



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
PRÓ - REITORIA DE PESQUISA E PÓS - GRADUAÇÃO  
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM RECURSOS HÍDRICOS**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DOS NÚMEROS DIFUSOS EM  
UM MODELO DE OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIO,  
PARA ESTUDAR O COMPORTAMENTO DA VAZÃO  
REGULARIZADA E DO RENDIMENTO**

**SÍLVIA HELENA LIMA DOS SANTOS**

**FORTALEZA-CEARÁ**

**2008**

**SÍLVIA HELENA LIMA DOS SANTOS**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DOS NÚMEROS DIFUSOS EM  
UM MODELO DE OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIO,  
PARA ESTUDAR O COMPORTAMENTO DA VAZÃO  
REGULARIZADA E DO RENDIMENTO**

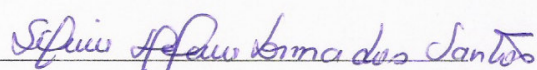
Dissertação submetida à coordenação do curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, área de concentração em Recursos Hídricos, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

ORIENTADOR: Raimundo Oliveira de Souza, Dr.

Fortaleza, 15 de janeiro de 2008.

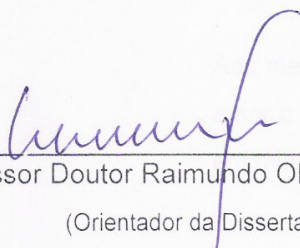
Esta dissertação foi apresentada como parte integrante dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Recursos Hídricos, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, a qual encontrar-se-á a disposição dos interessados na Biblioteca Central da referida Universidade. A citação de qualquer trecho desta tese é permitida desde que seja feita em conformidade com as normas da ética científica.

Dissertação aprovada em 15 de janeiro de 2008.



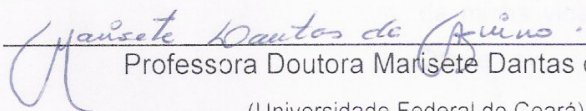
Silvia Helena Lima dos Santos

Banca Examinadora:



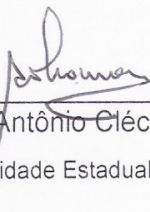
Professor Doutor Raimundo Oliveira de Souza

(Orientador da Dissertação)



Professora Doutora Marisete Dantas de Aquino

(Universidade Federal do Ceará)



Professor Doutor Antônio Clécio Fontelles Thomaz

(Universidade Estadual do Ceará)

# DEDICATÓRIA

Aos meus pais Raimundo e Benedita, pelo amor e confiança que sempre depositaram em mim.

Ao meu esposo Sérgio, pelo carinho, amor, incentivo e apoio nas horas mais difíceis da minha vida. Aos meus queridos filhos Davi e Levi.

## **AGRADECIMENTO ESPECIAL**

Agradeço, sinceramente, ao meu orientador Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza, por toda ajuda e disponibilidade oferecidas durante o desenvolvimento desta dissertação. Obrigada pelo incentivo e por suas constantes palavras de encorajamento que me ajudaram a seguir em frente e concluir este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde e determinação que tem me dado ao longo da minha vida. Obrigada por me ajudar nas realizações dos meus sonhos.

Aos meus pais Raimundo e Benedita, por serem o alicerce da minha vida, pelo incentivo e conselhos de vida que sempre me deram.

Aos meus queridos irmãos: Franco, Edson, Argeu, Paulinha e Cristina que se alegram com cada uma de minhas conquistas.

Ao Prof. Dr Raimundo Oliveira de Souza, por todas as orientações e encorajamento dados durante o desenvolvimento deste trabalho.

À coordenação do Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e a todos os professores do curso de Pós Graduação, em virtude do vasto conhecimento transmitido durante o curso.

Ao professor José Carlos de Araújo, por sua inestimável ajuda e pela contribuição acadêmica.

Ao professor Vicente Vieira, pela atenção e orientações tão valiosas.

Aos professores Antônio Clécio Fontelles e Marisete Dantas de Aquino, pela disposição em participar da banca examinadora.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, por serem sempre prestativos.

Aos amigos de mestrado, Eloneide, Teresa, Alexandre, Marcos, Magno, Andréa Cysne, Vanessa Ueta, Orleani, Alina, Itarciane e Charles, pelo carinho e companheirismo, demonstrados no decorrer do curso.

A Fundação Cearense de Amparo à Pesquisa (FUNCAP), pelo suporte financeiro concedido no decorrer do mestrado.

E a todos que de algum modo contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

## RESUMO

Este trabalho trata da aplicação da Teoria Fuzzy em balanço hidrológico de um reservatório, para avaliar sua capacidade de previsão, na determinação do cálculo do risco de falha de sistemas compostos por este tipo de corpo hídrico. No desenvolvimento da pesquisa, uma metodologia, transformando as equações do balanço hidrológico em equações fuzzys, foi aplicada. Parâmetros como tempo de esvaziamento e evaporação foram considerados como funções de pertinências dando, assim, ao modelo um caráter fuzzy em suas formulações. A vazão e o rendimento foram determinados, para diferentes cenários, em forma de funções de pertinências, onde essas variáveis de controle, com maior grau de pertinência foram analisadas. Os resultados mostraram que a metodologia fuzzy pode se apresentar como uma importante alternativa no cálculo do risco de colapso de sistemas hidrológicos, como também, pode, igualmente, se apresentar como uma boa alternativa na determinação da sustentabilidade hídrica, em regiões com alto grau de vulnerabilidade como ocorre em regiões semi-áridas.

## **ABSTRACT**

This work concerns with the application of Fuzzy Theory in the hydrologic system as a reservoir, to evaluate its forecast capacity, in the calculation of the risk of collapse of systems composed by this type of body of water. In the development of the research, a methodology, transforming the equations of the hydrologic balance, in fuzzy equations, was applied. Parameters as time of emptying and evaporation were considered as membership functions, giving, like this, to the model the fuzzy characteristic in their formulations. The flow and the income net were calculated, for different sceneries, as membership functions, where those control variables, with larger pertinence degree, were analyzed. The results showed that the methodology fuzzy could come as an important alternative in the calculation of the risk of collapse of hydrologic systems, as well as, it can, equally, come as a good alternative in the determination of the sustainability of water, in areas with high vulnerability degree, as it happens in semi-arid regions.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplo do comportamento da vazão regularizada para um horizonte de simulação. Fonte: Studart (2000).....	26
Figura 2.2 – Representação do Diagrama Triangular de Regularização. ....	30
Figura 2.3 – Exemplos de Funções de Pertinência. ....	36
Figura 2.4 – Representação de um conjunto fuzzy convexo.....	38
Figura 2.5 – Representação de um conjunto fuzzy não convexo.....	38
Figura 2.6 – Princípio da Extensão (Pedrycz, 1998) .....	40
Figura 2.7 – Representação de um Número Fuzzy Triangular.....	43
Figura 2.8 – Adição de dois números fuzzy triangular.....	44
Figura 2.9 – Adição de dois números fuzzy triangular.....	44
Figura 3.1 – Função de pertinência para $te=[3;4;6]$ mês.....	51
Figura 3.2 – Função de pertinência para $te=[3;5;6]$ mês.....	51
Figura 3.3 – Função de pertinência da evaporação $e=[180;200;220]$ mm/mês.....	52
Figura 4.1 – Representação fuzzy da vazão para $h=5m$ e $h=7m$ .....	54
Figura 4.2 – Representação fuzzy do rendimento para $h=5m$ e $h=7m$ .....	54
Figura 4.3 – Representação fuzzy das vazões para $h=5m$ e $h=7m$ .....	55
Figura 4.4 – Representação fuzzy do rendimento para $h=5m$ e $h=7m$ .....	56
Figura 4.5 – Comparação entre as funções de pertinência da vazão para $te=[3;4;6]$ mês e $te=[3;5;6]$ mês.....	57
Figura 4.6 – Comparação entre as funções de pertinência do rendimento para $te=[3;4;6]$ mês e $te=[3;5;6]$ mês.....	57

Figura 4.7–Comportamento do rendimento com a altura, para $t_e=[3;4;6]$ mês.....	58
Figura 4.8 - Comportamento da vazão com a altura, para $t_e=[3;4;6]$ mês. ....	58
Figura 4.9 – Comportamento do rendimento com a altura, para $t_e=[3;5;6]$ mês.....	59
Figura 4.10 – Comportamento da vazão com a altura, para $t_e=[3;5;6]$ mês. ....	59
Figura 4.11 – Comparação entre os rendimentos de maiores grau de pertinência .....	60
Figura 4.12 – Comparação entre as vazões de maiores grau de pertinência.....	60
Figura 4.13 – Representação fuzzy da vazão para $h=5$ m e $h=7$ m para $t_e=4$ meses.....	61
Figura 4.14 – Representação fuzzy do rendimento para $h=5$ m e $h=7$ m, $t_e=4$ meses. ....	62
Figura 4.15 – Representação fuzzy da vazão para $h=5$ m e $h=7$ m - $t_e=6$ meses.....	62
Figura 4.16 – Representação fuzzy do rendimento para $h=5$ m e $h=7$ m - $t_e=6$ meses .....	63
Figura 4.17 – Comportamento da função de pertinência da vazão em relação à altura, $t_e=4$ meses.....	63
Figura 4.18 – Comportamento da função de pertinência do rendimento em relação à altura, $t_e=4$ meses.....	64
Figura 4.19 – Comportamento da função de pertinência da vazão em relação à altura, $t_e=6$ meses.....	64
Figura 4.20 – Comportamento da função de pertinência do rendimento em relação à altura, $t_e=6$ meses.....	65
Figura 4.21 – Representação fuzzy da vazão para as profundidades de 5m e 7m .....	66
Figura 4.22 – Representação fuzzy do rendimento para as profundidades de 5m e 7m.....	66
Figura 4.23 – Comportamento das funções pertinência do rendimento ao longo das alturas ..	67
Figura 4.24 – Comportamento das funções pertinência da vazão ao longo das alturas .....	67
Figura 4.25 – Comparação entre as funções de pertinência da vazão nos três cenários analisados.....	68

Figura 4.26 – Comparação entre as funções de pertinência do rendimento para os três cenários analisados .....	68
Figura 4.27 – Valores de menor grau de pertinência inferior da vazão para os três cenários analisados.....	69
Figura 4.28 – Valores de menor grau de pertinência inferior do rendimento para os três cenários analisados.....	69
Figura 4.29 – Valores de menor grau de pertinência superior da vazão para os três cenários analisados.....	70
Figura 4.30 – Valores de menor grau de pertinência superior do rendimento nos três cenários analisados.....	70

## LISTA DE SÍMBOLOS

CV - Coeficiente de variação dos deflúvios

$f_K$  - Fator adimensional de capacidade

$f_M$  - Fator adimensional de retirada

$f_M^*$  - Vazão adimensional de equilíbrio

H - Horizonte de simulação

G - Nível de garantia

K - Capacidade do reservatório

M - Volume anual regularizado com G% de garantia anual

$Q^*$  - Vazão de equilíbrio

$\alpha$  - Fator de forma do reservatório

$\sigma$  - Desvio-padrão

$\mu$  - Volume afluente médio anual

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1 JUSTIFICATIVA.....	16
1.2. OBJETIVOS.....	17
1.2.1 Gerais .....	17
1.2.2 Específicos.....	17
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	17
<b>2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....</b>	<b>19</b>
2.1 ASPECTOS HIDROLÓGICOS DO SEMI-ARIDO .....	19
2.2 OS RESERVATÓRIOS .....	21
2.2.1 Operação Simulada do Reservatório e a Equação do Balanço Hídrico .....	23
2.2.2 A Vazão Regularizada .....	25
2.2.3 Equação do Balanço de Massa e o Diagrama Triangular de Regularização.....	28
2.2.4 Equação do Tempo de Esvaziamento do Reservatório .....	30
2.3 TEORIA FUZZY .....	32
2.3.1 Conceitos .....	32
2.3.2 Conjuntos Fuzzy .....	34
2.3.3 Operações Com Conjuntos Fuzzy.....	40
2.3.4 Números Fuzzy.....	42
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>46</b>
3.1 A EQUAÇÃO DE ESVAZIAMENTO E DA EFICIÊNCIA DE ACUMULAÇÃO .....	46
3.2 MODELAGEM FUZZY DAS EQUAÇÕES .....	47
3.3 COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA.....	49
3.4 CENÁRIOS ANALISADOS .....	49
3.4.1 Cenário 1 .....	50
3.4.2 Cenário 2 .....	51
3.4.3 Cenário 3 .....	52
<b>4. RESULTADOS .....</b>	<b>53</b>
4.1 CENÁRIO1: O TEMPO DE ESVAZIAMENTO É UMA FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA .....	53
4.2 CENÁRIO 2: A EVAPORAÇÃO É UMA FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA .....	61
4.3 CENÁRIO 3: A EVAPORAÇÃO E O TEMPO DE ESVAZIAMENTO SÃO FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA. ...	65
<b>5. CONCLUSÕES.....</b>	<b>71</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>74</b>

## 1. INTRODUÇÃO

As irregularidades pluviométricas, presentes em regiões semi-áridas do planeta terra, constituem-se em um sério problema que tem preocupado autoridades governamentais, pesquisadores, engenheiros e técnicos, tendo em vista suas conseqüências, tanto no plano econômico, como no plano social destas regiões. Como se sabe, fica muito incerta a presença de investimentos significativos em áreas que não oferecem garantias concretas de disponibilidade hídrica de longo prazo. Neste contexto, o Nordeste Brasileiro, que é uma região semi-árida, com sérias irregularidades em suas questões hidrológicas, tem tido algumas dificuldades no seu processo de captação de recursos para sustentar o seu desenvolvimento.

Para contornar este inconveniente, e tentar estabelecer uma regularidade mais consistente nas disponibilidades hídricas das regiões semi-áridas, cientistas e técnicos têm se dedicado no desenvolvimento de estudos e de metodologias, relacionadas com os processos hidrológicos, de modo que novas teorias e novas técnicas possam fornecer subsídios para um melhor esclarecimento da dinâmica dos ciclos hidrológicos e suas relações com a disponibilidade hídrica de cada região. Por exemplo, na região conhecida como Polígono das Secas do Nordeste Brasileiro, optou-se pela construção de reservatórios, em larga escala, para tentar minimizar os efeitos das irregularidades hidrológicas, da região em questão, no dia a dia das sociedades que dependem de uma disponibilidade hídrica mais consistente para suas necessidades.

Por outro lado, os resultados têm mostrado que, só o desenvolvimento de um processo de construção de reservatórios, e açudes, não resolve o problema. Com essas obras surgem novos incômodos, capazes, muitas vezes, de agravar, ainda mais, as questões de escassez de água. Por exemplo, a presença de reservatórios no semi-árido brasileiro, tem aumentado, consideravelmente, o processo de evaporação nestes corpos hídricos, o que passou a representar uma importante perda de água, para uma região que sofre de escassez deste recurso natural, mostrando, assim, que a simples decisão de construir reservatórios não representa uma solução definitiva para a regularização dos processos hidrológicos em uma região semi-árida. Ao contrário, este exemplo mostra a necessidade de que

novos estudos precisam ser desenvolvidos, de modo que novos desafios possam ser enfrentados de forma mais eficiente.

Nesta linha de pensamento, a Teoria de Operação de Reservatórios tem se apresentado como uma importante metodologia, para entender o comportamento e a dinâmica destes corpos hídricos, além de torná-los eficientes em sua função de regularização da disponibilidade hídrica regional. Esta teoria, desenvolvida a partir dos anos 50, vem apresentando bons resultados na solução desta classe de problema, permitindo, assim, que processos de operação de reservatórios tenham sido aplicados com muita eficiência, por parte dos Gestores de Recursos Hídricos.

Por outro lado, o estudo de operação de reservatórios envolve processos multidisciplinares e um banco de dados consistente, onde as incertezas hidrológicas possam ser adequadamente representadas de modo que o risco de falha desses sistemas hídricos possa ser avaliado. Normalmente, na avaliação do risco de falha de um modelo hidrológico qualquer, lança-se mão da Teoria das Probabilidades que têm desempenhado importante papel nesta classe de estudo. Entretanto, esta teoria, como foi dito anteriormente, necessita de bancos de dados com séries históricas, para longos períodos, descrevendo o comportamento hidrológico de uma bacia. Estes bancos de dados, não são encontrados com tanta freqüência em países subdesenvolvidos e que sofrem com a escassez de água.

Atualmente, para contornar esta falta de dados, está surgindo uma nova teoria, com características semelhantes a aquelas encontradas nos intervalos de confiança, para avaliar risco de falha no campo da engenharia. Esta teoria, chamada de Teoria Fuzzy, tem como fundamentação básica a presença de uma função de pertinência que aplica a um determinado conjunto numérico uma relação de pertinência com determinado processo. A grande vantagem desta teoria se encontra no fato de a mesma não necessitar de grandes bases de dados para apresentar bons resultados. Sua proposição ocorreu nos anos 60 e, a partir desta data, sua aplicação está se dando nos mais variados campos da ciência, inclusive no campo dos recursos hídricos.

Este trabalho utilizou-se da Teoria Fuzzy, aplicada em uma modelagem simples de operação de reservatórios, onde o balanço de massa consiste, apenas, em controlar a vazão regularizada, em função da evaporação e do tempo de esvaziamento, a partir de um volume armazenado neste corpo hídrico, para testar sua eficiência em uma possível avaliação do risco de falha neste sistema

hidrológico. A idéia proposta é de se calcular, a partir de alguns parâmetros hidrológicos, apresentados como funções de pertinências, a vazão regularizada e o rendimento, em forma de funções de pertinências, para diferentes cenários propostos.

Os resultados mostraram que a Teoria Fuzzy pode se apresentar como uma importante alternativa, nos estudos de operação de reservatórios, para a determinação e avaliação do risco de falha de sistema hidrológicos com alto grau de vulnerabilidade.

## **1.1 JUSTIFICATIVA**

A presença de reservatórios artificiais em regiões semi-áridas tem crescido, significativamente, nos últimos anos, considerando que o desenvolvimento sócio-econômico, nestas regiões, torna-se, dias após dias, mais dependentes dos mesmos. Como já foi dito anteriormente, não é provável que alguém venha a fazer um investimento de vulto em uma região, sem as devidas garantias de sustentabilidade hídrica para aquela área.

Por outro lado, o surgimento de uma nova teoria, capaz de fornecer subsídios para que estudos mais detalhados possam ser realizados sobre determinado problema, torna sua aplicação muito encorajadora por parte de cientistas e pesquisadores envolvidos com o desenvolvimento científico.

Neste contexto, o uso da Teoria Fuzzy para estudar processos em recursos hídricos, quer sejam nos seus aspectos quantitativos, quer sejam nos seus aspectos qualitativos, representa um importante passo tecnológico, tendo em vista que o sucesso de sua aplicação pode garantir a obtenção de importantes respostas para o conhecimento e o entendimento da dinâmica dos recursos hídricos e assim, fornecer subsídios para os seus gestores. É nesta linha que esta pesquisa se justifica inteiramente.

A aplicação da Teoria Fuzzy como uma alternativa para a determinação do risco de falha de um sistema hídrico qualquer, ou a determinação do seu grau de vulnerabilidade, representa uma importante alternativa que merece ser estudada, considerando a forte dependência das atuais e futuras gerações das regiões semi-áridas no que diz respeito aos seus recursos hídricos.



## **1.2. OBJETIVOS**

### **1.2.1 Gerais**

Este trabalho tem como objetivo geral aplicar a Teoria Fuzzy, em um modelo de operação de reservatório, onde a vazão regularizada e o rendimento são determinados, em função do tempo de esvaziamento, para verificar sua capacidade como uma nova alternativa nos processos de gestão desses corpos hídricos.

### **1.2.2 Específicos**

- Estabelecer um modelo matemático Fuzzy, a partir da equação de balanço de massa em um reservatório artificial;
- Definir algumas funções de pertinências para o tempo de esvaziamento e para a evaporação;
- Calcular as funções de pertinências para a vazão regularizada e para o rendimento, a partir do modelo fuzzy definido anteriormente;
- Estabelecer cenários de simulação e verificar a sensibilidade da vazão e do rendimento, com relação a esses cenários;
- Avaliar a capacidade dos modelos fuzzys como alternativas para a determinação do risco fuzzy nos sistemas hidrológicos.

## **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Esta dissertação foi organizada em cinco capítulos. O presente capítulo descreve sua introdução, os objetivos e a maneira como o trabalho foi organizado.

O capítulo 2 fala sobre os fundamentos das teorias envolvidas na pesquisa, bem como apresenta uma revisão bibliográfica da teoria dos reservatórios e da teoria fuzzy, mostrando, assim, alguns dos principais estudos que se desenvolvem sobre o tema.

O capítulo 3 mostra a forma metodológica de como a pesquisa foi desenvolvida. Assim, neste capítulo há uma descrição dos métodos de fuzzyficação das equações do balanço hidrológico, bem como apresenta alguns cenários que serão usados nas simulações.

O capítulo 4 apresenta uma análise dos resultados, estabelecendo uma sistemática de apresentação dos resultados para cada cenário proposto.

E, finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões desta pesquisa e faz algumas recomendações para estudos futuros.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 Aspectos Hidrológicos do Semi-Árido

O Semi-árido Brasileiro abrange uma área de quase 1.000.000 km<sup>2</sup> e comporta uma população em torno de 15 milhões de habitantes, onde o conflito pela água é um problema antigo, visto que o cenário climático dessa região caracteriza-se por temperaturas médias muito elevadas (23 a 27 graus) e por baixas médias pluviométricas anuais, variáveis de 400 a 800 mm, concentradas em uma única estação chuvosa.

Era de se esperar que o Nordeste Brasileiro, por estar situado em uma região equatorial, tivesse abundância de precipitações, comuns a essas regiões. No entanto, apresenta-se como uma região semi-árida que está submetida a altas pressões subtropicais associadas ao anticiclone do Atlântico Sul. Os mecanismos climáticos que produzem as precipitações do Nordeste são complexos e estão ligados à influência e à conjugação de vários sistemas de circulação atmosférica, que agem de maneira separada nas diferentes partes dessa região. De forma que as precipitações só ocorrem por ocasião da chegada de certas perturbações que destroem a estabilidade climática ligadas às altas pressões (CADIER, 1994).

Nimer (1973) apud Cadier (1994), apontou quatro sistemas de perturbações responsáveis pelas precipitações nas diferentes regiões do Nordeste. Estas perturbações podem vir de quatro direções:

- **Norte:** provoca o deslocamento da zona de convergência intertropical (ZCIT) que se encontra em uma latitude média de 5 graus norte, responsável pelas precipitações, entre janeiro e maio, em toda a parte norte do Polígono das secas.
- **Oeste:** ocorre quando a frente polar atlântica entra em contato com as massas de ar quente da zona tropical. Essas perturbações ocorrem entre setembro e abril e são responsáveis pelas chuvas na parte sul do polígono das secas.

- **Leste:** vindas do Oceano Atlântico, são responsáveis pelas chuvas de março e agosto que atingem a zona da mata e o agreste.
- **Sul:** ocorrem devido às invasões de ar polar, provocam chuvas frontais na região sul do Nordeste nos meses de julho e agosto.

A complexidade dos mecanismos climáticos causa uma forte variabilidade temporal e espacial das precipitações. Os dados mostram que a média anual das precipitações no Nordeste varia, de quase 3.000 mm da região litorânea até menos de 400 mm, no sertão do São Francisco e da Paraíba. Do ponto de vista da irregularidade temporal, por exemplo, na bacia experimental de SUMÉ – PB, o total pluviométrico no ano de 1983 foi de 248 mm e no ano de 1985 foi de 1438 mm. Desta forma esta acentuada variabilidade das precipitações podem causar problemas sérios como: secas, grandes inundações, destruição de safras e infraestrutura (MOLINIER, 1994).

Não bastasse a variabilidade das precipitações, o semi-árido nordestino tem seu quadro agravado ainda mais pelo fenômeno da evaporação, responsável por perdas significativas da quantidade e qualidade de água. Esta tem um potencial que varia de 1 000 mm por ano na região litorânea da Bahia a Recife, 2 000 no interior chegando a 3 000 mm em Petrolina – Pernambuco (CAMPOS, 1997). O volume de água que evapora a partir das precipitações é de modo geral superior ao volume do escoamento superficial e ao da infiltração. Tomando como exemplo o Vale do Jaguaribe, região que representa bem o Nordeste, o balanço hidrológico indica que, 92% da pluviometria são consumidos pela evaporação e que apenas os 8% são responsáveis pelo escoamento superficial e pela infiltração (REBOUÇAS, 1971).

No que se refere às águas subterrâneas, um fator atenuante é o subsolo, já que 70 % das bacias da região semi-árida nordestina são formadas por embasamento cristalino, enquanto que apenas uma pequena parcela dessas bacias tem solos de estruturas sedimentares.

Os solos de embasamento cristalino são rasos, em torno de meio a um metro, possuindo assim uma baixa capacidade de infiltração e um alto escoamento superficial. Outra característica das áreas constituídas por este tipo de formação é

que no fim da estação chuvosa os rios têm uma vazão muito fraca que rapidamente cessa. Nesses solos a água é armazenada nas fraturas das rochas e quando exploradas, muitas vezes, não possui a qualidade necessária para atender a demanda do consumo humano e nem para fins de irrigação.

Os solos sedimentares são profundos, tem um alto potencial de infiltração, baixo escoamento superficial e boa drenagem natural. Essas características contribuem para que haja um significativo acúmulo de água, de boa qualidade, no lençol freático. Porém essas bacias estão, em sua maior parte, localizadas no litoral e no interior da região Nordeste e possuem seus volumes desigualmente distribuídos. Estima-se que a maior parte das águas subterrâneas nordestina estejam localizadas nas bacia do Piauí e Maranhão (SUASSUNA, 2007).

## **2.2 Os Reservatórios**

Tendo em vista as características físicas e climáticas da região semi-árida do Nordeste brasileiro, tornou-se necessário adotar uma política de construção reservatórios para que a população pudesse conviver com as condições climáticas adversas da região.

A construção de reservatórios superficiais é a principal política adotada pelos governos brasileiros para atender a região nordeste com água aceitável. Esta política tem sido aplicada desde o início do século XX e tem resultado numa grande rede de açudes. No Nordeste, o primeiro construído foi o açude Cedro situado no município de Quixadá, na bacia representativa de Juatama. Segundo Suassuna (2007), hoje o semi-árido possui cerca de 70 mil açudes de pequeno porte com volumes entre 10.000 a 20.000 m<sup>3</sup> representando em torno de 80 % do potencial hídrico do Nordeste.

De modo geral, a construção de um reservatório, ou açude, é o modo como o homem interfere na natureza acumulando a água da estação chuvosa para que esta possa ser utilizada nos períodos secos. Assim se consegue atenuar a variabilidade dos rios e reduzir os efeitos causados pelas secas (CAMPOS, 1996).

Ao passo que os reservatórios recebem e armazenam as águas dos deflúvios naturais seus efluxos podem ocorrer de três maneiras: por sangria, por evaporação e para atendimento da demanda. O modo como esses processos

ocorrem dependem de fatores, tais como: condições climáticas, regime dos rios, características da bacia hidráulica e das regras de operação do reservatório.

A sangria é o modo pelo qual o reservatório extravasa as águas que ele não consegue armazenar, visto que sua capacidade é limitada. As águas que transbordam retornam aos leitos dos rios e caso, não sejam captadas por outro reservatório a jusante, deixam a bacia hidráulica em direção ao oceano.

A parcela de água perdida por evaporação consiste em perda para a bacia hidrográfica, pois esta é transferida da superfície do reservatório para a atmosfera retornando à superfície em forma de precipitação em algum outro lugar. Desta forma as perdas por evaporação comprometem a disponibilidade hídrica de uma dada região, pois são irreversíveis, e o conhecimento destas perdas constitui o ponto de partida para aplicação de políticas de implementação de recursos hídricos dessa região.

Molle (1989) pesquisou e analisou dados de 11 postos distribuídos no semi-árido, com séries variando de 8 a 25 anos, e constatou que a média anual de evaporação varia de 2700 mm para os meses de abril a junho, a 3300 mm referentes aos meses de outubro a dezembro.

Referente às águas regularizadas, estas se destinam a atender a demanda da sociedade de um determinado local com um aceitável nível de qualidade. Esta demanda ocorre no Nordeste na estação seca, uma vez que a oferta natural ocorre na estação chuvosa. Estudar as regras de operação dos reservatórios constitui uma ferramenta importante para garantir o atendimento da demanda, principalmente a longo prazo. Para tornar este estudo significativo é necessário analisar os dados das séries hidrológicas no comportamento do reservatório, verificando se este pode reter ou liberar as águas acumuladas como respostas a certos períodos na região semi-árida (CAMPOS; STUDART, 2006).

### **2.2.1 Operação Simulada do Reservatório e a Equação do Balanço Hídrico**

Segundo Campos (1996) através da operação simulada do reservatório é possível analisar a capacidade de regularização dos mesmos. Isto é feito a partir da solução da equação do balanço hídrico, utilizando as séries de vazões afluentes ao reservatório.

Para a operação simulada do reservatório, as seguintes proposições devem ser adotadas:

- Unidade de tempo utilizada, o mês;
- A retirada do reservatório é constante ao longo dos anos e dos meses;
- A contribuição líquida sobre o lago (precipitação menos evaporação) é admitida constante ao longo dos anos, porém variável ao longo dos meses.

A fim de determinar o comportamento de um reservatório, utiliza-se a equação do balanço hídrico. Esta consiste em igualar as entradas e saídas do sistema como exemplificado abaixo:

$$dV/dt = E - S \quad (2.1)$$

Onde:

$dV/dt$  : é a variação do volume ao longo do tempo;

E: é o resultado de todas as entradas no sistema;

S: é o resultado de todas as saídas.

Assim, as entradas (E) do reservatório são compostas pelos deflúvios e pelas precipitações que incidem diretamente sobre a área do espelho d'água do lago, enquanto que as saídas (S) são referentes às parcelas evaporadas e as

utilizadas para fins utilitários. A equação do balanço hídrico usada neste modelo é dada por:

$$V_{i+1} = V_i + (P_i - E_i)x \left( \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) + I_i - M_i - S_i \quad (2.2)$$

Onde:

$V_{i+1}$  e  $V_i$  representam os volumes de água estocados no reservatório no início dos meses  $i+1$  e  $i$  respectivamente;

$P_i$  precipitação média sobre o espelho de água do açude durante o mês  $i$ ;

$E_i$  é a lâmina média evaporada da superfície do lago durante o mês  $i$ ;

$A_{i+1}$  e  $A_i$  representam as áreas do lago do reservatório no início dos meses  $i+1$  e  $i$ , respectivamente;

$I_i$  são os volumes afluentes ao reservatório durante o mês  $i$ ;

$M_i$  é a retirada do reservatório durante o mês  $i$ ;

$S_i$  volume sangrado do reservatório.

Na simulação considera-se o reservatório com volume inicial  $V_0$ , garantia  $G$ , horizonte de tempo  $H$  anos, onde  $H$  é a extensão da série de vazões. Inicialmente considera-se a retirada mínima  $M = (\min (K/2, \mu/2))$ , onde  $K$  = capacidade do reservatório e  $\mu$  = média dos deflúvios anuais afluentes ao reservatório. O volume anual armazenado é analisado ao término de cada ano. Caso este volume não seja suficiente para atender a demanda, considera-se que naquele ano houve falha.

As regras de operação são definidas pelas seguintes equações:

$$V_{i+1} = 0, \text{ se } \left( V_i + (P_i - E_i)x \left( \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) - M_i + I_i \right) \leq 0 \quad (2.3)$$



$$V_{i+1} = \left( V_i + (P_i - E_i)x \left( \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) + I_i \right), se$$

$$0 < \left( V_i + (P_i - E_i)x \left( \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) - M_i + I_i \right) < K \quad (2.4)$$

$$V_{i+1} = K, se \left( V_i + (P_i - E_i)x \left( \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) - M_i + I_i \right) \geq K \quad (2.5)$$

Ao término de cada ano, verifica-se se a retirada estipulada  $M = (\min (K/2, \mu/2))$  satisfaz a frequência de falhas pretendida. Se a retirada superar a que foi assumida inicialmente, diminui-se a retirada, caso contrário, aumenta-se a retirada e simula-se o comportamento do reservatório novamente até que a retirada atinja o percentual de falhas pretendido.

### **2.2.2 A Vazão Regularizada**

Na determinação da disponibilidade hídrica de um sistema é de fundamental importância o estudo do comportamento da vazão regularizada. Esta vazão é função de alguns parâmetros tais como:

- Capacidade do reservatório (K);
- Volume inicial assumido para o reservatório ( $V_0$ );
- Coeficiente de variação dos deflúvios anuais afluentes ao reservatório (CV);
- Evaporação média ocorrida na estação seca (Ev);
- Fator de forma do reservatório ( $\alpha$ );

- Horizonte de simulação (H);
- Garantia (G).

Studart (2000) constatou que quando um reservatório é simulado para vários valores de volume inicial e horizontes de simulação e, onde os demais parâmetros são mantidos constantes, inicialmente as condições iniciais influenciam de forma acentuada nos valores da vazão regularizada. Entretanto com o passar do tempo esses valores passam a ficar mais atenuados. Após um longo período, o processo se estabiliza em uma dada condição de equilíbrio, na qual a vazão regularizada torna-se independente do volume  $V_0$  e do horizonte de simulação, assumidos inicialmente. A figura (2.1) mostra este comportamento.

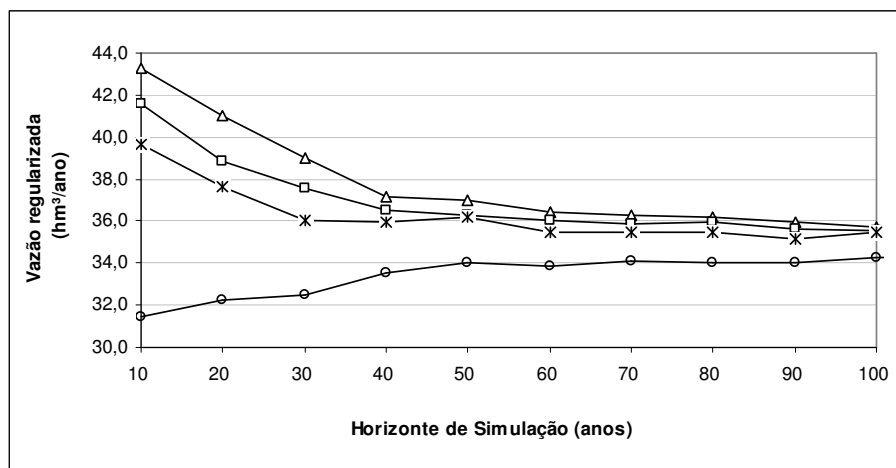


Figura 2.1 - Exemplo do comportamento da vazão regularizada para um horizonte de simulação.  
Fonte: Studart (2000).

Portanto, o processo de armazenamento pode ser analisado através de dois estados:

- Estado transiente:

$$Q_r = f(\mu, \sigma, V_0, H, K, G, E, \alpha) \quad (2.6)$$

- Estado de equilíbrio:

$$Q_r = f(\mu, \sigma, K, G, E, \alpha) \quad (2.7)$$

Onde:

$Q_r$  = vazão a ser regularizada pelo reservatório em questão;

$\mu$  = média dos deflúvios anuais afluentes ao reservatório;

$\sigma$  = desvio-padrão dos deflúvios anuais afluentes ao reservatório;

$V_0$  = volume inicial assumido para o reservatório;

$H$  = horizonte de planejamento (em anos);

$K$  = capacidade do reservatório;

$G$  = garantia (em %);

$E_L$  = evaporação líquida no reservatório;

$\alpha$  = fator de forma do reservatório.

Sabendo-se que o coeficiente de variação das séries dos deflúvios afluentes ao reservatório é dado por:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.8)$$

E utilizando-se os fatores adimensionais de capacidade ( $f_K$ ) e de retirada ( $f_M$ ), definidos por Campos (1987):

$$f_K = \frac{K}{\mu} \quad (2.9)$$

$$f_M = \frac{M}{K} \quad (2.10)$$

Obtem-se:

- Estado transiente:

$$f_M = f (CV, V_0, H, f_K, G, E_L, \alpha) \quad (2.11)$$

- Estado de equilíbrio:

$$f_M = f (CV, G, f_K, E_L, \alpha) \quad (2.12)$$

No estado transiente, a vazão regularizada (representada pelo fator adimensional  $f_M$ ) fica bem caracterizada por sete parâmetros dentre os quais o volume inicial  $V_0$  e o horizonte de tempo  $H$ , ao passo que o estado de equilíbrio é função apenas de quatro parâmetros.

### ***2.2.3 Equação do Balanço de Massa e o Diagrama Triangular de Regularização***

Campos (2005) propõe uma metodologia que reúne simplicidade e uma boa base teórico-conceitual para o dimensionamento hidrológico de açudes. A partir da Equação do Balanço de Massa foi possível mostrar a grande importância de se usar o Diagrama Triangular de Regularização.

A equação do balanço de massa de um reservatório em um dado tempo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum I = \sum E + \sum R + \sum S + \Delta Z \quad (2.13)$$

Onde:

$\Sigma I$ : soma dos volumes afluentes ao reservatório;

$\Sigma E$ : soma do volume que evapora do reservatório;

$\Sigma R$ : soma do volume regularizado do reservatório;

$\Sigma S$ : soma do volume sangrado do reservatório;

$\Delta Z$  : representa a diferença entre os volumes final e inicial do reservatório.

Dividindo todos os termos da equação 2.11 pelo número de anos  $N$ , ela pode ser reescrita assim:

$$\frac{\sum I}{N} = \frac{\sum E}{N} + \frac{\sum R}{N} + \frac{\sum S}{N} + \frac{\Delta Z}{N} \quad (2.14)$$

Fazendo  $N$  suficientemente grande, o termo  $\Delta Z/N$  tende a zero e os demais tendem para seus valores esperados e a equação fica:

$$\mu = E\{E\} + E\{R\} + E\{S\} \quad (2.15)$$

Assim  $\mu$  passa a representar o deflúvio médio anual e  $E\{E\}, E\{R\}, E\{S\}$  representam os valores esperados de evaporação, regularização e sangrado respectivamente.

A equação 2.15 mostra que o volume total afluente ao reservatório é dividido em três partes, o que sugere o uso do diagrama triangular de regularização para verificar como essa divisão ocorre em função dos parâmetros estatísticos dos deflúvios, bem como das características morfológicas do reservatório. Na construção desses diagramas devem ser adotados os seguintes procedimentos:

- Fixar um valor para o coeficiente de variação dos deflúvios anuais e gerar séries sintéticas de 2000 anos de extensão, com média igual a 100, a partir de uma população gama de dois parâmetros;
- Admitir que o reservatório tivesse volume inicial correspondente a 50 % do deflúvio médio anual;
- Fixar valores de  $f_k$  e  $f_E$  e simular a operação do reservatório para cada ponto  $(C_v, f_k, f_E)$  com série sintética obtendo os percentuais evaporados, regularizados e sangrados com um nível de garantia de 90%;

- Elaborar um diagrama com os percentuais evaporado, regularizado e sangrado e traçar isolinhas de  $f_k$ ,  $f_E$  para cada valor dos coeficientes de deflúvio.

A figura 2.2 mostra o formato do Diagrama Triangular de Regularização.

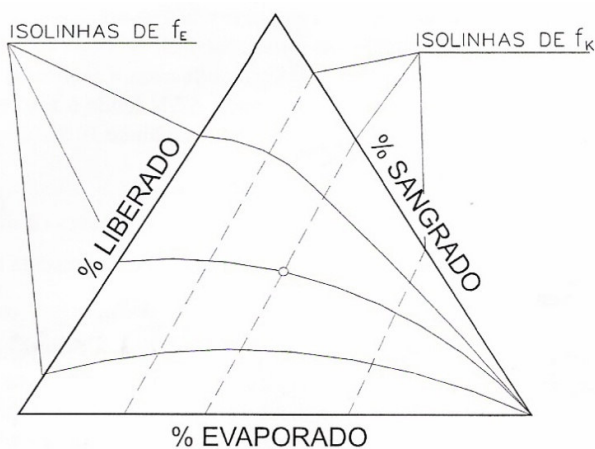


Figura 2.2 – Representação do Diagrama Triangular de Regularização. Fonte:(Campos, 2005)

O Diagrama Triangular de Regularização é uma ferramenta poderosa para entender como ocorrem às trocas evaporação, sangria e regularização bem como no dimensionamento de reservatórios, na análise de eficiência dos pequenos e grandes reservatórios do Nordeste e também para estimar o tempo de esvaziamento de um reservatório.

#### **2.2.4 Equação do Tempo de Esvaziamento do Reservatório**

Utilizando como base o Método do Diagrama Triangular de Regularização em conjunto com o programa matemático Maple 9.5, Campos (2006) desenvolveu uma equação para estimar o tempo de esvaziamento de um reservatório.

Para esta formulação, a morfologia da bacia hidráulica foi representada através das equações:

$$V(h) = \alpha h^3 \quad (2.16)$$

$$A(h) = 3\alpha h^2 \quad (2.17)$$

Onde:

$V(h)$ : Representa o volume do reservatório de altura  $h$ ;

$A(h)$ : Representa a área do lago do reservatório de altura  $h$ ;

$\alpha$ : fator de forma do reservatório;

A variação do volume do reservatório pode ser descrita pela equação:

$$dV = \alpha h^3 - \alpha (h - dh)^3 \quad (2.18)$$

Onde  $dh$  é a representação infinitesimal da profundidade

Fazendo uma expansão na equação 2.16, temos:

$$dV = \alpha h^3 - [\alpha h^3 - 3\alpha h^2 dh + 3\alpha h dh^2 - \alpha dh^3] \quad (2.19)$$

Sabendo que  $dh$  é um incremento muito pequeno, suas potências acima de 2 podem ser desprezadas. Assim a equação assume a forma:

$$dV = 3\alpha h^2 dh \quad (2.20)$$

Quanto à variação do volume do reservatório, esta pode ser estimada através da equação:

$$dV = q dt + e 3\alpha h^2 dh \quad (2.21)$$

Onde:

$q$ : representa o volume retirado do reservatório;

$e$ : representa a intensidade evaporada;

$t$ : o intervalo de tempo.

Fazendo a igualdade das equações (2.18) e (2.19) obtemos:

$$dt = \left[ \frac{3\alpha h^2}{q + 3e\alpha h^2} \right] dh \quad (2.22)$$

Que é uma equação diferencial de 1° ordem e 2° grau que relaciona a vazão regularizada com o tempo de esvaziamento. O tempo de esvaziamento do reservatório é obtido através da resolução da equação (2.20):

$$te = \frac{h}{e} - \frac{q\sqrt{3} \cdot \arctan\left(\frac{e\alpha h\sqrt{3}}{\sqrt{qe\alpha}}\right)}{3e\sqrt{qe\alpha}} \quad (2.23)$$

Onde:

te: representa o tempo de esvaziamento do reservatório;

h : profundidade do reservatório;

q: a vazão de retirada;

e: a intensidade de evaporação;

$\alpha$  : é o fator de forma do reservatório.

## 2.3 Teoria Fuzzy

### 2.3.1 Conceitos

Segundo Saavedra (2003) a lógica convencional trata as informações de modo binário, classificando-as como verdadeiras ou falsas. Talvez a definição desses dois estados da informação, em alguns casos, seja suficiente, porém, muitas experiências humanas necessitam de uma manipulação mais abrangente do que o simples tratamento de falso ou verdadeiro, sim ou não, certo ou errado.

É neste contexto que a lógica fuzzy (difusa) se torna uma ferramenta apropriada para tratar informações vagas e incertas, em geral descritas em uma linguagem natural (LIMA, 2002).



Um fator eminente dessa teoria é a sua capacidade de capturar conceitos intuitivos, além de considerar aspectos psicológicos utilizados pelos seres humanos em seu raciocínio usual, evitando que sua representação seja engessada por modelos tradicionais (OLIVEIRA, 1999).

Foi em 1965, pensando em atribuir significados a termos lingüísticos de cunho qualitativo, subjetivo, como 'perto', 'longe', 'alto', 'aproximadamente', que o matemático Lofti Zadeh, introduziu o conceito de conjuntos fuzzy (difusos). Através de tais conjuntos, seria possível armazenar dados não precisos em computadores, gerar respostas baseadas em informações vagas ou ambíguas, em processos análogos ao do raciocínio humano. Nesta lógica, são utilizados modelos matemáticos para mapear variáveis subjetivas, como frio, agradável e quente, para valores concretos que podem ser manipulados matematicamente.

A Lógica Fuzzy ou Nebulosa é baseada no uso de aproximações, ao contrário da exatidão, com que se está naturalmente acostumado a trabalhar. O princípio fundamental da Teoria *Fuzzy*, princípio da dualidade, estabelece que dois eventos opostos possam coexistir, isto é, um elemento pode pertencer, em um certo grau, a um conjunto e, em um outro grau, a um outro conjunto. Nota-se isso em vários casos na natureza e na vida cotidiana, principalmente quando se tratam de conceitos abstratos como beleza, conforto, etc... Por exemplo, uma pessoa pode achar que está calor, enquanto outra, no mesmo ambiente, acha que está frio.

Os conjuntos fuzzy podem ser encarados como uma extensão da teoria clássica dos conjuntos (conjuntos crisp), cujos valores variam no intervalo entre 0 (zero) e 1 (um). Ou seja, uma regra pode ter resultados 100% falsos e 100% verdadeiros, ou um resultado entre esse intervalo, por exemplo: 60% verdadeiro.

No sistema lógico convencional, chamado também de crisp, quando se deseja classificar uma casa de grande ou pequena, usa-se regras simplórias – se ela tem até 100 m<sup>2</sup> é pequena. Se tem mais que 100 m<sup>2</sup>, é grande. Mas e se ela tiver 99 m<sup>2</sup>? É pequena?

Já na lógica fuzzy, não se pode tratar uma variável como tendo apenas um estado atual, mas sim com 'n' estados, cada um com um grau de associação. Por exemplo, não se afirma que uma casa é grande, mas sim que ela é 0,8 grande, 0,2 média e 0,0 pequena. Isto faz com que sejam definidos conjuntos em que um dado valor pode ser enquadrado.

Com a lógica difusa, a pergunta muda: não se trata mais de saber se uma pessoa é maior de idade, mas o quanto essa pessoa pertence ao conjunto dos maiores de idade. Assim, basta definir a função matemática que vai descrever o conjunto difuso dos adultos e aplicar a idade atual do indivíduo à equação para saber o quão adulto ele é.

Muitas vezes, quando se define um conjunto, encontram-se dificuldades em classificar elementos de sua fronteira, pois esses podem seguir algumas características do conjunto, mas não exatamente todas. Se um veículo ultrapassa o limite de velocidade de uma rodovia, pode receber uma multa. Se o limite é fixado, por exemplo, em 70 km/h, então quem ultrapassa-lo por apenas um quilômetro horário, 71 km/h, deve ser multado? Mesmo que haja uma margem de segurança, pela lógica aristotélica, o limite (com ou sem margem) divide os motoristas em dois conjuntos: o dos infratores e o dos respeitadores da lei. Mas quem ultrapassa o limite por "pouco" deve ser considerado pertencente ao mesmo conjunto que quem, por exemplo, foi pego a uma velocidade equivalente ao dobro do limite?

A Lógica Nebulosa permite que se resolvam alguns paradoxos tradicionais da matemática e da lógica aristotélica. Como as variáveis podem assumir valores contínuos, as soluções para alguns paradoxos clássicos podem ser encontradas admitindo-se, para cada alternativa da solução, um valor "*fuzzificado*", ou seja, um grau de verdade, que não precisa, necessariamente, ser zero ou um.

### **2.3.2 Conjuntos Fuzzy**

Na teoria tradicional dos conjuntos, um conjunto  $A$  pertencente a um universo de discurso  $X$  pode ser representado por uma função característica  $A(x), x \in X$ , isto é:

$$A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in X \\ 0, & \text{se } x \notin X \end{cases} \quad (2.24)$$

A estrutura acima é aplicada para conjuntos com limites bem definidos, pois para qualquer objeto que pertença ao universo  $X$  é possível determinar com

exatidão se o mesmo pertence ou não ao conjunto A. Assim, segundo Chagas (2005) nos conjuntos clássicos existe uma distinção rígida entre os elementos que pertencem ou não a um conjunto. O conceito fundamental dos conjuntos Fuzzy é suavizar esta restrição, pois esta teoria possibilita a existência de um grau de pertinência para cada elemento de um determinado conjunto.

A pertinência de um elemento em um determinado conjunto ocorre de modo gradativo. Segundo Zimmermann (1991), nos casos extremos o grau de pertinência é 0, caso ele não pertença ao conjunto ou o grau de pertinência é 1, caso em que o elemento pertença 100 % ao conjunto. Desta forma um conjunto fuzzy surge a partir da expansão de um conjunto tradicional, passando a incorporar incertezas (LIMA, 2002).

De acordo com Ganoulis (1994), o conceito central da teoria dos números Fuzzy baseia-se na existência de uma função de pertinência para representar numericamente o grau através do qual determinado elemento pertence a um conjunto. Assim, conforme Zadeh (1965) um conjunto fuzzy é caracterizado por uma função de pertinência que irá mapear os elementos de um determinado domínio para um número real pertencente ao intervalo [0,1].

Normalmente, uma função de pertinência está na forma  $\tilde{A}: X \rightarrow [0,1]$ . Assim sendo, qualquer função assim representada pode ser associada a um conjunto fuzzy, dependendo dos conceitos e das propriedades que se deseja representar, considerando-se, ainda, o contexto no qual o conjunto está inserido. Um conjunto fuzzy é um conjunto de pares ordenados onde o primeiro elemento é  $x \in X$  e o segundo é a função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  que mapeia  $x$  no intervalo [0,1]. Assim, a representação de um conjunto fuzzy é matematicamente definida por:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\} \quad (2.25)$$

Onde:

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  é o grau de pertinência de  $x$  no conjunto  $\tilde{A}$

Existem vários tipos de funções de pertinência parametrizadas como, por exemplo: triangular, trapezoidal, exponencial, gaussiana. As funções mais utilizadas são as trapezoidais e as triangulares.

- Funções Trapezoidais

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m] \\ 1, & \text{se } x \in [m, n] \\ \frac{b-x}{b-n}, & \text{se } x \in [n, b] \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (2.26)$$

- Funções Triangulares

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m] \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{se } x \in [m, b] \\ 0, & \text{se } x \geq b \end{cases} \quad (2.27)$$

A figura 2.3 mostra exemplos de funções de pertinência trapezoidal (a) e triangular (b).

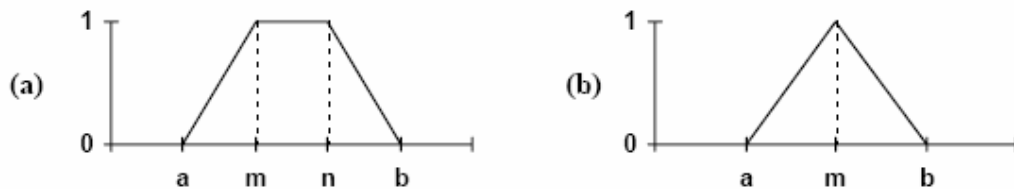


Figura 2.3 - Exemplos de funções de pertinência.

Embora a função de pertinência seja o ponto central da teoria dos conjuntos fuzzy, existem outros conceitos básicos que também são importantes para compreensão desta teoria. Entre estes conceitos podem ser mencionados: suporte, supremo, normalização, convexidade, cardinalidade, fuzificação, defuzificação e o princípio da extensão.

## Suporte

O suporte de um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  representado por  $\text{Supp}(\tilde{A})$ , é definido como o conjunto nítido que contém todos os elementos do universo  $X$ , que pertencem a  $\tilde{A}$  com grau de pertinência diferente de zero, ou seja:

$$\text{Supp}(\tilde{A}) = \{x \in X / \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (2.28)$$

## Supremo

O supremo de  $\tilde{A}$  denotado por  $\sup \mu_{\tilde{A}}(x)$  é o maior grau de pertinência obtido nesse conjunto por um de seus elementos. Trata-se, portanto, de sua altura  $h(\tilde{A})$ . Portanto:

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \tilde{A}(x) \quad (2.29)$$

Quando a altura  $h(\tilde{A}) = 1$ , o conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  é normal e caso  $h(\tilde{A}) < 1$   $\tilde{A}$  é dito subnormal.

## Normalização

Caso um conjunto fuzzy seja não vazio e subnormal, pode-se torná-lo normal por meio da divisão dos graus de pertinência de cada elemento pelo maior grau de pertinência encontrado no conjunto, ou seja:

$$\mu'_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) / \sup \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.30)$$

## Convexidade

Um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  é convexo se para  $\forall x_1, x_2 \in X \text{ e } \lambda \in [0,1]$  ocorre:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad (2.31)$$

O conjunto representado na figura 2.4 é convexo enquanto que o da figura 2.5 é não convexo.

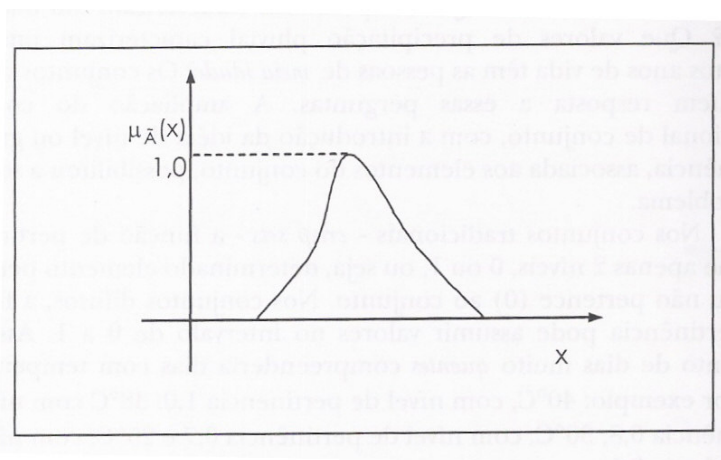


Figura 2.4 - Conjunto fuzzy convexo.

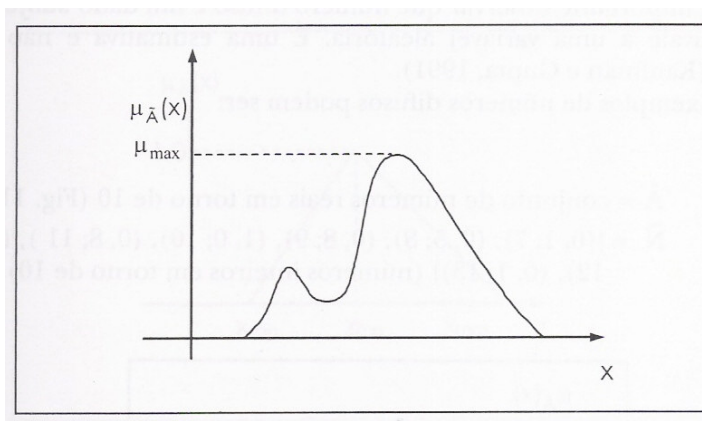


Figura 2.5 - Conjunto fuzzy não convexo.

### Cardinalidade

A cardinalidade de um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$ , definido no universo  $X$  finito, é o somatório dos graus de pertinência de todos os elementos de  $X$  em  $\tilde{A}$ , conforme equação abaixo:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.32)$$

### Fuzificação

A fuzificação acontece quando um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  é obtido pelo “alargamento” fuzzy de um conjunto nítido, isto é, um conjunto nítido é convertido em um conjunto fuzzy apropriado, para expressar medidas de incertezas.

### Desfuzificação

A idéia principal dos métodos de desfuzificação é obter um valor a partir de um conjunto fuzzy, de acordo com algumas características especificadas. Este processo é bastante utilizado nos sistemas fuzzy de um modo geral, pois seu objetivo é fazer interface com os modelos nítidos do mundo real, associando a cada conjunto fuzzy, um elemento que o represente.

### Princípio da Extensão

O princípio da extensão ocupa um papel fundamental na teoria dos conjuntos fuzzy, visto que através dele é possível definir várias operações com esses conjuntos. Sejam  $X$  e  $Y$  dois conjuntos,  $\tilde{A}$  um conjunto fuzzy em  $X$  e  $f$  um mapeamento de  $X$  para  $Y$ , ou seja:

$$f : X \rightarrow Y$$

O princípio da extensão estabelece que a imagem de  $\tilde{A}$  sob este mapeamento é um conjunto fuzzy  $\tilde{B} = f(\tilde{A})$  em  $Y$ , tal que para cada  $y \in Y$  ocorre:

$$\tilde{B}(y) = \sup \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.33)$$

Onde:  $x \in X$  e  $y = f(x)$ , conforme Figura 2.6.

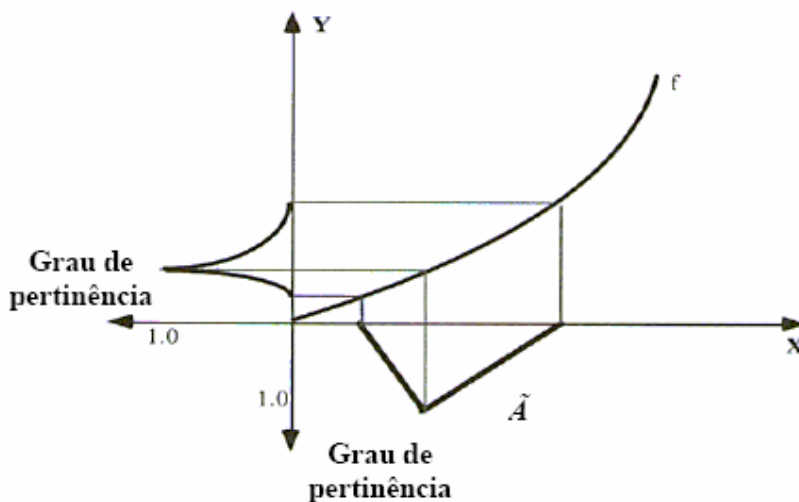


Figura 2.6: Princípio da Extensão (Pedrycz, 1998).

### 2.3.3 Operações Com Conjuntos Fuzzy

A teoria dos conjuntos fuzzy é uma extensão da teoria dos conjuntos tradicionais. Assim as principais operações clássicas de igualdade, união, intersecção e complemento foram estendidos para o domínio dos conjuntos fuzzy. Desta forma, sendo  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  dois conjuntos fuzzy as seguintes operações podem ocorrer:

#### Igualdade

Dois conjuntos fuzzy  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  são iguais quando seus valores de pertinência são idênticos, ou seja:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x), \forall x \in X \quad (2.34)$$

#### União

A união *fuzzy* dos conjuntos *fuzzy*  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ , definida por  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ , provoca o surgimento de outro conjunto *fuzzy*, cuja função de pertinência é formada pelos



máximos das funções de pertinência dos conjuntos  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  representando-se desta forma:

$$\tilde{A} \cup \tilde{B}(x) = \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.35)$$

### Intersecção

A intersecção fuzzy dos conjuntos fuzzy  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ , definida por  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$  também provoca o surgimento de outro conjunto fuzzy, porém sua função de pertinência é formada pelos mínimos das funções de  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ .

$$\tilde{A} \cap \tilde{B}(x) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.36)$$

### Complemento

O complemento  $\bar{A}$  de um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  é obtido pela aplicação da seguinte função de pertinência:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x), \forall x \in X \quad (2.37)$$

Dados os conjuntos fuzzy  $\tilde{A}, \tilde{B}$  e  $\tilde{C}$  os operadores min, max e o de complemento, possuem as seguintes propriedades:

1. Comutatividade:

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A} \text{ e } \tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$$

2. Associatividade:

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C} \text{ e } \tilde{A} \cup (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C}$$

3. Idempotência:

$$\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A} \text{ e } \tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}$$

4. Distributividade:

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C}) \text{ e}$$

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C})$$

5. Condições de Limites:

$$\tilde{A} \cap X = \tilde{A} \text{ e } \tilde{A} \cup X = \tilde{A}$$

$$\tilde{A} \cap \emptyset = \tilde{A} \text{ e } \tilde{A} \cup \emptyset = \tilde{A}$$

6. Absorção:

$$\tilde{A} \cap (\tilde{A} \cup \tilde{B}) = \tilde{A} \text{ e } \tilde{A} \cup (\tilde{A} \cap \tilde{B}) = \tilde{A}$$

7. Lei de Morgan:

$$\sim (\tilde{A} \cap \tilde{B}) = \sim \tilde{A} \cup \sim \tilde{B} \text{ e } \sim (\tilde{A} \cup \tilde{B}) = \sim \tilde{A} \cap \sim \tilde{B}$$

8. Involução:

$$\sim (\sim (\tilde{A})) = \tilde{A}$$

Os dois únicos axiomas da teoria clássica dos conjuntos, que não são satisfeitos nos conjuntos fuzzy, são a Lei da Contradição e a Lei dos Meios Excluídos,  $\tilde{A} \cap \sim \tilde{A} \neq \emptyset$  e  $\tilde{A} \cup \sim \tilde{A} \neq X$ , respectivamente, o que pode ser observado via os operadores min e max.

### 2.3.4 Números Fuzzy

Segundo Kaufman e Gupta (1991 apud Vieira, 2005) um número fuzzy é um dado subjetivo e não equivale a uma variável aleatória, trata-se de uma estimativa e não de uma medida. Assim, um número fuzzy é tido formalmente, como um conjunto fuzzy convexo e normal definido no conjunto dos números reais  $R$ , tal que sua função de pertinência tem a forma:

$$\mu_{\tilde{A}} : R \rightarrow [0,1] \tag{2.38}$$

Quando a função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  assume forma triangular o número fuzzy correspondente é chamado Número Fuzzy Triangular (TFN), ao qual se podem associar situações que se caracterizam através de três valores: um valor mínimo, um valor máximo e um valor mais provável (VIEIRA, 2005).

A figura 2.7 representa esquematicamente um número fuzzy triangular  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$  onde ao valor  $a_2$  se atribui pertinência 1, ou seja, existe grande possibilidade de ocorrer  $a_2$  e aos valores menores que  $a_1$  e maiores que  $a_3$  são atribuídos pertinência zero, ou seja, não existe possibilidade de ocorrer estes valores. Aos valores intermediários entre  $[a_1, a_2]$  e  $[a_2, a_3]$  são atribuídos pertinências entre 0 e 1.

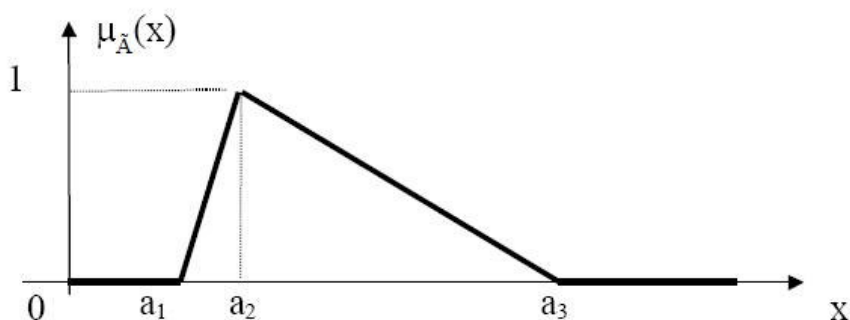


Figura 2.7 - Número fuzzy triangular.

Segundo Kaufmann e Gupta (1988), as operações algébricas de adição, subtração e multiplicação por um escalar, que envolvem os números fuzzy triangulares geram como resultado também um número fuzzy triangular. Essas operações são ditas como lineares. Já outras operações, tais como multiplicação e divisão entre números fuzzy triangulares, não necessariamente geram um número fuzzy triangular. Seu cálculo é obtido através de operações de intervalos de confiança de números fuzzy triangulares e requerem uma atenção especial para que a divergência gerada nestas operações não atrapalhe o resultado final esperado.

Desta forma, dados  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$  e  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ , dois números fuzzy triangulares, as seguintes operações aritméticas são definidas:

- Adição

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (2.39)$$

A representação gráfica desta operação é mostrada na figura 2.8.

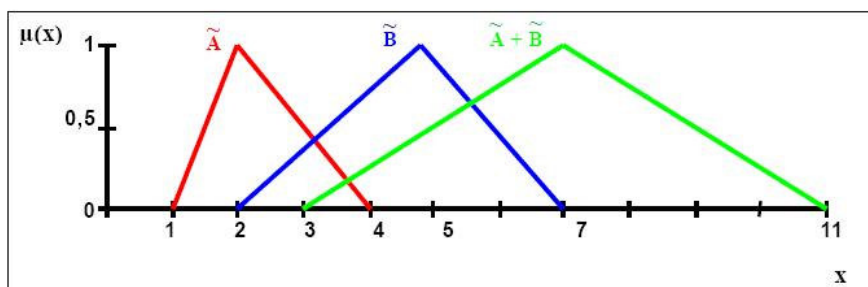


Figura 2.8.-. Adição de dois números fuzzy triangulares  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ .

- Subtração

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \quad (2.40)$$

A figura 2.9 mostra a representação gráfica desta operação.

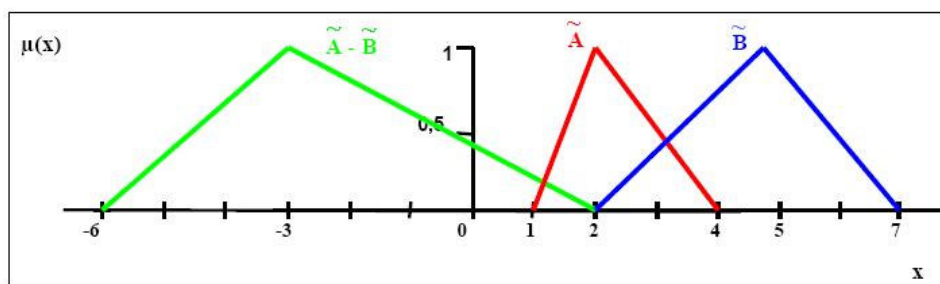


Figura 2.9 - Subtração de dois números fuzzy triangulares  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ .

Embora a multiplicação e a divisão de números fuzzy triangulares, não dê como resultado um número fuzzy triangular, pode-se fazer a seguinte aproximação:

- Multiplicação

$$\begin{aligned} \tilde{A} * \tilde{B} = & [\min(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_1, a_3 * b_3), a_2 * b_2, \\ & \max(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_1, a_3 * b_3)] \end{aligned} \quad (2.41)$$

- Divisão

$$\tilde{A} / \tilde{B} = [\min(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3}), \frac{a_2}{b_2}, \max(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3})] \quad (2.42)$$

### 3. METODOLOGIA

Esta pesquisa combina a Teoria dos Reservatórios com a Teoria Fuzzy para chegar aos objetivos desejados. De modo que no presente estudo a metodologia deve abordar as seguintes etapas:

- Avaliar a equação de esvaziamento, escrita em sua forma fuzzy, do reservatório em função das retiradas e da evaporação;
- Nesta avaliação os parâmetros de entrada da equação não serão tratados de forma determinística, mais sim como parâmetros fuzzy, ou seja, para cada parâmetro da equação deverá ser atribuída uma função de pertinência;
- Posteriormente, a equação de esvaziamento (fuzzy) será aplicada para analisar as eficiências (fuzzy) dos reservatórios por meio da relação entre o volume utilizado para fins hidroagrícolas e o volume acumulado no final da estação úmida.

#### 3.1 A equação de esvaziamento e da eficiência de acumulação

Como mencionado no capítulo anterior, a equação de esvaziamento apresentada por Campos (2006), foi desenvolvida utilizando as premissas do Método do Diagrama Triangular de Regularização e o programa matemático Maple 9.5. Esta equação tem por objetivo estimar o tempo de esvaziamento do reservatório em função de alguns parâmetros hidrológicos tais como a vazão de retirada e a evaporação.

$$te = \frac{h}{e} - \frac{q\sqrt{3} \cdot \arctan\left(\frac{e\alpha h\sqrt{3}}{\sqrt{qe\alpha}}\right)}{3e\sqrt{qe\alpha}} \quad (3.1)$$

Onde:

te: representa o tempo de esvaziamento do reservatório;

h: profundidade do reservatório;  
 q: a vazão de retirada;  
 e: a intensidade de evaporação;  
 $\alpha$  : é o fator de forma do reservatório.

Já eficiência de acumulação, ou rendimento, é avaliada pela relação entre o volume efetivamente utilizado ( $q \cdot t_e$ ) e o volume acumulado no final da estação úmida (K), calculada através da equação 3.2.

$$\eta = \frac{q \cdot t_e}{K} \quad (3.2)$$

Onde:

$\eta$ : é a eficiência de acumulação;  
 q: o volume retirado;  
 $t_e$ : o tempo de esvaziamento;  
 K: o volume acumulado no final da estação úmida.

### 3.2 Modelagem Fuzzy das Equações

A formulação fuzzy desenvolvida para esta pesquisa tem por base tratar o tempo de esvaziamento do reservatório e a sua eficiência de acumulação como números fuzzy, representados por suas funções de pertinência, definidos no intervalo [0,1].

Uma função de pertinência é aquela que representa o nível de pertinência dos parâmetros, em um determinado processo físico bem definido. Desta forma, quanto maior for o grau de pertinência desta variável no contexto, maior será o valor desta função.

No desenvolvimento da modelagem fuzzy é necessário reescrever a equações de esvaziamento do reservatório e da eficiência de acumulação em sua forma fuzzy. Isto é feito transformando cada variável de controle, em uma variável fuzzy. Por exemplo, o tempo de esvaziamento, calculado através da equação 3.1, deixa de ser uma simples função do domínio dos números reais e passa a ser uma

variável associada a um evento qualquer com um determinado grau de pertinência. Para fazer a representação das variáveis nas suas formas fuzzys, coloca-se o símbolo ~ sobre as mesmas. Deste modo, têm-se as seguintes formulações:

- Equação de Esvaziamento

$$\tilde{t}_e = \frac{h}{\tilde{e}} - \frac{\tilde{q}\sqrt{3} \cdot \arctan\left(\frac{\tilde{e}\alpha h\sqrt{3}}{\sqrt{\tilde{q}\tilde{e}\alpha}}\right)}{3\tilde{e}\sqrt{\tilde{q}\tilde{e}\alpha}} \quad (3.3)$$

- Equação de Eficiência de Acumulação

$$\tilde{\eta} = \frac{\tilde{q} \cdot \tilde{t}_e}{\tilde{K}} \quad (3.4)$$

Onde:

$\tilde{e}$  : função de pertinência para a evaporação;

$\alpha$  : fator de forma do reservatório;

$\tilde{t}_e$  : função de pertinência para o tempo de esvaziamento;

$h$  : profundidade do reservatório;

$\tilde{q}$  : função de pertinência para a vazão;

$\tilde{\eta}$  : função de pertinência para a eficiência de acumulação;

$\tilde{K}$  : função de pertinência para a capacidade do reservatório.

A solução deste conjunto de equações permite determinar as variáveis dependentes na forma de funções de pertinências. Essas funções são calculadas ao longo de várias profundidades do reservatório para diferentes cenários de simulações. Em outras palavras, há uma função de pertinência para o tempo de esvaziamento, para a evaporação, para a capacidade do reservatório. Isto implica dizer que o modelo permite avaliar o comportamento da vazão regularizada e do rendimento, para diferentes profundidades e sob diferentes cenários.



### 3.3 Composição das Funções de Pertinência

A composição das funções de pertinência foi feita através da distribuição fuzzy triangular a partir da arbitragem dos valores mínimo, médio e máximo para as variáveis consideradas. Esses números fuzzy triangulares foram determinados de acordo com a faixa de variação mais encontrada na literatura para os diversos parâmetros do reservatório.

Desta forma, estas funções triangulares podem ser formuladas do seguinte modo:

$$\tilde{\mu}_k = \frac{k - k_L}{k_m - k_L}, \text{ para } k_L \leq k \leq k_m \quad (3.5)$$

$$\tilde{\mu}_k = \frac{k - k_u}{k_m - k_u}, \text{ para } k_m \leq k \leq k_u \quad (3.6)$$

Onde  $k_L$  e  $k_u$  representam os valores do parâmetro com menor grau de pertinência, enquanto que  $k_m$  representa o valor dos parâmetros que possuem maior grau de pertinência. Como já mencionado, neste trabalho serão montadas funções de pertinência para capacidade do reservatório, vazão de retirada, eficiência de acumulação do reservatório e tempo de esvaziamento do reservatório.

### 3.4 Cenários analisados

A metodologia adotada neste trabalho buscou analisar o comportamento da vazão de retirada e do rendimento, de um reservatório de pequeno porte, no contexto de uma Metodologia Fuzzy, sob a observação de três cenários.

Os cálculos, tabelas e gráficos referentes aos três cenários simulados foram feitos no EXCEL e para tais, algumas considerações com respeito aos parâmetros determinísticos de entrada foram feitas:

- Admite-se que o reservatório, de capacidade (K) está cheio no final da estação úmida e que retira-se do mesmo uma vazão constante e contínua (q) durante um intervalo de tempo (t).
- Os valores de tempo de esvaziamento foram adotados iguais a quatro e seis meses, que correspondem, aproximadamente, ao tempo de cultivo de algumas culturas.
- A intensidade da evaporação (e) foi admitida igual a 191 mm por mês que corresponde, aproximadamente, às condições do sertão do vale do Jaguaribe no Ceará.
- O reservatório assume a forma de um cone ( $V=\alpha.h^3$ ) com o fator de forma  $\alpha$  assumindo valores de 1000, 5000 e 10000 e as alturas variando de um a oito metros de profundidade.

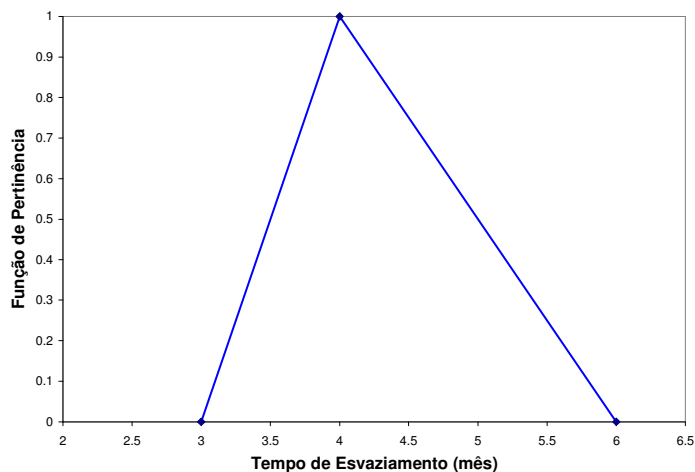
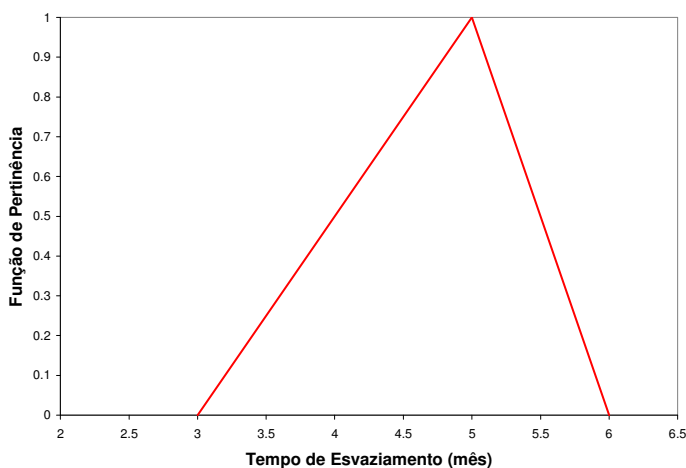
Com relação às funções de pertinência que serão utilizadas como parâmetros de entrada, estas serão mostradas de acordo com cada cenário analisado.

### **3.4.1 Cenário 1**

Neste cenário, obteve-se funções de pertinência para a vazão e o rendimento, ao longo de diferentes alturas, decorrentes de simulações em que a evaporação foi mantida como um valor determinístico ( $e=191\text{mm/mês}$ ), para os diferentes fatores de forma já citados e o tempo de esvaziamento assumiu a forma de função de pertinência.

Neste cenário foram analisados dois casos, decorrentes de se adotar duas funções de pertinência para o tempo de esvaziamento. Desta forma, foram usadas as funções  $te=[3;4;6]$  mês e  $te=[3;5;6]$  mês.

As figuras 3.1 e 3.2 mostram estas funções triangulares para estes dois casos analisados neste cenário.

Figura 3.1 – Função de pertinência para  $t_e=[3;4;6]$  mês.Figura 3.2 – Função de pertinência para  $t_e=[3;5;6]$  mês.

### 3.4.2 Cenário 2

Avaliou-se o comportamento das funções de pertinência da vazão e rendimento quando a evaporação é tratada como uma função de pertinência e os demais parâmetros de entrada assumem valores determinísticos e para os casos em que o tempo de esvaziamento ocorrem para  $t_e=4$  meses e  $t_e=6$  meses. Portanto, a função de pertinência adotada para a evaporação foi  $e = [180; 200; 220]$  mm/mês.

A figura 3.3 mostra a função de pertinência triangular para este parâmetro.

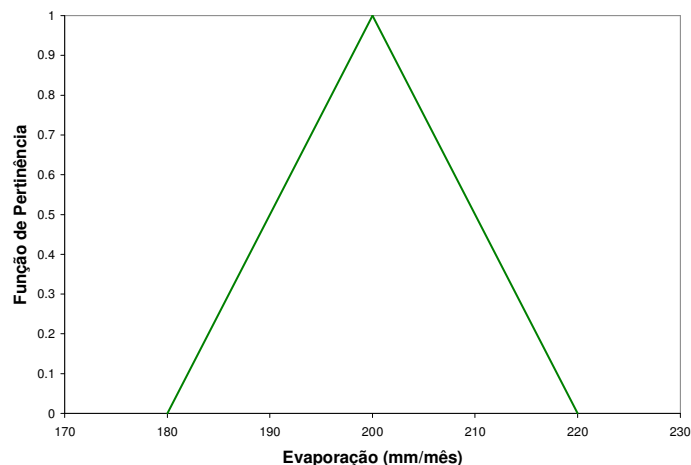


Figura 3.3 – Função de pertinência da evaporação  $e=[180;200;220]$  mm/mês.

### 3.4.3 Cenário 3

Analisou-se o comportamento das funções de pertinência da vazão e do rendimento quando o tempo de esvaziamento e a evaporação são funções de pertinência. Deste modo, neste cenário as simulações foram realizadas adotando-se  $t_e=[3;4;6]$  mês (figura 3.1),  $e=[180;200;220]$  mm/mês (figura 3.3).

## 4. RESULTADOS

Para análise do problema em estudo, onde pretendeu-se verificar o comportamento da vazão regularizada e do rendimento de um reservatório de pequeno porte, dentro de uma metodologia fuzzy, um conjunto de simulações foram realizadas para diferentes cenários.

Primeiramente simulou-se o comportamento da vazão e do rendimento para um cenário onde o tempo de esvaziamento do reservatório foi definido como uma função de pertinência em que 4 meses e 5 meses representou o maior grau de pertinência nos dois casos analisados. Com isso, foi possível determinar as funções de pertinência da vazão e do rendimento, o que possibilitou identificar o valor da vazão e do rendimento de maior grau de pertinência.

Em seguida realizou-se um conjunto de simulações dentro de um cenário, onde a evaporação foi considerada como uma função de pertinência. Neste caso, o tempo de esvaziamento do reservatório foi fixado em 4 meses e 6 meses. Novamente um conjunto de resultados permitiu identificar o comportamento da vazão regularizada e do rendimento em suas formas fuzzy.

Finalmente um novo cenário foi montado, onde além da evaporação o tempo de esvaziamento também foi considerado como uma função de pertinência. Em seguida as simulações permitiram que a vazão e o rendimento fossem calculados para este novo cenário. Desta forma, ao longo deste capítulo, serão mostrados e analisados os resultados encontrados para cada simulação.

### 4.1 Cenário1: O tempo de esvaziamento é uma função de pertinência.

Neste cenário, foram obtidas as funções de pertinência da vazão e do rendimento decorrentes de uma simulação onde se considerou a evaporação constante e igual a 191 mm ao mês, o fator de forma do reservatório  $\alpha=1000$  e para o tempo de esvaziamento do reservatório, foram adotadas duas funções de pertinência  $t_e = [3;4;6]$  mês e  $t_e = [3;5;6]$  mês.

Deste modo, as Figuras 4.1 e 4.2 mostram os resultados da função de pertinência da vazão e do rendimento, no caso em que a evaporação e o fator de

forma assumiram os valores citados anteriormente e a função de pertinência adotada para o tempo de esvaziamento foi  $t_e = [3;4;6]$  mês, sendo que 4 meses representa o tempo com maior grau de pertinência, enquanto que 3 meses e 6 meses representam os tempos nos quais o grau de pertinência é zero.

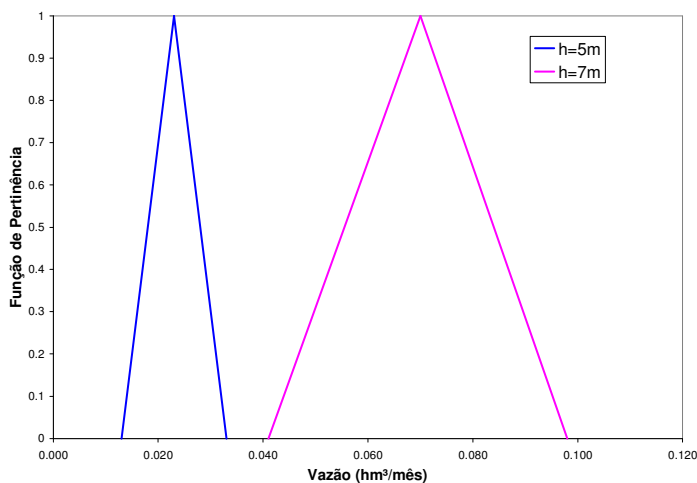


Figura 4. 1 – Representação fuzzy da vazão para  $h=5\text{m}$  e  $h=7\text{m}$ .

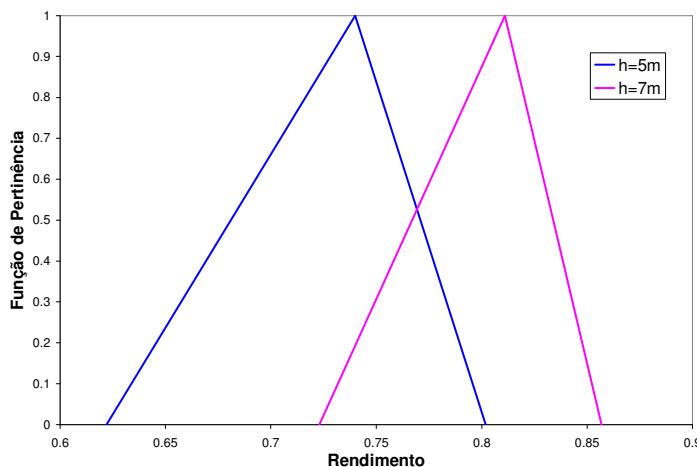


Figura 4. 2 – Representação fuzzy do rendimento para  $h=5\text{m}$  e  $h=7\text{m}$ .

Através da Figura 4.1 verifica-se que para uma profundidade de 5m do reservatório, a vazão com maior grau de pertinência foi de 0,023  $\text{hm}^3/\text{mês}$ , enquanto que para uma profundidade do reservatório de 7m o maior grau de pertinência para a vazão foi de 0,07  $\text{hm}^3/\text{mês}$ , mostrando assim a sensibilidade da vazão regularizada como uma função da profundidade.

Outra observação importante é que o conjunto de números fuzzy para a profundidade de 7m é bem maior do que para o caso em que  $h=5m$ , o que mostra uma distribuição do grau de pertinência mais suave para a profundidade de 7m.

O comportamento do rendimento é visto na figura 4.2. Observando esta figura, pode-se ver que o grau de maior pertinência para o rendimento é de 74% para  $h=5m$ , crescendo para um pouco mais de 80% na profundidade de 7m.

É importante notar que diferentemente do comportamento da vazão, as funções de pertinência para o rendimento não são simétricas, ou seja, a variação do grau de pertinência na parte decrescente da curva é muito mais acentuada do que na parte decrescente da curva.

Outra observação que pode ser vista é que o comportamento do número de elementos do conjunto fuzzy é diferente daquele encontrado para a vazão. Neste caso, para a profundidade de 5m o conjunto de números fuzzy para a função de pertinência é bem maior do que o conjunto de números fuzzy encontrados para  $h=7m$  de profundidade.

As Figuras 4.3 e 4.4 mostram as funções de pertinência da vazão e do rendimento para uma função de pertinência do tempo de esvaziamento  $t_e=[3;5;6]$  em que 5 meses é o tempo com maior grau de pertinência e 3 meses e 6 meses permanecem como anteriormente.

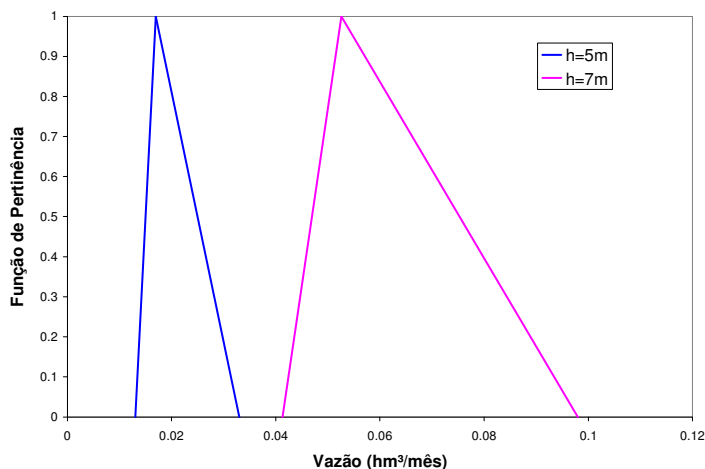


Figura 4. 3 – Representação fuzzy das vazões para  $h=5m$  e  $h=7m$ .

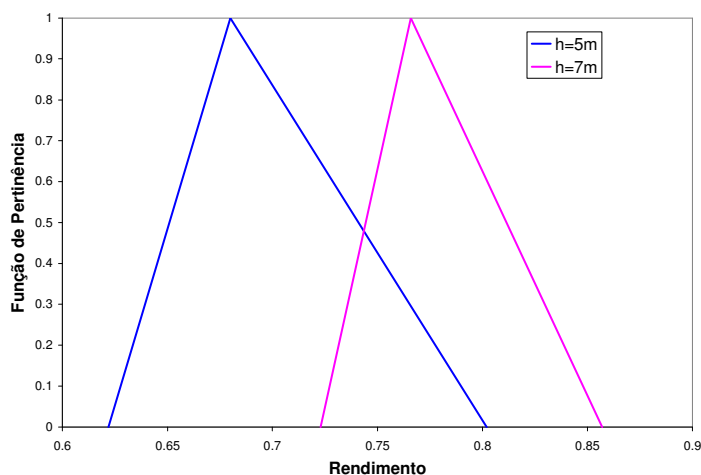


Figura 4.4 – Representação fuzzy do rendimento para h=5m e h=7m.

Analisando a Figura 4.3 podemos notar que para uma profundidade de 5m a vazão que possui maior grau de pertinência é de  $0,017 \text{ hm}^3/\text{mês}$ , ao passo que para uma profundidade de 7m é de  $0,053 \text{ hm}^3/\text{mês}$ , mais uma vez mostrando que a vazão é muito sensível às variações de altura. Similarmente ao que ocorreu no caso anterior, o conjunto de números fuzzy para uma altura  $h=7\text{m}$  é maior do que para  $h=5\text{m}$ .

É importante notar que para esta última simulação, esta função de pertinência sofreu uma deformação em sua simetria, fazendo com que o grau de pertinência se deslocasse mais para esquerda. Este fato ocorreu por conta do aumento do grau de maior pertinência para o tempo de esvaziamento, e como se sabe, quanto maior o tempo de esvaziamento menor é a vazão regularizada.

O comportamento do rendimento é visto na Figura 4.4. Pode-se notar que o grau de maior pertinência para o rendimento é de 68% para uma profundidade  $h=5\text{m}$ , e cresce para algo em torno de 80% para  $h=7\text{m}$ . É importante notar que para este cenário, a simetria da função de pertinência do rendimento ocorreu de forma contrária ao cenário anterior. Neste caso o grau de maior pertinência se deslocou para a esquerda acompanhando a vazão.

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram uma comparação do comportamento das funções de pertinência da vazão e do rendimento para os dois casos deste cenário, confirmando a análise anterior.



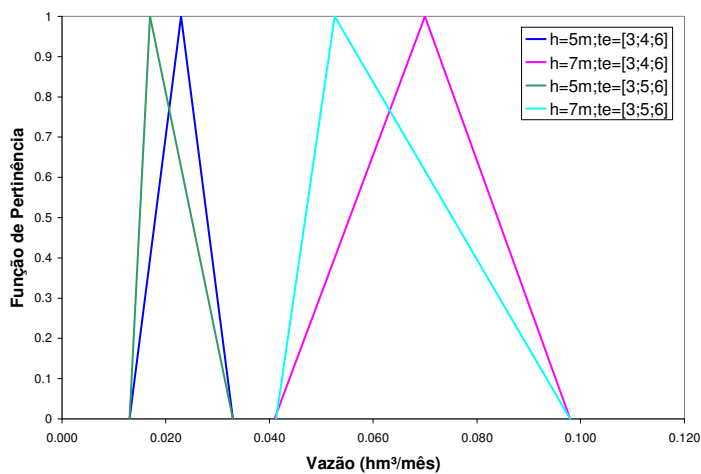


Figura 4.5 – Comparação entre as funções de pertinência da vazão para  $te=[3;4;6]$  mês e  $te=[3;5;6]$  mês

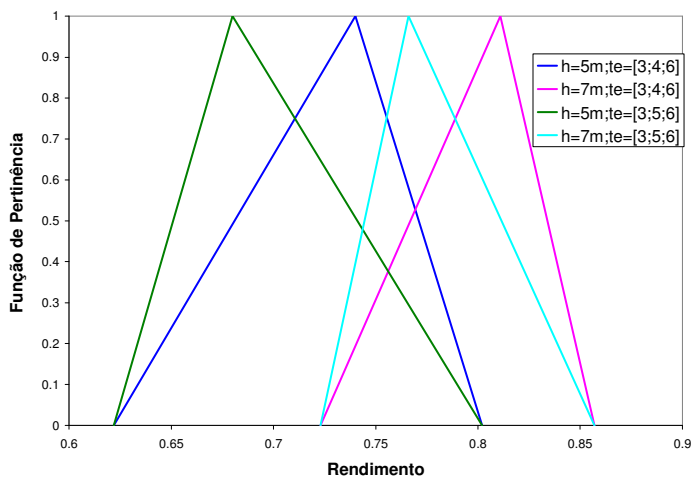


Figura 4.6 - Comparação entre as funções de pertinência do rendimento para  $te=[3;4;6]$  mês e  $te=[3;5;6]$  mês.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram o comportamento do rendimento e da vazão em forma de função de pertinência, plotados com relação à altura.

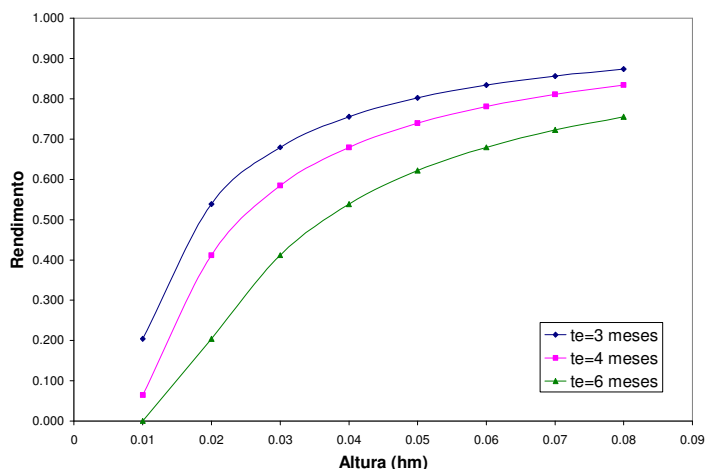


Figura 4.7 - Comportamento do rendimento com a altura, para  $te=[3;4;6]$  mês.

Através da Figura 4.7 pode-se verificar que a função de pertinência do rendimento cresce com as alturas até atingir um nível onde esse crescimento é pouco sensível. Neste caso, para uma profundidade em torno de 7 ou 8 m, sua variação é muito pequena, diferentemente do que ocorre para as profundidades mais rasas, mostrando assim que o rendimento é muito sensível para baixas profundidades.

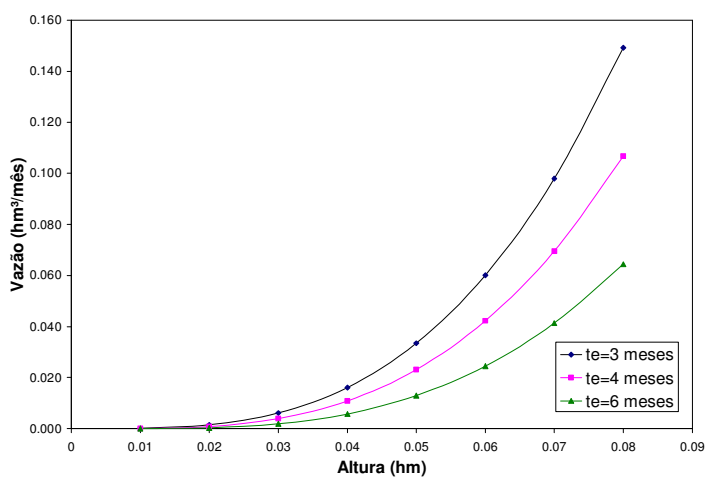


Figura 4.8 - Comportamento da vazão com a altura, para  $te=[3;4;6]$  mês.

Situação inversa ocorre com a vazão, figura 4.8, pois para altas profundidades seus valores crescem rapidamente. Outra observação nestas figuras é o comportamento da linha que representa o maior grau de pertinência do rendimento. Esta tem um comportamento mais próximo do comportamento da linha de menor grau de pertinência superior, mostrando assim que as funções de pertinência têm uma assimetria tal que o ramo decrescente da função é mais acentuado que o ramo crescente da função. Tal assimetria não ocorre de forma tão acentuada no caso da vazão.

As Figuras 4.9 e 4.10 mostram o comportamento do rendimento e da vazão para um tempo de esvaziamento em que 5 meses representa o maior grau de pertinência.

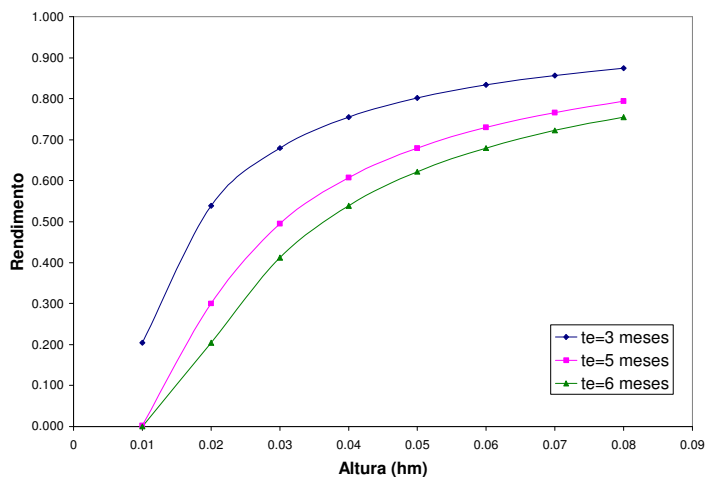


Figura 4.9 – Comportamento do rendimento com a altura, para  $te=[3;5;6]$  mês.

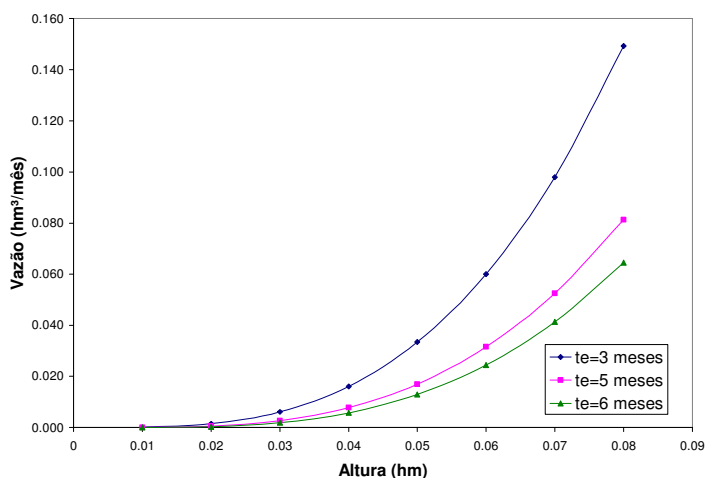


Figura 4.10 – Comportamento da vazão com a altura, para  $te=[3;5;6]$  mês.

Neste caso, nota-se uma assimetria contrária para as duas funções com relação ao cenário anterior, fazendo com que as curvas que representam o maior grau de pertinência se desloquem mais para a curva que representa o menor grau de pertinência superior.

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram as comparações no comportamento do rendimento x altura e da vazão x altura, respectivamente, para os tempos de esvaziamento com maior grau de pertinência de 4 meses e 5 meses.

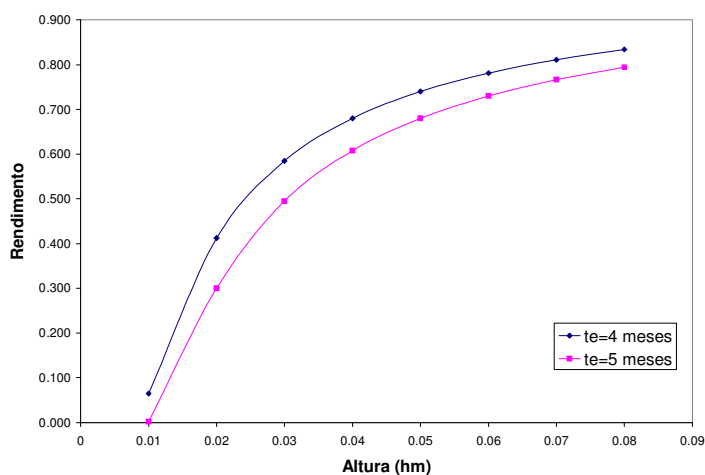


Figura 4.11 – Comparação entre os rendimentos de maiores grau de pertinência.

Com respeito ao rendimento, a Figura 4.11 mostra que o rendimento com maior grau de pertinência é maior para 4 meses em toda a sua extensão.

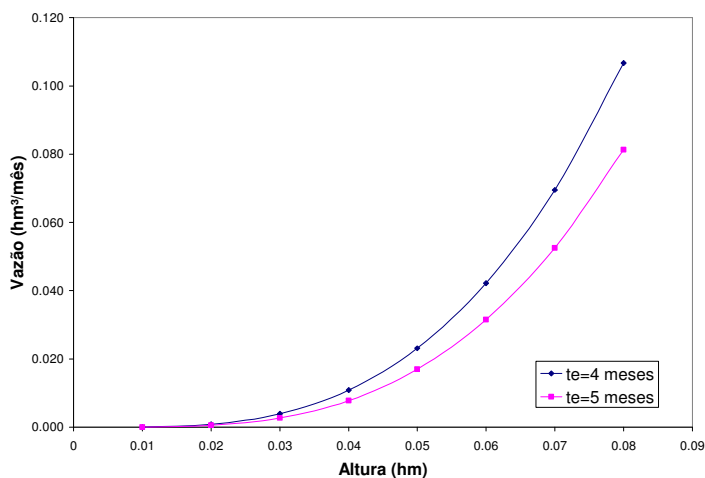


Figura 4.12 - Comparação entre as vazões de maiores grau de pertinência.

Já com relação à vazão, a Figura 4.12 mostra que seu maior grau de pertinência, para o tempo de maior grau de pertinência de 4 meses, é superior ao cenário anterior. Entretanto, esta diferença se acentua para as maiores profundidades. Isto mostra que para pequenas profundidades os dois cenários produzem resultados muito próximos.

#### 4.2 Cenário 2: A evaporação é uma função de pertinência.

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram os resultados obtidos para as funções de pertinência da vazão e do rendimento decorrentes de uma simulação, onde o tempo de esvaziamento foi fixado em 4 meses e a evaporação foi considerada uma função de pertinência  $e=[180; 200; 220]$  mm/mês, com seu maior grau em 200 mm ao mês e seus valores de menor grau de pertinência 180 mm/mês e 220 mm/mês.

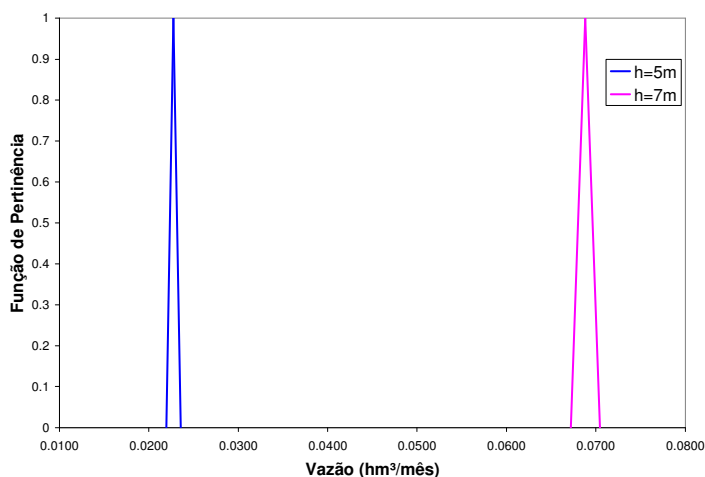


Figura 4.13—Representação fuzzy da vazão para  $h=5$  m e  $h=7$  m -  $t_e=4$  meses.

Os resultados mostraram que para este caso, a vazão (figura 4.13) é muito sensível às variações de profundidade. Por exemplo, para a profundidade  $h=5$  m, a vazão com maior grau de pertinência foi de  $0,023 \text{ hm}^3/\text{mês}$ , enquanto que para  $h=7$  m, a vazão com maior grau de pertinência é de  $0,069 \text{ hm}^3/\text{mês}$ .

Com relação ao rendimento, a variação das alturas não provoca grandes variações neste, tendo em vista que para  $h=5$  m seu valor com maior grau de pertinência está em torno de 73% ao passo que para  $h=7$  m este valor atinge 80%.

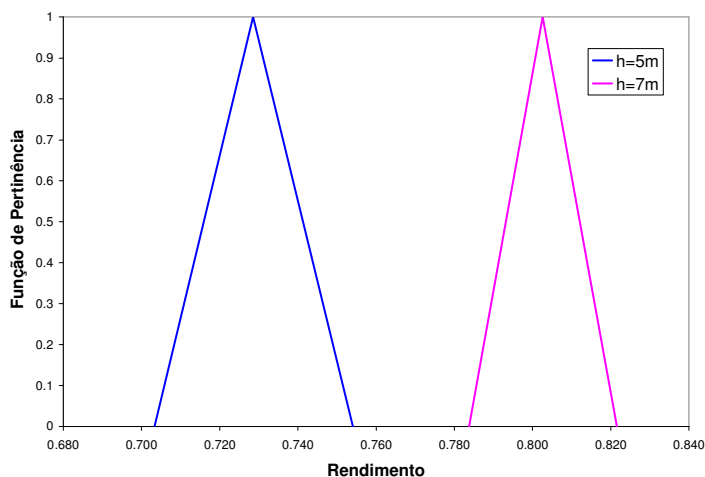


Figura 4.14 – Representação fuzzy do rendimento para h=5m e h=7m – te=4 meses.

As Figuras 4.15 e 4.16 mostram a mesma simulação anterior, mas desta vez, considerou-se o tempo de esvaziamento fixo em 6 meses e a mesma função de pertinência para a evaporação.

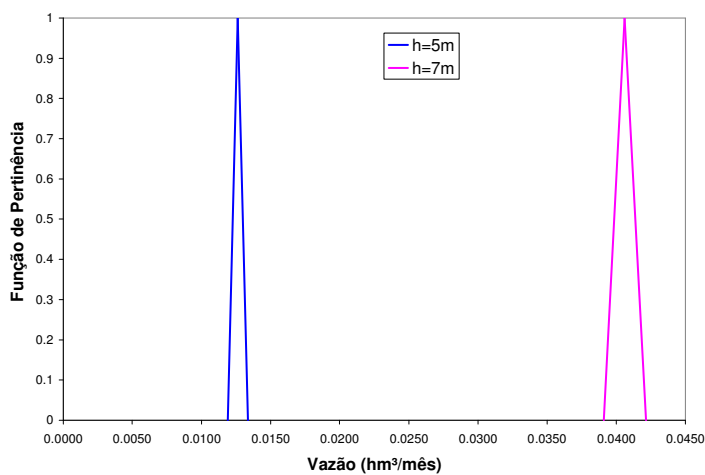


Figura 4.15 – Representação fuzzy da vazão para h=5m e h=7m - te=6 meses.

Os resultados mostram que a vazão com maior grau de pertinência para h=5m foi de 0,013 hm<sup>3</sup>/mês e para h=7m foi 0,041 hm<sup>3</sup>/mês bem menores do que no caso anterior.

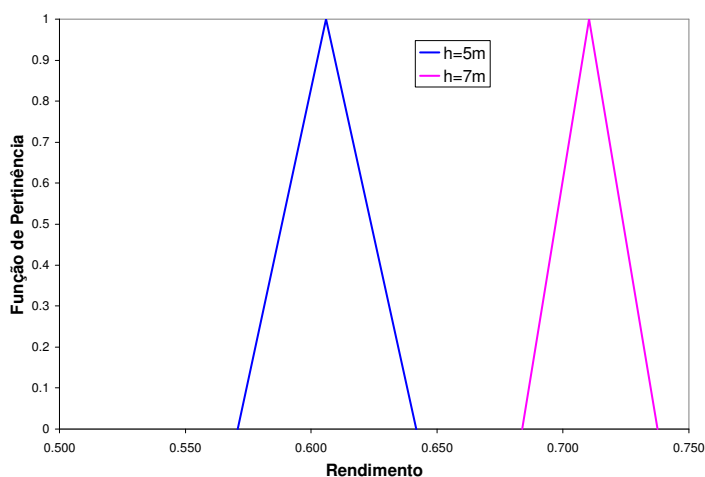


Figura 4.16 – Representação fuzzy do rendimento para h=5m e h=7m - te=6 meses.

Também para análise do rendimento, os valores com maiores grau de pertinência caem para 61% e 71%, para h=5m e h=7m respectivamente.

Esses resultados estão em harmonia com os obtidos em outras metodologias. Pois como se sabe, Ueta et al., (2007), com o aumento do tempo de esvaziamento há uma diminuição da vazão regularizada bem como do rendimento.

Isto mostra que a aplicação da Teoria dos Números Fuzzy no estudo de reservatórios, pode representar uma importante metodologia na determinação do Risco de falhas de sistemas hídricos.

As Figuras 4.17 e 4.18 indicam o comportamento das funções de pertinência da vazão e do rendimento, plotadas em função das alturas, para o mesmo cenário anterior e para o tempo de esvaziamento fixado em 4 meses.

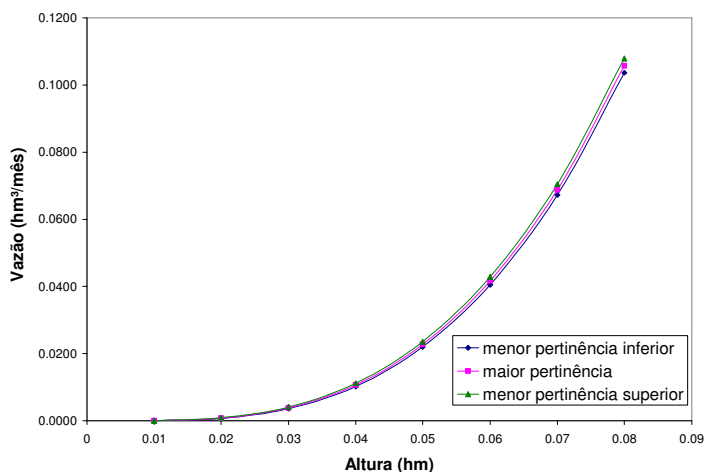


Figura 4.17—Comportamento da função de pertinência da vazão em relação à altura, te=4 meses.

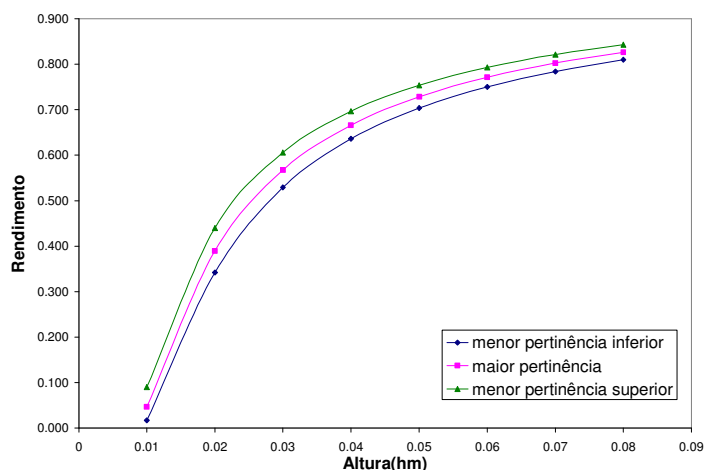


Figura 4.18 – Comportamento da função de pertinência do rendimento em relação à altura,  $t_e=4$  meses.

Os resultados comprovam claramente que para este cenário os números fuzzys em cada função de pertinência representam uma base de poucos elementos comparados com outros exemplos anteriores. Em outras palavras, a largura das funções de pertinência nas suas bases são pequenas comparadas com aquelas encontradas quando se considerou o tempo como função de pertinência. Isto mostra que a variabilidade da evaporação dentro dos limites estabelecidos, não causou muitas mudanças na vazão e causou apenas pequenas mudanças no rendimento.

As Figuras 4.19 e 4.20 mostram os resultados desta mesma simulação para um tempo de esvaziamento fixo em 6 meses.

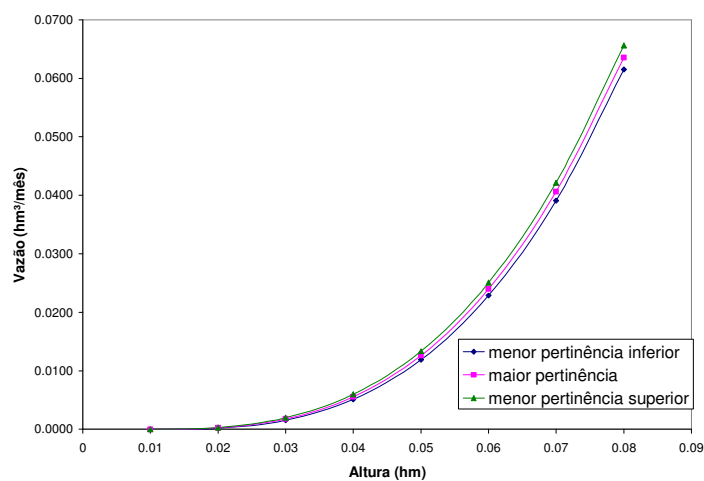


Figura 4.19 – Comportamento da função de pertinência da vazão em relação à altura,  $t_e=6$  meses.



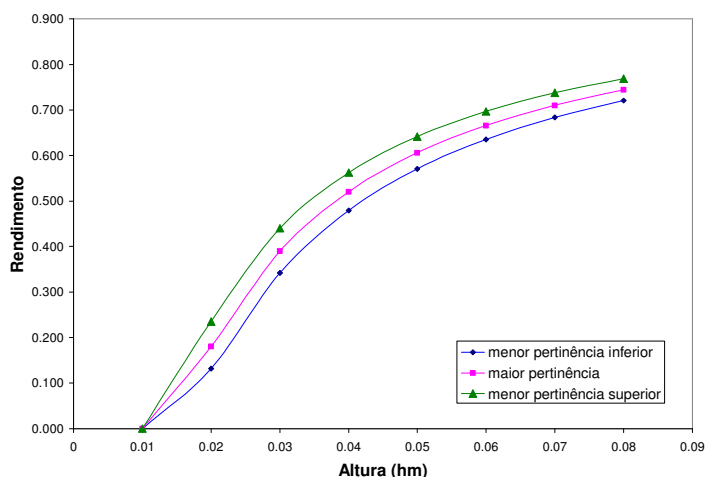


Figura 4.20 – Comportamento da função de pertinência do rendimento em relação à altura,  $t_e=6$  meses.

É importante observar que para este tempo de esvaziamento, o rendimento fica um pouco mais sensível à variabilidade da evaporação, mas continua apresentando uma variação pequena em relação ao cenário analisado anteriormente.

### 4.3 Cenário 3: A evaporação e o tempo de esvaziamento são funções de pertinência.

As Figuras 4.21 a 4.24 mostram os resultados decorrentes de uma simulação onde considerou-se o tempo de esvaziamento e a evaporação como funções de pertinência. O objetivo foi observar a influência destas duas funções no comportamento da vazão regularizada e no rendimento.

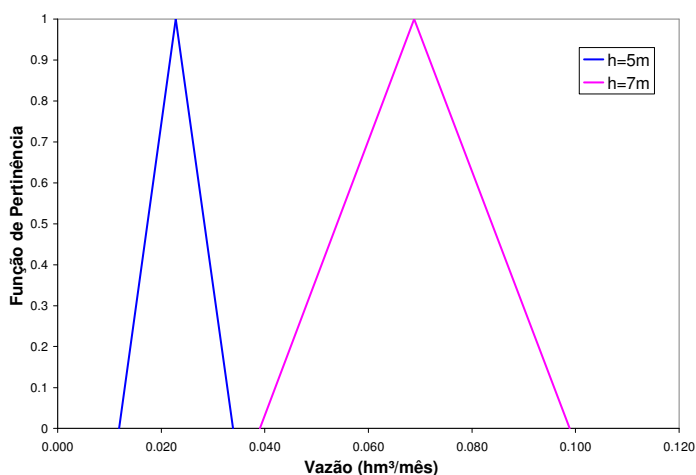


Figura 4.21 – Representação fuzzy da vazão para as profundidades de 5m e 7m.

A Figura 4.21 mostra o comportamento das funções de pertinência da vazão para as profundidades de 5m e 7m. Os resultados permitem concluir que este novo cenário oferece um conjunto fuzzy com muito mais elementos do que nos cenários individuais analisados anteriormente. Por exemplo, para  $h = 7m$  o intervalo de números está entre os valores 0,039 a 0,099  $hm^3/mês$ , enquanto que para as análises anteriores esse intervalo é de 0,067 a 0,07  $hm^3/mês$ . Este fato mostra que o aumento ou a redução do grau de pertinência para cada número nesse intervalo tem uma variação mais suave. Este resultado influencia diretamente no cálculo do risco de falha.

Já a Figura 4.22 mostra o comportamento do rendimento em forma de função de pertinência.

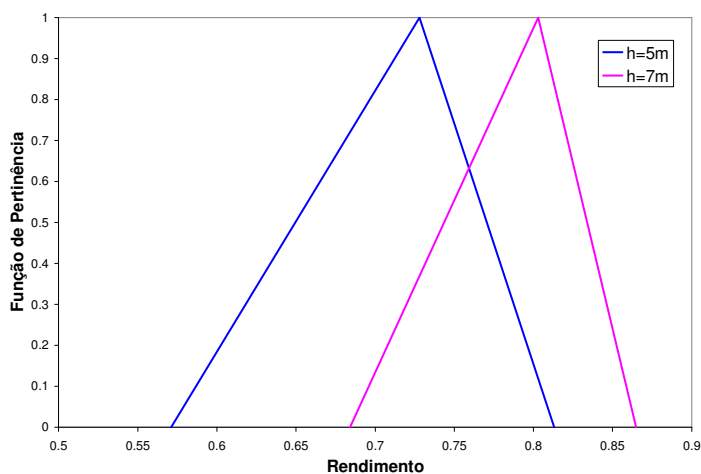


Figura 4.22 – Representação fuzzy do rendimento para as profundidades de 5m e 7m.

Através da Figura verificou-se uma certa assimetria com relação a vazão, além de que o conjunto de Números Fuzzy para a profundidade  $h=5\text{m}$  abrange um maior número de elementos do que para  $h=7\text{m}$ , comportamento contrário àquele encontrado para a vazão.

As Figuras 4.23 e 4.24 indicam o comportamento dessas funções em função das alturas. Através destas pode-se comprovar que o rendimento tem um comportamento assimétrico, fazendo com que a curva que representa o grau de maior pertinência se desloque para o limite superior do intervalo. Já para a vazão os resultados mostram um comportamento simétrico ao longo de todas as alturas e que a largura do conjunto fuzzy cresce com as mesmas.

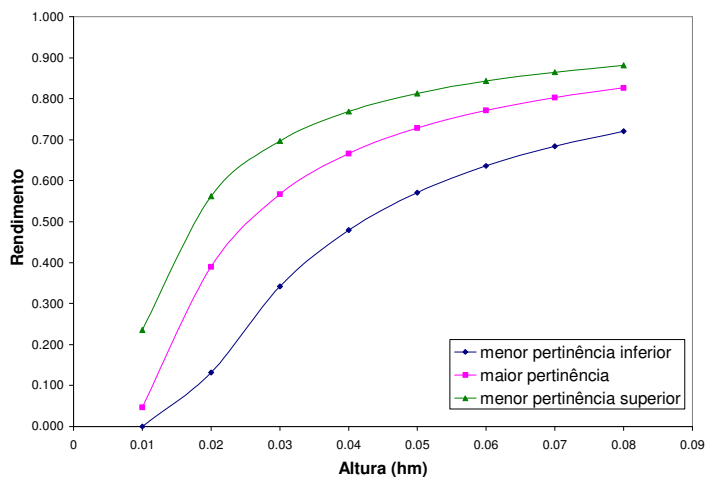


Figura 4.23—Comportamento das funções pertinência do rendimento ao longo das alturas.

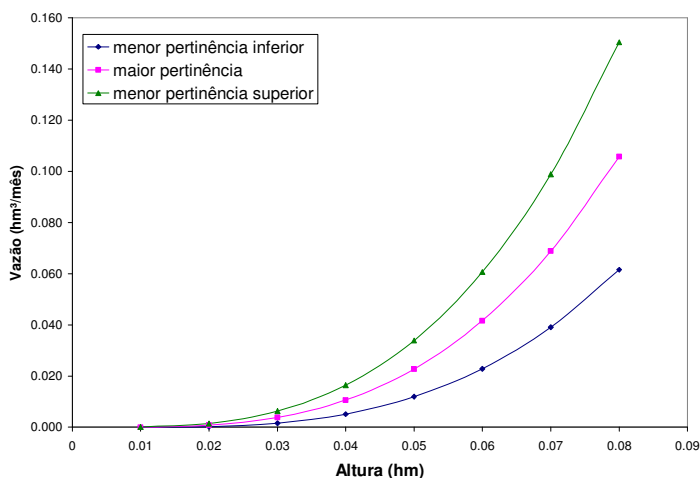


Figura 4.24 – Comportamento das funções pertinência da vazão ao longo das alturas.

As Figuras 4.25 e 4.26 mostram uma comparação entre os três cenários para a vazão e rendimento com maiores graus de pertinência.

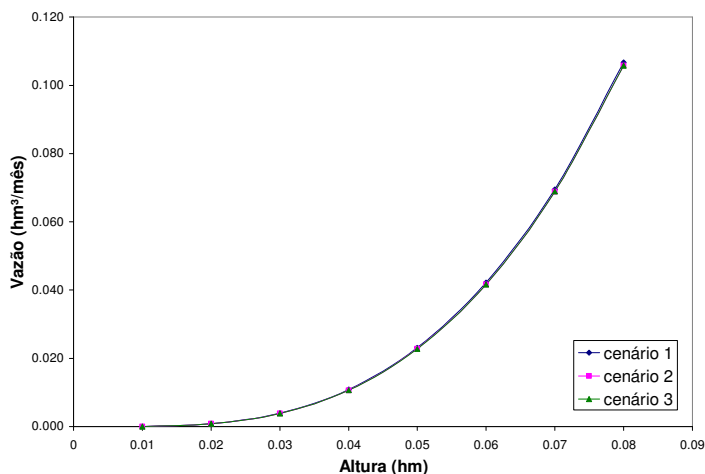


Figura 4.25 – Comparação entre as funções de pertinência da vazão nos 3 cenários analisados.

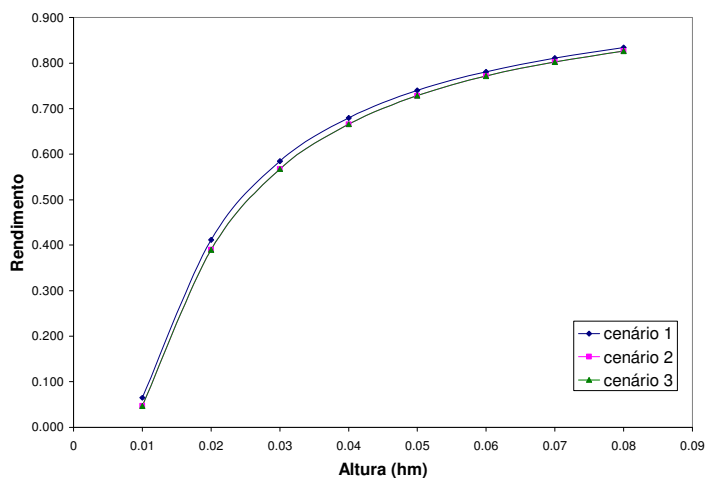


Figura 4.26 – Comparação entre as funções de pertinência do rendimento nos 3 cenários analisados.

Os resultados revelaram que os valores de maior grau de pertinência da vazão não são afetados pelas mudanças de cenários e que no caso do rendimento a variação é muito pequena, praticamente desprezível. Entretanto, o mesmo não ocorre quando se analisa as curvas para os menores graus de pertinência. Nesses extremos o modelo é muito sensível às diferenças de cenários.

As Figuras 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30 comprovam esta análise.

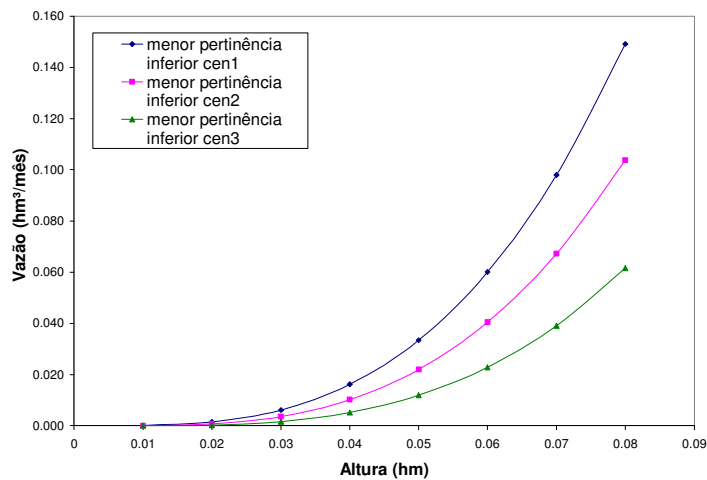


Figura 4.27 – Valores de menor grau de pertinência inferior da vazão para os três cenários analisados.

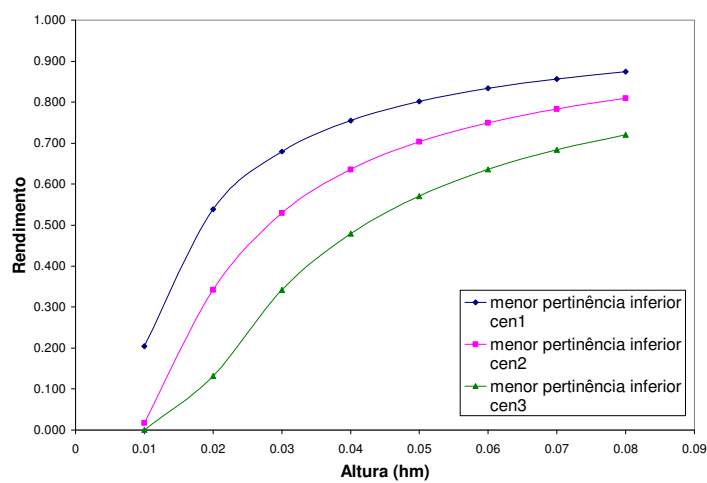


Figura 4.28 – Valores de menor grau de pertinência inferior do rendimento para os três cenários analisados.

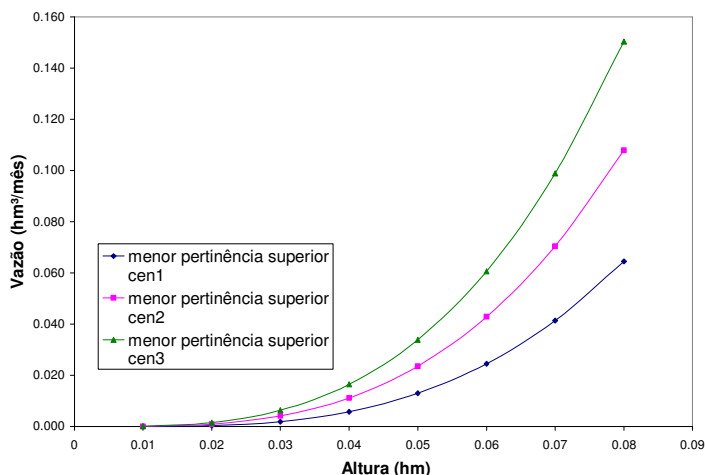


Figura 4.29 – Valores de menor grau de pertinência superior da vazão nos 3 cenários analisados.

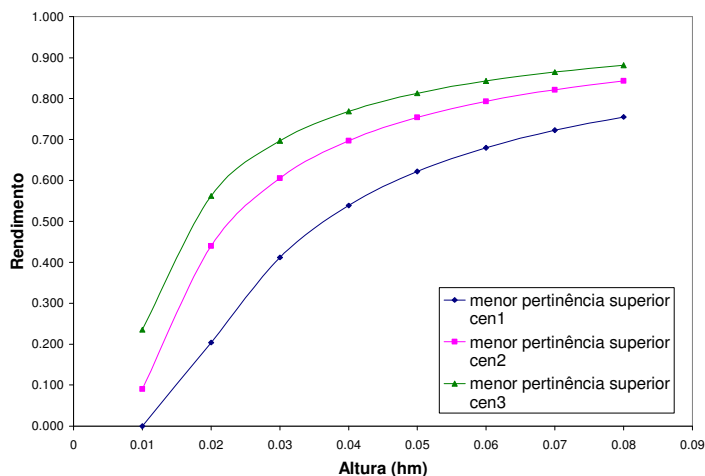


Figura 4.30 – Valores de menor grau de pertinência superior do rendimento nos 3 cenários analisados.

Como pode ser observado, a aplicação da Metodologia Fuzzy na avaliação de alguns problemas relacionados com a operação de reservatórios, mostrou-se eficaz como uma metodologia que permita um melhor conhecimento para esta classe de problemas. Os estudos mostraram que tal teoria pode representar uma importante ferramenta para avaliação e análise de risco de colapso de sistemas hídricos com alto grau de incertezas.

## 5. CONCLUSÕES

Após a análise dos resultados e considerando os diferentes cenários propostos, onde foram considerados alguns parâmetros como números fuzzy, as seguintes conclusões puderam ser obtidas:

- Quando, apenas, o tempo de esvaziamento é considerado um número fuzzy, (**cenário 1**), verificou-se que a largura da base das funções de pertinências da vazão é maior para as maiores profundidades. Esse resultado mostra que nesse cenário o risco tem uma variabilidade mais suave do que para pequenas profundidades, tendo em vista que quanto maior for à base dos números fuzzy, mais suave será o comportamento do risco. Esse resultado não se confirma para o rendimento.
- Na comparação entre as funções de pertinência adotadas para o tempo de esvaziamento, os resultados mostraram que, para maiores tempos de esvaziamento com maior grau de pertinência, a vazão regularizada de maior grau de pertinência diminui. Os resultados permitem concluir, ainda, que, quanto maior a profundidade, maior é esta variação. O rendimento sofre comportamento menos definido, ou seja, para maior tempo de esvaziamento, com maior grau de pertinência, o rendimento, com maior grau de pertinência, ocorre em uma profundidade próxima de 5 metros.
- Os resultados mostram ainda que para este cenário as funções de pertinência da vazão regularizada tem suas bases fuzzy crescentes com a profundidade. Já para o rendimento essas bases fuzzy se tornam maiores entre 2m e 5m, tendo uma redução discreta fora deste intervalo. Isto mostra que, como foi dito anteriormente, para pequenas profundidades, a variabilidade do risco de falha do sistema se torna mais crítica.
- Uma observação importante mostra que as funções de pertinência para a vazão para o tempo de maior pertinência igual a 4 meses tem comportamento simétrico em relação aos valores de menor grau de pertinência, não

ocorrendo o mesmo para o rendimento. Já para o tempo de maior grau de pertinência igual a 5 meses, nota-se um forte deslocamento na vazão de maior pertinência na direção do limite inferior do menor grau de pertinência. Conclui-se, assim, que segundo a metodologia fuzzy, para o cálculo do risco fuzzy, o tempo de esvaziamento desempenha um forte papel nesta avaliação. Em outras palavras, pode-se dizer que risco de falha é sensível ao tempo de esvaziamento. Este resultado está em harmonia com observações de campo, mostrando, assim, a capacidade da metodologia fuzzy nesta avaliação.

- Ao analisar o cenário que retrata a evaporação como função de pertinência (**cenário 2**), os resultados permitem concluir que a largura da base das funções de pertinências para a vazão é bem pequena, fazendo com que o risco para este caso seja mais sensível. Este resultado é esperado, considerando que a evaporação é um importante parâmetro no balanço e operação dos reservatórios.
- Para o cenário em que a evaporação e o tempo de esvaziamento são funções de pertinência (**cenário 3**), verifica-se que a base das funções de pertinências da vazão aumenta, consideravelmente, com as alturas. Já para o rendimento esse aumento não se dá necessariamente com as alturas, ou seja, suas funções de maiores bases ocorrem entre 3m e 4m.
- Na comparação dos três cenários, verifica-se que tanto a vazão quanto o rendimento de maior grau de pertinência tem seus valores coincidentes, mostrando, assim, que, para estes cenários de análise, o maior grau de pertinência dessas funções varia muito pouco de um cenário para outro. O mesmo não ocorre com as bases dessas funções de pertinência. Neste caso, os resultados mostram que esses extremos são muito sensíveis aos três cenários considerados.
- Finalmente, os resultados mostraram que a teoria fuzzy apresentou resultados satisfatórios no processo de análise em questão. Assim, é possível concluir que esta teoria se apresenta como uma importante ferramenta na



análise do comportamento de operação de pequenos reservatórios, principalmente na análise e na avaliação de Risco de Falha desses sistemas. Evidentemente que para uma melhor análise, há a necessidade de outros estudos, principalmente, levando em conta outras formas de definição do balanço hidrológico na bacia. Desta forma, é possível estabelecer a real capacidade da Teoria Fuzzy para estudar operação de reservatórios em região semi-árida.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CADIER, E., **Hidrologia das pequenas bacias do Nordeste semi-árido: transposição hidrológica**, Recife, SUDENE, série 31, 1994.

CAMPOS, J.N.B., **Dimensionamento de Reservatórios: O Método do Diagrama Triangular de Regularização**, Edições UFC, Fortaleza, 1996.

CAMPOS, J.N.B., **Vulnerabilidade Hidrológicas do Semi-Árido às secas**, IPEA, Planejamento e Políticas Públicas, Brasília, 1997.

CAMPOS, J.N.B.; STUDART, T., **Hidrologia de Reservatórios: A Construção de Uma Teoria**, Fortaleza, ASTEF, 285 p., 2006, ISBN 8575631810.

CHAGAS, P.F., **Perspectivas da Aplicação da Teoria Fuzzy para Cálculo de Risco em Sistemas Hidrodinâmicos**, Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.

GANOULIS, J.G., **Engineering Risk Analysis of Water Pollution: Probabilities and Fuzzy**, Set., VCH Publishers Inc., Weinheim; New York; Basel; Cambridge; Tokyo, 1994.

GANOULIS, J.; BIMBAS, I.; DUCKSTEIN, L.; BOGARDI, I., Fuzzy Arithmetic for Ecological Risk Management. In: Risk-Based Decisionmaking in Water Resources VII, Santa Barbara, California, **Proceedings...**, p. 12-22, New York, ASCE, 1995.

KAUFMANN, A.; GUPTA, M.M., **Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science**, Elsevier Science Publishers, United States, 1988.

LIMA, O. S. J., FARIAS, P. P.M., BELCHIOR, A. D., 2001, **Modelo Fuzzy para Análise de pontos por Função**, CITS, Curitiba, Brasil.

LIMA, O. S. J., **Análise de Pontos por Função Fuzzy**, Dissertação de Mestrado em Engenharia de Software, Universidade de Fortaleza, Fortaleza, 2002.

MOLLE, F., **Perdas por Evaporação e Infiltração em Pequenos Açudes**. Série Brasil, SUDENE. Hidrologia. Recife, série. 25, p. 11-70, 1989.

MOLINIER, M.; ALBUQUERQUE, C.H.C.; CADIER, E., **Análise da Pluviometria e Isoietas Homogeneizadas do Nordeste Brasileiro**. Série Brasil, SUDENE, Hidrologia, Recife, série 32, 1994.

OLIVEIRA JR., H. A., **Lógica Difusa: Aspectos Práticos e Aplicações**, Interciência, 1999.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F., **An Introduction to Fuzzy Sets – Analysis and Design**, The MIT Press, 1998.

STUDART, T.M.C., **Análise de Incertezas na Determinação de Vazões Regularizadas em Climas Semi-áridos**, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2000.

REBOUCAS, A.C.; GASPARY, J., **As Águas Subterrâneas do Nordeste: Estimativas Preliminares**, 2. ed., 46 p., SUDENE, Hidrogeologia, Recife, BRASIL, 1971.

SUASSUNA, J.A., **Pequena e Média Açudagem no Semi-Árido Nordestino: Uso da Água na Produção de Alimentos**. Disponível em: <<http://www.fundaj.gov.br/docs/text/textrop.html> > Acesso em 10/08/2007.

SAAVEDRA, O. R., **Introdução aos Conjuntos Difusos – Notas de aula – Inteligência Artificial**, Universidade Federal do Maranhão, 2003.

UETA, V.; CYSNE, A.P.; CAMPOS, J.N.B., Eficiência de Acumulação de Reservatórios Anuais: Aplicação da Equação de Esvaziamento, In: XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, São Paulo, **Anais...**, 2007.

VIEIRA, V.P.P.B., **Análise de Risco em Recursos Hídricos**, ABRH, 2005.

ZADEH, L. A., **Fuzzy Sets – Information and Control**, vol. 8 (338-353), 1965.

ZIMMERMANN, H. J., **Fuzzy Set Theory and Applications**, Kluwer Academic Publishers, Boston, U.S.A., 1991.