

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
CURSO DE MESTRADO EM RECURSOS HÍDRICOS

**ESTUDO COMPARATIVO DOS MODELOS DA ONDA CINEMÁTICA E
DA ONDA DIFUSIVA NA ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE CHEIAS, EM
FUNÇÃO DOS PARÂMETROS HIDRÁULICOS DA BACIA**

VANESSA UETA GOMES

FORTALEZA – CEARÁ
2006

VANESSA UETA GOMES

ESTUDO COMPARATIVO DOS MODELOS DA ONDA CINEMÁTICA E DA
ONDA DIFUSIVA NA ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE CHEIAS, EM
FUNÇÃO DOS PARÂMETROS HIDRÁULICOS DA BACIA

Dissertação submetida à coordenação do Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, área de Concentração em Recursos Hídricos, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre.

ORIENTADOR: Prof. Raimundo Oliveira de Souza

FORTALEZA – CEARÁ

Esta dissertação foi apresentada como parte integrante dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Recursos Hídricos, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, a qual encontrar-se-á a disposição dos interessados na Biblioteca Central da referida Universidade.

A citação de qualquer trecho desta tese é permitida desde que seja feita de conformidade com as normas da ética científica.

Vanessa Ueta Gomes

Banca Examinadora:

Professor Raimundo Oliveira de Souza, Dr.
(orientador da dissertação)

Professora Ticiano Marinho de Carvalho Studart, Dra.

Professora Conceição de Maria Albuquerque Alves, PhD.

À minha mãe Vânia, que mesmo separada por uma distância continental, sempre se fez e se faz presente. É por ela que me motivo a enfrentar todos os desafios que me tornem uma pessoa melhor.

Ao meu pai, Valmir, o meu chão, que me permite estar de pé, e trilhar todos os caminhos possíveis e impossíveis com força e perseverança.

À minha “祖母” (avó), Kimiyo, pela segurança que me traz quando demonstra o orgulho que sempre teve de mim.

AGRADECIMENTOS

Em especial, ao professor, Raimundo Oliveira, que além de mestre, tornou-se um grande amigo, e que está sempre presente, com uma palavra de conforto, de ajuda, de incentivo, não só no meu trabalho como na minha vida.

A meu namorado, Andre, pelo carinho, incentivo, apoio, segurança, paciência e por fazer com que todos os meus dias sejam os melhores.

Aos meus irmãos, Rodrigo, Luiz, Beatriz, Júlia e Davi, paixões e orgulhos da minha vida.

À Ana Cristina, Deise e Jacob por me acolherem como uma filha.

A todos os professores do curso de pós-graduação pela ajuda e conhecimentos necessários a este trabalho.

À banca examinadora formada pelos professores Raimundo Oliveira de Souza, Ticiane Marinho de Carvalho Studart e Conceição de Maria Albuquerque Alves.

Aos colegas de mestrado, Orleani, Leal, Fernando, Peroba, Ernani, Venícios, Eliomácio, Carlos Jaime, Fábio, Cláudio, Alex, Ronald, Giovanna e, principalmente, Alina e Andréa, pela prazerosa companhia que se estreitaram em laço de amizade neste tempo de convivência.

Aos meus amigos, Delano, Marcelo e Gervásio, meus “três braços direitos” desde o início da graduação.

Aos funcionários de Departamento de Engenharia Hidráulica da UFC, especialmente, sempre solícitos na prestação de serviços.

Ao CNPq pela bolsa de mestrado para realização da pesquisa.

À Universidade Federal do Ceará juntamente com o governo, pela oportunidade de estudar e contribuir para o desenvolvimento da ciência.

À Deus por estar sempre comigo e por representar toda a minha fé.

RESUMO

Os Modelos da Onda Cinemática e da Onda Difusiva foram aplicados em um rio natural, para estudar a propagação de uma onda de cheia neste corpo hídrico. Esses modelos são derivações do Modelo da Onda Dinâmica, a partir de simplificações nas Equações de Saint Venant, onde alguns termos são desprezados. No processo de solução das equações diferenciais, pertinentes aos modelos, foi usado o Método das Diferenças Finitas, sendo que o esquema de aproximação explícita foi aplicado para a onda cinemática, enquanto que o esquema de aproximação implícita foi aplicado para a onda difusiva. Para esta pesquisa, um programa computacional, em linguagem FORTRAN, foi desenvolvido e permitiu que várias simulações fossem realizadas, para diferentes cenários encontrados nos rios naturais. Estudos para verificar a sensibilidade dos modelos, com respeito aos parâmetros hidráulicos da bacia, foram realizados. Também foi verificada a influência da linearização das equações diferenciais, que compõem os modelos, nos cálculos das variáveis de controle. Os resultados mostraram que o modelo da onda cinemática é mais sensível ao coeficiente de rugosidade das paredes do canal, enquanto que o modelo da onda difusiva é mais sensível para parâmetros da declividade de fundo do canal, onde este parâmetro atua diretamente no processo de amortecimento da onda em propagação. Os resultados mostraram ainda que, para os cenários usados nas simulações, o processo de linearização das equações diferenciais não afeta, consideravelmente, a solução dos modelos.

ABSTRACT

The Kinematic Wave and Diffusion Wave Models were applied in a natural river, to study the propagation of a flood wave in this body of water. Those models are getting from the Dynamic Wave Model, starting from simplifications in Saint Venant's Equations, where some terms are despised. In the process of solution of the differential equations, concerning with the models, the Finite Difference Method was used, and the explicit approach was applied for the kinematic wave, while the implicit approach was applied for the diffusion wave. For this research, a computational program, in FORTRAN language, it was developed. It allowed that some simulations could be made for different sceneries, normally, found in the natural rivers. Studies to verify the sensibility of the models, with regard to the hydraulic parameters of the basin, were accomplished. Also the influence of the linearity of the differential equations was verified, in the case of calculation of the control variables. The results showed that the kinematic wave model is more sensitive to the roughness coefficient of the walls of the channel, while the diffusion wave model is more sensitive to the bed slope of the channel, where this parameter acts directly on the subsidence of the flood wave. The results showed yet, for the sceneries used in the simulations, that the linearity process of the differential equations does not affect, considerably, the solution of the models.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 -	Esquema de um volume de controle para um canal natural.....	32
FIGURA 3.2 -	Distribuição das forças de um volume de controle para um canal natural	34
FIGURA 3.3 -	Diferenças finitas para solução da equação de propagação da onda cinemática (Chow, 1988)	42
FIGURA 3.4 -	Esquema implícito para solução da equação da onda difusiva.....	44
FIGURA 3.5 -	Fluxograma da subrotina para a leitura de dados do rio e para a determinação das condições iniciais e de contorno.....	48
FIGURA 3.6 -	Fluxograma da subrotina para calcular as variáveis de controle do escoamento	49
FIGURA 3.7 -	Fluxograma completo do programa computacional.....	50
FIGURA 4.1 -	Comparação do comportamento da vazão, ao longo do canal, para os modelos da onda cinemática, difusiva e dinâmica, para o tempo $t=2h$ e com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$	52
FIGURA 4.2 -	Comportamento da vazão, para a onda cinemática, ao longo do canal, para diferentes tempos, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	53
FIGURA 4.3 -	Comportamento da vazão, para a onda cinemática, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	54
FIGURA 4.4 -	Comportamento da vazão, para a onda difusiva, ao longo do canal, para diferentes tempos, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	54
FIGURA 4.5 -	Comportamento da vazão, para a onda difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	55
FIGURA 4.6 -	Comportamento temporal da altura do nível d'água, no modelo da onda cinemática, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	55
FIGURA 4.7 -	Comportamento temporal da altura do nível d'água, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	56
FIGURA 4.8 -	Comportamento temporal da área, no modelo da onda cinemática, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	56
FIGURA 4.9 -	Comportamento temporal da área, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	57
FIGURA 4.10 -	Comportamento temporal da velocidade, no modelo da onda cinemática, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	57
FIGURA 4.11 -	Comportamento temporal da velocidade, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	58
FIGURA 4.12 -	Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	58
FIGURA 4.13 -	Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$	59
FIGURA 4.14 -	Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$	59
FIGURA 4.15 -	Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$	60
FIGURA 4.16 -	Comportamento da altura, da onda cinemática, a 10km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$	60
FIGURA 4.17 -	Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$	61
FIGURA 4.18 -	Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes declividades e $n=0,05$	61
FIGURA 4.19 -	Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes declividades e $n=0,05$	62
FIGURA 4.20 -	Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$	62
FIGURA 4.21 -	Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$	63

FIGURA 4.22 - Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$	63
FIGURA 4.23 - Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$	64
FIGURA 4.24 - Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$	65
FIGURA 4.25 - Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$	65
FIGURA 4.26 - Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$	66
FIGURA 4.27 - Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$	66
FIGURA 4.28 - Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	67
FIGURA 4.29 - Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	67
FIGURA 4.30 - Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	68
FIGURA 4.31 - Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	68
FIGURA 4.32 - Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	69
FIGURA 4.33 - Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	69
FIGURA 4.34 - Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	70
FIGURA 4.35 - Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	70
FIGURA 4.36 - Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	71
FIGURA 4.37 - Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	71
FIGURA 4.38 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$	72
FIGURA 4.39 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$	72
FIGURA 4.40 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	73
FIGURA 4.41 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$	73
FIGURA 4.42 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,1$	74
FIGURA 4.43 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,1$	74
FIGURA 4.44 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,00001$ e $n=0,05$	75
FIGURA 4.45 - Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, com $S_0=0,00001$ e $n=0,05$	75

LISTA DE SÍMBOLOS

A - Área de seção transversal - $[L^2]$

B - Largura do canal - $[L]$

dt - Diferencial em relação ao tempo - $[T]$

dx - Diferencial em relação ao eixo dos x - $[L]$

dy - Diferencial em relação ao eixo dos y - $[L]$

E - Coeficiente analógico de difusão - $[L^2/T]$

g - Aceleração da gravidade - $[L/T^2]$

n - Coeficiente de rugosidade de Manning para rios naturais

R - Raio hidráulico - $[L]$

Q - Vazão - $[L^3/T]$

Q_0 - Condição inicial para a vazão em um canal - $[L^3/T]$

S_f - Declividade da linha de energia - $[L/L]$

S_0 - Declividade do fundo do canal - $[L/L]$

t - Tempo - $[T]$

U - Velocidade média do escoamento na direção longitudinal - $[L/T]$

v - Componente da velocidade na direção y - $[L/T]$

\forall - Volume de Controle - $[L^3]$

x - Distância longitudinal ao longo do canal - $[L/T]$

y - Profundidade de canal - $[L]$

$\frac{\partial}{\partial t}$ - Derivada parcial em relação a t - $[T^{-1}]$

$\frac{\partial}{\partial x}$ - Derivação parcial em relação a x - [L⁻¹]

$\frac{\partial}{\partial y}$ - Derivada parcial em relação a y - [L⁻¹]

$\vec{\nabla}$ - Operador Diferencial Vetorial - [L⁻¹]

γ - Peso específico do fluido - [ML/T²/L³]

Δt - Incremento no tempo para a solução numérica - [T]

Δx - Incremento em no espaço para a solução numérica - [L]

ρ - Massa específica do fluido - [M/L³]

OC - Onda Cinemática

OD - Onda Difusiva

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	07
LISTA DE SÍMBOLOS.....	09
1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1 Justificativa.....	15
1.2 Objetivos da Pesquisa	16
1.3 Organização do Trabalho.....	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
3. METODOLOGIA.....	30
3.1. Generalidades	30
3.2. Modelos de Ondas de Cheias.....	30
3.2.1 Dedução das Equações de Saint Venant	31
3.2.2. Modelo da Onda Cinemática.....	38
3.2.3. Modelo de Onda Difusiva.....	39
3.3. Formulação Numérica	41
3.4. Aspectos Computacionais	47
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	51
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	77
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	80

1. INTRODUÇÃO

Um dos mais sérios problemas enfrentados por engenheiros e cientistas que lidam com a Engenharia dos Recursos Hídricos, nos dias presentes, diz respeito ao entendimento dos processos de propagação de uma onda de cheia, em seu deslocamento em um curso d'água. Este fenômeno, comum em várias regiões deste planeta, é responsável por inúmeras tragédias, tendo em vista, em primeiro lugar, a sua alta imprevisibilidade e, além disso, a grande falta de planejamento de autoridades de governos que teimam em permitir que grandes populações ocupem áreas de risco, propícias a enchentes.

Vencer este desafio significa entender melhor de que forma as enchentes ocorrem e sob que condições elas se tornam mais críticas nos grandes centros urbanos, cortados por rios e canais. Para isso, há a necessidade de um completo entendimento do processo de propagação de uma onda de cheia, quais os principais parâmetros hidráulico e hidrológico determinantes neste processo e como o homem pode atuar no controle das enchentes para reduzir o impacto que este fenômeno produz na sociedade urbana de menor poder aquisitivo.

Há várias maneiras de se estudar o processo de propagação de uma onda de cheia. Algumas que demandam custos elevados, como é o caso do desenvolvimento de modelos físicos em laboratórios. Outras que exigem um tempo de observação mais longo, como é o caso do estudo de campo, que também demanda consideráveis custos. Mas, é importante dizer que tanto nos métodos de campo, como nos de laboratórios, os resultados são, quando a metodologia é aplicada com critérios, garantidos.

Por outro lado, considerando a questão dos custos da pesquisa, a modelagem matemática tem aparecido como uma ótima alternativa para se estudar a problemática de ondas de cheia, considerando a significativa redução nos custos, na capacidade de previsão e uma certa garantia na qualidade dos resultados. Neste caso, um conjunto de formulações é usado para descrever todos os processos inerentes ao movimento da água nos canais, bem como, as alterações, no tempo e no espaço, de suas variáveis de controle.

Como se sabe, os fenômenos físicos relacionados com a hidrologia são regidos, em última análise, por leis fundamentais da física: conservação de massa, as leis da dinâmica newtoniana e as leis da termodinâmica. Essas leis, quando aplicadas a meios contínuos, são representadas por equações diferenciais parciais que assumem diferentes formas, de acordo com o fenômeno a ser estudado.

Como consequência natural, a formulação matemática dos processos de um corpo hídrico, para estudo de propagação de uma onda de cheia, tem se apresentado como uma poderosa ferramenta na gestão de recursos hídricos. A escolha de um modelo depende do nível de precisão para os quais o estudo se destina além da disponibilidade de dados, capacidade computacional, quantidade de parâmetros e etc. Exemplificando, é comum supor que os escoamentos em rios são unidimensionais, o que nem sempre corresponde a realidade. Nesta situação, não faz grande diferença considerar o escoamento como tridimensional, mas o esforço computacional será bem diferente.

Os modelos matemáticos permitem a realização de simulações e previsões conclusivas que têm como principal objetivo fornecer subsídios para as medidas a serem tomadas no sentido de melhorar o entendimento de fenômenos físicos, nos vários campos da ciência. A aplicação de modelos matemáticos em problemas relacionados com sistemas hídricos se torna de extrema importância para a solução dos problemas físicos, representados por complexas equações diferenciais, cujas soluções analíticas representam grandes desafios.

Do ponto de vista matemático, a representação de um escoamento variado através de modelos exige do pesquisador uma grande habilidade no processo de formulação. Como se sabe, o escoamento em rios, e canais naturais, são fenômenos complexos, tendo em vista uma série de parâmetros inerentes ao corpo hídrico. Irregularidades na declividade de fundo, na geometria da seção transversal do canal e natureza das paredes do canal fazem os modelos matemáticos se comportarem com um nível de complexidade muito grande.

Por outro lado, os fundamentos para se representar um escoamento através de modelagem matemática são obtidos a partir dos Princípios de Conservação de Massa, da Quantidade de Movimento e da Energia. Esses Princípios são

representados por equações diferenciais parciais não lineares, cujo processo de solução apresenta grandes desafios. Este é o caso, por exemplo, da Equação de Saint Venant, que representa, em sua formulação, a propagação de uma onda dinâmica de cheia se movimentando no tempo e no espaço, ao longo do canal principal de uma bacia hidrográfica. Essas equações, que representam os modelos hidrodinâmicos, são formadas por duas equações diferenciais parciais não lineares, obtidas a partir da aplicação dos Princípios de Conservação de Massa e da Quantidade de Movimento em um volume de controle genérico.

A grande dúvida que surge, nestas questões, diz respeito ao esforço necessário para resolver esses modelos hidrodinâmicos. Para tal, não se conhece, até o presente, caminho fácil que permita encontrar soluções, desta classe de modelos, sem uma grande presença computacional. Estas dificuldades têm forçado a busca de soluções simplificadas, a partir das equações completas do modelo hidrodinâmico, mas que ainda forneça resultados compatíveis com a necessidade do entendimento do processo em estudo.

Neste contexto surgem os modelos da onda cinemática, a partir de uma simplificação do modelo completo da onda dinâmica, e o modelo da onda difusiva, que são formulações menos complexas do que o modelo original, mas com grande capacidade de predição e de esclarecimento para o movimento de grandes massas d'água em rios e canais naturais.

Este trabalho aplicou uma metodologia para resolver, numericamente, as equações desses dois modelos e verificar a influência dos parâmetros hidráulicos nos mesmos. A idéia é de verificar qual dos modelos é mais sensível a um ou outro parâmetro. Os resultados mostraram que o modelo da onda cinemática é mais sensível ao coeficiente de rugosidade, enquanto que o modelo da onda difusiva é mais sensível à declividade de fundo do canal. Entretanto, é importante notificar que mais estudos devem ser realizados tendo em vista que os efeitos desses parâmetros não ocorrem de forma específica para todas as escalas de valores encontrados para a declividade de fundo do canal e para o coeficiente de rugosidade de suas paredes.

1.1 Justificativa

A preocupação com os impactos causados por ondas de cheia em zonas urbanas das grandes cidades, não é nova. Como se sabe, o crescimento desordenado associado com a omissão dos governos tem levado para zonas de risco, nas margens de rios e córregos, uma parcela considerável das populações urbanas. Cidades como Manaus, no Estado do Amazonas, com uma população de 1,5 milhão de habitantes, possui, aproximadamente, 30% de sua população vivendo nos mais diversos igarapés urbanos daquela cidade. Não é preciso dizer que essa parte da população se encontra exposta a qualquer tipo de enchente proveniente da bacia do Rio Negro.

Mas esta realidade não é “privilégio” de cidades do Norte, ou Nordeste brasileiro. Esta é uma realidade do mundo contemporâneo. As cidades estão com sua capacidade populacional bem acima do possível e não há muito que se fazer, como providências de curto prazo para resolver o problema. Mas, algo pode ser feito se estudos forem desenvolvidos com objetivo de se buscar informações pertinentes aos mecanismos das enchentes. Como se dá? Como os parâmetros hidráulico e hidrológico de uma bacia interferem no movimento e na intensidade dessas ondas? Como esses parâmetros interferem na celeridade de propagação das mesmas? Respostas para estas perguntas podem permitir que os planejadores e responsáveis pela defesa civil de uma determinada cidade possam atuar sobre o problema e tentar minimizar os impactos do movimento desta massa hídrica nas vidas destas populações.

Neste contexto, este trabalho se justifica considerando que, estudar os modelos de propagação de onda, através de modelos simplificados, e verificar de que forma alterações nos parâmetros da bacia, representa uma importante alternativa no sentido de se extrair informações importantes pertinentes a esta classe de problema.

Como pode ser observado, através dos objetivos da pesquisa, este trabalho tem amplas condições de produzir conhecimento no campo da **Dinâmica de Sistemas Hídricos Urbanos**, de modo que seus resultados possam ser difundidos e venham a contribuir nas questões pertinentes à Gestão dos Recursos Hídricos.

1.2. Objetivos da Pesquisa

- **Objetivo Geral**

O objetivo geral deste trabalho é de fazer uma comparação entre os modelos da onda cinemática e da onda difusiva, aplicados aos problemas de propagação de ondas de cheias, para verificar a sensibilidade desses modelos com respeito aos parâmetros hidráulico e hidrológico de uma bacia hidrográfica.

- **Objetivos específicos:**

1. Resolver os Modelos da Onda Cinemática e da Onda Difusiva, aplicados para escoamento em rios naturais e verificar a sua sensibilidade aos diversos parâmetros hidráulico e hidrológico de uma bacia hidrográfica;
2. Desenvolver um programa computacional em linguagem FORTRAN, tendo como base os modelos em estudo, que permita realizar um conjunto de formulações para diferentes cenários;
3. Comparar os resultados provenientes de simulações, através desses dois modelos, para diferentes declividades de fundo e diferentes coeficientes de rugosidade, para testar seu comportamento com respeito a este parâmetro;
4. Estabelecer um processo de linearização para os dois modelos e comparar os resultados com relação aos modelos não lineares, verificando a qualidade dos resultados obtidos para este caso.

1.3. Organização do Trabalho

O trabalho foi organizado em cinco capítulos. O presente capítulo descreve a justificativa e os objetivos do trabalho e discorre sobre a maneira como o documento foi organizado.

O capítulo 2 apresenta uma revisão dos principais trabalhos realizados com respeito a este tema nos últimos anos, mostrando a importância de se utilizar modelos matemáticos para descrever o comportamento de uma onda de cheia em canais naturais.

O capítulo 3 mostra a metodologia utilizada para este estudo, apresentando as formulações, os métodos de solução e a estrutura computacional desenvolvida para este trabalho.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos a partir de simulações, com o auxílio do programa computacional desenvolvido para o estudo. Neste capítulo também é apresentado uma análise dos resultados, pertinentes aos vários testes e cenários usados para as simulações.

Por último, o capítulo 5 apresenta as conclusões desta pesquisa e faz algumas recomendações sobre estudos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de propagação de cheias em rios naturais tem sido abordado com uma certa freqüência, tendo em vista a grande importância do assunto nos dias presentes. Como é do conhecimento de todos, a problemática do crescimento desordenado em grandes cidades, ao redor do mundo tem trazido grandes prejuízos, não somente do ponto de vista econômico como também do ponto de vista social. Não é possível negar que a ocupação de áreas de risco de enchentes, em grandes centros urbanos, tem trazido enormes transtornos para governos e entidades responsáveis pelo estabelecimento de uma qualidade de vida mínima para as populações com menor poder aquisitivo.

Neste contexto, o estudo de propagação de ondas de cheias, através de modelos matemáticos, tem se tornado uma alternativa na busca de soluções para esta classe de problema, tentando municiar os agentes gestores do planejamento urbano de melhores informações pertinentes aos problemas de enchentes. Para tal, há a necessidade de se buscar um conhecimento sustentável, capaz de fornecer subsídios consistentes no controle e ocupação dessas áreas.

Do ponto de vista matemático, a partir dos anos 50, algumas metodologias foram apresentadas na busca de um melhor entendimento com respeito aos problemas de propagação de ondas de cheias.

O movimento da água em um sistema hidrológico é influenciado pelas propriedades físicas do sistema, tais como trajetória de escoamento, interação da água com o meio, incluindo a energia do ar e do calor, além da temperatura deste fluido. Muitas leis físicas governam a operação dos sistemas hidrológicos. Um mecanismo consistente, necessário para desenvolver modelos hidrológicos, é fornecido pelo teorema de transporte de Reynolds (CHOW, 1988).

No estudo do escoamento da água em um canal natural há a necessidade de desenvolver algumas representações destes processos em linguagem matemática.

Este mecanismo conduz o estudo a um conjunto de equações diferenciais parciais de difícil solução. A natureza complexa dessas equações diferenciais, representativas de um movimento não permanente tridimensional, que é o tipo de escoamento que normalmente ocorre em canais naturais, não corresponde muitas vezes às necessidades das aplicações práticas em engenharia, enquanto que uma abordagem mais simples propicia resultados aproximados, bem aceita, considerando o grande esforço necessário para solucionar tais equações.

Um modelo matemático composto tomando como base a Segunda Lei de Newton e o Princípio da Conservação das Massas é conhecido como Modelo Hidrodinâmico quando todos os termos responsáveis pelo movimento do fluido no canal são representados na equação do movimento. O conjunto de equações diferenciais resultantes desta combinação é conhecido como Equação de Saint Venant. No próximo capítulo, estas formulações serão apresentadas em detalhes.

Esses modelos hidrodinâmicos têm sido usados, por várias décadas, nos estudos de propagação de ondas de cheias. Há, na literatura, um rico material propondo diferentes abordagens para o tratamento destas equações (SHEN e YEN, 1984). Modelos mais simples por vezes não considera todos os fatores condicionantes - do escoamento, o que equivale a desprezar alguns termos das equações hidrodinâmicas, obtendo, assim, relações a partir de um conjunto de hipóteses, tais como escoamento unidimensional, canal de baixa declividade, canal prismático e de declividade constante, fluido incompressível com vazão dada por $Q = V(x,t) \cdot A(x,t)$ e perda de carga no regime variável computada por uma equação de resistência do regime permanente e uniforme.

Uma onda é definida como uma variação temporal e espacial da altura do escoamento (tirante de água) ou da taxa de vazão. O comprimento de onda é a distância entre duas cristas sucessivas; a amplitude da onda é a altura entre o nível máximo da superfície livre e o nível d'água em repouso; e a altura da onda é a diferença de cotas entre as cristas e as depressões (CHOW, 1988).

O cálculo do nível de água em um canal, sob o ataque de uma onda de cheia, é necessário porque este nível estabelece os limites da planície de inundação e

determina a altura mínima exigida de estruturas, tais como pontes e diques os quais funcionaram com elementos de controle dessas enchentes.

O cálculo da taxa de escoamento da inundação também é importante; primeiro, porque a taxa de escoamento determina o nível de água, e, segundo, porque o projeto de qualquer estrutura de armazenamento de água necessita de um conhecimento adequado do comportamento deste escoamento na bacia.

Os modelos para estudo de onda de cheia podem ser usados para descrever a transformação de chuva torrencial em escoamento superficial sobre uma bacia hidrográfica, ou produzir uma hidrógrafa do escoamento e, então, considerar esta hidrógrafa como dado de entrada na extremidade a montante de um rio. Detalhes sobre esta metodologia se encontram expostos nos trabalhos de (CHOW, 1988) e (HENDERSON, 1966).

Dentro de um contexto de modelos, as ondas de cheias podem ser classificadas como: onda dinâmica, onda gravitacional, onda difusa e onda cinemática, de acordo com o número de elementos considerados no modelo. A onda dinâmica, por exemplo, considera todos os termos da equação do movimento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (2.1)$$

Do ponto de vista de escoamento, para efeitos de estudo, se o termo $\frac{\partial Q}{\partial t}$ ou $\frac{\partial u}{\partial t}$ for desprezado, a equação do movimento descreve a conhecida Onda Dinâmica permanente (MOUSSA; BOCQUILLON, 1996):

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (2.2)$$

A onda gravitacional despreza os efeitos da declividade de fundo, e o efeito do atrito que se desenvolve entre o fluido e as paredes do canal ou rio. Neste caso, o termo desprezado é $g(S_0 - S_f)$. Os demais termos da equação do movimento são considerados na modelagem.

Se os termos $\frac{\partial u}{\partial t}$ e $u \frac{\partial u}{\partial x}$ forem desprezados, a equação do movimento é

definida por:

$$g \frac{\partial y}{\partial x} + g(S_f - S_0) = 0 \quad (2.3)$$

A equação (2.2) descreve o comportamento de uma onda difusiva e é conhecida como onda difusiva analógica, tendo em vista sua analogia com a equação da difusão advectiva, (STURM, 2001).

Finalmente, tem-se a onda cinemática. Neste caso, consideram-se apenas os efeitos da declividade do fundo e os efeitos do atrito que se desenvolvem entre o fluido e as paredes do rio ou canal. Todos os termos da equação do movimento são desprezados, com exceção do termo $g(S_f - S_0)$. Assim, a equação é definida por:

$$S_0 = S_f \quad (2.4)$$

Shen e Yen (1984) apresentam um trabalho onde importantes contribuições, lançadas a partir dos anos 60, após o lançamento do trabalho de Ven Te Chow, sobre escoamento superficial, foram analisadas. Os autores mostram, em detalhes, os avanços ocorridos ao longo desses anos sugerindo ainda novas fronteiras que deveriam ser seguidas nos anos seguintes. Já nos anos 90, com os avanços

computacionais, novos paradigmas foram lançados na busca de melhores resultados, com mais riquezas de detalhes. Alguns desses trabalhos serão apresentados em seguida.

O tratamento matemático na solução das equações de Saint Venant ainda é bastante estudado. Várias simulações têm sido realizadas, com diversas situações de escoamento, visando um completo entendimento desse processo hidráulico-hidrológico (BARRY e BAJRACHARYA, 1995). Embora já tenham sido feitas várias tentativas para resolver analiticamente essas equações, sua complexidade somente permitiu a obtenção de soluções aproximadas, com resultados bastante satisfatórios (CHALFEN e NIEMIEC, 1986).

Já no campo das soluções numéricas, os estudos para a solução e, em consequência, para o entendimento da propagação de uma onda de cheia, a partir dos modelos hidrodinâmicos, têm avançado consideravelmente. O desenvolvimento dos vários métodos numéricos nos últimos anos, associado ao avanço de estruturas computacionais tem proporcionado importantes descobertas no Campo da Engenharia Hidráulica, notadamente, no que se refere aos modelos hidrodinâmicos.

Bajracharya e Barry (1999), estudando as ondas de cheias, aplicaram o Método de Muskingum-Cunge (MC) para avaliar a eficiência do mesmo na solução desta classe de equação. Os resultados mostraram que sua eficiência depende do Número de Courant, que é definido pela relação $u\Delta x / \Delta t$. Os estudos mostraram ainda que o método explícito é um bom método para resolver a equação da onda difusiva a partir da onda cinemática.

Ponce et. al. (1996) estudaram o Método de Muskingum-Cunge, dando, para isso, um tratamento analítico. Os autores fizeram uma comparação entre o pico de

escoamento, calculado analiticamente, e as metodologias convencionais, usadas nos processos de escoamentos de ondas de cheia. Os resultados mostraram uma consistente concordância entre os dois métodos testados.

Kshirsagar et al. (1995) apresentam um estudo onde um processo de otimização para estimar os parâmetros para o Modelo de Muskingum para situação onde o escoamento lateral não é computado. O estudo é montado para estimar o escoamento superficial em um ponto a jusante, a partir de um hidrograma de escoamento conhecido a montante da seção de referência. Testes do modelo em uso, usando situações sintéticas e com dados de campo, do rio Godavari, na Índia, foram apresentados e mostraram-se satisfatório do ponto de vista de cálculo de escoamento superficial.

Barry e Bajracharya (1995) apresentaram estudos com base em uma otimização dos parâmetros espacial e temporal, do Método de Muskingum-Cunge, relacionados com o Número de Courant, para alterar o esquema numérico das equações do modelo e buscar uma melhor solução. Os autores concluíram que o esquema explícito é a melhor maneira para resolver a equação da onda difusiva partindo do modelo da onda cinemática. O esquema atinge, segundo os autores, uma aproximação de terceira ordem se o Número de Courant for de 0,5.

Por outro lado, tendo em vista ao enorme esforço computacional exigido na solução dos modelos hidrodinâmicos, principalmente, no que diz respeito a sua não linearidade, muitos cientistas têm estudado o problema de propagação de ondas de cheia através de uma metodologia simplificada. Neste caso, os resultados têm se apresentados satisfatórios para alguns cenários usados, e o esforço computacional tem sido reduzido consideravelmente.

Moussa e Bocquillon (1996) usaram as equações de Saint Venant para descrever as ondas de rios, com objetivo de estudar ondas de cheias através das ondas difusivas. Os autores usaram, para a solução das equações diferenciais da onda difusiva, o método das diferenças finitas e uma técnica de solução analítica. Os resultados mostraram, através de algumas análises, a eficiência do método das diferenças finitas como opção de solução para o estudo das ondas difusivas.

Keskin e Agiralioglu (1997) desenvolveram uma metodologia simplificada de solução das equações de Saint Venant para estudar a propagação de ondas de cheias em canais retangulares. Os autores usaram o esquema explícito do Método das Diferenças Finitas no processo de solução. Os autores comprovaram que existe uma boa resposta da solução simplificada e da solução obtida através da equação geral, o que garante que para determinadas análises as soluções simplificadas são suficientes.

White et al. (2002) apresentam um estudo para estimar os coeficientes de medição da infiltração, precipitação, intensidade e rugosidade em um modelo de escoamento superficial. Uma função densidade de probabilidade é construída a partir de uma hidrógrafa observada. A partir dessa função, uma função densidade da bacia é obtida descrevendo a probabilidade de infiltração na bacia hidrográfica e suas propriedades de rugosidade. A partir desta informação, avaliações do comportamento de enchentes podem ser obtidas, assim como os níveis de água esperados ao longo do curso de água. Este procedimento permite incorporar previsões probabilísticas de precipitação, para produzir previsões probabilísticas de cheia.

MA et al. (2002) descreveram a aplicação de um modelo tridimensional para simular a estrutura de escoamento em um rio situado em um terreno elevado que é propenso a inundação. As simulações usam um canal com geometria retangular,

paredes laterais lisas e uma topografia do fundo obtida no local. Os resultados do estudo, obtidos a partir de modelagem numérica, são comparados com o experimento de um modelo físico que mede a velocidade usando um perfil de velocidade ultrassônico. Uma boa concordância é alcançada entre os dados de saída do modelo tridimensional e os resultados do modelo físico para as velocidades a jusante. Os resultados dos modelos físicos e numéricos sugerem que a estrutura de escoamento em descargas altas, em canais confinados lateralmente com uma topografia do fundo suavizada é controlada pela velocidade principal.

Modelos alternativos de ondas de fluxo são produzidos usando a equação de continuidade completa, enquanto alguns termos são eliminados da equação da quantidade de movimento. O modelo mais simples é o modelo da onda cinemática, que despreza a aceleração local, a aceleração convectiva e os termos de pressão na equação da quantidade de movimento. Isto é, supõe que $S_o = S_f$ e as forças de atrito e gravidade se compensam. O modelo da onda de difusão despreza os termos de aceleração local e convectiva, mas incorpora o termo de pressão. O modelo de onda dinâmica considera todos os termos de aceleração e pressão na equação da quantidade de movimento (ANDRADE, 2003).

Smith (1980) estudou propagação de ondas de cheias usando o Modelo da Onda Cinemática. O autor desenvolveu vários testes, com o objetivo de avaliar o grau de precisão da solução da equação da onda cinemática, no que diz respeito aos processos de linearização da mesma. A performance dos Métodos das Diferenças Finitas, especificamente, neste caso, foi avaliado. Para a aplicação de métodos explícitos um fator de ponderação e um fator de atenuação de onda foram desenvolvidos. Uma análise bastante consistente sobre essas técnicas de solução dos modelos simplificados de onda de cheia foi apresentada.

Ondas cinemáticas governam o escoamento quando as forças de pressão e forças inerciais não são importantes e o escoamento não tem aceleração apreciável e é aproximado pelo escoamento permanente e uniforme. Em tais casos, estas forças são desprezadas, pois o resultado obtido quando elas são consideradas é muito próximo do resultado quando elas são desprezadas e o trabalho envolvido, para suas avaliações, é

muito grande. Ondas dinâmicas governam o escoamento quando essas forças são importantes, tais como no escoamento de uma grande onda em um rio largo (SOARES, SILVEIRA e PORTO, 1997).

Soares et al. (1997) também mostram em seu trabalho que a onda cinemática tem a vantagem de facilitar a implementação e manuseio, e descrevem o movimento principal da onda de cheia. A solução numérica da equação da onda cinemática é programável de forma mais simples do que a equação da onda dinâmica, sendo mais fácil manipular as mudanças nas propriedades do canal, nas condições de contorno e condições iniciais.

Yen e Tsai (2001) estudaram a propagação de ondas de cheia, usando a onda cinemática e a onda de difusão, e observou que a onda sem inércia ou onda cinemática, que ignora os termos inerciais e convectivo na equação da quantidade de movimento, é uma simplificação da onda dinâmica completa.

Pesquisadores, como Rajaratnam e Ahmadi (1981), Knight e Demetriou (1983) e Myers (1991), apresentaram importantes resultados experimentais sobre o escoamento em canais compostos de diferentes geometrias, que serviram de base para trabalhos teóricos e de modelagem matemática para outros pesquisadores que tentaram esclarecer, do ponto de vista matemático, o mecanismo da troca de momento entre o canal principal e as várzeas de inundação. Entretanto, este problema ainda continua em aberto.

Jacovkis et al. (1996) também estudaram o modelo da onda cinemática para rios com geometrias irregulares. O modelo é apresentado na forma de relação escalar nos princípios de conservação das massas. Os autores apresentam uma ampla discussão no comportamento do escoamento para algumas geometrias nas seções do canal, mostrando, assim, suas influências no processo de propagação da onda cinemática.

Rashid et al. (1995) estudaram propagação de cheias, em laboratório, através de geradores de ondas. As profundidades foram registradas em nove estações ao longo do canal. Vários testes foram simulados para diferentes condições iniciais. Paralelamente, um modelo, com base nas equações de Saint Venant, foi desenvolvido

para estudar a propagação de onda de cheia. O modelo foi resolvido através do Método das Diferenças Finitas, usando para isso o processo de discretização de Preissmann. Os estudos mostraram que as duas metodologias usadas apresentaram resultados satisfatórios.

Singh et al. (1996) estudaram erros de precisão nas aproximações nos modelos de cheias considerando ondas cinemáticas e ondas difusivas. Os estudos mostraram que, embora os modelos de onda difusiva e da onda cinemática apresentaram bons resultados, comparados com os modelos da onda dinâmicas, para uma faixa de condições de escoamentos, seus erros, gradualmente, dependem da relação KF_0^2 , onde K é um parâmetro vinculado à onda cinemática e F_0 é o Número de Froude. Os estudos mostraram ainda que, no geral, as aproximações para a onda difusiva são superiores as da onda cinemática.

Jaber et al. (2002) estudaram a estabilidade e precisão dos esquemas de elementos finitos na solução dos modelos da onda cinemática para uma dimensão. Os autores usaram um esquema numérico baseado no Método dos Elementos Finitos com o objetivo de reduzir possíveis efeitos de oscilações numéricas, presentes nestes modelos por conta da não linearidade dos mesmos. Os resultados mostraram que para altos valores do Número de Courant, presente nesta classe de problema, os efeitos de oscilações são reduzidos quando comparados com outros esquemas numéricos.

Jaber et al. (2003) estudaram a estabilidade para modelos de propagação de ondas cinemáticas bidimensionais, levando em consideração o processo de transbordamento através das margens. Os autores procuraram agregar em seus estudos os erros no processo de definição dos parâmetros da bacia. As análises desses estudos mostraram que a agregação de dados da declividade resulta em significativos erros. O coeficiente de rugosidade tem menor efeito no processo de solução. Por outro lado, a intensidade da precipitação não apresentou nenhum efeito sobre o processo de solução.

Entretanto, o modelo da onda cinemática, que atende a certos tipos de ondas, não prevê, em sua formulação, o mecanismo de atenuação da amplitude da onda, ao longo do canal. Para resolver este incômodo, mas ainda ter uma metodologia mais simples de tratamento dos modelos matemáticos para propagação de onda, os cientistas e engenheiros têm lançado mão da equação da onda cinemática com a presença do termo que corresponde a força de pressão no escoamento. Neste caso, a nova formulação é conhecida como Modelo de Onda Difusa Analógica, tendo em vista sua semelhança com a Equação Diferencial da Difusão Advectiva.

Como dito anteriormente, este modelo considera, além dos termos de gravidade e de atrito na equação da onda dinâmica, a influência da pressão do fluido. Em seguida serão apresentados alguns dos principais trabalhos que se encontram disponível na literatura, nos últimos anos.

Gonwa e Kavvas (1986) apresentaram um modelo modificado da equação da onda difusiva para estudar propagação de ondas de cheias em canais trapezoidais. Os autores simplificaram as equações através de métodos de linearização para tentar encontrar uma solução analítica para o modelo resultante. Desta forma, uma nova equação da onda difusiva, modificada, foi obtida, com bases em fundamentos teóricos relacionados com o canal e variação de ondas provenientes da expressão que define sua celeridade e seu coeficiente de difusividade. Os resultados mostraram que o emprego de métodos de linearização usado pelos autores, na equação da onda difusiva, não apresentou resultados adequados, quando se trata de propagação de onda de cheia.

Chung et al. (1993) analisaram os efeitos das condições de contorno de jusante nas ondas difusivas de cheias. Os autores usaram Transformadas de Laplace para tentar encontrar as soluções exatas do modelo. Condições de contorno de Dirichlet e de Neumann foram empregadas, especificamente, para contornos de

jusante. Para investigar os efeitos de remanso um hidrograma parametrizado na entrada, com base nos polinômios de Hermite, foi introduzido. Os autores fizeram análise entre os efeitos de remanso para todos os casos de condições de contornos estudados.

Lamberti e Pilati, (1995) usaram modelos da onda dinâmica para estudar a propagação de ondas em canais naturais. Os autores tomaram como base as equações de Saint Venant, verificando sua aplicação em tempo real de previsão. Ao longo dos estudos os autores fizeram uma transição entre os modelos da onda dinâmica para o modelo da onda cinemática, verificando, assim, os vários aspectos de influência de cada parâmetros hidráulico e hidrológico na propagação das várias ondas de cheias.

Sivapalan et al. (1997) apresentam um trabalho muito interessante considerando a equação da onda difusiva em sua forma generalizada, considerando os seus aspectos não lineares. O artigo dos autores apresenta um material teórico consistente e com algumas aplicações interessantes. O modelo é desenvolvido a partir das equações de Saint Venant, considerando a presença de fatores de atrito e de força de arrasto, como elementos de resistência ao escoamento. Um esquema numérico foi aplicado com o objetivo de estudar problemas de enchentes em canais naturais. Finalmente o estudo é usado para investigar os efeitos da não linearidade nas características de propagação de ondas de cheias.

Bajracharya e Barry (1997) verificaram a precisão nos processos de linearização da onda difusiva quando aplicada nos problemas de ondas de cheias. Os autores usaram um esquema de quatro pontos espaciais fixos para linearizar as equações do modelo. Os estudos mostraram que este critério usado apresentou bons resultados comparados com outros critérios já conhecidos na literatura.

Yen e Tsai (2001) apresentaram estudos comparando, de forma simples, os modelos de ondas não inerciais e ondas difusivas em propagação de cheias. Como se sabe, as ondas não inerciais desprezam os termos de aceleração local e convectiva na equação de quantidade de movimento, enquanto as ondas difusivas consideram a presença de distúrbios difusivos no processo de escoamento. Os autores mostram que a onda difusiva pode ser matematicamente formulada de diferentes níveis de aproximação de ondas em águas rasas considerando a celeridade e o coeficiente de difusividade hidráulica como constantes. Os autores mostraram ainda que os modelos não inerciais são casos especiais do modelo da onda difusiva.

Sun et al. (2006) estudaram o modelo da onda difusiva através de um esquema de diferenças finitas. O estudo foi feito através da introdução de duas novas variáveis nas equações originais do modelo provocando, assim, uma transformação do modelo original em sistema de equações diferenciais com menor grau. A estabilidade, a convergência e o processo de solução foram verificados através de métodos de energia. Os resultados encontrados foram comparados com outras técnicas e foram considerados satisfatórios.

Al-Khaled e Momani (2005) apresentaram uma solução aproximada para a equação da onda difusiva fracional usando, para tal, o método da decomposição. Esta metodologia representa um avanço no tratamento desta classe de problema, considerando os aspectos matemáticos. Os autores apresentaram exemplos numéricos para ilustrar a técnica usada. Os resultados dos estudos permitiram verificar a transição entre o que se chama de processo difusivo puro para processos de ondas puras.

Nesta mesma linha de estudo, pode-se encontrar os trabalhos de Maninardi (1996), e de Agrawal (2001), que usaram os processos fracionais para estudar os

modelos de onda difusiva, para diferentes domínios, mostrando assim, o largo interesse deste campo de estudo nos avanços da física – matemática.

Como pode ser observado, há um grande interesse nesta classe de modelos simplificados, tendo em vista a sua facilidade na obtenção de resultados para determinados processos físicos. Neste caso, o esforço computacional é reduzido de forma considerável, com relação aos modelos hidrodinâmicos, mas, ainda assim, os resultados são satisfatórios.

3. METODOLOGIA

3.1. Generalidades

Considerando que o estudo trata do desenvolvimento de dois modelos de propagação de onda de cheia, a partir do modelo da onda dinâmica, é de fundamental importância apresentar os fundamentos da modelagem hidrodinâmica que servirá como base para a formulação dos modelos em estudo. Também serão apresentados os elementos usados na solução das equações diferenciais para cada modelo. Neste caso, como a metodologia usada foi o Método das Diferenças Finitas, o método explícito de discretização foi usado para a equação da onda cinemática, enquanto que o método implícito foi usado para a solução da equação da onda difusiva. Finalmente, serão apresentados os aspectos computacionais utilizados na obtenção dos resultados, a partir das simulações para os diferentes cenários propostos.

3.2. Modelos de Ondas de Cheias

Como se sabe, a propagação de uma onda de cheia representa um processo de enchente, onde variáveis de controle como velocidade, vazão, área e profundidade mudam com o tempo e com qualquer posição ao longo do canal. Isto implica dizer que o movimento de uma onda de cheia representa um escoamento não permanente e não uniforme. Neste caso, as variáveis de controle são funções, como dito anteriormente, do tempo e da posição.

Do ponto de vista matemático, a propagação de uma onda de cheia pode ser descrita através da combinação de duas equações diferenciais parciais, não lineares, onde duas variáveis de controle deverão ser determinadas. Essas equações são

obtidas a partir da aplicação dos princípios da continuidade e da conservação da quantidade do movimento. Essas equações, em sua forma completa são conhecidas como Equações de Saint Venant, ou Equação da Onda Dinâmica. Tendo em vista a extraordinária complexidade dessas equações, soluções analíticas para as mesmas são ainda objeto de muitos estudos, sem, contudo, que se tenha conseguido qualquer sucesso. Entretanto, com os avanços dos computadores digitais, tem sido possível o desenvolvimento de metodologias, com base em formulações numéricas, capazes de fornecer um ótimo entendimento dos vários elementos que compõem o escoamento variado em rios e canais naturais.

3.2.1 Dedução das Equações de Saint Venant

Embora as equações da continuidade e da quantidade de movimento possam ser derivadas em diferentes maneiras, o método do volume de controle tem sido usado com uma certa freqüência, tendo em vista uma maior simplicidade no entendimento do processo de formulação. Entretanto, é importante lembrar que algumas considerações devem ser assumidas. Assim, (STURM, 2001):

- Considera-se escoamento em águas rasas, onde as acelerações verticais são desprezadas, resultando em uma distribuição de pressão, na vertical, hidrostática. Este fato também implica que a profundidade y é muito pequena comparada com o comprimento da onda de cheia;
- A declividade do canal é pequena de modo que o seno do ângulo que o fundo forma com a horizontal pode ser equivalente à tangente deste mesmo ângulo;
- O fundo do canal é estável. Isto implica dizer que os conceitos de fundo móvel, aplicado em rios naturais com fundos deformáveis, principalmente, pelo movimento de sedimentos, não poderão ser estudados com esta formulação;
- O escoamento é considerado unidimensional. Isto implica dizer que as componentes verticais e transversais da velocidade são consideradas nulas; e
- A resistência do atrito de fundo é considerada a mesma tanto no escoamento não permanente como no escoamento permanente, de modo que as equações

de Manning e de Chezy podem ser usadas para avaliar a tensão de cisalhamento média de fundo.

Com essas considerações, serão apresentadas as formulações das duas equações diferenciais que compõem o Modelo da Onda Dinâmica.

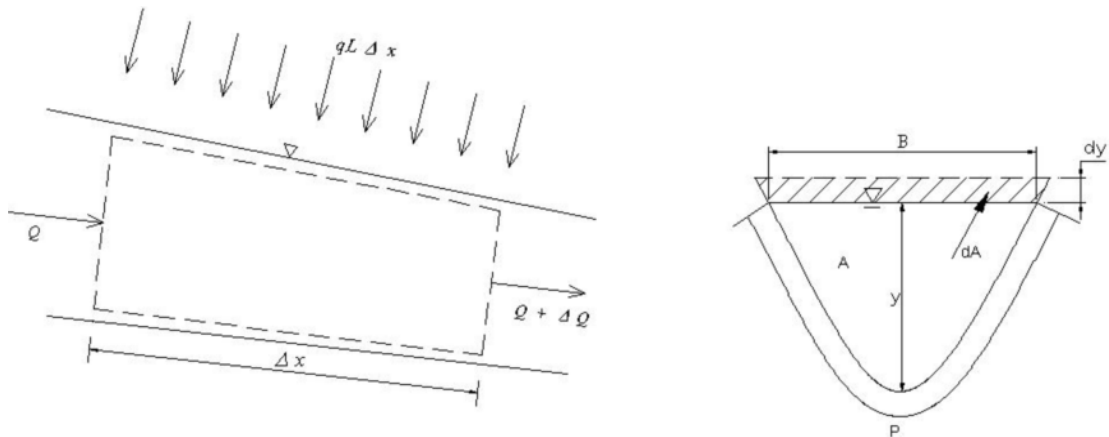


FIGURA 3.1 – Esquema de um volume de controle para um canal natural.

- Equação da Continuidade

Como dito, esta equação é derivada a partir do Princípio da Conservação das Massas, aplicada em um volume de controle, de comprimento Δx , representando um trecho de um rio. Neste caso, o referido princípio atesta que o balanço de massa fluida que entra e sai do volume de controle é igual a variação temporal da massa fluida no interior do referido volume. Matematicamente, isto pode ser representado da seguinte forma:

1. Massa de fluido que entra no elemento de controle pela seção de montante, no intervalo de tempo Δt , é formulada como sendo $\rho Q \Delta t$;
2. Massa que entra no mesmo volume de controle e no mesmo intervalo de tempo, ao longo da distância considerada, através da contribuição lateral, é formulada por $\rho q_l \Delta x \Delta t$;

3. Massa que sai do volume de controle pela seção de jusante no intervalo de tempo Δt , pode ser formulada por $\left(\rho Q + \rho \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \right) \Delta t$;

4. Variação da massa no interior do volume de controle, pode ser avaliada por $\rho \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x \Delta t$;

Nesta expressão o valor de Δx é suficientemente pequeno para que o volume de controle seja igual ao seu produto por uma área intermediária A .

A variação de massa no interior do volume, definida pela última parcela na esquematização apresentada, corresponde ao somatório de todas as demais parcelas e o balanço de massa no elemento de controle, conduz à seguinte equação:

$$\rho Q \Delta t - \left[\rho Q + \rho \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \right] \Delta t + \rho q_l \Delta x \Delta t = \rho \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x \Delta t \quad (3.1)$$

Onde,

Q é a vazão média no interior do canal natural;

q_l é a contribuição lateral no canal;

A é área transversal molhada do canal;

ρ é a massa específica da água;

Δx é o comprimento do volume de controle;

Δt é o intervalo de tempo relativo ao volume de controle.

Simplificando a equação (3.1), pode-se obter a seguinte equação,

$$-\rho \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho q_l = \rho \frac{\partial A}{\partial t} \quad (3.2)$$

Desenvolvendo esta equação, e tendo em vista que a massa específica ρ é considerada constante:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (3.3)$$

A equação (3.3) é a forma mais conhecida da equação da continuidade dos escoamentos em rios e canais e será usada no desenvolvimento desta pesquisa como elemento auxiliar no estudo de propagação das ondas de cheias através dos Modelos da Onda Cinemática e da Onda Difusiva. É importante lembrar que para este estudo a contribuição lateral será considerada nula.

Uma outra forma de apresentar a equação (3.3) é considerando que a Área A pode ser representada pelo produto Bh , onde B representa a largura do canal na superfície da água, e h a profundidade hidráulica do canal. Se o canal for considerado retangular, h pode ser considerada a profundidade do canal. Desta forma, a equação (3.3) pode ser escrita no forma,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

A equação (3.4) é uma outra forma de representar a equação da continuidade, onde as variáveis de controle são a vazão e a profundidade.

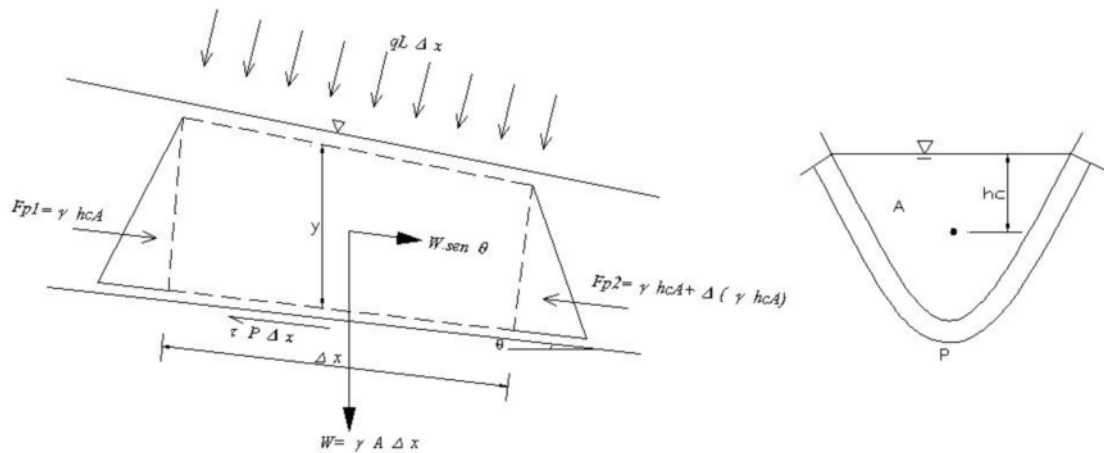


FIGURA 3.2 – Distribuição das forças de um volume de controle para um canal natural.

- Equação da Quantidade de Movimento

A equação da quantidade do movimento é deduzida a partir da segunda lei de Newton aplicada ao volume de controle. Desta forma, procede-se computando todas as forças que atuam no escoamento e igualando esta força resultante ao produto da massa vezes a aceleração do fluido.

Henderson, (1966), mostra que a declividade da linha de energia S_f pode ser definida como sendo,

$$S_f = \frac{\tau_0}{\gamma R} = \frac{v^2}{C^2 R} \quad (3.5)$$

Onde,

v representa a velocidade média do fluido no volume de controle,;

C representa o coeficiente de Chezy;

R representa o raio Hidráulico;

τ_0 representa a tensão de cisalhamento de fundo; e

γ representa o peso específico do fluido.

Por outro lado a declividade de linha de energia também pode ser formulada como sendo,

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h + \frac{v^2}{2g} \right) \quad (3.6)$$

Onde,

H é a energia total do escoamento no volume de controle;

h é a cota da superfície livre do canal em relação a uma referencia definida;

g é a aceleração da gravidade e;

x é a distancia ao longo do canal.

Entretanto, aplicando a segunda lei de Newton no volume de controle e considerando, apenas, as forças de pressão e de atrito, a seguinte formulação pode ser obtida:

$$-\gamma A \Delta h - \tau_0 P \Delta x = \rho A \Delta x \left(v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (3.7)$$

Onde a componente da aceleração na direção do escoamento é formulada através de,

$$a_x = \frac{dv}{dt} = v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.8)$$

Operando a equação (3.7), tem-se,

$$\tau_0 = -\gamma R \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (3.9)$$

Combinando as equações (3.5) e (3.9), e lembrando que $h = y+z$, tem-se,

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.10)$$

Onde,

S_0 é a declividade de fundo do canal;

y é a profundidade da água no canal; e

z é a cota de fundo do canal.

A equação (3.10) é conhecida como Equação do Movimento para canais naturais. Ela também pode ser escrita em função da vazão e da área, na forma,

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Q^2 / A) + gA\left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_0\right) + gAS_f = 0 \quad (3.11)$$

Onde,

Q é a vazão média em uma seção do canal natural;

A é a área molhada na seção transversal.

Os termos da equação (3.11), descritos da esquerda para direita, são: o termo da aceleração local, que descreve a variação do momento devido a mudanças temporais na velocidade, o termo da aceleração convectiva, que descreve a mudança no momento devido à mudança de velocidade ao longo do canal, o termo da força de pressão, proporcional à mudança da profundidade de água ao longo do canal, o termo da força da gravidade, proporcional à declividade de fundo do canal, e o termo da força de atrito, proporcional à declividade da linha de energia. Os termos da aceleração local e convectiva representam o efeito das forças de inércia no escoamento (CHOW, 1988).

É importante notar a equação (3.10), ou (3.11), é uma equação diferencial parcial, não linear e apresenta, em qualquer processo de solução, um considerável nível de complexidade. Este fato tem dificultado a obtenção de qualquer solução analítica, mesmo em análise onde sejam processadas algumas simplificações na

equação. Por outro lado, com o avanço no desenvolvimento dos computadores digitais, tem havido um considerável progresso em metodologias que envolvem soluções numéricas para esta equação, oferecendo, assim, importantes alternativas para o entendimento de propagação de ondas de cheias em canais naturais.

3.2.2. Modelo da onda cinemática

As ondas cinemáticas descrevem os escoamentos em que as forças de pressão e as forças inerciais não são importantes. No modelo da onda cinemática, portanto, o escoamento não tem aceleração apreciável e os termos correspondentes às forças de pressão e às forças inerciais são desprezadas, de forma que a equação da quantidade de movimento assume a sua forma mais simplificada possível, isto é,

$$S_o = S_f \quad (3.12)$$

Como pode ser observado, no modelo de onda cinemática as forças de atrito e gravidade se compensam. Tal equação simplificada, associada à equação da continuidade, constitui a formulação básica da propagação de uma onda cinemática. Neste caso, a linha de energia é paralela ao fundo do canal.

Uma interpretação para a equação (3.12) é de que um escoamento uniforme pode ser assumido em um escoamento quase permanente, tomando como base a aplicação da equação da continuidade em finitos intervalos Δx , ao longo do canal, para pequenos intervalos de tempo.

Por outro lado, a equação da quantidade de movimento pode também ser expressa na forma,

$$A = \alpha Q^\beta \quad (3.13)$$

Onde,

A é a área da seção transversal do canal;

Q é a vazão;

α e β são coeficientes que podem ser obtidos a partir de uma fórmula de Chezy.

Para $S_0 = S_f$ e $R = A/P$, onde R é o raio hidráulico e P é o perímetro molhado, a fórmula de Manning fornece:

$$A = \left(\frac{nP^{2/3}}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/5} Q^{3/5} \quad (3.14)$$

Comparando-se as Equações (3.13) e (3.14), resulta em $\alpha = [nP^{2/3}/(\sqrt{S_0})]^{0,6}$ e $\beta = 0,6$, sendo n o coeficiente de rugosidade de Manning.

Como a equação da continuidade possui duas variáveis dependentes, A e Q , que torna mais difícil encontrar a sua solução, pode-se fazer uso da equação (3.14) como uma segunda equação para a determinação das referidas variáveis. Assim, derivando a equação (3.14), com relação ao tempo, e substituindo o seu resultado na equação (3.3), o modelo da onda cinemática pode ser formulado, tendo como resultado a expressão,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \alpha \beta Q^{\beta-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) = q_l \quad (3.15)$$

A equação diferencial acima, com uma única variável dependente, Q , é equivalente ao sistema de duas equações formado por $S_0 = S_f$ e pela equação da continuidade. Como pode ser observada, a equação que representa o modelo da onda

cinemática é uma equação diferencial parcial de primeira ordem e de natureza não linear, o que dificulta consideravelmente a obtenção de sua solução analítica.

3.2.3. Modelo de Onda Difusiva

Como o estudo trata de uma comparação entre os modelos de onda cinemática e da onda difusiva, neste item será desenvolvido o modelo da onda difusiva. Este desenvolvimento parte da simplificação das equações de Saint Venant, notadamente, no que se refere aos termos de aceleração local e da aceleração convectiva. Neste caso, esses termos serão desprezados. A grande diferença entre o modelo da onda cinemática e o modelo da onda difusiva reside na presença, no segundo modelo, da aceleração provocada pela presença das forças de pressão no escoamento. Desta forma, a equação de Saint Venant pode ser rerepresentada através da seguinte formulação.

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (3.16)$$

Fazendo $S_f = Q^2 / K^2$, onde K é um parâmetro de transporte que depende das características do canal, substituindo esta expressão na equação (3.16) e diferenciando com relação ao tempo, a equação do movimento se transforma em,

$$\frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = - \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} \quad (3.17)$$

Derivando a equação (3.3) e considerando que não há contribuição lateral de vazão, pode-se transformar a equação (3.17) em,

$$\frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (3.18)$$

Tendo em vista que o parâmetro de transporte K é uma função da profundidade y e, em consequência, da área A da seção molhada do canal, sua derivada com relação ao tempo pode ser transformada em,

$$\frac{\partial K}{\partial t} = - \frac{dK}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (3.19)$$

Finalmente, assumindo que dK/dA pode ser avaliado a partir do escoamento uniforme onde

$$K = Q / S_0^{0.5}, \text{ a equação (3.18) pode ser arrumada na formulação,}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q}{2BS_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (3.20)$$

Onde,

B é a largura da superfície livre do canal que, para um canal retangular é a própria largura do canal.

Se dQ/dA é interpretado como a celeridade da onda cinemática, o lado esquerdo da equação (3.20) é o mesmo do modelo da onda cinemática. Entretanto o lado direito tem a aparência de um termo difusivo com um coeficiente de difusão aparente dado por $D = Q/(2BS_0)$. Da analogia dos modelos difusivos do transporte de massa em rios, percebe-se que este termo será responsável pelo amortecimento do pico da vazão ao longo do canal e que será, de acordo com sua formação, função da declividade do canal. Através das simulações que serão desenvolvidas para este estudo esta análise deverá ser comprovada.

3.3. Formulação Numérica

- **Onda Cinemática**

Como já mostrado através da equação (3.15), a equação da continuidade e a equação da quantidade de movimento para a onda cinemática foram combinadas para

produzir uma equação com uma única variável dependente Q . O objetivo principal é obter a solução numérica da referida equação, para determinar o valor de $Q(x, t)$ em cada ponto da malha $x - t$, sendo conhecidos os parâmetros α e β , a contribuição lateral q_l , as condições iniciais $Q(x, 0)$, e as condições de contorno $Q(0, t)$. A solução numérica da equação da onda cinemática é mais flexível do que a solução analítica, pois ela pode manipular mais facilmente as variações das propriedades do canal, das condições iniciais e das condições de contorno, enquanto que para solução analítica, sua solução só se dá para casos especiais.

Para a obtenção da solução numérica da equação (3.15), as derivadas parciais de Q com relação a t e com relação a x , a vazão Q e o influxo lateral q_l são substituídos por expressões aproximadas contendo diferenças finitas apropriadas. No esquema adotado para a avaliação das diferenças finitas, são considerados conhecidos os valores da vazão Q_i^{j+1} e Q_{i+1}^j e os valores do influxo lateral q_{i+1}^j e q_{i+1}^{j+1} . São considerados desconhecidos e, portanto, a determinar, os valores da vazão Q_{i+1}^{j+1} . Assim, através da figura 3.3, tem-se, (CHOW, 1988),

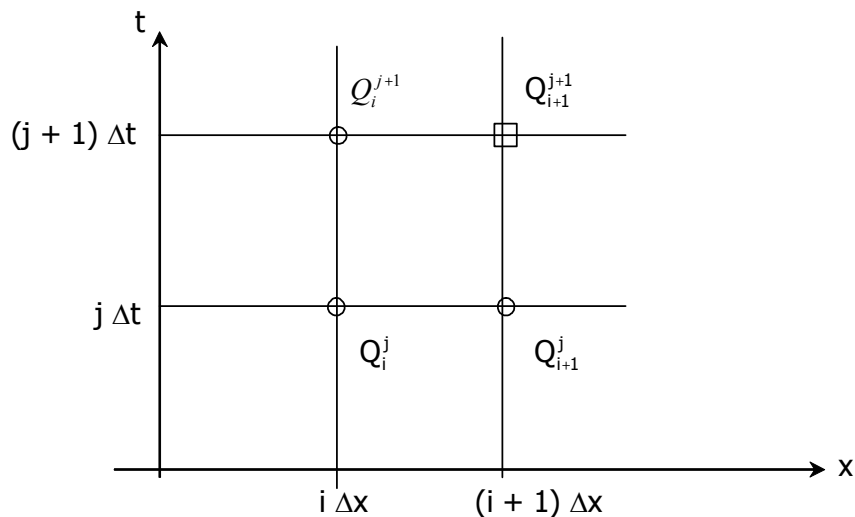


FIGURA 3.3 – Diferenças finitas para solução da equação de propagação da onda cinemática (Chow, 1988).

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} \quad (3.21)$$

Da mesma forma, a derivada temporal de Q é definida por:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta t} \quad (3.22)$$

A contribuição lateral é aproximada pela média de seus valores através da expressão:

$$q_m = \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_{i+1}^j}{2} \quad (3.23)$$

Substituindo as equações (3.21), (3.22) e (3.23) na equação (3.15) tem-se:

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_i^{j+1} + \alpha \beta Q_{i+1}^j \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} + \Delta t \left(\frac{q_{i+1}^{j+1} + q_{i+1}^j}{2} \right)}{\frac{\Delta t}{\Delta x} + \alpha \beta \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1}} \quad (3.24)$$

A equação (3.24) é a equação numérica de (3.15) e que será utilizada no cálculo da vazão, ao longo do canal principal. Neste trabalho não serão consideradas as contribuições laterais. Desta forma, na equação (3.24), o valor de q_L é nulo em qualquer trecho do canal e em qualquer tempo.

Atuando da mesma maneira sobre a equação (3.3) pode-se obter uma solução numérica para encontrar os valores das áreas em cada seção transversal do canal. Assim,

$$A_{i+1}^{j+1} = A_{i+1}^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}) + \frac{\Delta t}{2} (q_{i+1}^{j+1} + q_{i+1}^j) \quad (3.25)$$

Onde (3.25) é a equação numérica de (3.3).

- **Onda Difusiva**

Tendo em vista a natureza da equação da onda difusiva, um esquema numérico, baseado no Método das Diferenças Finitas, foi utilizado para encontrar sua solução. Este método permite a aproximação das derivadas parciais de forma explícita ou implícita. Para este trabalho utilizou-se o esquema implícito, ou Método de Crank-Nicolson. A razão para tal escolha baseia-se no fato de que este tipo de discretização garante a estabilidade numérica no processo de solução (ANDERSON *et al.*, 1984).

O esquema para determinar a vazão tem como termos conhecidos os valores da função nos pontos $(i-1, j)$, (i, j) e $(i+1, j)$ e, como termos desconhecidos os valores nos pontos $(i-1, j+1)$, $(i, j+1)$, $(i+1, j+1)$, como mostra a Figura 3.4.

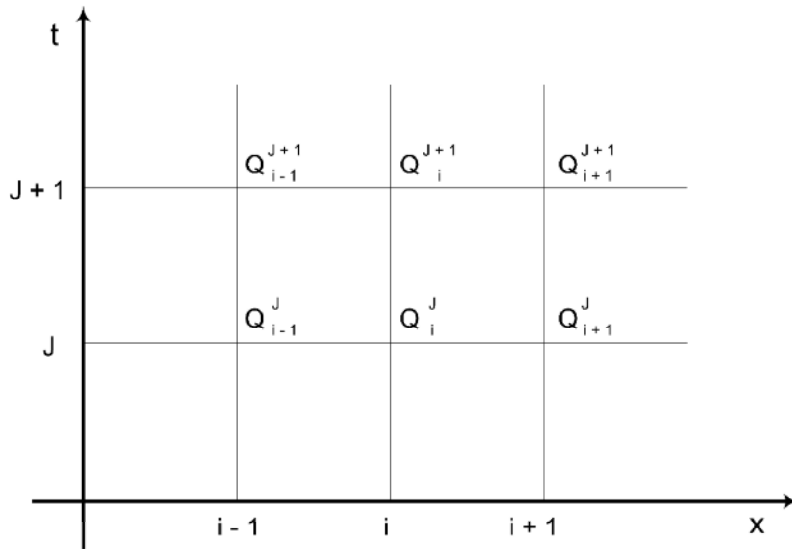


FIGURA 3.4 – Esquema implícito para solução da equação da onda difusiva.

Desta forma, discretizando a equação (3.20) seguindo um processo implícito, a derivada parcial de Q com relação a t é aproximada por:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{j+1} - Q_i^j}{\Delta t} \quad (3.26)$$

A derivada parcial de Q com relação a x é aproximada por:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} + \frac{Q_{i+1}^j - Q_{i-1}^j}{2\Delta x} \right] \quad (3.27)$$

O termo $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ é aproximado pela expressão:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q_{i+1}^{j+1} - 2Q_i^{j+1} + Q_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} + \frac{Q_{i+1}^j - 2Q_i^j + Q_{i-1}^j}{\Delta x^2} \right] \quad (3.28)$$

Após a substituição das derivadas parciais pelos termos aproximados na equação (3.20) e simplificando, tem-se:

$$AA.Q_{i-1}^{j+1} + BB.Q_i^{j+1} + CC.Q_{i+1}^{j+1} = FF \quad (3.29)$$

Onde:

$$FF = DD.Q_{i-1}^j + EE.Q_i^j + GG.Q_{i+1}^j \quad (3.30)$$

$$DD = \gamma + \phi \quad (3.31)$$

$$EE = 1 - 2\phi \quad (3.32)$$

$$GG = -\gamma + \phi \quad (3.33)$$

$$AA = -DD \quad (3.34)$$

$$BB = 1 + 2\phi \quad (3.35)$$

$$CC = -GG \quad (3.36)$$

$$\gamma = \varphi_i^{j+1} \frac{\Delta t}{4\Delta x} \quad (3.37)$$

$$\phi = E_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x^2} \quad (3.38)$$

Onde φ é dado por dQ/dA , enquanto que E é dado por $Q/(2BS_0)$.

Na forma matricial a equação discretizada pode ser apresentada na forma,

$$[A][Q]=[FF] \quad (3.39)$$

Para resolver o sistema basta colocar:

$$[Q]=[FF][A]^{-1} \quad (3.40)$$

Com essas formulações serão possíveis os desenvolvimentos das seguintes simulações, as quais permitirão atingir os objetivos da pesquisa:

- Simular os modelos da onda cinemática e da onda difusiva para diferentes coeficientes de rugosidade das paredes do canal e verificar o comportamento das variáveis de controle no processo de propagação das ondas;

- Simular os modelos para diferentes declividades de fundo do canal e fazer as mesmas verificações;
- Simular os modelos para a condição de linearidade e de não linearidade em suas equações diferenciais e verificar as possíveis alterações no campo de vazão ao longo do canal natural;

3.4. Aspectos Computacionais

Para resolver as equações contidas nos modelos da onda difusiva e cinemática, um programa computacional, em linguagem FORTRAN, foi desenvolvido. Este programa calcula as variáveis de controle, pertinentes ao escoamento de um fluido em rios naturais, no seu estado não permanente. Essas variáveis são: vazão; velocidade; área da seção transversal molhada; e profundidade da superfície livre da água no canal.

O programa desenvolvido é constituído de três sub-rotinas, com funções bem definidas, atuando em cada etapa do processo de cálculo das variáveis de controle. A primeira sub-rotina é responsável pela leitura dos dados de entrada, onde foram definidos parâmetros relacionados com o tempo e comprimento do canal. Também são calculadas, nesta sub-rotina, as condições iniciais e de contorno, de fundamental importância para a realização das simulações.

Uma outra sub-rotina foi desenvolvida, exclusivamente, para o cálculo do modelo da onda cinemática. Neste caso, os elementos pertinentes à onda cinemática são calculados, retornando para o programa principal as variáveis de controle, como velocidade, vazão, área e profundidade. O programa também avalia a celeridade da onda cinemática em qualquer instante do processo de propagação. É importante notar

que esta sub-rotina também tem condições de analisar o Número de Froude, para cada cenário usado nas simulações.

Finalmente uma terceira sub-rotina foi desenvolvida para calcular os elementos pertinentes ao modelo da onda difusiva. Neste caso, como anteriormente, todos os elementos que caracteriza a propagação de uma onda difusiva são calculados, retornando para o programa principal, variáveis independentes como, vazão, velocidade, área e profundidade, calculados ao longo do canal, para qualquer intervalo de tempo. É importante notar que essa sub-rotina também tem condições de calcular a celeridade da onda difusiva, durante o seu processo de propagação, e o Número de Froude, em qualquer tempo e espaço. As figuras 3.5, 3.6 e 3.7 mostram os fluxogramas das sub-rotinas e do programa principal.



FIGURA 3.5 – Fluxograma da subrotina para a leitura de dados do rio e para a determinação das condições iniciais e de contorno.

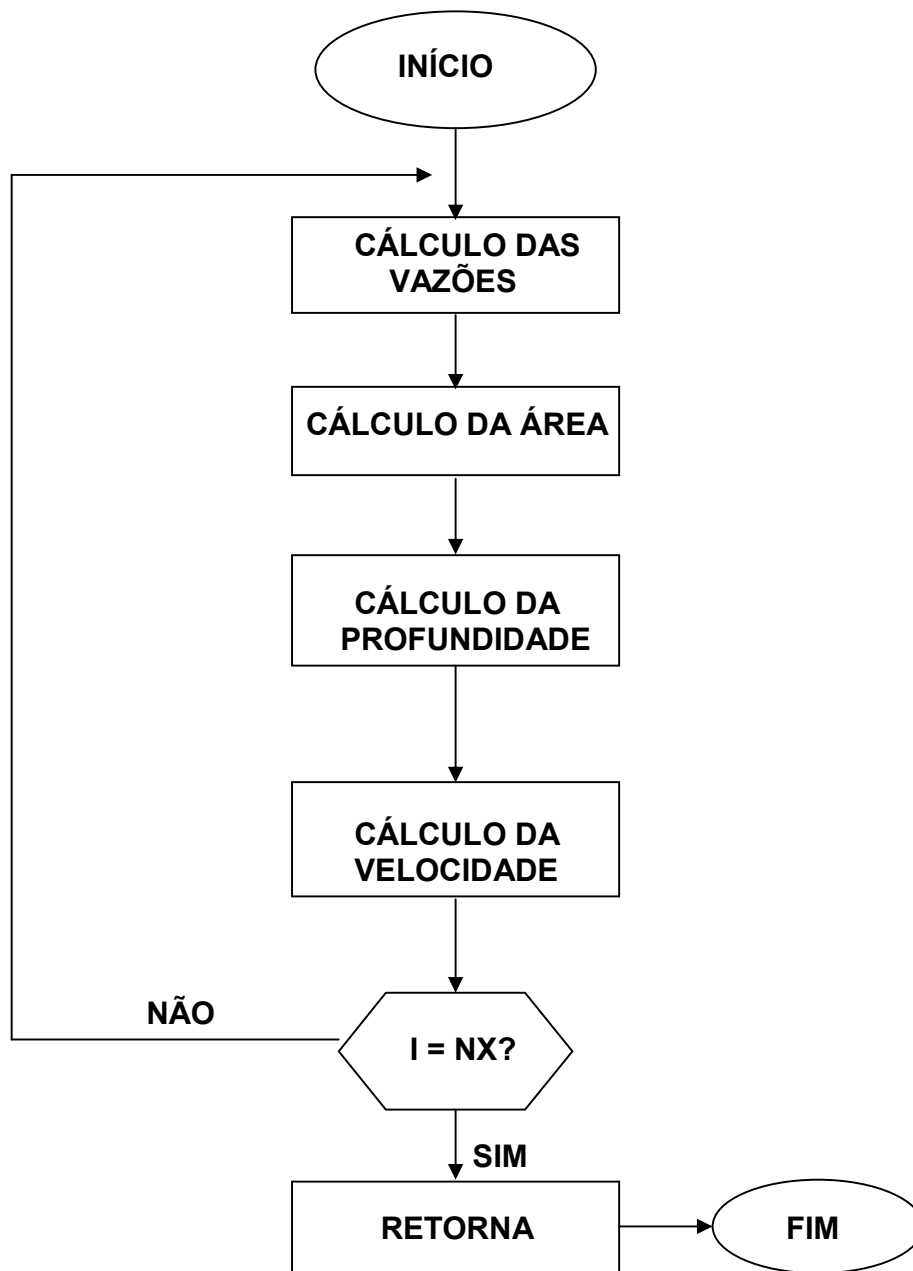


FIGURA 3.6 – Fluxograma da subrotina para calcular as variáveis de controle do escoamento.

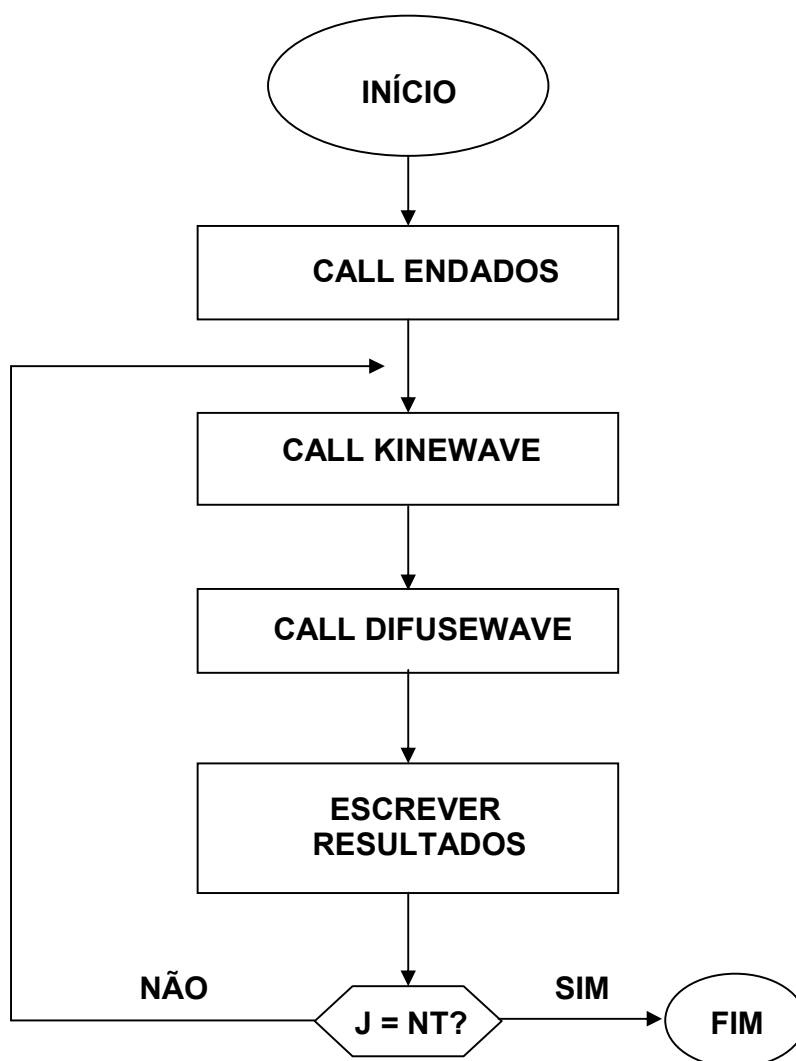


FIGURA 3.7 – Fluxograma completo do programa computacional.

Como pode ser observado este programa foi desenvolvido para atender os objetivos da pesquisa, atendendo assim todos os seus objetivos, como será observado pelos resultados que serão apresentados no próximo capítulo. Entretanto, deve ficar claro que este material será ampliado para algumas outras experiências com relação aos estudos de propagação de ondas de cheias, considerando a importância no campo da hidráulica aplicada.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Tendo em vista os objetivos da pesquisa, que estabelece a busca do entendimento do efeito dos parâmetros hidráulicos de um canal natural, na propagação de ondas de cheia de natureza cinemática e difusiva, um programa computacional, em linguagem FORTRAN, foi desenvolvido. Este programa foi montado de modo a permitir que algumas simulações pudessem ser realizadas, com base em diferentes cenários para a propagação de ondas de cheia, em canais naturais.

Desta forma, foi possível estudar o mecanismo das ondas cinemática e difusiva considerando diferentes declividades de fundo e diferentes rugosidades ou coeficientes de atrito, de modo a permitir comparações entre esses dois modelos. O estudo permitiu ainda fazer uma análise comparativa considerando o processo de linearização dos referidos modelos, de modo que fosse verificada a influência deste processo na solução final dos modelos.

Para verificar os vários modelos de ondas de cheia, fez-se uma comparação entre a propagação da onda dinâmica, realizada em estudo anterior (CHAGAS, 2005), onda cinemática e onda difusiva. A Figura 4.1 apresenta o resultado dessa simulação. Os dados usados para esta comparação foram declividade igual a 0,0001m/m, coeficiente de rugosidade 0,01, largura do canal 50m e vazão no seu estado uniforme $50\text{m}^3/\text{s}$. Os resultados mostram que a onda difusiva se aproxima bem mais da onda dinâmica do que a onda cinemática. Entretanto, deve ser observado que para outros cenários de propagação pode haver condições em que os modelos estudados apresentem resultados bem próximos dos resultados produzidos a partir da onda dinâmica. É o caso, por exemplo, das ondas de cheia onde os termos de inércia se tornam irregulares no processo de propagação.

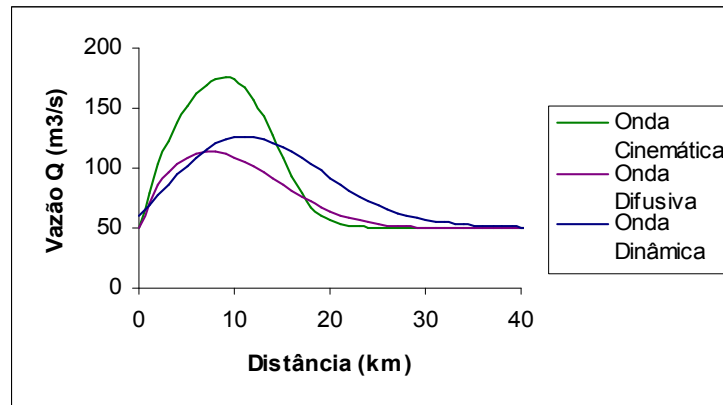


FIGURA 4.1 – Comparação do comportamento da vazão, ao longo do canal, para os modelos da onda cinemática, difusiva e dinâmica, para o tempo $t=2h$ e com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$.

Os resultados mostram ainda que a diferença mais significativa está no fato de que a onda cinemática não prevê, em seu modelo, um processo de amortecimento, diferentemente das ondas dinâmica e difusiva. Neste caso verifica-se que para determinadas simulações, como a que foi desenvolvida, os termos de aceleração local e convectiva presentes na onda dinâmica não afetam tão significativamente o resultado dos dois modelos. Entretanto para propagações de ondas mais complexas, como as provenientes do rompimento de uma barragem, a ausência desses termos certamente não apresentará resultados satisfatórios.

Para as diversas simulações que se seguem considerou-se um canal com 50km de comprimento, 50m de largura e uma vazão uniforme de $50m^3/s$. Considerou-se ainda um canal retangular para a seção molhada do mesmo. Para as condições de contorno de montante foi considerado a entrada de uma onda senoidal na forma de

$$Q(0,t) = \left(1 + k \sin \frac{\pi t}{T} \right),$$

com k igual a 3 de modo que a vazão possa atingir no seu pico quatro vezes a vazão no seu estado permanente. Para as condições de contorno de jusante, a modelagem numérica de solução exige uma definição apenas para a onda

difusiva. Neste caso, tem-se $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ para $x=L$.

Assim, um conjunto de simulações foi realizado e os resultados estarão sendo apresentados e analisados abaixo. Primeiramente serão mostrados os resultados obtidos para as variáveis de controle definidas pelas equações de

movimento e da continuidade. Essas variáveis de controle serão mostradas ao longo do canal e ao longo do tempo em uma seção a 10 km da origem do canal.

A Figura 4.2 mostra o comportamento da propagação da onda cinemática ao longo do canal para diferentes tempos, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$. Neste caso o modelo foi tratado na forma não linear, ou seja, a celeridade da onda definida através da relação dQ/dA foi considerada função da vazão em cada intervalo de tempo e em cada seção do canal. Através da figura, verifica-se que a onda cinemática se propaga com uma certa regularidade e uma simetria significativa.

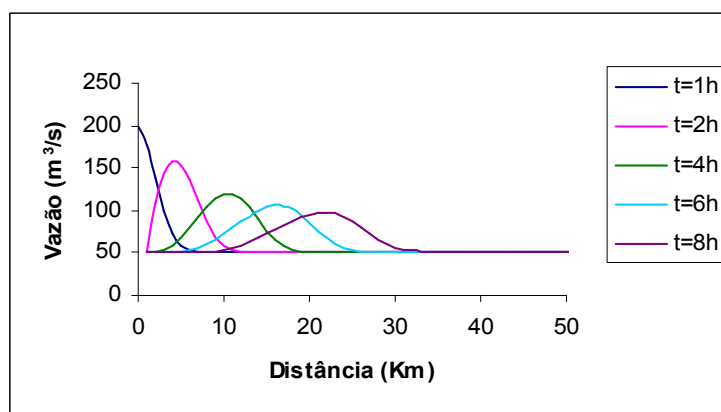


FIGURA 4.2 – Comportamento da vazão, para a onda cinemática, ao longo do canal, para diferentes tempos, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

A Figura 4.3 mostra a chegada da onda cinemática na seção a 10 km da origem, considerando a mesma simulação anterior. De acordo com a figura percebe-se que, para este cenário proposto, o pico da onda de cheia leva quase 5 horas para atingir essa seção de referência. Ainda, os resultados mostraram a suave elevação da vazão no momento que a onda chega à seção considerada. Esta elevação prossegue até atingir seu pico que corresponde ao momento que a onda de cheia atinge o seu máximo, retornando em seguida até atingir o seu valor inicial antes da entrada da onda de cheia. É importante destacar a característica da onda cinemática onde o processo de amortecimento nos seus picos é muito pequeno. Isto é explicado pelo fato de que a onda cinemática não prevê processo de amortecimento.

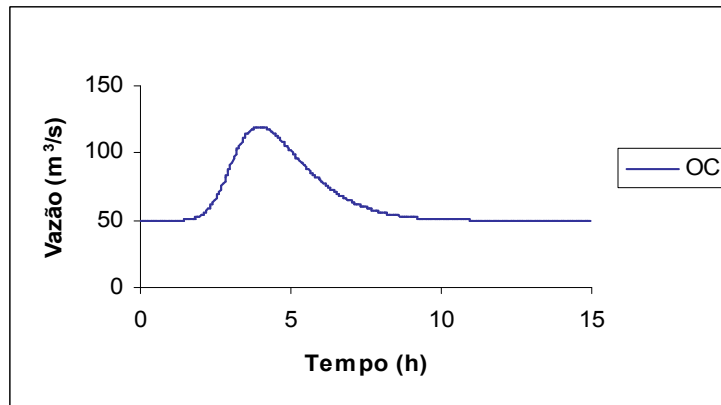


FIGURA 4.3 – Comportamento da vazão, para a onda cinemática, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.4 e 4.5 mostram os resultados da mesma simulação anterior para o modelo da onda difusiva. É importante lembrar que as condições iniciais e as condições de montante são as mesmas da simulação anterior assim como os parâmetros hidráulicos.

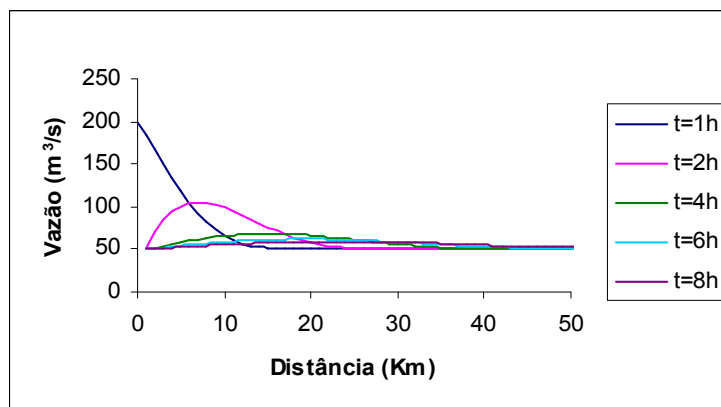


FIGURA 4.4 – Comportamento da vazão, para a onda difusiva, ao longo do canal, para diferentes tempos, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Através dos resultados pode-se observar que o modelo da onda difusiva difere fortemente do modelo da onda cinemática. No modelo da onda cinemática o processo de amortecimento da amplitude da onda é muito pequeno, já para o modelo da onda difusiva, este amortecimento é considerável. Isto é explicado pela presença do

parâmetro que multiplica a derivada segunda da equação da difusão. Este termo conhecido como coeficiente analógico de difusividade atua no processo de propagação da onda desenvolvendo uma espécie de dispersão na energia de propagação da onda, fazendo com que a amplitude da onda sofra forte atenuação ao longo do canal e para diferentes intervalos de tempo. É importante lembrar que este coeficiente é dependente da declividade do canal e da vazão que se processa ao longo do canal.

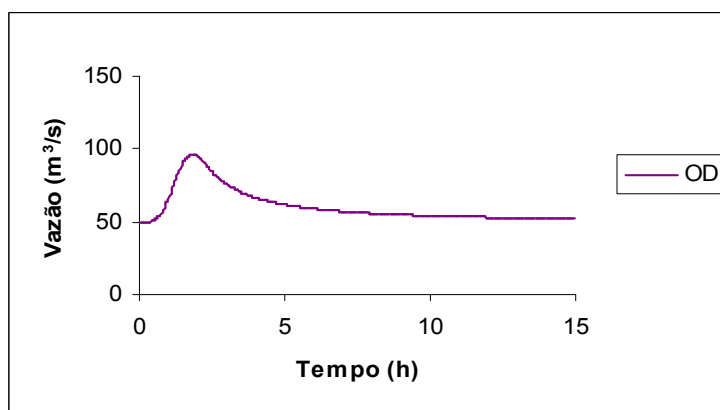


FIGURA 4.5 – Comportamento da vazão, para a onda difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram as profundidades para os dois modelos em estudo, em função do tempo e a uma seção 10km da origem. Através da figura percebe-se que, como foi dito anteriormente, o efeito da difusividade sobre a onda difusiva faz com que o pico de altura seja bem menor para o caso da onda difusiva.

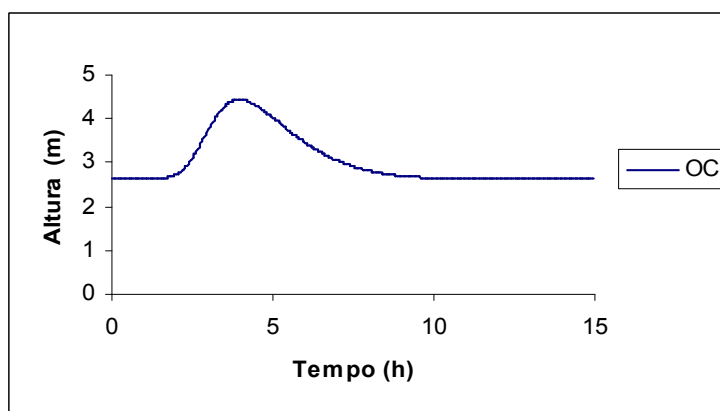


FIGURA 4.6 – Comportamento temporal das alturas do nível d'água, no modelo da onda cinemática, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Uma outra observação importante que pode ser percebida na comparação entre as Figuras 4.6 e 4.7 reside no comportamento em si da transiência das profundidades chegar à seção de controle. Neste caso, vê-se que a onda cinemática tem uma transiência mais concentrada, simétrica e um tempo de passagem menor do que o tempo da onda difusiva. Neste caso, a transiência da profundidade é bem irregular, pela presença do termo difusivo no citado modelo.

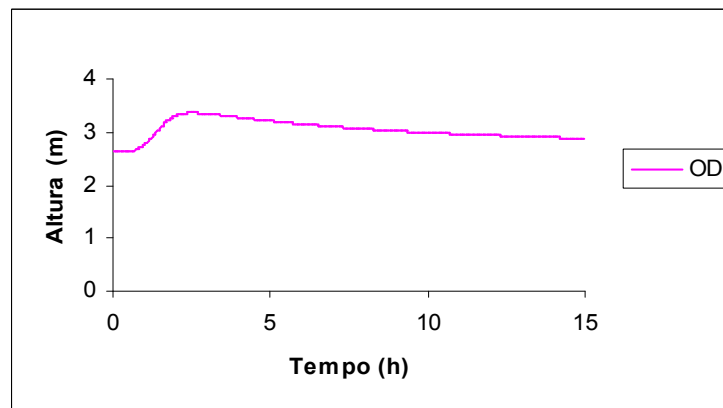


FIGURA 4.7 – Comportamento temporal das alturas do nível d'água, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 mostram os resultados da mesma simulação, com os parâmetros anteriores, para a área da seção transversal molhada e para a velocidade. Os resultados confirmam o que foi dito anteriormente, ou seja, o parâmetro de dispersão exerce forte influência na energia de propagação da onda difusiva.

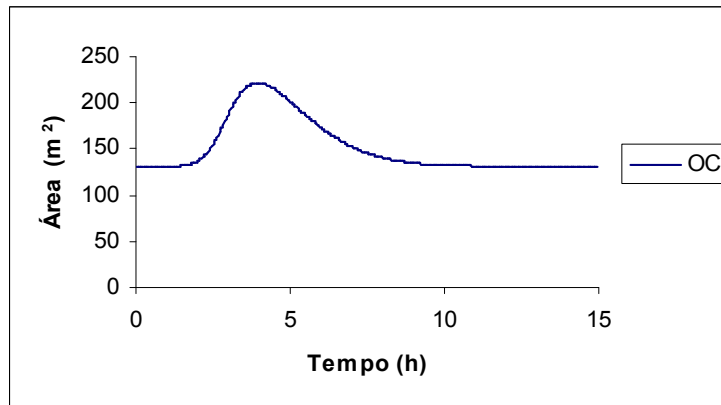


FIGURA 4.8 – Comportamento temporal da área, no modelo da onda cinemática, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

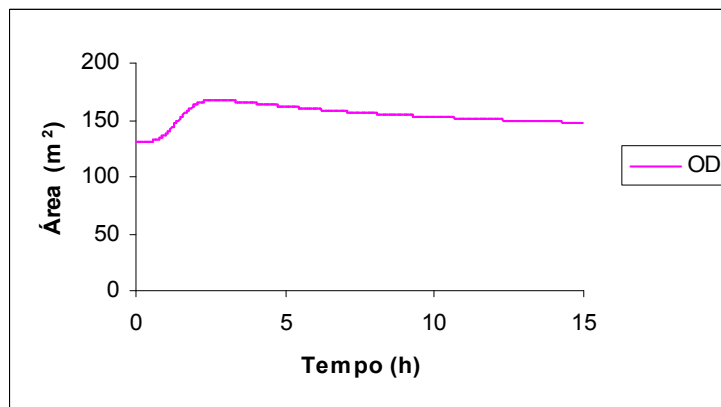


FIGURA 4.9 – Comportamento temporal das áreas, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Por outro lado, os resultados mostram ainda, que a celeridade da onda difusiva é maior do que a celeridade da onda cinemática. Com isso, nos modelos de onda difusiva, o tempo de chegada da onda de cheia em uma seção do canal é bem menor do que para a onda cinemática. Esta discrepância pode causar erro de avaliação no tempo de chegada de uma onda de enchente quando o modelo considerado for o da onda cinemática. Entretanto, este resultado ainda precisa ser confirmado para outros cenários.

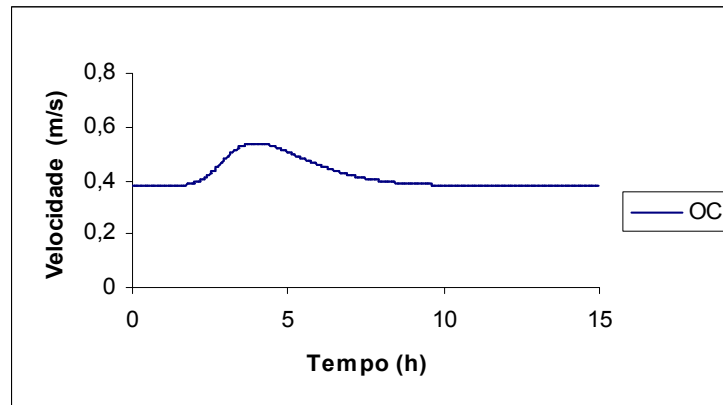


Figura 4.10 – Comportamento temporal das velocidades, no modelo da onda cinemática, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

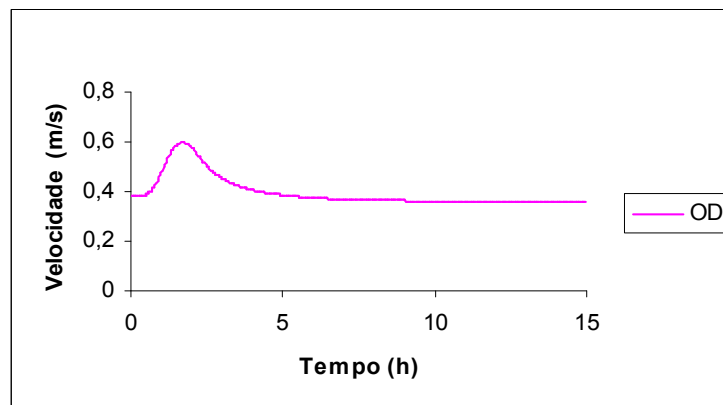


FIGURA 4.11 – Comportamento temporal das velocidades, no modelo da onda difusiva, a 10km da origem, para $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 mostram os resultados de uma simulação para três coeficientes de rugosidade mantendo os demais parâmetros. Neste caso, os valores para “n” são 0,01; 0,05 e 0,1. Os resultados mostram que este parâmetro tem uma influência maior para os modelos de onda cinemática do que para os modelos de onda difusiva. No caso da onda cinemática o coeficiente de rugosidade atua tanto na velocidade de propagação como na amplitude da onda de cheia. Os resultados mostram que quanto maior for a rugosidade menor é a celeridade da onda, assim como a amplitude da mesma. As Figuras 4.12 e 4.14 comprovam essa análise Este resultado é esperado tendo em vista o efeito da rugosidade no processo de escoamento. Estudos anteriores comprovam esta tese (CHAGAS, 2005).

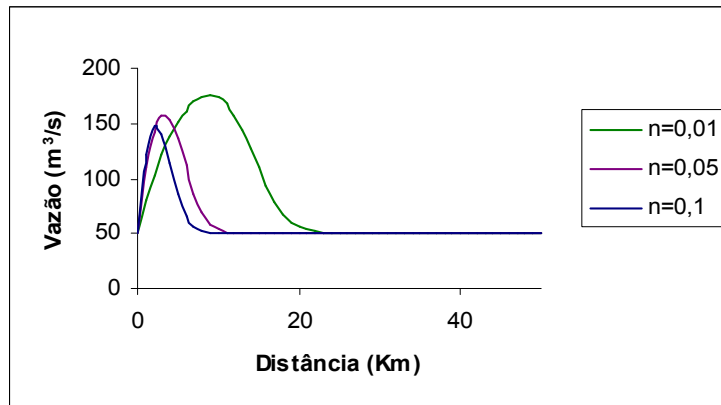


FIGURA 4.12 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

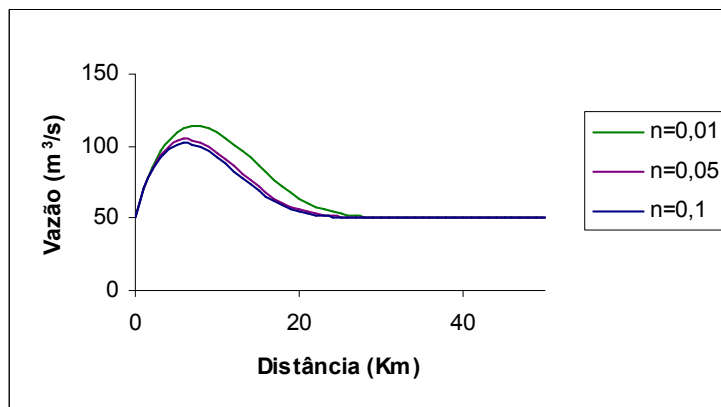


FIGURA 4.13 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, em $t=2h$, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

Por outro lado, o efeito desse parâmetro na onda difusiva é bem menor. Neste caso, os resultados mostram que a multiplicação do coeficiente de rugosidade por dez altera muito pouco as características da onda difusiva, o que permite concluir que as ondas cinemáticas são bem mais sensíveis à rugosidade do que as ondas difusivas.

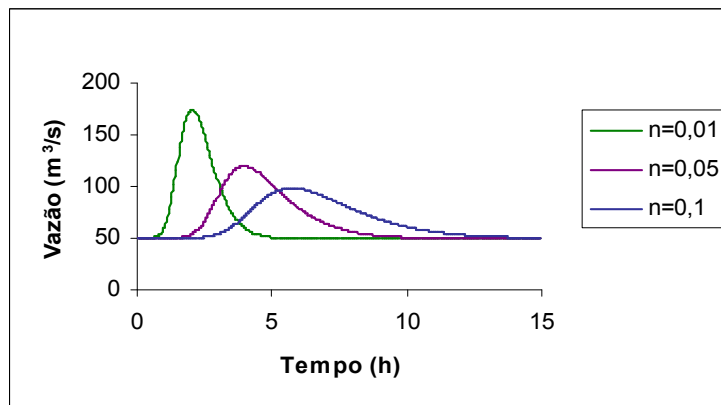


FIGURA 4.14 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

Através da Figura 4.15, verifica-se que o coeficiente de rugosidade não altera, por exemplo, a celeridade da onda difusiva para este cenário de simulação. Possivelmente, se for considerado um outro valor para a declividade o resultado dessa simulação, para diferentes rugosidades, pode ser diferente considerando a não linearidade na estrutura dos modelos.

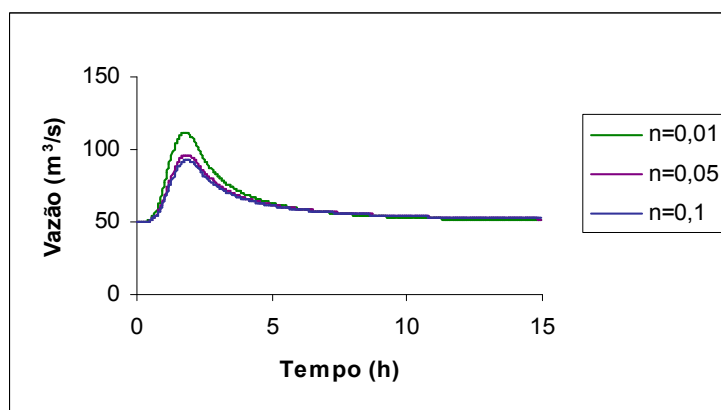


FIGURA 4.15 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

As Figuras 4.16 e 4.17 mostram os resultados das simulações anteriores para as profundidades. Através dos resultados pode-se verificar que quanto maior a rugosidade maior a capacidade de armazenamento de água no canal principal do rio.

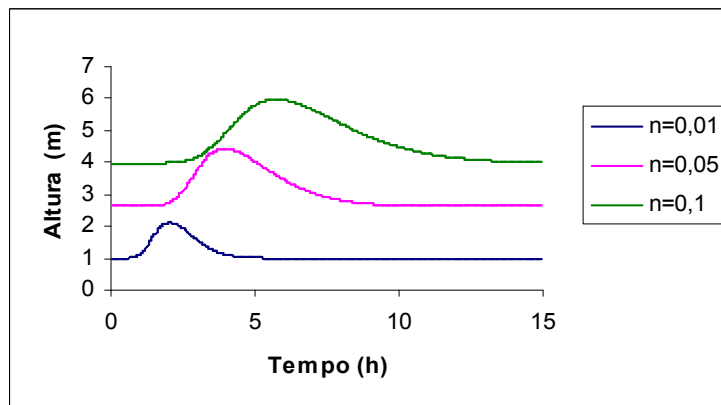


FIGURA 4.16 – Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do tempo, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

Por outro lado, os resultados confirmam que a rugosidade desempenha um papel mais significativo nos modelos da onda cinemática do que nos modelos da onda difusiva principalmente no que diz respeito à celeridade. Por exemplo, através da Figura 4.17 verifica-se que o pico da onda para os três diferentes coeficientes, ocorre ao mesmo tempo para o modelo difusivo. Em outras palavras, pode-se dizer que para este cenário, o tempo que uma onda chega a uma seção de controle do rio, é pouco sensível à mudanças da rugosidade das paredes do canal. Entretanto, deve ficar claro que o mesmo não ocorre com os picos de profundidades. Neste caso, os resultados mostram que o modelo tem uma sensibilidade considerável.

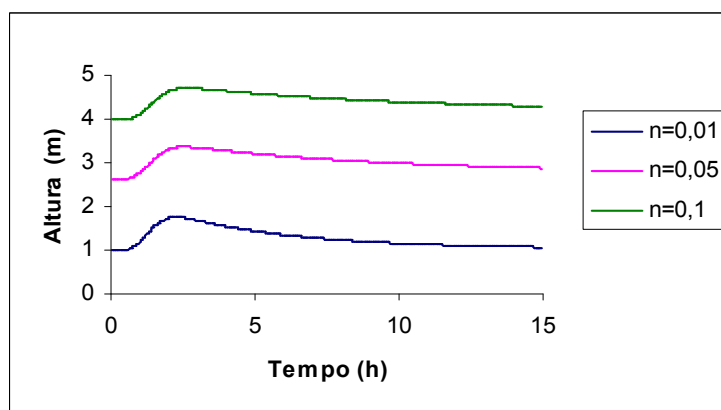


FIGURA 4.17 – Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes coeficientes de rugosidade e $S_0=0,0001$.

As Figuras 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, 4.22 e 4.23 mostram os resultados das simulações para diferentes declividades na busca de um entendimento para a influência desse parâmetro nos dois modelos de propagação de onda de cheia. Os resultados mostram que a declividade desempenha um papel mais importante, ao contrário do coeficiente de rugosidade, nos modelos de onda difusiva.

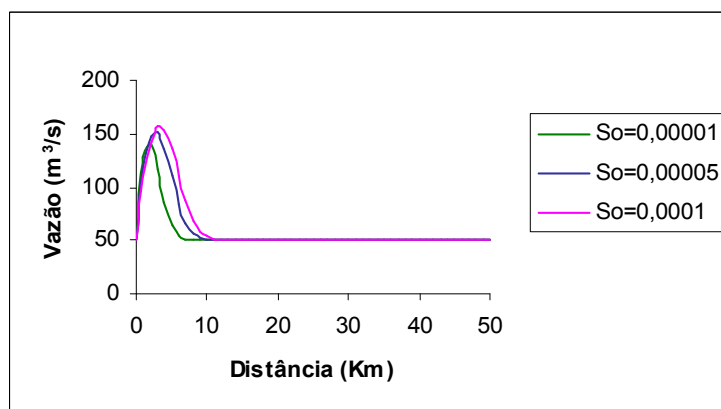


FIGURA 4.18 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, em t=2h, para diferentes declividades e n=0,05.

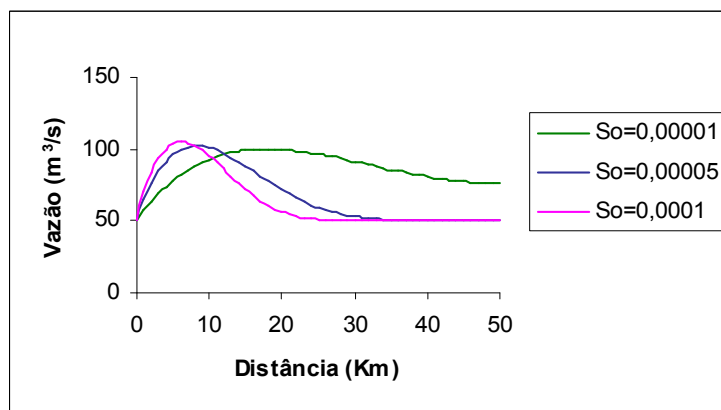


FIGURA 4.19 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, em t=2h, para diferentes declividades e n=0,05.

Através da Figura 4.19 percebe-se que o parâmetro da declividade exerce uma influência significativa no processo dispersivo da onda difusiva. Por exemplo, para um $S_0=0,00001$ os resultados mostram uma onda completamente espalhada ao longo do canal, bem diferente do que ocorre para o $S_0=0,0001$. Isto é explicado pela presença

da declividade no coeficiente de dispersão. Desta forma, pode-se concluir que quanto maior for a declividade menos dispersão na energia de propagação da onda ocorrerá e, em consequência, mais concentrada será a onda de cheia.

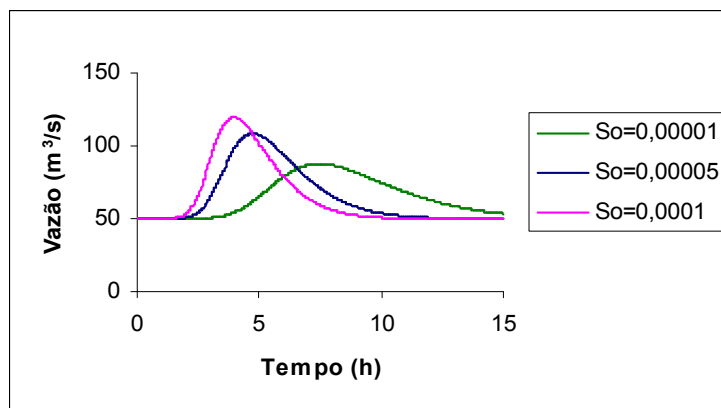


FIGURA 4.20 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$.

Ainda pode-se dizer que esse parâmetro atua de forma bem mais discreta na celeridade da onda quando falamos da onda difusiva. Neste caso, os resultados mostram que esse parâmetro é mais significativo nos modelos da onda cinemática. As Figuras 4.20 e 4.21 comprovam esta análise.

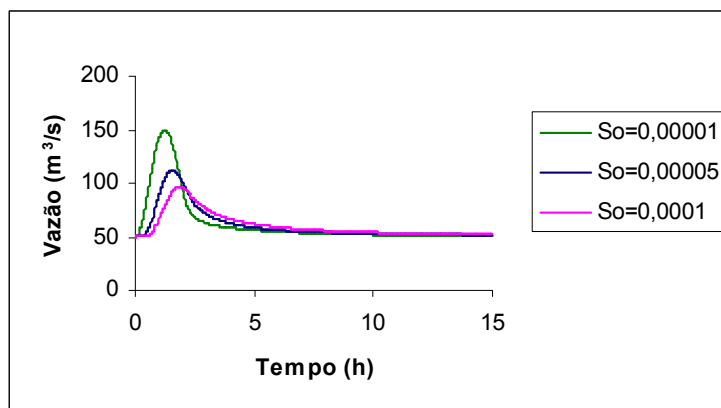


FIGURA 4.21 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$.

As Figuras 4.22 e 4.23 mostram a influência da declividade na profundidade. Os resultados mostram que quanto maior a declividade menor é a altura média de água no canal. O que implica dizer que, para menores declividades, o risco de possíveis enchentes cresce. Os resultados mostram ainda que a onda cinemática tem uma melhor simetria mesmo quando se trata de ondas de profundidade. O mesmo não ocorre para as ondas difusivas que são bastante assimétricas.

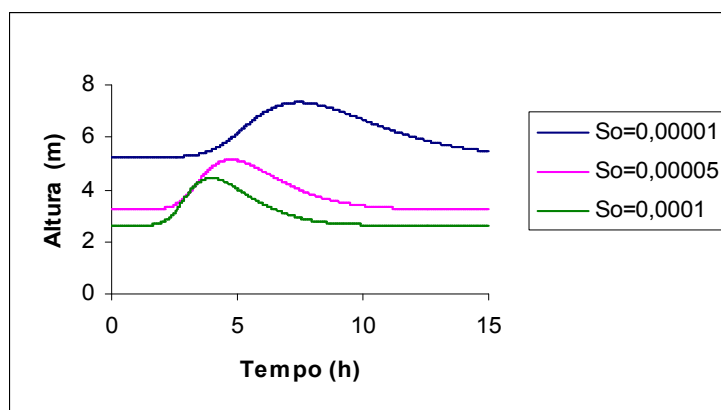


FIGURA 4.22 – Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$.

Os resultados comprovam ainda que a variação da declividade exerce uma ação maior na celeridade da onda cinemática do que na celeridade da onda difusiva. Após estas análises pode-se concluir que a declividade exerce forte influência no tempo de chegada da onda, em uma determinada seção do rio, quando esta onda é melhor representada pela onda cinemática. É importante salientar que o tempo de chegada do pico da onda cinemática pode revelar-se como sendo irreal comparado com outros modelos de onda.

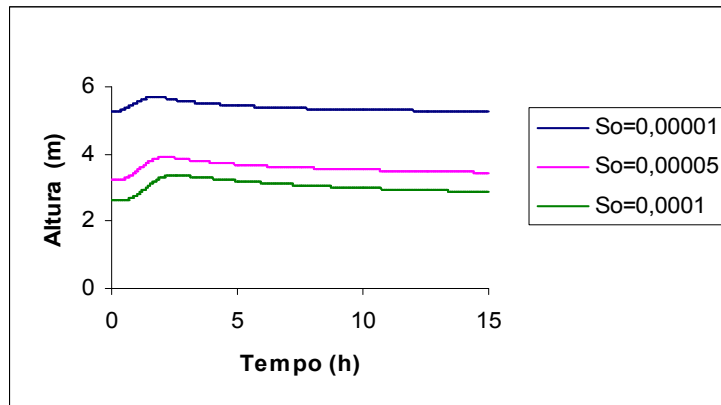


FIGURA 4.23 – Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, a 10 km da origem, para diferentes declividades e $n=0,05$.

As Figuras 4.24, 4.25, 4.26 e 4.27 mostram uma comparação dos modelos de onda cinemática e difusiva para duas diferentes seções do canal, a 10 km e a 30 km da origem. Nas Figuras 4.24 e 4.25 verificam-se os resultados das vazões nas diferentes seções para os dois modelos de onda. Os resultados confirmam que os modelos de onda difusiva possuem um processo de amortecimento muito mais vigoroso do que nos modelos de onda cinemática. Como dito anteriormente, este fenômeno é causado pela presença do coeficiente de dispersão que atua diretamente na energia de propagação da onda. Por exemplo, na Figura 4.24 o pico da onda cinemática passa de $120\text{m}^3/\text{s}$ na seção distante 10km da origem para aproximadamente $90\text{m}^3/\text{s}$ a 30km da origem. Enquanto que na Figura 4.25, para a onda difusiva esses valores são aproximadamente $100\text{m}^3/\text{s}$ para $60\text{m}^3/\text{s}$, mostrando assim o que foi dito anteriormente.

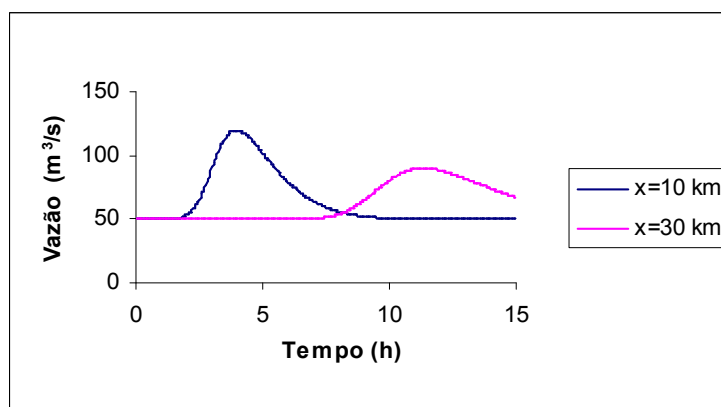


FIGURA 4.24 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$.

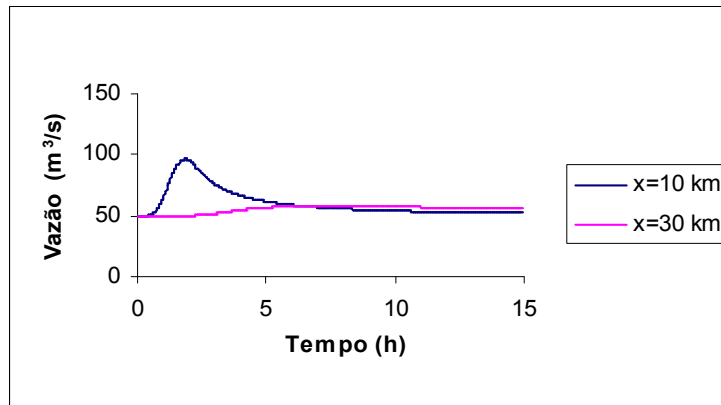


FIGURA 4.25 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$.

As Figuras 4.26 e 4.27 mostram os resultados da simulação anterior para a profundidade. Os resultados mostram a grande assimetria no modelo de onda difusiva, o que diferencia consideravelmente do modelo da onda cinemática.

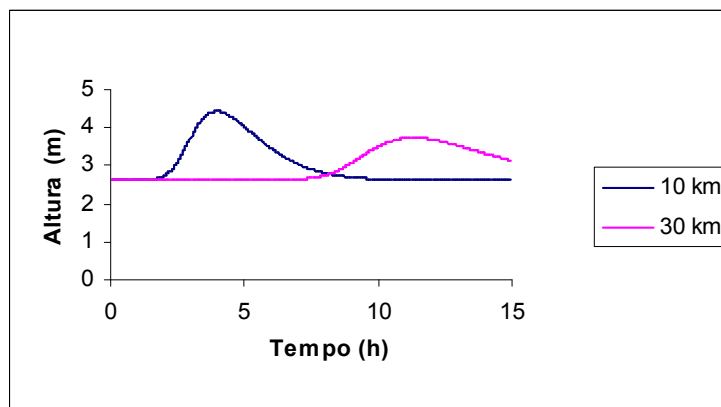


FIGURA 4.26 – Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$.

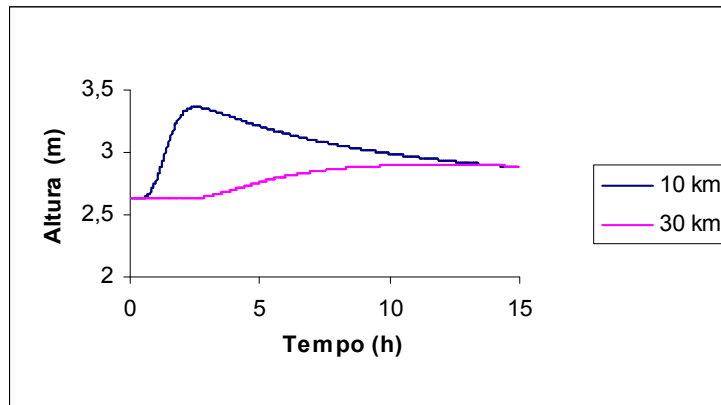


FIGURA 4.27 – Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do tempo, para as distâncias 10km e 30km e $n=0,05$.

Uma outra análise que o estudo verificou foi a influência do processo de linearização nos modelos de onda cinemática e difusiva. Neste caso usou-se como linearização do modelo a condição de que os parâmetros contidos nas equações diferenciais dos modelos dependam exclusivamente da vazão no seu estado permanente antes da chegada da onda. Os resultados mostram através das Figuras 4.28, 4.29, 4.30 e 4.31, que a linearização não afeta significativamente os modelos para as simulações realizadas.

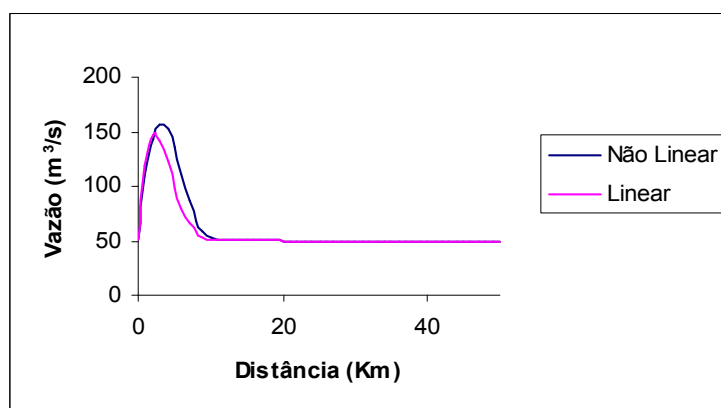


FIGURA 4.28 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

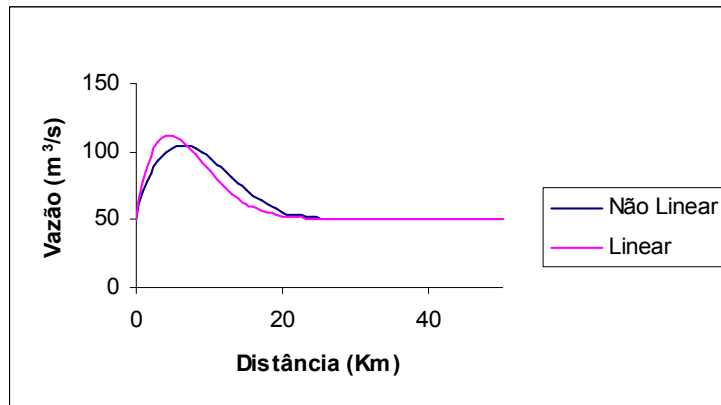


FIGURA 4.29 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.28 e 4.29 mostram o resultado das vazões para os dois modelos ao longo do canal. Através das figuras pode-se verificar que mesmo pequena essa influência é maior na onda cinemática do que na onda difusiva. Quando a simulação considera a profundidade, esse processo na onda difusiva é praticamente insignificante.

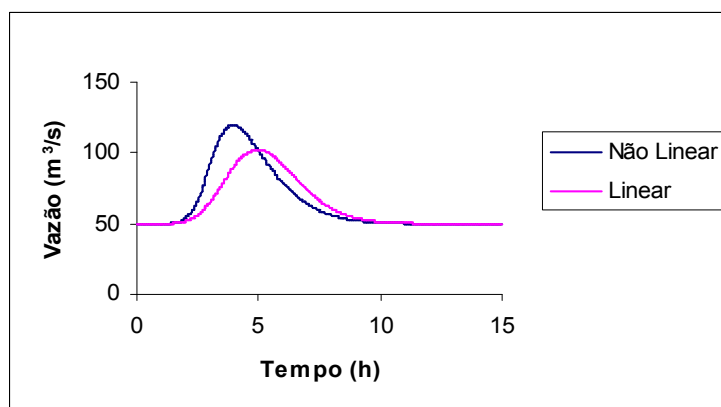


FIGURA 4.30 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do tempo, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

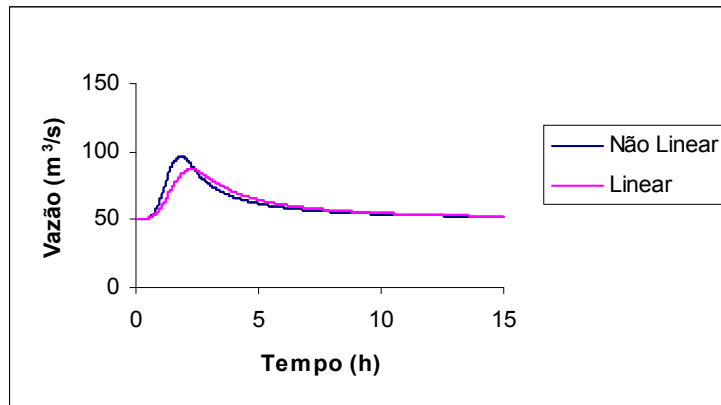


FIGURA 4.31 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Este resultado é muito importante, tendo em vista que estes processos de linearização, na solução dos modelos, podem reduzir consideravelmente o esforço computacional. Muitas vezes os métodos de solução são escolhidos de forma inadequada, provocando, assim, instabilidade numérica, quando o modelo é considerado não linear.

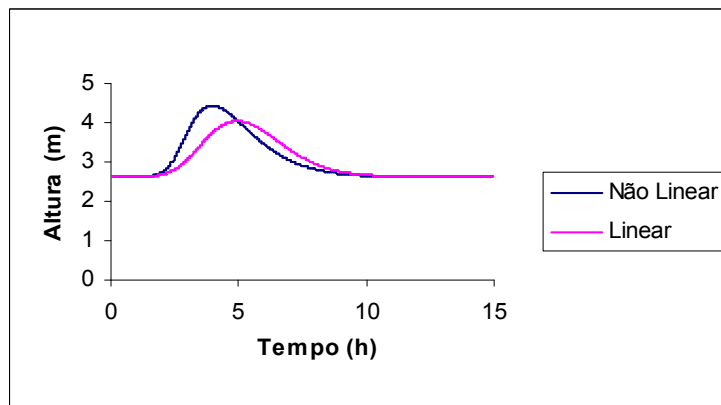


FIGURA 4.32 – Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

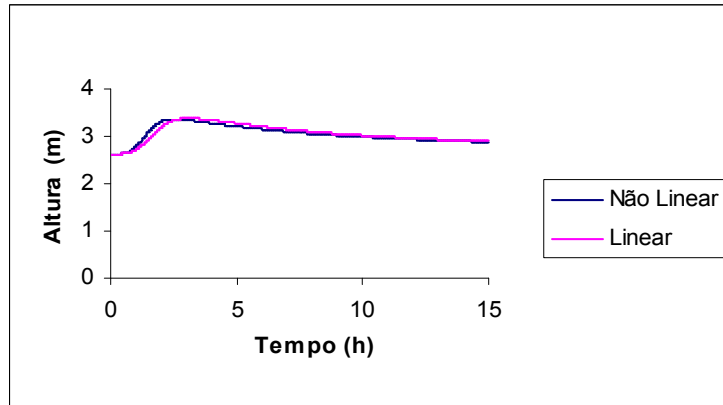


FIGURA 4.33 – Comportamento da altura, da onda difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Uma outra observação foi feita considerando uma comparação entre os modelos lineares e não lineares a 30km da entrada da onda para verificar se a discrepância entre os modelos aumenta ou não.

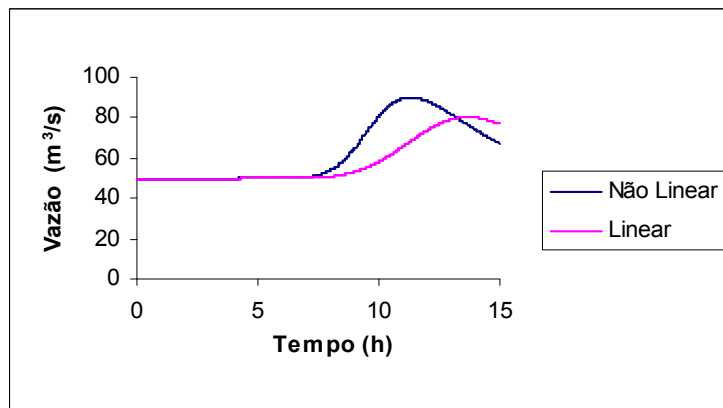


FIGURA 4.34 – Comportamento da vazão, da onda cinemática, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

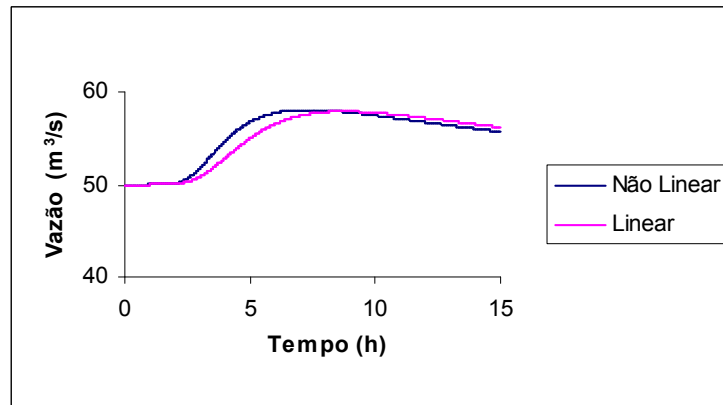


FIGURA 4.35 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

Os resultados mostram através das Figuras 4.34, 4.35, 4.36 e 4.37 que esta discrepância aumenta, principalmente, com relação a celeridade. Entretanto com relação ao amortecimento do pico da onda, a discrepância não é significativa.

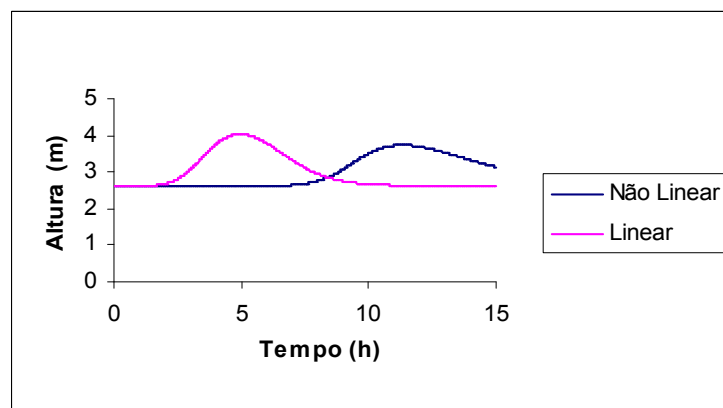


FIGURA 4.36 – Comportamento da altura, da onda cinemática, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

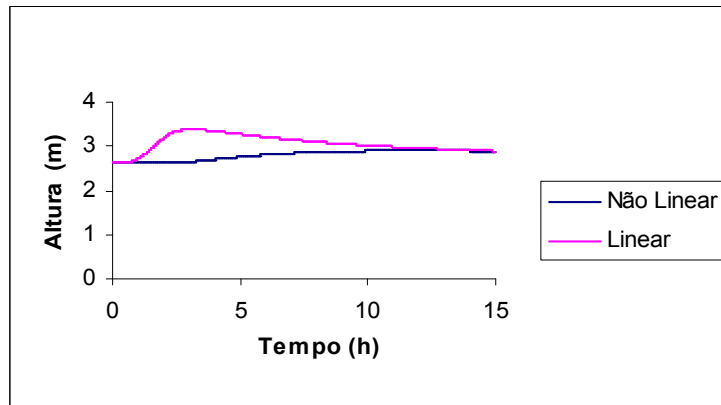


FIGURA 4.37 – Comportamento da vazão, da onda difusiva, ao longo do canal, a 30km da origem, para os modelos linear e não linear, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As figuras seguintes mostram uma comparação direta entre os modelos da onda cinemática e difusiva para os diferentes cenários propostos. As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam o comportamento dessas ondas para $S_0=0,0001$ e $n=0,01$. Os resultados mostram que as ondas difusivas apresentam um processo de amortecimento considerável, como foi dito anteriormente. Para se ter um exemplo, na Figura 4.38, o pico da onda cinemática chega à aproximadamente $175\text{m}^3/\text{s}$ enquanto que da onda difusiva chega no máximo a $100\text{m}^3/\text{s}$. Por outro lado, os resultados mostram que quando se faz uma análise da celeridade, este parâmetro não se altera significativamente. Entretanto este resultado não tem um comportamento semelhante quando se altera os parâmetros hidráulicos do canal.

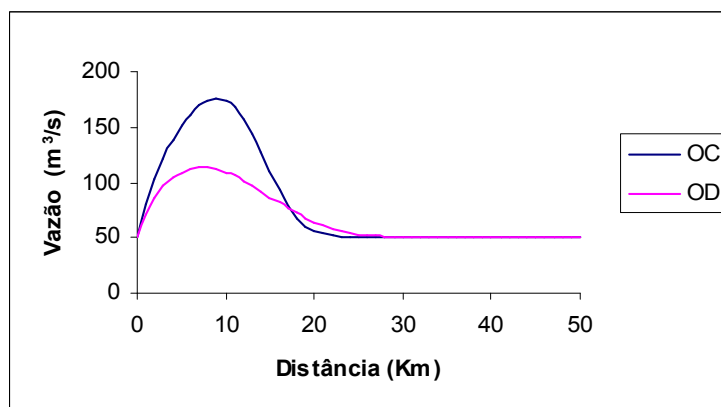


FIGURA 4.38 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2\text{h}$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$.

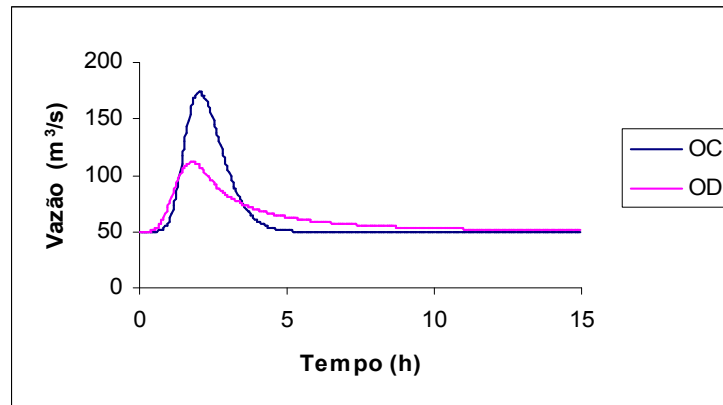


FIGURA 4.39 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,01$.

As Figuras 4.40 e 4.41 apresentam os resultados da simulação anterior para o coeficiente de rugosidade igual a 0,05. Neste caso, os resultados mostram que o aumento da rugosidade atua na celeridade da onda cinemática, alterando de forma mais significativa a sua celeridade com relação à onda difusiva. Por exemplo, na figura 4.41 verifica-se que o pico da onda cinemática demora quase o dobro do tempo da onda difusiva para chegar à seção de controle.

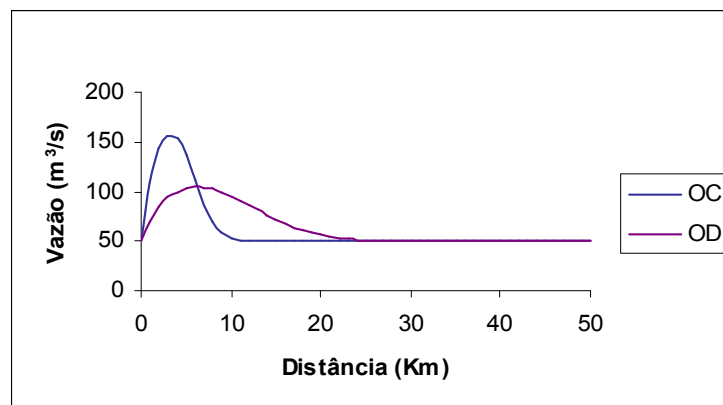


FIGURA 4.40 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

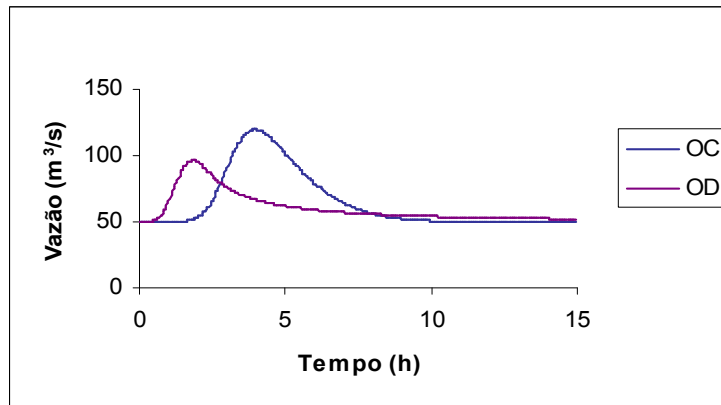


FIGURA 4.41 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do tempo, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,05$.

As Figuras 4.42 e 4.43 mostram os resultados da mesma simulação anterior para a rugosidade igual a 0,1. Comparando estes resultados com os resultados anteriores, comprova-se que este parâmetro tem uma influência mais representativa na celeridade da onda cinemática. Para este caso, por exemplo, a celeridade da onda difusiva praticamente não se alterou. Este resultado permite concluir que o modelo da onda cinemática é mais sensível na sua celeridade. Esta conclusão já havia sido verificada nas análises anteriores.

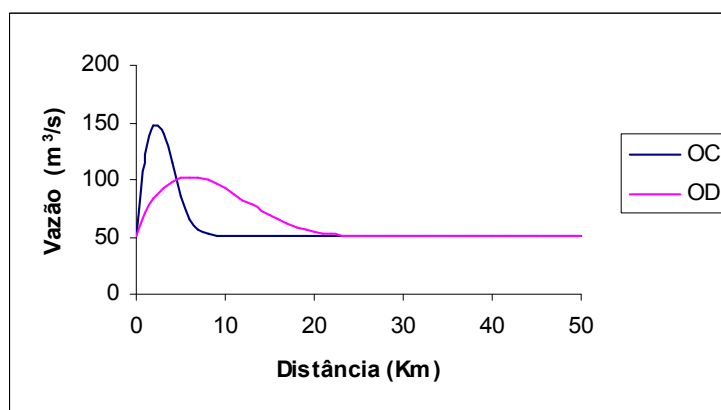


FIGURA 4.42 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,0001$ e $n=0,1$.

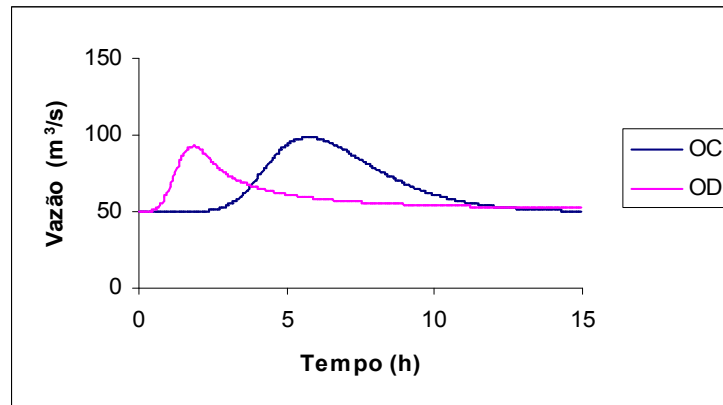


FIGURA 4.43 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, com $S_0=0,0001$ e $n=0,1$.

Com relação à declividade do canal, a Figura 4.44 mostra o resultado para $S_0=0,00001$ e $n=0,05$. Neste caso, fazendo uma comparação deste resultado com o resultado da Figura 4.40, verifica-se que a declividade atua mais fortemente no processo de amortecimento da onda difusiva. Comparando as duas figuras, a onda difusiva da Figura 4.44 é bem diferente da onda difusiva da Figura 4.40. Na Figura 4.44 verifica-se a onda bem mais difusa. Este fato é explicado pela presença do coeficiente analógico de difusão na equação da onda difusiva. Como se sabe, esse coeficiente depende diretamente da declividade do canal.

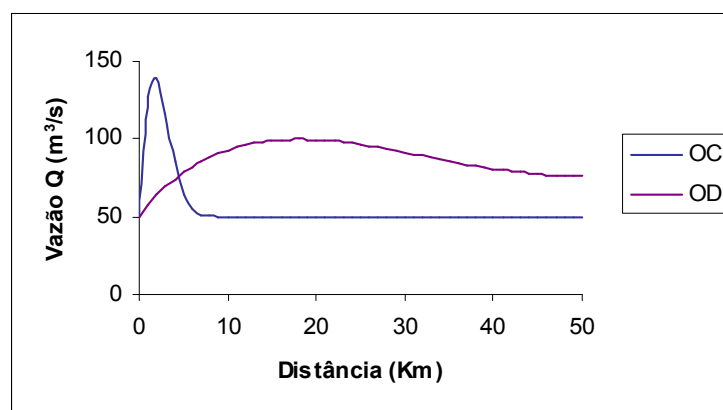


FIGURA 4.44 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, no tempo $t=2h$, com $S_0=0,00001$ e $n=0,05$.

A Figura 4.45 faz uma comparação das duas ondas, ao longo do tempo, para esta última simulação realizada. Neste caso, os resultados mostram que a celeridade da onda cinemática sofreu grandes alterações. Na figura percebe-se que o pico da onda cinemática leva 7 horas para chegar à seção de controle, a 10 km da origem. Se este resultado for comparado com o resultado da Figura 4.41, verifica-se que a declividade desempenhou um papel significativo na celeridade da onda cinemática reduzindo o seu valor de forma considerável.

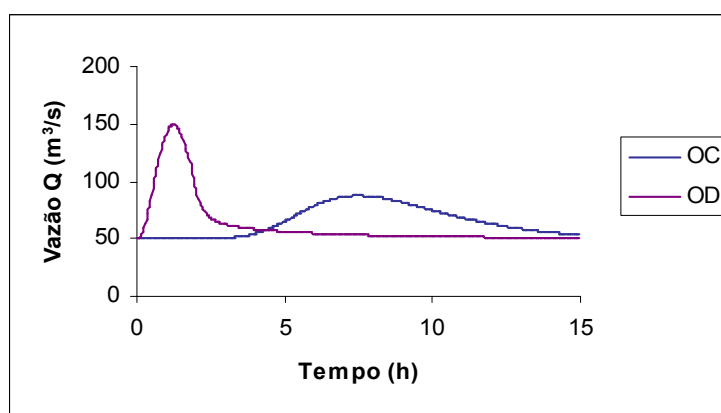


FIGURA 4.45 – Comparação entre o comportamento da vazão da onda cinemática e da difusiva, ao longo do canal, a 10km da origem, com $S_0=0,00001$ e $n=0,05$.

Como pode ser observado, a combinação de mudanças nos valores dos parâmetros da declividade e da rugosidade do canal não se comporta de forma linear com relação ao comportamento da onda de cheia. Os resultados mostram que quando um dos parâmetros tem um valor muito baixo, por exemplo, e se varia o outro parâmetro, a propagação da onda se comporta de forma pouco previsível daquele cenário em que é feita a mesma simulação de um parâmetro mantendo o outro com o valor elevado. Este fato induz a concluir-se que a influência dos parâmetros de declividade e de resistência na propagação de uma onda de cheia não atua de forma independente. Ao contrário, eles atuam de forma combinada permitindo dizer ainda, que os modelos da onda cinemática e difusiva não podem ser aplicados, de forma absoluta, para qualquer cenário de ondas de cheia em uma bacia.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Após a análise dos resultados, obtidos a partir das simulações dos modelos em estudo, para diferentes cenários propostos, foi possível estabelecer as seguintes conclusões:

- O programa computacional, desenvolvido para esta pesquisa, mostrou-se eficiente dentro dos objetivos da pesquisa, permitindo assim, que a metodologia proposta fosse testada para diferentes cenários de escoamento em canais naturais.
- A comparação realizada entre os modelos da onda cinemática, da onda difusiva e da onda dinâmica, proveniente de outros estudos, mostraram que, para o cenário considerado, a onda difusiva é a que mais se aproxima da onda dinâmica. Isto não quer dizer que este resultado se estabeleça para qualquer cenário, ao contrario, é possível haver situações onde as forças de inércia e de pressão não exerçam papéis relevantes o que fará com que os três modelos sejam equivalentes. Esse cenário precisa ser verificado em futuros estudos.
- Os testes mostraram que a onda cinemática é mais sensível do que a onda difusiva quando há uma variação do coeficiente de rugosidade. Neste caso, os resultados mostram que este parâmetro atua diretamente na celeridade da onda, fazendo com que a velocidade de propagação aumente, à medida que diminui o valor deste parâmetro. Com isso, pode-se concluir que o tempo de chegada de uma onda em cada seção do canal diminui à medida que diminui a resistência ao escoamento nas paredes do canal.
- Quando os testes se referem à variação da declividade, verifica-se que o modelo da onda difusiva é mais sensível do que o modelo da onda cinemática. Neste caso, a declividade atua diretamente na amplitude da onda causando um amortecimento, que aumenta à medida que diminui a declividade do canal. Esta interferência não ocorre no modelo da onda cinemática.
- Por outro lado, os resultados mostraram que a celeridade da onda cinemática é mais sensível quando se considera um a variação no parâmetro da declividade.

Em outras palavras, pode-se concluir que a declividade do fundo do canal atua com mais intensidade na celeridade da onda cinemática, fazendo com que sua velocidade de propagação cresça à medida que a declividade aumenta. Já para a onda difusiva, esse parâmetro não atua diretamente na celeridade e sim no amortecimento da onda. Neste caso, quanto maior a declividade menor é o amortecimento.

- No modelo da onda difusiva, tendo em vista a presença da força de pressão, o termo da equação diferencial que envolve a derivada segunda é acompanhada de um coeficiente, conhecido como coeficiente analógico de difusão, que depende fundamentalmente da declividade em sua formulação. Este coeficiente pode ser considerado como um parâmetro que atua diretamente no amortecimento do pico da onda. O desenvolvimento dos modelos mostra que tal coeficiente não existe no modelo da onda cinemática. Por isso, pode-se concluir que os modelos de onda difusiva prevêem amortecimento o que não ocorrem com a onda cinemática. É importante notar que este resultado atua diretamente na capacidade de armazenamento de água no canal principal. Os resultados mostram que na passagem de uma onda, numa seção de um canal, a elevação do nível d'água ocorre de forma mais consistente para o modelo da onda difusiva do que para o modelo da onda cinemática. No primeiro caso surge uma alteração na profundidade de forma espalhada enquanto que na onda cinemática essa variação é mais concentrada.
- Com relação à transformação dos modelos em estudo para modelos lineares, verificou-se que este processo de linearização não produz efeitos tão relevantes. Ainda assim, os modelos de onda cinemática são mais sensíveis ao processo de linearização do que os modelos da onda difusiva. Desta forma, pode-se concluir que, para os cenários considerados, a aplicação dos modelos em estudo em escoamentos de canais, para prever ondas de cheia, como uma primeira verificação, os modelos podem ser tratados como lineares sem causar grandes prejuízos aos resultados obtidos.

Como estudos complementares recomenda-se que:

- Uma análise numérica seja realizada no processo de solução para uma maior faixa de valores, para os parâmetros da declividade e da resistência, para verificar a estabilidade dos esquemas numéricos utilizados no processo de solução do modelo;
- Seja feita uma comparação dos modelos da onda cinemática e difusiva com o modelo da onda dinâmica, para verificar sob que condições esses modelos simplificados devem, ou não, serem aplicados e;
- Seja verificada a capacidade desses modelos, através da aplicação dos mesmos para rios da região, para avaliar qual dos dois melhor se adapta à esses corpos hídricos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, D. A.; TANNEHILL, J. C.; PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**. Hemisphere Publishing Corporation, 1984.

ANDRADE, Carla Freitas de. **Aplicação dos Modelos Hidrodinâmicos para Estudar Índices de Poluição em Rios Urbanos, em Função dos Seus Parâmetros Hidráulicos**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 165fl, 2003.

ALGRAWAL, O. P. A General Solution for a Fourth-Order Fractional Diffusion-wave Equation Defined in a Bounded Domain. **Computers & Structures**, Pergamon, 79, p. 1497-1501, 2001.

AL-KHALED, K.; MOMANI, S. An Approximate Solution for a Fractional Diffusion-Wave Equation Using the Decomposition Method. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier Science, 165, p. 473-483, 2005

BAJRACHARYA, K. BARRY, D.A. Accuracy Criteria for Linearised Diffusion Wave Flood Routing. **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 195, p. 200-217, 1997.

BAJRACHARYA, K. BARRY, D.A. Similarity of Kinematic and Diffuse Waves: a Comment on Accuracy Criteria for Linearised Diffusion Wave Flood Routing. **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 206, p. 248-251, 1999.

BARRY, D. A.; BAJRACHARYA, K. On the Muskingum-Cunge Flood Routing Method, **Environment International**, Pergamon, v. 21, nº 5, p. 485-490, 1995.

CHAGAS, P. F., **Perspectivas da Aplicação da Teoria Fuzzy para Cálculo de Risco em Sistemas Hidrodinâmicos**, Tese de Doutorado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.

CHALFEN, M., NIEMIEC, A. Analytical and Numerical Solution of Saint-Venant Equations. **Journal of Hydrology**, v. 86, p. 1–13, 1986.

CHOW, V.T. **APPLIED HYDROLOGY**, New York: McGraw-Hill, 1988. 572 p.

CHUG, W.-H.; ALDAMA, A. A.; SMITH, J. A. On the Effects of Downstream boundary Conditions on Diffusive Flood Routing, **Advances in Water Resources**, Elsevier Science, 16, p. 259-275, 1993.

DIAS, N. L. Obtenção de uma Solução Analítica da Equação de Difusão-Advecção com decaimento de 1ª ordem pelo Método da Transformação de Similaridade Generalizada. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 8, n.1, p. 181-188, 2003.

GONWA, W. S.; KAVVAS, M. L. A Modified Diffusion Equation for Flood Propagation in Trapezoidal Channels, **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 83, p. 119-136, 1986.

HENDERSON, F. M., **OPEN CHANNEL FLOW**, New York: Macmillan, 1966.

JACOVKIS, P. M.; TABAK, E. G. A Kinematic Wave Model for Rivers with Flood Plains and Other Irregular Geometries. **Mathl. Comput. Modelling**, Pergamon, v. 24, nº 11, p. 1-21, 1996.

JABER, F.H.; MOHTAR, R. H. Stability and Accuracy of Finite Element Schemes for the One-dimensional Kinematic Wave Solution. **Advances in Water Resources**, Elsevier Science, 25, p. 427-438, 2002.

JABER, F.H.; MOHTAR, R. H. Stability and Accuracy of Two-dimensional Kinematic Wave Overland Flow Modeling. **Advances in Water Resources**, Elsevier Science, 26, p. 1189-1198, 2003.

KESKIN, M. E. and AGIRALIOGLU, N. A Simplified Dynamic Model for Flood Routing in Rectangular Channels. **Journal of Hydrology**, 202, p. 302-314, 1997.

KNIGHT, Donald W.; DEMETRIOU, John D. Flood plain and main channel flow interaction. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.109, n.8, p. 1073 –1092, Aug., 1983.

KSHIRSAGAR, M. M.; RAJAGOLAPAN, B.; LALL, U. Optimal Parameter Estimation for Muskingum-Cunge Routing with Ungauged Lateral Inflow, **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 169, p. 25-35, 1995.

LAMBERTI, P.; PILATI, S. Flood Propagation Models for Real-Time Forecasting. **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 175, p. 239-265, 1996.

MA, Lin; ASHWORTH, Philip J.; BEST, James L.; ELLIOTT, Lionel; INGHMAN, Derek B.; WHITCOMBE, Leslie J. Computational fluid dynamics and the physical modeling of an upland urban river. **Geomorphology**. v. 44, p. 375 – 391, Dec., 2002.

MAINARDI, F. The Fundamental Solutions for the Fractional Diffusion-Wave Equation. **Appl. Math. Lett.**, Pergamon, v. 9, n° 6, p. 23-28, 1996.

MOUSSA, R.; BOCQUILLON, C. Criteria for the choice of Flood-Routing Methods in Natural Channels. **Journal of Hydrology**, n. 186, p. 1-30, Elsevier 1996.

MYERS, W.R.C. Influence of geometry on discharge capacity of open channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.117, n.5, p. 676 - 680, May, 1991.

PONCE, V. M.; LOHANI, A. K.; SCHEYING, C. Analytical Verification of Muskingum-Cunge Routing, **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 174, p. 235-241, 1996.

RAJARATNAM, N.; AHMADI, R. Hydraulics of channels with flood-plains. **Journal of Hydraulic Research**, v.19, n.1, p. 43 - 60, 1981.

RASHID, R. S. M., CHAUDHRY, M. H. Flood Routing in Channels with Flood Plains. **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 171, p. 75-91, 1995.

SHEN, H., YEN, B.C., "Advances in Open-Channel Hydraulics after Ven Te Chow", *Journal of Hydrology*, vol. 64, pp 333-348, 1984.

SILVAPALAN, M.; BATES, B.C.; LARSEN, J. E. A Generalized, Non-Linear, Diffusion Wave Equation: Theoretical Development and Application, **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 192, p. 1-16, 1997.

SINGH, V. P.; ARAVANUTHAN, V. Errors of Kinematic-Wave Approximations for Steady-State Over Flows. **Catena**, Elsevier Science , 27, p. 209-227, 1996.

SMITH, A. A. a Generalized Approach to Kinematic Flood Routing, **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 45, p. 71-89, 1980.

SOARES, Paulo F.; SILVEIRA, Paulo B.M.; PORTO, Mônica F.M. Modelagem da qualidade da água em escoamentos transitórios: Aspectos teóricos. In: XII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, Tomo II, Vitória, E.S. **Anais ...1997**. p. 23 – 30

STURM, T. W., **OPEN CHANNEL HYDRAULICS, MCGRALL HILL SERIES IN WATER RESOURCES AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING**, first edition, 2001.

SUN, Z.-Z.; WU, X. A Fully Discrete Difference Scheme for a Diffusion-Wave System. **Applied Numerical Mathematics**, Elsevier Science, v. 56, ed. 2, p. 193-209, 2006.

WHITE, Luther W.; VIEUX, Baxter; ARMAND, David. Surface flow model: inverse problems and predictions. **Advances in Water Resources**, Vol. 25, p. 317 – 324, 2002.

YEN, B. C.; TSAI C.W.-S. On Noninertia Wave versus Diffusion Wave in Flood Routing. **Journal of Hydrology**, Elsevier Science, 244, p. 97-104, 2001.