacionais;
- Conversas dialogadas.

## SEGUNDO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### **-Objetivos**

-Identificar as características do perfil dos alunos e dos conhecimentos prévios sobre o uso do computador como recurso didático nas aulas de matemática, uso dos mapas conceituais, os conhecimentos dos conceitos de funções polinomiais do 1º e 2º graus e suas representações algébricas e gráficas.

-Aplicar os instrumentos de coleta de dados junto aos alunos: a entrevista e o questionário da primeira etapa da prática pedagógica da pesquisa (Apêndice A).

### **- Conteúdos Explorados**

- Aprendizagem em matemática: Estudo das funções;
- O computador como recurso de auxílio pedagógico;
- Mapas conceituais sobre funções polinomiais;

## TERCEIRO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### -Objetivos

Socializar juntos aos alunos de forma preliminar os pressupostos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e dos mapas conceituais dando ênfase nos conteúdos de funções polinomiais.

- Nesta aula exploramos de forma preliminar sobre a importância dos conhecimentos prévios do aluno (subsunçores) para a compreensão de novos conceitos adquiridos de forma significativa (Aprendizagem Significativa); Foi discutida a aprendizagem memorística ou aprendizagem mecânica.

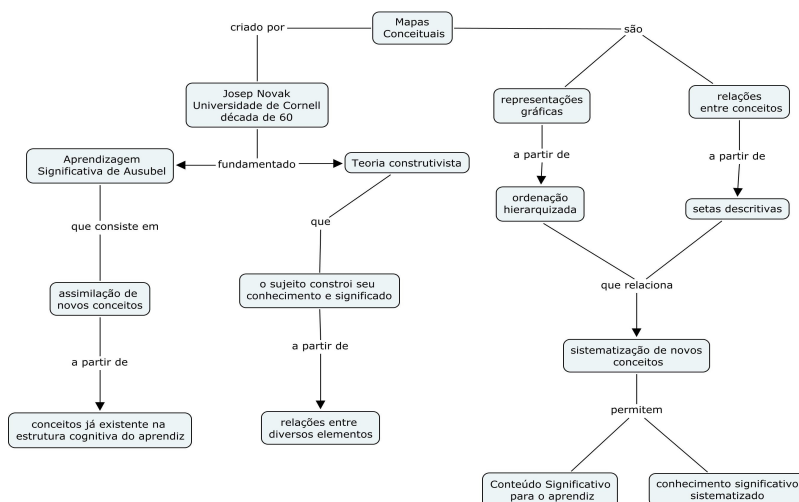
### - Conteúdos Explorados

- Tipos de aprendizagem: Aprendizagem Significativa versus Aprendizagem Mecânica;
- Mapas Conceituais de Novak: Construção e compreensão dos Mapas Conceituais sobre funções Polinomiais do 1º e 2º graus.

## ATIVIDADES:

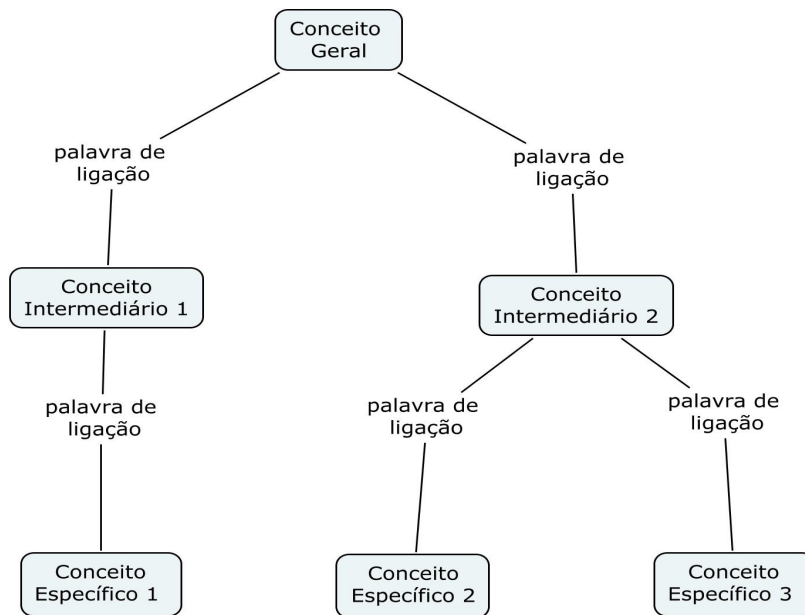
Aula sobre os mapas conceituais de Novak. Utilizamos o *software CmapTools* para reproduzir mapas conceituais e em seguida explorar os conceitos fundamentais da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, os Mapas Conceituais e o conteúdo de funções.

### Atividade 01 – O que é um Mapa Conceitual?



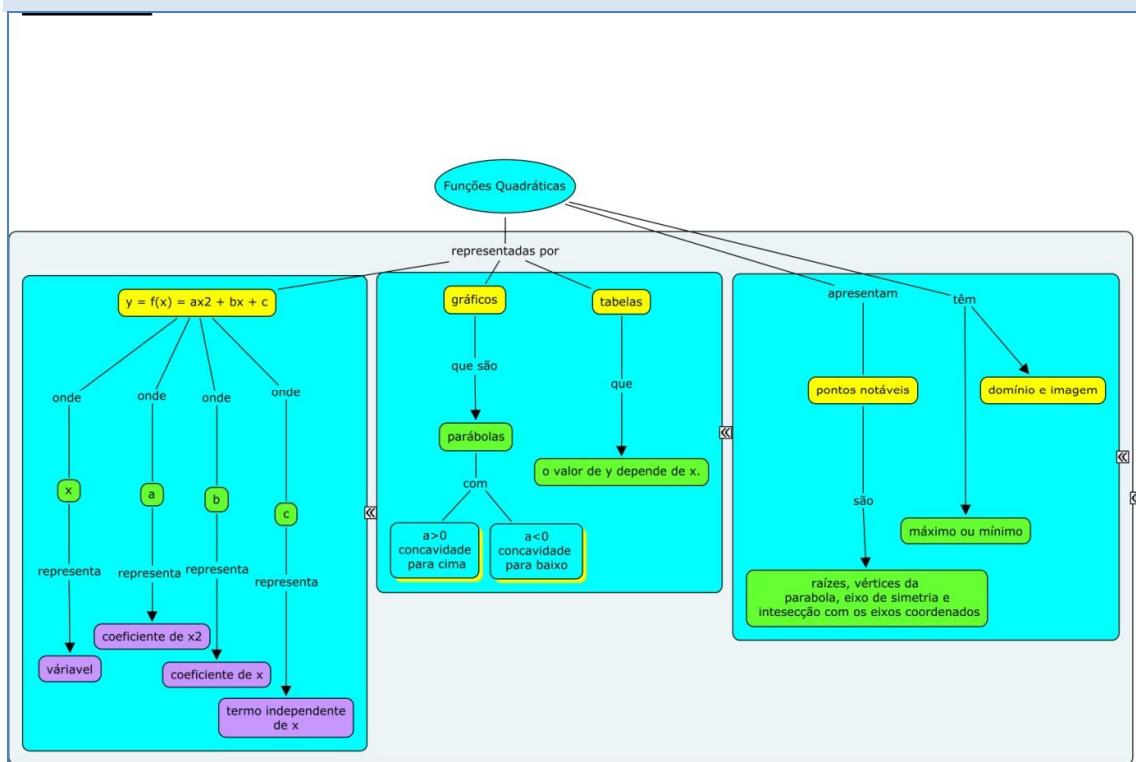
Fonte: Okada, 2008.

### Atividade 02 – Modelo de Mapa Conceitual



Fonte: Moreira e Masini, 2006

### Atividade 03 – Mapa conceitual sobre função quadrática.



Fonte: Construção própria

## QUARTO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### ➤ REVISÃO DOS CONTEÚDOS DE FUNÇÕES

#### Objetivos

- Revisar os conteúdos de função por meio das diversas representações: gráficas, diagramas, tabelas e fórmulas matemáticas.
- Desenvolver habilidades e competências matemáticas sobre o conteúdo de função através dos princípios da aprendizagem cooperativa e significativa colaborativa.
- Elaborar argumentos conscientes, de diferentes naturezas, fazendo uso de função em diversos contextos culturais (Etnomatemática) com aplicações práticas na economia, no comércio, na física e em outras áreas do conhecimento.
- Ler e interpretar enunciados relacionados à utilização das funções;
- Usar o *software* educativo *Winplot* como auxílio pedagógico para a construção de conceitos de funções polinomiais através da representação gráfica.

## INTRODUÇÃO

Caro aluno, nesta aula, revisaremos os conteúdos de funções, dando ênfase nos procedimentos e conceitos com aplicações práticas das funções em outras áreas do conhecimento (Economia, Comércio, Física entre outras), valorizando o contexto social onde vivemos, para construirmos conhecimentos significativos aplicáveis no dia a dia e compreender melhor o mundo que nos cerca.

### ➤ Noção preliminar intuitiva de Função.

**Exemplo 01** – Considere que o preço de um produto em uma loja custa R\$ 12,00. Assim, se um cliente deseja comprar vários produtos, o preço a pagar no final da compra será aumentado proporcionalmente em função do número de unidades que se comprou.

Podemos então formar a tabela abaixo:

Quantidade de produtos	Preço a pagar R\$
01	12,00
02	24,00
03	36,00
04	48,00



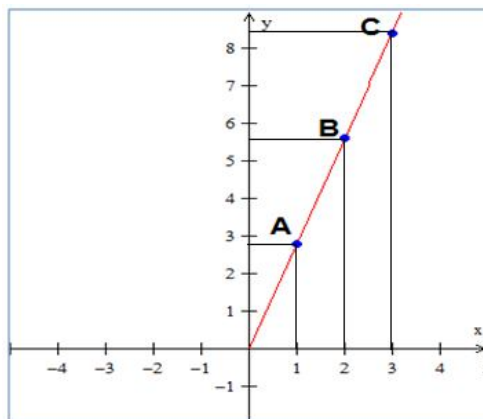
Observe que o valor a pagar é dado em função do número de produtos comprados. De outro modo, podemos afirmar que o valor a pagar está em função do número de unidade do produto que foram comprados.

**Exemplo 02** – Um posto de combustível cobra por cada litro de gasolina vendido, o valor de R\$ 2,80. Assim, um motorista que abastece seu veículo neste posto pagará os valores conforme a tabela abaixo.

Quantidade de litros de gasolina	Valor a pagar R\$
1 litro	2,80
2 litros	5,60
3 litros	8,40
4 litros	11,20
...	...
n litros	2,80 n

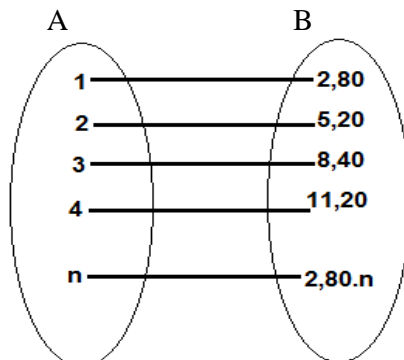
Observe que o valor a pagar está em função do número de litros de combustível vendidos.

➤ Podemos representar esta situação problema através de um gráfico cujo eixo horizontal do gráfico (eixo dos x ou das abscissas) representa o número de litros de combustível vendido e o eixo vertical (eixo dos y ou das ordenadas) o valor a pagar.



No gráfico os pontos A (1; 2,80), B(2; 5,60) e C( 3; 8,40) são colineares e se unir estes pontos teremos uma reta determinada pela união de todos os pontos.

➤ Outra forma de representar esta situação problema é através de conjuntos, como segue:

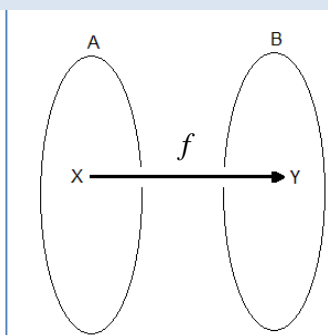


Observe que o conjunto A representa o número de litros de combustíveis vendidos e conjunto B o valor a ser pago.

### DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Dados dois conjuntos A e B não vazios, chama-se função (ou aplicação) de A em B, representada por  $f: A \rightarrow B$ ;  $y = f(x)$ , uma regra que associa a cada elemento de A, um único elemento de B.

**$y = f(x)$  significa que y é função de x**



Os conjuntos A e B são denominados respectivamente de domínio e contradomínio da função  $y = f(x)$ .

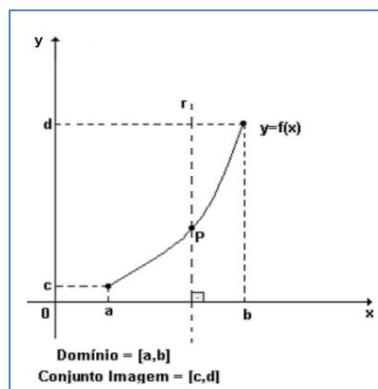
### FUNÇÃO DEFINIDA POR EXPRESSÕES OU FORMULAS MATEMÁTICAS

As funções em geral, são definidas matematicamente por uma expressão ou fórmula que associa os valores de uma variável dependente y em função de uma variável independente x. Por exemplo:

- 1)  $y = 12x$  ou  $f(x) = 12x \rightarrow$  (y variável dependente e x variável independente);
- 2)  $y = 2,80x$  ou  $g(x) = 2,80x \rightarrow$  (y variável dependente e x variável independente);
- 3)  $y = 2x + 4$  ou  $h(x) = 2x + 4 \rightarrow$  (y variável dependente e x variável independente);
- 4)  $y = x^2 - 2x - 3$  ou  $p(x) = x^2 - 2x - 3$  (y variável dependente e x variável independente);

## DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Dada uma função  $f : A \rightarrow B$  definida por  $y = f(x)$ , podemos representar os pares ordenados  $(x, y)$  pertencentes a  $f$  onde  $x \in A$  e  $y \in B$ , num sistema de coordenadas cartesianas. O gráfico obtido será o gráfico da função  $f$ .

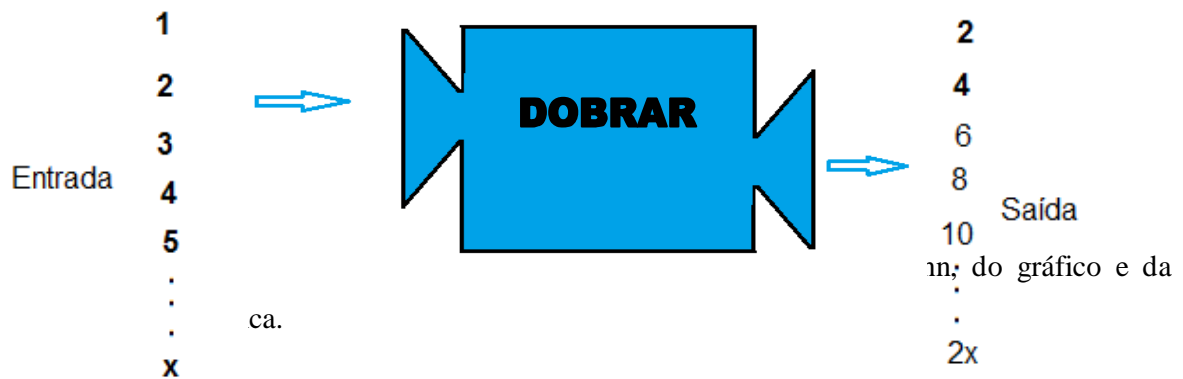


Dado o gráfico cartesiano de uma função  $f$ , podemos dizer que:

- i) a projeção da curva sobre o eixo dos  $x$  nos dá o domínio da função, intervalo  $[a, b]$ ;
- ii) a projeção da curva sobre o eixo dos  $y$ , nos dá o conjunto imagem da função  $[c, d]$ ;
- iii) toda reta vertical que passa por um ponto do domínio da função, intercepta o gráfico da função em no máximo um ponto, no caso o ponto  $P$  da reta  $r$ .

## ATIVIDADE PROPOSTA 01

Considere que ilustração abaixo representa uma máquina de dobrar números. Assim os números entram na máquina, são dobrados e em seguida saem o valor dobrado.



### ATIVIDADE PROPOSTA 02

Marcos é arquiteto e projetou um novo bairro sobre um plano cartesiano. Ele posicionou numa mesma rua a Escola no ponto A (2, 3) e o posto de Saúde no ponto B(3, 5). Qual é a função que representa essa rua?

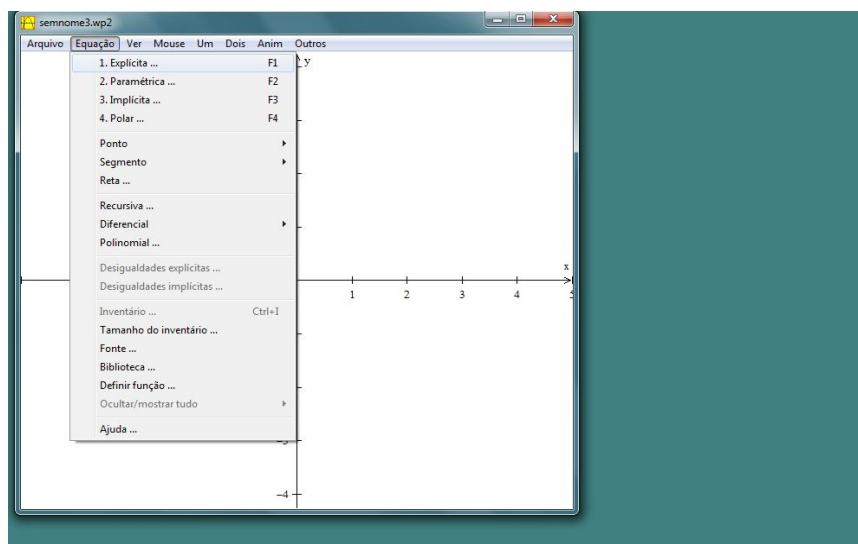
- A)  $y = 2x - 1$
- B)  $y = 2x + 1$
- C)  $y = x + 1$
- D)  $y = x + 2$
- E)  $y = x - 2$

### O USO OPERACIONAL E PEDAGÓGICO DO SOFTWARE WINPLOT

Utilizaremos nesta sessão didática o *software Winplot* por nós escolhido para trabalhar as representações gráficas das funções polinomiais do 1º e 2º graus. Este *software* educativo é um importante recurso para auxílio da construção dos gráficos de funções no plano com uma interface amigável e simples.

O *Winplot* é um programa de domínio público criado por Richard Parris, da *Philipps Exeter Academy* e traduzido para o português pelo professor Adelmo Ribeiro de Jesus, pode ser encontrado no site <http://math.exeter.edu/rparris>. É um programa simples, mas poderoso. Uma de suas vantagens é ser gratuito, podendo ser utilizado por professores e alunos do ensino básico e superior.

- Interface do *software Winplot*.



Ao abrir o programa o usuário encontrará as opções 2-dim e 3-dim, mapeador e adivinhar. Os comandos 2-dim e 3-dim, nos permite construir gráficos das funções no plano e no espaço, respectivamente. O comando adivinhar mostra gráficos de funções e permite o usuário escrever a fórmula matemática equivalente ao gráfico e o comando mapeador, permite trabalhar com transformações no plano. Aqui nos limitamos a trabalhar só com o comando 2-dim para construirmos as representações gráficas das funções polinomiais do 1º e do 2º graus.

O comando 2-dim nos permite escolher que tipo de equação algébrica desejamos trabalhar, podendo ser “explícita”, “implícita”, polar ou paramétrica. Neste trabalho escolhemos as funções cartesianas, usando o comando “explícita”.

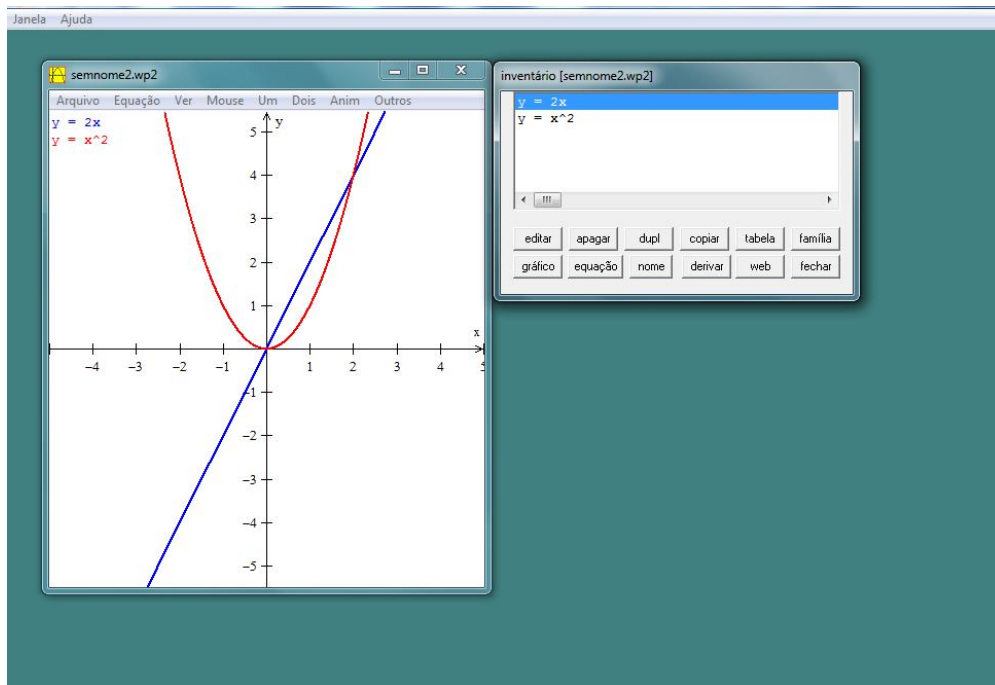
Para inserir uma função utilizando a opção “explícita” no menu “equação” basta digitar forma algébrica da função do tipo  $y = f(x)$  e clicar em “ok” que aparecerá uma caixa de dialogo denominado de “Inventário” e o corresponde gráfico da função. No inventário você tem as opções:

- Editar: permite o usuário fazer alterações na equação digitada, como também alterar a cor do gráfico, determinar um intervalo para o domínio da função, espessura da linha do gráfico;
- Duplicar: permite duplicar a expressão anterior sem apagá-la, ou seja, permite visualizar vários gráficos de funções no mesmo plano;
- Apagar: apagar expressão algébrica selecionada;
- Mostrar: mostra e esconde o gráfico construído sem apagar a fórmula matemática da função no inventário;
- Mostrar equação: mostra e esconde a equação na área do gráfico.

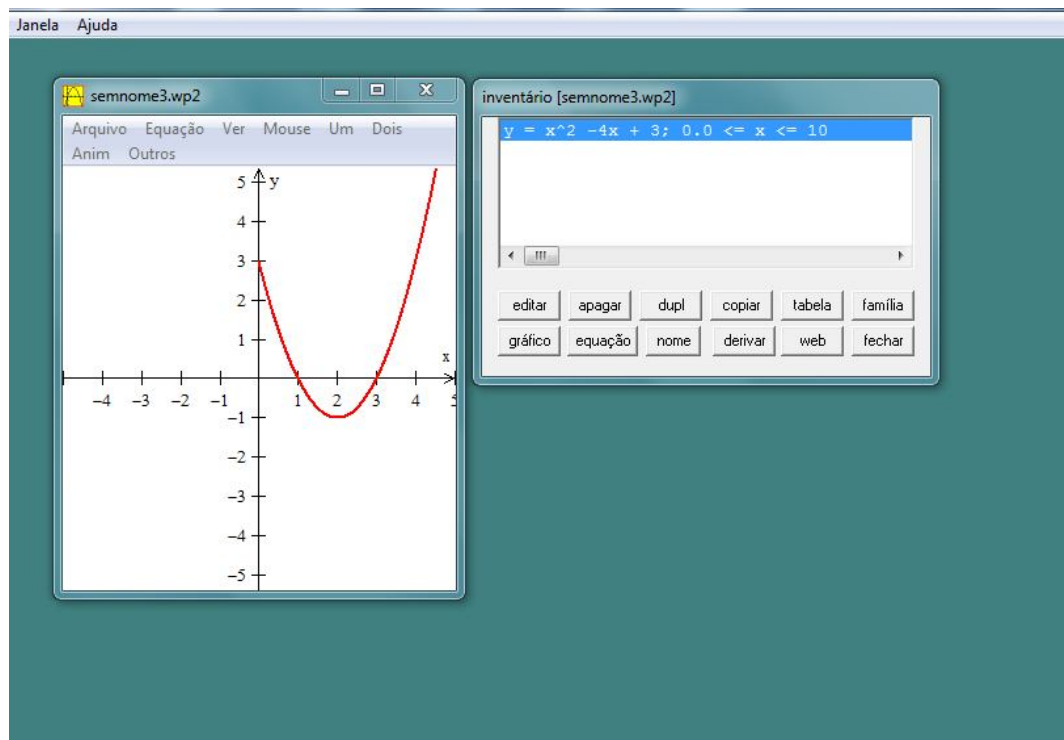
OBS: Para construir os gráficos das funções polinomiais do 1º e do 2º graus, usamos no *Winplot* as representações  $y = ax + b$  e  $y = ax^2 + bx + c$ , respectivamente.

### CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS USANDO O WINPLOT.

01) Construa a representação gráfica das funções  $f(x) = 2x$  e  $f(x) = x^2$  usando o *software* educativo *Winplot*.



02) Um congelador de uma geladeira especial precisa, nas primeiras horas de funcionamento ( $t$ ), ter sua temperatura ( $T$ ) variando entre valores negativos e positivos, para que os alimentos não percam suas propriedades, de acordo com a função  $T(t) = t^2 - 4t + 3$ . Construa a representação gráfica da função usando o *Winplot* para  $t$  maior ou igual a zero.



## QUINTO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### ESTUDO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS AFINS E QUADRÁTICAS

#### ➤ **Objetivos**

Nessa aula vamos construir ressignificar os conceitos de funções polinomiais afins (1º grau) e quadráticas (2º grau) destacando suas diversas representações. Reconhecer as funções polinomiais do 1º e 2º graus e representar analiticamente e graficamente estas funções. Ler, interpretar e construir gráficos das funções polinomiais do 1º e 2º graus.

#### ➤ **Definição de Função polinomial do 1º grau**

**Recordando:** Um taxista cobra, em uma corrida, o valor fixo de R\$ 6,00 mais R\$ 0,60 por quilômetros rodado. Chamando de  $x$  o número de quilômetros rodados e de  $P$  o valor a ser pago pela corrida. Qual a expressão matemática que relaciona  $P$  com  $x$ .

Fórmula matemática encontrada:  **$P(x) = 0,60x + 6,00$**

➤ Chamamos de afim ou de função polinomial do 1º grau, uma função de  $f: A \rightarrow B$  cuja fórmula matemática é definida por  $f(x) = ax + b$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais, com  $a \neq 0$  e  $x \in \mathbb{R}$ .

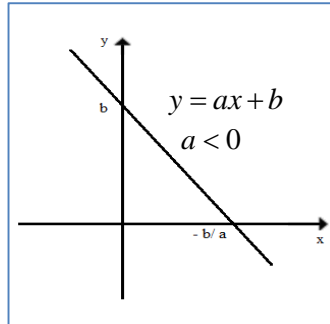
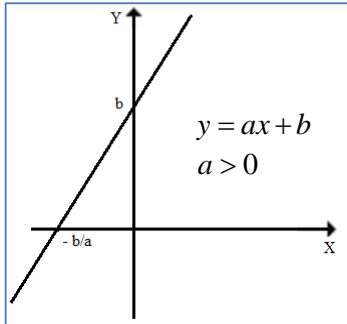
#### **Exemplos**

i)  $f(x) = 12x \rightarrow a = 12$

ii)  $g(x) = 2x + 4 \rightarrow a = 2$  e  $b = 4$

## PROPRIEDADES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

1) O gráfico da função polinomial é uma reta.



2) Na função  $f(x) = ax + b$ , se  $b = 0$ ,  $f$  é dita função linear e se  $b \neq 0$   $f$  é dita função afim.

3) O gráfico da função  $f(x) = ax + b$  intercepta o eixo dos x na raiz da equação  $f(x) = 0$  e, portanto, no ponto de abscissa  $x = -\frac{b}{a}$ .

4) O gráfico da função intercepta o eixo dos y no ponto  $(0, b)$ , onde  $b$  é denominado de coeficiente linear.

5) O valor  $a$  é chamado coeficiente angular e define a inclinação da reta.

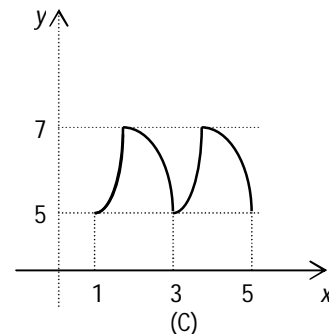
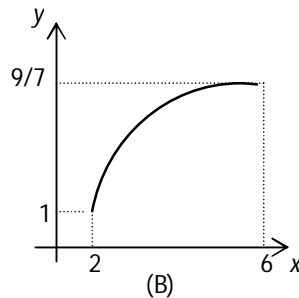
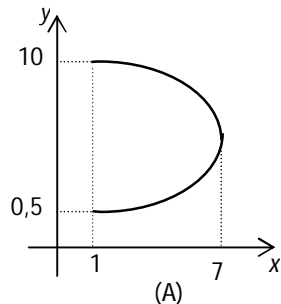
i) se  $a > 0$ , então  $f(x) = ax + b$  é crescente.

ii) se  $a < 0$ , então  $f(x) = ax + b$  é decrescente.

8) Quando a função é linear, ou seja,  $f(x) = ax$ , o gráfico é uma reta que passa na origem do plano cartesiano.

## ATIVIDADES PROPOSTAS

1. Diga quais dos gráficos abaixo podem representar funções. Nos casos afirmativos, determine o domínio e a imagem..



2. Uma empresa aérea vai vender passagem para um grupo de 100 pessoas. Ela cobrará desse grupo, 2.000 dólares por passageiro embarcado, mais 400 dólares por passageiro que não embarcar. Pergunta-se:



- A) Qual é a relação entre a quantidade de dinheiro arrecadado pela empresa e o número de passageiros embarcados?
- B) Quanto arrecadará a empresa se viajarem somente 40 passageiros?
- C) Quantos passageiros viajarão se a empresa só conseguir arrecadar 96.000 dólares?

3. A locadora de veículo Bom Passeio cobra a taxa de R\$ 30,00 por hora de locação de um veículo popular mais uma taxa fixa de R\$ 250,00. Um cliente que deseja alocar o veículo durante um período  $t$  em horas, terá o valor a pagar  $V(t)$  em reais expresso por:

a)  $V(t) = 30t - 250$

b)  $V(t) = 30t + 250$

c)  $V(t) = 250t - 30$

d)  $V(t) = 250t + 30$

### ➤ DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

**Organizadores Prévios:** Suponha que, num dia de outubro, a temperatura  $f(t)$ , em graus, era função do tempo  $t$ , medido em horas, dada por  $f(t) = t^2 - 7t$ . A que horas desse dia a temperatura era igual a  $18^\circ\text{C}$ ?

Observe que a função  $f(t) = t^2 - 7t$  é uma função polinomial do 2º grau na variável  $t$  que representa o tempo;

Chamamos de função polinomial do 2º grau ou simplesmente de função quadrática, toda função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^2 + bx + c$  com  $a, b$  e  $c$  números reais com  $a \neq 0$  e  $x \in \mathbb{R}$ .

**Exemplos:** São funções polinomiais do 2º grau:

1º)  $f(x) = x^2 - 7x + 10$  com  $a = 1, b = -7$  e  $c = 10$ .

2º)  $f(x) = x^2 - 4x$  com  $a = 1, b = -4$  e  $c = 0$ .

3º)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  com  $a = \frac{1}{2}, b = 0$  e  $c = 0$ .

4º)  $f(x) = -x^2 + 4x - 4$  com  $a = -1, b = 4$  e  $c = -4$ .

## ➤ GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

O gráfico da função polinomial do 2º grau  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$  é uma curva chamada de parábola.

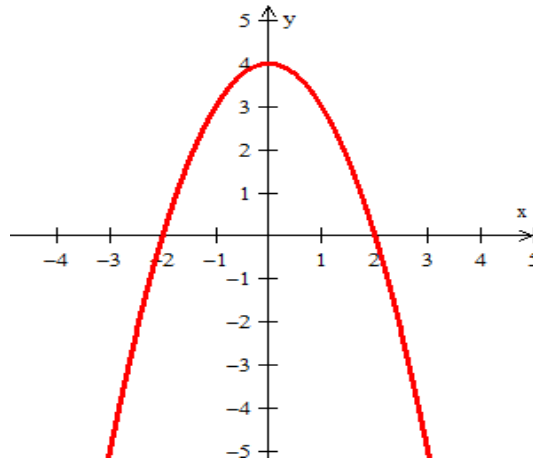


Gráfico da função  $f(x) = -x^2 + 4$

## ➤ PROPRIEDADES DO GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU



Para todo gráfico da função do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$  temos as seguintes propriedades:

- 1º) Se  $a > 0$  a concavidade da parábola está voltada para cima e tem um ponto de mínimo.
- 2º) Se  $a < 0$  a concavidade da parábola está voltada para baixo e tem um ponto de máximo.
- 3º) O vértice da parábola é o ponto  $V(x_v, y_v) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$  onde o valor de  $\Delta = b^2 - 4ac$ .
- 4º) O gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$  intercepta o eixo das abscissas nos pontos de abscissas  $x'$  e  $x''$  que são as raízes da equação  $f(x) = 0$ .

5º) O gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$  intercepta o eixo das ordenadas no pontos  $(0, c)$ .

6º) Pelo vértice da parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ , podemos traçar um eixo paralelo ao eixo  $y$  que divide a parábola em duas partes simétricas no ponto  $x = -\frac{b}{2a}$ , chamado de eixo de simetria.

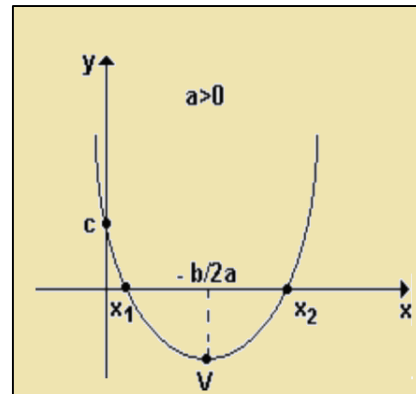
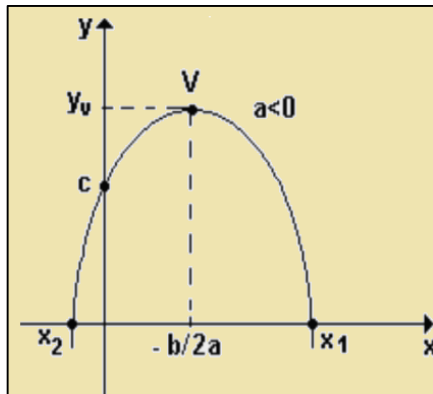
7º) O valor mínimo da função é calculado por  $y = -\frac{\Delta}{4a}$  ( $a > 0$ ).

8º) O valor máximo da função é calculado por  $y = -\frac{\Delta}{4a}$  ( $a < 0$ ).

9º) A imagem da função é dada por  $\text{Im}(f) = \left\{ y \in \mathbb{R}; y \geq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$  ( $a > 0$ ).

10º) A imagem da função é dada por  $\text{Im}(f) = \left\{ y \in \mathbb{R}; y \leq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$  ( $a < 0$ ).

11º) Toda função do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ , pode ser fatorada na forma  $f(x) = a(x - x')(x - x'')$  onde  $x'$  e  $x''$  são as raízes da função.



### ATIVIDADES PROPOSTAS

01) Um corpo lançado do solo verticalmente para cima tem posição em função do tempo dada pela função  $f(t) = 40t - 5t^2$  onde a altura  $f(t)$  é dada em metros e o tempo  $t$  é dado em segundos. De acordo com essas informações, construa a representação gráfica para essa função.

02) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação  $y = -40x^2 + 200x$ . Onde  $y$  é a altura, em metros, atingida pelo projétil  $x$  segundos após o lançamento. Qual a altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar?

03) Sabe-se que o lucro total de uma empresa é dado pela fórmula  $L = R - C$ , em que  $L$  é o lucro total,  $R$  é a receita total e  $C$  é o custo total da produção. Numa empresa que produziu  $x$  unidades, verificou-se que  $R(x) = 6000x - x^2$  e  $C(x) = x^2 - 2000x$ . Nessas condições, qual deve ser a produção  $x$  para que o lucro da empresa seja máximo?

04) Construa o gráfico com o uso do *Winplot* das funções polinomiais de  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

a)  $f(x) = x^2$

c)  $f(x) = -x^2$

b)  $f(x) = x^2 - 4$

d)  $f(x) = -(x^2 - 4)$

## BIBLIOGRAFIA

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações – Vol. 1, Ática, São Paulo, 2007.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos da matemática Elementar 1 – Conjuntos e Funções*, Atual, São Paulo, 1990.

LAGES LIMA E., CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.; MORGADO, A.C. A matemática do Ensino Médio. Vol.1, Rio de Janeiro: SBM, 1998

MACHADO, Antônio dos Santos. Matemática: Temas e Metas – Vol. 1. São Paulo, Atual, 1995.

## SEXTO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### O USO PEDAGÓGICO DO SOFTWARE WINPLOT PARA A CONSTRUÇÃO DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS FUNÇÕES

#### ➤ Objetivos

Nessa aula vamos realizar as atividades das questões do questionário da segunda etapa da prática pedagógica com uso operacional e pedagógico do *software* educativo *Winplot*. Os alunos serão divididos em seis grupos de dois alunos e um grupo de três alunos.

#### ➤ Conteúdo

- Construção de gráficos das funções matemáticas polinomiais usando um software educativo;
- Análise e interpretação dos gráficos de funções polinomiais do 1º e 2º grau;
- Trabalho colaborativo e cooperativo nos grupos;

## SÉTIMO ENCONTRO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

### CONSIDERAÇÕES E AVALIAÇÃO DOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.

➤ **Objetivos**

- Nessa aula vamos avaliar as considerações dos alunos participantes da pesquisa em interação com o objeto de estudo e da mediação com o professor-pesquisador.

➤ **Conteúdo**

Socialização das ações realizadas durante o percurso da prática pedagógica da pesquisa.