



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

FÁBIO EDUARDO FRANCO RODRIGUES FERREIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA E AVALIAÇÃO SISTEMÁTICA DO ATRITO
TRANSIENTE EM TRANSIENTES GERADOS POR FALHAS NO CONJUNTO
MOTO-BOMBA EM ADUTORAS DE RECALQUE**

FORTALEZA-CEARÁ

2016

FÁBIO EDUARDO FRANCO RODRIGUES FERREIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA E AVALIAÇÃO SISTEMÁTICA DO ATRITO
TRANSIENTE EM TRANSIENTES GERADOS POR FALHAS NO CONJUNTO
MOTO-BOMBA EM ADUTORAS DE RECALQUE**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia. Orientador: Professor: Marco Aurélio Holanda de Castro, PhD.

FORTALEZA-CEARÁ

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- F441s Ferreira, Fábio Eduardo Franco Rodrigues.
 Simulação numérica e avaliação sistemática do atrito transiente em transientes gerados por falhas no conjunto moto-bomba em adutoras de recalque / Fábio Eduardo Franco Rodrigues Ferreira. – 2016.
 175 f. : il. color.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Recursos Hídricos, Fortaleza, 2016.
 Área de Concentração: Recursos Hídricos.
 Orientação: Prof. Dr. Marco Aurélio Holanda de Castro.
1. Recursos hídricos. 2. Transitórios hidráulicos. 3. Avaliação de desempenho. 4. Filtragem de dados. I. Título.

CDD 627

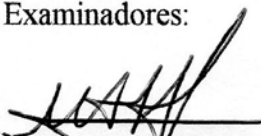
FÁBIO EDUARDO FRANCO RODRIGUES FERREIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA E AVALIAÇÃO SISTEMÁTICA DO ATRITO
TRANSIENTE EM TRANSIENTES GERADOS POR FALHAS NO CONJUNTO
MOTO-BOMBA EM ADUTORAS DE RECALQUE**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia. Orientador: Professor: Marco Aurélio Holanda de Castro, PhD.

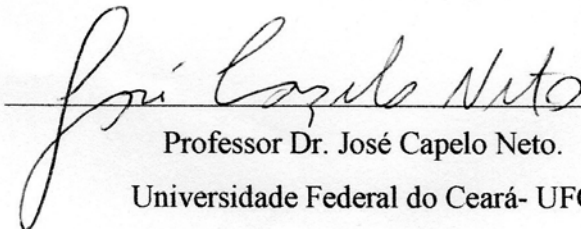
Aprovada em: 26/02/2016.

Examinadores:



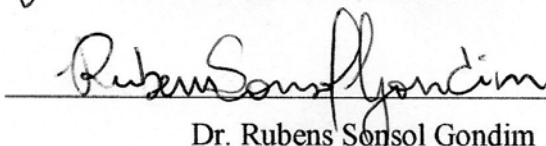
Professor Marco Aurélio Holanda de Castro (orientador), PhD.

Universidade Federal do Ceará- UFC



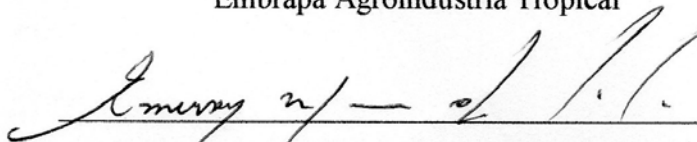
Professor Dr. José Capelo Neto.

Universidade Federal do Ceará- UFC



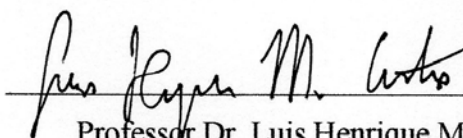
Dr. Rubens Somsol Gondim

Embrapa Agroindústria Tropical



Professor Dr. Emerson Mariano da Silva

Universidade Estadual do Ceará-UECE



Professor Dr. Luis Henrique Magalhães Costa

Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA-CE

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir transpor os diversos obstáculos presentes na consecução deste trabalho, de forma resiliente e esperançosa.

À Universidade Federal do Ceará, e, em particular, ao programa de Pós- Graduação em Recursos Hídricos do Departamento de Hidráulica e Saneamento Ambiental por permitir a minha formação e aperfeiçoamento como pesquisador e profissional.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pela concessão de bolsa de estudo e subsídio financeiro nos períodos iniciais da elaboração deste trabalho de doutorado.

Ao orientador Prof. Marco Aurélio pelo apoio nos momentos mais críticos e direcionamento nas situações mais nebulosas deste trabalho.

Ao Prof. Jonh Kennedy por fornecer valorosas sugestões para a elaboração teórica desta pesquisa.

Ao Prof. Mariano da Franca por contribuir com o aperfeiçoamento da minha proposta de tese.

Ao meu filho João Victor, pelo amor e pela compreensão nos momentos em que precisei estar ausente.

À minha namorada Ana Isabel, pelo apoio irrestrito nas diversas ocasiões em que a insegurança prevaleceu, por estar sempre ao meu lado durante as mais variadas intempéries.

Aos meus pais, pela cessão genética e por permitirem que eu trilhasse um caminho de grandes conquistas. Por me tornarem uma pessoa de caráter e imbuído de disposição para ajudar o próximo.

Aos meus irmãos Lucy, Lucelindo e Kamila pelo amor incondicional e pelos conselhos valorosos. Por estarem comigo desde sempre, seja para me apoiar nos desafios ou para comemorar minhas conquistas.

Ao meu cunhado Thomas Lívio pela amizade irrestrita e pela confiança na consecução deste trabalho.

A amiga Jackeline Lucas pelo seu apoio incondicional e pelos seus conselhos valiosos que me permitiram superar barreiras quase intransponíveis.

Ao colega João Marcelo, pelo apoio e contribuição na implementação das rotinas computacionais inerentes a essa pesquisa.

Aos funcionários da Secretaria da Pós-Graduação em Recursos Hídricos, pela colaboração eficiente durante todo o período de doutorado.

Aos professores do Departamento de Hidráulica e Saneamento Ambiental, que, durante o meu período na Pós-Graduação, contribuíram de forma direta ou indireta para o meu desenvolvimento e amadurecimento como pesquisador e profissional.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1- Diagrama de corpo livre para a equação do momento.	58
Figura 2. 2- Elemento de fluido escoando pelo volume de controle.	62
Figura 2. 3 - Malha regular.	66
Figura 2. 4 - Linhas Características.....	66
Figura 2. 5 - Linhas características no plano xt.....	69
Figura 2. 6- Fluxograma para transiente hidráulico em um sistema em série (Adaptado de Chaudhry, 1987).....	72
Figura 2. 7 - Junção em série.	74
Figura 2. 8- Elemento diferencial para o cálculo da vazão que passa através de uma seção transversal.	81
Figura 2. 9 - Tensor de ordem três.	87
Figura 2. 10 - Decomposição em uma única componente para um tensor de ordem três.	89
Figura 2. 11- Decomposição tensorial PARAFAC.	91
Figura 2. 12- Representação pictográfica da decomposição tensorial Tucker (1966).	94
Figura 2. 13 - Representação geométrica de um tensor de ordem três.....	98
Figura 3. 1 - Etapas da Pesquisa.....	102
Figura 4. 1 - Perfil do sistema hidráulico de Larson e Jonsson(1991).....	107
Figura 4. 2 - Variação na pressão no tubo de ferro fundido depois do desligamento de uma bomba. Fonte: Adaptado de Larson e Jonsson(1991).	108
Figura 4. 3 - Falha no bombeamento – Sistema Bath a 3 Km(NL). Fonte: Pothof (2008).	110
Figura 4. 4 - Falha no bombeamento – Sistema Bath a 12 Km(NL). Fonte: Pothof (2008). ...	111
Figura 4. 5 - Características Gerais do Sistema da Guarda.	112
Figura 4. 6 - Perfil do Sistema da Guarda. Fonte : Adaptado de Soares, Covas e Ramos (2013).	112
Figura 4. 7 - Pressões observadas no ponto P1 do Sistema da Guarda. Fonte: Soares, Covas e Ramos (2013).	114
Figura 4. 8 - Pressões observadas no ponto P2 do Sistema da Guarda. Fonte: Soares, Covas e Ramos (2013).	114
Figura 4. 9 - Formulário para carregamento de perfil no “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”.	115
Figura 4. 10 - Formulário para cadastro das especificações das bombas no “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”.	116
Figura 4. 11 - Comparação entre o Modelo da Coluna Elástica (Linha preta), o Modelo de Atrito Transiente (Linha azul) e os dados experimentais (Linha vermelha) para a Estação e Bombeamento de Larson e Jonsson (1991).....	117
Figura 4. 12 - Comparação entre o Modelo da Coluna Elástica (Linha preta), o Modelo de Atrito Transiente (Linha azul) e os dados experimentais (Linha vermelha) para o Sistema da Guarda.	118
Figura 4. 13 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d (d = 2.86, K = 0.04). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).	120
Figura 4. 14 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d (d = 2.86, K = 0.04). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).	121

Figura 4. 15 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).....	121
Figura 4. 16 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).....	122
Figura 4. 17 - Análise de sensibilidade – Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.044$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).....	122
Figura 4. 18 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).....	123
Figura 4. 19 - Análise de sensibilidade – Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.036$). (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).....	123
Figura 4. 20 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.036$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).....	124
Figura 4. 21 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.33$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).	125
Figura 4. 22 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.33$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).	126
Figura 4. 23 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.27$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).	126
Figura 4. 24 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.27$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).	127
Figura 4. 25 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0022$). (Sistema da Guarda – Bomba).	127
Figura 4. 26 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0022$). (Sistema da Guarda – Bomba).	128
Figura 4. 27 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0018$). (Sistema da Guarda – Bomba).	128
Figura 4. 28 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0018$). (Sistema da Guarda – Bomba).	129
Figura 4. 29 - Picos máximos - Modelo da Coluna Elástica (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).	130
Figura 4. 30 - Picos máximos - Modelo de Pothof (2008) (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).	131
Figura 4. 31 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Pothof (2008) – Sistema de Larson e Jonsson(1991).	131
Figura 4. 32 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo da Coluna Elástica – Sistema de Larson e Jonsson(1991).	132
Figura 4. 33 - Contribuição Percentual do atrito transiente na atenuação - Sistema de Larson e Jonsson (1991).	133
Figura 4. 34 - Picos máximos - Modelo da Coluna Elástica (Sistema da Guarda).	134
Figura 4. 35 - Picos máximos - Modelo de Pothof (2008) (Sistema da Guarda).	134
Figura 4. 36 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo da Coluna Elástica – Sistema da Guarda.....	135
Figura 4. 37 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo de Pothof (2008)– Sistema da Guarda.	135
Figura 4. 38 - Contribuição Percentual do atrito transiente na atenuação - Sistema da Guarda.	136
Figura 4. 39 - Diagnóstico de consistência do núcleo do Modelo PARAFAC.	138
Figura 4. 40 - Matriz de fatores A.....	140

Figura 4. 41 - Matriz de fatores B.....	140
Figura 4. 42 - Matriz de fatores C.....	141
Figura 4. 43 - Erro – Cenário Bath a 3 Km – Filtragem PARAFAC.....	142
Figura 4. 44 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Bath a 3 Km.	143
Figura 4. 45 - Erro – Cenário Bath a 12 Km – Filtragem PARAFAC.....	144
Figura 4. 46 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Bath a 12 Km.	144
Figura 4. 47 - Erro – Cenário Sistema da Guarda - Bomba – Filtragem PARAFAC.....	145
Figura 4. 48 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Sistema da Guarda em um ponto localizado próximo à bomba.	146
Figura 4. 49 - Erro – Cenário Sistema da Guarda - Reservatório– Filtragem PARAFAC.....	146
Figura 4. 50 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Sistema da Guarda em um ponto localizado próximo ao Reservatório.....	147
Figura A. 1 - Elemento diferencial de fluido.....	160
Figura A. 2 - Fluxograma do algoritmo da Bissecção (Adaptado de SALLEH, ZOMAYA e BAKAR, 2008).	168
Figura A. 3 - Fluxograma do algoritmo de Newton – Raphson.....	170
Figura A. 4 - Rotina para a recombinação de dados decompostos pelo <i>toolbox n-way</i>	174
Figura A. 5 - Procedimento para a determinação das variações percentuais na variável dependente	175
Figura A. 6 - Algoritmo para a determinação da norma do erro relativo.....	176
Figura A. 7 - Algoritmo para o cálculo da atenuação dos picos máximos de pressão.	177
Figura A. 8 - Rotina para a determinação da contribuição percentual.....	178

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 - Sumário dos principais atributos de artigos compreendendo a inclusão do termo de atrito transiente no Golpe de Aríete.....	54
Tabela 4. 1 – Parâmetros das bombas centrífugas.....	107
Tabela 4. 2 – Dados de operação do transiente hidráulico.	109
Tabela 4. 3 – Propriedades do tubo de ferro fundido.	112
Tabela 4. 4 – Parâmetros nominais da bomba centrífuga submersível.	113
Tabela 4. 5 – Norma do erro relativo para cada cenário da análise de sensibilidade.	120

LISTA DE SÍMBOLOS

[F]	Unidade de força	-
[L]	Unidade de comprimento	-
[M]	Unidade de massa	-
[t]	Unidade de tempo	-
\mathbf{a}_r	Vetor de dimensão \mathbb{R}^I utilizado na representação da decomposição PARAFAC	
a	Celeridade da onda de pressão	$[L][t]^{-1}$
a_b	Parâmetro da aproximação quadrática para a curva da bomba	$[t]^2[L]^{-5}$
a_i	celeridade da onda de pressão para cada singularidade	$[L][t]^{-1}$
a^*	Aceleração resultante da aplicação de forças	$[L][t]^{-2}$
$\mathbf{a}^{(k)}$	Vetores dispostos em uma sequência	-
$a_{i_n}^{(k)}$	Elemento do vetor $\mathbf{a}^{(k)}$ correspondente a $x_{i_1 i_2 \dots i_N}$	-
A	Área da secção transversal	$[L]^2$
\mathbf{A}	Matriz fator da decomposição PARAFAC	-
A_c	Área contraída	$[L]^2$
A^*	parâmetro da função peso aproximada de Vardy e Brown (2004)	Adimensional
A_i	Parâmetro da função de aproximação de Vardy, et al. (1993)	Adimensional
b_b	Parâmetro da aproximação quadrática para a curva da bomba	$[t][L]^{-2}$
\mathbf{b}_r	Vetor de dimensão \mathbb{R}^J utilizado na representação da decomposição PARAFAC	
B	Parâmetro das equações características associado a celeridade	$[t][L]^{-2}$
\mathbf{B}	Matriz fator da decomposição PARAFAC	-
B_i	Parâmetro da função de aproximação de Vardy, et al. (1993)	Adimensional
c_b	Parâmetro da aproximação quadrática para a curva da bomba	$[L]$
\mathbf{c}_r	Vetor de dimensão \mathbb{R}^k utilizado na representação da decomposição PARAFAC	
\mathbf{C}	Matriz fator da decomposição PARAFAC	-
C^*	Coefficiente de decaimento de tensão	Adimensional

C_μ	Constante no modelo de turbulência k-ε	Adimensional
C^+	Característica positiva	-
C^-	Característica positiva	-
C_d	Coefficiente de descarga	Adimensional
C_P	Constante conhecida no passo de cálculo do MOC	-
C_n	Constante conhecida no passo de cálculo do MOC	-
C_v	Parâmetro do contorno válvula a jusante	$[L]^5[t]^{-2}$
d	Parâmetro de calibração para a taxa com que a velocidade histórica evolui para a velocidade instantânea	Adimensional
D	Diâmetro do tubo circular	$[L]$
$D(t)$	Demanda especificada	$[L]^3[t]^{-1}$
$D_{cham(i)}$	Diâmetro da chaminé de equilíbrio no trecho i	$[L]$
D_H	Diâmetro hidráulico	$[L]$
D_I	Dissipação integral	$[M][L]^2[t]^{-3}$
e	Espessura do conduto	$[L]$
e_f	Fator de dissipação de energia	Adimensional
$erf\{ \}$	Função erro	-
E	Módulo de elasticidade de Young	$[M].[t]^{-2}$
E_s	Dissipação de energia assumindo condições quase-permanentes	$[M][L]^2[t]^{-2}$
E_t	Energia em qualquer instante	$[M][L]^2[t]^{-2}$
f	Fator de atrito de Darcy – Weisbach	Adimensional
f_s	Fator de atrito permanente	Adimensional
f_u	Fator de atrito transiente	Adimensional
f_μ	Função de amortecimento	Adimensional
F	Força atuante no sistema	$[M][L][t]^{-2}$
F_j	Força de pressão de Joukowski	$[M][L][t]^{-2}$
F_v	Força viscosa	$[M][L][t]^{-2}$
g	Aceleração da gravidade	$[L][t]^{-2}$
h	Entalpia específica	$[L]^2[t]^{-2}$
h_f	Perda de carga	Adimensional
h_{fs}	Termo de atrito permanente	Adimensional
h_{uf}	Perda de carga transiente	Adimensional
h'	Entalpia específica da água saturada	$[L]^2[t]^{-2}$
h''	Entalpia específica do vapor de água saturado	$[L]^2[t]^{-2}$

H	Cota piezométrica	[L]
H _B	Carga bombeada	[L]
H _{N(j)}	Cota piezométrica na última seção do j-ésimo tubo convergente	[L]
H ₀	Perda de carga de estado permanente através da válvula	[L]
H _{p(i,k)}	Carga do trecho i, seção k, no passo de tempo corrente de cálculo	[L]
H _{p1}	Cota piezométrica no contorno a montante	[L]
H _{p2}	Cota piezométrica no contorno a jusante	[L]
H _R	Cota piezométrica em um ponto genérico R	[L]
H ₀	Altura do reservatório em relação a um nível de referência	[L]
H _s	Carga de “shutt-off”	[L]
H _η	Carga de máximo rendimento	[L]
H _{1(k)}	Cota piezométrica na primeira seção do k-ésimo tubo divergente	[L]
i ₁ , i ₂ , ..., i _N	Índices de um determinado elemento de um tensor de ordem N	-
J	Força de atrito por unidade de peso	Adimensional
J _s	Força de atrito quase-permanente por unidade de peso	Adimensional
<u>k</u>	Coefficiente de Vardy e Brown (1996, 2003)	Adimensional
k	Energia cinética de turbulência por unidade de massa	[L] ² [t] ⁻²
k ₃	Coefficiente de atrito de Brunone, Golia e Greco (1991)	Adimensional
k _d	Coefficiente de decaimento de Meniconi et al. (2012)	Adimensional
K	Coefficiente de amortecimento – Pothof (2008)	Adimensional
K'	Parâmetro adimensional- Pezzinga (2009)	Adimensional
K _{el}	Módulo de elasticidade de um fluido	[M][L] ⁻¹ [t] ⁻²
K _{p(i)}	Coefficiente de perda localizada na chaminé de equilíbrio	Adimensional
K ₂	Parâmetro do modelo de atrito transiente de Pezzinga (2000)	Adimensional
K _{v1}	Coefficiente relacionado à fase de onda	Adimensional
K _{v2}	Coefficiente relacionado ao amortecimento da perturbação	Adimensional
L	Distância entre seções transversais	[L]
m	Massa do sistema	[M]
m _i	Coefficiente da soma exponencial	Adimensional
M	Número de Mach	Adimensional
MC	Número de tubos que convergem para o nó	-MD
	Número de tubos que divergem do nó	-n
	Potência do perfil de velocidade	Adimensional
n _i	Coefficiente da soma exponencial	Adimensional

p	Pressão	$[M][L]^{-1} [t]^{-2}$
P	Parâmetro adimensional que indica a influência da turbulência no Golpe de Ariete	
-		
q	Vazão nas linhas de uma rede	$[L]^3[t]^{-1}$
Q, Q _p	Vazão através do conduto	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _B	Vazão bombeada	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _{N(j)}	Vazão no nó (última seção) devida ao j-ésimo tubo convergente	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _{l (k)}	Vazão no nó (primeira seção) devida ao k-ésimo tubo divergente	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _η	Vazão de máximo rendimento	$[L]^3[t]^{-1}$
Q ₀	Fluxo de estado permanente	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _h	Vazão abstrata associada à velocidade histórica	$[L]^3[t]$
1		
Q _{p (k)}	Vazão do tubo divergente k	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _{p(j)}	Vazão do tubo convergente j	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _{PE}	Vazão no elemento não-tubo	$[L]^3[t]^{-1}$
Q _R	Vazão em um ponto qualquer, R	$[L]^3[t]^{-1}$
r'	Função peso de Vardy e Brown (2007)	-
r	Coordenada radial medida a partir do centro do tubo	[L]
r*	Raio da menor seção transversal que transporta o fluxo total	[L]
R	Raio da tubulação	[L]
R'	Parâmetro das equações características associado ao fator de atrito de Pothof (2008)	$[t]^2[L]^{-5}$
R _f	Parâmetro das equações características associado ao fator de atrito	$[t]^2[L]^{-5}$
R	Número de componentes da decomposição tensorial	-
Re	Número de Reynolds	Adimensional
R _{TUF}	Resistência para o atrito transiente	
R _{TSF}	Resistência considerando o atrito permanente	
R _{us}	Componente transiente da resistência linearizada	Adimensional
s	Distância coordenada ao longo de um tubo de direção qualquer	[L]
sgn ()	Função sinal	-
t	Tempo	[t]
T	Intervalo de tempo a partir do regime estacionário	[t]
T _d	Tempo de difusão da turbulência	[t]

u	Velocidade média na direção axial	$[L][t]^{-1}$
u^*	Velocidade de atrito	$[L][t]^{-1}$
$u_{*,h}$	Velocidade de atrito histórica	$[L][t]^{-1}$
u'	Flutuação da velocidade axial	$[L][t]^{-1}$
$\overline{(u'v')}$	Tensões de Reynolds	$[L]^2[t]^{-2}$
\dot{U}_0	Aceleração prescrita na seção transversal	$[L][t]^{-2}$
v_s	Velocidade média na seção transversal	$[L][t]^{-1}$
v_h	Velocidade histórica	$[L][t]^{-1}$
V	Velocidade média em uma seção transversal	$[L][t]^{-1}$
∇	Volume de fluido contido no volume de controle	$[L]^3$
∇_e	Volume de fluido que entra no volume de controle	$[L]^3$
∇_s	Volume de fluido que sai	$[L]^3$
x	Distância coordenada ao longo do eixo do tubo	$[L]$
x_i	Coordenada espacial na interface	$[L]$
x_{ijk}	Elemento de um tensor de ordem três, χ	-
$x_{i_1 i_2 \dots i_N}$	Elemento de um tensor de ordem n	-
$\mathbf{X}(n)$	Matriciação modo n de um tensor χ	-
y	Parâmetro relacionado ao Vena Contracta Transiente	Adimensional
Y_i	Aproximações para a integral de convolução	$[L][t]^{-1}$
z	Cota topográfica	$[L]$
z_2	Cota topográfica de contorno a jusante	$[L]$
$z_{cham}(i)$	Cota da base da chaminé de equilíbrio no trecho i	$[L]$
W	Função peso	Adimensional
α_r	Parâmetro utilizado para alteração de escala do vetor \mathbf{a}_r	-
β	Razão entre a força de pressão e a força viscosa	Adimensional
β_r	Parâmetro utilizado para alteração de escala do vetor \mathbf{b}_r	-
γ_r	Parâmetro utilizado para alteração de escala do vetor \mathbf{c}_r	-
Γ_c	Taxa de condensação	$[M][L]^{-3}[t]^{-1}$
$\delta\sigma$	Pequena variação da tensão no tubo	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
δp	Pequena Variação da pressão	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
δr	Pequena Variação do raio do conduto	$[L]$
δt	Pequena Variação temporal	$[t]$

$\delta\epsilon$	Varição da deformação	Adimensional
δV_{in}	Varição de volume interno no volume de controle	$[L]^3$
δV_r	Varição de volume radial devido a expansão ou contração do tubo	$[L]^3$
δV_c	Varição de volume resultante da compressibilidade do fluido	$[L]^3$
ΔH	Queda instantânea na linha hidráulica através da válvula	$[L]$
Δp	Diferencial de pressão	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
Δt	Passo de tempo	$[t]$
Δx	Elemento de discretização ao longo do comprimento da tubulação	$[L]$
δx	Distância pequena	$[L]$
ϵ	Deformação	Adimensional
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta por unidade massa	$[L]^2[t]^{-3}$
ε_r	Rugosidade relativa ϵ/D	Adimensional
θ	Inclinação do tubo	Adimensional
Θ	Tempo de relaxação	$[t]$
λ	Multiplicador do MOC	-
λ	Vetor de coeficientes utilizados para alteração de escala das componentes da decomposição PARAFAC	-
μ	Vena contracta transiente	Adimensional
ν	Viscosidade cinemática do fluido	$[L]^2[t]^{-1}$
ν_t	Viscosidade turbulenta	$[L]^2[t]^{-1}$
ξ	Perda de pressão devido ao atrito	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
ρ	Massa específica do fluido	$[M][L]^{-3}$
σ	Tensão no conduto	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
τ'	Tempo adimensional	Adimensional
τ	Tensão cizalhante	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
τ_0	Tensão de cisalhamento entre o fluido e o conduto	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
τ_{ex}	Tensão cizalhante externa	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
τ_{wu}	Tensão cizalhante transiente	$[M][L]^{-1}[t]^{-2}$
u	Velocidade radial	$[L][t]^{-1}$
u'	Flutuação da velocidade radial	$[L][t]^{-1}$
ϕ_A	Operador que depende do sinal da aceleração convectiva	Adimensional
ϕ	Sinal do atrito transiente- Pothof (2008)	Adimensional
χ	Tensor de ordem três	-

$\hat{\chi}$	Valor estimado do tensor	-
ω	Frequência angular	$[t]^{-1}$
"*"	Operador de convolução	-
"o"	Produto externo	-
" \odot "	Produto de Katri-hao	-
$\ X\ $	Norma de frobenius	-
$(A \odot B)^\dagger$	Pseudo-inversa de moore penrose	-

RESUMO

A análise de transientes hidráulicos é uma ferramenta útil para o gerenciamento dos riscos e eficiência de sistemas de adução. Predições mais acuradas das variáveis de estado permitem estabelecer uma configuração mais econômica para a adutora de recalque e prevenir eventuais problemas associados ao Golpe de Aríete. Além disso, modelos mais precisos propiciam uma melhoria dos métodos que fazem uso da análise transiente inversa para detectar vazamentos ou bloqueios, contribuindo para um gerenciamento eficaz do sistema hidráulico. A utilização da abordagem tradicional do método da coluna elástica apresenta diversas lacunas no que concerne a modelagem da dissipação de energia devido ao atrito. Diante dessas dificuldades, a utilização de modelos de atrito variável tem sido fundamental para uma descrição mais precisa do comportamento das variáveis de estado. Entretanto, existe uma diversidade de modelos de atrito transiente, e é importante apontar dois problemas fundamentais que dificultam o estabelecimento de um consenso a respeito do modelo mais adequado, a ausência de critérios bem definidos para avaliação e comparação desses modelos e a presença de ruídos nas medições. Neste sentido, o presente trabalho visa à elaboração teórica e implementação computacional de um modelo de transiente hidráulico de forma a considerar o atrito transiente, de uma sistemática de avaliação para verificar o grau de adequação do modelo em relação aos dados experimentais e de um método para filtragem de dados experimentais.

Palavras – chave: Transiente Hidráulico; Atrito transiente; Filtragem de dados; Sistemática de avaliação de desempenho.

ABSTRACT

The analysis of hydraulic transients is a useful tool for risk and system efficiency management of pump-pipeline systems. Problems associated with water hammer and system economy can be attenuated by more accurate predictions. Inverse transient analysis for leaks or blockages detection can also benefit from more accurate models. The elastical model has several lacks concerning the energy dissipation modelling. Unsteady friction models has been fundamental to accurately describe the energy dissipation in hydraulic transient. However, the absence of well-defined evaluation criteria and the presence of noise in the measurements hinders a general agreement concerning the unsteady friction models. This research focuses on developing a hydraulic simulator that consider the unsteady friction. An experimental data filtering method and a performance evaluation method of hydraulic transient model were also developed.

Keywords: Hydraulic Transient; Unsteady friction; Data filtering; Performance evaluation method.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	23
1.1 OBJETIVOS	25
1.2 ESTRUTURA DA TESE	26
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
2.1 REVISÃO DO “ESTADO DA ARTE”	28
2.1.1 Abordagem clássica no escoamento transitório.....	28
2.1.2 Efeitos dinâmicos de dissipação de energia no transiente hidráulico.....	30
2.1.3 Considerações sobre a Revisão do “Estado da Arte”	51
2.2 MODELO DA COLUNA ELÁSTICA	57
2.2.1 Equação do Momento Linear	57
2.2.2 Equação da continuidade	61
2.2.3 Método das características.....	65
2.2.3.1 Discretização do sistema – Malha regular de cálculo.....	65
2.2.3.2 Equações características	66
2.2.3.3 Fluxograma do transiente hidráulico	72
2.2.4 Condições de contorno	73
2.2.4.1. Reservatório de nível constante.....	73
2.2.4.2. Reservatório de nível constante a jusante de válvula ou bomba	73
2.2.4.3 Junção em série.....	73
2.2.4.4. Bomba com velocidade constante à montante.....	74
2.3. FATOR DE ATRITO VARIÁVEL – MODELO DE POTHOF (2008)	76
2.3.1 Determinação do Fator de Atrito Transiente	76
2.3.2 Sinal do fator de atrito transiente.....	86
2.4 FILTRAGEM DE DADOS DE ENTRADA – PARAFAC	87
2.4.1 Conceitos preliminares sobre tensores	87
2.4.2 Tensores de rank unitário	88
2.4.3 Matriciação de um tensor	89
2.4.4 Produtos matriciais de Khatri-Rao e Hadamard	89
2.4.5 Decomposição CANDECOMP/ PARAFAC.....	90
2.4.6 Unicidade da decomposição CP	91
2.4.7 Cálculo da decomposição CP	92
2.4.8 Decomposição Tucker3	93
2.4.9 Diagnóstico de consistência do núcleo.....	95
2.4.10 Toolbox N-way.....	97
2.4.11 Considerações sobre a Decomposição CP aplicada à filtragem de dados hidráulicos	97
2.5 MÉTODOS PARA AVALIAÇÃO SISTEMÁTICA DO ATRITO TRANSIENTE	99
2.5.1 Análise de sensibilidade	99
2.5.2 Análise do Erro Médio	100
2.5.3 Atenuação dos picos de pressão	101
3. METODOLOGIA	102
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	106
4.1 DESCRIÇÃO DOS SISTEMAS HIDRÁULICOS COLETADOS NA LITERATURA	106
4.1.1 Sistemas utilizados para a análise do Modelo de atrito Transiente	106
4.1.1.1 Estação de bombeamento de Larson e Jönsson (1991)	106
4.1.2. Sistemas utilizados na validação do Modelo de Filtragem.....	108

4.1.2.1 Sistema de Tratamento Bath (NL) - Holanda.....	109
4.1.2.2 Sistema de bombeamento da cidade de Guarda – Portugal.....	111
4.2 SIMULAÇÃO DO MODELO DE ATRITO TRANSIENTE DE POTHOF (2008).....	115
4.2.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991)	116
4.2.2 Sistema da Guarda	117
4.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE – MÉTODO <i>ONE-AT-TIME</i>	118
4.3.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991).....	119
4.3.2 Sistema da Guarda	124
4.4 ATENUAÇÃO DOS PICOS DE PRESSÃO	129
4.4.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991)	130
4.4.2 Sistema da Guarda-Portugal	133
4.5 FILTRAGEM DE DADOS MEDIDOS – DECOMPOSIÇÃO PARAFAC	136
4.5.1 Teste de Consistência do Núcleo.....	137
4.5.2 Variância Residual das Matrizes Fatores	138
4.5.3 Análise dos erros de Filtragem - PARAFAC	141
4.5.3.1 Sistema Bath (NL).....	141
4.5.3.2 Sistema da Guarda – Portugal	145
5. CONCLUSÕES.....	148
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	150
APÊNDICE A.1	160
APÊNDICE A.2	162
APÊNDICE A.3	166
APÊNDICE A.4	167
APÊNDICE A.5	171
APÊNDICE A.6	174
APÊNDICE A.7	175
APÊNDICE A.8	176
APÊNDICE A.9	177
APÊNDICE A.10	178

1. INTRODUÇÃO

O escoamento em sistemas de adução depende do emprego de dispositivos para controle de vazão, como é o caso das Estações Elevatórias de Água (EEA), baseadas em conjuntos moto-bomba. Essas estações estão sujeitas a falhas bruscas que podem deixá-las totalmente inoperantes, introduzindo uma perturbação no sistema. Essa perturbação consiste na propagação de uma onda de pressão, que produz variações temporais das variáveis de escoamento, caracterizando um regime de escoamento denominado transiente hidráulico.

A análise de transientes hidráulicos em instalações de adução é de grande interesse para os engenheiros e gestores, devido a motivos ligados a riscos e eficiência de operações típicas. Para que essa análise seja bem sucedida é necessário que sejam empregados modelos com precisão satisfatória. De fato, previsões mais acuradas das variáveis de estado permitem estabelecer, em fase de projeto, uma configuração mais econômica para o sistema e prevenir eventuais problemas associados ao Golpe de Aríete, tais como colapso de tubulações sujeitas a subpressões ou sobrepressões. Além disso, propiciam uma melhoria dos métodos que fazem uso da análise transiente inversa para detectar vazamentos, bloqueios, ou trechos fracos, contribuindo para um gerenciamento eficaz do sistema de adução. Aos benefícios elencados de um modelo de transiente hidráulico mais acurado pode-se acrescentar, ainda, o fato de que previsões confiáveis são importantes também para a modelagem dinâmica de parâmetros de qualidade de água em sistemas hidráulicos (ISLAM et al. 1997; ISLAM e CHAUDHRY, 1998).

A abordagem clássica utilizada para descrever o Golpe de Aríete é denominada modelo da coluna elástica e baseia-se, dentre outras premissas, na hipótese simplificadora de que o termo de atrito transiente se comporta de maneira similar ao termo de atrito permanente (CHAUDHRY, 1987; WYLIE & STREETER, 1993). Entretanto, a consideração de atrito de estado permanente produz, na simulação, um amortecimento de pressão menor do que os amortecimentos verificados nas medidas de pressão (POTHOF, 2008). Essa imprecisão no comportamento das variáveis do sistema produz uma previsão superestimada das variações de pressão, influenciando na precisão de métodos de detecção de vazamentos ou bloqueios, baseados na análise transiente inversa, e produzindo um dimensionamento economicamente mais dispendioso. Logo, para que se possa ter um modelo mais preciso em termos de perdas de energia, é necessária a introdução de um modelo de atrito transiente, para considerar essas perdas dinâmicas.

Existe uma variedade de modelos de atrito transiente, que podem ser classificados em seis grupos, conforme classificação proposta por Bergant, Simpson e Vitkovsky (2001): modelos onde o termo de atrito depende da velocidade instantânea média (Hino et al. (1977), Brekke (1984)), termo de atrito dependente da velocidade média instantânea e da aceleração local, a exemplo de Daily et al. (1956) e Carstens e Roller (1959), formulações em que o termo de atrito é dependente da velocidade instantânea média, e das acelerações local e convectiva, tal como a proposta de Brunone, Golia e Greco (1991), termo de atrito dependente da velocidade instantânea e da difusão (Vennatø (1996), Svingen (1997)), modelos em que o termo de atrito é dependente da velocidade média instantânea e de pesos para variações de velocidades passadas, a exemplo de Zielke (1968), Trikha (1975), e Vardy, Hwang e Brown (1993) e formulações em que o termo de atrito é baseado no perfil de velocidade instantânea na seção transversal (Vardy e Hwang (1991), Silva- Araya e Chaudhry (1997), Pezzinga(1999)).

Dentre os modelos de atrito existentes, pode-se constatar que a grande maioria não considera a variação do número de Reynolds inicial que corresponde ao processo de modificação da estrutura turbulenta, e é um efeito presente em diversos sistemas hidráulicos reais e de laboratório (POTHOF, 2008). Além disso, no tratamento matemático dado pelos modelos de atrito transiente não são estabelecidas diferenças físicas entre os fluxos acelerados e desacelerados. Outro ponto a ser destacado é que grande parte dos modelos foi testada apenas em sistemas simples, com transiente gerado por manobras em válvulas, não tendo sua aplicabilidade verificada para escoamentos em que o evento transiente é gerado por desligamento de bomba. O modelo de atrito transiente de Pothof (2008), testado para manobras em bombas e em válvulas, provê a superação das desvantagens apontadas, pois considera explicitamente os efeitos da difusão da turbulência durante o evento transiente e diferencia matematicamente os fluxos acelerados e desacelerados. De acordo com Vardy e Brown (2010), a abordagem fornecida por Pothof (2008) pode ser aplicada em escoamentos com viscosidade variável no tempo e no espaço e em modelos de turbulência em geral, como por exemplo, em Riasi, Nourbakhsh e Raisee (2009).

Apesar das vantagens identificadas no modelo de atrito transiente de Pothof (2008), ainda não existe um consenso sobre o modelo mais adequado para descrever o atrito transiente em escoamentos turbulentos. Essa falta de consenso se deve, em parte, à ausência de uma sistemática de avaliação para os modelos de atrito transiente. Não existe um conjunto de critérios bem definidos para comparar os modelos de atrito transiente

entre si e com os dados gerados experimentalmente. Tal sistemática deveria considerar aspectos como o erro médio entre os dados simulados e os dados experimentais e parâmetros como a atenuação da onda de pressão simulada em relação aos dados medidos e avaliação da sensibilidade dos parâmetros envolvidos. O emprego desses aspectos forneceria um suporte metodológico para a análise dos modelos de atrito transiente, conduzindo a comparações com menor teor de subjetividade.

Outro ponto a ser destacado, por influenciar diretamente a validação e a comparação entre modelos de atrito transiente, é a presença de ruídos nas medições de pressão e vazão em sistemas hidráulicos experimentais e de campo. Esses eventuais ruídos ou interferências estão presentes nas leituras efetuadas por sistemas de aquisição de dados e resultam de flutuações inerentes a perturbações no próprio sistema de aquisição ou da influência de fenômenos desconsiderados no modelo, tal como a cavitação. Em geral, a análise de interferências no transiente hidráulico é executada de forma subjetiva ou é simplesmente suprimida. Um tratamento especialmente interessante para este tipo de problema é o emprego de algoritmos de decomposição de tensores (Análise Paralela de Fatores – PARAFAC (HARSHMAN, 1970)), devido a sua capacidade de extrair e filtrar informações significativas e eliminar possíveis ruídos ou interferências.

Assim, os objetivos desta pesquisa são, a elaboração teórica e implementação computacional de um modelo de transiente hidráulico de forma a considerar o atrito transiente de Pothof (2008), de uma sistemática de avaliação para verificar o grau de adequação do modelo em relação aos dados experimentais e de um método para filtragem de dados experimentais baseado na Análise Paralela de Fatores (PARAFAC).

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver um simulador para o Golpe de Aríete, que incorpore o termo de atrito transiente e, propor métodos para análise da acurácia dos resultados numéricos gerados. Para a verificação e validação dos modelos, são empregados resultados experimentais coletados na literatura.

Os objetivos secundários são:

- Integração de um modelo de atrito transiente, que leve em consideração os efeitos da difusão de turbulência, às equações descritivas do golpe de Aríete.

- Proposição de um sistema baseado em parâmetros tais como, erro quadrático e métricas de atenuação e análise de sensibilidade, para avaliar o desempenho numérico do modelo matemático do transiente hidráulico.
- Proposição de um método para filtragem de dados experimentais, visando identificar e eliminar eventuais ruídos presentes nos sistemas experimentais coletados na literatura, resultantes de flutuações inerentes ao próprio sistema de aquisição ou da influência de fenômenos desconsiderados no modelo, tal como a cavitação.
- Desenvolvimento de um simulador para análise do transiente hidráulico gerado por falha no conjunto moto-bomba em adutoras de recalque, considerando termo de atrito variável.

1.2 Estrutura da Tese

Esse documento foi organizado em 5 capítulos:

No capítulo 1 apresenta-se a introdução do trabalho, com a definição do contexto e problema de pesquisa, e as justificativas da pesquisa. Além disso, são descritos os objetivos do trabalho e a estrutura de apresentação do documento.

O capítulo 2 está dividido em cinco seções: Revisão do “Estado da Arte”, Modelo da Coluna Elástica, Fator de Atrito Variável, Filtragem de dados – PARAFAC e Métodos para Avaliação Sistemática do Atrito Transiente.

Na seção 2.1 são apresentados os resultados de uma revisão bibliográfica estruturada relacionada à aplicação de modelos de atrito transiente para a descrição do Golpe de Aríete em redes e sistemas de topologia simples. Os modelos discutidos são classificados e suas principais potencialidades e deficiências são explicitadas, visando justificar a importância da inclusão do atrito transiente no Golpe de Aríete e a escolha do modelo de atrito variável proposto por Pothof (2008), utilizado na pesquisa.

Na seção 2.2 aborda-se o modelo da coluna elástica, através de sua demonstração com base em hipóteses simplificadoras. Também apresenta-se o método das características (MOC), utilizado para resolução numérica das equações diferenciais parciais do modelo da coluna elástica. Em seguida, são apresentadas as equações para cada condição de contorno utilizada nesse trabalho.

Na seção 2.3 é apresentado o modelo de atrito variável de Pothof (2008), que é detalhado e estruturado de modo que possa ser acoplado à equação de momento do transiente hidráulico.

A seção 2.4 consiste na proposição de um modelo matemático para a filtragem ou eliminação de ruídos dos dados experimentais e de campo obtidos na literatura. Assim, são apresentados os pressupostos teóricos do modelo, denominado Decomposição Tensorial PARAFAC, baseado na análise de fatores paralelos. Em seguida, o modelo é adaptado para que possa ser empregado como ferramenta para a filtragem dos dados experimentais do transiente hidráulico.

Na seção 2.5 são apresentados os métodos para validação dos modelos e algoritmos implementados. Abordam-se métodos para mensurar o erro numérico associado ao modelo implementado, bem como outros parâmetros relacionados à adequação dos resultados numéricos aos resultados obtidos experimentalmente, tais como a atenuação da onda de pressão e a análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo de atrito transiente.

No capítulo 3 são apresentadas, detalhadamente, as etapas para a consecução da pesquisa. As etapas foram incluídas dentro de quatro grupos distintos: Revisões bibliográficas, Elaboraões teóricas, Estudos experimentais e Análise/Síntese da pesquisa.

No capítulo 4 são descritos os Sistemas experimentais coletados na literatura e utilizados como base para a comparação com os resultados simulados. O modelo de atrito de Pothof (2008) é avaliado com base nos métodos discutidos na seção 2.5 do capítulo 2. O modelo de filtragem de dados experientais é aplicado e seus principais aspectos são discutidos. Além disso, o Modelo da Coluna Elástica também é implementado, visando a comparação com os dados experimentais e com os resultados simulados com base no Modelo de atrito de Pothof (2008).

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões desta pesquisa, as limitações dos modelos propostos e implementados e, algumas sugestões para superação dessas restrições.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Revisão do “Estado da Arte”

Nessa seção, são apresentados os resultados de uma revisão exploratória relacionada à aplicação de modelos de atrito transiente para a descrição do Golpe de Aríete. A princípio, na subseção 2.1.1, descreve-se o modelo clássico, que pressupõe que os escoamentos se processam em condutos mecanicamente elásticos, e que as perdas de carga do fluxo transiente tem comportamento similar às do escoamento permanente. Em seguida, na subseção 2.1.2, são apresentados, de forma sucinta, alguns dos principais trabalhos associados ao desenvolvimento e aplicação de formulações de atrito transiente no Golpe de Aríete. Os artigos são, então, classificados de acordo com o tipo de modelo de atrito transiente empregado. Ao final da seção são apresentadas as principais inferências da revisão bibliográfica, visando justificar a importância do uso de formulações de atrito transiente em determinados cenários e a escolha do modelo de atrito transiente utilizado nesse trabalho.

2.1.1 Abordagem clássica no escoamento transitório

Para a análise do transiente hidráulico, em geral, considera-se a abordagem clássica, também conhecida como modelo da coluna elástica. Nessa abordagem, são estabelecidas as seguintes hipóteses simplificadoras: i) Assume-se que o fluido é homogêneo e compressível, possui massa específica desprezível e as variações na massa específica do fluido e temperatura são desprezíveis; (ii) O escoamento tem perfil de velocidade pseudo-uniforme em cada seção transversal; (iii) as perdas de carga são calculadas de modo semelhante às fórmulas de atrito para o escoamento permanente; (iv) o comportamento reológico do material do tubo é elástico linear; (v) assume-se a restrição de que o tubo não possui movimento axial, ou seja, a interação fluido-tubo é desprezível (vi) o tubo está na horizontal, possui seção transversal constante e está livre de fluxos laterais. A partir dessas hipóteses e das leis de conservação de massa e momento, obtém-se o sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas (CHAUDHRY, 1987; WYLIE e STREETER, 1993):

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{f|Q|Q}{2gDA^2} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

Em que H representa a cota piezométrica [L]; x representa a distância coordenada ao longo do eixo do tubo a partir de uma origem arbitrária [L]; g é a aceleração da gravidade [L][t]⁻²; A é a área da secção transversal [L]²; Q indica a vazão através do conduto [L]³[t]⁻¹; t é o tempo, medido a partir do início do evento transiente [t]; f é o fator de atrito de Darcy – Weisbach (adimensional) ; D é o diâmetro do tubo circular [L]; a representa a celeridade da onda de pressão [L][t]⁻¹.

O termo de atrito permanente, $\frac{f|Q|Q}{2gDA^2}$, da equação (2.1), é utilizado para escoamento turbulento. Entretanto, nas análises de escoamento laminar utiliza-se a seguinte expressão para a perda de carga permanente (COVAS *et al.*, 2005) :

$$h_{sf} = \frac{32\nu Q}{gD^2 A} \quad (2.3)$$

Em que h_{sf} representa a perda de carga permanente (adimensional); ν é a viscosidade cinemática do fluido [L]²[t]⁻¹.

As equações (2.1) e (2.2), que regem o transiente hidráulico, raramente podem ser resolvidas analiticamente. Logo, utilizam-se técnicas numéricas para a determinação de soluções aproximadas. Dentre os métodos numéricos, existe uma grande tendência para a utilização do método das características (MOC), pelos seus atributos de eficiência numérica, precisão e simplicidade de implementação computacional (GHIDAUI *et al.*, 2005). Esse método consiste na imposição de uma restrição no domínio (malha de cálculo), com a finalidade de transformar o sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais ordinárias que pode ser resolvido através de um esquema de diferenças finitas. Com a definição de condições iniciais e condições de contorno, o método permite o cálculo de carga e vazão em qualquer ponto interno da malha.

Em muitas situações, o modelo da coluna elástica é empregado para efeitos de comparação e verificação do nível de adequação de modelos mais complexos, como, por exemplo, em Covas *et al* (2005).

2.1.2 Efeitos dinâmicos de dissipação de energia no transiente hidráulico

A mudança de algumas das hipóteses simplificadoras do modelo da coluna elástica resulta em um novo conjunto de equações diferenciais parciais. Uma das principais alterações no modelo elástico está relacionada à descrição dos efeitos dinâmicos de dissipação de energia, em especial os efeitos de atrito variável.

A consideração dos efeitos de atrito variável resulta em alterações na premissa (iii) do modelo unidimensional clássico, o que se dá através do acréscimo de uma perda de carga transiente, de modo que a perda de carga seja expressa como uma composição:

$$h_f = h_{sf} + h_{uf} \quad (2.4)$$

Em que h_f indica a perda de carga (adimensional); h_{sf} é a perda de carga permanente (adimensional); h_{uf} representa a perda de carga transiente (adimensional).

A inclusão de um termo de atrito variável ou transiente proporciona uma reestruturação da equação de momento que rege o escoamento do fluido.

Existem uma variedade de formulações matemáticas utilizadas na descrição do termo de atrito transiente. Conforme a classificação proposta por Bergant, Simpson e Vitkovsky (2001) os termos de atrito transiente podem ser divididos em seis grupos:

- 1) Termo de atrito dependente da velocidade instantânea média (Hino, Sawamoto e Takasu (1977), Brekke (1984), Cocchi (1988)).
- 2) O termo de atrito é dependente da velocidade média instantânea V e da aceleração local instantânea $\partial V / \partial t$ (Daily et al. (1956), Carstens e Roller (1959), Safwat e Van der Polder (1973), Shuy e Apelt (1983), Golia (1990)).
- 3) O termo de atrito é dependente da velocidade instantânea média, aceleração local instantânea $\partial V / \partial t$ e aceleração convectiva instantânea $\partial V / \partial x$ (Brunone, Golia e Greco, 1991; Bughazem e Anderson (1996)).
- 4) O termo de atrito é dependente da velocidade instantânea e da difusão $\partial^2 V / \partial x^2$ (Vennatrø (1996), Svingen (1997)).
- 5) O termo de atrito é dependente da velocidade média instantânea V e pesos para variações de velocidade passadas $W(\tau')$ (Zielke (1968), Trikha (1975), Brown (1984), Suzuki, Taketomi e Sato (1991), Vardy (1992), Vardy, Hwang e Brown (1993), Vardy e Brown (1995, 1996), Shuy (1995), Zarzycki (1997)).

6) O termo de atrito é baseado na distribuição da velocidade instantânea na seção transversal (Wood e Funk (1970), Bratland (1986), Vardy e Hwang (1991), Eichinger e Lein (1992), Silva- Araya e Chaudhry (1997), Pezzinga(1999)).

Uma das primeiras propostas de inclusão do fator de atrito transiente, f_u (adimensional), foi o modelo de Daily et al. (1956), que se baseia na aceleração instantânea (IAB). Os autores empregaram a seguinte expressão:

$$f_u = f_s + k \frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt} \quad (2.5)$$

Ou na forma:

$$\frac{f_u}{f_s} = 1 + k \frac{D}{f_s V^2} \frac{dV}{dt} = 1 + \frac{k}{2} \phi \quad (2.6)$$

Em que f_s indica o fator de atrito permanente (adimensional), k é um parâmetro a ser calibrado (adimensional), V é a velocidade de escoamento do fluido $[L][t]^{-1}$ e ϕ é um parâmetro que depende da aceleração instantânea (adimensional).

Este modelo foi uma tentativa inicial de descrição do comportamento do atrito transiente, relacionando este com a aceleração local instantânea e com a velocidade instantânea.

Apesar de ser uma proposta inicial, a abordagem original de Daily et al. (1956) foi retomada por Shuy (1996). A finalidade era obter equações empíricas para o fator de atrito transiente em termos do parâmetro de aceleração $\phi = \frac{2D}{f_s V^2} \frac{dV}{dt}$. Para a obtenção das equações, foram realizadas medidas da tensão de cisalhamento transiente em escoamentos turbulentos acelerados e descelerados em um tubo suave.

Alguns anos depois, Zielke (1968) apresentou uma formulação baseada na convolução de acelerações prévias e em uma função peso. O termo de atrito ou perda de carga transiente foi representado como:

$$h_{uf} = \frac{16\nu}{gD^2} \int_0^t \frac{\partial V(t^*)}{\partial t^*} W(t - t^*) dt^* \quad (2.7)$$

Em que t^* indica o tempo de convolução $[t]$ e W é a função peso (adimensional), determinada com base na distribuição de viscosidade de estado permanente e dada, para cada intervalo no domínio da função peso, por:

$$-\tau' > 0.02: W(\tau') = \sum_{i=1}^5 e^{-n_i \tau'} \quad (2.8)$$

$$-\tau' \leq 0.02: W(\tau') = \sum_{i=1}^6 m_i \tau'^{(i-2)/2} \quad (2.9)$$

$$\tau' = \frac{4v}{D^2} t \quad (2.10)$$

Em que τ' indica o tempo adimensional; m_i e n_i são coeficientes da soma exponencial (Adimensionais).

Apesar do modelo de Zielke (1968) ser exato para escoamentos transientes laminares, ele apresentava a desvantagem de requerer muita memória computacional, o que impeliu o desenvolvimento de modelos aproximados com a finalidade de melhorar a eficiência ou estender a sua aplicação para condições de escoamento transiente turbulento. Uma das abordagens aproximadas foi apresentada por Trikha (1975), que melhorou a velocidade de processamento, mas diminuiu a precisão em relação ao modelo original de Zielke (1968). Essa aproximação, considerada adequada para escoamentos transientes laminares, é expressa por:

$$h_{uf} \approx \frac{16v}{gD^2} [Y_1 + Y_2 + Y_3] \quad (2.11)$$

Para

$$Y_i(t) = Y_i(t - \Delta t) e^{-n_i(4v/D^2)\Delta t} + m_i[V(t) - V(t - \Delta t)] \quad (2.12)$$

Em que Y_i são aproximações para a integral de convolução $[L][t]^{-1}$ e os parâmetros n_i e m_i são nulos para o estado permanente e $m_1 = 40$, $n_1 = -8000$, $m_2 = 8,1$, $n_2 = -200$, $m_3 = 1$ e $n_3 = -26,4$, durante o evento transiente.

O modelo de Trikha (1975) foi incorporado por Shuy e Apelt (1983) a um modelo de cavidade vaporosa discreta (DVCM) padrão. Os autores estudaram transientes ‘lentos’ em duas adutoras. Para o caso do Golpe de Aríete puro eles encontraram pequenas diferenças no resultado do modelo, mas para o caso com separação de coluna, grandes discrepâncias foram observadas.

Amgad, chaudhry e Silva (1994) também incluíram termos de atrito dependentes da frequência na análise do transiente hidráulico. Compararam um modelo de interação fluido-estrutura (FSI) de quatro equações com um modelo de duas equações (momentum e continuidade) em transiente gerado por fechamento parcial de válvula. Em ambos os modelos os autores incluíram a formulação de Zielke (1968), para escoamentos transientes laminares, e de Trikha (1975), para escoamentos transientes turbulentos.

Uma adaptação do modelo de Trikha (1975), para escoamentos turbulentos, foi desenvolvida por Vardy, Hwang e Brown (1993). No modelo proposto, o termo de atrito apresenta apenas dois termos Y_i e é válido para fluxo turbulento com fronteira lisa:

$$h_{fu} \approx \frac{16\nu}{gD^2} [Y_1 + Y_2] \quad (2.13)$$

Com,

$$Y_i(t) = Y_i(t - \Delta t)e^{-B_i(4\nu/D^2)\Delta t} + A_i[V(t) - V(t - \Delta t)] \quad (2.14)$$

Os parâmetros A_i e B_i dependem do produto do atrito com o número de Reynolds ($f \times Re$) (Adimensionais).

O modelo de Vardy, Hwang e Brown (1993) foi aperfeiçoado por Vardy e Brown (1995), que desenvolveram um modelo de função peso para o atrito transiente, considerando o escoamento em tubos lisos. Para isso, assumiram que a viscosidade turbulenta varia linearmente dentro de uma camada cizalhante espessa ao redor do núcleo de velocidade constante, sendo aplicável a escoamentos com números de Reynolds altos. Os autores demonstraram que, para escoamentos turbulentos com baixos números de Reynolds e curtos intervalos de tempo, o atrito friccional predito é idêntico ao modelo desenvolvido por Vardy, Hwang e Brown (1993). Além disso, mostraram que, para escoamentos laminares, o resultado é equivalente ao modelo de Zielke(1968).

Uma aplicação da formulação de Vardy e Brown (1995) foi apresentada por Lee et al. (2005), que incluiu o modelo de atrito transiente em sua proposta de detecção de vazamentos baseada no Diagrama Resposta Frequência (FRD) do sistema. Os autores destacaram como um dos problemas práticos da aplicação do método o impacto do atrito transiente dependente da frequência, que induz modificações não uniformes na magnitude dos picos de ressonância no FRD. Essas alterações produzem uma tendência negativa nas magnitudes dos picos FRD que pode ser atenuada através da utilização de uma matriz de fatores de escala, que pode ser derivada numericamente considerando o atrito permanente puro e o atrito transiente, de modo que os efeitos de atrito transiente possam ser eliminados.

Duan et al. (2010) investigaram o atrito transiente acoplado a viscoelasticidade nas equações do transiente hidráulico. Para representar o atrito transiente, os autores também utilizaram um modelo baseado em função peso (Zielke 1968, Trikha 1975, Vardy e Brown 1995):

$$\tau_{wu} = \frac{4\rho\nu}{DA} \int_0^t W(t - t^*) \frac{\partial Q(t^*)}{\partial t^*} dt^* \quad (2.15)$$

Em que τ_{wu} representa a tensão cizalhante transiente $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$ e ρ é a massa específica do fluido $[M][L]^{-3}$.

Para analisar os efeitos viscoelástico e de atrito transiente utilizou-se a técnica da transformada de Fourier. Os resultados analíticos mostraram que o efeito do atrito transiente é mais importante em eventos caracterizados por altas frequências, enquanto que os efeitos viscoelásticos se sobressaem em cenários caracterizados por baixas frequências. Além disso, para efeito de comparação, os autores também utilizaram um modelo de turbulência k- ϵ bidimensional para representar o efeito de atrito transiente (Zhao e Ghidaoui, 2006). As equações de governo foram resolvidas através do MOC com uma formulação preditora-corretora e emprego de um método de integração direta baseado em um esquema de diferenças finitas.

O modelo de Vardy e Brown (1995, 1996), válido para escoamentos turbulentos em tubos lisos, foi estendido por Vitkovsky et al. (2003) para contemplar escoamentos oscilatórios permanentes no domínio da frequência. A expressão de atrito transiente em escoamentos oscilatórios é dada por:

$$R_{us} = \frac{2j\omega}{gA} \left(\frac{1}{C^*} + \frac{j\omega D^2}{4\nu} \right)^{-1/2} \quad (2.16)$$

Em que R_{us} indica a componente transiente da resistência linearizada (adimensional), ω é a frequência angular $[t]^{-1}$, $j = (-1)^{1/2}$ e C^* é o coeficiente de decaimento de tensão (adimensional), que depende do número de Reynolds, Re (adimensional), do escoamento médio e é dado por :

$$C^* = 7,41/Re^k \quad (2.17)$$

Para
$$k = \log_{10}^{(14,3/Re^{0,05})} \quad (2.18)$$

A formulação de Vitkovsky et al. (2003) foi empregada por vários pesquisadores, para finalidades diversas. Dentre os autores que fizeram uso do modelo, destacam-se: Sattar e Chaudhry (2008), Kashima et al. (2013) e Duan, Lee e Tuck (2014).

Sattar e Chaudhry (2008) utilizaram o modelo de Vitkovsky et al. (2003) para melhorar a precisão do seu método de detecção de vazamentos baseado no Método de Resposta Frequência. De acordo com esse método, um vazamento aumenta a amplitude das oscilações de pressão. Tal aumento na amplitude tem um modelo oscilatório: a frequência e amplitude deste modelo podem ser utilizados para prever a localização e a descarga de um vazamento.

Kashima et al. (2013) aplicaram a formulação de Vitkovsky et al. (2003) para investigar a precisão do método de pressão diferencial cinética (KDP), usado na medição do escoamento transiente em condutos pressurizados. O método é baseado nas equações do Golpe de Aríete linearizadas e utiliza duas medidas de pressão para estimar o fluxo transiente. Os autores utilizaram uma expressão mais geral do modelo de Vitkovsky et al. (2003), para a qual o termo de resistência transiente R_{us} é dado por:

$$R_{us} = \frac{4j\omega}{gA} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{j\omega D^2}{4v}\right)\tau'} W(\tau') d\tau' \quad (2.19)$$

Para escoamentos laminares, o modelo da função peso é apresentado em Zielke (1968). Para escoamentos turbulentos em tubos lisos, utilizou-se o modelo de função peso proposto em Vardy e Brown (1996).

O modelo de Vitkovsky et al. (2003), para escoamentos laminares e turbulentos, também foi aplicado na investigação da interação bloqueio- onda transiente. Duan, Lee e Tuck (2014) investigaram a interação bloqueio- onda transiente e suas aplicações na detecção de bloqueios estendidos em tubos pressurizados, onde são observadas variações induzidas por bloqueios nas frequências ressonantes do sistema. Para isso empregaram o método de resposta de frequência do sistema associado ao método de matriz de transferência.

Bergant et al. (2008) aplicaram a função peso proposta por Vardy e Brown (2003) ao analisar os parâmetros chave que podem afetar a forma da onda de pressão predita pela teoria clássica do golpe de aríete. Dentre os possíveis mecanismos que podem afetar significativamente a forma da onda de pressão, os autores identificaram os efeitos de atrito transiente, cavitação, interação fluido estrutura, viscoelasticidade, vazamentos e bloqueios. No caso do atrito transiente, utilizaram um modelo de atrito baseado na convolução, com perda de carga expressa como:

$$h_f = \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \frac{16v}{gD^2A} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} * W \right) \quad (2.20)$$

Em que W é a função peso (adimensional), dada por Vardy e Brown (2003) e “*” denota convolução. A expressão (2.20) foi incorporada à equação de momentum do Golpe de Aríete, onde foi aplicado o Método das Características.

A investigação do efeito de atrito transiente na configuração das ondas do Golpe de Aríete foi estabelecida com base em um sistema experimental do tipo reservatório-tubo-válvula, composto por tubos de cobre. Os resultados indicaram uma supremacia da consideração do modelo de atrito transiente perante o modelo clássico.

A exemplo de Bergant et al. (2008), outros pesquisadores também consideraram a inclusão do modelo de Vardy e Brown (2003) em escoamentos turbulentos transientes em tubos lisos. Dentre eles, pode-se citar o trabalho de Keramat, Kolahi e Ahmadi (2013), que desenvolveram um modelo matemático que envolvia a dependência temporal da razão de Poisson em tubos viscoelásticos lineares. Também pode-se mencionar o trabalho de Tuck et al. (2013), que investigaram o efeito que um bloqueio estendido tem em um sinal transiente, através do exame de resultados numéricos e experimentais no domínio do tempo e da frequência. Em ambos os casos, os autores empregaram o MOC para converter as equações diferenciais parciais do transiente hidráulico em equações diferenciais ordinárias.

Uma nova contribuição de modelo de atrito transiente baseado na função peso foi dada por Vardy e Brown (2004). O modelo, que complementa trabalhos prévios dos autores para escoamentos de parede lisa (Vardy e Brown, 2003), fornece uma fórmula simples para prever valores de coeficientes de atrito transiente para o caso de escoamentos com aceleração uniforme em condutos com paredes completamente ásperas:

$$f_u = \frac{\tau_{wu}}{\frac{1}{2}\rho\dot{U}_0R} \approx 4A^*\sqrt{\pi C^*} \operatorname{erf} \left\{ \sqrt{\frac{\tau'}{C^*}} \right\} \quad (2.21)$$

Em que \dot{U}_0 indica a aceleração prescrita na seção transversal $[L][t]^{-2}$, R é o raio da tubulação $[L]$, A^* é um dos parâmetros que definem a função peso aproximada (adimensional), $\operatorname{erf}\{\}$ é a função erro e τ' é o tempo adimensional correspondente a T $[t]$, o intervalo desde que o fluxo estava estacionário.

Para qualquer razão particular entre a rugosidade e o número de Reynolds frio, os coeficientes A^* e C^* são constantes e a equação (2.21) mostra que a forma do histórico de tensão cizalhante transiente é determinada pela função erro.

Vardy e Brown (2007) aperfeiçoaram seus modelos anteriores para descrever o atrito transiente em escoamento turbulento em tubos elásticos. O modelo foi utilizado por Zecchin et al. (2013), que apresentou um método de identificação de parâmetros para redes hidráulicas baseado em medidas de estado transiente das variáveis hidráulicas pressão e vazão dentro da rede. Para representar o termo de atrito transiente, os autores empregaram uma representação de matriz de admitância no domínio de Laplace do sistema. De acordo com essa representação, o termo de atrito é dado em termos da função de resistência:

$$R_{TUF}(q)(x, t) = R_{TSF}(q)(x, t) + \int_0^t r'(t - \tau') \frac{\partial q}{\partial t}(x, \tau') d\tau' \quad (2. 22)$$

Em que R_{TUF} representa a resistência para o atrito transiente, q é a vazão nas linhas de uma rede $[L]^3[t]^{-1}$, R_{TSF} indica a resistência considerando o atrito permanente, r' é uma função peso que é parametricamente dependente do diâmetro do tubo D $[L]$, da viscosidade cinemática ν $[L]^2[t]^{-1}$, do número e Reynolds Re (adimensional), e da rugosidade relativa ϵ/D (adimensional).

Além dos modelos de atrito transiente baseados em funções peso, uma outra classe de modelos passou a ser explorada de forma mais incisiva e sistemática, a dos modelos baseados na aceleração instantânea (IAB). Como discutido anteriormente, as primeiras propostas de atrito transiente baseado na aceleração instantânea foram apresentadas por Daily (1956) e Carstens e Roller (1959), entretanto, praticamente não houveram avanços significativos nessa direção até o início da década de 90. Em 1991, Brunone, Golia e Greco propuseram uma formulação mais consolidada de atrito transiente com base na aceleração instantânea (IAB), onde o termo de atrito é expresso por:

$$h_{uf} = \frac{k_3}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (2. 23)$$

Em que k_3 é um coeficiente calibrado experimentalmente (adimensional).

Bergant, Simpson e Vitkovsky (2001) investigaram os modelos de Brunone, Golia e Greco (1991) e de Zielke (1968), em detalhes. Os autores utilizaram o modelo de Zielke, originalmente desenvolvido para escoamentos transientes laminares, para a descrição de escoamentos turbulentos transientes com baixos números de Reynolds. Ambos os modelos foram resolvidos numericamente pelo Método das Características e avaliados para escoamentos transientes laminares e escoamentos transientes com baixos números de Reynolds. O modelo mais adequado foi o modelo de Brunone, Golia e Greco (1991) com um esquema de diferenças finitas explícito e um coeficiente de atrito dependente do número de Reynolds.

A abordagem de Brunone, Golia e Greco (1991) foi utilizada na descrição de fenômenos tais como a interação fluido-estrutura no golpe de aríete. Zhang e Vairavamoorthy (2005) incorporaram a formulação de atrito transiente IAB em um modelo matemático para descrever o escoamento transiente em um tubo com interação fluido estrutura. As equações do golpe de Aríete foram usadas em conjunto com as equações do movimento axial, o que aumenta o numero de equações diferenciais parciais hiperbólicas acopladas não lineares para quatro. Estas equações foram discretizadas no

espaço usando o esquema de Keller Box e o método das linhas (MOL) foi usado para converter as equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais ordinárias.

O modelo de Brunone, Golia e Greco (1991) também foi associado a outros efeitos de amortecimento da onda de pressão. Covas et al. (2005) utilizaram o referido modelo de atrito transiente, bem como o modelo de Trikha (1975), para analisar os efeitos dissipativos no escoamento transiente em condutos plásticos. Além disso, a formulação de Brunone, Golia e Greco (1991) foi complementada com a expressão para o coeficiente de atrito k_3 em escoamentos turbulentos, dado em função do número de Reynolds (Vardy e Brown, 2003):

$$k_3 = \frac{\sqrt{7.41/Re^k}}{2}, \quad k = \log(14.3/Re^{0.05}) \quad (2.24)$$

Os autores utilizaram quatro abordagens para tentar diferenciar os efeitos do atrito transiente da viscoelasticidade: (i) Consideração exclusiva dos efeitos de atrito transiente; (ii) Calibração da função fluência, desprezando os efeitos transientes; (iii) Calibração da função fluência para escoamento laminar, considerando a fórmula de atrito variável de Trikha (1975) e posterior aplicação do modelo calibrado em condições turbulentas; (iv) Utilização de função fluência determinada experimentalmente em um teste mecânico independente em um simulador onde não são levados em conta os efeitos do atrito transiente.

De modo análogo ao trabalho citado anteriormente, Marcinkiewicz, Adamowski e Lewandowski (2008) também confrontaram o modelo baseado na aceleração instantânea (IAB) de Brunone, Golia e Greco (1991) com um modelo baseado em funções peso (WFB). Nesse caso, a proposta de atrito transiente WFB utilizada foi a de Zielke (1968), dada por:

$$h_{uf} = \frac{16v}{gD^2} \int_0^t \frac{\partial V(t^*)}{\partial t^*} W(t - t^*) dt^* \quad (2.25)$$

No trabalho, os autores avaliaram três softwares para cálculo de carregamentos no golpe de Ariete, o Relap5, o Drako e o Flowmaster2, todos baseados em formulações de atrito permanente. A precisão dos referidos softwares foi comparada com simuladores do transiente hidráulico baseados nos modelos de atrito transiente supracitados, com esquema numérico baseado no MOC. As análises mostraram pouca diferença entre as pressões e forças calculadas pelos softwares. Já a comparação das pressões simuladas

pelos softwares com as medidas e com simuladores baseados no atrito transiente mostraram diferenças significativas.

O modelo de Brunone, Golia e Greco (1991) também foi aplicado por Ni, Jiang e Pan (2013), para detecção de vazamentos. A abordagem utilizada pelos autores para detectar múltiplos vazamentos foi a teoria de otimização por enxame de partículas e máquina de vetor suporte (PSO-SVM). Essa teoria foi comparada com outras abordagens tais como as redes neurais de retro-propagação (BPNN). O modelo de atrito utilizado foi o original proposto por Brunone, Golia e Greco (1991), com coeficiente de atrito k_3 dado em função do número de Reynolds, conforme Vardy e Brown (2003).

Os autores reafirmaram a importância do uso do atrito transiente em sistemas de detecção de vazamentos, pois este fornece informações mais precisas do comportamento do escoamento no golpe de aríete, fornecendo base de dados confiável para a máquina de vetor suporte.

O modelo de Brunone Golia e Greco (1991) também foi empregado para a melhoria de métodos usados em testes de eficiência em sistemas de potência hidráulica. Jonsson, Ramdal e Cervantes (2012) incorporaram a formulação de atrito de Brunone, Golia e Greco (1991) para aperfeiçoar o método de Gibson, usado para a determinação de vazão através de turbinas, no caso de sistemas de potência hidráulica. O método de Gibson é um método indireto para testes de eficiência. De acordo com o método de Gibson padrão, a vazão é calculada pela integração da pressão diferencial em relação ao tempo:

$$Q = \frac{A}{\rho L} \int_0^t (\Delta p + \xi) dt + q \quad (2.26)$$

Em que L é a distância entre seções transversais [L], Δp é o diferencial de pressão [M][L]⁻¹[t]⁻², ξ é a perda de pressão devido ao atrito [M][L]⁻¹[t]⁻², q é o fluxo que vaza depois do fechamento da válvula [L]³[t]⁻¹.

Os autores verificaram que a inclusão do termo de atrito transiente permitiu uma estimativa mais precisa da taxa e fluxo em comparação com o método de Gibson padrão.

Uma nova abordagem foi apresentada por Kim (2014), que descreveu o modelo de atrito e Brunone, Golia e Greco (1991) na perspectiva do método de impedância. O objetivo da pesquisa era fornecer um diagnóstico do potencial do método de impedância para implementar modelos de atrito transiente para um sistema hidráulico simples do tipo reservatório- tubo-válvula, com ou sem vazamentos. A consecução desse objetivo envolveu a calibração de parâmetros de atrito, vazamento, etc, com base na perspectiva

da impedância e a derivação de funções respostas no domínio da frequência. As respostas no domínio do tempo foram integradas com o algoritmo genético para a análise transiente inversa.

Pezzinga (2000) propôs uma formulação para o atrito transiente com a finalidade de aprimorar o modelo apresentado por Brunone, Golia e Greco (1991) e aplicou o seu modelo para descrever o Golpe de Aríete em tubos sob gravidade e adutoras de recalque. O autor observou que, no artigo original de Brunone, Golia e Greco (1991), a escolha do sinal de menos na frente do termo contendo a derivada espacial da velocidade fornece dissipação adicional quando o fechamento de válvula ocorre na última seção, mas fornece elevação das oscilações quando o fechamento ocorre na seção inicial, como é o caso de uma adutora de recalque. Destas observações resulta que a equação original tem uma lacuna de generalidade, dependente da escolha do sistema de coordenadas. Para generalizar o modelo, uma modificação é proposta, consistindo na introdução da quantidade $\text{sgn}(V \partial V / \partial x)$. A equação de momentum assume a forma:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + gh_{sf} + k_2 \frac{\partial V}{\partial t} + \text{sgn}\left(V \frac{\partial V}{\partial x}\right) k_2 a \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

Em que k_2 é um parâmetro a ser calibrado e $\text{sgn}(x) = 1$ se $x \geq 0$ e $\text{sgn}(x) = -1$ se $x < 0$.

Desta forma, o modelo sempre fornece oscilações amortecidas independente da posição da válvula no sistema de coordenadas.

Meniconi, Brunone e Ferrante (2012), em seu artigo, avaliaram o termo de atrito transiente com base em um modelo similar ao de Pezzinga (2000) (Brunone, Golia e Greco, 1995; Bergant, Simpson e Vitkovsky, 2001; Pezzinga, 2000):

$$h_{uf} = \frac{k_d}{2g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a^i \text{SGN}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial s} \right| \right) \quad (2.28)$$

Em que k_d é o coeficiente de decaimento (adimensional), que é função do número de Reynolds, a^i indica a celeridade da onda de pressão para cada singularidade (expansão, contração ou válvula em linha) $[L][t]^{-2}$ e s corresponde à distância coordenada ao longo de um tubo de direção qualquer $[L]$.

O objetivo do artigo foi apresentar uma simulação numérica e dados de laboratório da interação de uma onda de pressão com um bloqueio parcial devido a uma válvula e contrações e expansões do tubo. Além disso, demonstraram a necessidade de se levar em consideração a viscoelasticidade e o atrito transiente, uma vez que a teoria

clássica do golpe de aríete não simula os significativos amortecimentos dos picos de pressão verificados em testes de laboratório.

Tiselj e Gale (2008) também integraram modelos de atrito nas equações do Golpe de Aríete. Os autores utilizaram a formulação de atrito transiente de Pezzinga (2000), escrita em termos do fator de atrito f :

$$f = f_s + \frac{2kD}{v|v|} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + a \operatorname{sgn} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.29)$$

Em que f_s representa o fator de atrito quase-permanente (adimensional) e $\operatorname{sgn}(x) = 1$ se $x \geq 0$ e $\operatorname{sgn}(x) = -1$ se $x < 0$. O coeficiente k (adimensional) é calculado de acordo com Vardy e Brown (1996, 2003), em termos do número de Reynolds, Re :

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \quad (2.30)$$

Para,

$$C^* = \min \left[0.00476, \frac{7.41}{Re^{\log_{10} \left(\frac{14.3}{Re^{0.05}} \right)}} \right] \quad (2.31)$$

Também utilizaram a abordagem WFB de Vardy e Brown (2003), explicada anteriormente, para a descrição do atrito transiente.

O fator de atrito transiente, calculado conforme a formulação de Vardy e Brown (2003), também foi empregado por Milivojevic, Stevanovic e Maslovaric (2014). A finalidade do trabalho era descrever o transiente produzido pelo contato de vapor com água resfriada em um tubo pressurizado, fenômeno conhecido como golpe de aríete induzido por condensação. Os autores mostraram que a predição das ondas de pressão é fortemente dependente do cálculo da taxa de condensação, do atrito transiente e da interface entre água e vapor. O modelo unidimensional apresentado é composto pelas equações de momentum e conservação, dadas por:

Equação do momentum

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D_H} + f_u \operatorname{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| + g \sin \theta = 0 \quad (2.32)$$

Equação de conservação

$$\frac{dh}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} - \frac{fV^2|V|}{2D_H} - f_u V \operatorname{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| + \int_{x_i - \delta x}^{x_i + \delta x} \operatorname{sign}(h - h') \frac{\Gamma_c h''}{\epsilon \rho} dx = 0 \quad (2.33)$$

Em que p indica a pressão $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$, D_H é o diâmetro hidráulico $[L]$, f_u é fator de atrito transiente (adimensional), θ indica a inclinação do tubo (adimensional), h é a

entalpia específica $[L]^2[t]^{-2}$, x_i indica a coordenada espacial na interface $[L]$, δx corresponde a uma distância pequena $[L]$, h' e h'' fornecem a entalpia específica da água saturada e do vapor de água saturado $[L]^2[t]^{-2}$, respectivamente, e Γ_c representa a taxa de condensação $[M][L]^{-3}[t]^{-1}$.

De modo análogo ao que foi feito por Pezzinga (2000), outros pesquisadores, a exemplo de Vitkovsky e Simpson (1998) e Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000), estabeleceram aperfeiçoamentos na formulação original de Brunone, Golia e Greco (1991) com a finalidade de corrigir a lacuna de generalidade do sinal da aceleração convectiva no termo de atrito transiente. A perda de carga, conforme a versão de Vitkovsky é expressa por:

$$h_f = f_s \frac{V|V|}{2gD} + \frac{k_3}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{Sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) \quad (2.34)$$

Em que a é a celeridade da onda de pressão $[L][t]^{-1}$ e $\text{Sign}(V)$ é $+1$, para $V \geq 0$ e -1 , para $V < 0$ e o coeficiente k_3 pode ser determinado empiricamente.

Delgado, Martins e Covas (2014) realizaram estudos complementares a um trabalho previamente apresentado, onde discutiram as principais incertezas associadas com a modelagem do transiente hidráulico em sistemas de elevação com e sem dispositivos de proteção contra o golpe de Aríete. O simulador incorpora o elemento bomba descrito pelos parâmetros de Suter, um reservatório hidropneumático e a fórmula de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) para a descrição do atrito transiente. Além disso, utiliza-se o MOC para a solução do sistema de equações diferenciais parciais. Os transientes foram gerados pela parada repentina no bombeamento e os testes foram realizados em instalações com tubos feitos de aço e cobre, caracterizados por comportamento elástico.

O termo de atrito transiente de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) foi utilizado em conjunto com outros fatores geradores de amortecimento na onda de pressão. Soares, Covas e Carriço (2012) utilizaram essa formulação combinada com modelos de cavitação e viscoelasticidade, para descrever o escoamento transiente cavitante em tubos polietilenos.

O escoamento transiente cavitante também foi estudado por Adamkowski e Lewandowski (2014), que investigaram o fenômeno da separação de coluna causada durante o golpe de Aríete gerado pelo fechamento rápido de uma válvula borboleta. Nesse caso, também adotaram a versão modificada do modelo de Brunone, Golia e Greco

(1991), apresentada por Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000), para descrever a perda de carga transiente.

Em relação à consideração do comportamento viscoelástico de condutos, outros estudos também associaram o termo de atrito transiente de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) à modelos de viscoelasticidade. Dentre eles, pode-se destacar os estudos de Covas et al. (2004) e Covas et al. (2005). Em ambos os trabalhos foi realizada uma análise integrada, considerando esses dois efeitos dissipativos dinâmicos em um sistema submetido a pressões transientes e constituído por tubos de polietileno. Além do modelo de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000), os pesquisadores empregaram o modelo de Trikha (1975), para a descrição do escoamento laminar e o modelo de Vardy, Hwang e Brown (1993), para a descrição do escoamento turbulento. Esses modelos foram incorporados às equações de transiente hidráulico e os seus resultados numéricos foram comparados com os resultados oriundos da solução clássica para o golpe de aríete e com dados experimentais.

Um dos principais problemas enfrentados por Covas et al. (2004, 2005) foi a distinção entre os efeitos dinâmicos de atrito e da viscoelasticidade do conduto, pois ambos dissipam e dispersam a onda de pressão e ambos possuem parâmetros a serem calibrados. Para diferenciar os efeitos dinâmicos mecânicos dos efeitos dinâmicos friccionais, os autores consideraram cada efeito de forma separada. Observaram uma maior adequação dos resultados numéricos aos dados experimentais, quando consideraram apenas efeitos viscoelásticos. Em seguida, investigaram uma combinação desses efeitos dinâmicos, calibrando a função fluência em condições de escoamento laminar para teste em condições turbulentas.

O trabalho de Covas et al. (2004, 2005) foi estendido por Soares, Covas e Reis (2008), que fizeram uma análise semelhante, considerando tubos de PVC ao invés de condutos de polietileno. Foram empregados os mesmos modelos de atrito transiente, bem como o modelo reológico viscoelástico e as equações diferenciais parciais do golpe de aríete foram resolvidas pelo Método das Características. A função fluência dos tubos PVC e os parâmetros dos modelos de atrito foram determinados pelo uso de um modelo transiente inverso, baseado em um procedimento de dois passos: aplicação de Algoritmo genético (AG) e método de Levenberg – Marquadt (LM).

Dentre as principais constatações de Soares, Covas e Reis (2008) destaca-se o fato de que os efeitos de atrito transiente são desprezíveis quando comparados aos efeitos da viscoelasticidade em tubos PVC.

Apollonio et al. (2014) também estenderam o trabalho de Covas et al. (2004, 2005), apresentando e discutindo novos resultados experimentais obtidos de tubos polietileno de alta densidade submetidos a condições transientes geradas por fechamento de válvula. Para obtenção de resultados numéricos, os autores utilizaram o simulador hidráulico desenvolvido por Covas et al. (2005), usando o modelo de atrito transiente de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) com parâmetro constante. Além disso, observaram que as funções de fluência do modelo viscoelástico são sensivelmente maiores quando o atrito transiente é negligenciado, sendo capaz de descrever artificialmente o atrito e a viscosidade.

A expressão formulada por Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) também foi utilizada em modelos de detecção de vazamentos no transiente hidráulico. Um dos primeiros trabalhos nessa direção foi realizado por Wang et al. (2002), que empregaram o modelo de Brunone modificado por Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) e a representação das soluções do escoamento transiente em termos das séries de Fourier para detectar vazamentos no transiente hidráulico. Os autores perceberam que todos os componentes de Fourier são amortecidos uniformemente pelo atrito de estado permanente, mas cada componente é amortecido diferentemente na presença de um vazamento. A magnitude do amortecimento indica a dimensão de um vazamento, enquanto que diferentes razões de amortecimento de vários componentes de Fourier são usados para achar a localização de um vazamento.

Alguns anos depois, Kim (2005) também empregou modelos de atrito para o desenvolvimento de um algoritmo de detecção de vazamentos em cenários de transiente hidráulico. O autor adotou uma abordagem baseada no Método Resposta Impulso, onde o impacto do vazamento é incorporado nas funções complexas de transferência da carga e vazão. Para a descrição do atrito transiente, utilizou o termo de atrito dependente da frequência (Zielke 1968) para considerar o impacto do atrito transiente em condições laminares. Para a análise do escoamento transiente turbulento, foram derivadas equações do Método de Resposta Impulso com termo de atrito transiente de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000).

Ainda na abordagem de métodos para detecção de vazamentos, Guo et al. (2012) apresentaram um método que não requer simulações transientes sobre o período completo ou período estendido, mas usa a primeira oscilação de pressão transiente para detectar vazamentos. O método considera a propagação da oscilação da onda de pressão criada a partir de um fechamento rápido de válvula e da onda amortecida refletida do vazamento

em um sistema reservatório – tubo – válvula com vazamento. Os autores consideraram imprescindível o uso do atrito transiente, pois este proporcionaria um modelo mais preciso e um conseqüente aumento na eficiência da detecção dos vazamentos. Nesse trabalho, os autores consideraram o uso dos modelos de Zielke (1968) e Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000). As expressões analíticas para a relação entre o vazamento e a magnitude refletida foram derivadas com base no MOC.

Niroomandi, Borghei e Bohluly (2012) também utilizaram a formulação de Brunone, Golia e Greco (1991), modificada por Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000). No seu trabalho, o atrito transiente foi implementado em conjunto com um método de projeção de divisão de tempo (TSPM) para modelar e resolver o escoamento transiente em um tubo deformável, onde o evento gerador do transiente é o fechamento repentino de uma válvula. O método de projeção por divisão de tempo (TSPM) resolve as equações de massa e momentum através dos seguintes passos: Divisão da equação do momentum; projeção do parâmetro ξ na conversão da equação de continuidade. Para a solução das equações diferenciais do transiente hidráulico utilizou-se o Método das Características (MOC) de malha fixa, devido aos seus atributos de precisão e eficiência numérica.

Outra aplicação interessante do modelo de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000) foi apresentada por Vakil e Firoozabadi (2006). Nesse trabalho, os autores incorporaram o modelo de atrito transiente ao método de Karney, também denominado Dissipador de Energia Externo, empregado na simplificação de condições de contorno. O modelo foi representado em termos de um novo parâmetro, k :

$$f_u = \frac{kD}{V|V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \text{asgn}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) \quad (2.35)$$

O coeficiente \underline{k} (adimensional) pode ser determinado empiricamente ou a partir do coeficiente de decaimento cizalhante de Vardy, C^* , como se segue:

$$\underline{k} = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \quad (2.36)$$

Em que C^* assume os valores dispostos na equação (2.31).

Os resultados foram verificados em uma rede hidráulica simples com transiente gerado por fechamento de uma válvula de controle a jusante e comparados com resultados numéricos baseados no modelo de Zielke (1968).

Ramos et al. (2004) apresentaram uma nova formulação, baseada na fórmula de Vitkovsky, Lambert e Simpson (2000), com a finalidade de estimar a dissipação de energia sob condições transientes em regime turbulento. Os autores validaram seu modelo

em sistemas simples gerados por uma variação rápida das condições de fluxo. No modelo proposto foram incluídos dois novos coeficientes corretivos empíricos (Loureiro, 2002; Ramos e Loureiro, 2002) na equação do termo de atrito:

$$h_{uf} = \frac{1}{gA} \left(K_{v1} \frac{\partial Q}{\partial t} + K_{v2} a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) \quad (2.37)$$

Os coeficientes adimensionais K_{v1} e K_{v2} são estimados com base em ajustes dos resultados numéricos com dados experimentais, para diversas condições de estado permanente iniciais (Loureiro, 2002). K_{v1} está relacionado à fase de onda e o coeficiente K_{v2} está relacionado ao amortecimento da perturbação.

Dentre as vantagens do método está o fato de que o uso de dois coeficientes ao invés de um melhora o ajuste entre os resultados de simulações numéricas e as medidas experimentais. Em adição, a equação (2.37) pode ser facilmente integrada às equações de compatibilidade do MOC.

Vitkovsky et al. (2006) estabeleceram uma pequena reformulação do seu modelo original de atrito transiente (Equação (2.34)). De acordo com a modificação,

$$h_{uf} = \frac{k}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \phi_A \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (2.38)$$

Em que k é um coeficiente obtido dinamicamente em função do regime de escoamento e o operador ϕ_A depende do sinal da aceleração convectiva. O operador é definido como:

$$\phi_A = \left\{ +1 \text{ se } V \times \frac{\partial V}{\partial x} \geq 0; \text{ ou } -1 \text{ se } V \times \frac{\partial V}{\partial x} < 0 \right\} \quad (2.39)$$

Além disso, os autores estabeleceram uma avaliação sistemática de dois modelos de atrito transiente, o modelo dado pela equação (2.38) e um modelo baseado no trabalho de Zielke (1968), em sistemas hidráulicos simples, considerando oito cenários distintos. Os cenários foram construídos a partir das combinações de todos os valores possíveis para as três propriedades: direção da velocidade, sinal da aceleração e direção da propagação da onda de pressão. Verificou-se que a formulação modificada produziu o sinal correto de J_u em todos os oito tipos de escoamentos transiente.

Dentre os autores que aplicaram a formulação de Brunone, Golia e Greco (1991), modificada por Vitkovsky et al. (2006), destaca-se Marchis et al. (2014) que empregaram o referido modelo para descrever o atrito transiente em redes complexas, onde a aplicação de bombas como turbinas (PATs) é utilizada para controle da pressão na rede e para produção de energia. O modelo de atrito transiente foi incorporado ao modelo

hidrodinâmico de Marchis et al. (2014) e as equações foram resolvidas pelo método numérico das características.

Um aperfeiçoamento dos modelos de aceleração instantânea foi proposto por Pezzinga (2009). O novo modelo de atrito transiente baseia-se em um modelo unidimensional de balanço local e supera os problemas enfrentados por modelos de atrito transiente prévios, baseados na aceleração instantânea. O modelo foi aplicado para um cenário de transiente hidráulico gerado por manobras em uma válvula.

O autor observou que os resultados numéricos de outros modelos de atrito transiente 2-D apresentavam um decaimento exponencial do termo de atrito J quando a aceleração local é zero, o que levou à seguinte proposta para J :

$$J = J_s + \frac{K' \partial V}{g \partial t} - \Theta \frac{\partial J}{\partial t} \quad (2.40)$$

Em que J é a força de atrito por unidade de peso (adimensional), J_s é a força de atrito quase-permanente por unidade de peso (adimensional), K' é um parâmetro adimensional e Θ é o tempo de relaxação [t].

O termo $-\Theta \frac{\partial J}{\partial t}$ fornece incrementos para o atrito permanente decrescente com o tempo, quando a aceleração local é zero. De acordo com a equação acima, J tende ao valor de estado permanente J_s quando a aceleração local é zero.

A performance do modelo foi examinada por meio de resultados experimentais e pela comparação com resultados de um modelo k- ϵ bidimensional para baixos números de Reynolds.

Uma abordagem alternativa aos modelos unidimensionais baseados na aceleração instantânea e em funções peso é a proposta por Pothof (2008), que, apesar de ser unidimensional, leva em consideração a distribuição de velocidade instantânea na seção transversal. Entretanto, assume que o perfil da velocidade instantânea transiente durante uma desaceleração é similar ao perfil de velocidade permanente a jusante de uma placa de orifício e obedece a uma lei de potência.

O modelo de Pothof (2008) é válido para escoamentos turbulentos e incorpora os efeitos da difusão de turbulência durante o golpe de aríete. Para isso, baseia-se nos conceitos de velocidade histórica e Vena Contracta transiente. Nesse trabalho, a perda de carga transiente é descrita pela relação abaixo:

$$h_{uf} = \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{V|V| \Delta x}{2g D} \quad (2.41)$$

Em que ϕ representa o sinal do atrito transiente (adimensional); K é um coeficiente de amortecimento de natureza universal (adimensional); μ é o vena contracta transiente (adimensional); V representa a velocidade média em uma secção transversal $[L][t]^{-1}$, admitindo que o perfil de velocidade na secção obedeça uma lei de potência.

Os autores incorporaram a perda de carga transiente na equação do momento e resolveram o sistema de equações do golpe de aríete através do MOC. Os resultados numéricos foram avaliados em sistemas experimentais com evento transiente gerado por fechamento de válvula e acionamento ou desligamento de bombas.

Além dos modelos baseados em funções peso (WFB) e na aceleração instantânea (IAB), uma outra classe de modelos de atrito transiente também foi explorada por diversos pesquisadores, a classe dos modelos bidimensionais, onde o termo de atrito é dependente da distribuição de velocidades na secção transversal.

Dentre os modelos bidimensionais de atrito transiente pode-se citar o de Silva-Araya e Chaudhry (1997), que foi validado com base em dados experimentais para escoamentos laminares e turbulentos registrados por Holmboe e Roleau (1967). Para esse modelo, inclui-se um fator de dissipação de energia na equação do momentum:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} e_f = 0 \quad (2.42)$$

Em que e_f é o fator de dissipação de energia (adimensional), definido como a razão da dissipação de energia em qualquer instante E_t $[M][L]^2[t]^{-2}$, dada pela integração da função dissipação, D_t $[M][L]^2[t]^{-3}$,

$$E_t = \int_{t_1}^{t_2} D_t dt \quad (2.43)$$

E a dissipação de energia obtida por assumir condições quase-permanentes, E_s $[M][L]^2[t]^{-2}$:

$$E_s = \frac{fV^3 \rho A}{2D} (t_2 - t_1) \quad (2.44)$$

O intervalo $[t_1, t_2]$ corresponde ao período de duração da análise do transiente hidráulico.

Para a determinação da distribuição de velocidade utiliza-se a equação de movimento axissimétrica de tempo médio para um escoamento incompressível de um fluido de viscosidade constante, dada por (Kita, Adachi e Hirose, 1980, Silva-Araya, 1993):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2.45)$$

Em que u é a velocidade média na direção axial $[L][t]^{-1}$, $\overline{u'v'}$ indica as tensões de Reynolds $[L]^2[t]^{-2}$, r representa a coordenada radial medida a partir do centro do tubo $[L]$.

Outro modelo bidimensional para a descrição do amortecimento em escoamentos transientes foi apresentado por Wahba (2008). O autor analisou os escoamentos transientes laminares axissimétricos, tendo como modelo matemático o sistema de equações diferenciais parciais:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial (\tau_{ex})}{\partial r} = 0 \quad (2.47)$$

Em que τ_{ex} é a tensão cizalhante externa $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$.

Os resultados do método apresentado mostraram que o amortecimento dos transientes é governado por um parâmetro adimensional β que representa a razão da força de pressão de Joukowsky $F_J [M][L][t]^{-2}$ com a força viscosa $F_V [M][L][t]^{-2}$. Em termos de escalas de tempo, este parâmetro adimensional representa a razão da escala de tempo da difusão viscosa em relação ao período do tubo. Para pequenos valores deste parâmetro, o amortecimento do escoamento transiente se torna mais pronunciado, enquanto que para grandes valores, o escoamento transiente está sujeito a amortecimento insignificante.

A determinação do atrito transiente bidimensional também foi feita por Riasi, Nourbakhsh e Raisee (2009) através do cálculo da tensão cizalhante em um escoamento turbulento. Os autores empregaram as seguintes equações de continuidade e momentum para descrever o escoamento turbulento (Zhao e Ghidaoui, 2003):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{r\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\rho \nu \frac{\partial u}{\partial r} - \rho \overline{u'v'} \right) \right) \quad (2.49)$$

Em que $v(x,r,t)$ é a velocidade radial $[L][t]^{-1}$, u' representa a flutuação de velocidade axial $[L][t]^{-1}$, v' é a flutuação de velocidade radial $[L][t]^{-1}$.

Para complementar as equações de continuidade e momentum, os autores utilizaram um modelo de turbulência $k - \theta$, para camadas limites.

Posteriormente, Riasi, Nourbakhsh e Raisee (2013) complementaram o trabalho discutido anteriormente, fazendo uso das equações bidimensionais do golpe de Aríete, dadas por (Vardy e Hwang, 1991):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{1}{r} \frac{\partial rv}{\partial r} = 0 \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{r\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\rho v \frac{\partial u}{\partial r} - \rho \overline{u'v'} \right) \right) \quad (2.51)$$

A tensão cizalhante turbulenta foi aproximada pela hipótese de Boussinesq:

$$- \rho \overline{u'v'} \cong \rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial r} \quad (2.52)$$

Em que ν_t é a viscosidade turbulenta $[L]^2[t]^{-1}$.

Além disso, estudaram a dissipação de energia e a produção de energia cinética turbulenta e sua dissipação em escoamentos turbulentos transientes por meio de um modelo de turbulência $k-\omega$ integrado às equações do golpe de aríete.

A abordagem bidimensional também foi empregada por Naser e Karney (2008) para descrever o escoamento transiente turbulento. Nesse trabalho, os autores desenvolveram um modelo de qualidade de água em um sistema simples durante condições transientes (abertura brusca de válvula) usando uma abordagem bidimensional e incluindo os termos de reação, difusão e advecção. De forma mais específica, utilizaram um modelo de Vardy Hwang modificado, acoplado um modelo transiente 2-D, como o apresentado por Zhao e Ghidaoui (2003), a um modelo de reação-difusão-advecção 2-D.

Para a descrição da dissipação de energia no modelo 2-D, os autores utilizaram o modelo de turbulência de 5 regiões (Kita, Adachi e Hirose, 1980). Essa abordagem utiliza diversos mecanismos para modelar a turbulência amortecida: a viscosidade molecular é dominante na região próxima ao tubo e a viscosidade turbulenta é o principal mecanismo de amortecimento na região núcleo.

A solução do modelo foi realizada por meio do MOC em combinação com um esquema baseado em diferenças finitas denominado Alternating Direction Implicit (ADI).

Autores como Ariyaratne, He e Vardy (2010) e Shamlo e Mousavifard (2015) usaram uma formulação alternativa de turbulência, denominada modelo $k - \varepsilon$, para descrever a dissipação de energia em um modelo transiente bidimensional.

Ariyaratne, He e Vardy (2010) utilizaram um algoritmo, desenvolvido para modelar escoamentos turbulentos transientes, para estudar tensões cizalhantes em escoamentos desacelerados. Para modelar a dissipação de energia, os autores utilizaram o conceito de viscosidade turbulenta,

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.53)$$

Em que a energia cinética de turbulência por unidade de massa, k $[L]^2[t]^{-2}$ e a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta por unidade massa, ε $[L]^2[t]^{-3}$ são estabelecidas com base nas equações do modelo $k-\varepsilon$, C_μ é uma constante no modelo de turbulência (adimensional) $k-\varepsilon$ e f_μ é a função de amortecimento (adimensional), dada por:

$$f_\mu = \exp\left(\frac{-3.5}{(1 + R_t/50)^2}\right) \quad (2.54)$$

Para:

$$R_t = \frac{k^2}{\nu\varepsilon} \quad (2.55)$$

Shamlo e Mousavifard (2015) empregaram o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ para modelar escoamentos transientes associado às equações de governo quase-2D para escoamento transiente turbulento dadas por Zhao e Ghidaoui (2003). Os resultados do modelo de turbulência $k-\varepsilon$ foram comparados com os oriundos da consideração do modelo unidimensional de Brunone, Golia e Greco (1991) e, preveram com maior precisão a frente de onda.

2.1.3 Considerações sobre a Revisão do “Estado da Arte”

Uma revisão de literatura foi realizada neste capítulo. Os resultados estão sumarizados na Tabela 2.1, que contém informações relacionadas ao grupo em que se enquadra cada modelo, conforme classificação proposta por Bergant, Simpson e Vitkovsky (2001). A esses dados foram acrescentadas informações relativas a dimensionalidade do método desenvolvido ou aplicado em cada trabalho.

A partir da análise das pesquisas propostas constatou-se a predominância das seguintes vertentes de trabalho envolvendo os efeitos dinâmicos do atrito: Desenvolvimento de modelos de atrito transiente, adaptação de modelos de atrito existentes a análises no domínio da frequência, extensão do campo de validade de modelos de atrito previamente propostos, comparação de propostas de atrito transiente

existentes, consideração do atrito transiente associado a outros mecanismos responsáveis pelo amortecimento da onda de pressão, tais como cavitação, viscoelasticidade, interação fluido-estrutura, vazamentos e bloqueios, revisão bibliográfica estruturada sobre as principais propostas de atrito transiente. A maior parte dos trabalhos analisa cenários de transiente hidráulico onde o evento gerador é o fechamento ou abertura de válvula. As análises envolvendo Golpe de Aríete gerado por acionamento ou falha no bombeamento são escassas, apesar de serem importantes no projeto e monitoramento de sistemas elevatórios de água.

Outro ponto importante verificado em grande parte das pesquisas revisadas é a presença do modelo clássico da coluna elástica para efeitos de comparação com o modelo de atrito transiente proposto. Essas comparações se devem ao fato do modelo clássico ser aplicado com frequência em casos reais, no desenvolvimento de softwares de suporte ao dimensionamento de sistemas de adução ou de abastecimento hidráulico e no monitoramento de sistemas em operação. Em cada comparação realizada, observou-se que o modelo da coluna elástica apresentou-se impreciso, reproduzindo de forma inadequada os efeitos de amortecimento da onda de pressão associados a difusão de turbulência. De fato, grande maioria das situações experimentais ou de campo exigem a consideração do atrito transiente, pois apresentam efeitos de difusão de turbulência relevantes. Nesses casos, a razão entre a escala de tempo da difusão radial e a escala de tempo da onda de pressão, P , é da ordem de 1 ou menos (GUIDAOUI et al. 2005). Entretanto, é importante frisar que o modelo clássico ainda apresenta-se útil para os casos em que os efeitos de difusão de turbulência são desprezíveis, quando $P \gg 1$.

Constatou-se, também, que a inclusão de modelos de atrito dinâmico é fundamental para uma modelagem mais precisa do amortecimento de pressão, fornecendo suporte para a melhoria de métodos de detecção de vazamentos ou bloqueios e favorecendo um dimensionamento mais econômico para sistemas hidráulicos. Conforme atesta Covas et al. (2001), o aperfeiçoamento de métodos de amortecimento mecânico e viscoso em modelos unidimensionais proporciona um aumento da precisão dos métodos de detecção de vazamentos baseados no transiente, tal como a análise transiente inversa (ITA). Entretanto, conforme destacam Nixon e Ghidaoui (2007), os modelos de atrito são importantes apenas em casos onde os vazamentos possuem dimensões pequenas em comparação com a tubulação, pois a taxa de fluxo lateral interfere diretamente nos efeitos do atrito transiente.

Analisando os tipos de formulações de atrito transiente empregadas pelos autores, verificou-se uma supremacia na utilização de modelos unidimensionais, o que pode ser justificado pela dificuldade de aplicação de modelos bidimensionais em sistemas complexos tais como as redes hidráulicas, dadas as limitações computacionais existentes. Entretanto, é importante destacar que as formulações bidimensionais apresentam como principal vantagem a possibilidade de se determinar a tensão de cisalhamento, que não pode ser medida facilmente. Além disso, permitem a descrição precisa das perdas de energias relacionadas ao atrito, mesmo na presença de outros mecanismos de dissipação de energia. Ou seja, nesses tipos de modelos os efeitos de outros mecanismos de dissipação não são incorporados artificialmente aos resultados numéricos do modelo de atrito. Logo, a importância dos modelos bidimensionais reside no fato de que são mais precisos, podendo ser empregados para avaliar a acurácia dos modelos unidimensionais.

Dentre os modelos unidimensionais, observou-se que um conjunto significativo de pesquisadores se propôs a aperfeiçoar ou validar formulações de atrito transiente dependentes da velocidade instantânea média e das acelerações local e convectiva e modelos dependentes da velocidade média instantânea e do histórico de velocidades do transiente hidráulico. De fato, conforme atesta He, Ariyaratne e Vardy (2008), os modelos unidimensionais associados à aceleração instantânea são adequados na descrição de efeitos de baixa frequência e os modelos de função peso são adequados na descrição de efeitos de alta frequência, o que justifica o recorrente emprego dessas classes de modelo. As propostas relacionadas a aceleração instantânea têm sua eficiência associada a observações empíricas, tal como a efetuada por Vardy e Brown (2010), que verificaram experimentalmente que a evolução da tensão de cisalhamento é similar à evolução da aceleração, especialmente a baixas frequências. Já as propostas ligadas ao histórico de velocidades estão embasadas em modelos físicos e apresentam resultados precisos (Zielke, 1968) ou aproximações amplamente consolidadas (Tripathi, 1975) para escoamentos laminares e resultados adequados para situações de escoamento turbulento a altas frequências.

A despeito dos modelos baseados na aceleração ou no histórico de velocidades apresentarem inúmeras vantagens, a proposta que apresentou maior potencialidade para os objetivos desta pesquisa foi o modelo de Pothof (2008), baseado na distribuição de velocidades. Pois, trata-se de um modelo que considera explicitamente os efeitos da difusão da turbulência e as diferenças entre escoamentos acelerados e desacelerados, podendo ser aplicado em escoamentos com viscosidade variável no tempo e no espaço e

em modelos de turbulência em geral (VARDY e BROWN, 2010). Além disso, foi validado para casos de transientes gerados por desligamento de bomba, que constitui o objeto de pesquisa do presente trabalho.

Tabela 2. 1 - Sumário dos principais atributos de artigos compreendendo a inclusão do termo de atrito transiente no Golpe de Aríete.

Artigo	Teoria	Aplicação	Grupo	Dimensionalidade	Revisão de Literatura
Daily et al. (1956)	■		2	1-D	
Carstens e Roller (1959)	■		2	1-D	
Zielke (1968)	■		5	1-D	
Wood e Funk (1970)	■		6	2-D	
Safwat e Polder (1973)	■		2	1-D	
Trikha (1975)	■		5	1-D	
Hino, Sawamoto e Takasu (1977)	■		1	1-D	
Shuy e Apelt (1983)	■		2	1-D	
Brekke (1984)	■		1	1-D	
Brown (1984)	■		5	1-D	
Bratland (1986)	■		6	2-D	
Cocchi (1988)	■		1	1-D	
Golia (1990)	■		2	1-D	
Brunone, Golia e Greco (1991)	■		3	1-D	
Suzuki et al. (1991)	■		5	1-D	
Vardy e Hwang (1991)	■		6	2-D	
Vardy (1992)	■		5	1-D	
Eichinger e Lein (1992)	■		6	2-D	
Vardy, Hwang e Brown (1993)	■		5	1-D	
Amgad, chauthry e Silva (1994)		■	5	1-D	
Vardy e Brown (1995)	■		5	1-D	
Vardy e Brown (1996)	■		5	1-D	
Bughazem e Anderson (1996)	■		3	1-D	
Venatro (1996)	■		4	1-D	

Shuy (1995)	■		5	1-D	
Shuy (1996)	■		2	1-D	
Zarzycki (1997)	■		5	1-D	
Silva-Araya e Chaudhry (1997)	■		6	2-D	
Svingen (1997)	■		4	1-D	
Vitkovsky e Simpson (1998)	■		3	1-D	
Pezzinga (1999)	■		6	2-D	
Pezzinga (2000)	■		3, 6	1-D, 2-D	
Vitkovsky et al. (2000)		■	3	1-D	
Bergant, Simpson, Vítkovský (2001)		■	3,5	1-D	■
Wang et al. (2002)		■	3	1-D	
Vitkovsky et al. (2003)	■		5	1-D	
Vardy e Brown (2003)	■		5	1-D	
Vardy e Brown (2004)	■		5	1-D	
Ramos et al. (2004)	■		3	1-D	
Covas et al. (2004)		■	3,5	1-D	
Covas et al. (2005)		■	3,5	1-D	
Zhang e Vairavamoorthy (2005)		■	3	1-D	
Lee et al. (2005)		■	5	1-D	
Kim (2005)		■	3,5	1-D	
Vitkovsky et al. (2006)	■		3,5	1-D	
Vakil e Firoozabadi (2006)		■	3,5	1-D	
Vardy e Brown (2007)	■		5	1-D	
Tiselj e Gale (2008)		■	3,5	1-D	
Soares, Covas e Reis (2008)		■	3,5	1-D	
Sattar e Chaudhry (2008)		■	5	1-D	
Bergant et al. (2008)		■	5	1-D	
Marcinkiewicz, Adamowski e Lewandowski (2008)		■	3,5	1-D	
Pothof (2008)	■		6	1-D	
Wahba (2008)	■		6	2-D	
Naser e Karney (2008)	■		6	2-D	
Riasi, Nourbakhsh e Raisee (2009)	■		6	2-D	

Pezzinga (2009)	■	2	1-D
Ariyaratne, He e Vardy (2010)	■	6	2-D
Duan et al. (2010)	■	5,6	1-D, 2-D
Niroomandi, Borghei e Bohluly (2012)	■	3	1-D
Jonsson, Ramdal e Cervantes (2012)	■	3	1-D
Meniconi, Brunone e Ferrante (2012)	■	3	1-D
Soares, Covas e Carriço (2012)	■	3	1-D
Guo et al. (2012)	■	3,5	1-D
Zecchin et al. (2013)	■	5	1-D
Kashima et al. (2013)	■	5	1-D
Keramat, Kolahi e Ahmadi (2013)	■	5	1-D
Tuck et al. (2013)	■	5	1-D
Ni, Jiang e Pan (2013)	■	3	1-D
Riasi, Nourbakhsh e Raisee (2013)	■	6	2-D
Duan, Lee e Tuck (2014)	■	5	1-D
Kim (2014)	■	3	1-D
Milivojevic, Stevanovic e Maslovaric (2014)	■	2	1-D
Marchis et al. (2014)	■	3	1-D
Delgado, Martins e Covas (2014)	■	3	1-D
Adamkowski e Lewandowski (2014)	■	3	1-D
Apollonio et al. (2014)	■	3	1-D
Shamlo e Mousavifard (2015)	■	6,3	1-D, 2-D

A coluna de revisão de literatura refere-se aos artigos que apresentaram uma substancial pesquisa de trabalhos prévios relacionados à proposição de modelos de atrito transiente. Foram excluídos os trabalhos que apresentaram listas típicas de artigos, encontradas em muitos artigos.

Na coluna denominada “teoria”, estão listadas as pesquisas cujo principal escopo foi o desenvolvimento de um modelo de atrito transiente. Enquanto que a coluna “aplicação” está associada a trabalhos onde modelos prévios de atrito variável são implementados com finalidades diversas, incluindo a comparação entre modelos de classes distintas e análise da influência do atrito transiente em associação a outros mecanismos de amortecimento da onda de pressão, tais como vazamentos, bloqueios e viscoelasticidade.

2.2 MODELO DA COLUNA ELÁSTICA

2.2.1 Equação do Momento Linear

A equação do momento se baseia na segunda Lei de Newton, que relaciona as Leis de força com a massa e a aceleração do corpo em análise. De acordo com Chaudhry (1987), para a dedução da equação do momento, considera-se o elemento de fluido mostrado na Figura 2.1, de área transversal A e comprimento δx . E, levam-se em consideração os seguintes pressupostos: O trecho de tubo apresentado na Figura 2.1 não é necessariamente cilíndrico, ele pode ser cônico e portanto, a área A é função de x , que representa a distância coordenada ao longo do eixo do tubo a partir de uma origem arbitrária. Além disso, considera-se o tubo inclinado de um ângulo α em relação à horizontal.

Fazendo-se a análise de corpo livre para o elemento de fluido da Figura 2.1, as forças na direção do escoamento (direção x) são as seguintes: forças de pressão em cada extremidade do elemento de fluido (forças transversais), devidas ao contato com massas de fluido vizinhas; forças de pressão na periferia do elemento de fluido, devidas ao contato com o tubo; forças de cisalhamento devidas ao atrito do elemento de fluido com o tubo; componente x da força de gravidade.

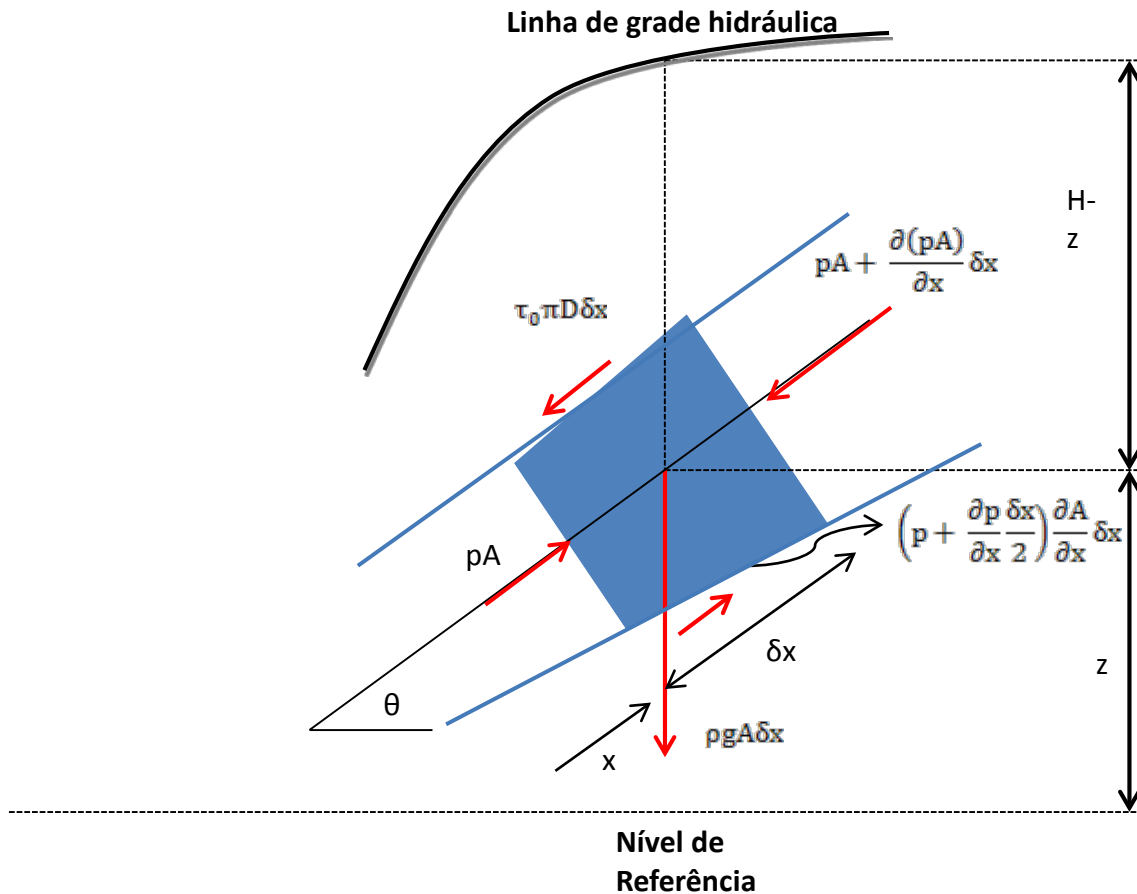


Figura 2. 1- Diagrama de corpo livre para a equação do momento.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton e as leis de força para cada classe de força atuante no elemento de fluido tem – se a seguinte equação:

$$pA - \left[pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} \delta x \right] + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \tau_0 \pi D \delta x - \rho g A \delta x \text{sen} \theta \quad (2. 56)$$

$$= \rho A \delta x \frac{dV}{dt}$$

Em que pA e $pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} \delta x$ representam as forças de pressão transversais em cada extremidade do elemento de fluido, $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x$ indica a resultante das forças atuantes devido ao contato do fluido com o tubo, $\tau_0 \pi D \delta x$ indica a força de cisalhamento ou força de atrito entre o fluido e o conduto, $\rho g A \delta x \text{sen} \theta$ é a componente do peso na direção x ; $\rho A \delta x$ é a massa do elemento de fluido.

Desprezando os termos de segunda ordem $(\delta x)^2$ na equação (2. 56) :

$$-\frac{\partial(pA)}{\partial x} \delta x + p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \tau_0 \pi D \delta x - \rho g A \delta x \sin \theta = \rho A \delta x \frac{dV}{dt} \quad (2.57)$$

Em que τ_0 corresponde à tensão de cisalhamento entre o fluido e o conduto $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$.

Aplicando a derivada parcial na primeira parcela:

$$-A \frac{\partial p}{\partial x} \delta x - p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x + p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \tau_0 \pi D \delta x - \rho g A \delta x \sin \theta = \rho A \delta x \frac{dV}{dt} \quad (2.58)$$

Simplificando e dividindo ambos os membros de (2.58) por $-\delta x$:

$$A \frac{\partial p}{\partial x} + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin \theta + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.59)$$

No escoamento transiente, considera-se que o módulo da tensão de cisalhamento satisfaz tem o mesmo equacionamento do escoamento permanente, com a diferença de que a velocidade varia a cada instante de tempo:

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad (2.60)$$

Em que f é o fator de atrito permanente, que depende do número de Reynolds e das propriedades do tubo. Considerando a formulação proposta por Colebrook-White (1939, 1937), o fator de atrito permanente pode ser expresso implicitamente como uma função do diâmetro, do número de Reynolds e da rugosidade absoluta da parede do tubo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon_0}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (2.61)$$

Essa equação, apesar de modelar com considerável precisão a resistência ao escoamento, possui o inconveniente de não ser uma função implícita, exigindo um processo iterativo e computacionalmente dispendioso. Assim, uma alternativa para reduzir essas dificuldades é a utilização de equações explícitas baseadas na proposta original de Colebrook-White (1939, 1937). Dentre as formulações explícitas, destaca-se a de Sousa-Cunha-Marques (1999), que possui o menor erro dentre as equações explícitas e pode ser enunciada como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon_0}{3.7D} - \frac{5.16}{Re} \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon_0}{3.7D} + \frac{5.09}{Re^{0.87}} \right) \right] \quad (2.62)$$

A equação de Sousa-Cunha-Marques(1999) pode ser utilizada no cálculo da tensão cisalhante (2.60). Para demonstrar a equação (2.60) utilizam-se as equações de Darcy-Weisbach e do balanço de força em um tubo, para um escoamento permanente, dadas, respectivamente, por:

$$\Delta p = \frac{\rho f L}{D} \frac{V^2}{2} \qquad \Delta p \frac{\pi D^2}{4} = \tau_0 \pi D L \qquad (2.63)$$

Para obter a equação (2.60) a partir das equações (2.63) basta eliminar Δp de uma das equações e considerar V^2 como $V|V|$ de modo a garantir que a tensão cizalhante sempre se oponha a velocidade.

A aceleração na equação (2.59) é uma derivada total e pode ser escrita em termos das derivadas parciais $\frac{\partial V}{\partial x}$ e $\frac{\partial V}{\partial t}$:

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \qquad (2.64)$$

Aplicando as equações (2.64) e (2.60) na equação (2.59), dividindo ambos os membros por ρA e utilizando-se a igualdade $A = \pi D^2/4$:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \qquad (2.65)$$

De acordo com Parmakian (1963), o termo $V \frac{\partial V}{\partial x}$ é significativamente menor do que o termo $\frac{\partial V}{\partial t}$, podendo ser desprezado:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \qquad (2.66)$$

Pode-se reescrever a equação (2.66) em termos de carga piezométrica e vazão, através das relações $p = \rho g(H - z)$ e $Q = VA$, respectivamente:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho g(H - z)]}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{Q}{A}\right)}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{fQ|Q|}{2A^2 D} = 0 \qquad (2.67)$$

Em que z corresponde à cota topográfica [L].

Calculando-se as derivadas parciais:

$$\frac{1}{\rho} \left[\rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \right] + \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial t} \frac{Q}{A^2} + g \sin \theta + \frac{fQ|Q|}{2A^2 D} = 0 \qquad (2.68)$$

Desprezando as variações da área transversal em relação ao tempo, obtém-se a equação do momento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \qquad (2.69)$$

2.2.2 Equação da continuidade

A equação de continuidade se baseia na idéia de que a massa se conserva em um sistema. Para simplificar a presente análise, utiliza-se a hipótese de que a massa específica do fluido é praticamente constante, o que é plausível para fluidos como a água. A consideração da conservação de massa para fluidos de densidade suposta constante resulta em uma relação entre os volumes das massas consideradas na equação de continuidade:

$$\delta V_{in} = \delta V_r - \delta V_c \quad (2.70)$$

Em que δV_{in} é a variação de volume interno no volume de controle $[L]^3$; δV_r é a variação de volume radial devido a expansão ou contração do tubo $[L]^3$, cujas paredes representam parte da superfície de controle; δV_c é a variação de volume resultante da compressibilidade do fluido $[L]^3$.

Para a compreensão da equação (2.70) considere a situação particular em que houve um aumento do volume de fluido dentro do volume de controle, durante um intervalo de tempo. Parte desse volume de fluido injetado no volume de controle pode se estabelecer no espaço acrescentado ao volume de controle devido a uma eventual expansão do tubo. A outra parte poderá ser comprimida, resultando em uma variação δV_c negativa $[L]^3$, cujo sinal deverá ser compensado com o sinal negativo apresentado na equação (2.70).

O passo seguinte é estabelecer uma equação que relacione variáveis de estado do escoamento, partindo da equação da continuidade (2.70). Para isso, são obtidas relações para cada variação de volume da equação (2.70).

Considere o volume de controle apresentado na Figura (2.2), considerado cilíndrico.

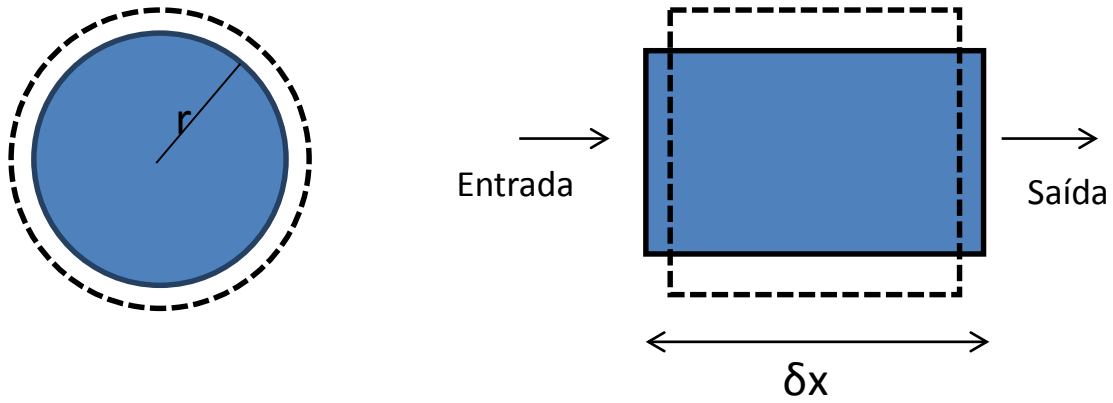


Figura 2. 2- Elemento de fluido escoando pelo volume de controle.

O volume de fluido, \forall_e [L]³, que entra no volume de controle, durante um intervalo de tempo δt ([t]), é dado por:

$$\forall_e = V\pi r^2 \delta t \quad (2.71)$$

Em que V é a velocidade do fluido na entrada do volume de controle [L].[t]⁻¹, r é o raio do tubo, suposto cilíndrico [L]; o índice “e” representa entrada de fluido.

O volume de fluido que sai, \forall_s [L]³, é dado pela expressão:

$$\forall_s = (V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x) \pi r^2 \delta t \quad (2.72)$$

A parcela $\frac{\partial V}{\partial x} \delta x$ representa a variação da velocidade em relação ao eixo do escoamento, suposto unidimensional. O índice “s” indica a saída de fluido do volume de controle.

Como não existem fontes ou vertedouros na região encerrada pelo volume de controle, a variação de volume de fluido no interior do volume de controle é dada pela diferença entre os volumes de entrada e de saída e denotada por $\delta \forall_{in}$ ([L]³):

$$\delta \forall_{in} = \forall_e - \forall_s = -\frac{\partial V}{\partial x} \delta x \delta t \pi r^2 \quad (2.73)$$

Essa variação de volume interno resulta em uma pressão interna que pode provocar uma alongação ou compressão do elemento de fluido e uma expansão ou contração radial do fluido e por consequência, das paredes do conduto.

Para a análise da continuidade, leva-se em consideração outra variação de volume presente no intervalo de tempo considerado, a variação de volume radial do conduto que é dada pela diferença entre os volumes de controle cilíndricos antes e depois de decorrido um tempo δt :

$$\delta \forall_r = \pi(r + \delta r)^2 \cdot \delta x - \pi r^2 \cdot \delta x = 2\pi r \delta r \delta x + \pi(\delta r)^2 \quad (2.74)$$

Desprezando-se a parcela de segunda ordem, para pequenas variações δr [L] :

$$\delta V_r = 2\pi r \delta r \delta x \quad (2.75)$$

Para que δt apareça na equaçã (2.75), tornando- a análoga à equaçã (2.73), emprega-se o equilíbrio entre a força de pressão do fluido e a força devido a estrutura do conduto. Essa relação de equilíbrio é expressa pela equaçã:

$$\sigma = \frac{pr}{e} \quad (2.76)$$

Em que σ é a tensão no conduto $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$, e e é a espessura do conduto $[L]$, p é a pressão interna $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$.

Durante o intervalo de tempo δt a variação da tensão no tubo, $\delta\sigma$ $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$, é dada por:

$$\delta\sigma = \frac{(p + \delta p)(r + \delta r)}{e} - \frac{pr}{e} \quad (2.77)$$

Desprezando-se as parcelas de segunda ordem e considerando $\delta p \gg \delta r$:

$$\delta\sigma \cong \frac{\delta p r}{e} \quad (2.78)$$

A variação da pressão durante o tempo δt é dada por $\frac{\partial p}{\partial t} \cdot \delta t$, o que modifica a equaçã (2.78) para :

$$\delta\sigma = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\delta t \cdot r}{e} \quad (2.79)$$

A variação da tensão representa uma variável relacionada ao conduto e não ao fluido propriamente dito. Como o interesse reside no fluido e suas variáveis de estado, utiliza-se a Lei de Hooke:

$$\delta\sigma = E \cdot \delta\epsilon \quad (2.80)$$

Em que $\delta\epsilon$ é a variação da deformação (Adimensional); E é o módulo de elasticidade de Young $[M].[t]^{-2}$.

A variação de tensão foi obtida através da equaçã (2.79). Para determinação da variação da deformação, utiliza-se sua definição:

$$\epsilon = \frac{\delta r}{r} \quad (2.81)$$

Considerando que o raio variou de r para δr , e que a tensão no início do intervalo de tempo δt não provoca deformação, tem-se apenas a deformação provocada pela tensão no fim do intervalo de tempo. Assim, a variação da deformação é dada por:

$$\delta\epsilon = \frac{\delta r}{r} \quad (2.82)$$

Substituindo as equações (2.79) e (2.82) na equaçã (2.80):

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) \cdot \delta t \cdot (r/e) = E(\delta r/r) \quad (2.83)$$

Rearranjando-se a equação (2.83), obtém-se :

$$\delta r = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{r^2}{eE} \cdot \delta t \quad (2.84)$$

A partir daí, pode-se relacionar δV_r com δt de modo semelhante à relação entre δV_{in} e δt da equação (2.73):

$$\delta V_r = 2\pi \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{r^3}{eE} \delta t \delta x \quad (2.85)$$

Além da variação dos volumes interno e radial, considera-se a variação devido à compressibilidade do fluido, δV_c . Para a determinação dessa variação emprega-se o conceito de módulo de elasticidade de um fluido, K_{el} ($[M][L]^{-1}[t]^{-2}$):

$$K_{el} = -\frac{\delta p}{\delta V_c/V} \quad (2.86)$$

Em que V é o volume inicial do fluido contido no volume de controle $[L]^3$, dado por:

$$V = \pi r^2 \delta x \quad (2.87)$$

Substituindo V da equação (2.87) e notando que $\delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) \delta t$, a equação (2.86) se torna:

$$\delta V_c = -\frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\delta t}{K} \pi r^2 \delta x \quad (2.88)$$

Dessa forma, a variação de volume devido à compressibilidade se torna, também, uma relação de δx e δt .

Aplicando-se as equações (2.73), (2.85) e (2.88) na equação da continuidade (2.70) e efetuando-se a divisão da nova equação por $\pi r^2 \delta x \delta t$, obtém-se:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K_{el}} \right) = 0 \quad (2.89)$$

Utilizando-se a seguinte definição para a celeridade da onda:

$$a^2 = \frac{K_{el}}{\rho[1 + (K_{el}D/eE)]} \quad (2.90)$$

E, expressando as variáveis p e V da equação (2.89) em termos da carga piezométrica $H([L])$, e da vazão Q ($[L]^3 \cdot [t]^{-1}$), respectivamente através das relações $p = \rho g H$ e $Q = VA$, obtém-se a equação da continuidade:

$$\frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.91)$$

2.2.3 Método das características

2.2.3.1 Discretização do sistema – Malha regular de cálculo

Para o cálculo de vazão Q e carga H no transiente hidráulico, seja no modelo da coluna elástica ou em modelos com efeitos dinâmicos de dissipação de energia, pode-se utilizar uma malha regular de cálculo. Esse tipo de malha tem como característica o fato de possuir uma discretização fixa, tanto no espaço quanto no tempo.

Ghidaoui e Karney (1994) concordam que em muitos casos, a utilização do método das características com malha regular, para a análise de transiente hidráulico em redes, exige o emprego de técnicas de ajuste da celeridade e de interpolação. O uso dessas técnicas exige uma avaliação adequada dos seus efeitos no cálculo das variáveis do sistema. Assim, para cada modelo incorporado ao equacionamento do transiente hidráulico deve ser avaliada a necessidade do emprego de algum ajuste e as eventuais consequências desses ajustes.

A malha regular de cálculo, quando utilizada para cálculos de transiente hidráulico, possui a topologia apresentada na Figura 2.3. Para a análise do transiente hidráulico, o procedimento de cálculo consiste na determinação de carga e vazão em cada ponto a partir dos valores dessas grandezas em um passo de tempo anterior. Mais especificamente, os valores de vazão e carga em um ponto P , em um dado instante t , são obtidos a partir dos valores de Q e H nos pontos A e B em um instante anterior, $t - \Delta t$ (Figura 2.4).

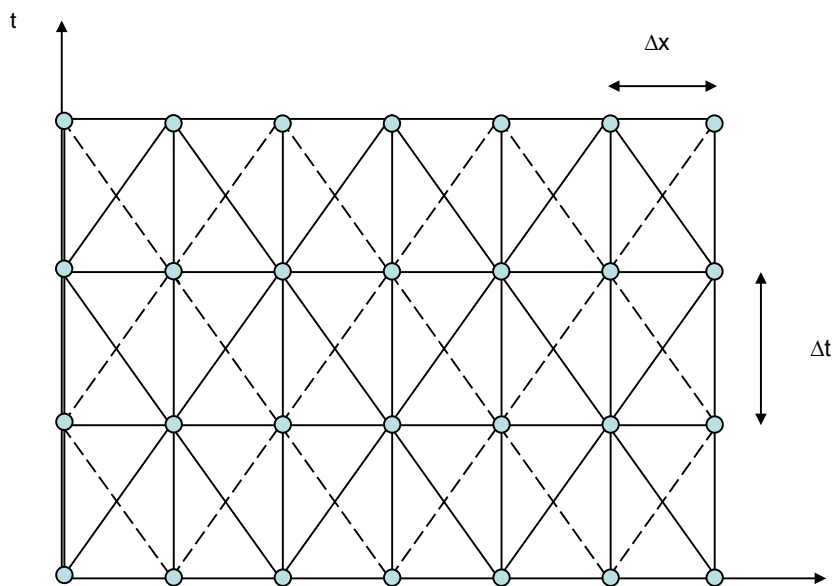


Figura 2.3 - Malha regular.

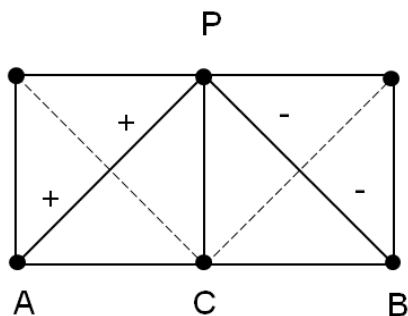


Figura 2.4 - Linhas Características.

É importante destacar que os equacionamentos necessários para o cálculo iterativo na malha regular (como sugerido pela Figura 2.4.) permitem a determinação de H e Q apenas nas seções interiores da malha de cálculo. Para regiões extremas, como por exemplo, as regiões correspondentes a $t = 0$ e $x = 0$ na Figura 2.3, necessita-se de equações complementares em termos de H e Q para determinação da solução nos contornos.

2.2.3.2 Equações características

As equações de continuidade e momento formam um par de equações diferenciais hiperbólicas quase-lineares, em termos de duas variáveis dependentes, vazão (Q) e carga piezométrica (H) e duas variáveis independentes, distância ao longo do tubo (x) e tempo (t). Para a obtenção de soluções numéricas para esse sistema, convertem-se as duas

equações diferenciais parciais em quatro equações diferenciais ordinárias. Em seguida, aplica-se uma técnica de diferenças finitas explícita para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias. Esse processo integrado é denominado Método das Características e, segundo Chaudhry (1979), tem como vantagem o fato de poder ser aplicado adequadamente a sistemas com condições de contorno complexas. Por outro lado, apresenta a desvantagem de exigir uma maior discretização da malha para satisfazer a condição de estabilidade da solução.

A derivação que se segue foi proposta por Chaudhry (1979). Como foi estabelecido, para o modelo elástico, com as hipóteses simplificadoras impostas, as equações do fluxo transiente são:

$$L_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.92)$$

$$L_2 = \frac{a^2 \partial Q}{gA \partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.93)$$

Essas equações são combinadas linearmente através de um multiplicador desconhecido, λ .

$$L = L_1 + \lambda L_2 = \lambda \left[\frac{gA \partial H}{\lambda \partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[\frac{a^2 \partial Q}{gA \partial x} \lambda + \frac{\partial Q}{\partial t} \right] + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.94)$$

A equação (2.94) é válida para qualquer valor de λ e quaisquer dois valores reais de λ geram duas outras equações em termos das variáveis independentes H e Q, que são equivalentes às equações (2.92) e (2.93). Uma seleção adequada de valores de λ leva a uma simplificação da equação (2.94), convertendo-a em um sistema de equações diferenciais ordinárias. O valor de λ pode ser ajustado para que os termos entre colchetes sejam equivalentes às seguintes derivadas totais:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.95)$$

E,

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (2.96)$$

A comparação entre as identidades (2.95), (2.96) e os termos entre colchetes da equação (2.94) gera a seguinte conclusão:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{gA}{\lambda} = \frac{a^2 \lambda}{gA} \quad (2.97)$$

Resolvendo a segunda equação em termos de λ :

$$\lambda = \pm \frac{gA}{a} \quad (2.98)$$

Substituindo os λ 's obtidos em (2.98), na primeira igualdade de (2.97) e considerando os termos entre colchetes da equação (2.94) como derivadas totais:

$$\frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.99)$$

Para $\frac{dx}{dt} = a \quad (2.100)$

$$-\frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.101)$$

Para $\frac{dx}{dt} = -a \quad (2.102)$

Cada equação diferencial ordinária está sujeita a uma restrição que envolve uma relação explícita entre as variáveis independentes x e t . Note que existe uma relação linear entre as variáveis x e t , o que restringe o domínio das funções $Q(x,t)$ e $H(x,t)$ a um conjunto de segmentos de reta. O par de equações (2.99) e (2.100) é denominado C^+ e o par de equações (2.101) e (2.102), C^- .

Dessa forma, os valores reais de λ foram usados para converter as duas equações diferenciais parciais em duas equações diferenciais ordinárias, sujeitas a restrições no domínio.

É conveniente visualizar o desenvolvimento da solução em relação ao plano das variáveis independentes, ou seja, o plano xt . Como “ a ” (celeridade da onda de pressão) é geralmente constante para um dado tubo, a solução das equações (2.100) e (2.102) resultam em dois segmentos de reta, como mostrados na Figura 2.5. Essas linhas ou segmentos são denominados linhas “características”.

Como não houve nenhuma aproximação matemática nessa transformação das equações diferenciais parciais, apenas uma delimitação do domínio das variáveis dependentes. Então, toda solução no conjunto de equações (2.99) a (2.102) será, também, uma solução no sistema de equações (2.92) e (2.93) original.

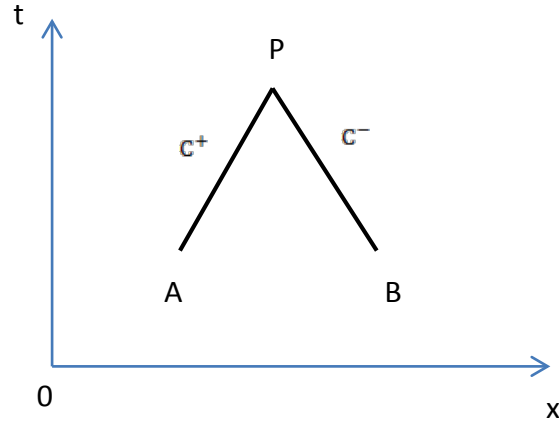


Figura 2. 5 -Linhas características no plano xt.

Para resolver numericamente o sistema de equações diferenciais ordinárias, considera-se uma discretização do plano xt, correspondente a uma divisão do tubo em N partes iguais, cada uma com comprimento Δx e uma divisão do tempo em passos de tempo de módulo $\Delta t = \Delta x/a$. Sabe-se que a equação (2.100) é satisfeita pela linha característica positiva AP (C^+). Se as variáveis dependentes Q e H são conhecidas em A, então a equação (2.99), válida somente em C^+ pode ser integrada entre os limites A e P e, dessa forma, ser escrita em termos das variáveis desconhecidas Q e H no ponto P e de variáveis conhecidas em A. Analogamente, pode-se obter uma segunda equação em termos das mesmas duas variáveis desconhecidas em P e de variáveis conhecidas em B, através da integração entre os limites B e P da equação (2.101), válida em C^- . Em seguida, o sistema linear composto é resolvido para determinação das variáveis Q e H em P, que corresponde a um determinado tempo e posição no plano xt.

Multiplicando a equação (2.99) por :

$$\frac{adt}{gA} = \frac{dx}{gA} \quad (2.103)$$

E, integrando (2.99) ao longo da linha característica positiva AP:

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_A}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_{x_A}^{x_P} Q|Q| dx = 0 \quad (2.104)$$

As duas primeiras integrais da equação (2.104) são facilmente calculadas, porém, a terceira integral não pode ser calculada por métodos analíticos, pois a variação de Q com x não é conhecida. Para resolver esse impasse, emprega-se uma aproximação numérica de primeira-ordem, satisfatória para muitos problemas. Resolvendo-se as integrais, com base nessas considerações:

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_A|Q_A| = 0 \quad (2.105)$$

De modo análogo, pode-se integrar a equação (2.101) ao longo da linha característica C^- entre B e P:

$$H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_B|Q_B| = 0 \quad (2.106)$$

Resolvendo-se essas duas equações de compatibilidade lineares em termos da carga H_P :

$$H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - R_f Q_A |Q_A| \quad (2.107)$$

$$H_P = H_B + B(Q_P - Q_B) + R_f Q_B |Q_B| \quad (2.108)$$

Para $B = \frac{a}{gA} ([t][L]^{-2})$ e $R_f = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} ([t]^2[L]^{-5})$ (2.109)

É importante observar que as equações (2.107) e (2.108) também são válidas para escoamentos permanentes, que é um caso particular do escoamento transiente. Para condições permanentes as vazões são iguais em qualquer ponto do plano xt , ou seja, $Q_A = Q_P = Q_B$ e $R_f Q_A |Q_A|$ é a perda de carga para um trecho Δx . Para o caso permanente, as equações (2.107) e (2.108) se reduziriam a uma única equação na incógnita H_P :

$$H_P = H_A - R_f Q_A |Q_A| \quad (2.110)$$

A utilização plena das equações (2.107) e (2.108) depende das condições iniciais do problema, o que no caso do transiente hidráulico, corresponde normalmente às condições de estado permanente no tempo zero, com valores iniciais de H e Q conhecidos em cada seção de cálculo. A partir dessas condições iniciais, podem-se determinar valores de H e Q para um tempo posterior $t = \Delta t$. O processo é repetido para tempos posteriores, até que seja atingido o tempo de duração almejado. Com a finalidade de simplificar as equações de compatibilidade (2.107) e (2.108), facilitando os cálculos em um determinado passo de tempo, utiliza-se uma representação que enfatize as incógnitas e a característica linear das equações:

$$C^+: H_P = C_P - BQ_P \quad (2.111)$$

$$C^-: H_P = C_N + BQ_P \quad (2.112)$$

Em que C_P e C_N ([L]) são constantes conhecidas no passo de cálculo, dadas por:

$$C_P = H_A + BQ_A - R_f Q_A |Q_A| \quad (2.113)$$

$$C_N = H_B - BQ_B + R_f Q_B |Q_B| \quad (2.114)$$

A efetiva determinação de H_P para o sistema (2.111)- (2.112), através da eliminação da incógnita Q_P , resulta em:

$$H_P = (C_P + C_N)/2 \quad (2.115)$$

Assim, após a determinação de H_P , Q_P pode ser obtido por meio de qualquer uma das equações do sistema (2.111)- (2.112):

$$Q_P = \frac{(C_P - C_N)}{2B} \quad (2.116)$$

Note que os valores de H e Q com índices A e B representam valores conhecidos, seja através de cálculos realizados em passos de tempo anteriores ou como condições iniciais fornecidas. As cargas e vazões com índice P representam valores desconhecidos a serem calculados no passo de tempo atual, ou passo de cálculo.

2.2.3.3 Fluxograma do transiente hidráulico

As seções anteriores convergem para um procedimento computacional, dado, em linhas gerais, pelo fluxograma abaixo (Figura 2.6):

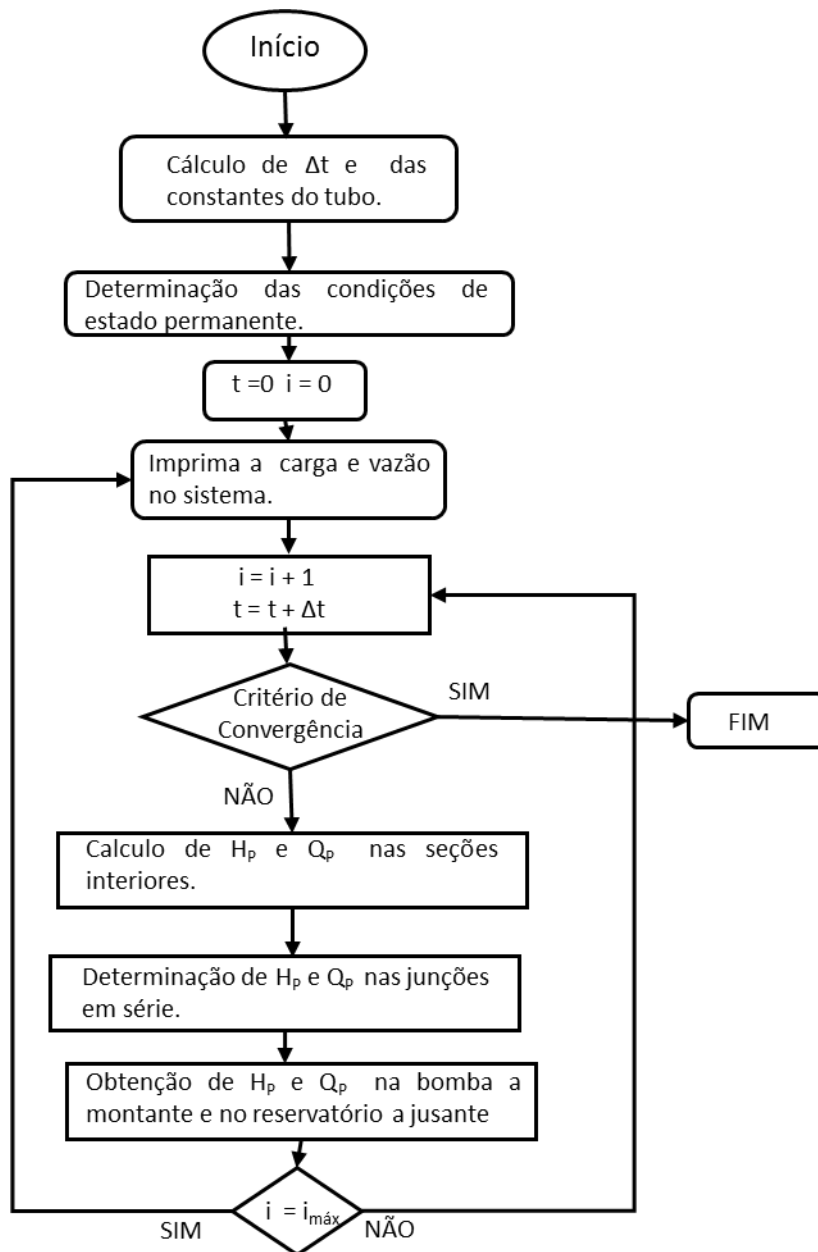


Figura 2. 6- Fluxograma para transiente hidráulico em um sistema em série (Adaptado de Chaudhry, 1987).

2.2.4 Condições de contorno

Para os cenários abordados nessa pesquisa, foram utilizadas as seguintes condições de contorno: Reservatório de nível constante, reservatório de nível constante a jusante de válvula ou bomba, junção em série e bomba com velocidade constante à montante. Os desenvolvimentos a seguir foram realizados com base no trabalho de Chaudhry (1987).

2.2.4.1. Reservatório de nível constante

Para um reservatório de elevada capacidade, pode-se assumir uma carga constante durante um evento transiente de curta duração. Essa condição de contorno é descrita matematicamente por:

$$H_{P1} = H_{P2} = H_0 \quad (2.117)$$

Onde H_0 é a altura do reservatório e relação a um nível de referência ([L]). O índice 1 refere-se à seção de montante. O índice 2 refere-se à seção de jusante.

2.2.4.2. Reservatório de nível constante a jusante de válvula ou bomba

A carga em um reservatório localizado a jusante de dispositivos tais como a válvula ou o conjunto moto-bomba, desprezando-se as perdas na entrada do reservatório, é dada pela relação:

$$H_{p2} = H_R \quad (2.118)$$

Onde H_{p2} é a carga no ponto da malha localizado na extremidade jusante do sistema ([L]).

Para essa condição de contorno utiliza-se a equação característica positiva (2.111) em conjunto com a equação (2.118). Eliminando-se a variável H_{p2} , pode-se obter a vazão Q_{p2} por meio da relação:

$$Q_P = \frac{C_P - H_R}{B} \quad (2.119)$$

2.2.4.3 Junção em série

A junção em série, presente em perfis de sistemas de adução, envolve, dentre outras, alterações de diâmetro, espessura, rugosidade entre condutos conectados. Para o caso de tubos em série com diâmetros distintos, pode-se representar a junção conforme a Figura 2.7:

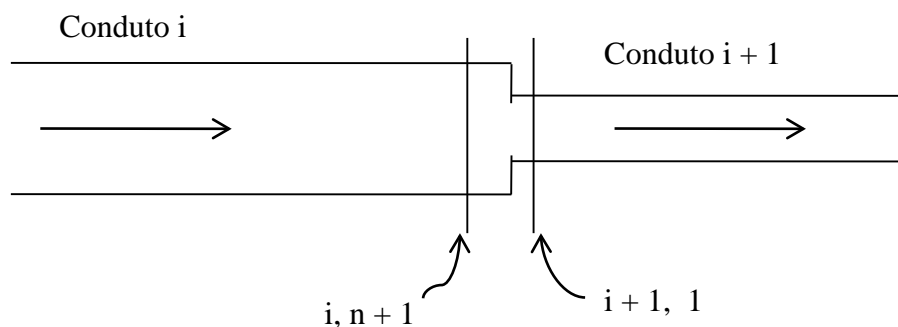


Figura 2.7 - Junção em série.

Na junção da figura, a equação característica positiva é válida para o tubo 1 e a equação característica negativa é válida para o tubo 2. A expressão da continuidade e a condição de uma linha hidráulica comum fornecem duas equações:

$$Q_{i,n+1} = Q_{i+1,1} \quad (2.120)$$

$$H_{i,n+1} = H_{i+1,1} \quad (2.121)$$

Resolvendo essas equações simultaneamente com as equações (2.111) e (2.112):

$$Q_P = \frac{C_P - C_N}{B_i + B_{i+1}} \quad (2.122)$$

2.2.4.4. Bomba com velocidade constante à montante

Para integrar a resposta de uma bomba centrífuga de velocidade constante ao modelo de simulação hidráulica, faz-se uso de informações condensadas através da curva carga x vazão da bomba. Essa curva pode ser apropriada em um código através de um conjunto de tabelas ou por meio de uma equação, com parâmetros definidos, que relacione as variáveis carga (H) e vazão (Q). Considerando que a bomba fornece vazão a partir de um reservatório de sucção, cuja superfície é tomada como referência, pode-se obter uma aproximação quadrática para a curva carga x vazão dessa bomba com a seguinte forma:

$$H_{P2} - H_{P1} = H_B = a_b Q_B^2 + b_b Q_B + c_b \quad (2.123)$$

Onde H_{P1} e H_{P2} são as cargas correspondentes aos nós de montante e jusante da bomba, respectivamente, a_b $[t]^2[L]^{-5}$, b_b $[t][L]^{-2}$ e c_b $[L]$ são parâmetros a serem determinados através de interpolação polinomial, Q_B é a vazão bombeada $[L]^3[t]^{-1}$.

Para a determinação dos parâmetros a_b , b_b e c_b emprega-se a interpolação polinomial quadrática. Para isso, são considerados três pontos distintos da curva carga x vazão da bomba, relacionados à carga de máximo rendimento η , à carga de vazão nula (“Shutt-off”) e a um ponto qualquer R.

Para o caso de vazão nula ($Q_B = 0$), a equação (2.123) fica:

$$H_B = c_b \quad (2.124)$$

Nessa situação H_B pode ser denotada por H_S , ou carga de “shutt-off” [L].

Para o caso de carga de máximo rendimento (H_η) [L], e considerando a relação (2.124), tem-se:

$$H_\eta = a_b Q_\eta^2 + b_b Q_\eta + H_S \quad (2.125)$$

Em que Q_η é a vazão de máximo rendimento $[L]^3[t]^{-1}$.

Para um ponto R qualquer da curva característica, tem-se:

$$H_R = a_b Q_R^2 + b_b Q_R + H_S \quad (2.126)$$

Em que H_R representa a cota piezométrica em um ponto genérico R [L], Q_R é a vazão nesse ponto $[L]^3[t]^{-1}$.

Resolvendo-se o sistema linear de equações (2.125) – (2.126) nas incógnitas a_b e b_b :

$$a_b = \frac{(H_S - H_\eta)Q_R - (H_S - H_R)Q_\eta}{Q_\eta Q_R^2 - Q_R Q_\eta^2} \quad (2.127)$$

$$b_b = \frac{(H_S - H_R)Q_\eta^2 - (H_S - H_\eta)Q_R^2}{Q_\eta Q_R^2 - Q_R Q_\eta^2} \quad (2.128)$$

Para a determinação da vazão bombeada Q_B (equivalente a Q_P nas equações características) e carga bombeada H_B [L] (equivalente a H_P nas equações características) em um determinado passo de tempo, percebe-se que o primeiro membro das equações (2.123) e (2.112) são dados por H_P . Dessa forma, pode-se estabelecer a igualdade:

$$C_N + BQ_P = a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b \quad (2.129)$$

Resolvendo-se a equação quadrática na variável Q_P , obtém-se:

$$Q_B = Q_P = q = \frac{B - b_b - \sqrt{(B - b_b)^2 - 4a_b(c_b - C_N)}}{2a_b} \quad (2.130)$$

Como a_b é negativo (a curva carga x vazão representa uma função decrescente), seleciona-se a raiz negativa da equação (2.130) para que a vazão bombeada assumam um

valor positivo. A determinação de Q_p permite que H_p seja calculada, através de uma das equações, (2.123) ou (2.112).

2.3. FATOR DE ATRITO VARIÁVEL – MODELO DE POTHOF (2008)

2.3.1 Determinação do Fator de Atrito Transiente

O modelo desenvolvido por Pothof (2008) para a descrição da tensão de cisalhamento transiente em escoamentos turbulentos supera alguns dos problemas encontrados em modelos de atrito transiente existentes. Dentre os aspectos problemáticos encontrados nos modelos empíricos de atrito transiente podem-se destacar os seguintes: Validade da influência do número de Reynolds inicial, linearidade em relação à dv/dt e diferenciação entre os escoamentos acelerados e desacelerados.

A base experimental contra a hipótese de que o número de Reynolds se mantém durante o transiente hidráulico advém do trabalho desenvolvido por He e Jackson (2000), que confirmaram que a viscosidade turbulenta na região central do tubo se mantém inalterada apothoenas durante o tempo de difusão da turbulência, T_d [t]. Da análise dimensional, o tempo característico de ocorrência de mistura por difusão turbulenta admite a seguinte relação de proporcionalidade:

$$T_d \sim \frac{D}{u_*} \quad (2.131)$$

Em que D denota o diâmetro do conduto [L] e u_* é denominada velocidade de atrito [L][t]⁻¹.

A constante de proporcionalidade, obtida experimentalmente, conduz à relação:

$$T_d = \frac{D}{u_*\sqrt{2}} \quad (2.132)$$

A relação entre o tempo de difusão de turbulência e o tempo para a propagação do golpe de aríete tem efeito na influência do número de Reynolds inicial. Essa relação pode ser estabelecida através de um parâmetro adimensional, definido conforme a equação (2.133) (GHIDAOU, MANSOUR, e ZHAO, 2002) (VIDE APÊNDICE A.1):

$$P = \frac{T_d}{L/a} = \frac{a \cdot D}{L \cdot u_*\sqrt{2}} = \frac{a \cdot D\sqrt{8}}{L \cdot v \cdot \sqrt{2}f} = \frac{2a \cdot D}{L \cdot v \cdot \sqrt{f}} = \frac{2 \cdot D \cdot 1}{\sqrt{f} \cdot L \cdot M} \quad (2.133)$$

Em que P é o parâmetro adimensional que indica a relação entre o tempo de difusão de turbulência e o tempo para a propagação do golpe de aríete, L é o comprimento

do tubo [L], a corresponde à celeridade da onda de pressão [L][t]⁻², v_s é a velocidade média na seção transversal [L][t]⁻¹ e M é o número de Mach (adimensional).

Se $P \ll 1$, então a estrutura de turbulência tem tempo suficiente para se adaptar completamente a velocidade instantânea no tubo, antes que a próxima onda de pressão modifique o perfil de velocidade. Para o caso de $P \gg 1$, o perfil de velocidade não tem tempo para se ajustar completamente depois da passagem da onda de pressão. Como consequência disso, as perturbações de velocidade interagem com a propagação de turbulência apenas em uma pequena camada próxima à parede do tubo. Para $P \gg 1$, a hipótese quasi-permanente é plausível para a descrição matemática do escoamento no núcleo do tubo.

Para Pothof (2008), o parâmetro P admite valores de ordem 1 ($0,1 < P < 10$) em diversos sistemas hidráulicos reais e de laboratório. Dessa forma, a estrutura de turbulência se mistura as ondas de pressão subsequentes, e a hipótese de atrito quasi-permanente não é aplicável. Esse fato implica que a estrutura de turbulência inicial é completamente renovada a cada período de propagação da onda de pressão. Ou seja, a influência do número de Reynolds inicial desaparece após o primeiro período do tubo.

Com a finalidade de levar em consideração ou prever o comportamento dinâmico da estrutura de turbulência em um transiente hidráulico, Pothof (2008) elaborou o conceito de velocidade histórica, que foi incorporado a sua proposta de atrito transiente. Ao contrário do conceito de velocidade instantânea, que representa uma grandeza concreta, o conceito de velocidade histórica é abstrato, ou seja, não é passível de medição. A velocidade histórica evolui para a velocidade instantânea conforme a escala de tempo da difusão da turbulência. Algumas situações particulares devem ser consideradas, como, por exemplo, o caso da velocidade instantânea permanecer inalterada durante um período da ordem do tempo de difusão de turbulência. Nessa situação, a velocidade histórica evolui até se igualar à velocidade instantânea. Outra situação particular importante é aquela onde a velocidade instantânea se desenvolve na mesma escala de tempo da difusão de turbulência. Nesse caso, o escoamento acontece de modo quasi-permanente.

A velocidade histórica, v_h [L][t]⁻¹, é modelada de modo que a sua taxa de variação seja proporcional à diferença entre a velocidade instantânea e ela. O modelo é descrito matematicamente pela equação:

$$\frac{dv_h(t)}{dt} = (v(t) - v_h(t)) \frac{d \cdot u_{*,h}}{D} \quad (2.134)$$

Em que $u_{*,h}$ indica a velocidade de atrito histórica $[L][t]^{-1}$ e d é um parâmetro de calibração para a taxa com que a velocidade histórica evolui para a velocidade instantânea (adimensional).

A equação diferencial (2.134) pode ser resolvida através de integração parcial direta na variável v_h . Assim, $v(t)$ e $u_{*,h}$ são considerados constantes em relação à operação de integração:

$$\int_{v_h(t)}^{v_h(t+\Delta t)} \frac{1}{(v(t) - v_h(t))} dv_h(t) = \int_t^{t+\Delta t} \frac{d \cdot u_{*,h}}{D} \cdot dt \quad (2.135)$$

A integral definida do primeiro membro pode ser desenvolvida a partir de uma mudança de variáveis. Com efeito, aplicando-se a substituição $w = v(t) - v_h(t)$, $dw = -dv_h(t)$ no primeiro membro e calculando-se ambas as integrais:

$$\ln[v(t) - v_h(t + \Delta t)] - \ln[v(t) - v_h(t)] = -\frac{d \cdot u_{*,h}}{D} \cdot \Delta t \quad (2.136)$$

$$\Rightarrow \ln \left[\frac{v(t) - v_h(t + \Delta t)}{v(t) - v_h(t)} \right] = -\frac{d \cdot u_{*,h}}{D} \cdot \Delta t \quad (2.137)$$

Logo,

$$v_h(t + \Delta t) = v(t) - (v(t) - v_h(t)) \cdot e^{-\frac{d \cdot u_{*,h} \Delta t}{D}} \quad (2.138)$$

Observa-se que a velocidade histórica evolui exponencialmente para a velocidade instantânea a uma taxa proporcional ao tempo de difusão. Além disso, para que possam ser realizados os cálculos de velocidade histórica é necessário o estabelecimento de uma condição inicial. O ponto de partida para a velocidade histórica, assim como para a velocidade instantânea no transiente, é a velocidade no estado permanente.

Para os autores, a inclusão da velocidade histórica na determinação do perfil de velocidade é uma forma de levar em consideração os efeitos da difusão de turbulência durante o golpe de aríete. Ou seja, uma forma de incorporar o processo de modificação da estrutura turbulenta (ou do número de Reynolds) ao escoamento.

Em relação à hipótese de que a tensão cizalhante transiente é linear em relação a dv/dt , empregada nos modelos empíricos de atrito transiente, Pothof (2008) argumenta que, apesar dessa relação ter sido demonstrada para escoamentos transientes laminares, não há qualquer teoria física que embase esta hipótese para escoamentos transientes turbulentos.

Com relação à diferenciação entre escoamentos acelerados e desacelerados, percebe-se uma negligência desse aspecto nos modelos de atrito transiente existentes. Os modelos de atrito transiente pressupõem uma simetria da tensão de cisalhamento transiente em relação à aceleração, como mostrado na equação (2.139):

$$\tau_{wf} \left(\frac{dv}{dt} \right) = -\tau_{wf} \left(-\frac{dv}{dt} \right) \quad (2.139)$$

Esta hipótese não leva em consideração as diferenças entre os fenômenos que causam as tensões de cisalhamento transientes durante a aceleração e desaceleração do escoamento.

Para contornar essa dificuldade, Pothof (2008) propôs uma expansão do conceito de vena contracta, utilizado em escoamentos permanentes, para descrever a dissipação de energia em um escoamento transiente. O embasamento dessa proposta vem da percepção de que o perfil de velocidade instantânea durante uma desaceleração transiente é muito similar ao perfil de velocidade de estado permanente a jusante de uma obstrução concêntrica de tamanho suficiente para que os vórtices dessas duas condições tenham a mesma dimensão.

A hipótese de que os vórtices da desaceleração transiente tem uma configuração similar a dos vórtices permanentes introduz a idéia de que a dissipação de energia transiente pode ser descrita de modo análogo ao modelo de dissipação de energia permanente, ou seja, através do uso do conceito do vena contracta. Para isso, os autores apresentaram o conceito de vena contracta transiente, μ (adimensional), que representa a contração do fluxo durante uma desaceleração mais rápida do que a difusão de turbulência. Essa contração do fluxo produz perdas de carga e resulta do surgimento de um anel de fluido caracterizado por fluxo nulo. Esse conceito é utilizado na construção do modelo de atrito transiente de modo similar ao conceito de Vena contracta para o modelo de atrito permanente.

A perda de carga permanente associada ao vena contracta de dimensão $\mu = A_c/A$, onde A_c corresponde à área contraída [L]², é definida pela equação de Borda-Carnot:

$$h_f = \left(1 - \frac{1}{\mu} \right)^2 \frac{v|v|}{2g} \quad (2.140)$$

Em que μ é denominado vena contracta (adimensional), e é definido como a menor fração da seção transversal que transporta o fluxo total. Essa fração depende da velocidade de difusão de turbulência durante um determinado passo de tempo e é da ordem de magnitude de $u_{*h} \Delta t$. Matematicamente, pode ser definido como:

$$\mu = \frac{A_c}{A} = \frac{\pi r^{*2}}{\pi R^2} = \left(\frac{r^*}{R}\right)^2 \quad (2.141)$$

Em que A_c é a menor área que transporta o fluxo total (núcleo) $[L]^2$; r^* representa o raio da menor seção transversal que transporta o fluxo total $[L]$.

No modelo proposto por Pothof (2008), a perda de carga transiente é considerada proporcional à perda de carga de Borda-Carnot e à razão comprimento-diâmetro de um elemento e tubo. Essas hipóteses assumem que o comportamento da perda de carga transiente é semelhante ao da perda de carga permanente. A equação correspondente é dada por:

$$h_{uf} = \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{v|v| \Delta x}{2g D} \quad (2.142)$$

Em que ϕ representa o sinal do atrito transiente (adimensional); K é um coeficiente de amortecimento de natureza universal (adimensional).

A partir da equação para a tensão de cisalhamento máxima para um comprimento Δx :

$$\tau = \frac{D \Delta P}{4 \Delta x} \quad (2.143)$$

E, considerando-se a relação entre a variação de pressão e a carga piezométrica:

$$\Delta P = \rho g h_{uf} \quad (2.144)$$

Pode-se obter uma relação entre tensão e perda de carga:

$$\tau = \frac{D \rho g h_{uf}}{4 \Delta x} \quad (2.145)$$

Substituindo (2.142) em (2.145), pode-se obter a tensão cisalhante transiente:

$$\tau_{uf} = \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{\rho v|v|}{8} \quad (2.146)$$

Para determinar uma expressão para o fator de atrito transiente, observe que, para a perda de carga permanente pode-se igualar a equação de Darcy-Weisbach com a equação de Borda-Carnot:

$$\frac{f \Delta x v|v|}{2gD} = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{v|v|}{2g} \quad (2.147)$$

$$\Rightarrow f = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \cdot \frac{D}{\Delta x} \quad (2.148)$$

Raciocínio análogo pode ser estabelecido para a determinação do fator de atrito transiente. Assim,

$$f_{uf} = \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \quad (2.149)$$

Perceba que existem dois parâmetros (K e ϕ) e uma variável (μ) a serem determinados. O parâmetro K é obtido por meio de calibração e o parâmetro ϕ , relacionado ao sinal do atrito transiente, será abordado posteriormente nessa seção. Para a obtenção da vena contracta transiente μ é necessário o estabelecimento de um modelo.

O modelo proposto para o vena contracta leva em consideração os perfis das velocidades instantânea e histórica na seção transversal. Para um escoamento turbulento, adota-se um perfil de velocidades obtido a partir de relações empíricas como, por exemplo, a lei exponencial empírica, que admite a seguinte configuração para a velocidade histórica:

$$v_h(r) = v_h(0) \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)\right]^{1/n} \quad (2.150)$$

Em que R é o raio da tubulação [L], r denota a coordenada espacial medida a partir do eixo do conduto [L] e n é a potência do perfil (adimensional), que pode ser relacionada ao fator de atrito permanente através da equação:

$$n = \frac{1}{\sqrt{f_h}} \quad (2.151)$$

O modelo bidimensional para velocidade histórica (2.150) pode ser convertido em um modelo unidimensional através do cálculo da média. Assim, a média de $v_h(r)$ pode ser definida como:

$$v_h = \frac{Q_h}{A} = \frac{\int_0^R v_h(r) \cdot dA}{A} \quad (2.152)$$

Em que Q_h representa a vazão abstrata associada à velocidade histórica $[L]^3[t]^{-1}$.

Para o cálculo da integral (2.152), considera-se o elemento diferencial dA apresentado na Figura 2.8:

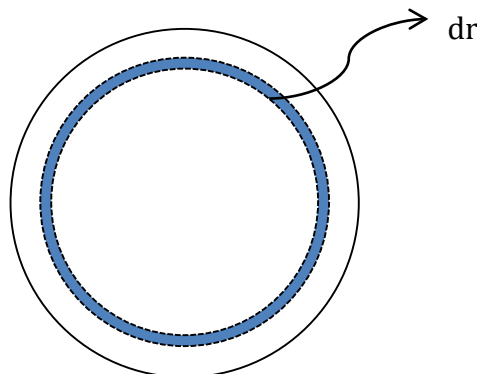


Figura 2. 8- Elemento diferencial para o cálculo da vazão que passa através de uma seção transversal.

De acordo com a Figura 2.8, a área do elemento diferencial é dada por $dA = 2\pi r \cdot dr$, e a equação (2.152) se torna:

$$v_h = \frac{\int_0^R v_h(0) \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)\right]^{\frac{1}{n}} \cdot 2\pi r \cdot dr}{\pi R^2} \quad (2.153)$$

Para resolver a integral (2.153) emprega-se a mudança de variáveis $w = 1 - r/R$; $dr = -R \cdot dw$:

$$v_h = \frac{v_h(0) \cdot 2\pi \cdot (-R^2) \int_1^0 [w]^{\frac{1}{n}} \cdot (1 - w) \cdot dw}{\pi R^2} \quad (2.154)$$

$$\Rightarrow v_h = -2 \cdot v_h(0) \cdot \int_1^0 [w]^{\frac{1}{n}} \cdot (1 - w) \cdot dw \quad (2.155)$$

Resolvendo a integral (2.155), obtém-se:

$$v_h = -2 \cdot v_h(0) \left[-\frac{n}{n+1} + \frac{n}{2n+1} \right] \quad (2.156)$$

Organizando-se o termo entre colchetes,

$$v_h = v_h(0) \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (2.157)$$

A velocidade instantânea média está relacionada à velocidade histórica média através da equação:

$$v(t) = v_h + \frac{dv}{dt} \Delta t = v_h + dv \quad (2.158)$$

Para o caso de um escoamento desacelerado instantaneamente, apenas uma fração da seção transversal é responsável pelo fluxo total da seção, o núcleo. Ou seja, a variável $v(t)$ corresponde à média do perfil de velocidade na região do núcleo. A outra fração, denominada camada limite, terá fluxo líquido igual a zero. A determinação do vena contracta tem como ponto de partida a equação do fluxo através da região núcleo.

Para a obtenção da expressão do fluxo na região núcleo, considera-se o elemento diferencial de área mostrado na Figura (2.8), a vazão diferencial que o atravessa é dada por:

$$dQ = v \cdot dA \quad (2.159)$$

Integrando-se elementos diferenciais como o apresentado na Figura 2.8 até o ponto de Vena Contracta:

$$\int_{Q(0)}^{Q(r^*)} dQ = \int_0^{r^*} v(r) \cdot 2\pi r \cdot dr \quad (2.160)$$

Assim,

$$Q(t) = A \cdot v(t) = 2\pi \int_0^{r^*} v(r, t) \cdot r \cdot dr \quad (2.161)$$

Em que $v(r, t)$ indica a velocidade instantânea em função do tempo e do raio (modelo bidimensional). Utilizando a definição do vena contracta (2.141), a equação (2.161) assume um novo limite de integração:

$$Q(t) = A \cdot v(t) = 2\pi \int_0^{R\sqrt{\mu(t)}} v(r, t) \cdot r \cdot dr \quad (2.162)$$

A velocidade instantânea está relacionada com a velocidade histórica através da equação:

$$v(r, t) = v_h(r) + dv \quad (2.163)$$

Substituindo-se a equação (2.163) em (2.162) e, introduzindo-se o parâmetro adimensional y ,

$$y = \frac{r^*}{R} = \sqrt{\mu_y(t)} \quad (2.164)$$

A expressão (4. 32) passa a admitir a seguinte configuração:

$$\pi R^2 \cdot v(t) = 2\pi \int_0^{R \cdot y} (v_h(r) + dv) \cdot r \cdot dr \quad (2.165)$$

A integral pode ser dividida em duas:

$$\pi R^2 \cdot v(t) = 2\pi \left[\int_0^{R \cdot y} v_h(r) \cdot r \cdot dr + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \right] \quad (2.166)$$

Utilizando-se a expressão para o perfil da velocidade histórica:

$$\frac{R^2 \cdot v(t)}{2} = \int_0^{R \cdot y} v_h(0) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right) \right]^{1/n} \cdot r \cdot dr + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.167)$$

Para o cálculo da primeira integral do segundo membro, realiza-se a mudança de variável $w = 1 - (r/R)$, $dw = -dr/R$:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = \int_0^{R \cdot y} -v_h(0) [w]^{1/n} \cdot R(1 - w) \cdot Rdw + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.168)$$

Determinando-se a primeira integral do segundo membro:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = - \frac{v_h(0) \cdot R^2 \cdot n \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} \Bigg|_0^{R \cdot y} + \frac{v_h(0) \cdot R^2 \cdot n \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{2n+1}{n}}}{2n+1} \Bigg|_0^{R \cdot y} + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.169)$$

De (2.169), segue-se:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h(0) \cdot R^2 \cdot n \cdot \left[-\frac{(1-y)^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} + \frac{1}{n+1} + \frac{(1-y)^{\frac{2n+1}{n}}}{2n+1} - \frac{1}{2n+1} \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.170)$$

Através de pequenas manipulações algébricas pode-se obter a seguinte configuração para a equação (2.170):

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h(0) \cdot R^2 \cdot n \cdot \left[\frac{n}{(n+1)(2n+1)} + (1-y)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{1-y}{2n+1} - \frac{1}{n+1} \right) \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.171)$$

Aplicando-se a expressão para a velocidade (2.157):

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h \frac{(n+1)(2n+1)}{2n^2} \cdot R^2 \cdot n \cdot \left[\frac{n}{(n+1)(2n+1)} + (1-y)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{1-y}{2n+1} - \frac{1}{n+1} \right) \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.172)$$

O termo entre colchetes pode ser simplificado, reestruturando a equação (2.172):

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h \frac{(n+1)(2n+1)}{2n^2} \cdot R^2 \cdot n \cdot \left[\frac{n - n \cdot (1-y)^{\frac{n+1}{n}} - y \cdot (n+1)(1-y)^{\frac{n+1}{n}}}{(n+1)(2n+1)} \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.173)$$

A equação também pode ser reescrita como:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h \frac{R^2}{2n} \cdot \left[n - n \cdot (1-y)^{\frac{n+1}{n}} - y \cdot (n+1)(1-y)^{\frac{n+1}{n}} \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.174)$$

Colocando em evidência a parcela $(1-y)^{1/n}$ no termo entre colchetes:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h \frac{R^2}{2} \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{(1-y)^{\frac{1}{n}}} - (1-y) - \frac{y}{n} \cdot (n+1)(1-y) \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.175)$$

Reorganizando a expressão:

$$\frac{R^2 \cdot v}{2} = v_h \frac{R^2}{2} - v_h \frac{R^2}{2} \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[(1-y) \left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] + \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr \quad (2.176)$$

Multiplicando ambos os membros pelo fator $-2/[R^2(1-y)]$:

$$-\frac{v}{(1-y)} = -\frac{v_h}{(1-y)} + v_h \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] \quad (2.177)$$

$$-\frac{2}{R^2 \cdot (1-y)} \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr$$

Utilizando-se a relação $v - v_h = dv$:

$$\frac{dv}{(1-y)} + v_h \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] - \frac{2}{R^2 \cdot (1-y)} \int_0^{R \cdot y} dv \cdot r \cdot dr = 0 \quad (2.178)$$

Efetuada-se o cálculo da integral do primeiro membro, na variável r :

$$\frac{dv}{(1-y)} + v_h \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] - \frac{2}{R^2 \cdot (1-y)} \left[\frac{R^2 \cdot y^2}{2} \cdot dv \right] = 0 \quad (2.179)$$

$$\Rightarrow v_h \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] + \frac{(1-y^2)dv}{(1-y)} = 0 \quad (2.180)$$

$$\Rightarrow v_h \cdot \left[\left(\frac{n+1}{n} y + 1 \right) \right] \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} + (1+y) \cdot dv = 0 \quad (2.181)$$

A equação (2.181) é válida para escoamento desacelerado até que a turbulência tenha se propagado na região núcleo. Para os valores de y , admite-se um limite mínimo, e.g. 0.25, para prevenir a divisão por zero na equação da perda de carga (2.140), no caso de velocidade média nula, i.e. vena contracta nula. Além disso, observe que a divisão da equação por v_h introduz uma relação entre a vena contracta y e a desaceleração adimensional (dv/v_h). Com base nessa relação, pode-se ter uma idéia da influência da desaceleração na perda de carga transiente baseada no vena contracta. Ou seja, pode-se determinar a faixa de valores de desaceleração adimensional que produz um amortecimento transiente relevante.

O vena contracta transiente também pode ser modelado de modo semelhante à velocidade histórica. Para isso, considere o caso da passagem de uma onda de pressão de desaceleração. Nessa situação, o pulso de tensão se propaga a uma velocidade constante, da parede do tubo ($y = 1$) ao seu centro ($y = 0$), com módulo dado por:

$$\frac{R}{T_d} = \frac{D}{2} \frac{u_* \sqrt{2}}{D} = \frac{u_*}{\sqrt{2}} \quad (2.182)$$

Essa propagação de pulso de tensão pode ser entendida como a superposição de um perfil de velocidade, denominado perfil de velocidade de alteração, ao perfil de velocidade inicial. Esse modelo é apenas uma forma de explicar a modificação do perfil de velocidade, que inicia na parede do tubo após a passagem da onda de pressão de

desaceleração. Na prática, a velocidade próxima à parede do tubo é modificada instantaneamente e essa variação ($dv = v_1 - v_2$) é transmitida até o centro do tubo. Além disso, a velocidade média da seção permanece constante e igual a v_2 durante todo o processo de transmissão do pulso de tensão até o centro do tubo. Assim, qualquer ajuste de velocidade só poderá ocorrer na zona entre a frente do pulso de tensão e a parede do tubo. Se o vena contracta transiente (TVC), calculado com base no perfil de velocidade de alteração, estende-se para a zona de pulso da tensão, então o TVC real tem que ser maior, porque a redução de velocidade próxima à frente do pulso de tensão aumenta o TVC. O efeito da frente de pulso de tensão no TVC aumenta à medida que ela se aproxima do centro do tubo. As observações acima motivam a hipótese de que o TVC aumenta exponencialmente para um novo valor de estado permanente de modo similar à velocidade histórica. Esse comportamento exponencial é incluído no modelo, conforme a expressão:

$$\mu(t + \Delta t) = \min \left\{ \mu_y(t + \Delta t); 1 - (1 - \mu(t)) \cdot e^{-\frac{d \cdot u_{*h} \cdot \Delta t}{D}} \right\} \quad (2.183)$$

Onde $\mu_y(t + \Delta t)$ representa o vena contracta transiente calculado de acordo com a equação (2.181) (adimensional).

2.3.2 Sinal do fator de atrito transiente

Na análise do transiente hidráulico, o termo de atrito transiente proposto deve ser incorporado à equação do momentum. Com essa finalidade, deve-se analisar o sentido ou sinal da força dissipativa correspondente a esse termo de atrito. O sinal ou direção da força dissipativa depende da direção do escoamento próximo à parede do tubo, pois essa direção resulta da orientação da tensão de cisalhamento na parede do tubo.

Quando o fluxo desacelera, a velocidade próxima a parede tem um sinal oposto ao da velocidade média. Logo, o fator de atrito transiente é negativo e cancela parcialmente o fator de atrito quasi-permanente. Quando o fluxo acelera, a velocidade próxima a parede tem a mesma direção que a velocidade média. Como resultado, o fator de atrito transiente tem o mesmo sinal (positivo) do fator de atrito quasi-permanente. Desde que, a aceleração ou desaceleração são baseadas na diferença entre a velocidade histórica e a velocidade média instantânea, os argumentos delineados acima geram a seguinte definição para o sinal do fator de atrito transiente, ϕ .

$$\phi = -1, \text{ para } \{(|v| - |v_h| < 0) \wedge (v \cdot v_h > 0)\} \quad (2.184)$$

$$\phi = 1, \text{ para as outras situações.} \quad (2.185)$$

2.4 FILTRAGEM DE DADOS DE ENTRADA – PARAFAC

A consideração dos efeitos dinâmicos de dissipação de energia introduz uma série de parâmetros que precisam ser calibrados. Entretanto, o processo de calibração depende de medidas reais, aferidas durante o evento transiente. Essas medidas estão sujeitas a imprecisões, ocasionadas pela presença de ruídos resultantes de fenômenos como a vibração da bomba e a cavitação. Essas imprecisões introduzem erros na calibração e comprometem a característica universal dos parâmetros calibrados, uma vez que os mesmos passam a incorporar variáveis não consideradas no modelo. Assim, torna-se imprescindível o emprego de métodos que eliminem o ruído. Uma possível abordagem consiste no emprego de algoritmos de decomposição de tensores, como o PARAFAC (HARSHMAN, 1970). Assim, nessa seção, serão apresentados os conceitos básicos relacionados a tensores, culminando com a apresentação da decomposição PARAFAC e considerações a respeito da sua unicidade, conforme apresentado por Kolda e Bader (2009). Em seguida, será apresentada a proposta de adaptação do modelo PARAFAC visando a filtragem de dados de carga aferidos durante transientes hidráulicos em sistemas hidráulicos.

2.4.1 Conceitos preliminares sobre tensores

Para os desenvolvimentos que se seguem, o tensor é definido como um ordenamento multidimensional. A quantidade de dimensões ou ordens do tensor define sua estrutura, por exemplo, um tensor de primeira ordem é representado por um vetor, tensores de segunda ordem são representados por matrizes e tensores de terceira ordem possuem a estrutura representada pela Figura 2.9:

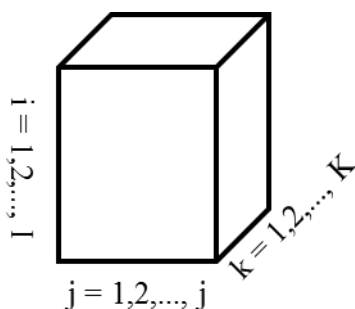


Figura 2. 9 - Tensor de ordem três.

Para denotar tensores de ordem maior ou igual a três, como o apresentado na Figura (2.9), utilizam-se letras gregas em negrito, como por exemplo, χ . Cada tensor é composto por um conjunto ordenado de números ou elementos. Os elementos de um tensor χ de ordem três são representados por x_{ijk} , onde os índices indicam as coordenadas do elemento no tensor. O índice i , com variação de 1 a I , está associado à linha, o índice j , com variação de 1 a J , está associado à coluna, e o índice k , variando de 1 a K , representa a “profundidade” em que se encontra o elemento no tensor.

2.4.2 Tensores de rank unitário

Uma definição preliminar para a construção do conceito de decomposição é a de tensores de rank unitário. Considerando o caso mais geral, um tensor χ de ordem N possui rank unitário se for possível expressá-lo como um produto externo de N vetores, i.e. :

$$\chi = \mathbf{a}^{(1)} \circ \mathbf{a}^{(2)} \circ \dots \circ \mathbf{a}^{(N)} \quad (2.186)$$

Em que $\mathbf{a}^{(k)}$ indicam vetores dispostos em uma sequência. O operador " \circ " representa o produto externo.

No produto externo " \circ ", são efetuadas multiplicações ordinárias entre elementos dos vetores $\mathbf{a}^{(k)}$ de modo que sejam contempladas todas as possíveis combinações, com a restrição de que cada vetor contribua com somente um fator. Observando a equação (2.186), isto implica que cada elemento do tensor χ é expresso na forma de um produto entre os elementos dos vetores componentes:

$$x_{i_1 i_2 \dots i_N} = a_{i_1}^{(1)} a_{i_2}^{(2)} \dots a_{i_N}^{(N)} \quad (2.187)$$

Para todo $1 \leq i_n \leq I_n$

Em que (i_1, i_2, \dots, i_N) representam os índices de um determinado elemento de um tensor de ordem N ; $a_{i_n}^{(k)}$ indica o elemento do vetor $\mathbf{a}^{(k)}$ correspondente a $x_{i_1 i_2 \dots i_N}$.

Para o caso de tensores de ordem três, pode-se, ainda, obter uma representação pictográfica para um tensor de rank unitário (Figura 2.10).

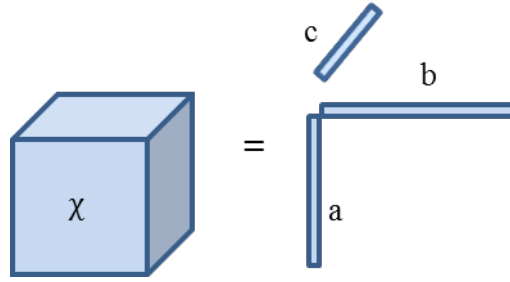


Figura 2. 10 - Decomposição em uma única componente para um tensor de ordem três.

2.4.3 Matriciação de um tensor

A matriciação é o processo de reordenação dos elementos de um tensor em um formato de matriz. É importante para o propósito da decomposição, pois viabiliza o armazenamento de dados e reduz a quantidade de cálculos necessários no processo de decomposição. De fato, após a matriciação, cada elemento estará associado a apenas dois índices ao invés de N índices, para o caso de um tensor de ordem N . Neste trabalho será considerado um tipo de matriciação de tensores, denominado matriciação modo n . A matriciação de modo n de um tensor χ é denotada por $\mathbf{X}_{(n)}$ e converte cada elemento (i_1, i_2, \dots, i_N) de χ em um elemento (i_n, j) de $\mathbf{X}_{(n)}$. A linha do elemento na matriz é definida pelo valor de n e a coluna do elemento na matriz é obtida através da relação (2.188):

$$j = 1 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N (i_k - 1)J_k \quad (2.188)$$

Com,

$$J_k = \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{k-1} I_m \quad (2.189)$$

2.4.4 Produtos matriciais de Khatri-Rao e Hadamard

Assim como a matriciação, os operadores matriciais possibilitam um menor dispêndio de cálculos no processo de decomposição tensorial. Um dos produtos matriciais utilizados no processo de decomposição é o de Khatri-Rao. Pode-se definir o produto de Khatri-Rao entre duas matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times K}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times K}$ por meio da equação (2.190):

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{b}_1 & a_{12}\mathbf{b}_2 & \cdots & a_{1K}\mathbf{b}_k \\ a_{21}\mathbf{b}_1 & a_{22}\mathbf{b}_2 & \cdots & a_{2K}\mathbf{b}_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I-11}\mathbf{b}_1 & a_{I-12}\mathbf{b}_2 & \cdots & a_{I-1K}\mathbf{b}_k \\ a_{I1}\mathbf{b}_1 & a_{I2}\mathbf{b}_2 & \cdots & a_{IK}\mathbf{b}_k \end{bmatrix} \quad (2.190)$$

A matriz resultante do produto de Khatri-Rao $\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ possui dimensão $(IJ) \times K$.

Outro produto matricial útil é o de Hadamard, onde as matrizes são multiplicadas por meio da multiplicação entre seus elementos correspondentes. O produto de Hadamard entre duas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} de dimensão $I \times J$ é definido como:

$$\mathbf{A} * \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} & \cdots & a_{1J}b_{1J} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} & \cdots & a_{2J}b_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I-11}b_{I-11} & a_{I-12}b_{I-12} & \cdots & a_{I-1J}b_{I-1J} \\ a_{I1}b_{I1} & a_{I2}b_{I2} & \cdots & a_{IJ}b_{IJ} \end{bmatrix} \quad (2.191)$$

Estes produtos matriciais possuem propriedades úteis para os cálculos de decomposição tensorial. Dentre suas principais propriedades podemos destacar a da pseudoinversa de Moore – Penrose do produto de Khatri – Rao, que relaciona os dois tipos de produtos matriciais apresentados:

$$(\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^\dagger = \left((\mathbf{A}^T \mathbf{A}) * (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \right)^\dagger (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^T \quad (2.192)$$

Essa propriedade é muito útil no cálculo da decomposição por meio do algoritmo de Mínimos quadrados Alternantes (ALS – PARAFAC), que será discutido posteriormente.

2.4.5 Decomposição CANDECOMP/ PARAFAC

A decomposição CANDECOMP/PARAFAC ou decomposição CP fatoriza um tensor em uma soma de tensores de rank unitário. Para um tensor de terceira ordem $\chi \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, a decomposição admite a seguinte configuração:

$$\chi \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \quad (2.193)$$

Em que R é um inteiro positivo e $\mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^I$, $\mathbf{b}_r \in \mathbb{R}^J$ e $\mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^K$, para $r = 1, \dots, R$. A equação (2.193) pode ser escrita em termos dos elementos do tensor:

$$x_{ijk} \approx \sum_{r=1}^R a_{ir} \cdot b_{jr} \cdot c_{kr} \quad (2.194)$$

Para $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$ e $k = 1, \dots, K$.

A representação esquemática para a decomposição de tensores de ordem três é dada pela Figura (2.11):

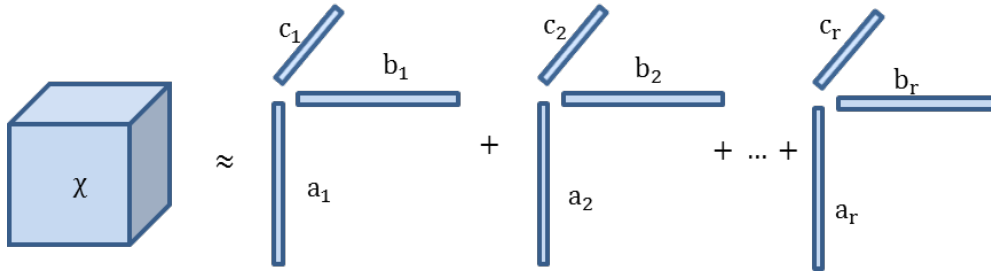


Figura 2. 11- Decomposição tensorial PARAFAC.

Uma forma alternativa de representar a decomposição CP é através das matrizes fatores, definidas como uma indexação dos vetores dos componentes de rank unitário. Para um tensor de ordem três, são definidas três matrizes fatores, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_R]$, $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \mathbf{b}_2 \dots \mathbf{b}_R]$ e $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 \dots \mathbf{c}_R]$. A partir dessas definições e do produto de Khatri-Rao, podem-se estabelecer equações matriciais para a decomposição CP:

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A}(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T \quad (2.195)$$

$$\mathbf{X}_{(2)} \approx \mathbf{B}(\mathbf{C} \odot \mathbf{A})^T \quad (2.196)$$

$$\mathbf{X}_{(3)} \approx \mathbf{C}(\mathbf{B} \odot \mathbf{A})^T \quad (2.197)$$

Em que $\mathbf{X}_{(1)}$, $\mathbf{X}_{(2)}$ e $\mathbf{X}_{(3)}$ representam matriciações nos modos 1, 2 e 3 respectivamente.

É útil assumir que as colunas de \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são normalizadas ao comprimento um com pesos absorvidos pelo vetor $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^R$, de modo que:

$$\boldsymbol{\chi} \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \quad (2.198)$$

2.4.6 Unicidade da decomposição CP

Dentre as propriedades dos tensores de ordem superior, a de maior relevância para o propósito da filtragem de dados é a unicidade da decomposição CP. Ou seja, se considerarmos um tensor de ordem três $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, sua decomposição será dada de modo único pela equação:

$$\boldsymbol{\chi} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \quad (2.199)$$

Entretanto, a unicidade da decomposição CP permite que soluções diversas possam existir, se forem consideradas permutações nos vetores dos componentes de rank unitário ou

alterações de escala. A indeterminação relacionada à permutação refere-se ao fato de que os tensores componentes de rank unitário podem ser reordenados arbitrariamente. Em outros termos, as matrizes fatores podem ser alteradas por meio de uma matriz de permutação. A indeterminação relacionada à escala refere-se ao fato de que os vetores individuais podem ser modificados em módulo, contanto que o produto entre eles permaneça invariante. Ou seja, o tensor χ pode admitir decomposições com a seguinte configuração:

$$\chi \approx \sum_{r=1}^R (\alpha_r \mathbf{a}_r) \circ (\beta_r \mathbf{b}_r) \circ (\gamma_r \mathbf{c}_r) \quad (2.200)$$

Com a restrição de que $\alpha_r \beta_r \gamma_r = 1$ para $r = 1, \dots, R$.

2.4.7 Cálculo da decomposição CP

Admitindo que o número de componentes seja conhecido, existem diversos algoritmos para o cálculo da decomposição CP. Dentre esses algoritmos destaca-se o método dos mínimos quadrados alternantes (ALS) proposto por Carroll e Chang (1970) e Harshman (1970). Nessa seção, o método será derivado para tensores de ordem três.

Considere um tensor de ordem três $\chi \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$. A finalidade é calcular a decomposição CP com R componentes que se ajusta melhor a χ , ou seja, o objetivo é minimizar a função objetivo dada pela diferença entre o valor real e o valor estimado de χ . Em termos matemáticos, a finalidade é determinar:

$$\min_{\hat{\chi}} \|\chi - \hat{\chi}\| \quad (2.201)$$

Para $\hat{\chi} = \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r$.

A abordagem dos mínimos quadrados alternantes fixa \mathbf{B} e \mathbf{C} para determinar \mathbf{A} . Depois, fixa \mathbf{A} e \mathbf{C} para resolver \mathbf{B} e continua a repetir o processo até que algum critério de convergência seja satisfeito. Essa fixação das matrizes reduz o problema a um problema de mínimos quadrados linear. Com efeito, considerando, por exemplo, que \mathbf{B} e \mathbf{C} estejam fixados, então o problema de minimização pode ser reescrito em termos de matrizes como:

$$\min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{X}_{(1)} - \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{C} \circ \mathbf{B})^T\|_F \quad (2.202)$$

Em que $\|\mathbf{X}\|_F$ indica a norma de Frobenius, dada pela raiz quadrada da soma dos quadrados de todos os seus elementos, ou seja:

$$\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2} \quad (2.203)$$

Resolvendo o problema de mínimos quadrados, a solução ótima é, então, dada por:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}_{(1)} [(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T]^\dagger \quad (2.204)$$

Uma forma alternativa de se escrever a solução para o problema é utilizando a propriedade da pseudo-inversa de Moore- Penrose para o produto de Khatri- Rao:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}_{(1)} (\mathbf{C} \odot \mathbf{B}) \left((\mathbf{C}^T \mathbf{C}) * (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \right)^\dagger \quad (2.205)$$

Para o efetivo emprego da decomposição CP, é necessária a determinação do número de tensores de rank unitário, componentes da decomposição tensorial. A obtenção de um número adequado de componentes consiste em um dos obstáculos do método PARAFAC, pois, em geral, as técnicas que visam esse objetivo demandam muito armazenamento e tempo computacional. Para superar essas dificuldades, Bro e Kiers (2003) propuseram um método denominado CORCONDIA (CORE CONSistency DIAGNOSTICS) que se baseia na idéia de que o modelo PARAFAC pode ser expresso como um caso particular do modelo Tucker3. Com base nessa idéia, o núcleo Tucker3 é empregado para análise da adequação do modelo PARAFAC e consequente determinação do número de componentes. Visando esclarecer o método CORCONDIA, na próxima seção será descrito o método de decomposição Tucker3, e o modelo PARAFAC será representado como um caso particular de decomposição Tucker3. Em seguida, serão apresentados os fundamentos do método de diagnóstico de consistência do núcleo e suas particularidades.

2.4.8 Decomposição Tucker3

De acordo com Kolda e Bader (2009), no método de Tucker3 um tensor é decomposto em um tensor núcleo, multiplicado por uma matriz ao longo de cada modo. Para o caso de ordem três, que é a situação estudada nesse trabalho, a decomposição Tucker3 pode ser expressa como:

$$\chi \approx \mathcal{G} \times_1 \mathbf{A} \times_2 \mathbf{B} \times_3 \mathbf{C} = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} \mathbf{a}_p \circ \mathbf{b}_q \circ \mathbf{c}_r \quad (2.206)$$

Em que $\chi \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ representa o tensor de medições de carga a ser decomposto, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times P}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times Q}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{K \times R}$ são denominadas matrizes fatores e o tensor $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times R}$ indica o tensor núcleo e seus elementos correspondem ao grau de interação entre os componentes. P , Q e R indicam o número de componentes nas matrizes fatores \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} , respectivamente. A equação (2.206) também pode ser escrita sob o ponto de vista de um elemento do tensor:

$$x_{ijk} \approx \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} a_{ip} b_{jq} a_{kr} \quad (2.207)$$

Para $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$ e $k = 1, \dots, K$

A decomposição Tucker3 pode, ainda, ser apresentada sob a forma pictográfica, como mostrado na Figura 2.12:

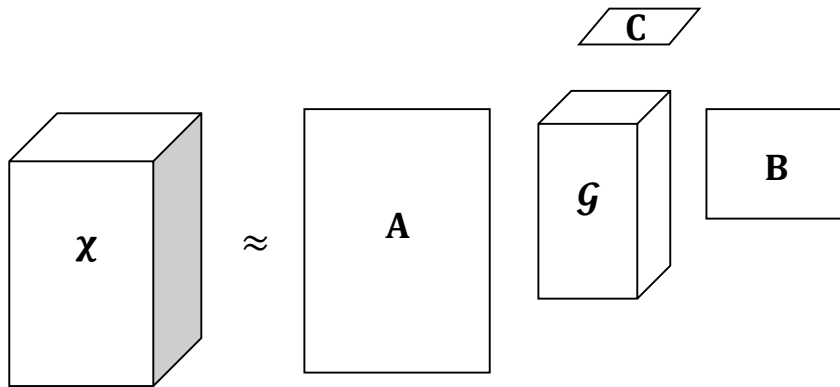


Figura 2. 12- Representação pictográfica da decomposição tensorial Tucker (1966).

Outra alternativa para representar a decomposição Tucker3 é através das matrizes fatores, definidas como uma indexação dos vetores dos componentes de rank unitário, de forma análoga à decomposição CP. As equações matriciais correspondentes são dadas por:

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A} \mathbf{G}_{(1)} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})^T \quad (2.208)$$

$$\mathbf{X}_{(2)} \approx \mathbf{B} \mathbf{G}_{(2)} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{A})^T \quad (2.209)$$

$$\mathbf{X}_{(3)} \approx \mathbf{C} \mathbf{G}_{(3)} (\mathbf{B} \otimes \mathbf{A})^T \quad (2.210)$$

Em que “ \otimes ” indica o produto de Kronecker entre duas matrizes. Tomando como exemplo as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , o produto de Kronecker entre essas matrizes pode ser definido como:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \cdots & a_{1J}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I1}\mathbf{B} & \cdots & a_{IJ}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (2.211)$$

Para o método CORCONDIA, é importante destacar que o modelo PARAFAC pode ser escrito como um caso especial do modelo Tucker3, para o caso onde o tensor núcleo é superdiagonal, ou seja, $x_{ijk} \neq 0$ somente se $i = j = k$, e para $P = Q = R$.

De fato, como foi detalhado em seções prévias, um modelo PARAFAC de ordem três e F componentes admite a seguinte configuração:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T + \mathbf{E} \quad (2.212)$$

A matriz \mathbf{X} é um arranjo de dados χ do tipo $I \times J \times K$ matriciados em uma matriz do tipo $I \times JK$, as primeiras colunas sendo as primeiras fibras horizontais de χ , etc. As matrizes \mathbf{A} ($I \times F$), \mathbf{B} ($J \times F$), \mathbf{C} ($K \times F$), contém parâmetros do modelo, e \mathbf{E} ($I \times JK$) contém a variação residual não explicada pelo modelo.

O modelo PARAFAC dado pela expressão (2.212) pode ser enunciado em no formato de um modelo Tucker3 restrito:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{T}^{(F \times FF)}(\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})^T \quad (2.213)$$

O ordenamento núcleo \mathbf{T} é uma matriz binária com zeros em todos os lugares exceto na superdiagonal, que contém somente 1's. A matriz $\mathbf{T}^{(F \times FF)}$ é a forma matriciada $F \times FF$ do núcleo. Além disso, assume-se que os componentes são escalados de forma que todo vetor de carregamento dentro de um componente tenha a mesma soma de quadrados.

A partir dessa relação entre os modelos é que se estabelece um método para verificar a adequação do modelo PARAFAC, que será delineado na seção posterior.

2.4.9 Diagnóstico de consistência do núcleo

O princípio fundamental do método de diagnóstico de consistência do núcleo é avaliar a similaridade entre um tensor superdiagonal de 1's, \mathcal{T} , indicado na equação (2.213), e o ordenamento núcleo \mathcal{G} ajustado através do método de mínimos quadrados e baseado nas matrizes de carregamento do modelo PARAFAC. Para um ajuste adequado, o tensor superdiagonal \mathcal{T} deverá ser muito semelhante ao tensor núcleo obtido pelo ajuste do modelo Tucker3 aos dados de entrada, que requer a minimização de:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{G}(\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})^T\|_F^2 \quad (2.214)$$

Com matrizes de carregamento **A**, **B** e **C** contendo os componentes encontrados pelo PARAFAC para os três diferentes modos.

Conforme Bro e Kiers (2003), a avaliação do grau de semelhança entre o tensor núcleo **G** e o tensor superdiagonal **T** é efetuada pela análise dos elementos superdiagonais e não-superdiagonais de **G**. A adequação do modelo PARAFAC está sujeita à condição de que os elementos superdiagonais de **G** sejam próximos dos elementos correspondentes de **T** e que os elementos não-superdiagonais de **G** sejam aproximadamente nulos. Matematicamente, a semelhança entre **G** e **T** é expressa por:

$$\text{consistência do núcleo} = 100 \left(1 - \sum_{d=1}^F \sum_{e=1}^F \sum_{f=1}^F \frac{(g_{def} - t_{def})^2}{F} \right) \quad (2.215)$$

Essa consistência do núcleo indica o ajuste do núcleo Tucker 3 às hipóteses do modelo. É importante frisar que, na investigação da adequação do modelo PARAFAC, por meio da equação (2.215), o número de componentes F é elevado gradativamente até que haja um decaimento significativo da consistência do núcleo, resultante do aumento da influência do ruído e outras variações não trilineares. O modelo PARAFAC mais adequado deverá ser aquele que possui o maior número de componentes, mantendo um valor aceitável para a consistência do núcleo.

Bro e Kiers (2003) listaram alguns critérios para avaliar a adequação do modelo PARAFAC aos dados medidos. Admitindo que a consistência do núcleo assume valores menores ou iguais a 100%, os autores apresentaram quatro classificações possíveis para a adequação de modelos PARAFAC: modelos apropriados, onde a consistência do núcleo é próxima de 100%, modelos altamente trilineares, onde a consistência do núcleo apresenta valores em torno de 90%, modelos problemáticos, caracterizados por consistência próxima de 50% e modelos inválidos, com consistência de núcleo em torno de zero ou negativa, onde a principal variação está associada aos elementos não-superdiagonais do tensor núcleo.

Outro aspecto importante pontuado pelos autores é que o número de elementos do tensor de dados tem que exceder significativamente a quantidade de elementos presentes no tensor núcleo Tucker3, pois a ausência dessa condição implicaria em uma instabilidade dos elementos do tensor núcleo Tucker3 devido a indeterminância. Dessa forma, para tensores com poucos elementos, não recomenda-se o emprego do diagnóstico de consistência do núcleo.

Após a determinação do modelo PARAFAC adequado, o tensor de dados de carga medidos, χ , é decomposto e a variação residual \mathcal{E} é eliminada dos dados originais. A partir daí, procede-se à fase de recombinação, onde os fatores decompostos são reorganizados de modo a se obter uma estrutura livre de interferências, que possa ser empregada na calibração de parâmetros de modelos de atrito variável, bem como na detecção e calibração de eventuais fluxos laterais ou bloqueios.

2.4.10 Toolbox N-way

Os modelos detalhados nas seções prévias foram implementados no software MATLAB por Andersson e Bro (2000), gerando um *toolbox* denominado N-way. O *toolbox N-way* consiste em um conjunto de funções e algoritmos empregados na modelagem de dados multidimensionais por meio de modelos de decomposição tensorial. Os modelos implementados incluem, além do método de decomposição PARAFAC, objeto deste capítulo, o método de Regressão multilinear de mínimos quadrados parciais (PLSR), o método Generalizado de Aniquilação de ordem (GRAM), a decomposição trilinear direta (DTLD) e os modelos Tucker. Essa coleção de funções e algoritmos foi implementada como arquivos fonte do MATLAB, não exigindo instalações adicionais, além da instalação padrão do MATLAB.

O *toolbox N-way* para MATLAB, desenvolvido por Andersson e Bro (2000), é de livre acesso e pode ser obtido via internet por meio do site <http://www.models.life.ku.dk/nwaytoolbox/download>. Essa ferramenta, apesar de ter sido elaborada inicialmente para tratar de problemas na área de quimiometria, tem sido empregada em outros campos tais como processamento de sinais, mineração de dados e compressão e classificação de imagens (Kolda e Bader, 2009). No presente trabalho, foi utilizada para o tratamento de dados experimentais de carga piezométrica, obtidos em situações de transiente hidráulico em sistemas de recalque.

2.4.11 Considerações sobre a Decomposição CP aplicada à filtragem de dados hidráulicos

A aplicação do modelo de decomposição tensorial PARAFAC depende da definição dos modos ou dimensões componentes do modelo. As dimensões definidas devem estar

intrinsecamente associadas aos dados medidos e, além disso, é desejável que não possuam relações de dependência entre si. Ou seja, as dimensões devem ser variáveis independentes associadas à variável que está sendo medida, no caso a carga resultante de um transiente hidráulico no sistema de adução. Tendo em vista essas restrições do modelo e o contexto de aplicação, a estrutura de dados pode ser configurada como um tensor de ordem três (dimensões i, j e k) composto por medidas de carga e representado pictograficamente pela Figura 2.13:

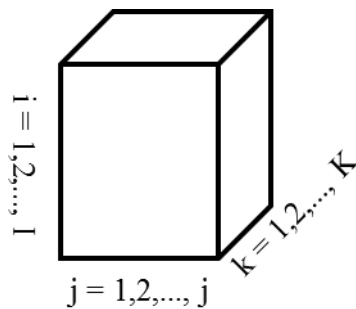


Figura 2.13 - Representação geométrica de um tensor de ordem três.

Em que o tensor apresentado é denotado por χ e as dimensões são definidas da seguinte forma: a dimensão i corresponde às instâncias ou aos experimentos conduzidos no sistema hidráulico, que se diferenciam pelas suas condições iniciais ou de estado permanente; a dimensão j corresponde à posição do sistema onde foi efetuada a medição de pressão, variando de 1 até o número máximo de pontos monitorados na tubulação; a dimensão k corresponde ao passo de tempo em que foi realizada a medida, variando de 1 até $\left\lfloor \frac{T}{\Delta t} \right\rfloor$, onde T corresponde ao período transiente analisado. Além disso, como estabelecido anteriormente na apresentação do modelo PARAFAC, as diversas dimensões, nesse caso, instâncias, posições e passos de tempo, são associadas a números naturais. Esse modelo de decomposição pode ser empregado na identificação e mensuração de ruídos e consequente filtragem de dados. Com efeito, vem sendo utilizado, principalmente na área de telecomunicações, com essa finalidade a exemplo do trabalho de Richter, Salmi e Koivunen (2008), que empregaram o modelo PARAFAC para a filtragem de ruídos de medição em canais de um sistema de transmissão de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Com isso, pretende-se utilizar o modelo PARAFAC a fim de filtrar ruídos de bases de dados de pressão e permitir que os parâmetros dos modelos associados ao transiente hidráulico sejam calibrados de modo efetivamente universal.

O tensor χ pode ser agrupado de três modos distintos, através de camadas dispostas de forma horizontal, lateral ou frontal. Cada fatia horizontal é representada pela notação $\chi(i, :, :)$ e corresponde às aferições de carga realizadas durante um determinado evento transiente. As camadas laterais, denotadas por $\chi(:, j, :)$, indicam as medições em um determinado ponto da tubulação, considerando cada experimento realizado e o período transiente analisado. As fatias frontais, denotadas por $\chi(:, :, k)$, representam as medidas de carga para todos os pontos monitorados, em cada cenário avaliado, para um determinado passo de tempo.

O tensor previamente caracterizado é utilizado como dado de entrada para o processo de filtragem baseado no método de decomposição de fatores paralelos (PARAFAC), discutido anteriormente.

2.5 MÉTODOS PARA AVALIAÇÃO SISTEMÁTICA DO ATRITO TRANSIENTE

2.5.1 Análise de sensibilidade

Um dos passos fundamentais para a validação de modelos de atrito transiente, tal como a proposta de Pothof (2008), é a determinação dos parâmetros que exercem maior influência nos resultados do modelo. Essa informação pode ser obtida por meio de uma análise de sensibilidade e permite que parâmetros não importantes sejam descartados. Além disso, pode ser utilizada como uma ferramenta para a redução das incertezas e do número de parâmetros de um modelo, contribuindo para o aumento da precisão do modelo. De acordo com Hambi (1994), a análise de sensibilidade pode ser conduzida visando uma série de objetivos, dentre os quais pode-se citar: a identificação dos parâmetros que irão requerer pesquisa adicional para o aperfeiçoamento da base de dados; a identificação dos parâmetros insignificantes, que poderão ser eliminados do modelo final; a identificação dos dados de entrada que irão contribuir de modo mais efetivo para a variabilidade dos dados de saída; a identificação dos parâmetros que possuem maior correlação com os dados de saída e a determinação das consequências da variação de um dado de entrada específico.

Um dos métodos mais simples e eficientes para a análise de sensibilidade de parâmetros é o método denominado *One-at-a-Time*, que consiste em promover variações sistemáticas e repetidas em um determinado parâmetro, enquanto os outros se mantêm invariantes.

Conforme Hambi (1994), este método permite o estabelecimento de um *ranking* de sensibilidade, através da observação da variação percentual na variável dependente do modelo correspondente a variação percentual de cada parâmetro, para um valor percentual pré-definido. Uma limitação do método é que se trata de uma análise “local”, pois, nesse caso, a sensibilidade é avaliada apenas em relação ao valor de parâmetro escolhido e não em relação a distribuição completa de parâmetros. Entretanto, para modelos com um número reduzido de parâmetros a serem calibrados, a exemplo do modelo de atrito transiente de Pothof (2008), que possui os parâmetros de calibração d e K , o método *One-at-a-Time* é adequado. Pois, permite, nesse contexto, uma avaliação simples e eficiente, comparável a de métodos mais complexos. Logo, o Método *One-at-a-Time* será empregado para analisar e validar o modelo de Pothof (2008), pois na validação apresentada pelo autor não foi evidenciado o uso de uma análise de sensibilidade para a verificação da influência dos parâmetros nos resultados do modelo.

2.5.2 Análise do Erro Médio

A avaliação da precisão do modelo de atrito transiente proposto é feita por meio do cálculo da norma do erro relativo. Niroomandi, Borghei e Bohluly (2012) aplicaram o conceito de norma do erro relativo para mensurar o erro numérico do conjunto de pontos de uma malha, em um determinado instante da simulação transiente. Na presente abordagem, esse conceito foi adaptado para analisar o erro numérico de um conjunto de valores de carga assumidos por um determinado ponto do sistema, em cada passo de tempo. A definição adaptada é expressa pela equação (2.216):

$$\text{Norma do erro relativo} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (H_{ex,i} - H_{nu,i})^2}{\sum_{i=1}^N (H_{ex,i})^2}} \quad (2.216)$$

Em que $H_{ex,i}$ representa a carga experimental ou exata, $H_{nu,i}$ indica a carga obtida numericamente em um determinado passo de tempo i e N é o número de passos de tempo durante o período de simulação.

2.5.3 Atenuação dos picos de pressão

Para avaliar o efeito de atenuação resultante da consideração do atrito transiente, empregou-se a definição proposta por Duan et al. (2010). Os autores julgaram importante mensurar a contribuição, em termos percentuais, do efeito do atrito transiente na atenuação total dos picos de carga. A referida contribuição percentual é definida como:

$$\text{Contribuição(\%)} = \frac{\text{Atenuação dos picos pelo atrito transiente}}{\text{Atenuação total dos picos}} \times 100 \quad (2.217)$$

Em que a atenuação dos picos é definida como a quantidade amortecida do pico de carga, em cada período, em relação à carga piezométrica inicial, também denominada carga piezométrica de Joukowsky. A definição da atenuação dos picos pode ser reformulada em termos matemáticos:

$$\text{Atenuação dos picos} = H_J - H_{\text{Pico}} \left(\frac{t}{2L/a} \right) \quad (2.218)$$

Em que H_J indica a carga piezométrica de Joukowsky e H_{Pico} representa a carga máxima no período $\frac{t}{2L/a}$.

3. METODOLOGIA

O trabalho está dividido nas seguintes etapas, como mostrado na Figura 3.1. : (1) Revisão bibliográfica dos modelos de atrito transiente no Golpe de Aríete; (2) Estudo sobre o modelo da coluna elástica; (3) Estudo sobre o modelo de atrito transiente de Photof (2008); (4) Estudo sobre métodos de decomposição tensorial; (5) Integração da proposta de atrito transiente ao transiente hidráulico; (6) Proposta de sistema para avaliação do desempenho de modelos para o transiente hidráulico; (7) Proposta de modelo para filtragem de dados experimentais; (8) Elaboração do algoritmo para testes dos modelos propostos; (9) Teste dos modelos; (10) Análise e síntese dos resultados.

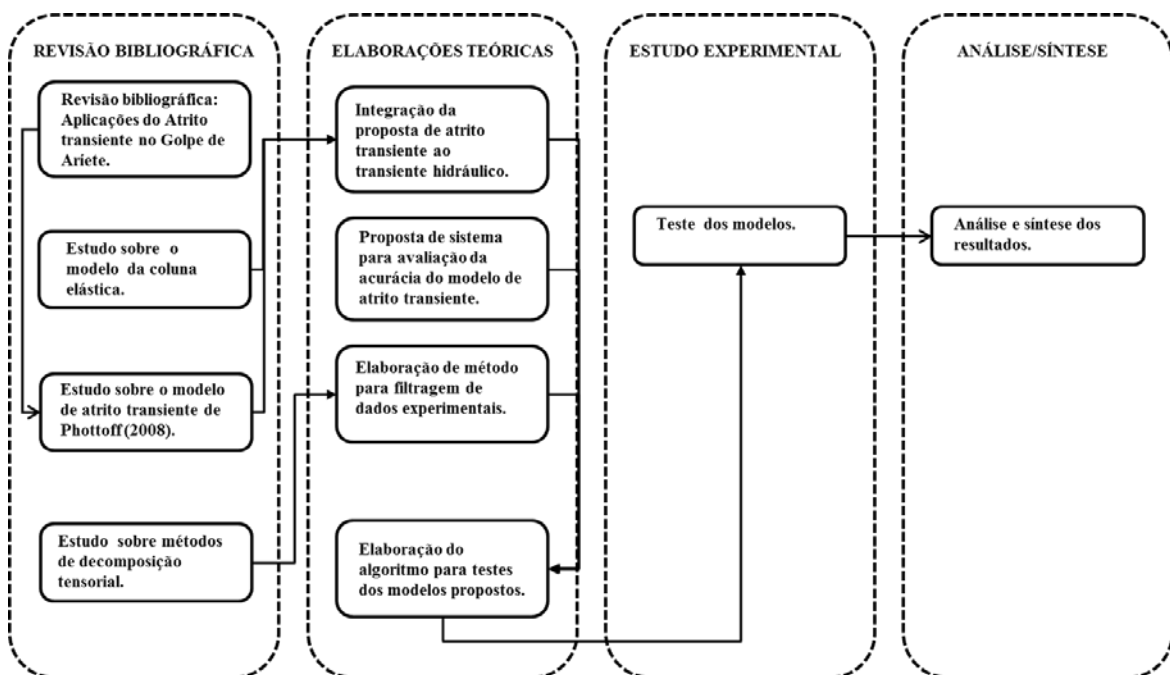


Figura 3. 1 - Etapas da Pesquisa.

Etapa 1. Revisão bibliográfica dos modelos de atrito transiente no Golpe de Aríete - Para isso, foi feita uma revisão de cunho exploratório com vistas a identificar as principais contribuições para a modelagem do atrito transiente no Golpe de Aríete. Para a consecução da pesquisa foram utilizados os seguintes repositórios: Portal de Periódicos da CAPES, Science Direct, Taylor & Francis Online e American Society of Civil Engineers (ASCE). Os principais trabalhos relacionados ao desenvolvimento e aplicações de modelos de atrito transiente foram analisados. A revisão foi estabelecida com a intenção de reforçar a justificativa para o emprego de um modelo de atrito transiente no golpe de Aríete e de enumerar as principais potencialidades e deficiências de cada

modelo. Além disso, com base nas conclusões da revisão, procurou-se elegeu um modelo de atrito transiente para ser aplicado no presente estudo.

Etapa 2. Estudo sobre o modelo da coluna elástica. A finalidade desta etapa foi analisar os elementos primordiais do modelo clássico. O modelo clássico ou da coluna elástica consiste em uma abordagem frequentemente empregada para a descrição do transiente hidráulico. Portanto, necessita ser avaliada e comparada com outros modelos mais completos e, supostamente mais precisos, para que sejam evidenciados os benefícios da consideração de um modelo mais complexo. Ademais, o modelo clássico funciona como base matemática para a elaboração de modelos mais complexos. Por exemplo, modelos que descrevem efeitos dinâmicos de dissipação de energia, como é o caso dos modelos de atrito variável, podem ser facilmente incorporados às equações de momento do modelo da coluna elástica.

Etapa 3. Estudo sobre o modelo de atrito transiente de Photof (2008). O objetivo desta etapa foi aprofundar e compreender o modelo de atrito variável de Photof (2008), identificado na etapa de revisão bibliográfica. A partir da revisão bibliográfica foi possível verificar que o modelo considerava explicitamente os efeitos da difusão da turbulência, relevante em grande parte dos eventos transientes ocasionados em sistemas hidráulicos reais e de laboratório. Além disso, havia sido previamente aplicado e validado em um cenário transiente similar ao abordado na presente pesquisa (transientes hidráulicos gerados por falha no bombeamento). Assim, devido as suas potencialidades, o modelo foi escolhido para descrever o atrito variável no escoamento transiente. O modelo foi explorado com a finalidade ser incorporado ao simulador transiente proposto nesta metodologia.

Etapa 4. Estudo sobre métodos de decomposição tensorial. O objetivo desta etapa foi obter um aprofundamento sobre o método PARAFAC de decomposição tensorial de modo a identificar sua aplicabilidade e fornecer os fundamentos para a proposição de um mecanismo para filtragem de dados de carga e vazão.

Etapa 5. Proposta de integração dos efeitos dinâmicos de dissipação no transiente hidráulico. A finalidade desta etapa foi desenvolver uma estrutura matemática completa para a descrição do transiente hidráulico em sistemas simples de adução. Dessa forma, o modelo de atrito transiente de Pothof (2008), identificado na revisão bibliográfica e descrito na etapa 3, foi efetivamente incorporado às equações de governo do Golpe de Aríete. À perda de carga formulada por Pothof (2008) foi adicionada o termo de atrito quase-permanente na equação do momento e o sistema de equações

diferenciais resultante foi resolvido com base no Método das Características (MOC) aliado a um esquema de diferenças finitas. O produto final dessa etapa foi um sistema de equações características do transiente hidráulico, em que o termo de atrito variável é levado em consideração.

Etapa 6. Proposta de sistema para avaliação do desempenho de modelos para o transiente hidráulico. A finalidade desta etapa foi apresentar uma sistemática para avaliação dos resultados numéricos do modelo de atrito transiente. Foram utilizados critérios de avaliação tais como, erro mínimo quadrático, atenuação da onda de pressão e avaliação da sensibilidade de parâmetros dos modelos envolvidos. A adequação do modelo proposto estaria condicionada à minimização do erro e dos desvios dos parâmetros de atenuação em relação aos dados experimentais.

Etapa 7. Proposta de modelo para filtragem de dados experimentais. O objetivo desta etapa foi apresentar um método para filtragem de dados experimentais coletados na literatura, com a finalidade de eliminar eventuais ruídos no sistema de aquisição de dados. Para isso, utilizou-se como suporte as conclusões estabelecidas na etapa de revisão bibliográfica e as conclusões a respeito das potencialidades do método PARAFAC, na etapa de estudos sobre métodos de decomposição tensorial.

Etapa 8. Elaboração do algoritmo para testes dos modelos propostos. A finalidade desta etapa foi desenvolver uma rotina computacional para automatização dos processos de simulação do transiente hidráulico, de avaliação do desempenho dos resultados numéricos e de filtragem de dados experimentais. Para a simulação do transiente hidráulico, foi utilizado como suporte o “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”, implementado em linguagem Java por pesquisadores do Laboratório de Hidráulica Computacional da Universidade Federal do Ceará. A partir daí, foi desenvolvido um algoritmo para a descrição do modelo de atrito transiente de Pothof(2008), que foi integrado à plataforma existente. Para a automatização da avaliação do desempenho do atrito transiente, foram implementadas rotinas computacionais na plataforma SCILAB 5.4.1. Nesse contexto, foram desenvolvidos algoritmos para a avaliação da norma do erro relativo, conforme a proposição de Niroomandi, Borghei e Bohluly (2012), para a determinação da atenuação dos picos máximos de pressão e das contribuições percentuais da atenuação, de acordo com a proposta de Duan et al. (2010) e para a avaliação das variações percentuais, resultados da análise de sensibilidade denominada *one-at-time*. Para a filtragem de dados experimentais foi empregado um *toolbox* denominado *N-way*, implementado no software MATLAB por Andersson e Bro

(2000). Esse software foi utilizado para obtenção das matrizes fatores e deveria ser complementado por um algoritmo para obtenção do tensor de resíduos. Assim, nesse trabalho, foi implementada uma rotina em SCILAB 5.4.1 para a recombinação dos dados decompostos pelo *toolbox N-way* e, conseqüente obtenção do tensor de resíduos.

Etapa 9. Teste dos modelos. A finalidade desta etapa foi obter resultados numéricos, com base no simulador implementado, para comparação com dados experimentais coletados na literatura. Para a obtenção dos dados experimentais, foram coletadas informações sobre o comportamento das variáveis de estado em sistemas de topologia simples, compostos por bomba centrífuga a montante e reservatório a jusante, com transiente hidráulico gerado pelo desligamento abrupto da bomba.

Etapa 10. Análise e síntese dos resultados.

O propósito desta etapa foi analisar e sumarizar os resultados obtidos no teste do modelo de transiente hidráulico, para identificar se o modelo poderia ser utilizado na previsão do comportamento transiente em situações reais. Para isso, foram estabelecidas comparações de dados experimentais coletados na literatura com os resultados numéricos oriundos da simulação computacional. O desempenho do resultado numérico em relação aos dados experimentais foi avaliado com base em critérios tais como erro quadrático, atenuação e sensibilidade dos parâmetros do modelo envolvido. Os dados experimentais foram tratados pelo método de filtragem proposto na etapa 7 da metodologia, e os ruídos foram analisados quanto as suas possíveis causas. Além disso, foram averiguadas as limitações do modelo proposto e estabelecidas sugestões para pesquisas futuras com a finalidade de superar essas restrições.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Descrição dos Sistemas Hidráulicos coletados na literatura

4.1.1 Sistemas utilizados para a análise do Modelo de atrito Transiente

Para analisar o modelo de atrito transiente proposto por Pothof(2008), procurou-se identificar sistemas que atendessem aos seguintes critérios: (1) topologia simples composta basicamente por estação de bombeamento, tubos em série e reservatório, (2) cenário de falha no bombeamento, (3) tubos feitos com material de comportamento reológico elástico, visando eliminar outros efeitos de amortecimento da onda de pressão tal como a viscoelasticidade. Assim, com base nessas orientações, foram selecionados os dados dos sistemas estudados por Larson e Jönsson (1991) e por Soares, Covas e Ramos (2013). A estação de bombeamento de Larson e Jonsson (1991) é descrita detalhadamente nesta seção, enquanto que o sistema estudado por Soares, Covas e Ramos (2013), denominado Sistema da Guarda, é descrito na próxima seção, pois ele também será aplicado na validação do modelo de filtragem.

4.1.1.1 Estação de bombeamento de Larson e Jönsson (1991)

Larson e Jönsson (1991) investigaram um sistema real de bombeamento composto por tubos de ferro fundido interligados a um tubo de aço, localizado próximo ao conjunto moto-bomba. Nesse sistema, os condutos estão soldados à parede da estação de bombeamento. Dessa forma, pode-se assumir a restrição de que os tubos não possuem movimento axial, ou seja, a interação fluido-tubo é desprezível. Este condutos estão interligados através de uma configuração simples e o sistema pode ser representado pelo perfil mostrado na Figura 4.1:

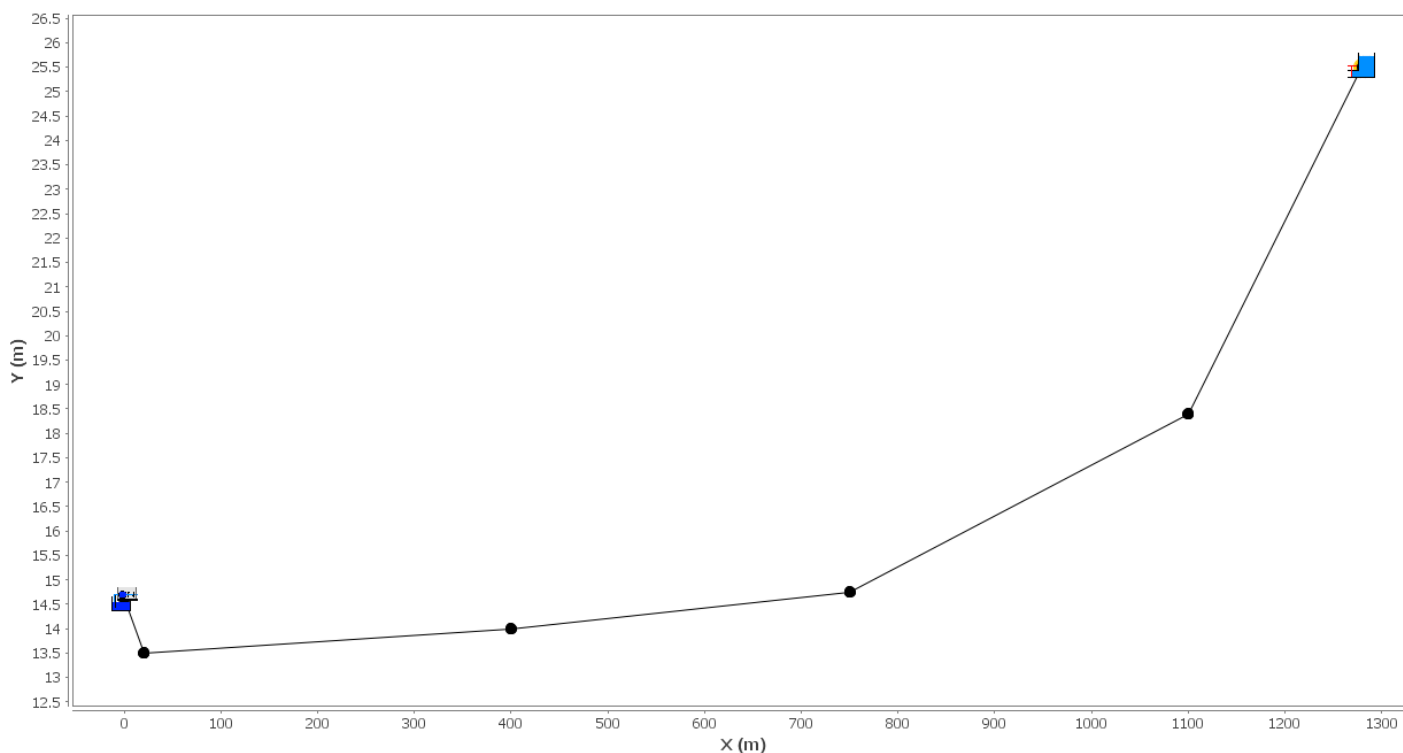


Figura 4. 1 - Perfil do sistema hidráulico de Larson e Jonsson(1991).

O sistema é composto por duas bombas submersíveis, conectadas em paralelo, conduzindo água não tratada contra uma carga estática de cerca de 12 m através de um tubo de ferro fundido de 0,3 m de diâmetro e comprimento de 1288 m. As informações das bombas centrífugas são dadas por meio da Tabela (4.1):

Tabela 4. 1 – Parâmetros das bombas centrífugas.

Parâmetros das bombas centrífugas				
N (RPM) (Estado Permanente)	I (kg.m ²)	Q(m ³ /s)	H (m)	P(kw)
1460	0,51	0,060	20,3	21

O conjunto de bombas é equipado com válvulas de retenção de diâmetros nominais 0,25 m, localizadas nas proximidades da região de descarga das bombas, com a finalidade de prevenir o fluxo reverso resultante do Golpe de Ariete. Além disso, os autores constataram que o funcionamento de apenas uma das bombas resultava em uma vazão de $Q = 0,069 \text{ m}^3/\text{s}$ no sistema e a operação simultânea de ambas as bombas, implicava em uma vazão de $Q = 0,110 \text{ m}^3/\text{s}$, com cargas totais de $H = 15,5 \text{ m}$ e $21,3 \text{ m}$ de coluna d' água, respectivamente.

A coleta dos dados de carga piezométrica foi realizada em um tubo de aço de 1,6m, dentro da estação de bombeamento, por meio de transdutores de pressão com frequência de aquisição de 25 kHz, e intervalos de medida de 0-10, 0-20 ou 0-30 bar (pressão absoluta). Nesse sistema, os autores avaliaram transientes hidráulicos induzidos por meio de acionamento ou desligamento de um dos conjuntos moto-bomba.

A Figura (4.2) mostra a variação típica na pressão absoluta depois da interrupção no funcionamento de uma das bombas. Imediatamente após o desligamento da bomba, a pressão se reduz para um nível abaixo das condições atmosféricas, seguida por um pico agudo causado pelo fechamento atrasado da válvula de retenção. A pressão oscila com um período característico até que o atrito no conduto eventualmente amortee a variação de pressão e um novo estado permanente ocorra.

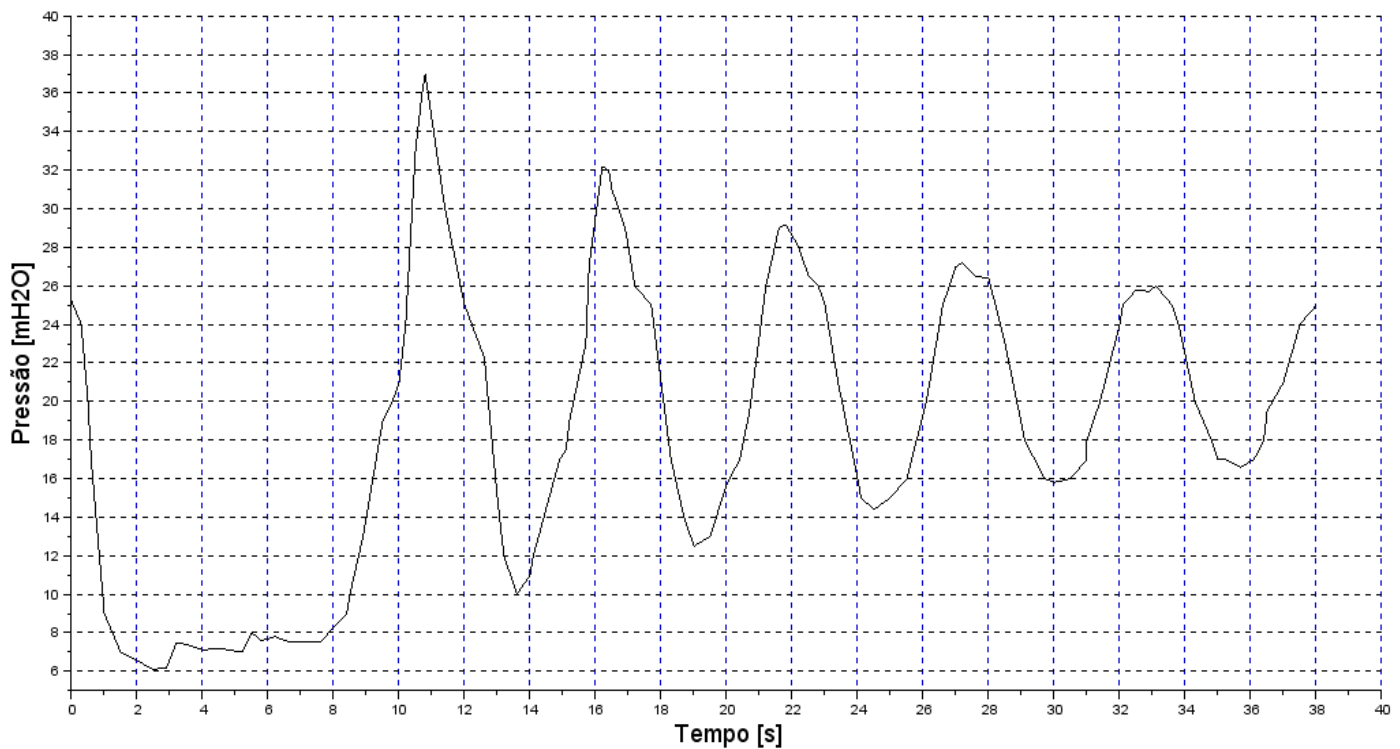


Figura 4. 2 - Variação na pressão no tubo de ferro fundido depois do desligamento de uma bomba. Fonte: Adaptado de Larson e Jonsson(1991).

4.1.2. Sistemas utilizados na validação do Modelo de Filtragem

Para validar o modelo de filtragem proposto no capítulo 5 deste trabalho foram utilizados os resultados de campo obtidos por Pothof (2008) e Soares, Covas e Ramos (2013). Para que o modelo de filtragem pudesse ser utilizado, os dados de carga teriam que ser organizados de forma tridimensional. Onde a primeira dimensão corresponderia às

instâncias ou às coletas realizadas em sistemas hidráulicos, a segunda dimensão estaria associada à posição do sistema em que a medição de carga foi efetuada e a terceira dimensão estaria ligada ao passo de tempo em que foi realizada a aferição, variando de 1 até $\left\lfloor \frac{T}{\Delta t} \right\rfloor$, onde T corresponde ao período transiente analisado. Assim, o emprego do modelo está condicionado a existência das três dimensões mencionadas. Para que uma dimensão seja considerada no modelo matemático, ela deve conter pelo menos dois conjuntos de dados. Assim, visando satisfazer esse critério, foram selecionados os resultados experimentais de Pothof (2008) e Soares, Covas e Ramos (2013), pois os sistemas utilizados pelos autores possuem topologia similar (sistema bomba-tubo-reservatório) e foram submetidos ao mesmo tipo de cenário transiente (falha no conjunto moto-bomba), podendo ser classificados como instâncias distintas ou elementos da primeira dimensão. Outro ponto que favoreceu a escolha desses resultados foi a existência de dois pontos de coleta em cada sistema, o que corresponde à segunda dimensão do modelo de filtragem proposto.

4.1.2.1 Sistema de Tratamento Bath (NL) - Holanda

O sistema Bath (NL) consiste em um conjunto de condutos de concreto interligados em série e perfazendo um comprimento total de 14.9 km. Os tubos que integram os 2.1 km iniciais do sistema possuem diâmetro interno de 1800 mm e os tubos restantes possuem diâmetro interno de 1500mm. O fluxo no sistema é regulado por um conjunto de duas bombas, uma em operação e a outra em *stand-by*, amortecidas hidráulicamente por válvulas de retenção com características de amortecimento desconhecidas e uma válvula de retenção *by-pass*. A pressão é aferida por meio de transdutores de pressão instalados em pontos situados a 1.5km, 3km e 12 km da estação de bombeamento. O cenário transiente associado ao sistema Bath NL consiste em uma falha no bombeamento, partindo de uma vazão de operação inicial de 1.67 m³/s. Após o evento gerador do transiente hidráulico, a vazão na estação de bombeamento se reduz para 12% do valor inicial depois de um período de 180s.

As informações pertinentes à operação transiente estão sumarizadas na Tabela (4.2). A notação Q_0 indica a vazão inicial do sistema antes da aplicação da manobra transiente, T_M representa a duração da manobra e T o período da onda de pressão no sistema de tubos.

Tabela 4. 2 – Dados de operação do transiente hidráulico.

Dados de operação do transiente hidráulico							
Sistema	Manobra	Q_0 (m ³ /s)	Re(-)	a(m/s)	T_M (s)	T(s)	P(-)

Bath NL	Falha no bombeamento	1.67	1470000	1170	30*	25.5	2
---------	----------------------	------	---------	------	-----	------	---

* A velocidade da bomba foi reduzida em 10% depois de 30 s.

As Figuras (4.3) e (4.4) mostram a variação na pressão absoluta após o evento gerador do golpe de aríete. Obviamente, a queda de pressão do ponto situado a 3km da estação de bombeamento é mais acentuada, pois se trata do ponto mais próximo do conjunto moto-bomba.

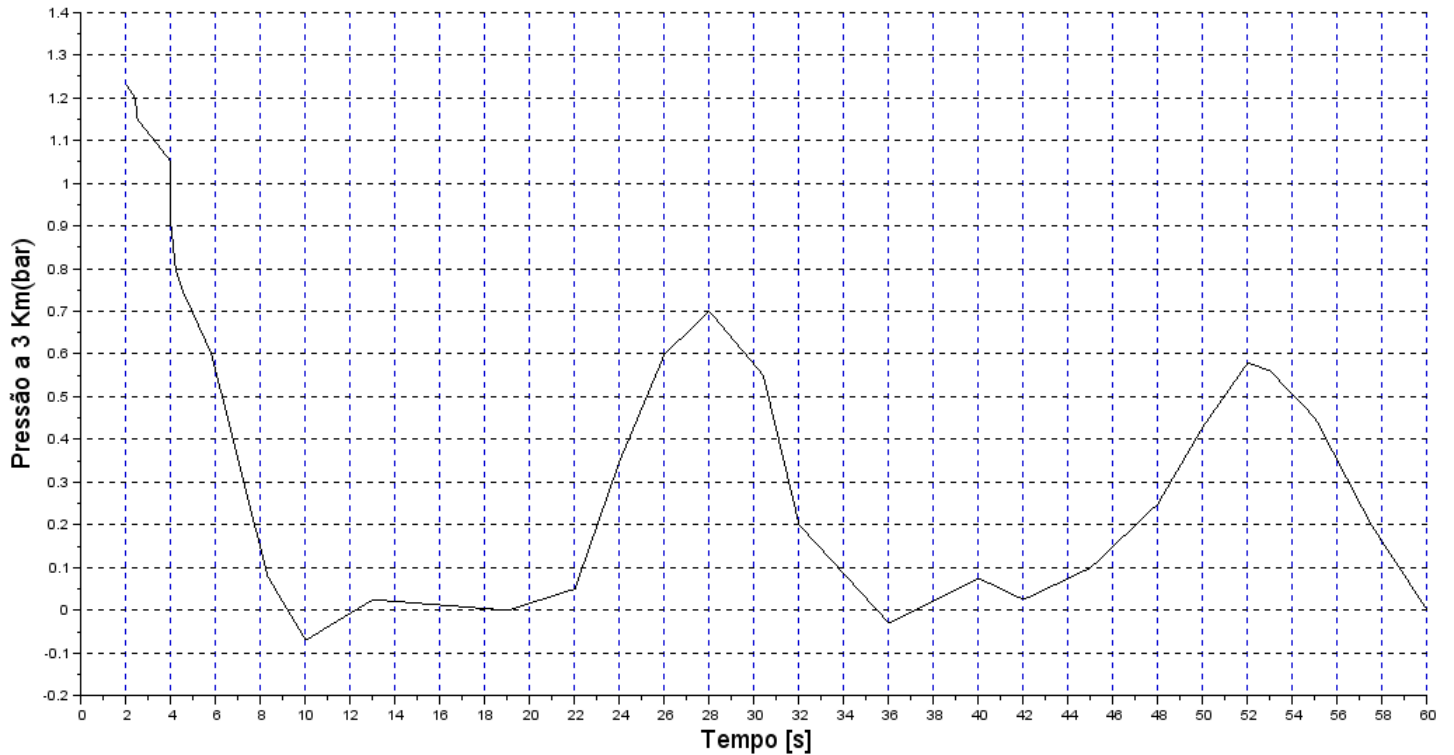


Figura 4.3 - Falha no bombeamento – Sistema Bath a 3 Km(NL). Fonte: Pothof (2008).

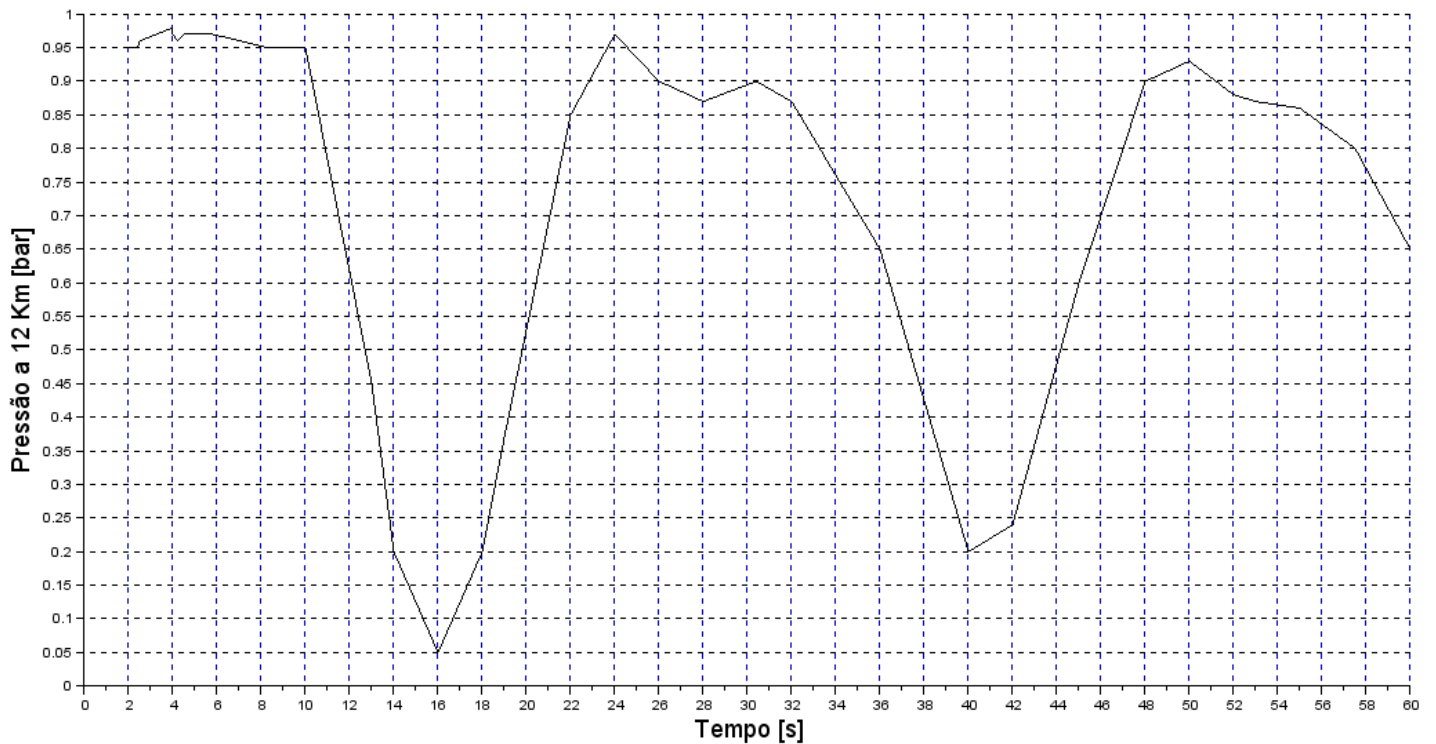


Figura 4.4 - Falha no bombeamento – Sistema Bath a 12 Km(NL). Fonte: Pothof (2008).

4.1.2.2 Sistema de bombeamento da cidade de Guarda – Portugal

Na avaliação do modelo de filtragem proposto nessa pesquisa também foram utilizados os resultados obtidos por Soares, Covas e Ramos (2013). Em seu trabalho, os autores investigaram o transiente hidráulico provocado pela falha no conjunto moto-bomba na estação de bombeamento do Instituto Politécnico da Guarda (IPG), situado na cidade de Guarda em Portugal. O sistema consiste de uma elevatória interligando dois reservatórios, o reservatório de Prado e o do IPG. O tubo principal é feito de ferro fundido, associado a uma tubulação PVC de comprimento reduzido (cerca de 0,7% do comprimento total do sistema), e possui um diâmetro nominal de 500 mm e um comprimento de 2225 m. As características gerais e o perfil do sistema podem ser visualizados nas figuras (4.5) e (4.6):

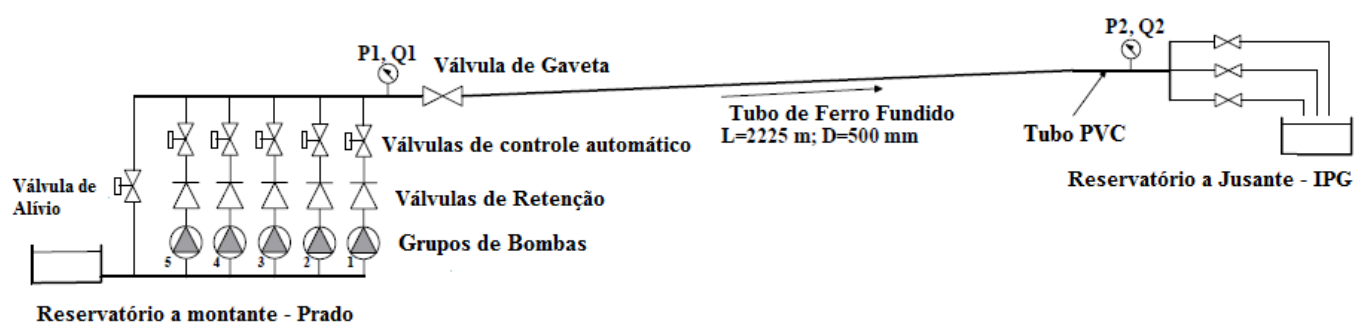


Figura 4.5 - Características Gerais do Sistema da Guarda.
 Fonte: Soares, Covas e Ramos (2013).

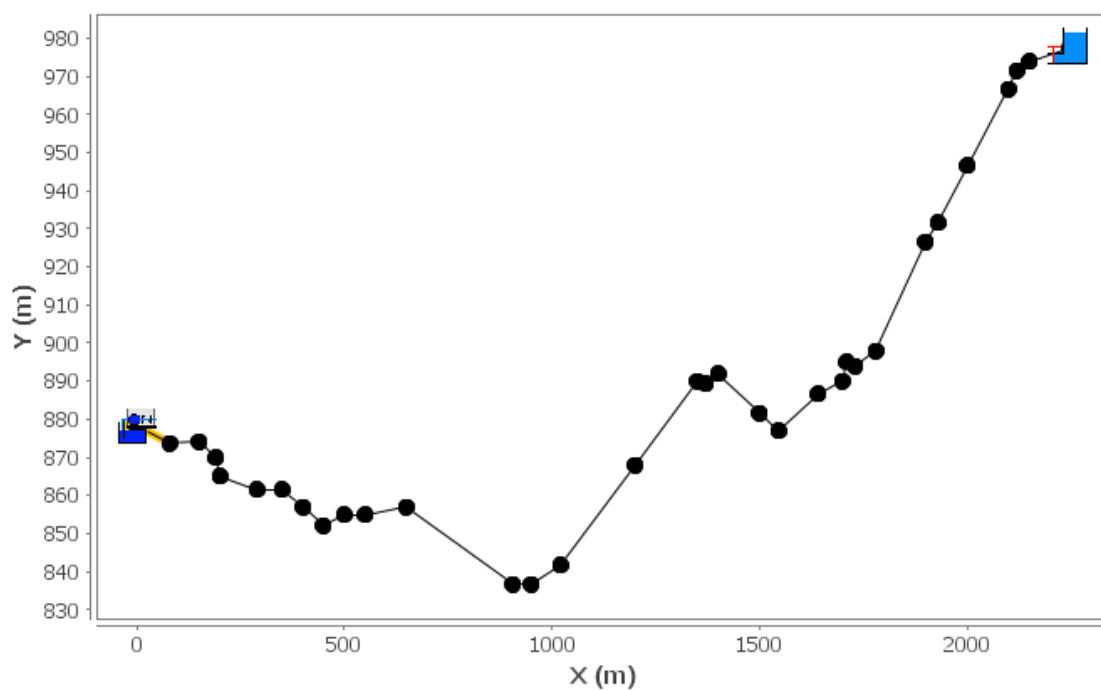


Figura 4.6 - Perfil do Sistema da Guarda. Fonte : Adaptado de Soares, Covas e Ramos (2013).

As informações relacionadas às propriedades físicas e geométricas do conduto de ferro fundido estão apresentadas na Tabela (4.3):

Tabela 4.3 – Propriedades do tubo de ferro fundido.

Propriedades do Tubo de Ferro Fundido			
D (mm)	e(mm)	E(GPa)	$\mu(-)$
500	13.5	170	0.25

A estação de bombeamento de Prado, mostrada na Figura (4.5), é composta por três bombas submersíveis e duas bombas centrífugas, todas instaladas em paralelo. Em cada bomba é instalada uma válvula de controle automático e uma válvula de gaveta. Além disso, o sistema possui um dispositivo de proteção contra as ondas de pressão (válvula de alívio). Os testes foram realizados por meio de manobras em uma das bombas submersíveis, com as características dadas pela Tabela (4.4):

Tabela 4. 4 – Parâmetros nominais da bomba centrífuga submersível.

Parâmetros Nominiais da bomba centrífuga submersível				
$\eta_R(-)$	$N_R(\text{rpm})$	$Q_R(\text{m}^3/\text{h})$	$H_R(\text{m})$	$P_R(\text{kW})$
0.78	3000	300	105	110

Para a determinação da inércia do conjunto moto-bomba os autores empregaram a formulação proposta por Thorley e Faithfull (1992) e obtiveram o valor estimado de $I = 1034 \text{ kg.m}^2$.

O sistema de aquisição de dados é composto por dois transdutores de pressão, a uma frequência de aquisição de 50Hz, e dois dispositivos para medir vazão. Na figura (6.9), são apresentadas as localizações de cada dispositivo de medição.

As Figuras (4.7) e (4.8) mostram a variação na pressão absoluta após a falha em uma das bombas do sistema. Do mesmo modo que o sistema anterior, os efeitos da onda de pressão são mais evidentes no ponto próximo a estação de bombeamento.

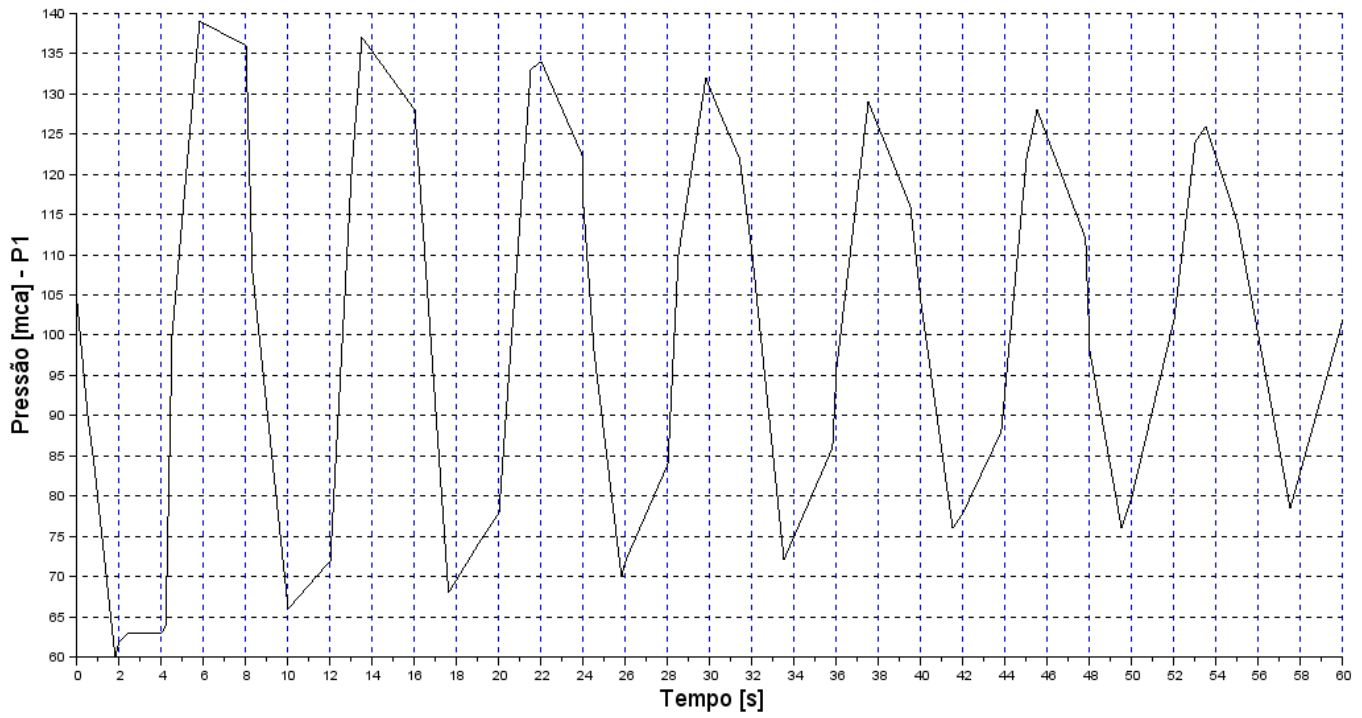


Figura 4.7 - Pressões observadas no ponto P1 do Sistema da Guarda. Fonte: Soares, Covas e Ramos (2013).

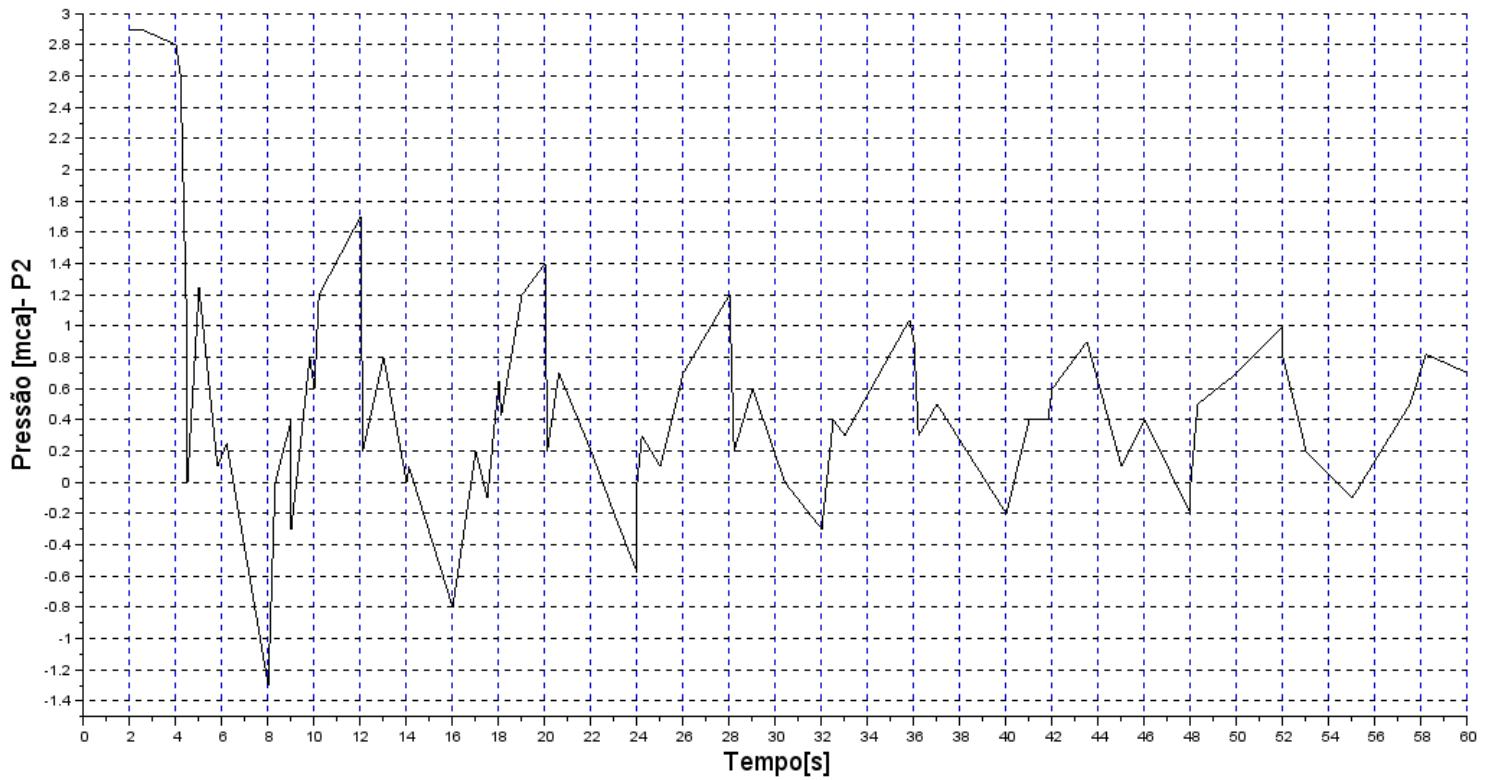


Figura 4.8 - Pressões observadas no ponto P2 do Sistema da Guarda. Fonte: Soares, Covas e Ramos (2013).

4.2 Simulação do Modelo de Atrito Transiente de Pothof (2008)

O modelo de atrito de Pothof (2008) foi implementado nos Sistemas de Larson e Jonsson (1991) e Sistema da Guarda, e seus parâmetros K e d foram ajustados por tentativa e erro, gerando os gráficos apresentados nas Figuras (4.11) e (4.12). Em ambos os sistemas o transiente foi gerado por falha no bombeamento e foram coletados os dados de pressão aferidos em um ponto nas proximidades do conjunto moto-bomba. Para efeito de comparação, foram obtidos dados numéricos correspondentes ao Modelo da Coluna Elástica (Chaudhry, 1987) e os dados coletados não foram submetidos a tratamentos ou filtragem preliminares. Essas simulações tiveram a finalidade de verificar a acurácia do Modelo de atrito de Pothof (2008) em relação ao Modelo Clássico.

Para a simulação do Atrito Transiente de Pothof (2008), foi implementada uma rotina computacional, descrita pelo pseudocódigo do Apêndice A.5. Essa rotina foi incorporada como uma classe ao “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”, desenvolvido por pesquisadores do Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC) do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará (UFC).

Após a inclusão da classe associada ao Modelo de Atrito Transiente, foram realizados os devidos carregamentos de perfil para os Sistemas de Larson e Jonsson(1991) e o Sistema da Guarda, incluindo as seguintes informações: quantidade de trechos, material do tubo, cota de montante, cota de jusante, comprimento de cada trecho e diâmetro nominal. O layout para o formulário de carregamento de perfil é apresentado na Figura (4.9)

Trecho	Cota Mont. (m)	Cota Jus. (m)	Comp. (m)	DN (mm)	Material
1					

Figura 4.9 - Formulário para carregamento de perfil no “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”.

Para a inclusão das propriedades do conjunto moto-bomba, foram cadastradas as especificações da bomba, incluindo as seguintes informações: número total de bombas,

vazão total do sistema em m^3/s , o número de rotações da bomba em rpm, a vazão por bomba em regime permanente (m^3/s), a altura manométrica do sistema (m), a rotação de máxima eficiência da bomba (rpm), o rendimento por bomba e o momento de inércia das massas girantes ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$). O layout para o cadastro das especificações da bomba é apresentado na Figura (4.10):

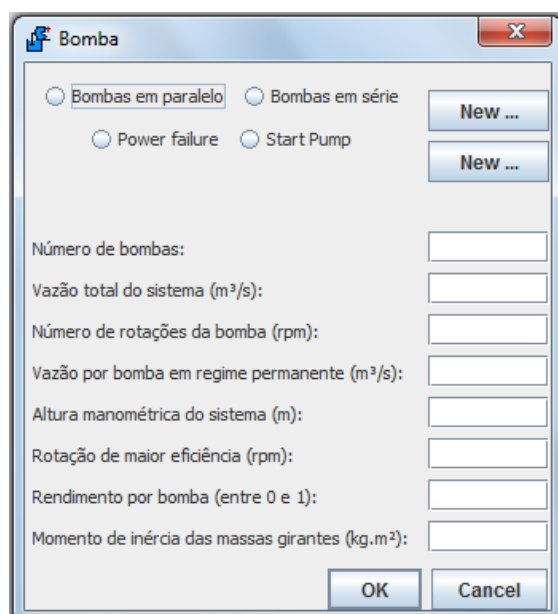


Figura 4.10 - Formulário para cadastro das especificações das bombas no “Software para Cálculo do Transiente Hidráulico”.

4.2.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991)

Para os dados coletados por Larson e Jonsson (1991), os valores de melhor ajuste foram $d = 2.6$ e $K = 0.04$, obtidos por tentativa e erro. Observa-se da Figura (4.11) que os quatro picos máximos de pressão obtidos por meio do modelo de atrito transiente concordam muito bem com os gerados por meio do Modelo da Coluna Elástica, mas destoam dos dados de Larson e Jonsson(1991). As discrepâncias entre os resultados elevam-se, gradativamente, em passos de tempo posteriores. Os resultados do Modelo de Pothof (2008) apresentam uma atenuação mais acentuada dos traços de pressão, o que corresponde com maior precisão aos dados de campo. Pode-se depreender também, com base na Figura, que a magnitude das discrepâncias na mudança de fase é maior do que a magnitude das discrepâncias na atenuação dos traços de pressão. Além disso, observa-se que os picos mínimos nos Modelos Clássico e de Pothof (2008) não possuem um bom nível de ajuste aos dados de campo.

Em termos do erro médio quadrático, os resultados numéricos obtidos pelo Modelo da Coluna Elástica e pelo Modelo de Atrito de Pothof com parâmetros de calibração de

melhor ajuste apresentaram valores muito próximos para a norma do erro relativo, sendo 0.5550751 para o Modelo Clássico e 0.5488962 para o Modelo de Pothof. A determinação da norma do erro relativo foi obtida por meio de uma rotina em SCILAB 5.4.1 (APÊNDICE A.8), em que o vetor de dados exatos e o vetor de dados simulados são as informações de entrada da rotina.

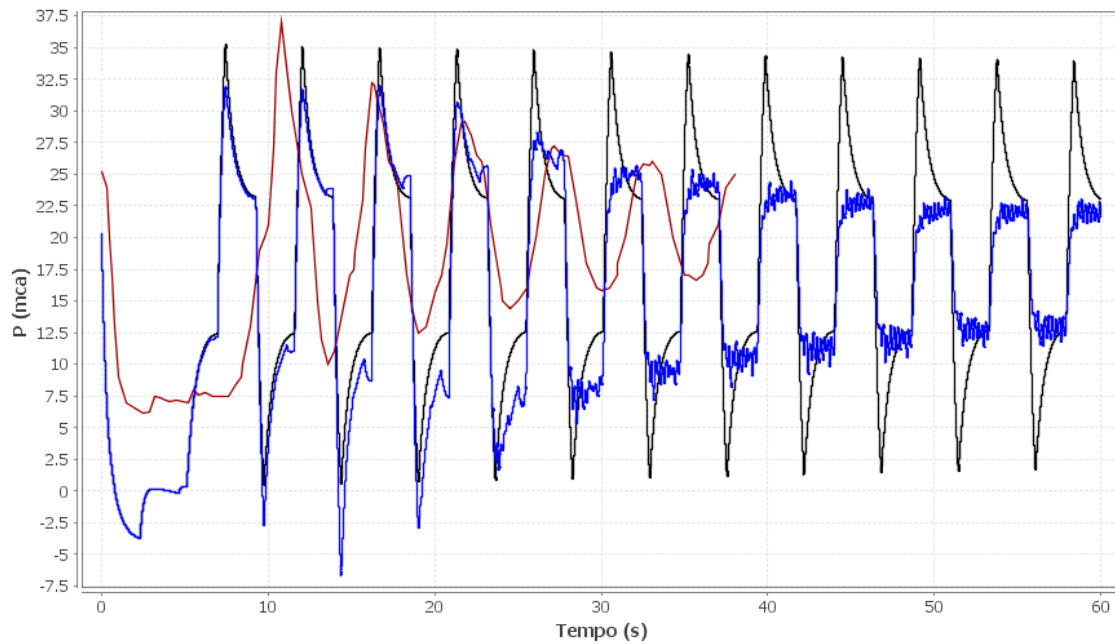


Figura 4.11 - Comparação entre o Modelo da Coluna Elástica (Linha preta), o Modelo de Atrito Transiente (Linha azul) e os dados experimentais (Linha vermelha) para a Estação e Bombeamento de Larson e Jonsson (1991).

4.2.2 Sistema da Guarda

Para os dados do Sistema da Guarda, os parâmetros de melhor ajuste foram $d = 0.3$ e $K = 0.002$. Nesse contexto, diferentemente do cenário anterior, os dados simulados com base no Modelo de Atrito de Pothof (2008) apresentam desde o início da simulação um comportamento similar aos dados coletados em termos da atenuação dos picos de pressão (Figura 4.12). O Modelo da Coluna Elástica apresentou um comportamento efetivamente diferenciado em termos da atenuação dos traços de pressão, produzindo picos que não descrevem satisfatoriamente o comportamento dos dados de pressão obtidos por Soares, Covas e Ramos (2013). Assim como no Sistema avaliado previamente, as discrepâncias entre os resultados oriundos do Modelo da Coluna Elástica e os dados coletados/Modelo

de Atrito Transiente são elevadas em tempos posteriores. No que concerne a mudança de fase e formato da onda de pressão os Modelos simulados apresentaram um comportamento similar, que não descreve com precisão o formato da onda de pressão coletada. Entretanto, a relação entre os resultados medidos e simulados pode ser melhorada para o Modelo de Pothof (2008) pelo uso de parâmetros obtidos através de Modelos Inversos com o suporte de Métodos de Busca Global (Algoritmos Genéticos) e Métodos combinados (Algoritmos Genéticos, Método de Levenberg – Marquadt) (KAPELAN, et al. 2002).

Fazendo-se a análise do erro médio quadrático, observou-se que os modelos clássico e de Pothof (2008) apresentaram-se adequados para a descrição do comportamento da onda de pressão, assumindo valores de 0.3803002 e 0.3448767 para a norma do erro relativo, respectivamente.

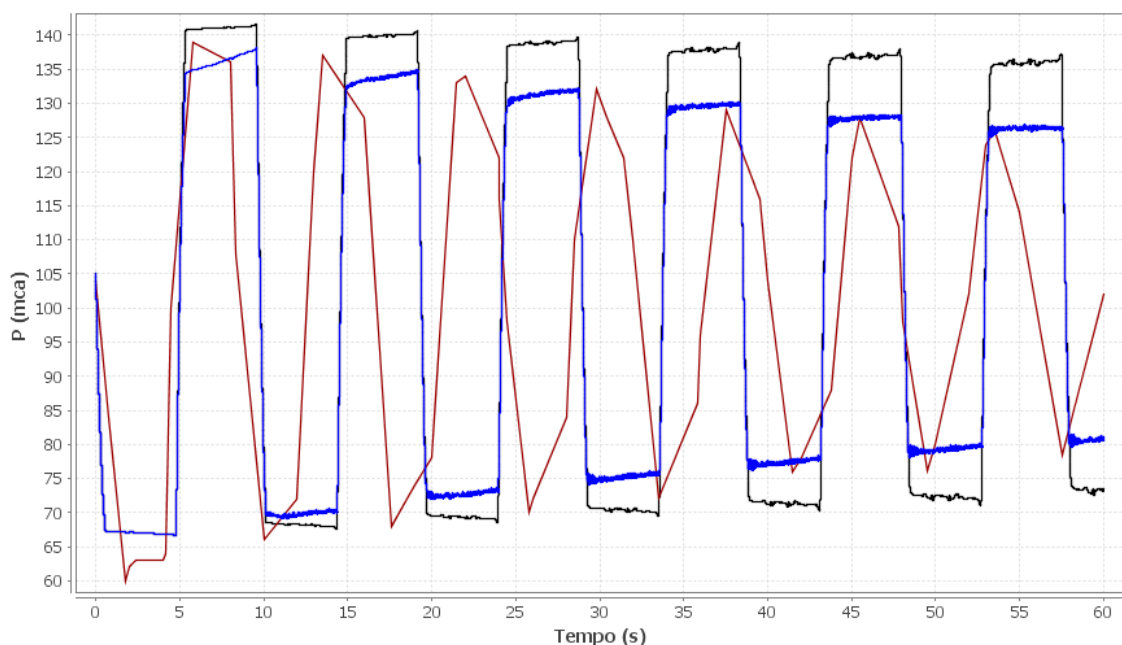


Figura 4. 12 - Comparação entre o Modelo da Coluna Elástica (Linha preta), o Modelo de Atrito Transiente (Linha azul) e os dados experimentais (Linha vermelha) para o Sistema da Guarda.

4.3 Análise de Sensibilidade – Método *One-at-Time*

A análise de sensibilidade foi realizada em relação aos parâmetros de calibração do Modelo de Atrito de Pothof (2008) e tomando como valores-base os valores de melhor ajuste obtidos por meio de tentativa e erro. Foi gerada uma pequena rotina no SCILAB 5.4.1. (APÊNDICE A.7), para o uso do Método *One-at-a-Time*. Nesse caso, as

informações de entrada foram os vetores de cargas obtidos pelo Software para cálculo do transiente hidráulico antes e depois da variação percentual do parâmetro analisado e o dado de saída, um vetor de variações percentuais de cada elemento do vetor de cargas. Cada parâmetro foi submetido a acréscimos e decréscimos de 10%, mantendo fixo o outro valor-base. Assim, para cada Sistema avaliado foram construídos quatro cenários distintos, a partir das alterações dos valores dos parâmetros K e d, submetidos a acréscimos/decrécimos de 10% em relação ao seu valor de melhor ajuste. Para cada cenário são apresentados dois tipos de gráficos, os correspondentes ao valor da pressão simulada pelo Modelo de Atrito Transiente de Pothof (2008) superpostos aos simulados pelo Modelo Clássico e aos dados reais e, o gráfico dos percentuais de variação do traço de pressão, em cada passo de tempo, devido a alteração de cada parâmetro.

4.3.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991)

Para o Sistema de Larson e Jonsson (1991), a variação percentual dos parâmetros de calibração do Modelo de Atrito Transiente (Figuras 4.13, 4.15 4.17 e 4.19) produziram percentuais de variação similares em relação ao formato do gráfico (Figuras 4.14, 4.16, 4.18 e 4.20). Em cada gráfico de percentual de variação do traço de pressão pode-se perceber que as variações mais acentuadas estão presentes nos valores iniciais de pressão da simulação transiente. Em todos os gráficos associados ao Sistema de Larson e Jonsson (1991) o percentual de variação do traço de pressão torna-se desprezível a partir do passo de tempo 220. Em cada gráfico pode-se observar a prevalecência de quatro pontos no domínio com variações evidentemente mais acentuadas com percentuais máximos e variação entre 150 % e 270%. Para as características do conjunto de dados associados a esse sistema o comportamento associado as variações dos parâmetros K e d são semelhantes. Além disso, pode-se afirmar que os parâmetros são sensíveis de forma localizada, ou seja, o traço de pressão foi consideravelmente modificado apenas em alguns pontos bem definidos da simulação, mantendo-se praticamente invariável nos demais pontos.

Em relação a norma do erro relativo, verificou-se que os valores de norma do erro relativo assumidos para cada simulação resultante da variação percentual de algum dos parâmetros não se diferenciaram muito dos valores calculados para o Modelo Clássico e o Modelo de Pothof (2008) com parâmetros ajustados. Os valores obtidos são apresentados na Tabela (4.5):

Tabela 4.5 – Norma do erro relativo para cada cenário da análise de sensibilidade.

	d+10%	d-10%	K+10%	K-10%
Norma do Erro				
Relativo	0.5306214	0.5549434	0.5435311	0.5407089

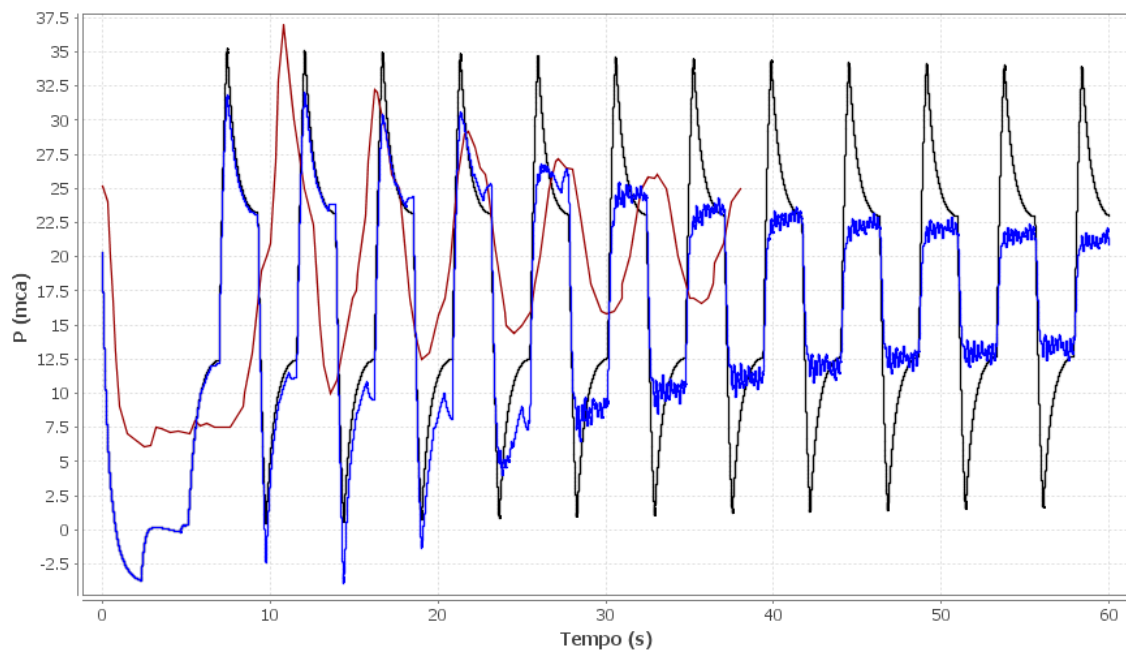


Figura 4.13 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.86$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).

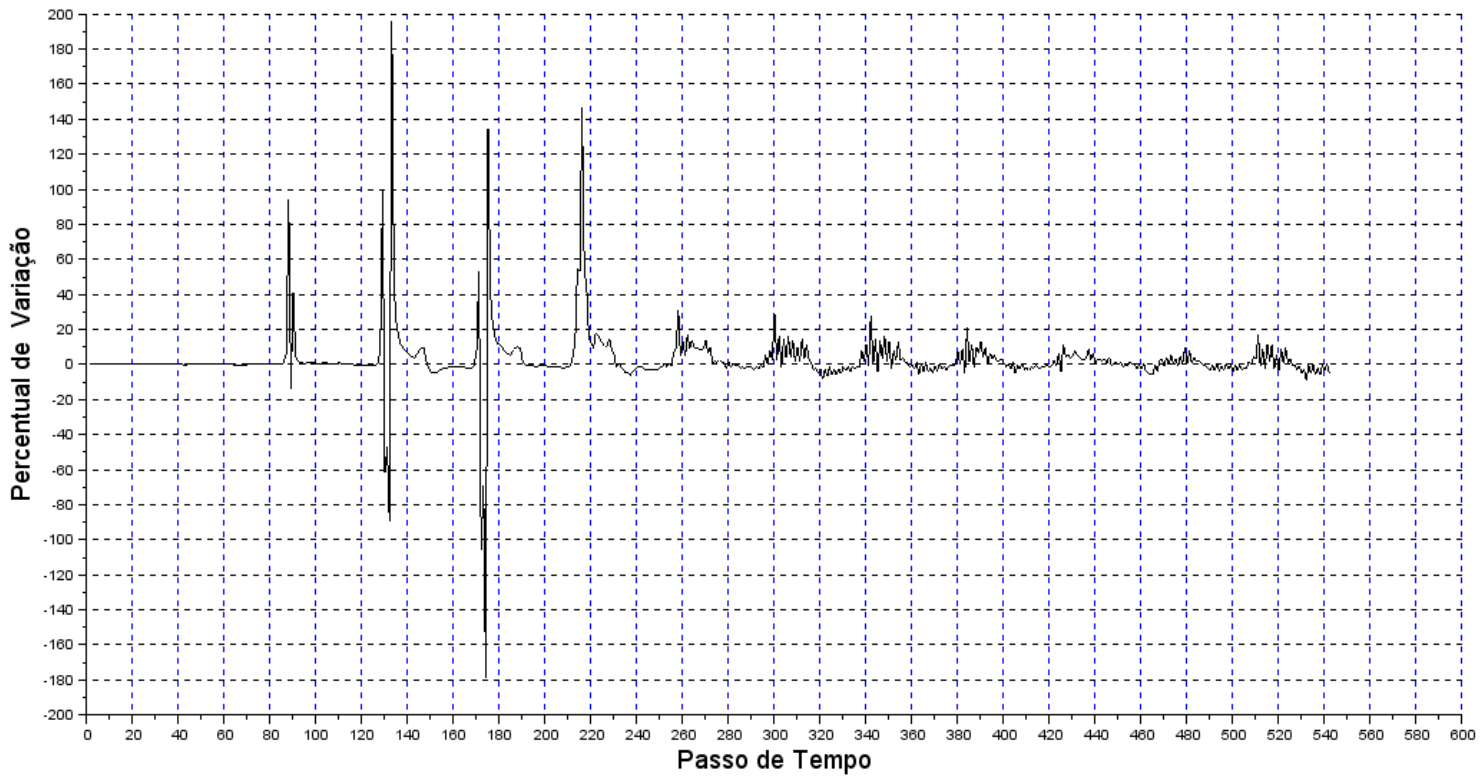


Figura 4. 14 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.86$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).

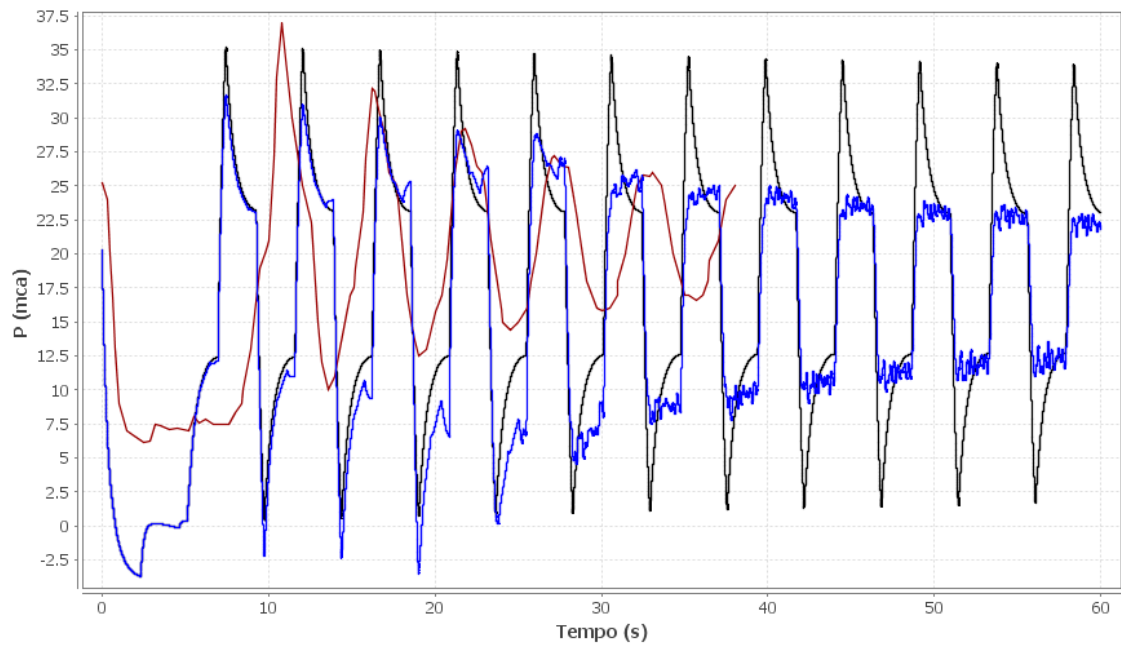


Figura 4. 15 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).

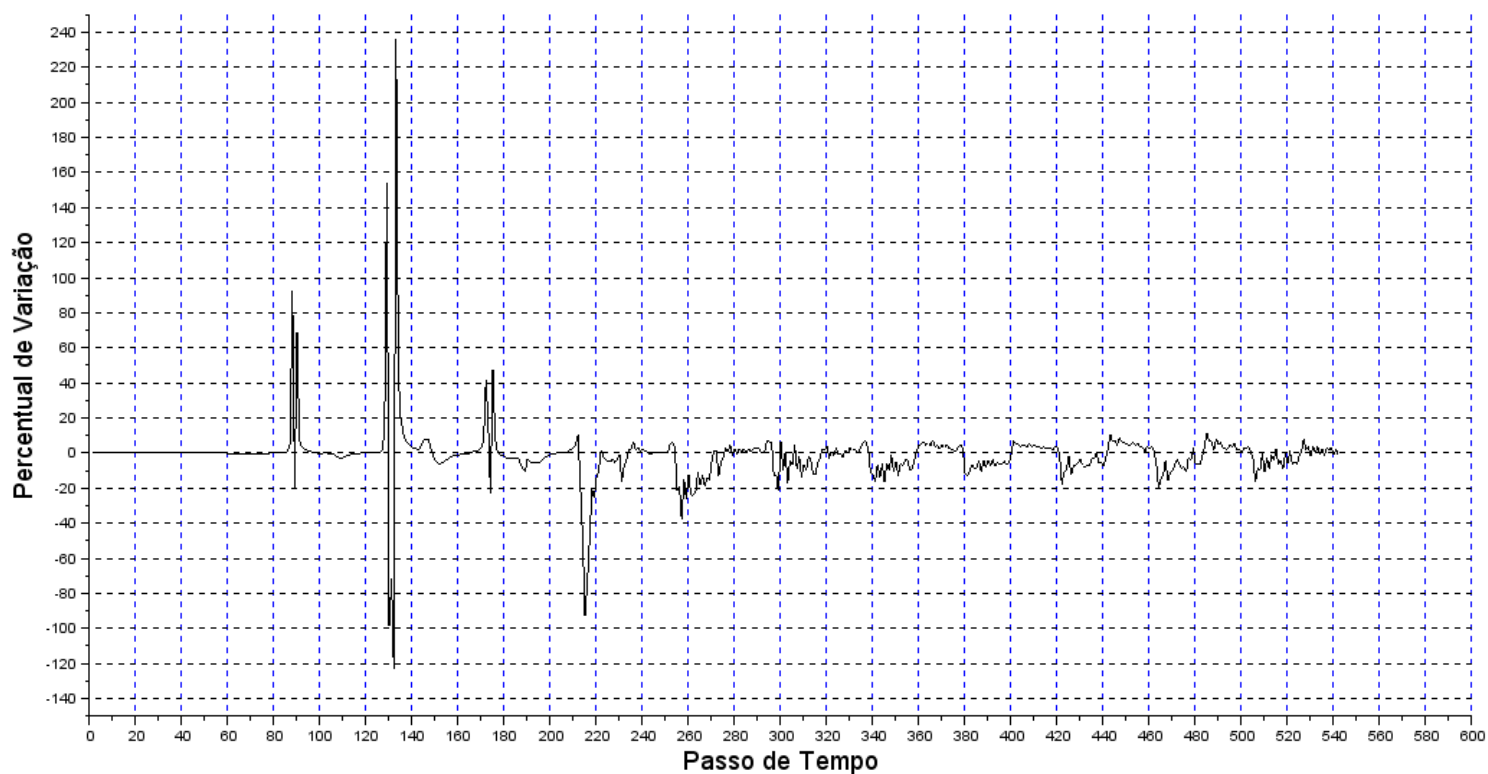


Figura 4. 16 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991)

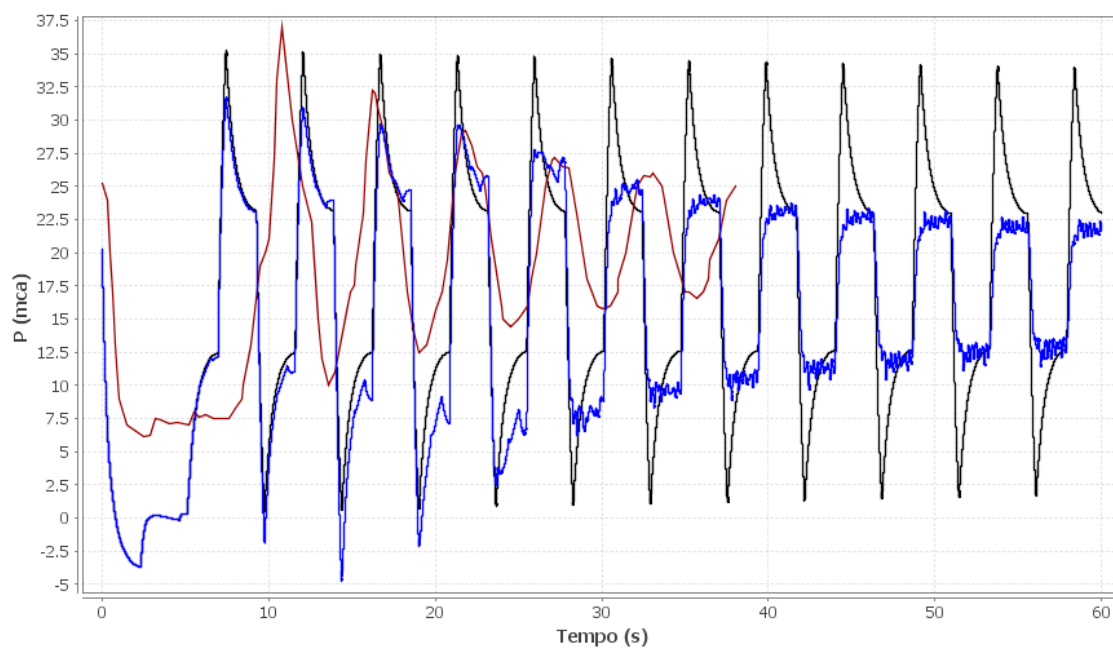


Figura 4. 17 - Análise de sensibilidade – Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.044$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991)

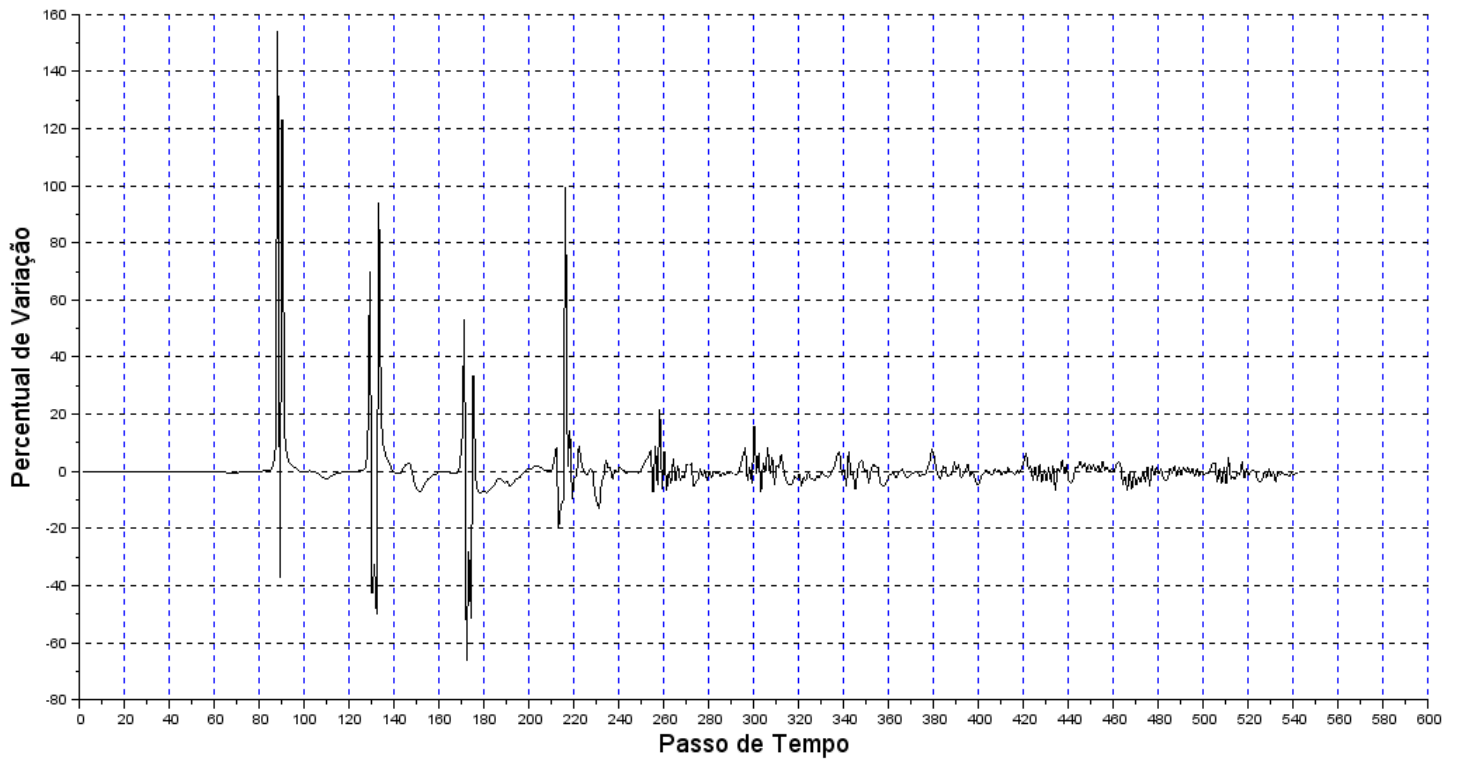


Figura 4. 18 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.34$, $K = 0.04$). (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).

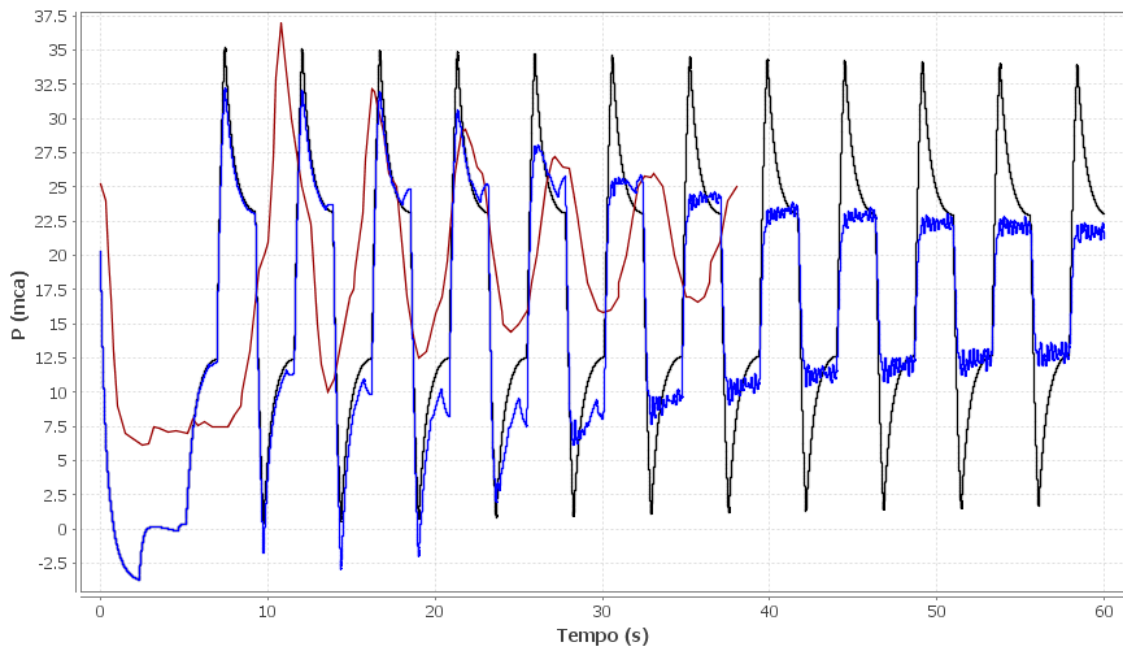


Figura 4. 19 - Análise de sensibilidade – Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.036$). (Sistema de Larson e Jonsson, 1991)

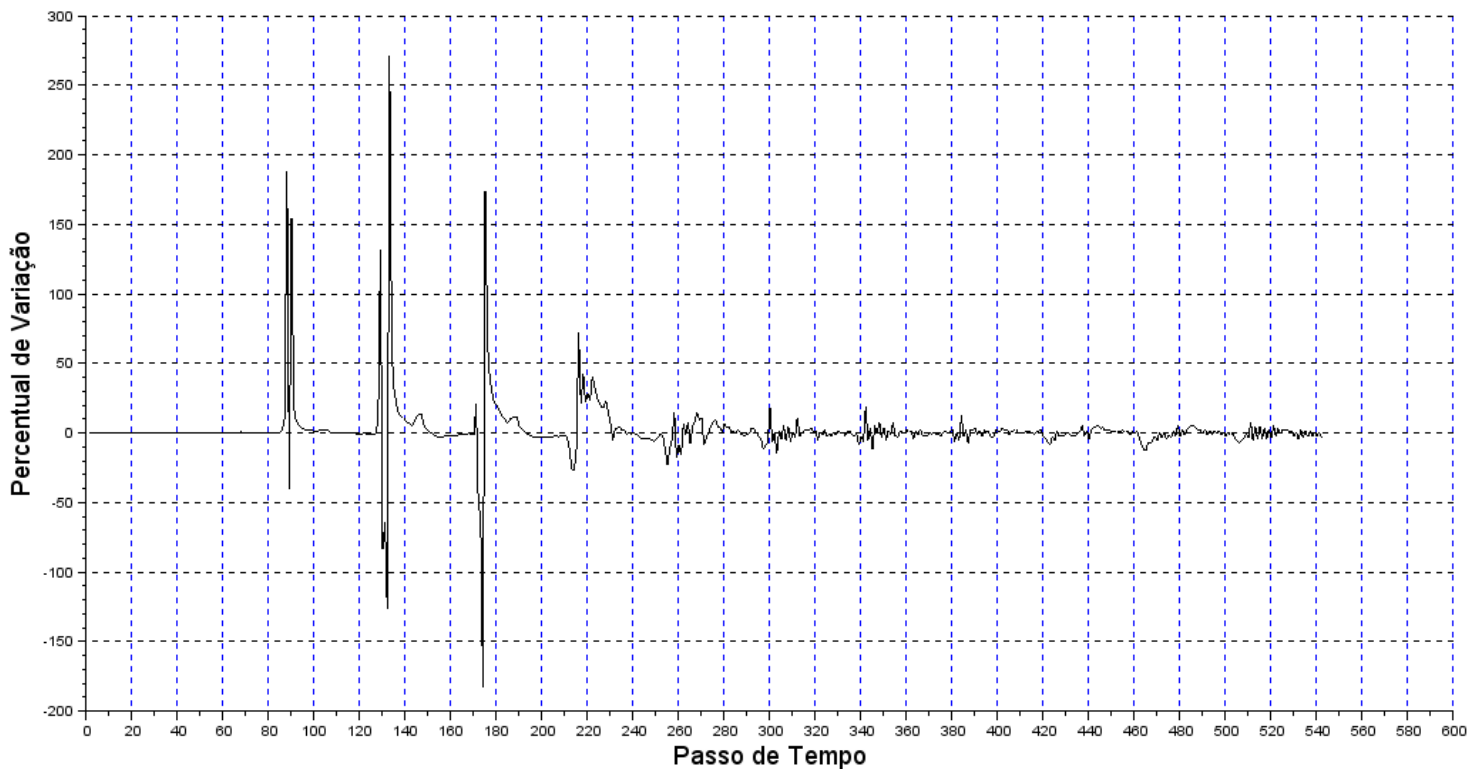


Figura 4. 20 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 2.6$, $K = 0.036$). (Sistema de Larson e Jonsson,1991).

4.3.2 Sistema da Guarda

No cenário do Sistema da Guarda, as variações percentuais dos parâmetros d e K produziram efeitos distintos nos valores de pressão simulados. As variações do parâmetro d geraram variações periódicas no traço de pressão, a partir do passo de tempo 160 (Figuras 4.21 a 4.24). Essas variações tenderam a reproduzir o formato da onda de pressão, assumindo valores muito reduzidos se comparados com os obtidos no Sistema de Larson e Jonsson (1991). Além disso, pode-se perceber que existe uma diferença de fase entre os gráficos de percentual e variação gerados pelo acréscimo e pela redução de 10% do valor de melhor ajuste do parâmetro d . Em relação às variações percentuais do parâmetro K , os efeitos no traço de pressão foram praticamente nulos, para o grau de precisão dos dados coletados (Figuras 4.25 a 4.28). Assim, pode-se concluir que os valores de pressão não são muito sensíveis às variações dos parâmetros K e d , pelo menos para os valores-base empregados.

Da modo análogo ao cenário de Larson e Jonsson(1991), os valores de norma do erro relativo assumidos para cada simulação resultante da variação percentual de algum dos

parâmetros também não se diferenciaram muito dos valores calculados para o Modelo Clássico e o Modelo de Pothof (2008) com parâmetros ajustados. Os valores obtidos são os mostrados na Tabela 4.6:

Tabela 4.6- Norma do erro relativo para cada cenário da análise de sensibilidade.

	d+10%	d -10%	K+10%	K-10%
Norma do Erro				
Relativo	0.3419469	0.3483236	0.3448767	0.3448767

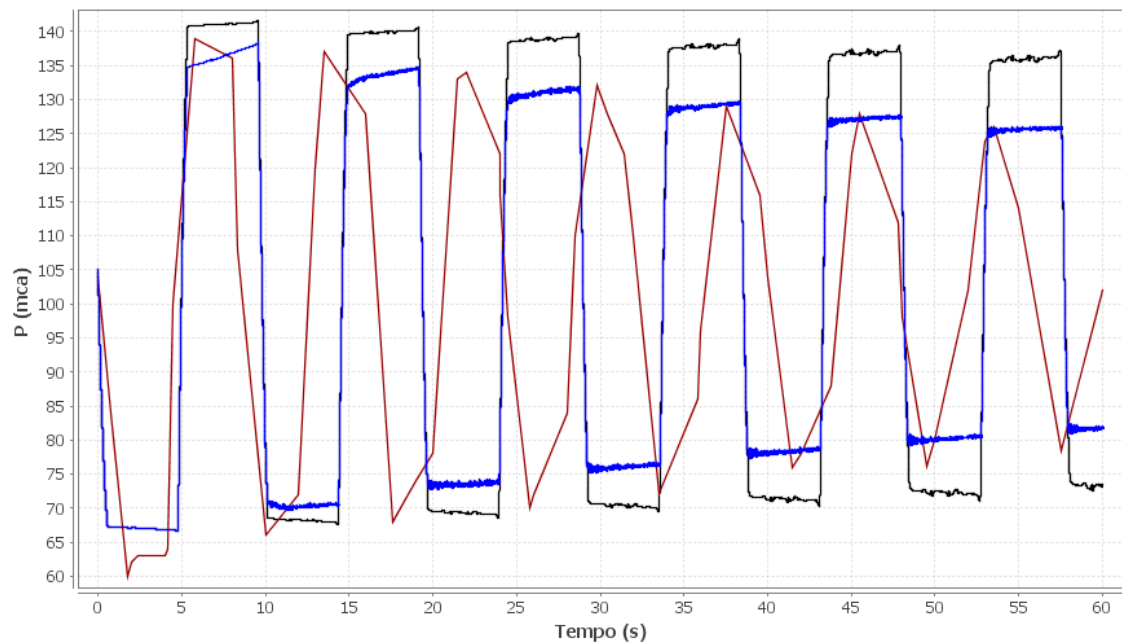


Figura 4. 21 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d (d = 0.33, K = 0.002). (Sistema da Guarda – Bomba).

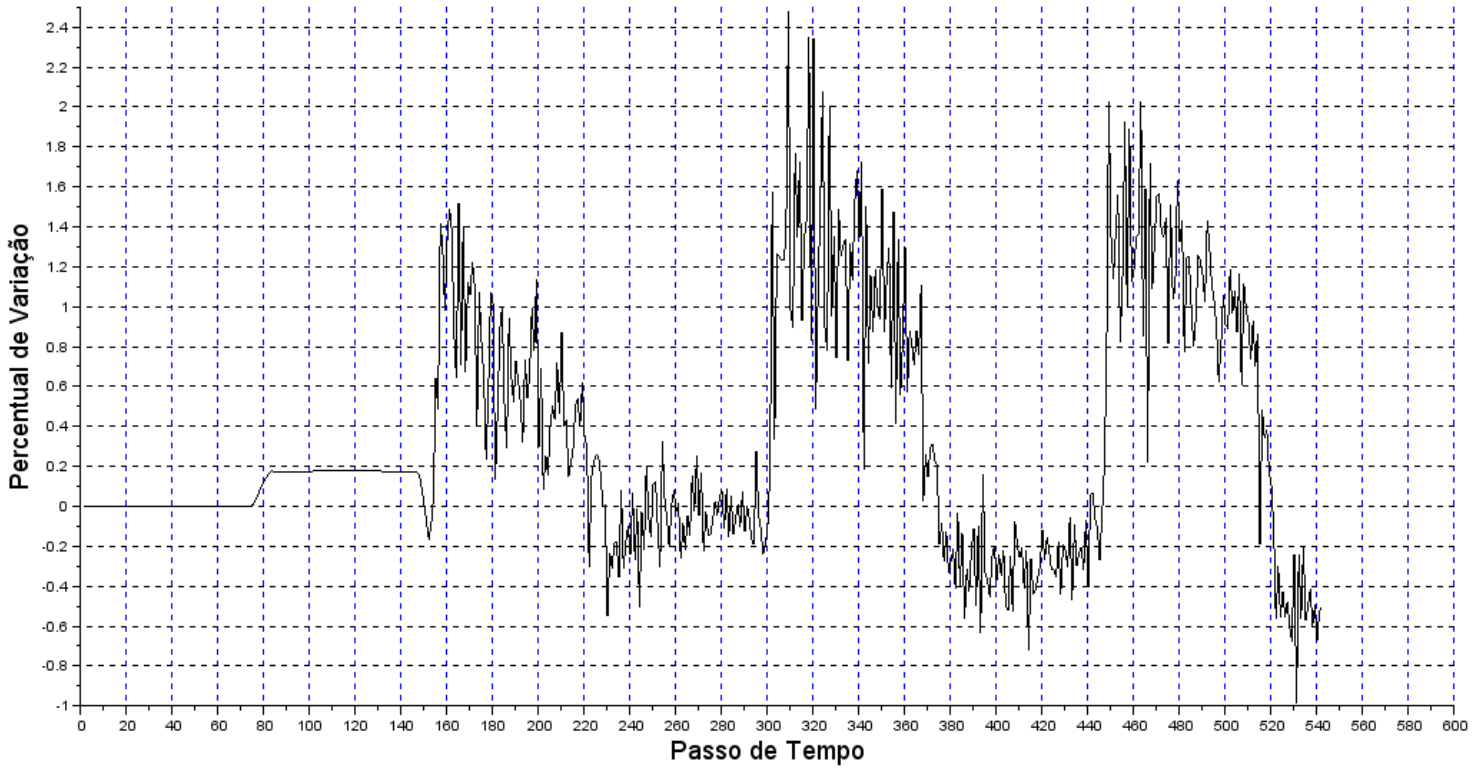


Figura 4. 22 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.33$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).

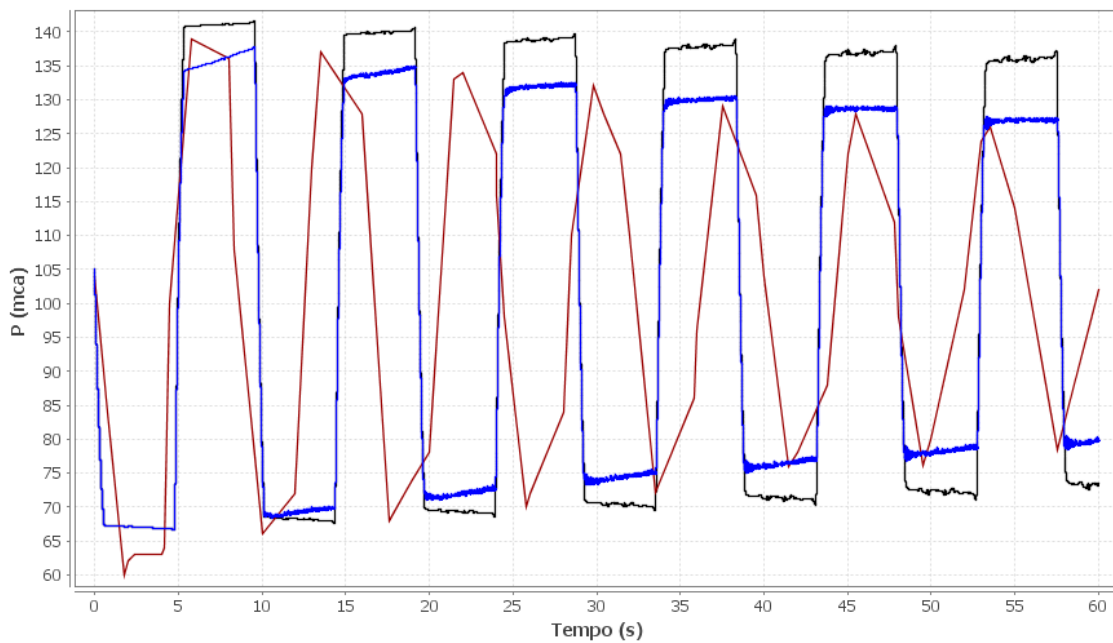


Figura 4. 23 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.27$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).

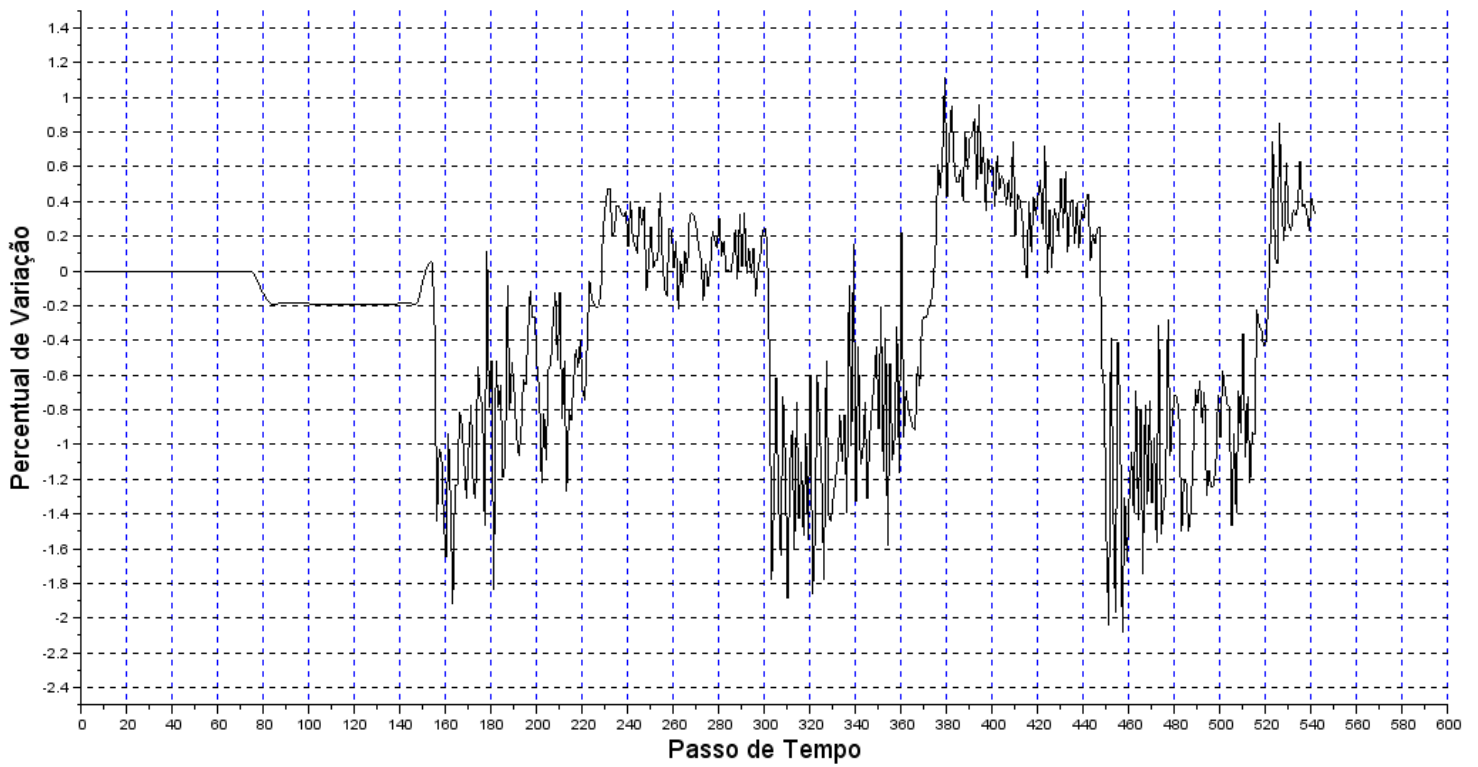


Figura 4. 24 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de d ($d = 0.27$, $K = 0.002$). (Sistema da Guarda – Bomba).

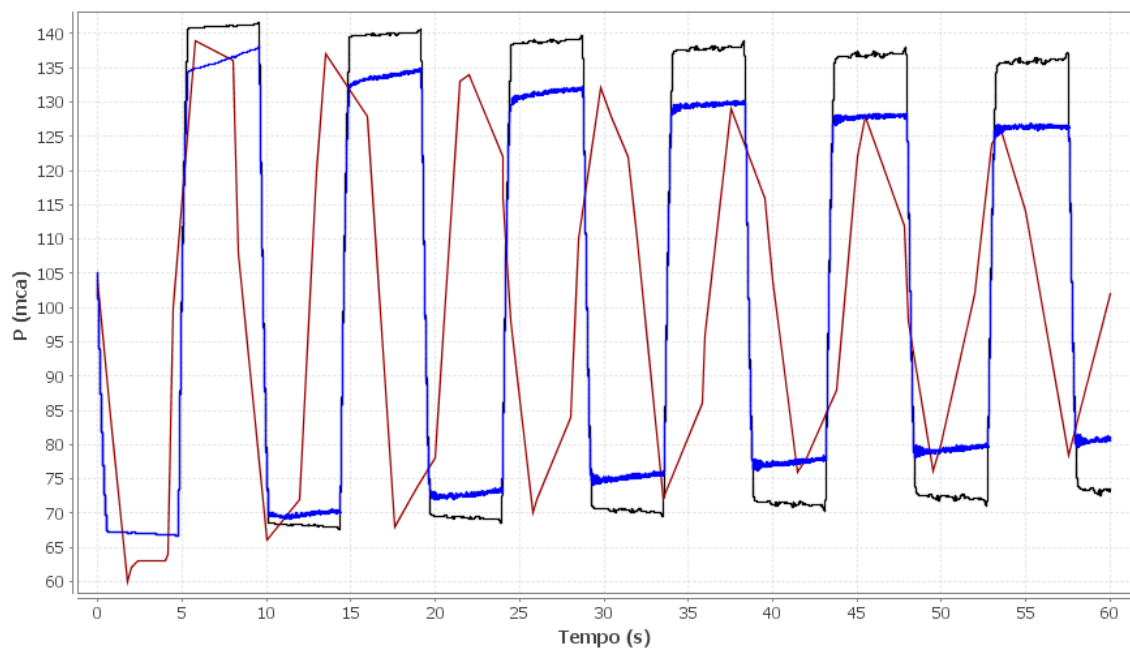


Figura 4. 25 - Análise de sensibilidade - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0022$). (Sistema da Guarda – Bomba).

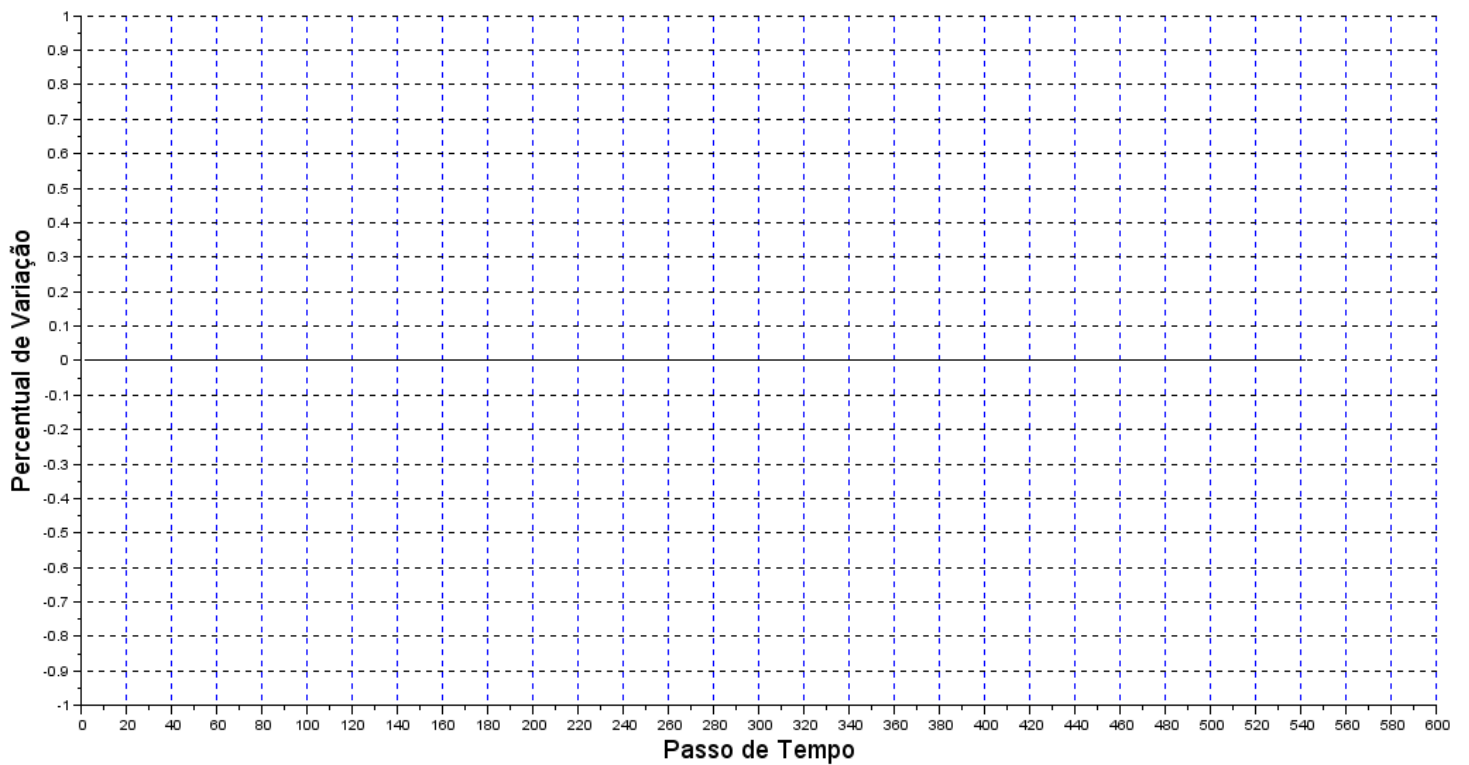


Figura 4. 26 - Percentual de Variação - Elevação de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0022$). (Sistema da Guarda – Bomba).

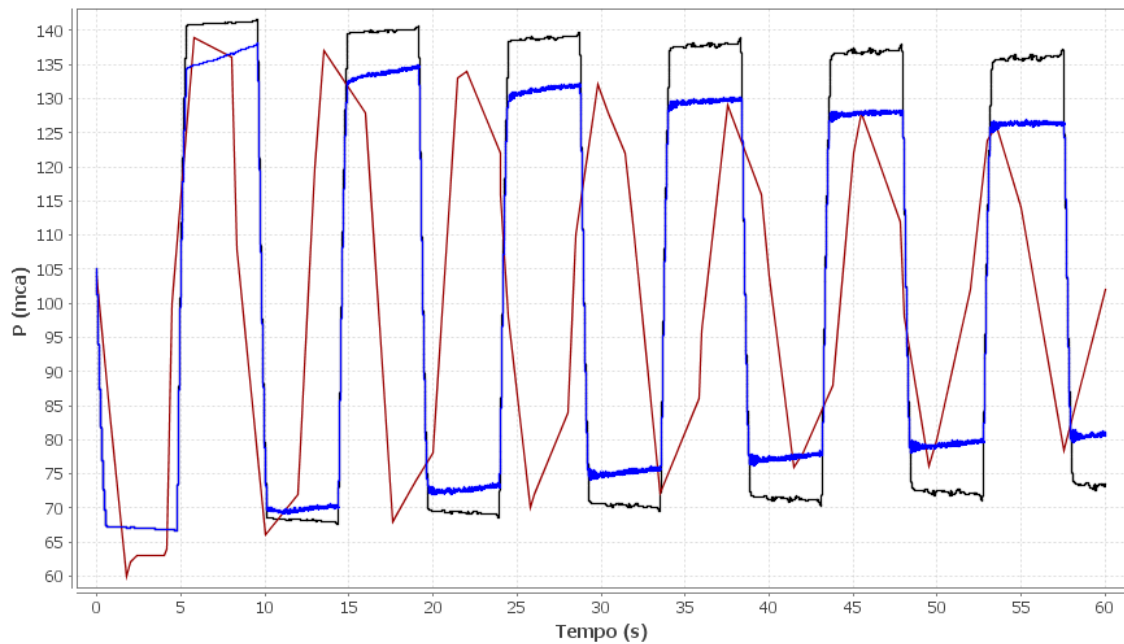


Figura 4. 27 - Análise de sensibilidade - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0018$). (Sistema da Guarda – Bomba).

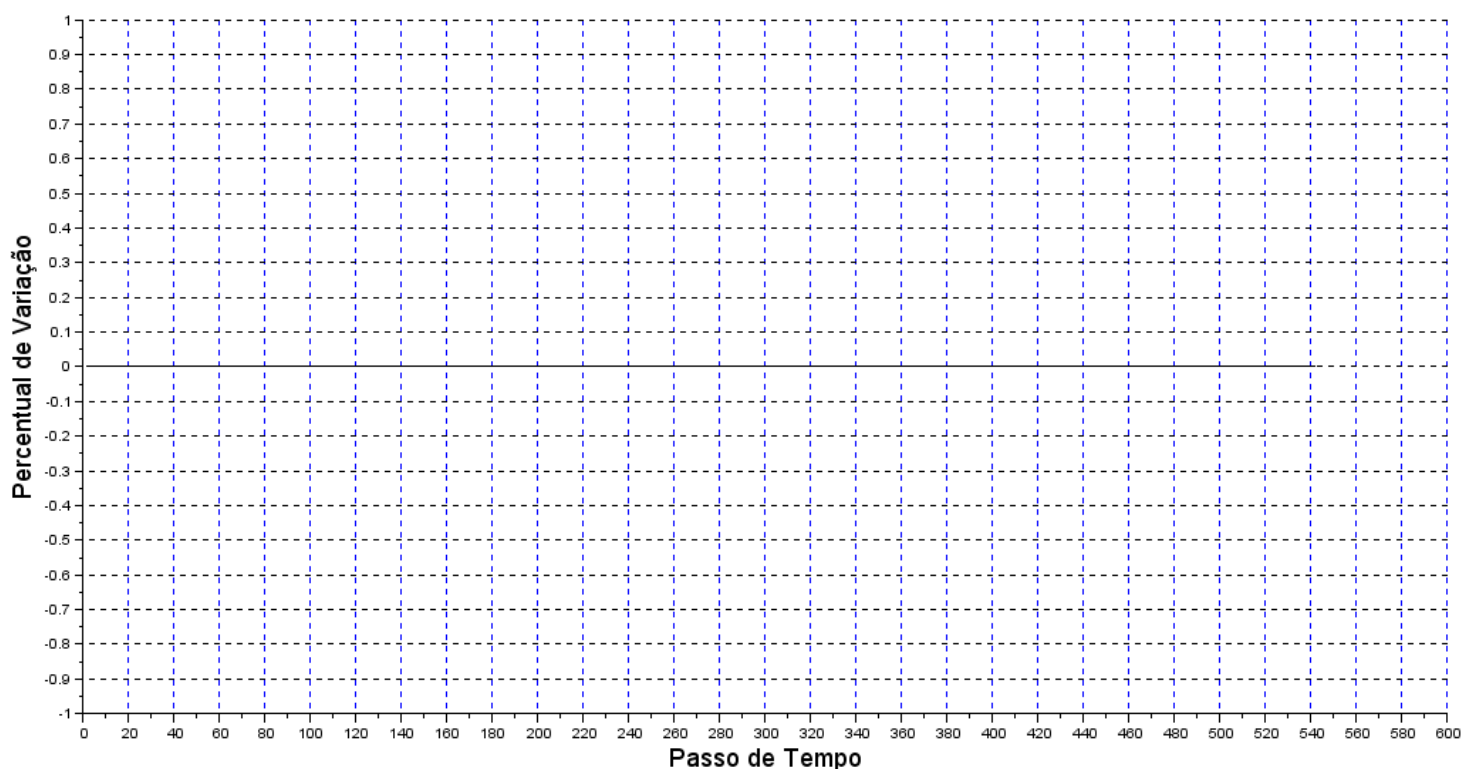


Figura 4. 28 - Percentual de Variação - Redução de 10% do valor de melhor ajuste de K ($d = 0.3$, $K = 0.0018$). (Sistema da Guarda – Bomba).

4.4 Atenuação dos picos de pressão

Para a análise da atenuação dos picos de pressão associado a inclusão do termo de atrito de Pothof(2008), foram determinados e apresentados em forma de gráfico três variáveis distintas: Pico máximo da onda de pressão, atenuação da onda de pressão e contribuição percentual do efeito do atrito transiente. Para a determinação da atenuação dos picos, foi elaborada uma rotina computacional no SCILAB 5.4.1 (APÊNDICE A.9). Nessa rotina, os dados de entrada são os elementos do vetor de cargas gerado pelo Software para cálculo do transiente hidráulico em um dado nó. Os dados de saída são os vetores de picos máximos e mínimos com seus passos de tempo correspondentes e o vetor de atenuação dos picos máximos. A rotina é utilizada na obtenção da atenuação dos picos devido aos termos de atrito permanente e transiente e da atenuação dos picos devido ao uso do modelo da coluna elástica. Para a determinação da contribuição percentual do efeito do atrito transiente na atenuação total dos picos de carga também foi implementada uma rotina (APÊNDICE A.10). A saída do algoritmo consiste em um gráfico da Contribuição

percentual Versus o Ciclo da onda de pressão no sistema. Os gráficos descritivos dos comportamentos dessas variáveis fornecem informações complementares que podem ser empregadas para a avaliação da dissipação de energia em cada ciclo da onda de pressão.

4.4.1 Sistema de Larson e Jonsson (1991)

Considerando o sistema estudado por Larson e Jonsson(1991), observa-se que os picos máximos associados ao atrito permanente, dado pelo modelo da coluna elástica, indicam uma curva mais suave do que a curva gerada pelos picos associados à consideração do modelo de atrito de Pothof (2008). Além disso, o gráfico associado aos picos máximos do atrito permanente apresenta uma conformação similar à do traço de pressão, com intervalos onde a pressão é constante.

Pode-se constatar, com base nas Figuras 4.29 a 4.32, que a atenuação é mais acentuada para o modelo de atrito transiente. Assim como os gráficos dos picos máximos, os gráficos de atenuação apresentam comportamento monotônico, com a diferença de que, nesse caso, a relação de ordem é preservada.

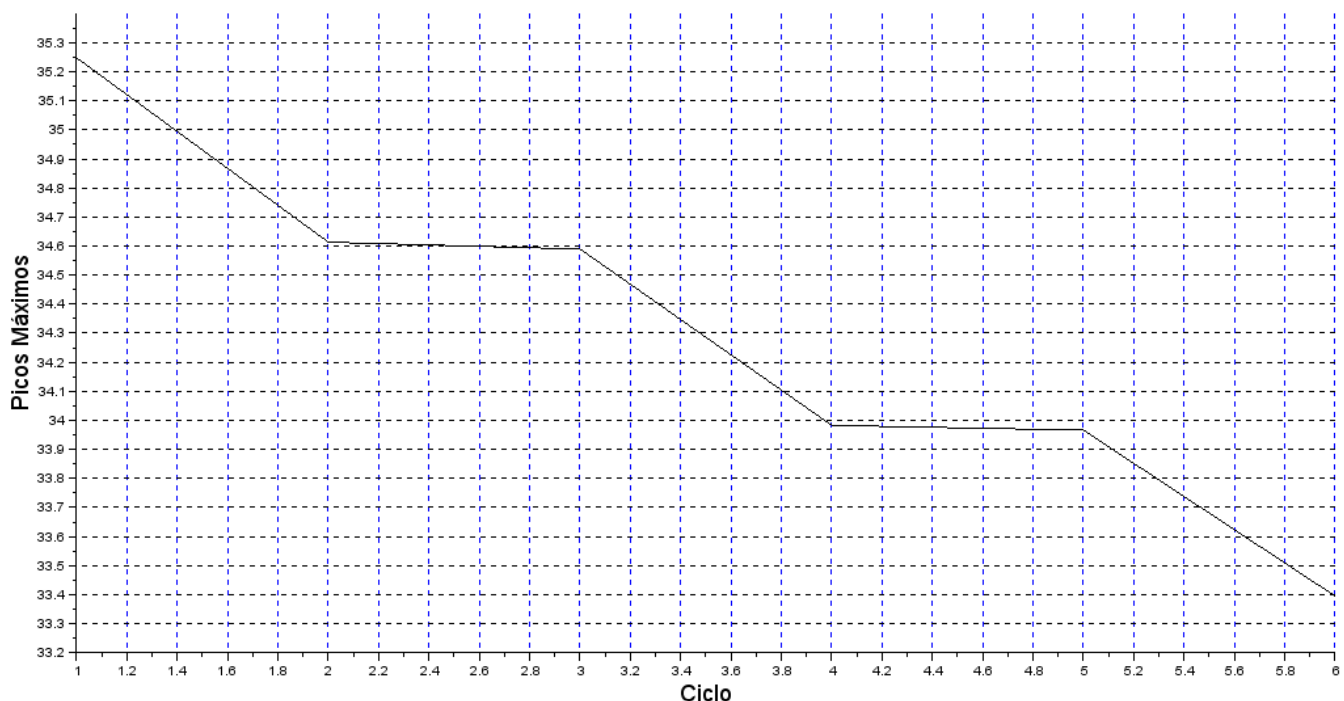


Figura 4. 29 - Picos máximos - Modelo da Coluna Elástica (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).

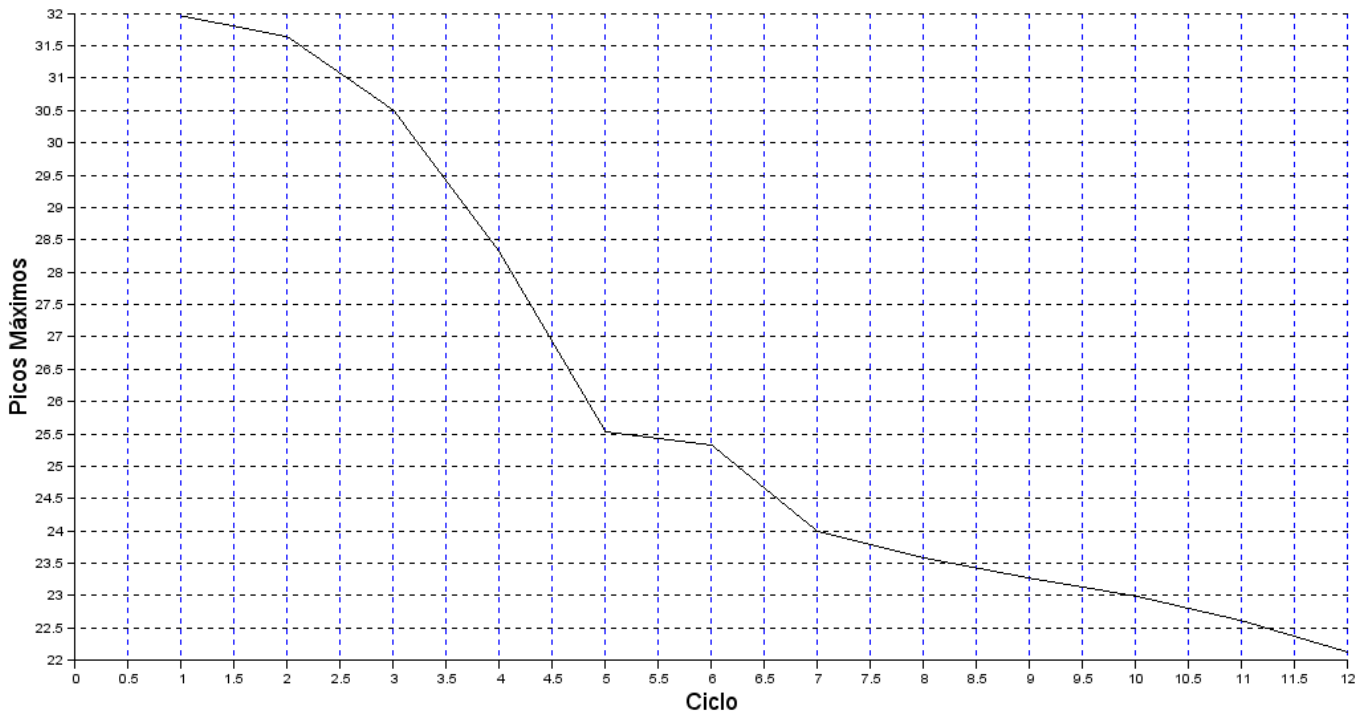


Figura 4. 30 - Picos máximos - Modelo de Pothof (2008) (Sistema de Larson e Jonsson, 1991).

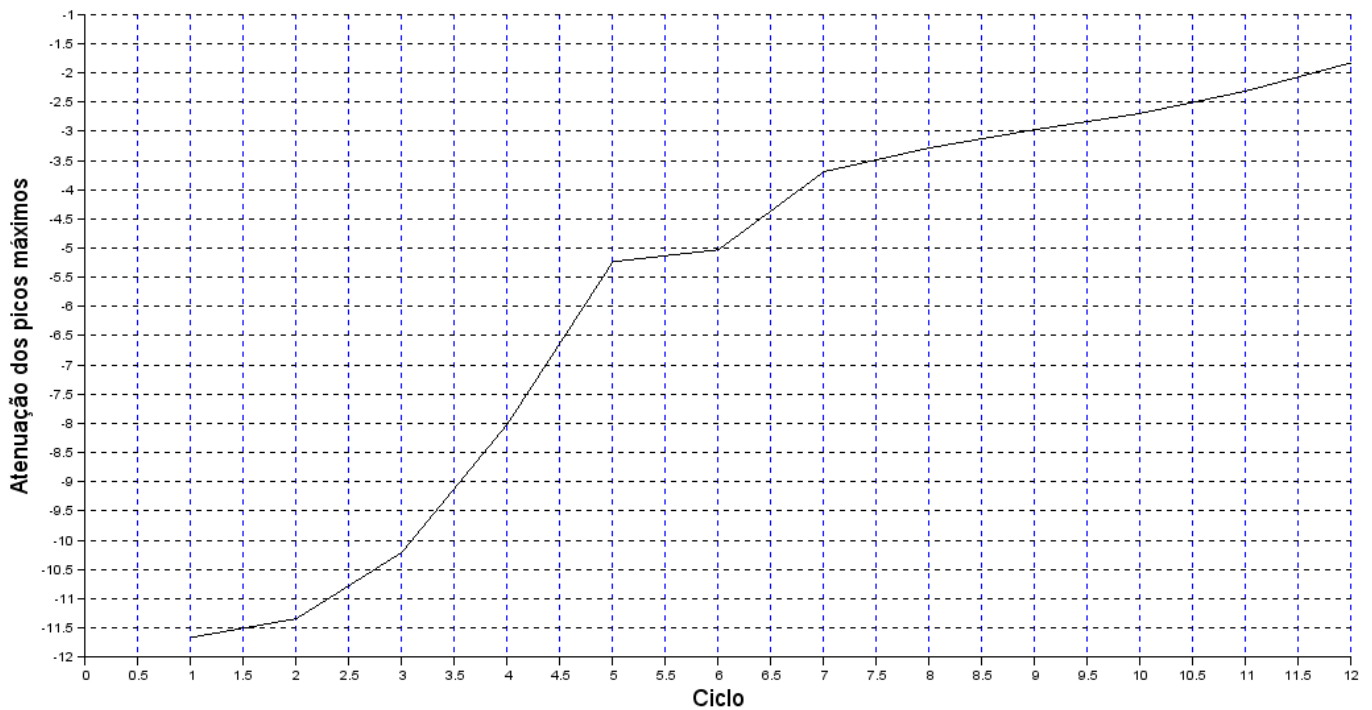


Figura 4. 31 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Pothof (2008) – Sistema de Larson e Jonsson(1991).

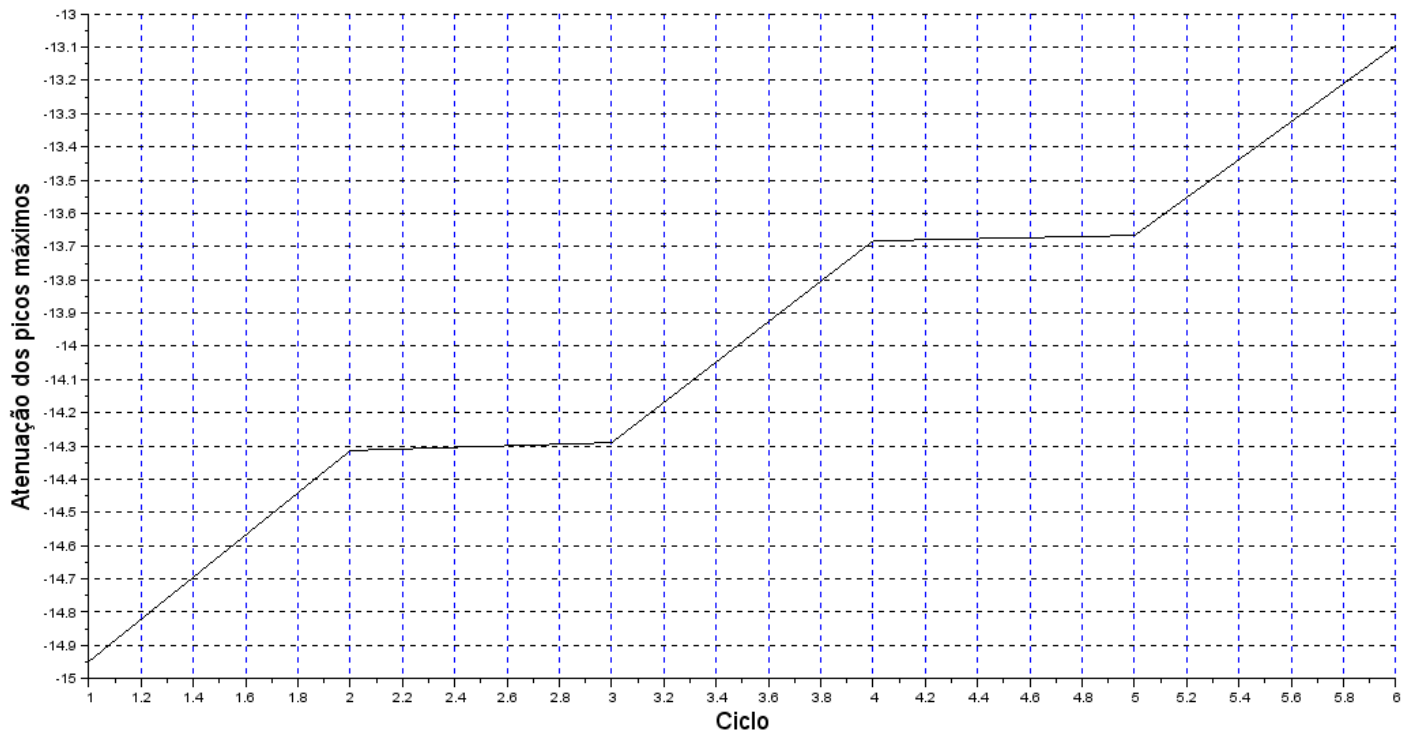


Figura 4. 32 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo da Coluna Elástica – Sistema de Larson e Jonsson(1991).

Pode-se perceber que no início da simulação a contribuição do atrito transiente é relativamente pequena, quando comparada com a contribuição da perda de carga de Darcy-Weisbach. A medida que a simulação progride, esse efeito torna-se cada vez mais intenso, devido a interação entre a onda de pressão e o efeito da dissipação de turbulência. A taxa de crescimento da contribuição do atrito transiente é elevada sucessivamente, partindo de 25%, no primeiro ciclo, até atingir o valor de 160% no quarto ciclo da simulação.

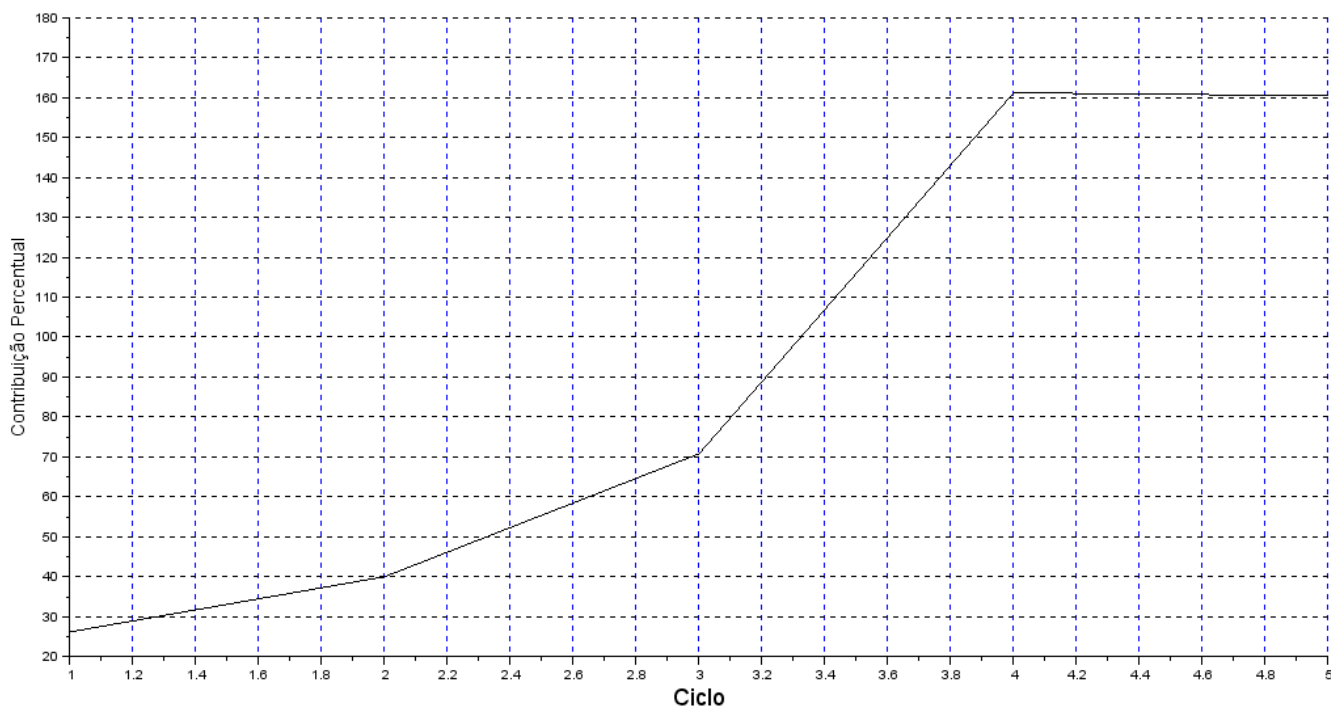


Figura 4.33 - Contribuição Percentual do atrito transiente na atenuação - Sistema de Larson e Jonsson (1991).

4.4.2 Sistema da Guarda-Portugal

De modo análogo ao Sistema avaliado por Larson e Jonsson (1991), os picos máximos relacionados ao Modelo da Coluna Elástica compõem uma curva mais suave do que a composta pelos picos relacionados ao Modelo de Atrito Transiente (Figuras 4.34 e 4.35). Entretanto, nesse caso, os picos máximos variam, em ambos os casos, de forma aproximadamente linear. Ou seja, o sistema apresenta um comportamento com maior grau de previsibilidade. Entretanto, apesar dessas similaridades entre os dois modelos, é importante observar que ainda existem diferenças em relação aos valores assumidos pelos picos máximos. De fato, a linha de picos de máximos ao Modelo Clássico está deslocada para a direita em relação à linha de picos de máximos do Modelo de Pothof (2008). Os valores de atenuação, obtidos a partir da comparação com a pressão de Joukovsky, apresentaram, como previsto, um comportamento complementar, mantendo a relação de ordem (Figuras 4.36 e 4.37).

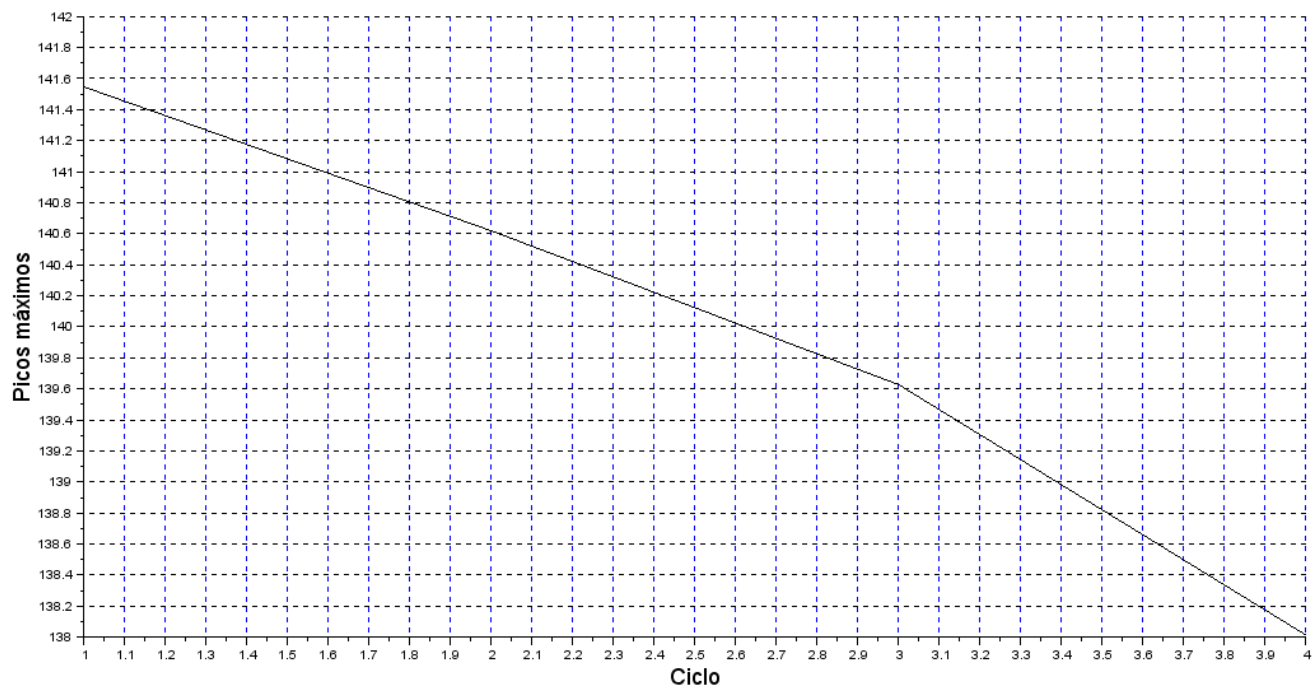


Figura 4. 34 - Picos máximos - Modelo da Coluna Elástica (Sistema da Guarda).

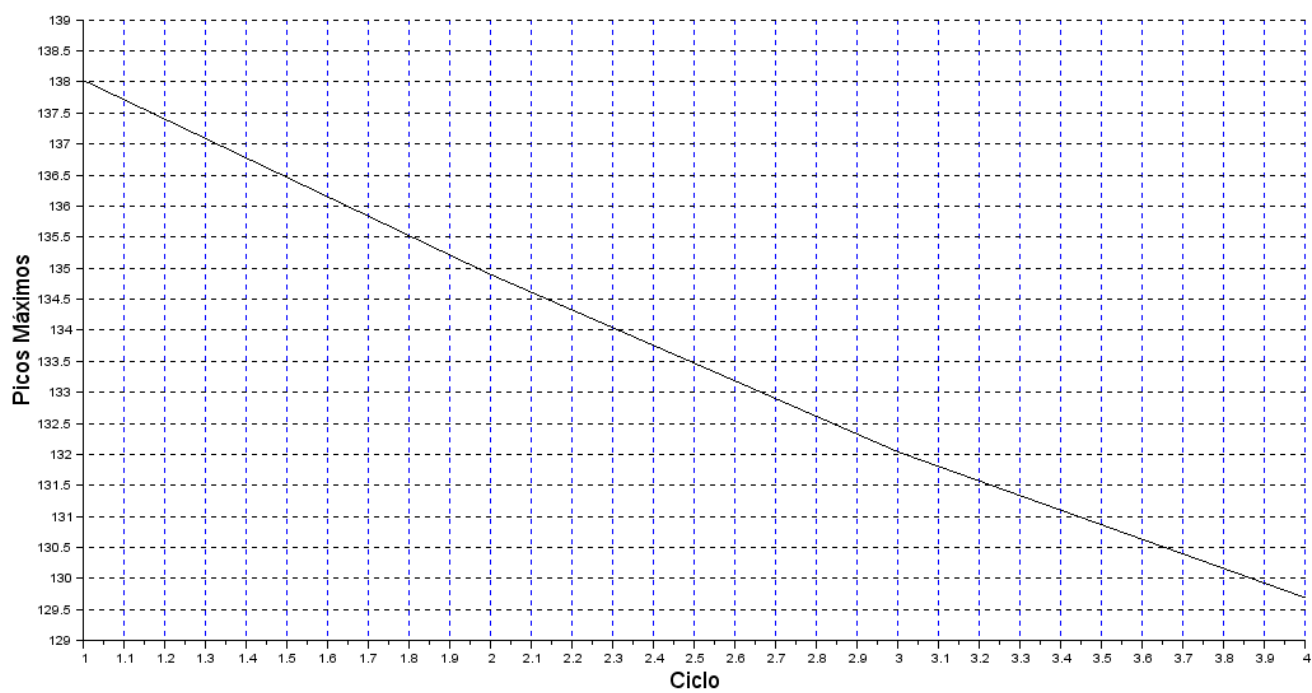


Figura 4. 35 - Picos máximos - Modelo de Pothof (2008) (Sistema da Guarda).

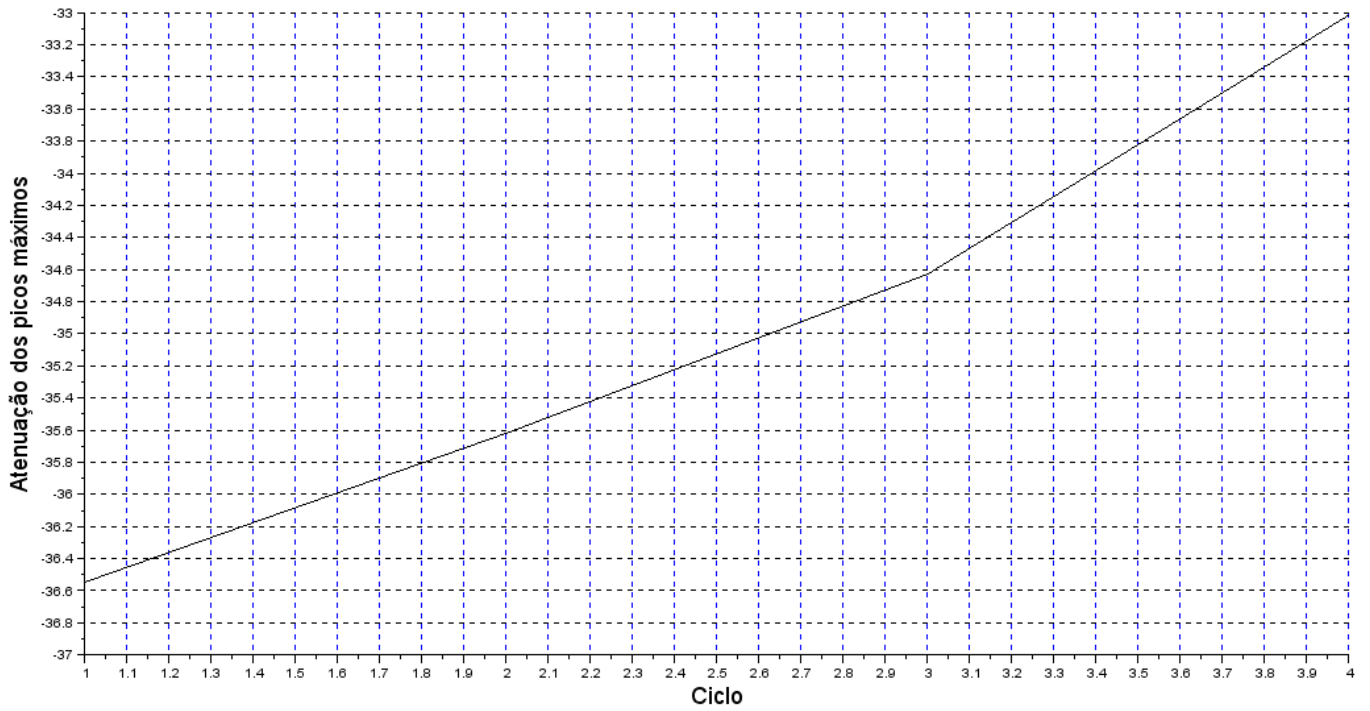


Figura 4. 36 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo da Coluna Elástica – Sistema da Guarda.

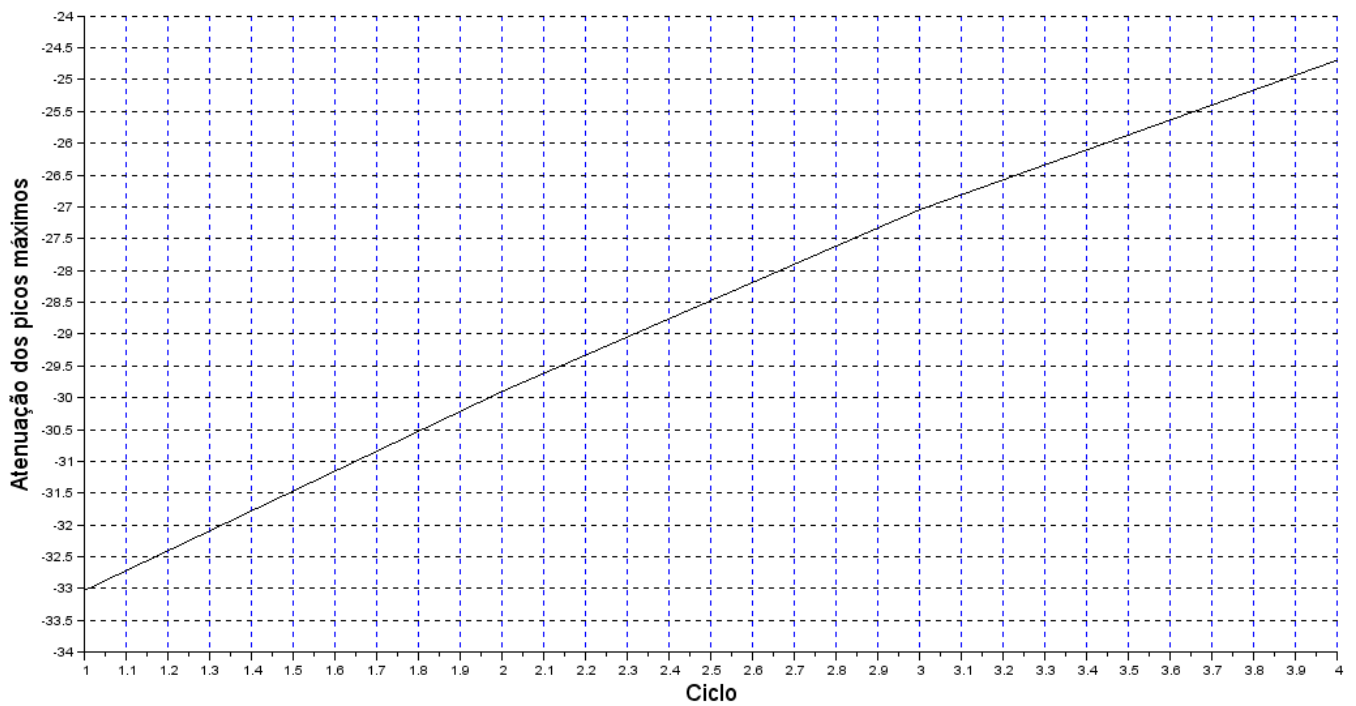


Figura 4. 37 - Atenuação de picos máximos em relação à pressão de Joukovsky – Modelo de Pothof (2008)– Sistema da Guarda.

Em relação à contribuição percentual do efeito do atrito transiente, em cada ciclo, pode-se observar que ela é monótona e crescente, assumindo valores progressivamente mais elevados. Nesse cenário, o valor máximo de contribuição percentual do atrito transiente é bem inferior ao do Sistema de Larson e Jonsson (1991), assumindo o valor de 34%, aproximadamente. Além disso, o gráfico de contribuição percentual do atrito assume uma conformação linear da mesma forma que os gráficos de picos máximos e de atenuação dos picos máximos.

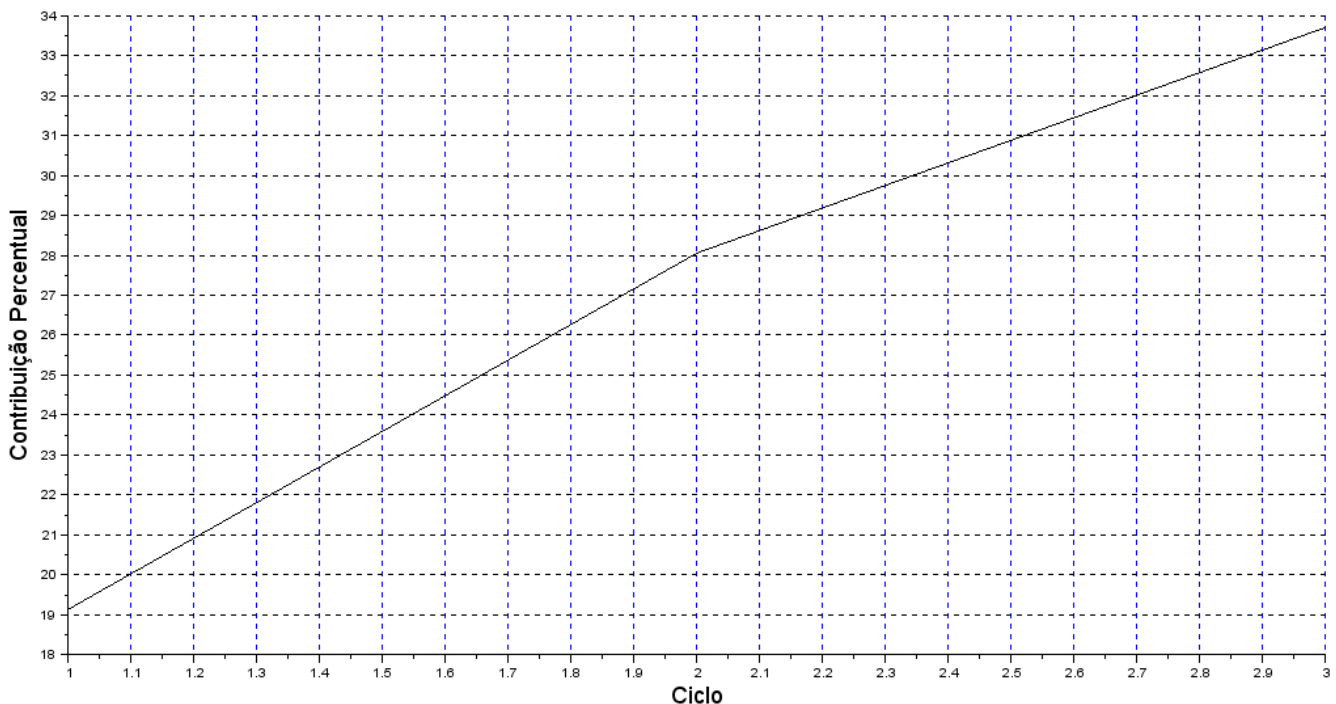


Figura 4. 38 - Contribuição Percentual do atrito transiente na atenuação - Sistema da Guarda.

4.5 Filtragem de dados medidos – Decomposição PARAFAC

Como discutido previamente, a filtragem de dados foi realizada com base nos dados coletados nos sistemas Bath(NL), considerando um ponto de coleta próximo do conjunto moto-bomba (a 3Km) e outro próximo do reservatório (a 12Km). Para a filtragem, os dados foram dispostos em um tensor tridimensional com dimensões 29x2x2, onde 29 indica o número de passos de tempo da simulação considerados, e as outras dimensões correspondem ao número de pontos de coleta em cada cenário e à quantidade de cenários transientes considerados. Para que estes dados fossem filtrados conforme o Método de

Decomposição Tensorial PARAFAC, procedeu-se com os seguintes procedimentos: (i) determinação do número de componentes da decomposição;(ii) decomposição tensorial (iii) investigação das matrizes fatores resultantes da decomposição e (iv) Determinação do tensor erro e, conseqüentemente do tensor de dados filtrados.

4.5.1 Teste de Consistência do Núcleo

Antes da aplicação da decomposição PARAFAC é necessária a determinação do número de componentes da decomposição. Como discutido anteriormente, uma das propostas mais eficazes é o diagnóstico de consistência CORCONDIA, desenvolvido por Bro e Kiers (2003).

Verificou-se que o conjunto de dados representados através do tensor de valores de pressão(mca), com $29 \times 2 \times 2$ elementos, apresentou-se satisfatório para o teste de consistência CORCONDIA, pois apresentou quantidade suficiente de elementos para evitar a instabilidade dos elementos do tensor núcleo.

Aplicando o diagnóstico de consistência ao conjunto de dados obteve-se o gráfico dado pela Figura (4.39). Pode-se observar que para uma ou duas componentes a consistência do núcleo permanece em 100%. Entretanto, a partir de três componentes ocorre um decaimento significativo da consistência do núcleo, resultante do aumento da influência do ruído e outras variações não trilineares. Assim, seguindo as recomendações de Bro e Kiers (2003), o modelo PARAFAC mais adequado para os dados deste trabalho deverá ser aquele que possui duas componentes, pois conforme a Figura (4.39), esse é o maior número de componentes em que se mantém, ainda, um valor aceitável para a consistência do núcleo.

Após a aplicação do diagnóstico de consistência, verificou-se que o número de componentes a ser empregado na decomposição PARAFAC deve ser dois, mantendo-se a consistência do núcleo em 100%. Além disso, conforme a classificação apresentada por Bro e Kiers (2003), o modelo PARAFAC é adequado para aplicação no conjunto de dados dessa pesquisa.

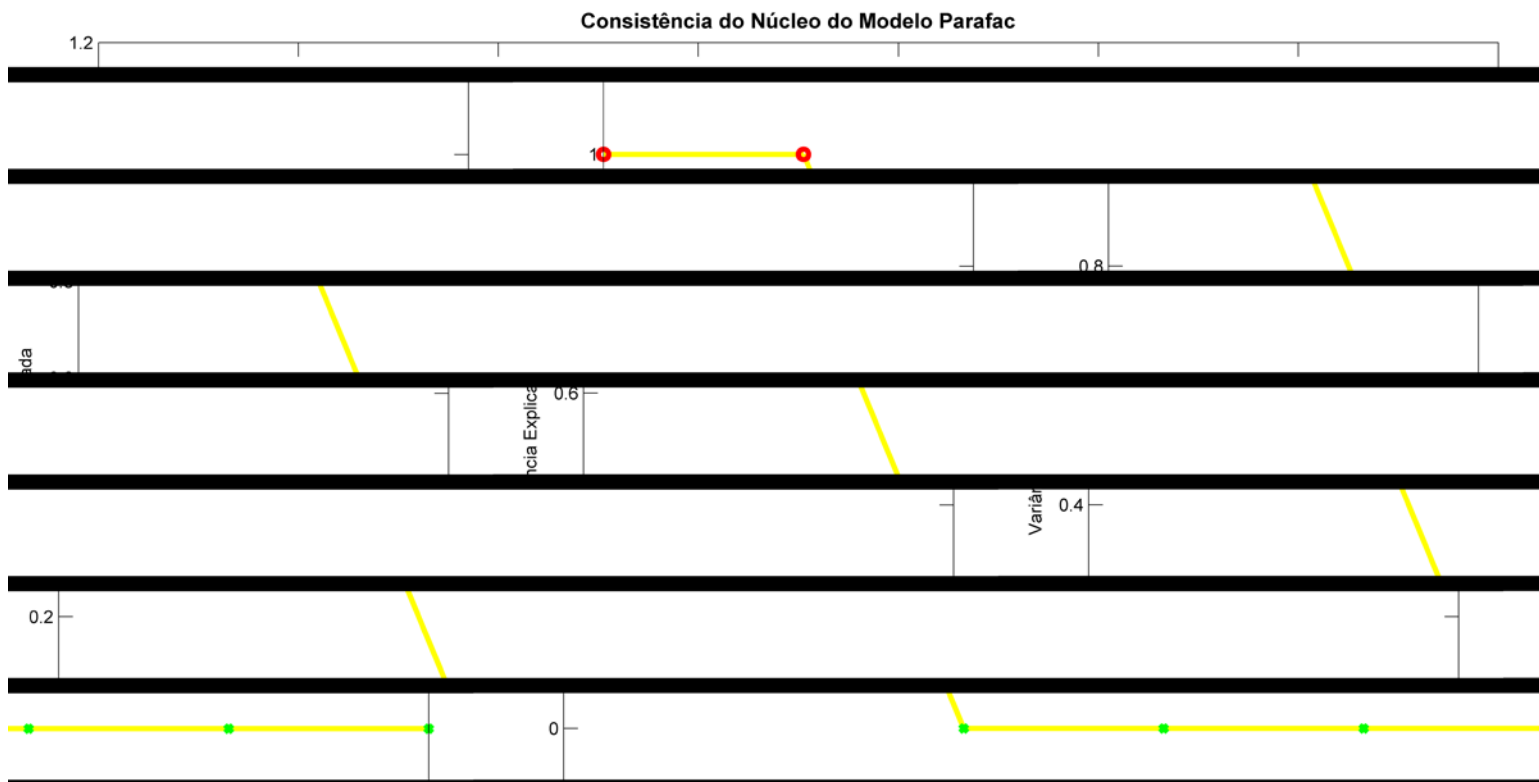


Figura 4.39 - Diagnóstico de consistência do núcleo do Modelo PARAFAC.

4.5.2 Variância Residual das Matrizes Fatores

Como foi explicitado em seções prévias, a decomposição tensorial PARAFAC para um tensor tridimensional produz três matrizes denominadas matrizes fatores ou matrizes de carregamento, A, B e C. O tensor decomposto se relaciona com essas matrizes conforme a relação:

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A}(\mathbf{C}\mathbf{O}\mathbf{B})^T$$

As matrizes fatores A, B e C estão sujeitas a interpretações que dependem do contexto de aplicação específico. Por exemplo, na área de quimiometria, onde a aplicação do método de decomposição PARAFAC está consolidada, as matrizes fatores associadas a dados de fluorescência podem ser interpretadas em termos dos espectros de emissão e excitação de compostos orgânicos (MURPHY, et al., 2013). Entretanto, é importante enfatizar que essas interpretações devem ser avaliadas e sua plausibilidade em relação ao fenômeno estudado deve ser verificada.

Para o caso dos dados resultantes das coletas do Sistema Bath (NL) e do Sistema da Guarda, pode-se observar que a matriz A está associada às variações temporais resultantes

do transiente hidráulico. Percebe-se que no ponto 10 essas variações atingem o seu valor extremo, o que pode representar um momento de transição na propagação do efeito de turbulência (Figura 4.40). A partir desse ponto as variações são mais reduzidas, indicando uma estabilização do comportamento dissipativo.

Pode-se verificar que a matriz B está associada às variações associadas aos cenários de transiente hidráulico (Figura 4.41). Os valores de pressão para o Sistema Bath (NL) são notadamente inferiores aos do Sistema da Guarda, conforme atestam os gráficos apresentados nas Figuras (4.3), (4.4), (4.7) e (4.8). Assim, o índice 1 estaria associado ao Sistema Bath (NL) e o índice 2 ao Sistema da Guarda.

Em relação a matriz C observa-se que o comportamento do gráfico é monotônico decrescente, o que sugere que esta matriz esteja relacionada a dimensão ligada aos pontos de coleta (Figura 4.42). O índice 1 estaria relacionado ao conjunto de dados oriundos de medições em pontos próximos do conjunto moto-bomba, onde o efeito da onda de pressão é mais intenso e o índice 2 estaria associado aos dados coletados próximo ao reservatório, com efeitos mais atenuados para a onda de pressão.

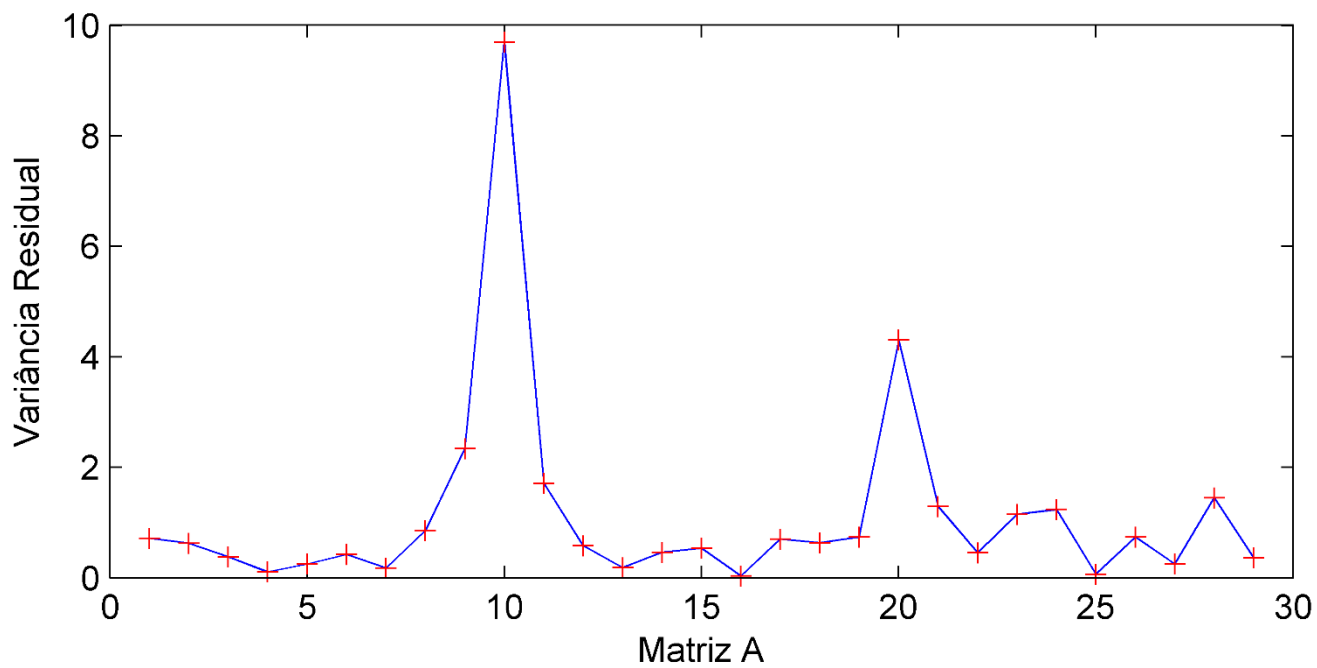


Figura 4. 40 - Matriz de fatores A.

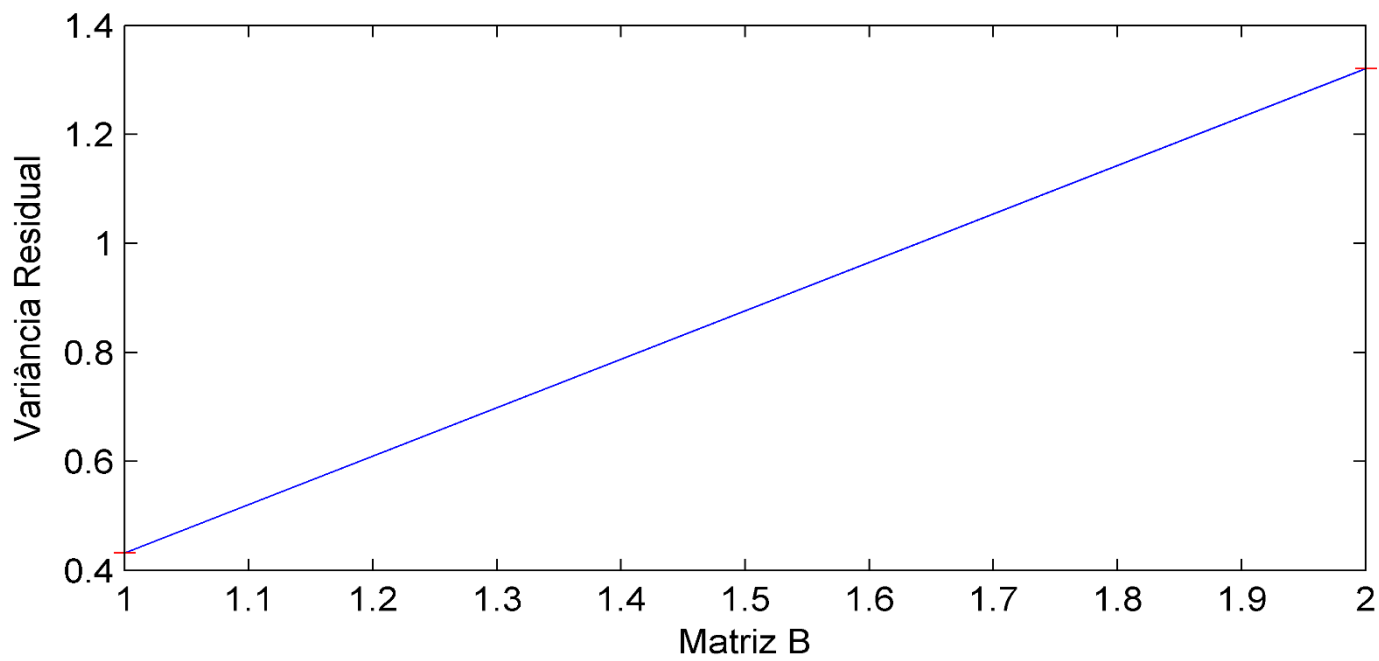


Figura 4. 41 - Matriz de fatores B.

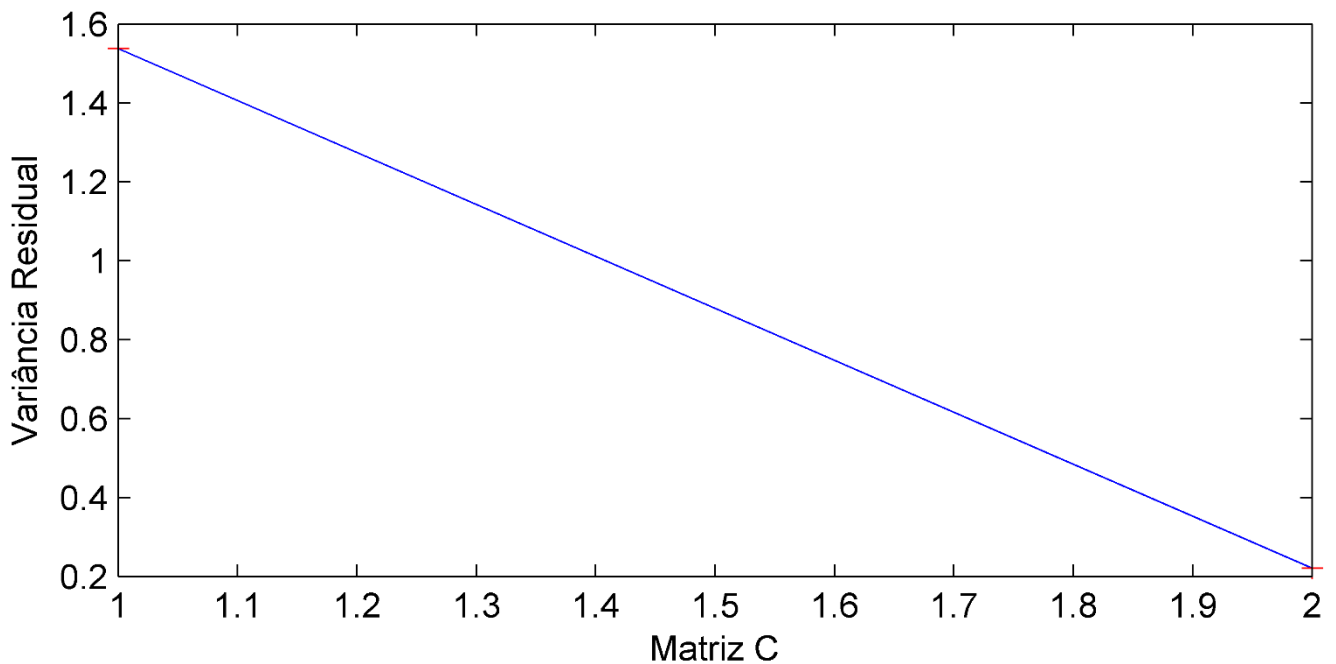


Figura 4. 42 - Matriz de fatores C.

4.5.3 Análise dos erros de Filtragem - PARAFAC

Após a determinação do modelo PARAFAC adequado e a decomposição tensorial, são obtidas duas informações importantes para a nossa pesquisa, o tensor de dados filtrados e o tensor de variância não explicada, também denominado tensor de erro. Como foi discutido previamente, esses dois tensores resultantes permitirão a eliminação sistemática e a mensuração de ruídos de dados de medida, fornecendo suporte para procedimentos de calibração e detecção de vazamentos baseados em modelos inversos, como a análise transiente inversa. Assim, medições empregadas como dados de entrada para modelos de detecção de vazamentos poderão ser filtradas, conduzindo ao aumento da precisão, potencializando esses modelos. Nessa seção são avaliados os erros e comparados os dados filtrados e reais para cada conjunto de dados correspondente a um determinado ponto e coleta e a um cenário específico. Para a obtenção do tensor de dados filtrados e do tensor de erro elaborou-se a rotina computacional apresentada no Apêndice A.6, que foi incorporada ao *toolbox N-way* para MATLAB, desenvolvido por Andersson e Bro (2000).

4.5.3.1 Sistema Bath (NL)

Pode-se observar das Figuras (4.43) e (4.45), que os erros associados ao ponto de coleta próximo do conjunto moto – bomba (3Km) são menos intensos que os erros relacionados

ao ponto próximo do reservatório (12 Km). Isso pode ser explicado pelo fato de que a manifestação da onda de pressão é mais atenuada no reservatório, caracterizando-se pela existência de ondas com baixa amplitude e comprimento de onda e alta frequência, estando mais suscetíveis a interferências. Por outro lado, em um ponto de coleta próximo ao conjunto moto-bomba, apesar de haverem diversos eventos típicos de interferência, tais como a cavitação e vibração da bomba, esses ruídos não interferem de modo significativo na onda de pressão, pois as variações de pressão no transiente hidráulico são mais intensas .

Outro ponto importante a observar é que os valores de erro são realmente residuais, não alterando de forma significativa a conformação global dos gráficos de pressão filtrada. Ou seja, os gráficos de pressão coletada e de pressão filtrada admitem configurações semelhantes, variando apenas de forma localizada (Figuras (4.44) e (4.46)).

Comparando os dados filtrados, representados pelas linhas azuis, com os dados aferidos, representados pelas linhas pretas, pode-se constatar que as linhas apresentam maior discrepância nos picos, sejam eles máximos ou mínimos(Figuras(4.44) e (4.46)). Para ambos os pontos de coleta, os maiores valores de erro e, conseqüentemente, as maiores discrepâncias foram observadas para os passos de tempo 10 e 20, em concordância com os valores para a matriz de fatores A.

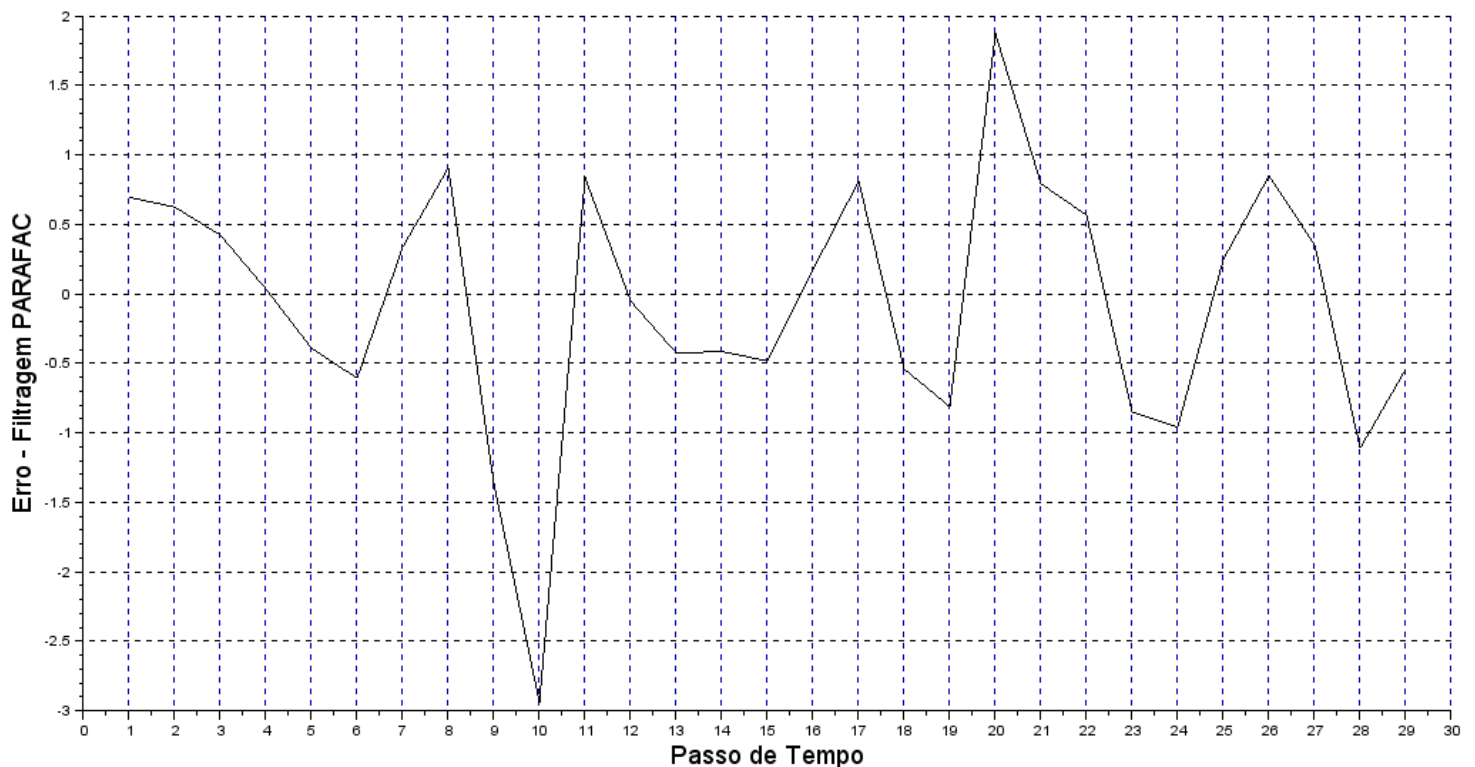


Figura 4. 43 - Erro – Cenário Bath a 3 Km – Filtragem PARAFAC.

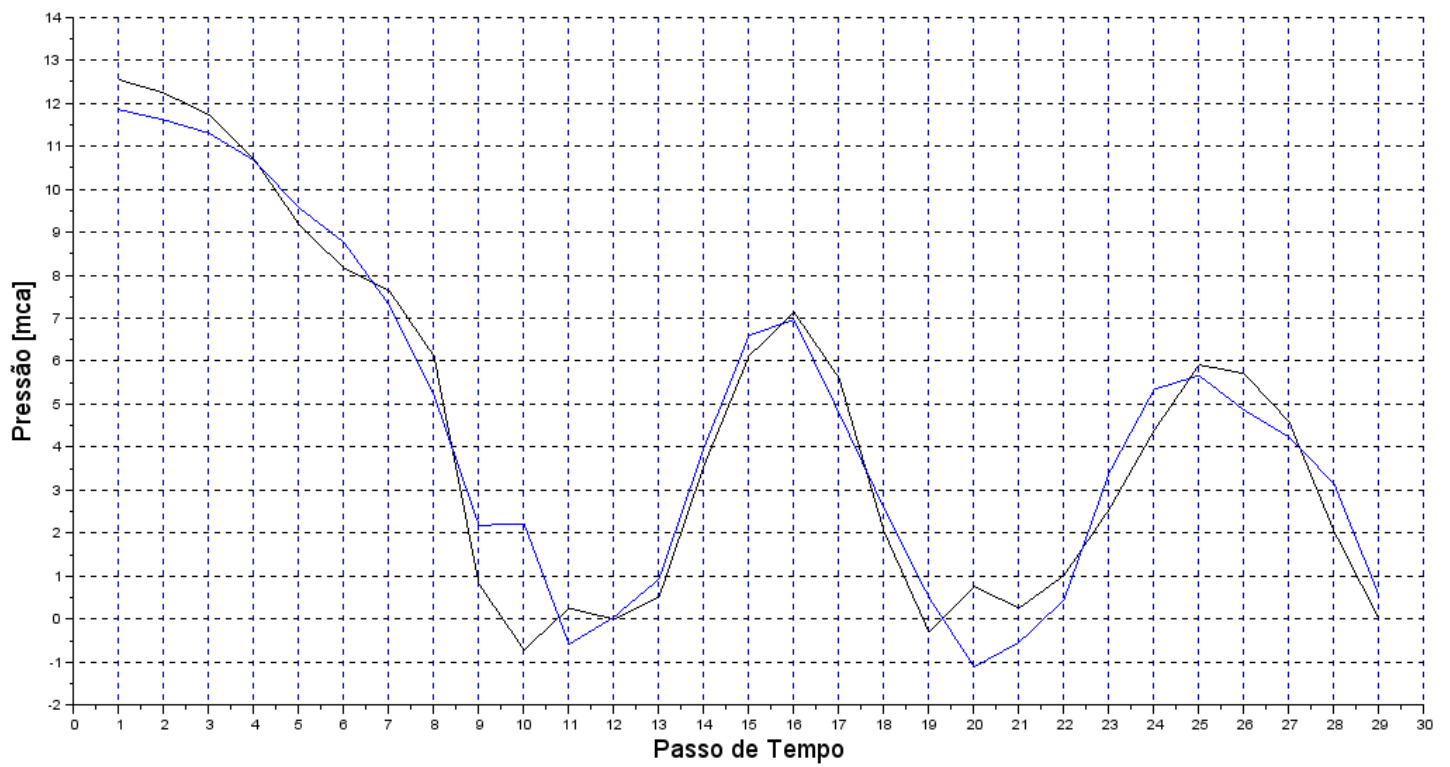


Figura 4. 44 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Bath a 3 Km.

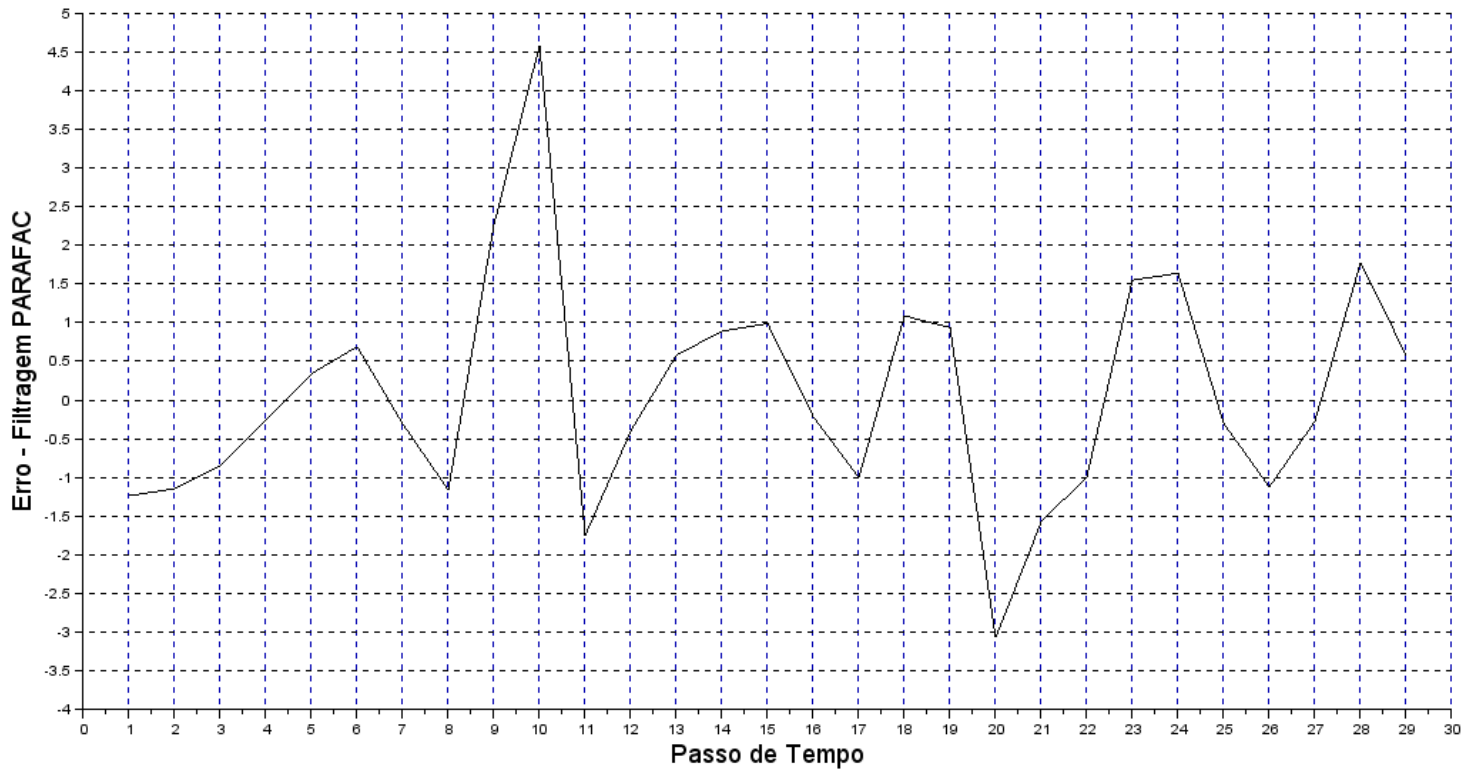


Figura 4.45 - Erro – Cenário Bath a 12 Km – Filtragem PARAFAC.

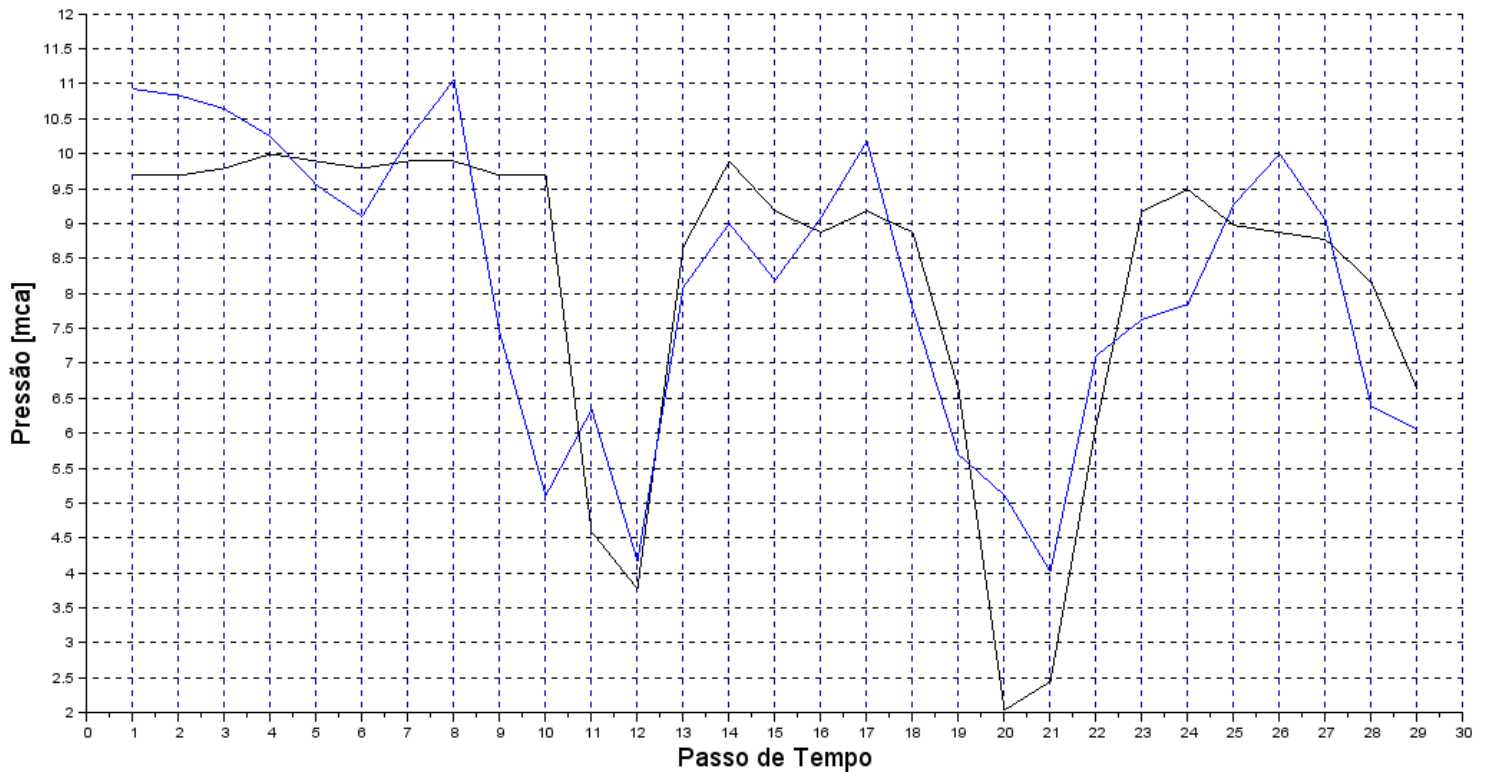


Figura 4.46 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Bath a 12 Km.

4.5.3.2 Sistema da Guarda – Portugal

Depreende-se das Figuras (4.47) e (4.49) que as variâncias residuais ou erros associados ao ponto de coleta próximo do conjunto moto – bomba são menos acentuados que os erros relacionados ao ponto de coleta próximo do reservatório, o que pode ser explicado pelo mesmo argumento utilizado para os Sistemas Bath (NL). Nesse caso, os valores de erro são bem reduzidos, sugerindo que o grau de controle desse sistema seja maior do que o Sistema Bath(NL). Inclusive pode-se observar que os dados filtrados para um ponto próximo ao sistema de bombeamento são idênticos aos dados coletados, indicando a inexistência de ruídos e sugerindo um alto grau de controle das variáveis envolvidas no transiente hidráulico.

Da mesma forma que no Sistema anterior, ao comparar-se os dados filtrados no reservatório, representados pelas linhas azuis, com os dados aferidos, representados pelas linhas pretas, pode-se constatar que as linhas apresentam maior discrepância nos picos, sejam eles máximos ou mínimos (Figuras (4.48) e (4.50)). Os maiores valores de erro e, conseqüentemente, as maiores discrepâncias entre os dados filtrados e os dados medidos no reservatório do Sistema da Guarda foram observadas para os passos de tempo 12, 17 e 27.

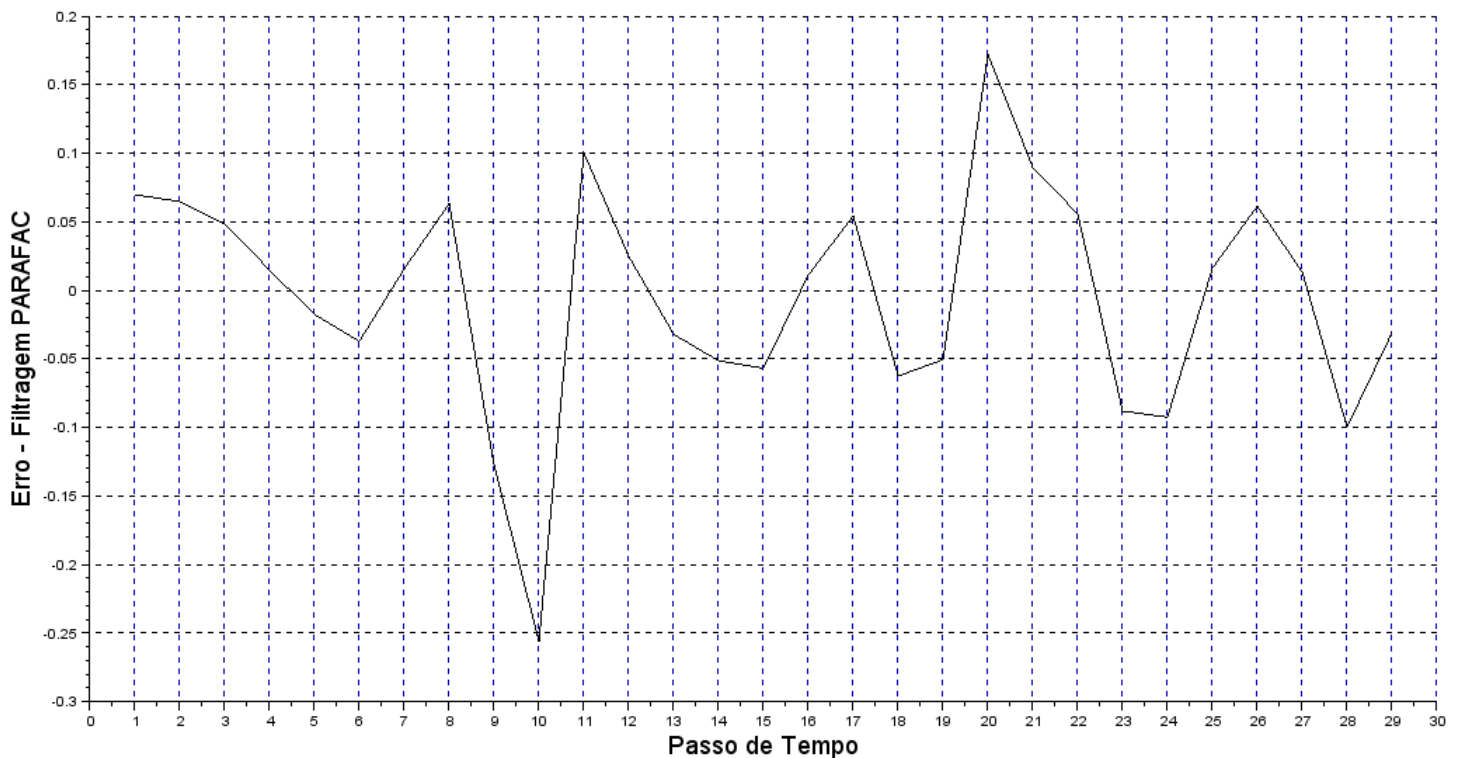


Figura 4. 47 - Erro – Cenário Sistema da Guarda - Bomba – Filtragem PARAFAC.

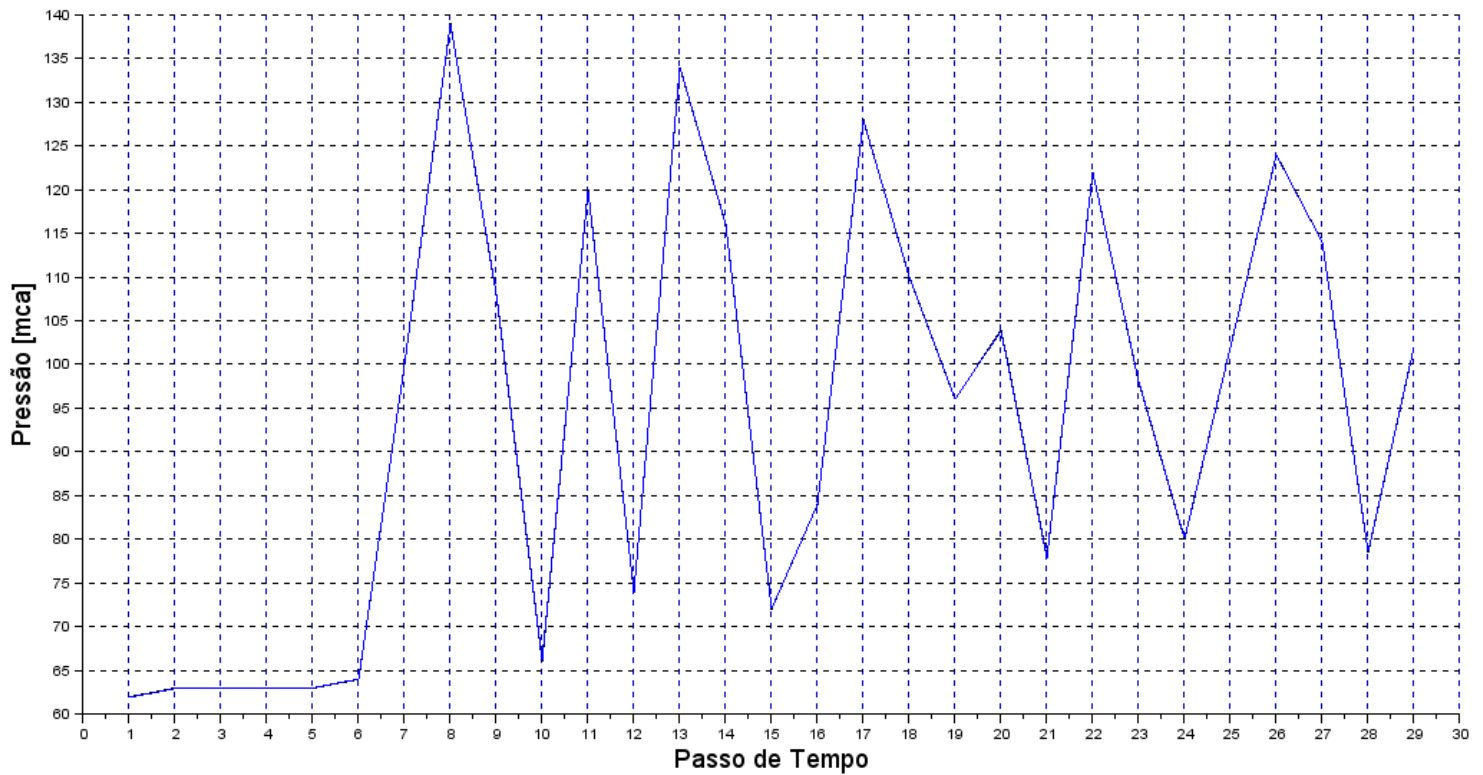


Figura 4. 48 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Sistema da Guarda em um ponto localizado próximo à bomba.

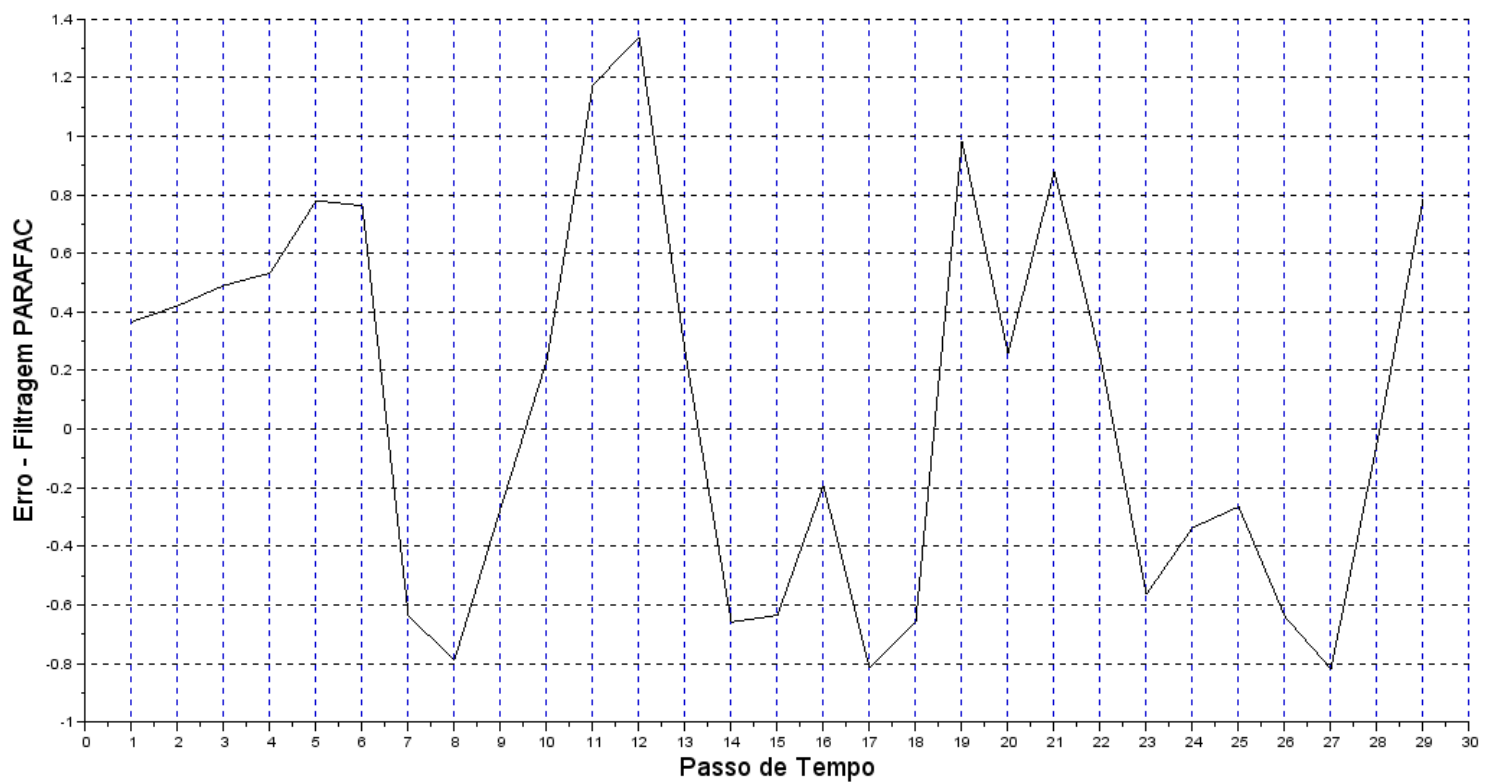


Figura 4. 49 - Erro – Cenário Sistema da Guarda - Reservatório– Filtragem PARAFAC.

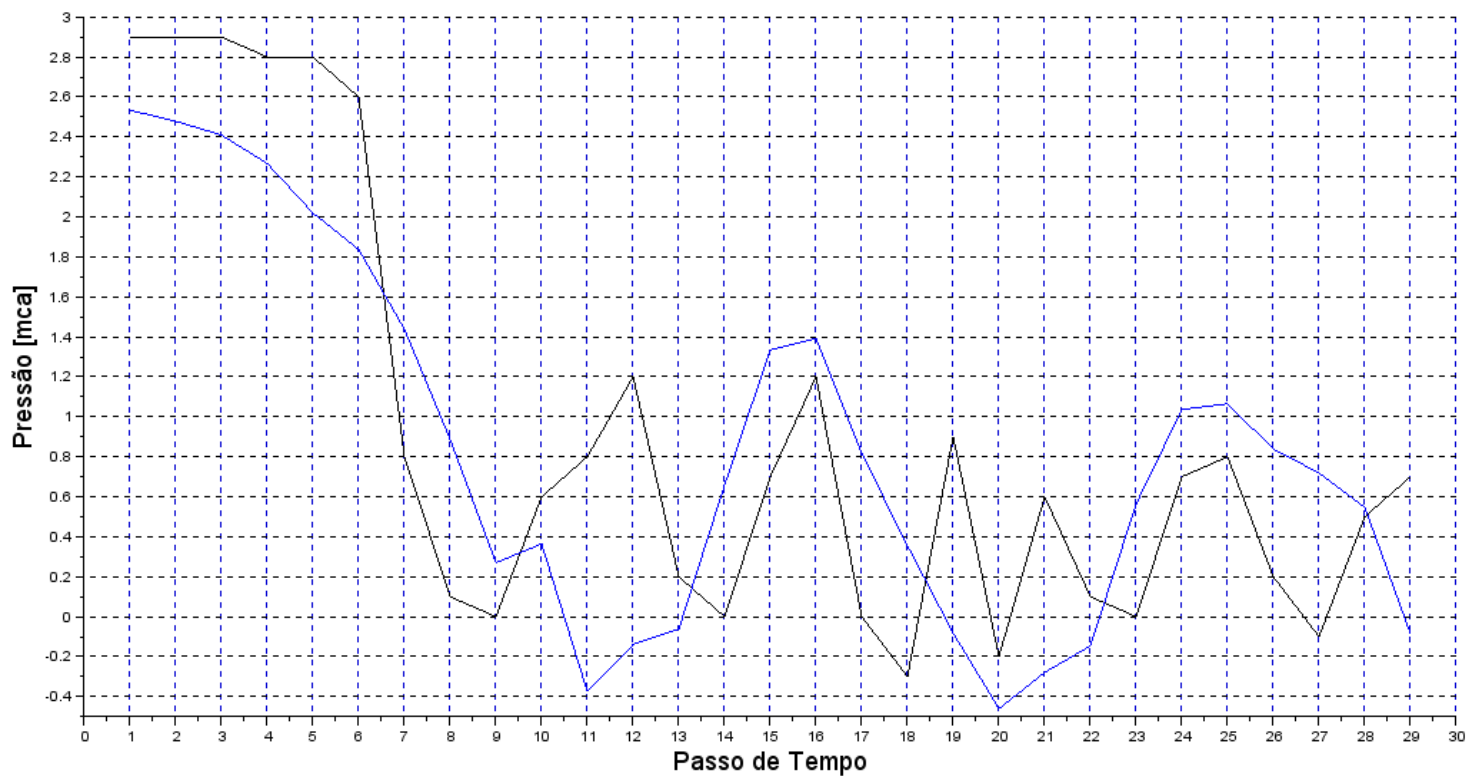


Figura 4. 50 - Comparação entre dados filtrados e dados medidos para o cenário Sistema da Guarda em um ponto localizado próximo ao Reservatório.

5. CONCLUSÕES

Concluiu-se, por meio da revisão de literatura, que a inclusão de modelos de atrito transiente é fundamental para uma modelagem mais precisa do amortecimento de pressão, fornecendo suporte para a melhoria de métodos de detecção de vazamentos ou bloqueios baseados na análise transiente. Para métodos transiente de detecção de vazamentos, os modelos de atrito transiente são adequados apenas para os casos em que os fluxos laterais são menores do que, aproximadamente, 20% do fluxo médio.

O modelo de atrito transiente de Pothof (2008) foi avaliado para dois sistemas de campo com transiente gerado por falha no bombeamento e mostrou um desempenho significativamente melhor do que o Modelo da Coluna Elástica. Entretanto, apresentou o inconveniente de possuir dois parâmetros a serem calibrados, o que pode ser considerado uma limitação em situações em que não se tem medidas de pressão. Pois, pelo que foi observado, estes parâmetros não possuem natureza universal, ou seja, os valores calibrados para um dado sistema não podem ser aplicados sem uma análise prévia em outros sistemas. Contudo, essa limitação está presente em praticamente todos os modelos de atrito transiente e, portanto, não é um fator negativo específico desse modelo. Assim, o modelo de atrito de Pothof (2008), apesar de apresentar resultados satisfatórios, ainda não é considerado ideal, pois não consegue representar com precisão os picos mínimos de pressão e não reproduz com fidelidade a conformação da onda de pressão.

Com relação ao sistema de avaliação de modelos de atrito proposto, pode-se apontar como principal vantagem o fato de poder fornecer suporte à avaliação de modelos de atrito, reduzindo o grau de subjetividade das avaliações e permitindo uma classificação mais consistente desses modelos. Dentre as restrições do sistema pode-se incluir a ausência de um análise para avaliar o esquema numérico utilizado na implementação dos modelos de atrito transiente. Além disso, outras informações poderiam ser contempladas tais como o deslocamento da onda de pressão e a avaliação da dispersão. Outra limitação pode ser encontrada no método de análise de sensibilidade empregado. De acordo com Hambi (1994), o método *One-at-time* é um método local de sensibilidade e como tal, são válidos somente para os cenários-base, não sendo recomendados para aplicação em parâmetros com grande variabilidade.

Em relação ao método de filtragem de dados –PARAFAC, pode-se apontar como principal contribuição o fato de poder melhorar a precisão de métodos de detecção de vazamentos baseados na análise transiente inversa, e a precisão da calibração de

parâmetros de modelos de atrito transiente a partir da filtragem dos dados aferidos. Sua utilização para eliminação de ruídos em dados oriundos de medidas em sistemas hidráulicos sujeitos ao golpe de aríete é uma novidade e, como foi constatado nessa pesquisa, pode auxiliar efetivamente na detecção de vazamentos e calibração de parâmetros, eliminando imprecisões advindas do sistema de aquisição de dados. Além de permitir a filtragem dos dados de medição, o modelo permite a mensuração e o entendimento do comportamento dos ruídos desses dados, o que era feito de forma subjetiva, através de testes complementares no sistema hidráulico.

A principal limitação identificada na aplicação do método de filtragem desenvolvido é a dificuldade em se encontrar dados de entrada que atendam aos requisitos do método. Para que o método possa ser aplicado deve haver disponibilidade de dados de pressão em pelo menos dois cenários de transiente hidráulico e esses cenários devem possuir características semelhantes tais como: mesmo tipo de evento gerador do golpe de aríete, topologia similar em relação aos contornos e à disposição dos condutos. Além disso, também deve haver disponibilidade de dados em mais de um ponto nos sistemas hidráulicos avaliados e cada ponto de coleta em uma sistema deve ter o seu homólogo nos outros sistemas avaliados.

Para pesquisas futuras sugere-se a inclusão, no sistema de avaliação, de um conjunto de métodos para avaliar a consistência, estabilidade e convergência dos esquemas numéricos utilizados na implementação de modelos de atrito transiente. Sugere-se também a inclusão de parâmetros para verificar a dispersão e o deslocamento da onda de pressão. Além disso, sugere-se a realização de uma revisão para identificação de métodos de análise de sensibilidade mais adequados para os parâmetros dos modelos de atrito transiente.

Em relação ao método de filtragem – PARAFAC, sugere-se para pesquisas futuras, que ele seja avaliado efetivamente em sistemas experimentais para a detecção de vazamentos e calibração de parâmetros baseados na análise transiente. Assim, poderá ser devidamente validado através de comparações entre os resultados de detecção de vazamentos baseados nas medidas originais e os resultados de detecção de vazamentos baseados nas medidas filtradas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMKOWSKI, A., LEWANDOWSKI, M. (2014). Consideration of the cavitation characteristics of shut-off valves in numerical modelling of hydraulic transients in pipelines with column separation. *Procedia Engineering*. In: *12th International Conference on Computing and Control for the Water Industry, CCWI*. v.70, p. 1027 – 1036.
- ALMEIDA, A.B.; KOELLE, E. (1992). *Fluid Transients in Pipe Networks*. Computational Mechanics Publications, Glasgow.
- AMGAD, E. S., CHAUDHRY, M. H., SILVA, W. (1994). Numerical and experimental investigation of transient pipe flow. *Journal of Hydraulic Research*. v.32, n.5, p. 689-706.
- ANDERSSON, C. A. ; BRO, R. (2000). The N-way toolbox for Matlab. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*. v.52, p.1-4.
- APOLLONIO, C., COVAS, D.I.C., MARINIS, G. de, LEOPARDI, A., RAMOS, H.M. (2014). Creep functions for transients in HDPE pipes. *Urban Water Journal*. v.11, n.2, p. 160-166.
- ARIYARATNE, C., HE, S., VARDY, A. E. (2010). Wall friction and turbulence dynamics in decelerating pipe flows. *Journal of Hydraulic Research*. v. 48, n.6, p. 810-821.
- BARBOSA, M. P. R. (2006). *Modelagem Computacional de Chaminés de Equilíbrio e Tanques de Alimentação Unidirecional como Dispositivos Atenuadores do Golpe de Aríete em Adutores*, 2006. Dissertação (Mestrado). Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará.
- BERGANT, A., SIMPSON, A. R., TIJSSELING, A. S. (2006). Water hammer with column separation: A historical review. *Journal of Fluids and Structures*. v. 22, p. 135–171.
- BERGANT, A., SIMPSON, A. R, VÍTKOVSKÝ, J. (2001). Developments in unsteady pipe flow friction modelling. *Journal of Hydraulic Research*. v. 39, n.3, p. 249-257.
- BERGANT, A., TIJSSELING, A. S. , VÍTKOVSKÝ, J. P., COVAS, D. I. C. , SIMPSON, A. R., LAMBERT, M. F. (2008). Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 1: Mathematical tools. *Journal of Hydraulic Research*. v. 46, n.3, p. 373-381.
- BERGANT, A. ,TIJSSELING, A. S. ,VÍTKOVSKÝ, J. P., COVAS, D. I. C. , SIMPSON, A. R., LAMBERT, M. F. (2008). Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 2: Case studies. *Journal of Hydraulic Research*. v.46, n.3, p. 382-391.
- BRATLAND, O. (1986). Frequency-dependent friction and radial kinetic energy variation in transient pipe flow. In: *Proceeding of 5th International Conference on Pressure Surges*, BHRA, Hannover, Germany, p. 95-101.

BREKKE, H. (1984). *A stability study on hydropowerplant governing including the influence from a quasi-nonlinear damping of oscillatory flow and from the turbine characteristics*. PhD Thesis, NTH, Trondheim, Norway.

BRO, R., KIERS, H. A. L. (2003). A new efficient method for determining the number of components in PARAFAC models. *Journal of chemometrics*. v.17, n.5, p. 274-286.

BROWN, F.T. (1984). On weighting functions for the simulation of unsteady turbulent flow. In: ROTHE, P. H., (ed.): *Proceedings of Symposium on Forum on Unsteady Flow, The Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers*, New Orleans, Louisiana, v. 15, p. 26-28.

BRUNONE, B., GOLIA, U., GRECO, M., (1995). Effects of two-dimensionality of pipes transients modeling. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.121, n. 12, p. 906–912.

BRUNONE, B. ; GOLIA, U. M.; GRECO, M. (1991). Modelling of Fast transientes by Numerical Methods. In: CABRERA, E. ; FANELLI, M. (eds): *Proceedings of the International Meeting on Hydraulic Transients and Water Column Separation*.Valencia, Spain, p. 273-280.

BUGHAZEM, M.B., ANDERSON, A. (1996). Problems with simple models for damping in unsteady flow. In: *Proceedings of International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients*, BHR Group, Harrogate, England, p. 537-548.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. (2008). *Análise Numérica*. CENGAGE Learning Editora.

CARROLL, J. D., CHANG, J. J. (1970). Analysis of individual diferences in multidimensional scaling via an N-way generalization of 'Eckart-Young' decomposition. *Psychometrika*. v. 35, p. 283- 319.

CARSTENS, M.R., ROLLER, J.E. (1959). Boundary-shear stress in unsteady turbulent pipe flow. *Journal of the Hydraulics Division*. v.85, p. 67–81.

CHAUDHRY, M. H. (1979). *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Company, New York.

CHAUDRY, M. H. (1987). *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Company, 2nd Ed. New York.

COCCHI, G. (1988). Esperimento sulla resistenza al deflusso con moto vario in un tubo. *Atti della Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*. v.14, n.5, p. 203-210.

COLEBROOK, C. F. (1939). Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between smooth and rough pipe laws. *Journal of the Institution of Civil Engineers*. v.11, n.4, p.133-156.

COLEBROOK, C. F.; WHITE, C. M. (1937). Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. v.161, n. 906, p. 367-381

COLOMBO, A. F., LEE, P., KARNEY, B. W. (2009). A selective literature review of transient-based leak detection methods. *Journal of Hydro-environment Research*. v.2, p. 212-227.

COVAS, D., STOIANOV, I., BUTLER, D., MAKSIMOVIC, C., GRAHAM, N., RAMOS, H., (2001). Leakage detection in pipeline systems by inverse transient analysis e from theory to practice. In: ULANICKI, B. COULBECK, B., RANCE, J. P. (Eds.): *Water Software Systems: Theory and Applications*, v. 2, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, England, p. 3-16.

COVAS, D., STOIANOV, I. N., MANO, J. F. , RAMOS, H. , GRAHAM, N., MAKSIMOVIC, C. (2005). The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II—model development, calibration and verification. *Journal of Hydraulic Research*. v.43, n.1, p.56-70.

COVAS, D., STOIANOV, I., RAMOS, H., GRAHAM, N., MAKSIMOVIC, C., BUTLER, D. (2004). Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis. *Urban Water Journal*. v.1, n.2, p.177-197.

DAILY, J., HANKEY, L. Jr., OLIVE, R. W., JORDAAN, J. M. (1956). Resistance Coefficients for Accelerated and Decelerated Flux Through Smooth Tubs and Orifices. *Journal of Basic Engineering*. v.78, n.7, p. 1071 -1077.

DELGADO, J. N., MARTINS, N. M. C., COVAS, D.I.C. (2014). Uncertainties in hydraulic transient modelling in raising pipe systems: laboratory case studies. *Procedia Engineering*. In: *12th International Conference on Computing and Control for the Water Industry*, CCWI. v. 70, p. 487 – 496.

DUAN, Huan-Feng, GHIDAOU, M., LEE, P. J., TUNG, Yeou-Koung. (2010) Unsteady friction and visco-elasticity in pipe fluid transients. *Journal of Hydraulic Research*. v.48, n.3, p. 354-362.

DUAN, H. F., LEE, P. J., TUCK, J. (2014). Experimental Investigation of Wave Scattering Effect of Pipe Blockages on Transient Analysis. *Procedia Engineering*. In: *16th Conference on Water Distribution System Analysis*, WDSA. v. 89, p.1314 – 1320.

EICHINGER, P., and LEIN, G. (1992). The influence of friction on unsteady pipe flow. In: *Proceeding of International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients*, Bettess and Watts, eds., A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, p. 41-50.

GHIDAOU, M. S., KARNEY, B. W. (1994). Equivalent Differential Equations in fixed-Grid Characteristics Method. *Journal of hydraulic Engineering*. v. 120, n.10, p. 1159-1175.

GHIDAOU, M.S., MANSOUR, S.G.S., ZHAO, M. (2002). Applicability of quasi-steady and axisymmetric turbulence models in water hammer. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.128, n.10, p. 917–924.

GHIDAOU, M. S.; ZHAO, M.; MCINNIS, D. A.; AXWORTHY, D. H. (2005). A review of water hammer theory and practice. *Applied Mechanics Reviews*. v. 58, p. 49-76.

GOLIA, U.M. (1990). Sulla valutazione delle forze resistenti nel colpo d'ariete. *Report n. 639*, Department of Hydraulic and Environmental Engineering, University of Naples, Naples, Italy.

GUO Xin-lei, YANG Kai-lin, LI Fu-tian, WANG, T., FU, H. (2012). Analysis of first transient pressure oscillation for leak detection in a single pipeline. *Journal of hydrodynamics*. v. 24, n.3, p.363-370.

HAMBY, D. M. (1994). A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. *Environmental Monitoring and Assessment*. v. 32, p. 135-154.

HARSHMAN, R. A. (1970). Foundations of the PARAFAC procedure: Models and conditions for an “explanatory” multi-modal factor analysis. *UCLA working papers in phonetics*. v. 16, p. 1-84.

HE, S., ARIYARATNE, C., VARDY, A.E. (2008). A computational study of wall friction and turbulence dynamics in accelerating pipe flows. *Computers & Fluids*. v. 37, p. 674–689.

HE, S., JACKSON, J.D. (2000). A study of turbulence under conditions of transient flow in a pipe. *Journal of Fluid Mechanics*. v.408, p. 1–38.

HINO, M., SAWAMOTO, M., and TAKASU, S. (1977). Study on the transition to turbulence and frictional coefficient in an oscillatory pipe flow. *Transactions of JSCE*. v. 9, p.282-285.

HOLMBOE, E. L., ROLEAU, W. T. (1967). The effect of viscous shear on transients in liquid lines. *Journal of Basic Engineering*. v. 89, p. 174-180.

ISLAM, M.R., CHAUDHRY, M.H. (1998). Modeling of Constitutive Transport in Unsteady Flows in Pipe Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 124, n.11, p. 1115–1124.

ISLAM, M.R., CHAUDHRY, M.H. and CLARK, R.M. (1997). Inverse Modeling of Chlorine Concentration in Pipe Networks Under Dynamic Condition. *Journal of Environmental Engineering*. v. 123, n.10, p. 1033–1040.

JÖNSSON, L. (2003). Hydraulic transients in pipelines for water conveyance – problems and benefit. Stockholm, Lund University. *VA- Forsk Rapport*. n.28.

JONSSON, P. P., RAMDALB, J., M.J. CERVANTES, M. J. (2012). Development of the Gibson method—Unsteady friction. *Flow Measurement and Instrumentation*. v. 23, p.19–25.

KAPELAN, Z. S.; SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. (2002). Hybrid GA for Calibration of Water Distribution Hydraulic Models. *Proceedings of the 2002 Conference on Water Resources Planning and Management*, Roanoke, Virginia, USA.

KASHIMA, A., LEE, P. J.,GHIDAOU, M. S., DAVIDSON, M.(2013). Experimental verification of the kinetic differential pressure method for flow measurements. *Journal of Hydraulic Research*. v. 51, n.6, p. 634-644.

- KERAMAT, A., KOLAH, A. G., AHMADI, A. (2013). Water hammer modelling of viscoelastic pipes with a time-dependent Poisson's ratio. *Journal of Fluids and Structures*. v. 43, p. 164–178.
- KIM, S. H. (2005). Extensive development of leak detection algorithm by impulse response method. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 131, n. 3, p. 201–208.
- KIM, S. (2014). Holistic diagnosis of pipeline system with impedance method. *Procedia Engineering*. In: *12th International Conference on Computing and Control for the Water Industry, CCWI*. v. 70, p. 924 – 933.
- KIM, S. (2007). Impedance matrix method for transient analysis of complicated pipe networks. *Journal of Hydraulic Research*. v. 45, n. 6, p. 818-828.
- KITA, Y., ADACHI, Y., HIROSE, K. (1980). Periodically oscillating turbulent flow in a pipe. *Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers*. v.23, n. 179, p. 656-664.
- KOLDA, T. G., BADER, B. W. (2009). Tensor decompositions and applications. *SIAM Review*. v. 51, n. 3, p. 455- 500.
- LARSON, M., JÖNSSON, L. (1991). Elastic properties of pipe materials during hydraulic transients. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.117, n. 10, p. 1317 – 1331.
- LEE, P. J., VÍTKOVSKÝ, J. P., LAMBERT, M. F., SIMPSON, A. R., LIGGETT, J. A. (2005). Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a numerical study. *Journal of Sound and Vibration*. v.284, p.1051–1073.
- LIGGETT, J. A.; CHEN, L. (1994). Inverse Transient Analysis in Pipe Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 120. n.8, p.934-955.
- LOUREIRO, D. (2002). *The Influence of Transients in Characteristic Hydraulic and Water Quality Parameters*. MSc. Thesis, IST, Lisboa, Portugal.
- MARCHIS, M. De, FONTANAZZA, C. M., FRENI, G., MESSINEO, A., MILICI, B., NAPOLIB E., NOTARO, V., PULEOB, V. , SCOPA, A. (2014). Energy recovery in water distribution networks. Implementation of pumps as turbine in a dynamic numerical model. *Procedia Engineering*. In: *12th International Conference on Computing and Control for the Water Industry, CCWI*. v. 70, p. 439 – 448.
- MARCINKIEWICZ, J., ADAMOWSKI, A., LEWANDOWSKI, M. (2008). Experimental evaluation of ability of Relap5, Drako®, Flowmaster 2™ and program using unsteady wall friction model to calculate water hammer loadings on pipelines. *Nuclear Engineering and Design*. v. 238, p. 2084–2093.
- MENICONI, S., BRUNONE, B., FERRANTE, M. (2012). Water-hammer pressure waves interaction at cross-section changes in series in viscoelastic pipes. *Journal of Fluids and Structures*. v.33, p. 44–58.
- MILIVOJEVIC, S., STEVANOVIC, V. D., MASLOVARIC, B. (2014). Condensation induced water hammer: Numerical prediction. *Journal of Fluids and Structures*. v. 50, p. 416–436.

- MURPHY, K. R., STEDMON, C. A., GRAEBER, D., BRO, R. (2013). Fluorescence spectroscopy and multi-way techniques. PARAFAC. *Journal of Analytical methods*. v.5, p. 6557- 6566
- NASER, G., KARNEY, B. W. (2008). A transient 2-D water quality model for pipeline systems. *Journal of Hydraulic Research*. v. 46, n.4, p. 516-525.
- NI, L., JIANG, J., PAN, Y. (2013). Leak location of pipelines based on transient model and PSO-SVM. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. v. 26, n.1, p. 1085-1093.
- NIROOMANDI, A., BORGHEI, S. M., BOHLULY, A. (2012). Implementation of Time Splitting Projection Method in water hammer modeling in deformable pipes. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. v. 98, p. 30- 42.
- NIXON, W., GHIDAOU, M., (2007). Numerical sensitivity study of unsteady friction in simple systems with external flows. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.133, n.7, p. 736-749.
- PARMAKIAN, J. (1963). *Water hammer analysis*. Dover Publications, Inc., New York, NY.
- PEZZINGA, G. (2000). Evaluation of unsteady flow resistances by quasi-2D or 1-D models. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 126, n. 10, p. 778-785.
- PEZZINGA, G. (2009). Local Balance Unsteady Friction Model. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 135, n. 1, p. 45–56.
- PEZZINGA, G. (1999). Quasi-2 D Models for Unsteady Flow in Pipe Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.125, n.7, p. 676-685.
- POTHOF, I. (2008). A turbulent approach to unsteady friction. Une approche turbulente du frottement instationnaire. *Journal of Hydraulic Research*. v. 46, n. 5, p. 679–690.
- RAMOS, H., COVAS, D., BORGA, A., LOUREIRO, D. (2004). Surge Damping Analysis in Pipe Systems: Modelling and Experiments. *Journal of Hydraulic Research*. v. 42, n.4, p. 413-425.
- RAMOS, H., LOUREIRO, D. (2002). *Evaluation of the influence of transients in the energy dissipation of pipe flows*. MSc. Thesis, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- RIASI, A., A. NOURBAKHS, A., RAISEE, M. (2013). Energy dissipation in unsteady turbulent pipe flows caused by water hammer. *Computers & Fluids*. v.73, p. 124–133.
- RIASI, A., NOURBAKHS, A., RAISEE, M. (2009). Unsteady turbulent pipe flow due to water hammer using $k-\theta$ turbulence model. *Journal of Hydraulic Research*. v. 47, n. 4, p. 429-437.
- RICHTER, A, SALMI, J., KOIVUNEN, V. (2008). Tensor Decomposition of MIMO Channel Sounding Measurements and its Applications. *Proceedings of URSI General Assemblies*.

- SAFWAT, H.H., VAN DER POLDER, J. (1973). Friction-frequency dependence for oscillatory flows in circular pipes. *Journal of the Hydraulics Division*. v.99, n.11, p. 1933-1945.
- SALLEH, S.; ZOMAYA, A. Y.; BAKAR, S. A. (2008). *Computing for numerical methods using Visual C++*. John Wiley & Sons.
- SATTAR, A. M., CHAUDHRY, M. H. (2008). Leak detection in pipelines by frequency response method. *Journal of Hydraulic Research*. v.46, p. 138-151.
- SHAMLOO, H., MOUSAVIFARD, M. (2015). Turbulence behaviour investigation in transient flows. *Journal of Hydraulic Research*. v. 53, n.1, p. 83-92.
- SHUY, E.B., APELT, C.J. (1983). Friction effects in unsteady pipe flows. In: *Proceedings of the Fourth International Conference on Pressure Surges*. BHRA, Bath, England, p. 147–164.
- SHUY, E.B. (1995). Approximate wall shear equation for unsteady laminar pipe flows. *Journal of Hydraulic Research*, v. 33, n.4, p. 457-469.
- SHUY, E. B. (1996). Wall shear stress in accelerating and decelerating turbulent pipe flows. *Journal of Hydraulic Research*. v.34, n.2, p. 173-183.
- SILVA-ARAYA, W. F., CHAUDHRY, M. H. (1997). Computation of energy dissipation in transient flow. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 123, n.2, p. 108-115.
- SILVA-ARAYA, W. F. (1993). *Energy dissipation in transient flow*. PhD thesis, Washington State University, Pullman, Washington.
- SOARES, A. K.; COVAS, D. I. C.; CARRIÇO, N. (2012) Transient Vaporous cavitation in viscoelastic Pipes. *Journal of Hydraulic Research*. v.50. n.2. p.228-235.
- SOARES, A. K.; COVAS, D. I. C.; RAMOS, H. M. (2013). Damping Analysis of Hydraulic Transients in Pump-Rising Main Systems. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.139, n.2, p. 233-243.
- SOARES, A. K., COVAS, D. I. C., REIS, L. F. R. (2008). Analysis of PVC Pipe-Wall Viscoelasticity during Water Hammer. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 134, n. 9, p. 1389-1394.
- SOUSA, J.; CUNHA, M. C.; MARQUES, A. S. (1999). An explicit solution of the Colebrook-White equation through simulated annealing. *Water industry systems: modelling, optimization and applications*. v.2, Baldock, England, Research Studies Press.
- SUO, L., WYLLIE, E.B. (1989). Impulse response method for frequency-dependent pipeline transients. *Journal of Fluids Engineering*. v.111, n.4, p. 478-483.
- SUZUKI, K., TAKETOMI, T., and SATO, S. (1991). Improving Zielke's method of simulating frequency-dependent friction in laminar liquid pipe flow. *Journal of Fluids Engineering*. v.113, n.4, p. 569-573.

- SVINGEN, B. (1997). Rayleigh damping as an approximate model for transient hydraulic pipe friction. In: *Proceeding of 8th International Meeting on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions*, IAHR, Chatou, France, Paper F-2.
- THORLEY, A. R. D.; FAITHFULL, E. M. (1992). Inertias of pumps and their driving motors. *Proceeding of International Conference on Unsteady flow and Fluid Transients*, BETTES, R.; WATTS, J. Ed. Balkema, Rotterdam, Netherlands, p.285-289.
- TISELJ, I., GALE, J. (2008). Integration of unsteady friction models in pipe flow simulations. *Journal of Hydraulic Research*. v.46, n. 4, p. 526-535.
- TRIKHA, A. K. (1975). An Efficient Method for Simulating Frequency – Dependent Friction in Transient Liquid Flow. *Journal of Fluids Engineering*. v. 97, n.1, p.97-105.
- TUCK, J., LEE, P. J., DAVIDSON, M., GHIDAOU, M. S. (2013). Analysis of transient signals in simple pipeline systems with an extended blockage. *Journal of Hydraulic Research*. v. 51, n.6, p. 623-633.
- TUCKER, L. R. (1966). Some mathematical notes on three-mode factor analysis. *Psychometrika*. v. 31, p. 279 - 311.
- VARDY, A.E. (1992). Approximating unsteady friction at high Reynolds numbers. In: *Proceeding of International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients*, Durham, England, p. 21-29.
- VARDY, A. E., BROWN, J. M. B. (2007). Approximation of turbulent wall shear stresses in highly transient pipe flows. *Journal of Hydraulic*. v.133, n.11, p.1219–1228.
- VARDY, A. E., BROWN, J. M. B. (2010). Influence of time-dependent viscosity on wall shear stresses in unsteady pipe flows. *Journal of Hydraulic Research*. v. 48, n.2, p. 225-237.
- VARDY, A. E.; BROWN, J. M.B. (1996). On Turbulent, Unsteady, Smooth- Pipe Friction. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipelines and Open Channels*, BHR Group, Harrogate, p. 289-311.
- VARDY, A. E.; BROWN, J. M. B. (2004). Transient Turbulent Friction in fully Rough Pipe Flows. *Journal of Sound and Vibration*, v. 270, n. 1-2, p.233-257.
- VARDY, A. E.; BROWN, J. M.B. (2003). Transient Turbulent Friction in Smooth Pipe Flows. *Journal of Sound and Vibration*. v.259, n.5, p.1011-1036.
- VARDY, A. E., BROWN, J. M. B. (1995). Transient, turbulent, smooth pipe friction. *Journal of Hydraulic Research*. v. 33, n.4, p. 435-456.
- VAKIL, A. E., FIROOZABADI. (2006). Effect of Unsteady Friction Models and Friction-Loss Integration on Transient Pipe Flow. *Scientia Iranica*. v. 13, n. 3, p 245-254.
- VARDY, A. E.; HWANG, K. L.; BROWN, J. M. B. (1993). A Weighting Function Model of Transient Turbulent Pipe Friction. *Journal of Hydraulic Research*. v.31, n.4, p.533-548.

- VARDY, A. E., HWANG, K. (1991). A characteristics model of transient friction. *Journal of Hydraulic Research*. v. 29, n. 5, p. 669-684.
- VENNATRØ, B. (1996). Unsteady friction in pipelines. In: *Proceeding of XVIII IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Valencia, Spain, v. 2, p. 819-826.
- VITKOVSKÝ, J. P., SIMPSON, A. R. (1998). A critique of the Brunone et al. unsteady state friction method. *Hydraulics Technical Memorandum*. n. 98/1, Dept. of Civil and Envir. Engineering, University of Adelaide, Australia.
- VÍTKOVSKÝ, J.P., BERGANT, A., SIMPSON, A.R., LAMBERT, M.F. (2003). Steady Oscillatory Flow Solution Including Unsteady Friction. In: *International Conference, Pumps, Electromechanical Devices, and Systems Applied to Urban Water Management*, IAHR, and IHR, BHR Group, Granfield, UK.
- VÍTKOVSKÝ, J. P., BERGANT, A., SIMPSON, A. R., LAMBERT, M. F. (2006). Systematic Evaluation of One-Dimensional Unsteady Friction Models in Simple Pipelines. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 132, n. 7, p. 696–708.
- VÍTKOVSKÝ, J.P., LAMBERT, M.F, SIMPSON, A.R. (2000). Advances in Unsteady Friction Modelling in Transient Pipe Flow. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Pressure Surges*. BHR Group Ltd., Hague, Netherlands, p. 471-498.
- VÍTKOVSKÝ, J. P., LAMBERT, M. F., SIMPSON, A.R., BERGANT, A. (2000). Advances in Unsteady Friction Modelling in Transient Pipe Flow. In: ANDERSON, A. (ed): *VIII International Conference on Pressure Surges: Safe Design and Operation of Industrial Pipe Systems*, BHR Group, Pressure Surges Publications, Hague, Netherlands, n.39, v. 1, p. 471 – 482.
- ZARZYCKI, Z. (1997). Hydraulic resistance of unsteady turbulent liquid flow in pipelines. In: *Proceedings of 3rd International Conference on Water Pipeline Systems*, BHR Group Ltd., Hague, Netherlands, p. 163-178.
- ZECCHIN, A. C., WHITE, L. B., LAMBERT, M. F., SIMPSON, A. R. (2013). Parameter identification of fluid line networks by frequency-domain maximum likelihood estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*. v. 37, p. 370–387.
- ZHANG, Y. L., VAIRAVAMOORTHY, K. (2005). Analysis of transient flow in pipelines with fluid–structure interaction using method of lines. *International Journal for numerical Methods in Engineering*. v. 63, p. 1446–1460.
- ZHAO, M., GHIDAOU, M.S. (2003). An efficient solution for quasi two-dimensional water hammer problems. *Journal of Hydraulic Engineering*. v.129, n.12, p. 1007–1013.
- ZHAO, M., M.S. GHIDAOU, M. S. (2006). Investigation of turbulence behavior in pipe transient using a k–ε model. *Journal of Hydraulic Research*. v.44, n. 5, p. 682-692.
- ZIELKE W. (1968). Frequency dependent friction in transient pipe flow. *Journal of Basic Engineering*. v. 90, n.1, p.109–15.

WANG, Xiao-Jian, LAMBERT, M. F., SIMPSON, A. R. (2005). Detection and Location of a Partial Blockage in a Pipeline Using Damping of Fluid Transients. *Journal of Water Resources Planning and Management*. v. 131, n. 3, p. 244–249.

WANG, Xiao-Jian; LAMBERT, M. F., SIMPSON, A. R., LIGGETT, J. A., VÍTKOVSKÝ, J. P. (2002). Leak Detection in Pipelines using the Damping of Fluid Transients. *Journal of Hydraulic Engineering*. v. 128, n. 7, p. 697–711.

WAHBA, E. M. (2008). Modelling the attenuation of laminar fluid transients in piping systems. *Applied Mathematical Modelling*. v.32, p. 2863–2871.

WOOD, D. J., FUNK, J. E. (1970). A boundary layer theory for transient viscous losses in turbulent flow. *Journal of Basic Engineering*. v. 92, n.4, p. 865 - 873.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. (1993). *Fluid transients in Systems*. Prentice-Hall, New Jersey.

APÊNDICE A.1

Nesse apêndice, deduz-se a equação $u^* = (f/8)^{1/2}$, utilizada para a obtenção do parâmetro P em termos do número de Mach e do fator de atrito. Para isso, considere o elemento diferencial de fluido mostrado na Figura A.1:

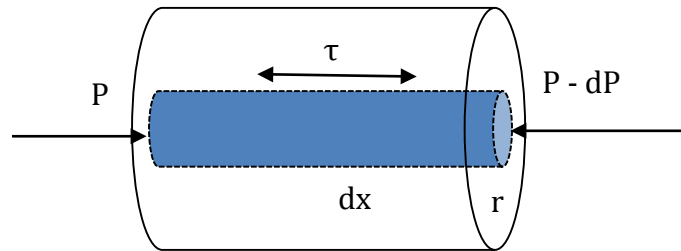


Figura A. 1 - Elemento diferencial de fluido.

Para uma situação de escoamento permanente, a velocidade permanece constante para um determinado elemento de fluido diferencial. Nesse caso, pode-se falar em equilíbrio de forças. As forças de pressão em cada extremidade do elemento de fluido compensam a força de cisalhamento:

$$\Delta P \cdot A = \tau \cdot A_L \quad (\text{A.1. 1})$$

Onde A indica a área da seção transversal; A_t representa a área longitudinal.

A partir das variáveis introduzidas na Figura A.1.1 e de relações geométricas para as áreas, pode-se afirmar que:

$$[P - (P - dP)] \cdot \pi \cdot r^2 = \tau \cdot 2\pi r \cdot dx \quad (\text{A.1. 2})$$

$$\Rightarrow dP \cdot r = 2 \cdot \tau \cdot dx \quad (\text{A.1. 3})$$

Logo, a tensão de cisalhamento pode ser expressa em função da taxa de variação da pressão em relação à coordenada x :

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{dP}{dx} \quad (\text{A.1. 4})$$

A tensão de cisalhamento é máxima para $r = R$.

Para um comprimento Δx , a tensão de cisalhamento máxima, que equivale à tensão na camada limite é dada por:

$$\tau = \frac{D}{4} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (\text{A.1. 5})$$

Aplicando a equação de Darcy – Weisbach, pode-se obter uma relação entre a tensão de cisalhamento e a velocidade:

$$h_f = f \frac{\Delta x v^2}{D 2g} \quad (\text{A.1. 6})$$

Para,

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho g} \quad (\text{A.1. 7})$$

Igualando-se as equações (A.1. 6) e (A.1. 7), obtém-se uma expressão para a variação de pressão em termos da velocidade:

$$\Delta P = \rho \frac{f \cdot \Delta x \cdot v^2}{2D} \quad (\text{A.1. 8})$$

Desse modo, fazendo-se as devidas substituições, a tensão na camada limite é dada como uma função da velocidade:

$$\tau = \frac{f \cdot \rho \cdot v^2}{8} \quad (\text{A.1. 9})$$

Para a dedução de $u_* = (f/8)^{1/2}$, considera-se a definição de velocidade orbital:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (\text{A.1. 10})$$

Onde τ é a tensão na parede do conduto.

Substituindo-se a equação (A.1. 9) em (A.1. 10), obtém-se a relação pretendida nesse apêndice:

$$u_* = v \cdot \sqrt{\frac{f}{8}} \quad (\text{A.1. 11})$$

APÊNDICE A.2

Neste apêndice, deduz-se as equações características resultantes da consideração do termo de atrito variável de Pothof (2008) no equacionamento do transiente hidráulico. Visando isso, utilizam-se, como ponto de partida, as equações do modelo clássico:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad (\text{A.2. 1})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.2. 2})$$

Como foi discutido no capítulo 4, o termo de atrito transiente é incorporado às equações do transiente hidráulico através de sua adição ao termo de atrito permanente da equação (A.2. 1). Ou seja, o termo de atrito resultante será uma composição do termo de atrito transiente com o termo de atrito permanente:

$$h_f = h_{sf} + h_{uf} \quad (\text{A.2. 3})$$

O termo de atrito para o modelo de Pothof, h_{uf} , é proporcional à perda de carga de Borda-Carnot e à razão comprimento-diâmetro de um elemento e tubo. Admitindo, portanto, a seguinte configuração:

$$h_{uf} = \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{v|v|}{2gD} \quad (\text{A.2. 4})$$

Note que o termo de atrito é função da velocidade, o que sugere que haja uma mudança de variável de estado nas equações do transiente hidráulico, que estão expressas em função da vazão. Desse modo, a partir da relação $Q = V.A$, pode-se reescrever as equações (A.2. 1) e (A.2. 2) em função da variável de estado V . Em complemento, considere também a inclusão do termo de atrito transiente:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2gD} + \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \frac{v|v|}{2gD} = 0 \quad (\text{A.2. 5})$$

$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.2. 6})$$

Esse novo sistema de equações diferenciais parciais pode ser resolvido pelo Método das Características de forma análoga ao caso do Modelo da Coluna elástica. Com efeito, denotando a Equação (A.2. 5) por L_1 e a Equação (A.2. 6) por L_2 e, combinando linearmente essas equações através de um multiplicador desconhecido, obtém-se:

$$L = L_1 + \lambda L_2 = \lambda \left[\frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \frac{1}{g} \left[a^2 \lambda \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + \frac{fV|V|}{2gD} \quad (\text{A.2. 7})$$

$$+ \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu} \right)^2 \frac{v|v|}{2gD} = 0$$

O valor de λ pode ser ajustado para que os termos entre colchetes sejam equivalentes às seguintes derivadas totais:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{A.2. 8})$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{A.2. 9})$$

E,

A comparação entre as identidades (A.2. 8), (A.2. 9) e os termos entre colchetes da equação (A.2. 7) gera a seguinte conclusão:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\lambda} = a^2 \lambda \quad (\text{A.2. 10})$$

Resolvendo a segunda equação em termos de λ :

$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad (\text{A.2. 11})$$

Substituindo os λ 's obtidos em (A.2. 11) na equação (A.2. 7) e, considerando os termos entre colchetes da equação (A.2. 7) como derivadas totais:

$$\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2gD} + \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu} \right)^2 \frac{v|v|}{2gD} = 0 \quad (\text{A.2. 12})$$

Para

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (\text{A.2. 13})$$

$$-\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2gD} + \phi \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu} \right)^2 \frac{v|v|}{2gD} = 0 \quad (\text{A.2. 14})$$

Para

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (\text{A.2. 15})$$

Multiplicando a equação (A.2. 12) por:

$$adt = dx \quad (\text{A.2. 16})$$

E, integrando (A.2. 12) ao longo da linha característica positiva AP:

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{g} \int_{V_A}^{V_P} dV + \frac{f}{2gD} \int_{x_A}^{x_P} V|V| dx + \frac{K}{2gD} \cdot \int_{x_A}^{x_P} \phi \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \cdot v|v| dx = 0 \quad (\text{A.2. 17})$$

As duas primeiras integrais da equação (A.2. 17) são facilmente calculadas, porém, as duas últimas integrais não podem ser calculadas por métodos analíticos. Assim, utilizam-se aproximações numéricas de primeira-ordem para resolver essas integrais:

$$H_P - H_A + \frac{a}{g} (V_P - V_A) + \frac{f\Delta x}{2gD} V_A |V_A| + \phi_A \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu_A}\right)^2 \frac{V_A |V_A|}{2gD} \Delta x = 0 \quad (\text{A.2. 18})$$

De modo análogo, pode-se integrar a equação (A.2. 14) ao longo da linha característica C^- entre B e P:

$$\begin{aligned} - \int_{H_P}^{H_B} dH + \frac{a}{g} \int_{V_P}^{V_B} dV + \frac{f}{2gD} \int_{x_P}^{x_B} V|V| dx \\ + \frac{K}{2gD} \cdot \int_{x_P}^{x_B} \phi \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 \cdot v|v| dx = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2. 19})$$

Fazendo-se uso de aproximações numéricas de primeira-ordem, obtém-se a seguinte equação:

$$H_P - H_B + \frac{a}{g} (V_B - V_P) + \frac{f\Delta x}{2gD} V_B |V_B| + \phi_B \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu_B}\right)^2 \frac{V_B |V_B|}{2gD} \Delta x = 0 \quad (\text{A.2. 20})$$

Resolvendo-se as equações (A.2. 18) e (A.2. 20) em termos da carga H_P :

$$H_P = H_A - B'(V_P - V_A) - R'V_A |V_A| \quad (\text{A.2. 21})$$

$$H_P = H_B + B'(V_P - V_B) - R'V_B |V_B| \quad (\text{A.2. 22})$$

Onde

$$B' = \frac{a}{g} \text{ e } R' = \left[f + \phi_A \cdot K \left(1 - \frac{1}{\mu_A}\right)^2 \right] \frac{\Delta x}{2gD} \quad (\text{A.2. 23})$$

As equações de compatibilidade (A.2. 21) e (A.2. 22) podem ser reescritas em uma configuração mais simplificada, com a finalidade de tornar o procedimento de cálculo mais objetivo em cada passo de cálculo. Essa configuração destaca as incógnitas e a característica linear das equações:

$$C^+ : H_P = C_P - B'V_P \quad (\text{A.2. 24})$$

$$C^- : H_P = C_N + B'V_P \quad (\text{A.2. 25})$$

Onde C_P e C_N são constantes conhecidas no passo de cálculo, dadas por:

$$C_P = H_A + B'V_A - R'V_A|V_A| \quad (\text{A.2. 26})$$

$$C_N = H_B - B'V_B - R'V_B|V_B| \quad (\text{A.2. 27})$$

A efetiva determinação de H_P para o sistema (A.2. 24)- (A.2. 25), através da eliminação da incógnita V_P , resulta em:

$$H_P = \frac{(C_P + C_N)}{2} \quad (\text{A.2. 28})$$

Para a determinação de V_P utiliza-se a seguinte relação:

$$C_P - B'V_P = C_N + B'V_P \quad (\text{A.2. 29})$$

Isolando-se V_P , obtém-se a equação (A.2. 30):

$$V_P = \frac{(C_P - C_N)}{2B'} \quad (\text{A.2. 30})$$

O procedimento computacional para resolver o conjunto de equações (A.2.24) e (A.2.25), integrando esse sistema às equações para o cálculo do Vena Contracta (VIDE Apêndice A.3), é delineado no Apêndice (A.5).

APÊNDICE A.3

Este apêndice tem por finalidade apresentar os procedimentos numéricos necessários para o cálculo do Vena Contracta Transiente. Levando-se em consideração os equacionamentos propostos no apêndice A.2, onde o objetivo principal era a determinação das variáveis de estado V e H em cada passo de cálculo, percebe-se que a obtenção dessas variáveis estava sempre condicionada ao conhecimento dos valores de Vena Contracta μ_A e μ_B , correspondentes ao passo de tempo anterior ao passo de cálculo. De acordo com Pothof (2008), os valores de Vena Contracta são obtidos a partir da velocidade histórica e da diferença entre a velocidade instantânea média e a velocidade histórica. A velocidade histórica é obtida através de uma relação de recorrência dada por:

$$V_h(t) = V(t - \Delta t) - [V(t - \Delta t) - V_h(t - \Delta t)]e^{-\frac{d \cdot u_{*,h}(t-\Delta t) \cdot \Delta t}{D}} \quad (\text{A.3. 1})$$

Onde

$$u_{*,h}(t - \Delta t) = V_h(t - \Delta t) \cdot \sqrt{\frac{f_h}{8}} \quad (\text{A.3. 2})$$

A diferença entre as velocidades instantânea média e histórica é expressa da seguinte maneira

$$dV(t) = V(t) - V_h(t) \quad (\text{A.3. 3})$$

Fazendo-se uso dos valores de $V_h(t)$ e $dV(t)$, pode-se calcular o Vena contracta em determinado instante t, com base na equação (A.3. 4):

$$v_h \cdot \left[\left(\frac{n+1}{n} y(t) + 1 \right) \right] \cdot (1 - y(t))^{\frac{1}{n}} + (1 + y(t)) \cdot dv = 0 \quad (\text{A.3. 4})$$

Onde

$$y(t) = \sqrt{\mu_y(t)} \quad (\text{A.3. 5})$$

As raízes da equação (A.3. 4), e, portanto, os valores de $\mu_y(t)$ podem ser obtidas através de métodos numéricos consolidados, tais como o Método de Newton- Raphson ou o Método da Bissecção (APÊNDICE A.4). O valor de $\mu_y(t)$ é utilizado para a determinação do Vena Contracta $\mu(t)$, por meio da relação:

$$\mu(t) = \min \left\{ \mu_y(t); 1 - (1 - \mu(t - \Delta t)) \cdot e^{-\frac{d \cdot u_{*,h}(t-\Delta t) \cdot \Delta t}{D}} \right\} \quad (\text{A.3. 6})$$

APÊNDICE A.4

Neste apêndice são apresentados os fluxogramas dos métodos numéricos utilizados na determinação do vena contracta transiente.

Método da Bissecção

O Método da Bissecção pode ser aplicado para a determinação das raízes $y(t)$ da função dada pelo primeiro membro da equação (A3.4):

$$f(y) = v_h(t) \cdot \left[\left(\frac{n+1}{n} y(t) + 1 \right) \right] \cdot (1 - y(t))^{\frac{1}{n}} + (1 + y(t)) \cdot dv(t) \quad (\text{A.4. 1})$$

Como $y(t) = \sqrt[n]{\mu_y(t)}$, e $\mu_y(t)$ está definido no intervalo de valores $[0.25,1]$ (restrição imposta para que não houvesse divisão por zero na equação da perda de carga), pode-se tomar esses valores como ponto de partida para o Método da Bissecção. Caso $f(0.25) \cdot f(1)$ seja negativo, o Teorema do Valor intermediário garante a existência de uma raiz no intervalo $[0.25,1]$. Em seguida, basta dividir o intervalo no seu ponto médio e verificar em qual dos dois subintervalos a raiz pode estar localizada. O procedimento é repetido de forma iterativa até que o valor do ponto médio se aproxime da raiz com a precisão almejada.

O procedimento computacional para o cálculo das raízes pelo Método da bissecção pode ser representado de forma simplificada pelo fluxograma a seguir (Figura A.2):

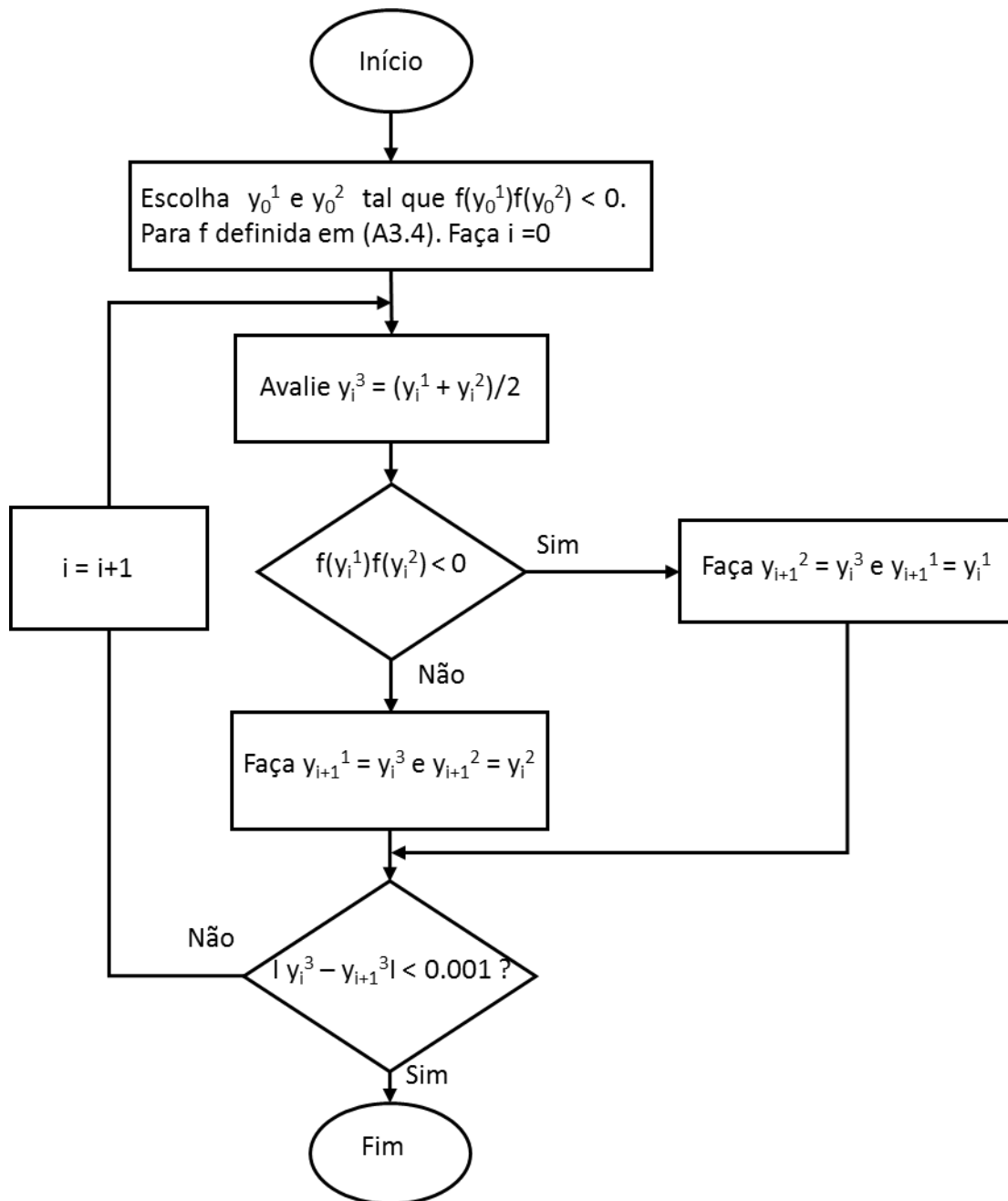


Figura A. 2 - Fluxograma do algoritmo da Bissecção (Adaptado de SALLEH, ZOMAYA e BAKAR, 2008).

Método de Newton-Raphson

A estimação de raízes de uma função também pode ser feita por meio do Método de Newton-Raphson. De acordo com Burden e Faires (2008), o processo inicia-se com a escolha de uma aproximação inicial para a raízes. A partir daí, obtém-se a equação da reta tangente da função nesse ponto e a intersecção dela com o eixo das abscissas. O valor intersectado corresponde a uma estimativa mais aproximada para a raízes. Esse procedimento é repetido de forma iterativa, produzindo aproximações mais adequadas para a raízes da função. Em termos matemáticos, as estimativas de soluções são obtidas, em cada passo de tempo, por meio da relação:

$$y_{i+1} = y_i - \frac{f(y_i)}{f'(y_i)} \quad (\text{A.4. 2})$$

Onde i indica a i -ésima iteração e $f'(y_i)$ representa a derivada da função f em y_i .

Para o caso particular definido por (A4.1), a derivada da função existe e é dada pela expressão:

$$f'(y) = -\frac{V_h}{n} \cdot \left(\left(\frac{n+1}{n} \right) \cdot y + 1 \right) \cdot (1-y)^{\left(\frac{1-n}{n} \right)} + V_h \cdot (1-y)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{n+1}{n} \right) + dV \quad (\text{A.4. 3})$$

O fluxograma associado ao método de Newton-Raphson é dado pela Figura A.3:

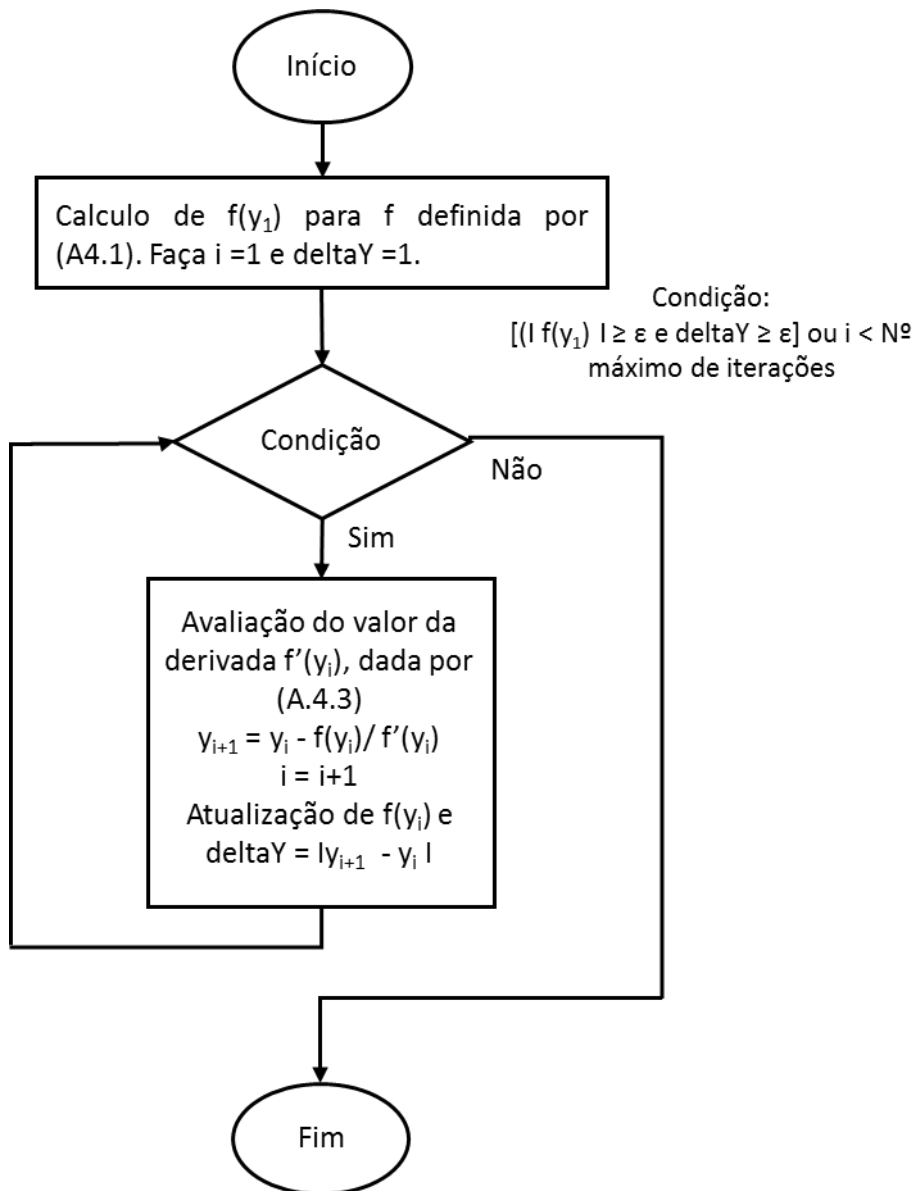


Figura A. 3 - Fluxograma do algoritmo de Newton – Raphson.

APÊNDICE A.5

Neste apêndice é apresentado o pseudocódigo utilizado para a implementação do termo de atrito transiente de Pothof (2008) no transiente hidráulico.

PSEUDOCÓDIGO

ALGORITMO "Atrito Variável Pothof"

Var

$C_p, H, a, V, f_i, V_h, dV, m_i, \Delta_y, D, C_n, y, F(y)$: real i, j, k : inteiro { f_i indica o sinal do termo de atrito transiente; m_i representa o Vena Contracta Transiente; $y = \sqrt{\mu}$; $F(y)$ é a função que relaciona a velocidade histórica e sua diferença em relação à velocidade instantânea com y ; i é o contador para o passo de tempo; j indica o tubo; k representa a seção do tubo utilizada no passo de cálculo; V_h é a velocidade histórica; dV é a diferença entre a velocidade instantânea e a velocidade histórica }

Cte

I, J, K : Inteiro g, f, K, n : Real { I, J e K correspondem aos valores máximos de passos de tempo, quantidade de tubos e quantidade de seções em um determinado tubo, respectivamente; K é o coeficiente de amortecimento do modelo de Pothof (2008); n é o expoente da lei de potência do perfil de velocidade em uma seção transversal do tubo, $n = 1/\sqrt{f}$ }

INICIO

$i \leftarrow 1$
 $j \leftarrow 2$
 $k \leftarrow 1$

ENQUANTO ($i \leq I$) FAÇA {Contador para o tempo}

ENQUANTO ($j \leq J$) FAÇA {Contador para o tubo}

ENQUANTO ($k \leq K$) FAÇA {Contador para as seções internas}

$u'h(i-1, j, k-1) \leftarrow V_h(i-2, j, k-1) * (f * 0.125)^{1/2}$ { Cálculo de $u_{*,hA}$ através da equação (A.3.2); utilizou-se o ponto A, conforme definido pelo MOC }

$V_h(i-1, j, k-1) \leftarrow V(i-2, j, k-1) - (V(i-2, j, k-1) - V_h(i-2, j, k-1)) * \exp(-d * u'h(i-1, j, k-1) * \Delta_t / D(j))$ { Cálculo da velocidade histórica através da equação (A.3.1) }

$dV(i-1, j, k-1) \leftarrow V(i-1, j, k-1) - V_h(i-1, j, k-1)$ { dV obtido por (A.3.3) }

$n \leftarrow 1 / (f)^{1/2}$

$F_y \leftarrow V_h(i-1, j, k-1) * (((n+1)/n) * y + 1) * (1-y)^{1/n} + (1+y) * dV(i-1, j, k-1)$
{ Função dada pelo primeiro membro de (A.3.4) }

$m_i(i-1, j, k-1) \leftarrow \text{Newton}(F_y)$ { Utilização da subrotina "Newton", para o cálculo das raízes de $F_y = 0$ e determinação de μ }

SE $\text{abs}(V(i-1, j, k-1)) - \text{abs}(V_h(i-1, j, k-1)) < 0$ E $V(i-1, j, k-1) * V_h(i-1, j, k-1) > 0$, ENTÃO:

{ Teste para identificação do sinal do termo de atrito }

$f_i(i-1, j, k-1) \leftarrow -1$

SENÃO:

$f_i(i-1, j, k-1) \leftarrow 1$

FIMSE

```

Cp ← H(i-1,j,k-1)+(a(j)/g)*V(i-1,j,k-1) {Equação (A.2.26)}
Cp ← Cp-(f + fi(i-1,j,k-1)*K*(1-1/mi(i-1,j,k-1))^2)*V(i-1,j,k-1)*abs(V(i-
1,j,k- 1))*(Delta_y/2)*g*D(j)

Cn ← H(i-1,j,k+1)- (a(j)/g)*V(i-1,j,k+1) {Equação (A.2.27)}
Cn=Cn-(f + fi(i-1,j,k+1)*K*(1-1/mi(i-1,j,k+1))^2)*V(i-1,j,k+1)*abs(V(i-
1,j,k+1))*(Delta_y/2)*g*D(j)

V(i,j,k)=0.5*g*(Cp-Cn)/a(j) {Cálculo das variáveis de estado V e H no passo
de tempo corrente}
H(i,j,k)=(Cp + Cn)*0.5

FIMENQUANTO {Fim do cálculo das seções internas}
FIMENQUANTO {Fim do cálculo dos tubos}
FIMENQUANTO {Fim do cálculo para o tempo simulado}
FIMALGORITMO

```

SUBROTINA NEWTON

ALGORITMO “ NEWTON”

Var

y, Fy, DFy, Vh, dV, mi_y, mi_exp: Real : m: Inteiro {DFy é a derivada em relação a y da Função Fy; mi_y corresponde a μ_y ; mi_exp corresponde a descrição exponencial para o cálculo de μ ; m indica o contador das iterações do método numérico de Newton- Raphson }

Cte

e, E, M, n: Inteiro {e representa um critério de convergência relacionado ao módulo da diferença entre os valores de y obtidos em iterações sucessivas; E é o critério de parada associado ao módulo do valor de Fy em uma determinada iteração; M é o número máximo de iterações permitido pela rotina }

INICIO

```

y (1)← 0.0625 {Chute inicial; Limitação para prevenir a divisão por zero na expressão do termo
de atrito}
e ← 0.001 {Critérios de Parada}
E ← 0.001
m ← 1

```

ENQUANTO (m ≤ M) ; abs(y(m+1) – y(m)) > e E abs(Fy) > E, FAÇA: {Condições impostas pelos critérios e parada }

{Cálculo de Fy e DFy para a determinação iterativa de valores de y }

```

Fy ← Vh(i-1,j,k-1)*(((n+1)/n)*y(m) + 1)*(1-y(m))^(1/n)+(1+y(m))*dV(i-1,j,k-1)

```

```

DFy ← -(Vh(i-1,j,k-1)/n)*(((n+1)/n)*y(m) + 1 )*(1-y(m))^(1/n)

```

```

DFy ← DFy + Vh(i-1,j,k-1)*((1-y(m))^(1/n))*((n+1)/n)+dV(i-1,j,k-1)

```

```

y(m +1) ← y(m) – Fy/DFy {Atualização do valor de y}

```

```

m ← m + 1 {Atualização do passo de cálculo}

```

```

FIMENQUANTO
mi_y ← (y(m))^2 {Determinação de  $\mu_y$  e  $\mu(\text{exp})$ }

mi_exp ← 1 - (1 - mi(i-2,j,k-1))*exp(-d*u'h(i-1,j,k-1)*Delta_t/D(j))

SE mi_y > mi_exp , ENTÃO: { Teste para determinar  $\mu$  como o valor mínimo
entre  $\mu_y$  e  $\mu(\text{exp})$ }

mi(i-1,j,k-1) ← mi_exp

SENÃO:
mi(i-1,j,k-1) ← mi_y

FIMSE
FIMALGORITMO

```

APÊNDICE A.6

O algoritmo dado pela Figura A.4 foi implementado no SCILAB 5.4.1 e foi utilizado de forma integrada ao *n-way toolbox* para a realização da filtragem de dados coletados de pressão nos sistemas estudados.

```
function Z=REC(A, B, C)
hypermat([ ],[ ]);
MREC2=[ ];
for k=1:size(C,1);
    MREC=[ ];
    for j=1:size(B,1);
        VREC =[ ];
        for i =1:size(A,1);
            SOMA = 0
            for r= 1:size(A,2);
                SOMA = SOMA +A(i,r)*B(j,r)*C(k,r)
            end
            VREC=[VREC; SOMA];
        end
        MREC=[MREC VREC];
    end
    MREC2 =[MREC2 MREC]
end
Z = hypermat([size(A,1) size(B,1) size(C,1)],MREC2)
endfunction
```

Figura A. 4 - Rotina para a recombinação de dados decompostos pelo *toolbox n-way*.

APÊNDICE A.7

Neste apêndice é apresentada a rotina desenvolvida em SCILAB 5.4.1, para a Análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo de atrito transiente através do Método *One at Time*.

```
//Análise de sensibilidade
function z=Sens(x, y)

Vsens=[ ];

for i=1:size(x,2);

    Vsens=[Vsens;((y(i)-x(i))/x(i))*100];

end

z = Vsens

endfunction
```

Figura A. 5 - Procedimento para a determinação das variações percentuais na variável dependente

APÊNDICE A.8

Neste apêndice é apresentada a rotina desenvolvida em SCILAB 5.4.1, para a Análise do Erro médio Quadrático, empregada para avaliar a precisão do modelo de atrito transiente em relação aos dados experimentais.

```
function z=Erro(x, y)
n = size(x,2)
// Numerador do Erro Médio Quadrático//
Soma_Num = 0
for i=1:n
Soma_Num = Soma_Num + (x(i)-y(i))^2
end
//Denominador do Erro Médio Quadrático//
Soma_Den = 0
for i=1:n
Soma_Den = Soma_Den + x(i)^2
end
//Erro Médio Quadrático//
z = sqrt(Soma_Num/Soma_Den)
endfunction
```

Figura A. 6 - Algoritmo para a determinação da norma do erro relativo.

APÊNDICE A.9

Neste apêndice, é apresentada a rotina desenvolvida em SCILAB 5.4.1, para a determinação da atenuação dos picos, empregada para avaliar os decréscimos dos picos de pressão em relação à pressão de Joukowsky.

```
// Procedimento para o cálculo da atenuação dos picos.
V = [ ];
Vmax = [ ];
Vmin = [ ];
VPmax = [ ];
VPmin = [ ];
VAten = [ ];
Pmin = 1;
Pmax = 1;
while (Pmin < size(H,2) & Pmax < size(H,2));
    max = H(Pmin);
    //Cálculo do pico de máximo a partir do pico de mínimo anterior.
    for i=Pmin:size(H,2);
        if H(i)>max then
            max = H(i);
            Pmax = i;
        end
    end
    Vmax = [Vmax; max];
    VPmax = [VPmax; Pmax];
    VAten = [VAten; H(1)-max];

    min = H(Pmax);
    // Cálculo do pico de mínimo a partir do pico de máximo anterior.
    for j =Pmax:size(H,2);
        if H(j)< min then;
            min = H(j);
            Pmin = j;
        end
    end
    Vmin = [Vmin; min];
    VPmin = [VPmin; Pmin];
end
Vmax
VAten
Vmin
VPmin
VPmax
```

Figura A. 7 - Algoritmo para o cálculo da atenuação dos picos máximos de pressão.

APÊNDICE A.10

A estrutura computacional para o cálculo da contribuição percentual da atenuação do Modelo de atrito transiente é expressa pela Figura A.8:

```
//Procedimento para o cálculo da contribuição percentual.  
//inicialização dos vetores de contribuição e ciclo.  
Vcont=[];  
VCic=[];  
for i=2:size(VAtemp,1)  
    Vcont = [Vcont; (1-VAtemp(i)/VAtemp(i))*100];  
end  
for j=1:size(Vcont,1);  
    VCic = [VCic;j];  
end  
Vcont  
VCic  
plot2d1(Vcont, VCic)
```

Figura A. 8 - Rotina para a determinação da contribuição percentual.