



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

MAGNO PRUDÊNCIO DE ALMEIDA FILHO

CASAMENTO DE PADRÕES E OPERADORES MORFOLÓGICOS ADAPTATIVOS

FORTALEZA

2016

MAGNO PRUDÊNCIO DE ALMEIDA FILHO

CASAMENTO DE PADRÕES E OPERADORES MORFOLÓGICOS ADAPTATIVOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação e Controle.

Orientador: Prof. Dr. Arthur Plínio de Souza Braga.

Coorientador: Prof. Dr. Francisco de Assis Tavares Ferreira da Silva.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- A446c Almeida Filho, Magno Prudêncio de.
Casamento de padrões e operadores morfológicos adaptativos / Magno Prudêncio de Almeida Filho. – 2016.
125 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2016.
Área de Concentração: Automação e controle.
Orientação: Prof. Dr. Arthur Plínio de Souza Braga.
Coorientação: Prof. Dr. Francisco de Assis Tavares Ferreira da Silva.
1. Engenharia elétrica. 2. Imagens digitais - Processamento. 3. Aprendizado do computador. 4. Inteligência artificial. I. Título.

MAGNO PRUDÊNCIO DE ALMEIDA FILHO

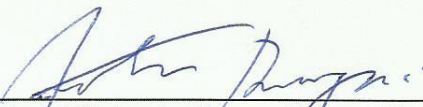
CASAMENTO DE PADRÕES E OPERADORES MORFOLÓGICOS

ADAPTATIVOS

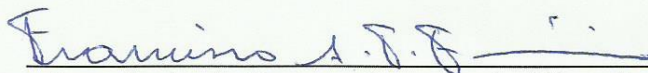
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistema de Energia Elétrica.

Aprovada em: 26/02/2016

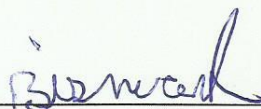
BANCA EXAMINADORA



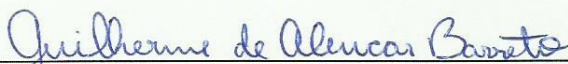
Prof. Arthur Plinio de Souza Braga, Dr. (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)



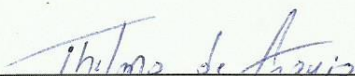
Prof. Francisco de Assis Tavares Ferreira da Silva, Dr. (Coorientador)
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)



Prof. Bismark Claire Torrico, Dr.
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Guilherme de Alencar Barreto, Dr.
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Thelmo Pontes de Araújo, Dr.
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Aos meus pais, Magno e Sandra. Às minhas irmãs, Flávia, Lívia, Fernanda e Larissa. A todos os amigos e amigas que sempre estiveram presentes. À minha amiga e companheira, Jarina. À Titia.

AGRADECIMENTOS

A todos os professores que contribuíram para a minha formação acadêmica e moral. Em especial aos professores Francisco Tavares e Arthur Plínio pela confiança, paciência e orientação na elaboração desta dissertação e pelos incentivos a estudos futuros.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao Grupo de Pesquisa de Automação e Robótica (GPAR) pelo apoio necessário à realização desse trabalho.

A todos os que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho.

“O primeiro pecado da humanidade foi a fé; a primeira virtude foi a dúvida.”

Carl Sagan

RESUMO

A morfologia matemática é uma abordagem utilizada em problemas de processamento e análise de imagens em que são realizadas transformações de um objeto (imagem) por padrões de formas pré-definidas. Tais transformações são efetuadas por operadores morfológicos, sendo a erosão e a dilatação os operadores morfológicos elementares. Neste trabalho é apresentado um mecanismo de aprendizagem destinado à geração automática de *templates*, a serem utilizados em operadores morfológicos de casamento inexato de padrões (em que o casamento não precisa ser perfeito). Esse modelo de operador é aqui denominado de Operador Morfológico Adaptativo de Casamento de Padrões (OMACP), e combina o formalismo da morfologia matemática através de ELUTs (*Elementary Look-Up Tables*) com técnicas de aprendizagem de máquina. Os operadores morfológicos para casamento de padrões via ELUTs já descritos na literatura permitem o casamento inexato de padrões, ou detecção com folga, em imagens digitais através da definição de um intervalo em torno de um padrão de referência. Esse intervalo aplicado em todos os pixels do padrão de referência possui um valor constante e sua escolha depende de parâmetros cujo ajuste normalmente é realizado tendo como base resultados empíricos, além de ser fortemente sensível a idiosincrasia do usuário. Este trabalho propõe um mecanismo, baseado em parâmetros estatísticos, que automatiza a escolha desse intervalo. Além de não considerá-lo mais um valor constante para todos os pixels do padrão de referência. Tal mecanismo reduz assim a interferência de um usuário na definição dos parâmetros do operador morfológico. Para comprovar a eficácia obtida com a inclusão tanto das técnicas de aprendizagem quanto do mecanismo de escolha do intervalo em torno do padrão de referência, foram realizados experimentos comparativos entre o OMACP proposto (com a inclusão das novas funcionalidades) com os operadores já descritos na literatura sem essas alterações.

Palavras-chave: Morfologia Matemática, Reconhecimento de Padrões, Operadores Adaptativos, Imagens Digitais.

ABSTRACT

Mathematical morphology is an approach applied in processing and image analysis problems that performs transformations in an object (image) by patterns of predefined forms. Such transformations are called morphological operators, with erosion and dilation being the elementary morphological operators. This work presents a machine learning mechanism applied for the automatic generation of templates, to be used by inexact template matching morphological operators. This model of operator is called Template Matching Adaptive Morphological Operator (OMACP), and combines the formalism of mathematical morphology through ELUTs (Elementary Look-Up Tables) with machine learning techniques. The ELUTs based template matching morphological operators already described in the literature allow inexact pattern recognition in digital images by defining a range around a reference pattern. This range has a constant value that is applied to all pixels of reference patterns, and its choice depends on parameters whose adjustments is usually performed based on empirical results, besides being highly sensitive to user idiosyncrasies. This work also proposes a mechanism, based on statistical parameters, which automates the choice of these range. Besides not consider it a constant value for all pixels of reference pattern. Such mechanism reduces the interference of a user to define the parameters of the morphological operator. To prove the effectiveness achieved with the inclusion of learning techniques and the choices mechanism of the range around the pattern reference, were performed comparative experiments between the proposed OMACP (with the inclusion of new features) with operators already studied without these features.

Keywords: Mathematical Morphology, Pattern Recognition, Adaptive Operator, Digital Images.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Matriz de confusão.....	29
Figura 2 – Diagrama de blocos de paradigma de reconhecimento de padrões.....	33
Figura 3 – Imagens de dois veículos, (a) veículo militar T72 e (b) veículo BTR70, obtidas através de um radar de abertura sintética (SAR).	34
Figura 4 – Pesquisa de uma subimagem correspondente à imagem dada pela janela W	35
Figura 5 – Pesquisa de uma subimagem correspondente ao padrão delimitado por uma janela.	37
Figura 6 – (a) Imagem de pesquisa. (b) Resultado da função de correlação do padrão da região do nariz com a imagem (a).	38
Figura 7 – Exemplo de casamento de padrões por correlação.	38
Figura 8 – Exemplos de (a) soma de Minkowski. (b) Subtração de Minkowski.	43
Figura 9 – Exemplo de uma operação de dilatação binária com elementos estruturantes diferentes.	44
Figura 10 – Exemplo de uma operação de erosão binária com elementos estruturantes diferentes.	45
Figura 11 – Exemplo de uma operação <i>hit-or-miss</i>	46
Figura 12 – (a) Imagem original. (b) e (c) Imagens após as operações de dilatação e erosão respectivamente.	48
Figura 13 – Gradiente morfológico.	49
Figura 14 – Exemplos de transformações morfológicas elementares.	54
Figura 15 – Imagem em formato “ <i>jpg</i> ” extraída de um livro.	57

Figura 16 – Imagens f_W^- e f_W^+ (ampliadas) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 4.11 e 4.12.	58
Figura 17 – Resultado final da busca pelo padrão da imagem “and” através do OMCP.	59
Figura 18 – Resultado da busca do ODF* pela imagem “and” considerando $s = 81\%$	61
Figura 19 – Resultado da busca do ODF* pela imagem “and” considerando $s = 80\%$	61
Figura 20 – Diagrama de blocos da THM adaptativa.	67
Figura 21 – Representação de parte do conjunto de treinamento do padrão representativo da imagem da palavra “and”.	69
Figura 22 – (a) Imagem do padrão representativo da palavra “and” antes do treinamento e (b) após o treinamento.	69
Figura 23 – Resultado final da busca do OMACP pela imagem “and”. Todos os padrões foram encontrados corretamente.	70
Figura 24 – (a) Representação dos dados contidos no conjunto de treinamento para a obtenção da imagem de folga $f_W^{c1}(x)$ (b) imagem de folga $f_W^{c1}(x)$	73
Figura 25 – Subimagem de tamanho 500x500 da imagem TM/LANDSAT, banda 5, órbita/ponto 229/62, obtida na passagem de 10/08/1991.	77
Figura 26 – Padrão (ampliado e processado com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) a ser detectado nas imagens de busca.	78
Figura 27 – Imagens de folga $f_W^{c1}(x) = f_W^{c2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) a partir das Equações 5.5 e 5.6.	78
Figura 28 – Imagens de folga $f_W^{c1}(x) = f_W^{c2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) a partir das Equações 5.7 e 5.8.	78
Figura 29 – Imagens de folga $f_W^{c1}(x)$ e $f_W^{c2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) a partir das Equações 5.9 e 5.10.	79

Figura 30 – Imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) a partir das Equações 5.11 e 5.12.	79
Figura 31 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.5 e 5.6.	79
Figura 32 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.7 e 5.8.	80
Figura 33 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.9 e 5.10.	80
Figura 34 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.11 e 5.12.	80
Figura 35 – Representação topográfica de uma imagem de folga gerada partir das constantes $c_1 = c_2 = C$	81
Figura 36 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.5 e 5.6.	81
Figura 37 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.7 e 5.8.	81
Figura 38 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.9 e 5.10.	81
Figura 39 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.11 e 5.12.	82
Figura 40 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função <i>histeq</i> do <i>Matlab</i>) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.11 e 5.12 com constantes de folga iguais a $c_1 = c_2 = 30$	82

Figura 41 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 26 e como referência as imagens da Figura 38. É possível identificar um maior valor de correlação morfológica na parte superior direita do quarto quadrante.....	83
Figura 42 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 26 e como referência as imagens da Figura 41 considerando $c_1 = c_2 = 30$. É possível identificar um maior valor de correlação morfológica na parte superior direita do quarto quadrante.	83
Figura 43 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 26 e como referência as imagens da Figura 41 considerando $c_1 = c_2 = 45$. Não é possível identificar um ponto de maior correlação morfológica.	84
Figura 44 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 42. O padrão de referência foi localizado corretamente.	84
Figura 45 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 43. O padrão de referência foi localizado corretamente.	85
Figura 46 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 44. O padrão de referência não foi localizado corretamente.....	85
Figura 47 – Histogramas dos valores de grau de similaridade para (a) OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6, (b) OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8, (c) OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10, (d) OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12, (e) OMACP v1.	88
Figura 48 – Resultado final da busca do OMACP baseado nas Equações 5.7 e 5.8 com grau de similaridade subestimado.	89
Figura 49 – Diagrama simplificado (sem a representação do processo de treinamento) do OMACP v3 considerando mais de um protótipo.	90
Figura 50 – (a) Foto de um veículo T-72 e (b) imagem de um veículo T-72 gerada por um dispositivo SAR.....	92

Figura 51 – Parte do conjunto de treinamento formado por imagens rotacionadas de um veículo T-72 geradas por um dispositivo SAR.....	92
Figura 52 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8) a partir de dois padrões representativos de classe gerados através do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 96%.	93
Figura 53 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), dois padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 97%.....	93
Figura 54 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), três padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 95%.....	94
Figura 55 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 94%.	95
Figura 56 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), sete padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 92%.....	95
Figura 57 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), sete padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 92%.....	96
Figura 58 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado nas constantes de folga $c_1 = -60$ e $c_2 = 60$ a partir de quatro padrões representativos de classe gerados através do algoritmo <i>k-means</i> e grau de similaridade de 83%.....	99
Figura 59 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do mapa de Kohonen e grau de similaridade de 93%.	101
Figura 60 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.9 e 5.10), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo <i>k-means</i> e	

grau de similaridade de 87%, 88%, 90% e 94% para cada um dos quatro protótipos
respectivamente. 103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo dos resultados da detecção do padrão representativo da Figura 22(b) dentro da imagem de busca (Figura 15) obtidos a partir da aplicação do OMACP v2 considerando as imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12.	76
Tabela 2 - Tempo de busca do OMACP no experimento da identificação do padrão da palavra “and” dentro da imagem de texto.	76
Tabela 3 – Resultados comparativos da utilização dos métodos do OMACP.....	86
Tabela 4 - Tempo de busca do OMACP no experimento da imagem de satélite.....	89
Tabela 5 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos dois protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 53.....	97
Tabela 6 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos três protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 55.....	97
Tabela 7 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos quatro protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 56.	97
Tabela 8 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos sete protótipos considerando as duas rodadas de treinamento ilustradas nas Figuras 57 e 58.	98
Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.7 e 5.8 na busca pelos protótipos considerando os casos mostrados nas Figuras 54 a 57.	98
Tabela 10 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP v3 considerando quatro protótipos gerados pelo algoritmo <i>k-means</i> baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12 e constantes de folga.	100
Tabela 11 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos nove protótipos obtidos após o treinamento do mapa de Kohonen.	100
Tabela 12 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12 e constantes de folga considerando quatro protótipos gerados pelo mapa de Kohonen.	102

Tabela 13 – Resultado comparativo entre a aplicação do OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10, com e sem o grau de similaridade ajustado individualmente para cada protótipo. 104

Tabela 14- Tempo de busca de cada um dos protótipos utilizados pelo OMACP no experimento da imagem SAR..... 104

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CWV	<i>Codeword Vector</i>
ELUT	<i>Elementary Look-Up Table</i>
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
LUT	<i>Look-Up Table</i>
MA	Máquina Adaptativa
MM	Morfologia Matemática
ODF	Operador de Detecção com Folga
OMACP	Operador Morfológico Adaptativo de Casamento de Padrões
OMCP	Operador Morfológico de Casamento de Padrões
RMNS	Rede Morfológica Não-Supervisionada
RNA	Rede Reural Artificial
ROI	<i>Region of Interest</i>
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
THM	Transformação <i>Hit-or-Miss</i>
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado

LISTA DE SÍMBOLOS

$\ a\ $	Norma de a .
\mathbf{Z}	Conjunto dos números inteiros.
\in	Pertence a conjunto.
\notin	Não pertence a conjunto.
\emptyset	Conjunto vazio.
\subseteq	Subconjunto de.
\cup	União de conjuntos.
\cap	Intersecção de conjuntos.
\forall	Para todo.
$ $	Tal que.
$\#$	Quantidade de elementos de.
$\mu(f)$	Média dos valores dos pixels de uma imagem f .
\Leftrightarrow	Se e somente se.
\circ	Composição matemática de funções.
A^c	Complemento de um conjunto A .
\hat{A}	Reflexão ou transposto de um conjunto A .
$A \oplus B$	Soma de Minkowski entre A e B .
$A \ominus B$	Subtração de Minkowski entre A e B .
$\delta_B(A)$	Transformação morfológica de dilatação de A por B .
$\varepsilon_B(A)$	Transformação morfológica de erosão de A por B .
$\delta_B^g(A)$	Transformação morfológica de anti-dilatação de A por B .
$\varepsilon_B^g(A)$	Transformação morfológica de anti-erosão de A por B .
$\delta_B^i(A)$	Transformação morfológica de dilatação do pixel i de uma imagem A por B .
$\varepsilon_B^i(A)$	Transformação morfológica de erosão do pixel i de uma imagem A por B .
$\delta_B^{ai}(A)$	Transformação morfológica de anti-dilatação do pixel i de uma imagem A por B .
$\varepsilon_B^{ai}(A)$	Transformação morfológica de anti-erosão do pixel i de uma imagem A por B .
$A \otimes B$	Transformação morfológica <i>hit-or-miss</i> binária de A por B .
f_W	Padrão de referência ou padrão representativo.
f_{Wj}	j -ésimo elemento pertencente ao conjunto de treinamento para a obtenção de um padrão representativo f_W .
f_W^-	Limite inferior do intervalo considerado em torno de f_W .

f_W^+	Limite superior do intervalo considerado em torno de f_W .
c_1, c_2	Constantes que definem o intervalo $[f_W^-, f_W^+]$.
$f_W^{c_1}, f_W^{c_2}$	Imagens (ou funções) que definem o intervalo $[f_W^-, f_W^+]$.
ϕ	Operador de Casamento de Padrões.
λ	Operadores sup-geradores.
$\bar{\psi}$	Operador de localização de nível de cinza máximo.
ψ_l^*	Operador de limiarização que localiza valores iguais ou superiores a um limiar l .
σ	Desvio padrão.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	24
1.1	Motivação	26
1.2	Objetivos.....	27
1.3	Metodologia.....	28
1.4	Contribuição da Dissertação	30
1.5	Estrutura da Dissertação	31
2	CASAMENTO DE PADRÕES.....	32
2.1	Introdução	32
2.2	Casamento de Padrões	34
2.3	Casamento de Padrões por Distância Mínima	36
2.4	Casamento de Padrões por Correlação	36
3	MORFOLOGIA MATEMÁTICA	41
3.1	Morfologia Matemática Binária – Conceitos e Definições	41
3.1.1	Transformações Elementares da Morfologia Matemática Binária	43
3.1.2	Transformação <i>Hit-or-Miss</i>	46
3.2	Morfologia Matemática em Níveis de Cinza.....	47
3.2.1	Transformações Elementares da Morfologia Matemática em Níveis de Cinza	47
3.2.2	Transformação <i>Hit-or-Miss</i> em Níveis de Cinza.....	49
3.3	Considerações Parciais	51
4	MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NÍVEIS DE CINZA VIA ELUTS	52

4.1	MM em Níveis de Cinza via ELUTs – Conceitos e Definições	52
4.2	Transformações Elementares da MM em Níveis de Cinza via ELUTs	52
4.3	Operadores Morfológicos para Casamento de Padrões	54
4.3.1	Operador Morfológico de Casamento de Padrões	54
4.3.2	Operador de Detecção com Folga	59
4.4	Considerações Parciais	62
5	OPERADOR MORFOLÓGICO ADAPTATIVO PARA CASAMENTO INEXATO DE PADRÕES	63
5.1	Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v1	65
5.1.1	Experimentos Utilizando o OMACP v1	68
5.2	Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v2	71
5.2.1	Experimentos Utilizando o OMACP v2	75
5.3	Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v3	89
5.3.1	Experimentos Utilizando o OMACP v3	91
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	105
6.1	Trabalhos Futuros	106
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	108
	APÊNDICE A – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V1	112
	APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V2	114
	APÊNDICE C – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V3	116
	APÊNDICE D – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V1 E OMACP V2 NO PROBLEMA DA IMAGEM DE TEXTO	119

APÊNDICE E – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V1 E OMACP V2 NO PROBLEMA DA IMAGEM DE SATÉLITE	121
APÊNDICE F – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V3 NO PROBLEMA DA IMAGEM SAR	123

1 INTRODUÇÃO

Análise de imagens é um processo de descobrimento, identificação e entendimento de padrões que sejam relevantes à performance de uma tarefa baseada em imagem (GONZALEZ & WOODS, 2002). Ainda de acordo com Gonzalez e Woods (2002), uma das principais metas da análise de imagens por uma máquina seria a de dotá-la com uma habilidade similar a dos seres humanos como, por exemplo, a capacidade de reconhecimento de padrões. Theodoridis e Koutroumbas (2008) definem o reconhecimento de padrões como a classificação de objetos (padrões) em um número de categorias ou classes. Duda *et al.* (2001) definem como o ato de observar os dados brutos e tomar uma ação baseada na categoria de um padrão.

Segundo Kumar *et al.* (2005), existem várias tarefas de reconhecimento de padrões que os seres humanos podem realizar de maneira eficiente e sem muito esforço, como o reconhecimento de uma pessoa através de seu rosto ou de sua voz. Ou o reconhecimento das letras e/ou palavras que são lidas diariamente. Também somos capazes de compreender um discurso em uma rádio mesmo com a presença de algum ruído na recepção.

No entanto, a capacidade de reconhecimento de padrões nas pessoas sofre de pelo menos três desvantagens: baixa velocidade, dificuldade de dimensionamento e incapacidade de lidar com algumas tarefas de reconhecimento. Em alguns casos, quando existem bons algoritmos, os seres humanos não conseguem superar a velocidade das máquinas em tarefas de reconhecimento de padrões. Além disso, a capacidade humana de reconhecimento é prejudicada quando o número de classes em questão é muito elevado (dificuldade de dimensionamento). Embora consigamos um bom desempenho em tarefas como o reconhecimento de face ou de voz, a maioria de nós não pode afirmar a identidade de uma determinada pessoa olhando apenas para a sua impressão digital. Assim, há várias tarefas de reconhecimento de padrões em que é necessário recorrer à ajuda das máquinas (KUMAR *et al.*, 2005), ainda que as limitações atuais teóricas e de implementação na área de análise de imagens levem a soluções que sejam altamente dependentes do problema em questão (GONZALEZ & WOODS, 2002).

O casamento de padrões é uma das primeiras e mais simples abordagens para reconhecer padrões e consiste em determinar a similaridade entre duas entidades (ARAÚJO, 2009). De acordo com Faria (1997), os métodos de casamento de padrões em imagens são abordagens que se destinam a determinar correspondências entre duas imagens, ou a determinação da posição de um padrão em uma imagem através de uma métrica bem definida.

Este é um problema essencial em diversas aplicações na área de visão computacional, como o reconhecimento de objetos, detecção de movimento, reconhecimento biométrico, através do reconhecimento de impressão digital, íris ou face, análise de imagens médicas, análise de imagens de satélite para localização de alvos ou sensoriamento remoto, reconhecimento de caracteres, compressão de dados, inspeção de produtos industriais, dentre outras.

Na maioria das aplicações em casos reais, como por exemplo, no sensoriamento remoto por satélites, em geral quando se considera duas imagens de uma mesma cena capturadas em tempos e/ou sensores diferentes, raramente essas imagens são iguais (FARIA, 1997). Por esse motivo, um sistema de casamento de padrões pode ser mais bem explorado quando o mesmo está baseado em casamento com folga (casamento inexato) (SHAPIRO & HARALICK, 1981; BINS, 1988; LEMMENS, 1988). De acordo com Faria (1997), o casamento inexato não busca casamentos fundamentalmente perfeitos, mas apenas suficientemente bons, ou seja, que respeitem um grau de similaridade previamente definido. Dessa maneira, o casamento inexato não exige necessariamente dois padrões iguais para que eles sejam considerados como pertencentes a uma mesma classe. É necessária a definição de um grau mínimo de similaridade entre dois padrões para que eles possam ser considerados da mesma classe. A definição desse grau mínimo de similaridade está muito relacionada à aplicação em questão e possui um componente subjetivo muito grande.

Abordagens baseadas em correlação estão entre as técnicas mais utilizadas para a realização de casamento de padrões, e consistem em estabelecer, a partir da medida de correlação, um grau de similaridade entre duas entidades (padrões). Se esse grau de similaridade atender a uma determinada condição, diz-se que essas entidades pertencem a uma mesma classe.

Os métodos que envolvem o casamento de padrões por correlação em imagens tem como desvantagens uma alta complexidade computacional no que se refere ao cálculo das medidas de similaridade (ex.: cálculo da correlação) e na quantidade de operações realizadas, além de serem sensíveis a variações de escala, níveis de cinza e rotação. No entanto, trabalhos como Silva (1998, 2006), Rempel (1999), Kumar (1995), Goltz (2011), Kim e Araújo (2007), Araújo (2009) têm dado a devida atenção a métodos de casamento de padrões por correlação invariantes a translação, escala, rotação e níveis de cinza.

As transformações da morfologia matemática são implementadas a partir da interação de uma imagem de referência com outra imagem previamente definida, chamada de elemento estruturante, região de interesse (do inglês ROI – *Region of Interest*) ou ainda padrão de referência (*template*). A forma do elemento estruturante irá influenciar diretamente

o resultado das transformações morfológicas, e a sua escolha é determinante na obtenção de resultados satisfatórios.

Por realizar transformações nas imagens através de padrões de formas pré-definidas, a morfologia matemática torna-se adequada ao problema de casamento de padrões. Mais especificamente, ao casamento de padrões por correlação, com a vantagem que operador morfológico que realiza a medida de similaridade (correlação morfológica) definido a partir dos operadores sup-geradores (BANON & BARRERA, 1993) é formado por operações matemáticas simples.

A seguir serão apresentadas as motivações (Seção 1.1), objetivos (Seção 1.2), metodologia adotada (Seção 1.3), contribuições (Seção 1.4) e como está estruturado o texto deste trabalho (Seção 1.5).

1.1 Motivação

Por ser uma abordagem adequada ao problema de casamento de padrões, permitir implementação de casamento inexato e ser baseada em operações matemáticas simples, o problema de casamento de padrões será considerado neste trabalho por meio do formalismo da morfologia matemática em níveis de cinza baseado em ELUTs (*Elementary Look-Up Tables*), como apresentado por Banon (1995).

A definição e uso de operadores morfológicos para casamento inexato de padrões baseados nas transformações *hit-or-miss* através dos operadores sup-geradores foram abordados por Faria (1997), Banon e Faria (1997), Silva (1998, 2006), Rempel (1999), Souza (2012), Almeida Filho *et al.* (2014, 2015). A proposta apresentada por Faria (1997) e Banon e Faria (1997) não explora nenhum tipo de modelo adaptativo aplicado na escolha de padrões representativos para a representação das classes às quais os padrões devem ou não pertencer. Os modelos propostos por Silva (1998), Rempel (1999), Souza (2012), e Almeida Filho *et al.* (2014, 2015), consideram um operador morfológico (Operador de Detecção com Folga (SILVA, 1998)) proposto originalmente como formalismo na definição de um novo neurônio artificial, utilizado no desenvolvimento de um novo paradigma de rede neural morfológica, denominada Rede Morfológica Não Supervisionada–RMNS Silva (1998). Este modelo de rede neural possui um mecanismo de treinamento, inspirado em Kohonen (1990) e Carpenter e Grossberg (1987), bem como a definição de padrões representativos de classes a serem detectadas. No entanto, Almeida Filho *et al.* (2014, 2015) propuseram um mecanismo de agrupamento baseado em *k-means* (MACQUEEN, 1967), tal qual ao considerado neste

trabalho, para a definição do padrão representativo de uma classe a ser utilizado na tarefa de detecção. Porém, uma característica em comum nos modelos propostos por Faria (1997), Banon e Faria (1997), Silva (1998), Rempel (1999), Souza (2012) e Almeida Filho *et al.* (2014) é a sua dependência de parâmetros cujo ajuste depende da aplicação em questão e da experiência do desenvolvedor. Neste trabalho também é definido o ajuste fino automatizado dos parâmetros em forma de funções, considerando uma avaliação estatística do conjunto de treinamento, adaptado da modelagem apresentada em Almeida Filho *et al.* (2015).

Dessa maneira, a inclusão de uma máquina adaptativa (responsável por reduzir o esforço da tarefa de seleção de um modelo de referência adequado em tarefas de detecção de padrões), bem como a definição de um mecanismo que automatiza a escolha dos parâmetros utilizados nos operadores morfológicos para casamento de padrões são demandas importantes no campo da morfologia matemática, principalmente quando contemplando aprendizagem de máquina.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivos:

- Apresentação e detalhamento do operador morfológico para casamento de padrões baseado no formalismo da morfologia matemática em níveis de cinza desenvolvido através de ELUTs.
- Propor mecanismos de aprendizagem aplicados à construção de *templates* a serem utilizados pelo operador morfológico para casamento de padrões.
- Propor um mecanismo que realiza o cálculo de parâmetros no operador morfológico para casamento de padrões baseado no formalismo da morfologia matemática em níveis de cinza desenvolvido através de ELUTs cujos ajustes, nas abordagens anteriores, dependem da experiência do usuário.
- Realizar experimentos comparativos entre os operadores morfológicos proposto por Faria (1997) e Silva (1998), utilizando o novo paradigma de

aprendizagem proposto nesse trabalho, a fim de se verificar a eficácia das propostas apresentadas.

1.3 Metodologia

Este trabalho realiza uma revisão teórica sobre o formalismo da morfologia matemática, considerando desde a morfologia binária até a morfologia em níveis de cinza via ELUTs aplicada na construção de operadores morfológicos para casamento de padrões.

Experimentos computacionais foram implementados em ambiente *Matlab* a fim de comparar a resposta dos operadores morfológicos já apresentados anteriormente com os modelos propostos nesse trabalho. Os experimentos tinham como objetivo identificar dentro de uma imagem de busca algum padrão de referência de interesse.

Foram utilizados três conjuntos de dados para os experimentos. O primeiro é formado por imagens de um texto extraídas de um livro, em que o padrão de referência a ser identificado é a imagem da palavra "*and*".

O segundo é composto por imagens de satélite disponíveis na base de dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Foram utilizadas várias imagens de uma mesma cena com a finalidade de identificar em cada uma delas a localização de uma determinada área previamente definida.

O terceiro é definido por imagens obtidas através de um radar de abertura sintética (SAR) de um veículo com vários níveis de rotação. O objetivo desse experimento é a identificação do veículo rotacionado através da aplicação de um operador morfológico considerando uma nova estratégia de aprendizagem adaptada do modelo apresentado em Almeida Filho *et al.* (2015).

Diferentes medidas podem ser utilizadas para a avaliação de métodos de casamento de padrões em imagens. Tais medidas geralmente são calculadas a partir da matriz de confusão ou tabela de contingência mostrada na Figura 1 (ARAÚJO, 2009).

As categorias VP, FP, FN e VN mostradas na Figura 1 são definidas como a seguir:

- Verdadeiro Positivo (VP): ocorre quando o padrão de referência está presente na imagem de busca e o mesmo é detectado pelo algoritmo.
- Falso Positivo (FP): ocorre quando o padrão de referência não está presente na imagem de busca e o mesmo é detectado pelo algoritmo.

- Falso Negativo (FN): ocorre quando o padrão de referência está presente na imagem de busca e o mesmo não é detectado pelo algoritmo.
- Verdadeiro Negativo (VN): ocorre quando o padrão de referência não está presente na imagem de busca e o mesmo não é detectado pelo algoritmo.

Figura 1 – Matriz de confusão.

		Existe uma instância do objeto da imagem	
		Positivo (SIM)	Negativo (NÃO)
O algoritmo detectou uma instância do objeto na imagem	Positivo (SIM)	Verdadeiro Positivo (VP) Detecção correta	Falso Positivo (FP) Erro na detecção
	Negativo (NÃO)	Falso Negativo (FN) Erro na detecção	Verdadeiro Negativo (VN)

Fonte: (ARAÚJO, 2009).

Algumas métricas de avaliação de desempenho baseadas nas categorias acima são (ARAÚJO, 2009):

$$Taxa\ de\ acertos = 100 \times \frac{VP}{(VP+FN)}; \quad (1.1)$$

$$Especificidade = 100 \times \frac{VN}{(VP+FN)}; \quad (1.2)$$

$$Precisão = 100 \times \frac{VP}{(VP+FP)}; \quad (1.3)$$

$$Acurácia = 100 \times \frac{(VP+VN)}{(VP+FP+FN+VN)}. \quad (1.4)$$

A taxa de acertos pode ser definida como a razão entre o número de detecções efetuadas corretamente pelo algoritmo e o total de ocorrências do padrão de referência na imagem de busca. A especificidade corresponde à fração dos casos negativos corretamente identificados. A precisão é a razão entre o número de detecções realizadas e o total de ocorrências do padrão de referência, e a acurácia corresponde à fração dos casos corretamente identificados.

Os resultados dos experimentos foram analisados para cada caso, tendo como medidas de desempenho a taxa de acertos e precisão de cada um dos operadores morfológicos. Essas duas medidas foram escolhidas por fornecerem juntas um bom juízo sobre o resultado final dos experimentos. Enquanto a taxa de acertos leva em consideração apenas as ocorrências do padrão de referência corretamente identificadas na imagem de busca, a precisão considera as detecções de resultados falsos positivos. Dessa maneira, o resultado de um experimento com altas taxas de acerto, porém com baixa precisão não poderia ser considerado satisfatório, pois apesar desse resultado mostrar capacidade de identificação correta do padrão de referência dentro da imagem de busca (alta taxa de acerto), ele mostra deficiência na tarefa de distinção entre o padrão de referência em relação a outros padrões que não são de interesse e que também seriam identificados (baixa precisão). De maneira análoga, um resultado com alta precisão e baixa taxa de acertos também não poderia ser considerado satisfatório, pois apesar de não apresentar detecções consideráveis de resultados falsos positivos, a detecção das ocorrências do padrão de referência de interesse estaria aquém do esperado.

1.4 Contribuição da Dissertação

Duas propostas em relação aos operadores morfológicos para casamento de padrões foram apresentadas e implementadas nesse trabalho: a inclusão de um modelo adaptativo, considerando algoritmos de agrupamento (responsável por reduzir o esforço da tarefa de seleção de um modelo de referência adequado às tarefas de detecção de padrões) e a definição de um mecanismo que automatiza a escolha de parâmetros ajustados manualmente pelo usuário.

As pesquisas para desenvolvimento deste trabalho originaram as seguintes publicações:

- ALMEIDA FILHO, M. P.; SILVA, F. A. T. F.; BRAGA, A. P. S. *Machine learning and adaptive morphological operators*. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E COMPUTACIONAL, 11., 2014, São Carlos. Anais... São Carlos: ENIAC, 2014.
- ALMEIDA FILHO, M. P.; SILVA, F. A. T. F.; BRAGA, A. P. S. Operador morfológico adaptativo de casamento de padrões – proposta e aplicação na análise de imagens de satélite. In: XII SIMPÓSIO

BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 12., 2015, Natal.
Anais... Natal: SBAI, 2015.

1.5 Estrutura da Dissertação

Este trabalho é organizado da seguinte maneira: no Capítulo 2 é apresentada uma visão geral sobre reconhecimento de padrões e métodos de casamento de padrões. No Capítulo 3 é apresentada uma introdução à morfologia matemática binária e em níveis de cinza. No Capítulo 4 é apresentado o formalismo matemático da MM em níveis de cinza baseada em ELUTs, e como os operadores elementares podem ser utilizados na composição de operadores mais elaborados utilizados para a detecção de padrões. O Capítulo 5 aborda propostas para a melhoria do operador morfológico para casamento de padrões. Também são apresentados alguns experimentos e resultados obtidos utilizando este último operador. Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e possíveis trabalhos futuros.

2 CASAMENTO DE PADRÕES

Este capítulo introduz o paradigma do casamento de padrões em imagens digitais baseado em funções de decisão, que utilizam medidas de similaridade para realizar o casamento. As medidas de similaridade mais simples e utilizadas são a distância mínima e a correlação, que serão dois temas abordados nas seções seguintes.

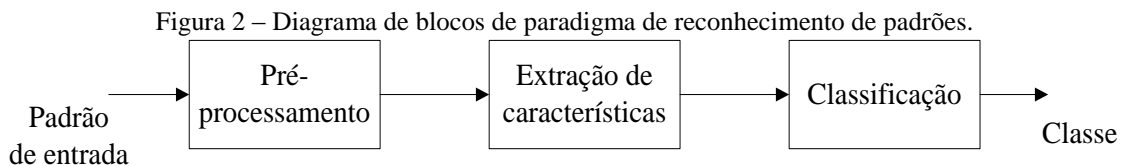
2.1 Introdução

Um padrão é uma descrição quantitativa ou estrutural de um objeto ou outra entidade de interesse como, por exemplo, um subconjunto de pixels em uma imagem digital. Segundo Gonzalez e Woods (2002), um padrão em uma imagem digital é formado por um ou mais descritores (características), sendo os vetores, cadeias e árvores os principais tipos de arranjos de padrões.

Os vetores são representações mais adequadas aos descritores quantitativos, em que dentre as principais abordagens de reconhecimento estão os classificadores por distância mínima, por correlação, classificadores bayesianos e redes neurais artificiais. As cadeias e as árvores são representações mais adequadas no reconhecimento estrutural, em que os padrões são representados de maneira simbólica, e os métodos de reconhecimento baseiam-se em casamento de cadeias ou em modelos que tratam os padrões simbólicos como sentenças de uma linguagem artificial (GONZALEZ & WOODS, 2002). Dessa maneira, as soluções para o casamento de padrões podem explorar tanto o conteúdo quantitativo das imagens, quanto informações simbólicas e suas inter-relações. (FARIA, 1997)

O objetivo do reconhecimento de padrões é a realização do mapeamento de um espaço de representação para um espaço de interpretação. As técnicas de reconhecimento de padrões atribuem um objeto ou evento a uma dentre várias categorias pré-estabelecidas. Um sistema de reconhecimento de padrões pode ser caracterizado como sendo uma regra de decisão automática que transforma as informações dos descritores de um padrão em atribuições de classe (REMPEL, 1999), em que uma classe de padrões é uma família de padrões que compartilham propriedades em comum. Para Gonzalez e Woods (2002), o reconhecimento de padrões por máquina envolve técnicas para a atribuição dos padrões a suas respectivas classes – automaticamente e com a mínima intervenção humana. Logo, é muito importante a escolha de bons descritores para esse tipo de sistema.

Em termos de reconhecimento de padrões em imagens digitais, um paradigma utilizado é mostrado na Figura 2. Primeiro é realizado um pré-processamento na imagem de entrada, que pode incluir redução de ruído, melhora do contraste ou faixa dinâmica, melhora na informação de borda da imagem, ou outro processamento adequado à aplicação em questão.



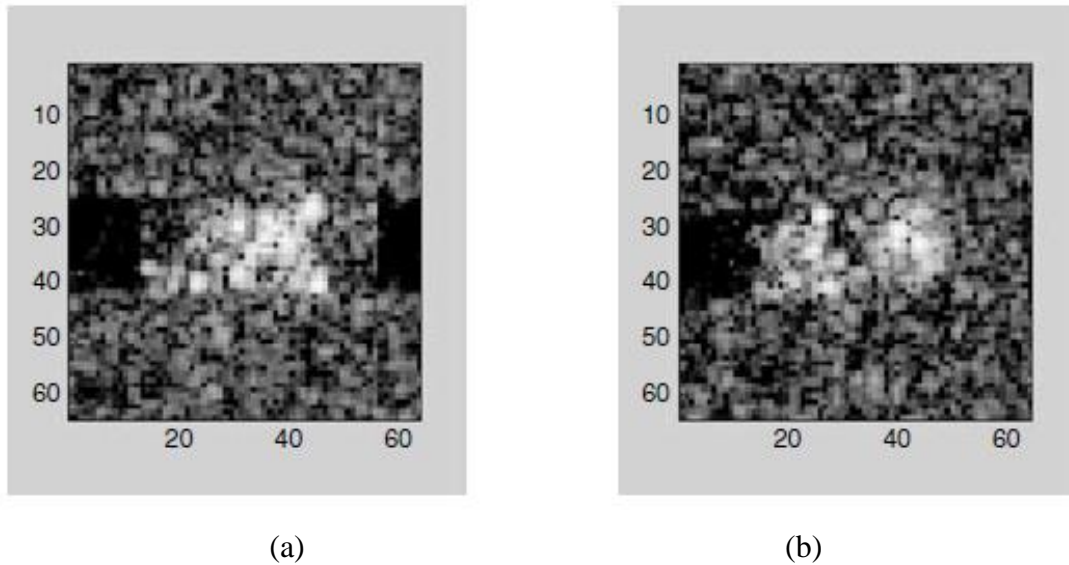
Fonte: Adaptado de Kumar *et al.* (2005).

A etapa seguinte, de extração de características, tem por objetivo a extração de descritores que possam representar a imagem de entrada, que podem ser características que descrevem os objetos contidos na imagem ou os valores dos níveis de cinza dos pixels que compõem a imagem. O número de características é normalmente muito menor do que o número de pixels da imagem. Por exemplo, no reconhecimento de faces, é possível utilizar características geométricas, como a distância entre os olhos, tamanho da boca ou nariz, ou características de intensidade, como a média do nível de cinza da imagem. Dessa maneira, uma imagem de tamanho 64x64, contendo 4096 pixels pode ser descrita a partir de 10, 20 ou qualquer outro número de características apropriadas à utilização de um processamento ou algoritmo específico. Não existe um conjunto universal de características adequadas para todos os problemas de reconhecimento de padrões, sendo a experiência, percepção e intuição de um especialista, fatores fundamentais na identificação de bons descritores de uma imagem para uma determinada aplicação (KUMAR *et al.*, 2005).

Uma vez determinadas e extraídas, as características são utilizadas como entrada para o módulo de classificação, cujo objetivo é atribuir uma das classes ao padrão de entrada do sistema.

Em oposição ao caso do reconhecimento de faces descrito anteriormente, em que é possível a utilização de informações geométricas presentes na imagem, os valores dos níveis de cinza de cada pixel da imagem também podem ser utilizados diretamente quando a identificação de descritores mais adequados não é possível. Como por exemplo, no caso ilustrado na Figura 3, em que as imagens foram obtidas através um radar de abertura sintética (SAR).

Figura 3 – Imagens de dois veículos, (a) veículo militar T72 e (b) veículo BTR70, obtidas através de um radar de abertura sintética (SAR).



Fonte: (KUMAR *et al.*, 2005).

A Figura 3(a) mostra a imagem de um veículo militar modelo T72, enquanto a Figura 3(b) mostra a imagem de um veículo blindado para transporte, modelo BRT70. Porém, neste caso, a priori é difícil determinar quais seriam os descritores ou características que descrevem melhor cada uma dessas duas classes. Para casos desse tipo, a imagem em si pode ser mais bem aproveitada quando considerada por inteiro em vez de se tentar determinar quais as partes ou características dessas imagens são importantes e consistentes o bastante para serem utilizadas em uma tarefa de classificação (KUMAR *et al.*, 2005).

2.2 Casamento de Padrões

Os métodos de casamento de padrões por decisão teórica são baseados em funções de decisão ou funções discriminantes. Segundo Gonzalez e Woods (2002), o problema básico para esse tipo de abordagem é: seja $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ um vetor n -dimensional representando um padrão, para M classes de padrões $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$, deve-se encontrar M funções de decisão $d_1(\mathbf{x}), d_2(\mathbf{x}), \dots, d_M(\mathbf{x})$, com a propriedade que, se o padrão \mathbf{x} pertencer à classe ω_i , então:

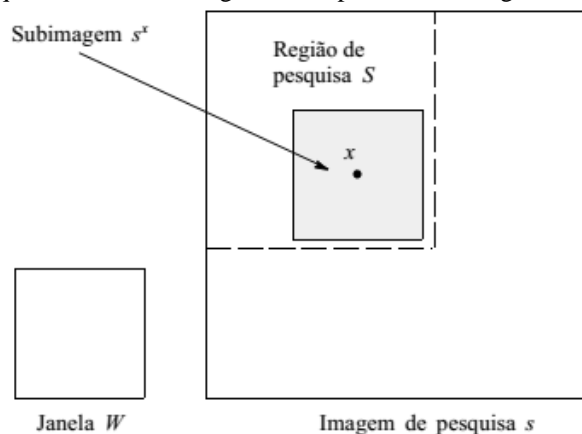
$$d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x}) \quad j = 1, 2, \dots, M; j \neq i. \quad (2.1)$$

Ou seja, um padrão representado por \mathbf{x} pertence a i -ésima classe se o valor da função de decisão $d_i(\mathbf{x})$ for maior do que a função de decisão de qualquer outra classe. Nesse

caso, se houver empate nos valores das funções de decisão, a escolha da classe à qual o padrão pertence pode ser feita de acordo com algum critério definido de maneira arbitrária.

De forma geral, o casamento de padrões em imagens destina-se a encontrar em uma imagem de busca a localização de um padrão de referência (*template*). De acordo com Faria (1997, p. 7), as abordagens que trabalham diretamente com a intensidade dos níveis de cinza dos pixels funcionam da seguinte maneira: “uma imagem de referência, delimitada por uma janela W , é estatisticamente comparada com regiões de mesmo tamanho (subimagens s^x) de uma outra imagem da mesma cena (imagem de pesquisa)” s , como ilustrado na Figura 4. Utilizando os valores dos pixels uma medida de similaridade para o casamento é calculada, em geral, para o centro da janela (FARIA, 1997). Nesses casos a similaridade é indicada pela semelhança entre os valores de níveis de cinza do padrão de referência com cada subimagem s^x pertencente à imagem de busca s .

Figura 4 – Pesquisa de uma subimagem correspondente à imagem dada pela janela W .



Fonte: (FARIA, 1997).

Assim, o método de casamento de padrões em imagens consiste basicamente em:

- a) Deslocar o padrão de referência sobre a imagem de busca e calcular um valor de similaridade para cada posição do padrão sobre a imagem.
- b) Avaliar os pontos de casamento a partir dos valores de similaridade calculados.

A medida de similaridade (função de decisão) pode ser obtida através de várias maneiras, dentre as mais utilizadas, é possível citar: função de correlação, coeficiente de correlação, função de correlação normalizada, soma dos módulos das diferenças, soma dos erros quadráticos (FARIA, 1997).

O ponto de melhor casamento é obtido por maximização quando se utiliza os critérios baseados em correlação, e, por minimização quando são utilizados os critérios baseados em distância ou erro quadrático (FARIA, 1997).

2.3 Casamento de Padrões por Distância Mínima

Seja $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ um vetor n -dimensional representando um padrão desconhecido, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M$ os M vetores protótipos das possíveis $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ classes de padrões as quais \mathbf{x} pode pertencer, diz-se que o padrão \mathbf{x} pertence à classe ω_i , se e somente se:

$$\|\mathbf{v}_i - \mathbf{x}\| = \min\|\mathbf{v}_j - \mathbf{x}\| \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (2.2)$$

em que $\|\mathbf{a}\|$ é a norma de \mathbf{a} .

Dessa maneira, um padrão representado pelo vetor \mathbf{x} pertence a i -ésima classe se o valor da sua distância até o protótipo \mathbf{v}_i for o menor dentre os M protótipos possíveis.

Como já descrito anteriormente, para a determinação da posição de um padrão em uma imagem de busca através do casamento por distância mínima é necessário percorrer a imagem de busca, calculando a distância de cada subimagem desta em relação a um padrão de referência, a fim de encontrar a localização de uma subimagem dentro da imagem de busca que é mais similar (possui a menor distância) em relação ao padrão de referência.

Existem várias definições para o cálculo da norma de um vetor, sendo cada uma dessas definições uma maneira diferente de se medir distância. As medidas de distância mais comumente utilizadas são: distância euclidiana, distância Manhattan e distância Mahalanobis (WEBB, 2003).

2.4 Casamento de Padrões por Correlação

Na teoria da probabilidade, duas variáveis aleatórias são ditas correlatas quando a partir do conhecimento sobre uma delas é possível estimar alguma informação sobre a outra, com o grau de correlação entre elas podendo ser positivo ou negativo. No reconhecimento de padrões por correlação a ideia é parecida, pois o mesmo explora a medida de correlação entre dois padrões com a finalidade de identificar o quanto eles são similares ou diferentes.

O casamento de padrões por correlação em imagens considera diretamente o valor dos níveis de cinza, e a medida similaridade é indicada pela semelhança entre os níveis de cinza entre regiões de duas imagens.

Gonzalez e Woods (2002, p. 702) definem a medida de correlação entre um padrão w e uma imagem de busca f da seguinte maneira:

Seja $w(x, y)$ de tamanho $J \times K$, um padrão a ser identificado dentro de uma imagem de busca $f(x, y)$ de tamanho $M \times N$ e considerando que $J < M$ e $K < N$. A correlação entre $f(x, y)$ e $w(x, y)$ é:

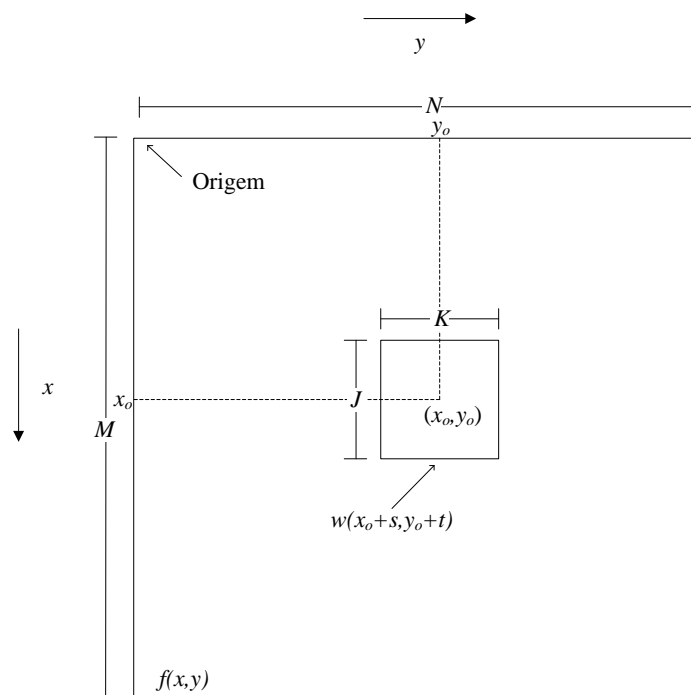
$$c(x, y) = \sum_s \sum_t f(s, t) \cdot w(x + s, y + t), \quad (2.3)$$

em que $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ e $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. O somatório é realizado sobre a região da imagem em que f e w estão sobrepostas. Para um valor (x_0, y_0) dentro de f um valor de c é calculado. Como x e y são varridos, w é movido sobre a área da imagem f resultando na função $c(x, y)$. O valor máximo de c indica a posição onde w mais se assemelha a f .

A Figura 5 ilustra o processo de deslocamento do padrão w dentro da imagem f para o cálculo da função de correlação $c(x, y)$.

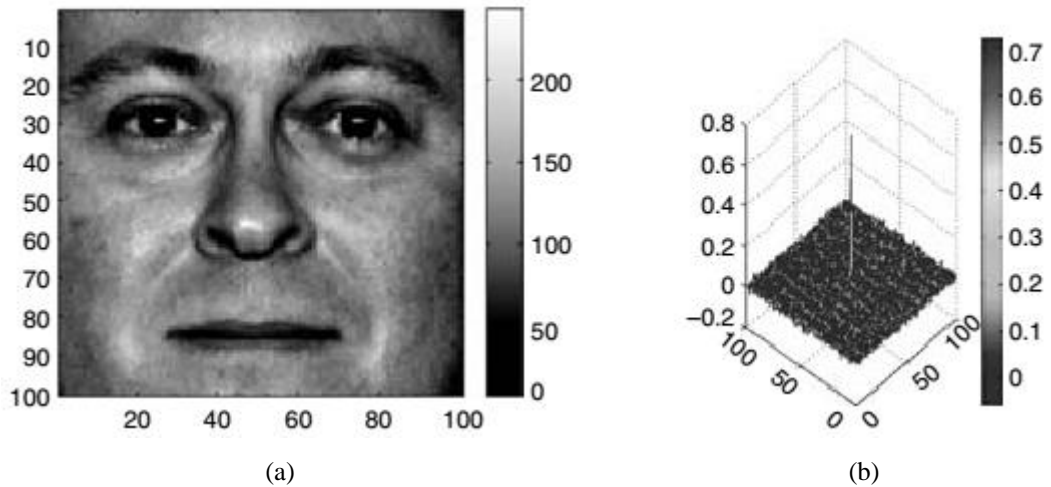
A Figura 6 mostra um exemplo do resultado da aplicação dessa técnica.

Figura 5 – Pesquisa de uma subimagem correspondente ao padrão delimitado por uma janela.



Fonte: Adaptado de Gonzalez e Woods (2002).

Figura 6 – (a) Imagem de pesquisa. (b) Resultado da função de correlação do padrão da região do nariz com a imagem (a).

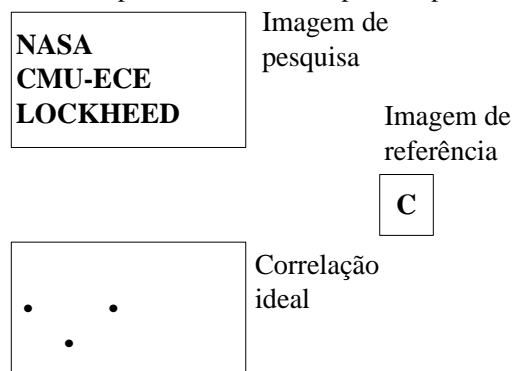


Fonte: Adaptado de Kumar *et al.* (2005).

A Figura 6(b) mostra o resultado da função de correlação da busca do padrão da região do nariz na face da Figura 6(a). É possível perceber um pico no valor da função de correlação onde padrão está localizado.

A Figura 7 mostra outro exemplo de aplicação de casamento de padrões por correlação, em que existe uma imagem de pesquisa, uma imagem de referência e uma terceira imagem de saída (“Correlação ideal”), que contém a localização da imagem de referência dentro da imagem de pesquisa. Essa imagem de saída é gerada a partir da análise dos pontos de casamento a partir dos valores calculados pela função de correlação.

Figura 7 – Exemplo de casamento de padrões por correlação.



Fonte: Adaptado de Kumar *et al.* (2005).

O casamento de padrões por correlação tem como desvantagens uma alta complexidade computacional no que se refere ao cálculo das medidas de similaridade, e,

como no casamento por distância mínima, são bastante sensíveis a variações de escala, níveis de cinza e rotação.

O paradigma original do casamento de padrões por correlação compara um padrão de interesse com todas as possíveis regiões na imagem de pesquisa através de alguma medida de similaridade, no entanto alguns métodos foram propostos para reduzir a carga computacional imposta pela aplicação deste. Trabalhos como os de Araújo (2009) e Oliveira (2007) tentam reduzir o número de pixels da imagem de pesquisa que devem ser comparados com os pixels do padrão, a fim de se obter uma redução de processamento devido à diminuição da área de varredura da imagem de pesquisa pelo padrão.

Métodos de casamento de padrões por correlação invariantes a escala, rotação e níveis de cinza, tem recebido atenção, como os vistos em Silva (1998, 2006), Rempel (1999), Kumar (1995), Goltz (2011), Kim e Araújo (2007), Araújo (2009).

Existem aplicações em que variações considerando rotação, escala e níveis de cinza, não existem ou podem ser eliminados facilmente. Goltz (2011) descreve um sistema para estimação da posição de um VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado). Segundo Goltz (2011), algumas informações podem ser utilizadas para auxiliar a estimação da posição do VANT com o uso do imageamento do terreno sobrevoado e de uma imagem de satélite de referência. Uma característica comum entre as imagens aéreas capturadas pelo VANT e a imagem de satélite é que ambas podem ser capturadas em visada *Nadir* (normal à superfície), eliminando efeitos de perspectiva. A diferença de rotação entre estas imagens pode ser corrigida através da informação da bússola do VANT. A diferença de escala entre as imagens pode ser estimada pela informação do altímetro do VANT. Fatores ligados às diferenças de luminosidade e de resposta espectral são eliminados utilizando-se somente as bordas extraídas das imagens. Uma vez eliminados os problemas de rotação, escala e níveis de cinza, Goltz (2011) utiliza casamento por correlação para a estimação da posição do VANT.

Em sistemas de casamento de padrões reais, a imagem de busca poderia ser uma cena obtida através de um radar de abertura sintética, e o padrão de referência os modelos de veículos T72 ou BTR70, mostrados na Figura 3. Em aplicações biométricas, o padrão de referência poderia ser o rosto de uma pessoa em frente a uma câmera em tempo real e as imagens de busca seriam faces de pessoas armazenadas em um sistema de banco de dados.

Por sua simplicidade e eficiência em diversas aplicações, os métodos de casamento de padrões por correlação são bastante utilizados, funcionando bem quando as variações intraclasse são devidas a ruído aditivo. Assim, esta abordagem não será adequada

em todas as situações, mas quando for a técnica apropriada, ela é bastante efetiva, podendo ser facilmente modificada (generalizada) de diversas maneiras úteis (BARRETO, 2008).

Neste trabalho será considerada uma medida de similaridade (correlação morfológica) baseada na teoria da morfologia matemática em níveis de cinza aplicada à solução de problemas de casamento de padrões. Uma vantagem da utilização desse método é que o mesmo realiza operações matemáticas simples, aritmética em \mathbf{Z} , como será mostrado no capítulo a seguir.

3 MORFOLOGIA MATEMÁTICA

A morfologia matemática aplicada ao processamento de imagens começou a ser desenvolvida na década de 1960 na *École des Mines* de Paris, França, por Georges Matheron e Jean Serra, quando ambos pesquisavam sobre a análise quantitativa de características físicas em minerais, e explora o estudo e extração de informações a partir de transformações nas estruturas geométricas presentes em uma imagem.

No início, baseada na álgebra booleana e na teoria dos conjuntos e reticulados (ver Seção 4.1), a morfologia matemática foi desenvolvida para imagens binárias, quando Matheron (1975) e Serra (1982) definiram a erosão e a dilatação como as suas duas operações elementares. Essas operações são ditas elementares por que todas as outras transformações da morfologia matemática podem ser derivadas a partir delas. Posteriormente a teoria da morfologia matemática foi estendida também para imagens em níveis de cinza.

Operadores morfológicos mais sofisticados, criados a partir de combinações das transformações elementares, resultaram em várias aplicações da morfologia matemática na área de processamento de imagens, como os filtros morfológicos, o preenchimento de buracos, extração de contornos, segmentação e o reconhecimento de padrões.

Neste capítulo, será feita uma revisão sobre o tema morfologia matemática, desde a apresentação de alguns conceitos importantes para o entendimento das operações morfológicas binárias (Seção 3.1) até a definição de operações morfológicas em níveis de cinza (Seção 3.2).

3.1 Morfologia Matemática Binária – Conceitos e Definições

Seja A um conjunto em \mathbf{Z}^2 , em que \mathbf{Z} é o conjunto dos números inteiros. Se $a = (a_1, a_2)$ é um elemento de A , então:

$$a \in A. \tag{3.1}$$

Se a não é um elemento de A , então:

$$a \notin A. \tag{3.2}$$

O conjunto com nenhum elemento é chamado de nulo ou vazio, e é denotado por \emptyset .

Se todos os elementos de um conjunto A também pertencem a outro conjunto B , então é possível afirmar que A é um subconjunto de B (A está contido em B), ou que A é igual a B . O que pode ser denotado por:

$$A \subseteq B. \quad (3.3)$$

A união de dois conjuntos A e B gera um terceiro conjunto formado por todos os elementos de A bem como todos os elementos de B , denotado por $A \cup B$ e definido como:

$$A \cup B = \{x \mid x = c, \forall c \in A \text{ ou } B\}. \quad (3.4)$$

A interseção de dois conjuntos A e B gera um terceiro conjunto formado apenas por elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B , denotado por $A \cap B$ e definido como:

$$A \cap B = \{x \mid x = d, \forall d \in A \text{ e } B\}. \quad (3.5)$$

Se os conjuntos A e B não possuírem elementos em comum, eles são ditos mutuamente exclusivos e a interseção entre eles gera um conjunto vazio.

O complemento de um conjunto A em relação ao conjunto universo é formado pelos elementos que não pertencem a A , e é definido como:

$$A^c = \{x \mid x \notin A\}. \quad (3.6)$$

A reflexão ou transposto de um conjunto A é definida como:

$$\hat{A} = \{x \mid x = -a, \forall a \in A\}. \quad (3.7)$$

A translação de um conjunto A por $h = (h_1, h_2)$ em \mathbf{Z}^2 é definida por:

$$A + h = \{x \mid x = a + h, \forall a \in A\}. \quad (3.8)$$

De acordo com Silva (1998), a adição de Minkowski, baseada na teoria dos conjuntos, foi proposta por Minkowski (1903) para caracterizar medidas integrais de certos conjuntos esparsos. A adição de Minkowski pode ser definida como a seguir (BANON & BARRERA, 1998).

Seja E um grupo abeliano (em que a propriedade comutativa é respeitada). Sejam A e B subconjuntos de E . A soma de Minkowski de A e B é o subconjunto de E , denotado $A \oplus B$, dado por:

$$A \oplus B = \{x \in E : \exists a \in A \text{ e } \exists b \in B, x = a + b\}. \quad (3.9)$$

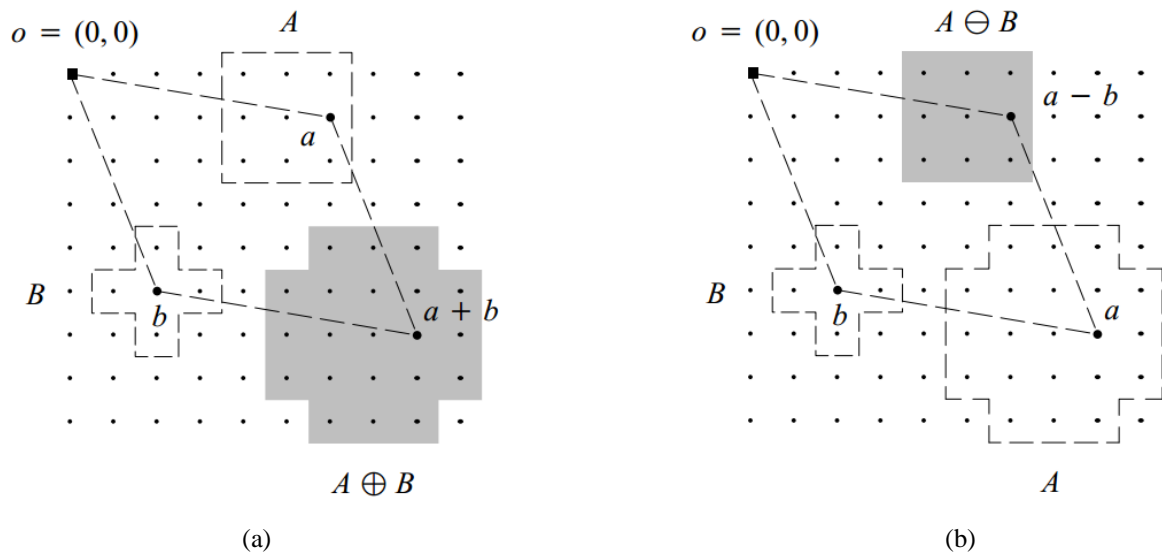
A adição de Minkowski é uma operação que combina dois conjuntos usando a adição vetorial de elementos em um grupo abeliano (SILVA, 1998).

A subtração de Minkowski de A e B é o subconjunto de E , denotado $A \ominus B$ e dado por (BANON & BARRERA, 1998):

$$A \ominus B = \{y \in E \mid \forall b \in B, \exists a \in A, y = a - b\}. \quad (3.10)$$

A Figura 8 mostra exemplos de adição e subtração de Minkowski.

Figura 8 – Exemplos de (a) soma de Minkowski. (b) Subtração de Minkowski.



Fonte: (BANON & BARRERA, 1998).

3.1.1 Transformações Elementares da Morfologia Matemática Binária

3.1.1.1 Transformação de Dilatação

Sendo A e B conjuntos em \mathbf{Z}^2 , a transformação morfológica de dilatação de A por B , denotada por $\delta_B(A)$, pode ser definida como:

$$\delta_B(A) = \{x \mid [(\hat{B} + x) \cap A] \neq \emptyset\}. \quad (3.11)$$

A dilatação de A por B consiste no conjunto de pontos x nos quais a interseção entre A e o transposto de B transladado por x é diferente de vazio.

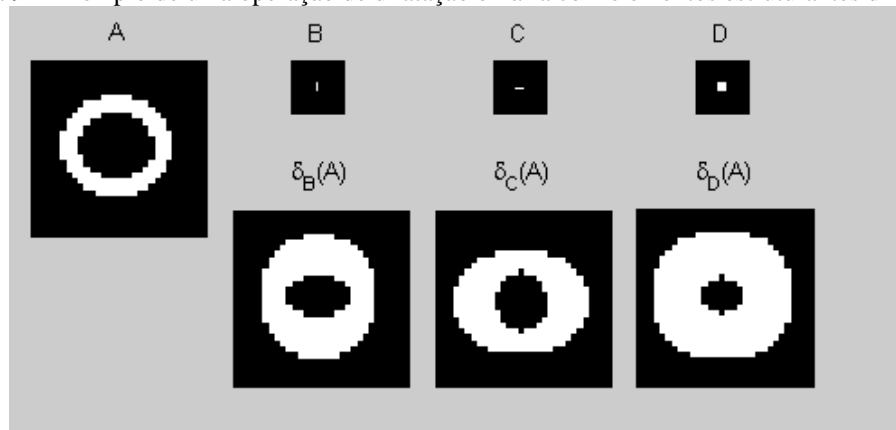
A dilatação binária também pode ser vista como uma transformação que combina dois conjuntos usando a adição de Minkowski. Se A e B são subconjuntos em um grupo abeliano, então a dilatação de A por B é a soma de Minkowski entre A e B . Assim, a transformação de dilatação também pode ser definida como:

$$\delta_B(A) = A \oplus B. \quad (3.12)$$

Neste caso, e nas outras transformações morfológicas aplicadas ao processamento de imagens, o conjunto A é a imagem a ser processada e o conjunto B é chamado de **elemento estruturante**. É o formato do elemento estruturante que controla o resultado final de uma operação morfológica e este deve ser adequado ao objetivo da aplicação em questão.

A Figura 9 mostra os resultados de uma operação de dilatação de uma imagem A processada com os elementos estruturantes B , C e D .

Figura 9 – Exemplo de uma operação de dilatação binária com elementos estruturantes diferentes.



Fonte: Autor.

A transformação de dilatação, também é conhecida na área de processamento de imagens como ampliação e, nesse caso, é o elemento estruturante que determina em qual direção à imagem deve ser ampliada.

3.1.1.2 Transformação de Erosão

Sendo A e B conjuntos em \mathbf{Z}^2 , a transformação morfológica de erosão de A por B , denotada por $\varepsilon_B(A)$, pode ser definida como:

$$\varepsilon_B(A) = \{x \mid (B + x) \subset A\}. \quad (3.13)$$

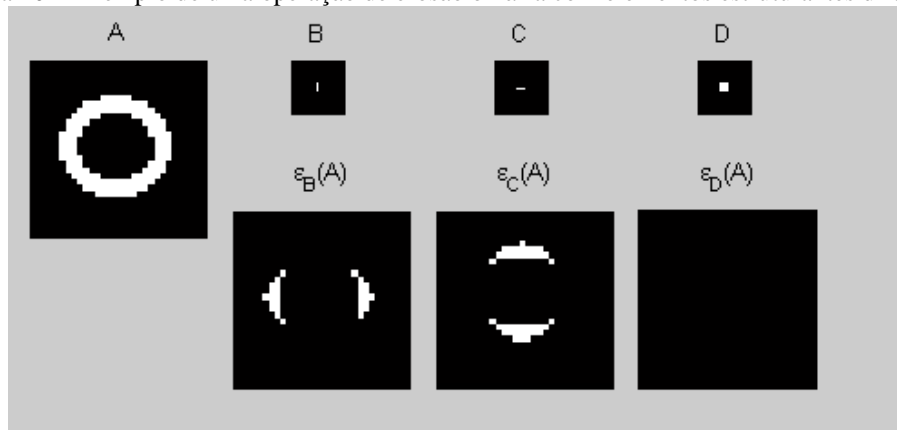
A erosão de A pelo elemento estruturante B é o conjunto de pontos x nos quais B , transladado por x , está contido em A .

A erosão binária também pode ser vista como uma transformação que combina dois conjuntos usando a subtração de Minkowski. Se A e B são subconjuntos em um grupo Abelian, então a erosão de A por B é a subtração de Minkowski entre A e B . Assim, a transformação de erosão também pode ser definida como:

$$\varepsilon_B(A) = A \ominus B. \quad (3.14)$$

A transformação de erosão, também é conhecida na área de processamento de imagens como redução. A Figura 10 mostra os resultados de uma operação de erosão de imagem A processada com os elementos estruturantes B , C e D .

Figura 10 – Exemplo de uma operação de erosão binária com elementos estruturantes diferentes.



Fonte: Autor.

Dilatação e erosão não são operações complementares, mas duais. O complemento de uma erosão é igual a uma dilatação do complemento da imagem processada pelo elemento estruturante refletido. Ou seja:

$$(\varepsilon_B(A))^c = \delta_{\bar{B}}(A^c). \quad (3.15)$$

3.1.2 Transformação Hit-or-Miss

A transformação *hit-or-miss* é utilizada para a detecção de forma. Essa transformação de uma imagem A foi definida por Serra (1992) da seguinte maneira: um elemento estruturante B , definido por dois subconjuntos B^1 e B^2 (em que: $B^1 \cap B^2 = \emptyset$) é escolhido. Um ponto x pertence à transformação *hit-or-miss* de A , se e somente se $(B^1 + x)$ está contido em A e $(B^2 + x)$ está contido no complemento de A . Assim:

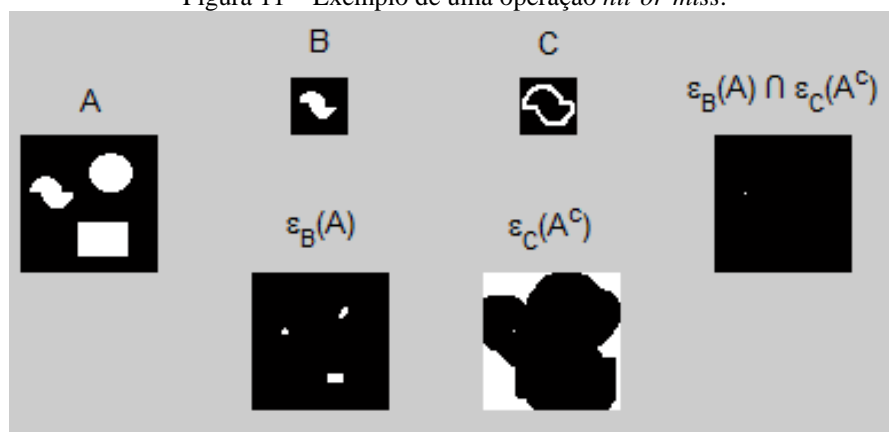
$$A \otimes B = \{x \mid (B^1 + x) \subset A \text{ e } (B^2 + x) \subset A^c\}. \quad (3.16)$$

Essa transformação também pode ser escrita na forma de uma interseção entre a erosão de A por B^1 e a erosão de A^c por B^2 . Portanto:

$$A \otimes B = \varepsilon_{B^1}(A) \cap \varepsilon_{B^2}(A^c). \quad (3.17)$$

Métodos utilizando a transformação *hit-or-miss* podem ser utilizados como um modelo de detecção ou casamento de padrões. A Figura 11 mostra um exemplo da aplicação da transformação *hit-or-miss* para uma tarefa de detecção de padrão.

Figura 11 – Exemplo de uma operação *hit-or-miss*.



Fonte: Autor.

No exemplo da Figura 11, os elementos estruturantes B e C foram escolhidos de maneira que o padrão da forma mais à esquerda da imagem A fosse detectado. É possível observar que o resultado da operação *hit-or-miss* da imagem A com os elementos

estruturantes B e C retornou outra imagem com um marcador justamente na posição onde se encontrava a forma mais a esquerda da imagem A.

3.2 Morfologia Matemática em Níveis de Cinza

3.2.1 Transformações Elementares da Morfologia Matemática em Níveis de Cinza

3.2.1.1 Transformação de Dilatação em Níveis de Cinza

Seja $f(x, y)$ e $b(x, y)$, a imagem a ser processada e seu respectivo elemento estruturante, funções em \mathbf{Z}^2 . f e b assumem os valores de níveis de cinza para cada par de coordenadas (x, y) que formam as imagens. A transformação morfológica em níveis de cinza de dilatação de f por b pode ser definida como (GONZALEZ & WOODS, 2002):

$$\delta_b(f)(s, t) = \max\{f(s - x, t - y) + b(x, y) \mid (s - x), (t - y) \in D; (x, y) \in W\}, \quad (3.18)$$

em que D e W são o domínio de f e b respectivamente.

3.2.1.2 Transformação de erosão em níveis de cinza

Seja $f(x, y)$ e $b(x, y)$, a imagem a ser processada e seu respectivo elemento estruturante, funções em \mathbf{Z}^2 . f e b assumem os valores de níveis de cinza para cada par de coordenadas (x, y) que formam as imagens. A transformação morfológica em níveis de cinza de erosão de f por b pode ser definida como (GONZALEZ & WOODS, 2002):

$$\varepsilon_b(f)(s, t) = \min\{f(s + x, t + y) - b(x, y) \mid (s + x), (t + y) \in D; (x, y) \in W\}, \quad (3.19)$$

em que D e W são o domínio de f e b respectivamente.

A Figura 12 mostra os resultados das operações de dilatação e de erosão em uma imagem em níveis de cinza. Foi utilizado um elemento estruturante com o formato de uma cruz.

Figura 12 – (a) Imagem original. (b) e (c) Imagens após as operações de dilatação e erosão respectivamente.



(a)



(b)



(c)

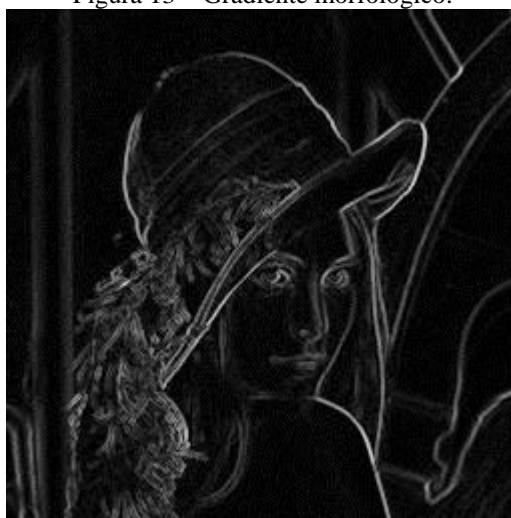
Fonte: Autor.

Como exemplo de aplicação, as operações de dilatação e erosão podem ser utilizadas para computar o gradiente morfológico de uma imagem, que é definido como:

$$g = \delta_b(f) - \varepsilon_b(f). \quad (3.20)$$

O gradiente de uma imagem identifica transições entre níveis de cinza, sendo utilizado para detecção de bordas. A Figura 13 mostra a aplicação do gradiente morfológico na imagem da Figura 12(a).

Figura 13 – Gradiente morfológico.



Fonte: Autor.

3.2.2 Transformação Hit-or-Miss em Níveis de Cinza

Na morfologia matemática, as abordagens aplicadas ao reconhecimento de padrões, principalmente quando aplicados para o casamento de padrões são baseadas nas transformações *hit-or-miss* (THM). Até os anos 1980, a maioria dessas aplicações era baseada apenas em imagens binárias. No entanto, a partir dos anos 1990 alguns trabalhos, como os desenvolvidos por Heijmans (1991), Banon (1995), Khosravi e Schafer (1996), Ronse (1996), Faria (1997), Raducanu e Grana (2000), Soile (2003) e Barat *et al.* (2003) (SILVA, 1998; SIOLA, 2014) introduziram o formalismo da morfologia matemática adequado para o desenvolvimento de transformações *hit-or-miss* em níveis de cinza. Alguns exemplos de THM em níveis de cinza encontradas na literatura são:

3.2.2.1 Transformação Hit-or-Miss de Khosravi e Schafer

Khosravi e Schafer (1996) apresentaram uma THM em níveis de cinza, denominada *Grayscale Hit-or-Miss Transformation* (GHMT). A GHMT realiza a superposição de duas erosões sobre a imagem f a ser processada utilizando uma única função estruturante f . Khosravi e Schafer (1996) definiram a GHMT como (SIOLA, 2014):

$$GHMT_b(f)(x) = \varepsilon_b(f)(x) + \varepsilon_{-b}(-f)(x). \quad (3.21)$$

A GHMT apresenta valores no máximo iguais à zero, quando o casamento da imagem de entrada com a função estruturante é perfeito (SIOLA, 2014).

3.2.2.2 Transformação Hit-or-Miss de Ronse

Ronse (1996) propôs um operador, mais tarde chamado de operador intervalo supremal (η^s), o qual recebe dois elementos estruturantes (A e B) e uma imagem de entrada (X) e consiste em aplicar uma operação de abertura (erosão seguida de uma dilatação pelo mesmo elemento estruturante) pelo primeiro elemento estruturante aplicada sobre o resultado da HMT. (SIOLA, 2014):

$$\eta_{(A,B)}^s(x) = \delta_A(\varepsilon_A(HMT_{A,B}(x))). \quad (3.22)$$

3.2.2.3 Transformação Hit-or-Miss de Banon e Faria

Banon e Faria (1997) e Faria (1997) apresentam um modelo para localizar um *template* extraído de uma imagem em outra imagem de busca. O *template* é uma subimagem delimitada por uma janela W e pertencente a uma imagem de referência. Assim, a THM proposta por Banon e Faria (1997) pode ser definida como (SIOLA, 2014):

$$\phi(g)(x) = \{w_i: g(x + w_i) \in [f_W^-(w_i), f_W^+(w_i)]\}, \quad (3.23)$$

em que f_W^- e f_W^+ são as funções estruturantes da transformação.

A transformação apresentada por Banon e Faria (1997) tem como saída, para cada ponto x , a quantidade de pontos da imagem g , em uma região restrita a W , em torno de x , que possuem intensidade dentro do intervalo $[f_W^-(w_i), f_W^+(w_i)]$. O valor máximo da imagem resultante indica o ponto de melhor casamento entre o template e a imagem de busca.

3.2.2.4 Transformação Hit-or-Miss de Soille

Soille (2003) apresenta duas definições para THM em tons de cinza. A primeira, denotada por Soille (2003) de *Unconstrained Hit-or-Miss Transformation* (UHMT), é baseada na diferença entre uma erosão e uma dilatação da imagem de entrada por elementos estruturantes distintos. Enquanto a segunda (*Constrained Hit-or-Miss Transformation* (CHMT)) possui uma definição semelhante à primeira, porém com uma restrição referente à posição da origem dentro dos elementos estruturantes (SIOLA, 2014).

3.3 Considerações Parciais

Trabalhos como o de Banon (1995) destacam-se ao descrever os operadores elementares da morfologia matemática através de mapeamentos entre dois reticulados. Banon (1995) chamou esses mapeamentos de ELUTs (*Elementary Look-Up Tables*), pois tratavam-se de LUTs (*Look-Up Tables*) que implementavam os operadores elementares da morfologia matemática.

No Capítulo a seguir serão apresentadas as bases da morfologia matemática via ELUTs necessárias para a definição do operador morfológico para casamento de padrões em níveis de cinza.

4 MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NÍVEIS DE CINZA VIA ELUTS

Neste capítulo será apresentado o formalismo da morfologia matemática em níveis de cinza via ELUTs. Alguns conceitos e definições serão mostrados na Seção 4.1. Ainda serão definidas na Seção 4.2 as transformações elementares da morfologia matemática via ELUTS, bem como operadores morfológicos mais sofisticados (Seção 4.3).

Será detalhado ainda o Operador Morfológico de Casamento de Padrões (OMCP), proposto por Faria (1997) (Seção 4.3.1) e o Operador de Detecção com Folga (ODF), proposto por Silva (1998) (Seção 4.3.2).

4.1 MM em Níveis de Cinza via ELUTs – Conceitos e Definições

Um reticulado (L_1, \leq_{L_1}) é um conjunto parcialmente ordenado (em que as propriedades reflexivas, transitivas e antissimétricas são válidas) pela relação de ordem \leq_{L_1} no qual para dois elementos a e b quaisquer pertencentes a esse conjunto, existe um maior limite inferior (ínfimo), denotado por $a \wedge b$ (ou $\inf(L_1)$) e um menor limite superior (supremo), denotado por $a \vee b$ (ou $\sup(L_1)$) (BIRKHOFF, 1967). Se para cada subconjunto do reticulado L_1 existirem um ínfimo e um supremo em L_1 , esse reticulado é dito como reticulado completo.

Uma transformação ψ de um reticulado L_1 em um reticulado L_2 é crescente se:

$$\forall a, b \in L_1, a \leq_{L_1} b \Rightarrow \psi(a) \leq_{L_2} \psi(b). \quad (4.1)$$

Uma transformação ψ de um reticulado L_1 em um reticulado L_2 é decrescente se:

$$\forall a, b \in L_1, a \leq_{L_1} b \Rightarrow \psi(b) \leq_{L_2} \psi(a). \quad (4.2)$$

4.2 Transformações Elementares da MM em Níveis de Cinza via ELUTs

Seja L_1 e L_2 dois reticulados completos, $i_1 = \sup(L_1)$, $i_2 = \sup(L_2)$, $o_1 = \inf(L_1)$, $o_2 = \inf(L_2)$ e ψ um mapeamento de L_1 em L_2 . ψ será chamado de operador, e por definição:

$$\psi \text{ é uma dilatação} \Leftrightarrow \psi(a \vee b) = \psi(a) \vee \psi(b) \text{ e } \psi(o_1) = o_2; \quad (4.3)$$

$$\psi \text{ é uma erosão} \Leftrightarrow \psi(a \wedge b) = \psi(a) \wedge \psi(b) \text{ e } \psi(i_1) = i_2; \quad (4.4)$$

$$\psi \text{ é uma anti-dilatação} \Leftrightarrow \psi(a \vee b) = \psi(a) \wedge \psi(b) \text{ e } \psi(o_1) = i_2; \quad (4.5)$$

$$\psi \text{ é uma anti-erosão} \Leftrightarrow \psi(a \wedge b) = \psi(a) \vee \psi(b) \text{ e } \psi(i_1) = o_2. \quad (4.6)$$

Seja (K_1, \leq_{K_1}) um conjunto parcialmente ordenado. Se a relação \leq_{K_1} é uma relação de ordem total, então K_1 é uma cadeia. Uma cadeia que possui um maior e um menor elemento é chamada de cadeia limitada (toda cadeia limitada é um caso particular de um reticulado). O conjunto dos possíveis valores de um determinado pixel em uma imagem digital em níveis de cinza é uma cadeia limitada.

Sejam K_1 e K_2 , duas cadeias limitadas. Neste caso, como K_1 e K_2 são reticulados completos, o supremo e o ínfimo com relação à K_1 e K_2 podem ser substituídos, respectivamente, por máximo e mínimo, de forma que $\sup(K_1) = \max(K_1)$, $\sup(K_2) = \max(K_2)$, $\inf(K_1) = \min(K_1)$ e $\inf(K_2) = \min(K_2)$. Seja também ψ um mapeamento de K_1 para K_2 , então:

$$\psi \text{ é uma dilatação} \Leftrightarrow \psi \text{ é crescente e } \psi(\min K_1) = \min K_2; \quad (4.7)$$

$$\psi \text{ é uma erosão} \Leftrightarrow \psi \text{ é crescente e } \psi(\max K_1) = \max K_2; \quad (4.8)$$

$$\psi \text{ é uma anti-dilatação} \Leftrightarrow \psi \text{ é crescente e } \psi(\min K_1) = \max K_2; \quad (4.9)$$

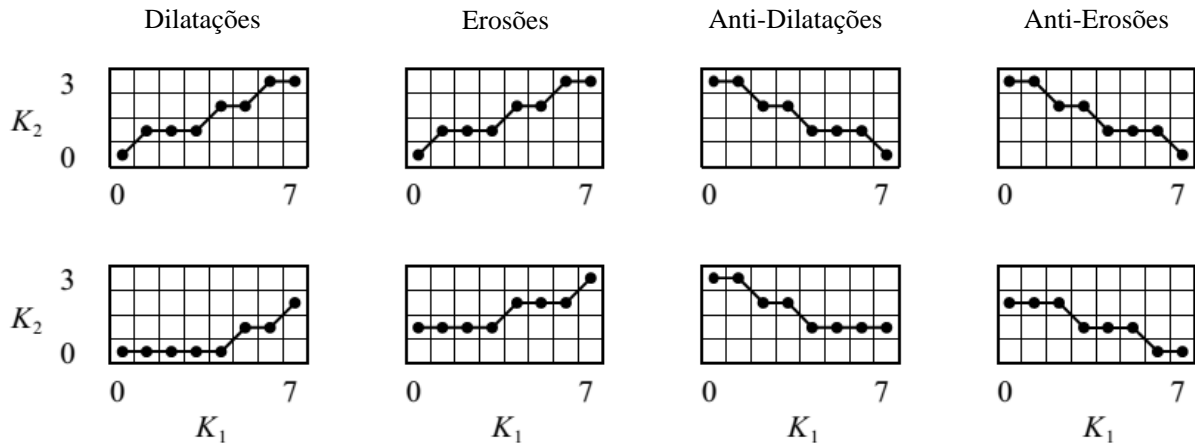
$$\psi \text{ é uma anti-erosão} \Leftrightarrow \psi \text{ é crescente e } \psi(\max K_1) = \min K_2. \quad (4.10)$$

As transformações elementares da morfologia matemática (dilatação, erosão, anti-dilatação e anti-erosão) entre imagens em níveis de cinza podem ser caracterizadas por elementos estruturantes, ou por família de ELUTs (SILVA, 1998).

Segundo Silva (1998), no contexto do processamento de imagens via MM, as LUTs são mapeamentos entre escalas de cinza e as ELUTs são LUTs com propriedades das transformações elementares da morfologia matemática.

A Figura 14 mostra exemplos de transformações morfológicas elementares via ELUTs de uma imagem com oito níveis de cinza em outra com quatro níveis de cinza.

Figura 14 – Exemplos de transformações morfológicas elementares.



Fonte: (BANON, 1995).

4.3 Operadores Morfológicos para Casamento de Padrões

Nessa seção são abordados o Operador Morfológico de Casamento de Padrões (OMCP), desenvolvido por Faria (1997), e o Operador de Detecção com Folga, definido em Silva (1998).

4.3.1 Operador Morfológico de Casamento de Padrões

O OMCP procura por possíveis padrões similares a um padrão de referência dentro de uma imagem de busca. É implementado por uma composição matemática entre um operador de casamento de padrões com outro que localiza o nível de cinza máximo em uma imagem.

Sejam:

- \mathbf{Z} o conjunto dos números inteiros;
- \mathbf{Z}^2 o produto cartesiano $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$;
- $D \subset \mathbf{Z}^2$ (domínio das imagens);
- $W \subset \mathbf{Z}^2$ (domínio das imagens ou dos padrões) chamado janela;
- K_m o intervalo $[0, 1, \dots, m] \subset \mathbf{Z}$ (níveis de cinza das imagens);
- $g \in K_m^D$ (imagem de busca);
- $f \in K_m^D$ (uma imagem de referência);

- $f_W \in K_m^W$ (um padrão qualquer, ou subimagem de f que deverá ser localizada em g).

Sendo K_m^D o mapeamento de D em K_m . Esses mapeamentos são representações matemáticas adequadas às imagens em níveis de cinza, com domínio D (conjunto das posições dos pixels) e níveis de cinza K_m , mais detalhes podem ser vistos em Banon (1995).

Portanto, as imagens digitais no domínio D podem ser representadas por elementos de K_m^D . Seja $f \in K_m^D$, se m é igual a 1, então f é uma imagem binária, caso contrário, f é uma imagem em níveis de cinza.

É possível definir f_W^- e f_W^+ duas funções ou imagens em K_m^W , da seguinte maneira:

$$f_W^-(x) \triangleq \max(0, \min(m, f_W(x) + c_1)) \quad (x \in W); \quad (4.11)$$

$$f_W^+(x) \triangleq \max(0, \min(m, f_W(x) + c_2)) \quad (x \in W), \quad (4.12)$$

em que $c_1, c_2 \in \mathbf{Z}$, e $c_1 \leq c_2$.

Essas duas imagens representam os intervalos considerados em torno do padrão f_W para que seja realizada uma detecção com folga.

Sejam $E = D \ominus W$, l um número inteiro de K_m e $i = 1, \dots, n$, onde $n = \#W$ (número de elementos de W). As transformações de K_m^D em K_1^E denotados por ε_l^i e δ_l^{ai} , são operadores que podem ser definidos por:

$$\varepsilon_l^i(g)(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{se } g(x + W_i) \geq l, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (4.13)$$

$$\delta_l^{ai}(g)(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{se } g(x + W_i) \leq l \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (4.14)$$

para qualquer $g \in K_m^D$ e $x \in E$.

Por definição, o operador ε_l^i é uma erosão e δ_l^{ai} é uma anti-dilatação de K_m^D em K_1^E .

Seja ϕ uma transformação de K_m^D em K_n^E , definida por:

$$\phi \triangleq \sum_{i=1}^n \lambda^i, \quad (4.15)$$

em que λ^i são n operadores de K_m^D em K_1^E , dados por:

$$\lambda^i \triangleq \varepsilon_{f_W^-(w_i)}^i \wedge \delta_{f_W^+(w_i)}^{ai}. \quad (4.16)$$

Os operadores que realizam interseções de uma erosão com uma anti-dilatação, como λ^i , são chamados de sup-geradores (BANON & BARRERA, 1993). Esses operadores são similares ao operador *hit-or-miss* em imagens binárias.

O operador ϕ , chamado por Faria (1997) de Operador de Casamento de Padrões, realiza a soma dos operadores sup-geradores. Essa soma dos operadores sup-geradores implementa um tipo de correlação morfológica. Assim, o valor de $\phi(g)(x)$ fornece uma medida de similaridade entre um padrão f_W e uma subimagem de g vista através de uma janela W transladada de x . No caso da subimagem ser exatamente f_W , o valor do operador ϕ será máximo e igual a n (número de pixels de W).

Esse operador também pode ser definido de maneira equivalente através da Equação (3.23). A sua resposta representa a quantidade de pixels pertencentes ao padrão f_W que possuem valores dentro do intervalo definido pelas funções f_W^- e f_W^+ .

O operador $\bar{\psi}$ de K_n^E em K_1^E que localiza o nível de cinza máximo global de uma imagem pode ser definido como:

$$\bar{\psi}(g)(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{se } g(y) \leq g(x) (\forall y \in E) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (4.17)$$

A composição matemática do Operador de Casamento de Padrões (Equação 4.15) com o operador de localização de nível de cinza máximo global (Equação 4.17) gera o Operador Morfológico de Casamento de Padrões (OMCP):

$$\bar{\psi} \circ \phi. \quad (4.18)$$

A resposta do OMCP é uma imagem binária em K_1^E que consegue localizar um, e somente um, padrão dentro da imagem de busca.

É importante verificar que na definição das imagens f_W^- e f_W^+ (Equações 4.11 e 4.12) é necessário fornecer dois números inteiros e constantes c_1 e c_2 . Em Banon e Faria (1997) e Faria (1997) essas duas constantes dependem da média dos valores dos pixels da imagem de referência ($\mu(f)$), da média dos valores dos pixels da imagem de busca ($\mu(g)$) e de um parâmetro F . Banon e Faria (1997) definiram c_1 e c_2 como:

$$c_1 = d\mu - F/2; \quad (4.19)$$

$$c_2 = d\mu + F/2, \quad (4.20)$$

em que $d\mu = \mu(g) - \mu(f)$ e F define o comprimento do intervalo $[c_1, c_2]$ centrado em $d\mu$.

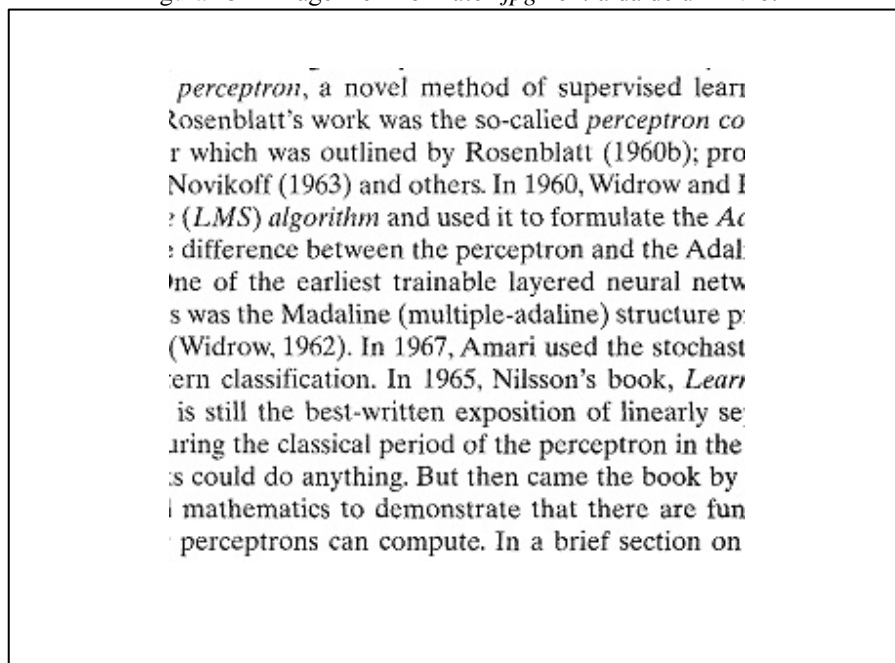
Faria (1997) e Banon e Faria (1997) não fazem qualquer referência sobre como esse parâmetro F seria obtido e a partir de seus experimentos chegam a conclusão que F pode ser definido dentro de um intervalo de valores sem que o resultado final do operador fosse comprometido.

A fim de ilustrar a resposta do OMCP, foram utilizadas imagens em formato “*jpg*” extraídas do texto de um livro.

A Figura 15 mostra um exemplo de imagem extraída.

Nesse experimento, invariante à translação, o objetivo era encontrar na imagem da Figura 15, através da aplicação do OMCP, algum padrão de referência pré-determinado. O padrão a ser detectado foi definido como a imagem referente à palavra “*and*”, a qual foi selecionada de outra parte do livro, e não do trecho apresentado na Figura 15.

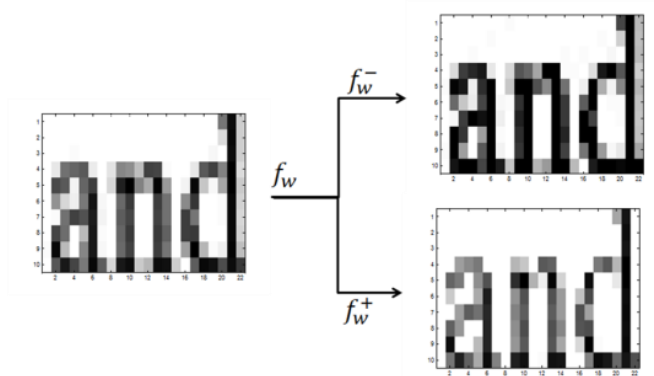
Figura 15 – Imagem em formato “*jpg*” extraída de um livro.



Fonte: (ALMEIDA FILHO *et al.*, 2014).

Após a escolha do padrão de referência, devem ser geradas as imagens f_w^- e f_w^+ . Essas imagens são obtidas a partir da aplicação das Equações 4.11 e 4.12 e são mostradas na Figura 16.

Figura 16 – Imagens f_w^- e f_w^+ (ampliadas) obtidas a partir do padrão representativo f_w e das Equações 4.11 e 4.12.

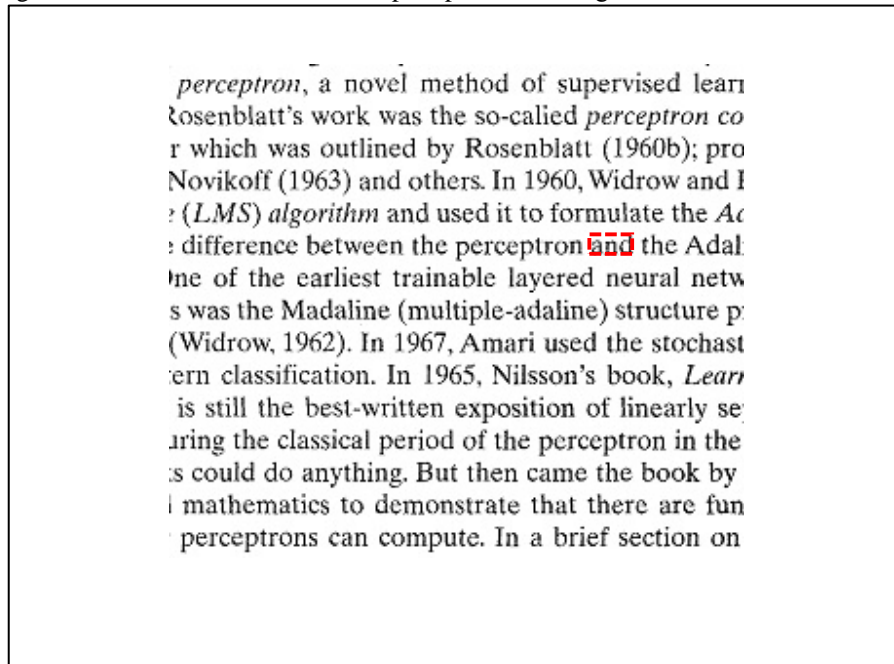


Fonte: Autor.

As imagens f_w^- e f_w^+ representam o intervalo aplicado ao padrão de referência para que seja realizada a detecção. Os parâmetros c_1 e c_2 presentes nas Equações 4.11 e 4.12 foram obtidos a partir da aplicação das Equações 4.19 e 4.20 considerando $F = 140$. O valor de F foi obtido experimentalmente, através de tentativa e erro. Nesse caso, já que tanto a imagem de busca quanto a imagem de referência a qual foi extraído o padrão de referência da palavra “and” foram obtidas a partir da mesma fonte sob condições idênticas, o valor de $d\mu$ foi igual à zero. Assim, os valores utilizados para as constantes foram: $c_1 = -70$ e $c_2 = 70$.

A Figura 17 mostra o resultado final da aplicação do OMCP na busca pela imagem da palavra “and” (padrão de referência) dentro da imagem de busca (imagem do texto). O OMCP utiliza o operador $\bar{\psi}$, que localiza o valor máximo da correlação morfológica fornecida por ϕ . Portanto, esse operador é capaz de localizar uma única ocorrência do padrão de referência dentro da imagem de busca, aquela que fornecer maior valor de correlação morfológica. Dessa maneira, o OMCP identificou corretamente apenas uma ocorrência do padrão “and”.

Figura 17 – Resultado final da busca pelo padrão da imagem “and” através do OMCP.



Fonte: Autor.

4.3.2 Operador de Detecção com Folga

Foi proposto por Silva (1998) a utilização de um operador de limiarização em vez do operador de localização de nível de cinza máximo global utilizado no OMCP.

Dessa maneira, um valor de limiar pode ser definido para que um determinado padrão seja considerado ou não dentro de uma imagem de busca.

Seja ψ_l^\bullet o operador de limiarização de K_n^E em K_1^E . Esse operador pode localizar valores iguais ou superiores a um limiar $l \in K_n$ e é definido como:

$$\psi_l^\bullet(f) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{se } \exists x \in E, f(x) \geq l \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (4.21)$$

A partir da composição do operador de limiarização ψ_l^\bullet (Equação 4.21) com ϕ (Equação 4.15), é gerado um novo operador, chamado por Silva (1998) de Operador de Detecção com Folga (ODF) que permite a detecção com folga de padrões, como mostrado em Silva (1998), e é definido por:

$$\psi_l^\bullet \circ \phi. \quad (4.22)$$

Diferente de Banon e Faria (1997) e Faria (1997), Silva (1998) apresenta um método de treinamento de *templates* inspirado na regra de Kohonen (KOHONEN, 1990) e na teoria da ressonância adaptativa apresentada em Carpenter e Grossberg (1987). Embora Silva (1998) tenha mencionado, como objetivo de futuros trabalhos, a passagem de novos parâmetros para o operador de casamento de padrões ϕ , este não apresentou nenhum novo método para o cálculo das constantes c_1 e c_2 utilizadas nas Equações 4.11 e 4.12 para obtenção de ϕ (Equação 4.15).

Neste trabalho, será utilizada uma variação do ODF, considerando um mecanismo de aprendizagem adaptado de Almeida Filho *et al.* (2014), denominado aqui de ODF*. Para esta variação do ODF, o valor de limiar l será chamado de condição de casamento, e será definida aqui como:

$$l = s * n, \quad (4.23)$$

em que s é chamado de grau de similaridade e possui valores entre 0 e 1, e n (quantidade de elementos de W) representa o valor máximo possível do Operador de Casamento de Padrões ϕ (Equação 4.15) (que implementa um tipo de correlação morfológica baseada na quantidade de pixels do padrão de referência que possuem valores dentro de um intervalo definido pelas funções f_W^- e f_W^+). Como já mencionado, o casamento inexato não busca casamentos perfeitos. Essa relaxação no casamento pode ser controlada pelo grau de similaridade (s). Por exemplo, se o grau de similaridade for definido como $s = 0.85$, significa que casamentos não perfeitos, mas 85% similares serão considerados. No caso específico do ODF*, significa que 85% dos pixels pertencentes ao padrão f_W possuem valores dentro do intervalo definido por f_W^- e f_W^+ .

A resposta do ODF*, considerando $l = s * n$, é uma imagem binária em K_1^E , que identifica os valores dos pixels, da imagem resultante do operador ϕ , maiores do que o limiar l (condição de casamento). Assim, diferente do OMCP apresentado em Faria (1997), através do ODF* é possível identificar várias ocorrências de um mesmo padrão dentro de uma mesma imagem de busca.

A Figura 18 mostra o resultado final da aplicação do ODF* na busca pela imagem da palavra “and” na imagem da Figura 15. Os valores do parâmetro F e do grau de similaridade utilizados foram $F = 140$ e $s = 81\%$.

A partir da Figura 18 é possível observar que três ocorrências da palavra “and” foram encontradas corretamente, justamente as que satisfizeram a condição de casamento definida pelo grau de similaridade. Nesse caso, o grau de similaridade ($s = 81\%$) foi ajustado

para que não houvesse detecções de falsos positivos. A Figura 19 mostra o resultado final da busca através do ODF* pela imagem “and” considerando um grau de similaridade igual a 80%.

Figura 18 – Resultado da busca do ODF* pela imagem “and” considerando $s = 81\%$.

perceptron, a novel method of supervised learning. Rosenblatt's work was the so-called *perceptron course* which was outlined by Rosenblatt (1960b); previously by Novikoff (1963) and others. In 1960, Widrow (1960) introduced the *(LMS) algorithm* and used it to formulate the *Adaline*: difference between the perceptron and the Adaline. One of the earliest trainable layered neural networks was the Madaline (multiple-adaline) structure proposed by Widrow (1962). In 1967, Amari used the stochastic gradient method for pattern classification. In 1965, Nilsson's book, *Learning Theory* is still the best-written exposition of linearly separable patterns. During the classical period of the perceptron in the 1950s, it was thought that perceptrons could do anything. But then came the book by Minsky and Papert (1969) in which they demonstrated that there are functions that perceptrons can compute. In a brief section on

Fonte: Autor.

Figura 19 – Resultado da busca do ODF* pela imagem “and” considerando $s = 80\%$.

perceptron, a novel method of supervised learning. Rosenblatt's work was the so-called *perceptron course* which was outlined by Rosenblatt (1960b); previously by Novikoff (1963) and others. In 1960, Widrow (1960) introduced the *(LMS) algorithm* and used it to formulate the *Adaline*: difference between the perceptron and the Adaline. One of the earliest trainable layered neural networks was the Madaline (multiple-adaline) structure proposed by Widrow (1962). In 1967, Amari used the stochastic gradient method for pattern classification. In 1965, Nilsson's book, *Learning Theory* is still the best-written exposition of linearly separable patterns. During the classical period of the perceptron in the 1950s, it was thought that perceptrons could do anything. But then came the book by Minsky and Papert (1969) in which they demonstrated that there are functions that perceptrons can compute. In a brief section on

Fonte: Autor.

Com a diminuição do valor do grau de similaridade, em vez do ODF* detectar a quarta ocorrência da palavra “*and*” foi detectada a parte final da palavra “*difference*”. Dessa maneira, o ODF* não foi capaz de localizar todas as ocorrências da palavra “*and*” corretamente.

Uma vantagem do ODF* sobre o OMCP, nesse tipo de busca, é que no OMCP apenas um padrão pode ser identificado na imagem de busca, aquele que apresentar maior valor de correlação morfológica. Como no ODF* é definido um grau de similaridade, as subimagens que estiverem dentro dessa medida serão identificadas. Portanto, é possível identificar várias ocorrências de um padrão dentro de uma mesma imagem.

4.4 Considerações Parciais

O OMCP foi proposto originalmente por Faria (1997) sem a consideração de qualquer mecanismo automático responsável pela seleção de um modelo de referência adequado às tarefas de detecção. O ODF proposto por Silva (1998) foi introduzido como formalismo de um novo paradigma de rede neural morfológica, também proposto por Silva (1998), o qual possui um método de treinamento de *templates* inspirado na regra de Kohonen (KOHONEN, 1991) e na teoria de Grossberg (CARPENTER & GROSSBERG, 1987). No entanto ambos dependem dos parâmetros c_1 e c_2 , cujo ajuste depende da aplicação em questão e da experiência do desenvolvedor.

O Capítulo a seguir apresenta uma proposta de utilização de mecanismos de aprendizagem de máquina responsáveis pela obtenção de um padrão representativo a ser utilizado como referência no operador morfológico para casamento de padrões, bem como a substituição do conceito de constantes de folga c_1 e c_2 por funções ou imagens de folga, sendo essas imagens de folga calculadas a partir dos dados do conjunto de treinamento utilizados pelo mecanismo de aprendizagem.

5 OPERADOR MORFOLÓGICO ADAPTATIVO PARA CASAMENTO INEXATO DE PADRÕES

Na literatura sobre morfologia matemática é possível encontrar trabalhos sobre as abordagens adaptativas baseadas em aprendizagem de máquina e os operadores morfológicos, como o apresentado por Cheng e Venetsanopoulos (1991), que implementam operadores adaptativos juntamente com paradigmas de filtros. Também é possível observar alguns trabalhos que realizam uma hibridação de morfologia matemática e redes neurais artificiais (RNAs), como apresentado por Davidson e Hummer (1993), Ko e Morales (1992), Shih e Moh (1989), Silva (1998, 2006), Rempel (1999) e Souza (2012).

Em Silva (1998) é apresentada uma rede neural morfológica, chamada Rede Morfológica Não-Supervisionada (RMNS). Segundo Rempel (1999, p. 43 e 44):

A RMNS é uma rede neural com quatro camadas de neurônios que se utilizam dos operadores morfológicos [...] para a detecção de padrões com representação binária ou em níveis de cinza, de maneira invariante a translação.

A forma de aprendizagem é bastante semelhante ao modelo de competição criado por Kohonen. A rede possui também um sistema de *reset* similar ao da rede ART1. No entanto, a utilização de um mecanismo de pré-ativação utilizando o operador de detecção com folga, faz com que a rede tenha suas próprias características.

A RMNS possui capacidade de associar cada padrão apresentado a uma classe já aprendida, ou criar uma nova classe para representar a entrada. Após o treinamento, os pesos de cada neurônio guardam a representação de uma classe aprendida.

Rempel (1999) utilizou a RMNS como mecanismo de treinamento para a construção de um modelo morfológico de casamento de padrões invariante a rotação e translação. De acordo com Rempel (1999), uma maneira de se obter um mecanismo de casamento invariante a rotação, consiste em apresentar ao operador morfológico de casamento de padrões modelos rotacionados dos padrões de referência. Dessa maneira, Rempel (1999) utilizou a RMNS “treinada com os padrões que representam os elementos estruturantes com orientação 0° . Para incluir invariância a rotação na rede, após o treinamento, os pesos dos neurônios morfológicos são rotacionados e replicados em outros neurônios, formando diversos agrupamentos invariantes a rotação” (REMPEL, 1999). A saída final do modelo de Rempel (1999) consistia na união dos resultados da aplicação do ODF para cada padrão rotacionado.

Souza (2012) também aproveitou a definição do ODF de Silva (1998), já utilizado na RMNS também desenvolvida por Silva (1998), e modificou a arquitetura da RMNS,

suprimindo o cálculo da distância euclidiana, o *reset* e as sinapses de competição para incluir uma etapa supervisionada ao treinamento dos neurônios morfológicos, adaptado do modelo de neurônio morfológico definido em Silva (1998). Souza (2012) chamou este novo paradigma de rede neural artificial de Rede Neural Morfológica Supervisionada (RNMS), a qual foi aplicada para compressão de imagens e vídeos conforme apresentado em Souza *et al.* (2012, 2013). No entanto, Souza (2012) não propôs qualquer novo método de cálculo especificamente para os parâmetros c_1 e c_2 , utilizados no operador de casamento de padrões quando aplicado no ODF.

No presente trabalho será apresentada uma proposta para geração de *templates* aplicados em operadores morfológicos *hit-or-miss* baseados em métodos de aprendizagem de máquina. O processo de aprendizagem será utilizado na obtenção de uma generalização de uma classe de padrões a ser reconhecida, com a finalidade da geração de um padrão representativo de classe. A princípio, o conjunto de treinamento utilizado será formado por *templates* de uma mesma classe com pequenas variações. No entanto, padrões pertencentes à mesma classe com variações mais significantes também serão utilizados em uma segunda abordagem.

Uma maneira prática de encontrar uma boa solução para representar as possíveis variações de padrão para construir um, e somente um, operador de detecção não é uma tarefa fácil de ser realizada sem a consideração de uma máquina automática aplicada à adaptação deste operador. Portanto, foram considerados, separadamente, um vetor protótipo que represente uma determinada classe de padrões, o algoritmo *k-means* (MACQUEEN, 1967) e o mapa auto-organizável de Kohonen (KOHONEN, 1990) para a composição de uma máquina adaptativa aplicada na construção de operadores morfológicos adaptativos para casamento de padrões. Para a obtenção de um vetor protótipo de classe, os dados do conjunto de treinamento devem pertencer à mesma classe com pequenas variações entre eles. *K-means* e mapa de *Kohonen* foram utilizados na possível geração de mais de um protótipo da mesma classe ou até de classes diferentes, podendo o conjunto de treinamento possuir elementos com variações mais significantes, inclusive com elementos de classes diferentes.

Mais especificamente, será considerada uma hibridação entre a utilização de um vetor protótipo de classe, *k-means* e mapa de Kohonen com as transformações *hit-or-miss* baseadas no formalismo dos operadores morfológicos sup-geradores (BANON & BARRERA, 1993), com o objetivo de propor um modelo que torne possível a construção de operadores morfológicos adaptativos para o casamento de padrões em imagens em níveis de cinza.

Nas próximas seções serão apresentadas três variações do ODF*, considerando três diferentes máquinas adaptativas aplicadas na construção automática de *templates* e o ajuste automático de parâmetros. A primeira versão, chamada aqui de Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v1 (ver código em *Matlab* no APÊNDICE A), foi desenvolvida tendo como referência o ODF* (Subseção 4.3.2) utilizado em conjunto com um vetor protótipo, que define um padrão representativo da classe que se deseja identificar.

A segunda versão, OMACP v2 (ver código em *Matlab* no APÊNDICE B), adiciona ao OMACP v1 um mecanismo que automatiza a escolha de parâmetros cujos valores dependem de um ajuste manual do usuário (constantes c_1 e c_2).

Já a terceira versão, OMACP v3 (ver código em *Matlab* no APÊNDICE C), considera os métodos de agrupamento de *k-means* e o mapa de Kohonen para a geração de não apenas um padrão representativo por classe, mas a possibilidade de geração de mais de um protótipo por classe.

5.1 Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v1

Originalmente, o ODF* considera como padrão de referência (f_W) a ser identificado em uma imagem de busca (g), uma subimagem extraída de uma imagem de referência (f). Portanto, na tentativa de melhorar a resposta desse operador, em vez de se utilizar um único padrão como referência, será utilizado um padrão representativo de classe. Este padrão representativo é obtido a partir de um conjunto de treinamento contendo elementos que pertencem a essa classe.

Em uma primeira abordagem um vetor protótipo será ajustado conforme a Equação (5.1). Quando o processo de treinamento chega ao fim, o vetor protótipo *CWV* (*Code Word Vector*) contém parcelas de informações de todas as variações presentes no conjunto de treinamento, e é chamado de padrão representativo.

Na iteração k , o *CWV* é ajustado proporcionalmente à diferença entre um padrão de entrada (*data*) e o valor do *CWV* na iteração $k - 1$, essa proporção é definida pela taxa de aprendizagem, sendo:

$$CWV_k = CWV_{k-1} + \alpha(data_n - CWV_{k-1}). \quad (5.1)$$

É possível utilizar as taxas de aprendizagem α e β , ou seja:

$$CWW_k = CWW_{k-1} \beta + data_n \alpha. \quad (5.2)$$

em que $\alpha = 1/(N + 1)$, $\beta = N/(N + 1)$, N é o número de padrões contidos no conjunto de treinamento, CWW_k é o padrão representativo a ser encontrado, CWW_{k-1} assume CWW_k em cada rodada de treinamento, e $data_n$ são as possíveis N variações do padrão contidas no conjunto de treinamento.

O padrão representativo CWW previamente treinado de uma determinada classe será utilizado como padrão de referência no operador morfológico. O processo de treinamento do padrão representativo de uma classe será denominado de Máquina Adaptativa (MA).

A Máquina Adaptativa proposta é formada por um algoritmo aplicado à construção do padrão representativo de uma classe. Tal algoritmo utiliza um conjunto de treinamento, que contém possíveis variações nos padrões da classe, juntamente com um método de agrupamento.

É importante salientar que Silva (1998), Rempel (1999) e Souza (2012) utilizaram o ODF inserido em um contexto de novas redes neurais, inspiradas na rede morfológica proposta por Silva (1998), que utiliza um mecanismo de treinamento semelhante ao modelo de competição criado por Kohonen, associado a um sistema de reset inspirado no modelo ART proposto por Carpenter e Grossberg, ou adaptações para obtenção de treinamento supervisionado conforme apresentado em Souza (2012). No entanto, aqui não se propõe a utilização de uma rede neural, mas apenas um novo paradigma de aprendizagem de *templates*, implementado a partir de algoritmos de treinamento utilizados para obtenção do vetor protótipo de uma classe, a ser utilizado em operadores morfológicos inspirados no operador de casamento de *templates* apresentados em Faria (1997) e Banon e Faria (1997).

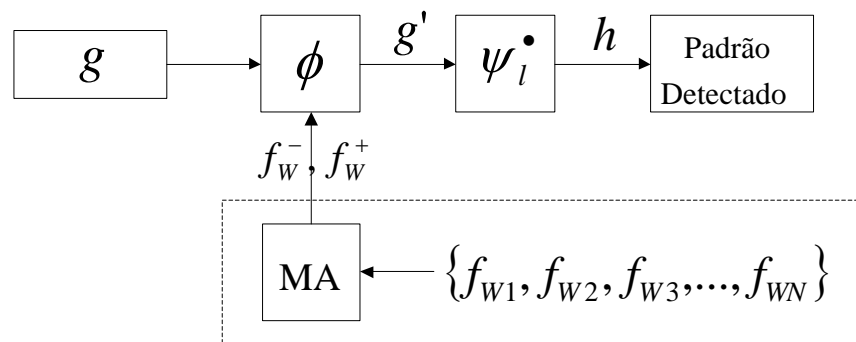
A formalização do operador proposto necessita de algumas definições. Considere:

- a) $f_{Wj} \in K_m^W, j = 1, \dots, N$;
- b) $g \in K_m^D$;
- c) $f_W \in K_m^W$;
- d) $g' \in K_n^E$; e
- e) $h \in K_1^E$.

Sendo respectivamente:

- a) as N variações de um mesmo padrão contidas no conjunto de treinamento;
- b) a imagem de busca (sinal de entrada);
- c) padrão representativo, resultante da máquina adaptativa;
- d) indica a medida de correlação morfológica da imagem g em relação ao padrão representativo f_w ; e
- e) imagem resultante do operador de limiarização, que localiza o padrão f_w dentro da imagem de entrada g de acordo com uma condição de casamento definida a partir de um grau de similaridade pré-estabelecido. Essa condição de casamento é uma percentagem do número total de pixels do padrão representativo (valor máximo da correlação morfológica).

Figura 20 – Diagrama de blocos da THM adaptativa proposta.



Fonte: Adaptado de Almeida Filho *et al.* (2014).

Então, é possível definir uma THM adaptativa como mostrado no diagrama de blocos da Figura 20. Essa transformação será chamada de Operador Morfológico Adaptativo de Casamento de Padrões (OMACP). Na parte superior do diagrama de blocos da Figura 20 está representado o ODF. Ao acrescentar a parte tracejada obtém-se o OMACP. A parte tracejada representa o processo de treinamento do padrão representativo. Esse bloco é formado pela máquina adaptativa (MA) e pelo conjunto de treinamento. A máquina adaptativa executa os seguintes procedimentos:

1. Inicia aleatoriamente o padrão representativo.
2. Escolhe uma amostra a partir do conjunto de treinamento.
3. Aplica a regra de aprendizagem (Equação 5.2).

4. Repete (1, 2) até que uma condição de parada seja satisfeita para o cálculo de f_W .
5. Retorna $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ considerando as Equações 4.11 e 4.12.
6. Fim.

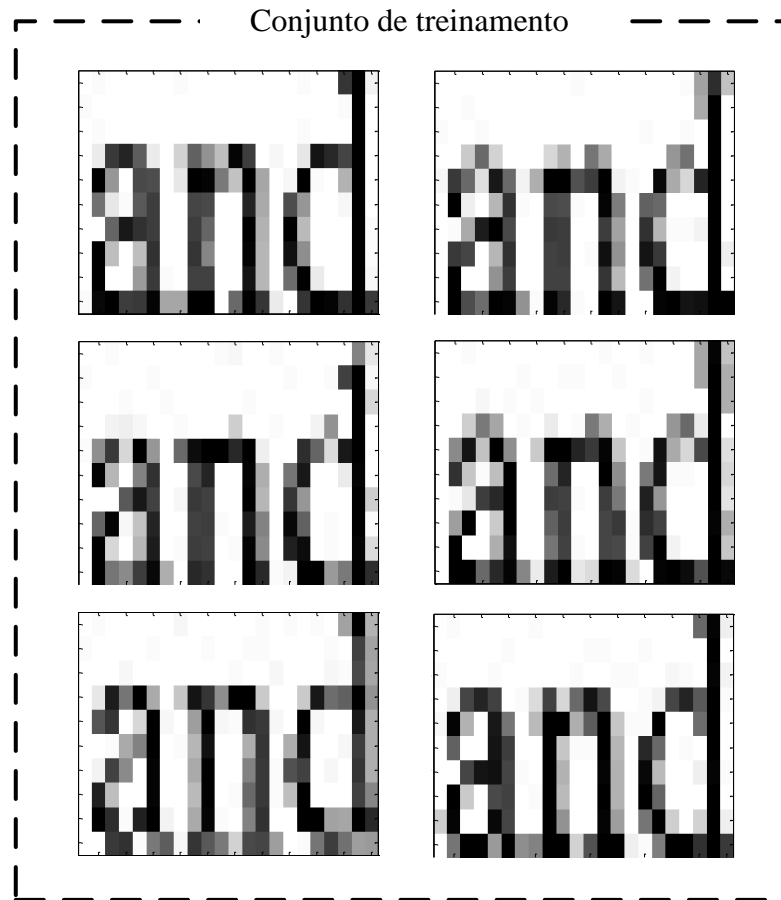
5.1.1 Experimentos Utilizando o OMACP v1

Para os primeiros experimentos utilizando o OMACP v1 aqui proposto, a imagem da Figura 15 foi considerada como imagem de busca. Diferente dos casos do OMCP e ODF*, que utilizam apenas um padrão de referência na tarefa de detecção, o OMACP utiliza um padrão representativo previamente treinado pela máquina adaptativa com a ajuda de um conjunto de treinamento. O padrão a ser detectado também foi definido como a imagem referente à palavra “and”. O conjunto de treinamento foi formado por modelos da imagem da palavra “and” selecionados de outras partes do livro, e não do trecho apresentado na Figura 15.

A Figura 21 mostra uma parte do conjunto de treinamento para a geração do padrão representativo da palavra “and”. O conjunto de treinamento nesse caso especificamente foi formado por 10 elementos. O conjunto de treinamento deve ser formado por elementos que contenham pequenas variações no padrão da imagem da palavra, como pode ser observado na Figura 21.

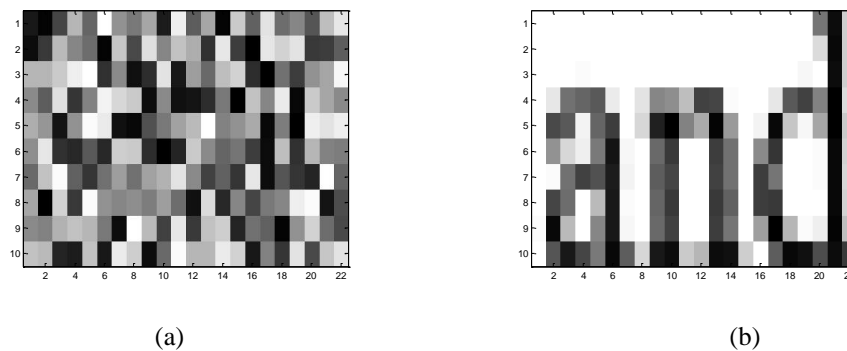
Inicialmente a imagem do padrão representativo é iniciada com valores aleatórios, e após o treinamento, a mesma deve conter características dos vários casos contidos no conjunto de treinamento. A Figura 22 apresenta o padrão representativo da palavra “and” antes e após o seu treinamento pela máquina adaptativa.

Figura 21 – Representação de parte do conjunto de treinamento do padrão representativo da imagem da palavra “and”.



Fonte: Autor.

Figura 22 – (a) Imagem do padrão representativo da palavra “and” antes do treinamento e (b) após o treinamento.

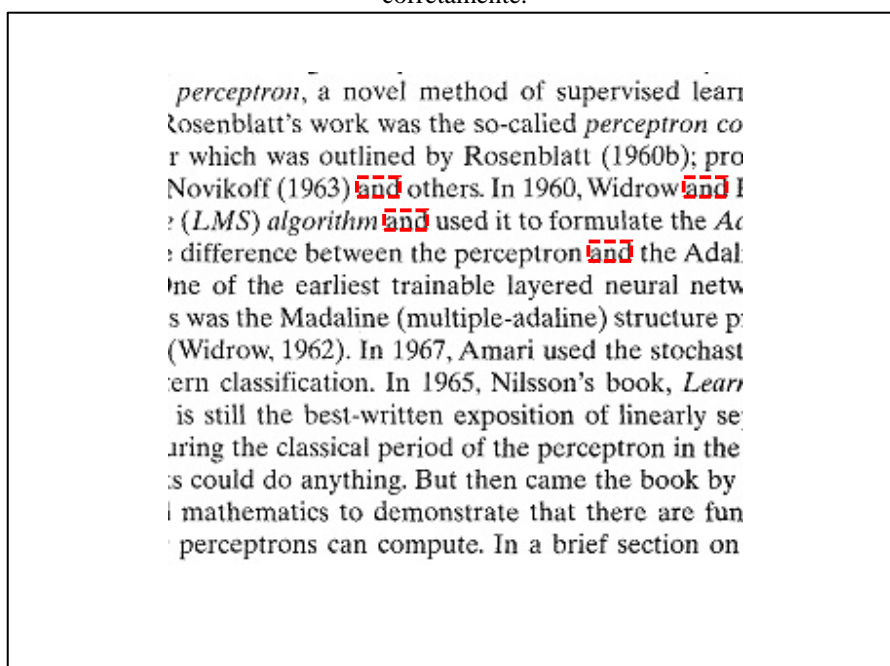


Fonte: Autor.

Após o cálculo do padrão representativo, devem ser geradas as imagens f_W^- e f_W^+ . Como no caso do OMCP e ODF, essas imagens são obtidas a partir da aplicação das Equações 4.11 e 4.12.

A Figura 23 mostra o resultado final da aplicação do OMACP v1 na detecção do padrão da imagem da palavra “and” na imagem da Figura 15. Os valores do parâmetro F e do grau de similaridade utilizados foram $F = 140$ e $s = 81\%$, sendo o grau de similaridade ajustado experimentalmente para que ocorrências de resultados falsos positivos não fossem observadas.

Figura 23 – Resultado final da busca do OMACP pela imagem “and”. Todos os padrões foram encontrados corretamente.



Fonte: Autor.

É possível observar que através do OMACP, todas as quatro ocorrências do padrão de referência foram encontradas corretamente. Dessa maneira, nesse experimento, ao ser comparado com o OMCP (ver resultado na p. 59), e com o ODF* (ver resultados na p. 61), o OMACP v1 mostrou-se mais adequado em relação à detecção de todas as ocorrências do padrão de referência dentro da imagem de busca.

Esse resultado poderia ser esperado, pois como o padrão de referência utilizado pelo OMACP v1 na tarefa de detecção foi obtido através da aplicação de um processo de aprendizagem sobre um conjunto de treinamento, o vetor protótipo resultante (padrão representativo) incorpora características de todos os elementos pertencentes ao conjunto de treinamento, generalizando e facilitando a detecção por parte do OMACP v1 da classe representada pelo padrão representativo.

Embora esse operador consiga localizar padrões de referência dentro de imagens de busca, os valores do grau de similaridade e das constantes de folga c_1 e c_2 utilizadas nas Equações 4.11 e 4.12 dependem de parâmetros cujos valores podem ser de difícil ajuste, dependendo da experiência do usuário e da aplicação em questão.

Experimentos realizados (ver Apêndice D) demonstraram que o desempenho do OMACP v1 tem dependência do grau de similaridade escolhido. Nesse trabalho, o grau de similaridade considerado em todos os experimentos foi ajustado experimentalmente para que ocorrências de resultados falsos positivos fossem mínimas ou não observadas. Nos Apêndices D, E e F é possível verificar a resposta de experimentos similares aos apresentados ao longo do trabalho considerando o grau de similaridade variando de 50% a 100%.

5.2 Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v2

Na seção anterior foi definido e detalhado o Operador Morfológico Adaptativo de Casamento de Padrões (OMACP v1) como uma alternativa a ser utilizada nas aplicações de reconhecimento de padrões com folga em imagens em níveis de cinza.

O OMACP v1 mostrou-se eficiente em testes preliminares quando comparado com o OMCP e ODF*, porém é bastante dependente de parâmetros que podem ser de difícil ajuste, como as constantes de folga (relaxação) c_1 e c_2 . A aplicação em questão e a experiência do usuário são fatores determinantes na definição de valores adequados de c_1 e c_2 . Portanto, é interessante a investigação de métodos que automatizem a escolha dos valores desses parâmetros como parte do treinamento do operador.

Tanto no OMCP, quanto no ODF* e no OMACP v1, as constantes de folga c_1 e c_2 são definidas como escalares. Isso significa que todos os pixels pertencentes ao padrão de referência sofrerão o mesmo valor de folga para a geração das imagens f_W^- e f_W^+ de acordo com as equações 4.11 e 4.12.

No OMACP v2 o conceito de constantes de folga é substituído por imagens (ou funções) de folga. Cada pixel do padrão representativo recebe valores diferentes de folga. Dessa maneira, as equações 4.11 e 4.12 podem ser reescritas como:

$$f_W^-(x) \triangleq \max\left(0, \min\left(m, f_W(x) - f_W^{c_1}(x)\right)\right) \quad (x \in W); \quad (5.3)$$

$$f_W^+(x) \triangleq \max\left(0, \min\left(m, f_W(x) + f_W^{c_2}(x)\right)\right) \quad (x \in W), \quad (5.4)$$

em que $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ são definidas como as imagens de folga que serão utilizadas para a definição dos intervalos considerados em torno do padrão f_W para que seja realizada a detecção.

Os trabalhos relacionados aos operadores morfológicos para casamento de padrões via ELUTs sempre consideraram um intervalo constante (definido por c_1 e c_2) em torno de cada pixel do padrão de referência. Portanto, a definição das imagens de folga representa uma nova abordagem, já que possibilita que cada pixel do padrão de referência receba valores exclusivos para a definição desse intervalo.

Para a geração do padrão representativo de uma classe foi utilizado um conjunto de treinamento contendo possíveis variações dessa classe. A partir dos dados do conjunto de treinamento, que deve representar bem a classe em questão, foram extraídas algumas informações que pudessem ajudar na escolha das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$. Neste trabalho foram investigadas quatro maneiras diferentes para a obtenção das imagens de folga a partir das informações contidas nos dados do conjunto de treinamento:

1. Considerando o valor do desvio padrão de cada pixel contido nos elementos do conjunto de treinamento.

$$f_W^{c_1}(x) \triangleq \sigma([f_{W_1}(x) \dots f_{W_N}(x)]) \quad (x \in W); \quad (5.5)$$

$$f_W^{c_2}(x) \triangleq \sigma([f_{W_1}(x) \dots f_{W_N}(x)]) \quad (x \in W). \quad (5.6)$$

2. Considerando duas vezes o valor do desvio padrão de cada pixel contido nos elementos do conjunto de treinamento.

$$f_W^{c_1}(x) \triangleq 2\sigma([f_{W_1}(x) \dots f_{W_N}(x)]) \quad (x \in W); \quad (5.7)$$

$$f_W^{c_2}(x) \triangleq 2\sigma([f_{W_1}(x) \dots f_{W_N}(x)]) \quad (x \in W). \quad (5.8)$$

3. Considerando os valores máximo e mínimo da diferença entre os pixels dos elementos do conjunto de treinamento e do padrão representativo.

$$f_W^{c_1}(x) \triangleq \text{abs} \left(\min([f_{W_1}(x) \dots f_{W_N}(x)] - f_W(x)) \right) \quad (x \in W); \quad (5.9)$$

$$f_W^{c2}(x) \triangleq \text{abs} \left(\max([f_{W1}(x) \dots f_{WN}(x)] - f_W(x)) \right) \quad (x \in W). \quad (5.10)$$

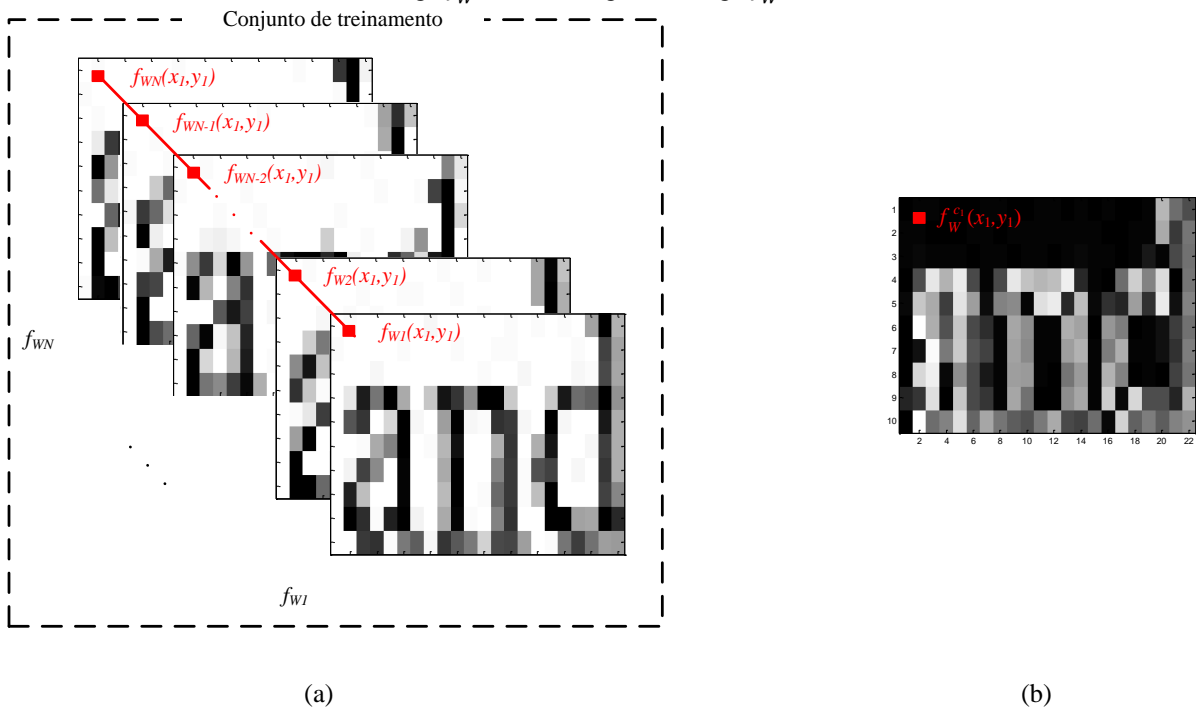
4. Considerando a média da diferença entre os pixels dos elementos do conjunto de treinamento e do padrão representativo.

$$f_W^{c1}(x) \triangleq \text{mean} \left(\text{abs}([f_{W1}(x) \dots f_{WN}(x)] - f_W(x)) \right) \quad (x \in W); \quad (5.11)$$

$$f_W^{c2}(x) \triangleq \text{mean} \left(\text{abs}([f_{W1}(x) \dots f_{WN}(x)] - f_W(x)) \right) \quad (x \in W). \quad (5.12)$$

A Figura 24 ilustra como é feita a seleção dos pixels das imagens contidas no conjunto de treinamento para a definição das imagens de folga $f_W^{c1}(x)$ e $f_W^{c2}(x)$.

Figura 24 – (a) Representação dos dados contidos no conjunto de treinamento para a obtenção da imagem de folga $f_W^{c1}(x)$ (b) imagem de folga $f_W^{c1}(x)$.



Fonte: Autor.

Como exemplo de cálculo para a obtenção das imagens de folga da Figura 24, o valor do pixel $f_W^{c1}(x_1, y_1)$ pode ser definido através da Equação 5.7 como:

$$f_W^{c1}(x_1, y_1) \triangleq 2\sigma([f_{W1}(x_1, y_1) \dots f_{WN}(x_1, y_1)]). \quad (5.13)$$

Considerando como exemplo prático $x_1 = 2$ e $y_1 = 2$, os pixels de cinco dos elementos do conjunto de treinamento ilustrados na Figura 24 possuem os seguintes valores:

$$f_{W_1}(2,2) = 255; \quad (5.14)$$

$$f_{W_2}(2,2) = 252; \quad (5.15)$$

$$f_{W_3}(2,2) = 252; \quad (5.16)$$

$$f_{W_4}(2,2) = 255; \quad (5.17)$$

$$f_{W_5}(2,2) = 248. \quad (5.18)$$

Esses pixels pertencem a uma região da imagem predominantemente branca, e possuem valores bem próximos. Dessa maneira, quando aplicada a Equação 5.13 sobre esse conjunto de dados, obtém-se um valor de folga pequeno para esse pixel especificamente, como pode ser visto na Equação 5.19.

$$f_W^{c_1}(2,2) \triangleq 2\sigma([255 \ 252 \ 252 \ 255 \ 248]) = 6. \quad (5.19)$$

Considerando $x_1 = 6$ e $y_1 = 2$, os valores dos pixels dos elementos do conjunto de treinamento são:

$$f_{W_1}(6,2) = 112; \quad (5.21)$$

$$f_{W_2}(6,2) = 0; \quad (5.22)$$

$$f_{W_3}(6,2) = 49; \quad (5.23)$$

$$f_{W_4}(6,2) = 182; \quad (5.24)$$

$$f_{W_5}(6,2) = 210. \quad (5.25)$$

Esse pixel possui um desvio padrão maior entre os elementos que compõem o conjunto de treinamento. Portanto, deve receber um valor de folga maior que no caso anterior. Esse valor está calculado na Equação 5.25.

$$f_W^{c_1}(6,2) \triangleq 2\sigma([112 \ 0 \ 49 \ 182 \ 210]) = 176. \quad (5.25)$$

Dessa maneira, como cada pixel do padrão representativo receberá valores exclusivos de folga, espera-se que o operador torne-se mais seletivo nas operações de casamento de padrões.

Uma nova máquina adaptativa é então responsável pela definição do padrão representativo e pela geração das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ a partir dos dados do conjunto de treinamento para a definição das imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$.

A nova máquina adaptativa executa os seguintes procedimentos:

1. Inicia aleatoriamente o padrão representativo.
2. Escolhe uma amostra a partir do conjunto de treinamento.
3. Aplica a regra de aprendizagem (Equação 5.2).
4. Repete (1, 2) até que uma condição de parada seja satisfeita para o calculo de f_W .
5. Retorna as imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ considerando um dos casos definidos pelas Equações 5.5 a 5.12.
6. Retorna $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ considerando as Equações 5.3 e 5.4.
7. Fim.

5.2.1 Experimentos Utilizando o OMACP v2

Em um primeiro experimento, o OMACP v2 foi aplicado ao problema descrito na Seção (5.1.1). Foi utilizado o mesmo conjunto de treinamento e a mesma regra de aprendizagem para a geração do padrão representativo. As constantes de folga c_1 e c_2 , ajustadas experimentalmente na Seção (5.1.1), foram substituídas pelas imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ definidas pelas Equações 5.5 a 5.12. O problema consiste em identificar as quatro ocorrências do padrão representativo da palavra “and” (Figura 22(b)) dentro da imagem de um texto extraído de um livro (Figura 15).

A Tabela 1 mostra um resumo dos resultados da detecção do padrão representativo da Figura 22(b) dentro da imagem de busca (Figura 15) obtidos a partir da aplicação do OMACP v2 considerando as imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12.

Tabela 1 – Resumo dos resultados da detecção do padrão representativo da Figura 22(b) dentro da imagem de busca (Figura 15) obtidos a partir da aplicação do OMACP v2 considerando as imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12.

	OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6	OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8	OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10	OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12
Grau de similaridade	74%	86%	83%	66%
Taxa de acertos	75%	100%	100%	50%
Precisão	100%	100%	100%	100%

Fonte: elaborada pelo autor.

A partir dos dados mostrados na Tabela 1 é possível verificar que o OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8 e baseado nas Equações 5.9 e 5.10 conseguiram identificar todas as quatro ocorrências (taxa de acerto igual a 100%) do padrão representativo da palavra “and” na imagem da Figura 15. O OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6 e baseado nas Equações 5.11 e 5.12 não obtiveram resultados satisfatórios, o que indica que as Equações 5.5 e 5.6 e as Equações 5.11 e 5.12 não seriam as mais recomendadas para os cálculos de $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ em tarefas de detecção.

Como a escolha do grau de similaridade influencia no desempenho do OMACP v2 (ver Apêndice D), o grau de similaridade para todos os casos considerados foi ajustado manualmente para que não houvesse ocorrências de resultados falsos positivos.

A Tabela 2 mostra o tempo de busca do OMACP no experimento da identificação do padrão da palavra “and” dentro da imagem de texto.

Tabela 2 - Tempo de busca do OMACP no experimento da identificação do padrão da palavra “and” dentro da imagem de texto.

Intel Core i5-2410M, 2,30MHz. 4GB Ram DDR3 1333MHz. Windows 7. Matlab 2014b.	Tamanho da imagem de busca	253 x 295 pixels
	Tamanho do padrão de referência	10 x 22 pixels
	Tempo médio de busca do algoritmo	0.12 segundo

Fonte: elaborada pelo autor.

Em outro experimento utilizando o OMACP v2 foram selecionadas 21 imagens de satélite TM/Landsat a partir da base de dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais –

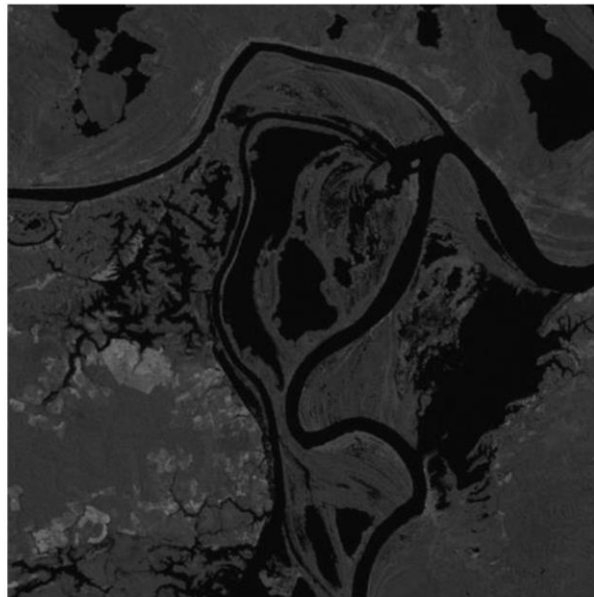
INPE (disponíveis em <http://www.dgi.inpe.br/CDSR>). Através dessa base de dados, é possível ter acesso a imagens da mesma cena obtidas em momentos diferentes. Como foram obtidas em momentos diferentes, essas imagens são parecidas, porém, não são iguais. Dessa maneira são adequadas para compor o conjunto de treinamento utilizado pela Máquina Adaptativa na tarefa de geração de um padrão representativo a ser identificado.

As imagens selecionadas foram subimagens de tamanho 500x500 de 21 imagens TM/LANDSAT, banda 5, órbita/ponto 229/62, obtidas nas passagens do satélite entre os anos de 1991 a 2010.

A Figura 25 mostra um exemplo de imagem de busca selecionada.

Como no caso anterior, o objetivo é encontrar na imagem de busca da Figura 25 um padrão previamente treinado. O padrão a ser detectado foi definido como sendo a imagem mostrada na Figura 26.

Figura 25 – Subimagem de tamanho 500x500 da imagem TM/LANDSAT, banda 5, órbita/ponto 229/62, obtida na passagem de 10/08/1991.



Fonte: Autor.

Figura 26 – Padrão (ampliado e processado com a função *histeq* do *Matlab*) a ser detectado nas imagens de busca.



Fonte: Autor.

Como já explicado, a imagem do padrão representativo é iniciada com valores aleatórios, e após o treinamento, a mesma deve conter características dos vários casos contidos no conjunto de treinamento. Diferente do caso do OMACP v1, no OMACP v2 as constantes de folga c_1 e c_2 agora são imagens que contém informações de cada pixel pertencente às imagens que formam o conjunto de treinamento. As Figuras 27 a 30 mostram as imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ resultantes a partir das Equações 5.5 a 5.12 para o cálculo dos intervalos considerados em torno do padrão representativo f_W para que seja realizada uma detecção com folga.

Figura 27 – Imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) a partir das Equações 5.5 e 5.6.



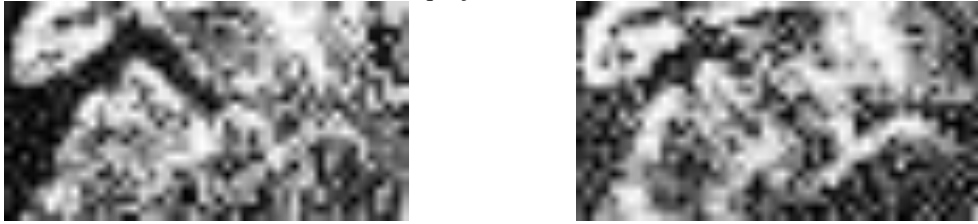
Fonte: Autor.

Figura 28 – Imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) a partir das Equações 5.7 e 5.8.



Fonte: Autor.

Figura 29 – Imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) a partir das Equações 5.9 e 5.10.



Fonte: Autor.

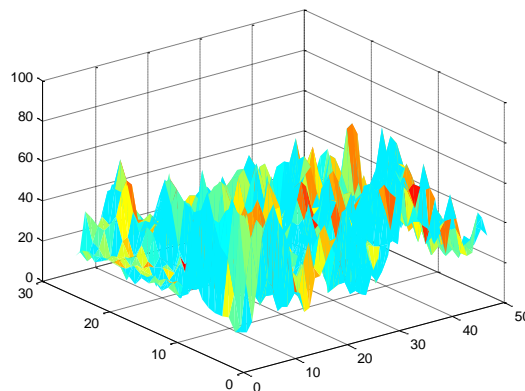
Figura 30 – Imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) a partir das Equações 5.11 e 5.12.



Fonte: Autor.

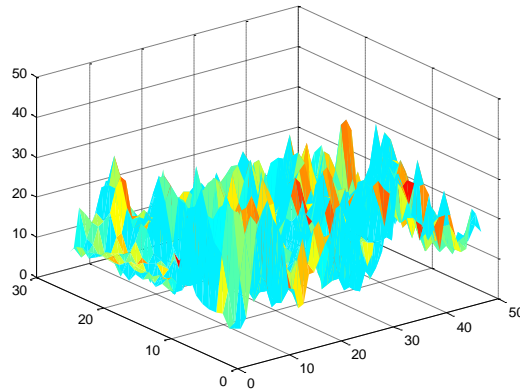
Apesar de semelhantes, as imagens das figuras acima guardam diferenças entre si. As Figuras 31 a 34 mostram uma representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ resultantes a partir das Equações 5.5 a 5.12. A Figura 35 mostra como seria a mesma representação de uma imagem de folga gerada a partir das constantes $c_1 = c_2 = C$.

Figura 31 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.5 e 5.6.



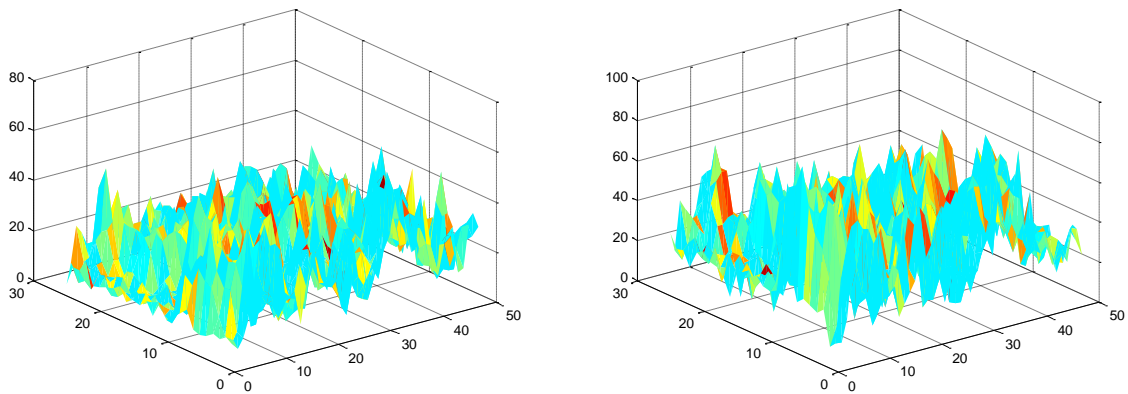
Fonte: Autor.

Figura 32 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.7 e 5.8.



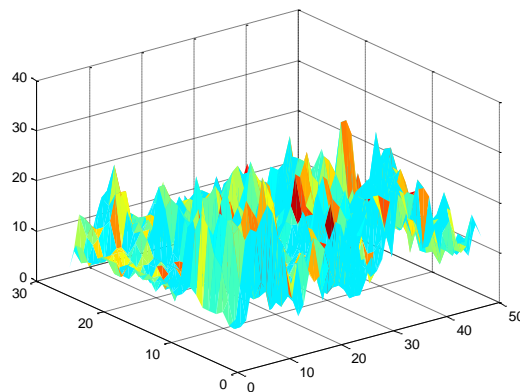
Fonte: Autor.

Figura 33 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.9 e 5.10.



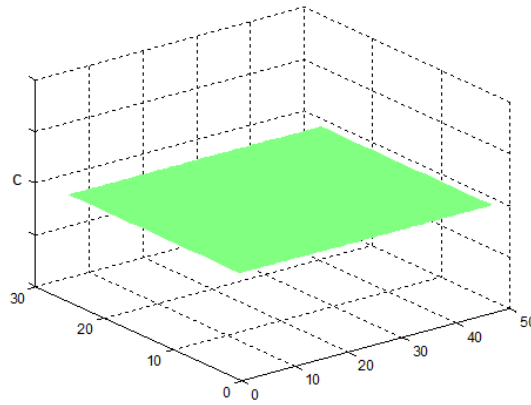
Fonte: Autor.

Figura 34 – Representação topográfica das imagens de folga $f_W^{c_1}(x) = f_W^{c_2}(x)$ a partir das Equações 5.11 e 5.12.



Fonte: Autor.

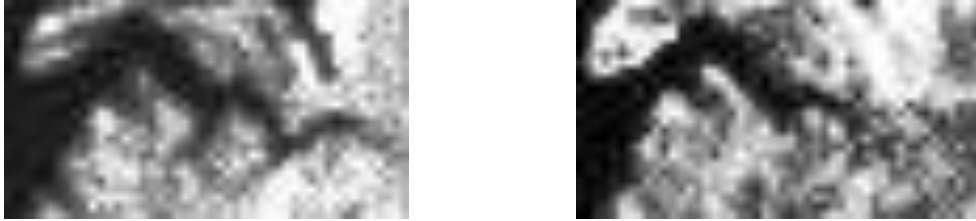
Figura 35 – Representação topográfica de uma imagem de folga gerada partir das constantes $c_1 = c_2 = C$.



Fonte: Autor.

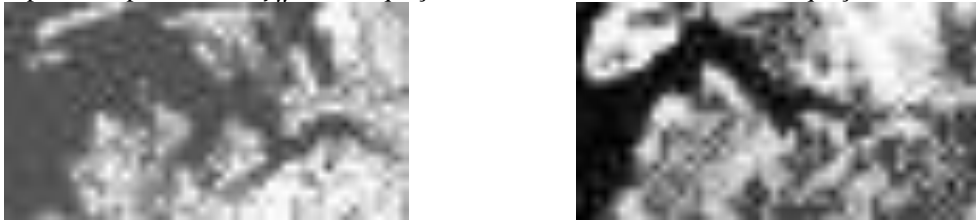
As Figuras 36 a 39 mostram as imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ obtidas a partir das equações 5.3 e 5.4 combinadas com as equações 5.5 a 5.12 respectivamente. A Figura 40 mostra como ficariam essas imagens considerando as constantes de folga $c_1 = c_2 = 30$.

Figura 36 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.5 e 5.6.



Fonte: Autor.

Figura 37 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.7 e 5.8.



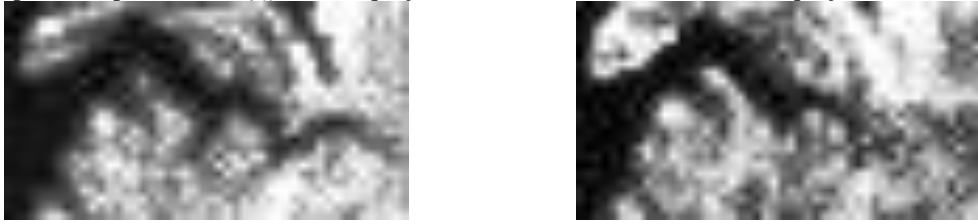
Fonte: Autor.

Figura 38 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.9 e 5.10.



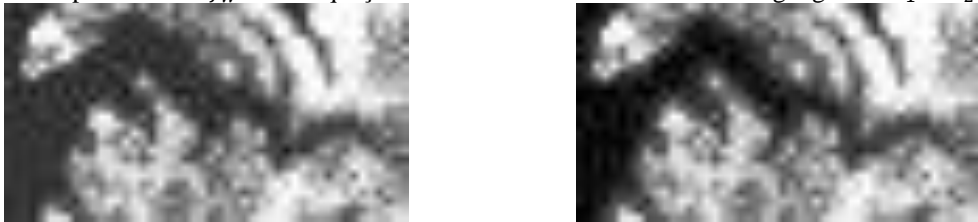
Fonte: Autor.

Figura 39 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.3 e 5.4 combinadas com as Equações 5.11 e 5.12.



Fonte: Autor.

Figura 40 – Imagens $f_W^-(x)$ e $f_W^+(x)$ (ampliadas e processadas com a função *histeq* do *Matlab*) obtidas a partir do padrão representativo f_W e das Equações 5.11 e 5.12 com constantes de folga iguais a $c_1 = c_2 = 30$.

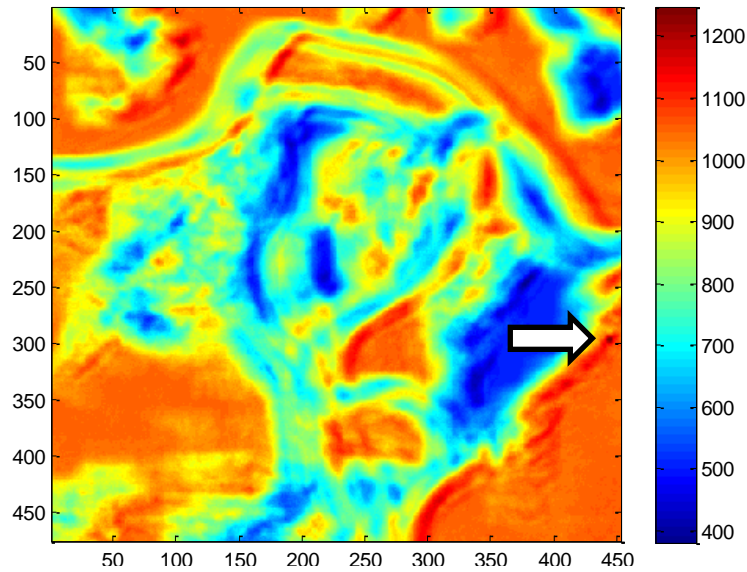


Fonte: Autor.

Uma vez obtidas, f_W^- e f_W^+ são utilizadas como referência no operador ϕ , como mostra a Figura 20. A resposta desse operador é outra imagem que representa a correlação morfológica entre o padrão de referência e a imagem de busca.

A Figura 41 mostra o resultado do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 25 e como referência as imagens da Figura 37. Quanto maior for o valor de seus pixels, maior será a medida de correlação entre o padrão de referência e a região de maior valor de pixel. No caso da Figura 41, esse pixel está localizado na parte superior direita do quarto quadrante, que marca a localização do padrão de referência na Figura 25.

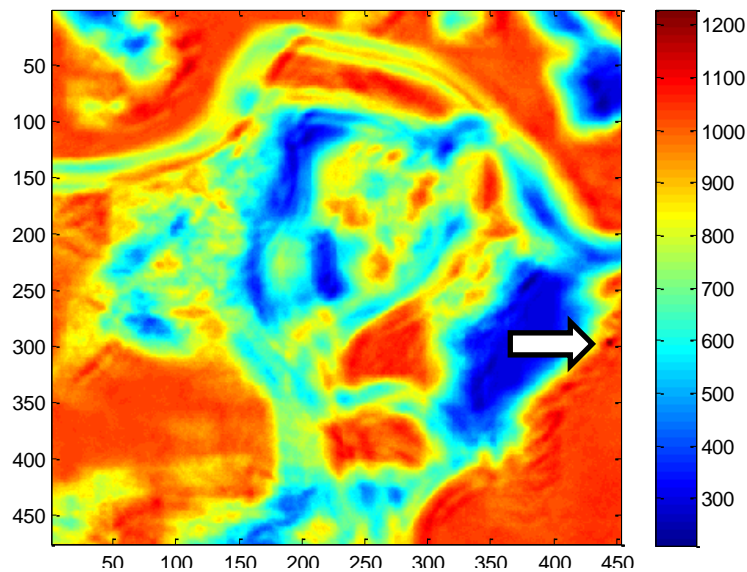
Figura 41 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 25 e como referência as imagens da Figura 37. É possível identificar um maior valor de correlação morfológica na parte superior direita do quarto quadrante.



Fonte: Autor.

A Figura 42 mostra o resultado do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 25 e como referência as imagens da Figura 40 considerando $c_1 = c_2 = 30$.

Figura 42 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 25 e como referência as imagens da Figura 40 considerando $c_1 = c_2 = 30$. É possível identificar um maior valor de correlação morfológica na parte superior direita do quarto quadrante.

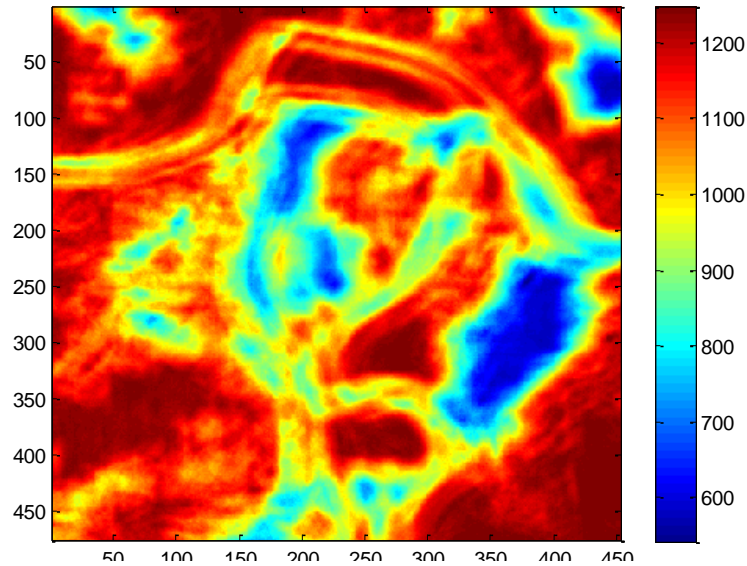


Fonte: Autor.

Também é possível identificar o padrão localizado na parte superior direita do quarto quadrante. No entanto, quando se considera o resultado do operador ϕ tendo como

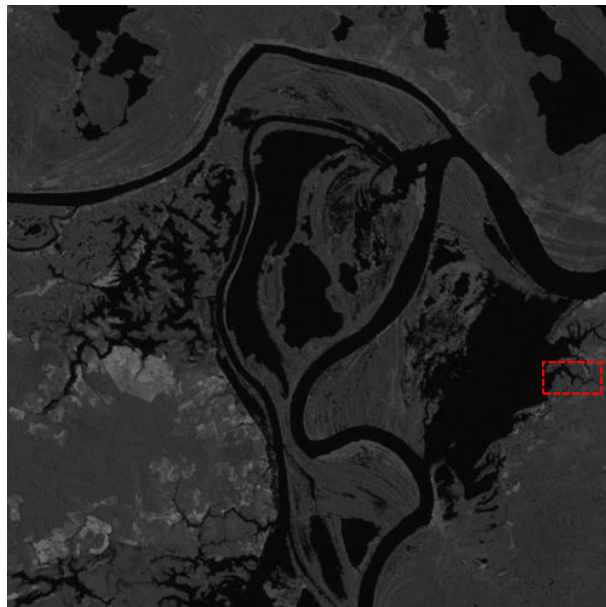
referência as imagens da Figura 40 considerando $c_1 = c_2 = 45$, não é possível mais identificar a localização de padrão de referência, como pode ser observado na Figura 43.

Figura 43 – Imagem resultante do operador ϕ tendo como entrada a imagem da Figura 25 e como referência as imagens da Figura 40 considerando $c_1 = c_2 = 45$. Não é possível identificar um ponto de maior correlação morfológica.



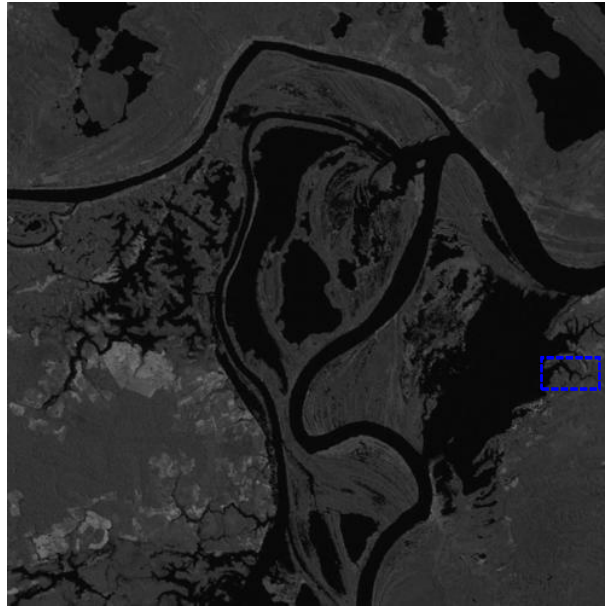
Fonte: Autor.

Figura 44 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 41. O padrão de referência foi localizado corretamente.



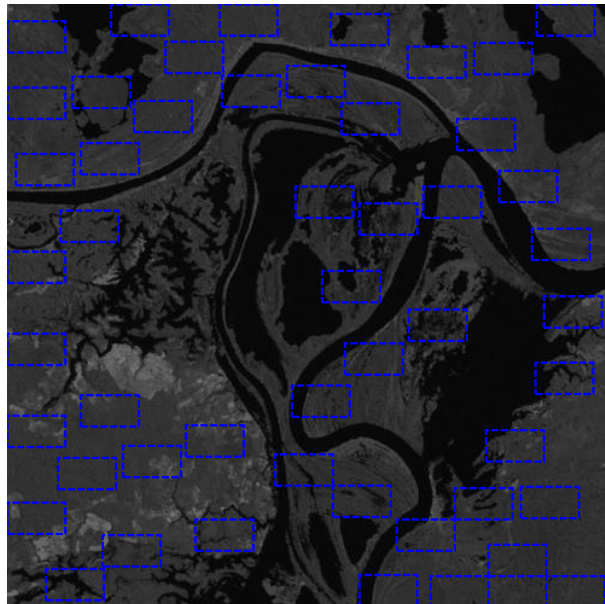
Fonte: Autor.

Figura 45 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 42. O padrão de referência foi localizado corretamente.



Fonte: Autor.

Figura 46 – Resultado final da busca do operador morfológico após a operação de limiarização ser aplicada sobre a imagem da Figura 43. O padrão de referência não foi localizado corretamente.



Fonte: Autor.

As Figuras 44 a 46 mostram o resultado final do operador morfológico considerando um grau de similaridade de 95% aplicado sobre as imagens das Figuras 41 a 43.

A partir das Figuras 45 e 46 fica evidente a importância da escolha de bons valores para as constantes c_1 e c_2 . Enquanto para o caso de $c_1 = c_2 = 30$ a resposta do operador considerando um grau de similaridade de 95% foi correta, para o caso $c_1 = c_2 = 45$, o operador não foi capaz de localizar o padrão desejado corretamente na imagem de busca, tendo aparecido várias ocorrências de falsos positivos. Os métodos propostos para a definição automática das imagens de folga, que substituem as constantes de folga, têm como objetivo eliminar esse problema, retirando a responsabilidade dessa escolha do usuário.

A Tabela 3 mostra os resultados comparativos da utilização dos métodos OMACP V2 e OMACP v1 na busca pelo padrão da Figura 26 em 21 diferentes imagens semelhantes à imagem da Figura 25 obtidas a partir de passagens do satélite entre os anos de 1991 a 2010.

A partir da análise dos dados da Tabela 3 é possível observar que os métodos do OMACP v2 com imagens de folga baseadas nas Equações 5.5 e 5.6, Equações 5.7 e 5.8 e nas Equações 5.9 e 5.10 obtiveram os melhores resultados em relação a quantidade de padrões reconhecidos corretamente, tendo superado o método do OMACP v1.

Tabela 3 – Resultados comparativos da utilização dos métodos do OMACP.

	OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6	OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8	OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10	OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12	OMACP v1
Qtd. Imagens testadas	21	21	21	21	21
Qtd. padrões reconhecidos corretamente	20	21	20	16	19
Grau similaridade médio	72%	96,3%	93,6%	79,8%	94,9%
σ do grau de similaridade	4,46	1,83	2,99	4,59	2,48
Taxa de acerto	95%	100%	95%	76%	90%
Precisão	100%	100%	100%	100%	100%

Fonte: elaborada pelo autor.

O valor do grau de similaridade para cada caso foi ajustado experimentalmente para que não houvesse ocorrências de resultados falsos positivos. O valor médio utilizado para o reconhecimento nas 21 imagens utilizadas nos testes foi de 96,3% para o OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8, 93,6% para o OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10 e

72% para o OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6. Esse número isoladamente não significa muito, porém quando é analisado espalhamento desse valor considerando cada uma das 21 imagens testadas, é percebido um comportamento mais equilibrado (menor espalhamento) para o caso do OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8.

A Figura 47 mostra os histogramas dos valores de grau de similaridade considerados no OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 a 5.12 para que o padrão fosse encontrado corretamente nas 21 imagens consideradas para o teste. O eixo horizontal dos histogramas apresentados na Figura 47 mostra os valores de similaridade considerados e o eixo vertical mostra a quantidade de imagens de teste em que o padrão foi reconhecido corretamente de acordo com o grau de similaridade indicado.

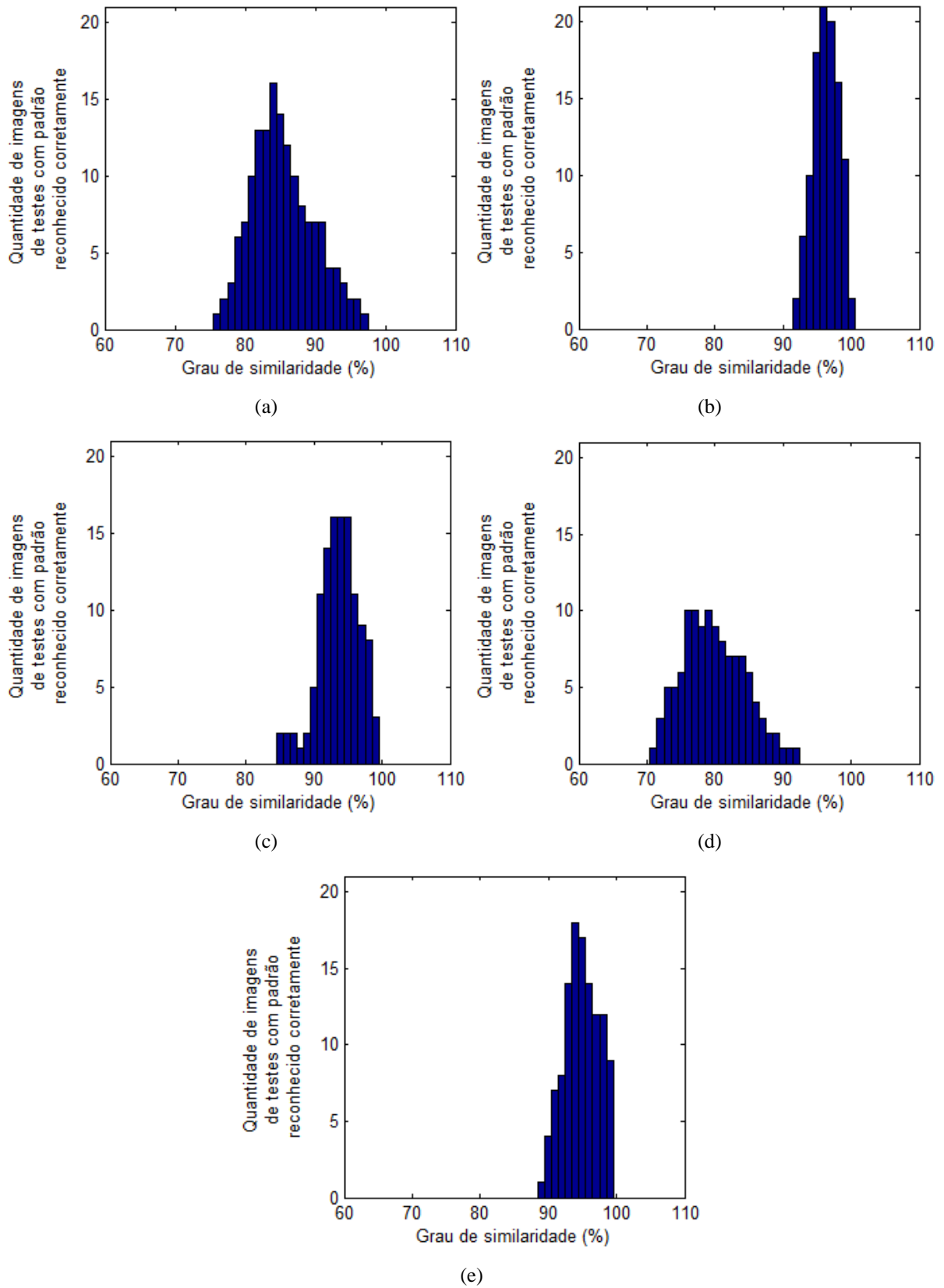
Como o grau de similaridade é um parâmetro a ser ajustado experimentalmente, quanto menor for o seu espalhamento, mais fácil será para o usuário definir o seu melhor valor para uma determinada aplicação. A partir da análise da Figura 47, é possível perceber que o OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8 possui o menor espalhamento dos valores de grau de similaridade considerados para que o padrão de referência fosse encontrado corretamente nas 21 imagens de busca.

Se o grau de similaridade for ajustado com um valor acima do ideal, o padrão não será localizado na imagem de busca. Por outro lado, se o grau de similaridade for ajustado com um valor abaixo do ideal, o padrão será localizado na imagem de busca, porém ocorrências de falsos positivos também surgirão. A Figura 48 ilustra um caso em que o grau de similaridade foi subestimado. Para esse caso, considerando uma imagem obtida na passagem do satélite em 09/09/2008, o grau de similaridade ideal obtido experimentalmente para esse caso especificamente encontra-se dentro do intervalo [94% 97%], porém, a imagem da Figura 48 mostra o resultado do OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8 ajustado com um grau de similaridade de 93%.

A partir da Figura 48, é possível verificar que o padrão foi localizado corretamente (em vermelho), no entanto, outras duas ocorrências de falsos positivos (em azul) também foram retornadas pelo operador.

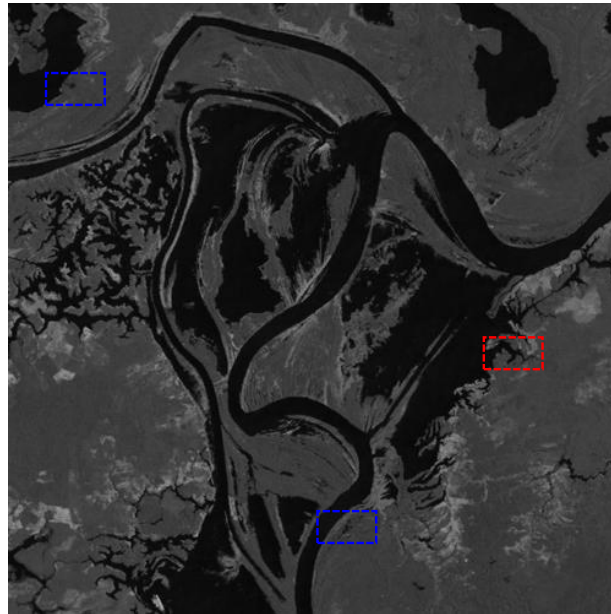
Assim, o grau de similaridade representa um grau de liberdade do sistema. É um valor ainda definido pelo usuário que pode tornar o operador morfológico mais sensível ou menos sensível nas tarefas de casamento de padrões.

Figura 47 – Histogramas dos valores de grau de similaridade para (a) OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6, (b) OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8, (c) OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10, (d) OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12, (e) OMACP v1.



Fonte: Autor.

Figura 48 – Resultado final da busca do OMACP baseado nas Equações 5.7 e 5.8 com grau de similaridade subestimado.



Fonte: Autor.

A Tabela 4 mostra o tempo de busca do OMACP no experimento da imagem de satélite.

Tabela 4 - Tempo de busca do OMACP no experimento da imagem de satélite.

Intel Core i5-2410M, 2,30MHz. 4GB Ram DDR3 1333MHz. Windows 7. Matlab 2014b.	Tamanho da imagem de busca	500 x 500 pixels
	Tamanho do padrão de referência	26 x 48 pixels
	Tempo médio de busca do algoritmo	2.50 segundos

Fonte: elaborada pelo autor.

5.3 Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões – OMACP v3

Até aqui foi utilizado o ajuste de um único vetor protótipo sobre um conjunto de treinamento contendo pequenas variações nos padrões de uma classe para a geração de apenas um padrão representativo de classe a ser utilizado como padrão de referência no operador morfológico adaptativo para casamento de padrões. No entanto, também foram investigadas as utilizações do algoritmo *k-means* (MACQUEEN, 1967), bem como do mapa auto-organizável de Kohonen (KOHONEN, 1990) para a geração não necessariamente de apenas

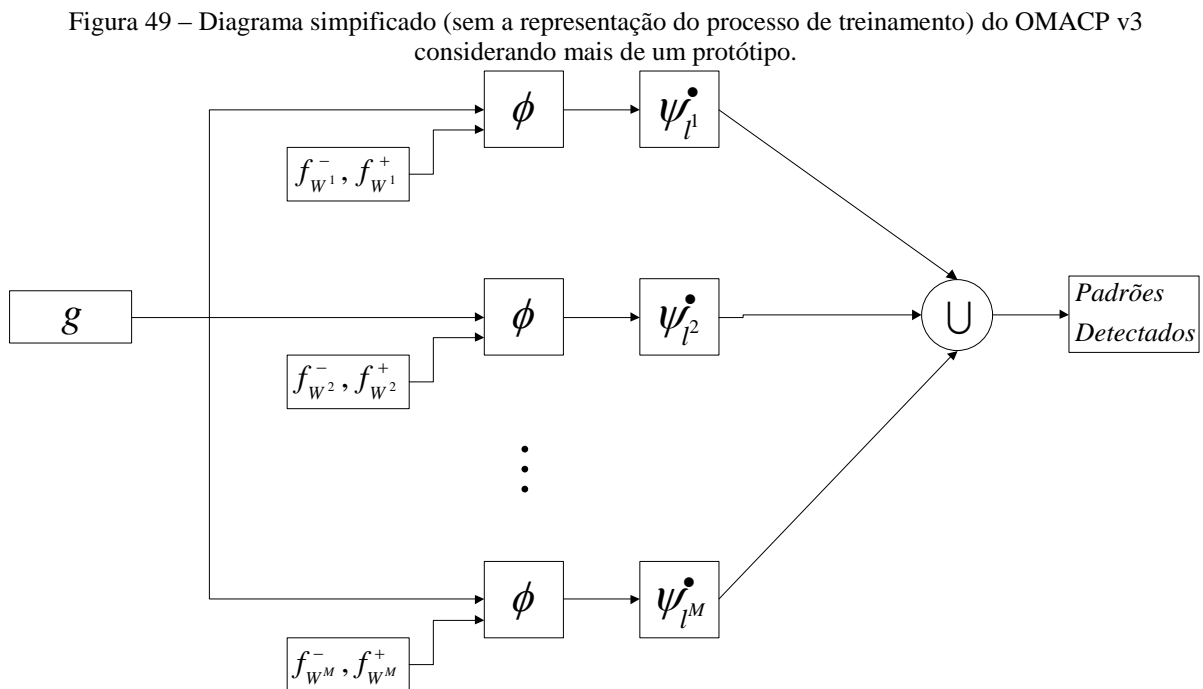
um padrão representativo de uma classe, mas a possibilidade de geração de mais de um padrão de referência para a mesma classe.

K-means e mapa auto-organizável de Kohonen estão inseridos dentro do contexto de aprendizado não-supervisionado, e são capazes de extrair características relevantes dos dados de entrada, agrupando os dados do conjunto de treinamento em subconjuntos similares.

Dessa maneira, tanto o *k-means* quanto o mapa de Kohonen podem retornar M protótipos de uma mesma classe. Esses M padrões representativos serão utilizados separadamente, sendo a resposta final do OMACP dada pela união da aplicação do operador morfológico considerando os M protótipos, como ilustra a Figura 49.

Cada bloco composto pelos símbolos ϕ e ψ_l^\bullet representa a aplicação do OMACP entre a imagem de busca g e cada um dos M protótipos retornados pelo algoritmo de agrupamento. Caso mais de um dos blocos localize seu respectivo padrão de referência, a resposta final o operador é a união de todas as detecções de cada bloco.

A representação ilustrada na Figura 49 é uma adaptação da modelagem apresentada por Rempel (1999), em que o ODF é utilizado em conjunto com a Rede Morfológica Não-Supervisionada – RMNS (SILVA, 1998) a fim de torná-la invariante à rotação.



Fonte: Autor.

Para a construção das imagens de folga utilizadas na definição dos intervalos em torno de cada pixel do padrão representativo no OMACP v2, foram consideradas as informações de todos os elementos pertencentes ao conjunto de treinamento. No entanto, O OMACP v3 permite a geração de vários protótipos a partir dos dados de seu conjunto de treinamento. Dessa maneira, não seria correto que um elemento do conjunto de treinamento mais próximo a um protótipo A qualquer gerado pelo algoritmo de agrupamento seja utilizado como referência na determinação das imagens de folga definidas para um protótipo B . Assim, para a construção das imagens de folga utilizadas na definição dos intervalos em torno de cada um dos M possíveis protótipos retornados pelo algoritmo de agrupamento, em vez de se utilizar todos os dados do conjunto de treinamento, serão considerados apenas as informações dos elementos pertencentes às células de Voronoi (AURENHAMMER, 1991) de cada protótipo ao final do treinamento.

É esperado que a utilização desses métodos de agrupamento juntamente com um conjunto de treinamento adequado possa fazer com que o operador morfológico reconheça padrões de classes diferentes, ou até contribuir para invariância à rotação ou escala. Algoritmos de agrupamento aplicados a um conjunto de treinamento formado por elementos de uma mesma classe rotacionados retornaria como resultado um padrão protótipo para cada ângulo de rotação considerado no conjunto de treinamento. A utilização desses protótipos no operador morfológico considerando o esquema mostrado na Figura 49 tornaria o operador invariante à rotação. De maneira similar, um conjunto de treinamento formado por elementos que considerem diversos níveis de escala poderia tornar o operador morfológico invariante à escala.

5.3.1 Experimentos Utilizando o OMACP v3

Para os primeiros experimentos considerando essa nova abordagem, foi utilizado um conjunto de treinamento formado por imagens geradas a partir de um radar de abertura sintética (SAR) contendo imagens de um veículo T-72. A Figura 50 mostra uma foto desse veículo juntamente com uma imagem do mesmo gerada pelo dispositivo SAR.

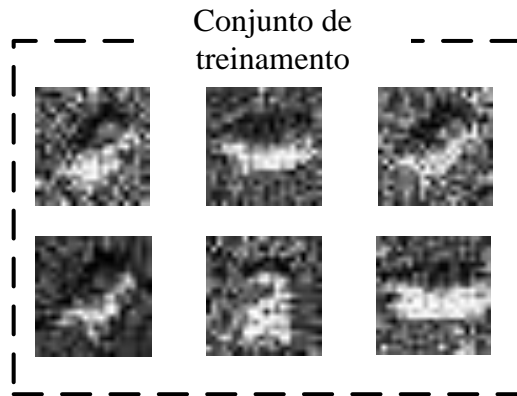
Esse conjunto de dados é formado por várias imagens SAR do veículo T-72 rotacionadas, e foram utilizadas a fim de testar o comportamento do OMACP v3 aplicado a um problema de reconhecimento que exija invariância a rotação. O conjunto de treinamento foi formado por imagens similares a mostrada na Figura 50(b), porém com o veículo posicionado em diferentes ângulos de rotação, como ilustra a Figura 51.

Figura 50 – (a) Foto de um veículo T-72 e (b) imagem de um veículo T-72 gerada por um dispositivo SAR.



Fonte: MSTAR/IU. Disponível em <<https://www.sdms.afrl.af.mil/index.php?collection=mstar>>.

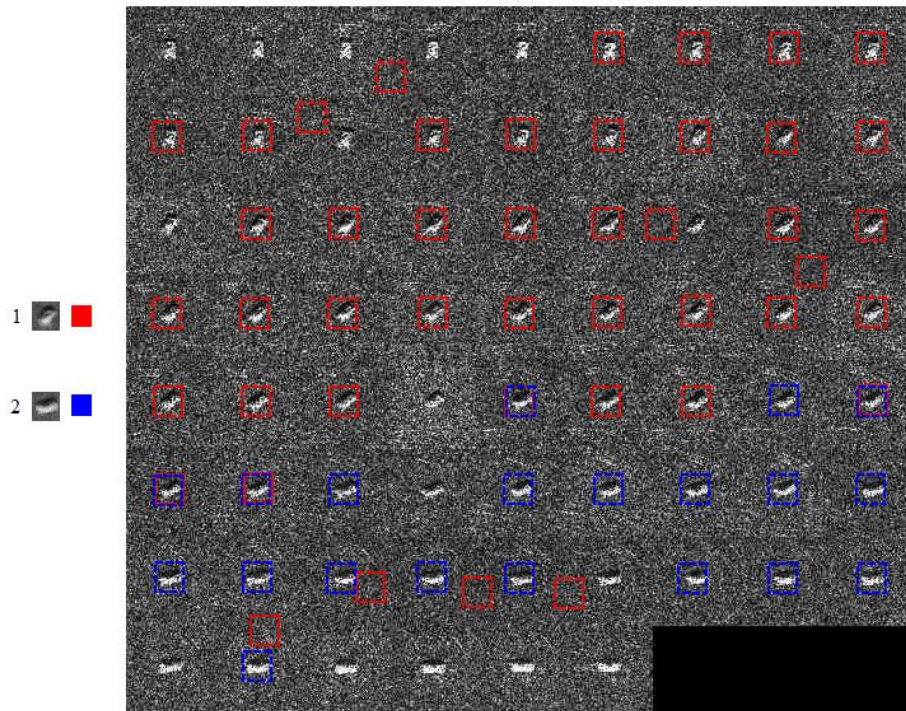
Figura 51 – Parte do conjunto de treinamento formado por imagens rotacionadas de um veículo T-72 geradas por um dispositivo SAR.



Fonte: Autor.

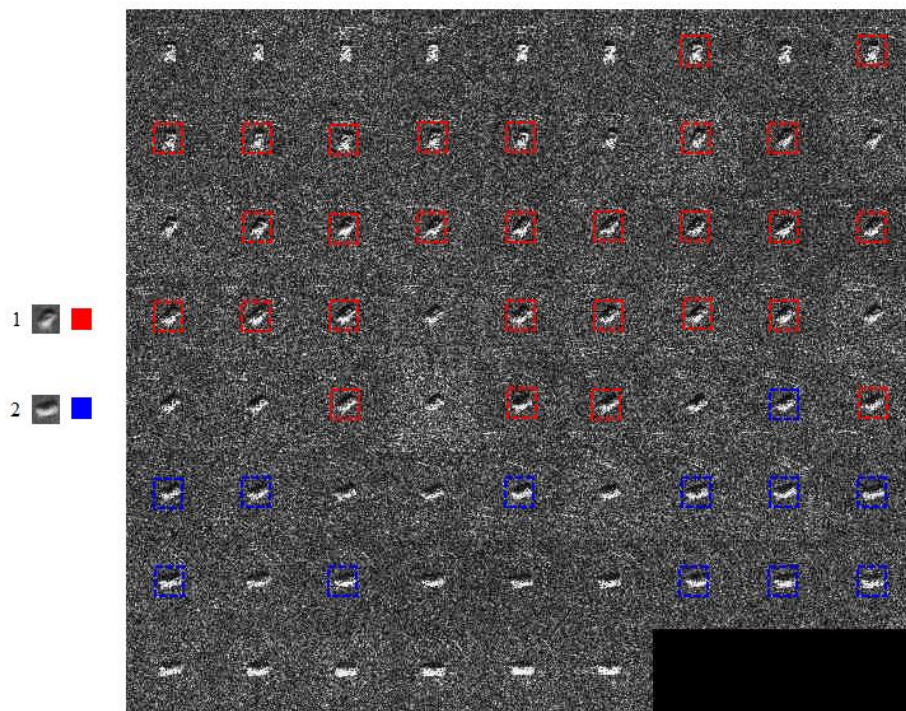
O algoritmo *k-means* permite a geração de M protótipos a partir dos dados do conjunto de treinamento, porém o usuário deve definir o valor de M no início do treinamento. Dessa maneira, um primeiro treinamento nos dados através do algoritmo *k-means* foi realizado considerando $M = 2$. O OMACP baseado nas Equações 5.7 e 5.8 será utilizado na apresentação dos experimentos a seguir, pois o mesmo apresentou menor espalhamento nos valores de grau de similaridade no experimento considerando as imagens de satélite, facilitando assim a definição de um mesmo valor de grau de similaridade para todos os protótipos considerados. As Figuras 52 e 53 mostram o resultado final do OMACP v3 baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.7 e 5.8 na busca pelos dois protótipos, considerando valores de grau de similaridade de 96% e 97% respectivamente. As cores azul e vermelho ilustram a correspondência das subimagens presentes na imagem de busca com cada um dos dois protótipos de referência gerados pelo algoritmo *k-means*.

Figura 52 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8) a partir de dois padrões representativos de classe gerados através do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 96%.



Fonte: Autor.

Figura 53 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), dois padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 97%.



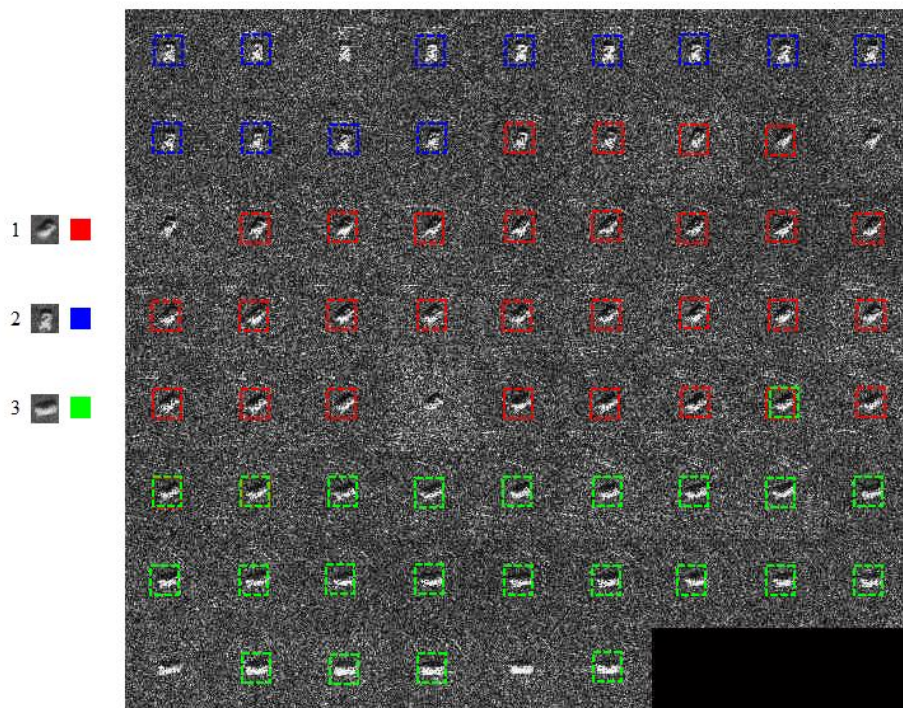
Fonte: Autor.

É possível verificar na Figura 52 que nem todas as ocorrências do padrão foram identificadas, bem como a presença de oito resultados falsos positivos quando o protótipo 1 foi utilizado como referência. Também é possível observar que quatro subimagens foram identificadas tanto pelo protótipo 1 quanto pelo protótipo 2.

Com o aumento no grau de similaridade, o OMACP torna-se mais seletivo na busca pelos padrões de referência. Dessa maneira, de acordo com Figura 53 não foram mais observadas ocorrências de falsos positivos, porém menos padrões foram identificados corretamente quando comparado com o resultado da Figura 52.

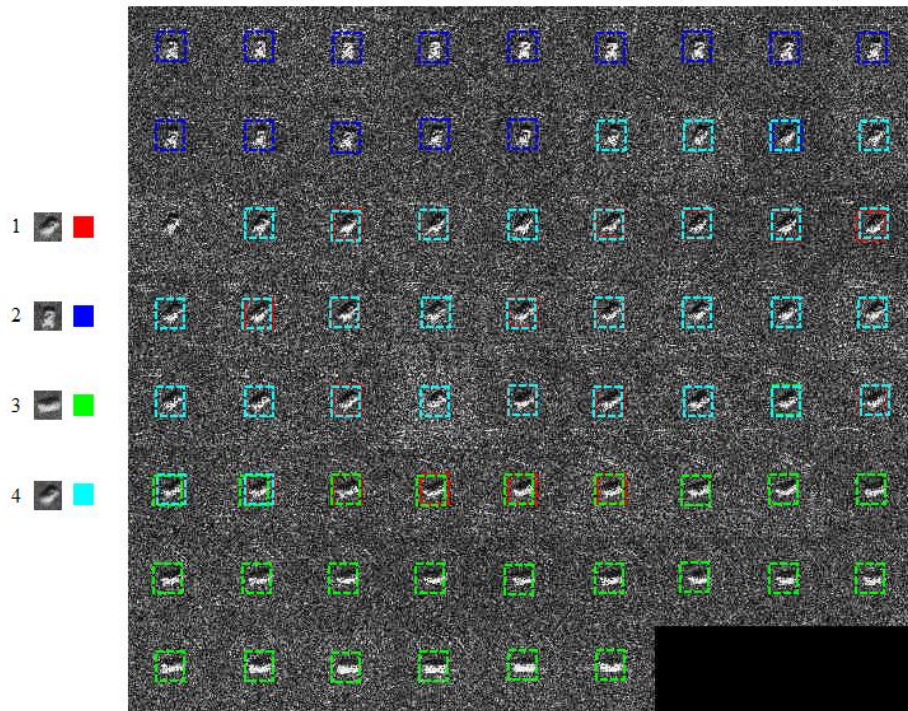
As Figuras 54 a 56 mostram o resultado final da busca do veículo T-72 com vários níveis de rotação considerando três, quatro e sete protótipos respectivamente. Os valores utilizados de grau de similaridade para cada um dos casos foram 95%, 94% e 92%. Esses valores foram escolhidos de maneira que ocorrências de resultados falsos positivos não fossem observadas. A escolha desses valores de grau de similaridade foi realizada de maneira empírica.

Figura 54 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), três padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 95%.



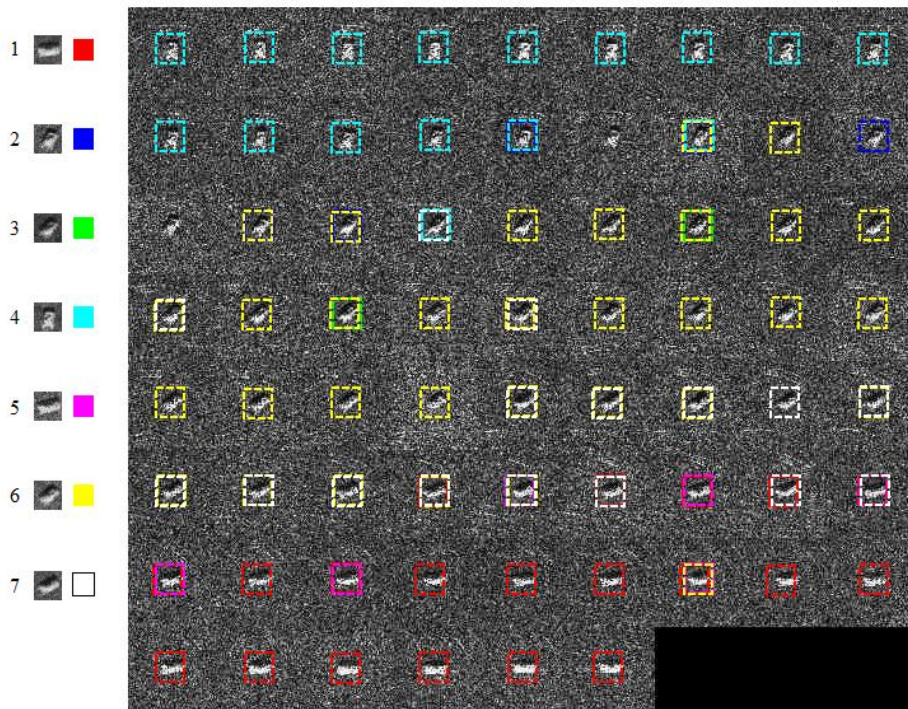
Fonte: Autor.

Figura 55 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 94%.



Fonte: Autor.

Figura 56 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), sete padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 92%.

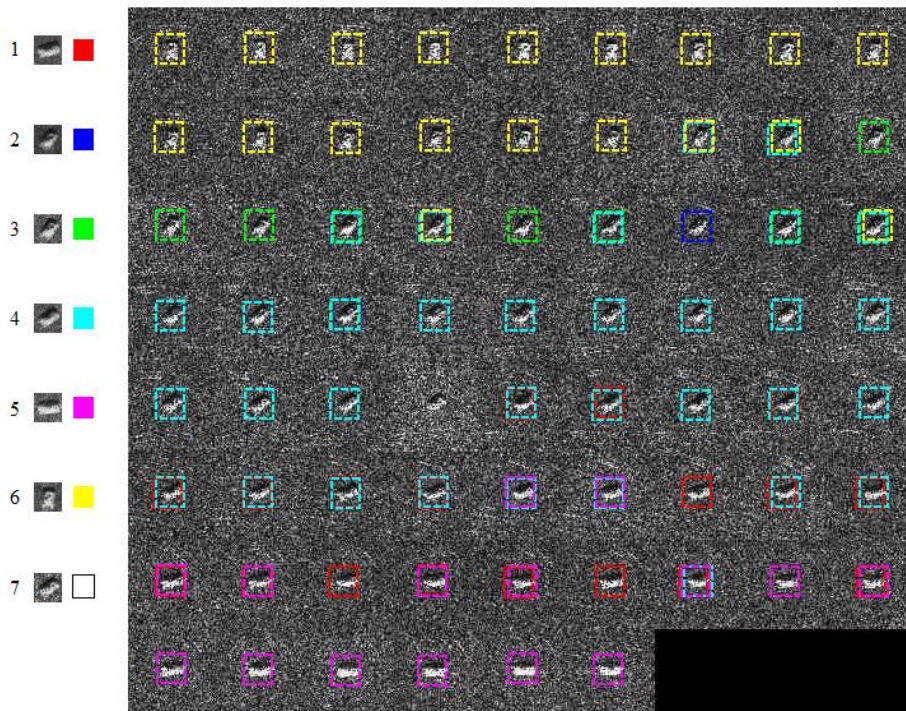


Fonte: Autor.

Quando foram definidos três protótipos (Figura 54) no início do treinamento, a resposta do operador foi melhor do que quando foram definidos apenas dois protótipos. Enquanto no caso da Figura 53 (dois protótipos) vinte e nove padrões não foram identificados, no caso com três protótipos de referência o OMACP não conseguiu identificar seis deles. Para o caso do *k-means* definido com quatro protótipos, apenas um padrão não foi identificado pelo operador e com sete protótipos dois não foram identificados. Os valores de grau de similaridade foram ajustados para que não houvesse ocorrências de falsos positivos.

Como no início do treinamento pelo algoritmo *k-means* os protótipos são iniciados com pesos aleatórios, ao final de cada treinamento, eles podem ser diferentes entre si e gerar respostas também diferentes pelo operador morfológico. A Figura 57 mostra o resultado da busca de outra rodada de treinamento considerando sete protótipos e grau de similaridade de 92%, caso idêntico ao ilustrado pela Figura 56, porém com resultados diferentes. No treinamento considerado pela Figura 56, dois padrões não foram identificados pelo operador, enquanto no caso do treinamento considerado pela Figura 57, apenas um padrão não pode ser identificado pelo OMACP. Os protótipos gerados nos dois casos apesar de parecidos não são iguais.

Figura 57 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), sete padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 92%.



Fonte: Autor.

As Tabelas 5, 6 e 7 mostram a quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos protótipos considerados nos casos em que foram gerados dois, três e quatro protótipos a partir do algoritmo *k-means*.

A Tabela 8 mostra a quantidade de elementos das células de Voronoi de cada um dos sete protótipos considerando as rodadas de treinamento ilustradas nas Figuras 56 e 57.

A Tabela 9 mostra um resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP v3 baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.7 e 5.8 na busca pelos protótipos considerando os casos mostrados nas Figuras 53 a 56. Para reduzir a influência da inicialização aleatória dos protótipos, a Tabela 9 mostra a média dos resultados obtidos a partir de cem realizações para cada caso considerado.

Tabela 5 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos dois protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 52.

<i>K-means (2 protótipos)</i>	
Protótipo	Quantidade de elementos
1	36
2	33

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 6 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos três protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 54.

<i>K-means (3 protótipos)</i>	
Protótipo	Quantidade de elementos
1	13
2	32
3	24

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 7 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos quatro protótipos obtidos após o treinamento do experimento ilustrado na Figura 55.

<i>K-means (4 protótipos)</i>	
Protótipo	Quantidade de elementos
1	19
2	26
3	12
4	12

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 8 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos sete protótipos considerando as duas rodadas de treinamento ilustradas nas Figuras 56 e 57.

<i>K-means (7 protótipos)</i>		
Protótipo	Quantidade de elementos (rodada 1)	Quantidade de elementos (rodada 2)
1	12	14
2	7	11
3	10	8
4	11	12
5	6	8
6	12	12
7	11	4

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.7 e 5.8 na busca pelos protótipos considerando os casos mostrados nas Figuras 53 a 56.

<i>K-means</i>				
Qtd Protótipos	2	3	4	7
Grau de Similaridade	97%	95%	94%	92%
Taxa de acertos	61%	90%	94%	95%
Precisão	100%	93%	94%	90%

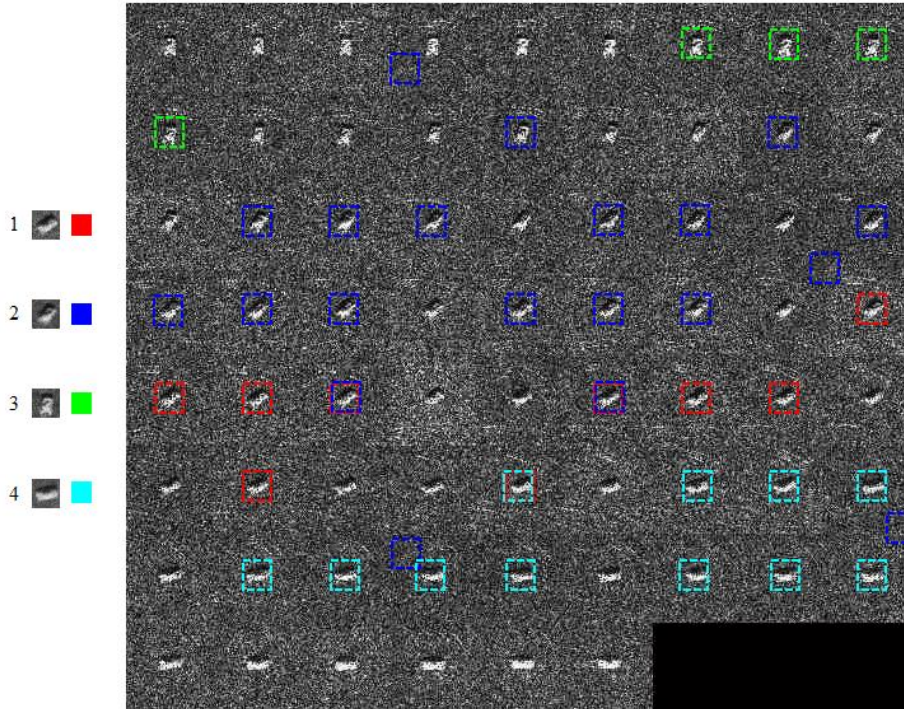
Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 58 mostra o resultado da aplicação do operador morfológico na busca pelos padrões rotacionados considerando constantes de folga. Os valores utilizados foram $c_1 = -60$ e $c_2 = 60$ com um grau de similaridade igual a 83%. Os valores de c_1 e c_2 foram obtidos experimentalmente. Vários testes foram feitos e os melhores resultados foram obtidos considerando esses valores. O valor do grau de similaridade igual a 83% também foi obtido de maneira experimental, de maneira que ocorrências de resultados falsos positivos não fossem observadas. No entanto, nesse caso, ainda foram observadas quatro ocorrências de falsos positivos.

A partir da análise da Figura 58, é possível perceber o desempenho inferior do OMACP baseado em constantes de folga quando comparado com o OMACP baseado em imagens de folga da Figura 55 (ambos com quatro protótipos gerados por *k-means*). Na Figura 58, 36 ocorrências do padrão foram identificadas corretamente, contra 68 ocorrências corretas

no caso em que foram utilizadas as imagens de folga. Ainda foram observadas 4 ocorrências de falsos positivos.

Figura 58 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado nas constantes de folga $c_1 = -60$ e $c_2 = 60$ a partir de quatro padrões representativos de classe gerados através do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 83%.



Fonte: Autor.

A Tabela 10 mostra um resumo da utilização do operador morfológico considerando quatro protótipos gerados pelo algoritmo *k-means* considerando imagens de folga geradas a partir das Equações 5.5 a 5.12 bem como as constantes de folga. Para reduzir a influência da inicialização aleatória dos protótipos, a Tabela 10 mostra a média dos resultados obtidos a partir de cem realizações para cada caso considerado.

Em uma outra abordagem, também foi utilizado mapa auto-organizável de Kohonen (KOHONEN, 1990) como método de agrupamento para a geração dos protótipos representativos a serem utilizados pelo OMACP na detecção dos padrões.

Quando se utiliza o mapa de Kohonen, também é necessário definir a quantidade de nós (neurônios) antes do treinamento. Ao final do treinamento, os pesos associados a cada um dos neurônios definirão os protótipos que serão utilizados como referência no operador morfológico.

Tabela 10 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP v3 considerando quatro protótipos gerados pelo algoritmo *k-means* baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12 e constantes de folga.

	OMACP v3 baseado nas Equações 5.5 e 5.6	OMACP v3 baseado nas Equações 5.7 e 5.8	OMACP v3 baseado nas Equações 5.9 e 5.10	OMACP v3 baseado nas Equações 5.11 e 5.12	OMACP v3 baseado nas constantes c_1 e c_2
Grau de similaridade	70%	94%	92%	59%	83%
Taxa de acertos	47%	95%	63%	42%	67%
Precisão	58%	96%	52%	32%	65%

Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 11 mostra a quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos nove protótipos gerados ao final do treinamento do mapa de Kohonen.

Tabela 11 – Quantidade de elementos pertencentes às células de Voronoi de cada um dos nove protótipos obtidos após o treinamento do mapa de Kohonen.

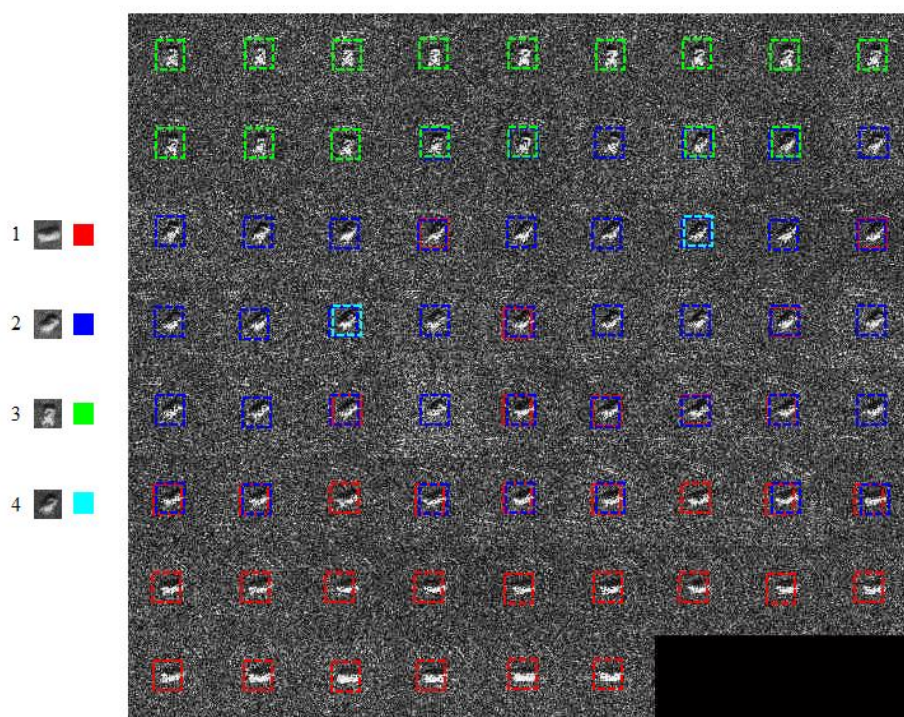
Mapa de Kohonen (9 nós)	
Protótipo	Quantidade de elementos
1	22
2	1
3	20
4	1
5	1
6	1
7	1
8	11
9	11

Fonte: elaborada pelo autor.

A partir dos dados da Tabela 11 é possível verificar que alguns nós não possuem mais do que apenas um elemento dentro de sua célula de Voronoi. Esses protótipos foram então descartados, pois não seria possível aplicar o conceito de imagens de folga, uma vez que é necessário ter elementos pertencentes à vizinhança de um determinado protótipo para o cálculo das imagens de folga $f_W^{c_1}(x)$ e $f_W^{c_2}(x)$. Dessa maneira, apenas quatro dos protótipos gerados pelo mapa de Kohonen foram considerados no OMACP.

A Figura 59 mostra o resultado final do OMACP baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.7 e 5.8 na busca pelos quatro protótipos considerados após o treinamento do mapa de Kohonen. O grau de similaridade utilizado foi de 93%.

Figura 59 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.7 e 5.8), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do mapa de Kohonen e grau de similaridade de 93%.



Fonte: Autor.

A partir da Figura 59 é possível verificar que todas as ocorrências foram identificadas corretamente a partir dos quatro protótipos considerados na geração pelo mapa de Kohonen.

A Tabela 12 mostra um resumo dos resultados da utilização desses quatro protótipos com o OMACP baseado nas Equações 5.5 a 5.12. Para reduzir a influência da inicialização aleatória dos protótipos, a Tabela 12 mostra a média dos resultados obtidos a partir de cem realizações para cada caso considerado.

Tabela 12 – Resumo dos resultados obtidos através da aplicação do OMACP baseado nas imagens de folga definidas pelas Equações 5.5 a 5.12 e constantes de folga considerando quatro protótipos gerados pelo mapa de Kohonen.

	OMACP v3 baseado nas Equações 5.5 e 5.6	OMACP v3 baseado nas Equações 5.7 e 5.8	OMACP v3 baseado nas Equações 5.9 e 5.10	OMACP v3 baseado nas Equações 5.11 e 5.12	OMACP v3 baseado nas constantes c_1 e c_2
Grau de similaridade	69%	93%	92%	58%	84%
Taxa de acertos	62%	99%	57%	52%	45%
Precisão	46%	73%	23%	25%	74%

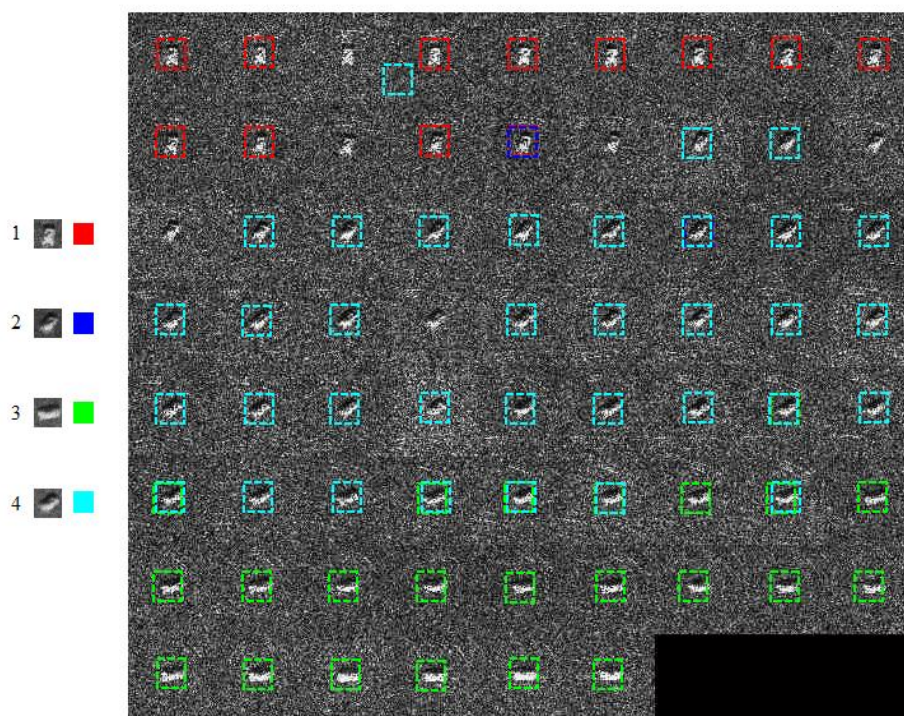
Fonte: elaborada pelo autor.

A partir da análise dos resultados apresentados nas Tabelas 10 e 12 é possível verificar que o OMACP baseado nas Equações 5.7 e 5.8 apresentou resultados superiores do que os demais.

O baixo rendimento dos outros métodos pode ser explicado a partir dos resultados de espalhamento dos valores de grau de similaridade mostrados na Figura 47. Apesar da utilização de mais de um protótipo para representar uma determinada classe, o grau de similaridade foi considerado o mesmo para o reconhecimento de todos esses protótipos. De maneira que o grau de similaridade adequado para a identificação de um determinado protótipo pode ser diferente do grau de similaridade adequando para o reconhecimento de outro, mesmo que eles representem a mesma classe. Como o espalhamento do grau de similaridade para o caso das imagens de folga baseadas nas Equações 5.7 e 5.8 foi pequeno, então é possível definir um valor de similaridade que seja adequado a todos os protótipos considerados.

Para confirmar essa hipótese, foi realizado mais um experimento através da aplicação do OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10 utilizando quatro protótipos gerados pelo algoritmo *k-means* (condição similar à apresentada na Tabela 10). Enquanto anteriormente todos os protótipos utilizaram o mesmo valor de grau de similaridade, agora os valores de grau de similaridade foram ajustados individualmente. Os valores utilizados foram 87%, 88%, 90% e 94% para cada um dos quatro protótipos respectivamente. A Figura 60 mostra o resultado desse experimento.

Figura 60 – Resultado final da aplicação do OMACP baseado em imagens de folga (Equações 5.9 e 5.10), quatro padrões representativos de classe gerados a partir do algoritmo *k-means* e grau de similaridade de 87%, 88%, 90% e 94% para cada um dos quatro protótipos respectivamente.



Fonte: Autor.

Quando foram utilizados valores de grau de similaridade diferentes para cada um dos protótipos, o resultado do utilizados pelo OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10 melhorou consideravelmente, confirmando a hipótese levantada anteriormente que o espalhamento nos valores de similaridade observados na Figura 47 poderia estar influenciando negativamente os resultados do OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10.

A Tabela 13 mostra o resultado comparativo entre a aplicação do OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10, com e sem o grau de similaridade ajustado individualmente para cada protótipo.

Com a utilização de valores de grau de similaridade diferente para cada um dos protótipos, a quantidade de padrões identificados corretamente aumentou de 48 para 63. No entanto, a obtenção dos valores adequados de grau de similaridade para cada um dos protótipos é uma tarefa árdua. Dessa maneira, das abordagens apresentadas para a obtenção das imagens de folga (Equações 5.5 a 5.12) a que obteve os melhores resultados e se mostrou mais robusta em relação à definição de apenas um grau de similaridade para a detecção de todos os protótipos considerados de uma mesma classe foi aquela definida pelas Equações 5.7 e 5.8.

Tabela 13 – Resultado comparativo entre a aplicação do OMACP baseado nas Equações 5.9 e 5.10, com e sem o grau de similaridade ajustado individualmente para cada protótipo.

OMACP v3 baseado nas Equações 5.9 e 5.10		
Qtd Protótipos	4	4
Grau de similaridade	92%	87% / 88% / 90% / 94%
Padrões identificados corretamente	48	63
Padrões não identificados	21	6
Ocorrências de falsos positivos	1	1
Taxa de acertos	70%	91%
Precisão	100%	100%

Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 14 mostra o tempo de busca de cada um dos protótipos utilizados pelo OMACP no experimento da imagem SAR.

Tabela 14- Tempo de busca de cada um dos protótipos utilizados pelo OMACP no experimento da imagem SAR.

Intel Core i5-2410M, 2,30MHz. 4GB Ram DDR3 1333MHz. Windows 7. Matlab 2014b.	Tamanho da imagem de busca	556 x 621 pixels
	Tamanho do padrão de referência	23 x 22 pixels
	Tempo médio de busca do algoritmo	1,70 segundo

Fonte: elaborada pelo autor.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O problema de casamento de padrões foi abordado neste trabalho através do formalismo da morfologia matemática em níveis de cinza desenvolvido através de ELUTs (*Elementary Look-Up Tables*) apresentado por Banon (1995). Duas propostas em relação aos operadores morfológicos para casamento de padrões foram apresentadas e implementadas neste trabalho: (i) a inclusão de um novo modelo adaptativo, considerando algoritmos de agrupamento (responsável por reduzir o esforço da tarefa de seleção de um modelo de referência adequado às tarefas de detecção de padrões) e (ii) a definição de um mecanismo que automatiza a escolha de parâmetros cujos ajustes dependem do usuário.

Foram apresentadas três versões do Operador Morfológico Adaptativo para Casamento de Padrões (OMACP). A primeira versão do operador (OMACP v1) foi comparada com os modelos apresentados Faria (1997) e uma variação do ODF apresentado em Silva (1998), aqui denominado de ODF*, nos experimentos considerados nas Seções (4.3.1), (4.3.2) e (5.1.1). Enquanto o modelo apresentado por Faria (1997) foi capaz de reconhecer apenas uma ocorrência do padrão de referência na imagem de busca, o ODF* foi capaz de reconhecer três ocorrências. No entanto, o OMACP v1 conseguiu detectar todas as quatro ocorrências do padrão de referência dentro da imagem de busca.

O OMACP v2 incluiu uma importante funcionalidade ao OMACP v1. O conceito de constantes de folga foi substituído por imagens de folga, em que cada pixel do padrão representativo recebe valores calculados e exclusivos. Os métodos propostos para a definição automática das imagens de folga, que substituem as constantes de folga, têm como objetivo retirar a responsabilidade dessa escolha do usuário. Além de tornarem a detecção mais seletiva, uma vez que regiões da imagem do padrão de referência podem receber valores diferentes de folga.

A Tabela 3 (p. 86) mostrou que o OMACP v2 dotado desse mecanismo para a escolha das imagens de folga apresentou taxa de acerto maior do que o OMACP v1 na detecção de um padrão de referência dentro de uma imagem de satélite.

Já a terceira versão do operador, OMACP v3, possibilita a geração de mais de um protótipo por classe, sendo a sua resposta final obtida pela união da aplicação do operador morfológico considerando todos os protótipos retornados pelos algoritmos de agrupamento.

Assim, era esperado que o OMACP v3, dependendo dos dados do conjunto de treinamento, pudesse ser capaz de identificar padrões de uma mesma classe com invariância a escala ou rotação, ou até mesmo padrões de classes diferentes.

Para testar a capacidade de invariância à rotação do OMACP v3, foi utilizado um conjunto de dados formado por várias imagens SAR rotacionadas de um veículo T-72. Para esse experimento preliminar, os resultados mostrados na Seção (5.3.1) foram satisfatórios, uma vez que quando a quantidade de protótipos gerados, taxa de similaridade e escolha do método de obtenção das imagens de folga foram definidos adequadamente, o OMACP v3 obteve valores médios de taxa de acerto e precisão elevados, como pode ser visto nas Tabelas 9, 10, 12 e 13.

Tanto o OMACP v2 como o OMACP v3 foram implementados considerando quatro maneiras diferentes para o cálculo das imagens de folga. Os resultados desses operadores baseados nas Equações 5.7 e 5.8, para os casos estudados nesse trabalho, foram superiores aos demais, já que apresentaram uma maior tolerância à manutenção de um mesmo grau de similaridade no reconhecimento de cada protótipo ou na utilização de imagens de busca diferentes. No entanto, é importante considerar que o grau de similaridade ainda é um parâmetro definido pelo usuário, portanto, ainda precisa ser ajustado para cada protótipo gerado pelo OMACP v3 ou para cada imagem de busca utilizada nos OMACP v2 e v3.

Ainda assim, o grau de similaridade representa um grau de liberdade do sistema, pois pode tornar o operador morfológico mais sensível ou menos sensível nas tarefas de casamento de padrões.

6.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros é proposta a investigação de métodos que tornem o OMACP independente da ação do usuário no que diz respeito à definição do grau de similaridade a ser utilizado em cada aplicação. Uma possível solução para esse problema foi abordada em Silva (2006).

A utilização de um banco de filtros de Gabor para construção do conjunto de treinamento do OMACP v3 em problemas que exijam invariância a rotação também poderia ser investigada, bem como a utilização de algoritmos de agrupamento incrementais, como o *Growing Neural Gas* (GNG), para a definição automática da quantidade de protótipos mais adequada a ser utilizada pelo OMACP v3.

Também é proposta a implementação desses operadores em hardware, para a realização de detecção de padrões em tempo real. Como o OMACP é definido a partir de operações matemáticas simples, espera-se que essa implementação não demande grandes

recursos em hardware. Esse sistema embarcado poderia ser utilizado para tarefas de detecção de padrões em sensoriamento remoto, seja por satélite, aeronave ou VANT.

Embora tenha sido desenvolvido para aplicações de casamento de padrões em imagens digitais, o OMACP poderia ser adaptado e utilizado em problemas de classificação de natureza geral.

O Operador de Casamento de Padrões ϕ (Equação 4.15), utilizado na composição do OMACP implementa um tipo de correlação morfológica. Então, espera-se que seja possível uma adaptação do OMACP para que ele possa ser utilizado em problemas de classificação gerais. A ideia seria gerar um vetor protótipo para cada classe que compõe o problema e utilizá-los como padrões de referência no operador. Uma nova amostra de entrada seria comparada morfológicamente a cada um dos vetores protótipos, sendo a amostra de entrada classificada de acordo com o valor da sua correlação morfológica com cada um dos protótipos. Dessa maneira, o padrão de entrada pertencerá à classe que o seu vetor protótipo obtiver a maior medida de correlação morfológica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA FILHO, M. P.; SILVA, F. A. T. F.; BRAGA, A. P. S. Machine learning and adaptive morphological operators. *In: ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E COMPUTACIONAL*, 11. 2014, São Carlos. Anais... São Carlos: ENIAC, 2014. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/12554/1/2014_eve_apsbraga%20machine.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2015.
- ALMEIDA FILHO, M. P.; SILVA, F. A. T. F.; BRAGA, A. P. S. Operador morfológico adaptativo de casamento de padrões – proposta e aplicação na análise de imagens de satélite. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE*, 12., 2015, Natal. Anais... Natal: SBAI, 2015. Disponível em: <<http://www.sbai2015.dca.ufrn.br/download/artigo/450>>. Acesso em: 10 dez. 2015.
- ARAÚJO, Sidnei Alves de. **Casamento de padrões em imagens digitais livre de segmentação e invariante sob transformações de similaridade**. 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.
- AURENHAMMER, Franz. Voronoi diagrams – a survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, v. 23, n. 3, p. 345-405, 1991.
- BANON, G. J. F.; BARRERA, J. Decomposition of mappings between complete lattices by mathematical morphology, Part I. general lattices. *Signal Processing*, v. 30, n. 3, p. 299-327, 1993.
- BANON, G. J. F.; FARIA, S. D. Morphological approach for template matching. *In: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON COMPUTER GRAPHICS AND IMAGE PROCESSING*. 1997. p. 14-17.
- BANON, G. J. F.; BARRERA, J. **Bases da morfologia matemática para a análise de imagens binárias**. INPE, São José dos Campos, 1998.
- BANON, Gerald Jean Francis. **Characterization of translation invariant elementary morphological operators between gray-level images**. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1995.
- BANON, Gerald Jean Francis; BARRERA, Junior. Decomposition of mappings between complete lattices by mathematical morphology, part i. general lattices. *Signal Processing*, v. 30, n. 3, p. 299-327, 1993.
- BANON, Gerald Jean Francis; FARIA, Sergio Donizete. Morphological approach for template matching. *In: Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*. 1997. p. 14-17.
- BARAT, Cécile; DUCOTTET, Christophe; JOURLIN, Michel. Line pattern segmentation using morphological probing. *In: Image and Signal Processing and Analysis, 2003. ISPA 2003. Proceedings of the 3rd International Symposium on*. IEEE, 2003. p. 417-422.

BARRETO, G. A. **Introdução ao Reconhecimento Estatístico de Padrões**. Apostila da disciplina de Reconhecimento de Padrões do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2008

Base de dados MSTAR/IU. Disponível em <<https://www.sdms.afrl.af.mil/index.php?collection=mstar>>. Acesso em: 10 dez. 2015.

BINS, L. S. **Uso do casamento estrutural para registro de imagens de satélite**. 1988. Dissertação de Mestrado. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1988.

BIRKHOFF, G. **Lattice theory**. 3rd Edition. Providence, AMS, 1967. 232 p.

CARPENTER, G. A.; GROSSBERG, S. A massively parallel architecture for a self-organizing neural pattern recognition machine. **Computer vision, graphics, and image processing**, v. 37, n. 1, p. 54-115, 1987.

CHENG, Fulin; VENETSANOPOULOS, Anastasios N. Adaptive morphological filter for image processing. In: **Orlando'91, Orlando, FL**. International Society for Optics and Photonics, p. 49-59, 1991

DAVIDSON, Jennifer L.; HUMMER, Frank. Morphology neural networks: An introduction with applications. **Circuits, Systems and Signal Processing**, v. 12, n. 2, p. 177-210, 1993.

DUDA, Richard O.; HART, Peter E.; STORK, David G. **Pattern classification**. 2nd. Edition. New York: Wiley, 2001.

FARIA, Sergio Donizete. **Uma abordagem morfológica para casamento de padrões**. 1997. Dissertação de Mestrado. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1997.

GOLTZ, G. A. M. **Redes neurais artificiais em imagens para estimação da posição de um vant**. 2011. Dissertação de Mestrado. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. **Digital Image Processing**. 2nd Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

HEIJMANS, H. J. A. M. Theoretical aspects of gray-level morphology. **IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence**, n. 6, p. 568-582, 1991.

KHOSRAVI, M.; SCHAFER, R. W. Template matching based on a grayscale hit-or-miss transform. **Image Processing, IEEE Transactions on**, v. 5, n. 6, p. 1060-1066, 1996.

KIM, Hae Yong; DE ARAÚJO, Sidnei Alves. Grayscale template-matching invariant to rotation, scale, translation, brightness and contrast. In: **Advances in Image and Video Technology**. Springer Berlin Heidelberg, 2007. p. 100-113.

KO, Sung-Jea; MORALES, Aldo. Neural network representation and implementation of gray scale morphological operators. In: **Circuits and Systems, 1992. ISCAS'92. Proceedings., 1992 IEEE International Symposium on.** IEEE, 1992. p. 105-108.

KOHONEN, Teuvo. The self-organizing map. **Proceedings of the IEEE**, v. 78, n. 9, p. 1464-1480, 1990.

KUMAR, B.V.K. Vijaya; MAHALANOBIS, Abhijit; JUDAY, Richard D. **Correlation pattern recognition.** New York: Cambridge University Press, 2005.

LEMMENS, M. J. P. M. A survey on stereo matching techniques. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 27, n. B8, p. 11-23, 1988.

MACQUEEN, James *et al.*. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: **Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability.** 1967. p. 281-297.

MATHERON, G. **Random sets and integral geometry.** New York: John Wiley & Sons, 1975.

OLIVEIRA, H.; BRANCALION, J. F. B.; FERNANDES, D. Detecção Automática de Alvos em Imagens SAR Utilizando-se Casamento de Padrões com Correlação Cruzada Normalizada. In: SIMPÓSIO DE APLICAÇÕES OPERACIONAIS EM ÁREAS DE DEFESA, 09., 2007, São José dos Campos. Anais... São José dos Campos: SIGE, 2007. Disponível em: <http://www.sige.ita.br/anais/IXSIGE/Artigos/CC_05.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2015.

RADUCANU, B.; GRANA, M. A grayscale hit-or-miss transform based on level sets. In: **Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on.** IEEE, 2000. p. 931-933.

REMPEL, Erico Luiz. **Reconhecimento de padrões invariante a rotação utilizando uma rede neural morfológica não-supervisionada.** 1999. Dissertação de Mestrado. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1999.

RONSE, C. A lattice-theoretical morphological view on template extraction in images. **Journal of Visual Communication and Image Representation**, v. 7, n. 3, p. 273-295, 1996.

SERRA, J. **Image analysis and mathematical morphology, Part II: theoretical advances.** London: Academic Press, 1988.

SERRA, J. **Image analysis and mathematical morphology.** New York: Academic Press, 1982.

SHAPIRO, Linda G.; HARALICK, Robert M. Structural descriptions and inexact matching. **Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on**, n. 5, p. 504-519, 1981.

SHIH, Frank Y.; MOH, Jenlong. Image morphological operations by neural circuits. In: **Circuits and Systems, 1989., IEEE International Symposium on.** IEEE, 1989. p. 774-777.

SILVA, F. A. T. F. **Rede morfológica não supervisionada (RMNS)**. 1998. Tese de Doutorado. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1998.

SILVA, F. A. T. F. Operadores Morfológicos Adaptativos. *In: FOZ 2006 CONGRESSO DE MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES*, 2006, Foz do Iguaçu. Anais do Foz 2006 Congresso de Matemática e suas Aplicações, 2006.

SIOLA, Felipe Breve. **Transformações *Hit-or-Miss* para imagens tons de cinza**. 2014. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

SOILLE, Pierre. **Morphological image analysis: principles and applications**. Springer Science & Business Media, 2013.

SOUZA, O. **Rede neural morfológica supervisionada**. 2012. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SOUZA, O.; CORTEZ, P. C.; SILVA, F. A. T. F. Grayscale images and RGB video: compression by morphological neural network. *In: Artificial Neural Networks in Pattern Recognition*. Springer Berlin Heidelberg, p. 213-224, 2012.

SOUZA, O.; CORTEZ, P. C.; SILVA, F. A. T. F. Artificial Neural Networks for Compression of Gray Scale Images: A Benchmark. *In: ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E COMPUTACIONAL*, 10, 2013, Fortaleza. Anais... Fortaleza: ENIAC, 2013.

THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K. **Pattern recognition**. 4th Edition. USA: Academic Press, 2008.

WEBB, A. R. **Statistical pattern recognition**. John Wiley & Sons, 2003.

APÊNDICE A – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V1

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% OMACP V1 IMPLEMENTADO EM MATLAB
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA IMAGEM DE BUSCA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
img = imread('LANDSAT_5_TM_20080909_229_062_L2_BAND5.jpg');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA OS PADRÕES DO CONJUNTO DE TREINAMENTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:10
    ww(:, :, i) = imread(strcat(strcat('imtest(', num2str(i)), '.jpg'));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DO CODEWORD VECTOR - CWV
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% inicialização aleatória do protótipo
CWV_old = 255 * rand([IM_i IM_j]);

[~, ~, N] = size(ww);

for j = 1:100
    for i = 1:N
        alfa = 1/(N+1); beta = N/(N+1);
        CWV_new = beta * CWV_old + alfa * ww(:, :, i);
        CWV_old = CWV_new;
    end
end

% protótipo a ser utilizado no operador morfológico
w = uint8(CWV_new);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INÍCIO DO OPERADOR CASAMENTO DE PADRÕES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[img_i, img_j] = size(img);
[w_i, w_j] = size(w);

% inicializa imagem resultante do operador de casamento de padrões (phi)
phi = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador de erosão
ero = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador de anti-dilatação
ant = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador sup-gerador
sup = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

c1 = -30;          % define c1
c2 = 30;          % define c2

```



```

fw1 = uint8(max(min(double(w) - double(c1), 255), 0)); % calculo de fw-
fw2 = uint8(max(min(double(w) + double(c2), 255), 0)); % calculo de fw+

for p = 1: w_i
    for q = 1: w_j

        % operador de erosão
        ero = img(p:(img_i - (w_i-p)), q:(img_j - (w_j-q))) >= fw1(p,q);

        % operador de anti-dilatação
        ant = img(p:(img_i - (w_i-p)), q:(img_j - (w_j-q))) <= fw2(p,q);

        sup = ero & ant; % operador sup-gerador
        phi = phi + sup; % operador de casamento de padrões (phi)

    end
end

% definição do grau de similaridade
similaridade = 0.90;

% operador de limiarização (dilatação)
[y_phi x_phi] = find(phi >= (similaridade*w_i*w_j));

% Mostra o resultado final com a localização do padrão na imagem de busca
figure(), imshow(img); title('OMACP'); colormap gray
n = size(x_phi);
for i=1:n(1)
    rectangle('Position', [x_phi(i), y_phi(i), w_j, w_i],
        'LineWidth', 2, 'LineStyle', '--', 'EdgeColor', 'red')
end

```

APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V2

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% OMACP V2 IMPLEMENTADO EM MATLAB
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA IMAGEM DE BUSCA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
img = imread('LANDSAT_5_TM_20080909_229_062_L2_BAND5.jpg');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA OS PADRÕES DO CONJUNTO DE TREINAMENTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:10
    ww(:, :, i) = imread(strcat(strcat('imtest(', num2str(i), ').jpg'));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DO CODEWORD VECTOR - CWV
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% inicialização aleatória do protótipo
CWV_old = 255 * rand([IM_i IM_j]);

[~, ~, N] = size(ww);

for j = 1:100
    for i = 1:N
        alfa = 1/(N+1); beta = N/(N+1);
        CWV_new = beta * CWV_old + alfa * ww(:, :, i);
        CWV_old = CWV_new;
    end
end

% protótipo a ser utilizado no operador morfológico
w = uint8(CWV_new);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INÍCIO DO OPERADOR CASAMENTO DE PADRÕES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[img_i, img_j] = size(img);
[w_i, w_j] = size(w);

% inicializa imagem resultante do operador de casamento de padrões (phi)
phi = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador de erosão
ero = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador de anti-dilatação
ant = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% inicializa imagem resultante do operador sup-gerador
sup = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

% calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.5 e 5.6
folgas_dp = std(ww, 0, 3);

```

```

% calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.7 e 5.8
folgas_2dp = 2*std(ww,0,3);

for gg=1:N
    difer(:, :, gg) = double(ww(:, :, gg))-double(w);
end

% calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.9 e 5.10
folga_1_min_dif = uint8(abs(min(difer, [], 3)));
folga_2_max_dif = uint8(abs(max(difer, [], 3)));

% calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.11 e 5.12
folga_mean = uint8(mean(abs(difer), 3));

% seleciona quais imagens de folga serão utilizadas por fw1 e fw2
fw_c1 = folgas_2dp;
fw_c2 = folgas_2dp;

% calculo de fw- e fw+
fw1 = uint8(max(min(double(w) - double(fw_c1), 255), 0));
fw2 = uint8(max(min(double(w) + double(fw_c2), 255), 0));

for p = 1: w_i
    for q = 1: w_j

        % operador de erosão
        ero = img(p:(img_i - (w_i-p)), q:(img_j - (w_j-q))) >= fw1(p,q);

        % operador de anti-dilatação
        ant = img(p:(img_i - (w_i-p)), q:(img_j - (w_j-q))) <= fw2(p,q);

        sup = ero & ant;           % operador sup-gerador
        phi = phi + sup;          % operador de casamento de padrões (phi)

    end
end

% definição do grau de similaridade
similaridade = 0.90;

% operador de limiarização (dilatação)
[y_phi x_phi] = find(phi >= (similaridade*w_i*w_j));

% Mostra o resultado final com a localização do padrão na imagem de busca
figure(), imshow(img); title('OMACP'); colormap gray
n = size(x_phi);
for i=1:n(1)
    rectangle('Position', [x_phi(i), y_phi(i), w_j, w_i],
        'LineWidth', 2, 'LineStyle', '--', 'EdgeColor', 'red')
end

```

APÊNDICE C – CÓDIGO EM MATLAB DO OMACP V3

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% OMACP V3 IMPLEMENTADO EM MATLAB
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA IMAGEM DE BUSCA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
img = imread('LANDSAT_5_TM_20080909_229_062_L2_BAND5.jpg');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CARREGA OS PADRÕES DO CONJUNTO DE TREINAMENTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
qtd_treinamento = 10;
for i=1:qtd_treinamento
    ww(:, :, i) = imread(strcat(strcat('imtest(', num2str(i)), '.jpg'));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DOS PROTÓTIPOS VIA K-MEANS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
qtd_prot = 4;
www = reshape (ww, IM_i*IM_j, qtd_treinamento)';
[IDX, padroes] = kmeans(www, qtd_prot);
classes = IDX';
[t_dados n_pixels] = size(www);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DOS PROTÓTIPOS VIA KOHONEN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% qtd_prot = [2 2];
%
% x = reshape(ww, IM_i*IM_j, 69);
% net = selforgmap([qtd_prot]);
% net.trainParam.epochs = 10000;
% net.trainParam.goal = 0.1;
% net = train(net, x);
% y = net(x);
% classes = vec2ind(y);
% padroes = net.IW{1, :};
% [qtd_prot null] = size(padroes);

titulo = ['OMACP - Qtd. protótipos: ' num2str(qtd_prot)];
imshow(img); title(titulo); colormap gray; hold on;

for i=1:qtd_prot

    % protótipo a ser utilizado no operador morfológico
    w = uint8(reshape(padroes(i, :), IM_i, IM_j));

    % INÍCIO DO OPERADOR CASAMENTO DE PADRÕES PARA CADA PROTÓTIPO
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    [img_i, img_j] = size(img);
    [w_i, w_j] = size(w);

```

```

    % inicializa imagem resultante do operador de casamento de padrões
(phi)
    phi = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

    % inicializa imagem resultante do operador de erosão
    ero = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

    % inicializa imagem resultante do operador de anti-dilatação
    ant = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

    % inicializa imagem resultante do operador sup-gerador
    sup = zeros(img_i-w_i+1, img_j-w_j+1);

    % calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.5 e 5.6
    folgas_dp = std(ww(:,:,classes == i),0,3);

    % calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.7 e 5.8
    folgas_2dp = 2*std(ww(:,:,classes == i),0,3);

    difer = double(ww(:,:,classes == i))-repmat(double(w), [1 1
        length(find(classes==i))]);

    % calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.9 e 5.10
    folga_1_min_dif = uint8(abs(min(difer, [],3)));
    folga_2_max_dif = uint8(abs(max(difer, [],3)));

    % calculo das imagens de folga baseadas nas Equações 5.11 e 5.12
    folga_1_media = uint8(mean(abs(difer),3));

    % seleciona quais imagens de folga serão utilizadas por fw_c1 e fw_c2
    fw_c1 = folgas_2dp;
    fw_c2 = folgas_2dp;

    % calculo de fw- e fw+
    fw1 = uint8(max(min(double(w) - double(fw_c1), 255), 0));
    fw2 = uint8(max(min(double(w) + double(fw_c2), 255), 0));

    for p = 1: w_i
        for q = 1: w_j

            % operador de erosão
            ero = img(p:(img_i-(w_i-p)), q:(img_j-(w_j-q))) >= fw1(p,q);

            % operador de anti-dilatação
            ant = img(p:(img_i-(w_i-p)), q:(img_j-(w_j-q))) <= fw2(p,q);

            sup = ero & ant;      % operador sup-gerador
            phi = phi + sup;      % operador de casamento de padrões (phi)

        end
    end

    % definição do grau de similaridade
    similaridade = 0.90;

    % operador de limiarização (dilatação)
    [y_phi x_phi] = find(phi >= (similaridade*w_i*w_j));

    switch i
        case 1; cor = [1 0 0];

```

```
case 2; cor = [0 0 1];
case 3; cor = [0 1 0];
case 4; cor = [0 1 1];
case 5; cor = [1 0 1];
case 6; cor = [1 1 0];
case 7; cor = [1 1 1];
case 8; cor = [0 0 0];
case 9; cor = [0.5 0 1];
end

% Mostra o resultado final com a localização do padrão na imagem de
busca
for ii=1:length(x_phi)
    rectangle('Position',[x_phi(ii),y_phi(ii),w_j,w_i],
             'LineWidth',2,'LineStyle','--', 'EdgeColor', cor); hold on;
end
end
```

APÊNDICE D – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V1 E OMACP V2 NO PROBLEMA DA IMAGEM DE TEXTO

Resultados obtidos a partir da aplicação dos métodos OMACP v1 e OMACP v2 no problema da imagem de texto descrito na Seção 5.1.1. Os resultados foram obtidos a partir de cem realizações para cada variação do grau de similaridade de 50% a 100%.

OMACP v1 ($c_1 = -70$ e $c_2 = 70$)											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	75%	50%	0%	0%
Precisão	1%	1%	1%	2%	5%	21%	80%	100%	100%	0%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	75%	50%	0%	0%	0%	0%
Precisão	1%	1%	4%	21%	57%	100%	100%	0%	0%	0%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	50%	0%
Precisão	1%	1%	1%	1%	1%	3%	15%	80%	100%	100%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	75%	50%	0%
Precisão	1%	1%	1%	1%	2%	9%	44%	100%	100%	100%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	75%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Precisão	2%	13%	44%	75%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

APÊNDICE E – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V1 E OMACP V2 NO PROBLEMA DA IMAGEM DE SATÉLITE

Resultados obtidos a partir da aplicação dos métodos OMACP v1 e OMACP v2 no problema da imagem de satélite descrito na Seção 5.2.1. Foi utilizada a subimagem de tamanho 500x500 da imagem TM/LANDSAT, banda 5, órbita/ponto 229/62, obtida na passagem de 23/08/1996 como imagem de busca (similar a imagem mostrada na Figura 25). Os resultados foram obtidos a partir de cem realizações para cada variação do grau de similaridade de 50% a 100%.

OMACP v1 ($c_1 = -31$ e $c_2 = 31$)											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%
Precisão	0%	0%	0%	0%	0%	1%	1%	1%	8%	100%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.5 e 5.6											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%	0%
Precisão	0%	0%	1%	1%	1%	2%	33%	100%	100%	0%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.7 e 5.8											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%
Precisão	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	3%	50%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.9 e 5.10											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%
Precisão	0%	0%	0%	0%	1%	1%	1%	5%	50%	100%	0%

OMACP v2 baseado nas Equações 5.11 e 5.12											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%	0%	0%
Precisão	1%	1%	1%	1%	6%	100%	100%	100%	0%	0%	0%

APÊNDICE F – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS OMACP V3 NO PROBLEMA DA IMAGEM SAR

Resultados obtidos a partir da aplicação dos métodos OMACP v3 com quatro protótipos gerados a partir de *k-means* e Kohonen no problema da imagem SAR descrito na Seção 5.3.1. Os resultados foram obtidos a partir de cem realizações para cada variação do grau de similaridade de 50% a 100%.

OMACP v3 (<i>k-means</i> com 4 protótipos) (considerando $c_1 = -60$ e $c_2 = 60$)											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	94%	35%	0%	0%	0%
Precisão	2%	2%	2%	2%	2%	3%	12%	87%	0%	0%	0%

OMACP v3 (<i>k-means</i> com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.5 e 5.6											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	95%	50%	4%	0%	0%	0%	0%	0%
Precisão	2%	2%	2%	5%	59%	70%	0%	0%	0%	0%	0%

OMACP v3 (<i>k-means</i> com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.7 e 5.8											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	87%	0%
Precisão	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	5%	100%	0%

OMACP v3 (<i>k-means</i> com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.9 e 5.10											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	95%	25%	0%
Precisão	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	3%	16%	91%	0%

OMACP v3 (<i>k-means</i> com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.11 e 5.12											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	87%	33%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Precisão	2%	5%	48%	60%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

OMACP v3 (Kohonen com 4 protótipos) (considerando $c_1 = -60$ e $c_2 = 60$)											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	92%	31%	0%	0%	0%
Precisão	1%	1%	2%	2%	2%	3%	14%	95%	0%	0%	0%

OMACP v3 (Kohonen com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.5 e 5.6											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	95%	57%	3%	0%	0%	0%	0%	0%
Precisão	2%	2%	2%	6%	41%	80%	0%	0%	0%	0%	0%

OMACP v3 (Kohonen com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.7 e 5.8											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	88%	0%
Precisão	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	6%	100%	0%

OMACP v3 (Kohonen com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.9 e 5.10											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	96%	39%	0%
Precisão	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	3%	7%	83%	0%

OMACP v3 (Kohonen com 4 protótipos) baseado nas Equações 5.11 e 5.12											
Grau de similaridade	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
Taxa de Acertos	100%	100%	35%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Precisão	2%	5%	54%	35%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%