



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA

DENNYS LEITE MAIA

**APRENDIZAGEM DOCENTE SOBRE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS A
PARTIR DE UMA FORMAÇÃO COLABORATIVA APOIADA EM TECNOLOGIAS
DIGITAIS**

FORTALEZA

2016

DENNYS LEITE MAIA

APRENDIZAGEM DOCENTE SOBRE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS A PARTIR
DE UMA FORMAÇÃO COLABORATIVA APOIADA EM TECNOLOGIAS DIGITAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Brasileira. Área de concentração: Educação, Currículo e Ensino; Eixo: Tecnologias Digitais na Educação.

Orientador: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M185a Maia, Dennys Leite.
Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais / Dennys Leite Maia. – 2016.
195 f. : il. color.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2016.
Orientação: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho.
1. Aprendizagem colaborativa. 2. Campo conceitual das estruturas multiplicativas. 3. Formação docente. 4. Tecnologias digitais. I. Título.

CDD 370

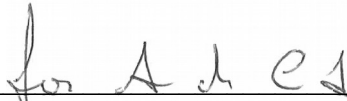
DENNYS LEITE MAIA

APRENDIZAGEM DOCENTE SOBRE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS A PARTIR
DE UMA FORMAÇÃO COLABORATIVA APOIADA EM TECNOLOGIAS DIGITAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Brasileira. Área de concentração: Educação, Currículo e Ensino; Eixo: Tecnologias Digitais na Educação.

Aprovada em: 30 / 09 / 2016

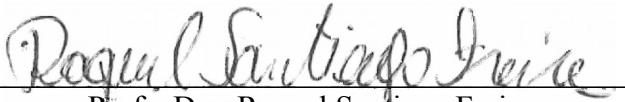
BANCA EXAMINADORA



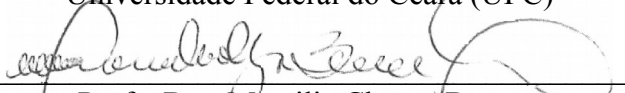
Prof. Dr. José Aires de Castro Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)



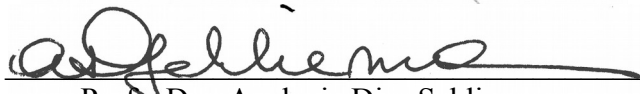
Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Profa. Dra. Raquel Santiago Freire
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto
Universidade Estadual do Ceará (UECE)



Profa. Dra. Analucia Dias Schliemann
Tufts University (TU)

À minha avó Ivanise Costa Leite (*in memoriam*), fundamental na minha formação humana, a quem, quando criança, prometi tornar-me Doutor quando adulto. Não foi exatamente como combinado, e ela não pode ver a conclusão dessa trajetória, mas tenho a certeza que estaria muito orgulhosa!

A ela, dedico.

AGRADECIMENTOS

Quero expressar meus agradecimentos às várias pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a realização de mais esta etapa em minha caminhada.

A cada membro da minha família – esposa, filho, mãe, avós, irmã, tios, primos, sobrinhos e agregados – que colaborou para a execução deste trabalho, pelo amor, apoio, incentivo, direcionados a mim. Em especial à Beth e ao Leonel por compartilharem diariamente dos momentos desta trajetória.

Aos amigos – Leno e Rodrigo – que fiz durante essa trajetória da graduação ao doutorado e que estiverem sempre presentes e dispostos a colaborar.

Ao professor Aires pela orientação de trabalho, parceria nesta etapa formativa e ensinamentos que levarei para minha trajetória pessoal e profissional.

Às três professoras que participaram e colaboraram com esta pesquisa e que foram imprescindíveis para sua realização. Estendo aos demais professores que atuaram na pesquisa-piloto e na iniciativa iniciada na escola de Barreira pela disponibilidade.

Aos professores da banca examinadora, Paulo Barguil, Raquel Freire, Marcilia Barreto e Analucia Schliemann, pelas contribuições dadas à tese. Em especial às duas últimas, que estiveram presentes desde a primeira qualificação. Além disso, à professora Marcilia pela amizade construída ainda no meu curso de Mestrado e à professora Analucia pelo aceite da coorientação na experiência de Doutorado Sanduíche no Exterior, e por compreender a não efetivação em razão dos desígnios da vida.

Aos alunos de iniciação científica da Universidade Estadual do Ceará (UECE) – Wellingda, PC e Thaynara – que tive o prazer de orientar e por isso me acompanharam e colaboraram nos primeiros passos deste trabalho.

Aos integrantes do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) da UECE, do Grupo de Pesquisa e Produção em Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA) e do Grupo de Formadores do Projeto Um Computador por Aluno no Ceará (UCA-CE), ambos da Universidade Federal do Ceará (UFC), e do Grupo do Projeto OBEDUC/E-Mult, por cada palavra de estímulo e contribuição neste trabalho.

Aos professores, colegas e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira (Pós-Educa) da UFC, pela convivência, construção coletiva de conhecimentos e cordialidade nos momentos vividos durante o curso de Doutorado

Aos novos colegas – Apuena, Andreza, Nelson, Eugênio e Isabel – do Instituto Metrópole Digital (IMD) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), pela acolhida durante a mudança de ares e incentivo e acompanhamento da reta final deste trabalho. De igual maneira às instituições que me deram amplas condições para finalização desta tese.

Ao amigo Danilo Barahuna pela atenta e cuidadosa revisão ortográfica e gramatical deste trabalho.

Aos demais que por ventura não foram citados, a quem já me desculpo, mas que certamente sabem que têm uma contribuição neste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que concedeu o financiamento para a realização deste estudo.

Por fim, a você, leitor(a), que se interessou por esta tese. Espero, verdadeiramente, que contribua para seus estudos, assim como várias pesquisas foram úteis a mim.

“Se o conhecimento se elabora lentamente, conforme as leis de desenvolvimento que o Psicólogo e o Pedagogo devem estudar, é justamente porque ele reflete a atividade do sujeito no mundo material e não somente o próprio mundo material. O símbolo é a parte diretamente visível do iceberg conceitual; a sintaxe de um sistema simbólico é apenas a parte diretamente comunicável do campo de conhecimento que ele representa. Essa sintaxe não seria nada sem a semântica que a produziu, isto é, sem a atividade prática e conceitual do sujeito no mundo real.”

(Gerárd Vergnaud)

RESUMO

As tecnologias digitais podem ajudar a desvelar e mediar reflexões sobre a prática docente e contribuir para a formação continuada de professores com carências conceituais e didáticas acerca da Matemática. Assim, a questão central desta pesquisa é: Que contribuição uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais exerce sobre a aprendizagem e a prática docente acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas? Definiu-se, como objetivo geral: Analisar as contribuições de formação colaborativa, apoiada em tecnologias digitais, sobre a construção conceitual e pedagógica acerca de estruturas multiplicativas. Os objetivos específicos foram assim delineados: Mapear os conhecimentos docentes sobre estruturas multiplicativas; Identificar as formas que as professoras interagem e utilizam as tecnologias digitais para discussão e análises sobre o ensino de Matemática; e Caracterizar a construção e reconstrução dos conceitos matemáticos pelas professoras a partir da experiência de formação colaborativa com apoio de tecnologias digitais. Os principais referenciais teóricos versaram sobre elementos da aprendizagem colaborativa e campo conceitual das estruturas multiplicativas. O método de investigação adotado foi a Pesquisa Colaborativa, contemplando as etapas de cossituação, cooperação e coprodução. Realizou-se a pesquisa com três professoras-coordenadoras do Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) no Ceará, identificadas como *PCA*, *PCN* e *PCS*. A formação colaborativa, com apoio em tecnologias digitais, aconteceu entre agosto e novembro de 2015. Dados de entrevistas virtuais preliminares e instrumentos do Projeto OBEDUC compuseram a etapa de cossituação da Pesquisa Colaborativa. O estágio de coprodução ocorreu, prioritariamente, por meio das interações virtuais, com as participações e produções das professoras no *Facebook*, *Skype* e *WhatsApp*. Os conhecimentos desenvolvidos e uma produção colaborativa entre os participantes representam a etapa de coprodução. As professoras possuíam restrito repertório de situações multiplicativas, apresentando apenas problemas de Proporção Simples, Proporção Múltipla e Produto de Medidas com configuração retangular. Todas demonstraram dificuldades com aspectos didáticos da Matemática e sobre estruturas multiplicativas. Com as primeiras atividades da formação, identificou-se que as docentes possuíam conhecimentos básicos acerca do campo conceitual multiplicativo, com uma polarização entre *PCA* e *PCN*, com *PCS* entre ambas quanto ao conhecimento e classificação de situações. A construção e reconstrução dos conceitos ocorreu a partir das interações desenvolvidas com as ferramentas digitais. A discussão, proposição, classificação e análise das situações de forma colaborativa, seguida de aplicação com alunos, registro por meio de vídeos e imagens, para posterior postagem, compartilhamento e discussão colaborativa, fomentou significativamente a reflexão da prática com Matemática. Os resultados mostram que as mídias digitais – imagens e vídeos – foram relevantes para a exposição das concepções dos participantes sobre o campo multiplicativo e estratégias de resolução discente. Destaca-se a parceria entre Escola e Universidade para a produção de novos conhecimentos e modelo de formação, que favoreceu a ampliação conceitual pelos participantes. A experiência mobilizou habilidades e competências acerca do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas. A percepção de que é indispensável um tratamento apurado das estratégias de resolução discente evidencia-se como um dos principais ganhos da formação.

Palavras-chave: Aprendizagem colaborativa. Campo conceitual das estruturas multiplicativas. Formação docente. Tecnologias digitais.

ABSTRACT

Digital technologies can help to reveal and mediate reflections about teaching practice and contribute to the continued training of teachers who have conceptual and didactic needs about Mathematics. Thus, the central question of this research is: What contribution does a digital technology supported collaborative training have on learning and teacher practice about multiplicative structures conceptual field? It was defined as general objective: To analyze the contributions of collaborative teacher training supported digital technologies about multiplicative structures. The specific objectives were thus outlined: To chart teachers knowledges about the teaching and learning of multiplicative structures; To identify the ways that teachers interact and use digital technologies for discussion and analysis of Mathematics teaching; and To characterize the construction and reconstruction of mathematical concepts by teachers from the digital technology supported collaborative training experience. The main theoretical references were about elements of collaborative learning and conceptual field of multiplicative structures. The adopted method research was the Collaborative Research, comprising the stages of co-situation, cooperation and coproduction. It was conducted with three teachers-coordinators of the Observatory of Education Project (OBEDUC) in Ceara, identified as *PCA*, *PCN* and *PCS*. The digital technologies supported collaborative training happened in august and november 2015. Virtual preliminary interviews data and OBEDUC Project instruments comprised the Collaborative Research co-situation stage. The co-production stage took place mainly through virtual interactions, through shareholdings and teachers productions in Facebook, Skype and WhatsApp. The developed knowledge and a collaborative production among the participants represent the co-production stage. The teachers had limited repertoire of multiplicative situations, just having problems Simple Proportion, Multiple Proportion and Measures Product with rectangular configuration. All of them demonstrated difficulties with didactic Mathematics and multiplicative structures aspects. With the training first activities, it was identified that the teachers had basic knowledges about the multiplicative conceptual field, with a polarization between *PCA* and *PCN*, with *PCS* between both, regarding knowledge and classification of situations. The concepts construction and reconstruction occurred from interactions developed with digital tools. The discussion, proposition, classification and analysis of situations collaboratively, followed by application with students, registration through videos and images for later posting, sharing and collaborative discussion, significantly boosted reflection of practice with Mathematics. The results show that digital media – images and videos - were relevant for the exposition of participants conceptions about the multiplicative field and student resolution strategies. Noteworthy is the partnership between School and University for the production of new knowledge and training model that favored the conceptual expansion by the participants. The experience mobilized abilities and skills about teaching and learning multiplicative structures. The perception that an accurate treatment of student resolution strategies is indispensable is one of the main gains of training.

Keywords: Collaborative learning. Multiplicative structures conceptual field. Teacher training. Digital technologies.

RESUMEN

Las tecnologías digitales pueden ayudar a descubrir y mediar reflexiones sobre la práctica docente y contribuir a la formación continuada de los profesores con necesidades conceptuales y didácticas sobre las Matemáticas. Por lo tanto, la pregunta central de esta investigación es: ¿Qué contribución una formación colaborativa con el apoyo de la tecnologías digitales tiene sobre el aprendizaje y la práctica de enseñanza del campo conceptual de las estructuras multiplicativas? Se define como objetivo general: Analizar las contribuciones de una formación colaborativa de profesores con el apoyo de las tecnologías digitales en la construcción conceptual y pedagógica sobre las estructuras multiplicativas. Los objetivos específicos se describen así: Mapear conocimientos de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las estructuras multiplicativas; Identificar las formas en que los maestros interactúan y utilizan tecnologías digitales para la discusión y el análisis sobre la enseñanza de las Matemáticas; y Caracterizar la construcción y reconstrucción de los conceptos matemáticos por los profesores en la experiencia de formación colaborativa apoyada por tecnologías digitales. Las principales referencias teóricas fueron sobre elementos de aprendizaje colaborativo y campo conceptual de las estructuras multiplicativas. El método de investigación adoptado fue el de Investigación Colaborativa, que comprende las etapas de *cossituação*, la cooperación y coproducción. Se llevó a cabo la investigación con tres profesores-coordinadores del proyecto del Observatorio de la Educación (OBEDUC) en Ceará, identificado como *PCA*, *PCN* y *PCS*. La formación colaborativa apoyada por tecnologías digitales ocurrió en agosto y noviembre de 2015. Los datos de las entrevistas virtuales preliminares y los instrumentos del Proyecto OBEDUC comprendieron la etapa de *cossituação* de la investigación colaborativa. La etapa de coproducción se llevó a cabo principalmente a través de interacciones virtuales con las participaciones y producciones de las profesoras en *Facebook*, *Skype* y *WhatsApp*. El conocimiento desarrollado y una producción colaborativa entre los participantes representan la etapa de coproducción. Las maestras obtenían repertorio de situaciones multiplicativas limitado, presentando solamente problemas de Proporción Simple, Proporción Múltipla y Producto de Medidas con configuración rectangular. Todas demostraron dificultades con aspectos didácticos de las Matemáticas y de las estructuras multiplicativas. Con las primeras actividades de la formación de Proyecto OBEDUC, las maestras han adquirido conocimientos básicos sobre el campo conceptual multiplicativo, con una polarización entre *PCA* y *PCN* con *PCS* entre las dos en cuanto a conocimientos y clasificación de situaciones. La construcción y reconstrucción de los conceptos desarrollados se produjeron a partir de interacciones con herramientas digitales. La discusión, proposición, clasificación y análisis de las situaciones en colaboración, seguido de la aplicación con los estudiantes, el registro a través de videos e imágenes para publicarlas posteriormente, el intercambio y la discusión colaborativa, incrementaron significativamente la reflexión de la práctica con las matemáticas. Los resultados muestran que los medios digitales – imágenes y videos – eran relevantes para la exposición de las opiniones de los participantes en el campo multiplicativo y estrategias de resolución de los estudiantes. Asimismo, se puede destacar la colaboración entre la Escuela y la Universidad para la producción de nuevo modelo de conocimiento y capacitación, que favoreció la expansión conceptual por los participantes. La experiencia movilizó habilidades y destrezas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las estructuras multiplicativas. La percepción de es indispensable un tratamiento determinado de estrategias de resolución del estudiante es esencial es uno de los principales logros de la formación.

Palabras-clave: Aprendizaje colaborativo. Campo conceptual de las estructuras multiplicativas. Formación del profesorado. Tecnologías digitales.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	–	Esquema de classificação de problemas do campo multiplicativo.....	39
Figura 02	–	Grupo criado no <i>app</i> de conversas instantâneas <i>WhatsApp</i> acessado por <i>smartphone</i>	90
Figura 03	–	Grupo de conferência de voz no <i>Skype</i> acessado por computador.....	91
Figura 04	–	Grupo secreto criado no <i>Facebook</i> acessado por computador.....	92
Figura 05	–	Postagem das situações compartilhadas por <i>PCA</i> e <i>PCN</i> no grupo do <i>Facebook</i>	134
Figura 06	–	Foto de uma situação compartilhada pelo grupo do <i>WhatsApp</i>	136
Figura 07	–	Postagem da situação proposta por <i>PCS</i> e compartilhada pelo pesquisador no grupo do <i>Facebook</i>	137
Figura 08	–	Postagem do vídeo com a resolução de um aluno, compartilhado por <i>PCS</i> no grupo do <i>Facebook</i>	147
Figura 09	–	Postagem de <i>PCS</i> sobre os alunos que resolveram pelo Diagrama de Vergnaud.....	151
Figura 10	–	Postagem do vídeo sobre o ensino da Matemática com foco nas estratégias dos alunos.....	157
Figura 11	–	Foto compartilhada por <i>PCA</i> para argumentar sobre os operadores.....	161
Figura 12	–	Fotos de uma situação com resoluções a partir do Diagrama de Vergnaud.....	167
Figura 13	–	Postagem das estratégias dos alunos por <i>PCS</i>	170
Figura 14	–	Postagem com <i>link</i> para a produção colaborativa.....	171

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Atribuições do mediador e colaborador.....	80
Quadro 02 – Organização dos encontros virtuais.....	95
Quadro 03 – Organização das entrevistas e arquivos gerados.....	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Classificação das situações multiplicativas propostas pelas professoras.....	105
------------------------------------------------------------------------------------------	-----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
2	CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO COMO COMPONENTE PARA A FORMAÇÃO E PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA.....	29
2.1	Formação de Professores que Ensinam Matemática.....	29
2.2	A Teoria dos Campos Conceituais.....	33
2.3	O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.....	36
2.4	Classificação dos Problemas do Campo Multiplicativo.....	38
2.4.1	Proporção Simples.....	39
2.4.1.1	Um-para-muitos.....	40
2.4.1.2	Muitos-para-muitos.....	41
2.4.2	Proporção Dupla.....	42
2.4.3	Proporção Múltipla.....	43
2.4.4	Comparação Multiplicativa.....	44
2.4.4.1	Relação desconhecida.....	45
2.4.4.2	Referente ou referido desconhecido.....	46
2.4.5	Produto de Medidas.....	47
2.4.5.1	Configuração retangular.....	47
2.4.5.2	Combinatória.....	48
2.6	Estruturas Multiplicativas na formação de professores a partir de pesquisas de Mestrado e Doutorado no Brasil.....	49
3	APRENDIZAGEM COLABORATIVA DE PROFESSORES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA APOIADA EM TECNOLOGIAS DIGITAIS..	55
3.1	Tecnologias digitais a favor do desenvolvimento profissional docente.....	56
3.2	Aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais.....	61
3.3	Formação de professores numa cultura colaborativa digital.....	73
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	77
4.1	Pesquisa Colaborativa como método de investigação.....	78
4.1.1	Estágios da Pesquisa Colaborativa.....	82
4.2	Locus e sujeitos da pesquisa.....	83

4.2.1	As professoras-coordenadoras.....	86
4.3	Ferramentas e instrumentos de coletas de dados.....	88
4.3.1	Ferramentas digitais de interação.....	88
4.3.2	Encontros virtuais.....	93
4.3.3	Entrevistas virtuais.....	97
4.4	Categorias de análise.....	98
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	101
5.1	Conhecimentos iniciais das professoras sobre estruturas multiplicativas.....	102
5.1.1	Concepções manifestadas nos problemas multiplicativos propostos aos alunos.....	103
5.1.2	Concepções de ordem conceitual.....	110
5.1.3	Concepções sobre tipos de situações.....	119
5.2	Construção e reconstrução dos conceitos de estruturas multiplicativas pelas professoras.....	132
5.2.1	Interações a partir das ferramentas digitais.....	133
5.2.2	Compartilhamento de conteúdo a partir de ferramentas digitais.....	144
5.2.2.1	Vídeos.....	146
5.2.2.2	Imagens.....	158
5.2.2.2.1	Produção colaborativa.....	162
5.2.3	Avaliação da experiência de pesquisa e formação colaborativa.....	173
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	175
	REFERÊNCIAS.....	184
	APÊNDICE A – ROTEIRO DE ENTREVISTA PRELIMINAR.....	193
	ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO PROFESSOR.....	195

1 INTRODUÇÃO

“Quando a gente começou, eu realmente não sabia o que é que vinha pela frente. É tanto que quando eu fiz aqueles probleminhas eu disse: 'meu Deus!'. Eu nunca imaginei que fosse ter assim, todo um desenrolar como tá tendo...”

(PCN¹)

Professores da Educação Básica brasileira, em especial da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentam deficiências formativas no tocante aos conceitos matemáticos (NACARATO, MENGALI, PASSOS, 2009). Formados, prioritariamente, nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, as dificuldades resultantes do processo formativo, desses professores que ensinam Matemática não se restringem aos conteúdos da disciplina, mas também aos conhecimentos didáticos e curriculares (CURI, 2004). O resultado dessa situação é que esses professores permanecem e perpetuam concepções e práticas em Matemática limitadas e que afetam o desenvolvimento do pensamento matemático dos aprendizes (BARRETO, 2007; NACARATO, MENGALI, PASSOS, 2009).

Os problemas inerentes à formação do professor que ensina Matemática nos primeiros anos de escolarização devem-se, em parte, à baixa carga horária que os cursos de Licenciatura em Pedagogia destinam a essa área do conhecimento (CURI, 2006, MAIA; BARRETO, 2013). Além disso, em geral, os estudantes do referido curso trazem de toda a sua experiência estudantil, dificuldades conceituais e crenças de que a Matemática é uma disciplina árida e difícil de ser aprendida (BALL, 1988; NACARATO, MENGALI, PASSOS, 2009). Por outro lado, os problemas formativos dos professores egressos das Licenciaturas em Matemática está na ênfase que tais cursos dão ao conteúdo matemático em detrimento ao pedagógico. A este respeito, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 5) defendem mais espaços curriculares para o desenvolvimento de “[...] uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar”.

¹ Todas as epígrafes apresentadas em cada um dos capítulos são depoimentos das três professoras parceiras desta pesquisa, identificadas aqui pelos protocolos – *PCA*, *PCN* e *PCS*. Essas falas foram colhidas durante a entrevista preliminar.

Apesar de serem os cursos de maior duração da formação profissional desses professores, ambas licenciaturas não têm conseguido preparar os professores com conhecimentos dos conteúdos didáticos e curriculares para o ensino da Matemática. É necessário, portanto, mais tempo formativo para o desenvolvimento de concepções conceituais e didáticas que desemboquem em estratégias diferenciadas sobre os conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, a formação continuada apresenta-se como uma importante vertente para a preparação dos professores para as demandas diárias da sala de aula. Por ser vinculada à prática docente, a referida formação é contínua e articula o trabalho, conhecimento e desenvolvimento profissional docente, como possibilidade de postura reflexiva. Como o ponto de partida e de chegada é a própria ação e reflexão sobre a prática docente, evidencia-se um contínuo processo formativo (LIMA, 2001).

A reflexão na prática, que oportuniza ao professor o contato com os alunos, suas dificuldades e estratégias, com os livros didáticos, muitas das vezes referência básica do professor sobre conceitos e situações, e com os demais colegas de escola, que compartilham de experiências, é considerada uma vertente da formação continuada. Contudo, atualmente há que se ressaltar a influência das tecnologias digitais, presentes no dia a dia do professor, que também pode desvelar e mediar reflexões sobre a prática docente. Por meio do acesso à internet, os professores que ensinam Matemática podem buscar e compartilhar outras fontes de informação e pessoas.

Por serem cada vez mais presentes, ubíquas, as tecnologias digitais dão novos significados ao tempo e espaço. Os telefones celulares, hoje chamados de *smartphones*, são exemplos de tecnologias móveis com presença constante entre professores e, inclusive, alunos na escola. De acordo com os dados disponíveis da última Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), o acesso à internet pelo telefone celular teve o maior aumento e já está presente em mais da metade dos domicílios brasileiros (IBGE, 2015). Com isso, pode-se inferir que as tecnologias digitais estão ficando cada vez mais pessoais e, diferente de momentos anteriores da história de informatização das escolas, os equipamentos estão chegando não pela via de projetos do poder público, mas pelos próprios usuários (BORBA, LACERDA, 2015).

Convém destacar que há algum tempo são desenvolvidos no Brasil projetos que visam à inserção das tecnologias digitais na Educação. Desde os anos 1980 são implementadas políticas públicas com vistas à inserção e apropriação das tecnologias digitais nos espaços escolares brasileiros (MAIA; BARRETO, 2012). A motivação dessas políticas sempre foi criar uma cultura na escola que integrasse as tecnologias digitais à dinâmica das ações pedagógicas. Passadas mais de três décadas, hoje constata-se que a relação entre tecnologia digital e pessoas mudou, contudo, ainda são poucas as transformações na prática docente (ALMEIDA, VALENTE, 2011).

Seguindo a linha de tornar a tecnologia mais pessoal e móvel, foi criado o Programa Um Computador por Aluno (PROUCA), que previu a distribuição para cada aluno, professor e gestor de escolas públicas, de um computador portátil (*laptop*), de custo reduzido. Dentre as características dessa proposta, estavam a conectividade e a mobilidade desses equipamentos, que poderiam proporcionar experiências pedagógicas inovadoras e desvelar novas possibilidades para a Educação. Como ressaltam Castro-Filho, Silva e Maia (2015), o referido projeto apontou dificuldades, como infraestrutura limitada, currículo pouco flexível, tempo disponível insuficiente para a formação docente dentre outras, mas também possibilidades das tecnologias móveis na Educação. Além da relação de equipamentos e usuários, características como mobilidade, uso intensivo, conectividade imersiva, integração de recursos e implantação sistêmica conferiu potencialidade aos processos de ensino e de aprendizagem mediados pela tecnologia digital.

Assim, pode-se afirmar que, com as experiências do PROUCA, iniciou-se oficialmente, no Brasil, o modelo de informática educativa na situação um para um (1:1), que prevê um computador para cada estudante (WARSCHAUER, 2006; VALENTE, 2011). Com ideia similar à proposta do PROUCA, está o projeto que disponibilizou, no ano de 2013, para cada professor do Ensino Médio de escolas públicas brasileiras um *tablet*. Nesses novos modelos, os computadores fixos (*desktops*) são substituídos por dispositivos móveis (*laptops* e *tablets*), com conexão à internet, para serem utilizados em práticas educativas. Com a disseminação dos *smartphones* nas escolas e uma análise das políticas de inserção de tecnologias digitais, em especial as móveis, na Educação Brasileira, Borba e Lacerda (2015) propuseram o Projeto Um Celular por Aluno.

O comum a essas propostas é que o uso das tecnologias digitais deixa de ser um momento pontual, por vezes raro, nos laboratórios de informática e previamente planejado,

para tornar-se uma prática corrente de sala de aula, nos diversos espaços da escola e, inclusive, fora dela. Essa perspectiva mais ampla de utilização desses equipamentos beneficia não somente os alunos, mas também os professores que passam a dispor de mais uma ferramenta de apoio ao seu trabalho. Borba e Penteado (2010, p. 15) sublinham que o computador pode ser uma preocupação a mais para alguns professores, “[...] mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação”. Esta, aliás, é a pedra angular desta pesquisa: oportunizar aos professores que ensinam Matemática desenvolvimento profissional, a partir do uso dessas tecnologias.

Para tanto, é fundamental que tais dispositivos vão para além do aspecto da inclusão digital, de acesso e apropriação técnica das ferramentas, e promovam mudanças na educação pública, ressignificando o que acontece em sala de aula. Importa refletir sobre a contribuição dessas tecnologias digitais na ampliação do acesso à informação e aquisição de novos conhecimentos e no desenvolvimento de habilidades. Para os professores, tais competências são fundamentais para o seu contínuo processo de formação.

Entretanto, as discussões sobre as tecnologias digitais na escola concentram-se nas vantagens para os alunos que, de fato, existem e são inúmeras. Há de se perceber que os professores também devem ser vistos como sujeitos que têm muito a aprender com e a partir desses novos recursos, principalmente, por meio da interação com colegas de profissão que pode ser mediada por tais equipamentos tecnológicos.

A exploração dos potenciais das tecnologias digitais móveis, por exemplo, podem dar novos contornos à própria cultura de formação docente. Sabe-se que os professores já fazem uso de *smartphones* em seu cotidiano. Agora, é relevante conhecer se os professores têm utilizado tais equipamentos também para o desenvolvimento de sua profissão e como fazer essa relação. Considerando a perspectiva que entende a formação docente como um processo *continuum* (PIMENTA, 2009), as tecnologias digitais podem favorecer a criação e ampliação de novos espaços e experiências formativas. As redes e ambientes virtuais de aprendizagem são exemplos da aplicação de tecnologias digitais no desenvolvimento de comunidades para aprendizagem colaborativa.

É possível que muitos professores já se sirvam daquelas possibilidades, mas ainda são experiências isoladas e pouco difundidas. Estudos como o de Chagas (2002), realizado há

mais de uma década, apontavam que, mesmo com disponibilidade dessas tecnologias, ainda havia a dificuldade para a efetivação de redes de aprendizagem colaborativa, que iam além de problemas técnicos e operacionais, ao interesse, ou mesmo conhecimento, dos participantes em práticas dessa natureza. Em estudo mais recente, Pinheiro (2013) também identificou dificuldades semelhantes entre professores que ensinam Matemática, durante a realização de um curso ofertado em uma rede social. O pesquisador destacou, especialmente a dificuldade de interação entre os pares e a evasão do curso. Assim, é fundamental garantir condições que fomentem a interação dos participantes para que a aprendizagem colaborativa aconteça. Nesse sentido, Dillenbourg (1999) cita alguns mecanismos, que vão desde a configuração das condições necessárias para iniciar a experiência ao monitoramento e gerenciamento das interações.

Partindo dessa conjuntura, pesquisas sobre como os professores têm utilizado as tecnologias digitais, bem como a finalidade de uso, mostram-se indispensáveis e pertinentes. Importa conhecer as condições que dificultam o êxito ou a existência de experiências com práticas formativas colaborativas, entre professores, no âmbito desses projetos de disponibilização de equipamentos portáteis.

A posição que se defende é que essa perspectiva de aprendizagem colaborativa possa ser pensada e desenvolvida, para que professores que ensinam Matemática construam conhecimentos de forma conjunta, inclusive acerca da docência. O acesso a equipamentos com potencial de conectividade, tais como *laptops*, *tablets* ou *smartphones*, proporciona aos docentes interação com outros colegas, nos mais diversos lugares, para trocarem informações e experiências. A reflexão compartilhada de suas práticas, aliada à discussão teórica, pode levar os professores à superação de deficiências conceituais de conteúdos curriculares e didáticos de algumas áreas, tais como a Matemática, foco desse estudo. Por serem ferramentas multimidiáticas, a adoção de diferentes mídias contribui para o compartilhamento das concepções e situações matemáticas em diferentes representações. A constituição de um grupo de formação docente colaborativa com apoio de tecnologias digitais pode contribuir para que esses professores compartilhem dificuldades, mas também descobertas no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos (PONTE; OLIVEIRA; VARANDA, 2003).

A formação continuada dos professores se justifica tanto pelo fato de ser uma profissão que demanda constante atualização, em razão da própria natureza do trabalho

docente e da característica deste mundo com inovações intensas, quanto pela formação inicial que não tem conseguido suprir na totalidade as demandas formativas dos professores que ensinam Matemática. Tal realidade é grave, pois esses profissionais são responsáveis pela introdução, a formação basilar e o desenvolvimento do pensamento matemático nos sujeitos em idade escolar. Experiências deficitárias em Matemática implicam, em parte, nos baixos rendimentos apresentados pelos alunos brasileiros nas diversas avaliações de larga escala aplicadas a alunos da Educação Básica, em nível internacional, nacional e local. As dificuldades estão relacionadas a todos os temas da disciplina, mesmo aqueles que envolvem as quatro operações básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão.

Nos primeiros anos de escolarização, dentre os conteúdos com problemas na aprendizagem estão aqueles que envolvem o pensamento multiplicativo. Comparado aos conceitos ligados às operações de adição e subtração, as operações envolvendo estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1983, 2001, 2009) apresentam um quadro de proficiência mais crítico por envolverem um esquema mais complexo de pensamento e raciocínio. Nos anos seguintes, tais conceitos estarão presentes no trabalho com proporções, funções, números racionais, dentre outros.

No que diz respeito aos conteúdos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, espaço de atuação de professores que ensinam Matemática, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as estruturas multiplicativas estão presentes, com mais ênfase, no bloco de conteúdos Números e Operações (BRASIL, 1997). Na Prova Brasil, o referido bloco é responsável por parcela significativa dos descritores de Matemática para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Dos vinte e oito descritores, pelo menos treze exploram, de alguma forma, os conceitos ligados às estruturas multiplicativas. Isso implica em dizer que quase metade dos descritores de Matemática para o 5º ano do Ensino Fundamental tem potencial para explorar o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Além do tema Números e Operações, o pensamento multiplicativo é requerido em competências dos conteúdos de: Espaço e Forma, e Grandezas e Medidas. Apenas o tema Tratamento da Informação não tem um descritor que contemple, nesse nível de ensino, o pensamento multiplicativo. Apesar disso, os PCN incluem elementos da Estatística, Combinatória e da Probabilidade, que convocam o referido pensamento em seu trabalho.

Evidentemente que as dificuldades para trabalhar com esses conteúdos também sofrem influências de cunho socioeconômico e cultural. Contudo, o aspecto didático pode ser crucial para o desenvolvimento dos conceitos da Matemática. Embora a literatura tenha dado destaque às dificuldades manifestadas pelos alunos, acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas, não se pode perder de vista que a formação docente é uma variável para esse quadro. É suficiente observar que os professores também são egressos da Educação Básica e, muitas das vezes, passaram por experiências de aprendizagem matemática semelhantes às de seus alunos.

Tal problema este pesquisador pôde verificar ao longo de sua carreira acadêmica e profissional, como professor da Educação Básica e da Educação Superior. Licenciado em Pedagogia e Mestre em Educação, pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), inclusive desenvolvendo a dissertação sobre a formação de pedagogos para o ensino de Matemática com uso de tecnologias digitais (MAIA, 2012), percebeu essas deficiências conceituais presentes em estudantes de Pedagogia nas duas etapas de sua formação.

Além disso, a participação no Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES), o desenvolvimento de pesquisas acerca da relação de estudantes de Pedagogia com a Matemática, a experiência de lecionar a disciplina Matemática I na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no curso de Licenciatura em Pedagogia da UECE, evidenciaram elementos sobre as deficiências desses futuros professores com a disciplina, em especial, no que diz respeito aos conteúdos das estruturas multiplicativas.

A participação no Projeto intitulado Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental² (E-Mult), a qual esta Tese está vinculada, também ajudou a perceber semelhante dificuldade dos professores já em exercício da docência. Os professores participantes da pesquisa demonstraram uma concepção limitada sobre as estruturas multiplicativas, em especial, nos tipos de situações do referido campo (MAIA *et al*, 2015).

Considerando essas dificuldades em Matemática e as possibilidades de interação a partir de equipamentos móveis presentes nas escolas, este trabalho propõe investigar a influência de um processo de formação colaborativa, com suporte de tecnologias digitais, para

2 Projeto 15727, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) através do Edital 049/2012/CAPES/INEP.

o ensino e a aprendizagem de conceitos ligados ao campo conceitual das estruturas multiplicativas por professores que ensinam Matemática.

Esta Tese integra um projeto de pesquisa aprovado e financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES), por meio do Edital nº 049/2012/CAPES/INEP do Programa Observatório da Educação (OBEDUC). O referido programa objetiva fomentar estudos e pesquisas em educação estimulando produção acadêmica e formação de recursos pós-graduados *stricto sensu* a partir da articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de Educação Básica (BRASIL, 2014).

A partir desses critérios, o OBEDUC selecionou propostas de projeto para que fossem desenvolvidas, principalmente, em rede entre programas de pós-graduação de diferentes IES. A proposta do referido Programa está alinhada a propostas de investigação colaborativa, que tem como característica o interesse não apenas pela natureza do trabalho desenvolvido pelo professor, mas igualmente pela formulação de alternativas de formação em serviço.

O projeto OBEDUC/E-Mult desenvolve-se em colaboração entre IES de três estados do nordeste brasileiro (Bahia, Pernambuco e Ceará). Participaram do projeto, e portanto compõem o grupo OBEDUC/E-Mult, pesquisadores da: Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Universidade de Pernambuco (UPE), Universidade Federal do Ceará (UFC) e Universidade Estadual do Ceará (UECE). O referido projeto tem por objetivo investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação “ação-reflexão-planejamento-ação” (SANTANA; LAUTERT; CASTRO-FILHO, 2012). Além das universidades, estão envolvidas com o Projeto doze escolas da Educação Básica, distribuídas nos três polos, com oferta de turmas do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental. Esta pesquisa aconteceu no contexto cearense, com professoras de três escolas participantes do Projeto.

Assim, foi no contexto do referido Projeto E-Mult que se desenvolveu esta pesquisa de Doutorado em Educação Brasileira. Cada escola participante do Projeto possuía, pelo menos, um professor-coordenador para ser a interface entre Universidade e Escola. Esse professor, além de participar de todas as etapas da pesquisa e da formação como os demais colegas de sua escola, participou dos encontros de estudo e organização do Projeto junto ao

grupo da Universidade. Ao professor-coordenador, portanto, cabia auxiliar na organização dos encontros presencial e à distância com os professores, o que o tornava como uma referência dos demais professores para tirar dúvidas sobre a formação. Para tanto, essas professoras, considerando que todas são do sexo feminino, demandaram uma formação diferenciada, que foi proporcionada pelo grupo E-Mult e a formação desta Pesquisa.

O Projeto OBEDUC/E-Mult iniciou no primeiro semestre de 2013 e previa três fases de execução, divididos em quarenta e oito meses. Especificamente, as contribuições desta pesquisa ocorreram mais diretamente na terceira fase do referido Projeto, em que se ofertou uma formação em serviço aos professores participantes e foi iniciada em 2014. Assim, por compor o projeto maior, algumas ações desta Tese coadunam-se com as do primeiro.

O foco deste trabalho é investigar como professores podem utilizar tecnologias digitais para repensarem sua prática docente de modo geral e, especificamente, para o ensino da Matemática, a partir de uma formação com base nos elementos da aprendizagem colaborativa com suporte computacional (*CSCL*³). Como recorte dos conteúdos matemáticos, optou-se por aqueles inseridos dentro campo conceitual das estruturas multiplicativas. A proposta é analisar uma experiência de formação docente continuada colaborativa, com suporte de tecnologias digitais, acerca de conteúdos matemáticos.

As questões desta pesquisa estão configuradas da seguinte forma: Como tecnologias digitais podem contribuir para um processo formativo colaborativo de professores que ensinam Matemática? Que conhecimentos os professores dispõem para o ensino e a aprendizagem do campo conceitual multiplicativo? Como o professor aprende Matemática com seus pares? Ele reconhece e utiliza a perspectiva de aprendizagem colaborativa apoiada com tecnologias digitais para aprender e ensinar?

Diante dessas questões, o problema central desta Tese é: **Que contribuição uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais exerce sobre a aprendizagem e prática docente acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas?**

A partir da questão de pesquisa, definiu-se como objetivo geral: Analisar as contribuições de formação colaborativa, apoiada em tecnologias digitais, sobre a construção conceitual e prática docente acerca de estruturas multiplicativas. A partir disso, os objetivos específicos foram assim delineados: *I)* Mapear os conhecimentos docentes sobre estruturas

3 Do inglês: *Computer Supported Collaborative Learning*.

multiplicativas; *II*) Identificar as formas que as professoras interagem e utilizam as tecnologias digitais para discussão e análises sobre o ensino de Matemática; e *III*) Caracterizar a construção e reconstrução dos conceitos matemáticos pelas professoras a partir da experiência de formação colaborativa com apoio de tecnologias digitais. Esclarecidos a problemática, a justificativa e os objetivos da pesquisa, apresenta-se a proposta de estruturação do trabalho no que diz respeito ao quadro teórico.

Esta investigação realiza-se na confluência de três campos de estudo que se complementam e demandam referências específicas. Os campos são: *I*) Tecnologias Digitais na Educação; *II*) Educação Matemática e *III*) Formação Docente. Essas áreas de estudos contam com vasto quadro teórico e autores e pesquisadores de destaque em âmbito nacional e internacional. Como são campos abrangentes, a Tese concentrou-se em temáticas teóricas mais específicas e alinhadas ao seu desenvolvimento.

Em Tecnologias Digitais na Educação, explorou-se, além de elementos da aprendizagem colaborativa, a teoria da Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (STAHL, KOSCHMANN, SUTHERS, 2006). Tal campo de estudos procura compreender o fenômeno da aprendizagem de grupos, apoiada em tecnologias digitais, como computadores, preferencialmente conectados à internet. Serão utilizadas as perspectivas tanto das tecnologias digitais para o processo formativo dos professores, como também a forma com que utilizam tais recursos em suas aulas de Matemática. As principais referências da área utilizadas neste estudo são os trabalhos de Dillenbourg (1999), Stahl, Koschmann e Suthers (2006), Liponnen (2006) e Torres e Irala (2007). Além dessa temática, focou-se em estudos acerca do uso de tecnologias digitais na Educação Matemática. Esse ponto inicia a aproximação com o campo seguinte – aprendizagem matemática.

Para discutir a aprendizagem matemática do campo conceitual das estruturas multiplicativas, dentro da Educação Matemática, invocou-se os estudos de Vergnaud (1983, 1993, 1994 2001, 2009) e outros pesquisadores sobre campos conceituais, especificamente, das estruturas multiplicativas, como Nunes e Bryant (1997), Gitirana *et al* (2014) e Magina, Merlini e Santos (2016). Convém registrar que o campo conceitual das estruturas multiplicativas delimitará os conteúdos e conceitos trabalhados junto com os professores durante o processo formativo e explorado nas situações propostas em sala de aula.

O referido campo conceitual envolve diversos conceitos, como os de razão, proporção, divisão como partição e como cota, combinatória, cálculo de área, entre outros. Como essa Tese compõe uma pesquisa maior, financiada pelo Projeto OBEDUC, como dito anteriormente, foram explorados os conceitos conforme o desenvolver da formação que integra a Pesquisa. Assim, como a coleta de dados desta Tese coincidiu com os primeiros momentos da formação, o eixo de Proporção Simples foi o mais explorado.

Por fim, a terceira componente teórica utilizada diz respeito à Formação Docente, haja vista pretender-se analisar a aprendizagem matemática de professores. Devido ao foco da pesquisa, as discussões foram concentradas na formação de professores que ensinam Matemática, numa perspectiva de formação continuada. Para auxiliar nessa compreensão convocou-se autores como Ball (1988); Pimenta (2009); Ponte (2008; 2010); Magina, Merlini e Santos (2016); entre outros. Pimenta aborda o conceito de formação de professores num *continuum*, a partir de um ciclo formativo que perpassa por toda a vida. Ponte propõe investigação colaborativa da prática entre professores de Matemática. Tais perspectivas alinham-se à visão de *CSCL*, pois a colaboração mediada pela tecnologia digital não se limita a espaços físicos e temporais. Por sua vez, Ball e Magina, Merlini e Santos enfocam a formação, específica, de professores de Matemática nos primeiros anos de escolarização.

Uma quarta vertente é a apresentação sobre Pesquisa Colaborativa, mas que será melhor detalhada na Metodologia da Pesquisa. Para esta etapa utilizou-se Anadón (2007), Ibiapina (2008) e Fiorentini (2012). A opção por esse método de pesquisa foi feita por alinhar-se à formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, em que não cabe ao pesquisador ditar os rumos da pesquisa e nem da formação. Nessa perspectiva de formação e ambiente de aprendizagem, com suporte na perspectiva sócio-histórica, as responsabilidades são compartilhadas entre os atores envolvidos.

No que diz respeito à sua estrutura, além desta **Introdução**, esta tese é composto por mais cinco capítulos. No seguinte, denominado **Campo conceitual multiplicativo como componente para a formação e prática docente em Matemática**, são apresentadas uma discussão sobre a formação de professores que ensinam Matemática e a Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas multiplicativas, caracterizando os diferentes tipos de problemas desse campo conceitual em análise. No capítulo três **Aprendizagem colaborativa de professores em Educação Matemática apoiada em tecnologias digitais** argumenta-se em favor do uso de tecnologias digitais na formação docente, na perspectiva do

desenvolvimento profissional. Este construto teórico embasa a aprendizagem colaborativa com apoio de tecnologias digitais para professores que ensinam Matemática. No capítulo subsequente detalham-se os **Procedimentos metodológicos** da investigação, como a Pesquisa Colaborativa – o método escolhido –, o locus e sujeitos da pesquisa, as ferramentas e instrumentos de coletas de dados e as categorias de análise. No capítulo cinco, são apresentados os **Resultados e discussões** da Tese organizados em subseções que abordam as concepções iniciais das professoras sobre estruturas multiplicativas e a construção e reconstrução dos conceitos de estruturas multiplicativas pelas professoras. Por fim, nas **Considerações finais** são apresentadas as conclusões do trabalho em que se destacam a parceria entre Escola e Universidade e as habilidades e competências acerca do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas.

Esclarecidos os pontos essenciais da pesquisa, a seguir, passa-se a discutir os referenciais teóricos e explicitar os procedimentos metodológicos utilizados.

2 CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO COMO COMPONENTE PARA A FORMAÇÃO E PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA

“E o Vergnaud traz muito desse pensamento: de que você desafia o outro a pensar. Ele tem um trabalho que eu gosto muito...”

(PCA)

Neste capítulo aborda-se o campo conceitual multiplicativo como componente para a formação e prática de professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Discutem-se conceitos basilares inerentes ao pensamento lógico-matemático, relacionando-os com o desenvolvimento conceitual e cognitivo e, inclusive, aspectos didáticos das estruturas multiplicativas. Anuncia-se a necessidade desses conceitos na formação docente para que os professores possam compreender as especificidades do referido campo, bem como a forma como seus alunos pensam matematicamente e assim possam contribuir para o desenvolvimento das competências e habilidades matemáticas dos aprendizes.

2.1 Formação de Professores que Ensinam Matemática

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN – Lei nº 9.394/96), o ensino da Matemática pode ser realizado por dois profissionais com formações em nível superior distintas – Pedagogo e Licenciado em Matemática. O primeiro, formado nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, tem um perfil para trabalhar com os alunos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para ensinar alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, demanda-se que esse professor tenha concluído a Licenciatura em Matemática ou em Ciências com habilitação para a referida disciplina. Apesar de ambos os cursos serem Licenciatura, portanto, de formação de professores, é certo que possuem características específicas e demandam o trabalho diferenciado.

Não se deve defender a falsa dicotomia entre Pedagogos e Licenciados em Matemática, em que se afirma que o egresso de um curso dá mais atenção aos aspectos didáticos e o outro aos conceituais. Em vista disso, alega-se que, para um bom ensino de Matemática, é imprescindível que ambos relacionem as duas características necessárias ao ensino para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos da Educação Básica.

Em suma: os dois perfis profissionais são responsáveis por criar situações em que o aprendiz, de acordo com sua faixa etária escolar e etapa cognitiva, desenvolva conceitos matemáticos, importantes para sua atuação no mundo e ao exercício de sua cidadania.

Dentre os problemas na prática de professores que ensinam Matemática está o fato de que eles próprios têm deficiências formativas, equívocos conceituais que se manifestam na sua prática. Concorde-se com Vergnaud (2009, p. 13) ao colocar que a atual crise do ensino da Matemática perpassa, dentre outras razões, pela formação insuficiente dos professores e pela

[...] ligação insuficiente dos programas e dos métodos de ensino com a análise das capacidades e os modos de pensar da criança. Por exemplo, as relações entre a atividade intelectual das crianças e sua atividade material sobre os objetos físicos ou com sua experiência das situações da vida cotidiana não foram suficientemente levadas em consideração.

É imperativo que os professores conheçam não apenas as propriedades das operações, mas também os fundamentos da Matemática e como esses conceitos são desenvolvidos pelos aprendizes no cotidiano e na escola. É preciso que os problemas matemáticos tenham sentido para os indivíduos e, mais que isso, explorem a diversidade de conceitos essenciais para a formalização dos assuntos trabalhados. A Matemática não pode ser vista como um fim em si mesma, mas um processo para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, com o estabelecimento de relações, o estímulo do raciocínio a partir das descobertas de soluções.

Fundamentada em estudos piagetianos, Kamii (1990) afirma que os conceitos matemáticos são baseados em três tipos de conhecimentos, quais sejam: social, físico e lógico-matemático. O primeiro diz respeito ao que é aceito socialmente, não há uma justificativa comprovável para sua definição. A depender do contexto social, o significado conferido a ele pode ser diferente. É o caso dos nomes dos números que, enquanto na Língua Portuguesa chama-se o numeral 3 de “três”, na Língua Inglesa é conhecido por “*three*”, por exemplo.

Os outros dois tipos – físico e lógico-matemático – são considerados dois extremos (KAMII, 1990). O conhecimento físico é aquele inerente aos objetos, são suas propriedades físicas e, portanto, é externo e independente do indivíduo que o analisa. No outro polo, o conhecimento lógico-matemático é aquele que se impõe a partir de uma análise do indivíduo, é o produto do estabelecimento de relações que este faz sobre os objetos. Desta

feita, dois triângulos retângulos, com as mesmas dimensões, mas um de cor azul e outro vermelha, podem ser tanto diferentes quanto iguais entre si. Isso é possível devido ao tratamento dado a partir do significado empregado pelo conhecimento físico e lógico-matemático.

Do ponto de vista físico, os triângulos são diferentes porque azul é diferente de vermelho, ou iguais, no que concerne à forma geométrica. Contudo, o que confere a capacidade de julgar diferenças e semelhanças é o conhecimento lógico-matemático, que emerge a partir da relação entre as duas figuras. Com isso, depreende-se que o conhecimento lógico-matemático, diferente do físico, não está nem no triângulo azul nem no vermelho, mas na relação entre os dois, estabelecida pelo sujeito cognoscente. Diferentemente da abstração empírica em que o indivíduo, geralmente criança, toma uma propriedade ignorando as demais para dar seu ponto de vista sobre determinado objetos, na abstração reflexiva as inferências são fruto das relações entre os objetos e suas diversas propriedades (KAMII, 1990).

Tais conhecimentos são a base para o pensamento matemático e devem ser desenvolvidos desde os primeiros anos de escolarização. De certa forma, esses conhecimentos já são utilizados pelas crianças no convívio direto com o mundo. Os professores que ensinam Matemática é que devem tomar esse suporte como base para fundamentar suas ações em sala de aula. Nas etapas seguintes da escolarização, o pensamento matemático é fundamental na análise dos problemas para que os aprendizes identifiquem características dos entes matemáticos das situações apresentadas e os operem conforme suas características e propriedades.

A carência dessa percepção, de certa forma elementar acerca da Matemática, contribui para uma diversidade de estratégias de ensino em Matemática incoerentes praticadas pelos professores (NACARATO, MENGALI, PASSOS, 2009). A compreensão de que o conceito de número não é ensinado, e sim construído, já que é resultado de abstração reflexiva, oportuniza que os professores repensem suas aulas de Matemática na Educação Básica e evitem práticas monótonas, baseadas na repetição de probleminhas, sem a compreensão dos conceitos presentes e, muitas vezes, que exploram uma única situação. O exercício é importante e necessário após o conceito ser compreendido e formalizado. Do contrário, sua utilização será uma vã tentativa de tornar o conceito, que é lógico-matemático, em social, que pode ser passado por repetição e memorização.

Todavia, esses professores, egressos da Educação Básica, que perpetua a Matemática como vilã dos estudantes, carregam concepções negativas acerca da disciplina. Pesquisas como as de Curi (2006), Barreto (2007), Nacarato, Mengali e Passos (2009), Santana (2012) e Maia (2012), realizadas tanto no contexto local quanto nacional, apontam que a Matemática é para os Pedagogos uma disciplina difícil, seja para ensinar, seja para aprender.

Tais problemas da formação matemática das pessoas deve-se, em parte, à concepção de que a lógica matemática pode ser ensinada por repetição das definições e dos algoritmos, sem o entendimento das relações ali estabelecidas. Nos primeiros anos de escolarização, um campo em que se apresentam muitas dificuldades é aquele que envolve as quatro operações básicas da Aritmética, em especial a multiplicação e a divisão.

A contribuição de Gerárd Vergnaud (1983, 1993, 2009) sobre Campo Conceitual oportuniza a reflexão sobre práticas de ensino de Matemática pautadas naquele modelo limitado, comentado anteriormente. Para Vergnaud (1993, p. 01), “[...] um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. A partir da compreensão da natureza dos conceitos, das características dos problemas e suas relações com o dia a dia é possível pensar em estratégias de ensino mais adequadas ao desenvolvimento do pensamento matemático na vida escolar.

Isso não implica em dizer que os professores, sobretudo no ensino tradicional, ignorem totalmente essas especificidades do conhecimento matemático ao planejarem e executarem suas aulas. Entretanto, muitos docentes parecem desconhecer tais conhecimentos por não terem acesso a eles durante seu processo formativo, no que pese a baixa carga horária dos cursos de formação dedicada à Educação Matemática. Enquanto a Licenciatura em Pedagogia destina pouco tempo para a discussão dos conceitos matemáticos, a Licenciatura em Matemática dedica pouca carga horária para os aspectos didáticos e cognitivos.

Em estudo de Sousa, Reges e Barreto (2011), que analisou a oferta de disciplinas voltadas para o ensino da Matemática, nos cursos de Licenciatura em Pedagogia no Estado do Ceará, as autoras identificaram que:

Os formadores que trabalham com a Matemática nos cursos de Pedagogia têm carga horária variada para o desenvolvimento da(s) disciplina(s). Percebe-se, diante desse fato, que as dificuldades iniciam com o fator tempo,

ao ter que selecionar o que e como vai ser trabalhado o ensino de Matemática na formação dos professores, visto que, na maioria dos casos não há como trabalhar os quatro blocos de conteúdos sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (anos iniciais) – PCNs, de forma satisfatória, que preencha as lacunas de aquisição de conteúdos dos alunos que chegam à universidade com várias distorções do conhecimento matemático (SOUSA; REGES; BARRETO, 2011, p. 07).

Dentre as distorções está aquela que trata das operações de multiplicação e divisão, estritamente, como operações de adição e subtração repetidas, em detrimento de uma relação de proporcionalidade entre quantidades a partir de uma taxa. A concepção limitada gera dificuldades com o trabalho com a Matemática e com o desenvolvimento de sua aprendizagem para os estudantes. Com base nesse problema, a partir da relação entre a Psicologia Cognitiva e a Didática da Matemática, foi desenvolvida a Teoria dos Campos Conceituais, com enfoque nas estruturas aditivas e multiplicativas, para além das quatro operações da Aritmética (VERGNAUD, 2009). Sobre os pressupostos dessa teoria, discorre-se a seguir.

2.2 A Teoria dos Campos Conceituais

Os conceitos matemáticos não são apreendidos apenas com a reprodução de questões e teoremas. O pensamento matemático é complexo e para o seu desenvolvimento é essencial que os indivíduos tenham acesso a uma diversidade de situações em que conceitos emergem, instigando o levantamento de hipóteses e estratégias para resolução.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) contribui para o entendimento de como os conceitos matemáticos são construídos pelos indivíduos a partir do contato com diferentes situações, propriedades e representações. Vergnaud (1983, p. 127) define um campo conceitual como “[...] um conjunto de problemas e situações para o tratamento necessário de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas que tem uma interconexão muito próxima”. Disto, depreende-se que um conceito não pode ser contemplado e apreendido em uma única situação e que numa única situação podem estar presentes vários conceitos e estes podem compor uma rede de relações. Diante disso, não faz sentido falar em conceito, mas em campo conceitual.

Para o contexto escolar, isso implica em dizer que um problema matemático apresentado ao aprendiz demanda a mobilização de uma série de conceitos e esquemas

mentais para o tratamento da situação. Para se aprender e ensinar um conceito matemático nos primeiros anos de escolarização é preciso ir além das regras para resolução de problemas matemáticos e das quatro operações da Aritmética. Um campo conceitual rege a validade da resolução proposta a partir de uma série de outros fatores, tais como procedimentos, propriedades dos entes matemáticos e as representações empregadas.

A Teoria dos Campos Conceituais intenciona fornecer subsídios para que os indivíduos apreendam os conceitos matemáticos e sua validade em diferentes atividades do cotidiano bem como desenvolvam o pensamento lógico-matemático. Uma das principais contribuições da TCC para a Educação está no tratamento da atividade matemática para além da aplicabilidade, meramente, instrumental, mas no seu uso irrestrito nas situações apresentadas pela vida. No contexto escolar, a teoria de Vergnaud contribui para que os professores compreendam como seus alunos elaboram suas hipóteses e constroem seus esquemas de pensamento, permitindo-lhes que repensem suas estratégias de ensino da Matemática e identificando as ligações e rupturas didáticas e conceituais dos conceitos matemáticos.

Por ser uma teoria neopiagetiana, a TCC traz conceitos baseados na Epistemologia Genética, com destaque na ideia de esquemas. Para Piaget (1970; 1973), o indivíduo aprende a partir de sua ação sobre o meio. Quando essa relação demanda novas tomadas de posição, é gerado um desequilíbrio cognitivo que resulta na assimilação e ou acomodação dessas novas ações. Se assimilação é a organização de um novo conhecimento em esquemas preexistentes, acomodação é a necessidade de geração de novos ou modificar esquemas prévios. Os esquemas, conseqüentemente, regem as ações, tomadas de posição, estratégias de resolução, que são os novos conhecimentos adquiridos pelo indivíduo.

Em Vergnaud (1983, 1993, 2009), portanto, ao ser apresentado a novas e variadas situações, o indivíduo recorre ao seu repertório de ideias para solucionar os problemas. São nos esquemas que é possível analisar os elementos cognitivos utilizados pelo indivíduo para realizar a operação. Há casos em que é vital uma ampliação dos esquemas, noutros o desenvolvimento de novos. Nesse processo, verifica-se que os esquemas podem ou não ser generalizáveis e aplicados em outros contextos. Isso acontece, por exemplo, com a transição que a escola procura fazer entre adição e subtração para a multiplicação e divisão. Por terem propriedades e natureza matemática diferentes, as crianças apresentam, sobretudo, dificuldades com as duas últimas operações.

Os esquemas são imbuídos de concepções e preceitos que o indivíduo julga relevantes e coerentes para realizar determinadas ações. A partir desse repertório de conhecimentos, construído ao longo de sua vida social e escolar, o sujeito os convoca para executar as atividades solicitadas. Sendo assim, um esquema é uma estrutura de pensamento, base para a objetivação do raciocínio, exteriorizada por estratégias de ação e registros de representações simbólicas.

Vergnaud (1983, 1993, 2009) define que um campo conceitual é composto pela tríade: situações, invariantes e representações ($C = S, I$ e R). As situações compreendem os problemas matemáticos em que diferentes operações são realizadas no cotidiano. As situações dão conta do aspecto real do conceito, aquele que se vivencia por meio de ações rotineiras ou mesmo nas tarefas escolares. Não se deve relacionar, ou pelo menos restringir, essas atividades com a ideia limitada dos probleminhas das lições escolares. As situações vão além, pois envolvem diferentes contextos da aplicabilidade dos conceitos matemáticos e que demandam percepção de regras e estratégias específicas para solução. Como salientado anteriormente, é fundamental uma diversidade de situações para que o maior número de conceitos sejam explorados e desenvolvidos e o aprendiz tenha acesso a diferentes perspectivas do campo conceitual. Em pesquisa de Maia *et al* (2015), verificou-se que a maior deficiência conceitual dos professores nas estruturas multiplicativas está, justamente, em um repertório limitado de situações que são propostas aos alunos.

O outro componente da tríade, os invariantes, diz respeito às propriedades matemáticas inerentes aos objetos e conhecidas pelos indivíduos que desencadeiam os conhecimentos-em-ação e teoremas-em-ação, constituintes dos esquemas (VERDNAUD, 1993). Conceito de número, propriedades, teoremas, são exemplos de invariantes e possuem validade dentro de um campo conceitual. Nesse ponto, adentra-se noutro aspecto fundamental da TCC, que é a necessidade de rompimento entre os campos conceituais – aditivo e multiplicativo, por exemplo – em função da validade dos invariantes para cada situação. Vergnaud (1993, p. 05) acentua que:

Não se pode esperar que tal processo intervenha sem que sejam reconhecidas pelo sujeito analogias e parentescos (semelhanças em certos critérios, diferenças em outros) entre a classe de situações em que o esquema já é operatório para o sujeito e as novas situações a vencer. O reconhecimento de invariantes é, pois, a chave da generalização do esquema.

As ações do professor, as estratégias e situações didáticas criadas são determinantes para que as crianças percebam essas relações e propriedades e elaborem seus esquemas para o novo campo conceitual. O professor precisa ter consciência disso ao planejar suas ações na aula de Matemática. Dentro do próprio campo conceitual multiplicativo, um problema de Proporção Simples demanda o desenvolvimento de esquemas e propriedades diferentes de um problema de Comparação Multiplicativa⁴.

Por fim, as representações também possuem um papel central para a compreensão de um campo conceitual. A representação diz respeito às formas de linguagem e não linguagem utilizadas para simbolizar os conceitos matemáticos, com suas propriedades, situações e procedimentos de resolução. Vergnaud, ao propor um Diagrama de resolução para problemas multiplicativos, apresenta uma representação diferente dos algoritmos largamente e tradicionalmente explorados na escola. Mais do que organizar de forma diferente as quantidades relacionadas do problema, inclusive destacando-as, o diagrama evidencia novos invariantes operatórios como os fatores escalar e funcional, que serão definidos adiante.

Discutidas algumas categorias centrais da TCC, passa-se a concentrar nas Estruturas Multiplicativas, suas situações e tipos de problema e resolução.

2.3 O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

A proposta de classificação de Vergnaud (1983, 2009) das quatro operações da Aritmética em dois campos conceituais ajuda na compreensão da própria Teoria e na proposta dele de formação do conceito a partir da trinca Situações, Invariantes e Representações. Será tomada a análise a partir de uma breve comparação entre os campos para introduzir a proposta das estruturas multiplicativas. Convém registrar que não se intenciona reproduzir o equívoco de que o trabalho com as estruturas multiplicativas só é possível com a apropriação das estruturas aditivas. Apenas adotou-se, aqui, uma organização didática para apresentação dos conceitos.

O campo conceitual das estruturas aditivas é aquele que envolve as operações de adição e subtração ou uma associação entre elas. Problemas do tipo aditivo possuem uma relação ternária, ou seja, composta por três quantidades. Nesse campo conceitual as relações entre as quantidades são do tipo parte-todo e são solucionadas com adição e subtração. Para

4 Essas características serão melhores detalhadas mais na frente deste capítulo ao tratar dos tipos de situações multiplicativas.

Vergnaud (2009), essas duas operações são inversas entre si, mas convocam estruturas de pensamento semelhantes.

Para o campo conceitual que interessa esse estudo – das estruturas multiplicativas – a relação entre os entes matemáticos é outra e podem ser ternárias, como no campo aditivo, mas também quaternárias. Nesse campo, as situações não estão ligadas aos conceitos de união ou separação, mas a uma taxa de replicação entre quantidades (NUNES; BRYANT, 1997). No que diz respeito às operações, as estruturas multiplicativas são caracterizadas pelo conjunto das situações que requerem uma multiplicação, uma divisão, ou uma combinação destas operações (VERGNAUD, 1983, 2009).

De um campo conceitual para outro, os invariantes e a forma de operar os entes matemáticos podem mudar, pois estão relacionados a um determinado campo. Nas estruturas multiplicativas, para entender e trabalhar com esse novo conceito de número – invariante – o indivíduo precisa romper com o pensamento aditivo e perceber que agora tem uma relação constante entre duas ou mais quantidades, em vez de uma relação parte-todo. Inaugura-se um novo conceito de número que diz respeito à quantidade de replicação e não a ações de unir e separar (NUNES; BRYANT, 1997).

Como mencionado anteriormente, ao passo que as relações aditivas são do tipo ternária, que envolvem três elementos de mesma dimensão, as multiplicativas podem ser também quaternárias, pois relacionam duas medidas de determinada dimensão, com outras duas de outra dimensão (VERGNAUD, 2009). Esses tipos de problemas, que compõem grande parte das situações multiplicativas, Vergnaud chamou de Isomorfismo de Medidas. As relações quaternárias exploram, portanto, duas relações binárias. Tal definição ajuda, inclusive, a identificar diferentes situações.

Nesse sentido, para Vergnaud o que torna um problema mais difícil do que outro não são as operações utilizadas para sua resolução, mas as relações que precisam ser estabelecidas para tal. Como salientam Spinillo e Magina (2004, p. 24):

A ideia de que o tipo de problema é definido pelo tipo de operação a ser empregada em sua resolução (de adição, de divisão *etc*) encontra forte oposição em teorias psicológicas como a de Vergnaud (1983; 1997) que classifica os problemas em função do campo conceitual a que pertencem e em função da natureza das relações que precisam ser estabelecidas entre os dados do problema. Assim, ainda que dois problemas requeiram uma mesma operação para sua resolução, eles podem ter níveis de complexidade distintos e envolver o estabelecimento de relações diferentes entre os números, como

é o caso de problemas de divisão por partição e por quotas, e de problemas de multiplicação de combinatória e de isomorfismo de medidas.

No campo conceitual multiplicativo é possível encontrar diferentes tipos de problemas, que trazem consigo situações com variadas formas de apresentação e dificuldades, mas que em comum possuem o conceito da taxa de replicação. Com a elaboração de sua teoria, Vergnaud inaugurou uma primeira proposta de classificação das situações de estruturas multiplicativas. Entre as classes que destacou estão as situações compostas pelos Isomorfismos de Medidas, por Comparação Multiplicativa e por Produtos de Medidas (VERGNAUD, 2009).

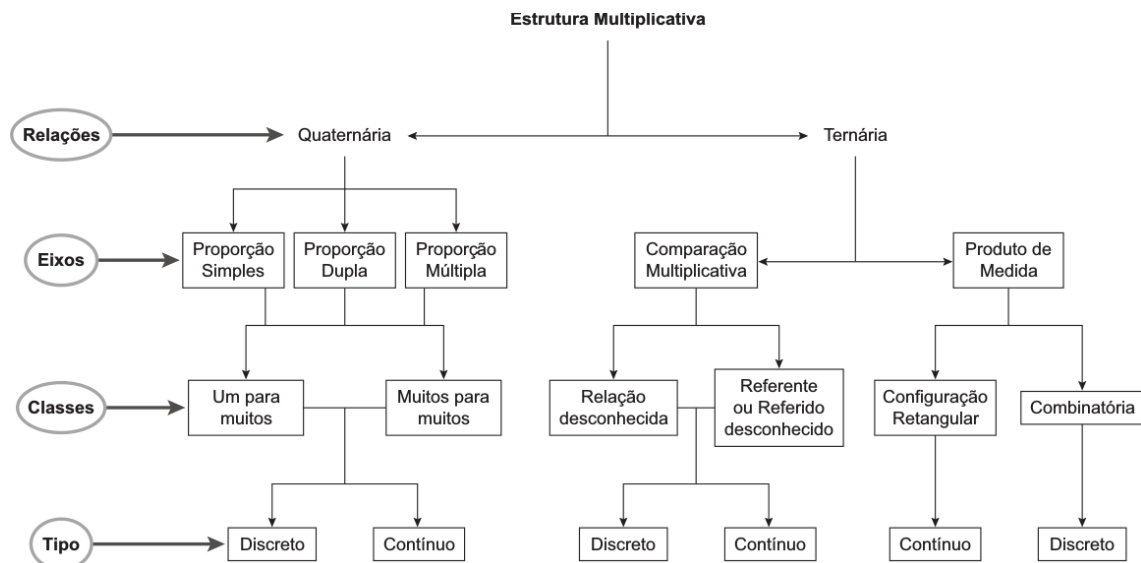
Com a apropriação da Teoria por outros pesquisadores, essa classificação recebe atualizações e releituras. Assim, para organizar os tipos de situações possíveis, os problemas de estruturas multiplicativas foram classificados conforme as relações estabelecidas entre os entes matemáticos envolvidos. Sobre essas classificações, passa-se a discutir.

2.4 Classificação dos Problemas do Campo Multiplicativo

A Teoria dos Campos Conceituais está em constante ampliação e refinamento. Diversos pesquisadores propuseram classificações com a finalidade de promover melhor compreensão dos conceitos e tratamento dos diferentes tipos de situações mostradas inicialmente por Vergnaud. Para este trabalho, optou-se por privilegiar a categorização proposta por Magina, Merlini e Santos (2016), fruto de uma releitura da classificação de problemas multiplicativos proposto por Vergnaud. Os referidos autores, além de estarem em constante avanço no entendimento da TCC, são referência para o grupo OBEDUC/E-Mult, do qual esta pesquisa faz parte. Assim, as análises e discussões tomarão por base a classe de problemas listada pelos pesquisadores brasileiros.

Os problemas multiplicativos podem ser classificados quanto às relações entre as quantidades, eixos de tipos de problemas, classes e tipo de grandeza. A figura 01 a seguir apresenta o esquema proposto pelos autores.

Figura 01 – Esquema de classificação de problemas do campo multiplicativo.



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2016, p. 69).

Diante do exposto, há cinco eixos/tipos diferentes de problemas multiplicativos, quais sejam: *a)* Proporção Simples; *b)* Proporção Dupla; *c)* Proporção Múltipla, compostos por relações quaternárias; *d)* Comparação Multiplicativa; e *e)* Produto de Medidas, constituídos de relações ternárias. Essa classificação contempla os principais conceitos das estruturas multiplicativas, explorados nos primeiros anos de escolarização como a Proporcionalidade, Organização Retangular, Combinatória, além da Comparação Multiplicativa.

Nas seções seguintes, descreve-se e exemplifica-se cada um dos cinco eixos, bem como a estratégia de resolução baseada na proposta de representação sugerida por Vergnaud, em que se monta um diagrama evidenciando todas as quantidades envolvidas e os fatores escalar e funcional.

2.4.1 Proporção Simples

Estes são problemas que integram o Isomorfismo de Medidas, descrito por Vergnaud (2009) como a classe básica das estruturas multiplicativas. São os tipos de problemas mais comumente, quando não exclusivamente, explorados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (MAIA *et al*, 2015). Isso, aliás, indica uma concepção limitada acerca do campo conceitual multiplicativo.

Neste eixo de situação há uma relação quaternária em que duas quantidades possuem um tipo de dimensão diferente das outras duas. Entre elas há uma taxa de proporcionalidade que pode ser identificada pelo fator escalar ou funcional. Problemas de Proporção Simples podem ainda ser classificados quanto ao tipo de operação utilizada – multiplicação ou de divisão –, considerando ainda divisão por partição e cota. As situações de Proporção Simples, assim como de Proporções Dupla e Múltipla, envolvem a correspondência um-para-muitos ou muitos-para-muitos, detalhadas a seguir. Por uma opção didática, optou-se para explorar tais correspondências apenas nesta classe de problemas.

2.4.1.1 Um-para-muitos

Situações da classe um-para-muitos caracterizam-se por possuir, dentre as quatro quantidades, uma com o valor igual a um, logo corresponde à relação de proporcionalidade unitária. Este é o tipo de problema mais comum nas salas de aulas e mais fácil, visto que a variável um facilita a identificação da taxa de replicação. Em função disso, muitos professores tratam, equivocadamente, este tipo de problema como uma relação ternária. O problema 01, a seguir, é exemplo de uma situação de Proporção Simples um-para-muitos, com a operação de multiplicação:

Problema 01:

Na Copa do Nordeste a cada vitória, um time soma três pontos. Se vencer todos os seis jogos da primeira fase da competição, quantos pontos o Fortaleza Esporte Clube atingirá?

Para todos os problemas de Isomorfismos de Medidas, assim como os problemas de Proporção Simples, Vergnaud apresenta um diagrama em que se evidencia, além dos dois pares de grandezas envolvidos na situação, o operador escalar e operador funcional. Esses procedimentos são considerados invariantes operatórios, portanto, constituintes do campo conceitual, conforme a tríade, e influenciam na compreensão e solução do problema. O diagrama abaixo sistematiza a organização dos dados do problema 01.

Jogos	Razão	Pontos
1		3
6	$\downarrow \times 6 \downarrow$?

A partir dessa representação é possível identificar as quatro quantidades envolvidas, sendo cada par de uma grandeza. Assim, temos dois valores para a grandeza jogos

e outros dois para pontos. A razão, um conceito de número característico do campo conceitual multiplicativo, surge como um valor sem grandeza ($x6$) que representa a quantidade de replicações (NUNES, BRYANT, 1997). Neste caso, o invariante operatório – fator escalar – explicita a replicação ocorrida entre ambas as quantidades, nesta representação apresentada na vertical, consequentemente em mesma escala.

Outro invariante operatório presente, e menos usual nas crianças, é o fator funcional. Esse conceito, embora parte integrante dos conteúdos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental, pode ser inserido ainda nos primeiros anos de escolarização. Esse invariante é fundamental na compreensão e tratamento de funções do campo da Álgebra. Se no operador escalar a relação está entre os termos de mesma grandeza, no operador funcional a relação é estabelecida entre os de grandezas diferentes. Tomando-se o mesmo exemplo do problema 1, tem-se:

<i>Jogos</i>	<i>Razão</i>	<i>Pontos</i>
1	→	3
6	$\times 3$ →	?

Observe-se que, neste caso, o número de pontos está relacionado à razão entre o número de jogos ganhos. Diferente do fator escalar, o invariante operatório funcional leva consigo uma dimensão composta pela razão *jogos x pontos*.

2.4.1.2 Muitos-para-muitos

Nos problemas de Proporção Simples muitos-para-muitos os valores são maiores do que um e demanda-se identificar a taxa de proporção entre os dois pares de quantidades, também chamada quarta proporcional. Situações desse tipo são consideradas mais difíceis comparadas à Proporção Simples um-para-muitos, pois a resolução com o algoritmo tradicional de multiplicação e divisão, que usam a falsa ideia de uma relação ternária, não contempla este problema. Uma estratégia que se utiliza é identificar a proporção para um. Todavia, em alguns problemas, essa solução não é possível ou não faz sentido.

O Diagrama de Vergnaud mostra-se como uma boa estratégia para a representação e resoluções de problemas desta natureza. Evidentemente, outras estratégias existem e é salutar que os aprendizes percebam. Mais do que isso, em ambos os casos, a compreensão das relações entre as quantidades e a identificação da razão, novo invariante, é fundamental para o

desenvolvimento deste campo conceitual. O problema 02, a seguir, é um modelo de situação de Proporção Simples muitos-para-muitos:

Problema 02:

Para ajudar uma instituição de caridade, uma lanchonete estabeleceu que a cada 15 sanduíches vendidos, R\$50 seriam doados. Ao final da ação, foram doados R\$2.000 para a instituição. Quantos sanduíches foram vendidos?

Neste exemplo, a taxa de replicação parte de uma proporção maior do que um. Por essa característica, problemas de quarta proporcional não permitem equívoco com a falsa relação ternária, que é comum no tratamento de Proporção Simples de relação um-para-muitos. Outro tratamento bastante usual para esse tipo de problema é o uso da regra-de-três, que também reforça a ideia de uma relação ternária. Contudo, utilizando o diagrama proposto por Vergnaud, tem-se:

<i>Sanduíches</i>	<i>Razão</i>	<i>Doação</i>
15	↓	50
?	$\times 40$	2000

Nesta representação percebe-se a ausência da relação partindo de unidade. Embora o indivíduo possa fazer essa conversão, ela torna o problema mais complexo. Como já salientado, existem situações em que não há sentido a conversão para a unidade. Esse é o caso de problemas que envolvem grandezas contínuas ou que os valores das grandezas não sejam múltiplos. Nestes casos, o uso fator escalar torna o problema mais complexo do que a utilização do fator funcional.

2.4.2 *Proporção Dupla*

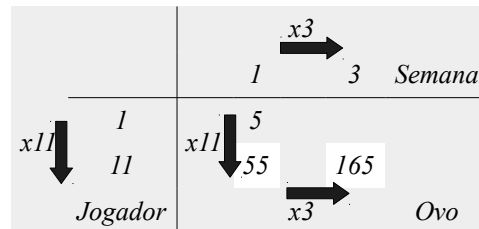
Este tipo de problema apresenta situações com, pelos menos, três tipos de grandeza, em que um par é independente do outro. Esses problemas são característicos no trabalho com regra-de-três composta, explorada nos anos finais do Ensino Fundamental. O problema 03 é exemplo:

Problema 03:

Na Vila Olímpica dos Jogos do Rio 2016, um jogador de futebol precisa consumir 5 ovos em uma semana como fonte proteica. Um time completo, de 11 jogadores, consumiu quantos ovos nas 3 semanas do evento?

Neste tipo de problema, é possível diminuir o número de semanas sem alterar a quantidade de jogadores, pois os três pares de grandeza são independentes duas a duas. A pesquisa de Gitirana *et al* (2014) apontou que é a partir do 4º ano que os alunos começam a ter mais sucesso neste tipo de problema. A exploração dessa classe de problemas ainda nos anos iniciais, portanto, é possível e salutar para o desenvolvimento do pensamento multiplicativo dos estudantes.

A organização do problema 03 pode ser representada conforme o diagrama proposto por Vergnaud, em que os entes e as taxas de replicação ficam explícitas.



Para a resolução do problema o indivíduo deve trabalhar com a relação entre as relações de quantidades apresentadas. É necessário que encontre a taxa de replicação entre, neste exemplo, jogadores e ovos e, depois, ovos por semana.

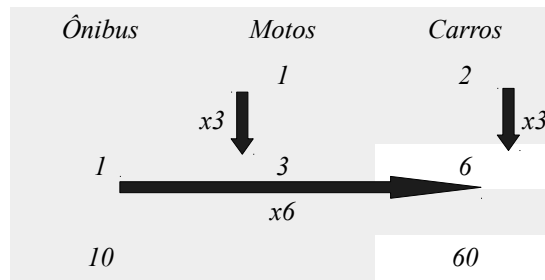
2.4.3 Proporção Múltipla

Diferente do exemplo anterior, neste tipo de problema podemos ter duas ou mais proporções, sendo que elas são dependentes. Isso implica dizer que a cada modificação numa das quantidades, todas são alteradas. O problema 04 é exemplo:

Problema 04:

Em um estudo do tráfego de uma avenida, percebeu-se que em determinado período do dia a cada ônibus que circulava, três motos passavam e para cada moto, dois carros. Assim, considerando que transitem dez ônibus, quantos carros trafegaram na via?

Observa-se que, sempre que se altera o número de ônibus, terá que se mudar também a quantidade de motos e carros para que a relação de proporcionalidade de veículos na avenida seja mantida. Neste tipo de problemas, há uma relação entre duas proporções simples dependentes. A resolução deste problema pode ser feita a partir do seguinte diagrama:



A dificuldade neste tipo de problema ocorre pela dependência das proporções. Nesta situação o indivíduo precisa descobrir a taxa de replicação entre as grandezas e a relação que há entre elas.

2.4.4 Comparação Multiplicativa

Esse tipo de situação é mais próxima dos problemas aditivos por serem, também, caracterizados por uma relação ternária. Problemas de Comparação Multiplicativa possuem duas medidas de mesma espécie – referente e referido – e uma terceira que representa a relação multiplicativa (GITIRANA *et al*, 2014). Assim sendo, tais problemas caracterizam-se por serem duas quantidades comparadas por um escalar, que é a razão.

Nesse tipo de problema, manifestam-se invariantes que designam a replicação, um termo que induz a uma taxa (razão ou relação), como dobro, triplo, metade, quatro vezes menos, por exemplo. Essas são situações comparativas consideradas de maior simplicidade, visto que a razão é enunciada por aqueles termos. Por outro lado, a maior dificuldade destes problemas está na incongruência dos termos, com a razão demandada, como o caso de vezes menos.

A variedade de situações de Comparação Multiplicativa ocorre conforme um dos três entes – referente, referido ou a relação – seja desconhecido. Referente é a quantidade a qual o problema se baseia. Referido é a quantidade informada em função do referente. Por sua vez, a relação é a razão em si, a taxa de replicação que as duas quantidades sofreram. A seguir, descrevem-se esses casos.

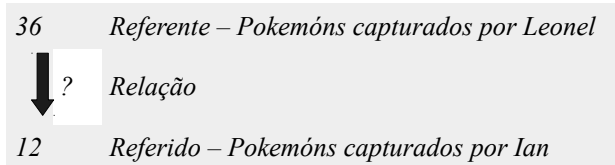
2.4.4.1 Relação desconhecida

Em situações desta natureza tem-se o valor do referente e do referido, e precisa-se descobrir a relação que existe entre ambos. A situação apresentada no problema 5 é exemplo.

Problema 05:

Em um jogo para *smartphone*, Leonel conseguiu capturar trinta e seis *pokemóns*. Seu primo, Ian, tem doze desses monstrinhos virtuais. Quantas vezes Leonel capturou *pokemóns* a mais que seu primo?

Neste caso, o referente é a quantidade de *pokemóns* capturados por Leonel, o referido é o montante que Ian possui, e precisa-se saber quantas vezes o primeiro tem mais pontos que o primo. Organizando as quantidades do problema 05 conforme o Diagrama de Vergnaud, tem-se:



Neste problema, o número de *pokemóns* capturados por Leonel, que teve o valor considerado como referente na operação três vezes maior que a do referido – *pokemóns* do Ian. A relação descoberta é uma divisão por três, que representa a taxa de replicação, sem dimensão. Observa-se que, embora o comando da situação sinalizar a ideia de a mais, a divisão é a operação válida e, talvez, mais prática. Apesar disso, a multiplicação também poderia ser utilizada, no caso de o indivíduo partir do referido para o referente. Em uma representação numérica, tem-se que:

$$\begin{aligned} \text{Referente} \div \text{Referido} &= \text{Relação} \\ 36 \text{ pokemóns do Leonel} \div 12 \text{ pokemóns do Ian} &= 3 \\ 36 \div 12 &= 3 \end{aligned}$$

A seguir, a variação deste tipo de problema com a ausência do referente ou referido.

2.4.4.2 Referente ou referido desconhecido

Neste caso, além da relação entre as duas quantidades, uma delas é presente no problema. Esses são casos em que a estrutura do problema aproxima-se bastante da estrutura de problemas aditivos. O problema 06 é um exemplo em que o referido é desconhecido:

Problema 06:

O salário dos vereadores de uma cidade é nove mil reais. Um professor do mesmo município ganha cinco vezes menos. Qual a remuneração mensal dos professores?

Neste exemplo, o referido – salário do professor – é o termo desconhecido e possível de ser encontrado a partir da relação de cinco vezes menor comparado ao referente. A solução deste pode ser representada da seguinte forma:

9.000	<i>Referente – Salário de vereador</i>
↓	$\div 5$ <i>Relação – Cinco vezes menor</i>
?	<i>Referido – Salário de professor</i>

Neste problema, o valor da remuneração docente é tomado como referido por se expressar a partir da relação com o salário do vereador, que teve o valor considerado como referente da operação. A relação diz respeito a uma divisão que representa a taxa de replicação, sem dimensão, que o referente é maior do que o referido. Em uma representação numérica, tem-se que:

$$\begin{aligned} & \textit{Referente} \div \textit{Relação} = \textit{Referido} \\ & 9.000 \textit{ reais} \div 5 = \textit{salário de professores} \\ & 9.000 \div 5 = 1.800 \end{aligned}$$

Nesta situação, há congruência entre os termos do problema e registros na resolução. Isso quer dizer que existe uma correspondência semântica entre as representações (DUVAL, 2009). Contudo, há casos em que isso não ocorre, atribuindo dificuldade ao problema e, em alguns casos, como na expressão linguística – vezes menos – por seu baixo nível de congruência levam os sujeitos a cometerem equívocos com a escolha da operação.

2.4.5 Produto de Medidas

Por fim, o último eixo de problema, de acordo com o esquema de Magina, Merlini e Santos (2016). Situações de Produtos de Medidas envolvem a relação entre duas quantidades de grandezas que gera uma terceira grandeza, independente. Também conhecidos por problemas de Organização Retangular ou Produto Cartesiano por explorarem valores de duas entradas, replicados entre si, a partir de operação de multiplicação ou divisão.

Os problemas de Configuração Retangular e Combinatória são as classes desse tipo de problema. A primeira classe são os problemas que exploram o cálculo de área. O segundo são problemas de combinação entre grandezas. Em ambos os casos, o produto das quantidades é uma terceira grandeza diferente das originais. Como exemplos, no caso da Configuração Retangular, a relação entre metros e metros é metros quadrados. Em problemas de Combinatória, a combinação entre pão e queijo é sanduíche. A seguir, detalha-se esta classe de problemas de Produto de Medidas.

2.4.5.1 Configuração retangular

O conceito de área é aplicado a esta classe de situações. Nele há uma relação baseada no produto de duas quantidades de mesma grandeza que gera uma terceira, com unidade de medida diferente. O problema 06 é exemplo de Configuração Retangular para o cálculo de área:

Problema 07:

Uma quadra oficial de vôlei tem 18 m de comprimento e 9 m de largura. Qual a área total que ela ocupa em um ginásio?

Veja-se que aqui temos o modelo matemático $a \times b = c$ ou $a = c \div b$. Neste caso o cálculo da área pode ser representado numericamente por

$$\text{Comprimento} \times \text{Largura} = \text{Área}$$

$$18 \text{ m} \times 9 \text{ m} = 162 \text{ m}^2$$

Portanto, duas quantidades de mesma grandezas (comprimento e largura, medidos em metros) geraram uma terceira (área da quadra, em metros quadrados). A independência das grandezas é verificada quando se altera a largura da quadra, modificando apenas a área,

desconsiderando o comprimento, por exemplo. Logo, diferente das relações quaternárias⁵, nas situações ternárias as grandezas não são subordinadas.

2.4.5.2 Combinatória

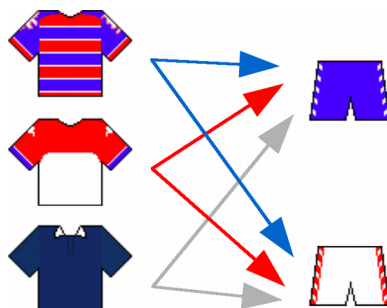
Outro modelo para situações de Produtos de Medidas são os problemas que envolvem a ideia de combinação, da mesma forma que no cálculo de área a relação de duas ou mais grandezas gera uma terceira. A diferença é que não se trata de unidades de medidas, mas da assunção de uma nova grandeza a partir do produto das anteriores. O problema 07 é exemplo e mostra duas grandezas que, combinadas, compõem uma terceira:

Problema 08:

O Fortaleza Esporte Clube possui três modelos de camisa – tricolor, branca e azul – e dois modelos de calção – um azul e outro branco. De quantas maneiras distintas o time pode ser vestido, combinando as duas peças do uniforme?

Neste problema, as grandezas camisa e calção geram uma terceira, uniforme do time. Neste tipo de problema é importante desenvolver com os alunos o tratamento desta classe de situação como multiplicação. O pensamento multiplicativo pode ser trabalhado com o tratamento em uma tabela de dupla entrada ou diagrama de árvore (GITIRANA *et al*, 2014), conforme, respectivamente, são apresentados a seguir.

	Calção Azul	Calção Branco
Camisa Tricolor		
Camisa Branca		
Camisa Azul		



⁵ Alguns pesquisadores colocam este tipo de problema como quaternários. Esse é o caso de Gitirana *et al* (2015). Por ainda ser um conceito ainda em elaboração, optou-se para não o detalhar e adotar a posição de outros pesquisadores.

Esses problemas, apesar de serem bastante comuns do cotidiano das crianças, ainda são pouco frequentes nos currículos escolares. Problemas de combinação são base para o pensamento combinatório, explorados nos últimos anos de escolarização.

Estes exemplos não esgotam as possibilidades de situações que podem ser exploradas dentro do campo conceitual multiplicativo. Aqui optamos por trazer exemplos de cada classe. Outros autores como Nunes e Bryant (1997) e Gitirana *et al* (2015) propuseram outras classificações para os problemas deste campo, considerando diferentes aspectos. Vale salientar que isso não implica em classificações antagônicas, mas que evidenciam critérios distintos e, principalmente, avanço na compreensão da Teoria pela comunidade acadêmica.

Descritos os problemas do campo conceitual multiplicativo que serão abordados nesta Tese, na seção seguinte, faz-se uma revisão de literatura acerca das pesquisas realizadas entre 2011 e maio de 2014 sobre estruturas multiplicativas e a formação docente.

2.6 Estruturas Multiplicativas na formação de professores a partir de pesquisas de Mestrado e Doutorado no Brasil

Com o intuito de conhecer pesquisas desenvolvidas relacionadas à formação de professores que ensinam Matemática, estruturas multiplicativas e tecnologias digitais, temas dessa Tese, procedeu-se a um levantamento de pesquisas em nível de pós-graduação *stricto sensu* defendidas no Brasil. Para esse levantamento, tomou-se como base de dados nacional o Banco de Teses⁶ da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A referida Coordenação é responsável pela autorização e avaliação dos programas de pós-graduação no País e, dentre suas atribuições, está a catalogação das dissertações e teses produzidas. Portanto, o Banco de Teses da CAPES congrega trabalhos, resultados de pesquisas de mestrados acadêmicos e profissionais, bem como teses de doutorado de Instituições de Educação Superior (IES) de todas as regiões do Brasil, nas diversas áreas. Para esta pesquisa, interessa aqueles desenvolvidos, prioritariamente, em Programa de Pós-Graduação em Educação e Educação Matemática.

Para identificar os trabalhos sobre Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas, procedeu-se à pesquisa pela expressão “Teoria dos Campos Conceituais”. Utilizaram-se as aspas para garantir a busca exata da expressão e, então, identificar os demais temas correlatos a esta Tese. Desta feita, a referida biblioteca virtual encontrou quarenta

⁶ Acessível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/>. Último acesso em 01/06/2014.

registros, entre dissertações e teses. A partir desse montante, os resumos foram lidos, buscando-se identificar aqueles trabalhos que se aproximassem dos objetivos desse estudo.

Foram encontrados trabalhos que exploraram a Teoria dos Campos Conceituais desde os anos iniciais do Ensino Fundamental à Educação Superior. Destaque ainda para a existência de produções que tratavam da referida Teoria para o ensino de Ciências – Física e Química –, além da Matemática. Assim, como recorte, foram consideradas apenas as pesquisas realizadas na Educação Básica e para o ensino de conteúdos ligados, de alguma forma, às estruturas multiplicativas. Convém registrar que a expressão “Estruturas Multiplicativas” também foi pesquisada no Banco de Teses da CAPES, contudo, apenas dois registros foram encontrados e que já haviam sido contemplados na primeira busca.

Com o critério de corte, os trabalhos foram reduzidos na metade. Considerando que um dos temas desta pesquisa é a formação docente, procedeu-se a mais um critério de eliminação, a fim de aproximar-se aos temas de interesse. Assim, apenas as pesquisas de Mestrado e Doutorado que envolviam professores foram consideradas. Após esse critério, reduziu-se o montante a nove trabalhos, dos quais dois eram Teses de Doutorado e sete Dissertações de Mestrados Acadêmicos ou Profissionais. A significativa diminuição do montante de trabalhos de pós-graduação com estruturas multiplicativas evidencia relevância e necessidade de mais pesquisas com os professores, como propõe esta Tese. Além disso, nenhuma delas explorou o potencial de tecnologias digitais.

As pesquisas encontradas foram desenvolvidas nas seguintes IES: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN), Universidade de Brasília (UNB), Universidade Federal da Paraíba (UFPB) e Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Todos os trabalhos foram defendidos entre 2011 e 2012. Com a intenção de buscar trabalhos mais atuais e de outras IES possivelmente não contemplados, procedeu-se a uma nova busca no banco de teses da CAPES em fevereiro de 2016. Contudo, nenhum trabalho diferente dos identificados anteriormente foram mostrados. Ao que tudo indica, a referida base apresenta Teses e Dissertações defendidas até o ano de 2012, o que compromete a atualização do estado da arte para pesquisas no Brasil.

Nas duas dissertações do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE, as estruturas multiplicativas são convocadas a partir dos problemas de combinatória e probabilidade. Em sua pesquisa, Rocha (2011) trabalhou com professores dos

ensinos Fundamental, anos iniciais e finais, e Médio, acerca dos conceitos de Combinatória e seu ensino. Dentre os resultados estavam as dificuldades que os professores, independente da formação inicial, apresentaram na identificação de situações nas quais o invariante do conceito de ordenação implica ou não em possibilidades distintas. Isso indica que os professores possuem lacunas acerca dos conhecimentos didáticos e de conteúdo da Matemática, sobretudo naqueles que dizem respeito ao campo multiplicativo.

Na pesquisa de Santana (2011), a mestra analisou as concepções e conhecimentos probabilísticos de professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. A investigação apontou que os professores pouco exploravam os conceitos de probabilidade com seus alunos, por não estudarem em suas formações iniciais e, em vista disso, possuírem dificuldades na compreensão. A autora finaliza realçando a necessidade de que os cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática instrumentalizem os docentes com tais conceitos. Ambas as pesquisas da UFPE destacam a demanda por formação docente em que os conceitos ligados às estruturas multiplicativas sejam melhor desenvolvidos.

Na dissertação de Benedito (2012), a Mestra em Educação pela UFPB analisou estratégias de resolução de problemas de estruturas multiplicativas utilizadas por alunos de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Apesar de tratar de alunos, a análise considerou a concepção e estratégias utilizadas e apresentadas pelos professores. Ao trabalhar conceitos de multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória, a autora identificou a ênfase no treino do algoritmo como estratégia de resolução mais incentivada pelos docentes. Essa concepção é limitada do ponto de vista da TCC, que demanda exploração de diferentes situações, invariantes e representações para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Importa para esse trabalho adotar estratégias que identifiquem as concepções dos professores antes, durante e após a formação colaborativa, sobretudo no que diz respeito aos elementos constituintes de um conceito.

No trabalho de Rodrigues (2011), a pesquisa participante realizada objetivou examinar a construção de conceitos ligados a grandezas e medidas, tais como comprimento, massa e capacidade, em turmas de 4º ano do Ensino Fundamental. Nessa pesquisa de Mestrado em Educação pela UNB, a autora desenvolveu com professores novas estratégias pedagógicas e didáticas para o ensino daqueles conceitos. Apontou ainda a promoção de formação continuada e em serviço com os professores que ensinam Matemática. A perspectiva de investigação participante, alinhada à formação e desenvolvimento profissional docente,

aproxima-se das intenções desta Tese. É suficiente lembrar que se pretende desenvolver uma formação entre pesquisador e professores, com a finalidade de repensar estratégias de ensino a favor do desenvolvimento do campo conceitual multiplicativo pelos alunos, a partir de uma pesquisa colaborativa, que prevê a participação deste investigador.

Da UNIBAN foram analisadas duas dissertações de Mestrado Acadêmico em Educação. O trabalho de Oliveira Filho (2011) explorou as concepções de professores de 6^o e 7^o anos do Ensino Fundamental sobre números racionais, representados por frações. Baseado na proposta de reflexão docente, o autor identificou que os professores exploravam, basicamente, uma situação e invariante desse tipo de número que é a representação parte-todo. Quando tratam de operações de multiplicação e divisão com esses números, os docentes apresentavam e explicitavam apenas a utilização do algoritmo como forma de resolução. A proposta reflexiva sobre práticas e conceitos matemáticos é uma componente interessante a ser desenvolvida numa formação colaborativa entre professores. Nesta pesquisa, essa proposta será explorada para a interação entre docentes, mediada pelas tecnologias digitais.

Alencar (2012) analisou o conhecimento de cinco professores, cujos alunos do 5^o ano destacaram-se no Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP). A Mestra em Educação Matemática identificou que, apesar de os professores trabalharem bastante de forma coletiva, não o fazem com frequência, para os processos de ensino e aprendizagem matemática. A autora acentua a necessidade de se rediscutirem o tratamento dado ao campo conceitual das estruturas multiplicativas nos cursos de formação docente inicial e continuada. Para esta Tese, esse trabalho contribui para pensar a estrutura da formação colaborativa a ser desenvolvida, tomando, além de elementos da pesquisa colaborativa, o trabalho coletivo, viável, entre professores.

A PUC/SP foi a IES que mais apresentou trabalhos, após os critérios de seleção. Além das duas únicas teses encontradas, há uma Dissertação do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Nessa pesquisa, realizada por Costa (2011), foram analisadas as concepções de professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre os tipos de fração. O autor identificou concepções restritas dos professores sobre o número fracionário, voltadas apenas para o tipo parte-todo e operador multiplicativo, além do tratamento exclusivo com algoritmo. Como consideração, destacou a necessidade de os professores conhecerem os invariantes ligados àquele conceito de número. A exploração dos

invariantes e sua validade conforme o campo conceitual é um tema que deve ser explorado com os professores na formação colaborativa a ser desenvolvida nessa pesquisa.

Os dois últimos trabalhos apresentados nessa revisão – as teses de doutorado – são as que mais se aproximam da proposta de pesquisa que se pretende desenvolver. Ambas as pesquisas de Doutorado realizadas na PUC/SP tratam de uma formação colaborativa de professores que ensinam Matemática. Santos (2012) averiguou contribuições de uma formação colaborativa de professoras polivalentes sobre o campo conceitual multiplicativo. Esse trabalho apresentou uma proposta formativa baseada na ação-reflexão-planejamento-ação. O autor frisa que essa formação com etapas da formação e trabalho docente em espiral, proporcionou ganhos para além do desenvolvimento dos conceitos, mas também pela promoção de reflexão compartilhada entre os professores participantes.

Merlini (2012), por sua vez, propôs um processo formativo, com dimensões colaborativas, no que tange à reflexão na e sobre a prática de uma professora que ensina Matemática. Os conceitos explorados também tangenciaram o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Apesar de acompanhar mais diretamente uma professora, a proposta de formação-pesquisa da autora contemplou outras professoras da escola. Nos momentos colaborativos, as professoras desenvolveram situações acerca do campo conceitual multiplicativo para aplicarem em suas aulas. A pesquisadora concluiu ressaltando a expansão dos conhecimentos da professora, apesar do tempo reduzido do processo formativo. De ambas as teses apresentadas, tomar-se-á como referência as etapas e processo formativo em colaboração e reflexivo. O componente virtual pode contribuir para uma maior carga horária formativa que, efetivamente, tenha potencial para ser contínua.

Vale destacar que os dois primeiros e os três últimos trabalhos foram orientados ou realizados por outros participantes do Projeto OBEDUC/E-Mult. As trocas entre saberes e conhecimentos de cada grupo contribuem para esta pesquisa de Doutorado. Isso é o que propõe o Programa OBEDUC, que é constituição de redes de pesquisa colaborativas para favorecer o desenvolvimento de estudos na área de Educação no Brasil.

Dentre os nove trabalhos não foram encontradas pesquisas que explorassem as tecnologias digitais em favor do trabalho docente. Mesmo considerando os vinte registros, as pesquisas que trataram de tais recursos para o ensino de Estruturas Multiplicativas na Educação Básica foram três, e focavam a tecnologia digital a serviço do aluno. Silva (2012)

trabalhou com o ensino de funções exponenciais e logarítmicas com alunos da Educação Básica com suporte de computadores. Martins (2012) fez uso da robótica *Lego-Logo* no desenvolvimento de conceitos matemáticos com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. O trabalho de Pedroso (2012) explorou o *software* educativo livre *GeoGebra* para o ensino de Trigonometria no Ensino Médio.

Apenas considerando os quarenta registros iniciais sobre pesquisas com suporte da Teoria dos Campos Conceituais é que se encontra uma Dissertação. Em seu trabalho, Castro (2011) elaborou um hiperdocumento sobre Mecânica para professores e graduandos em Engenharia. A referida pesquisa, portanto, enfocou conceitos da Física, na Educação Superior, que não são contemplados nesta Tese.

Esse levantamento confere relevância e inovação a esta pesquisa de doutoramento. A formação colaborativa de professores que ensinam Matemática sobre os conceitos que envolvem as estruturas multiplicativas, apoiada na perspectiva da aprendizagem colaborativa com suporte de tecnologias digitais, ainda não foi desenvolvida, de acordo com a busca procedido ao banco de teses da CAPES.

No capítulo a seguir, será dedicado à exploração das possibilidades das tecnologias digitais para o ensino e a aprendizagem da Matemática, seja para a formação docente, seja para o uso em atividades em sala de aula. Essas propostas embasarão a utilização desses recursos no desenvolvimento da pesquisa.

3 APRENDIZAGEM COLABORATIVA DE PROFESSORES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA APOIADA EM TECNOLOGIAS DIGITAIS

“Eu posso contribuir realmente com a experiência, posso contribuir com situações que me forem pedidas e forem coisas que eu possa realmente realizar com os meninos em sala...”

(PCS)

Nos últimos trinta anos, o poder público brasileiro tem envidado esforços no sentido de informatizar as escolas brasileiras. Entretanto, a apropriação e integração das tecnologias digitais na prática docente, independente da área de conhecimento, não pode estar apoiada somente na disponibilidade de equipamentos. É preciso que os professores tenham propriedade dos recursos, conhecendo as possibilidades que podem se servir.

Há uma década, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 46) já faziam um alerta quanto ao uso das tecnologias digitais na Educação, em especial, para o ensino de Matemática, acentuando a necessidade de professores aptos para utilizar tais recursos. Assim, naquela época, os pesquisadores afirmavam que:

Parece haver uma crença, entre alguns responsáveis pelas políticas educacionais, de que as novas tecnologias são uma panaceia para solucionar os males da educação atual. Essa é uma razão pela qual a comunidade de EM [Educação Matemática] deve investigar seriamente a implementação e utilização das TICs [Tecnologias de Informação e Comunicação], pois, se, de um lado, pode ser considerado relativamente simples equipar as escolas com essas tecnologias, de outro, isso exige profissionais que saibam utilizá-las com eficácia na prática escolar.

Se de um lado o poder público começava a disponibilizar tecnologias digitais para as escolas, de outro os professores demonstravam interesse em utilizá-las com propósito pedagógico (PAIS, 2002). Contudo, as experiências formativas ainda hoje são restritas, tanto em cursos de formação docente inicial, quanto continuada (MAIA, BARRETO, 2012). De modo geral, os professores ainda dispõem de poucos espaços formativos em que as tecnologias digitais sejam o fim, do ponto de vista de serem recursos didáticos, ou mesmo o meio, considerando-as como ferramentas que suportem experiências de aprendizagem.

Atualmente, as tecnologias digitais estão chegando às escolas não exclusivamente por meio do poder público, em projetos como o PROUCA ou *Tablet* Educacional, citados na introdução deste trabalho, inclusive na proposta de um dispositivo por usuário (1:1). As tecnologias digitais estão adentrando as escolas pelos seus atores – professores e alunos – em uma relação cada vez mais pessoal e ubíqua. A proposta do *BYOD* (*bring your own device* – traga seu próprio dispositivo) parece se disseminar à revelia de qualquer orientação pedagógica. Trata-se dos *smartphones*, dispositivos computacionais móveis, que estão ressignificando o conceito do uso da tecnologia em diversos setores, e na escola não pode ser diferente.

Convém destacar, inclusive, a evolução das tecnologias digitais e equipamentos móveis para o modelo 1:1, percebida no período de produção desta Tese. Em menos de quatro anos, quando iniciado este trabalho, as discussões concentravam-se nos dispositivos disponibilizados pelos referidos programas públicos de inclusão digital escolar. Nos dias atuais, considerando essa realidade, autores como Borba e Lacerda (2015) já falam no uso de celulares nas salas de aula, em especial, no ensino e na aprendizagem de Matemática.

De todo modo, o simples uso, ou presença, desses recursos, *per si*, em práticas de ensino e aprendizagem não garante mudanças no cenário educativo. O professor deve pensar em como ir além da apropriação do manuseio do recurso. Deve refletir sobre como incorporá-lo a sua prática docente e desenvolvimento profissional, tornando-o um instrumento de trabalho (CASTRO-FILHO, 2007). Por isso, importa conhecer como os professores têm aproveitado pedagogicamente as tecnologias digitais que dispõem, no planejamento e execução de suas aulas, bem como em seu desenvolvimento profissional docente. Sobre essa proposta de ampliação de percepção das tecnologias digitais pelos professores que ensinam Matemática é que se desenvolve esse capítulo.

3.1 Tecnologias digitais a favor do desenvolvimento profissional docente

Diversas ferramentas foram integradas à Matemática ao longo da história da humanidade, seja para o seu desenvolvimento ou mesmo seu ensino. Como apontam Castro-Filho *et al* (2016, p. 14) “[...] um conceito matemático pode influenciar o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas, mas posteriormente pode ser influenciado por essa mesma tecnologia”. Com base nisso, é possível propor uma articulação entre as tecnologias digitais e

a formação docente para influenciar no desenvolvimento de conceitos e práticas inerentes ao ensino e à aprendizagem.

Refletir sobre a forma como os professores percebem esses novos recursos no exercício da docência é interessante para que eles estabeleçam relações entre o conhecimento e a tecnologia utilizada. É imprescindível, por exemplo, que os professores tenham ciência da característica única das tecnologias digitais, em relação às outras tecnologias disponíveis nas escolas – o aspecto multimidiático –, para pensar de que maneira isso pode estar a serviço de sua prática. Ainda na atualidade cabe o alerta de Kenski (2003, p. 77 – *grifos* no original) de que:

[...] é necessário, *sobretudo*, que os professores se sintam confortáveis para utilizar esses novos auxiliares didáticos. Estar confortável significa conhecê-los, dominar os principais procedimentos técnicos para sua utilização, avaliá-los criticamente e criar novas possibilidades pedagógicas, partindo da integração desses meios com o processo de ensino.

Especificamente para a Educação Matemática, são inúmeros os recursos didáticos digitais disponíveis que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, e que os professores precisam conhecê-los. Alguns desses recursos promovem o desenvolvimento da autonomia dos usuários, uma vez que instigam os sujeitos a pensar, refletir e criar soluções para os problemas apresentados ou demandados. O uso de *softwares* educativos, objetos de aprendizagem (OA), ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) e ferramentas colaborativas da internet, quando bem integrados ao currículo, constituem-se como instrumentos e espaços favoráveis para o desenvolvimento de competências matemáticas, tanto para alunos, quanto para professores.

Tais recursos podem contribuir para o desencadeamento de ações pelo fato de simularem situações reais do cotidiano, que por vezes não são simples de serem criadas no ambiente escolar. Ao desenvolver essas ações os indivíduos estão descobrindo as propriedades lógicas presentes nas situações propostas. Nessa perspectiva, as tecnologias digitais apresentam-se como uma ferramenta intelectual que oportuniza o acesso às situações matemáticas por diferentes representações e contribuem para o desenvolvimento de conceitos.

Evidentemente, convém destacar que apenas o acesso e uso de recursos didáticos digitais não são suficientes para mudanças e ganhos para a aprendizagem. Além da característica do recurso digital, do ponto de vista epistemológico em que ele foi

desenvolvido, a presença do agente com mais expertise no assunto para propor as situações e mediar conflitos é fundamental nesse processo (VYGOTSKY, 2003). Cabe ao professor planejar e executar essas experiências conforme pressupostos teóricos da didática, da aprendizagem e dos conteúdos explorados, neste caso, da Matemática.

Com a popularização da internet e a constituição do ciberespaço, a perspectiva da *CSCL* tem se mostrado com destaque (STAHL; KOSCHAMANN; SUTHERS, 2006). Nesta abordagem, as tecnologias digitais podem servir desde fonte de informação, seja pela consulta a sites ou contato com pessoas mais experientes em determinado assunto, seja na prática pedagógica com testagem de ideias em recursos educativos digitais. Assim, a aprendizagem colaborativa com suporte computacional pode ocorrer por meio de redes de relacionamento, AVA ou ferramentas de comunicação instantânea, que tragam elementos teóricos dos conceitos matemáticos e metodológicos ou com recursos que instiguem à discussão e socialização de ideias, mediadas ou não pela rede. Convém salientar que essa abordagem do uso de tecnologias digitais deve estar a serviço tanto de alunos, quanto de professores.

A exploração de ferramentas da *web 2.0* tem contribuído para o desenvolvimento de atividades em que os sujeitos constroem conceitos, resolvem problemas e socializam soluções de forma conjunta. Dessa maneira, tais ferramentas têm desvelado a criação de ambientes colaborativos de aprendizagem, significativos para a constituição de práticas colaborativas. Como permitem a publicação em diversas mídias, esses recursos ampliam as possibilidades de representação, compartilhamento e produção colaborativa de conhecimento.

É relevante destacar que, ainda no final do milênio passado, Baranauskas *et al* (1999) já vislumbravam vantagens e possibilidades pedagógicas com a constituição do que chamaram de Ambientes Socialmente Distribuídos. Além dos usos de recursos educativos digitais baseados em abordagens instrucionistas e construcionistas (PAPERT, 2008), os autores apresentavam as primeiras experiências pedagógicas colaborativas, mediadas pelas tecnologias digitais.

Destaque-se que, naquela época, a internet estava surgindo e começando a se popularizar e, por isso, ainda eram poucas as experiências pedagógicas de aprendizagem colaborativa, bem como os recursos disponíveis para tal finalidade. Na atualidade, depois de vinte anos da popularização da internet, apesar da presença cada vez maior das tecnologias digitais na escola e a difusão de ferramentas colaborativas via *web*, ainda são poucas as

iniciativas que oportunizem experiências de aprendizagem, efetivamente, pautadas na colaboração entre pessoas com apoio de tecnologias digitais. Assim, abre-se margem para afirmar que a dificuldade nos dias atuais é muito mais pedagógica do que tecnológica.

Dentre os dispositivos computacionais que mais se popularizaram nos últimos anos estão aquelas consideradas tecnologias móveis, como os *notebooks*, *tablets* e, principalmente, os *smartphones*, como anteriormente comentado. Convém ressaltar que a mobilidade a que se referem essas tecnologias digitais não se restringe apenas ao aspecto da portabilidade dos equipamentos, mas, sobretudo, às transformações temporais e transposição de fronteiras. A mobilidade e a conectividade proporcionada por tecnologias móveis podem possibilitar experiências pedagógicas relacionadas com novas formas de comunicar, registrar e representar o pensamento. Isso é possível devido ao caráter multimidiático destas tecnologias. Mobilidade, uso intensivo e conectividade imersiva requerem transformações nos processos de ensino e de aprendizagem e na organização de tempos e espaços (CASTRO-FILHO *et al*, 2016). A conectividade imersiva dessas ferramentas amplia e desvela novos espaços e condições de trocas dentro e fora da escola.

Com a inauguração do modelo *1:1* no Brasil, no final dos anos 2000, são depositadas expectativas que essas experiências de aprendizagem colaborativa com tecnologias móveis, sobretudo em rede, fossem ampliadas. No caso dos *laptops* educacionais do PROUCA, um dos potenciais desses equipamentos era a possibilidade de utilizá-los como ferramentas que favorecessem a interação entre professores e alunos, alunos e alunos, professores e professores e de todos com o mundo. Como frisava o documento que continha os princípios orientadores para o uso do *laptop* na educação escolar (BRASIL, 2007, p. 10), um dos objetivos desse equipamento nas escolas é o de possibilitar “[...] aprender pela interação em redes sociais e desenvolver novas competências e habilidades exigidas pela sociedade atual, descortinando novos e promissores horizontes nas escolas”.

Alguns estudos com o uso do *laptop* do Projeto Um computador por Aluno (UCA) como suporte para experiências de aprendizagem colaborativa foram publicados. No campo da Matemática, Maia, Carvalho e Castro-Filho (2013) apresentam experiência de aprendizagem colaborativa com suporte computacional, prescindindo da rede, a partir de discussões entre professores e alunos depois da exploração de conceitos de função em um OA. Silva, Barbosa e Castro-Filho (2015) relatam sobre a utilização de ambientes virtuais e ferramentas colaborativas para o desenvolvimento de um conto de ficção científica,

destacando desenvolvimento de ações colaborativas entre alunos e professores. Nascimento e Castro-Filho (2015) apresentam contribuições do *Google Maps* como recurso educativo digital em que alunos e professores investigaram sobre espécies de plantas da região da escola e registraram em um mapa colaborativo com uso de diferentes mídias. Essas experiências exemplificam um pouco da proposta do Projeto e o potencial desses equipamentos para a mudança das práticas de ensino e aprendizagem na sala de aula.

Tais experiências podem ser discutidas e fazer parte da formação docente. Além de conhecer como usar esses recursos para o exercício da docência, os professores podem ter experiências de aprendizagem apoiadas por tecnologias digitais. Isso pode ser vislumbrado para a formação matemática de professores que ensinam Matemática. Assim, as tecnologias digitais podem contribuir para que discentes e docentes superem obstáculos nos processos de ensino e de aprendizagem inerentes à disciplina. Essa posição também é reforçada por Ponte (1997, p. 33) ao defender que as tecnologias digitais “[...] podem ser simultaneamente uma ferramenta de trabalho e uma fonte de ideias e de inspiração”. Como já salientado, esses elementos podem ser desenvolvidos a partir de uma rede colaborativa de aprendizagem entre um grupo de professores no sentido de minimizar as lacunas formativas acerca do ensino e aprendizagem matemática.

Dez anos atrás, ao discutir a implantação de laboratórios de ensino de Matemática mediados pelas tecnologias digitais, Miskulin (2006) já pontuava que tais ambientes pressupunham o desenvolvimento de conhecimentos inerentes a uma nova cultura profissional. Partindo-se desse pressuposto, pode-se dizer que, de igual maneira, a presença das tecnologias digitais móveis, como os *laptops*, *tablets* e *smartphones*, devem influenciar na forma como os professores que ensinam Matemática constroem e reconstróem os conceitos intrínsecos a sua prática docente. Tais dispositivos, agora móveis, podem acompanhar o professor, inclusive, fora da escola, podendo ensejar mudanças em sua cultura. A massificação de *smartphones* e seus aplicativos (*apps*) para as mais diversas finalidades podem oportunizar e ampliar a criação de processos de ensino e aprendizagem colaborativos.

Como fatores preponderantes para o desenvolvimento dessa nova cultura de uso das tecnologias digitais estão: *I)* a maneira como os professores têm feito uso dos equipamentos que dispõem, em especial os móveis, para aprender sobre a docência em Matemática; e *II)* as reais condições de trabalho e de formação desse grupo de professores para a criação de ambientes de aprendizagem colaborativa. Além da disponibilidade e

propriedade sobre as ferramentas, os professores precisam de condições favoráveis para o desenvolvimento de ações reflexivas em conjunto sobre suas práticas.

Com base nesses argumentos, as tecnologias digitais podem se constituir em ferramentas favoráveis a práticas colaborativas de professores, desde que estes estejam aptos a viver essa possibilidade. Vislumbra-se nestas novas tecnologias que os professores dispõem de ferramentas profícuas para o seu desenvolvimento profissional, a partir da reflexão de sua prática, fundamentada em elementos teóricos, compartilhada com seus pares a partir do meio virtual. Em favor disso, deve-se oportunizar a socialização de conhecimentos e experiências entre os participantes numa relação sem hierarquias, mas com responsabilidades partilhadas. Essa proposta é desenvolvida a seguir.

3.2 Aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais

Ao longo de sua história o homem aprendeu com auxílio de seus pares. Saberes foram passados e construídos e reconstruídos ao longo de gerações e, destacadamente, com auxílio de tecnologias. As histórias, por muito tempo transmitidas em linguagem oral e/ou registradas em gravuras, passaram a compor livros a partir da linguagem textual. Todos são tecnologias que ajudaram na aprendizagem e desenvolvimento humanos e, por consequência, permitiram a ampliação de outros saberes. Aprender com os outros é, portanto, uma atividade bastante comum ao ser humano. Esta influência de um sujeito na promoção de ganhos cognitivos a si próprio e a outros é substancial na aprendizagem colaborativa (TORRES; IRALA, 2007).

Dillenbourg (1999) pontua que a aprendizagem colaborativa é caracterizada por uma situação em que duas ou mais pessoas aprendem ou se propõem a aprender juntas. Experiências de aprendizagem colaborativa abrangem tanto situações formais de ensino e aprendizagem, quanto informais, em que os sujeitos têm interesses mútuos em adquirir conhecimentos para alguma finalidade. Em contextos formais há um contrato didático em que os pares assumem papéis, embora não fechados, que garantam a aprendizagem colaborativa (DILLENBOURG, 1999). Dentre os combinados está a interação, fundamental para esse processo de aprendizagem de um sujeito com outro (ou outros), que pode ocorrer de diferentes formas desde a contatos face a face ou mediada por meios de comunicação, de forma síncrona ou não.

No processo de aprendizagem colaborativa, o produto intelectual produzido pela experiência compartilhada é fruto de uma ação e interação mútua entre os envolvidos. Cada indivíduo possui um aporte de saberes e entendimento da realidade analisada que compartilha com outros para a geração de novos conhecimentos. É possível dizer que na aprendizagem colaborativa parte-se da premissa freiriana de que todos sempre têm algo para aprender e para ensinar (FREIRE, 1989). A proposta de trabalho é baseada no que cada indivíduo possui e pode contribuir com o grupo. Contudo, vale a ressalva de Torres e Irala (2007) de que, na aprendizagem colaborativa, não é suficiente a junção de ações individuais para a realização de atividades, é preciso a conjugação de mentes para atingir o objetivo coletivo.

As trocas entre os pares são mediadas pela linguagem e pelo meio cultural dos envolvidos nas situações de aprendizagem baseadas na colaboração. Nessa perspectiva, as interações entre sujeitos possuem um valor fundamental para a promoção do desenvolvimento cognitivo. Um sujeito com mais expertise, ao colaborar com o colega, aprimora suas capacidades cognitivas ao mesmo tempo em que oportuniza ao outro aprender e poder realizar dadas atividades sozinho (VYGOTSKY, 2003).

Portanto, decorre desse conceito o entendimento de que a interação, mediada pela cultura, do aprendiz com companheiros mais capazes pode levar o indivíduo a usar técnicas e conceitos aprendidos durante o esforço colaborativo com esses companheiros em problemas similares, quando esse aprendiz for resolvê-los independentemente. O conhecimento está vinculado ao contexto sociocultural dos aprendizes, uma situação social definida, em que o que os indivíduos realizaram são igualmente importantes ao como eles o realizaram (TORRES; IRALA, 2007, p. 82).

Embora possa existir um indivíduo com mais expertise – no contexto escolar esse papel, geralmente, é exercido pelo professor –, isso não implica em uma hierarquia rígida. Não se trata de um comandante do processo, mas um mediador para que os objetivos sejam atendidos. Dillenbourg (1999) acentua que se trata de uma divisão horizontal de trabalho em que os papéis de gerência não são fixos, podendo mudar de acordo com cada atividade e demanda da coletividade. De acordo com Damiani (2008, p. 215), os participantes de um grupo colaborativo “[...] se apoiam, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo, estabelecendo relações que tendem à não-hierarquização, liderança compartilhada, confiança mútua e corresponsabilidade pela condução das ações”.

Pode-se, por conseguinte, afirmar que uma aprendizagem é colaborativa quando os sujeitos sentem-se motivados para construir conhecimento juntos. A ideia de coletividade é bastante evidente, pois um indivíduo ajuda o outro para que alcance um objetivo que é comum a todos os envolvidos no processo de aprendizagem. Nas palavras de Stahl, Koschman e Suthers (2006, p. 3), na colaboração: “[...] os participantes não se isolam para realizar atividades individualmente, mas mantêm-se engajados em uma tarefa compartilhada que é construída e mantida pelo e para o grupo”.

Torres e Irala (2007) destacam ainda quanto à necessidade de que a experiência colaborativa seja baseada em atividades autênticas. De acordo com os autores, essa perspectiva contribui para que os envolvidos identifiquem-se mais com a situação e tragam seus esquemas de pensamento e propostas de resolução próprias. Assim, cada participante tem seu modo singular de analisar o problema e sentir-se motivado para compartilhar saberes, argumentos, pontos de vista e produzir novos conhecimentos em grupo. Para os participantes da prática colaborativa, isso se mostra salutar para o desenvolvimento de habilidades metacognitivas e de autonomia na sua aprendizagem.

Ademais, uma cultura criativa e colaborativa precisa ser desenvolvida e resgatada na escola e na sociedade onde, atualmente, se estimula o individualismo (PRETTO; BONILLA, 2014). Resgatar o potencial da inteligência coletiva (LEVY, 1999), em especial no atual contexto sociotecnológico, contribuirá para ampliação dos processos de ensino e aprendizagem. Fomentar experiência de aprendizagem colaborativa, seja na formação ou na prática docente, é também subsidiar o desenvolvimento profissional dos professores.

O produto de uma aprendizagem colaborativa pode ser, e neste caso trata-se disso, uma nova concepção ou mudança de comportamento que norteará tomadas de decisão. Tomando como exemplo o professor que ensina Matemática, a aprendizagem colaborativa pode desencadear mudança de sua prática pedagógica, tanto na compreensão de conceitos matemáticos, quanto no tratamento e à percepção que dá aos esquemas de ação de seus alunos.

Como salientam Torres e Irala (2007), a aprendizagem colaborativa encontra base em um conjunto de tendências e teorias pedagógicas, dentre as quais se destacam a Epistemologia Genética, de Piaget, e a Teoria Sociocultural, de Vygotsky. Embora o primeiro não dê significativa importância ao aspecto social quanto o segundo, Piaget (1973) também

coloca como fator relevante no desenvolvimento cognitivo dos indivíduos. É suficiente perceber que, sem o contexto social, uma criança não conseguiria compreender conceitos da ciência ou mesmo condutas sociais. Por outro lado, para Vygotsky (2003), a aprendizagem ocorre do coletivo para o individual. Nessa perspectiva, o conhecimento é fruto das interações do aprendiz com seus pares, mediadas por instrumentos de linguagem.

De acordo com Torres e Irala (2007, p. 83):

As teorias cognitivas de Piaget e Vygotsky trouxeram uma nova compreensão do processo de construção dos conhecimentos, na interação entre o sujeito e o objeto de aprendizagem. A aprendizagem colaborativa, por suas características próprias, representa um desdobramento teórico e metodológico dessas pedagogias e teorias, propiciando uma forma de ensinar e aprender que supera o paradigma tradicional de ensino. Devido às grandes revoluções nas áreas científica e tecnológica do mundo atual, ela apresenta-se como uma abordagem diferenciada para que os aprendizes do mundo atual possam ter condições de manusear a avalanche de informações às quais eles estão expostos, interpretando-as e transformando-as em conhecimentos socialmente relevantes.

Como salientado, a aprendizagem colaborativa ocorre nas experiências em que os sujeitos integram uma atividade conjunta, visando a um projeto coletivo, que é a aprendizagem – produto de trocas de ideias, discussões, compartilhamento de informação, construção social dos conceitos. Portanto, a concepção de aprendizagem colaborativa fundamentada na teoria cognitiva sociocultural de Vygotsky (2003), possibilita aos sujeitos propor e discutir conceitos e organizar ideias ao longo do processo pedagógico. Dessa maneira, é possível dizer que os participantes do processo ensinam e aprendem mutuamente a partir de um processo intersíquico para intrapsíquico, que é a introjeção individual.

Com isso, não se pode dizer que na aprendizagem colaborativa processos cognitivos individuais são descartados ou ignorados. Estes vêm à tona na experiência de aprendizagem em grupo e são ampliados com outras atividades cognitivas desveladas pela colaboração. A este respeito Dillenbourg (1999, p. 5 – tradução livre) esclarece que:

Sistemas cognitivos individuais não aprendem porque são individuais, mas porque executam algumas atividades (leitura, construção, predição *etc*) que acionam alguns mecanismos de aprendizagem (indução, dedução, compilação *etc*). Da mesma forma, os pares não aprendem porque são dois, mas porque executam algumas atividades que desencadeiam mecanismos de aprendizagem específicas. Isso inclui as atividades/mecanismos realizadas individualmente, uma vez que a cognição do indivíduo não é suprimida na interação entre pares. Mas, além disso, a interação entre os indivíduos gera

atividades extras (explicação, a discordância, a regulação mútua *etc*) que desencadeiam mecanismos cognitivos extras (elicitación de conhecimento, internalização, redução de carga cognitiva *etc*).

É a respeito dessas variáveis que importa desenvolver e explorar com a aprendizagem colaborativa. As atividades extras, como explicação, discordância, negociação, características da interação com outras pessoas, desenvolvem mecanismos cognitivos específicos que contribuem para a formação de conceitos de um indivíduo. Ao defender seu ponto de vista para o outro, o indivíduo convoca uma série de conhecimentos prévios ou mesmo elaborados na experiência colaborativa. Embora não sejam atitudes exclusivas da aprendizagem colaborativa, neste contexto, elas são mais favoráveis para acontecer. Torres e Irala (2007, p. 70) pontuam que, dessa maneira, a aprendizagem é “[...] efeito colateral de uma interação entre pares que trabalham em sistema de interdependência na resolução de problemas ou na realização de uma tarefa proposta pelo professor”.

A percepção da aprendizagem colaborativa, seja mediada ou não por tecnologias digitais, não ocorre de forma simples. Isso porque o produto é resultado das interações do coletivo. Assim, é difícil mensurar a aprendizagem específica de um indivíduo, sem considerar a contribuição dos pares (STAHL; KOSCHMAN; SUTHERS, 2006). O fato é que a interação é fundamental para que as aprendizagens aconteçam.

Powell, Sales e Bairral (2012) propõem uma metodologia de análise das interações geradas numa experiência de aprendizagem colaborativa matemática com apoio de tecnologias digitais. Baseado nisso, as interações podem ser classificadas em quatro propriedades, quais sejam: avaliativa, informativa, interpretativa e negociativa.

Avaliativa: o interlocutor se mantém avaliador e não participativo. Suas afirmações são apresentadas de forma crítica, sem qualquer intervenção. São feitos julgamentos pontuais, como certo ou errado.

Informativa: o interlocutor solicita ou menciona alguma informação para satisfazer ou gerar uma pergunta ou curiosidade, mas sem evidência alguma em seu julgamento.

Interpretativa: o interlocutor se posiciona de maneira a entender e interpretar o que seu parceiro está querendo dizer ou pensando. É como se o interlocutor refletisse em voz alta, para descobrir o seu próprio pensamento.

Negociativa: o interlocutor e seu parceiro interagem mutuamente, com uma sequência de questionamentos, participando juntos na busca de uma solução. Cada sujeito participa na formação e na transformação da experiência, mediante questionamentos contínuos das ideias que constituem sua percepção e suas ações (BAIRRAL, POWELL, 2013, p. 65).

As quatro propriedades da interlocução não são hierárquicas, ou seja, nenhuma tem um valor maior de importância do que outra no processo de aprendizagem colaborativa. Cada uma delas pode surgir em qualquer momento da interação, inclusive assumida por diferentes participantes ao longo do processo.

É necessário fazer um paralelo entre as propriedades da interlocução, apresentadas em Bairral e Powell (2013), com as atividades extras acentuadas por Dillenbourg (1999) como características do processo de aprendizagem colaborativa. Desta feita, compreende-se que, ao se posicionar de forma avaliativa, informativa, interpretativa ou negociativa, o indivíduo exercitará com seus pares a explicação, a discordância, a regulação mútua, que desencadeiam estruturas cognitivas extras, úteis à construção de novos conhecimentos. A categorização das interações a partir de tais propriedades contribui para análise do processo de aprendizagem colaborativa de um grupo, neste caso, apoiada por tecnologias digitais.

Baseado nesses pressupostos, é possível dizer que, nesta pesquisa, se a aprendizagem colaborativa procura apreender a produção intelectual do grupo, a Teoria dos Campos Conceituais busca entender como acontece esse processo coletivo e como ele repercute no individual. Importa esclarecer esse ponto, pois alguns leitores podem julgar incongruente o trabalho com dois referenciais da Psicologia Cognitiva distintos e, para alguns, antagônicos. Não se pretende colocar Vygotsky e Piaget em oposição ou complementariedade, mas como suportes oportunos para entender dois processos distintos: a aprendizagem colaborativa sobre a prática de ensino e a aprendizagem da Matemática e a teoria dos campos conceituais para elucidar como esses professores apropriam-se de elementos necessários à sua prática. Assim, é possível dizer que tais campos estão intrinsecamente ligados e, portanto, fundamentais para a compreensão do fenômeno analisado.

Como ressaltado, no que diz respeito à aprendizagem colaborativa, esta pesquisa refere-se àquela que acontece mediada pelas tecnologias digitais. Dillenbourg (1999) salienta que as tecnologias digitais estão se tornando cada vez mais onipresentes, sendo difícil definir a fronteira entre a colaboração com e sem apoio delas. Para Santarosa *et al* (1999), as ferramentas tecnológicas de comunicação utilizadas para apoiar a aprendizagem colaborativa podem desencadear conflitos cognitivos, não por si mesmas, mas por permitirem a interação e interferência de outros aprendizes que promoverão o crescimento cognitivo. De acordo com Lipponen (2002, p. 77 – tradução livre):

[...] a criação de novos ambientes de aprendizagem ou comunidades de aprendizagem, não é apenas uma questão de implementar e colocar em uso uma nova tecnologia, mas em muitos casos, também aplicar simultaneamente novas práticas de aprendizagem e instrução.

Tais recursos propiciam a configuração de um ambiente novo, onde os processos de ensino e de aprendizagem são ressignificados, uma vez que oportuniza a socialização de conhecimentos e experiências entre os participantes numa relação sem hierarquias, mas com responsabilidades partilhadas (FIORENTINI, 2012).

Autores como Stahl, Koschmann e Suthers (2006) têm denominado essa abordagem específica de aprendizagem colaborativa como *Computer-supported collaborative learning* – Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (*CSCL*). Segundo os pesquisadores, trata-se de “[...] um ramo emergente das ciências da aprendizagem que estuda como as pessoas podem aprender em grupo com o auxílio do computador” (IDEM, p. 1). Importa ainda destacar que a compreensão para computador é mais ampla e não restrita ao *personal computer* (PC), como *desktop* ou *laptop*. Principalmente nos dias atuais, o conceito de computador amplia-se aos dispositivos móveis, como *tablets* e *smartphones*, bem como tanto outros equipamentos computacionais desenvolvidos cada vez menores, móveis e ubíquos.

Aspectos como mobilidade, uso intensivo e conectividade imersiva, peculiares das tecnologias digitais móveis, podem ressignificar, inclusive, experiências de *CSCL*, ao reorganizar tempos e espaços para trocas entre sujeitos, garantindo ambientes de aprendizagem ainda mais flexíveis pelo aumento da mobilidade dos aprendizes, da tecnologia e da própria aprendizagem (SHARPLES; TAYLOR; VAVOULA, 2007). Essa é uma das características do que a literatura tem chamado *m-learning* (*mobile learning* – aprendizagem móvel). De igual maneira, a interação que ocorre entre os sujeitos por meio desses dispositivos, podem ser suportadas ou não em redes e ambientes virtuais.

Quando apoiadas na *web*, experiências de aprendizagem colaborativa demandam, além de equipamentos computacionais com conexão à internet, ambientes virtuais onde os sujeitos possam se encontrar, comunicar e partilhar informações e produções. A utilização de ambientes colaborativos de aprendizagem favorece a criação das redes de aprendizagem, assim como ferramentas da *web 2.0* – redes sociais, *blogs* e *wikis*. Além delas, existem ambientes criados especificamente para essa finalidade, como os ambientes virtuais de

aprendizagem *Moodle*, mundialmente conhecido, e o Sistema *On-line* para Criação de Projetos e Comunidades (SÓCRATES), desenvolvido pela UFC.

Como destacam Borba e Lacerda (2015), as tecnologias móveis têm se desenvolvido e influenciado o aumento de acesso à internet cada dia mais por meio de *smartphones*. Com a popularização desses dispositivos móveis, *apps* para conversas instantâneas e redes sociais não podem ser ignorados como potenciais espaços virtuais para interação de pessoas. Essas ferramentas, via de regra, permitem o compartilhamento de diferentes mídias, como texto, imagem, áudio, vídeos e *links*, constituindo-se em ferramentas bastante favoráveis para aprendizagem colaborativa.

Para que se convertam em ambientes colaborativos virtuais de aprendizagem, serviços e aplicativos apoiadas na internet, devem disponibilizar uma série de ferramentas que oportunizem a comunicação e interação entre os participantes, fomentando a construção de novos conhecimentos. Alternando entre síncronas ou assíncronas, ou seja, que permitem ou não comunicação ao mesmo tempo entre os participantes, respectivamente, essas ferramentas possuem características específicas e que podem ser utilizadas com diferentes propostas pedagógicas.

Considerando a aprendizagem colaborativa com apoio de tecnologias digitais, é fundamental que os recursos oportunizem a interação e a divergência de ideias entre os envolvidos no processo que desencadeiem novos conflitos cognitivos (TORRES; IRALA, 2007). Para tanto, a identificação e escolha das ferramentas tecnológicas adequadas para esta finalidade é fundamental para que a aprendizagem colaborativa, fruto das interações, se efetive (SHARPLES; TAYLOR; VAVOULA, 2010). Nesse sentido, os *chats* (bate-papos *on-line*) e conferências (*web* e videoconferências) são exemplos de ferramentas que exploram interações síncronas. Historicamente utilizadas na Educação à Distância, em especial o Ensino *On-line*, essas ferramentas de comunicação oportunizaram a apresentação de assuntos e debates em meio digital.

Na Educação Matemática, Bairral (2004, citado por BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2008), em pesquisa sobre um curso de formação docente para Geometria com suporte de tecnologias digitais, pontua como vantagens do *chat* o fato de oportunizar a reflexão conjunta, a partir do discurso escrito e imediato dos participantes. Por ser baseado em registros impressos e trocas de opiniões acerca do tema debatido, os sujeitos contribuem de

forma mais autêntica e espontânea, a partir dos conhecimentos que possuem. Por outro lado, a desvantagem atribuída aos bate-papos *on-line*, como o *Gtalk*, está na dificuldade de trabalhar com um grupo grande de pessoas, bem como a limitação de mídias por grande parte das ferramentas de *chat* disponíveis. Via de regra, bate-papos *on-line*, em especial os presentes em AVA, permitem apenas o uso de texto e alguns tipos de imagens.

Passados dez anos da experiência relatada, é certo que os *chats* tenham evoluído, permitindo o uso de outras mídias. Muitos, aliás, confundem-se com serviços e ferramentas de *web-conferência* que já utilizavam e compartilhavam imagens e vídeos. Serviços e *software* para conferência *VoIP* (*voice over internet protocol* – voz sobre protocolo de internet), como o *Hangout* do *Google* e *Skype*, oportunizam desde a conversa por meio de texto a chamadas de áudio e vídeo entre pessoas e grupos. De maneira semelhante podem ser colocados os *apps* de mensagens instantâneas, como *Whatsapp* ou *Telegram*, que permitem as mesmas ações por meio de *smartphones*. Em comum esses recursos propiciam, além do diálogo escrito, a oralidade e o compartilhamento de vídeos e imagens que ampliam as possibilidades de representar a informação discutida entre pessoas e enriquecer as interações.

Os editores colaborativos também têm contribuído para o desenvolvimento de experiências de aprendizagem colaborativa. Serviços como *Google Drive*, além de oportunizarem o compartilhamento de mídias na *web*, permitem a produção e edição de conteúdo entre pessoas. O *Google Docs* é um exemplo de um sistema coautorial, pois garante que usuários produzam e formatem documentos de textos compartilhados. Esses recursos, que podem ser usados tanto de forma síncrona ou assíncrona, disponibilizam um *chat*, função de comentários, além da própria edição de textos para interação entre os participantes.

Todas as tecnologias citadas, quando conjugadas e potencializadas pela internet, podem servir como ponto de encontro no ciberespaço para que os professores vivenciem e partilhem experiências formativas. Encontros estes que não podem ser mais restritos aos AVA, sistemas formais concebidos com aquela finalidade. É preciso considerar as diversas redes sociais que, cada vez mais, ganham participantes, incorporam uma diversidade de mídias e ferramentas de comunicação. Grupos criados em espaços como *Facebook* ou *Google Plus* são exemplos de que essas ferramentas podem se constituir como AVA, com experiências de aprendizagem colaborativa, inclusive, integrando outras ferramentas da *web* como as citadas anteriormente. Algumas pesquisas já demonstraram experiências positivas para o ensino e a aprendizagem da Matemática, tanto com alunos, quanto professores.

Bona (2012) investigou aprendizagem cooperativa em Matemática entre estudantes de Ensino Médio Técnico Integrado numa rede social, a partir de comentários em *chats* e publicações em imagem e texto na página do grupo criado para essa finalidade. Tais publicações serviram como o mote para a análise da cooperação entre os estudantes e a professora-pesquisadora. A pesquisadora destacou que as tecnologias digitais em rede viabilizam o aprender a aprender por meio de cooperação e em qualquer lugar e tempo, pautado nas ações discentes. Por sua vez, Pinheiro (2014) utilizou um grupo numa rede social na internet para ofertar um curso de formação a professores que ensinam Matemática, explorando registros de representação semiótica. Na experiência, conteúdos eram publicados na página do grupo e estes fomentavam as interações entre os participantes. De acordo com o pesquisador, embora os processos formativos *on-line* sejam desafiadores, o curso realizado favoreceu de modo positivo a experiência dos professores. Em ambas as experiências, vale destacar as mídias suportadas pelos ambientes criados na rede virtual, como fotos e vídeos, que oportunizaram o compartilhamento e reflexão do grupo acerca de problemas matemáticos.

Assim, como salientado, importa para este trabalho desenvolver aprendizagem colaborativa apoiada em tais tecnologias para a formação de professores que ensinam Matemática. Esta proposta baseia-se no que Ponte, Oliveira e Varandas (2003, p. 160), destacavam há mais de uma década:

A internet pode ser vista como uma 'metaferramenta' na qual é possível encontrar informação sobre novos desenvolvimentos na Matemática e na Educação Matemática, *software*, exemplos de tarefas para os alunos, ideias para a sala de aula, relatos de experiência, notícias sobre encontros e outros acontecimentos *etc.* Além disso, a internet permite a divulgação de produções próprias, sejam texto, imagens, sequências-vídeo, pequenos programas (*applets*) ou documentos hipertexto. Possibilitando a comunicação síncrona e assíncrona, constitui uma ferramenta de grande utilidade para o trabalho colaborativo.

A ideia, portanto, parece plausível, considerando que muitos professores, assim como grande parte da população, têm acesso à internet e os equipamentos e recursos básicos, como os *smartphones* e seus *apps*. Compartilhar fotos, vídeos e outros documentos na *web* é uma ação comum para muitas pessoas, dentre elas, professores. Por certo, trata-se de uma mudança cultural docente, mas que parece não ter sido efetivada não por acesso aos instrumentos necessários ou familiaridade com eles, mas por não vislumbrar as tecnologias

digitais como ferramentas pedagógicas e que podem contribuir em sua prática para além da sala de aula.

É certo que estamos num momento de transição entre as tecnologias digitais fixas e as móveis. Parece natural que os dispositivos móveis integrem cada vez mais ferramentas e recursos desenvolvidos até então, gerando novas experiências aos usuários.

No contexto da Educação Matemática, a aplicação de metodologia de ensino e aprendizagem com dispositivos móveis já são foco de pesquisas no exterior. Trabalhos de Drijvers (2012), Tangney e Bray (2013), Nam e Thao (2015) são exemplos de estudos que exploraram os potenciais de *smartphones* em situações de ensino e aprendizagem da Matemática. Drijvers (2012) destaca que a partir de serviços dos *smartphones*, como *SMS* (*short message service* – serviço de mensagem curta), acesso à internet, *e-mail*, aplicativos e jogos e *GPS* (*global position system* – sistema de posição global), é possível propor atividades pedagógicas diferenciadas baseadas na comunicação e colaboração, inclusive extrassala de aula. Tangney e Bray (2013) apresentam propostas de planos de aula de Matemática para serem desenvolvidas com auxílio de dispositivos móveis, em especial *smartphones*, que desenvolvem competências e habilidades requeridas à aprendizagem do século 21, como colaboração, comunicação, criatividade, resolução de problemas dentre outras. Nam e Thao (2015) exploraram os conceitos de *m-learning*, com um modelo de material didático de Matemática, suportado na *web* e acessível a partir de *smartphones*, para o autoestudo de alunos da Educação Básica em comunidades de montanhas do Vietnã. Estas experiências, portanto, exemplificam um movimento mundial no sentido de promover reflexões e propor ações para integrar as tecnologias digitais móveis na Educação Matemática.

No Brasil, a produção, embora exista, ainda é incipiente. Ladeira e Rosa (2014) apresentam uma proposta de pesquisa de Mestrado sobre as contribuições de dispositivos móveis nos processos de ensino e de aprendizagem de funções. Ao final, esperam desenvolver uma metodologia de ensino com a utilização de *smartphones* como um instrumento midiático, além de um *app* educativo baseado nas atividades aplicadas durante a pesquisa, tornando aulas sobre funções mais dinâmicas e interativas. Borba e Lacerda (2015) promovem um debate sobre a utilização de *smartphones* nas salas de aula, a partir de uma análise de políticas públicas de inserção de tecnologias nas escolas brasileiras. Diante disso, argumentam em favor do que denominaram “Projeto Um Celular por Aluno”, como forma de incorporar as tecnologias digitais às salas de aula, considerando que os *smartphones* já estão na escola pelas

mãos dos alunos que, dentre outras vantagens, reduzirá os custos de implementação. O trabalho de Caon e Santos (2015) aproxima-se bastante da proposta desta pesquisa de doutoramento. O estudo trata de um relato de experiência com uso do *WhatsApp* no desenvolvimento de atividades com alunos. Em grupos criados no aplicativo foram compartilhadas informações e curiosidades matemáticas, além de servir para o desenvolvimento de atividades, tira-dúvidas e socialização de estratégias de resolução de problemas por meio de imagens, texto e vídeos. De acordo com os autores, a experiência foi positiva, pois permitiu a reflexão sobre conceitos matemáticos e, sobretudo, devido à aceitação e comprometimento dos participantes em aprender Matemática por meio de uma rede de cooperação mútua.

Com este inventário é possível perceber que as tecnologias digitais móveis ainda são um campo de estudos recente e que enfoca experiências com alunos. É preciso ampliar a discussão para o uso de tecnologias digitais na formação docente. Em uma análise de produções nacionais e estrangeiras, Maia, Carvalho e Castro-Filho (2016) frisam a demanda de pesquisas sobre o uso das tecnologias móveis na Educação Matemática. Os autores classificam os trabalhos nesta área em dois campos: *I*) estudos teóricos e empíricos de metodologias e *II*) desenvolvimento de recursos e equipamentos.

Pesquisas sobre como os professores têm utilizado as tecnologias digitais, bem como a finalidade de uso, mostram-se relevantes e pertinentes. Importa conhecer as condições que dificultam o êxito ou a existência de experiências com práticas formativas colaborativas entre professores. Atrelado a isso, considerando o contexto da Educação Matemática, desvelar experiências com esses recursos contribuem para uma área de certa forma recente e que constantemente necessita de atualização.

Para Drijvers (2012), dentre os fatores cruciais para o sucesso das tecnologias digitais na Educação Matemática, está o papel do professor. Dispositivos móveis oferecem novas experiências tanto para docentes quanto discentes, contudo, os professores precisam estar familiarizados e preparados para integrar tais tecnologias em sua prática. De acordo com Skillen (2015), é necessária produção científica acerca das tecnologias móveis em contextos de formação de professores, um campo de pesquisa que, segundo ele, recentemente começou a emergir. Nesse sentido, a seguir discutem-se as tecnologias digitais na formação, sobretudo a continuada, e na prática do professor que ensina Matemática.

3.3 Formação de professores numa cultura colaborativa digital

A formação de professores é um tema de destaque no campo das pesquisas em Educação. Seja a formação inicial, os cursos de licenciatura, ou a continuada, a que ocorre ao longo de toda a carreira docente, são elementos importantes e fundamentais ao desenvolvimento da qualidade do ensino e aprendizagem brasileiros. Esses cursos instrumentalizam os professores com subsídios teóricos e práticos para a docência.

A formação continuada possui destaque em função da forma como é concebida e vinculada à prática do professor. Para Lima (2001, p. 45), a referida formação “[...] é o processo de articulação entre o trabalho docente, o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor, enquanto possibilidade de postura reflexiva dinamizada pela práxis”. Portanto, para a autora, o processo de formação continuada tem como referência o próprio trabalho docente. Como o ponto de partida e de chegada é a própria ação e reflexão sobre a prática do professor, evidencia-se um contínuo processo formativo.

Na perspectiva que entende a formação docente como um processo *continuum* (PIMENTA, 2009), as tecnologias digitais podem favorecer a criação e ampliação de espaços de formação, pois possibilitam essa reflexão compartilhada. O processo de reflexão da prática não deve mais ficar limitado ao professor solitário, como é a prática da cultura escolar tradicional (KENSKI, 2013). Com o suporte das tecnologias digitais, agora o professor pode compartilhar e discutir com seus colegas sua prática, numa perspectiva formativa e de desenvolvimento profissional.

Com acesso à internet, os professores podem buscar diversas fontes de informação, tais como sites, enciclopédias, vídeos, grupos de estudo e de pesquisa, bibliotecas e museus virtuais; além de interagir com diversas pessoas, inclusive outros professores, dentro e fora da escola. O acesso, apropriação e produção com os recursos da internet pode desencadear uma nova cultura docente, que tenha como características a coautoria e a colaboração entre os professores.

Como já destacava Lévy (1999), há quase duas décadas, as tecnologias são extensão do nosso corpo, ampliando nossas capacidades humanas como ver, ouvir, pensar, dentre outras. Atualmente, é cada vez mais comum vermos as pessoas com seus *smartphones* trocando mensagens, acessando sites de notícias, interagindo em redes sociais, realizando transações bancárias, ouvindo música e, inclusive, falando ao celular nos mais distintos e

diversos lugares. Com o advento dos dispositivos móveis, as tecnologias digitais tornaram-se ubíquas, estão presentes e juntas das pessoas em todos os locais, inclusive na escola.

Apesar disso, na Educação de forma geral, especificamente na sala de aula, é que ainda encontra-se resistência e, em alguns casos, restrição ao uso desses dispositivos. Mesmo presentes na escola, as tecnologias móveis ainda são pouco exploradas. Muitos estudantes, inclusive professores, usam a internet móvel em seus próprios celulares. Na maioria das vezes, no entanto, esse acesso não é para fins educacionais. O conceito de *BYOD*, pelo menos no Brasil, parece ser encarado como uma transgressão dos processos de ensino e de aprendizagem e não como uma possibilidade de inovação pedagógica.

Em vista disso, sugere-se que a internet, seus sites, vídeos e redes sociais, já utilizados com muita frequência pelo professor fora da escola, devem ser vistos e apropriados como ferramentas úteis à sua profissão. Lemos (2010, p. 239) observa que:

A apropriação tem sempre uma dimensão técnica (o treinamento técnico, a destreza na utilização do objeto) e uma outra simbólica (uma descarga subjetiva, o imaginário). A apropriação é assim, ao mesmo tempo, forma de utilização, aprendizagem e domínio técnico, mas também forma de desvio (*desviance*) em relação às instruções de uso, um espaço completado pelo usuário na lacuna não programada pelo produtor/inventor, ou mesmo pelas finalidades previstas inicialmente pelas instituições.

Nessa perspectiva devem ser utilizadas as tecnologias digitais pelos professores. Estes devem entender tais equipamentos para além do que está posto: a inclusão digital dos alunos ou atualização dos recursos didáticos disponíveis na escola. A partir de usos que já fazem desses equipamentos para o seu dia a dia, atividades laborais ou mesmo de entretenimento, os docentes devem se apropriar de outras possibilidades que podem se servir desses artefatos, que talvez mesmo as instâncias macros e superiores a eles não tenham clareza. É compartilhar fatos de sua prática nas redes sociais ou comunidades virtuais específicas, em espaços onde seus pares poderão ver, comentar e contribuir para uma reflexão coletiva.

O caráter multimidiático das tecnologias digitais permite ainda formas de representação ampliadas, que não dependem somente do texto escrito ou da comunicação oral. A portabilidade permite atribuir um caráter pessoal aos dispositivos, tornando-se quase próteses para atividades cotidianas. Todas essas características demandam pensar em transformações nos processos de ensino e de aprendizagem e na organização de tempos e espaços pedagógicos.

Ferramentas multimidiáticas, como os *smartphones*, que cada vez mais se popularizam, possibilitam que os professores explorem diversas mídias para compartilhar suas experiências. Registros de aulas por meio de áudios, fotos e vídeos compartilhados na rede resgatam as estratégias didáticas utilizadas, debates em sala, resoluções dos alunos e intervenções docente e podem gerar discussões de ideias. Essas fontes, acessadas por outros professores, resgatarão virtualmente o mesmo ambiente e, portanto, torná-los-ão aptos para comentar com suas impressões e sugestões, caracterizando um espaço de formação colaborativa entre docentes.

Ambientes virtuais colaborativos de aprendizagem oportunizam a comunicação, a partilha de informações e produções. No ambiente, os professores podem criar grupos e constituir redes de aprendizagem entre pares. Via de regra esses ambientes possuem ferramentas de fóruns de discussão, *chats*, espaço para publicação de material de leitura e estudo, postagem e produção colaborativa de documentos que são significativos para a constituição de práticas colaborativas com suporte computacional (STAHL; KOSCHMAN; SUTHERS, 2006).

Dessa maneira, a formação e a colaboração contínua entre professores não fica restrita a ambientes físicos, como a escola ou instituições que ofertam cursos a professores. Com o advento da internet, o que se desloca é a informação, tanto no aspecto dos espaços físicos, quanto pela velocidade de sua transformação. Assim, o espaço físico cede lugar para o desenvolvimento do ciberespaço e para a constituição de redes de aprendizagem, em que as pessoas interagem, colaboram e aprendem juntas. Essa perspectiva está alinhada ao conceito de aprendizagem colaborativa com suporte computacional (STAHL, KOSCHMANN, SUTHERS, 2006), apoiada no uso da *web*. Nesta perspectiva,

[...] os indivíduos estão envolvidos como membros do grupo, mas as atividades nas quais eles estão engajados não são atividades de aprendizagem individual, mas sim nas interações do grupo, como negociação e compartilhamento (STAHL, KOSCHMANN, SUTHERS, 2006, p. 3).

Acesso amplo a dispositivos computacionais, em especial os móveis, oportunizam ao professor a participação em ambientes colaborativos de aprendizagem, proporcionando interação com seus pares, nos mais diversos lugares, para trocarem informações e experiências. Com essas tecnologias, os professores dispõem de instrumento profícuo para o seu desenvolvimento profissional, a partir da reflexão de sua prática, com fundamentos teóricos inerentes a ela, compartilhada com seus pares a partir do meio virtual. Assim, a

reflexão compartilhada de suas práticas pode levar os participantes à superação de dificuldades conceituais de conteúdos curriculares e didáticos, neste caso, de Matemática. Todavia, como destaca Kenski (2013), ainda há uma forte cultura entre os professores, mesmo entre aqueles que atuam com ensino *on-line*, para o trabalho de forma solitária.

Salienta-se a necessidade da escola manter uma cultura de desenvolvimento desse trabalho colaborativo junto aos professores sem e com o uso das tecnologias digitais. Para que ocorra aprendizagem colaborativa todos os sujeitos devem sentir-se motivados para construir o conhecimento juntos. Pesquisas no sentido de conhecer como efetivar tais práticas podem contribuir para constituição dessas redes de aprendizagem colaborativa de professores, com suporte de tecnologias digitais.

Explorar a conectividade dos equipamentos que já estão nas escolas, acessando outras fontes de informação e estabelecendo comunicação com outras pessoas dentro e fora do ambiente escolar, fomentará diferentes usos do recurso e influenciará o desenvolvimento de uma nova cultura docente. Cultura essa que prevê uma formação num *continuum* e com seus próprios pares a partir de uma visão colaborativa. Com isso, a presença de equipamentos tecnológicos no modelo *1:1* influenciará na forma como os professores constroem e reconstroem os conceitos relativos à sua prática docente.

De acordo com essa argumentação teórica, neste estudo, analisam-se as contribuições de uma formação colaborativa de professores, apoiada em tecnologias digitais, sobre estruturas multiplicativas. Conforme anunciado na introdução deste trabalho, os passos elencados para atingir essa meta são: mapear os conhecimentos docentes sobre estruturas multiplicativas; identificar as formas que as professoras interagem e utilizam as tecnologias digitais para discussão e análises sobre o ensino de Matemática; e caracterizar a construção e reconstrução dos conceitos matemáticos pelas professoras a partir da experiência de formação colaborativa com apoio de tecnologias digitais. A seguir, apresentam-se os procedimentos metodológicos adotados na condução da pesquisa, delineando e descrevendo o desenvolvimento de cada etapa.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

“Às vezes, as pessoas pensam que quem tá ganhando é quem tá usufruindo da pesquisa, que no caso às vezes vocês fazem sua pesquisa acham que tão... 'ai eu tô fazendo minha pesquisa...'. Mas assim, a gente que tá lá na sala, e contribuindo, estudando, a gente também tá ganhando...”

(PCS)

Esta investigação baseia-se na concepção de que a pesquisa em Educação deve ser um trabalho em que ambos os lados – pesquisador e professoras – ampliem seus conhecimentos e se desenvolvam pessoal e profissionalmente. Essa postura, pois, intenciona o desenvolvimento de estudos com a escola e seus atores. Em função disso, esta pesquisa de doutoramento em Educação Brasileira, inserida no eixo de Tecnologias Digitais na Educação, da linha Educação, Currículo e Ensino, possui cunho participativo, com elementos da Pesquisa Colaborativa.

Tal proposta baseia-se na concepção apontada por Pimenta (2005) de que a pesquisa na formação docente compreende os professores como sujeitos capazes de construir conhecimentos sobre sua prática, a partir de uma reflexão coletiva e contextualizada em sua realidade. Portanto, entende-se que o processo de formação colaborativa, embora distinto, entrelaça-se com o desenvolvimento da pesquisa colaborativa empreendida.

O método de pesquisa escolhido para esta Tese está inserido numa abordagem qualitativa, voltada para a interpretação e compreensão de uma determinada realidade, com vistas a nela intervir e transformá-la. Contudo, não se trata de uma intervenção autoritária que, por vezes, se sobrepõe aos profissionais das escolas (PIMENTA, 2005). A forma de trabalho fundamentada na Pesquisa Colaborativa não coloca o pesquisador como aquele que define os passos e as mudanças, e que trata o professor como um mero executor. A investigação é feita com os professores e não sobre eles, apenas (GARRIDO; PIMENTA; MOURA, 2000). Como destaca Fiorentini (2012, p. 80):

O trabalho colaborativo e a pesquisa colaborativa, entre profissionais do ensino de diferentes instituições e níveis de ensino, têm surgido no mundo inteiro como uma resposta às mudanças sociais, políticas, culturais e tecnológicas que estão ocorrendo em escala mundial. Mudanças essas que colocam em xeque as formas tradicionais de educação e desenvolvimento profissional de professores e de produção de conhecimentos.

A demanda por uma ampliação do uso das tecnologias digitais de que os professores dispõem, vinculada ao desenvolvimento de estratégias para o ensino de conceitos específicos da Matemática, acentua a importância da formação docente para efetivar a utilização de tais recursos multimidiáticos em favor de seu desenvolvimento profissional. Não cabe ao pesquisador ditar o que é bom ou não ao professor e para a escola. É necessário sondar as necessidades formativas dos professores, suas possibilidades do ponto de vista tanto das tecnologias que dispõem e conhecem, quanto de condições de trabalho e proporcionar subsídios para que seus anseios sejam satisfeitos. Essa característica está alinhada ao método de Pesquisa Colaborativa.

Neste capítulo apresentam-se os procedimentos metodológicos adotados na condução da pesquisa que resultou nesta Tese. Inicialmente, são expostos os argumentos teóricos e metodológicos das Pesquisa Colaborativa. Em seguida, a descrição das etapas da pesquisa, *locus*, sujeitos e proposta de análise de dados são explicitados.

4.1 A Pesquisa Colaborativa como método de investigação

Diferente de outros métodos de investigação, a Pesquisa Colaborativa não tem apenas como produto resultante a produção acadêmica do pesquisador. Esta proposta procura contribuir diretamente para melhoria da realidade da escola a partir dos conhecimentos produzidos de forma colaborativa e que são partilhados entre os participantes: pesquisador, professores e, inclusive, alunos, conforme o foco da investigação. Por ser um método, de certa forma, recente existem concepções e abordagens diferentes para a Pesquisa Colaborativa.

Autores como Fiorentini (2012) defendem que numa Pesquisa Colaborativa o problema deve ser identificado pela comunidade escolar, e não levado para a escola. Outra ponderação feita pelo pesquisador matemático é quanto à escrita do produto final, que precisa ser feita de forma coletiva. Com base nessas concepções, uma pesquisa de doutoramento, embora possa dispor de um tempo maior, não seria adequada para a condução de uma investigação nos termos da Pesquisa Colaborativa.

Esta não é a percepção adotada neste estudo, embora muitos dos conceitos dela sejam utilizados por convergir com outras propostas às quais mais se alinha este estudo. Assim como o trabalho de Carvalho (2013), que propôs esse método de investigação em uma

pesquisa de Mestrado, na qual levou a proposta à escola, este estudo não se configura como Pesquisa Colaborativa ortodoxa. Em ambos os casos, não se considera que as características de relacionar pesquisa em parceria com os atores da escola, por meio da reflexão e desenvolvimento profissional, seja inválida.

Destarte, optou-se pela concepção de Pesquisa Colaborativa apresentada por Desgagné (2001) e Ibiapina (2008). De acordo com esses pesquisadores os elementos elencados anteriormente não descaracterizam a proposta de investigação pautada na colaboração entre pessoas. A Pesquisa Colaborativa demanda iniciar com as necessidades formativas dos professores expressadas pelas dificuldades vivenciadas e não resolvidas na prática. Esse é o caso das dificuldades que o ensino e a aprendizagem da Matemática apresentam na Educação Básica, em especial, os conceitos multiplicativos.

Do ponto de vista da produção, a ideia de colaborar em seu bojo já traz a proposta de criar novos conhecimentos, a partir de aprendizagem que se retroalimentam (IBIAPINA, 2008). Os professores, a partir das reflexões, repensam e ressignificam suas práticas a partir de um projeto em comum com o pesquisador. Este, por sua vez, tem a oportunidade de melhor compreender o fenômeno analisado. Ambos, constituindo o grupo, aprendem e se desenvolvem a partir da experiência colaborativa.

No momento de aproximação com a escola, o pesquisador não leva o problema da pesquisa, mas o evidencia. Caso a escola não entenda e reconheça o problema, ele não será aceito. Do contrário, a partir do momento em que o corpo docente – professores e gestores – aceita participar da investigação, a pesquisa não é só mais do pesquisador. O engajamento de todas as partes é fundamental para o sucesso da empreitada investigativa. Nesse momento, constitui-se um grupo com objetivos e metas comuns em torno de um problema, mas também específicos em função da peculiaridade de cada colaborador, seja pesquisador universitário e professores.

Desgagné (2001) esclarece que a pesquisa colaborativa investiga determinado objeto que, frequentemente, é proposto pelo pesquisador. Entretanto, interessa e motiva aos professores da escola parceira a repensarem sua prática docente. Ghedin (2004) acentua a necessidade de superar a concepção de que os pesquisadores da Universidade levam as respostas ou receitas para a superação dos problemas dos professores das escolas. Segundo Ibiapina (2008), no âmbito da educação, esse método de pesquisa é uma produção de

conhecimentos científicos e desenvolvimento profissional, por meio da atividade de formação e reflexão.

Um dos motivos que conduzem à realização de uma Pesquisa Colaborativa é compreendê-la como atividade de pesquisa e de desenvolvimento profissional capaz de articular processo de investigação acadêmica e formação de professores (TELES; IBIAPINA, 2009). A parceria entre a universidade e a escola oferece subsídios para políticas de formação em serviço, considerando questões relacionadas ao processo de interação entre o pesquisador e professoras parceiras. Esse método de pesquisa é movido pelo esforço de procura de novas soluções para os problemas vivenciados.

Ibiapina (2008) apresenta um quadro com as atribuições do pesquisador e dos colaboradores. De acordo com a autora, o pesquisador é um mediador do processo e os professores da escola colaboradores. O quadro 01 apresenta algumas dessas atribuições.

Quadro 01 – Atribuições do mediador e colaborador.

ATRIBUIÇÕES DO PROFESSOR-MEDIADOR	ATRIBUIÇÕES DOS PROFESSORES-COLABORADORES
Levantar conceitos e necessidade formativas;	Aprovar os conceitos selecionados no levantamento das necessidades formativas;
Levar para discussão, no grupo, o resultado do levantamento, para definição dos conceitos a serem trabalhados;	Definir os conceitos trabalhados;
Fazer o diagnóstico dos conhecimentos prévios sobre os conceitos definidos;	Participar ativamente de todas as atividades propostas pela pesquisa;
Aplicar os instrumentos de coleta de informação e transcrevê-las;	O voluntário deve apresentar-se disponível para encontros extras com o mediador;
Organizar os textos para o estudo dos conceitos;	Ler com antecedência os textos;
Mediar as sessões reflexivas;	Ler os relatórios parciais e, quando necessário, fazer as possíveis ressalvas;
Organizar e selecionar os eixos temáticos e as unidades discursivas e submetê-las à aprovação do grupo;	Colaborar com os pares nas ações reflexivas;
Construir e discutir o modelo de análise das enunciações;	Divulgar os resultados do estado em parceria com o mediador.
Redigir relatórios provisórios contendo as enunciações, submetendo à aprovação dos parceiros envolvidos;	
Divulgar os resultados do estudo individualmente ou em parceria.	

Fonte: Adaptado de Ibiapina (2008, p. 39).

No caso desta pesquisa, as atividades da formação colaborativa sobre elementos do campo conceitual multiplicativo, apoiada em tecnologias digitais, partem dessas atribuições. Os encontros, sejam virtuais ou presenciais, assim como as ações planejadas, pautaram-se nessas atribuições com vistas ao desenvolvimento da colaboração. Como adverte Ibiapina (2008), muitas vezes, por não ser algo natural, a colaboração demanda ser ensinada e aprendida.

A escolha do quadro teórico e problemática está alinhada com o problema de pesquisa, por considerar uma forma diferenciada da utilização de tecnologias digitais na formação de professores que ensinam Matemática. Além disso, tanto a pesquisa quanto a formação realizadas possuem base teórica em princípios colaborativos.

Convém registrar que os próprios procedimentos da Pesquisa Colaborativa são equivalentes à proposta de investigação desenvolvida neste estudo – aprendizagem colaborativa com suporte computacional. Como na aprendizagem colaborativa, a Pesquisa Colaborativa baseia-se nos fundamentos da abordagem sociocultural, na mediação social (TELES; IBIABINA, 2009). Pimenta (2005, p. 523) acentua que é objetivo da Pesquisa Colaborativa “[...] criar nas escolas uma cultura de análise das práticas que são realizadas, a fim de possibilitar que os seus professores, auxiliados pelos docentes da universidade, transformem suas ações e as práticas institucionais”. A prática volta-se para a resolução dos problemas sociais, especialmente aqueles vivenciados na escola, contribuindo com a disseminação de atitudes que motivam pesquisador e professores participantes a trabalharem conjuntamente, em busca de conhecimentos voltados para melhoria da cultura escolar e para o desenvolvimento profissional docente (IBIAPINA, 2008).

A dinâmica desse método de pesquisa contribui para o processo de formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais. Para tanto, foi preciso estabelecer um ambiente colaborativo de aprendizagem para o desenvolvimento das etapas da pesquisa e promover os encontros virtuais entre os sujeitos participantes: pesquisador e professoras.

Tendo em vista esses aspectos, a Pesquisa Colaborativa é um método adequado para este empreendimento. O período de execução de uma pesquisa de Doutorado – até 48 meses – pode comportar um procedimento investigativo que demanda maior tempo e imersão do pesquisador na realidade dos participantes da pesquisa.

4.1.1 Estágios da Pesquisa Colaborativa

A Pesquisa Colaborativa é desenvolvida ao longo de estágios, executados de forma conjunta entre pesquisador e professores participantes. De acordo com Anadón (2007), os estágios de cossituação, cooperação e coprodução são indispensáveis para a efetivação de pesquisa e formação, propostas pelo método de investigação, baseados na colaboração. Tais estágios não são momentos estanques, pois podem acontecer concomitantemente e não isolados do contexto geral da pesquisa. Sobre esses estágios, basearam-se as etapas de realização da pesquisa relatada nesta Tese de doutoramento em Educação.

O primeiro estágio, portanto, a cossituação, corresponde ao momento de sensibilização dos atores da escola e de definição do que efetivamente seria vivenciado na pesquisa, de acordo com as demandas dos professores participantes. Nesta pesquisa, esta etapa foi iniciada com a visitação a uma escola selecionada para que os professores se posicionassem a respeito do interesse e condições de efetivar a pesquisa. A intenção foi de iniciar uma aproximação do pesquisador com os professores da escola participante, para definirem os passos a serem executados na investigação. Contudo, por dificuldades na efetivação da colaboração mediada por tecnologias digitais, os sujeitos da pesquisa foram mudados⁷ e, conseqüentemente, iniciou-se um novo processo de cossituação.

A cossituação, portanto, que efetivamente aconteceu com as professoras que participaram desta pesquisa, se deu em abril de 2015 com o início da formação das professoras-coordenadoras do Projeto OBEDUC/E-Mult. Pesquisador e professoras faziam parte da equipe e participavam dos encontros de formação presenciais. Ademais, foi positivo pelo fato de o pesquisador já conhecer as professoras de outras oportunidades, desde o ano de 2013. Uma delas participou da pesquisa-piloto desta Tese; outra era coordenadora pedagógica da escola que se tentou iniciar a pesquisa; e a terceira professora havia participado de grupos de estudo coordenado pelo pesquisador como uma de suas ações no MAES.

A segunda etapa, denominada de cooperação, corresponde ao processo de reflexão acerca das questões de pesquisa. Nesta etapa, pesquisador e professoras, com base nas atividades planejadas para o processo formativo do Projeto OBEDUC/E-Mult, construíram os elementos da pesquisa a partir de interações entre os participantes sobre o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas. Esses momentos, em função das especificidades

⁷ Na seção deste capítulo, em que se trata da descrição dos sujeitos da pesquisa, esse acontecimento é relatado com mais detalhes.

desta pesquisa, aconteceram, prioritariamente, mediadas por tecnologias digitais. Esse foi o momento em que se desenvolveu a formação colaborativa apoiada em ferramentas e recursos digitais, detalhados posteriormente.

Nesta etapa, a coleta de dados foi procedida a partir dos encontros virtuais e atividades colaborativas desenvolvidas entre pesquisador e professoras participantes da pesquisa. Foram feitos diversos registros em formato digital (texto, áudio, imagem, vídeos e apontamentos) que contextualizaram e serviram de mote para as discussões acerca das estruturas multiplicativas. A partir desses registros, detalhados mais a frente, é que foram analisadas as concepções e refletidas as práticas das participantes acerca dos conteúdos explorados.

O terceiro estágio foi a coprodução e correspondeu aos momentos de construção coletiva de significados. É nela que aconteceu a análise dos dados da pesquisa, a produção efetiva de uma nova prática e a apresentação dos resultados da investigação. Dentre os conhecimentos produzidos, além daqueles ligados à temática da formação colaborativa sobre estruturas multiplicativas, parte registrada nesta Tese pelo pesquisador, outras foram produzidas com o grupo. Esse foi o caso de uma publicação submetida e aprovada para publicação no IV Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (SELEM). Este artigo foi produzido de forma colaborativa entre os participantes, a partir da análise de estratégias de resolução dos alunos para problemas de Proporção Simples (MAIA *et al*, 2016). Registre-se que essa foi uma atividade da formação e que foi transformada em produção científica a partir da contribuição de cada participante. Nas análises de dados, essa experiência será melhor descrita.

Esclarecidos os elementos da Pesquisa Colaborativa, adotada como método de investigação deste trabalho, apresenta-se o contexto da pesquisa, os sujeitos e os ambientes e ferramentas digitais usadas em seu desenvolvimento.

4.2 Locus e sujeitos da pesquisa

Inicialmente, a pesquisa seria realizada em uma escola da rede pública cearense que atendesse aos anos iniciais do Ensino Fundamental e que possuísse projetos com utilização de tecnologias digitais. Como esta pesquisa integra o Projeto OBEDUC/E-Mult, a escola eleita como *locus* da investigação estaria entre uma das quatro que manifestaram interesse em participar do Projeto.

Destaque-se que todas escolas do Projeto OBEDUC/E-Mult já haviam participado de empreendimentos anteriores em parceria com a Universidade, ligados à inclusão digital escolar. Das quatro escolas, três participaram do Projeto UCA⁸ e uma foi contemplada com o PROUCA⁹. A pertinência da opção de uma escola UCA justificava-se pela presença e familiaridade dos professores com as tecnologias digitais e a parceria firmada entre escolas e universidade.

Além de infraestrutura tecnológica mínima para o desenvolvimento de práticas colaborativas com apoio de tecnologias digitais – dispositivos móveis (*laptops* educacionais) e conexão à internet banda larga (alta velocidade), os professores participaram do Curso Formação Brasil, em que utilizaram ambientes colaborativos de aprendizagem. Nessa experiência, foi consolidada uma relação de parceria entre escolas e a equipe de formação, ligadas à Universidade, da qual o pesquisador fez parte e que viabilizou uma melhor relação com os professores para o empreendimento desta Tese.

A manifestação e desejo de contribuir com o Projeto OBEDUC/E-Mult fora registrado em termo de consentimento assinado por seus diretores e, posteriormente, também pelos professores. Por compor a mesma pesquisa, os termos de consentimento livre e esclarecido necessários para a participação dos professores na pesquisa desta Tese foi o mesmo do referido Projeto, registrado no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Santa Cruz (CEP/UESC), sediado em Ilhéus-BA e incluídos no anexo deste documento (Anexo A). De igual modo, as professoras foram esclarecidas a respeito dessa condição.

Embora o Projeto OBEDUC/E-Mult trabalhe com todos os professores que ensinam Matemática das escolas participantes, para esta pesquisa havia sido feita uma delimitação. Optou-se por trabalhar apenas com profissionais que atuassem nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, prioritariamente, formados nos cursos de Licenciatura em Pedagogia e que, portanto, não possuíssem uma formação específica em Matemática.

Convém registrar que a pesquisa-piloto foi realizada no segundo semestre de 2013, numa escola que atendia aos critérios apresentados. Na ocasião, apesar de explorar bastante os momentos virtuais e realizar muitas atividades colaborativas, as professoras participantes demonstraram dependência dos pesquisadores para realização e debate de

8 As escolas estão localizadas nos municípios de Barreira, Fortaleza e São Gonçalo do Amarante.

9 Localizada no município de Fortaleza.

momentos virtuais liderados e gerenciados por elas. Parte dessa experiência foi publicada por Maia *et al* (2014). Apesar de ser uma escola UCA e as professoras estarem bastante familiarizadas com os recursos didáticos digitais do *laptop*, não se conseguiu avançar no desenvolvimento de ações colaborativas além dos encontros presenciais. Diante disso, para a pesquisa efetiva decidiu-se que estes momentos seriam minorados e utilizados, prioritariamente, para apresentação da proposta e, eventualmente, em momentos pontuais em que o grupo demandasse.

Assim, para esta pesquisa, optou-se pela escola do município de Barreira, distante 70 km da capital cearense, com a intenção de expandir a pesquisa acadêmica para além dos grandes centros urbanos. Foram reunidos catorze professores da escola com o perfil indicado pela pesquisa e a proposta foi iniciada em março de 2015. Contudo, em função das dificuldades que os professores tinham em realizar as atividades requeridas pela formação, em especial, aquelas à distância, a proposta foi abortada em junho de 2015.

O motivo de tal decisão ocorreu pela colaboração artificial realizada entre os pares. Foi percebido que as interações nos fóruns e submissões de atividades feitas pelos professores eram entregues a um servidor da escola para que este procedesse à inserção no ambiente. A justificativa de tais ações era que as dificuldades eram muito mais em razão da disponibilidade de tempo, do que de tecnologias, apesar de se perceber que alguns professores não tinham familiaridade com os recursos dos *laptops* e do ambiente virtual colaborativo de aprendizagem adotado, mesmo que estes tenham sido utilizados também na formação do Projeto UCA, da qual quase a totalidade dos professores participaram.

É suficiente lembrar que, para as análises, pretendia-se explorar, basicamente, as interações em meio virtual. Logo, julgou-se que com interações artificiais a pesquisa estaria comprometida. Mesmo com tentativas de desenvolver com os participantes uma independência em relação ao pesquisador para as trocas e colaborações, sobretudo nos componentes virtuais, isso não foi efetivado.

Desta feita, os sujeitos e *locus* da pesquisa foram reestruturados. Em vez de interações entre professores de uma mesma escola, pensou-se na colaboração entre professoras interescolar. Para tanto, o foco da pesquisa foi alterado para os professores-coordenadores do Projeto OBEDUC/E-Mult, presentes em cada escola parceira do Projeto. Sobre o perfil destas, que compuseram os sujeitos da pesquisa, detalha-se a seguir.

4.2.1 As professoras-coordenadoras

De acordo com a própria proposta da CAPES, financiadora do OBEDUC, cada escola teria um professor-bolsista para ser a interface entre Universidade (pesquisadores) e Escola (professores). Esse docente efetivo da escola, além de participar de todas as etapas da pesquisa e da formação, como todos os demais colegas de sua escola, deveria envolver-se nos encontros de estudo e organização do Projeto junto ao grupo da Universidade. Para tanto, esse professor receberia uma bolsa para ajudar nos custos relativos ao exercício de tais atribuições.

Assim, ao professor-coordenador, como são chamados nesta pesquisa, cabia auxiliar na organização dos encontros presenciais e a distância com os professores. Em razão de tal característica, esse professor acabaria por se tornar também uma referência na escola para os demais professores sobre questões ligadas ao Projeto e, conseqüentemente, à formação. Para tanto, esses docentes demandariam uma formação diferenciada, que foi proporcionada pelo grupo OBEDUC/E-Mult, complementada com a formação desta pesquisa de doutoramento.

Participaram deste grupo três professoras de diferentes escolas¹⁰, formações e atuações. Uma professora atuava no 5º ano do Ensino Fundamental, outra no 6º ano e a terceira estava como coordenadora pedagógica. Para garantir o anonimato, as professoras serão tratadas pelas iniciais de seus nomes precedidas da sigla *PC*, de professora-colaboradora. Desta feita, as professoras serão identificadas como: *PCS*, *PCA* e *PCN*, respectivamente. Convém destacar que as duas primeiras eram do município de Fortaleza e, a outra, de Barreira. Dado o perfil diversificado e o distanciamento físico, foram potencializadas as trocas à distância entre elas e mediadas pelas tecnologias digitais, fundamentadas em saberes da prática e teóricos distintos.

A integração das professoras-coordenadoras na formação com o grupo OBEDUC/E-Mult era uma das condições para participação das escolas no Projeto. No núcleo Ceará, para garantir o envolvimento das professoras, em razão da disponibilidade de tempo delas, ficou definido que os encontros seriam realizados aos sábados, nas dependências da Faculdade de Educação (FACED) da UFC. As formações iniciaram no primeiro semestre de 2015, com encontros nos dias 25 de abril, 09 de maio e 13 de junho. Considerados restritos para a carga horária demandada para tais funções, o núcleo do Projeto OBEDUC/E-Mult no

¹⁰ A escola de São Gonçalo do Amarante não conseguiu oficializar este professor a tempo dos prazos demandados pelo OBEDUC.

Ceará resolveu ampliar o espaço e tempo dedicados à formação das professoras-coordenadoras. Nesse momento, criou-se o vínculo direto dessa formação com a pesquisa desta Tese, uma vez que a ampliação ocorreu com a inserção do componente colaborativo com apoio de tecnologias digitais.

Convém salientar que, também para esse componente, as professoras foram consultadas sobre a possibilidade de participação e efetivação da formação apoiada com tecnologias digitais e o vínculo com esta pesquisa de doutoramento. Isso foi feito por *e-mail*, enviado pelo coordenador do Projeto OBEDUC/E-Mult no Ceará, às três professoras em 17 de agosto, convocando-as para o retorno das atividades após o recesso de julho e esclarecendo sobre a inserção desse novo componente à formação. Na mensagem foi sugerido um encontro virtual via serviço de *VoIP – Skype* – para detalhar e esclarecer possíveis dúvidas. Destaque-se que, apesar de conhecerem, as professoras nunca haviam utilizado a ferramenta.

Nesse primeiro encontro, além do detalhamento da proposta do componente virtual, socializaram-se relatos de como a formação estava sendo percebida pelos professores das escolas às quais as professoras-coordenadoras eram vinculadas. Foi definido ainda que os encontros virtuais aconteceriam toda semana, preferencialmente, às terças ou quintas-feiras, sempre à noite, a partir das 19 horas, e por meio daquela mesma ferramenta. A esse respeito é oportuno destacar a disponibilidade das professoras em participar da experiência, mesmo após um dia inteiro de trabalho.

Assim, diante desses acertos, no segundo semestre de 2015 foi inserido o componente à distância à formação das professoras-coordenadoras, que culminou na efetivação desta pesquisa. No total, foram realizados nove encontros virtuais ao longo do semestre, entre os meses de agosto e novembro de 2015.

As ações e contribuições virtuais das professoras perante o grupo foram coletadas a partir de ferramentas de participação e interação. Pela própria natureza da aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais, foram coletados os registros de participação e os dados sintetizados conforme as categorias de análise. Os ambientes e ferramentas digitais usados na colaboração foram definidos com o grupo, conforme critérios de interação, facilidade de uso e tempo disponível para utilização. A seguir, descreve-se como ocorreu a utilização deles nesta pesquisa.

4.3 Ferramentas e instrumentos de coletas de dados

Considerando a especificidade do objeto de pesquisa – formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais –, este estudo conjugou instrumentos de coleta de dados ditos tradicionais, como entrevistas e diários de campos, mas também, e sobretudo, ferramentas digitais ligadas aos aspectos virtuais, utilizadas para captar as interações, as práticas colaborativas entre os participantes e que serão detalhadas neste capítulo. Tais instrumentos e ferramentas estão ligados, de certa forma, a cada um dos objetivos específicos definidos para esta pesquisa.

Uma vez constituído o grupo para aprendizagem colaborativa, restava efetivar como ocorreria o suporte das tecnologias digitais. O grupo precisava escolher e definir os ambientes e ferramentas digitais que seriam utilizados, considerando o acesso e uso das professoras. Isso foi acertado via conferência pelo *Skype*, realizada em 20 de agosto de 2015, conforme deliberação de todo o grupo, mas que contou com a participação de duas das três professoras. No subtópico seguinte, apresenta-se e descreve-se como cada uma das tecnologias digitais foram utilizadas na experiência desenvolvida.

4.3.1 Ferramentas digitais de interação

Para que fossem captadas e usadas como fontes de dados, as interações demandavam condições e espaços para que elas acontecessem e promovessem a colaboração entre as professoras, mediada por tecnologias digitais. Todas as ferramentas foram escolhidas em conjunto entre as docentes e o pesquisador a partir do que as professoras conheciam e, inclusive, já utilizavam diariamente ou que estariam dispostas a usar, de acordo com a disponibilidade de seus dispositivos tecnológicos – computadores e celulares – e tempo.

Nesses ambientes foram compartilhadas entre os participantes informações sobre as práticas das professoras registradas em diferentes mídias, por meio de gravações em vídeo, áudio e fotos. Esses registros foram produzidos, principalmente, pelas professoras, com suporte dos equipamentos que dispunham, em destaque os *smartphones*.

Foram criados os seguintes ambientes colaborativos em espaços e ferramentas de comunicação virtuais: *I)* grupo secreto na rede social *Facebook*¹¹, para concentrar as discussões assíncronas e publicação de conteúdos por todos; *II)* grupo para conferência de voz

¹¹ Rede social na internet que reúne mais de um bilhão de usuários. Site: *facebook.com*.

no serviço de *VoIP Skype*¹², para encontros síncronos e desenvolver interações entre os participantes; e *III*) grupo no *app* de mensagens instantâneas *WhatsApp*¹³, para oportunizar as duas possibilidades de interação em função do tempo e para facilitar o compartilhamento de informações relativas à formação, visto que era uma ferramenta muito popular e utilizada pelos envolvidos. Os três recursos digitais adotados são acessíveis por computadores e *smartphones* que as professoras dispunham. Tal característica, aliás, foi relevante para as escolhas.

Além desses ambientes, uma ferramenta de edição colaborativa de documentos – *Google Drive*¹⁴ – foi utilizada para compartilhar e produzir conteúdo. Por diversas vezes esses recursos eram integrados e articulados durante a utilização e desenvolvimento das atividades e interações. Por opção do grupo, não foi adotado um ambiente colaborativo virtual de aprendizagem formal, por considerar que recursos digitais elegidos dariam conta das demandas da formação. Por conseguinte, a seguir, estes são apresentados de acordo com a ordem cronológica que foram criados e utilizados.

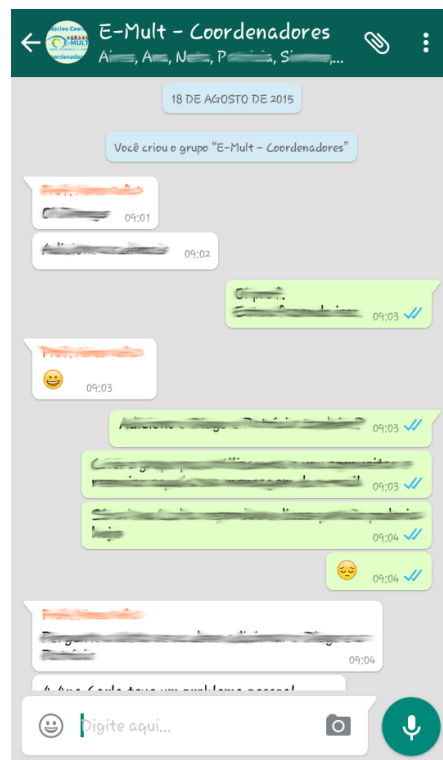
O grupo do *WhatsApp*, nomeado “E-Mult - Coordenadores” (figura 02), foi criado em 18 de agosto de 2015 para complementar a formação das professoras-coordenadoras do Projeto OBEDUC/E-Mult nas escolas cearenses. Convém salientar a velocidade de resposta e interação que o *app* proporcionou para a formação colaborativa devido à instantaneidade e dinamicidade das mensagens. Em razão da familiaridade das professoras, o *WhatsApp* foi adotado também como complemento para assessorar a implementação da formação nas escolas. O recurso serviu como importante meio de comunicação entre parceiros da universidade, integrantes do Projeto e da escola. Pela ferramenta resolviam-se muitas das demandas provenientes da realidade dos professores participantes do projeto.

12 *Software* de comunicação por meio de conexões de voz e vídeo, disponível para computador e *smartphones* e que possui cerca de 320 milhões de usuários. Site: *skype.com*.

13 Aplicativo de mensagens instantâneas e chamadas de voz para *smartphones*. Além de mensagens de texto, é possível enviar imagens, vídeos e documentos. O *app* tem mais de um bilhão de usuários. Site: *whatsapp.com*.

14 Serviço da *Google* que fornece armazenamento de arquivos on-line (nuvem) e editores de texto, planilha eletrônica, apresentador de slides entre outras ferramentas de produtividade. Site: *drive.google.com*.

Figura 02 – Grupo criado no *app* de conversas instantâneas *WhatsApp* acessado por *smartphone*.



Fonte: produzida pelo autor.

O aplicativo de conversas instantâneas disponível para *smartphones*, que também possui uma versão para outros dispositivos pela *web*¹⁵, é bastante popular e, inclusive, já utilizado pelas professoras-participantes para uso pessoal e também profissional. A facilidade para compartilhar texto, áudio, imagem e vídeo por esta ferramenta, contribuiu para que as professoras socializassem com o grupo elementos que ajudaram na interação entre os participantes e acabou dando destaque na formação colaborativa, sendo inclusive, frequentemente articulado com as outras ferramentas adotadas.

O grupo do *WhatsApp* antecedeu a conferência de voz realizada pelo *Skype*, considerada a principal ferramenta de interação. Foi por meio do referido aplicativo que se decidiu entre duas opções de ferramentas – *Skype* ou *HangOut* – qual seria adotada para as conferências de voz. Assim, o grupo do serviço de conferência *VoIP*, nomeado “OBEDUC/E-Mult” (figura 03), foi utilizado pela primeira vez em 20 de agosto de 2015, com o primeiro encontro marcado às 19 horas, após o dia de trabalho das professoras. Assim como o *WhatsApp*, o *Skype*, desenvolvido inicialmente para computadores, possui uma versão para *smartphones*. Isso é relevante, pois, das três professoras-coordenadoras, duas acessavam o

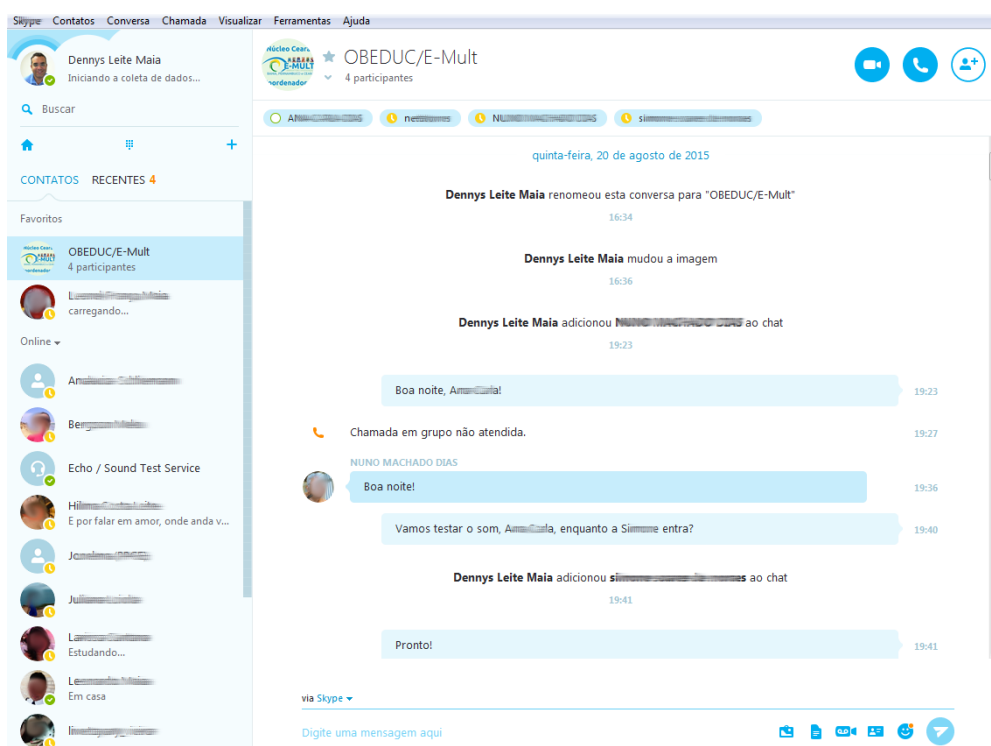
¹⁵ Acessado de computadores a partir de navegadores de internet. Site: web.whatsapp.com.

serviço pelo *app* de seus celulares. Registre-se ainda que essa era a única ferramenta que as professoras não haviam utilizado anteriormente.

Apesar disso, o *Skype* foi utilizado como o principal ambiente para interação síncrona ao permitir as discussões entre os participantes. A referida ferramenta é bastante popular para videoconferência, oferecendo a comunicação entre pessoas com imagem e voz. Embora essa função estivesse disponível, por opção das professoras, as conferências foram feitas apenas com o áudio.

Tal pedido foi acatado pelo pesquisador, uma vez que foi considerado que a ausência da imagem dos participantes não comprometia as interações e, portanto, não implicava em perda para a pesquisa. Ao contrário, por consumir menos banda de internet, a conferência exclusivamente por voz tornava a conexão mais estável, garantindo melhor qualidade do sinal e redução drástica de cortes na comunicação. Quando o grupo precisou compartilhar outras mídias, os demais ambientes foram utilizados, em especial o *WhatsApp*. Além da conferência de vídeo, não utilizada, o *Skype* também oferece um *chat*, por meio de texto, utilizado algumas vezes durante os encontros virtuais.

Figura 03 – Grupo de conferência de voz no *Skype* acessado por computador.



Fonte: produzida pelo autor.

É conveniente destacar que tanto o *WhatsApp* quanto o *chat* do *Skype* têm uma característica de organização diferente das conversas eminentemente assíncronas, como um fórum que aninha as postagens. Devido a essa peculiaridade das ferramentas, na análise dos dados, em alguns momentos as postagens não mantêm uma linearidade, apesar de ser possível compreender os diálogos pelo contexto geral. Ademais, optou-se por transcrever *ipsis litteris* os textos digitados nos diálogos, visto que tais ferramentas de comunicação, assim como outras suportadas na *web*, possuem modos específicos de escrita.

A terceira ferramenta, o grupo no *Facebook* intitulado “OBEDUC/E-Mult – coordenadores” (figura 04), foi criada em 02 de setembro de 2015. Por ser uma rede social bastante popular, as professoras já faziam parte e eram familiarizadas. Neste grupo, secreto para garantir que apenas os participantes tivessem acesso ao conteúdo, eram postadas informações relativas à formação tanto sobre o componente presencial, que vinha acontecendo desde o semestre anterior, quanto, e principalmente, a respeito dos componentes virtuais. No grupo era possível publicar mídias como arquivos, imagens, vídeos, além de texto produzidos em postagens e comentários. Devido a essa característica, essa ferramenta era utilizada com frequência em articulação direta e com os outros ambientes.

Figura 04 – Grupo secreto criado no *Facebook* acessado por computador.

The screenshot displays a Facebook group interface. At the top, the group name 'OBEDUC/E-Mult - Coordenadores' is visible. The main content area features a post by 'Dennys Leite Maia' from November 15, 2015. The post includes a diagram with boxes for 'Quaternárias' and 'Ternárias', and sub-categories like 'Proporção simples', 'Proporção múltipla', 'Comparação multiplicativa', and 'Produto de medida'. Below the diagram, there are links for 'Discussão', 'Membros', 'Eventos', 'Fotos', and 'Arquivos'. The post text discusses mathematical problems and encourages discussion. The right sidebar shows 'POPULARES ENTRE SEUS AMIGOS' and 'MAIS AMIGOS (33)'. The bottom of the page has a search bar and a 'Pesquisar' button.

Fonte: produzida pelo autor.

Este grupo funcionou como um ambiente colaborativo virtual de aprendizagem, em que todos os participantes poderiam postar e consultar informações e conteúdo a qualquer momento. Além das funções mencionadas, o recurso “Eventos” era utilizado para marcar, com antecedência, os encontros presenciais e virtuais. Como os outros dois serviços, há um *app* oficial do *Facebook* para *smartphones*, conferindo a ele o principal meio de acesso ao grupo pelas professoras. Isso deu mais um caráter positivo ao ambiente, pois a cada postagem no grupo todos recebiam aviso nos celulares de que alguma nova interação havia acontecido.

Descritas as ferramentas digitais utilizadas como ambientes para promoção das interações entre os participantes da formação colaborativa, no tópico seguinte apresenta-se como ocorreram os encontros virtuais.

4.3.2 Encontros virtuais

Tomando esses ambientes como fontes de dados da formação e da pesquisa, inicia-se com a descrição daquele que oportunizou os encontros virtuais síncronos, que aconteceram por meio do serviço de conferência via *VoIP* do *Skype*. Com autorização das participantes, as conversas foram gravadas e feitos apontamentos, em que o pesquisador registrou observações feitas naquele momento da investigação. A gravação de áudio aconteceu com suporte de um *software*¹⁶ específico para esta finalidade, conjugado com o *Skype*. Em função de problemas técnicos, três dos nove encontros não tiveram os áudios gravados.

Os nove encontros virtuais geraram mais de cinco horas de gravação, distribuídas em oito arquivos de áudio digital, em formato *MP3*. Alguns encontros produziram mais de um arquivo, pois, em algum momento da conferência, a conexão precisou ser restabelecida. Todos os arquivos foram renomeados em forma de etiqueta para facilitar a identificação. Isso tornou mais fácil o reconhecimento visual dos arquivos pois continha a identificação do número do encontro, da data em que foi realizado e da hora que iniciou a conferência.

Além do áudio, em todos os encontros foram feitos registros, destacando elementos julgados relevantes para as análises. Este instrumento foi chamado de Diário e nele registrado as informações acerca dos encontros, tais como: número do encontro, data, nome do arquivo gravado, presentes e pauta (objetivo do momento). Ao final de cada encontro, o

¹⁶ O *MP3 Skype Recorder* é gratuito para uso não-comercial e faz a gravação automática das conversas realizados no *Skype*, inclusive, as conferências e salva em formato de áudio *MP3*. Site: http://voipcallrecording.com/MP3_Skype_Recorder

pesquisador fez uma síntese, procurando identificar categorias da pesquisa que emergiram tanto dos aportes teóricos, quanto do que foi discutido sobre a compreensão teórica, prática docente e colaborativa e da interação do grupo. Esses escritos auxiliaram na transcrição das gravações e escolhas dos fragmentos de análise.

As gravações foram ouvidas *a posteriori*, evidenciando novos elementos relevantes. Assim, apenas alguns trechos das gravações foram transcritos na totalidade e esmiuçados para atender aos objetivos desta Tese. Os fragmentos considerados relevantes, que traziam elementos da efetivação de aprendizagem colaborativa sobre estruturas multiplicativas, foram transcritos e marcados com categorias de análise. Este material foi organizado em um documento de texto e marcadas palavras-chaves com cores diferentes e adição de comentários. O quadro 02 a seguir sintetiza os encontros virtuais realizados, destacando as datas que ocorreram, as professoras que participaram e objetivos.

Quadro 02 – Organização dos encontros virtuais.

ENCONTRO	DATA	ARQUIVO	PRESEN- TES	OBJETIVO
1	20/08/2015	Não gravado	<i>PCA e PCS</i>	Apresentar proposta de formação colaborativa Relatar as formações nas escolas
2	25/08/2015	Não gravado	<i>PCA, PCS e PCN</i>	Relatar as formações nas escolas (continuidade) Agendar as entrevistas Preparar o encontro presencial de sábado
3	01/09/2015	<i>3oEncontro-2015_09_01 20-27-50.mp3</i>	<i>PCA, PCS e PCN</i>	Analisar a formação presencial; Compartilhar dúvidas; Propor aplicação de questões elaboradas.
4	10/09/2015	<i>4oEncontro-2015_09_10 20-21-00.mp3</i>	<i>PCA e PCN</i>	Apresentar problemas de Proporção Simples; Discutir a classificação; Preencher o planejamento de atividade.
5	17/09/2015	<i>5oEncontro1-2015_09_17 20-23-07.mp3</i> <i>5oEncontro2-2015_09_17 20-48-07.mp3</i>	<i>PCA e PCS</i>	Discutir a classificação; Preencher o planejamento de atividade; Analisar atividade desenvolvida.
6	24/09/2015	<i>6oEncontro1-2015_09_24 20-19-49.mp3</i> <i>6oEncontro2-2015_09_24 20-33-19.mp3</i>	<i>PCA, PCN e PCS</i>	Confirmar o encontro de sábado; Analisar vídeos dos alunos sobre Proporção Simples; Apresentar relatório de atividade desenvolvida.
7	06/10/2015	<i>7oEncontro-2015_10_06 20-14-32.mp3</i>	<i>PCA e PCS</i>	Socializar dúvidas sobre proporções simples; Analisar estratégias dos alunos; Elaborar duas situações para aos alunos.
8	22/10/2015	Não gravado	<i>PCA e PCS</i>	Avaliar o encontro geral do grupo OBEDUC/E-Mult; Discutir e elaborar dois tipos de problemas de Proporção Simples; Planejar a aula para aplicação das situações; Explorar o Diagrama de Vergnaud e outras estratégias e produzir trabalho para o SELEM.
9	12/11/2015	<i>9oEncontro-2015_11_12 20-39-42.mp3</i>	<i>PCA e PCS</i>	Relatar a aplicação das questões elaboradas de forma conjunta; Analisar estratégias que surgiram; Propor análise das questões.

Fonte: elaborado pelo autor.

Os encontros virtuais eram planejados para manter vínculo direto com as formações presenciais realizadas uma vez por mês, aos sábados, que contavam com a participação de todos os membros do grupo OBEDUC/E-Mult, núcleo Ceará. Durante o segundo semestre de 2015, foram realizados cinco encontros presenciais, nos dias 29 de agosto, 19 de setembro, 10 de outubro, 14 de novembro e 12 de dezembro, quando foi feito o encerramento do ciclo de formação do ano de 2015. Essa data não significou o fim da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult, mas o momento de demarcação para a conclusão da etapa de coletas de dados desta pesquisa.

Os encontros presenciais também foram gravados em vídeo, com o consentimento tanto das professoras, quanto dos demais participantes do Projeto OBEDUC/E-Mult. Com isso, foi possível ampliar dados acerca da compreensão teórica das professoras-coordenadoras, confrontada com as interações ocorridas nos encontros virtuais e demais ambientes utilizados. Em alguns encontros virtuais, as docentes se reportavam ao que foi discutido nos momentos presenciais.

Convém ainda destacar o interesse e participação das professoras na reunião geral do Projeto OBEDUC/E-Mult que aconteceu em Fortaleza. Na ocasião, juntaram-se membros de todos os três núcleos – Bahia, Ceará e Pernambuco – para discutir as etapas da formação, socializar experiências realizadas, bem como realizar discussão teórica para afinar o entendimento no grupo. Essa reunião aconteceu entre 15 e 17 de outubro de 2015 e, mesmo ocorrendo a maior parte em dias de semana e sem a liberação de suas escolas, as professoras procuraram participar o máximo possível desse momento formativo.

Com o acréscimo do componente virtual, este pesquisador assumiu também o papel de formador e mediador entre as professoras e as atividades demandadas pelo Projeto. Nesse momento, começava a se constituir um grupo colaborativo sobre ensino e aprendizagem de estruturas multiplicativas. A colaboração entre o pesquisador e as professoras apoiou-se no princípio de que cada um necessita da participação do outro para a realização do trabalho e para seu crescimento profissional, conforme indica a Pesquisa Colaborativa. Evidencia-se o processo formativo de ambos – professoras das escolas e aluno do Doutorado em Educação Brasileira.

4.3.3 Entrevistas virtuais

A entrevista como instrumento de coleta de dados ajuda a evidenciar elementos que, por algum motivo, não ficariam claros nas análises das interações virtuais, em especial no que diz respeito à compreensão dos conceitos matemáticos ou julgados imprescindíveis para iniciar a pesquisa. Com isso, a proposta das entrevistas preliminares foi conhecer um pouco da realidade do trabalho das professoras, concepções e práticas delas. A mesma sistemática de gravação e registros dos encontros virtuais foi desenvolvida para este instrumento de coleta de dados, feito individualmente com as professoras.

No segundo encontro virtual, realizado no dia 25 de agosto, foram marcadas as datas das entrevistas individuais com cada uma das professoras-coordenadoras. Tais dados foram considerados preliminares sobre o estágio de compreensão das docentes acerca de elementos da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente, das estruturas multiplicativas, além do processo formativo iniciado em abril de 2015. O roteiro da entrevista preliminar (Apêndice A) consistiu de duas perguntas de identificação – escola e etapa do Ensino Fundamental em que atuavam; cinco questões sobre os conhecimentos da formação sobre estruturas multiplicativas e uma para classificar quatro problemas multiplicativos de acordo com os eixos: Proporção Simples, Proporção Múltipla, Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas. Os dados coletados dessa técnica compõem as ações necessárias ao investigador que promove uma Pesquisa Colaborativa, visto que permite levantar os dados da realidade que será estudada (IBIAPINA, 2008).

Cumprir observar que, até então, o grupo OBEDUC/E-Mult não considerava o desmembramento do eixo Proporção Múltipla em Proporção Múltipla e Proporção Dupla. Naquela ocasião, a formação adotava a classificação encontrada no texto de Magina, Santos e Merlini (2014). Após o encontro geral, realizado em Fortaleza, e mencionado anteriormente, é que a nova classificação foi acertada entre todos os núcleos.

As entrevistas também foram realizadas via *Skype*, logo, à distância, mediada por tecnologias digitais. Em razão disso, o último item da entrevista, análise das situações multiplicativas, foi disponibilizado em página *web*¹⁷ para que as professoras pudessem acessar e ler quantas vezes achassem necessárias, durante a entrevista. Para evitar influência nas respostas, a intenção era que todas as audiências acontecessem antes do encontro presencial,

¹⁷ Acessível em: http://j.mp/prob_mult

que ocorreria no sábado seguinte, dia 29 de agosto de 2015. Contudo, *PCN* não teve disponibilidade e sua entrevista ficou agendada para a semana após o encontro.

Da mesma forma que procedida a etiquetagem dos arquivos dos encontros, nas entrevistas os arquivos foram renomeados evidenciando o protocolo adotado para a professora entrevistada, a data e hora que iniciou a gravação. O quadro 03 apresenta esta organização.

Quadro 03 – Organização das entrevistas e arquivos gerados.

PROFESSORA	DATA	HORA MARCADA	ARQUIVO
<i>PCS</i>	27/08/2015	19h	<i>Entrevista1-S-2015_08_27 18-52-09.mp3</i>
<i>PCA</i>	27/08/2015	20h	<i>Entrevista2-A-2015_08_27 20-40-50.mp3</i>
<i>PCN</i>	01/09/2015	19h	<i>Entrevista3-N-2015_09_01 19-23-37.mp3</i>

Fonte: elaborado pelo autor.

Os áudios das entrevistas foram ouvidos *a posteriori* e tiveram alguns trechos transcritos, de acordo com a relevância para a pesquisa. A atividade de classificação das situações de cada professora foi totalmente transcrita, visto que nesse momento as docentes explicitavam a forma como compreendiam, a partir de seus argumentos, esse aspecto das estruturas multiplicativas. Todo o material transcrito foi organizado em um documento de texto e marcadas palavras-chaves com cores diferentes e adição de comentários para facilitar a identificação no momento das análises.

Na seção a seguir, apresentaremos as categorias de análise e como se deu a análise dos dados gerados a partir das discussões realizadas na formação colaborativa de professoras apoiada por tecnologias digitais, acerca do ensino e aprendizagem de estruturas multiplicativas.

4.4 Categorias de análise

Pela característica dos aportes teóricos utilizados – Campos Conceituais e Aprendizagem Colaborativa –, as técnicas de coletas de dados foram mescladas para dar conta dos dois aspectos. Desta feita, adotaram-se elementos para apreender a construção dos conceitos na interação do grupo e outros para compreender como tais conceitos foram

apreendidos pelo indivíduo, visto que a experiência de aprendizagem colaborativa envolve aspectos inter e intrapsíquicos.

Com isso, da aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais, explorou-se a interação dos participantes para aprendizagem dos conceitos ligados ao ensino e à aprendizagem das estruturas multiplicativas. Os recursos utilizados para a representação das ideias, o engajamento nas discussões *on-line*, e aspectos mediados e oportunizados pelas tecnologias digitais disponíveis foram foco das análises.

No que diz respeito à Teoria dos Campos Conceituais, analisou-se como as professoras demonstravam compreender as estruturas multiplicativas durante a experiência de aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais. A confluência das duas abordagens se dá pela necessidade do próprio modelo de formação colaborativa em que as professoras, em diversos momentos, tiveram que explicitar umas às outras suas formas de interpretação de elementos relativos ao ensino e à aprendizagem das estruturas multiplicativas, seja nos encontros presenciais, seja, sobretudo, nos ambientes e ferramentas digitais e virtuais adotados.

Conforme o desenvolvimento da formação colaborativa, as professoras participantes explicitaram em seu discurso e interação a forma como estavam avançando na compreensão dos elementos acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Conseqüentemente, tais elaborações teóricas repercutiram na prática delas, ao conhecerem e utilizar diferentes situações relacionados ao campo multiplicativo, e na percepção e tratamento das estratégias e esquemas dos alunos no desenvolvimento dos conceitos.

Para análise dos dados, buscou-se levar em consideração a compreensão das professoras sobre os conceitos, seu entendimento sobre as estratégias de ensino discutidas e elaboradas em grupo, baseadas em classes de situações multiplicativas, bem como a forma como apresentavam os conceitos e intervinham na aprendizagem dos alunos (CASTRO-FILHO, 1999). Baseado na TCC, atentou-se para diferentes situações, invariantes e representações utilizados e explorados pelas professoras para o desenvolvimento dos conceitos (VERGNAUD, 1983, 1993, 1994, 2001, 2009).

As discussões sobre a prática deram-se pelo depoimento das professoras sobre suas experiências, bem como dos registros que elas fizeram de suas práticas por meio de vídeos e fotos, compartilhados nas ferramentas digitais. Tais mídias produzidas pelas

professoras fomentaram significativamente a interação e aprendizagem colaborativa dos participantes. As práticas inerentes a esses registros foram utilizadas na formulação e análise das categorias elencadas nesta Tese. A partir dos referenciais teóricos e das informações coletados no campo, foram criadas categorias de análise. Essas categorias são fragmentos teóricos que auxiliam na interpretação e compreensão dos dados.

Desta feita, foram elegidas como categorias centrais: *a)* conhecimentos e prática docente acerca das estruturas multiplicativas; *b)* as dimensões que as tecnologias digitais assumiram durante o processo de aprendizagem colaborativa: *I)* ferramentas de interação e *II)* ferramentas de produção e socialização de conteúdos. Essas categorias serão detalhadas no capítulo a seguir, que traz os resultados e discussões da pesquisa.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

“Essa questão do OBEDUC é como se fosse, tipo, como se tivesse uma venda nos olhos e essa venda, aos poucos, ela está caindo. Isso é o que a *D.* já deu um depoimento na formação deles. Então, assim, isso é o quê? Resposta do que a gente tá vivendo...”

(PCN)

Neste estudo, conforme já pontuavam Ponte, Oliveira e Varanda (2003), tratou-se a internet como uma multiferramenta para o trabalho colaborativo em Educação Matemática. Certamente, mais de uma década após a proposta desses autores, as expectativas de uso pedagógico da rede mundial de computadores, bem como os dispositivos dos quais ela é acessada, ampliaram essas possibilidades. É a esse respeito que também se procurou apoiar esta pesquisa, analisando as atividades da formação colaborativa e as interações realizadas com o uso de tecnologias digitais por professoras que ensinam Matemática.

Os resultados da investigação estão apresentados a partir dos conhecimentos e práticas das professoras, da colaboração entre os participantes por meio das ferramentas digitais de interação e, assim, das duas dimensões que as tecnologias exploradas assumiram, quais sejam: *I)* promoção da interação do grupo e *II)* produção de mídias para compartilhar conteúdo. Ao longo da formação e das análises apresentadas, estas foram as funções que os recursos tecnológicos assumiram na realização da formação colaborativa.

Para atender ao objetivo geral da Tese, organizou-se a apresentação dos dados de acordo com os objetivos específicos delineados para a investigação. Desta feita, os dados serão apresentados em três subseções que contemplam cada passo da pesquisa. Inicia-se, portanto, com os dados considerados prévios para o estudo, que são os conhecimentos iniciais das professoras participantes. Em seguida, explicitam-se as formas como as docentes utilizaram as tecnologias digitais para a aprendizagem colaborativa em Matemática. Por fim, descreve-se a construção e reconstrução dos conceitos inerentes às estruturas multiplicativas evidenciadas pelas professoras.

5.1 Conhecimentos iniciais das professoras sobre estruturas multiplicativas

Para compor essas análises, julgou-se relevante o instrumento, aplicado no final do ano de 2014¹⁸, em que todos os professores participantes do Projeto OBEDUC/E-Mult, propuseram questões de estruturas multiplicativas. Para este trabalho, apenas os dados das três professoras-coordenadoras, sujeitos desta pesquisa, foram analisados. A outra parte dos dados é proveniente das entrevistas preliminares concedidas pelas professoras participantes no início do segundo semestre de 2015. Portanto, há um espaço temporal de aproximadamente seis meses entre esses dois instrumentos de coleta de dados.

No referido instrumento foi solicitado às professoras que elaborassem oito questões sobre estruturas multiplicativas, objetivando levantar os tipos de problemas que elas costumavam trabalhar com seus alunos. Para evitar imprecisão nos dados, inclusive pelo possível desconhecimento dos termos da Teoria de Vergnaud, havia a seguinte instrução no instrumento: *“Elabore, nos espaços abaixo, oito problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão”*, acompanhada por oito retângulos numerados para serem utilizados como espaço para registro das propostas.

Para esta análise, as questões propostas pelas três professoras foram separadas e classificadas consoante às cinco classes de problemas de estruturas multiplicativas apresentadas por Magina, Merlini e Santos (2016). Como todas as professoras propuseram as oito questões, analisou-se um total de vinte e quatro problemas. Assim, como evidência de parte da concepção das professoras acerca do campo conceitual multiplicativo, foi examinado o repertório de situações do referido campo, configurando-se, desta feita, uma categoria de análise relativa à compreensão sobre estruturas multiplicativas.

Para todas as professoras, esse era o primeiro contato com as ideias do campo conceitual multiplicativo. Por esse aspecto, esse instrumento é relevante e contribui para atender ao primeiro objetivo específico desta pesquisa. Convém registrar que, além desse instrumento como fonte de dados, essa etapa também considerará a entrevista preliminar realizada com as três professoras antes do início da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais. Em ambos os instrumentos buscou-se apreender concepções das professoras participantes da pesquisa acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

18 Instrumento foi aplicado antes do início da formação oferecida pelo Projeto OBEDUC/E-Mult.

5.1.1 Concepções manifestadas nos problemas multiplicativos propostos aos alunos

Nos primeiros contatos do pesquisador com os professores das escolas parceiras, embora os termos ligados à Teoria dos Campos Conceituais, em especial, as estruturas multiplicativas, fossem evocados algumas vezes, houve a preocupação em relacionar a ideia do campo às operações de multiplicação e divisão. Isso foi ponderado pois, via de regra, os termos não são do cotidiano docente. Convém esclarecer que não se julga que o desconhecimento dos termos implica na ausência dos elementos teóricos na prática docente, visto que as professoras poderiam aplicá-los em sua prática docente sem, contudo, nomear conforme a Teoria dos Campos Conceituais.

Para todas as três professoras participantes desta pesquisa, aquela era a primeira vez que se ouvia falar da TCC. Apesar disso elas conseguiram propor questões que envolviam problemas multiplicativos em alguma medida, contemplando o mínimo: a presença das operações de multiplicação e/ou divisão. Esse alerta é relevante, pois Maia *et al* (2015) identificaram que de setenta e dois problemas propostos pelo grupo de professores, vinte e seis não seguiram a determinação do instrumento; logo, não exploravam, sequer, operações de multiplicação e/ou divisão. Com isso, tais problemas propostos não foram classificados como pertencentes ao campo conceitual multiplicativo.

Considerou-se que as professoras-coordenadoras conheciam basicamente que o campo conceitual multiplicativo diz respeito a problemas que envolvem as operações de multiplicação e divisão, ou uma combinação de ambas. Esse conceito da Teoria, embora básico e restrito, denota a característica básica para um problema multiplicativo, mas que não é suficiente para ser considerado uma situação nos termos de Vergnaud. Problemas matemáticos do tipo *arme e efetue*, que apenas trazem a expressão matemática para o aluno encontrar a solução, embora contemplem o aspecto das operações, não podem ser consideradas situações. Tais problemas carecem do que Vergnaud (2009) considera o aspecto real do conceito. Assim, das vinte e quatro elaborações das professoras colaboradoras, quatro problemas restringiam-se ao simples formato de tarefa do tipo *arme e efetue*, com ou sem enunciado, e por isso não foram contabilizados.

Os problemas do tipo *arme e efetue*, excluídos, foram todos propostos por *PCA*, que atua nos anos finais do Ensino Fundamental. Apesar de atuar em séries mais avançadas, em que se espera que os estudantes tenham maior domínio das estruturas multiplicativas, a

professora tratava os problemas da forma mais elementar. O quantitativo foi considerado alto visto que representa metade dos problemas propostos pela docente, a única do grupo que é licenciada em Matemática. Por essa razão, na referida tabela, são registrados apenas quatro problemas da professora.

Os problemas excluídos enfocavam elementos da Álgebra, bastante destacada nessa faixa etária escolar, em que é introduzido o conceito de variável representativa de números – a incógnita. Presume-se que tal característica se deva ao fato de a professora ter tentado ajustar um conteúdo amplamente utilizado em sala ao que pedia o instrumento da pesquisa. A seguir um exemplo do tipo de problema multiplicativo, classificado como *arme e efetue*, indicado por *PCA*:

Prob. 1: *Dada a equação do 2ª grau abaixo, observe os valores atribuídos à variável x e calcule o valor numérico para y .*

x	$y = -2x^2 - 3x + 10$
0	
-1	
1	
$\frac{1}{2}$	
$-\frac{1}{2}$	

O problema sugerido explora, meramente, aspectos procedimentais e mecânicos da resolução da equação. Considerando a tríade de Vergnaud (1983, 2009) para a composição de um campo multiplicativo, apenas os invariantes são explorados pela perspectiva das propriedades matemáticas relativas à equação numérica e as representações utilizadas na apresentação do problema e em sua futura resolução. O problema dá ênfase às operações de multiplicação, incluindo a potenciação, além das operações do campo aditivo. Como o foco está apenas nessa dimensão, esse tipo de problema representa uma concepção de que a Matemática resume-se à resolução de algoritmos, sem uma preocupação com a compreensão da situação.

Naquela ocasião, as professoras estavam tendo a primeira aproximação com o referencial teórico adotado na pesquisa. Entretanto, é possível dizer que, naquele momento, evidenciava-se uma concepção de campo conceitual pela docente que não explorava um dos componentes que Vergnaud (1983, 2009) julga essencial para compô-lo – a situação, a

dimensão do real do problema matemático. *PCA* contemplou, minimamente, o campo conceitual multiplicativo, no que diz respeito às operações.

Portanto, os vinte problemas analisados foram tabulados na tabela 01, que organiza a quantidade de situações multiplicativas elaboradas, classificando-as de acordo com o eixo, classe e operação.

Tabela 01 – Classificação das situações multiplicativas propostas pelas professoras.

TIPO DE SITUAÇÃO Eixo → classe → operação	QUANTIDADE TOTAL	QUANTIDADE POR PROFESSORA		
		PCA	PCN	PCS
Proporção Simples → um-para-muitos → multiplicação	9	0	6	3
Proporção Simples → um-para-muitos → divisão por partição	5	1	1	3
Proporção Simples → um-para-muitos → divisão por cota	1	0	0	1
Proporção Simples → muitos-para-muitos → divisão	1	1	0	0
Proporção Múltipla → um-para-muitos → multiplicação	2	0	1	1
Produto de Medidas → configuração retangular → multiplicação	2	2	0	0
TOTAL	20	4	8	8

Fonte: Elaboração própria.

Se tarefas de arme e efetue imprimem uma concepção restrita de situação, de igual maneira a ênfase em um único tipo de situação. A ampla maioria das situações propostas pelas professoras eram da classe de Proporção Simples, considerada por Gitirana *et al* (2014) como prototípicas. Considerando apenas os eixos, são cinco tipos de situações multiplicativas distintas. Esse rol duplica-se levando em conta as classes dos problemas, visto que teria-se, pelo menos, seis tipos diferentes de situações quaternárias e quatro ternárias, conforme a Figura 01, apresentada anteriormente, que traz o esquema de classificação de situações multiplicativas proposto por Magina, Merlini e Santos (2016).

Das propostas de questões das professoras-coordenadoras, de acordo com a tabela 01, das vinte situações de estruturas multiplicativas apresentados pelas três professoras, dezesseis eram de Proporção Simples. Um número elevado, uma vez que tal montante representa 80% das propostas dos problemas efetivamente multiplicativos. O restrito repertório de situações multiplicativas apresentado pelas professoras demonstrou que, naquele

momento, elas desconheciam a variedade de situações do campo em questão, o que, provavelmente, influenciava nas experiências multiplicativas propostas aos seus alunos.

É possível verificar ainda que, mesmo considerando o repertório restrito de situação pelas docentes, e ter apenas quatro situações válidas, *PCA* apresenta três tipos de situações diferentes de dez possíveis, combinando eixo e classe. A referida docente é a única que apresenta um problema de Proporção Simples da classe muitos-para-muitos. *PCS* é que, dentro do repertório de problemas que recebe mais ênfase das participantes – Proporção Simples –, mais varia o tipo de operação utilizada, inclusive trazendo um problema de divisão por cota. Esta professora foi a que mais variou os tipos de problemas, propondo quatro situações. A docente *PCN* contemplou, basicamente, o eixo mais elementar da Proporção Simples – um-para-muitos –, com operação de multiplicação e divisão por partição, apresentando duas situações das dez possíveis. As professoras *PCN* e *PCS* apresentaram uma situação de Proporção Múltipla, cada. Evidentemente não se esperava que as professoras contemplassem todos os dez tipos de situações multiplicativas. Contudo, é preciso registrar que menos da metade da variedade de problemas foram propostos pelo conjunto das três professoras.

A partir da tabela 01, verifica-se, inclusive, que há uma desproporção entre a variedade de problemas de Proporção Simples, seja no que tange à classe, seja no que diz respeito à operação. Sobre a primeira, apenas uma situação não se referia à relação um-para-muitos. Analisando o tipo de operação focada pelo problema, tem-se que mais da metade exploravam a multiplicação. Como asseveram Gitirana *et al* (2014), esses problemas são os mais simples dentro do campo conceitual multiplicativo.

Das seis situações elaboradas que trabalhavam a operação de divisão, cinco eram de partição e apenas uma tratava do conceito de divisão por cota. Isso corrobora ao que Gitirana *et al* (2014) comentam sobre a ênfase que a escola dá à divisão por partição, o que acaba por gerar um obstáculo para a compreensão de divisão por cota, apesar desse tipo de problema ter relação com a ideia de agrupamento, presente nos primeiros anos de escolarização. O primeiro problema elaborado por *PCS* representa a situação de Proporção Simples, com operação de divisão por cota proposta pelo grupo.

Prob. 1: Eduardo retirou R\$40,00 no caixa eletrônico. A máquina só tinha cédulas de cinco reais. Quantas cédulas Eduardo recebeu?

Problemas que exploram a divisão por cota, como o registrado acima, demandam esquemas de pensamento diferentes, comparados à divisão por partição. Neste caso, tem-se as quatro quantidades relacionadas, duas a duas – reais e cédulas. Problemas de divisão por cota são considerados um pouco mais complexos pois, para sua resolução, é necessário encontrar a razão entre grandezas, que será um valor sem dimensão. A única aparição deste tipo de situação, denota uma restrição dos tipos de problemas de divisão conhecidos e trabalhados pelas professoras.

Ainda dentro do eixo de problemas de Proporção Simples, apenas uma das propostas foi da classe de relações muitos-para-muitos. A baixa ocorrência desse tipo de situação favorece a perpetuação da concepção equivocada de que problemas multiplicativos de Proporção Simples são ternários, pois somente situações com relações muitos-para-muitos demandam o rompimento com o campo aditivo e a validade do invariante no próprio campo multiplicativo. A relação unitária entre grandezas promove uma simplificação do trato de problemas multiplicativos. PCN, em seu sexto problema, elaborou a situação a seguir.

Prob. 6: Um prêmio de um bingo de R\$600.000,00 é dividido para os acertadores de acordo com o quadro abaixo.

Nº acertadores	Valor (R\$)	Como ficaria a distribuição do prêmio se fosse destinado, antes da partilha, 50% para uma ONG como doação?
3	R\$200.000,00	
4	R\$150.000,00	Para 3 acertadores _____ Para 4 acertadores _____

A despeito de ser um problema que possui mais de uma situação multiplicativa, neste caso é preciso primeiro estabelecer uma relação entre porcentagem e valor do prêmio, em que ambos possuem valores diferentes de um. Em seguida, é preciso estabelecer a relação entre o número de acertadores e o valor devido. Apesar de nesse segundo caso ser possível retornar à variável unitária, ela não é fundamental para a resolução do problema. Mesmo que o estudante divida os valores de cada acertador por dois, implicitamente, estará aplicando o operador escalar ($\times \frac{1}{2}$), invariante característico de problemas multiplicativo.

No rol das relações quaternárias, também foram classificadas duas situações propostas para o eixo Proporção Múltipla. Embora sejam situações que exploram mais de duas Proporções Simples, de forma dependente, este tipo de problema representa uma

variedade de situações multiplicativas. Os próximos problemas foram elaborados por duas professoras. Primeiro, o quinto problema proposto pela *PCN*.

Prob. 5: *Um agricultor produz por dia 10 caixas de caju e as vende por R\$8,00 a unidade. Trabalhando 5 dias por semana com as mesmas quantidades, quanto o agricultor receberá ao final dos 5 dias de vendas?*

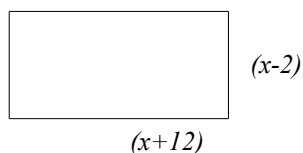
Os três pares de grandezas – caixas, valor e dias – são dependentes entre si e relacionam-se dois a dois. Esta classe, de Proporção Múltipla, demanda habilidades específicas para o seu tratamento e, portanto, demanda melhor exploração na escola. As mesmas características são identificadas no problema da *PCS*.

Prob. 5: *No Centro Cultural do Banco do Nordeste há 2 andares. Em cada andar há 12 salas e em cada sala há 10 quadros expostos. Quantos quadros estão expostos ao todo no CCBNB?*

Como na situação da *PCN*, este problema possui três pares de grandezas – andares, salas e quadros –, analisados dois a dois. A variação de qualquer uma das quantidades interfere no quantitativo da outra, o que garante a interdependência e diferencia este tipo de situação dos problemas de Proporção Dupla.

Representando problemas com relações ternárias, estão os dois problemas restantes, classificados como situações no eixo de Produto de Medidas, na classe de Configuração Retangular. Ambos foram elaborados por *PCA*. Convém mencionar que, como nos problemas classificados como tarefas aritméticas e algébricas, estes enfocam o pensamento algébrico, conforme mostra o problema a seguir:

Prob. 4: *Calcule a área do terreno, no formato retangular, com as medidas expressas e atribuindo o valor de $x = 7$.*



Além do pensamento algébrico, o problema explora as operações do campo aditivo, conjugadas com o cálculo de área, característico das estruturas multiplicativas. Como salientado, supõe-se que o cuidado em contemplar a Álgebra deve-se em razão de este campo

da Matemática ser introduzido, com maior ênfase, nos anos finais do Ensino Fundamental, espaço de atuação da professora. Evidentemente, isso não se configura um demérito do problema, mas uma forma que a docente encontrou de adequar a necessidade de explorar as operações da Aritmética ao contexto de seus alunos. Isso parece ser o efeito daquela falsa afirmação de que multiplicação e divisão só podem ser apresentadas aos alunos entre o 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. A repercussão, nesse contexto – 6º ano em diante –, tais operações já estariam tornando-se elementares. Do ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais, a dificuldade entre os problemas reside no tipo de situações propostas e não necessariamente nas operações utilizadas.

Retomando a tabela 01, convém destacar que nenhuma das professoras propôs situações de Proporção Dupla, Comparação Multiplicativa e de Produto de Medidas que explorem a Combinatória. A ausência de problemas que contemplem tais conceitos reforça a hipótese de uma concepção restrita das professoras sobre os tipos de situações multiplicativas e que, em função disso, acabariam explorando em sala de aula situações mais comuns e simples, classificadas como prototípicas (GITIRANA *et al*, 2014).

De posse desses dados, não é possível afirmar que as professoras desconheciam os tipos de problemas multiplicativos não propostos. Contudo, a ausência deles depõe a favor da hipótese de que tais problemas compõem situações que fogem do contexto até então vivenciado costumeiramente pelas docentes. Caso fossem problemas mais comuns, assim como são os de Proporção Simples, amplamente mais explorados na Educação Básica (GITIRANA *et al*, 2014) e em outros contextos semelhantes (MAIA *et al*, 2015), deveriam ser mais lembrados pelas professoras e, portanto, indicados como sugestões de problemas que exploram as operações de multiplicação e divisão.

É possível que haja uma relação entre o fato de serem problemas pouco explorados, com o baixo desempenho discente em situações taxadas como mais complexas. Afinal, para a construção do conceito é necessária a experiência com diferentes situações. Isso reforça a necessidade de ampliação do repertório de situações multiplicativas das professoras e a relevância da formação realizada. Neste sentido, no tópico seguinte, exploram-se os conhecimentos prévios docentes apreendidos a partir das entrevistas realizadas com elas, antes do início do componente da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais.

5.1.2 Concepções de ordem conceitual

Esta etapa do estudo corresponde, efetivamente, ao início da fase de cossituação da Pesquisa Colaborativa, pois é o momento em que o pesquisador começa a conhecer com mais propriedade o contexto no qual a investigação será desenvolvida. Neste estágio ocorre a aproximação entre pesquisador e professoras-colaboradoras da pesquisa e são geradas as primeiras impressões do estudo a partir da relação direta entre os parceiros. No caso desta pesquisa, este foi o primeiro momento em que pesquisador e professoras geraram dados de forma direta, a partir dos momentos de interação mediados por tecnologias digitais.

Como registrado anteriormente, para todas as três professoras, a formação proporcionada pelo Projeto OBEDUC/E-Mult representou a primeira vez que tiveram contato com a Teoria dos Campos Conceituais. Mais que isso, em alguns momentos, as professoras deixaram perceber que esta fora a primeira oportunidade que tiveram para conhecer com maior propriedade uma teoria que servisse de suporte para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Apesar de terem formações acadêmicas diferentes – duas com Curso Normal (Magistério em Nível Médio) e licenciatura em Letras-Português e uma Licenciada em Matemática e, que no momento da pesquisa, cursava Mestrado Profissional em Informática Aplicada –, todas demonstraram, em medidas diferentes, dificuldades ora com aspectos didáticos da Matemática, ora com elementos conceituais, neste caso avaliado, relativo às estruturas multiplicativas.

É relevante destacar a diferença na formação das professoras, pois diz muito das experiências e conhecimento matemáticos que as três possuem. Não se trata apenas de uma afirmação baseada em senso comum, mas espera-se, como é confirmado pelos dados, que a Licenciada em Matemática tenha um conhecimento mais elaborado do que suas colegas que passaram pela formação pedagógica em nível médio e licenciatura em Português. Isso implicará nas concepções sobre o campo conceitual multiplicativo que elas apresentaram nas atividades da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais.

Apesar das experiências formativas em Matemática, no que diz respeito especificamente ao contato com a TCC houve um consenso quanto ao desconhecimento de seus pressupostos. Para as professoras o conhecimento do campo conceitual multiplicativo

inaugurava uma nova percepção sobre Educação Matemática. As falas das professoras *PCA* e *PCN*, respectivamente, representam esta ideia:

PCA: *Eu confesso que quando eu conheci o grupo de vocês e se falava em Vergnaud eu tinha era medo! Porque me espantava aquilo ali. Eu lia e não entendia nada! “Meu Deus, o que é isso?!”. Mas com o tempo eu fui percebendo qual sentido fazia tudo aquilo ali.*

PCN: *Esse último encontro que nós tivemos [...] a P [nome de uma professora que a acompanhava e também participava das formações presenciais] disse... a gente vinha conversando, aí ela disse: 'PCN, esse encontro eu me senti tão bem, sabe?! Tão bem que eu consegui perceber' - isso a gente conversando - que a gente não... não é que a gente não saiba nada, entendeu? É como se a gente estivesse no mesmo nível, lógico que nós não estamos, mas assim, pelo menos a gente não tava tão perdida quando da primeira vez. [...] São muitas palavras que pra mim é a primeira vez que eu tô vendo. [...] Esse sábado último agora [referindo-se ao mesmo encontro do início da fala], foi assim... foi show! Aí eu pude compreender! Porque são muitas palavras que... não é do meu mundo, sabe? Não é do meu mundo mesmo, do Português, do meu mundo que eu convivo, esse negócio de quaternária, ternária, tudo isso perturba... Ave Maria! Naquele dia eu entendi... acho que entendi.*

Os depoimentos são muito reveladores da realidade de formação inicial dos professores que ensinarão Matemática na Educação Básica. Considerando que *PCA* tem formação para atuar nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e *PCN*, pelo curso Normal, atuar nos primeiros anos de escolarização, ambas ainda não conheciam elementos da TCC. Esta experiência deve-se à formação continuada oferecida pelo Projeto OBEDUC/E-Mult. Convém destacar, portanto, as transformações pelas quais as professoras estavam passando em seu desenvolvimento profissional docente a partir da pesquisa e formação colaborativa (PONTE, 2010).

A partir desses fragmentos verifica-se o sentimento de estranhamento das professoras para com a Teoria, e de certa forma, uma aflição, pelo fato de tais elementos teóricos não serem algo comum à formação que elas tiveram e, conseqüentemente, à sua prática docente. Considerando o relato de *PCN*, em que ressalta sua formação de graduação, é aceitável que uma elaboração teórica para a Educação Matemática fosse ausente. O mesmo não se pode dizer de *PCA*, que é licenciada para lecionar especificamente a disciplina. Por essa razão, era de se esperar que tivesse algum subsídio advindo do curso de graduação.

Esta realidade parece não ser presente somente aqui no Brasil. Silva (2009) apoiada no trabalho das norte-americanas Lambert e Ball (1998), observa que no país das

educadoras matemáticas também havia descaso com a formação inicial de professores de Matemática. As autoras atribuem esse problema a questões como:

(I) a pouca atenção dada, nessa formação, às crenças, concepções e conhecimentos que os futuros professores trazem para o curso de formação inicial; (II) tais cursos geralmente passam a impressão de que é preciso pouco além do senso comum para ensinar, isto é, não mostram a necessidade de conhecimento profissional; (III) não dão a devida atenção ao conhecimento didático; (IV) separam teoria e prática tanto temporal quanto conceitualmente; (V) dão reduzida importância à prática profissional (LAMBERT; BALL, 1998 citadas por SILVA, 2009, p. 2)

De acordo com o relato das professoras-colaboradoras, é justamente sobre esses aspectos que a formação continuada que elas estavam participando se contrapunha. A importância atribuída aos conhecimentos matemáticos trazidos pelas professoras para o planejamento das atividades de formação, a ênfase nos aspectos teóricos da TCC para que as docentes se apropriassem e reverberasse em conhecimento didático, além da atenção à prática, são evidências de que a formação do Projeto OBEDUC/E-Mult, junto à experiência desse estudo, estava oportunizando às professoras uma experiência positiva de aprendizado sobre o ensino e a aprendizagem matemáticos, em especial, acerca do campo conceitual multiplicativo.

Isto é potencializado quando se constata que a carência teórica não se restringe à formação inicial de professor para ensinar Matemática, seja em nível Médio ou Superior. PCS relata sobre a formação deficitária em Matemática que teve, tanto em experiências de formação inicial, quanto continuada, como é o caso que ela comenta no excerto a seguir:

PCS: *A formação do PAIC [Programa de Alfabetização na Idade Certa¹⁹] também é muito precária em relação a isso. Não é uma coisa tão direcionada pra como o aluno pensa, como ele cria suas hipóteses, não tem essa questão. É mais aquela questão direta de como ensinar conteúdo tal. [...] Ai eu começo a ver que tinha muita coisa, muita não, algumas coisas que eu fazia, mesmo intuitivamente, mas que é a forma correta de trabalhar.*

Não se pretende atribuir juízo de valor às falas das professoras quando se referem aos saberes que possuíam e como realizavam suas práticas. Como assumido anteriormente, pretende-se, pois, levantar os pressupostos teóricos e metodológicos das professoras acerca do

¹⁹ Programa de cooperação entre o Governo do Estado do Ceará e seus municípios, que tem como objetivo alfabetizar os alunos da rede pública de ensino até o final do segundo ano do Ensino Fundamental. Além dos aspectos de Letramento, elementos da Matemática também foram adicionados aos conteúdos trabalhados na formação oferecida aos professores.

campo conceitual multiplicativo para então construir argumentos que contribuam na mudança das concepções delas, que influenciem em suas práticas de ensino de Matemática. Nos discursos das três professoras foram identificados elementos da TCC considerados indícios da reflexão da prática docente e desenvolvimento profissional delas a partir da formação iniciada.

Por outro lado, tais relatos corroboram ao que se sabe sobre formação docente de Matemática, e são apenas retrato do que é oferecido aos professores que atuam na Educação Básica (CURI, 2004; FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Há que se destacar, inclusive, como provável efeito da formação deficitária, o interesse das professoras em participar da formação e estarem abertas ao aprendizado matemático no sentido de melhorar suas práticas e contribuir para aprendizagem de seus alunos. Isso, aliás, está em consonância com a proposta teórica de Vergnaud (2009), quando afirma a necessidade de o professor conhecer aspectos ligados ao ensino dos conceitos matemáticos em razão destes permitirem melhor compreensão das dificuldades encontradas pelos aprendizes.

Convém destacar ainda das falas apresentadas, as nuances de elementos da TCC que passam a impactar na prática das docentes. Todas as três professoras, ao se reportarem aos primeiros contatos com a teoria de Vergnaud, remetem à dimensão do ensino e da aprendizagem das estruturas multiplicativas que estava aprendendo ou evocando conceitos teóricos em seus discursos.

Além desse aspecto, há que se enfatizar elementos da prática que as professoras assumiam fazer, ainda que intuitivamente, como destacou PCS, mas que elas percebiam que se alinhavam à proposta do campo conceitual multiplicativo. Considera-se que a formação do Projeto OBEDUC/E-Mult, iniciada cinco meses antes das entrevistas, já influenciava na concepção delas de ensino, bem como inaugurava uma apropriação teórica.

PCN: *Hoje a D [nome de uma professora da escola] tava fazendo um comentário sobre uma formação que elas tiveram do terceiro ano [...] Ai ela disse que tinha uma menina lá que dizia tanta asneira! Tipo assim: 'Não, os meninos só vão aprender multiplicação, lá não sei quando...' Sabe? Ai ela disse que incorporou o professor A [coordenador do Projeto OBEDUC/E-Mult no Ceará], meu filho, e deu uma senhora aula!*

Nas falas de PCN é frequente a menção a terceiros, uma vez que, por ela estar na função de coordenadora afastada de sala de aula, a reflexão da prática docente se dá, por

vezes, pelos relatos de seus colegas. Tal fato é considerado positivo, pois desvela como a formação do Projeto OBEDUC/E-Mult está influenciando nos demais professores da escola, assim como testemunha sobre o apoio que as professoras-coordenadoras estavam oferecendo aos seus colegas, visto que essa é uma atividade inerente àquele perfil para o desenvolvimento do projeto na escola. É mais uma interface de como os conhecimentos desenvolvidos na formação passavam a influenciar a prática das três professoras. No caso de *PCN*, diretamente na atividade que exerce na escola – a coordenação.

Sobre o que é dito na fala da professora, no início da formação, para muitos professores a concepção de que haveria uma idade adequada para as crianças serem apresentadas aos conceitos de multiplicação e divisão era compartilhada. Com este depoimento é possível perceber que essa concepção foi mudada e alinhada ao que sugere a Teoria dos Campos Conceituais. Isso é bem ressaltado quando *PCN* comenta que a colega incorporou o coordenador do Projeto OBEDUC/E-Mult, referindo-se, com isso, a assumir a posição teórica e metodológica do ensino e da aprendizagem matemáticos que considera que o pensamento multiplicativo está presente desde a infância e que deve ser desenvolvido com os alunos nas primeiras séries escolares.

Mais do que uma mera mudança de opinião à revelia de suas crenças preliminares, este discurso sugere que as professoras apropriaram-se da ideia e se convenceram do contrário. Com isto, docentes passaram a compreender que o pensamento multiplicativo não só está presente, como é preciso desenvolvê-lo, ainda nos primeiros anos de escolarização.

Considerando um contexto de aprendizagem colaborativa, Dillenbourg (1999, p. 5) mencionaria que a professora *D*, apresentada no discurso de *PCN*, executou “[...] atividades extras (explicação, a discordância, a regulação mútua etc) que desencadeiam mecanismos cognitivos extras (elicitação de conhecimento, internalização, redução de carga cognitiva etc)”. Tais atividades são características de processos de aprendizagem em pares. Assim, ao explicar e discordar com a formadora, a colega de *PCN* mostra que internalizou conhecimentos, neste caso acerca de pressupostos do campo conceitual multiplicativo. De igual forma, ao fazer tal relato, *PCN* também demonstra que este conhecimento também foi relevante e apropriado por ela.

Alguns conceitos básicos e termos relativos às estruturas multiplicativas também passavam a fazer parte das concepções docentes, no momento da entrevista. De acordo com

as participantes da pesquisa, muito se devia à formação oferecida e que já estaria impactando em suas ações na escola. Classificar situações em eixos, perceber as relações entre grandezas, permitir ao aluno elaborar e expor seus esquemas de pensamento são particularidades da TCC que, *a priori*, começavam a ser compreendidas e internalizadas pelas professoras, como se verifica nos depoimentos a seguir:

PCS: *Eu pude entender é que tem uma diferença do campo aditivo pro multiplicativo, embora o multiplicativo tenha a questão da adição, das parcelas repetidas, mas que são pensamentos diferentes. Me parece que multiplicativa é uma coisa bem mais complexa do que a adição. Eu tô ainda começando a me apropriar daquelas questões da Proporção Simples, da Proporção Múltipla. [...] Agora é que eu tô começando a perceber, entender aquela questão de um-para-muitos, muitos-para-muitos. Isso eu também não entendia.*

A partir deste fragmento da entrevista é possível afirmar que PCS percebia a existência e a necessidade de uma ruptura entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo. A professora, inclusive, usou como argumento a estratégia de resolução com parcelas repetidas que evidencia tal compreensão, em razão de aquela ser um invariante válido no campo aditivo, mas restrito para as estruturas multiplicativas.

Além disso, ela cita termos dos eixos da classificação de problemas, bem como as classes de acordo com as relações. Ao ressaltar aspectos da TCC considera-se que, efetivamente, há uma apropriação de conceitos do campo conceitual multiplicativo e reflexão sobre a aplicação deles na prática docente. Ainda a esse respeito, o fragmento a seguir, feito por PCA, revela que a docente estava bastante atenta ao aspecto das relações entre as grandezas envolvidas nos problemas:

PCA: *Com essa Teoria, eu vejo muito isso na teoria de Vergnaud: é dar sentido às coisas. É saber fazer as relações corretas entre as informações que ele dá, são as grandezas. E isso me chamou muita atenção.*

Nesta fala a ênfase recai sobre as relações entre as grandezas. Estas, aliás, são um dos fatores de mais destaque na TCC, visto que ajudam a perceber os componentes das situações-problema – as grandezas presentes e como elas se relacionam. É a partir do estabelecimento dessas relações que os problemas matemáticos passam a fazer sentido, distanciando do mero exercício de aplicação de fórmulas e algoritmos. A partir da identificação das grandezas e as relações existentes entre elas é que se diversificam os tipos de

problemas multiplicativos. A classificação de situações em Isomorfismos e Produtos de Medidas, apresentados por Vergnaud (2009), se dá a partir das relações entre quatro e três quantidades, respectivamente chamadas de quaternárias e ternárias.

Estes termos das relações entre os elementos da situação foram os que mais chamaram atenção de *PCN*. A professora destacou-os como uma parte da TCC que estaria apropriando-se ou, pelo menos, foram bastante significativos para ela. O fragmento da entrevista a seguir sustenta essa afirmação:

PCN: *Mas que essas palavras assim: estrutura multiplicativa e principalmente a quaternária e as ternárias foram... assim: 'Meu Deus, o que é que é isso?!'. Já... Já tá clareando um pouco. Não vou terminar dando uma aula, não, mas pelo menos pra mim vai servir muito!*

Convém esclarecer que a aula a que a professora se referia dizia respeito a uma possível formação de outros professores, por exemplo, e não a ministrar aulas de Matemática a alunos da Educação Básica, embora não foi perguntado se ela se sentia apta a esclarecer dúvidas aos colegas da escola, visto que essa poderia ser uma atribuição do coordenador do projeto na escola, eventualmente. De todo modo, a despeito dessa inferência, considera-se que alguns conceitos básicos da TCC já começavam a fazer parte dos saberes que *PCN* adquiriu e internalizou em suas experiências com a formação, até então oferecida, e repercutirão nas experiências colaborativas que ela vivenciará nesta pesquisa, assim como suas duas colegas.

Apenas com essa análise não é possível mensurar o quanto esses conceitos foram apreendidos para além da terminologia e em que medida, do ponto de vista de classificação e diversificação de situações, por exemplo, foram apropriados por cada docente especificamente. Para a experiência de aprendizagem colaborativa importa os conhecimentos mobilizados pelo grupo e não o que cada um aprendeu particularmente. De acordo com Stahl, Koschmann e Suthes (2006), esse é um componente difícil de ser apreendido em práticas com *CSCL*, visto que se trata de um produto do coletivo, embora imbuído de contribuições individuais.

De todo modo, de alguma forma tais saberes apresentados pelas professoras e trabalhados na formação do Projeto OBEDUC/E-Mult já influenciam e oportunizam reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas nas professoras. As falas a seguir corroboram tais inferências, mostrando, inclusive, a importância que elas atribuem à experiência que estão vivenciando e seus professores colegas de escola.

PCN: *O conhecimento, a partir dessas formações, desses encontros, eles [referindo-se aos professores da escola que participam da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult] têm. E em tendo o conhecimento, fica tudo muito mais fácil. Basta querer, certo? Eu acho assim: que quando a pessoa já tem uma vivência, já tem o conhecimento, já fez uma vez, ele fica assim, com vontade de fazer mais e eu acredito que vai dar uma melhorada. Até porque, hoje em dia, o ensino ele exige muito! Ele exige muito! O governo exige muito! Então, assim: quando mais você capricha, mais resultado você dá e melhora.*

De acordo com *PCN*, que é coordenadora em sua escola, os conhecimentos mobilizados pela formação devem ter impacto direto na prática docente. Pelos relatos das três docentes, constata-se que a experiência formativa vivenciada proporcionou, em pouco tempo, algum aprimoramento da concepção sobre o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas. Presume-se que, se elas têm essa perspectiva de seus colegas da escola que coordenam, devem transpor também para si o mesmo. Afirma-se isso ao analisar que ora elas depõem na terceira pessoa do singular e do plural, ora na primeira pessoa do plural.

Nos discursos de *PCS* e *PCA*, apresentados a seguir, é possível verificar que o tratamento dado aos problemas do campo multiplicativo passaram a ser diferentes, seja pela ampliação do entendimento do referido campo, seja por perceber a necessidade de compreender o que seus alunos propõem.

PCS: *A gente pensa que é só a multiplicação em si e eu comecei a perceber que a divisão também tá inclusa, a questão da porcentagem, da proporção... são outras coisas que envolvem a questão do campo conceitual multiplicativo, que a gente, enquanto leigo, acha que é a pura e unicamente a multiplicação, a questão da continha mesmo de multiplicar.*

PCA: *Ele te dá a percepção de que você tem que valorizar o pensamento do aluno e tentar ver o quê que esse pensamento te traz e pode reportar a algum conceito. Hoje eu já tenho essa visão. Hoje, qualquer pensamento do aluno, eu quero ouvir. Porque a partir daquilo ali eu posso tá ajudando aquela criança a perceber que faz um sentido aquilo o que ela tá dizendo.*

Implicitamente, nesses dois depoimentos, identificam-se as ideias de situações, invariantes e representações essenciais à construção de um campo conceitual povoarem as concepções das professoras. Além disso, revelam um avanço na concepção de ensino do campo multiplicativo e, também, de Matemática, de uma forma geral. No primeiro caso, *PCS*, ao assumir que entende campo conceitual multiplicativo para além da operação de multiplicação, citando porcentagem e proporção, demonstra compreender a necessidade de

um repertório maior de situações para a apreensão do conceito e que não está restrito à apropriação do algoritmo clássico. No segundo caso, *PCA* enfatiza a relevância de entender como seu aluno pensa para melhor ajudá-lo, compreendendo que esquemas – invariantes operatórios – são utilizados, e isso se dá pela externalização que pode ser feita pelas formas de linguagem e não linguagem – representações – arroladas por Vergnaud (2009).

Sobre a prática docente em Matemática das professoras, pelo propósito da pesquisa, em realizar-se mediada por tecnologias digitais, não foi captada presencialmente. As análises feitas aqui se baseiam nos relatos das professoras e por registros em vídeos, produzidos por elas mesmas, e que serão explorados mais adiante, que confirmam algumas experiências.

Como salientado anteriormente, muito das atividades desenvolvidas em sala de aula eram fruto dos saberes da experiência que *PCS* chama de “intuição”. Na verdade, entende-se que isso advém da vivência em sala de aula e da fonte de informação que todos os professores em geral costumeiramente adotam – o livro didático. Nesse sentido, uma formação colaborativa, como a que se propôs nesta pesquisa, pode ampliar essas referências e contribuir para práticas mais proficuas de ensino e aprendizagem de Matemática. A necessidade formativa e de outras fontes de informação, de consulta e espaços de debate teórico são explicitadas nestes fragmentos:

PCS: *A gente acaba trabalhando Matemática, sem muita questão teórica, sem muito entendimento do que realmente é, e a gente vai pela intuição, vai pela experiência [...] O pouco que eu já ouvi falar, assim, de algumas coisas de teoria foi... é o que a gente pega no livro didático, lá nas orientações pedagógicas [...] Aquela questão de você jogar a situação e esperar que o aluno tente resolver, é confrontar o que ele fez com o de outras pessoas, fazer com que ele explique, essas coisas assim, de não dar a resposta já pronta, ou dizer já é certo, que tá errado.*

PCA: *Porque se você bota uma coisa já pronta, eles ficam muito travados. Eles se travam mesmo e acham que: 'Não, tia só tá certo se for assim?'. Eu digo: 'Não, meu filho, não tá certo só se for assim'. Hoje eu já boto pra eles: 'Vamos lá, a solução de vocês, porque aí eu vou partir do que vocês fizeram. E daí nós vamos construir o que a gente entendeu'. Nessas conclusões, você quando abre isso pra eles, dá a chance deles pensarem e a liberdade de dizer, entendeu? E construir. É muito legal, porque você só consegue perceber isso, quando você conhece um pouco da Teoria. [...] Quando você trabalha com a situação dentro da sala de aula, que você vivencia a dificuldade do aluno e dá a chance para que ele externar o pensamento dele, você percebe até que ponto aquele aluno realmente tem condições de evoluir e construir o entendimento daquele conteúdo a partir dos conceitos que ele vivenciou.*

Ao oportunizar que as professoras falem sobre como pensam o ensino de Matemática, a partir desses excertos da entrevista inicial, é possível identificar alguns indícios sobre conceitos que as professoras possuíam acerca do campo conceitual, em especial, das estruturas multiplicativas. Além de elementos teóricos, foi possível captar registros de como as professoras concebiam práticas de ensino de estruturas multiplicativas. A partir dos depoimentos, é razoável afirmar que as professoras, apesar de terem pouca formação em Matemática, com as primeiras atividades da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult passaram a possuir conhecimentos básicos da Teoria dos Campos Conceituais, em especial no que diz respeito às estruturas multiplicativas. Convém observar que o adjetivo básico aqui não é sinônimo de simplório, mas que pode ser inclusive considerado avançado para a maioria dos professores da Educação Básica.

Neste sentido, para procurar apreender como esses conhecimentos se materializam em ações e discursos, procedeu-se a uma atividade em que as professoras classificaram situações multiplicativas. Mais importante do que conhecer os termos é compreender que tais informações repercutem em concepções relevantes para o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas. Por conseguinte, na seção a seguir apresenta-se a segunda etapa da entrevista preliminar, na qual as professoras classificaram quatro problemas multiplicativos, justificando e argumentando sua escolha.

5.1.3 Concepções sobre tipos de situações

Nesta etapa da entrevista as professoras foram apresentadas a quatro situações multiplicativas. Os problemas, classificados como pertencentes aos eixos Comparação Multiplicativa com referido desconhecido, Produto de Medidas com Combinatória, Proporção Simples com relação muitos-para-muitos e Proporção Múltipla com relação um-para-muitos, foram apresentados nessa ordem, a mesma que será utilizada nas análises.

Quanto à ordem de apresentação das professoras, seguirá *PCA*, *PCS* e *PCN*, em razão de uma classificação de propriedade conceitual percebida entre as professoras. Com isso não se pretende criar um *ranking* das professoras, mas partir de uma organização percebida durante a categorização das transcrições e previsível a partir dos dados analisados até aqui, e pela própria formação e experiência em sala de aulas das professoras.

Esclarecidos tais pontos, inicia-se com a classificação proposta pelas professoras para o problema de Comparação Multiplicativa, a seguir:

01) Beatriz tem trinta e seis anos. Sua filha, Sofia, tem exatamente quatro vezes menos a idade da mãe. Quantos anos tem Sofia?

Este problema foi classificado corretamente por todas as três professoras. Contudo, apenas *PCA* foi categórica ao responder prontamente sobre o tipo de problema. Neste quesito, ficou perceptível que ela tinha uma apropriação avançada da TCC comparada às suas colegas. É conveniente lembrar que a referida professora, além de licenciada em Matemática, estava desenvolvendo uma pesquisa de Mestrado que tinha como foco o campo conceitual multiplicativo. Eis a justificativa da docente:

PCA: *Comparação Multiplicativa. Vou falar igual aos meninos: porque tá comparando. [...] Ele dá a idade da Beatriz e faz uma relação de quantas vezes a idade da Sofia é em relação à idade da mãe. É isso mesmo. Tá fazendo uma comparação, mesmo, no sentido que ele tem uma referência, que é a idade da mãe, e a partir dessa idade ele relaciona quantas vezes é menos em relação a idade da mãe.*

A argumentação dessa professora incide na ideia de comparação entre a grandeza envolvida com o referente e referido. Com isso, embora não tenha destacado a classe – referido desconhecido –, a docente mostra que conhece tal refinamento do tipo de problemas. Além disso, ressalta que a comparação é feita a partir da relação vezes menos, conforme preconiza a TCC. O invariante – vezes menos – não se mostrou comum para as outras professoras, como explicita *PCS*:

PCS: *Exatamente quatro vezes menos... Gente! Esse quatro vezes menos... Ô, Dennys, eu odeio! Porque a gente sempre pensa quatro vezes mais. [...] Na verdade eu nunca nem vi em livro didático, livro de PNLD [Programa Nacional do Livro Didático]... quatro vezes menos. [...] Esse sinceramente eu não sei te dizer. Seria uma Proporção Múltipla? Não sei... Porque eu não achei que fosse Proporção Simples. Eu acho tão complicado! Porque assim: é um... Tem um referencial... A Beatriz tem a idade dela e não tem da filha, né? E pra calcular a da filha, tem que calcular quatro vezes menos... Gente... Ah, eu odeio esse quatro vezes menos... Toda vez que aparece isso aí... Sinceramente, eu não sei te dizer.. Comparação Multiplicativa... [...] Não sei, eu acho que é mais difícil... eu acho que não seria simples... Não sei... É pela questão do quatro vezes menos, né? Eu não sei te dizer.*

A dificuldade da professora corrobora o que apontaram Gitirana *et al* (2014) sobre problemas de Comparação Multiplicativa. Para muitos alunos, e também professores, a expressão vezes menos não faz sentido, quando na verdade esse é um invariante válido no campo multiplicativo, pois representa uma relação real entre as grandezas. Contudo, tal termo

é dotado de uma incongruência, por trazer duas palavras que, *a priori*, explicitam ações contrárias, principalmente quando se está preso ao invariante do campo aditivo. No caso da professora, apesar do desconforto com a expressão, ela conseguiu discernir sobre a classificação e também explicitou a relação entre as grandezas dos entes referente e referido.

Vale registrar que, durante a entrevista, o pesquisador percebeu que PCS consultava o material impresso, distribuído a todos professores e usado na formação do Projeto OBEDUC/E-Mult. Tratava-se do artigo “O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas”, de autoria de Sandra Magina, Aparecido Santos e Vera Merlini, publicado em 2014. O texto traz, em seu quadro teórico, uma síntese sobre a classificação de situações multiplicativas. Na gravação era possível ouvir movimento de papel e a professora reportava-se ao material com bastante frequência. Os exemplos das expressões vezes mais e vezes maior, que a professora cita como lembrança de problemas de Comparação Multiplicativa, são apresentados no referido texto. Apesar de não se ter confirmado com a professora essa informação no momento da entrevista, julga-se que muito provavelmente, com suporte do artigo em mãos, a docente chegou à seguinte conclusão:

PCS: *Referido desconhecido... Na verdade seria uma Comparação Multiplicativa? Tem o referido desconhecido... [...] Deixa eu ver... Essa primeira eu penso que seja uma Comparação Multiplicativa. Porque da vez que eu vi uma outra situação que tinha... lá no texto da Magina [o material utilizado na formação], que tinha a questão da... Não lembro quantas vezes, mas era quantas vezes... quantas maior ou quantas vezes mais a gente viu que era uma Comparação Multiplicativa. Se quantas vezes mais é Comparação Multiplicativa, então quantas vezes menos também deve ser... Não é, não?! É o que eu penso. Porque quando se compara quantas vezes mais, é uma Comparação Multiplicativa. Agora, quantas vezes menos... Também deve ser! Não tá comparando também, pra mais ou pra menos, não é, não?!*

A consulta ao material da formação ou mesmo anotações que a professora por ventura tenha feito não atribui demérito à classificação proposta no momento da entrevista. Tomando a Pesquisa Colaborativa, todas as etapas são também momentos formativos e de desenvolvimento profissional (IBIAPINA, 2008). Além disso, inerente ao processo de aprendizagem colaborativa, já que se tratava de uma interação entre duas pessoas, a docente realizava a atividade cognitiva da argumentação (DILLENBOURG, 1999). A professora, apesar de não ter um argumento formado sobre o tipo de problemas de Comparação

Multiplicativa, o desenvolveu no momento da experiência, inclusive, associando os termos das quatro classificações à descrição dos quatro problemas. Essa situação apresentou-se como o de classificação mais difícil para *PCS*, conforme ela mesma afirmou.

De forma semelhante procedeu *PCN*, que também apresentou dificuldade nesta classificação, inclusive, consultando o texto referência da formação e seus apontamentos do encontro realizado no final de semana que antecedeu a entrevista. No caso desta, além de o pesquisador, da mesma forma, ouvir o movimento de papéis na gravação, a consulta ao material foi declarada pela professora. A seguir, a resposta e argumentação de *PCN* sobre o problema de Comparação Multiplicativa:

PCN: *Eu tô em dúvida se é Proporção Simples ou é Multipla. [...] Mas eu também... Agora eu tô olhando... Será que ela não poderia ser Comparação Multiplicativa? Porque quatro vezes menos a idade... [...] Tomara que seja... vou pescar, né? [reportando-se ao material da formação] Nós não fizemos uma atividadezinha tipo essa, não foi? [...] Pronto. Vamos lá! Comparação Multiplicativa, a um. [...] Porque eu pensei aqui, ó! Se vai... ó: Sofia tem exatamente quatro vezes menos a idade da mãe... por isso que eu pensei na Comparação Multiplicativa. [...] Porque, ó: se a Beatriz tem essa idade, a filha dela tem exatamente quatro vezes menos... Então foi isso que eu pensei, que podia ser uma Comparação Multiplicativa. Só pelo nome e por essa informação que tem na atividade.*

Inicialmente a professora tem dúvidas entre dois outros eixos de classificação. Ao que indica sua fala durante a entrevista, foi ao consultar o material que a docente conseguiu relacionar a ideia de comparação com a proposta do problema. Apesar de não explicitar os termos “referente”, “referido” e “relação” em sua argumentação, *PCN* demonstra se ater a esses conceitos para sua afirmação. Vale ponderar que classificar exatamente com os termos teóricos não é, efetivamente, o interesse, quando se trabalha com qualquer teoria didático-pedagógica. O essencial é que os professores apropriem-se do que aqueles conceitos atribuem de valor a sua prática para melhores ensino e aprendizagem. Isso é o que as professoras apresentaram no momento da entrevista preliminar para a situação de Comparação Multiplicativa. As três docentes classificaram de forma correta o problema e indicaram argumentos claros alinhados ao aspecto conceitual que a situação propõe.

O segundo problema apresentado trouxe uma situação ternária, um Produto de Medidas com a classe de Combinatória. Essa situação compõe outro eixo de classificação proposto por Magina, Merlini e Santos (2016) que, baseados em Vergnaud (1983, 2009),

diferenciam inicialmente as situações pelas relações entre as quantidades de grandezas envolvidas. Eis o problema:

02) O grupo de dança de Laura e Camila possui três modelos de camisa *baby look* – azul, vermelha e branca – e dois modelos de *short* – um azul e outro branco. O figurino do grupo é formado sempre pelas duas peças de roupas. Assim, de quantas maneiras distintas o grupo das meninas pode ser vestido para uma apresentação?

Ainda que no enunciado não destacasse a classe a qual a situação pertence – Combinatória – para este problema, *PCA* respondeu e justificou da seguinte forma:

PCA: *Combinação. Ele estaria dentro do Produto de Medidas. Eu vou fazer associações entre grandezas. Eu tenho três modelos de camisas e tenho dois modelos de short. Vou trabalhar como os meninos dizem 'com batalha naval', fazer as combinações. Pra eles, como eles não entendem o que é grandeza, mas vai relacionar camisa com short. Produto de Medida, que seria produto cartesiano. Alguns chamam produto cartesiano, outros chamam combinação. [...] Porque ele relaciona, ele forma pares na verdade. Ele relaciona, ele cria um par a partir da relação, da junção de um com outro, da combinação de um com outro.*

Como é possível verificar, a professora foi bem incisiva na classificação, evidenciando não somente o eixo – Produto de Medidas –, mas também a classe do problema – Combinatória, ainda que o chame de Combinação –, além de declarar outros termos pelos quais o tipo de situação é conhecido. Mais ainda, a professora mostra como é possível o tratamento para resolução do problema, evidenciando a formação de conjuntos entre as grandezas que gera uma terceira. Este, a propósito, é o que confere o caráter ternário da situação e a sua classificação como Produto de Medidas, isto é, o resultado da relação multiplicativa entre duas grandezas.

Em seu discursos, *PCA* explicita ainda que costuma trabalhar esse tipo de situação com seus alunos a partir da estratégia de uma tabela de dupla entrada, como no jogo citado por ela – batalha naval. Nessa proposta, a relação entre elementos identificados pela linha com a interseção com elementos da coluna indicam um produto. Esse dado permite inferir que a professora costuma utilizar em suas aulas outras representações para resolver os problemas, além do algoritmo. Como destaca Vergnaud (1983, 2009), a variedade de representações também é necessária para o desenvolvimento de um campo conceitual.

Tal tipo de situação por destacar o processo de combinar elementos favorece a evocação do eixo antes da classe. A seguir, tem-se a classificação e justificativa de *PCS* que,

como sua colega *PCA*, não se limitou à denominação do eixo, ao explicitar primeiro a classe a qual está relacionada a situação. Todavia, essa docente trouxe a nomenclatura do eixo conforme o referencial teórico adotado na formação.

PCS: *Eu acho que a questão da Combinatória, eu acho que entraria... é... no Produto de Medidas... Na Combinatória eu acho que entraria no Produto de Medidas... Acho que... porque faz uma correspondência... da cor, de uma blusa, para vários shorts... a outra blusa para... Ai... Eu acho que as situações combinatórias, eu acho que elas se encaixam no Produto de Medidas. Quando eu comecei a ler, da outra vez que eu tava vendo, eu achava que Produto de Medidas seriam só aquelas que envolviam Perímetro, Área... pelo fato de ter uma medida. Então eu associei rapidamente a isso. Mas eu acabei percebendo, depois que eu li um pouco, que a questão da situação de Combinatória... que você também às vezes consegue elaborar de uma forma de... tabela, por exemplo, né? Que você constrói uma tabela. Querendo ou não, você tá organizando de uma forma retangular. Não sei... Eu acho que a Combinatória, ela remete a gente a essa organização, de forma retangular, não sei... Eu acho que é isso.*

PCS mostrou segurança nesta classificação, que foi possível em função da formação oferecida. Em sua argumentação ela deixa isso claro, ao reportar-se à apropriação do material adotado e às discussões realizadas. Da mesma maneira que *PCA*, *PCS* indicou uma estratégia de resolução, baseada em tabela de dupla entrada, associando à configuração retangular, forma também conhecida esse tipo de situação em alguns materiais didáticos e de pesquisa.

É possível dizer também que *PCS* mostra ainda uma evolução da compreensão do conceito de Produto de Medidas. Apesar de ela incluir a ideia de Perímetro como uma situação multiplicativa, quando se alinha mais ao campo aditivo, ao convocar o conceito de Área como um exemplo de problemas desse eixo, a docente mostrava avanço no entendimento sobre transformação de unidades de grandezas. No campo multiplicativo, essa transformação se dá pelo produto delas, seja em situações de configuração retangular, seja em problemas com combinatória. Interessante destacar que *PCS*, inclusive, considerava o tratamento do problema apresentado pela estratégia de tabela de dupla entrada, ou seja, relacionado as duas grandezas – camisas e *shorts* – entregando uma terceira – figurino.

Apenas *PCN* não nomeou de forma correta este tipo de problema multiplicativo, apesar de identificar a ideia de combinação na situação. A professora parece ter relacionado o conceito erroneamente à ideia de Proporção Múltipla devido às várias possibilidades de

combinação das grandezas, que gerariam um conjunto diferente. A seguir, a classificação da referida professora:

PCN: *A outra, eu acho que é Proporção Múltipla. [...] Porque eu posso fazer vários grupos. Por exemplo: as camisas, que são azul, vermelha e branca, os shorts, azul, branco... aí eu posso fazer uma... tantas vezes, quantas vezes eu conseguir, né?... É que eu não fiz a conta. [...] Várias combinações, certo? Então assim, são múltiplas escolhas de roupa, digamos assim. Por isso que eu fui pra Proporção Múltipla.*

Como registrado, constata-se que, de algum modo, a docente compreendia a natureza da situação, embora a classifique com o termo incorreto. No entanto, não é possível afirmar que PCN entendia a ideia de transformação de grandezas, característica deste tipo de problema ternário. Comparada a suas colegas, essa professora demonstrou maior carência sobre as concepções do campo conceitual multiplicativo, em especial as relativas às situações.

Há que se fazer uma ponderação de que esta é a única dentre as três que não estava em sala de aula, inclusive há muito tempo sem ensinar Matemática. Os saberes da experiência são tão relevantes quanto os saberes teóricos para prática docente. Considerando que PCS tem a mesma formação acadêmica que PCN – curso Normal e Licenciatura em Letras-Português –, a vivência em sala de aula lecionando Matemática apresenta-se como um dos possíveis fatores para a diferença de propriedade teórica, neste aspecto analisado.

Na sequência, a terceira situação apresentada às professoras envolvia o conceito de Proporção Simples com relação muitos-para-muitos entre os dois pares de grandezas envolvidas. A situação foi a seguinte:

03) Na lanchonete de Júlia há uma promoção em que na compra de cinco lanches, de brinde, o cliente ganha dois sorvetes. Ana levou toda a família para jantar e comprou 15 lanches. Quantos sorvetes Ana terá direito?

Como nos problemas anteriores, mais uma vez PCA foi a que demonstrou mais espontaneidade e por isso maior domínio para responder e justificar sobre a classificação de situações do campo conceitual multiplicativo. Acerca dessa situação a professora pontuou:

PCA: *Pronto. Aí eu tenho uma situação de Proporção Simples, tá? Muitos-para-muitos, onde eu preciso entender que a cada cinco lanches comprados, eu vou ter dois sorvetes de brinde. No momento que eu comprar quinze lanches, ele quer saber quantos sorvetes eu vou adquirir. [...] Por que muitos-para-muitos? Porque eu não consigo identificar aí a relação unitária. É... tipo: um lanche dá direito a o quê de sorvete? Dá direito a sorvete... a alguma quantidade de sorvete? Não tem como o aluno perceber*

de imediato... ou ele busca essa relação de um... mas, com certeza, eu tenho uma relação de muitos-para-muitos, eu não consigo expressar, não tenho expressa a unidade, a relação pra unidade de lanche. A relação de unidade, né?

Pelo excerto da fala docente, constata-se a propriedade que *PCA* demonstrava ter sobre classificação de problemas multiplicativos. Conforme mencionado, isso se deve à formação diferenciada e específica a qual ela estava passando em uma pós-graduação *stricto sensu*. Como a docente afirmou, inclusive nesta mesma entrevista, para atender a um dos objetivos da pesquisa de sua Dissertação, ela precisou classificar situações multiplicativas disponíveis no OA Equilibrando Proporções²⁰. Para tanto, conhecer e estudar os tipos de problemas do campo conceitual multiplicativo foi fundamental. O fato é que, sem hesitar, *PCA* indica a classe e o eixo a qual a situação deve ser classificada, expressando a justificativa para que o problema configure-se como Proporção Simples da classe muitos-para-muitos. A professora evidencia a ausência da relação unária na situação, característica de problemas um-para-muitos.

Esta situação foi a primeira que *PCS* errou a classificação. De acordo com o depoimento da professora, ela parecia compreender a especificidade do problema, identificando a relação muitos-para-muitos. Entretanto, classificou-o como Proporção Múltipla, conforme o fragmento transcrito abaixo.

PCS: *Bom... essa parte aí, eu acho que mexe com a questão de muitos-para-muitos. É... Eu acho que entra na Proporção Múltipla. [...] Porque envolve... porque no começo, a cada cinco lanches, já não é só uma, já não é somente uma referência, né? Não é só um... como é que eu posso dizer, não é só uma relação, né? Ele tem a relação de cinco lanches, pra dois sorvetes e depois apresenta a relação. A gente tem que decifrar a relação dos quinze lanches, quantos sorvetes seriam. Então eu acho que entra nas Proporções Múltiplas... na relação muitos-para-muitos... tu acha que tá certo? [...] Eu acho que é Proporção Múltipla, no caso do muitos-para-muitos. Porque se fosse cada lanche, um brinde, mas no caso são cinco lanches e dois brindes... Né? Por isso que eu acho que é muitos-para-muitos.*

PCS demonstra clareza com o conceito de muitos-para-muitos, assim como *PCA*, ao destacar que não há uma relação unitária, uma vez que o problema parte de valores maiores do que um. Contudo, essa mesma evidência parece confundi-la com a ideia de multiplicidade,

²⁰ Produzido no Projeto Condigital, da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/formacao/_medio/Matematica/EquilibrandoProporcoes/index.html. Último acesso em 30 de abril de 2016.

levando-a a optar pela Proporção Múltipla, ao invés da Proporção Simples. Esse conceito é esclarecido pela professora durante uma atividade colaborativa da formação realizada no contexto desta pesquisa. A diante, quando forem analisados os dados dessa experiência, esse ponto será retomado.

S e PCS não logrou total êxito em sua classificação, demonstrando algumas dúvidas a respeito, a resposta de PCN foi influenciada pelo encontro que houve antes da entrevista. Como registrado na metodologia deste trabalho, apesar de o pesquisador ter tido o cuidado para evitar essa condição, isso não foi possível em razão da disponibilidade da professora. Embora ela tenha classificado a situação de forma correta, a justificativa ficou marcada pela lembrança que ela relatou do encontro presencial, conforme a fala:

PCN: *Olha, essa daqui também nós vimos. Nós vimos essa daqui, parecido com aquele exemplo que o professor A [coordenador do Projeto OBEDUC/E-Mult no Ceará] deu, que você compra não sei o quê e ganha não sei o quê. Essa aqui da lanchonete de Júlia. Não foi, ele não deu um exemplo tipo assim? Foi parecido mesmo. Era Proporção Simples. [...] Eu acho que é... porque na... Porque... Porque, eu não sei... Mas naquele dia nós não estudamos mais Proporção Simples? [...] Exato! E se ele apresentou essa, uma questão tipo essa, eu não me lembro era sobre o quê, mas era tipo assim, que você compra uma coisa e ganha outra. Foi numa hora que, não sei quem foi explicar e depois ele foi lá e... Não foi? Não sei se tu lembra. Então, aí eu acho, por esse motivo, por esse motivo, que é Proporção Simples.*

Diante disso, não é possível afirmar se PCN seria capaz de classificar ou dar algum argumento para categorizar essa situação. Há fortes indícios para crer que não, pois ela declara não saber dizer o porquê. Inclusive, a professora não menciona qualquer palavra que demonstre ter percebido, pelo menos, a relação de muitos-para-muitos inerente à situação. A justificativa utilizada pela docente apenas é uma questão mnemônica, por semelhança com uma questão trabalhada na formação que focou o eixo de Proporção Simples.

Assim, como momentos anteriores desta Tese, não se julga que o que fora aprendido pelas professoras em oportunidades oferecidas pela formação seja um demérito da classificação, uma vez que se trata de uma formação que aconteceu dentro de um contexto de Pesquisa Colaborativa. Conquanto, não é possível afirmar que, mesmo com a participação no encontro, a professora apreendeu o conceito desse tipo de situação multiplicativa, visto que não trouxe elementos que permitissem a classificação.

A última situação apresentada às professoras-colaboradoras da pesquisa foi a classificada como Proporção Múltipla e consistia no seguinte problema:

04) No hospital onde Isabela trabalha como enfermeira, a escala do plantão da enfermagem é por demanda. Para cada médico, são designados três auxiliares de enfermagem e para cada auxiliar, dois enfermeiros. Neste final de semana serão necessários três médicos. Quantos enfermeiros serão relacionados?

PCA identificou as grandezas e, logo em seguida, rotulou e justificou o problema. Interessante destacar que para esta docente a identificação das grandezas é uma das categorias centrais que Vergnaud (1983, 2009) atribui para a formação de um conceito, visto que a partir disso é possível organizar toda a estrutura da situação. Isso inclusive parece ajudar a professora a quantificar as grandezas envolvidas e classificar as situações como quaternárias e ternárias. A depender dessa organização, os eixos e classe são melhores definidos. Eis o que a professora declara:

PCA: *Eu tenho médicos, eu tenho auxiliares, eu tenho enfermeiros... [...] Tá. Aqui eu tenho uma situação de Proporção Múltipla, porque eu tenho, de dois a dois, eu vou tá relacionando as grandezas. Eu vou ter que relacionar médicos, eu tenho a relação unitária, né? De médicos e auxiliar, mas eu tenho que saber a relação que existe, da quantidade de auxiliares pros enfermeiros. Eu consigo enxergar com a situação de Proporção Múltipla.*

Esta docente, além de classificar corretamente a situação multiplicativa, em sua justificativa dá a entender que percebia a relação de dependência entre os pares de grandezas, o que a diferenciaria dos problemas de Proporção Dupla. Neste sentido, *PCA* continua:

PCA: *Porque eu tenho... as grandezas se relacionam de duas a duas. Eu tenho a relação, para cada médico, eu tenho três auxiliares de enfermagem e pra cada auxiliar, eu decido os enfermeiros. Tipo: eu não tenho a relação direta, um médico vai me dá tantos enfermeiros. Eu preciso saber que a relação de enfermeiros vai estar associada a auxiliares. Para cada auxiliar eu tenho dois enfermeiros. Mas pra cada médico, eu tenho auxiliar. Então eu tenho a relação médico-auxiliar, auxiliar-enfermeiro. Então, duas a duas, eu consigo fazer uma relação de Proporção Múltipla e é uma relação quaternária, também.*

Ao final, *PCA* ainda destaca que tipo de relação a situação multiplicativa em questão traz. Ao mencionar que este é um problema quaternário, a referida professora indica que entende a diferença entre os problemas de Isomorfismos de Medidas, que são os quaternários, e Produtos de Medidas e Comparações Multiplicativas, os ternários. Aliás, logo

em seguida ela classifica corretamente as outras três situações, também com base neste critério.

Novamente, apenas *PCA* classificou de forma adequada a situação e com argumentos claros e precisos. *PCS* fez a seguinte avaliação do problema:

PCS: *Eu acho que é Proporção Simples... É porque assim, ele dá... para cada médico. Então é a partir de um médico, né? Apenas um... eu acho. Espera ainda... É, eu acho que sim. Eu acho que tem... a relação, ela tá bem clara, entendeu? Que para cada médico, quer dizer: um só, né? Uma só informação: para cada médico são três auxiliares... E para cada auxiliar, para cada um dos auxiliares, dois enfermeiros. Então eu colocaria como Proporção Simples.*

A professora parece ter dificuldade em justificar o problema, em especial por ele não parecer tão simples quanto à nomenclatura que ela estava adotando. Vale lembrar que este era o último problema e só restava disponível um termo para classificá-lo. Provavelmente isso induziu ou, pelo menos, influenciou a classificação apresentada pela professora. Em seu discurso *PCS* parece ficar bastante atenta à relação um-para-muitos, que designa uma das classes de problemas de Proporção Múltipla e que, de fato, a situação em análise se configurava. Isso ficou claro quando ela evidencia recorrentemente a palavra “cada” em sua explicação para a resposta. Veja-se o desenvolvimento do argumento docente:

PCS: *Embora seja uma situação-problema um pouco mais complexa, porque ela envolve o cálculo de saber quantos auxiliares, depois quantos enfermeiros, a relação tá bem clara que é para cada, né? Para cada um, são vários, então acho que de um... questão de um-para-muitos. [...] É mais de uma operação. Não digo pra gente, digo pro aluno mesmo resolver, entendeu? Precisa resolver essas duas situações, ai, né? Para chegar ao resultado.*

Com o final deste fragmento, percebe-se que a professora entendia que se tratava de um problema de um-para-muitos, mas de maior complexidade, justamente em virtude de existirem mais de uma situação ou, na definição de Proporção Múltipla, mais de duas Proporções Simples dependentes. Entretanto, *PCS* não conseguiu relacionar essa multiplicidade de relações subordinadas com o termo que se refere ao eixo da classificação. Apesar da classificação, considerou-se que a professora seria capaz de identificar a peculiaridade deste tipo de situação multiplicativa, apesar de ainda existirem dúvidas quanto a este tipo de classificação em problemas de Proporção, seja Simples ou Múltipla.

Finalizando essa parte das análises, a resposta da *PCN* a essa questão foi, basicamente, em razão de ser o único termo que ela não tinha escolhido. Convém registrar a aflição e confissão da professora em não ter certeza e confiança em suas afirmativas. Neste mesmo diálogo, salienta-se uma vantagem da entrevista mediada por tecnologias digitais, comparada ao modelo convencional, face a face. De acordo com a professora, o fato de o contato com o pesquisador ser virtualizado, por conferência de voz, a deixou menos constrangida.

PCN: *Ainda bem que eu não tô te vendo. Se tivesse te vendo, eu acho que já teria caído durinha pra trás, de vergonha! É sério, Dennys! É muito ruim você falar de uma coisa quando você não tem propriedade. Ave Maria! Meu Deus do Céu! A gente fica com vergonha!*

Este dado foi considerado relevante, pois suscitou ao pesquisador-formador necessidade de maior cuidado com as atividades, materiais trabalhados e o trato com as parceiras envolvidas na formação colaborativa com apoio de tecnologias digitais. Como bem destacam Nacarato, Mengali e Passos (2009), a Matemática é responsável por algumas marcas negativas na vida estudantil e profissional de muitos professores, em especial aqueles que não tiveram a formação específica para a docência da disciplina. Isso, aliás, representa bem o que propõe o estágio de cossituação da Pesquisa Colaborativa como um momento para que os participantes do processo se deem a conhecer suas demandas e especificidades, além de reorganizar passos da investigação. Depois desse relato, o pesquisador ficou mais atento para que tais fragilidades não fossem expostas de maneira que inibissem a participação das professoras, ou mesmo as constrangessem, e as práticas colaborativas planejadas para a pesquisa ficassem comprometidas.

Retomando sobre a classificação da situação pela docente, conforme anunciado, o critério utilizado foi a exceção. A seguir a forma como *PCN* declarou isto:

PCN: *Pronto. Quatro... a quatro o que é que foi que sobrou? Produto de medida! [...] Não... Assim, não... mas também, né? Eu não tenho muita coisa pra argumentar. Eu pergunto pra você me dizer alguma coisa sobre Produto de Medidas, você disse que não podia, então... [...] Ó, eu queria ter acertado pelo menos uma!*

A declaração da *PCN* reflete, mais uma vez, a frágil formação que nossos professores que ensinam Matemática, em especial, aqueles que atuam nos primeiros anos de escolarização têm. Apesar de não ter formação em Educação Superior que a habilite para

lecionar Matemática e não atuar há algum tempo em sala de aula, *PCN* passou por um curso normal, considerado pela LDBEN o nível mínimo de formação para um professor da Educação Básica. Isso revela a necessidade de propor formações aos nossos professores, como a que se propôs nesta Tese.

No mais, a partir dessas análises, é possível constatar que o grupo de professoras participantes da pesquisa é bem heterogêneo, no que diz respeito à propriedade em classificar as situações. Do instrumento preliminar, início da pesquisa do Projeto OBEDUC/E-mult, ao momento da entrevista, as três professoras avançaram, em níveis de apropriação diferentes, na compreensão de elementos da Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas multiplicativas. Supõe-se uma polarização entre *PCA* e *PCN*, com *PCS* entre as duas quanto ao conhecimento das situações. Tal perfil é positivo para a constituição do grupo de aprendizagem colaborativa. Os diferentes pontos de vista podem contribuir com o desenvolvimento de atividades cognitivas extras inerentes ao processo (DILLENBOURG, 1999).

Além da formação oferecida pelo Projeto, há que se considerar as outras experiências formativas que as professoras tiveram, como parece ser mais o caso de *PCA* e os saberes provenientes da prática, mais claros nos discursos de *PCS* e *PCN*. A primeira, pela Licenciatura em Matemática e o curso de Mestrado; as outras duas, pela vivência em escola e contato com alunos e professores que atuam no Ensino Fundamental, em especial, nos primeiros anos dessa etapa escolar. Nas declarações das três professoras, essas nuances são recorrentemente reveladas. Todavia, reitera-se que, mais do que saber a nomenclatura de cada situação, é importante compreender e dominar o que cada uma tem de diferente e pode contribuir para a formação do campo conceitual dos aprendizes. Isso as três professoras demonstraram que estavam apreendendo.

Comparando o instrumento em que as professoras elaboraram questões e, com este outro, em que classificaram, identificou-se que a professora que elaborou os problemas menos interessantes do ponto de vista do campo conceitual multiplicativo promoveu maior variedade, considerando o que fora proposto pelo grupo, e acertou todas as classificações. A polaridade entre *PCA* e *PCN*, com *PCS* entre ambas, mantém-se quando a competência avaliada foi o repertório de situações multiplicativas. Isso reforça que, não apenas as diferentes formações e atuações, mas os saberes que cada professora possui podem contribuir positivamente para uma experiência de aprendizagem colaborativa entre elas. As diferentes

habilidades e competências acerca do campo conceitual multiplicativo podem, igualmente, contribuir para a qualidade das discussões e interações entre o grupo de professoras.

Cumpra esclarecer que os saberes dos professores que ensinam Matemática, a que se refere esta pesquisa, está em consonância com a proposta de Jaramilo, Freitas e Nacarato (2009, p. 164):

Os saberes dos professores são compreendidos neste texto como os conhecimentos produzidos por eles – ao longo de sua vida acadêmica e profissional – a partir de suas experiências próprias. Experiências vivenciadas e sentidas pelo professor em sua prática pedagógica.

Tais conhecimentos implicam diretamente nas concepções de ensino de Matemática e na prática das professoras e implicarão nas trocas desencadeadas na experiência de formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais.

Diante do que foi evidenciado nessas análises, é possível afirmar que as professoras, de um modo geral, possuem conhecimentos julgados básicos sobre o entendimento de estruturas multiplicativas, ligados tanto ao aspecto conceitual matemático, quanto didático. O primeiro no que tange às concepções de ordem conceitual e o segundo no que diz respeito aos tipos de situações elaboradas. Muito desse conhecimento é fruto do que desenvolveram na formação oferecida pelo grupo OBEDUC/E-Mult. Certamente, ainda havia muito o que avançar. As professoras precisavam ampliar o repertório de situações multiplicativas, assim como perceber as características específicas de cada situação para contribuir para a aprendizagem de seus alunos.

Considerando a tríade de desenvolvimento de um campo conceitual – situações, invariantes e representações – as professoras precisavam aprender como melhor articular essas variáveis ao ensino delegado a elas. Sobre esse aspecto é que os próximos passos desta pesquisa procuram contemplar, ao explorar a formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, que teve como foco tais princípios.

5.2 Construção e reconstrução dos conceitos de estruturas multiplicativas pelas professoras

Nesta seção serão contemplados os dois últimos objetivos específicos da pesquisa em razão de eles estarem intrinsecamente ligados. A partir das tecnologias digitais utilizadas na formação colaborativa, realizada com as professoras, serão analisados os processos de

construção e reconstrução dos conceitos de estruturas multiplicativas discutidos pelas docentes. Inicialmente, para dar conta da análise das dimensões que as tecnologias digitais assumiram neste processo de formação, será focado o uso que elas tiveram do ponto de vista da interação, do registro e compartilhamento de conteúdo. A este respeito, trata o tópico a seguir.

5.2.1 Interações a partir das ferramentas digitais

Nesta seção, analisam-se as discussões ocorridas pela interação que os membros do grupo colaborativo vivenciaram por meio de tecnologias digitais. O foco das análises centra-se no uso dos ambientes virtuais que promoveram a reflexão entre os participantes. É relevante destacar o uso do artigo masculino para referir-se aos sujeitos, pois, por se tratar de uma Pesquisa Colaborativa, o pesquisador também se insere como participante e aprendiz na experiência. Essa foi uma oportunidade de desenvolvimento profissional de todos os envolvidos e o pesquisador atuou de forma direta nas discussões realizadas.

Como mencionado anteriormente, foram utilizados para a promoção da aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais as seguintes ferramentas: *a)* grupo no *WhatsApp* para comunicação, especialmente, síncrona; *b)* conferência via *Skype* para os encontros virtuais pré-agendados; e *c)* grupo no *Facebook* para postagem e discussão assíncrona de material. Em cada uma dessas ferramentas procurou-se explorar o potencial multimidiático do recurso e como as mídias utilizadas – texto, imagem, áudio, vídeo – fomentavam de alguma forma o debate e interação entre o grupo colaborativo.

Iniciam-se as análises com uma atividade que contou com as três ferramentas, realizada ainda nas primeiras semanas da experiência de aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias digitais. No encontro virtual realizado no dia 1º de setembro (3º encontro), por meio do serviço de conferência, ficou decidido que cada professora elaboraria duas situações de Proporção Simples – uma com um-para-muitos e outra da classe muitos-para-muitos.

Os problemas propostos deveriam ser postados no grupo da rede social, com a classificação atribuída pela professora, para que os demais participantes pudessem analisar. Caso houvesse discordância, a discussão dar-se-ia por comentários na postagem. Como esse processo aconteceria de forma assíncrona, ficou decidido que no encontro virtual seguinte, realizado no dia 10 de setembro, essa atividade seria retomada.

A produção de situações quaternárias, com variação entre classe e eixo, compunha uma das tarefas da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult. Nessa atividade, todos os professores participantes do Projeto elaboraram e classificaram problemas multiplicativos, evidenciando os conceitos trabalhados para discutirem com seus pares na formação em suas escolas. Para o grupo de professoras participantes desta pesquisa, estabeleceu-se que as mesmas situações que elas apresentariam em suas escolas seriam utilizadas na formação com componente virtual. Como, para as professoras-coordenadoras, ambas formações eram vinculadas entre si, julgou-se que não haveria razão para que fossem atividades diferentes. Apenas convencionou-se que, como seriam dois problemas, necessariamente um fosse da classe um-para-muitos e outro muitos-para-muitos.

As situações deveriam ser postadas ao longo da semana, para que todos pudessem acessar e comentar a respeito da proposta e da classificação. Até o horário combinado para o encontro, nenhuma professora havia postado suas situações no grupo do *Facebook*. *PCA* e *PCN*, que participariam da conferência, fizeram a postagem no início do encontro virtual, conforme mostram a Figura 05 a seguir, com o registro dos horários:

Figura 05 – Postagem das situações compartilhadas por *PCA* e *PCN* no grupo do *Facebook*.



Fonte: elaborada pelo autor.

A situação proposta por *PCA* foi a seguinte:

Situação PCA01: *A professora Ana Carla recebeu 3 embalagens totalizando 45 diferentes brinquedos para distribuir com suas 3 turmas do 6º ano A/B/C. Sabendo que será dividido a mesma quantidade de brinquedos por turma, quantos brinquedos será para cada 6º ano?*

Antes de entrar no mérito da análise, cumpre ponderar que *PCA* propôs uma situação mais interessante, do ponto de vista da diversidade do campo multiplicativo, comparada àquelas elaboradas no início da formação. Ainda que seja uma situação de Proporção Simples da classe um-para-muitos, majoritariamente proposta pelas professoras, o diferencial foi a abordagem do tipo específico de divisão – divisão por cota. Quanto à classificação, além de classificar de forma correta, a professora apresenta o refinamento da classificação informando o tipo de operação explorada.

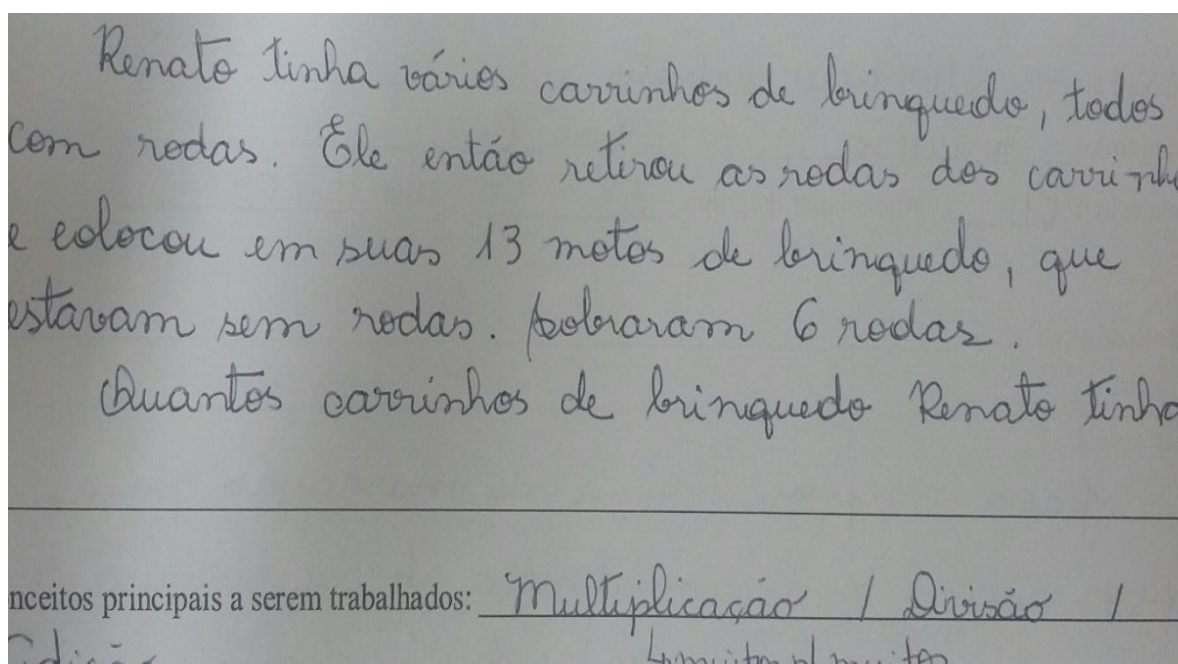
PCN, apesar de comentar a postagem da colega, conforme combinado com o grupo, não se posiciona se concorda ou não com a classificação dos demais. Pelo próprio registro da docente, assim como as evidências da participação dela nos encontros virtuais, tanto pela assiduidade quanto pela participação, é possível afirmar que ela apresenta dificuldades para a compreensão dos aspectos da classificação dos problemas multiplicativos. Sobre a situação, *PCN* apresentou o seguinte problema:

Situação PCN01: *Uma caneta custa 2 reais. Livia tem 16 reais, mas só (pode) gastar a metade deste dinheiro. Quantas canetas ela pode comprar?*

A situação proposta por *PCN*, embora de um-para-muitos, é composta de duas proporções. Para a solução do problema são necessárias duas relações. A relação entre canetas e custo e a operação de metade. Como não foi colocada nenhuma restrição a essa condição, a situação foi colocada em discussão com as demais.

Contudo, a situação que se mostrou mais significativa, do ponto de vista da interação entre os participantes, foi a proposta de *PCS* para o eixo de muitos-para-muitos. Essa professora não pôde participar desse encontro em razão de uma reunião de pais que aconteceu em sua escola. A professora justificou sua ausência pelo grupo do *WhatsApp* e, nessa mesma ferramenta compartilhou seus problemas (Figura 06).

Figura 06 – Foto de uma situação compartilhada pelo grupo do *WhatsApp*.



Fonte: elaborada e compartilhada por PCS.

Como não teve condições de postar no grupo do *Facebook* suas propostas de situações multiplicativas, o pesquisador prontificou-se a publicar o problema pela docente. Dessa forma, todos teriam acesso à produção e à oportunidade de comentar para, inclusive, discutir a classificação com a autora da situação. A postagem aconteceu uma semana após suas colegas, logo no dia 17 de setembro. A figura 07 apresenta a situação de Proporção Simples, muitos-para-muitos, de acordo com PCS e proposta por ela.

Figura 07 – Postagem da situação proposta por PCS e compartilhada pelo pesquisador no grupo do Facebook.

Dennys Leite Maia
17 de setembro de 2015

Problema 2 (Simone): Renato tinha vários carrinhos de brinquedos, todos com rodas. Ele então tirou as rodas dos carrinhos e colocou em suas 13 motos de brinquedo, que estavam sem rodas. Sobraram 6 rodas. Quantos carrinhos de brinquedo Renato tinha?

👍 Curtir 💬 Comentar

👍 Visualizado por 4

A [nome] primeira situação: 1 moto tem 2 rodas/ então 13 motos tem 26 rodas . Proporção Simples, multiplicação, variáveis discretas.um para muitos.
Descurtir · Responder · 👍 1 · 17 de setembro de 2015 às 20:46

A [nome] na segunda situação: temos 1 carro tem 4 rodas/ quantos carros para 32 rodas (26 + 6). Proporção Simples, um para muitos , Discreta, divisão por cotas.
Descurtir · Responder · 👍 2 · 17 de setembro de 2015 às 20:48

Dennys Leite Maia São duas proporções simples:
1ª Relação Motos/Pneus - Quaternária | Porporção Simples | Um-para-Muitos | Discreta | Multiplicação
2ª Relação Motos/Pneus - Quaternária | Porporção Simples | Um-para-Muitos | Discreta | Divisão por cotas
Curtir · Responder · 👍 2 · 17 de setembro de 2015 às 20:49 · Editado

A [nome] Simone, achei a questão muito desafiadora. A minha dúvida é: as crianças irão perceber as grandezas se relacioando duas a duas: moto e roda e roda e carro , e ainda, inserir a qte de rodas que sobraram para a compreensão da estrutura da relação carro e roda?
Descurtir · Responder · 👍 2 · 17 de setembro de 2015 às 21:00

Dennys Leite Maia Concordo, Simone! Queremos ouvi-la!
Curtir · Responder · 17 de setembro de 2015 às 21:00

Si [nome] Gentel!!! Vamos ver! Essa segunda eu vou aplicar amanhã e vou filmar. Daí a gente vai ver! Estou tentando introduzir neles essa percepção das relações.
Curtir · Responder · 17 de setembro de 2015 às 21:27 · Editado

Fonte: elaborada pelo autor.

Para facilitar a leitura, transcreve-se a situação de PCS a seguir:

Situação PCS02: Renato tinha vários carrinhos de brinquedo, todos com rodas. Ele então tirou as rodas dos carrinhos e colocou em suas 13 motos de brinquedo, que estavam sem rodas. Sobraram 6 rodas. Quantos carrinhos de brinquedo Renato tinha?

De acordo com a professora, a referida questão foi alvo de bastante polêmica em sua escola. O debate ficou em torno da classificação desta situação de Proporção Simples foi quanto ao eixo: se um-para-muitos ou muitos-para-muitos. PCS havia optado pela segunda

opção, embora com dúvidas, conforme ela mesma revelou em momento posterior, diferente da classificação atribuída pelas demais participantes do grupo.

Neste dia, 17 de setembro, data do 5º encontro virtual, apenas *PCA* e o pesquisador participaram do encontro virtual. *PCN* havia justificado que não poderia participar, e *PCS* que possivelmente se atrasaria. Atribui-se esse cuidado em justificar as ausências à consideração e boa relação que os participantes tinham com o grupo colaborativo. Isso é fundamental, seja para a Pesquisa Colaborativa (IBIAPINA, 2008), seja para a experiência de aprendizagem colaborativa com suporte computacional (STAHL, KOSCHAMANN, SUTHERS, 2006).

Apesar das ausências, *PCA* e pesquisador mantiveram a atividade planejada para o encontro e procederam à discussão da classificação de *PCS*. No encontro virtual os participantes chegaram à mesma conclusão, de que se tratava de uma situação de Proporção Simples, do eixo um-para-muitos. Ainda durante o encontro, *PCA* fez a classificação do problema, destacando que ele apresentava duas situações de Proporção Simples, ambas um-para-muitos, contrariando a classificação da professora que propôs o problema. A seguir a transcrição dos comentários:

PCA: primeira situação: 1 moto tem 2 rodas/ então 13 motos tem 26 rodas. Proporção Simples, multiplicação, variáveis discretas. um para muitos.

PCA: na segunda situação: temos 1 carro tem 4 rodas/ quantos carros para 32 rodas (26 + 6). Proporção Simples, um para muitos, Discreta, divisão por cotas.

PESQUISADOR: São duas proporções simples:

1ª Relação Motos/Pneus - Quaternária | Proporção Simples | Um-para-Muitos | Discreta | Multiplicação

2ª Relação Motos/Pneus - Quaternária | Proporção Simples | Um-para-Muitos | Discreta | Divisão por cotas

PCA: PCS, achei a questão muito desafiadora. A minha dúvida é: as crianças irão perceber as grandezas se relacionando duas a duas: moto e roda e roda e carro, e ainda, inserir a qte de rodas que sobram para a compreensão da estrutura da relação carro e roda?

PESQUISADOR: Concordo, PCS! Queremos ouvi-la!

PCS: Gente!!! Vamos ver! Essa segunda eu vou aplicar amanhã e vou filmar. Daí a gente vai ver! Estou tentando introduzir neles essa percepção das relações.

PCA: Professora chique!

PCS: Não está sendo fácil!

Ainda na mesma postagem, em seguida, *PCA* questiona *PCS* sobre o motivo que a fez classificar o problema de Proporção Simples como muitos-para-muitos. Eis a continuidade da postagem com a justificativa de *PCS*:

PCA: *e a outra dúvida: Por que considera muito para muitos, já que está clara a relação unitária de roda por moto (1 moto > 2 rodas) e roda por carro (1 carro > 4 rodas)?*

PESQUISADOR: *A mesma dúvida que eu perguntei pelo whatsapp!*

PCS: *Considere assim, pq o aluno é que fará essa relação. Ela não está explícita na situação.*

PCA: *PCS, sou uma aluna C.U.R.I.O.S.A. Adora perguntar porque???*

PCA: *PCS, uma vez nos convencendo que é muitos para muitos, ok aplica a questão anterior como um para muitos. Caso contrário sugerimos que esta última (roda, moto, carro) seja a que for aplicada como um para muitos.*

PCA: *Mas , PARABÉNS pela criatividade da questão!*

PESQUISADOR: *Ficou muito boa mesmo! Imagino que bastante desafiadora para os alunos! Parabéns!*

PCS: *Amanhã eu conto aqui!!!*

PCS: *Mas eles gostam de desafios!*

PCA: *Vocês já os condicionou a raciocinar.*

PCS: *Estou tentando. Vou gravar pra vs!*

De acordo com o registro de *PCS*, para a professora, o que classificaria uma situação como um-para-muitos seria a presença explícita da relação unitária no enunciado do problema. Como mencionado na postagem, essa dúvida foi discutida no grupo do *WhatsApp*. A ausência de *PCS* no encontro virtual via serviço de conferência *VoIP* se deu, segundo ela, por não conseguir acessar o *Skype* para conectar-se com o grupo do aplicativo de seu *smartphone*, como costumava fazer nos outros encontros. A professora informou esse problema pelo *WhatsApp* exatamente no momento em que pesquisador e *PCA* comentavam sobre a situação em análise. Ao ser questionada, respondeu à pergunta por áudio, transcrito a seguir:

PCS: *Pois é, essa segunda situação, eu também fiquei com bastante dúvida em relação a muitos-para-muitos. Eu acabei classificando só mesmo porque eu não achei nenhuma indicação da unidade, entendeu?*

PCS: *Bom, eu tinha visto a questão assim: inicialmente são várias rodas, não diz a quantidade, mas diz que são treze motos. Também não fala que uma moto tem duas rodas. Isso eu pensei que o aluno é que vai fazer a relação, ela não tá explícita na questão, entendeu?*

PCS: *Foi por isso que eu fiz essa classificação de muitos-para-muitos. Porque são várias motos, várias rodas.*

Vale destacar o uso do áudio, disponível no *app* de mensagens, como forma que a professora encontrou para esclarecer mais rapidamente seu ponto de vista e a integração das três ferramentas a partir do *smartphone* da docente. Como não pôde acessar o *Skype*, conforme combinado, utilizou outro recurso adotado pelo grupo e que estava disponível. Considera-se que o grupo vivenciou um dos argumentos da *m-learning*, que é a aprendizagem móvel, em qualquer lugar e momento. Registre-se que esse áudio foi enviado às 21h:16min do dia 17 de setembro.

Em razão do horário e do encontro virtual, o pesquisador só teve como intervir na afirmação de *PCS* no dia seguinte, 18 de setembro, pela manhã. Atrelado a isso, convém registrar a dificuldade que o pesquisador teve em gerenciar as interações das três ferramentas. Foi esclarecido que a despeito da quantidade de pneus por motos não ser explicitada, essa quantidade é necessária para a resolução do problema e o aluno deve identificá-la para solucionar. A isso, *PCS* colocou, novamente por áudio, conforme mostra o diálogo:

PESQUISADOR: *Oi PCS! Ficou bem legal mesmo, até pelo o que você destacou: os alunos terão que perceber a relação e mais ainda que são duas situações. Mas, apesar de trazer o termo "várias" o aluno perceberá que há a relação um-para-muitos seja entre moto e pneus ou carros e pneus. A relação uma moto para cada dois pneus e um carro para quatro pneus será necessária para a solução.*

O que acha?

PCS: *Eu sei Dennys, eu entendi. Só que assim: quando eu classifiquei, eu não pensei como é que o aluno iria resolver, se ele teria que buscar essa relação de um-para-muitos. Eu não pensei dessa forma. Eu só pensei em classificar analisando a questão, entendeu? Ai, quando eu analisei muitos-para-muitos, foi pensando que na questão não apresentava essa relação de um, já apresentava o de muitos, que essa de um, era o aluno que iria buscar. Mas eu concordo com vocês, tá bom?*

O fato de usar o *smartphone*, seja na noite anterior para participar do grupo de aprendizagem colaborativa, seja em seu horário de trabalho, para argumentar sobre o tratamento que deu à situação, como seu discurso revela, evidencia a incorporação do dispositivo móvel não só ao cotidiano pessoal da professora, mas a sua rotina docente, influenciando em sua cultura e desenvolvimento profissional. Isso será ressaltado nas análises dos vídeos também produzidos por *PCS*, em que compartilha as estratégias de seus alunos e que ela menciona numa das falas apresentadas.

Ao evidenciar sua interpretação da classificação, a professora justificou sua escolha e mostrou compreender a proposta elaborada pelos demais. Além disso, essa

experiência oportunizou ao grupo a compressão de que a dificuldade ou facilidade de um problema multiplicativo não está no fato de a relação ser explícita ou implícita para o aluno, mas das operações e relações entre as grandezas, neste caso dois pares, que ele precisa fazer para resolvê-la.

Essa confusão conceitual *PCS* já havia apresentado no momento da entrevista inicial, conforme abordado anteriormente. Além disso, a classificação do problema também foi foco da discussão com o grupo colaborativo das três professoras. Percebeu-se que, para *PCS*, ainda não estava claro totalmente que o que caracterizava uma situação como Proporção Simples muitos-para-muitos era a ausência ou impropriedade de se retornar a relação unitária, e não somente a omissão da referida relação no enunciado. A partir dessa situação, gerada em atividade do componente virtual, houve o seguinte debate entre o grupo colaborativo no *Skype*, durante o 7º encontro virtual, realizado em 06 de outubro²¹ e essa discussão foi retomada:

PCS: *Eu pensei estar entendendo perfeitamente, até surgir aquela situação que eu tinha proposto pros meus alunos fazerem. Porque, no meu entendimento, a gente avaliava a situação-problema pela forma como ela se apresentava, não pela forma como ela seria resolvida pela pessoa, pelo aluno, né? Então aquela das motos e dos carros, eu achei que era muitos-para-muitos pela forma que ela se apresentava, que não tinha aquela relação de unidade na situação. Criava-se a relação de unidade na resolução, né? E aí eu vi que eu não sabia de nada! De nada mesmo, né? [risos] Então, assim: pra mim ficou um pouco de dúvida em relação aquilo. Eu analiso então como ela é resolvida, não só como ela se apresenta, é isso? [..]*

PCS: *Porque assim: no problema não tá especificado que um carro tem quatro rodas, nem que uma moto tem duas rodas, né? O aluno, na hora que vai resolver, é que vai buscar essa relação. Aí eu fiquei em dúvida: eu classifico pelo que o aluno busca na hora de resolver ou eu classifico pelo que a situação me apresenta?*

Neste momento o pesquisador solicita que *PCA* procure explicar para a colega qual o argumento que ambos estavam defendendo para a classificação do problema ser muitos-para-muitos, e não um-para-muitos. Nessa oportunidade a outra professora, *PCN*, não estava presente. Antes de dar sua opinião, *PCA* pediu para que o enunciado do problema fosse relido. Assim, após o grupo reler, continuou:

²¹ O espaço de um encontro entre o início da conferência seguinte se deu em razão de que o 6º encontro do dia 24 de setembro ter sido planejado para análise das estratégias de resoluções dos alunos captadas em vídeos pelas professoras. Essas análises serão objeto de análise mais a diante.

PCS: *Vocês entenderam o que é que eu tô querendo dizer?*

PCA: *Para mim ela é um-para-muitos. Você faz o enunciado, você quer tentar caracterizar a questão pelo enunciado, mas não é em si pelo enunciado, mas pelo o que ele expressa em termos de grandeza. Ele fala o seguinte: quantos carrinhos eu consigo montar... a partir das rodas que tirou das motos. Então você parte, você associa que a cada carro você tem quatro rodas. Pra mim tá bem claro que é um-para-muitos.*

De acordo com Bairral e Powell (2013), nesses fragmentos é possível identificar na prática discursiva e colaborativa entre as professoras uma postura negociativa e interpretativa entre as interlocutoras. Tais ações são claras no discurso de *PCA*. A postura interpretativa se dá quando ela, a partir de suposições sobre a forma como *PCS* estaria pensando, procura fazer com que esta compreenda o conceito por trás da classificação da situação em questão. Observe-se que *PCA* destaca que a natureza da situação não está no enunciado, mas nos invariantes – propriedades de número e estratégia de resolução – que o problema convoca.

Nesse momento, *PCS*, por meio de um discurso informativo, menciona argumentos para justificar sua fala (BAIRRAL, POWEL, 2013). De acordo com a docente tal confusão seria fruto da formação oferecida na escola, visto que outras colegas tiveram o mesmo entendimento que ela. Apesar disso, vale ponderar que o argumento ainda persiste na existência da relação unitária no enunciado do problema.

PCS: *Assim, Dennys: eu até mostrei pras meninas que tão fazendo a formação lá na Monteiro, as meninas que são mais presentes: a R, a J... [referindo a duas professoras colegas de sua escola] E assim, sem nenhuma influência eu pedi para elas lerem e classificar também. Se seria... Então, assim: todo mundo que tava fazendo a formação, entendeu como eu entendia. Como não tinha nem na pergunta da situação, nem no enunciado a relação de unidade, essa relação é que a gente criava ao interpretar, então todo mundo tava achando que era muitos-para-muitos também. Vou ter até que rever essas parte aí com as meninas [agora referindo às pesquisadoras do grupo OBEDUC/E-Mult que conduzem a formação na escola na qual *PCS* é coordenadora do projeto] quando elas forem pra formação quinta-feira, para tirar essas dúvidas da gente. Porque, na hora que a gente participou da formação, ficou bem claro que a gente só procuraria a relação dentro do enunciado. Entendeu? Tipo assim: quanto tem cada um, ou cada um não sei o quê... Então como não tinha esse um a gente não entendeu como um-para-muitos.*

PCS: *Eu entendi. Depois que nós conversamos eu entendi.*

De acordo com a docente, após essa discussão, ela compreendeu que não se trata de a relação unitária estar presente ou não no enunciado, mas que em suas características tal

relação será convocada para a solução do problema. A confirmação de que compreendeu é implícita na continuidade do debate do grupo via conferência, a partir das colocações do pesquisador e de *PCA*:

PESQUISADOR: *Em relação ao aspecto de um-para-muitos e muitos-para-muitos, não é só se, como eu estava dizendo, se vem escrito, de forma explícita, né? Um ou cada. Mas que, pra construir o problema ou a solução, você vai partir dessa relação unitária. No muitos-para-muitos, qual a diferença: você não parte dela ou não faz sentido voltar pra ela. E você pode até fazer, mas, por exemplo, se for um número fracionário, que aí vai dificultar, né? O que é que você acha, PCA, se eu fui claro ou não na minha explicação? Diga aí. Explicação, não. O que eu acredito, né?*

PCA: *Eu achei interessante aquela situação dela, porque dá pra perceber que não precisa estar exatamente claro, né?*

PESQUISADOR: *Exatamente. Não precisa estar explícito, né?*

Interessante destacar que, embora *PCA* já entendesse o argumento da classificação, ela assume que a experiência proposta pela colega a ajudou a formalizar ainda mais aquele conceito. Na continuidade da discussão, a seguir, identifica-se o momento em que *PCS* demonstra também compreender o conceito que diferencia a classificação de um problema um-para-muitos e muitos-para-muitos.

PCS: *Então assim: se a relação, se for necessária fazer essa relação, então é um-para-muitos, não é? Porque realmente assim, se faz necessária fazer essa relação, para a resolução, não é isso?*

PESQUISADOR: *Exatamente. Pra ele identificar os quatro elementos.*

PCS: *Isso!*

PESQUISADOR: *E ele só vai identificar os quatro elementos fazendo... e vai ver que um deles tá com a relação unária.*

PCA: *Unária!*

PCS: *Certo!*

PESQUISADOR: *No muitos-para-muitos, não.*

Desses excertos é possível verificar que, a partir das trocas de ideias entre os participantes, a professora que tinha dúvidas quanto à classificação de problemas de Proporção Simples pôde compreender o conceito que, inclusive, faz da situação convocar habilidades e competências distintas. O fato de a situação de Proporção Simples um-para-muitos trazer de forma implícita a relação unitária, pode torná-la um pouco mais complexa do que uma que traga diretamente; entretanto, ainda compõe a mesma classe de problemas. É a esse respeito que Vergnaud (1983, 2009) chama atenção para a real dificuldade que pode existir entre diferentes problemas matemáticos. Não se trata apenas da operação utilizada, mas

de todos os entes envolvidos da situação necessários para o desenvolvimento do conceito, quer dizer: as situações, os invariantes e as representações exploradas.

Tomando as categorias da aprendizagem colaborativa, a experiência oportunizou atividades inter e intrapsíquicas. Tanto a dúvida apresentada por *PCS* quanto os posicionamentos do pesquisador e de *PCA* contribuíram para a elaboração dos conceitos por todos, a partir de mecanismos de aprendizagem inerentes à prática colaborativa. O próprio engajamento das professoras nas atividades propostas também influenciou nas mudanças de percepção. Considera-se que *PCN*, por não ter condições de se dedicar à formação tanto quanto suas colegas, não teve o mesmo avanço conceitual. A própria professora em diversos momentos registra que não estaria dispondo de tempo para atividades da formação devido à função que exercia na escola. Além de lhe consumir bastante tempo, não tinha oportunidade para trabalhar e aplicar os conceitos estudados com os alunos. Por vezes evidenciou sua dificuldade em Matemática, seja pela formação e atuação profissional, seja pela propriedade com a disciplina.

5.2.2 Compartilhamento de conteúdo a partir de ferramentas digitais

Nesta sessão explora-se a outra vertente que as tecnologias digitais assumiram na promoção da formação colaborativa das professoras sobre estruturas multiplicativas. O foco das análises aqui apresentadas centra-se no uso de ferramentas digitais utilizadas para compartilhar conteúdos que fomentaram as discussões acerca do campo multiplicativo e contribuíram para o processo reflexivo do grupo. Serão destacadas duas mídias: vídeo e imagem, que desencadearam debates orais e textuais, representados pelas mídias texto e áudio.

Inicia-se com a análise da experiência que *PCS* comentou em sua postagem sobre compartilhar vídeos em que seus alunos resolviam o problema que estava em debate no grupo colaborativo. Tal ação fez parte do 6º encontro virtual, realizado em 24 de setembro, em que ficou acertado que as professoras tentariam aplicar os problemas propostos com seus alunos para que o grupo pudesse discutir as estratégias utilizadas. *PCA* justificou que não teve como fazer os registros em razão de outras atividades na escola. *PCN* fez o vídeo da resolução de um aluno, mas não das situações que ela propôs. A professora utilizou uma situação apresentada no material da formação. Assim, apenas *PCS*, que já tinha costume de

compartilhar os vídeos de suas aulas com o grupo, o fez, e será tomada como exemplo para as análises deste estudo.

A experiência de produzir e compartilhar mídias digitais tornou-se uma prática comum ao grupo e fomentou significativamente a reflexão da prática de ensino de Matemática entre os participantes. Os registros digitais foram possíveis devido à característica dos *smartphones*, que todas as três professoras possuíam, que permitia produzir e compartilhar vídeos e fotos de forma instantânea, devido à câmera e ao *WhatsApp*, além do acesso à conexão à internet em suas escolas e casas. Tal experiência oportunizou às professoras reflexão sobre a prática a partir das estratégias de seus alunos e de suas colegas, confrontadas com o referencial teórico e os saberes da experiência que possuíam.

Ainda nos primeiros contatos, em razão da formação do grupo colaborativo, precisamente no dia 26 de agosto, um dia após o segundo encontro virtual, em que se comentou a possibilidade de elas registrarem e compartilharem experiência em sala, *PCS* postou um vídeo de um aluno falando sobre sua estratégia de resolução de um problema multiplicativo. Essa foi a primeira de muitas filmagens produzidas ao longo da formação pelos participantes e, especificamente, por esta professora. Durante o período da formação colaborativa, todas as três compartilharam e interagiram com os materiais disponibilizados ao grupo. Entre todos, *PCS* destacou-se, especialmente, no registro de suas aulas e de estratégias discentes. Em um dos encontros virtuais, a docente declarou que seus alunos faziam questão de ter suas atividades gravadas em vídeo²²:

PCS: Eles querem sair no vídeo sem nenhum erro, sem gaguejar, sem esquecer... Ai eu digo: se você esquecer eu pergunto e a gente vai lembrando. Mas se eu deixar, todos querem gravar o vídeo, mesmo que a estratégia seja a mesma!

Convém lembrar que todas as escolas eram participantes de projetos de informática 1:1. As escolas de *PCN* e *PCS* estavam dentre as nove escolas UCA no Estado do Ceará e a escola de *PCA* havia sido contemplada com o Projeto Laboratório de Informática Educativa (LIE) Móvel, que, inspirado no PROUCA, também disponibiliza *laptops* para cada aluno para utilização em sala de aula. Com isso, as três escolas possuem um nível de Cultura

22 Os vídeos produzidos com as presenças dos alunos menores de idade foram concedidos pelas crianças e autorizados pelos pais mediante TCLE do Projeto OBEDUC/E-Mult. Nenhuma criança teve sua imagem ou nomes expostos nesta pesquisa, visto que o foco é as experiências de aprendizagem colaborativa que tais mídias proporcionaram ao grupo.

Digital desenvolvido, principalmente comparada à maioria das escolas públicas brasileiras, ainda que entre elas existissem níveis diferentes de integração de tecnologias digitais, devido às condições objetivas do uso dos dispositivos móveis no cotidiano escolar, como apropriação pelos professores e infraestrutura para funcionamento, nomeadamente, conexão à internet. Em razão disso, julga-se que *PCS* e seus alunos demonstraram estar em nível avançado de Cultura Digital que favorecia à familiarização e integração das tecnologias digitais nas práticas educativas em relação aos seus colegas, conforme ilustrou o depoimento da professora.

Tal dado é relevante, pois indica que, apesar dos percalços da implantação dos projetos de informática educativa *1:1* no Brasil e também no Estado do Ceará (CASTRO-FILHO, SILVA, MAIA, 2015), há casos em que se encontram resultados positivos de mudança nas práticas e posturas pedagógicas das escolas participantes. Embora não seja um objetivo desta pesquisa, esse dado merece ser comentado, pois influenciou, diretamente, na participação docente na experiência desenvolvida. Com essa característica, de uma cultura digital desenvolvida, *PCS* trouxe aspectos considerados relevantes para a consolidação da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de estruturas multiplicativas.

5.2.2.1 Vídeos

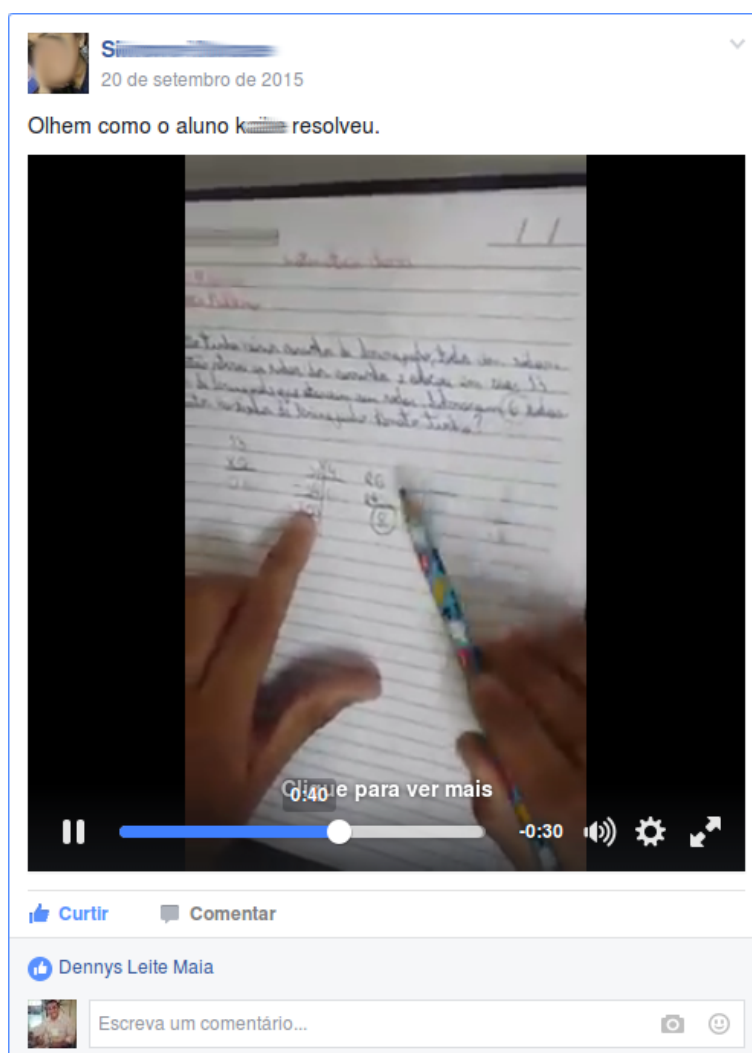
Nos vídeos compartilhados e que serão objetos de análise neste trabalho, *PCS* apresenta o problema e pede ao aluno que explicita os passos da resolução. Em alguns momentos a docente intervinha, objetivando entender como o estudante identificou as relações – no caso do problema analisado a relação um-para-muitos que estava implícita no problema – e os argumentos de sua ação. Dessa maneira, como era a real intenção de explorar esses registros de sala de aula, as professoras tiveram a oportunidade de analisar os esquemas desenvolvidos e apresentados pelos alunos, os invariantes operados e a forma que foram tratados os problemas – representações utilizadas, além de refletir sobre a prática de ensino de Matemática.

Vale pontuar que se percebe uma diferença da postura docente de *PCS* quando se comparam os primeiros vídeos enviados com os outros compartilhados no decorrer da formação. Nos primeiros casos, a professora pouco intervinha nas falas dos alunos, diferente do que passava a fazer nos demais vídeos, em que mostrava buscar compreender o

pensamento do aluno. Não se pode precisar neste estudo qual a influência da experiência vivida nessa mudança de postura docente, mas pelos dados que serão apresentados nesta análise, há forte evidência de que há uma relação.

Dentre os vídeos elaborados, destacou-se um em que o aluno, aqui identificado pela letra *K*, apresentava uma estratégia bastante diferente e avançada, comparada a de seus colegas. No dia 20 de setembro, *PCS* postou o problema (Figura 08), chamando atenção do grupo colaborativo para a forma que o referido aluno resolveu o problema proposto.

Figura 08 – Postagem do vídeo com a resolução de um aluno, compartilhado por *PCS* no grupo do *Facebook*.



Fonte: elaborada pelo autor.

No vídeo, que traz a situação mote da discussão, no grupo colaborativo foi a *Situação PCS02*, que relacionava pneus de carros e motos. Embora o aluno utilize os algoritmos clássicos da multiplicação em sua resolução, traz um diferencial na organização das operações e relações. Diferente dos demais, o aprendiz trata a situação seguindo a ordem contrária a como é lido o problema. Além disso, *K* demonstra identificar todas as grandezas envolvidas, inclusive apontando com o dedo e o lápis (Figura 08), indicado onde eles foram registradas na sua resolução. A estratégia será melhor discutida e apresentada durante o relato do 6º encontro virtual, tratado mais à frente.

Ressalta-se o exemplo de *K*, pois é partir dele que se inicia uma discussão com base noutra postagem de *PCS*, com outro aluno. Nesse segundo vídeo, o aprendiz resolve a mesma situação de *K* e parece ter o mesmo esquema do colega, mas se diferenciando por usar a congruência do enunciado do problema para tratar a situação e explorar bastante o recurso do desenho para representar sua solução.

Em razão disso, o pesquisador instigou o grupo para comparar e analisar as duas estratégias. As interlocuções aconteceram por meio de comentários no segundo vídeo postado no grupo da rede social. Esse recurso segue uma estrutura semelhante ao fórum de discussão de ambientes virtuais de aprendizagem formais. Eis o debate:

PESQUISADOR: *Em que vocês acham que a estratégia de resolução deste aluno, difere da do K [nome do aluno] (vídeo acima deste)? Para mim, parecem que são esquemas bem semelhantes, mas com representação diferente. O que acham?*

PCA: *Explica a relação de rodas e motos, rodas e carro de maneira simples e objetiva.*

PCS: *Concordo com a PCA. Essa foi a estratégia mais usada pela turma, acredito que por ser justamente o esquema mental organizado ao ler a situação.*

Interessante verificar que *PCS* percebeu a diferença entre as estratégias de resolução dos alunos, ao passo que *PCA* destaca a identificação das grandezas envolvidas e as relações entre elas, julgada por ela como passo essencial para o tratamento do problema. Embora não declarem, as professoras demonstram perceber que se trata do mesmo esquema, mas com representação distinta. Devido a isso, inicia-se uma discussão sobre diversidade de representações para resolver os problemas. Isso foi destacado pelo pesquisador para incluir o debate sobre o uso de outras representações de estratégias de resolução, além do algoritmo

clássico, como o desenho e a proposta de Vergnaud (1983, 2009), que explora claramente os três pares de grandezas, no caso de problemas quaternários, como era o caso.

PESQUISADOR: *É legal eles recorrerem aos desenhos pois penso que assim eles estão “externalizando” o pensamento, representando suas ideias. Mas vejam que isso é uma estratégia elementar (o que não quer dizer errada e nem simplória), fundamentada no agrupamento. A questão é: dá pra ele continuar com essa única estratégia? E se fossem 130 motos, por exemplo?*

PCA: *É fundamental que o aluno perceba que a relação básica de rodas e veículo no caso moto seja de 2 rodas por moto. Então poderá perceber a aplicação do princípio multiplicativo de quantidades de rodas por quantidades de veículos, independente de ser um valor pequeno ou não.*

PESQUISADOR: *E se explorarmos o diagrama do Vergnaud, será que “daria samba”? Porque a ideia daquela representação é justamente para facilitar identificar os operadores escalar e funcional.*

PCA: *Acho interessante após mostrarem suas estratégias começar a explorar o diagrama do Vergnaud, mas de forma coletiva fazendo-os entender e identificar as devidas grandezas e suas relações para a partir de então visualizar o operador escalar ou funcional.*

PESQUISADOR: *Exatamente! Que tal fazer esse teste?*

PCS: *Já comecei a fazer isso coletivamente!*

PESQUISADOR: *Massa! Vamos conversar sobre isso!*

Neste momento do diálogo, após PCA sugerir apresentar o diagrama como estratégia, em uma discussão coletiva com os alunos PCS afirma que já havia feito por opção própria. Isso revela uma apropriação da professora de um importante elemento da TCC que ela julgou relevante e positivo para sua prática. Contudo, talvez insegura da decisão tomada e reflexo de outras formações de professores em que, implicitamente, demanda o referendo de alguém para fazer alguma prática nova, consultou as formadoras de sua escola.

PCS: *Até tinha perguntado na última formação na M [nome da escola] se poderíamos apresentar à turma o diagrama, não como uma estratégia, mas como a síntese do que eles fizeram.*

PESQUISADOR: *E o que disseram, PCS? Eu, particularmente, não vejo problema. É uma forma de representar a situação, inclusive, sugerida por Vergnaud. O que não quer dizer também que devemos nos restringir a ela.*

Este dado permite uma reflexão sobre os modelos de formação praticados nas escolas, contrapondo a uma proposta colaborativa como a implementada nesta pesquisa. Ainda que a exploração dessa nova representação não fosse desejável, o que não é o caso, visto que se trata de diversificar as forma de representar a solução, o que é inclusive,

defendido pela TCC, ela seria avaliada após uma reflexão sobre a aplicação em contexto de sala de aula, portanto, sobre a prática docente.

PCS relata como se deu essa apresentação do Diagrama de Vergnaud à turma, fato ocorrido após um aluno, justamente *K*, tê-lo proposto como forma de resolução. De acordo com a professora, ele mesmo explicou para turma como procedeu. Esse depoimento da professora foi registrado no *WhatsApp* no dia 07 de novembro:

PCS: *Vc lembra que o k [nome do aluno] usou o diagrama na primeira fase da olimpíada de matemática aqui da escola?*

PESQUISADOR: *Sim*

PCS: *Na semana passada eu fiz a correção coletiva das provas com eles e pedi que cada um fizesse no quadro uma questão, explicando para os colegas como resolveu*

PCS: *Fiz**

PCS: *Aquela que ele usou o diagrama eu solicitei para ele resolver e explicar. Ele fez no quadro e disse como havia feito, discutimos no grupo esse tipo de registro.*

PCS: *E daí começaram a surgir outros alunos fazendo também*

PESQUISADOR: *Massa! Tens registro em vídeo?*

PCS: *Em nenhum momento eu pedi para fazer desse jeito*

PESQUISADOR: *Que legal, PCS!!!*

PCS: *Tem um vídeo do K [nome do aluno], mas no celular do professor N [nome de um professor da escola], o meu estava travando toda hora*

PESQUISADOR: *Se você conseguir, compartilha com a gente*

A professora não conseguiu disponibilizar o vídeo, mas compartilhou no grupo do *Facebook* o registro na prova de olimpíada mencionada. Na postagem (Figura 09), embora a professora destaque o aluno *K*, informou que outros dois também utilizaram. Em comentários na imagem da prova do aluno *K*, registrada no dia 19 de outubro, conversou-se:

PESQUISADOR: *Que massa, PCS! Mas você já tinha apresentado ou foi uma sacada dele?!*

PCS: *Por escrito não!!! Nas nossas discussões eu sempre pergunto quantas relações eles encontram, tipo aquele vídeo da socialização da situação da dúzia de maracujás. E naquele vídeo, mesmo eles falam que a primeira relação é de uma dúzia para uma semana, e a outra, é de quantas frutas para quatro semanas? Fiquei tão feliz de ver os primeiros sinais aparecendo....*

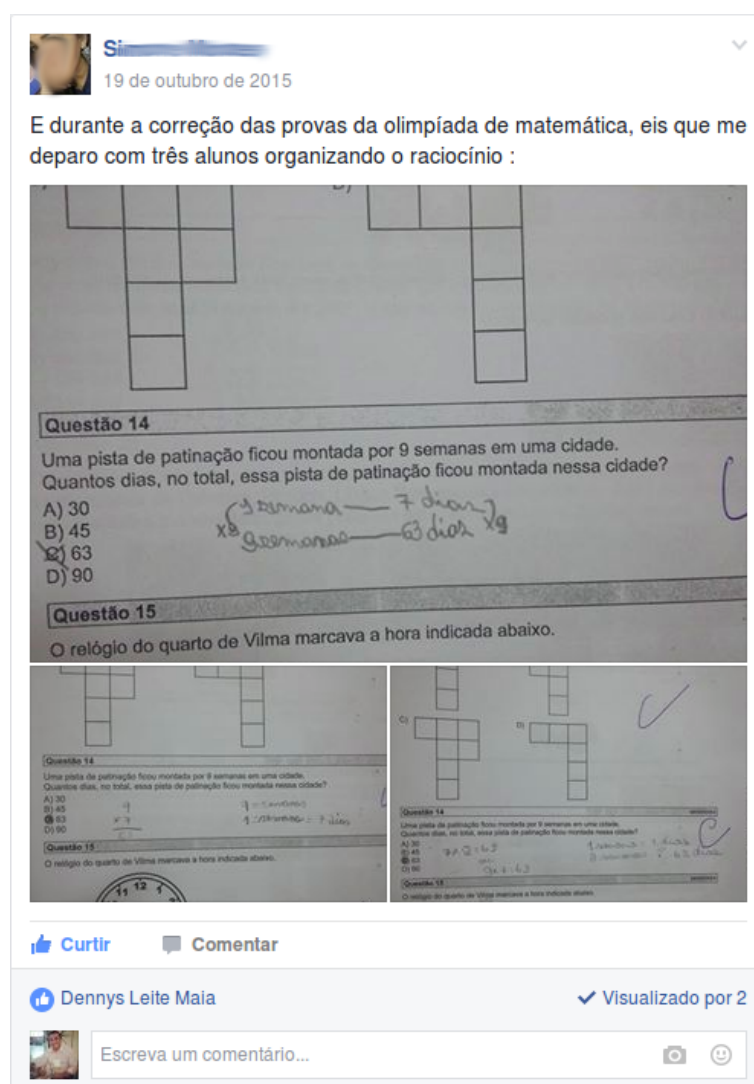
PESQUISADOR: *E eles fizeram a prova com outra professora. Foi na sexta-feira, que a gente tava no Sonata [local do encontro geral do Projeto OBEDUC/E-Mult realizado de 15 a 17 de outubro].*

PCS: *Vc viu que ele não usou conta???*

PESQUISADOR: *Vi! Também fiquei bem animado! Parabéns pois você tem responsabilidade direta nisto!*

Além do avanço da compreensão do conceito, há de se comentar sobre a satisfação que PCS teve com esta experiência vivenciada com seus alunos. Mais do que satisfação profissional, o que deve ser também considerado, foi saber que proporcionou mudança na forma de apropriação do campo conceitual multiplicativo.

Figura 09 – Postagem de PCS sobre os alunos que resolveram pelo Diagrama de Vergnaud.



Fonte: elaborada pelo autor.

Os diálogos trazidos foram realizados no grupo do *Facebook*, em que as professoras passaram também a compartilhar os vídeos para garantir que não fossem apagados da memória dos seus *smartphones*. A mesma ferramenta também era acessada em seu aplicativo para dispositivo móvel incitando, várias vezes, referência a ele no *WhatsApp*. A

esse respeito é interessante observar a integração entre diferentes ferramentas digitais, que permite a flexibilização do ambiente de aprendizagem no contexto de *m-learning*.

Quanto à discussão conceitual, além do conceito de relação entre as grandezas trazida por *PCA*, tópico da postagem dos áudios de *PCS*, a ideia de esquema, outro conceito da Teoria dos Campos Conceituais, também foi contemplada. Com isso, evidenciamos uma maior atenção das professoras quanto às estratégias de resolução dos problemas de seus alunos. Como Vergnaud (2009) já destacava, a necessidade de o professor compreender o processo cognitivo do aluno para, a partir daí, melhor intervir para auxiliá-lo na construção do conceito trabalhado.

A estratégia do aluno anteriormente mencionado foi escolhida para ser analisada pelo grupo, no 6º encontro virtual, realizado em 24 de setembro, que tinha esse objetivo. Essa discussão e atividade proposta ao aluno aconteceram antes da prova de Olimpíada de Matemática, na qual *K* apresentou o Diagrama de Vergnaud como forma de representação de problemas multiplicativos. Assim, sobre a análise da estratégia compartilhada por vídeo e publicado no grupo da rede social, a conversa foi iniciada da seguinte forma na conferência virtual:

PCS: *O K [nome do aluno], Dennys, ele nunca usa a representação por desenho. Ele sempre recorre ao algoritmo. Sempre.*

PESQUISADOR: *Achei interessante porque ele tentou fazer o caminho por trás, não sei se vocês viram, né?*

PCS: *Foi... ele dividiu. Foi aquela da divisão, que sobrou o dois? Ai aquele dois ele juntou com o seis... Foi esse?*

PESQUISADOR: *Foi.*

PCS: *Até eu demorei um pouquinho a entender porque ele começou daquele jeito. Mas ele sempre tem esse raciocínio.*

Como nem todas as professoras lembravam exatamente da estratégia, sugeriu-se que todos assistissem novamente ao vídeo. Isso aconteceu durante a conferência de voz pelo *Skype*. Como *PCS* acessava do celular, e não tinha como executar o vídeo de forma concomitante, pediu apenas para ouvir, a partir da reprodução no computador do pesquisador. Após esse momento, retornou-se à discussão.

Essa é uma vantagem dos registros em mídias digitais: permitir que essas memórias sejam regatadas e reproduzidas com mais facilidade a qualquer momento. Considerando a formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, além de oportunizar o compartilhamento de uma experiência real de sala de aula com outros, possibilitou a

atualização do debate que desencadeou a reflexão e produção de conhecimentos de forma partilhada.

Na experiência as professoras discutiram entre si a forma como o aluno *K* havia resolvido o problema. Elas destacaram a organização dele, identificando as grandezas e relações, principalmente, por iniciar pela relação entre carros e pneus, para então partir para a relação motos e pneus. Como registrado anteriormente, esse procedimento segue a ordem contrária do enunciado do problema e, como afirmado por *PCS*, só ele fez assim.

PCS: *A maioria usou o algoritmo, mas ele foi o único que começou dessa forma. A maioria começou calculando quantas rodas teriam as treze motos. Muitos pararam nessa parte. Chegaram ao vinte e seis e não sabiam o quê fazer mais... Entendeu? Pararam no vinte e seis...*

PCA: *Só que o vinte e seis aqui, ó... Eu não tô enxergando bem, não. Ele pegou o vinte e seis, foi? É dividido...*

PCS: *Ele pegou o vinte e seis e dividiu, não foi?*

PCA: *É, por quatro. Beleza! Ai logo abaixo tem uma continha vinte e seis que eu não tô enxergando e tá muito baixo o vídeo.*

[...]

PESQUISADOR: *Pelo que eu tô identificando aqui, ele fez três contas: vinte e seis dividido por quatro...*

PCA: *Que é justamente o que ele encontra quantos carros usa vinte e seis rodas...*

PCS: *É. Ele tava procurando já... Isso mesmo. Os carros que cabiam nas rodas das motos.*

PCA: *Pronto. Então a primeira etapa concluída, né?*

PCS: *Depois ele fez o quê?*

PCA: *Vinte e seis e ele fez o quê aqui que deu oito?*

PESQUISADOR: *Não, aí o que foi que ele pegou: Rodas é um R6 mais duas rodas, que aí ele achou oito.*

PCS: *Ele somou o que sobrou da divisão, com as seis rodas que sobraram.*

PCA: *Entendi, entendi...*

PESQUISADOR: *Deu pra entender?*

PCA: *Não... Ele fez o seguinte: ele pegou vinte e seis, que é a quantidade de rodas, dividido por quatro, que é a quantidade de rodas por carro, aí acha seis carros...*

PESQUISADOR: *Que daria para montar seis carros e sobram duas rodas... Não é isso?*

PCA: *Desses seis carros..*

PCS: *Aí ele pegou as duas rodas... ele pegou as duas rodas que sobraram da conta da divisão e juntou com as seis da situação problema...*

PESQUISADOR: *Que sobraram das motos, não é isso?*

PCS: *Isso,*

PCA: *Perfeito. Ai ele dividiu de novo pro quatro pra achar dois. Eu achei fantástico!*

PCS: *É bom ele, né? Diz aí, PCA! [risos]*

PCA: *Ele saiu completamente do tradicional. Ele não se amarrou ao que todo mundo fez. Que era o quê: pegava o seis, somava com seis e dividia*

por quatro. Ele foi por etapas. O raciocínio dele foi bem, bem segmentado, fracionado. Achei fantástico, ó?!

Importa destacar a rica discussão que o compartilhamento de um único vídeo, que traz uma situação real de sala de aula, proporciona ao grupo que pretende aprender de forma colaborativa. Afinal, essas análises ainda se reportam a acontecimentos desencadeados da postagem feita pela PCS (Figura 08), em que o aluno K resolve um problema de Proporção Simples do eixo um-para-muitos. Esta evidência sugere que outras experiências semelhantes sejam replicadas.

Por outro lado, vale ressaltar, igualmente, a ausência de PCN na interlocução, embora estivesse presente na conferência virtual. Durante o fragmento trazido, em nenhum momento PCN posiciona-se, apesar de tanto o pesquisador quanto a PCA tentarem incluí-la na conversa, na continuidade do debate. Tais ações não repercutiram em maior participação da referida professora, que continuou mais ouvinte do que falante. Isso parece se dar, mais uma vez, pela pouca experiência em Matemática, bem como do distanciamento da sala de aula. Mesmo havendo cuidado do pesquisador para que nenhuma participante se sentisse excluída, PCN ainda parecia se sentir deslocada da discussão. Isso é explicitado quando, em dado momento do encontro, a docente relata:

PCN: pra eu contar uma coisa, eu precisava ter vivido e eu não tô vivendo essa realidade. Essa realidade não é minha. Quando eu pego alguém [referindo-se a algum professor da sua escola] é que eu tenho alguma coisa pra contar.

Compreende-se que isso também faz parte do processo de aprendizagem colaborativa, visto que é natural a diversidade entre os membros que compõem o grupo. Os participantes têm perfis de trabalho e anseios distintos e, conforme tais características, contribuem e se beneficiam da experiência à sua forma. É natural que para alguns a experiência seja mais profícua para o desenvolvimento profissional.

A experiência de analisar as estratégias discente, a partir de vídeos compartilhados, proporcionou nova percepção das professoras sobre os esquemas dos alunos e, portanto, mudança em sua prática docente. A esse respeito, PCS declarou que sentia necessidade de mais referências para tais análises. Esse aspecto está ligado à prática docente de Matemática, pois relaciona a compreensão da Teoria dos Campos Conceituais induzindo

mudança de postura de ensino, com intervenções baseadas nos esquemas dos alunos. Tal dado foi registrado no dia 1º de outubro, pelo *app* de mensagens, antes do encontro virtual que aconteceria nesta data, remarcado para a semana seguinte, a pedido das professoras.

PESQUISADOR: *Oi pessoal! Imagino que vocês não tiveram muito tempo pra analisar e comentar as estratégias dos alunos. Além disso, a PCA avisou que só poderá aparecer às 20h30. Assim, pergunto se vocês não preferem usar o momento de hoje para fazer essas análises e vamos discutindo até a próxima semana. O que acham? Temos muito material que vale a pena analisarmos.*

PCS: *Eu concordo. Mas gostaria de saber se você tem algum material para me ajudar nas análises. Sinto dificuldade nisso.*

PESQUISADOR: *Sobre o quê, exatamente? Se for o caso, podemos ver com o grupo [referindo-se aos membros do Projeto OBEDUC/E-Mult]. É importante sabermos dessas dificuldades de vocês e dos demais professores.*

PCS: *Sempre fui habituada a corrigir e fazer intervenções, mas a questão da análise de estratégias... me deixa insegura.*

PESQUISADOR: *Se eu disser que também, ajuda?! Rsr!*

PCS: *Kkkkkkk*

PESQUISADOR: *Mas é isso mesmo, PCS. É uma construção*

PCS: *Conforta*

PESQUISADOR: *Que estamos fazendo*

PESQUISADOR: *Kkk*

PCS: *Acho que não aprendi a olhar com olhos de pesquisador Rsr!*

PESQUISADOR: *Mas acho que vendo e discutindo as análises uns dos outros, a gente vai criando nossas referências.*

PESQUISADOR: *Não. Mas os olhos do pesquisador devem ser os mesmos do professor. O ponto é que o pesquisador tem um olhar mais, digamos apurado, pois aquele é o objeto de pesquisa dele. Enquanto o professor acho que "se perde" em função das diversas outras atividades.*

PESQUISADOR: *Mas vamos levar para o grupo para termos essa discussão. O que acham?*

PCS: *Mas é que a gente se acostumou a se preocupar mais em fazer o aluno aprender do que entender como ele aprende. Infelizmente. Hj percebo o qto é importante saber como isso acontece. Até mesmo para fazermos as intervenções adequadas.*

Neste excerto do grupo do *WhatsApp*, verifica-se a atenção maior que a professora passou a conferir aos esquemas dos alunos. Não que se considera que antes ela não o fizesse, mas, como comentado no diálogo, as atribuições do dia a dia, por vezes, fazem com que essa importante ação docente seja relegada. No ensino da Matemática, em razão de uma concepção errônea que dá ênfase às operações, em detrimento da percepção de procedimentos e estratégias dos estudantes, os professores valorizam a aplicação correta do algoritmo.

A ferramenta conjugada com a formação colaborativa oportunizou que a professora expusesse suas dificuldades e conseguisse suporte com seus pares. Essa

experiência caracteriza-se como um momento em que *PCS* demonstrou confiança no grupo e sentimento de pertencimento. Isso é inerente à Pesquisa Colaborativa e está de acordo com a proposta de formação empreendida.

O fragmento é muito revelador sobre a prática docente e o conhecimento pedagógico de Matemática que as professoras trazem. Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo que os professores que ensinam Matemática precisam dominar, estão o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, e o conhecimento do conteúdo e do ensino. No caso desta pesquisa, isso implica ao professor, portanto, compreender como os alunos entendem as situações multiplicativas, que esquemas possuem, para ajudá-los a construir o conceito. Tal processo de aprendizagem passa pela criação ou adaptação de esquemas a partir do contato com a diversidade de situações. Portanto, para ensinar estruturas multiplicativas a seus alunos os professores precisam, além de proporcionar uma diversidade de situações, invariantes e representações do referido campo, compreender como seus aprendizes pensam ao ter contato com esses elementos do campo conceitual multiplicativo.

O conhecimento pedagógico dos conteúdos é que *PCS* parecia desenvolver, justamente ao perceber que demandava mais referências para analisar como os alunos pensam. Apesar de ela tratar no discurso como processos distintos, entende-se que isso é fruto da ampliação que a docente passa a ter do ensino de Matemática. Compreende-se que a professora passa a compreender o ensino da disciplina para além da apresentação e trabalho com os conteúdos matemáticos – conhecimento do currículo –, mas também pelo como o aluno apreende tais conceitos – conhecimento do conteúdo e dos estudantes (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

No sentido de contribuir com essa inquietação de *PCS* e ajudá-la a desenvolver aquele olhar, o pesquisador postou no grupo do *Facebook* (Figura 10), logo após o diálogo com a professora, um vídeo de uma conhecida revista brasileira²³ ligada à educação, em que a pesquisadora/formadora trata o ensino da Matemática, especificamente também o campo multiplicativo, considerando o pensamento do aluno, explorando as formas de pensamento e estratégias elaboradas. Na experiência mostrada, a pesquisadora intervém nos estudantes a partir das elaborações que eles propõem para solução dos problemas multiplicativos

23 Matemática é D+! - Somar ou Multiplicar? Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hZ8g5Y7kzpQ>. Último acesso em: 18/05/2016.

explorados. A proposta, portanto, estava alinhada ao que propunha a formação desta pesquisa e a do Projeto OBEDCU/E-Mult, explorando os conhecimentos docentes elencados por Ball, Thames e Phelps (2008) como necessários ao professor que ensina Matemática.

Figura 10 – Postagem do vídeo sobre o ensino da Matemática com foco nas estratégias dos alunos.



Fonte: elaborada pelo autor.

É significativo registrar que a formação oportunizou à professora a percepção da necessidade de entender o que pensa seu aluno ao propor as soluções dos problemas e que as estratégias podem ser variadas. Como destacou Vergnaud (2009), as diferentes representações e invariantes presentes nas situações são fundamentais na construção de um conceito. Saber

das dificuldades dos alunos ou outras percepções ajuda o professor a fazer intervenções adequadas, conforme destacado por *PCS*, contribuindo para que ele desenvolva o conceito.

Além do que foi apresentado, é relevante perceber a importância de o professor perceber-se como pesquisador de sua prática, apesar de *PCS* considerar que são atividades distintas, em função de outras demandas inerentes à docência. Como já alertava Freire (1996), o professor tem que se reconhecer como pesquisador de sua prática, espaço de formação permanente. Essa reflexão de *PCS* deve ser encarada dessa maneira. A reflexão de sua prática docente, durante a experiência formativa e baseada em registros de sua sala de aula, a fez perceber que poderia ajudar ainda mais seus alunos em Matemática entendendo a forma como eles elaboram suas resoluções, desenvolvem o raciocínio e organizam seus pensamentos. Vale lembrar que a mesma percepção foi assumida por *PCA* ainda na entrevista preliminar, conforme analisado.

Estas foram algumas experiências que o uso da tecnologia digital proporcionou significativas reflexões ao grupo acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática. Um único vídeo, produzido por uma professora em seu *smartphone*, desencadeou, ao longo da formação, discussões e aprendizagens entre os participantes que contribuiriam, ainda que em diferentes dimensões, para o desenvolvimento profissional de cada um. No tópico seguinte, enfoca-se o compartilhamento de imagens no processo de formação docente colaborativa sobre estruturas multiplicativas.

5.2.2.2 *Imagens*

Apesar de ser uma mídia estática, a imagem digital também contribuiu para a formação colaborativa desenvolvida, principalmente quando se explora com ela um elemento caro à TCC como a representação. Contemplando esse aspecto, um momento considerado significativo aconteceu durante o 4º encontro virtual, realizado no dia 10 de setembro. Esse encontro contou com a participação de duas professoras, pois *PCS* não pôde participar por motivos pessoais.

O assunto da discussão entre os participantes era a pertinência de se usar as operações multiplicação e divisão como critério para classificar as situações. Este tópico do debate, incluiu os invariantes operatórios escalar e funcional que, a depender da situação, oportunizam a resolução com ambas operações do campo multiplicativo. A atividade está

relacionada aquela primeira em que cada uma delas propuseram duas situações de Proporção Simples e colaborativamente, analisaram as classificações.

Na ocasião, *PCA* estava argumentando seu ponto de vista de que a operação não deveria fazer parte da classificação de um problema, visto que o aluno, ao utilizar o operador escalar ou funcional, poderia optar para tratar com a multiplicação ou divisão. Esse era o caso do problema em análise. A situação de Proporção Simples, com relação um-para-muitos, que contextualizou a discussão foi:

Situação: Joana sabe que em um pacote há seis biscoitos. Ela tem cinco pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?

O argumento de *PCA* era que, se o aprendiz utilizasse o operador escalar para resolver esse problema, poderia ser classificado com a operação de multiplicação. Por outro lado, se o invariante operatório utilizado fosse o funcional, a mesma situação assumiria a classificação pela operação de divisão. Esse foi o posicionamento que *PCA* defendeu na conferência virtual via *Skype* e, após concluir sua explicação, indagou se *PCN* havia entendido, que respondeu:

PCN: *Eu tô entendendo muito pouco, mas eu tô entendendo, viu? Continue.*
[risos]

PCA: *Não. Vamos lá! Pegue sua canetinha aí, vai lá, pegue sua canetinha, por favor, e seu papel.*

PCN: *Eu tô com a caneta e tô com o problema aqui na minha frente.*

PCA: *Então pronto, você bota aí, ó: o pacote, bote uma setinha, vai pra seis biscoitos, concorda?*

PCN: *Hum...*

Neste momento, *PCA* demonstra a importância que atribui à representação para a organização do pensamento e compreensão do conceito envolvido na situação. Em outras oportunidades ela já havia declarado isso, inclusive, comentando que trabalhava bastante dessa forma com seus alunos. Assim, propõe o mesmo para que a colega acompanhe sua explicação e explore o Diagrama de Vergnaud, apreendendo os invariantes inerentes a problemas do campo multiplicativo. Ao perceber a relevância da proposta, mas que não estava sendo profícua, o pesquisador intervém:

PESQUISADOR: *PCA, tu já escreveu isso, foi? Tu já escreveu num papel, né?*

PCA: *Já e tô escrevendo de novo.*

PESQUISADOR: *Tira uma foto, se der, né? E bota no WhatsApp ou no Facebook que a gente vê o que tu tá falando. O que é que vocês acham?*

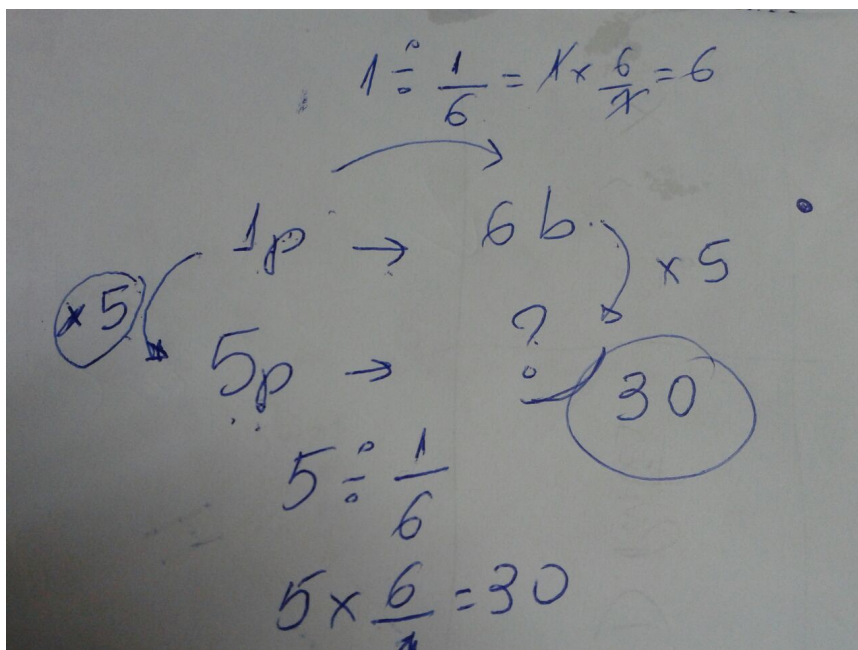
PCA: *Ah... entendi! Beleza! Pronto! Perfeito!*
PESQUISADOR: *Vamos usar essas tecnologias, né? [risos]*
PCA: *É... mas aí PCN, enquanto eu tô escrevendo aqui, quanto...*
PCN: *Ai é um-para-muitos...*
PCA: *Não, eu quero chegar no operador.*

Nesse momento do diálogo, *PCN* mostra que entende alguma categoria da TCC, especificamente sobre estruturas multiplicativas, no que diz respeito à relação entre grandezas. Contudo, esse não era o mote da discussão, como *PCA* destaca e continua sua explicação, intencionando que a colega compreenda o conceito que quer mostrar – os invariantes operatórios, que implicariam na classificação dos problemas, quanto ao tipo de operação utilizada.

PCA: *Entendeu, PCN?*
PCN: *Entendi... tira a foto e mande.*
PCA: *Peraí, vou mandar a foto agora! Batendo foto! Isso é que é tecnologia, rapaz! Eu botei aqui o esqueminha, tá certo... aí eu fiz tanto o horizontal, quanto o vertical.*
PESQUISADOR: *Tu mandou a foto, já?*
PCA: *Bati agora, vou mandar agora.*
PESQUISADOR: *Ah, tá. Eu pensei que não tinha chegado.*

Os participantes recebem pelo *WhatsApp* a imagem com o esquema proposto por *PCA* (Figura 11). Tratava-se da representação proposta por Vergnaud (1983; 2009), em que a professora evidenciava os operadores escalar e funcional. Nesses operadores era possível perceber por quê ela defendia que tanto a multiplicação quanto a divisão seriam passíveis da classificação da operação daquela situação. Enquanto o operador escalar utiliza a multiplicação, o funcional explora a divisão, por meio de um dos significados da fração: operador multiplicativo (SANTANA, 2012).

Figura 11 – Foto compartilhada por PCA para argumentar sobre os operadores.



Fonte: produzida e compartilhada por PCA.

Após compartilhar a imagem, PCA continua sua argumentação, na tentativa de ajudar PCN a compreender sua justificativa para que a operação não seja incluída na classificação de problemas multiplicativos.

PCA: Vamos lá. Vê se dá pra pegar legal. Observa, PCN, o operador na vertical, vezes cinco [referindo-se ao operador escalar], e da horizontal, dividindo [referindo-se ao operador funcional].

PCN: Certo. Perai que vou olhar aqui

PCA: Chegou? PCN, viu aí?

PCA: Pela estrutura aí, ó: tu tem aí, ó: um pacote, seis biscoitos. Com a setinha, tá vendo aí?

PCN: Humrum!

PCA: E cinco pacotes, tantos biscoitos. Se você observar na vertical, de um pra cinco, qual foi o operador que eu utilizei? Não foi o cinco? Que operação que eu usei? De um pra cinco, eu multipliquei por cinco. Então se eu fiz isso do lado direito, e se eu quero manter a mesma proporcionalidade, eu faço o mesmo no esquerdo. Então eu tenho seis biscoitos, vezes cinco, eu vou obter quantos? Trinta. Ok, PCN?

PCN: Humrum!

PCA: Ai na horizontal, ó, se eu quiser ver de outra forma: eu saio de um biscoito, olha lá em cima, de um pacote, se eu quero usar um operador, eu tenho que multiplicar por um operador em que o resultado vá dar seis biscoitos. Que valor seria esse? Eu peguei o um e dividi por um sexto. Quando eu divido, eu inverte a fração. Resultado: tem que dar seis. Eu não quero aumentar o valor. Eu quero saber só que operador eu utilizei. Porque se mantenho a proporção, eu vou utilizar da mesma forma na parte de baixo.

Cinco pacotes divididos também por um sexto. Que vai dar quanto? Cinco multiplicado por seis sobre um.

PCN: *Mas ai fica mais complicado, não fica, não?* [risos]

PCA: *Não, PCN...*

A diferença de conhecimento matemático entre as professoras, bastante evidenciado nas entrevistas preliminares, fica mais explícita neste fragmento. Enquanto *PCA* demonstra compreensão das propriedades matemáticas, *PCN* parece ter dificuldade de acompanhar a lógica apresentada pela colega. Como nos estudos de Santana (2012), a professora guarda dificuldades com o trabalho com o conceito de fração, em especial no significado de operador multiplicativo. Percebendo a diferença de apropriação entre as professoras, o pesquisador tenta contribuir na discussão pontuando:

PESQUISADOR: *PCN, é como se estivesse fazendo da direita pra esquerda a divisão. O seis pra chegar no um, ele dividiu por seis, não é isso?*

PCA: *Exatamente.*

PESQUISADOR: *Ai a mesma coisa ela teria que fazer embaixo.*

PCN: *Ela já não tá usando é fração, também?*

[...]

PESQUISADOR: *Isso. É porque é a fração representando essa divisão: do seis pra virar um.*

PCA: *A ideia é mostrar, PCN, pra gente não se amarrar a só operação de multiplicação. Dependendo do aluno, ele pode visualizar as duas, dependendo do que ele vá usar: o funcional ou escalar. O horizontal ou vertical. Entendeu?*

Na continuidade da discussão, *PCN* mais uma vez manteve-se silente, indicando que ainda não havia compreendido o argumento da colega. Por outro lado, para os dois outros participantes – *PCA* e pesquisador – a discussão foi relevante para analisar a validade de se considerar a operação na classificação. O encaminhamento desse tópico da conferência foi levar essa proposta para a reunião geral do grupo do Projeto OBEDCU/E-Mult, realizado em outubro, em Fortaleza-CE, o que acabou sendo consensualizado.

5.2.2.2.1 Produção colaborativa

Outra atividade relevante foi uma em que as professoras compartilharam os registros de seus alunos na resolução de situações multiplicativas. Essa atividade foi combinada durante o 8º encontro virtual, realizado no dia 22 de outubro. Como registrado, essa conferência não foi gravada em razão de problemas técnicos. Com a presença de *PCA* e *PCS*, ficou definido que dois problemas de Proporção Simples, mais uma vez, um-para-

muitos e muitos-para-muitos, seriam aplicados e as estratégias analisadas colaborativamente. Foi acertado que as professoras trocariam entre si as situações propostas por elas, as mesmas daquela primeira atividade.

Por ser um conhecimento abstrato, a Matemática se dá a descobrir e manipular por suas representações. Os símbolos utilizados, tanto para registrar e operar os entes matemáticos quanto para realizar os procedimentos de resoluções, são fundamentais para tornar o pensamento matemático tangível. Neste sentido é que pesquisadores no campo da Educação Matemática, como Duval (2009), além do próprio Vergnaud (1983, 2009), em medidas diferentes, dão ênfase às representações por tratá-las como essenciais para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Na verdade, os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação. De acordo com a percepção que tem ou não tem das relações, das transformações e das noções em jogo, com todas suas propriedades ou somente com uma parte delas, ou com uma visão falsa dessas propriedades, a criança utiliza esse ou aquele procedimento e, eventualmente, desinteressasse pela tarefa com a qual é confrontada (VERGNAUD, 2009, p. 18).

Portanto, a relevância da atividade desenvolvida com as professoras se dá por dois aspectos: *I)* pelo tratamento das representações e as reflexões que delas puderam ser feitas; e *II)* pela experiência de produção colaborativa entre os participantes da formação acerca de elementos da TCC. Sobre esse segundo ponto, esta atividade compôs significativo momento de coprodução entre pesquisador e professoras colaboradoras. Nessa etapa da Pesquisa Colaborativa desenvolvida, professores e pesquisadores, juntos, elaboraram e sistematizaram conhecimentos alicerçados na reflexão sobre a prática (FIORENTINI, LORENZATO, 2006).

Além do inegável conhecimento construído ao longo da experiência formativa, o artigo científico produzido representa a possível parceria entre as duas esferas da Educação – Ensino Fundamental e Educação Superior, ratificando a viabilidade de pesquisas efetivamente colaborativas. O artigo “Análise de estratégias de resolução de problemas multiplicativos como elemento para formação e prática docente” (MAIA *et al*, 2016) foi aprovado e apresentado durante o IV SELEM, realizado em maio de 2016 e publicado como capítulo de livro.

Os detalhes dessa produção colaborativa foram definidos no 9º encontro virtual, que também foi a última conferência *VoIP*, realizado no dia 12 de novembro. Após comentar sobre alguns vídeos compartilhados com as resoluções dos alunos das situações propostas, o grupo sentiu a necessidade de analisar as estratégias a partir das representações utilizadas. Um dos motivos era, justamente, o fato de alguns alunos estarem utilizando o Diagrama de Vergnaud, em decorrência da apresentação da estratégia pelo aluno *K* e de as professoras terem o explorado como alternativa de resolução.

No diálogo, de acordo com as docentes, a representação proposta na TCC estaria facilitando seus alunos a identificarem as grandezas envolvidas nas situações multiplicativas. Esse debate decorre de uma conversa sobre como e se o termo grandeza deveria ser apresentado aos alunos, embora eles reconhecessem do que se tratava:

PCA: *Eu tenho uma curiosidade: como é que tu vê com eles o termo grandeza. Tu trabalha o quê? Informações? O que é que relaciona quantidade... Tu usa esse termo grandeza com eles?*

PCS: *Eu não usei ainda... Eu acho que eu usei uma vez, sabe, PCA? Eu gosto de falar do jeito que eu falo mesmo, às vezes eu uso os termos, grandezas...*

PCA: *Como é que tu se refere?*

[...]

PCS: *Eles sabem que tá medindo, mas eles não sabem verbalizar, entendeu?*

[...]

PESQUISADOR: *Então tu não chama de grandeza, tu não apresenta pra eles esse termo, né? Tu diz que são medidas diferentes... Como é?*

Ao declarar a forma como apresenta o termo grandeza aos seus alunos, *PCS* mostra que compreende um aspecto significativo do conceito, aquele relativo à representação de medida, apesar de que, em alguns momentos, a professora confunde com a própria unidade de medida. A interlocução segue, adentrando do tópico do Diagrama de Vergnaud.

PCS: *É. Isso. Mas eu tenho vontade de apresentar o termo [referindo-se ao termo grandeza], assim como a gente apresentou o Diagrama de Vergnaud. Expliquei quem era, ele é um estudioso, é um teórico, assim, assim, assim... Essa forma aqui é como a gente organiza nosso raciocínio...*

PESQUISADOR: *Legal!*

PCS: *Porque na hora que eu coletei os dados e organizo assim, eu consigo pensar melhor, eu não fico aqui dando rodeios em cima da situação, porque eu já coletei os dados da situação e consigo organizar meu pensamento. Então, hoje quando eu apliquei a primeira situação... foi a primeira, porque aquela outra vez eu apliquei a segunda. Ai a *L* [nome de uma aluna] foi e disse: 'eu posso usar o Diagrama de Vergnaud?'. Eu disse: pode, né? Eu fiquei tão surpresa e disse: pode! Sendo que o *K* já tinha feito... uns dois, três meninos já tinham feito, mas sem falar, né, o termo.*

No relato, PCS evidencia que concebe a importância da representação para a apropriação do conceito, conforme sugere a TCC. Se em momento anterior ela demonstrava insegurança em apresentar o Diagrama aos seus alunos, neste fragmento a professora mostra-se convicta de que se trata de uma estratégia válida e positiva. Destaca-se a ênfase que ela dá quanto àquela representação ser uma forma de organizar o pensamento e identificar as relações e invariantes envolvidos. Na continuidade do diálogo PCS afirma que o Diagrama contribuiu para o sucesso na resolução da grande maioria da turma.

PESQUISADOR: *Mas tu já tinha apresentado a estratégia, mesmo sem citar o nome ou partiu dele descobrir essa sacada?*

PCS: *Naquele dia que eu posteí as primeiras fotos, que eu só fiz uma das canetas [situação proposta em envolvia caneta em um dos pares de gradezas]... Naquele dia eu falei o nome. Entendeu? Eu acho que você viu que alguns fizeram.*

PESQUISADOR: *Pois é. Então você já tinha apresentado a estratégia, independente de nome e aí eles passaram a utilizar ou se foi algum deles que resolveu fazer daquele jeito?*

PCS: *A tarde, o K é um que já tava começando a expressar de forma mesmo escrita o Diagrama, porque eu já tinha falado, organizado verbalmente com eles. Tipo assim: vinte canetas, quanto custa? 'Se a gente escrever isso organizando?' Fui dando a sugestão. E aí o K é um menino que sempre pega as coisas mais rápido... Tu lembra que já faz tempo que ele faz isso, né? Ele já fez na Olimpíada de Matemática, ele já tinha feito isso de outras vezes e aí eu pedi para ele explicar na lousa como ele tinha feito, aí na hora que ele explicou bem direitinho o Diagrama, como tinha feito, foi aí que eu introduzi o nome. Fui explicar quem era, fui dizer que era uma forma que a gente organiza como tá pensando, que às vezes quando a gente vê que aumenta é porque multiplicou, quando a gente vê diminuir pode ser que tenha dividido, a gente tem que fazer essa observação... Aí, quando eu lancei hoje a situação dos quilômetros, foi mais fácil pra eles. Não pra todos mas setenta por cento da minha sala conseguiu resolver aquela situação.*

PESQUISADOR: *Você considera por causa do Diagrama?*

PCS: *Muitos por causa do Diagrama. Porque o E [nome de um aluno], ele disse assim: 'eu posso organizar meu pensamento daquele jeito?' Aí eu disse: pode. E aí ele fez no caderno e ficou ansioso e queria fazer na lousa, porque ele viu o K na aula passada fazendo. 'Tia eu posso fazer na lousa?' Aí eu disse: só a organização. Aí ele fez. Ele colocou: o nome Sara, os minutos que ela usou e a quantidade de quilômetros que ela percorreu. Aí embaixo ele colocou: Guilherme, os minutos e a distância. Aí ele colocou quinze minutos que era o total do percurso, né? Aí no final quando todo mundo já tava resolvendo e os outros já estavam desistindo, foi que eu deixei ele ir ao quadro e ele explicou. Pra chegar no quinze... agora é porque eu não lembro direito, a Sara, ela percorria três, então eu multipliquei por cinco.*

Ao relatar a postura do aluno E, PCS mostra que a ferramenta ajudou na identificação das grandezas e das relações entre elas. Diferente do algoritmo clássico, o aluno

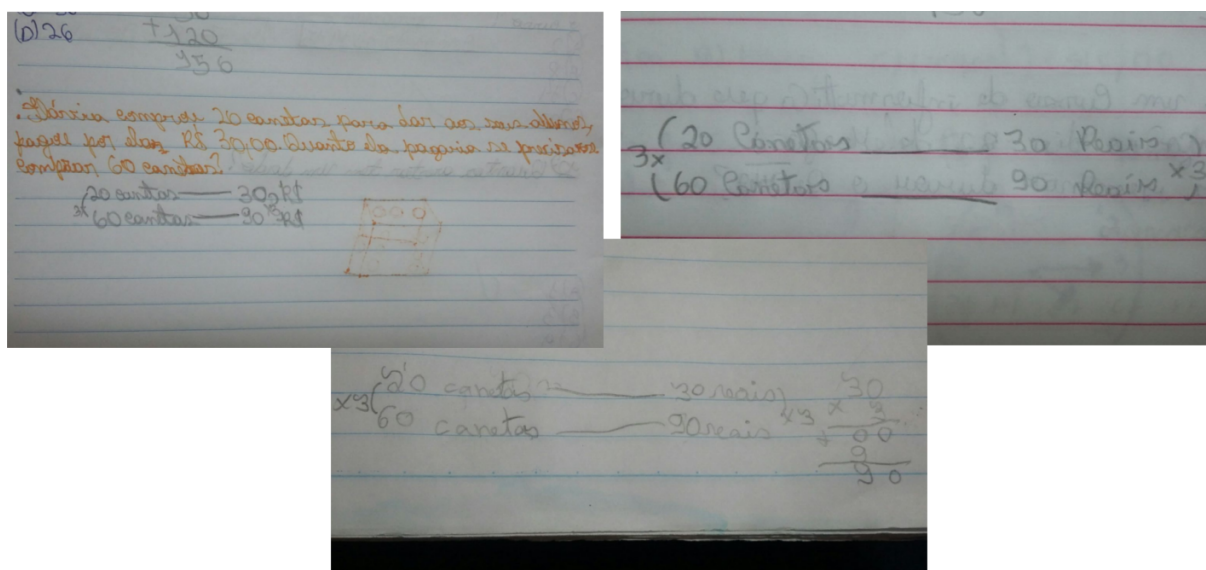
explorou os dois pares de grandezas e identificou o fator escalar ou a taxa de replicação (NUNES; BRYANT, 1997), conceito de número específico do campo multiplicativo. Depois de ser lembrada sobre o enunciado do problema, a professora continua explicitando, exatamente, o valor inerente ao operador escalar identificado pelo aluno:

PCS: *Pronto. Ai ele disse assim: pra Sara chegar em quinze quilômetros, eu multipliquei por cinco e ai eu também fez a mesma coisa com os quilômetros, eu multipliquei por cinco. Ele disse desse jeito. Ai ele disse: ai eu fiz a mesma coisa eu fiz com o Guilherme. Pra ele chegar em quinze, eu multipliquei por três. Ai eu peguei os vinte e nove quilômetros e multipliquei por três. Só que ele diz multipliquei, mas no caderno você vê que ele soma. Ele faz as parcelas iguais. Eu até pergunto no vídeo, porque ele faz as parcelas, se ele acha mais fácil. Ai ele diz: não, eu acho multiplicar mais fácil. Ai ele fica sem saber o que dizer. Eu pergunto se é costume e ele diz: eu acho que é.*

Além da ênfase no tratamento das grandezas, a professora, em seu depoimento, evidencia um pouco da sua prática. Reitera-se a evolução da professora no tratamento das ações dos alunos, buscando compreender os esquemas utilizados e o uso das representações.

Mais uma vez, para as análises, serão exploradas as fotos produzidas por PCS, conforme decidido pelo grupo. Nos encontros virtuais foi acertado que, como ela tinha mais familiaridade e facilidade em fazer esses registros, ela produziria as fotos e socializaria com o grupo. Essas imagens foram enviadas inicialmente pelo *WhatsApp* e depois postadas no grupo da rede social. A seguir, apresentam-se algumas das imagens compartilhadas pela professora em que seus alunos resolvem utilizando o Diagrama de Vergnaud (Figura 12).

Figura 12 – Fotos de uma situação com resoluções a partir do Diagrama de Vergnaud.



Fonte: elaborada e compartilhada pela PCS.

Os exemplos mostrados apontam que os estudantes compreenderam o conceito de Proporção Simples, inclusive, representando os dois pares de grandezas que a compõem e o fator escalar. Para os participantes do grupo colaborativo isso representou um avanço, pois os alunos, além de compreenderem as relações existentes, passaram a diversificar a representação, saindo da quase exclusividade do uso do algoritmo e explorando o Diagrama de Vergnaud, que evidencia as grandezas.

Há que se ressaltar que tais exemplos de discussão, a partir do compartilhamento de mídias do cotidiano das professoras, revelam o potencial de tecnologias digitais, especialmente o *smartphone*, para a prática docente. O dispositivo oportunizou à professora registrar estratégias de seus alunos e refletir conjuntamente com pares. É possível que um professor que siga esse exemplo tome esses registros em vídeo e imagem e repense suas estratégias de ensino, ou discuta com os alunos, como PCS fez, ou com colegas. Como mencionado anteriormente, é interessante perceber que as atividades realizadas em sala pela professora com seus alunos passaram a ser frequentemente gravadas.

A partir da rica experiência de discussão das representações e esquemas dos alunos, o pesquisador refez o convite às professoras para sistematizar aquelas reflexões e registrá-las em uma produção acadêmica.

PESQUISADOR: *Vou refazer o convite: vocês acham que é interessante fazer, que essa análise a gente já tá fazendo, escrever isso num artigo pra*

mandar para aquele evento, vocês acham que é legal? Se vocês tiverem interesse acho que valia a pena a gente fazer da seguinte forma...

PCS: *Eu gostaria que tu me enviasses um arquivo de algum artigo relacionado a isso, pra eu ver mais ou menos como é que acontece mais ou menos a escrita.*

PESQUISADOR: *Certo, mas isso a gente pode ajudar, eu posso mandar, mesmo na escrita a gente pode ajudar, PCS. Porque era interessante primeiro a gente separar...*

PCA: *As situações e público-alvo!*

PESQUISADOR: *As situações e separar os alunos que fizeram por adição, os alunos que fizeram com desenho, os que fizeram...*

[...]

PCA: *Pra descobrir o que é que a gente vai querer fazer, exatamente, o que é que a gente vai querer escrever.*

PESQUISADOR: *Isso! E pra gente saber como é que tá mais ou menos quantos alunos ainda tão utilizando adição sucessiva, quais já tão na multiplicação, qual já traz o Diagrama de Vergnaud, por exemplo, né?*

PCS: *Certo!*

PESQUISADOR: *Acho que a análise poderia ser interessante nesse sentido, porque eles tão fazendo uma leitura, tão interpretando esse dado e tão transcrevendo o raciocínio deles, que seria o esquema, né? Eu acho que dava legal. Servia para a gente pensar... Que eu lembro muito bem daquela tua dúvida: 'Dennys eu ainda não tenho segurança de como analisar essas coisas'.*

PCS: *É... Mas é...*

PESQUISADOR: *E eu disse: eu acho que sabe. É que a gente tá descobrindo que tem tanta coisa pra ver... Que a gente acha que...*

PCS: *Isso!*

PESQUISADOR: *E aí eu acho que com a escrita desse artigo podia ser interessante. O que é que vocês acham?*

PCS: *Eu acho que amanhã já poderia fazer essa coleta de quantidade, né? De quantos tão adicionando, de quantos tão multiplicando...*

PESQUISADOR: *Pronto. Você pode registrar... porque eu acho que você já tirou um bocado de foto, né? Acho que não foram de todos. Mas se quiser, for mais fácil registrar foto, a gente ajuda até nisso também, né, PCA? Separar quem fez esse tipo de estratégia, quem fez a outra, né?*

PCA: *Com certeza!*

PCS: *Os que não conseguiram, né?*

PESQUISADOR: *Isso.*

De acordo com Jaramilo, Freitas e Nacarato (2009, p. 174), nesse tipo de trabalho colaborativo os professores que ensinam Matemática “[...] explicitam seus conhecimentos tácitos, gerando dados que possibilitam ampliar a rede de comunicação entre diferentes grupos, (re)significando, assim, saberes e práticas dos docentes”. Nesse sentido, foi elaborada essa proposta para que as professoras parceiras tivessem mais uma oportunidade para (re)construírem suas concepções acerca do campo multiplicativo de forma colaborativa. Uma

vez aceita a proposta, faltava definir como seriam os passos dessa produção colaborativa, o que aconteceu na continuidade do diálogo.

PCS: Pronto. Eu fotografo todas. A gente cria uma legenda, coloca o nome do aluno. Fotografa todas pra gente selecionar.

PESQUISADOR: Ai você vai colocar no WhatsApp ou no Facebook?

PCS: Onde vocês acharem melhor.

PESQUISADOR: Não, pra você.

PCA: Eu acho que no Facebook.

PCS: No Facebook fica mais organizado, né?

PCA: Outra coisa: ai PCS, tipo assim: minha visão uma, a sua visão é outra e a do Dennys é outra. Ai cada situação a gente fazer os comentários, justamente pra te ajudar no que você vai fazer a nível de entrevista com a criança, entendeu? Se é que é preciso. Você já tem esse domínio, com certeza!

PCS: Imagina?! Tô engatinhando ainda.

PCA: Que conversa é essa?!

PCS: Todo tipo de intervenção que vocês quiserem fazer assim de pergunta, coloca lá embaixo da imagem que eu faço com o menino.

Nessa parte da interlocução do grupo vale mencionar as professoras reconhecerem as qualidades de suas colegas. Em outras oportunidades, *PCS* e *PCN* haviam destacado o conhecimento matemático que *PCA* possuía. Dessa vez, esta comenta a prática da colega, a partir dos relatos e vídeos compartilhados. Além disso, *PCS* mostra-se aberta para receber sugestões dos participantes no sentido de contribuir para o trabalho, mas também, indiretamente, em sua prática docente. Em seguida, os ajustes da produção colaborativa continua:

PCA: Ei Dennys, ai nossas respostas, tu vai criar um arquivo pra gente ir sistematizando isso ai, vai juntando, pra ela poder acessar... Como é que a gente faz?

PESQUISADOR: Isso. Eu vou dar uma sugestão pra fazer no Google Drive, porque ai dá pra digitar mais à vontade, né?

PCA: Pronto. Massa! Show! E no Google Drive pode também nas imagens dela a gente embaixo só fazer os comentários? Pode?

PESQUISADOR: Dá, se for imagem, dá. Só não pode vídeo. Mas se for imagem, dá pra inserir as imagens, no arquivo.

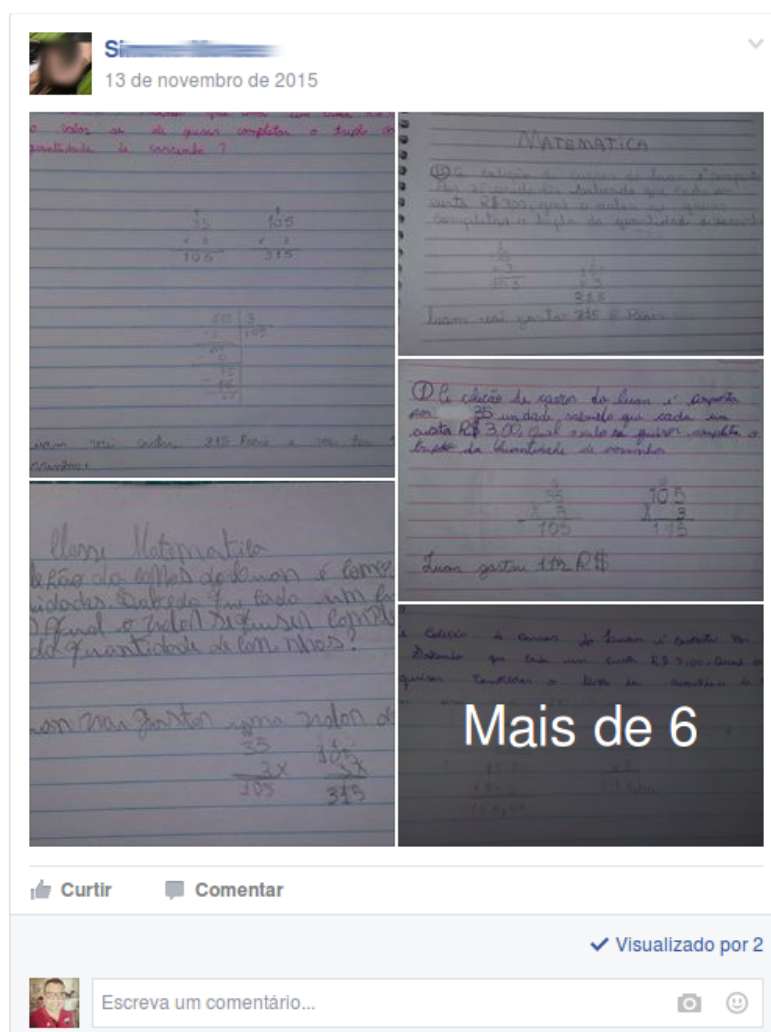
[...]

PCA: Ai Dennys, tu podia jogar num arquivo só e já criar um espaço pra gente ir fazendo os comentários.

PESQUISADOR: Pode ser. Ela salva onde achar melhor. Ela vai salvar no Facebook e eu posso colocar no Google Drive, sem problemas.

Conforme acertado, no dia seguinte, *PCS* postou vinte e oito fotos com as estratégias de seus alunos. A figura 13 representa a postagem com parte dessas imagens.

Figura 13 – Postagem das estratégias dos alunos por PCS.




Fonte: elaborada pelo autor.

Conforme mencionado, a produção colaborativa aconteceu por meio de uma ferramenta na *web* que oportuniza a produção de textos de forma colaborativa. Após a compilação das imagens, o pesquisador compartilhou o documento com as professoras, inclusive, postando no grupo do *Facebook* (Figura 14). Como os dados dessa produção não foram relevantes para esta pesquisa, não foram aqui contemplados e podem ser acessados diretamente na publicação²⁴. As professoras sentiram-se bastante valorizadas com a aprovação do trabalho que emanou da prática e conhecimentos delas. Além disso, com exceção de *PCA*, era a primeira vez que tiveram uma produção dessa natureza.

²⁴ O livro o qual foi publicada a produção colaborativa está em formato de *e-book* e pode ser acessado gratuitamente em: <http://selem4.imd.ufrn.br/index.php/selem/selem4/about/trabalhos>. Último acesso em: 22 de maio de 2016.

Figura 14 – Postagem com *link* para a produção colaborativa.

 **Dennys Leite Maia** 😄 sentindo-se animado com N... e outras 2 pessoas.
15 de novembro de 2015

Oi meninas,
Compartilhei, pelo Google Drive, o arquivo com as imagens das resoluções dos alunos da Simone que combinamos de analisar. Para tanto, sugiro que utilizemos nossos encontros virtuais por lá, por meio dos comentários, e discutamos de forma assíncrona. Além disso, podemos explorar também este ambiente como o WhatsApp para estas discussões. Penso que assim não sobrecarregamos vocês. Se for o caso, marcamos um encontro virtual síncrono. O que acham?

Link do documento: <https://docs.google.com/.../1ug0KeAB7inhgqAIAWcViUMiQ0I.../edit...>

[]s

Obs: Na situação problema da coleção de Luan, embora a maioria use o princípio multiplicativo para solução é importante que fique claro as relações entre as grandezas. Como os valores de representação numérica de triplo (x3) e o valor de cada carrinho coincidem (R\$3,00) não dá para ter a certeza se diferenciou as relações somente com as operações numéricas.

Obs: apesar da situação problema Corrida de Sarah e Guilherme, aparentemente, apresentar um enunciado que envolve mais raciocínio interpretativo os alunos conseguiram diferenciar as relações de tempo/km e a partir do que cada um corria verificar quantas vezes chegaria a quilometragem pedida. E, em seguida, fazer a relação com o tempo que gastaria cada um.

CURIOSIDADE para Simone: ??????

Os alunos estão sendo incentivados, nas mediações, a resolverem usando a construção da tabela, ou foi deixado livre nas soluções das situações problemas? Penso que ajuda a organizar o pensamento e dar maior clareza quanto às relações das grandezas. É como a representação do desenho que defendo como estratégia para aqueles que têm dificuldade em mostrar algum raciocínio. Usá-los não no sentido de limitar ou restringir suas estratégias, mas como uma organização do pensamento matemático.

Quando se deviam discutir: Obs. Ana Carla

Análise das Resoluções (Propoções Simples)

A coleção de carros do Luan é composta por 35 unidades. Sabendo que cada um custa R\$ 3,00. Qual o valor se quiser completar o triplo da quantidade de carros? Sarah brinca de corrida com seu primo Guilherme. Sarah a cada 17min corre...

DOCS.GOOGLE.COM

Fonte: elaborada pelo autor.

Como se tratava do último encontro virtual e vieram os recessos de final de ano, esta atividade prolongou-se até fevereiro de 2016. Além das análises das vinte e oito estratégias, as professoras registraram comentários ao longo do texto para si, objetivando contribuir com as análises, conforme haviam decidido no 9º encontro virtual. Um dos diálogos foi o seguinte:

PCA: CURIOSIDADE para PCS: ??????

Os alunos estão sendo incentivados, nas mediações, a resolverem usando a construção da tabela, ou foi deixado livre nas soluções das situações problemas? Penso que ajuda a organizar o pensamento e dar maior clareza quanto às relações das grandezas. É como a representação do desenho que defendo como estratégia para aqueles que têm dificuldade em mostrar

algum raciocínio. Usá-los não no sentido de limitar ou restringir suas estratégias, mas como uma organização do pensamento matemático. Aguardo as devidas discussões; Abs, PCA

O comentário de *PCA* é motivado pelo grande número de estratégias compartilhadas, em que os alunos exploravam o Diagrama de Vergnaud. A professora julga isso como positivo por oportunizar aqueles com mais dificuldades a encontrar uma estratégia e organizar o pensamento para resolver o problema, bem como contribuir para o estabelecimento das relações entre as grandezas. Destaca-se que tais observações foram amplamente pauta de discussão ao longo da formação. A este comentário, *PCS* respondeu:

PCS: *Resposta para PCA, sobre a 'CURIOSIDADE'*
Se a tabela é o diagrama, realmente já houve situações em que alguns seguiram ao que foi exposto pelo aluno K no quadro, quando ele chegou a registrar o diagrama no caderno e eu pedi que ele expusesse no quadro para a turma ver. Depois desse dia foram surgindo, discretamente, um ou outro, utilizando como forma de organização do raciocínio ou mesmo como explicação para o cálculo feito. Aproveitei e introduzi a nomenclatura, no que poderia auxiliar e que só podemos utilizar quando conseguimos compreender as relações (ou para melhor compreendê-las!).

A professora esclarece sua colega lembrando acontecimentos registrados durante as formações, em especial, nos encontros virtuais. Ademais, *PCS* faz um comentário sobre as experiências vividas em uma das situações propostas:

PCS: *Situação: Coleção de carros de Luan*
Percebi que a maioria utiliza a multiplicação e acredito que isso ficou claro pela natureza do problema, lembro que nós fizemos a leitura em grupo da situação e quando surgiu o termo "triplo" alguns disseram automaticamente: "é três vezes", "dobro é duas vezes, triplo é três, né tia?" e antes mesmo que eu confirmasse, eles foram entre si confirmando.

Além de comentários no texto, como os trazidos acima, as professoras comentavam as estratégias dos alunos no documento de texto e nas postagens da rede social. Dúvidas pontuais entre os participantes foram tiradas também pelo grupo do *WhatsApp*. Ao final, os pesquisadores da universidade, embora também tenham contribuído com as discussões ao longo da produção, deram o tratamento final ao texto para que ele se adequasse mais à estrutura de um artigo científico.

A análise dos dados dos dois problemas de Proporção Simples explorados, um da classe um-para-muitos e outro muitos-para-muitos, mostrou que, em geral, os alunos

avançaram do campo conceitual aditivo para o multiplicativo. Isso foi evidenciado pelas professoras ao classificarem as resoluções em: *I) Princípio Multiplicativo; II) Princípio Aditivo e Multiplicativo; e III) Princípio Aditivo*, como definido ainda no 9º e último encontro virtual realizado, via conferência. A maioria das estratégias basearam-se em princípios multiplicativos. Das vinte e oito estratégias, apenas duas – uma de cada situação – foram classificadas pelo grupo como resolução estritamente aditiva, ou seja, utilizaram apenas estratégias com operações de adição e subtração (MAIA *et al*, 2016). O grupo considerou tal achado um reflexo da formação na prática em sala de aula, que oportunizou a ruptura entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo.

Os resultados discutidos mostram que as diversas mídias digitais utilizadas – áudio, texto, imagem e vídeo – foram relevantes para a exposição das concepções dos participantes. Destacadamente o uso de imagem e de vídeos foram fundamentais para compartilhar problemas multiplicativos e estratégias de resolução dos estudantes. Todo este material serviu de mote para construção e reconstrução sobre o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas. A diversidade de mídias que as tecnologias digitais dispõem, junto à mobilidade do dispositivo mais utilizado – *smartphone* –, oportunizou que professoras em diferentes espaços e tempos refletissem acerca de conceitos e da prática de ensino de estruturas multiplicativas.

5.2.3 Avaliação da experiência de pesquisa e formação colaborativa

Ao final da pesquisa, julgou-se relevante trazer as impressões das professoras sobre a participação e contribuição nas experiências de pesquisa e formação colaborativa, apoiada em tecnologias digitais para aprendizagem do campo conceitual multiplicativo.

PESQUISADOR: *Então pronto, agradeço mais uma vez, meninas! Obrigado pela disponibilidade e o tempo, né? Hoje a gente acabou indo até mais tarde! Mas eu acho que tá sendo muito produtivo... pelo menos pra mim, eu não tenho o que comentar. Espero que pra vocês esteja sendo tão proveitoso quanto.*

PCS: *Pra mim também tá!*

PCA: *Já é meu estágio para o meu projeto de revisão do ano que vem!*
[risos]

PESQUISADOR: *Ah, então, pronto! Se puder, pode contar comigo. O que vocês puderem mesmo, contar comigo, eu estou à disposição porque pra mim, a despeito da tese que eu tô fazendo, tá sendo um aprendizado. Discutir com vocês essa realidade da escola, isso pra mim é muito legal. Que é o que eu sinto falta aqui no curso em que eu atuo.*

PCA: *Desculpe meus desabafos... mas é que as vezes não dá!*

PESQUISADOR: *Não, eu sei. E acho que isso faz parte mesmo. Faz parte do processo formativo que a gente tá vivendo. Eu acho legal!*

PCA: *Mas, com certeza, o OBEDUC tem me dado muita sustentação em relação a muitas coisas.*

PESQUISADOR: *Legal! Muito bom ouvir isso!*

PCA: *Eu Acho que a gente fica mais... sei lá. Uma força que a gente não sabe explicar!*

Tais depoimentos, registrados no último encontro, reforçam a parceria positiva que foi desenvolvida entre Universidade e Escola. A experiência de pesquisa e formação colaborativa oportunizou que os profissionais de ambas instâncias se desenvolvessem profissionalmente. Para o pesquisador, a realização de sua pesquisa de Doutorado, ao passo que para as professoras das escolas, uma experiência de produzir conhecimentos acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática com seus pares. O Projeto OBEDUC/E-Mult teve papel fundamental para tal empreendimento, conforme destaca *PCA*.

Na próxima seção, apresentam-se as considerações do trabalho, discutindo a relevância dos resultados alcançados pela experiência de aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Eu fiquei muito feliz quando eu percebi que a minha prática podia trazer contribuição para o grupo em si [...] a verdade é essa: a pesquisa, ela tem que tá alinhada à prática do professor. E o professor precisa da pesquisa para ele fundamentar o que ele faz. Um complementa o outro...”

(PCA)

A produção deste trabalho permitiu que algumas reflexões fossem feitas. A primeira que se destaca é a possível parceria entre Escola e Universidade para a produção de novos conhecimentos, por meio da Pesquisa Colaborativa. A contribuição das professoras das escolas, não somente como meras executoras de ações indicadas pelo pesquisador, mas como copartícipes de todo o processo, oportunizou que diferentes saberes sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática fossem desvelados, desenvolvidos e apropriados por todos.

No método de pesquisa adotado, alinhado a um processo formativo e desenvolvimento profissional, aprenderam as professoras e pesquisador acerca do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas. O pesquisador teve a oportunidade de identificar e aprender como alguns conceitos da Teoria dos Campos Conceituais, especialmente, das estruturas multiplicativas, eram apreendidos pelas docentes em uma formação continuada com suporte de tecnologias digitais. Estas, a partir do que construíram na experiência, aplicavam os novos conhecimentos em suas aulas e seus exercícios profissionais. No decorrer do processo, ambos os perfis produziram conhecimentos colaborativamente que agregaram em suas práticas. Juntos, produziram um artigo científico sobre uma dimensão das estruturas multiplicativas que pode desencadear aprendizagem acerca do tema em outras pessoas que dele venham a se servir. Estes conhecimentos construídos coletivamente na experiência representam a etapa de coprodução, característica da Pesquisa Colaborativa.

A outra reflexão está diretamente ligada ao objeto de estudo: formação colaborativa de professores, apoiada em tecnologias digitais, sobre estruturas multiplicativas. A experiência desenvolvida mostrou que o modelo de formação que relacionou elementos teóricos aplicados diretamente à prática docente favoreceu a ampliação do campo conceitual multiplicativo pelos participantes da pesquisa. As tecnologias digitais, considerando os dispositivos e as ferramentas adotadas, oportunizaram que as professoras elaborassem,

discutissem, compartilhassem e refletissem, em tempos e espaços distintos, sobre aspectos diretamente ligados a suas práticas de ensino de Matemática.

A formação oportunizou que as professoras repensassem suas práticas, em especial na visão da importância de os alunos explicitarem suas estratégias, inclusive, socializando uns com os outros. Ressalta-se também o entusiasmo das professoras ao perceberem que passavam a melhor compreender o que os seus alunos pensavam para, então, intervir e ajudá-los. Esse é o maior legado que a formação desta Tese, conjugada com a do Projeto OBEDUC/E-Mult, deixou para as professoras participantes. Isto, aliás, está alinhado à própria proposta da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Convém destacar que, apesar de a proposta para a constituição do grupo de aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias, inicialmente, prever uso de computadores *desktop* e *notebook*, o principal acesso das professoras se deu a partir de *smartphones*. Foi por meio desse dispositivo móvel que as docentes ascenderam à internet e puderam constituir a aprendizagem colaborativa mediada por diferentes ambientes virtuais e participar e desenvolver as atividades propostas conjuntamente.

Os encontros virtuais síncronos, por meio do serviço de conferência *VoIP* do *Skype*, o compartilhamento e acesso a conteúdos e discussão assíncrona, pelo grupo da rede social *Facebook* e as interações e também o compartilhamento de mídias pelo *app* de mensagem *WhatsApp*, foram integrados ao grupo, oportunizando às professoras a ampliação e compreensão acerca dos elementos teóricos e didáticos discutidos. Ainda que nem todos os recursos adotados fossem familiares às docentes, isso em momento algum foi um empecilho para a efetivação do grupo colaborativo.

Destaque-se que todos os ambientes adotados possuíam aplicativos para acesso pelo *smartphone*, além deste permitir fácil produção e reprodução de mídias como imagem e vídeo. Estas foram características que favoreceram a realização da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, visto que se tratava de um dispositivo já apropriado pelas professoras e utilizado por elas costumeiramente. Cumpre ressaltar que a opção pelo *Facebook* como ambiente virtual de aprendizagem ocorreu em razão de todas já conhecerem e acessarem com frequência. Caso semelhante ao *WhatsApp* em que as três também tinham o hábito de usar. Apenas o serviço de conferência do *Skype* que, apesar de conhecerem, afirmaram não ter o costume de usar.

A identificação das formas que as docentes interagiram e utilizaram as tecnologias digitais foram determinantes para a efetivação da proposta de formação colaborativa. As atividades seguiam uma estrutura em que se procurava colocar a prática como centro do processo formativo a partir de sua reflexão. Imbuído desse sentido é que as ferramentas digitais adotadas foram planejadas para serem integradas à experiência de aprendizagem colaborativa entre professoras.

Inicialmente as professoras elaboraram situações multiplicativas e, em seguida, postaram suas propostas no grupo do *Facebook*, para que fossem discutidos aspectos de pertinência do problema e a classificação consoante à TCC. Após essa reflexão coletiva, de acordo com as colocações do grupo, as situações eram acatadas, reestruturadas ou adaptadas para que fossem exploradas em contexto real de sala de aula. A aplicação dessas situações em atividades com alunos foram registradas por vídeos e imagens, a partir de *smartphones*, para que igualmente pudessem ser compartilhadas para análise colaborativa.

Os vídeos oportunizaram aos demais membros do grupo acompanhar a prática da colega, a partir de suas intervenções e da explicação dos discentes acerca de suas estratégias. Por meio das imagens foi possível analisar os registros utilizados, principalmente pelos alunos, para representar e operar os problemas multiplicativos. Essas impressões foram realizadas tanto nos encontros virtuais pelo *Skype*, quanto nas discussões travadas no grupo do *Facebook* e, inclusive, do *WhatsApp*.

Desta feita, as tecnologias digitais exploradas na experiência de aprendizagem colaborativa entre professoras assumiram duas dimensões favoráveis ao desenvolvimento da formação. A primeira relaciona-se à promoção do encontro entre os envolvidos em meio virtual e das interações síncronas e assíncronas. A segunda diz respeito diretamente à produção e ao acesso das mídias e ambientes que fomentaram as práticas de aprendizagem colaborativa. Essas duas vertentes das tecnologias digitais representam uma experiência inovadora para os modelos de formação de professores, seja por explorar elementos registrados da prática, seja por oportunizar a reflexão partilhada entre os pares.

Apesar de todas as professoras participantes da pesquisa estarem inseridas em escolas cuja cultura digital estaria em níveis acima da realidade das demais escolas brasileiras, apenas uma professora mostrou-se mais proativa para a produção das mídias digitais que embasaram as trocas entre o grupo. Não se pode dizer que as demais se indispuseram,

contudo, não estavam totalmente familiarizadas como *PCS*. Portanto, não se trata de um demérito das outras, mas sim representa o perfil diversificado de pessoas que se propõem a compor um grupo colaborativo.

PCS demonstrou estar em nível avançado de apropriação tecnológica e utilização de tecnologias digitais. Em dado momento da pesquisa, a referida professora mencionou que mantinha um grupo no *WhatsApp* com os pais e responsáveis de seus alunos para tratar de assuntos da turma. Ainda sobre propriedade das tecnologias digitais, vale mencionar que nenhuma delas havia utilizado, antes da formação, o serviço de conferência do *Skype*. *PCA* inicialmente utilizava o perfil do esposo para acessar o grupo dos encontros virtuais síncronos. A partir do terceiro encontro passou a utilizar sua própria conta de usuário do serviço, recentemente criada para essa finalidade. Esses registros, conjugados aos relatos trazidos ao longo dos resultados desta pesquisa, revelam o quanto as tecnologias digitais podem e devem ser exploradas com professores, a exemplo do uso que fazem cotidianamente em outras atividades.

A partir da produção, compartilhamento, análise e discussão desses registros foi possível caracterizar os movimentos de construção e reconstrução dos conceitos matemáticos pelas professoras. Isso foi percebido ao longo do desenvolvimento da experiência de formação colaborativa com apoio de tecnologias digitais, quando as professoras expunham suas concepções acerca dos temas explorados. As professoras tiveram a oportunidade de debater sobre os conceitos da TCC e, principalmente, elementos ligados especificamente ao campo conceitual multiplicativo. Nas atividades os participantes posicionaram-se com argumentos, questionamentos, apresentação de pontos de vistas que foram confrontados com os demais membros do grupo. Esse movimento de trocas e construções coletivas é fundamental em processo de aprendizagem colaborativa.

Dentre os tópicos mais evidentes da experiência está o novo olhar que as professoras passaram a ter sobre as estratégias dos alunos. Como relatado por *PCS* e *PCA*, essa mudança de percepção e tratamento do pensamento discente foram redimensionados a partir dos pressupostos teóricos de Vergnaud. Além disso, também se deve destacar a utilização e a exploração de diferentes representações para o trabalho com problemas multiplicativos, nomeadamente, o Diagrama de Vergnaud. Essa nova forma de organizar e tratar os dados das situações representou um desafio para as professoras, mas que, segundo elas, mostrou-se bastante positivo ao permitir que seus alunos percebessem os dois pares de

grandezas envolvidos, no caso de problemas quaternários, foco das análises, e nas relações entre elas. Conforme mencionado, essa experiência oportunizou que elas trabalhassem com seus alunos o operador escalar, um invariante operatório específico do campo multiplicativo, evitando o uso direto e quase que exclusivo do algoritmo clássico.

Sobre o mapeamento das concepções das professoras a respeito do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas, mostraram-se dois estágios de evolução da apropriação das professoras. Inicialmente, antes da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult, as docentes possuíam um repertório restrito de situações multiplicativas. Quando solicitadas para propor tipos de problemas que explorassem operações de multiplicação e divisão, basicamente, uma única classe de situações – problemas de Proporção Simples, considerados mais elementares – foi apresentada pelo grupo. Das dez combinações de problemas possíveis, diversificando eixo e classe, apenas quatro tipos diferentes foram propostos.

Posteriormente, após o início da formação presencial do Projeto OBEDUC/E-Mult e antes do início da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, as professoras indicaram que haviam ampliado o rol de problemas multiplicativos conhecidos. Isso pôde ser percebido ao longo das atividades desenvolvidas, em que as professoras apresentavam seus pontos de vista e argumentavam com suas colegas. Além disso, a classificação e proposição de situações multiplicativas é apenas uma dimensão da teoria utilizada como referência. Convém registrar que este trabalho, no entanto, não se preocupou em analisar as concepções após o processo formativo colaborativa com suporte de tecnologias digitais. Pretende-se explorar esse impacto em pesquisas futuras, inclusive, dentro do próprio Projeto OBEDUC/E-Mult; afinal, o objeto de estudo desta Tese é a contribuição da própria formação na construção dos conceitos pelas professoras.

Com base no avanço que as professoras, de um modo geral, demonstraram em uma classe contemplada em razão do recorte temporal, espera-se que nas demais categorias de problemas haja a mesma evolução no decorrer da formação do Projeto OBEDUC/E-Mult. Além de apreender sobre especificidades das Proporções Simples, tanto um-para-muitos quanto muitos-para-muitos, as professoras discutiram sobre invariantes operatórios escalar e funcional, diferentes representações, estabelecimento de relações entre grandezas e esquemas e estratégias de resolução de problemas multiplicativos. Esses aspectos compõem as experiências que Vergnaud (1983, 2009) julga como fundamentais para a apreensão de um campo conceitual, quais sejam: situações, invariantes e representações.

No plano individual, ainda sobre as concepções que as professoras tinham sobre estruturas multiplicativas, é possível afirmar que apenas *PCA* já dominava a classificação de problemas. Os dados da entrevista ratificam tal afirmação, quando a professora não errou nenhuma das classificações e, mais que isso, apresentou sua justificativa e argumentos seguros e fundamentados de acordo com a TCC. Evidentemente, há que se mencionar mais uma vez que essa professora tinha formação e experiência matemáticas diferentes das de suas colegas

Por sua vez, *PCS* mostrava compreender parte dos critérios de classificação a partir das características da situação. Apesar de ter cometido alguns equívocos ao escolher a nomenclatura de alguns problemas, a docente apresentou verbalmente características do tipo de situação. Julga-se que, mais do que saber o termo pelo qual a situação se identifica, é relevante compreender que competências e habilidades são mobilizadas. Além disso, ao longo da formação colaborativa, a professora mostrou-se bastante atuante, especialmente na produção de vídeos em que os alunos descreviam para ela suas estratégias. Comparando os primeiros registros com os demais, é perceptível a mudança de postura docente acerca das perguntas e intervenções que faz aos alunos. Isso ilustra apropriação da teoria com implicações diretas na prática da professora.

Entre as três, *PCN* foi a que mais apresentou dificuldade com a classificação de problemas multiplicativos. Apenas uma situação foi classificada efetivamente com base nos conhecimentos que a professora possuía e outra foi influenciada pela formação inicial que antecedeu à entrevista. Contudo, isso mostra a relevância que a formação oferecida pelo Projeto OBEDUC/E-Mult influenciava nas concepções das professoras. Além disso, há que se destacar a mudança de postura que a professora relatava de seus coordenados de escola que, segundo ela, seria reflexo da formação. Julga-se que, ao perceber a mudança no outro, *PCN* demonstra apropriação das discussões realizadas no grupo colaborativo, ainda que tenha sido a menos ativa entre as professoras participantes.

Assim, embora em níveis de apropriação distintos, as docentes evoluíram na compreensão de conceitos inerentes ao campo conceitual multiplicativo, tanto no que diz respeito à classificação de situações, quanto a competências e habilidades que são demandadas, especialmente em problemas de Proporção Simples, majoritariamente explorados na formação colaborativa. Nas entrevistas preliminares, todas as três professoras trouxeram depoimentos em que elementos da TCC estavam presentes e já impactavam em

suas práticas, e também nas de seus colegas de escola. Aspectos como a necessidade de ruptura entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo, a importância de analisar o pensamento discente, relevância de explorar diferentes estratégias de resolução e representação foram evidenciadas pelas docentes e demonstram apropriação do campo conceitual multiplicativo.

A experiência de formação colaborativa entre professoras que ensinam Matemática com apoio de tecnologias digitais mobilizou nos participantes habilidades e competências acerca do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas. A partir da interação e colaboração possibilitadas pelos dispositivos e ferramentas tecnológicas adotados, a proposta oportunizou o conflito de ideias e concepções, bem como a ampliação conceitual. Houve aprendizagem colaborativa, uma vez que significados foram construídos de forma conjunta e compartilhados entre os participantes acerca do ensino da Matemática, conforme os exemplos de atividades analisados mostraram.

De modo geral, *PCS* mostrou-se mais familiarizada com os recursos tecnológicos e, de fato, contribuiu significativamente com diversos materiais para discussão do grupo. *PCA* destacou-se pela contribuição conceitual em razão de possuir um maior conhecimento matemático. *PCN* foi a que teve uma participação menos ativa, comparada a suas colegas. Todas participaram das discussões nos outros recursos e ferramentas adotados na formação colaborativa considerando suas potencialidades e limitações. De igual modo contribuíram para o debate, apreensão e evolução conceitual acerca do ensino e da aprendizagem de estruturas multiplicativas.

Do ponto de vista do avanço teórico, as professoras demonstraram, por meio de suas interações e compartilhamentos, que ampliaram sua visão sobre o ensino e a aprendizagem de estruturas multiplicativas. Pela interação com os pares foi possível apreender diferentes perspectivas de ensino das estruturas multiplicativas. A percepção de que é indispensável um tratamento mais apurado das estratégias de resolução dos alunos, no sentido de compreender o que ele pensa e ajudá-lo a contornar suas dificuldades, evidencia-se como um dos principais ganhos desta formação colaborativa.

Por outro lado, ao pesquisador, conhecer a aplicação desses conceitos, como eles são vivenciados na escola, possível a partir dos compartilhamentos, também foi uma experiência bastante positiva. Isso aproxima mais a academia da realidade da escola e,

portanto, oportuniza novas aprendizagens e compreensões dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Isso mostra que a proposta colaborativa, com o suporte de tecnologias digitais, efetivamente amplia o alcance físico e temporal das redes. Tal estratégia pode ser explorada nos momentos de planejamento docente, no sentido de maximizá-los como componentes de formação continuada de professores.

Dentre as dificuldades desse tipo de pesquisa ressalta-se a disponibilidade de tempo das professoras para a realização das atividades. Mesmo com a flexibilidade inerente à proposta de formação, não se pode conceber qualquer experiência de formação docente sem políticas públicas que garantam condições necessárias para a efetiva realização e dedicação do professor. Em razão da vida profissional atribulada, ainda que as docentes tivessem interesse em participar e contribuir com todas as etapas e atividades requeridas pela pesquisa e a formação colaborativa, por vezes era inviável cumprirem com os combinados decididos pelo grupo. Isso se percebeu com a dificuldade em atender desde as datas e horários dos encontros virtuais síncronos, à produção e entrega de atividades, em especial, aplicação e gravação de situação com alunos.

Sobre esse segundo ponto, além das diversas atividades que a escola desenvolve com os alunos, o currículo rígido foi um empecilho para a realização das atividades que envolviam explorar situações multiplicativas. Por outro lado, há que se destacar que, ainda após um dia inteiro de trabalho, as professoras dispuseram-se para um encontro virtual para a discussão de ensino e aprendizagem de Matemática, além de postarem materiais em seu horário de trabalho. Portanto, ainda que a formação colaborativa com suporte computacional permita maior flexibilidade de tempo e viabilidade para ser realizada em serviço, comparada às formações presenciais, é preciso disponibilidade de tempo para que as professoras se dediquem, assim como é imperioso abertura curricular para que as atividades baseadas na prática, que enriquece o processo formativo, sejam desenvolvidas.

Outro aspecto que deve ser discutido é a integração e gerenciamento de diferentes ferramentas e ambientes digitais. Embora tenha sido uma experiência bastante positiva, a adoção de, pelo menos, três sistemas de comunicação distintos demandava organização do pesquisador para identificar em quais ferramentas estavam alguns dados necessários à pesquisa e à própria formação. Ainda que tenha sido definida a função de cada ambiente, a própria facilidade de produção e acesso via *smartphones* gera essa difusão das postagens. Assim, acredita-se que a adoção de uma única ferramenta, um ambiente virtual de

aprendizagem formal tivesse limitado as interações desenvolvidas, principalmente, considerando que a maioria era a partir das funções dos *smartphones* e seus *apps*. Talvez o desenvolvimento de um sistema que busque integrar ou se adaptar a sistemas utilizados, em razão da popularidade deles, pudesse facilitar esse gerenciamento, garantindo familiaridade dos participantes da formação.

Os resultados apresentados nesta Tese dão subsídios para se repensar os processos de formação de professores. As tecnologias digitais, que já fazem parte do cotidiano das pessoas, devem ser consideradas a partir das vantagens que apresentam em relação a formações presenciais e tradicionais que não incorporam tais tecnologias. Assim, julga-se que a formação docente precisa evoluir para além da oferta de cursos, com conteúdo e metodologias pré-definidas para modelos, como o vivenciado nesta experiência, em que se fomenta a constituição de grupo de aprendizagem colaborativa, que permitam discussões sobre elementos da prática dos professores e conteúdos de suas áreas.

Por fim, a proposta de uma formação colaborativa de professores que ensinam Matemática mostrou-se plausível, em especial quando esse público tem acesso à internet, equipamentos e recursos necessários, como os *smartphones* e seus *apps*. Além disso, a experiência de explorar aspectos ligados à prática para serem refletidos com e a partir de mídias digitais contribuiu significativamente para as trocas estabelecidas entre os participantes. Por certo, explorar Tecnologias Digitais e Educação Matemática na formação de professores trata-se de uma mudança cultural docente, que favorece o trabalho colaborativo e fomenta a busca por formação matemática em outros espaços e tempos. Para tanto, pesquisa e práticas devem ser incentivadas e multiplicadas. Assim, espera-se que a experiência realizada neste trabalho contribua para a replicação em outros contextos e conteúdos da Educação Matemática com a finalidade de disseminar práticas mais profícuas de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. S. de. **Conhecimento profissional docente de professores do 5º ano de uma escola com bom desempenho em Matemática: o caso das estruturas multiplicativas.** 2012. 182f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.
- ALMEIDA, M. E. B. de; VALENTE, J. A. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011 – (Coleção Questões Fundamentais da Educação – 10).
- ANADÓN, M. E. Novas dinâmicas na pesquisa educativa e formação continuada dos docentes: os modelos participativos. *In: COLÓQUIO NACIONAL EPISTEMOLOGIA DAS CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO. Anais...* Natal: EDUFRN, 2007.
- BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. B. Interloquções e saberes docentes em interações *on-line*: um estudo de caso com professores de Matemática. **Pro-Posições.** v.24, n.1(70), p.61-77, jan/abr. 2013.
- BALL, D. **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: examining what prospective teachers bring to teacher education.** 1988. 257f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Michigan State University, East Lansing, 1988.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education.** New York, v.59, n.5, p.389-407, nov./dez. 2008.
- BARANAUSKAS, M. C. C.; ROCHA, H. V. da; MARTINS, M. C.; D'ABREU, J. V. Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador. *In: VALENTE, J. A. O computador na sociedade do conhecimento.* Brasília: MEC, 1999, p.45-69.
- BARRETO, M. C. Desafios aos pedagogos no ensino de Matemática. *In: SALES; J. A. M. de et al. Formação e Práticas Docentes.* Fortaleza: EdUECE, 2007, p. 243-254.
- BENEDITO, G. V. **As estratégias de resolução de problemas da estrutura multiplicativa utilizadas por alunos do Ensino Fundamental I.** 2012. 113f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2012.
- BONA, A. S. de. **Espaço de aprendizagem digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação.** 2012. 248f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- BORBA, M. de C.; MALHEIROS, A. P. dos; ZULATTO, R. A. **Educação a Distância *on-line*.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BORBA, M. de C.; LACERDA, H. D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. **Educação Matemática Pesquisa (EMP)**, São Paulo, v.17, n.3, p.490-507, 2015.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – nº 9394/1996**. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Princípios orientadores para o uso pedagógico do laptop na educação escolar**. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. **Prova Brasil - Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC/SEB/INEP, 2008.

BRASIL. **Programa Observatório da Educação**. Site: <http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao>. 2014. Acesso em 01/04/2014.

CAON, Â. P.; SANTOS, L. R. A. dos. Possibilidades e limites do ensino em Matemática por meio do *Whatsapp*. In: ENCONTRO CAPIXABA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ECEM), **Anais...** Vitória: IFES, 2015.

CARVALHO, R. L. **Contribuições da Teoria da Atividade no ensino de Funções com o uso do *laptop* educacional**. 2013. 156f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

CASTRO-FILHO, J. A. de. **Teachers, Math, and Reform: an investigation of learning in practice**. 1999. 408f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – University of Texas, Austin, 1999.

CASTRO-FILHO, J. A. de. Tecnologia, educação e formação de professores: superando dificuldades históricas. In: SALES; J. A. M. de et al. **Formação e Práticas Docentes**. Fortaleza: EdUECE, 2007, p.179-190.

CASTRO-FILHO, J. A. de; MAIA, D. L.; CASTRO, J. B. de; BARRETO, A. L. de O.; FREIRE, R. S. Das tabuletas aos *tablets*: tecnologias e aprendizagem da Matemática. In: CASTRO-FILHO, J. A. de et al. **Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016, p.13-34

CASTRO-FILHO, J. A. de; SILVA, M. A. da; MAIA, D. L. Lições do Projeto UCA: aprendizados e desafios (Prefácio). In: CASTRO-FILHO, J. A. de; SILVA, M. A. da; MAIA, D. L. (Orgs.). **Lições do Projeto Um Computador por Aluno: estudos e pesquisas no contexto da escola pública**. 1. ed. Fortaleza: EdUECE, 2015, p.9-20.

CASTRO, L. A. C. **Ensino e aprendizado significativo de Física Geral nas graduações em Engenharia: o hipertexto FG1 como recurso mediador**. 2011. 267f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Pontifícia Universidade Católica. Belo Horizonte, 2011.

CHAGAS, I. Trabalho colaborativo condição necessária para a sustentabilidade das redes de aprendizagem. *In*: MIGUÉNS, M. (Dir.). **Redes de aprendizagem, redes de conhecimento**. Lisboa: Conselho Nacional de Educação, 2002, p.71-82.

COSTA, F. M. **Concepções e competências de professores especialista em Matemática em relação ao conceito de fração**. 2011. 148f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2011.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004. 197p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación**, Publicação Eletrônica pela OEI, v. 37(4), p.01-09, 2006.

DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Educar**, n.31, p. 213-230, 2008.

DESGAGNÉ, S. L'approche collaborative de recherche en education: un rapport nouveau na établir entre recherche et formation. **Revue des Sciences de L'éducation**, v.27, n.1, p.1-48, 2001.

DILLENBOURG, P. What do you mean by collaborative learning? *In*: DILLENBOURG, P. (Ed.). **Collaborative-learning: cognitive and computational approaches**, Oxford: Elsevier, 1999, p.1-19.

DRIJVERS, P. Digital technology in Mathematics Education: why it works (or doesn't). *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, **Anais...** Seul: COEX, 2012.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009 - (Coleção Contexto da Ciência).

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? *In*: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4.ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, p.53-85

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 23.ed. São Paulo: Cortez, 1989 – (Coleção Polêmicas do nosso tempo).

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996 – (Coleção Leitura).

GARRIDO, E.; PIMENTA, S. G.; MOURA, M. O. de. A pesquisa colaborativa na escola como abordagem facilitadora para o desenvolvimento da profissão do professor. *In*: MARIN, A. J. (Org.). **Educação continuada: reflexões, alternativas**. Campinas, SP: Papirus, 2000, p.89-112.

GHEDIN, E. A pesquisa como eixo interdisciplinar no estágio e a formação do professor pesquisador-reflexivo. **Olhar de professor**. Ponta Grossa, 7(2), p.57-76, 2004.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. São Paulo: PROEM, 2014.

IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostras de Domicílio: Acesso à internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal - 2013**. Rio de Janeiro: IBGE, 2015.

IBIABINA, I. M. L. de M. **Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

JARAMILO, D.; FREITAS, M. T. M.; NACARATO, A. M. Diversos caminhos de formação: apontando para outra cultura profissional do professor que ensina Matemática. *In*: LOPES, C. A. E.; NACARATO, A. M. (Orgs.). **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p.163-190.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1990.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e tempo docente**. Campinas, SP: Papirus, 2013.

LADEIRA, V. P. ROSA, M. O ensino da Matemática em um ambiente de aprendizagem com tecnologia: uma investigação qualitativa sobre a utilização dos dispositivos móveis em sala de aula como um instrumento mediático de aprendizagem. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EBRAPEM), **Anais...** Recife: UFPE, 2014.

LAMBERT, M.; BALL, D. L. **Teaching, multimedia, and Mathematics**. New York: Teachers College Press, 1998.

LEMOS, A. **Cibercultura: tecnologia e vida social na cultura contemporânea**. 5ed. Porto Alegre: Sulina, 2010.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LIMA, M. S. L. **A formação contínua do professor nos caminhos e descaminhos do desenvolvimento profissional**. 2001. 165f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

LIPPONEN, L. Exploring foundations for computer-supported collaborative learning. *In*: STAHL, G. (Ed.). **Computer support for collaborative learning: foundations for a CSCL community**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 2002, p.72-81.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Fortaleza: UFC/UECE, 2012.

MAGINA, S.; SANTOS, A. dos. MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v.20, n.2, p.517-533, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. *In*: CASTRO-FILHO, J. A. de *et al.* **Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016, p.65-82

MAIA, D. L. **Ensinar Matemática com o uso de tecnologias digitais: um estudo a partir da representação social de estudantes de Pedagogia**. 2012. 190p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

MAIA, D. L.; BARRETO, M. C. Tecnologias digitais na educação: uma análise das políticas públicas brasileiras. **Revista EF&T**, v.5, n.2, p.47-61, 2012.

MAIA, D. L.; BARRETO, M. C. Formação do pedagogo na UECE para o ensino de Matemática com TDIC. *In*: SANTOS, A. N. dos; ROGÉRIO, P. (Orgs.). **Currículo: diálogos possíveis**. Fortaleza: Edições UFC, 2013, p.317-339.

MAIA, D. L.; CARVALHO, R. L.; CASTRO-FILHO, J. A. O laptop educacional no ensino de Função: experiência de Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional. *In*: BARRETO, M. C. *et al.* (Orgs.). **Matemática, Aprendizagem e Ensino**. 1. ed. Fortaleza: EdUECE, 2013, p.113-128.

MAIA, D. L.; CARVALHO, R. L.; CASTRO-FILHO, J. A. de. Tecnologias móveis numa formação colaborativa docente sobre estruturas multiplicativas. *In*: MARTINS, E.; LAUTERT, S. **Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Autografia, 2016, p. 183-211.

MAIA, D. L.; CARVALHO, R. L.; CASTRO FILHO, J. A. de; JUNQUEIRA, E. S. R. Formação de professores que ensinam Matemática no contexto da Cibercultura: estudo em uma escola UCA. **Revista Holos**, v. 4, p.450-462, 2014.

MAIA, D. L.; SILVA, F. W. L. da; BATISTA, P. C. da S.; CASTRO FILHO, J. A. de. Análise dos tipos de problemas multiplicativos propostos por professoras que ensinam Matemática. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIPEMAT), **Anais...** Ilhéus, BA: SBEM, 2015.

MAIA, D. L.; DIAS, A. C. A. M.; COSTA, A. N. T., MORAES, S. S. de; CASTRO-FILHO, J. A. de. Análise de estratégias de resolução de problemas multiplicativos como elemento para formação e prática docente. *In*: SOUSA, A. C. G. de; MAIA, D. L.; PONTES, M. de O.; **Leituras e escritas: tecendo saberes em Educação Matemática**, Natal: EdUFRN, 2016, p.590-607.

MARTINS, E. F. **Robótica na sala de aula de Matemática: os estudantes aprendem Matemática?** 2012. 167f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

MERLINI, V. L. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso.** 2012. 261f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.

MISKULIN, R. G. S. **As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em Educação Matemática mediados pelas TICs.** *In*: LOREZENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p.153-178.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NAM, N. D.; THAO, T. T. P. An empirical research on the use of mobile phones to support students' mathematics learning. **International Journal of Learning, Teaching and Educational Research.** v.12, n.1, p.133-141, jun, 2015.

NASCIMENTO, K. A. S. do; CASTRO-FILHO, J. A. de. Atividades colaborativas: o uso do *Google Maps* na escola. *In*: CASTRO-FILHO, J. A. de; SILVA, M. A. da; MAIA, D. L. (Orgs.). **Lições do Projeto Um Computador por Aluno: estudos e pesquisas no contexto da escola pública.** 1ed. Fortaleza: EdUECE, 2015, p.51-87.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA FILHO, D. V. de. **Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no Ensino Fundamental.** 2011. 179f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática:** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na Era da Informática.** ed. rev. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PEDROSO, L. W. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na escola básica.** 2012. 270f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia.** Rio de Janeiro: Forense, 1970.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos.** Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PIMENTA, S. G. Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.31, n.3, p.521-539, set./dez. 2005

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. *In*: PIMENTA, S. G. (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente.** 7.ed. São Paulo: Cortez, 2009, p.15-34.

PINHEIRO, J. L. **Formação continuada de professores de Matemática em rede social na internet.** 2014. 170f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014.

PONTE, J. P. da. **As novas tecnologias e a educação.** Lisboa: Editora Texto, 1997.

PONTE, J. P. da. Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. **PNA**, 2(4), p.153-180, 2008.

PONTE, J. P. da. **Da formação ao desenvolvimento profissional.** Lisboa: APM, 2010.

PONTE, J. P. da.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. *In*: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003, p.159-192.

ROCHA, C. de A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos.** 2011. 191f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

RODRIGUES, C. C. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade.** 2011. 230f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M. A. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Investigações em Ensino de Ciências.** v.17(2), p.453-466, 2012.

SANTANA, E. R. dos; LAUTERT, S. S.; CASTRO FILHO, J. A. de. **Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental.** Projeto de pesquisa em rede proposto ao Edital OBEDUC 2012. Brasília: CAPES, 2012.

SANTANA, L. E. de L. **Os saberes conceituais de pedagogos em formação inicial, acerca de Fração**. 2012. 182f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

SANTANA, M. R. M. de. **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental**. 2011. 94f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SANTAROSA, L. M. C.; NITZE, J. A.; CARNEIRO, M. L.F.; GELLER, M. Avaliando aplicações para a criação de ambientes de aprendizagem colaborativa. *In: X Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), Anais...* Curitiba: SBC, 1999, p.303-310.

SANTOS, A. dos. **Processos de formação colaborativa em foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes**. 2012. 340f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.

SHARPLES, M.; TAYLOR, J.; VAVOULA, G. A Theory of Learning for the Mobile Age. *In: ANDREWS, R.; HAYTHORNTHWAITE, C. (Eds.). The Sage Handbook of Elearning Research*. London: Sage, 2007, p.221-47.

SILVA, R. D. Formação inicial nas representações sociais dos professores do curso de licenciatura em Matemática. *In: 32ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED, Anais...* Caxambu, MG, 2009.

SILVA, R. S. da. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na escola básica**. 2012. 159f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SILVA; M. A. da; BARBOSA, J. R.; CASTRO-FILHO, J. A. de. Trabalho colaborativo: aprendendo e ensinando com o *laptop*. *In: CASTRO-FILHO, J. A. de; SILVA, M. A. da; MAIA, D. L. (Orgs.). Lições do Projeto Um Computador por Aluno: estudos e pesquisas no contexto da escola pública*. Fortaleza: EdUECE, 2015, p.23-50.

SKILLEN, M. A. Mobile Learning: impacts on Mathematics Education. *In: ASIAN TECHNOLOGY CONFERENCE IN MATHEMATICS, Anais...* Leshan, 2015.

SOUSA, A. C. G.; REGES, M. A. G.; BARRETO, M. C. Formação de professores que ensinam Matemática: o que dizem quem forma e quem é formado. *In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE. Anais...* Manaus, Valer: 2011.

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns 'mitos' sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino Fundamental. *In: PAVANELLO, R. M. (Org.). Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: SBEM, 2004, p.7-35.

STAHL, G.; KOSCHMANN, T.; SUTHERS, D. Computer-supported collaborative learning: an historical perspective. *In: SAWYER, R. K. (Ed.). Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2006, p. 409-426.

TANGNEY, B.; BRAY, A. Mobile Technology, Maths Education & 21C Learning. *In*: WORLD CONFERENCE ON MOBILE AND CONTEXTUAL LEARNING (M-Learn), **Anais...** Catar, 2013, p.20-27.

TELES, F. P.; IBIAPINA, I. M. L. de M. A pesquisa colaborativa como proposta inovadora de investigação educacional. **Diversa**. Ano 2, n.3, p.5-15, jan./jun. 2009.

TORRES, P. L.; IRALA, E. A. F. Aprendizagem colaborativa. *In*: Torres, P. L. (Org.). **Algumas vias para entretecer o pensar e o agir**. Curitiba: SENAR-PR, 2007. p.65-95.

VALENTE, J. A. Um *laptop* para cada aluno: promessas e resultados. *In*: ALMEIDA, M. E. B. de; VALENTE, J. A. **O computador portátil na escola: mudanças e desafios nos processos de aprendizagem**, São Paulo: Avercamp, 2011.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structure. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. Academic Press Inc, 1983, p.127-174.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundação – Instituto de Matemática, 1993. p.1-26.

VERGNAUD, G. Multiplicative Conceptual Field: what and why? *In*: HAREL, G.; CONFREY, J. **The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics**. New York: State of New York Press, 1994.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. *In*: BRUN, J. (Ed.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 2001. p.155-191.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

APÊNDICE A – ROTEIRO DE ENTREVISTA PRELIMINAR

Oi pessoal,

Neste espaço vamos externar nossas impressões sobre Campo Conceitual, especialmente, das Estruturas Multiplicativas e inclusive sobre a formação do Projeto OBEDUC/E-Mult iniciada no final de Abril e que, agora, contaremos com componentes virtuais, também.

Assim, ressalto que não há respostas certas ou erradas. Queremos com isso saber de onde estamos partindo para repensar os próximos passos de caminhada, colaborativa, e saber, futuramente, onde chegamos.

Mais uma vez, agradeço a disponibilidade de vocês!

IDENTIFICAÇÃO:

- Escola:
- Etapa do Ensino Fundamental e ano em que atua:

CONHECIMENTOS PRÉVIOS:

1. O quê e como você está entendendo, até o momento, a Teoria dos Campos Conceituais e as Estruturas Multiplicativas?
2. Quais as dificuldades (ou dúvidas) que você está sentindo para a compreensão da Teoria?
3. Quais as contribuições para a realidade da escola que você está vislumbrando com esta Pesquisa e Formação colaborativa do OBEDUC/E-Mult?
4. Você tem sugestões para a dinâmica de formação com e para os professores da escola?
5. Como você sente que pode colaborar com a formação na Escola e com o grupo da Universidade?

PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS: *Link para acesso: http://j.mp/prob_mult*

Analise cada problema abaixo e classifique em um dos quatro eixos de situações multiplicativas listadas por Magina, Santos e Merlini (2014), quais sejam: Proporção Simples; Proporção Múltipla; Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas:

1. Beatriz tem trinta e seis anos. Sua filha, Sofia, tem exatamente quatro vezes menos a idade da mãe. Quantos anos tem Sofia?
2. O grupo de dança de Laura e Camila possui três modelos de camisa *baby look* – azul, vermelha e branca – e dois modelos de *short* – um azul e outro branco. O figurino do grupo é formado sempre pelas duas peças de roupas. Assim, de quantas maneiras distintas o grupo das meninas pode ser vestido para uma apresentação?
3. Na lanchonete de Júlia há uma promoção em que na compra de cinco lanches, de brinde, o cliente ganha dois sorvetes. Ana levou toda a família para jantar e comprou 15 lanches. Quantos sorvetes Ana terá direito?
4. No hospital onde Isabela trabalha como enfermeira, a escala do plantão da enfermagem é por demanda. Para cada médico, são designados três auxiliares de enfermagem e para cada auxiliar, dois enfermeiros. Neste final de semana serão necessários três médicos. Quantos enfermeiros serão relacionados?

ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO PROFESSOR

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO PROFESSOR

Prezado(a) Senhor(a):

Você está sendo convidado para participar como voluntário(a) em uma pesquisa que tem o seguinte tema: **“Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”**. Esta pesquisa tem como objetivo investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação “ação-reflexão-planejamento-ação”, tendo em vista a formação de um grupo com características colaborativas. No caso de aceitar fazer parte da mesma, você vai fazer parte de um grupo colaborativo de professores que vão investigar e discutir sobre as suas práticas de sala de aula num movimento de planejamento, desenvolvimento de ações e reflexões constantes.

A sua participação será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes da Educação Básica. Você não é obrigado a participar, tendo total liberdade para discordar ou desistir da participação em qualquer momento que desejar. Caso participe, você também terá a liberdade para pedir esclarecimentos sobre qualquer dúvida que tiver.

Como pesquisadores responsáveis por esta pesquisa, prometemos manter em segredo todos os dados confidenciais, bem como de indenizá-lo se porventura sofrer algum prejuízo moral ou físico por causa de sua participação.

Então, se está claro para você para que serve essa pesquisa e se concorda em participar da mesma, pedimos que assine este documento. Nossos sinceros agradecimentos por sua colaboração.

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana
Coordenadora do Projeto
Telefone para contato: (73) 3680-5657

Pesquisador(a) responsável pelo
Núcleo _____ da rede

Eu, _____, RG _____, aceito participar das atividades da pesquisa **“Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”**. Fui devidamente informado(a) que eu participarei do grupo colaborativo. Foi-me garantido que posso desistir da pesquisa a qualquer momento, e que os resultados serão tratados confidencialmente.

_____, ____/____/____
Local Data

Assinatura

Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UDESC

Endereço: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3º andar. CEP: 45662-900. Ilhéus-Bahia Contatos Fone: (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br

Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8h00 às 12h00 e de 13h30 às 16h00.