

Laise Lima de Carvalho

**Um Estudo Comparativo de Métodos de Simulação de Tecidos
Virtuais através de Sistemas de Partículas**

Fortaleza
2012

Laise Lima de Carvalho

**Um Estudo Comparativo de Métodos de Simulação de Tecidos
Virtuais através de Sistemas de Partículas**

Dissertação apresentada ao Departamento de Computação da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador:
Creto Augusto Vidal

Coorientador:
Joaquim Bento Cavalcante Neto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
MESTRADO E DOUTORADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
CRAb - COMPUTAÇÃO GRÁFICA, REALIDADE VIRTUAL E ANIMAÇÃO

Fortaleza
2012

Resumo

Animação baseada em Física ganhou muita atenção dos pesquisadores nas últimas duas décadas, por causa dos desafios de realismo e desempenho propostos pelas indústrias de filme e jogos, bem como pelas aplicações de realidade virtual e comércio eletrônico. Consequentemente, foram feitos avanços significativos nessa área, e várias abordagens foram propostas, tanto para a modelagem de tecidos, quanto para a simulação de seu comportamento dinâmico. Modelar tecido como um sistema massa-mola tem sido uma técnica amplamente utilizada, por causa de sua simplicidade, e porque ela permite soluções numéricas mais eficientes para as equações diferenciais que governam o problema. Esses métodos de integração são divididos em duas categorias principais: os métodos explícitos e os métodos implícitos. Um conhecimento mais aprofundado sobre o uso desses métodos no contexto de simulação dinâmica de tecidos ainda é pertinente. Dessa forma, o objetivo desta dissertação é analisar os métodos de integração mais comumente usados na literatura sobre simulação de tecidos baseados em sistemas de partículas, para entender melhor suas vantagens e desvantagens. Um estudo comparativo desses métodos é feito, considerando os critérios de realismo de animação, esforço computacional e estabilidade numérica.

Palavras-chaves: Simulação de Tecido; Sistemas de Partículas; Métodos de integração.

Abstract

Physically based cloth animation has gained much attention from researchers in the last two decades, due to the challenges of realism and performance placed by the film and game industries, as well as by the applications of virtual reality and e-commerce. Consequently, there have been overwhelming achievements in this area, and several approaches have been proposed for modeling and simulating the dynamic behavior of cloth. Modeling cloth as a mass-spring system has been widely used, because of its simplicity and since it leads to more efficient numerical solutions to the governing differential equations. These numerical integration methods are divided into two main categories: explicit integration methods and implicit integration methods. A deeper understanding about their use in cloth simulations is still in order. Thus, the objective of this work is to analyze the integration methods most commonly used in the literature of cloth simulation, based on particle systems, to understand the advantages and disadvantages of their use. A comparative study of those methods is done, considering the criteria of animation realism, computational effort and numerical stability.

Keywords: Cloth Simulation; Particle Systems; Integration Methods.

Sumário

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vii
1 Introdução	10
1.1 Motivação.....	10
1.2 Organização do trabalho	11
2 Simulação de Tecido	13
2.1 Modelos de tecido	13
2.2 Modelos físicos de tecidos	14
2.3 Simulação de tecido através de integração numérica.....	17
2.4 Considerações Finais.....	20
3 Trabalhos Relacionados	21
3.1 Modelos baseados em integração explícita	21
3.2 Modelos baseados em integração implícita	23
3.3 Considerações Finais.....	26
4 Modelo de Tecido Baseado em Sistema de Partículas	27
4.1 Modelo físico	27
4.1.1 Forças internas	28
4.1.2 Forças externas	29
4.1.3 Distribuição da massa das partículas e da rigidez das molas.....	30
4.2 Integração numérica	31
4.2.1 Métodos explícitos	32
4.2.1.1 Método explícito de Euler	32
4.2.1.2 Método do ponto intermediário.....	33
4.2.1.3 Método de Runge Kutta de quarta ordem	33
4.2.1.4 Método de Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010].....	35
4.2.2 Método implícito de Euler	37

4.2.2.1 Resolução do sistema linear	39
4.2.2.2 Cálculo das derivadas das forças.....	42
4.3 Controle da superelasticidade	44
4.4 Considerações finais	44
5 Análise de Resultados	46
5.1 Aspectos Técnicos	46
5.2 Simulação 1: Queda de um tecido preso em dois pontos	47
5.2.1 Análise da estabilidade	48
5.2.2 Análise da eficiência	49
5.2.3 Análise do realismo.....	51
5.3 Simulação 2: <i>Draping</i> de um tecido sobre uma esfera.....	51
5.3.1 Análise da estabilidade	53
5.3.2 Análise da eficiência	54
5.3.3 Análise do realismo.....	56
5.4 Simulação 3: Bandeira tremulando ao vento.....	56
5.4.1 Análise da estabilidade	58
5.4.2 Análise da eficiência	58
5.4.3 Análise do realismo.....	59
5.5 Considerações finais	61
6 Conclusões e Trabalhos Futuros.....	62
Referências Bibliográficas	64

Lista de Figuras

Figura 1.1. Algumas comunidades que utilizam simulação de tecido: indústria de jogos [XBOX, 2010] (a) e de filmes [Warner Bros, 2010] (b)	10
Figura 2.1. Propriedades de deformação de tecidos [Campos, 2006].....	15
Figura 2.2. Um sistema massa-mola.....	15
Figura 2.3. Diferentes tipos de mola conectando a partícula $P_{i,j}$ a seus vizinhos)	16
Figura 2.4. Erro associado ao método de Euler explícito [Oliveira, 2010].	19
Figura 3.1. Modelo de Provot [1995]: (a) Tecido na posição inicial; (b) Efeito superelástico obtido antes de aplicar o procedimento de correção; (c) Resultado alcançado aplicando o mecanismo de correção do comprimento das molas	22
Figura 3.2. Flambagem de um tecido real [Choi e Ko, 2002]	24
Figura 3.3. Resultados obtidos por Choi e Ko [2002].....	25
Figura 4.1. Tipos de molas de acordo com os tipos de conectividades entre partículas vizinhas.....	27
Figura 4.2. Região de influência de diferentes partículas.....	30
Figura 5.1. Posição inicial do tecido na Simulação 1	47
Figura 5.2. Resultados obtidos na Simulação 1: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou <i>et al</i> , 2005]	50
Figura 5.3 Posição inicial do tecido na Simulação 2.	51
Figura 5.4. Resposta a colisão	53
Figura 5.5. Resultados obtidos na Simulação 2: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou <i>et al</i> , 2005]	55
Figura 5.6. Simulação 3: (a) Posição inicial do tecido; (b) Direção do vento.	57
Figura 5.7. Resultados obtidos na Simulação 3: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta	

de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou <i>et al</i> , 2005].	60
--	----

Lista de Tabelas

Tabela 5.1. Parâmetros físicos utilizados na Simulação 1	47
Tabela 5.2. Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 1.....	48
Tabela 5.3. Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 1.....	49
Tabela 5.4. Parâmetros físicos utilizados na Simulação 2	52
Tabela 5.5. Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 2.....	53
Tabela 5.6. Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 2.....	54
Tabela 5.7. Parâmetros físicos utilizados na Simulação 3	57
Tabela 5.8. Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 3.....	58
Tabela 5.9. Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 3.....	59

1 Introdução

1.1 Motivação

A animação de tecido é um tema de pesquisa bastante estudado nas últimas décadas [Breen *et al.*, 1994; Provot, 1995; Barraf e Witkin, 1998; Choi e Ko, 2002; Volino e Magnenat-Thalmann, 2005; Min e Tianlu, 2011] por causa da sua relevância em indústrias tais como as de entretenimento (Figura 1.1) e comércio eletrônico, que tentam exibir resultados realistas e computacionalmente rápidos da simulação desse item tão presente na vida humana.

O movimento do tecido em uma animação é muito complexo para ser definido por técnicas tradicionais em que o animador exerce total controle sobre as posições e velocidades do objeto a ser animado [Burtnyk e Wein, 1971; Catmull, 1978]. Por esse motivo, a simulação do comportamento dinâmico de tecidos é imprescindível nas aplicações que exigem realismo de movimentos [Stylius *et al.*, 1996].



(a)

(b)

Figura 1.1: Algumas comunidades que utilizam simulação de tecido: indústria de jogos [XBOX, 2010] (a) e de filmes [Warner Bros, 2010] (b).

Esse tipo de simulação pode ser tratado pela dinâmica do contínuo em que o tecido é considerado como um material contínuo, e as equações diferenciais de movimento que governam o problema são resolvidas tradicionalmente pelo Método dos Elementos Finitos. Essa abordagem, no entanto, exige um esforço

computacional muito elevado que se traduz em simulações ineficientes para aplicações de tempo real.

Uma outra abordagem menos precisa, porém mais eficiente computacionalmente, trata o tecido como um conjunto de partículas ligadas entre si por um reticulado de molas. Esse modelo simplificado tem sido explorado por permitir a simulação de movimentos plausíveis em "tempo real". O arranjo do conjunto massa-mola é projetado de tal maneira que os comportamentos de alongamento, compressão, cisalhamento e flexão do tecido sejam adequadamente modelados.

Nessa abordagem discreta, o problema a ser resolvido é governado por uma equação diferencial que descreve matematicamente a segunda lei de Newton, e deve satisfazer condições iniciais e condições de contorno estabelecidas. Para solucionar esse problema, vários métodos de integração têm sido propostos, sendo estes divididos em dois grupos principais: os chamados métodos explícitos e os métodos implícitos. Todos esses buscam atingir o objetivo comum de obter soluções precisas, com baixo custo computacional e numericamente estáveis.

Assim, o presente trabalho busca analisar os métodos de integração mais comumente utilizados na literatura de simulação de tecido baseada em sistemas de partículas, visando compreender as vantagens e desvantagens do uso desses métodos. Para isso, é feito um estudo comparativo entre eles, levando em consideração os critérios de realismo da animação, esforço computacional e estabilidade numérica.

1.3 Organização do trabalho

Os capítulos restantes estão estruturados da seguinte maneira. No Capítulo 2, é realizada uma discussão a respeito dos modelos de simulação de tecidos existentes, focalizando as abordagens físicas. No Capítulo 3, é apresentado um panorama dos trabalhos relacionados à modelagem e à simulação dinâmica de tecidos baseada em

sistema de partículas. Para isso, foram selecionados alguns dos trabalhos mais relevantes de 1994 a 2011. No Capítulo 4, são apresentados os elementos que fazem parte do modelo físico do problema, isto é, a representação do tecido por um modelo massa-mola, e a descrição das forças internas e externas que atuam sobre esse modelo de tecido. São também detalhados os métodos de integração numérica que fazem parte do estudo comparativo. No Capítulo 5, são apresentadas as simulações testes realizadas e os resultados obtidos. No Capítulo 6 são apresentados as conclusões e os trabalhos futuros.

2 Simulação de Tecido

Simulação de tecido é um tema de investigação que tem recebido bastante atenção nas últimas décadas devido a sua grande aplicabilidade. Diversos modelos físicos de tecidos, os quais são introduzidos na Seção 2.1, já foram propostos e estes podem ser divididos em dois grupos: modelos contínuos e modelos de partículas, que são apresentados na Seção 2.2. Para realizar a simulação do comportamento do tecido necessita-se obter os diferentes estados do mesmo ao longo do tempo e, independente da modelagem física utilizada, isso pode ser obtido através de técnicas de integração numérica. Na Seção 2.3, tendo como foco a abordagem de sistema de partículas, são mostradas as diferentes classes de métodos de integração utilizados, destacando suas vantagens e desvantagens.

2.1 Modelos de tecidos

Existem, essencialmente, três formas de modelar tecidos: através de modelos geométricos [Weil, 1986; Chen e Tang, 2010], através de modelos físicos [Breen *et al.*, 1994; Provot, 1995; Baraff e Witkin, 1998; Choi e Ko, 2002; Jiang e Wang, 2010] ou através de modelos híbridos [Kunii e Gotoda, 1990].

Os modelos geométricos são aqueles que fazem uso de um modelo matemático baseado em equações geométricas para descrever o estado do tecido. As técnicas baseadas nesta abordagem são bastante eficientes, não exigindo grande capacidade computacional, devido à simplicidade dos cálculos envolvidos. No entanto, essas técnicas são voltadas para modelagem do tecido em estado estático, e, por não levarem em conta as propriedades físicas do tecido, são inadequadas para a simulação do seu comportamento dinâmico.

Os modelos físicos são considerados os que mais se aproximam da realidade, pois eles se utilizam dos conceitos e das propriedades físicas para simular

a dinâmica do tecido. No entanto, esta característica faz com que esses modelos tenham uma carga computacional muito maior quando comparados com os modelos geométricos.

Os modelos híbridos surgiram como uma tentativa de aliviar esse peso computacional. Para atingir tal objetivo, as técnicas baseadas nesta abordagem realizam parte da simulação física no início ou no final da simulação e o restante é feito através de aproximações geométricas [Oliveira, 2010].

Entretanto, com os avanços tecnológicos obtidos, tornou-se possível a exploração de simulações puramente baseadas em modelos físicos. Assim, este tipo de simulação tem sido a mais utilizada nas últimas décadas.

2.2 Modelos físicos de tecidos

Os modelos físicos de tecidos podem ser divididos em duas categorias, a saber: modelos contínuos [Terzopoulos *et al.*, 1987] e de partículas [Provot, 1995; Choi e Ko, 2002; Zhou *et al.*, 2005].

Os modelos baseados em sistemas de partículas consideram o tecido como um conjunto de pontos discretos. Porém, para fins de renderização ou para introdução de modelos de força entre esses pontos, normalmente são usadas malhas triangulares ou quadrilaterais. Cada vértice da malha, denominado de partícula, é representado por diversos atributos tais como posição, velocidade, aceleração e massa.

O comportamento dinâmico do tecido nessas representações é modelado aproximadamente através das forças que atuam em cada partícula. Essas forças representam diversos efeitos sobre o sistema e podem ser divididas em dois grupos principais: forças internas e externas. As forças internas resultam de diferentes propriedades de deformação do tecido, como as mostradas na Figura 2.1. As forças externas podem ser de diversas naturezas dependendo do tipo de simulação que se

deseja fazer, entre elas, pode-se citar a força da gravidade, da resistência do ar, do vento e de restrições provenientes, por exemplo, do tratamento de colisões.

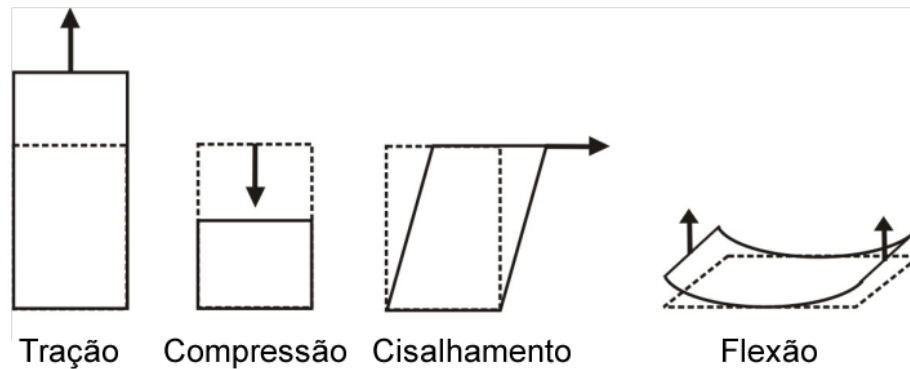


Figura 2.1: Propriedades de deformação de tecidos [Campos, 2006].

O sistema massa-mola é a representação mais comum utilizada para sistemas de partículas. Nesse esquema, as partículas são conectadas às partículas vizinhas por molas, que são responsáveis pelo comportamento elástico do tecido (Figura 2.2).

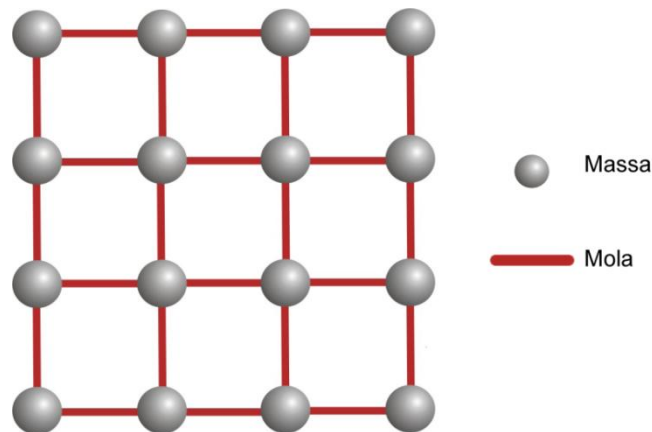


Figura 2.2: Um sistema massa-mola [Campos, 2006].

Essas molas podem ligar-se às partículas em variadas configurações, conferindo ao tecido distintas propriedades. Um modelo de conectividade pode ser visto na Figura 2.3. Nesse modelo, as molas que conectam a partícula $P_{i,j}$ às partículas $P_{i\pm 1,j}$ e $P_{i,j\pm 1}$ são geralmente denominadas de molas estruturais e podem ser associadas à alteração de alongamento. As molas que conectam a partícula $P_{i,j}$ às partículas $P_{i\pm 1,j\pm 1}$ são comumente chamadas de molas de cisalhamento e, como

o próprio nome já sugere, normalmente representam a propriedade de cisalhamento, enquanto que as molas ligando $P_{i,j}$ a $P_{i\pm 2,j}$, $P_{i,j\pm 2}$ e $P_{i\pm 2,j\pm 2}$ são denominadas de molas de flexão, e podem representar as propriedades de resistência à compressão e à flexão.

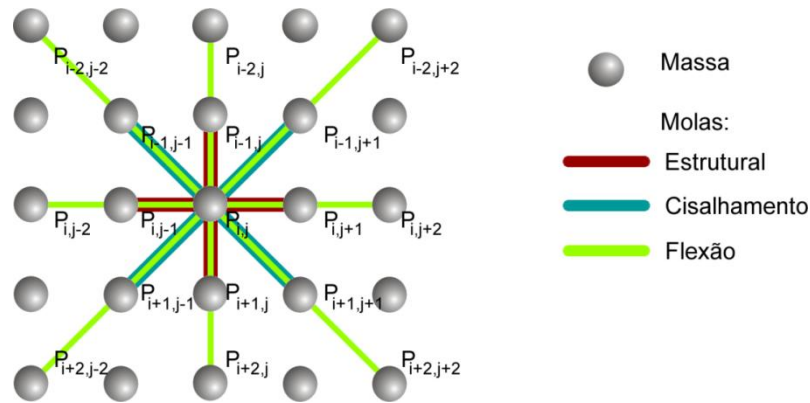


Figura 2.3: Diferentes tipos de mola conectando a partícula $P_{i,j}$ a seus vizinhos.

As forças internas nos modelos massa-mola são, deste modo, obtidas através das tensões que atuam por via das molas. Essas tensões são expressas através da lei de Hook:

$$\mathbf{f} = k\Delta\mathbf{x}, \quad (2.1)$$

onde k representa o coeficiente de rigidez da mola e $\Delta\mathbf{x}$ seu deslocamento a partir do estado inicial de relaxamento em que a mola, nem está alongada, nem comprimida.

A diferença fundamental entre a abordagem contínua e a de partículas está nas equações que são responsáveis por expressar as forças internas ocasionadas por deformações no tecido. Nos modelos contínuos, o tecido é visto como uma superfície deformável contínua e a energia interna para cada ponto desta superfície é obtida em função dos parâmetros da geometria diferencial [Monteiro, 2007]. Uma das grandes vantagens de se utilizar este tipo de modelagem é a precisão física adquirida. Diferentemente da mecânica de partículas que aproxima o tecido como uma grade de pontos conectados por molas, a mecânica do contínuo faz uso de um modelo geometricamente exato, conseguindo atingir, desta forma, uma precisão física muito maior.

Contudo, essa maior precisão vem acompanhada de um custo computacional elevado devido à utilização de uma formulação mais complexa. Além disso, esses modelos geralmente necessitam do uso de malhas bastante refinadas para geração de grandes deformações e apresentam limitações no tratamento da colisão [Choi e Ko, 2005] que, na simulação de tecidos, é imprescindível.

Diante desses fatores, apesar dos modelos contínuos serem mais exatos, nas últimas décadas diversas técnicas de simulação baseadas em sistemas de partículas foram propostas, e são as mais empregadas, devido à simplicidade de implementação e à maior eficiência computacional, se comparada com abordagem contínua. Além disso, são mais robustas no tratamento de colisões e não necessitam de malhas muito refinadas para geração de grandes deformações.

2.3 Simulação de tecido através de integração numérica

Considerando várias técnicas baseadas em sistema de partículas, a simulação do comportamento dinâmico do tecido é governada pela segunda lei de Newton:

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\mathbf{a}, \quad (2.2)$$

em que \mathbf{f} representa o vetor das forças resultantes exercidas sobre as partículas, \mathbf{M} é uma matriz diagonal que fornece a distribuição da massa do tecido pelas partículas, e \mathbf{a} é o vetor da aceleração das partículas provocada pela força \mathbf{f} .

A Equação 2.2 pode ser escrita como uma equação diferencial de segunda ordem variando no tempo da seguinte forma:

$$\frac{d^2\mathbf{x}(t)}{dt^2} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}(t), \quad (2.3)$$

onde $\mathbf{x}(t)$ é uma função vetorial representando as posições das partículas no instante t . Através da relação física entre posição e velocidade, a Equação 2.3 pode ser decomposta em duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{v}(t) \\ \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}(t) \end{cases}, \quad (2.4)$$

sendo $\mathbf{v}(t)$ o vetor das componentes das velocidades das partículas no tempo t .

Assim, para obtenção dos novos estados do tecido ao longo do tempo, representados pela posição e velocidade de cada partícula, o sistema obtido tem que ser integrado numericamente. Vários métodos de integração já foram propostos, fato que se pode explicar pela ausência de uma técnica que simule a aparência e o movimento do tecido de forma realista e com um bom desempenho computacional. Esses métodos podem ser divididos em dois grupos principais: métodos explícitos e implícitos.

Os métodos explícitos são os mais simples e fáceis de executar, exigindo menos trabalho por etapa do que os métodos implícitos, pois para obter o novo estado do tecido em $t_n + \Delta t$, onde t_n e Δt representam, respectivamente, o momento atual e o passo de tempo utilizado na simulação, seus cálculos apenas se baseiam nas informações de um ou mais tempos anteriores.

Tecidos, na maioria dos casos, têm um comportamento bastante característico: uma alta resistência ao alongamento e uma fraca resistência à flexão. Isso torna a Equação 2.3 uma equação diferencial rígida. Um dos maiores problemas associados aos métodos explícitos é que eles não são muito bons para lidar com esse tipo de equação [Baraff, 1999]. Isso provém do fato de que estes são lineares com relação ao tamanho do passo de tempo [Baraff, 1999]. Deste modo, conforme se aumenta o passo de tempo, a instabilidade do sistema também tende a crescer. Uma maneira de visualizar esse problema, sugerida em [Oliveira, 2010], é descrevendo um movimento circular uniforme infinito. Pode-se observar que a aproximação obtida com um método explícito será uma espiral, pois o erro associado a essa aproximação não possibilita desenhar esse movimento corretamente. Além disso, nota-se que quanto maior o passo de tempo, maior será o erro de aproximação em cada iteração.

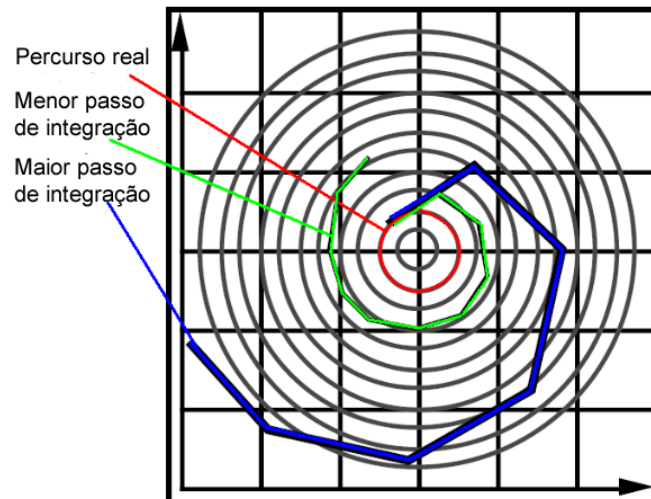


Figura 2.4: Erro associado ao método de Euler explícito [Oliveira, 2010].

Para garantir a sua estabilidade, os modelos de simulação baseados em técnicas de integração explícitas, dessa forma, acabam necessitando utilizar um passo de tempo muito pequeno. No caso da simulação de tecidos, esse passo, normalmente, deve ser inversamente proporcional à raiz quadrada de sua rigidez [Liu *et al*, 2010]. No entanto, a utilização de um passo de tempo muito pequeno faz com que o sistema tenha que ser resolvido mais vezes, degradando, deste modo, o desempenho da simulação. Para realizar, por exemplo, 10s de uma simulação de tecido utilizando uma integração explícita que necessita de um passo de tempo de 0,001s para garantir sua estabilidade seriam necessários 10000 passos, enquanto que um método que permitisse um passo de tempo de 0,01s precisaria de apenas 1000 passos. Isso, pode inviabilizar, por exemplo, simulações em tempo real.

Os métodos implícitos foram usados primeiramente no contexto da simulação de tecidos em [Baraff e Witkin, 1998]. Nesses métodos, o novo estado do tecido em $t_n + \Delta t$ é obtido com base em condições para este mesmo instante e em informações do(s) tempo(s) anterior(es). O grande interesse na utilização dos métodos implícitos é a sua estabilidade. Geralmente eles permitem o uso de passos de tempo maiores do que os métodos explícitos sem ter problemas de instabilidade. Isso pode ser importante, no caso, para simulações em tempo real. No entanto, a grande desvantagem associada aos métodos implícitos é que, a cada iteração, um grande sistema linear esparso tem que ser resolvido [Magnenat- Thalmann, 2010].

2.4 Considerações finais

Neste capítulo foi realizada uma discussão com relação os modelos de simulação de tecidos existentes. Dentre as abordagens citadas foi visto que os modelos físicos são os que mais se aproximam da realidade. Com relação a esses modelos foi mostrado que as técnicas de simulação baseadas em sistemas de partículas são as mais utilizadas devido à simplicidade de implementação, à eficiência computacional e ao fato de serem mais simples de lidar com determinados problemas, como o tratamento de colisões. Além disso, foi apontado que a investigação associada à dinâmica dos tecidos nessas técnicas vem acompanhada de métodos de integração numérica para integrar as trajetórias das partículas. Dentre esses métodos, tem-se os métodos explícitos que são caracterizados por necessitar realizar menos trabalho por etapa, mas apresentam problemas de instabilidade e os métodos implícitos que geralmente trazem uma maior estabilidade mais vêm acompanhados de uma alta carga computacional. No próximo capítulo, serão descritos alguns trabalhos baseados na abordagem de sistemas de partículas.

3 Trabalhos Relacionados

Dentre os primeiros trabalhos para modelagem de tecido por sistema de partículas tem-se a pesquisa de Breen *et al.* [1994]. Este modelo tinha como foco principal o estudo de *draping* - simulação de um tecido se acomodando em torno de um objeto. Para atingir tal objetivo, utilizaram funções de energia para calcular as propriedades de deformação do tecido, baseando-se em dados experimentais obtidos pelo sistema de avaliação proposto por Kawabata [1975]. Contudo, o tempo de computação dessa técnica foi bastante elevado. Diversos modelos baseados em sistemas de partículas têm sido propostos com o intuito de obter simulações mais realistas e eficientes. Neste capítulo, são apresentadas algumas dessas técnicas, separando-as pela integração utilizada para resolução do sistema de equações diferenciais que descreve as alterações no sistema mecânico.

3.1 Modelos baseados em integração explícita

Provot [1995] propôs o primeiro modelo de simulação de tecido baseado em sistemas de partículas a utilizar o método de integração explícito de Euler [Baraff, 1999], o procedimento numérico mais simples que pode ser utilizado na resolução de problemas de valores iniciais. Porém, uma das principais contribuições deste trabalho foi a elaboração de um mecanismo para tratar o problema da superelasticidade (Figura 3.1). Devido ao comportamento característico da maioria dos tecidos de possuir uma alta resistência ao alongamento, o excesso de deformação que pode ser observado na Figura 3.1(b) não é aceito em uma simulação de tecido realista. O mecanismo proposto diminui o comprimento das molas mais alongadas ajustando a posição das partículas às quais essas molas estão ligadas. A Figura 3.1(c) mostra o resultado obtido com a aplicação dessa técnica na simulação do comportamento do tecido da Figura 3.1(a).

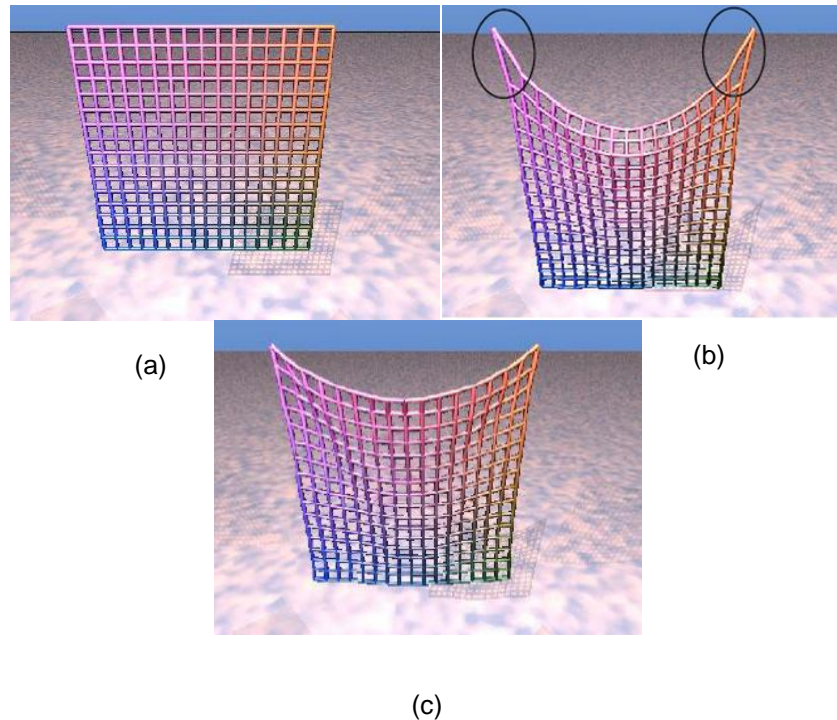


Figura 3.1: Modelo de Provot [1995]: (a) Tecido na posição inicial; (b) Efeito superelástico obtido antes de aplicar o procedimento de correção; (c) Resultado alcançado aplicando o mecanismo de correção do comprimento das molas.

Wang *et al.* [2009] realizaram algumas alterações no modelo de Provot [Provot, 1995]. Na abordagem proposta, os coeficientes de rigidez das molas são obtidos através de uma estratégia denominada *data-drive*. Dadas as forças externas e as posições dos vértices correspondentes a um modelo de referência no estado deformado simulado com uma técnica baseada na mecânica do contínuo, os coeficientes são otimizados de modo que os modelos massa-mola e de referência se comportem da mesma forma. Cabe mencionar que Provot [1995] não aponta como esses parâmetros são obtidos. Como método de integração utilizaram um algoritmo de Runge-Kutta adaptativo [Press *et al.*, 1986], que permite estimar o erro da solução e adequar automaticamente o passo de tempo de acordo com a situação específica da simulação.

Jiang e Wang [2010] propuseram a utilização da integração de Verlet [Verlet, 1967] com algumas modificações, com intuito de obterem simulações em tempo real. No algoritmo de Verlet clássico, a atualização da velocidade de uma determinada partícula é computacionalmente cara, pois necessita de dois vetores posições de antemão. Na técnica proposta por esses autores, essa velocidade é obtida através

de uma aproximação, utilizando o método de integração implícito de Euler [Baraff, 1999]. No entanto, na tentativa de ajustar o algoritmo original à condição real de que a aceleração da partícula sofre influência das forças que atuam sobre ela, caso a variação da força que age na partícula ultrapasse um determinado valor empírico a sua nova posição e velocidade são obtidas através do algoritmo de Beeman [Beeman, 1976]. O método de Verlet parte do pressuposto de que as acelerações das partículas não variam no passo de integração, isto é, dentro do intervalo $[t, t + \Delta t]$.

Ozgen e Kallman [2011] também empregaram como solução numérica o algoritmo de Verlet, mas sem realizarem nenhuma alteração. Porém, o principal objetivo desse trabalho foi aumentar a eficiência do procedimento proposto em [Provot, 1995] para corrigir o problema do superalongamento das molas, sem gerar artefatos visuais. Para isso, o processo de correção em uma dada simulação é iniciado a partir das partículas fixas, seguindo uma ordem de correção atribuída aos diferentes tipos de molas.

3.2 Modelos baseados em integração implícita

Desbrun *et al.* [1999] tentaram simular o comportamento dinâmico de tecidos, em tempo real, de maneira estável, através do uso de técnicas de integração implícitas. Eles utilizaram o método implícito de Euler e tentaram diminuir o custo da resolução do sistema linear resultante, considerando constante a matriz dos coeficientes do sistema e pré-computando sua inversa. Para evitar qualquer excesso de alongamento das molas, utilizaram o mecanismo de correção proposto em [Provot, 1995].

Kang *et al.* [2000], tomaram como base o trabalho de Desbrun *et al.* [1999], e fizeram mais simplificações para tentar evitar a resolução do sistema linear. Nesta técnica, a variação da velocidade de uma dada partícula é obtida através de uma fórmula de atualização direta que leva em consideração as partículas que estão

conectadas. Além disso, os autores também utilizaram a técnica de Provot [1995] para corrigir deformações excessivas nas molas, mas aplicaram um processo de ordenação por *buckets* para definir uma ordem de processamento para as mesmas.

Choi e Ko [2002] desenvolveram um modelo para tratar o problema da instabilidade de flambagem em tecidos. O processo de flambagem em tecidos é responsável pela formação de rugas e dobras tais como as ilustradas na Figura 3.2.



Figura 3.2: Flambagem de um tecido real [Choi e Ko, 2002].

Quando se aplica uma força de compressão em um tecido, e a magnitude dessa força ultrapassa um determinado valor crítico, o tecido entra rapidamente em um estado instável, em que a sua deformação tende a aumentar, mesmo que a magnitude da carga diminua, até alcançar um estado de equilíbrio estável, ou seja, uma forma suavemente dobrada. O fato é que a simulação dessa transição pós-flambagem necessita de cuidados especiais para que problemas de divergência no momento da simulação sejam evitados. Algumas técnicas, [Baraff e Witkin, 1998], tentaram lidar com esse problema acrescentando forças de amortecimento fictícias. Essas forças ajudam a estabilizar o sistema físico, mas elas podem diminuir o realismo da simulação, por exemplo, formando dobras persistentes ou que se localizam em posições inadequadas.

O modelo físico de Choi e Ko [2002] tenta evitar instabilidades indesejáveis causadas por compressão sem a necessidade de acrescentar forças dissipadoras fictícias. Primeiramente, os autores definiram dois tipos de interações de molas: a primeira formada pelas molas estruturais e de cisalhamento, e a segunda formada pelas molas de flexão, conforme mostradas na Figura 2.3. As molas de flexão são

consideradas as responsáveis pela reação pós-flambagem criada pelas forças de compressão. Em seguida, eles assumiram que o tecido nunca estaria no estado instável pós-flambagem nos diferentes passos de tempo, visto que o estado de transição pós-flambagem é quase instantâneo. Então, para calcular a força interna exercida pelas molas de flexão, eles previram a sua forma pós-flambagem estática e calcularam a energia de deformação nesse estado de equilíbrio. O sistema de equações é construído por meio de uma fórmula de diferenças finitas *backward* de segunda ordem [Nakamura, 1992] e é solucionado através de um método de gradientes conjugados pré-condicionado [Saad, 2003]. A Figura 3.3 mostra alguns dos resultados obtidos pelos autores.



Figura 3.3: Resultados obtidos por Choi e Ko [2002].

Kang e Cho [2004] usaram o método implícito de Euler e buscaram alcançar simulações de tecido mais rápidas aproximando a resolução do sistema linear com apenas um passo do método iterativo de Jacobi [Saad, 2003].

Zhou *et al.* [2005] propuseram a utilização de um método iterativo aproximado, denominado *Successive Over Relaxation Method* (SOR) [Saad, 2003], para resolver o sistema linear obtido a partir da aplicação da solução numérica implícita de Euler, e obter simulações mais eficientes.

Volino e Magnenat-Thalmann [2005] propuseram a substituição do método implícito de Euler pelo método do ponto intermediário implícito. Esse método não é muito utilizado na simulação de tecido, pois geralmente apresenta problemas de

instabilidade [Volino e Magnenat-Thalmann, 2005; Magnenat-Thalmann, 2010]. Os autores demonstraram que essa falta de estabilidade pode ser restaurada através da adição de um amortecimento viscoso adequado no sistema.

Chen *et al.* [2011] tomaram como base experimentos realizados em tecidos reais e tentaram aperfeiçoar o modelo de cisalhamento em um sistema massa-mola para alcançar simulações mais realistas. Nessa abordagem, quando uma força de tração na direção diagonal é aplicada no tecido, a força de cisalhamento aplicada em cada partícula é modelada com base no ângulo de cisalhamento e na direção da carga, em vez de utilizar molas de tração na direção diagonal. Eles usaram o método implícito de Euler na simulação dinâmica.

Min e Tianlu [2011] trataram o problema de superelasticidade sem ajustes diretos das posições das partículas conectadas a molas superalongadas. Eles propuseram, em um primeiro passo, utilizar o método implícito de Euler para determinar o estado deformado do tecido sem restrições; e, em seguida, aplicar forças de restrições para, iterativamente procurar a nova posição do tecido. Essas forças de restrições não só lidam com o problema do superalongamento das molas, mas também evitam que a partícula penetre em algum objeto caso haja colisão.

3.3 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentadas algumas técnicas para simulação do comportamento dinâmico de tecido baseadas em sistemas de partículas. Com a discussão realizada é possível perceber que o foco principal das pesquisas está na busca por uma técnica que seja realista e ao mesmo tempo eficiente. No próximo capítulo, será descrito o modelo físico do tecido que faz parte do estudo deste trabalho, assim como as soluções numéricas utilizadas na integração do sistema de equações diferenciais que descreve o comportamento do tecido.

4 Modelo de Tecido Baseado em Sistema de Partículas

Neste capítulo, o modelo físico do tecido baseado na abordagem de sistema de partículas que faz parte do estudo desta dissertação é apresentado. Tal modelo foi implementado, conforme mostrado na Seção 4.1, com base na abordagem proposta por Min e Tianlu [2011], uma técnica atual e aparentemente robusta. Para simular o comportamento dinâmico do tecido, diferentes procedimentos numéricos foram utilizados para integrar o modelo proposto ao longo do tempo. Esses procedimentos são descritos na Seção 4.2. Na Seção 4.3, é mostrado como este trabalho lida com o problema da superelasticidade.

4.1 Modelo físico

O tecido é representado através de uma malha quadrilateral composta de $m \times n$ partículas. Cada partícula está conectada às suas vizinhas por molas que não possuem massa e cujo comprimento natural é diferente de zero. A ligação entre as partículas é estabelecida por três tipos de molas: estrutural, de cisalhamento e de flexão, conforme mostrado na Figura 4.1.

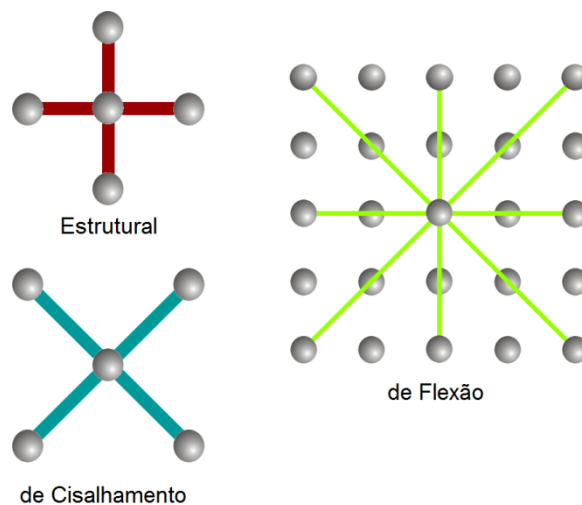


Figura 4.1. Tipos de molas de acordo com os tipos de conectividades entre partículas vizinhas.

Cada mola aplica forças nas partículas que ela conecta, de acordo com o tipo de deformação que ela representa: compressão, alongamento, cisalhamento ou flexão.

4.1.1 Forças internas

As molas estruturais e de cisalhamento são responsáveis pela resistência ao alongamento e ao cisalhamento, sendo a força que tais molas exercem nas partículas expressas do seguinte modo:

$$\mathbf{f}_i = \begin{cases} k_{ij} \left(|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| - L_{ij} \right) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| > L_{ij} \\ 0 & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \leq L_{ij} \end{cases}, \quad (4.1)$$

onde i e j denotam duas partículas que estão conectadas por uma mola, neste caso, estrutural ou de cisalhamento, que possui uma constante de rigidez k_{ij} e um comprimento natural L_{ij} e \mathbf{x}_i e \mathbf{x}_j são os vetores tridimensionais que representam as posições das partículas i e j , respectivamente. \mathbf{f}_i indica a força da mola aplicada na partícula i .

As molas de flexão são consideradas as menos rígidas e são responsáveis pela resistência à compressão e à flexão. A força exercida por este tipo de mola é representada como:

$$\mathbf{f}_i = \begin{cases} k_{ij} \left(|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| - L_{ij} \right) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| < L_{ij} \\ 0 & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \geq L_{ij} \end{cases}, \quad (4.2)$$

de modo que i e j passam a denotar duas partículas que estão conectadas por uma mola de flexão com uma constante de rigidez k_{ij} e um comprimento natural L_{ij} .

Força de amortecimento

No mundo real, existe dissipação de energia e por isso é necessário considerar a propriedade de amortecimento intrínseca aos tecidos. Visto que pretende-se amortecer o movimento da partícula apenas na direção da mola $(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)$, então, a força de amortecimento é simplesmente projetada na direção do plano de alongamento:

$$\mathbf{f}_i^d = k_{ij}^d \left((\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \right) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2}, \quad (4.3)$$

onde k_{ij}^d é o coeficiente de amortecimento da mola que liga a partícula i à partícula j e \mathbf{v}_i e \mathbf{v}_j são os vetores tridimensionais que representam a velocidade das partículas i e j , respectivamente.

4.1.2 Forças externas

No mundo real, o comportamento do tecido é afetado por algumas forças externas; conseqüentemente, quando se deseja fazer uma simulação de tecido realista é necessário acrescentar tais forças ao modelo físico. As forças externas abordadas são a da gravidade, a da resistência do ar e a do vento.

Considerando \mathbf{g} como a aceleração da gravidade, a força gravitacional é computada do seguinte modo:

$$\mathbf{f}_i^{grav} = m_i \mathbf{g}, \quad (4.4)$$

onde m_i indica a massa da partícula i .

A influência da resistência do ar é expressa por:

$$\mathbf{f}_i^{res} = -C^{res} \mathbf{v}_i, \quad (4.5)$$

sendo C^{res} o coeficiente de arrasto do ar.

Finalmente, a força do vento é computada da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_i^{vento} = C^{vento} [\mathbf{n}_i \cdot (\mathbf{u}^{vento} - \mathbf{v}_i)] \mathbf{n}_i, \quad (4.6)$$

no qual C^{vento} e \mathbf{u}^{vento} indicam, nesta ordem, o coeficiente de “viscosidade” e o vetor da velocidade do vento, e \mathbf{n}_i é o vetor normal unitário à superfície do tecido na posição \mathbf{x}_i .

4.1.3 Distribuição da massa das partículas e da rigidez das molas

Em [Min e Tianlu, 2011], assim como em muitas outras pesquisas [Provot, 1995; Kang *et al.*, 2000; Kang e Cho, 2004; Jiang e Wang, 2010], não é mencionado diretamente como se dá a distribuição de massa pelos vértices da malha, bem como a distribuição do coeficiente de rigidez das molas, o que faz supor que ambas sejam determinadas empiricamente. No entanto, neste trabalho, o valor da massa de cada partícula é obtido através da área da região de influência associada a mesma (Figura 4.2).

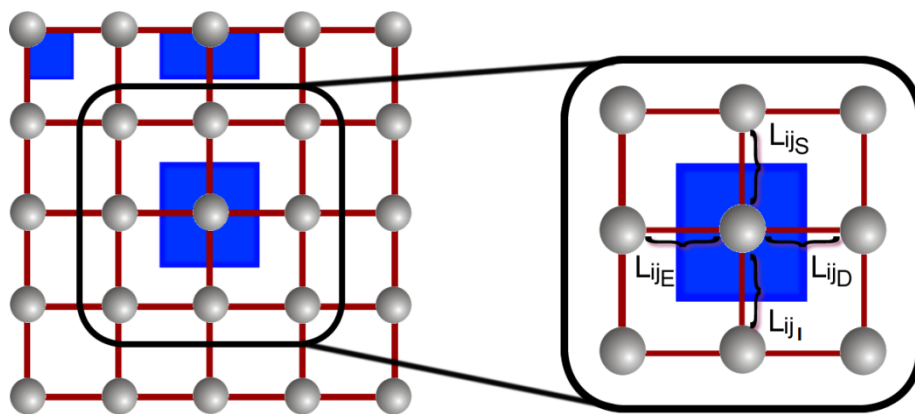


Figura 4.2: Região de influência de diferentes partículas.

Como a malha utilizada para modelar o tecido é regular, fato que pode ser facilmente observado através da Figura 4.2, a área da região de influência de cada partícula, representada por A_i , é simplesmente calculada como segue:

$$A_i = \left(\frac{L_{ij_E} + L_{ij_D}}{2} \right) \left(\frac{L_{ij_S} + L_{ij_I}}{2} \right), \quad (4.7)$$

de modo que L_{ij_E} , L_{ij_D} , L_{ij_S} e L_{ij_I} denotam, respectivamente, o comprimento natural das molas estruturais nas posições horizontais e verticais que estão conectadas a partícula i (Figura 4.2). Assim, a massa de cada partícula é computada da seguinte forma:

$$m_i = A_i \varepsilon \rho, \quad (4.8)$$

onde ρ e ε indicam, respectivamente, a densidade de massa e a espessura do tecido.

4.2. Integração numérica

Conhecidas as posições e velocidades das partículas em um instante inicial t_0 , o objetivo é determinar as posições e velocidades das partículas no instante $t_n + \Delta t$, com $n = 0, 1, 2, \dots$, de forma que t_n e Δt representam, nesta ordem, o momento atual e o passo de tempo utilizado na simulação. Essa dinâmica é conduzida através da resolução numérica do sistema de equações diferenciais definido na Equação 2.4.

Dentre as soluções numéricas explícitas utilizadas estão o método explícito de Euler, o método do ponto intermediário, o método de Runge-Kutta de quarta ordem e o método de Verlet. Todos esses métodos estão descritos na Subseção 4.2.1. Porém, cabe mencionar que a implementação do algoritmo de Verlet foi realizada com base na pesquisa de Jiang e Wang [2010], pois, conforme apontado no capítulo anterior, esses autores realizaram algumas modificações no

procedimento de Verlet para alcançar simulações mais realistas e eficientes com sua aplicação. Como representante da classe das soluções numéricas implícitas utilizou-se o método implícito de Euler, o qual está descrito na Subseção 4.2.2. A escolha por estes procedimentos se deu pelo fato de serem os mais comumente utilizados em simulação de tecido [Volino e Magnenat-Thalmann, 2001; Wang *et al.*, 2009].

4.2.1 Métodos explícitos

4.2.1.1 Método explícito de Euler

O método explícito de Euler obtém as posições e as velocidades das partículas em $t_n + \Delta t$ com base nas derivadas das posições e das velocidades em t_n . Ele é um método de passo simples em que o estado do tecido no tempo $t_n + \Delta t$ é calculado como:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t \mathbf{v}(t_n) \\ \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n) \end{cases} \quad (4.9)$$

Assim, para atualizar o estado do tecido ao longo do tempo, esse método necessita apenas armazenar as posições e as velocidades das partículas no instante atual, e computar as forças resultantes exercidas nas partículas nesse mesmo instante. Entretanto, apesar da simplicidade, na prática esse procedimento normalmente gera resultados de fraca precisão. Diz-se que o método explícito de Euler possui uma precisão numérica de primeira ordem.

4.2.1.2 Método do ponto intermediário

O método do ponto intermediário primeiramente realiza uma iteração do método explícito de Euler até a metade do intervalo $[t_n, t_n + \Delta t]$ e utiliza a avaliação das derivadas das posições e velocidades das partículas neste instante para atualizar suas posições e velocidades em $t_n + \Delta t$. Deste modo, ele pode ser descrito como um processo de duas etapas da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{x}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}(t_n) \\ \mathbf{v}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{v}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n) \\ \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t \mathbf{v}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Esse método possui uma precisão numérica de segunda ordem, o que o torna, conseqüentemente, mais preciso que o método explícito de Euler. Entretanto, como pode ser observado na Equação 4.10, ele demanda mais cálculos por passo de tempo.

4.2.1.3 Método de Runge Kutta de quarta ordem

O método de Runge-Kutta de quarta ordem realiza quatro avaliações de derivadas em diferentes instantes e utiliza uma média ponderada dos valores obtidos para atualizar os novos estados do tecido. Mais precisamente, primeiramente ele computa as derivadas das posições e velocidades das partículas no tempo t_n :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}'(t_n) = \mathbf{v}(t_n) \\ \mathbf{v}'(t_n) = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n) \end{array} \right. \quad (4.11)$$

Em seguida, com os valores obtidos, realiza um passo do método explícito Euler até a metade do intervalo $[t_n, t_n + \Delta t]$ e calcula as derivadas das posições e velocidades para esse instante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{x}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{x}'(t_n) \\ \mathbf{v}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{v}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}'(t_n) \\ \mathbf{x}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{v}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{v}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Logo após, com as estimativas das derivadas alcançadas no tempo $t_n + \Delta t/2$, computa novamente as posições e velocidades das partículas neste momento e determina as suas derivadas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{x}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{x}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{v}_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{v}(t_n) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{x}'_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{v}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{v}'_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Posteriormente, com os novos valores das derivadas em $t_n + \Delta t/2$, executa um passo do método explícito de Euler até o final do intervalo $[t_n, t_n + \Delta t]$ e calcula as derivadas das posições e velocidades para este instante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t \mathbf{x}'_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \mathbf{v}'_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ \mathbf{x}'(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n + \Delta t) \\ \mathbf{v}'(t_n + \Delta t) = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n + \Delta t) \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Por fim, com as estimativas das derivadas das posições e velocidades em t_n , $t_n + \Delta t/2$ e $t_n + \Delta t$ atualiza as posições e velocidades finais das partículas no próximo tempo do seguinte modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t \left(\frac{1}{6} \mathbf{x}'(t_n) + \frac{1}{3} \mathbf{x}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \mathbf{x}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{1}{6} \mathbf{x}'(t_n + \Delta t) \right) \\ \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \left(\frac{1}{6} \mathbf{v}'(t_n) + \frac{1}{3} \mathbf{v}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \mathbf{v}'\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{1}{6} \mathbf{v}'(t_n + \Delta t) \right) \end{array} \right. \quad (4.15)$$

Assim, apesar de fornecer uma precisão numérica de quarta ordem, superior à dos demais métodos até então apresentados, o método de Runge-Kutta de quarta ordem possui mais passos e cálculos, demandando um maior tempo de processamento.

4.2.1.4 Método de Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]

Alcançando uma precisão numérica de terceira ordem, o método de Verlet é um procedimento numérico explícito muito utilizado em dinâmica molecular para integrar equações de movimento. Nesse método, as posições das partículas em $t_n + \Delta t$ são obtidas com base nas posições e acelerações no tempo atual t_n e nas posições no tempo anterior $t_n - \Delta t$:

$$\mathbf{x}(t_n + \Delta t) = 2\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{x}(t_n - \Delta t) + \Delta t^2 \mathbf{a}(t_n), \quad (4.16)$$

enquanto, as suas velocidades podem ser atualizadas dividindo a diferença entre as posições no tempo $t_n + 2\Delta t$ e t_n por $2\Delta t$:

$$\mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \frac{\mathbf{x}(t_n + 2\Delta t) - \mathbf{x}(t_n)}{2\Delta t}. \quad (4.17)$$

Cabe mencionar que o método de Verlet tem a característica de avançar a solução numérica ao longo do tempo de um dado problema sem o cálculo direto da velocidade (Equação 4.16), no entanto, esta propriedade não traz grandes vantagens para simulação de tecido, visto que o cálculo das forças resultantes que atuam nas partículas geralmente depende da velocidade.

O fato de necessitar armazenar dois vetores posições para computar as posições no próximo instante, um referente ao tempo atual e o outro ao anterior, faz como que esse procedimento, necessite de duas soluções iniciais para começar seus cálculos. Assim, como apenas uma solução inicial é fornecida, ou seja, a solução no instante t_0 , este método faz uso de outra técnica de integração de passo simples para os estados iniciais necessários. Jiang e Wang [2010] propuseram a utilização da série de Taylor de segunda ordem para inicializar o método de Verlet. Assim:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_0 + \Delta t) = \mathbf{x}(t_0) + \Delta t \mathbf{v}(t_0) + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}(t_0) \\ \mathbf{v}(t_0 + \Delta t) = \mathbf{v}(t_0) + \Delta t \mathbf{a}(t_0) \end{cases}. \quad (4.18)$$

De acordo com os autores, o cálculo das velocidades é computacionalmente caro, pois é necessário conhecer os vetores $\mathbf{x}(t_n + 2\Delta t)$ e $\mathbf{x}(t_n)$. Desse modo, na tentativa de tratar esse problema, fizeram uso de uma aproximação através do método de integração implícito de Euler, resultando na seguinte equação de atualização:

$$\mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \frac{\mathbf{x}(t_n + \Delta t) - \mathbf{x}(t_n)}{\Delta t}. \quad (4.19)$$

Outra desvantagem do método de Verlet apontada por Jiang e Wang [2010] é que este procedimento se baseia na hipótese de que as acelerações das partículas não variam entre os passos. Entretanto, pela segunda lei de Newton (Equação 2.2), estas sofrem influência da massa das partículas, assim como, das forças que atuam sobre elas. Normalmente, a mudança de massa pode ser negligenciada, no entanto,

as forças são alteradas juntamente com os diferentes processos dinâmicos, tais como a ocorrência de colisões. Assim, tentando adequar o algoritmo de Verlet à condição real, os autores estabeleceram um limite empírico η no sistema e quando a variação da força que age em uma determinada partícula ($\Delta \mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i(t_n) - \mathbf{f}_i(t_n - \Delta t)$) ultrapassa esse valor limite o algoritmo de Beeman, que é mais preciso no cálculo das posições e velocidades, passa ser utilizado:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t_n) + \Delta t \mathbf{v}_i(t_n) + \Delta t^2 \frac{4\mathbf{a}_i(t_n) - \mathbf{a}_i(t_n - \Delta t)}{6} \\ \mathbf{v}_i(t_n + \Delta t)(\text{predição}) = \mathbf{v}_i(t_n) + \Delta t \frac{3\mathbf{a}_i(t_n) - \mathbf{a}_i(t_n - \Delta t)}{2} \\ \mathbf{v}_i(t_n + \Delta t)(\text{correção}) = \mathbf{v}_i(t_n) + \Delta t \frac{2\mathbf{a}_i(t_n + \Delta t) + 5\mathbf{a}_i(t_n) - \mathbf{a}_i(t_n - \Delta t)}{6} \end{cases} \quad \Delta \mathbf{f}_i > \eta \quad (4.20)$$

4.2.2 Método implícito de Euler

O método implícito de Euler tem precisão numérica de primeira ordem e calcula as posições e as velocidades das partículas em $t_n + \Delta t$ com base nas derivadas das posições e das velocidades neste mesmo instante, ou seja:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t \mathbf{v}(t_n + \Delta t) \\ \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n + \Delta t) \end{cases} \quad (4.21)$$

Conforme mostrado na Equação 4.21, $\mathbf{x}(t_n + \Delta t)$ pode ser facilmente calculado depois que $\mathbf{v}(t_n + \Delta t)$ é determinado. No entanto, para obter as velocidades das partículas em $t_n + \Delta t$, é necessário conhecer as forças que atuam nas mesmas neste mesmo instante. Como as forças no estado atual podem ser naturalmente computadas, as forças no próximo tempo podem ser aproximadas através de uma expansão de Taylor da seguinte forma:

$$\mathbf{f}(t_n + \Delta t) = \mathbf{f}(t_n) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x}(t_n + \Delta t) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t), \quad (4.22)$$

onde $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}$ e $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$ denotam as matrizes Jacobianas do vetor de forças com respeito aos vetores das posições e velocidades, respectivamente. Assim, um elemento na linha i e coluna j , com $i \neq j$, destas matrizes é uma matriz 3×3 que representa a derivada da força sobre uma partícula i com respeito, respectivamente, à posição e à velocidade da partícula j , ou seja, $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_j$ e $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_j$. Quando $i = j$, $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_i = -\sum \partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_j$ e $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_i = -\sum \partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_j$.

Considerando que $\Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n + \Delta t) - \mathbf{v}(t_n)$ tem-se, a partir da primeira equação do sistema definido na Equação 4.21, que:

$$\Delta \mathbf{x}(t_n + \Delta t) = \mathbf{x}(t_n + \Delta t) - \mathbf{x}(t_n) = (\mathbf{v}(t_n) + \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t)) \Delta t. \quad (4.23)$$

Deste modo, a Equação 4.22 pode ser rescrita como segue:

$$\mathbf{f}(t_n + \Delta t) = \mathbf{f}(t_n) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v}(t_n) \Delta t + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t) \Delta t + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t). \quad (4.24)$$

Substituindo a Equação 4.24 em $\mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \mathbf{v}(t_n) + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t_n + \Delta t)$, obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\left(\mathbf{M} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right) \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \Delta t \mathbf{f}(t_n) + \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v}(t_n). \quad (4.25)$$

A matriz $(\mathbf{M} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}})$ é esparsa, pois \mathbf{M} é uma matriz diagonal e as matrizes Jacobianas $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}$ e $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$ são esparsas. A esparsividade das matrizes $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}$ e $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$ resulta da pequena quantidade de molas ligadas a uma partícula específica (Figura 4.1); dessa forma, uma componente de cada uma destas matrizes é uma matriz não nula apenas se as partículas i e j estão conectadas. Além disso, como $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_j = \partial \mathbf{f}_j / \partial \mathbf{x}_i$ e $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_j = \partial \mathbf{f}_j / \partial \mathbf{v}_i$, essas matrizes são simétricas.

Portanto, a atualização dos novos estados do tecido no decorrer do tempo através da aplicação do método implícito de Euler se resume a encontrar as variações das velocidades das partículas ($\Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t)$) através da resolução de um sistema linear esparsa (Equação 4.25). Para solucionar tal sistema, optou-se aqui

por utilizar os procedimentos propostos por Kang e Cho [2004] e por Zhou *et al.* [2005], por serem eficientes.

4.2.2.1 Resolução do sistema linear

a) Solução de Kang e Cho [Kang e Cho, 2004]

O vetor $\Delta t \mathbf{f}(t_n) + \Delta t^2 (\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}) \mathbf{v}(t_n)$ do lado direito da Equação 4.25 pode ser reescrito como $\Delta t (\mathbf{f}(t_n) + \Delta t (\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}) \mathbf{v}(t_n))$. Seja E o conjunto de molas do modelo e $\tilde{\mathbf{f}}(t_n) = \Delta t (\mathbf{f}(t_n) + \Delta t (\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}) \mathbf{v}(t_n))$, então, cada vetor que compõe $\tilde{\mathbf{f}}(t_n)$, pode ser expresso, levando em conta apenas as partículas que estão conectadas, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_i &= \Delta t \left(\mathbf{f}_i(t_n) + \Delta t \sum_{(i,j) \in E} \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} \mathbf{v}_j(t_n) + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} \mathbf{v}_i(t_n) \right) = \\ &= \Delta t \left(\mathbf{f}_i(t_n) + \Delta t \sum_{(i,j) \in E} \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} (\mathbf{v}_j(t_n) - \mathbf{v}_i(t_n)) \right), \end{aligned} \quad (4.26)$$

pois $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_i = - \sum_{(i,j) \in E} \partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_j$.

Assim, o sistema linear definido na Equação 4.25 pode ser reescrito como:

$$\left(\mathbf{M} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right) \Delta \mathbf{v}(t_n + \Delta t) = \Delta t \tilde{\mathbf{f}}(t_n). \quad (4.27)$$

Devido às propriedades da matriz $\mathbf{M} - \Delta t^2 \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x} - \Delta t \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$, ou seja, sua esparsividade e simetria, o sistema linear pode ser decomposto em m equações semelhantes, onde m é o número que representa a quantidade de partículas do modelo:

$$\begin{aligned}
& \left(\mathbf{M}_{11} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_1} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{v}_1} \right) \Delta \mathbf{v}_1(t_n + \Delta t) = \\
& = \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_1(t_n) + \sum_{(1,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j(t_n + \Delta t) \\
& \left(\mathbf{M}_{22} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{x}_2} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{v}_2} \right) \Delta \mathbf{v}_2(t_n + \Delta t) = \\
& = \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_2(t_n) + \sum_{(2,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j(t_n + \Delta t) \cdot \\
& \quad \vdots \\
& \left(\mathbf{M}_{mm} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \mathbf{x}_m} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \mathbf{v}_m} \right) \Delta \mathbf{v}_m(t_n + \Delta t) = \\
& = \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_m(t_n) + \sum_{(m,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j(t_n + \Delta t)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Todas as equações que fazem parte da Equação 4.28 têm a mesma forma, e, portanto, podem ser expressas como:

$$\begin{aligned}
& \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right) \Delta \mathbf{v}_i(t_n + \Delta t) = \\
& = \Delta t_i \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n) + \sum_{(i,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j(t_n + \Delta t) \cdot
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Entretanto, infelizmente, essas não podem ser solucionadas de forma independente, pois cada uma depende do resultado de algumas outras equações ($\Delta \mathbf{v}_j(t_n + \Delta t)$).

Analisando a Equação 4.29, Kang e Cho [2004] observaram que ela poderia ser tratada com o esquema iterativo de Jacobi [Saad, 2003] acrescentando, simplesmente, um novo parâmetro k como sendo o número de iterações. Assumindo que $\Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t)$ seja a solução alcançada após k iterações, e supondo que o valor atribuído no início do processo iterativo para a variação de velocidade de cada partícula seja dado por $\Delta \mathbf{v}_i^0(t_n + \Delta t) = \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n)$, o esquema iterativo pode ser representado como:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{v}_i^0(t_n + \Delta t) &= \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n), \\
\Delta \mathbf{v}_i^{k+1}(t_n + \Delta t) &= \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \\
&\cdot \left(\Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n) + \sum_{(i,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j^k(t_n + \Delta t) \right)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Contudo, com base em experimentos realizados, os autores apontaram que, na maioria dos casos, soluções estáveis e plausíveis foram obtidas com apenas uma iteração. Desta forma, definindo \mathbf{p}_i como o valor inicial $\Delta \mathbf{v}_i^0(t_n + \Delta t)$, a variação de velocidade de cada partícula é finalmente aproximada por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{p}_i &= \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n), \\
\Delta \mathbf{v}_i(t_n + \Delta t) &\approx \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \\
&\cdot \left(\Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n) + \sum_{(i,j) \in E} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \mathbf{p}_i \right)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

b) Solução de Zhou *et al.* [2005]

Zhou *et al.* [2005] resolveram o sistema linear definido na Equação 4.27 através da aplicação do método iterativo *Successive Over Relaxation* (SOR) [Saan, 2003].

Considerando, novamente, $\Delta \mathbf{v}_i^0(t_n + \Delta t) = \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n)$ como sendo a estimativa inicial da variação de velocidade de cada partícula, a solução proposta é representada pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{v}_i^0(t_n + \Delta t) &= \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n), \\
\Delta \mathbf{v}_i^{k+1}(t_n + \Delta t) &= \Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t) + \delta \Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t), \\
\delta \Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t) &= w \left(\mathbf{M}_{ii} - \Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_i} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} \right)^{-1} \\
&\cdot \left(\Delta t \tilde{\mathbf{f}}_i(t_n) + \Delta t^2 \sum_{\substack{(i,j) \in E \\ j < i}} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j^{k+1}(t_n + \Delta t) + \right. \\
&\left. + \Delta t^2 \sum_{\substack{(i,j) \in E \\ j > i}} \left(\Delta t^2 \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \Delta t \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} \right) \Delta \mathbf{v}_j^k(t_n + \Delta t) \right),
\end{aligned} \tag{4.32}$$

onde w denota o fator de relaxação. Assim, a variação de velocidade de cada partícula em uma determinada iteração ($\Delta \mathbf{v}_i^{k+1}(t_n + \Delta t)$) é obtida por meio do resultado alcançado anteriormente ($\Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t)$) somado a uma estimativa da mudança de variação entre os dois passos subsequentes ($\delta \Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t)$).

Para toda solução iterativa um critério de parada precisa ser determinado. Como Zhou *et al.* [2005] não mencionam o critério adotado, neste trabalho foi estabelecido a seguinte condição: a cada passo, calcula-se o $MAX \left\| \Delta \mathbf{v}_i^{k+1}(t_n + \Delta t) - \Delta \mathbf{v}_i^k(t_n + \Delta t) \right\|$. Se este valor for menor ou igual a um erro pré-definido então o sistema converge. Caso o sistema não convirja, um número máximo de iterações é instituído e a última solução calculada é utilizada.

4.2.2.2 Cálculo das derivadas das forças

Como no esquema de integração implícito de Euler, as forças no próximo instante são aproximadas através de uma expansão de Taylor (Equação 4.22), a atualização dos novos estados do tecido no decorrer no tempo necessita computar as componentes das matrizes Jacobinas $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}$ e $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$.

Considerando a força exercida nas partículas provenientes das molas estruturais e de cisalhamento (Equação 4.1), $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{x}_j$ é expressa como:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} = \begin{cases} k_{ij} \frac{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| - L_{ij}}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \mathbf{I}_3 + k_{ij} \frac{L_{ij}}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \left(\frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2} \right) & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| > L_{ij} \\ 0 & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \leq L_{ij} \end{cases} \quad (4.33)$$

onde \mathbf{I}_3 denota uma matriz identidade 3×3 .

Para as forças exercidas pelas molas de flexão (Equação 4.2) tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{x}_j} = \begin{cases} k_{ij} \frac{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| - L_{ij}}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \mathbf{I}_3 + k_{ij} \frac{L_{ij}}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \left(\frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2} \right) & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| < L_{ij} \\ 0 & \text{se } |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \geq L_{ij} \end{cases} \quad (4.34)$$

Como as Equações 4.1 e 4.2 não dependem da velocidade, $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_j$ não precisa ser considerada. No entanto, para a força de amortecimento (Equação 4.3) ambas as derivadas têm que ser computadas:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_i^d}{\partial \mathbf{x}_j} &= k_{ij} \left(\left(\frac{(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2} \right) - 2 \left((\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T \left(\frac{(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^4} \right) \right) \right) + \\ &+ \mathbf{I}_3 \left(\frac{(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \right) \\ \frac{\partial \mathbf{f}_i^d}{\partial \mathbf{v}_j} &= k_{ij}^d \left(\frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \right) \end{aligned} \right. \quad (4.35)$$

Apesar dos elementos na diagonal principal da matriz Jacobina $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{v}$ serem dados por $\partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_i = -\sum \partial \mathbf{f}_i / \partial \mathbf{v}_j$, dependendo do modelo de força externa utilizado, outros termos precisam ser considerados neste somatório. Considerando a força da resistência do ar e a do vento (Equações 4.5 e 4.6) tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_i} = -\sum \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{v}_j} - C^{res} \mathbf{I}_3 - C^{vento} (\mathbf{n}_i)(\mathbf{n}_i)^T. \quad (4.36)$$

4.3 Controle da superelasticidade

Como visto no Capítulo 3, diversos trabalhos na literatura [Provot, 1995; Desbrun *et al.*, 1999; Kang *et al.*, 2000; Ozgen e Kallman, 2011; Min e Tianlu, 2011] incorporam restrições no modelo do tecido com o intuito de tratar o problema da superelasticidade. Porém, neste trabalho tais restrições não são introduzidas. Então, como se lida com este problema? Ele é simplesmente resolvido aumentando o coeficiente de rigidez das molas. De fato, esta estratégia não é comumente utilizada, pois o uso de uma rigidez muito elevada, conforme as discussões realizadas no Capítulo 2, pode gerar problema de instabilidade na solução numérica, levando a necessidade da redução do passo de tempo utilizado na simulação, o que, conseqüentemente, compromete o seu desempenho. No entanto, como grande parte dos tecidos apresenta dificuldade para se alongar, optou-se por adotar elevados parâmetros de rigidez para as molas responsáveis por este tipo de deformação, o que, realmente, seria encontrado no mundo real, sem levar em consideração, inicialmente, o desempenho da simulação.

4.4 Considerações finais

Neste capítulo, foram apresentados os elementos que fazem parte do modelo físico do problema, isto é, a representação do tecido por um modelo massa-mola amortecedor baseado no modelo de Min e Tianlu [2011], e a descrição das forças internas e externas que atuam sobre esse modelo de tecido. Em seguida, os diferentes métodos de integração utilizados para resolução numérica do sistema de equações diferenciais que descreve o comportamento dinâmico do tecido foram

descritos. Esses métodos são os mais comumente utilizados na literatura para simulação dinâmica de tecidos. Por fim, foi apontado que o problema da superelasticidade no modelo proposto é evitado considerando valores elevados para os coeficientes de rigidez das molas, mas dentro dos limites aceitáveis para um tecido real. No próximo capítulo, serão descritas as simulações testes realizadas juntamente com a análise e discussão dos resultados obtidos.

5 Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentadas as simulações testes realizadas, assim como, os resultados obtidos com cada método de integração implementado neste trabalho. As simulações possuem restrições e alguns parâmetros físicos diferentes e os resultados são analisados em termos de estabilidade, eficiência e realismo.

A palavra estabilidade é empregada no contexto de simulações computacionais com diferentes interpretações [Monteiro, 2007]. No entanto, neste trabalho ela está ligada à capacidade do método de integração produzir uma simulação estável, ou seja, evitando que alguns pontos da superfície do tecido sofram grandes deslocamentos e que esta deixe de ser regular [Monteiro, 2007]. Esse problema está associado ao tamanho do passo de tempo utilizado na simulação. Assim, a estabilidade é analisada determinando o valor do passo de tempo máximo que cada solução numérica consegue simular o comportamento do tecido de maneira estável. Fazendo uso deste valor, a eficiência computacional é medida coletando os tempos que cada método de integração processa o mesmo tempo real de duração do movimento a ser simulado. Cabe mencionar que, nesta pesquisa, este último foi determinado tomando como referência o tempo de simulação que o método de Runge-Kutta de quarta ordem com um passo de tempo de 0,0001s leva para atingir o estado de equilíbrio do tecido. A escolha por este procedimento numérico foi feita devido à precisão numérica fornecida por ele. O realismo da simulação é avaliado levando em consideração o comportamento dinâmico do tecido obtido com cada método de integração.

5.1 Aspectos Técnicos

Os testes realizados para avaliação das simulações foram executados em um PC com processador 2.33 GHz Core 2 Quad, 2,0 GB de RAM e uma placa de vídeo S775 Intel DG31PR com HD 320 GB.

5.2 Simulação 1: Queda de um tecido preso em dois pontos

O estado inicial da Simulação 1 é mostrado na Figura 5.1. O tecido, que se encontra na horizontal, é preso em dois pontos extremos e cai somente devido à força da gravidade. A malha simula um tecido quadrado de $2m \times 2m$ discretizado como uma grade regular 10×10 .

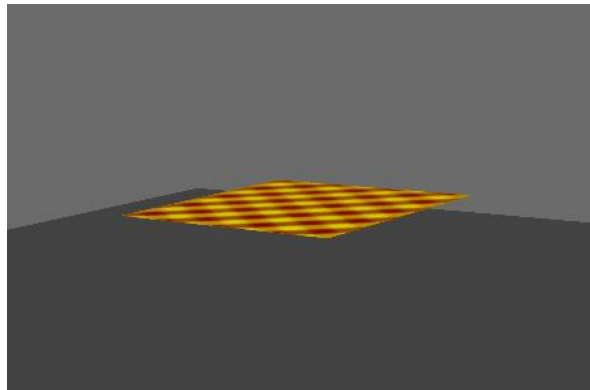


Figura 5.1: Posição inicial do tecido na Simulação 1.

Os parâmetros físicos utilizados no modelo são apresentados na Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Parâmetros físicos utilizados na Simulação 1.

Densidade do tecido (ρ)	2050 kg/m^3
Espessura do tecido (ε)	$0,0001 \text{ m}$
Rigidez das molas estruturais (k)	2000 N/m
Rigidez das molas de cisalhamento (k)	100 N/m
Rigidez das molas de flexão (k)	$0,001 \text{ N/m}$
Coeficiente de amortecimento das molas estruturais (k^d)	$2,0 \text{ N/m}$
Coeficiente de amortecimento das molas de cisalhamento (k^d)	$1,0 \text{ N/m}$
Coeficiente de amortecimento das molas de flexão (k^d)	$0,001 \text{ N/m}$
Coeficiente de arrasto do ar (C^{res}) (partículas: cantos, bordas e meio)	0,005; 0,01; 0,02
Vetor de aceleração da gravidade (\mathbf{g})	$(0,0, -9,81 \text{ m/s}^2)$

Para dar início a simulação, dependendo da solução numérica utilizada, além dos parâmetros físicos do modelo, outros valores específicos precisam ser estabelecidos: no algoritmo de Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010] o valor do limiar para variação das forças (η) foi definido empiricamente como 0,001; no método implícito de Euler utilizando o mecanismo iterativo de resolução do sistema linear proposto por Zhou *et al.* [2005] o erro máximo tolerado para garantir a convergência da solução foi de 0,001, o fator de relaxação (ω) também foi 0,001 e o número máximo de iterações foi instituído como 100. Esses mesmos valores foram utilizados nas demais simulações.

5.2.1 Análise da estabilidade

Começando com um passo de tempo de 0,0001s e incrementando sempre com este mesmo valor, foram determinados, para cada método de integração, os passos de tempo máximos que podem ser usados para que as respectivas simulações ainda sejam estáveis. Esses valores de passos estão registrados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 1.

Métodos de Integração	Passo de tempo
Explícito de Euler	0,0002s
Ponto intermediário	0,0017s
Runge-Kutta de quarta ordem	0,0024s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	0,0012s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	0,0020s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	0,0018s

Como pode ser observado, o método implícito de Euler em ambas as abordagens não apresentou passo de tempo máximo tão grande quanto esperado, apresentando-se inferiores ao passo do método explícito de Runge-Kutta de quarta ordem. Dentre as soluções explícitas percebe-se que os métodos de Runge-Kutta, do ponto intermediário e de Verlet aperfeiçoado, nesta ordem, possibilitaram o uso

de um passo de tempo muito mais elevado do que o método explícito Euler, o que de fato era esperado.

5.2.2 Análise da eficiência

Considerando um tempo de simulação de 4s, o tempo de computação total (CPU) para cada método de integração é sintetizado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 1.

Métodos de Integração	Tempo Total de CPU
Explícito de Euler	28,731s
Ponto intermediário	6,1080s
Runge-Kutta de quarta ordem	8,7370s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	12,908s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	53,772s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	70,955s

O método explícito de Euler gasta pouquíssimo tempo para produzir um quadro, porém precisou de um Δt muito menor se comparado a todos os outros métodos, por isso entre os explícitos foi o que se saiu pior computacionalmente. As duas versões do método implícito de Euler não se mostraram incondicionalmente estáveis. Seus passos de tempo máximos foram inferiores ou da mesma ordem de grandeza dos passos da maioria dos métodos explícitos apresentados. Com essa limitação e mais o elevado custo computacional envolvido, seus desempenhos foram muito piores do que os desempenhos dos métodos explícitos. Nesse exemplo, o método que teve melhor desempenho computacional foi o método do ponto intermediário. Os desempenhos dos métodos explícitos foram consistentemente melhores do que os desempenhos das duas abordagens do método implícito de Euler. Nenhum dos métodos conseguiu executar a simulação em tempo real, isto é, em tempo de CPU igual ao tempo de simulação de 4s.

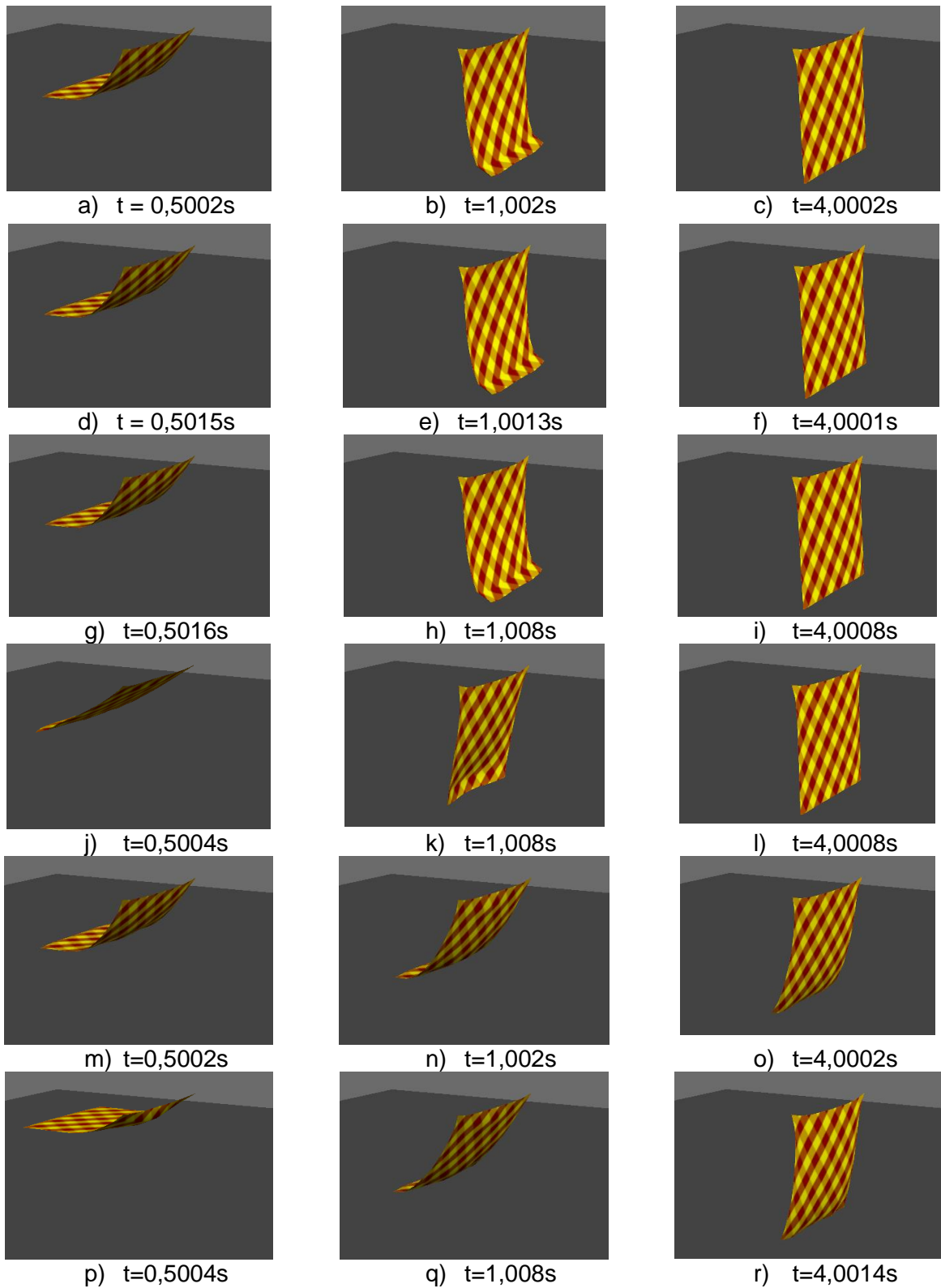


Figura 5.2: Resultados obtidos na Simulação 1: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou *et al.*, 2005].

5.2.3 Análise do realismo

Todos os métodos produziram resultados considerados plausíveis (Figura 5.2). No entanto, as simulações obtidas com os métodos de integração explícitos apresentaram um comportamento mais amortecido, ou seja, o tecido executa poucas oscilações antes de parar.

As imagens estáticas capturadas em tempos específicos de cada simulação e apresentadas na Figura 5.2 não permitem uma boa apreciação da qualidade dos resultados. Por isso, as animações produzidas para cada simulação estão disponibilizadas no seguinte endereço: <http://lia.ufc.br/~laise/dissertacao/animacoes>.

5.3 Simulação 2: *Draping* de um tecido sobre uma esfera

A Figura 5.3 ilustra o estado inicial de uma simulação do *draping* de um tecido sobre uma esfera. Esse teste foi realizado com um tecido quadrado de $2m \times 2m$, discretizado como uma grade regular 17×17 . O tecido cai em queda livre sobre uma esfera de raio $r = 0,5m$, situada logo abaixo do tecido.

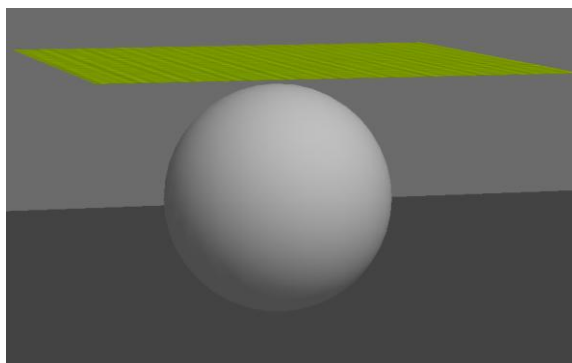


Figura 5.3: Posição inicial do tecido na Simulação 2.

Os parâmetros físicos utilizados no modelo são apresentados na Tabela 5.4:

Tabela 5.4: Parâmetros físicos utilizados na Simulação 2.

Densidade do tecido (ρ)	2050 kg / m ³
Espessura do tecido (ε)	0,0001 m
Rigidez das molas estruturais (k)	2000 N / m
Rigidez das molas de cisalhamento (k)	100 N / m
Rigidez das molas de flexão (k)	0,001 N / m
Coeficiente de amortecimento das molas estruturais (k^d)	2,0 N / m
Coeficiente de amortecimento das molas de cisalhamento (k^d)	1,0 N / m
Coeficiente de amortecimento das molas de flexão (k^d)	0,001 N / m
Coeficiente de arrasto do ar (C^{res}) (partículas: cantos, bordas e meio)	0,002; 0,004; 0,008
Vetor da aceleração da gravidade (\mathbf{g})	(0,0,-9,81m/s ²)

Visto que nenhuma estrutura de detecção de colisão foi implementada neste trabalho, o teste de colisão foi simplesmente realizado comparando a distância da posição de cada partícula ao centro da esfera com o raio da mesma. Caso verificasse-se que alguma delas penetrou no objeto, depois que se tenha computado as posições finais das partículas, um processo de correção é aplicado à sua posição. Para isso, a velocidade de cada uma dessas partículas é corrigida pela subtração de suas componentes normais à superfície da esfera no ponto de interseção da reta que une as duas últimas posições da partícula com a superfície da esfera (Figura 5.4), isto é:

$$\mathbf{v}_i^1(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i^1(t + \Delta t) - \mathbf{n}(\mathbf{v}_i^1(t + \Delta t) \cdot \mathbf{n}) - k(\mathbf{n}(\mathbf{v}_i^1(t + \Delta t) \cdot \mathbf{n})) , \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{v}_i^1(t + \Delta t)$ representa o vetor da velocidade atual da partícula, \mathbf{n} é o vetor normal à superfície e k é uma fator de amortecimento que reduz a altura do deslocamento, que neste trabalho foi definido como 1,0. Computada a nova velocidade, a posição da partícula é recalculada da seguinte forma:

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i^1(t + \Delta t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t + \Delta t) , \quad (5.2)$$

em que $\mathbf{x}_i^1(t + \Delta t)$ denota o vetor da posição atual da partícula.

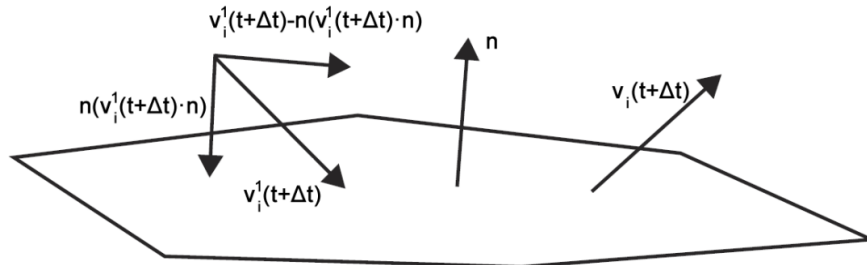


Figura 5.4: Resposta à colisão.

5.3.1 Análise da estabilidade

Utilizando a mesma estratégia adotada na simulação anterior, os resultados obtidos para o passo de tempo máximo de cada solução numérica são mostrados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 2.

Métodos de Integração	Passo de tempo
Explícito de Euler	0,0003s
Ponto intermediário	0,0003s
Runge-Kutta de quarta ordem	0,0005s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	0,0008s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	0,0008s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	0,0010s

Observa-se que neste caso o método implícito de Euler com a abordagem de Zhou *et al.* [2005] manteve a estabilidade com um passo de tempo maior do que o de todos os outros métodos. Além disso, nota-se que nesta situação o método de Verlet aperfeiçoado manteve estabilidade com passo de tempo maior do que o de Runge-Kutta de quarta ordem se igualando ao método implícito de Euler com

abordagem de Kang e Cho [2004]. Os métodos explícito de Euler e do ponto intermediário também alcançaram o mesmo passo de tempo, apesar deste último ser mais preciso. Na verdade, nestes casos em que ocorrem igualdade nos resultados existe uma pequena diferença entre estes valores que pode ser desprezada, visto que não afeta o realismo nem traz grandes diferenças no desempenho da simulação. Por exemplo, se uma casa decimal a mais fosse considerada, os passos de tempo máximo seriam 0,00032s para o método explícito de Euler e 0,00034s para o método do ponto intermediário. Pode-se observar também que a ocorrência da colisão ocasionou uma grande diferença nos passos de tempo máximos se comparado com a simulação anterior, tendo a maioria dos métodos um passo menor.

5.3.2 Análise da eficiência

Delimitando um tempo de simulação de 3s, o tempo de computação total (CPU) obtido para cada procedimento numérico é mostrado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 2.

Métodos de Integração	Tempo Total de CPU
Explícito de Euler	129,560s
Ponto intermediário	245,774s
Runge-Kutta de quarta ordem	314,695s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	107,059s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	432,543s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	434,861s

Percebe-se novamente o baixo desempenho do método implícito de Euler em suas duas versões. Nota-se também que, apesar do Runge-Kutta de quarta ordem possibilitar utilizar um passo de tempo um pouco maior do que o método explícito de Euler e do que o método do ponto intermediário, a diferença entre esses métodos é relativamente tão pequena (0,0002s) que os dois últimos apresentaram um melhor

desempenho, visto que demandam menos esforço computacional. Dentre todos os métodos de integração o que obteve o melhor desempenho foi o método de Verlet aperfeiçoado.

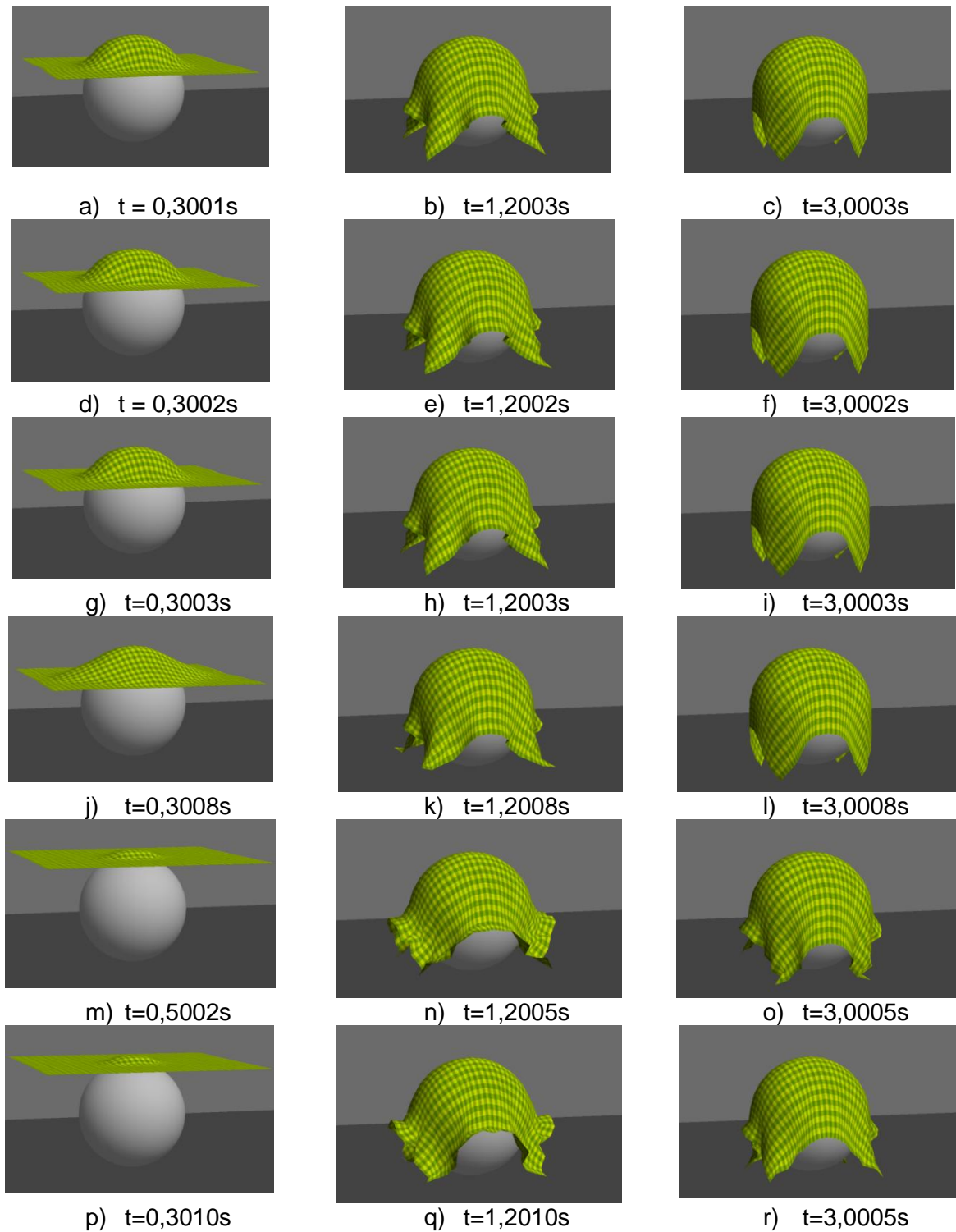


Figura 5.5: Resultados obtidos na Simulação 2: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou *et al.*, 2005].

5.3.3 Análise do realismo

A Figura 5.5 mostra algumas imagens obtidas da simulação com cada método de integração. Os comportamentos dos métodos foram compatíveis com os comportamentos observados na Simulação 1. Percebe-se que o caimento do tecido em cada instante de tempo é praticamente idêntico nas três primeiras linhas da Figura 5.5, referentes ao método explícito de Euler, do ponto intermediário e de Runge-Kutta de quarta ordem. O método de Verlet aperfeiçoado mostra uma configuração um pouco diferente para o instante de aproximadamente 0,3s, mais logo após se assemelha aos outros métodos explícitos. O método implícito de Euler nas duas abordagens apresentou configurações bastante diferentes das obtidas com os métodos explícitos, sendo estas consideradas um pouco menos realistas, visto que as soluções explícitas possibilitaram a formação de dobras de maneira mais suave.

5.4 Simulação 3: Bandeira tremulando ao vento

A Figura 5.6 ilustra a simulação de uma bandeira submetida a rajadas de vento. Esse teste foi realizado com um tecido de forma retangular de $2m \times 1,47m$ discretizado como uma grade regular 19×14 . O tecido começa parado e estirado na vertical a um ângulo de 45° com a direção de um vento (Figura 5.6 (b)) cuja magnitude da velocidade é dada por uma função senoidal começando e terminando em $0m/s$, sendo seu pico em $30m/s$. O vento age durante aproximadamente 3s e depois para. A constante de viscosidade do vento (C^{vento}) considerada foi $0,01780kg/s$.

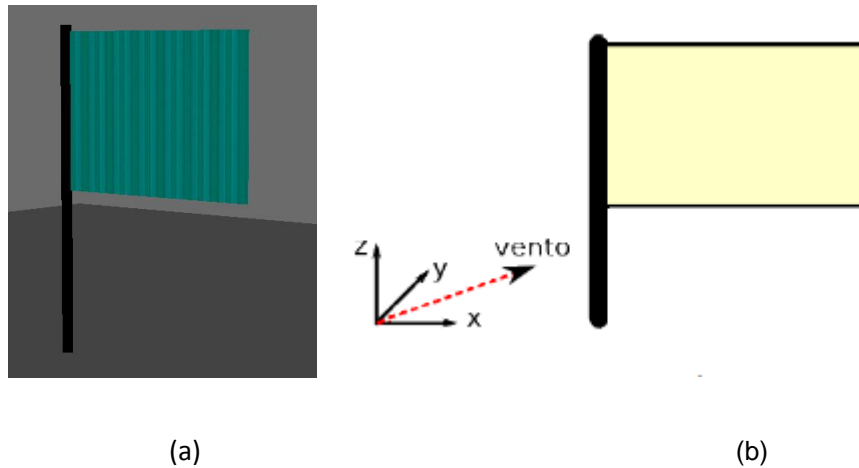


Figura 5.6: Simulação 3: (a) Posição inicial do tecido; (b) Direção do vento.

Os parâmetros físicos utilizados no modelo são apresentados na Tabela 5.7:

Tabela 5.7: Parâmetros físicos utilizados na Simulação 3.

Densidade do tecido (ρ)	$2050 \text{ kg} / \text{m}^3$
Espessura do tecido (ε)	$0,0001 \text{ m}$
Rigidez das molas estruturais (k)	$2000 \text{ N} / \text{m}$
Rigidez das molas de cisalhamento (k)	$100 \text{ N} / \text{m}$
Rigidez das molas de flexão (k)	$1,5 \text{ N} / \text{m}$
Coeficiente amortecimento das molas estruturais (k^d)	$2,0 \text{ N} / \text{m}$
Coeficiente de amortecimento das molas de cisalhamento (k^d)	$1,0 \text{ N} / \text{m}$
Coeficiente de amortecimento das molas de flexão (k^d)	$0,001 \text{ N} / \text{m}$
Coeficiente de arrasto do ar (C^{res}) (partículas: cantos, bordas e meio)	0,002; 0,004; 0,008
Velocidade do inicial do vento (\mathbf{u}^{vento})	$(30 \text{ m} / \text{s}, 30 \text{ m} / \text{s}, 0)$
Viscosidade do vento (C^{vento})	$0,01780 \text{ kg} / \text{s}$
Vetor de aceleração da gravidade (\mathbf{g})	$(0, 0, -9,81 \text{ m} / \text{s}^2)$

Em comparação com as outras simulações pode-se notar que uma maior rigidez de flexão foi considerada. Essa modificação foi feita para evitar a ocorrência de muitas dobras, visto que a auto-colisão não é tratada neste trabalho.

5.4.1 Análise da estabilidade

Os resultados obtidos para os valores de passos de tempo máximo são mostrados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Passo de tempo máximo para cada método de integração na Simulação 3.

Métodos de Integração	Passo de tempo
Explícito de Euler	0,0002s
Ponto intermediário	0,0002s
Runge-Kutta de quarta ordem	0,0004s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	0,0007s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	0,001s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	0,001s

Neste caso, ao contrário das situações anteriores, o método implícito de Euler em suas duas versões manteve a estabilidade com um passo de tempo maior do que o de todos os outros métodos. Dentre os procedimentos numéricos explícitos, o método de Verlet aperfeiçoado foi o que possibilitou o uso de um maior passo de tempo, assim como, na simulação 2.

5.4.2 Análise da eficiência

Neste caso durante o tempo de simulação a bandeira vai está em movimento, não atingindo de fato uma posição de equilíbrio, o tempo de simulação utilizado como referência, foi determinado a partir da análise visual de uma simulação executada com o método de Runge-Kutta de quarta ordem com o passo de tempo de 0,0001s. Assim, com um tempo de simulação de 4s, o tempo de computação total (CPU) gerado por cada método é expresso na Tabela 5.9:

Tabela 5.9: Tempo total de CPU obtido para cada método de integração na Simulação 3.

Métodos de Integração	Tempo Total de CPU
Explícito de Euler	174,590s
Ponto intermediário	339,038s
Runge-Kutta de quarta ordem	428,907s
Verlet aperfeiçoado [Jiang e Wang, 2010]	147,500s
Implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]	373,136s
Implícito de Euler [Zhou <i>et al.</i> , 2005]	415,831s

Embora tenha ocorrido uma melhoria em relação ao método de Runge-Kutta de quarta ordem, o método implícito de Euler em ambos os casos ainda apresentou um baixo desempenho computacional. Dentre as soluções explícitas, o método de Verlet aperfeiçoado foi o mais eficaz.

5.4.3 Análise do realismo

Como pode ser observado na Figura 5.7, nesta aplicação uma maior diferença na simulação do comportamento do tecido com os diferentes métodos de integração pode ser percebida. Nota-se que o tecido com o método implícito de Euler em ambos os casos sofreu maiores deformações, o que gerou um comportamento mais irrealista devido a falta do tratamento de auto-colisões. Considerando apenas as soluções numéricas explícitas percebe-se uma maior distinção do método de Verlet aperfeiçoado em relação aos outros procedimentos, de modo que o tecido apresentou um aspecto menos flexível.

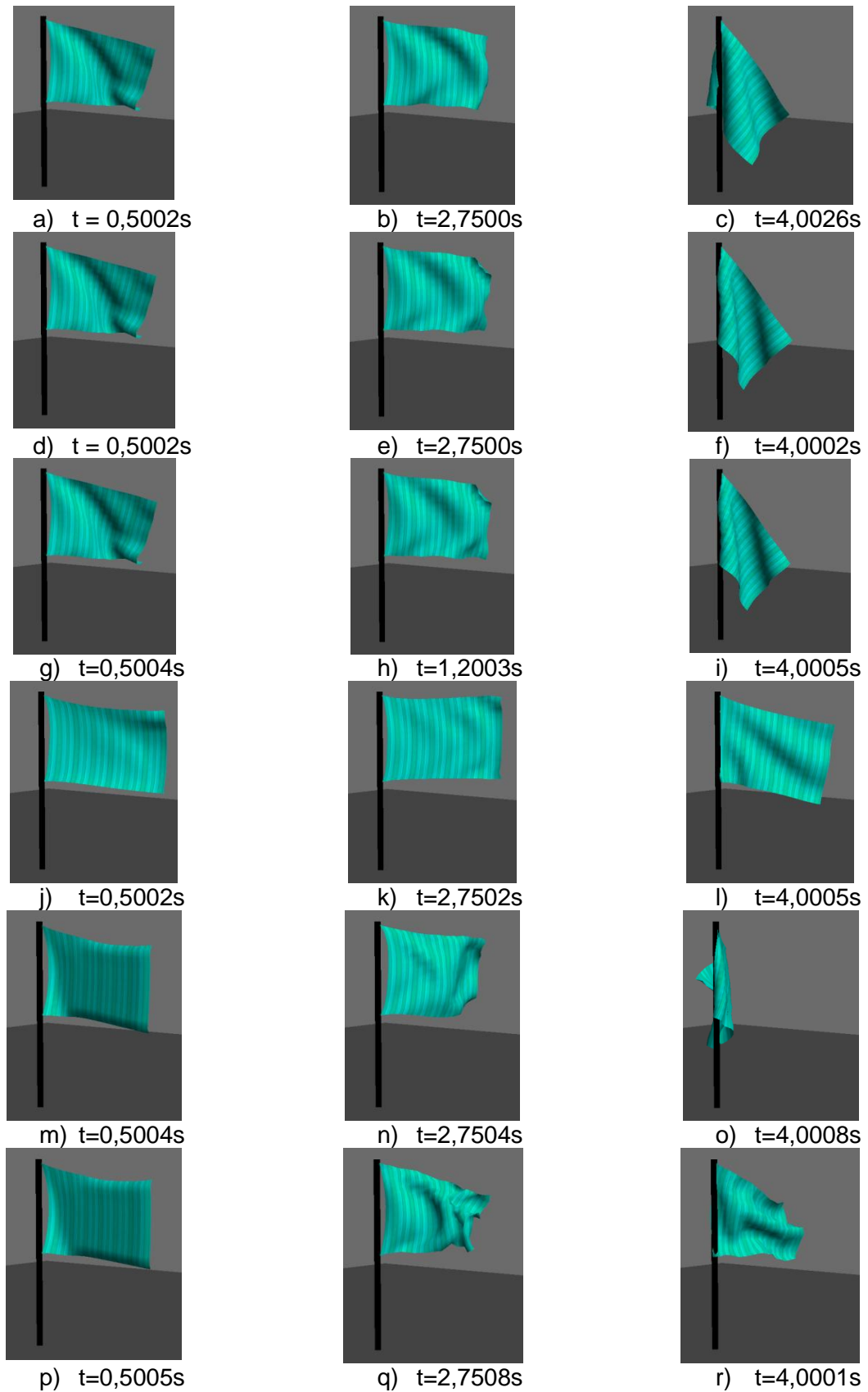


Figura 5.7: Resultados obtidos na Simulação 3: a-c) Método explícito de Euler; d-f) Método do Ponto intermediário; g-i) Método de Runge-Kutta de quarta ordem; j-l) Método de Verlet aperfeiçoado; m-n) Método implícito de Euler [Kang e Cho, 2004]; p-r) Método implícito de Euler [Zhou *et al.*, 2005].

5.5 Considerações finais

Mediante os resultados obtidos, foi possível perceber que embora tenha apresentado uma melhor estabilidade do que as soluções numéricas explícitas na maior parte das aplicações, o desempenho do método implícito de Euler foi prejudicado pelo fato de necessitar realizar mais cálculo devido à resolução do sistema linear, superando apenas o método de Runge-Kutta de quarta ordem na terceira simulação. Dentre as soluções explícitas, observou-se que em situações mais complexas envolvendo contato ou forças aerodinâmicas o método de Verlet aperfeiçoado foi mais estável e eficiente. Vale ressaltar que, nenhum dos mecanismos de resolução conseguiu realizar animações em tempo real nos casos estudados.

Analisar as diferenças e decidir qual método de integração possibilitou gerar uma melhor qualidade visual é uma tarefa muito subjetiva, pois enquanto uma pessoa pode achar que os resultados de um determinado método são mais realistas pelo fato, por exemplo, do tecido se deformar de maneira mais suave, outra pode achar que o resultado tem mais qualidade se formarem dobras mais irregulares. Deste modo, do ponto de vista deste trabalho, observa-se que, de maneira geral, todos os métodos apresentaram resultados satisfatórios, fazendo a ressalva de que em todas as aplicações foi observado que o comportamento do tecido simulado com os métodos explícitos apresentou-se mais amortecido do que com o método implícito Euler.

Diante de tais observações pode-se constatar que as vantagens da aplicação do método implícito de Euler na simulação do comportamento do tecido precisam ser melhores estudadas, pois animações plausíveis com menos custo computacional puderam ser obtidas com as soluções numéricas explícitas.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi abordado o tema de simulação dinâmica de tecidos. Esse tema tem ganhado a atenção de pesquisadores em todo o mundo por sua grande relevância nas indústrias de jogos, cinema e comércio eletrônico. Essas indústrias têm exigido cada vez mais sofisticação e realismo de um lado e rapidez de processamento de outro. Modelos robustos baseados em mecânica do contínuo têm sido explorados, mas não encontraram seu caminho nessas indústrias ainda por terem elevado custo computacional, e, por conseguinte, não estarem aptos a aplicações de tempo real. Assim, modelos mais simplificados que geram animações fisicamente plausíveis têm ganhado força, e, entre eles, estão os modelos massa-mola. O desenvolvimento (ou adaptação) de métodos numéricos robustos que sejam estáveis, que apresentem bom desempenho, e que sejam capazes de gerar animações fisicamente plausíveis tem sido o foco de muitas das pesquisas nesta área.

Os métodos numéricos de integração mais comumente utilizados em simulação dinâmica de tecidos, tanto na categoria métodos explícitos, quanto na de métodos implícitos foram discutidos e comparados em três estudos de casos. Assim, dentre as abordagens explícitas foram implementados o método explícito de Euler, o método do ponto intermediário, o método de Runge-Kutta de quarta ordem, e o método de Verlet modificado, proposto por Jiang e Wang [2010]. Na categoria de métodos implícitos, duas versões do método implícito Euler foram implementadas: a versão proposta por Kang e Cho [2004] e a proposta por Zhou *et al.* [2005]. Ambas as implementações diferem apenas no modo de resolução do sistema linear resultante da formulação implícita de Euler. Os métodos foram analisados e comparados segundo sua capacidade de gerar simulações fisicamente plausíveis, bom realismo e balanço entre desempenho e estabilidade.

Observou-se que todos os métodos foram capazes de gerar animações plausíveis. No entanto, nas simulações geradas com os métodos de integração explícitos, os tecidos apresentaram comportamento mais amortecido, cujas causas ainda serão melhor investigadas em trabalhos futuros.

Apesar do método implícito de Euler apresentar maior estabilidade em comparação com as soluções numéricas explícitas na maior parte das aplicações, este teve um custo computacional muito elevado, devido ao maior esforço computacional necessário para resolução do sistema linear. Assim, os métodos de integração explícitos, apesar de necessitarem de um passo de tempo menor para garantir estabilidade, foram mais vantajosos em termos de desempenho, embora nenhum dos mecanismos tenha possibilitado realizar animações em tempo real. O método de Verlet aperfeiçoado foi o mais estável e eficiente nas aplicações mais complexas envolvendo colisão ou força do vento.

Os benefícios da utilização do método de integração implícito de Euler no processo de simulação de tecido ainda precisam ser melhor investigados, visto que nos casos estudados, simulações mais eficientes com resultados plausíveis puderam ser obtidas com os procedimentos numéricos explícitos. Um dos trabalhos futuros dessa pesquisa é testar outros mecanismos de resolução para o sistema linear que viabilizem simulações mais rápidas, mas sem afetar o realismo da simulação. Afinal, este método tem a característica importante de apresentar uma boa estabilidade e a utilização de um procedimento de resolução eficiente pode melhorar o seu desempenho.

Este trabalho também visa incorporar no modelo proposto uma técnica de detecção e respostas de colisão robusta para que os métodos de integração apresentados possam ser testados em avatares vestidos, em movimento. Além disso, pretende-se implementar outros mecanismo de resolução implícitos, para que se possam tirar conclusões mais gerais sobre essa classe de procedimentos.

Referências Bibliográficas

- BARAFF, D.; WITKIN, A. P. **Large Steps in Cloth Simulation**. In Proceedings of SIGGRAPH 98, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, p. 43 – 54, Jul. 1998.
- BARAFF D. **Physically Based Modeling**. Course Notes, SIGGRAPH 1999.
- BEEMAN, D. **Some Multistep Methods for use in Molecular Dynamics Calculations**. Journal of Computational Physics, 20:130+, Feb. 1976.
- BREEN, D. E.; HOUSE, D. H.; WOZNY, M. J. **Predicting the Drape of Woven Cloth using Interacting Particles**. In SIGGRAPH, p. 365 – 372, 1994.
- BURTNYK, N.; WEIN, M. **Computer-generated Key Frame Animation**. Journal of the Society of Motion Picture and Television Engineers, 80(3):149 – 153, Mar. 1971.
- CAMPOS, J. R. **Modelos Deformáveis de Partículas e Algoritmos de Colisões Aplicados à Simulação de Tecidos**. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2006.
- CATMULL, E. **The Problems of Computer-assisted Animation**. SIGGRAPH78, 12(3):348 – 353, Aug. 1978.
- CHEN, M.; TANG, K. **A fully geometric approach for developable cloth deformation simulation**. In: The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics. v. 26, n. 6 - 8, p. 853-863, 2010.
- CHEN, L.; ZHAO, S.; ZHANG, L.; ZHANG, W. **Analysis and Simulation of the Shear Deformation for Woven Cloth**. In: Advanced Materials Research, v. 201 – 203, p. 203 – 208, 2011.
- CHOI, K. J.; KO, H. S. **Stable but Responsive Cloth**. In Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, SIGGRAPH '02, p. 604 – 611. ACM, 2002.
- CHOI, K. J.; KO, H. S. **Research Problems in Clothing Simulation**. In: Computer-Aided Design. v. 37, n. 7, p. 585 – 592, 2005.
- DESBRUN, M.; SCHRODER, P.; BARR, A. H. **Interactive Animation of Structured Deformable Objects**. In Graphics Interface'99, p. 1 – 8, 1999.
- DOCHEV, V.; VASSILEV, T. **Efficient Super-Elasticity Handling in Mass-Spring Systems**. In Proceedings of the 4th international conference conference on Computer systems and technologies: e-Learning, p. 483 – 490. ACM, 2003.

HAIYAN, Y.; ZHAOFENG, G. **An Improved Mass-spring Model to Simulate Draping Cloth**. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, v.1, p. 568 – 571, 2008.

JIANG, Y.; WANG, R. **Real-time Cloth Simulation based on Improved Verlet algorithm**. In Computer-Aided Industrial Design Conceptual Design (CAIDCD), 2010 IEEE 11th International Conference on, volume 1, p. 443 – 446, Nov. 2010.

KANG, Y. M.; CHOI, J. H.; CHO, H. G.; PARK, C. J. **Fast and Stable Animation of Cloth with an Approximated Implicit Method**. In Proceedings of the International Conference on Computer Graphics, CGI '00, p. 322 – 329. IEEE Computer Society, 2000.

KANG, Y. M.; CHO, H. G. **Real-Time Animation of Complex Virtual Cloth with Physical Plausibility and Numerical Stability**. Presence: Teleoper. Virtual Environ., 13:668 – 680, Dec. 2004.

KAWABATA, S. **The Standardization and Analysis of Hand Evaluation**. The Textile Machinery Society of Japan, 1975.

KUNII, T. L.; GOTODA, H. **Singularity Theoretical Modeling and Animation of Garment Wrinkle Formation Process**. Visual Computer, v. 6, n. 6, p. 326 – 336, 1990.

LI, H.; WAN, Y.; MA, G. **A CPU-GPU Hybrid Computing Framework for Real-Time Clothing Animation**. In Cloud Computing and Intelligence Systems (CCIS), 2011 IEEE International Conference on, p. 391 – 396, Sept. 2011.

LIU, Y.J.; ZUANG, D.L.; YUEN, M. M. F. **A Survey on CAD Methods in 3D Garment design**. In: Computer in Industry. v. 61, n. 6, p. 576 – 593, 2010.

MAGNENAT-THALMANN, N. **Cloth Modeling and Simulation**. In: Modeling and Simulating Bodies and Garments. Ed: Springer. p. 71 – 132, 2010.

MIN, S.; ZHAOQI, W.; TIANLU, M. **3D Interactive Clothing Animation**. In: Proceedings of the International Conference on Computer Application and System Modeling (ICCASM 2010), p. 449 – 455, 2010.

MIN, S.; TIANLU, M. **Cloth Animation Based on Particle Model with Constraint**. In Proceedings of the 2011 Workshop on Digital Media and Digital Content Management, DMDCM '11, p. 141 – 145. IEEE Computer Society, 2011.

MONTEIRO, L. P. **Soluções Numéricas em um Modelo de Tecidos Baseado na Superfície de Cosserat**. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2007.

NAKAMURA, S. **Applied Numerical Methods in C**. Ed: Prentice Hall, 1992.

- OLIVEIRA, S. P. R. **Aceleração em Cell/B.E. da Animação de Superfícies Deformáveis**. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Informática pela Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2010.
- OZGEN, O.; KALLMANN, M. **Directional Constraint Enforcement for Fast Cloth Simulation**. In Proceedings of the 4th International Conference on Motion in Games (MIG), 2011.
- PRESS, W. H.; FLANNERY, B. P.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. **Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing**. Ed: Cambridge, 1986.
- PROVOT, X. **Deformation Constraints in a Mass-Spring Model to Describe Rigid Cloth Behavior**. In: IN GRAPHICS INTERFACE, p. 147 – 154, 1995.
- ROCHA, J. **Aceleração GPU da animação de superfícies deformáveis**. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Informática pela Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2008.
- SAAD, Y. **Iterative Methods for Sparse Linear Systems**. Society for Industrial and Applied Mathematics. Ed: 2. 2003.
- STYLIOS, G. K.; WAN, T.; POWELL, N. **Modelling the Dynamic Drape of Garments on Synthetic Humans in a Virtual Fashion Show**. International Journal of Clothing Science and Technology, 8(3):95 – 112, Aug. 1996.
- TERZOPOULOS, D.; PATT, J.; BARR, A.; FLEISHER, K. **Elastically Deformable Models**. Computer Graphics, 21:205 – 214, 1987.
- TIANG-XIANG, D.; JI-JUN, L. **Software Design of Cloth Design and Simulation System**. In Computer-Aided Industrial Design Conceptual Design, 2009. CAID CD 2009. IEEE 10th International Conference on, p. 605 – 609, Nov. 2009.
- VASSILEV, T.; SPANLANG, B.; CHRYSANTHOU, Y. **Fast Cloth Animation on Walking Avatars**. Computer Graphics Forum, 20(3):260 – 267, 2001.
- VERLET, L. **Computer “Experiments” on Classical Fluids**. i. thermodynamical properties of lennard-jones molecules. Phys. Rev., 159:98 – 103, Jul. 1967.
- VOLINO, P.; MAGNENAT-THALMANN, N. **Comparing Efficiency Of Integration Methods for Cloth Simulation**. In Computer Graphics International Proceedings, p. 265 – 274. IEEE Computer Society, 2001.
- VOLINO, P.; MAGNENAT-THALMANN, N. **Implicit Midpoint Integration and Adaptive Damping for Efficient Cloth Simulation**. In proceedings of Computer Animation and Virtual Worlds, p. 3 – 4. Wiley, 2005.
- VOLINO, P.; MAGNENAT-THALMANN, N. **Simple Linear Bending Stiffness in Particle Systems**. In: Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation, p. 101 – 105, 2006.

WANG, J.; HU, X.; ZHUANG, Y. **The Dynamic Cloth Simulation Performance Analysis Based on the Improved Spring-Mass Model**. *Wireless Networks and Information Systems, International Conference on*, p. 282 – 285, 2009.

Warner Bros. **Harry Potter**. Disponível em: <http://www.warnerbros.com/>. Acessado em: 24/04/2011.

WEIL, J. **The Synthesis of Cloth Objects**. *SIGGRAPH '86 Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, v. 20, p. 49 – 52, 1986.

XBOX. **XBOXLive Brasil**. Microsoft. Disponível em: <http://www.xbox.com/pt-BR/live/>. Acessado em: 24/04/2011.

ZHOU, C.; ZHU, H.; JIN, X.; FENG, J. **Efficient and Simple Cloth Animation**. In: *Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Design and Computer Graphics, CAD-CG '05*, p. 483 – 488. IEEE Computer Society, 2005.