

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL**  
**CURSO DE MESTRADO EM SANEAMENTO AMBIENTAL**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DOS NÚMEROS *FUZZYS* NOS MODELOS DE  
TRANSPORTE DE POLUENTES PARA AVALIAR SUA CAPACIDADE  
DE PREVISÃO DO RISCO DE CONTAMINAÇÃO EM RIOS NATURAIS**

**GIOVANNA SALGADO DA ROCHA**

**FORTALEZA – CEARÁ**  
**2007**

**GIOVANNA SALGADO DA ROCHA**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DOS NÚMEROS *FUZZYS* NOS MODELOS DE  
TRANSPORTE DE POLUENTES PARA AVALIAR SUA CAPACIDADE  
DE PREVISÃO DO RISCO DE CONTAMINAÇÃO EM RIOS NATURAIS**

Dissertação submetida à coordenação do Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, área de Concentração em Saneamento Ambiental, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre.

ORIENTADOR: Prof. Raimundo Oliveira de Souza

**FORTALEZA – CEARÁ**

Esta dissertação foi apresentada como parte integrante dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Saneamento Ambiental, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, a qual encontrar-se-á a disposição dos interessados na Biblioteca Central da referida Universidade.

A citação de qualquer trecho desta tese é permitida desde que seja feita de conformidade com as normas da ética científica.

---

Giovanna Salgado da Rocha

Banca Examinadora:

---

Professor Raimundo Oliveira de Souza, Dr.  
(orientador da dissertação)

---

Professora Marisete Dantas de Aquino, Dra.  
(examinador interno)

---

Carla Freitas de Andrade , Dra.  
(examinador externo)

Aos meus pais e irmão, Augusto, Helóisa e Guto, por serem os alicerces da minha vida, pelo amor incondicional e confiança... sempre!

À minha cunhada Jéssica pelo carinho que tem comigo e com minha família.

Aos meus avós, Wilson, Odorica e Ivany, pela força e torcida.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Raimundo Oliveira de Souza, pelas orientações no desenvolvimento do trabalho e pelos conselhos de vida que tem me dado.

Aos professores do curso de pós-graduação, pelos conhecimentos transmitidos durante o curso.

À banca examinadora, formada pela professora Marisete Dantas de Aquino e Carla Freitas de Andrade, pela disposição e paciência.

Aos meus amigos Livinha, Ingrid, Juliana, Carla, Fred, Cindy, em especial Liana, Robertinha, Lívia, Felipe, Cristiano e Fábio, pelo incentivo e torcida durante o mestrado.

Aos colegas Vanessinha, Leal, Andréa C., Fernando, Sarah, Jorge, Renato, Elis, Help, Ionete, Ada, F. Andréa, Germana, Marcelo, Cecília, Emerson, Brauna, Adriano, Alex, João Paulo, Wagner, Ronald, Edson, Mary, Mayara, Franze, Gustavo, em especial Liana G., Mauro César e Uinne por tornarem minha trajetória muito mais agradável e divertida.

Aos funcionários de Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da UFC, sempre dispostos.

Ao CNPq pela bolsa de mestrado durante a pesquisa.

À Universidade Federal do Ceará juntamente com o governo, pela oportunidade de estudar e contribuir para o desenvolvimento da ciência.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente me ajudaram a concluir este trabalho, meus sinceros agradecimentos.

## RESUMO

O estudo da qualidade de água em corpos hídricos, através de modelagem matemática, tem se tornado um importante caminho no controle e conservação dos recursos hídricos. Nos dias presentes, com o significativo avanço na área computacional, com computadores de alta velocidade, tem sido possível representar um processo físico qualquer, através de um modelo matemático com um maior nível de complexidade. Neste sentido, os processos de transporte de poluentes, em rios, estuários ou reservatórios têm sido representados de forma mais realista, com a ajuda de formulações matemáticas. Por outro lado, a grande parte dos modelos matemáticos disponíveis na literatura, dá um tratamento determinístico aos estudos de processos físicos. Neste caso, qualquer estudo que necessite de avaliar incerteza ou risco em engenharia, não conseguirá atingir seus objetivos sem um tratamento estocástico em suas formulações matemática. Este trabalho estuda a aplicação da Teoria *Fuzzy* nos modelos de transporte de poluente para estudar o comportamento das concentrações de poluentes em rios naturais, através de funções de pertinências. O estudo desenvolve uma metodologia, com base nos modelos de transporte *fuzzy*, e aplica esta metodologia em alguns rios com dados disponíveis na literatura. Finalmente, o estudo avalia a capacidade desta teoria predizer e avaliar campos de risco *fuzzy* nestes corpos d'água, mostrando, assim, seu comportamento, no tempo e ao longo do trecho do rio estudado. Os resultados mostram que os modelos *fuzzys*, aplicados aos processos de transporte de poluentes, podem ser uma boa alternativa na determinação do risco de degradação de um sistema hídrico qualquer.

## **ABSTRACT**

The study of the water quality in bodies of water, through mathematical modeling has become an important way in the control and conservation of the water resources systems. In the present days, with the significant progress in the computational area, with high-speed computers, it has been possible to represent any physical process, through a mathematical model, with a larger complexity level. In this sense, the transport processes of pollutant, in rivers, estuaries or reservoirs, have been represented in a more realistic way, with the mathematical formulations. On the other hand, the great part of the available mathematical models, in the literature, gives a deterministic treatment to the studies of physical processes. In this case, any study that needs to evaluate uncertainty or engineering risk, it will not get to reach their objectives, without a stochastic treatment in their mathematics formulations. This work studies applications of the Fuzzy Theory in the transport models of pollutant to study the behavior of the concentrations of pollutant in natural rivers, through membership functions. The study develops a methodology, with base in the models of transport fuzzy and it applies this methodology in some rivers with available data. Finally, the study evaluates the capacity of this theory to predict and to calculate fields of risk fuzzy in these bodies of water, showing, like this, its behavior, in the time and along the river. The results show that the fuzzy models, applied to the pollutant transport processes, can be an alternative in the determination of the risk of degradation of any water system.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Aumento esperado do consumo de água durante o século XX	23
FIGURA 2.2 - Rio Negro e Amazonas no Encontro das Águas	25
FIGURA 2.3 - Variação da Densidade da água com a Temperatura	27
FIGURA 2.4 - Volume de Controle	35
FIGURA 2.5 - Representação <i>Fuzzy</i> das alturas	44
FIGURA 2.6 - Representação do Grau de um Conjunto e do Suporte	45
FIGURA 2.7 - Representação L-R dos Números <i>Fuzzy</i>	47
FIGURA 3.1 - Esquema implícito para solução da equação da difusão advectiva	55
FIGURA 3.2 - Teorias utilizadas no estudo	63
FIGURA 3.3 - Primeira sub-rotina: leitura de dados de entrada	68
FIGURA 3.4 - Segunda sub-rotina: cálculo das funções de pertinência	69
FIGURA 3.5 - Terceira sub-rotina: cálculo das equações matriciais e das concentrações	70
FIGURA 3.6 - Quarta sub-rotina: cálculo do risco de contaminação	71
FIGURA 3.7 - Estrutura do programa computacional criado para o estudo	72
FIGURA 4.1 - Concentração x Distância (1 lançamento à 10Km) - Valores com maior GP	77
FIGURA 4.2 - Concentração x Distância (1 lançamento à 10Km) - 3 GP - Valores em 4h	77
FIGURA 4.3 - GP x Concentração (1 lançamento à 10Km) – 0, 2, 4 e 6h - Valores à 10Km	78
FIGURA 4.4 - Concentração x Distância (2 LPSD) - 3 GP - Valores em 4h	78
FIGURA 4.5 - Concentração x Tempo (2 LPSD) - 3 GP - Valores à 20Km	79
FIGURA 4.6 - GP x Concentração (LPCD) - 2, 4 e 6h	79
FIGURA 4.7 - Concentração x Distância (LPCD) - 3 GP - Valores em 4h	80
FIGURA 4.8 - Concentração x Tempo (LPCD) - 3 GP - Valores à 10Km	80
FIGURA 4.9 - Concentração x Tempo (LDCD) - 3 GP - Valores à 10Km	81
FIGURA 4.10 - Concentração x Distância (LDCD) - 3 GP - Valores em 4h	81
FIGURA 4.11 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LPSD) - 3 GP - Valores à 25Km	82
FIGURA 4.12 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LPSD) - 3 GP - Valores em 4h	83

FIGURA 4.13 - Rio Missouri - GP x Concentração (LPSD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km	83
FIGURA 4.14 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LPCD) - 3 GP - Valores à 25Km	84
FIGURA 4.15 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LPCD) - 3 GP - Valores em 4h	84
FIGURA 4.16 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LDCD) - 3 GP - Valores à 25Km	85
FIGURA 4.17 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LDCD) - 3 GP - Valores em 4h	85
FIGURA 4.18 - Rio Missouri - GP x Concentração (LDCD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km	85
FIGURA 4.19 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LPSD) - 3 GP - Valores à 25Km	86
FIGURA 4.20 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LPSD) - 3 GP - Valores em 4h	86
FIGURA 4.21 - Rio Sabine - GP x Concentração (LPSD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km	87
FIGURA 4.22 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LPCD) - 3GP - Valores à 25Km	87
FIGURA 4.23 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LPCD) - 3GP - Valores em 4h	88
FIGURA 4.24 - Rio Sabine - GP x Concentração (LDCD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km	88
FIGURA 4.25 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LDCD) - 3GP - Valores à 25Km	89
FIGURA 4.26 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LDCD) - 3GP - Valores em 4h	89
FIGURA 4.27 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - GP x Concentração - Valores em 4h e 20Km	90
FIGURA 4.28 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - Concentração x Distância - GP1 - Valores em 4h	90
FIGURA 4.29 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - Concentração x Tempo - GP1 - Valores à 25Km	91
FIGURA 4.30 - Rio Missouri - Risco x Distância - Lançamento à 10Km	92
FIGURA 4.31 - Rio Missouri - Garantia x Distância - Lançamento à 10Km	92
FIGURA 4.32 - Rio Missouri - Risco x Tempo - Lançamento à 10Km	93
FIGURA 4.33 - Rio Missouri - Garantia x Tempo - Lançamento à 10Km	93
FIGURA 4.34 - Rio Missouri - Risco x Distância - LDCD	94
FIGURA 4.35 - Rio Missouri - Garantia x Distância - LDCD	94
FIGURA 4.36 - Rio Missouri - Risco x Tempo - LDCD	94
FIGURA 4.37 - Rio Missouri - Garantia x Tempo - LDCD	95
FIGURA 4.38 - Rio Sabine - Risco x Distância - Lançamento à 10Km	96
FIGURA 4.39 - Rio Sabine - Garantia x Distância - Lançamento à 10Km	96
FIGURA 4.40 - Rio Sabine - Risco x Tempo - Lançamento à 10Km	97

FIGURA 4.41 - Rio Sabine - Garantia x Tempo - Lançamento à 10Km	97
FIGURA 4.42 - Rio Sabine - Risco x Distância - LDCD	98
FIGURA 4.43 - Rio Sabine - Garantia x Distância - LDCD	98
FIGURA 4.44 - Rio Sabine - Risco x Tempo - LDCD	99
FIGURA 4.45 - Rio Sabine - Garantia x Tempo - LDCD	99
FIGURA 4.46 - Rios Missouri, Sabine, John Day e Nooksack - Risco x Distância (LDSD)	100
FIGURA 4.47 - Rios Missouri, Sabine, John Day e Nooksack - Risco x Tempo (LDSD)	100
FIGURA 4.48 - Rio Bayou - Concentração de OD x Distância - Valores em 6h	101
FIGURA 4.49 - Rio Bayou - Risco x Distância - Valores em 6h	102
FIGURA 4.50 - Rio Bayou - Risco x Tempo - Lançamento 500mg/L - Valores à 10Km	102
FIGURA 4.51 - Rio Bayou - Risco x Distância - Lançamentos de 300, 400 e 500mg/L - Valores em 6h	103
FIGURA 4.52 - Rio Clinch - Concentração de OD x Distância - Valores em 6h	103
FIGURA 4.53 - Rio Clinch - Risco x Distância - Valores em 6h	104
FIGURA 4.54 - Rio Clinch - Risco x Distância - Lançamento de 500mg/L - Valores à 10Km	104

## LISTA DE SÍMBOLOS

A - Área de seção transversal -  $[L^2]$

$\tilde{A}$  - Representação *fuzzy* para a área transversal -  $[L^2]$

B - Largura do canal -  $[L]$

$C(x,y,z,t)$  - Representação matemática de um campo de concentração -  $[M/L^3]$

C - Concentração a substância em análise -  $[M/L^3]$

F(h) - Nível de pertinência h para as várias funções que compõem o modelo

$C_s$  - Concentração de saturação para o Oxigênio Dissolvido (OD) -  $[M/L^3]$

$\tilde{C}_s$  - Representação *fuzzy* para a concentração de saturação do OD -  $[M/L^3]$

$\tilde{C}$  - Representação *fuzzy* para a concentração da substância poluente -  $[M/L^3]$

dt - Diferencial em relação ao tempo -  $[T]$

dx - Diferencial em relação ao eixo dos x -  $[L]$

dy - Diferencial em relação ao eixo dos y -  $[L]$

dz - Diferencial em relação ao eixo dos z -  $[L]$

D - Coeficiente de difusão molecular -  $[L^2/T]$

$D_x, D_y, D_z$  - Componentes da difusão molecular nas direções x, y e z -  $[L^2/T]$

E - Coeficiente de dispersão longitudinal -  $[L^2/T]$

$\tilde{E}$  - Representação *fuzzy* para o coeficiente de dispersão longitudinal -  $[L^2/T]$

$E_x$  - Componente do coeficiente da difusão longitudinal na direção x -  $[L^2/T]$

K - Coeficiente de decaimento para uma substância poluente -  $[T^{-1}]$

$K_a$  - Coeficiente de reaeração para o oxigênio dissolvido -  $[T^{-1}]$

$\tilde{K}_a$  - Representação *fuzzy* para o coeficiente de reaeração -  $[T^{-1}]$

$K_r$  - Coeficiente de reoxigenação -  $[T^{-1}]$

$\tilde{K}_r$  - Representação *fuzzy* para o coeficiente de reoxigenação -  $[T^{-1}]$

$\tilde{K}$  - Representação *fuzzy* para o decaimento da substancia poluente -  $[T^{-1}]$

$L$  - Concentração de Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) -  $[M/L^3]$

$\tilde{L}$  - Representação *fuzzy* para a concentração de DBO -  $[M/L^3]$

$L(t)$  - Fonte ou sumidouro de um lançamento de substância poluente em um rio -  $[M/L^3]$

$M$  – Massa -  $[M]$

$\tilde{\beta}$  - Representação *fuzzy* para a margem de segurança em um sistema hídrico -  $[M]$

$n$  - Coeficiente de rugosidade de Manning para rios naturais

$R_C$  - Função de Confiabilidade para um sistema qualquer

$R_R$  - Função Risco de falha para um sistema qualquer

$Q$  – Vazão -  $[L^3/T]$

$Q_0$  - Condição inicial para a vazão em um rio -  $[L^3/T]$

$\tilde{Q}_0$  - Representação *fuzzy* da vazão para a condição inicial -  $[L^3/T]$

$\tilde{Q}$  - Função de pertinência para a vazão -  $[L^3/T]$

$\bar{q}$  - Fluxo de massa por unidade de área -  $[M/T/L^2]$

$\bar{q}_x, \bar{q}_y, \bar{q}_z$  - Componentes do vetor fluxo -  $[M/T/L^2]$

$S_D$  - Lançamento difuso de uma substância poluente –  $[M/L^3]$

$\tilde{S}_D$  - Representação *fuzzy* para o lançamento difuso de concentração -  $[M/L^3]$

$S(\tilde{X})$  - Suporte de um número *fuzzy*  $x$

$S_0$  - Declividade do fundo do rio –  $[L/L]$

$\tilde{S}_0$  - Representação *fuzzy* para a declividade de fundo – [L/L]

t – Tempo - [T]

T – Temperatura - [<sup>0</sup>K]

u - Componente da velocidade na direção x - [L/T]

$\tilde{u}$  - Representação *fuzzy* da velocidade longitudinal - [L/T]

U - Velocidade média do fluido na direção longitudinal - [L/T]

$\tilde{U}$  - Função de pertinência para o campo de velocidade longitudinal - [L/T]

v - Componente da velocidade na direção y - [L/T]

$\vec{V}$  - Vetor campo de velocidade de um fluido - [L/T]

$\vec{V}(x,y,z,t)$  - Representação matemática de um campo de velocidade - [L/T]

$\nabla$  - Volume de Controle - [L<sup>3</sup>]

w - Componente da velocidade na direção z - [L/T]

x - Distância longitudinal ao longo do rio - [L/T]

y - Profundidade do rio - [L]

z - Distância transversal do rio –[L]

$\frac{\partial}{\partial t}$  - Derivada parcial em relação a t - [T<sup>-1</sup>]

$\frac{\partial}{\partial x}$  - Derivação parcial em relação à x - [L<sup>-1</sup>]

$\frac{\partial}{\partial y}$  - Derivada parcial em relação à y - [L<sup>-1</sup>]

$\frac{\partial}{\partial z}$  - Derivada parcial com relação à z - [L<sup>-1</sup>]

$\vec{\nabla}$  - Operador Diferencial Vetorial -  $[L^{-1}]$

$\nabla^2$  - Operador Laplaciano -  $[L^{-2}]$

$\gamma$  - Peso específico do fluido -  $[ML/T^2/L^3]$

$\Delta t$  - Incremento no tempo para a solução numérica -  $[T]$

$\Delta x$  - Incremento no espaço para a solução numérica -  $[L]$

$\tilde{\mu}_x$  - Representação de uma função de pertinência

$\rho$  - Massa específica do fluido -  $[M/L^3]$

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>8</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>11</b>
<b>SUMÁRIO</b>	<b>15</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1. JUSTIFICATIVA	18
1.2. OBJETIVO GERAL	19
1.2.1. <i>Objetivos Específicos</i>	19
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>21</b>
2.1. GENERALIDADES	21
2.2. ASPECTOS QUANTITATIVOS E QUALITATIVOS DA ÁGUA	23
2.2.1. <i>Características Físicas da Água</i>	25
2.2.2. <i>Características Químicas da Água</i>	28
2.2.3. <i>Características Biológicas da Água</i>	32
2.3. TEORIA DO PROCESSO DE TRANSPORTE DE MASSA	34
2.4. TEORIA <i>FUZZY</i> E SUAS APLICAÇÕES	41
2.5. ANÁLISE DE RISCOS <i>FUZZY</i>	49
<b>3. METODOLOGIA</b>	<b>52</b>
3.1. MODELO DE TRANSPORTE DE POLUENTES	53
3.1.1. <i>Solução Numérica do Modelo de Transporte</i>	54
3.2. FORMULAÇÃO <i>FUZZY</i> DO MODELO DE TRANSPORTE	58
3.3. ANÁLISE DE RISCO	62
3.4. COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA	64
3.5. MODELOS DE DBO E OD	66
3.6. ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO MODELO	67
3.7. DADOS DAS CARACTERÍSTICAS DOS RIOS	72
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>76</b>
<b>5. CONCLUSÕES</b>	<b>105</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>108</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Os processos de contaminação em sistemas hídricos têm se tornado uma relevante classe de problemas que tem demandado grandes esforços por parte de engenheiros e técnicos, na busca de soluções capazes de garantir uma melhor qualidade ambiental para as águas desses corpos hídricos. Neste contexto, muitos estudos têm se desenvolvido tanto do ponto de vista da pesquisa de campo, como do ponto de vista da modelagem matemática, na busca de se entender melhor as interações que se desenvolvem nos mecanismos de transporte de poluentes.

Como se sabe, nos rios naturais predomina uma velocidade longitudinal, o que faz com que o processo advectivo se torne uma importante parcela no mecanismo do processo de dispersão. Este fato faz com que os estudos de contaminação em rios sejam diferentes dos estudos de qualidade de água em reservatórios e lagos. Neste caso, os mecanismos da eutrofização se tornam os processos dominantes no que diz respeito à contaminação destes corpos hídricos.

Do ponto de vista matemático, a formulação das leis de fenômeno de transporte e suas aplicações nos problemas hidroambientais tem se tornado importante ferramenta que os pesquisadores utilizam para tentar entender como uma substância poluente, que é lançada em um corpo hídrico, pode ser monitorada e avaliada, tanto no espaço como no tempo. Esta metodologia se constitui como uma das mais aplicadas nos modelos matemáticos que tratam de avaliar a qualidade de água em rios, reservatórios e estuários.

Entretanto, a aplicação de um modelo matemático para estudar qualidade de água requer certa experiência por parte do pesquisador. Não é qualquer modelo que atende determinados objetivos de uma pesquisa. Por exemplo, um modelo determinístico não deve ser usado para avaliar incertezas em engenharia. Em outras palavras, esses modelos não devem ser usados para estudar problemas que estão relacionados com dados com características aleatórias. Neste caso, a classe de modelos que mais se ajusta a este tipo de problema são os modelos estocásticos, os quais permitem uma avaliação detalhada nas incertezas contidas nos dados, nas

aproximações e simplificações das formulações, bem como nas soluções das equações diferenciais contidas nos modelos.

Por outro lado, os modelos estocásticos com base na teoria probabilística exigem bancos de dados consistentes. Esses bancos de dados nem sempre são disponíveis em países subdesenvolvidos, considerando que as instalações de postos de observações são relativamente recentes, não havendo, portanto, tempo suficiente para se formar um banco de dados com longos períodos de observação, principalmente no campo da hidrologia.

Para contornar este inconveniente, começa a aparecer na literatura o uso da Teoria *Fuzzy*, uma importante técnica matemática com base nas funções de pertinências, desenvolvida a partir dos anos 60. Esta teoria tem como grande vantagem sobre a teoria probabilística a sua capacidade de previsão sem necessidade de grandes bancos de dados. Neste caso, através desta teoria é possível desenvolver metodologias capazes de avaliar e calcular o risco de um sistema hídrico se contaminar, a partir de um lançamento de efluente qualquer.

É importante colocar que a Teoria *Fuzzy*, que já é largamente aplicada em outros campos da engenharia, tem sua aplicação no campo dos recursos hídricos, para estudar qualidade de água, em um estágio inicial, tendo ainda, um longo caminho para ser percorrido.

Este trabalho desenvolveu uma metodologia capaz de resolver a Equação Diferencial da Difusão Advectiva, através da Teoria *Fuzzy*, para verificar como esta teoria pode ser aplicada nos estudos de qualidade de água em rios naturais e como responde à avaliação do risco de contaminação dos mesmos diante de cenários de lançamentos de substâncias poluentes. Para tal, foi desenvolvido um programa computacional em linguagem FORTRAN 90, que serviu de base para as principais simulações que foram realizadas no desenvolvimento do estudo.

Os resultados mostraram que a Teoria *Fuzzy* pode ser considerada uma boa alternativa na avaliação do risco em qualquer sistema hídrico sujeito a lançamentos de efluentes das mais variadas formas, apresentando resultados que permitem um melhor controle ambiental desses corpos hídricos.

### 1.1. Justificativa

A Equação Diferencial da Difusão Advectiva tem se apresentado como uma grande ferramenta na descrição do fenômeno da dispersão de poluente em corpos d'água. Entretanto, esta equação, em sua forma clássica, tem um caráter determinístico, fato este que impede sua aplicação nos programas de análise de incertezas.

Por outro lado, nos dias presentes, os programas de gerenciamento e de gestão de recursos hídricos estão demandando uma análise mais criteriosa com respeito às incertezas presentes nos parâmetros e nos processos de solução destes modelos. Como se sabe, na obtenção dos dados, nas formulações dos modelos, nas simplificações dessas equações e nas suas soluções, muitas são as incertezas, de diferentes naturezas, que fazem parte destas fases da modelagem, introduzindo distorções nos resultados obtidos.

Assim, evidencia-se a necessidade de estudos que permitam uma melhor análise e avaliação destas incertezas, de modo que uma análise de risco possa ser desenvolvida. Para tal, lança-se mão dos modelos estocásticos, com base na teoria das probabilidades. Esta teoria, largamente usada no campo da ciência, necessita de bancos de dados com longos períodos de observação, de modo que análises estatísticas possam ser realizadas. Entretanto, no campo dos recursos hídricos, principalmente na área de qualidade de água, há uma dificuldade muito grande de se encontrar esses bancos de dados, o que torna a aplicação desta teoria quase sempre comprometida.

Para contornar esta inconveniência, pesquisadores têm utilizado a Teoria *Fuzzy* como ferramenta de estudo. Esta teoria, que tem como base a introdução de funções de pertinência, permite que as incertezas contidas nos movimentos das nuvens poluentes em corpos d'água sejam avaliadas. Neste contexto, a metodologia proposta transforma a equação da difusão advectiva, em uma equação de difusão *fuzzy*, onde o perfil de concentração, ao longo de um corpo hídrico, possa ser substituído por um conjunto de funções de pertinências, contendo a medida das incertezas presentes no processo físico.

Com isso, espera-se estabelecer um critério de análise para os problemas hidroambientais, que permita fornecer subsídios aos programas de gestão de recursos hídricos, para um melhor controle da qualidade ambiental desses corpos hídricos.

## **1.2. Objetivo Geral**

- Aplicar a Teoria *Fuzzy* nos modelos de transporte de poluentes, para avaliar sua capacidade de predição em sistemas hidrodinâmicos, de modo a determinar o risco de contaminação nesses sistemas.

### **1.2.1. Objetivos Específicos**

- Escrever um programa computacional, em linguagem FORTRAN 90, que permita calcular as funções de pertinências da distribuição de concentração de uma substância poluente em um sistema hídrico;
- Verificar a influência dos parâmetros hidráulicos na propagação de uma nuvem poluente;
- Verificar a influência desses parâmetros na formação das funções de pertinência da concentração;
- Estabelecer uma metodologia capaz de avaliar o risco de contaminação a partir das funções de pertinências;
- Verificar a metodologia desenvolvida em rios com parâmetros conhecidos.

### 1.3. Organização do Trabalho

A presente dissertação está estruturada em 6 diferentes capítulos, cujos assuntos tratados são apresentados a seguir.

O capítulo 1 apresenta a introdução do trabalho, além de tratar da justificativa do tema proposto. Neste capítulo, são apresentados, igualmente, os objetivos geral e específicos que se pretende alcançar.

O capítulo 2 fornece uma base teórica para o estudo em questão, onde são discutidos aspectos qualitativos da água, assim como teorias de transporte de massa, Teoria *Fuzzy* e análise de risco.

O capítulo 3 refere-se à metodologia. Nele, são descritos os modelos de transporte, sua formulação *fuzzy*, análise de risco, composição das funções de pertinência, modelos de Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) e Oxigênio Dissolvido (OD). Este capítulo apresenta, igualmente, a estrutura computacional do modelo, assim como fornece os dados dos rios utilizados para a aplicação dos modelos.

O capítulo 4 apresenta os resultados do estudo em questão.

As conclusões e recomendações são apresentadas no capítulo 5 e as referências bibliográficas estão citadas no capítulo 6.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1. Generalidades**

Como se sabe, a água, como um recurso natural, tem representado um importante elemento de suporte para a existência da vida. Entretanto, somente recentemente, o homem passou a ter um adequado entendimento das limitações desse recurso natural, não somente nas questões quantitativas, como também nas questões de qualidade. Neste caso, passou-se a observar a real capacidade de um corpo hídrico assimilar uma carga poluente, sem causar um eventual desastre ambiental.

Esta preocupação acabou por trazer para o mundo acadêmico a necessidade de se introduzir aspectos matemáticos na busca de um melhor entendimento dos mecanismos que governam os processos físicos, químicos e biológicos em um corpo hídrico qualquer. Assim, nos anos 20, a comissão do Rio OHIO, nos Estados Unidos, começou a desenvolver estudos na área de poluição hídrica e seus impactos nos sistemas de abastecimento de água. Deste estudo surgiu uma das primeiras formulações matemáticas para desenvolver o balanço de oxigênio dissolvido em um ambiente aquático. Este modelo foi chamado de modelo de Streeter-Phelps e tem sido aplicado até os dias presentes (ORLOB, 1983).

Após este trabalho, acompanhando o desenvolvimento da teoria dos computadores, os modelos matemáticos passaram a se desenvolver com uma velocidade considerável. Mais elementos foram incorporados nas formulações matemáticas de modo que uma melhor representação de seu processo físico pudesse ser realizada. Com isso, os modelos matemáticos tornaram-se uma importante ferramenta no processo de análise dos problemas relacionados com a qualidade de água.

Evidentemente que esta metodologia não resolve todos os problemas. Ao contrário, a aplicação de um modelo matemático, nos dias presentes, requer um considerável banco de dados, sem o qual não seria possível garantir qualquer resultado proveniente do modelo. Assim, pode-se dizer que quanto mais sofisticado é o modelo, mais dependente de um confiável banco de dados ele fica. Este fato mostra a fragilidade desta metodologia.

Por outro lado, a capacidade de previsão e de sintetização destes modelos, associado ao baixo custo de uma pesquisa com base nas formulações matemáticas, tornaram este campo de estudo cheio de adeptos. Hoje, o número de pesquisadores que trabalham neste campo de investigação é considerável.

Quando se trata de estudo de qualidade de água, o desenvolvimento dos modelos estabeleceu como princípio fundamental as leis de conservação. Estes princípios se apresentam como as bases fundamentais para o desenvolvimento das formulações que irão descrever o processo físico em estudo. Como se sabe, o lançamento de uma massa poluente em um corpo d'água qualquer, cria um cenário de espalhamento desta massa poluente no interior do fluido. Este espalhamento obedece aos princípios de Transporte de Massa e tem suas formulações desenvolvidas segundo este princípio.

Por outro lado, quando o problema físico é estudado segundo uma base de dados sem qualquer natureza aleatória, este modelo é conhecido com o nome de Modelo Determinístico. Estes modelos não incorporam nenhuma incerteza no processo de análise. Seus resultados não permitem, por exemplo, avaliar qualquer elemento estatístico. Para tal, há a necessidade de se aplicar os famosos Modelos Estocásticos.

Os Modelos Estocásticos são aqueles modelos que usam como base de dados elementos com características aleatórias. Neste caso, as incertezas contidas nos dados, nas formulações, ou nas soluções numéricas dos modelos podem ser incorporados e os resultados permitem, por exemplo, a avaliação de Análise de Risco em engenharia. Este campo de estudo, nos últimos tempos, tem se desenvolvido com grande rapidez, estabelecendo novos paradigmas para os estudos de qualidade de água.

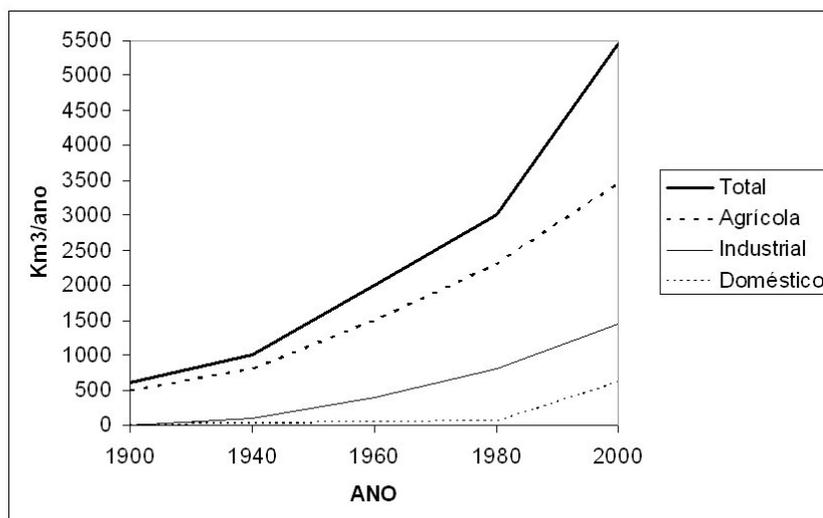
Atualmente, em substituição aos Modelos Estocásticos, que necessitam de grandes bases de dados que nem sempre estão disponíveis, está sendo desenvolvida uma nova classe de modelos com os mesmos objetivos daqueles modelos estatísticos. Trata-se dos Modelos Difusos (Modelos *Fuzzys*), que são formulações que se desenvolvem com base na Teoria dos Números Difusos ou Teoria *Fuzzy*. A grande vantagem da aplicação desta teoria reside no fato de que esta metodologia não necessita de uma grande base de dados. É importante notar que esta teoria é bem

recente e sua aplicação no campo da Engenharia Ambiental está apenas começando. Em seguida, serão apresentados os fundamentos destas teorias que serão usados nesta pesquisa.

## 2.2. Aspectos Quantitativos e Qualitativos da Água

A água é, de longe, um recurso natural necessário para a continuidade da vida na Terra. Seu uso tem se tornado cada vez mais intenso. Como tem sido observado, este recurso se caracteriza como um importante fator no desenvolvimento das sociedades modernas. Sua disponibilidade, com qualidade, tem sido responsável por uma sociedade mais saudável, livre de doenças que, normalmente, são veiculadas através do consumo deste líquido sem garantias de qualidade.

Nos últimos anos, o consumo de água tem se tornado muito intenso. As demandas de produção de alimentos, associados a um aumento da produção industrial, aumentaram o consumo desse bem em uma escala fora de qualquer previsão. Para se ter uma idéia, no século XX, seu consumo global passou de 500Km<sup>3</sup>/ano, para 5500Km<sup>3</sup>/ano, como mostra o gráfico na figura 2.1. Em outras palavras, este consumo aumentou em uma escala de 10 (BISWAS, 1997).



**FIGURA 2.1 – Aumento esperado do consumo de água durante o século XX**

(Fonte: Biswas, 1997)

Neste consumo global, o uso agrícola e o uso industrial foram os que mais cresceram. Atualmente, o consumo agrícola atinge 3500Km<sup>3</sup>/ano, ou seja, mais de 50% do consumo total. Já o consumo industrial é estimado em 1500Km<sup>3</sup>/ano, o que representa um consumo três vezes maior que o consumo doméstico (BISWAS, 1997).

Aliado a este salto no consumo, os grandes mananciais têm sofrido grandes ataques provenientes de lançamentos de efluentes oriundos de setores industriais, setores agrícolas, bem como setores municipais. Este fato tem feito com que a água, como recurso natural, venha sofrendo uma redução muito grande em sua disponibilidade. Assim, a água deixou de ser um bem demandado não somente nas questões de quantidade, mas também nas questões de qualidade. Não importa somente ter água. O importante é que esta água tenha um padrão de qualidade aceitável. Do contrário, o custo de tratamento inviabilizará o seu consumo.

O cenário de crescimento no consumo deste recurso aponta para uma séria crise, que se estenderá de forma mais intensa ou não, dependendo da situação geográfica de cada região. As regiões semi-áridas, certamente estarão no centro desta crise. Assim, regiões como o Nordeste Brasileiro, Sudoeste dos Estados Unidos, Austrália, certamente vão ter que desenvolver programas importantes de Gestão de Recursos Hídricos. Sem isso, é bem possível que, em um curto intervalo de tempo, haja problemas sérios de demanda e oferta de água. Do contrário, ninguém poderá garantir sustentabilidade para estas regiões.

Para contornar esta tendência, é fundamental a implementação de programas de conservação de mananciais por parte de setores dos governos. Estes programas se encontram em fase de desenvolvimento e têm mudado, consideravelmente, os paradigmas de planejamento. Não é mais possível tratar das questões de recursos hídricos sem se preocupar com o problema da conservação, um dos programas existentes hoje é conhecido como Plano Integrado de Recursos Hídricos. Neste plano, são tratados não somente a potencialidade hídrica quantitativa, mas também as questões relacionadas com o que se chama de hidroecologia. Esta ciência trata, exatamente, da qualidade da rede aquática nas bacias hidrográficas, procurando estabelecer programas de conservação para os corpos hídricos destas bacias.

Entretanto, para um melhor desempenho destes programas de conservação, há a necessidade de um conhecimento mais consistente das inter-relações entre diversos processos físicos, químicos e biológicos que ocorrem no interior de um corpo hídrico. É fundamental saber de que forma estes processos ocorrem, de que dependem, quais os parâmetros hidrológicos que os afetam, quais os parâmetros hidráulicos, como ocorre o processo de dispersão de cargas poluentes lançadas no seu interior e qual a capacidade receptora de cada manancial. Sem respostas para estas perguntas, fica difícil desenvolver qualquer programa de conservação eficiente.

### **2.2.1. Características Físicas da Água**

Quando se trata do uso da água, principalmente nas questões de abastecimento, espera-se que a água seja limpa, sem cor, gosto ou cheiro. Esta é uma condição difícil de ser encontrada na natureza. Rios importantes de uma bacia hidrográfica acabam carregando substâncias que caracterizam suas águas de forma bem diferente. No estado do Amazonas, por exemplo, o rio Negro é um rio com águas muito distantes da condição do “sem cor”. Ao contrário, suas águas são escuras e essa cor é produzida por substâncias dissolvidas. Por outro lado, o rio Amazonas é um rio de águas claras, mas com grande teor de material em suspensão. Na figura 2.2 abaixo, é mostrado o exemplo do encontro das águas, com os rios Amazonas e Negro.



**FIGURA 2.2 - Rio Negro e Amazonas no Encontro das Águas**

Talvez, a principal característica física que se observa na água de um rio ou reservatório diz respeito ao seu material em suspensão. Esta situação é medida através de um disco de Secchi, o qual se mede a turbidez das águas daquele corpo hídrico. A turbidez é medida através da capacidade da luz em penetrar no interior do rio. Quanto maior for a penetração, menor é a turbidez. Assim, conclui-se que a turbidez nada mais é que uma medida da presença de sólidos em suspensão na água.

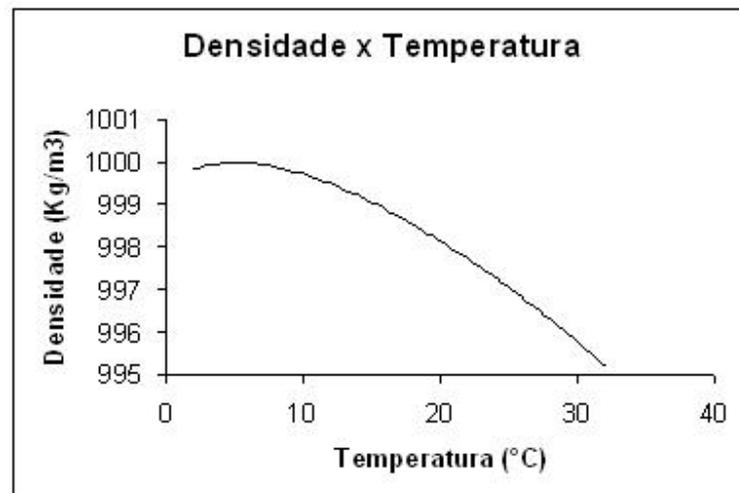
Os sólidos são classificados através do tamanho de seus grãos, de suas características químicas, bem como da distribuição dos seus grãos. Assim, com relação ao tamanho dos grãos, os sólidos podem ser suspensos, depositáveis, colóides ou dissolvidos. A grande diferença entre os sólidos suspensos e os sólidos depositáveis está no fato de que o primeiro não pode ser removido por métodos gravitacionais convencionais, como o processo de decantação, por exemplo.

O odor é naturalmente causado pela presença de matéria orgânica em decomposição ou pela redução de sulfatos ( $\text{SO}_4^{-2}$ ) pelas bactérias para o gás sulfídrico ( $\text{H}_2\text{S}$ ). O decaimento de matéria orgânica pode se acumular no fundo dos corpos d'água, principalmente dos reservatórios, estabelecendo condições favoráveis à reações anaeróbias que produzem gases. As fontes dessa matéria orgânica podem ser de diversas origens.

Uma outra característica da água que desempenha um importante papel nas questões ambientais da mesma é a temperatura. Este parâmetro afeta um importante número de outros parâmetros de qualidade de água. Reações químicas e bioquímicas ocorrem de forma diferente de acordo com a temperatura. Os gases solúveis diminuem enquanto que a solubilidade mineral cresce com o aumento da temperatura. Taxas de respiração e crescimento de organismos aquáticos têm na temperatura um importante parâmetro de controle.

Nos reservatórios, a temperatura desempenha um importante papel. Lagos e reservatórios profundos se caracterizam por uma variação vertical de temperatura, tornando suas águas estratificadas. O desenvolvimento deste processo é determinante na qualidade da água desses corpos hídricos. Assim, a distribuição de temperatura ao longo da profundidade de um reservatório ou de um lago natural pode ser determinante na escolha do método de análise para estudar a qualidade de suas águas.

Além desses fatores, a temperatura é um dos parâmetros que afetam a densidade da água. A figura 2.3 abaixo mostra a evolução na densidade da água pura com a variação da temperatura (Braga *et al*, 2005). A água pura possui sua maior densidade em temperaturas em torno de 4°C.



**FIGURA 2.3 - Variação da Densidade da água com a Temperatura**  
(Fonte: Braga *et al*, 2005)

Finalmente, a cor pode ser outra característica física da água causada por material dissolvido e, na maioria das vezes, é material orgânico. Essa cor pode ser real ou aparente. A cor real é aquela associada ao material dissolvido que influencia na penetração da luz, já a cor aparente é a cor causada pelos reflexos da luz nas partículas em suspensão. Logo, a cor aparente sofre influência direta da turbidez. O tratamento de águas com muita cor é difícil e caro. Um exemplo disto é o caso do tratamento das águas do rio Negro que abastece a cidade de Manaus. Seu custo é alto, tendo em vista a quantidade de produtos químicos utilizados no tratamento.

Como pode ser observado, os principais problemas de qualidade de água, no que diz respeito aos parâmetros físicos, têm sua natureza no material em suspensão que está sendo transportado. Assim, dominar os princípios de transporte em um sistema fluido é fundamental para o entendimento e a solução desta classe de problema.

### 2.2.2. Características Químicas da Água

Como coloca Branco (1991), os parâmetros químicos são os índices mais importantes que caracterizam a qualidade de uma água. Através deles, pode-se relacionar valores que permitem:

- Classificar a água por seu conteúdo mineral, através da composição de seus íons;
- Caracterizar o grau de contaminação e a origem ou natureza dos principais poluentes e seus efeitos;
- Tipificar casos de cargas de picos de concentração de substâncias tóxicas e apontar as principais fontes;
- Avaliar o equilíbrio bioquímico necessário para a manutenção da vida aquática e prever as necessidades de nutrientes tais como compostos de nitrogênio, fósforo, sílica, ferro e co-fatores enzimáticos.

Os padrões legais de uso da água, padrões de potabilidade, de balneabilidade, de irrigação, de efluentes, de classificação de corpos d'água, listam os principais parâmetros químicos a serem avaliados na caracterização de qualidade de água (BRANCO, 1991).

Quando se faz uma análise de água, os principais elementos iônicos que são encontrados são cálcio, magnésio, sódio e potássio, que representam a família dos cátions, enquanto que os bicarbonatos, sulfatos, cloretos e nitratos formam a família dos ânions. Na maioria das vezes, estes elementos químicos são provenientes do contato da água com depósitos minerais. Os mais abundantes são os bicarbonatos, os sulfatos, os cloretos de cálcio, magnésio e sódio.

Por outro lado, os aspectos de qualidade de água podem ser afetados pelo lançamento de substâncias inorgânicas, principalmente metais pesados provenientes das zonas urbanas. Estes materiais recebem uma atenção especial, considerando o seu estado trófico com relação a microrganismos, plantas e animais. Tipicamente, a

presença desses constituintes é devido ao lançamento de efluentes industriais e efluentes urbanos.

No entanto, quando se fala de parâmetros químicos nos processos de análise de qualidade de água de determinado manancial, os nutrientes desempenham um papel fundamental. Suas participações no estado de qualidade de água de um rio natural, ou em um reservatório, ou mesmo em um estuário, são inegáveis. Nos reservatórios, estes elementos são determinantes no processo de eutrofização, um processo de envelhecimento do corpo hídrico.

O nitrogênio é um complexo elemento que pode existir em sete estados de oxidação (Tchobanoglous; Schroeder, 1987). Do ponto de vista de padrão de qualidade, os componentes do nitrogênio podem aparecer como nitrogênio orgânico, amônia, nitrato, nitrito, uréia e nitrogênio gasoso.

Na natureza, o nitrogênio participa de ciclos entre suas formas orgânicas e inorgânicas. As bactérias e as plantas são responsáveis pela produção de proteínas, a partir de várias formas inorgânicas do nitrogênio. Os animais não podem utilizar o nitrogênio diretamente da atmosfera, ou a partir de compostos inorgânicos para produzir proteínas, mas precisam obter nitrogênio na forma orgânica.

Um outro nutriente de importância fundamental no processo de qualidade de água é o fósforo. Este nutriente, responsável pelo crescimento e explosão das algas em águas de reservatórios, é proveniente de descargas de efluentes domésticos e industriais. Devido ao importante papel que o fósforo desempenha nos processos de eutrofização, há uma crescente preocupação com a presença deste nutriente nos lançamentos de efluentes em reservatórios, onde seus efeitos são mais latentes.

Outro importante parâmetro químico determinante na qualidade da água é o Oxigênio Dissolvido (OD). A presença desta substância dissolvida na água é essencial para a manutenção da vida aquática. Tendo em vista a sua importância, o oxigênio dissolvido é o parâmetro mais usado na determinação da qualidade da água em um ambiente aquático qualquer, bem como para determinar o impacto que determinados lançamentos provocam em um rio ou em um lago. Este impacto é, normalmente, medido pela Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), um parâmetro que pode ser

interpretado como sendo a medida da concentração de material oxidável presente em uma amostra de água.

Neste processo, tanto as reações de Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) quanto a Demanda Química de Oxigênio (DQO) ocorrem no ambiente aquático, mas a principal reação que ocorre é a DBO. Esta reação consiste na oxidação de matéria orgânica. Neste caso, o carbono reduzido na matéria orgânica é oxidado para o seu menor estágio de energia,  $\text{CO}_2$ , através de ações metabólicas produzidas por microrganismos, principalmente bactérias (TCHOBANOGLOUS; SCHROEDER, 1987).

Desta forma, a DBO avalia a quantidade de OD (em mg/L), que é consumida pelos organismos aeróbios ao degradarem a matéria orgânica. Como coloca Branco (1991) o teste é realizado à temperatura de  $20^\circ\text{C}$ , durante 5 dias, no escuro, sem fonte externa de OD, com diluição apropriada. Por isso a nomenclatura  $DBO_5^{20}$ .

Do ponto de vista matemático, tanto a DBO como o OD têm sido modelados de forma intensa no processo de avaliação dos aspectos de qualidade de água de um ambiente aquático qualquer, desde os anos 20. Ao longo desses anos, esta metodologia tem sido melhorada e, atualmente, há disponível no mercado, um grande número de modelos comerciais, com ótima capacidade de predição.

Para citar um exemplo, pode-se lembrar o QUAL2E, um modelo desenvolvido pela Agência de Proteção Ambiental Americana (EPA), que tem a capacidade de calcular a distribuição da concentração de Oxigênio Dissolvido e a Demanda Bioquímica de Oxigênio ao longo de um rio natural, a partir de um lançamento qualquer. O programa é capaz de calcular o déficit crítico, bem como a concentração crítica após um lançamento, mostrando assim, as condições ambientais daquele ambiente aquático. Sua concentração varia entre os valores  $14,6\text{mg/L}$  a uma temperatura de  $0^\circ\text{C}$ , até um valor próximo de  $7\text{mg/L}$  a  $30^\circ\text{C}$ . Em águas poluídas, a solubilidade deste gás é menor do que em condições naturais.

Drolc e Koncan (1995) utilizaram o modelo QUAL2E para a modelagem da qualidade das águas do rio SAVA, na Slovênia calibrado e verificado com valores obtidos de medidas de campo durante o verão (vazões baixas). Os autores concluíram que o modelo é confiável para a previsão das concentrações de oxigênio dissolvido no rio em fluxos similares aos medidos na calibração, porém não é aplicável para a

modelagem de oxigênio dissolvido quando as condições hidrológicas são adversas às aquelas usadas na calibração.

Chaudhury *et al* (1997) calibraram e validaram o modelo QUAL2E para Oxigênio Dissolvido no rio Blackstone, nos Estados Unidos, através de dados coletados em 1991. Os autores realizaram a representação física do rio utilizando dados de estudos anteriores. As características do escoamento foram desenvolvidas utilizando a média diária de três estações de calibragem e cinco estações de tratamento de efluentes no rio Blackstone. Os perfis de escoamento foram verificados pelo sucesso do modelo ao simular um parâmetro conservativo, cloreto, e medições de escoamento independentes. A calibração e validação do modelo para Oxigênio Dissolvido envolveram uma série de etapas para simular cada fonte ou dissipador de Oxigênio Dissolvido. Os autores concluíram que o sucesso do QUAL2E foi confirmado pela capacidade do modelo de representar um sistema sob diferentes condições.

Em 2002, McAvoy *et al.* utilizaram o método QUAL2E para prever o impacto causado por poluentes convencionais em rios. Essa aproximação invoca o conceito de zona de impacto, onde o corpo receptor pode ser considerado como sendo um sistema natural de tratamento de águas residuárias. Depois de compararem os resultados com dados obtidos do Rio Balatuin, nas Filipinas, os autores concluíram que o método é apropriado para a avaliação de risco de contaminação de rios que recebem águas residuárias não tratadas.

No trabalho de Sincock *et al* (2003), o modelo de qualidade de água “Simulação de Qualidade ao Longo de Sistemas Fluviais” foi alterado de maneira que um componente de vazão mais preciso foi implantado no modelo já existente. No estudo, os autores analisaram a detectabilidade de alguns parâmetros de qualidade e as incertezas associadas no modelo. Os autores concluíram que a essência do modelo, assim como a performance da calibração e da validação, foram boas. No entanto, alguns parâmetros supostamente importantes associados com as atividades das algas foram completamente insensíveis e não identificados, enquanto outros parâmetros, como nitrificação e sedimentação tiveram valores ótimos iguais a zero ou muito próximos à zero, indicando que esses processos não foram detectados no estudo.

Já Cox (2003) fez uma revisão completa dos modelos mais utilizados para descrever a qualidade da água de sistemas de rios de água limpa. Nos estudos, foi testado o potencial desses modelos com relação ao problema da simulação do Oxigênio Dissolvido em rios de terras baixas. O autor concluiu que nenhum modelo só é capaz de fornecer todas as funcionalidades requeridas. Além disso, todos os modelos possuem suposições e limitações que precisam ser entendidas se interpretações importantes deverão ser feitas. O autor afirma, igualmente que seria injusto colocar um modelo contra o outro em termos de vastas aplicações, mas que um modelo de complexidade intermediária, como o QUASAR, é geralmente sugerido para simular o Oxigênio Dissolvido em sistemas de rios.

Um outro aspecto importante que deve ser colocado, diz respeito aos coeficientes de decaimento da Demanda Bioquímica de Oxigênio e do processo de reaeração. Estes coeficientes, de extrema importância para o processo de modelagem, precisam ser calibrados em função do ambiente aquáticos que está sendo avaliado. Este processo é conhecido como calibração do modelo. Sem um processo de calibração adequado, não é possível ter segurança nos resultados obtidos pelo modelo.

### **2.2.3. Características Biológicas da Água**

Do ponto de vista biológico, a qualidade de água é afetada pela presença excessiva da população aquática de microrganismos. O mais importante impacto que pode ser considerado se relaciona com a transmissão de doenças através de organismos patogênicos veiculados pela água. Outros importantes impactos incluem o desenvolvimento de gosto e odor na água.

Os principais organismos que merecem considerável atenção por parte dos sanitaristas e técnicos que lidam com as questões de tratamento de água são as bactérias, fungos, algas, protozoários, vermes, entre outros. Evidentemente que, a presença excessiva de microrganismos na água é alimentada por uma ação antrópica. Normalmente, isto ocorre pela presença excessiva de nutrientes nos lançamentos de matéria orgânica nos corpos hídricos.

Nos processos de análise de qualidade de água, o principal indicador da presença de bactérias é o grupo Coliforme Total (CT), cuja origem se encontra com mais frequência nas fezes humanas e nas fontes de poluição provenientes do solo, além de fezes de animais de sangue quente. Neste contexto, o grupo Coliforme Fecal (CF) é indicador de organismos provenientes de intestinos humanos e de outros animais. Seu teste deve ser realizado a uma elevada temperatura, 44°C, onde o crescimento de bactérias não fecais é eliminado.

Segundo Thomann (1987), as relações entre coliformes totais e organismos patogênicos não são, de uma maneira geral, consideradas quantitativas. As concentrações de coliformes têm sido usadas para avaliar os aspectos sanitários de qualidade de água. Entretanto, este teste tem sido substituído pelo teste de Coliformes Fecais.

Nos modelos matemáticos é possível realizar o cálculo das concentrações de coliformes fecais para avaliar a qualidade ambiental de um rio urbano, quando sujeito a um lançamento de um efluente municipal.

Neste caso, normalmente faz-se um conjunto de simulações, para diferentes cenários de lançamentos e verifica-se como aquele sistema hídrico receptor se comporta para cada nível de lançamento. Com isso, é possível determinar as condições ideais para o uso daquele corpo hídrico, apresentando subsídios para um melhor aproveitamento de suas águas.

Como pode ser observado, há uma complexa rede de inter-relações entre diferentes elementos presentes na água que estabelecerá as condições qualitativas da água em determinado manancial. Associado a esta rede, existem as condições climáticas, as condições hidrológicas, além das condições hidráulicas do corpo hídrico. Por exemplo, os elementos determinantes no comportamento da qualidade da água em um reservatório não são os mesmos de um rio natural. No primeiro, as reações e processos de decaimento das substâncias não conservativas desempenham o principal papel na evolução da qualidade de água. Já para o caso dos rios naturais, o processo de dispersão, composto pela difusão turbulenta e pelo processo advectivo, desempenha importante papel no estado final da qualidade da água. Ocorre que esses processos estão diretamente relacionados com a capacidade de transporte do rio. Em

outras palavras, o processo de dispersão em um rio natural depende de seus parâmetros hidráulicos. Quanto maior for a vazão, quanto maior for a velocidade do rio, maior será o seu coeficiente de dispersão longitudinal e assim, maior será sua capacidade de assimilação de cargas poluentes.

Como este trabalho deverá tratar de desenvolver uma modelagem *fuzzy* para estudar riscos de contaminação de um rio natural, através de uma formulação baseada nos processos de transporte, será dada ênfase às inter-relações dos parâmetros hidráulicos de um rio e sua capacidade de assimilação de cargas poluentes, levando em conta os aspectos de incertezas presentes em todos os processos de medidas e de monitoramento do rio.

Esta metodologia, com base nos conjuntos dos números *fuzzys*, é uma forma recente de estudar esta classe de problema, mas que tem mostrado grandes perspectivas em sua capacidade de análise. Assim, nas próximas seções, a formulação necessária para este estudo será desenvolvida para ser aplicada em um processo de transporte de um rio natural. A idéia é de criar uma formulação que permita a avaliação dos riscos de contaminação de um rio natural, não somente em um ponto do mesmo, mas sim em toda a extensão que está sendo considerada para o estudo.

### **2.3. Teoria do Processo de Transporte de Massa**

Como foi mencionado antes, o processo de espalhamento de um poluente em um meio aquático qualquer se desenvolve segundo os fundamentos da teoria do transporte de Massa. Seus fundamentos matemáticos estão pautados em dois princípios. O primeiro se refere ao Princípio de Conservação das Massas. Este princípio estabelece que o fluxo de massa que atravessa uma superfície de controle qualquer é igual à variação de massa no interior do volume de controle.

O segundo princípio diz respeito à Lei de Fick para o transporte de massa. Esta lei estabelece que o fluxo de massa entre duas seções quaisquer de um domínio é proporcional ao gradiente de concentração entre estas duas seções. Como se pode verificar, este conjunto de teorias será usado no desenvolvimento das formulações do modelo usado para este estudo.

- Equação da Difusão Advectiva Tridimensional

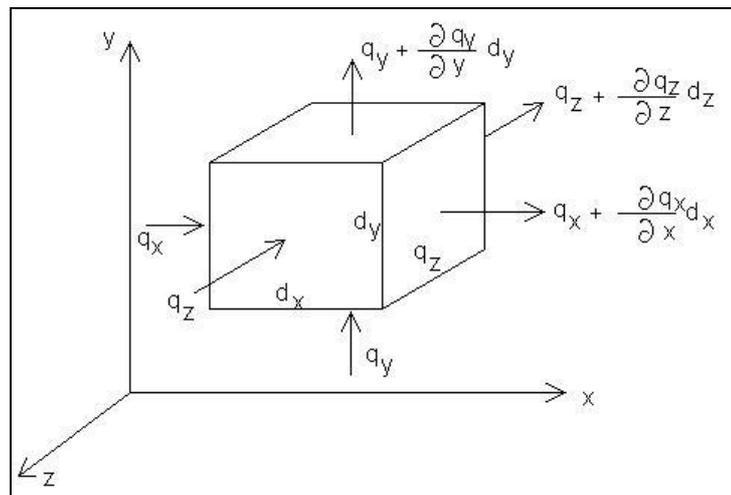
Essa equação é desenvolvida com base na combinação desses dois princípios.

Seja um volume de controle  $\nabla$ , definido como mostrado na figura 2.4. Seja  $\vec{q}$  um vetor fluxo, por unidade de área, definido através de suas componentes ortogonais. Sua representação matemática pode ter a seguinte forma:

$$\vec{q} = q_x i + q_y j + q_z k \quad (2.1)$$

Onde:

$q_x, q_y, q_z$  = componentes do vetor fluxo.



**FIGURA 2.4 - Volume de Controle**

Seja  $\vec{V}$ , ainda, um campo de velocidade do fluido definido por:

$$\vec{V} = u \, i + v \, j + w \, k \quad (2.2)$$

Onde:

$\vec{V}$  = vetor campo de velocidade do fluido

$u, v, w$  = componentes do vetor campo de velocidade nas direções dos eixos das coordenadas.

É importante notar que, qualquer agente poluente lançado a um corpo hídrico qualquer fica sujeito a este campo de velocidade, que será responsável pelo transporte advectivo da massa.

Assim, aplicando o Princípio de Conservação das Massas no volume de controle da figura 2.4, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left( -q_x + q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz + \left( -q_y + q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz + \\ & + \left( -q_z + q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy = -\frac{\partial C}{\partial t} dx dy dz \end{aligned} \quad (2.3)$$

Fazendo as devidas simplificações na equação 2.3, tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

Onde:

$C$  = concentração da substância em análise -  $[M/L^3]$

$x, y, z$  = componentes das coordenadas no domínio considerado

$t$  = tempo -  $[T]$

A equação 2.4 é conhecida como Equação Diferencial da Continuidade e representa a formulação do Princípio de Conservação das Massas. Esta equação também pode ser representada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \quad (2.5)$$

Onde:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (2.6)$$

O  $\vec{\nabla}$  é um vetor operador. Este operador só tem algum sentido quando é aplicado na esquerda de uma grandeza qualquer. Por exemplo,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{q}$  representa a divergência do fluxo  $\vec{q}$ .

Por outro lado, considerando o fato de que a Lei da Conservação das Massas não é suficiente para estabelecer uma formulação que descreva o movimento de uma nuvem poluente em um meio fluido, há a necessidade de aplicar a Segunda Lei de Fick para o transporte de massa. Assim, segundo Fick, o fluxo de massa que atravessa uma determinada seção de um meio fluido qualquer é definido pela relação:

$$\vec{q} = C \cdot \vec{V} - \left( D_x \frac{\partial C}{\partial x} \vec{i} + D_y \frac{\partial C}{\partial y} \vec{j} + D_z \frac{\partial C}{\partial z} \vec{k} \right) \quad (2.7)$$

Onde:

C = concentração da substância no ponto (x,y,z) e no tempo t - [M/L<sup>3</sup>]

$\vec{V}$  = Campo de velocidade - [L/T]

D<sub>x</sub> = Coeficiente de Difusão Molecular na direção x - [L<sup>2</sup>/T]

D<sub>y</sub> = Coeficiente de Difusão Molecular na direção y - [L<sup>2</sup>/T]

D<sub>z</sub> = Coeficiente de Difusão Molecular na direção z - [L<sup>2</sup>/T]

Combinando a equação 2.5 com a equação 2.7, tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.8)$$

Neste desenvolvimento é importante notar que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.9)$$

Pelo Princípio da Conservação das Massas para fluidos incompressíveis.

Se for considerada a hipótese de que o coeficiente de difusão molecular é o mesmo em todas as direções, a equação 2.8 se transforma em:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (C \cdot \vec{V}) = D \nabla^2 C \quad (2.10)$$

Onde:

O  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  é conhecido como operador Laplaciano. É

importante notar que, ao contrário do operador  $\vec{\nabla}$ , que é um operador vetorial, este é um operador escalar.

A equação 2.8 ou 2.10 representa um processo de difusão advectiva em um meio aquático qualquer que se desloca com uma velocidade  $\vec{V}$ . É importante notar que esta equação descreve o efeito combinado de dois processos independentes. O segundo termo do primeiro membro descreve um processo advectivo, enquanto que o termo do segundo membro descreve o processo difusivo.

Se a substância considerada for não conservativa, há a necessidade de se introduzir na equação 2.10, o termo que representa o decaimento de primeira ordem da substância. Assim, equação se transforma em:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (C \cdot \vec{V}) = D \nabla^2 C - KC \pm L(t) \quad (2.11)$$

Onde:

K= coeficiente de decaimento – [T<sup>-1</sup>]

L = Fonte ou sumidouro

A equação 2.11 representa um processo combinado em várias etapas onde, além do processo advectivo e difusivo, aparecem agora termos que descrevem o decaimento de primeira ordem e as várias reações que ocasionalmente possam ocorrer no processo de dispersão.

Para aplicar a equação 2.11 em rios, algumas considerações devem ser levadas em conta. A primeira, em respeito ao campo de velocidade, onde normalmente a componente longitudinal predomina sobre as outras duas. A segunda, diz respeito ao processo de difusão molecular. Como se sabe, em rios, o campo de velocidade não é bem comportado. Ao contrário, ele é composto de flutuações conhecidas com o nome de turbulência. Neste caso, campos turbulentos apresentam algumas dificuldades no seu processo de formulação.

Turbulência é um processo físico onde o campo de velocidade de um fluido qualquer apresenta flutuações aleatórias sobrepostas sobre a velocidade média. Este elemento atua diretamente no processo de transporte do poluente, provocando uma maior velocidade na sua dispersão. Estudos mostram que a escala de grandeza do coeficiente de difusão turbulenta é bem maior do que a escala do coeficiente de difusão molecular. Isso explica porque os rios com grandes velocidades possuem uma maior capacidade de dispersão de poluentes do que rios com baixa velocidade, onde os efeitos de turbulência são bem menores.

As dificuldades que surgem nos sistemas turbulentos estão relacionadas com a forma de modelar seus efeitos. Este processo continua sendo estudado por vários cientistas sem que uma formulação conclusiva possa ser estabelecida.

Aplicando os atuais métodos de formulação de um campo turbulento, onde qualquer elemento deste campo pode ser representado por uma soma da média temporal desta grandeza mais uma flutuação em torno da média, e, considerando a velocidade como sendo a média em uma seção qualquer do corpo hídrico, a equação 2.11 pode se transformar em:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( A \cdot E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - KC \pm L(t) \quad (2.12)$$

Onde:

$U$  = velocidade média do fluido na direção  $x$  - [L/T]

$A$  = área da seção - [L<sup>2</sup>]

$E_x$  = coeficiente de difusão longitudinal na direção  $x$  - [L<sup>2</sup>/T]

É importante observar que as componentes dos campos de velocidade nas direções transversais e verticais foram desprezadas. Também foram desprezados os coeficientes de dispersão nas direções  $y$  e  $z$ .

Uma outra observação que deve ser colocada diz respeito ao coeficiente de dispersão longitudinal. Este coeficiente tem sido determinado a partir de formulações empíricas e é, normalmente, função dos parâmetros hidrológicos da bacia como também dos parâmetros hidráulicos do canal principal. Em outras palavras, o valor de  $E_x$  está diretamente ligado às características do canal, sendo necessário, portanto, na aplicação da equação 2.12, que se desenvolva um processo de calibração deste parâmetro.

A equação 2.12 é uma equação diferencial parcial de segunda ordem linear. Sua solução analítica só pode ser obtida em casos especiais com significativas simplificações. Ainda assim, estas soluções dependem da natureza das condições de contorno e das condições iniciais.

Para situações mais complexas, onde o estudo exige uma descrição mais precisa do processo físico, há a necessidade de se usar, no processo de solução, métodos aproximados. Esses métodos têm sido usados nos modelos matemáticos com resultados muito próximos das soluções analíticas. Desta forma, pode-se dizer que, com o auxílio das ferramentas computacionais e com a disponibilidade dos esquemas numéricos, a aplicação de modelos mais sofisticados tem se tornado uma realidade em todos os campos da ciência. Atualmente, muitos são os métodos numéricos que têm sido testados na busca de uma solução para a equação 2.12.

#### **2.4. Teoria *Fuzzy* e suas aplicações**

Os problemas de engenharia podem ser estudados de forma determinística em que os elementos de análise não contêm características aleatórias, e de forma estocástica quando os elementos de análise contêm características aleatórias. Neste caso, são incluídas nos processos de análise as incertezas contidas nos dados medidos, nas soluções dos modelos, nas formulações, bem como nos resultados encontrados através dos programas computacionais.

Para resolver os problemas de incertezas, os pesquisadores e engenheiros lançam mão dos modelos estocásticos, com base na teoria probabilística. Esta teoria possui todos os elementos necessários para permitir que a Análise de Riscos em engenharia possa ser desenvolvida e que as incertezas possam ser avaliadas. Por outro lado, os métodos probabilísticos exigem, em suas aplicações, uma base de dados consistente, que nem sempre se encontra disponível nos problemas relacionados com a qualidade de água.

Nos anos 60, surgiu uma nova teoria desenvolvida por Zadeh que tinha como principal objetivo suprir as deficiências de outra teoria na análise de problemas que apresentam dificuldades para serem modelados através de teorias convencionais. Esta teoria, conhecida como Teoria *Fuzzy*, teve seu campo de aplicação restrito, no começo, apenas à Engenharia Elétrica, tendo em vista que o cientista Zadeh investigava esta classe de problemas.

Hoje, a Teoria *Fuzzy* tem seu campo de aplicação definida para todas as áreas da Engenharia que tratam com problemas de análise de risco. De fato, os modelos *fuzzy* estão sendo aplicados nos problemas relacionados com recursos hídricos, notadamente nas questões pertinentes à análise quantitativa, sendo uma alternativa aos modelos probabilísticos. Sua aceitação tem sido positiva, considerando os resultados que estão sendo encontrados, sem a necessidade de grandes bases de dados.

Atualmente, esta teoria está começando a ser usada também nos problemas de qualidade de água, onde as imprecisões provenientes de medições e observações podem ser incorporadas nos modelos ecológicos, de modo a ter uma análise mais completa na teoria de risco de degradação ambiental pertinente aos corpos d'água. Como será mostrado, nesta teoria apenas um intervalo e um grau de maior confiança nos dados de entrada são necessários. Assim, esta teoria pode ser usada sempre que o banco de dados for restrito para uma aplicação da Teoria Probabilística.

Com o objetivo de se entender melhor como a Teoria *Fuzzy* pode ser aplicada, é importante fazer uma breve apresentação de seus principais conceitos e de suas principais operações.

Segundo Ganoulis (1994), a idéia central da Teoria *Fuzzy* é baseada em uma função conhecida como função de pertinência que representa, numericamente, o grau através do qual um elemento pertence a uma classe ou a um conjunto. Como se sabe, na Álgebra Booleana, uma distinção abrupta ocorre entre o que é verdadeiro ou falso. Em outras palavras, ou um elemento é membro de uma classe e o valor de sua função de pertinência é igual a 1 ou o elemento não é membro desta classe e o valor da função é 0 (zero). Não há, portanto, valores intermediários entre estes dois valores. Entretanto, em muitos conceitos usados na engenharia, esta forma de análise não corresponde à realidade. Há, na verdade, outros graus de pertinência que poderão ser incorporados a determinados parâmetros para descrever a sua relação com determinada classe. Ou seja, diferente da Álgebra Booleana, na Teoria *Fuzzy*, a função de pertinência deixa de ser um conjunto formado pelos valores 0 (zero) ou 1, para ser formada pelo intervalo  $[0,1]$ .

É interessante observar que, considerando que a transição entre ser membro ou não membro de uma classe ocorre de forma gradual, esta teoria incorpora o conceito de “vago” aos métodos de análise, de extrema importância na avaliação de incertezas. A seguir, serão apresentados, de sua maneira formal, os conceitos e operações desta teoria.

Seja  $X = \{x\}$  um conjunto de objetos representado por  $x$ . Assim, um conjunto *fuzzy*  $\tilde{A}$  em  $x$  é caracterizado através de uma função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ , a qual expressa uma compatibilidade de cada objeto em  $x$  com um número no intervalo de  $[0,1]$ . O valor de  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é conhecido como grau de pertinência de  $X$  em  $\tilde{A}$ . Formalmente isto pode ser dito em formulação matemática como segue:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\} \quad (2.13)$$

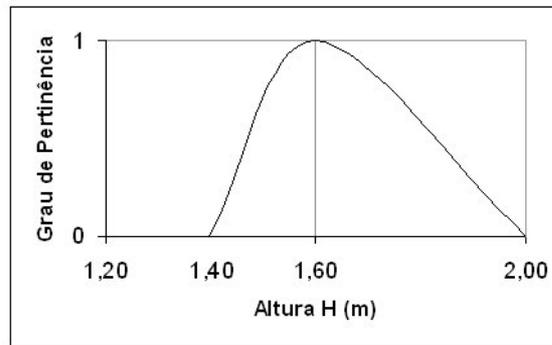
Onde:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \text{grau de pertinência de } x \text{ no conjunto } \tilde{A}$$

É importante observar que este conceito de função de pertinência tem uma semelhança aparente com as funções de densidade de probabilidades. Entretanto, deve ficar claro que do ponto de vista matemático, esses dois conceitos são completamente diferentes. Enquanto que as funções de densidade de probabilidades descrevem uma distribuição de probabilidade, as funções de pertinência descrevem uma situação vaga nas informações.

Seja  $H$  o conjunto das alturas das pessoas em um auditório. Dependendo da posição geográfica deste auditório, a média das alturas varia entre 1,50m e 1,80m. Se este auditório estiver em Fortaleza, provavelmente a altura média será de 1,60m. Isto quer dizer que, as pessoas que estão nesse auditório formam um conjunto  $H$  que deve variar entre 1,40m e 2,00m. Certamente que o maior número coincidente com as alturas deste conjunto devem se aproximar de 1,60m. Assim, em uma representação *fuzzy*, as alturas próximas a 1,60m teriam um grau de pertinência próximo de 1, como mostra a figura 2.5, enquanto que os valores das alturas 1,40m e 2,00m representariam valores com grau de pertinência nulo. Por outro lado, os valores das alturas entre 1,60m e 1,40m e entre 1,60m e 2,00m representariam valores com grau de pertinência em uma

escala de 0 (zero) a 1. Neste exemplo, está clara a presença de uma informação vaga, correspondente à distribuição das alturas, o que mostra a verdadeira natureza da Teoria *Fuzzy*.



**FIGURA 2.5 - Representação *Fuzzy* das alturas**

Do ponto de vista matemático, sejam  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  dois conjuntos difusos definidos no intervalo  $X$ . A união e interseção desses conjuntos são definidas como segue (GANOULIS,1994):

$$\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subseteq X \quad \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.14)$$

$$\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subseteq X \quad \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.15)$$

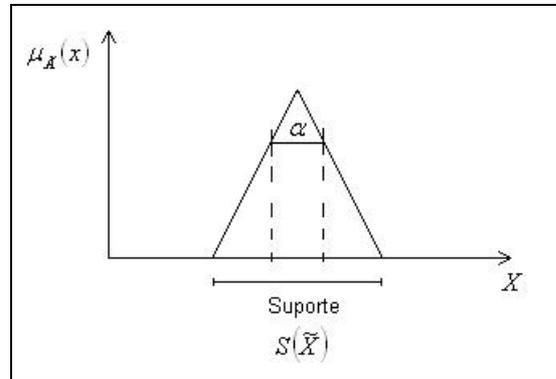
Define-se um conjunto de grau  $\alpha$  como sendo:

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.16)$$

Em outras palavras, o conjunto de grau  $\alpha$  de  $A$  consiste de todos os elementos de  $X$  cujo grau de pertinência é maior ou igual a  $\alpha$ , como mostra a figura 2.6. Define-se Suporte de um número *fuzzy*  $\tilde{X}$  como sendo a expressão definida por:

$$S(\tilde{X}) = \{x : \mu_{\tilde{X}}(x) > 0\} \quad (2.17)$$

O suporte está igualmente representado pela figura 2.6.



**FIGURA 2.6 - Representação do Grau de um Conjunto e do Suporte**

(Fonte: Ganoulis, 1994)

Tendo em vista que os modelos *Fuzzys* de transporte de poluentes pressupõem o cálculo das equações diferenciais em diferentes níveis de pertinência, a partir de funções de pertinência que representam condições de contorno e condições iniciais, há necessidade de se desenvolver o Princípio de Extensão dos números *fuzzys*. Este princípio consiste em ser um método que computa funções de pertinência de um conjunto *fuzzy* que são funções de outros conjuntos *fuzzys*. Matematicamente, este princípio pode ser formulado como segue (GANOULIS, 1995).

Seja  $x$  e  $y$  dois números reais e  $f$  uma função bijetora de  $x$  a  $y$ , tal que:

$$f = x \rightarrow y \quad \forall x \in X, y = f(x), y \in Y \quad (2.18)$$

Onde a função  $f$  é determinística e pode ser estendida a uma situação *fuzzy* de acordo com a definição abaixo:

Seja  $\tilde{X}$  um conjunto *fuzzy* em  $x$  com função de pertinência  $\mu_{\tilde{X}}(x)$ . A imagem de  $\tilde{X}$  em  $Y$  é o conjunto *fuzzy*  $\tilde{Y}$ , onde os membros da função em questão são dados pelo princípio da extensão como é mostrado a seguir:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \begin{cases} \sup\{\mu_{\tilde{X}}(x); y = f(x), x \in X, y \in Y\} \\ 0 \text{ de outra forma} \end{cases} \quad (2.19)$$

Este princípio será de fundamental importância no processo de solução das equações de transporte de massa onde são calculadas as funções de pertinência das concentrações, ao longo do canal, para diferentes tempos.

Define-se as operações entre números *fuzzys* através das relações (Ganoulis, 1995)

- Adição

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (2.20)$$

- Subtração

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \quad (2.21)$$

- Multiplicação

$$\tilde{A} * \tilde{B} = \left[ \min(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_1, a_3 * b_3), a_2 * b_2, \max(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_1, a_3 * b_3) \right] \quad (2.22)$$

- Divisão

$$\frac{\tilde{A}}{\tilde{B}} = \left[ \min\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3}\right), \frac{a_2}{b_2}, \max\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3}\right) \right] \quad (2.23)$$

Onde:

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$$

$$\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$$

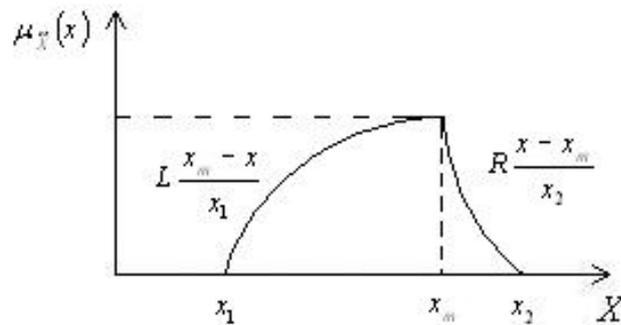
$\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  são números *fuzzys* triangulares.

Uma outra representação muito comum nos números *fuzzys* é o que se chama de L–R. Neste caso, as funções de pertinência de um número *fuzzy* podem ser descritas matematicamente através de duas funções, como mostra a figura 2.7. Assim:

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} L \frac{x_m - x}{x_1} & x \leq x_m & x_1 > 0 \\ R \frac{x - x_m}{x_2} & x > x_m & x_2 > 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Onde:

$x_m$  = número com maior grau de pertinência



**FIGURA 2.7 - Representação L-R dos Números Fuzzy**

(Fonte: Ganoulis, 1995)

Como pode ser observado, a Teoria *Fuzzy* representa um campo da matemática com propriedades próprias e com amplas condições de serem aplicadas nos mais diversos campos da ciência. Desta forma, esta teoria será aplicada neste trabalho para avaliar campos de concentração em um ambiente aquático sujeito a lançamentos de efluentes.

Evidentemente que esta teoria está começando a ser aplicada nos problemas pertinentes à qualidade da água no auxílio da modelagem ecológica. Muitas questões ainda se encontram sem uma resposta completa. Entretanto, com o desenvolvimento deste campo da matemática, certamente que esta teoria representará uma importante ferramenta na busca de respostas para problemas de poluição ambiental. Por outro lado, deve ficar claro que a Teoria Probabilística não está sendo abandonada ou trocada por outra teoria. Apenas a Teoria *Fuzzy* aparece com uma alternativa para se estudar análise de risco em engenharia. Alguns recentes trabalhos pertinentes a estas teorias são apresentados a seguir.

Ahmad *et al.* (2001), desenvolveram testes estatísticos com base em modelos estocásticos para estudar previsões de qualidade de água em rios. Os autores estabeleceram alguns métodos comparativos que permitiram concluir que modelos desazonalizados que utilizam a Série de Fourier são mais adequados na previsão dos parâmetros de qualidade de água de rios.

Suzuki (1993), apresenta um trabalho onde são apresentadas as bases analíticas dos conjuntos dos números difusos. A idéia central apresentada é de introduzir a notação de conjuntos consensuais e variáveis subjetivas, que se

assemelham a um determinado evento e às variáveis aleatórias, respectivamente, no campo da teoria probabilística. Esta semelhança, segundo o autor, é uma consequência natural, considerando o fato de que um dos mais importantes objetivos da teoria dos conjuntos difusos é de apresentar um método de análise e medida de incerteza, como ocorre com a teoria probabilística.

Dubois e Prade, (1998), apresentam um trabalho onde uma introdução de notações de conjuntos *fuzzys* é discutida como uma ferramenta para modelar sistemas com contornos flexíveis. Os autores formalizam, à luz desta teoria, os conceitos de similaridade, preferência e incerteza, mostrando, assim, que cada uma destas semânticas conduz a uma classe de aplicações.

Mauris *et. al.* (2001), discutem o uso a teoria *fuzzy* como uma medida de incerteza. Os autores propõem uma metodologia, onde a teoria *fuzzy* consiste de uma representação de medidas através de uma família de intervalos de confiança empilhados uns sobre os outros, em que de fato, representa, segundo os autores, a fronteira superior de uma distribuição de probabilidades consistente com esses intervalos de confiança. Segundo os autores, para simplificar a propagação de incertezas *fuzzys*, uma distribuição de possibilidade parametrizada que aproxime a distribuição original é proposta e comparada com estudos probabilísticos.

No campo da Engenharia Ambiental, a aplicação desta teoria tem crescido nos últimos anos, onde incertezas, presentes em parâmetros ambientais, têm sido analisadas. Nesta linha de investigação, Ganoulis *et. al* (1995), apresentam um trabalho onde a Teoria *Fuzzy* é aplicada para avaliar incertezas no processo de modelagem de sistema ecológicos. Neste trabalho, os autores propõem uma metodologia onde a solução da Equação da Difusão Advectiva é obtida na sua forma *fuzzy*. Os autores usam o Princípio da Extensão *Fuzzy* para calcular os vários níveis de pertinências da concentração, ao longo de um determinado sistema hídrico, definindo uma técnica de determinar as funções de pertinências para a concentração em cada seção de um corpo hídrico. Esta metodologia foi aplicada, com bastante sucesso nas áreas costeiras da Grécia.

Dou *et. al.* (1997), aplicaram a Teoria *Fuzzy* para simular o transporte de poluente em lençóis subterrâneos. Os autores resolveram a Equação da Difusão

Advectiva, em uma dimensão, com o objetivo de avaliar as funções de pertinências da concentração ao longo de um trecho do aquífero. Para estudo, o coeficiente de dispersão longitudinal e a velocidade foram considerados como parâmetros *fuzzys*. Os resultados mostram a capacidade da modelagem *fuzzy* na avaliação das incertezas presentes nos modelos de transporte de poluentes.

Silvert (2000), usou a Teoria *Fuzzy* para índices pertinentes às condições ambientais. O autor tratou de formalizar alguns indicadores sob o ponto de vista *fuzzy*, tentando usar estes indicadores para classificar a qualidade ambiental sob intenso uso, avaliando seus impactos sociais, econômicos e biológicos neste meio.

Mpimpas *et al.* (2001), aplicaram a Teoria *Fuzzy* no Golfo Thermaikos, na Grecia, para modelar a poluição de suas águas, através de parâmetros *fuzzys*. Neste caso, os coeficientes físico-químicos e os lançamentos de efluentes foram apresentados na forma de funções de pertinências triangulares. Um modelo bidimensional foi usado para simular o campo de velocidade do Golfo em estudo. A solução do modelo foi realizada através do Método dos Elementos Finitos. A distribuição das concentrações das variáveis de qualidade de água foi apresentada na forma de funções de pertinências.

## **2.5. Análise de Riscos *Fuzzy***

Um dos problemas em que a Teoria *Fuzzy* pode ser usada, relacionada com a qualidade da água, pode ser definido como a investigação do risco de degradação em um ambiente aquático qualquer, quando sujeito a lançamento de efluente nas suas águas. Neste caso, a Teoria *Fuzzy* permite o desenvolvimento de uma metodologia capaz de calcular o risco de contaminação para todo o ambiente aquático em substituição à Teoria Probabilística. A grande vantagem é que nesta nova abordagem, o banco de dados necessário é bem menor, com resultados igualmente significantes aos obtidos através de métodos probabilísticos.

O fundamental nesta metodologia é definir com razoável precisão os níveis de qualidade ambiental para cada tipo de uso. Assim, uma água que está poluída para abastecimento pode não estar poluída para recreação. Do ponto de vista de análise de

risco, o exemplo do abastecimento tem risco igual a 1, enquanto que no caso da recreação, o risco pode ser 0 (zero). Desta forma, conclui-se que a análise de risco é uma técnica de se avaliar risco que depende sistematicamente das definições e níveis de qualidade no uso do corpo hídrico receptor.

Neste sentido, Ru e Eloff (1996), apresentam uma metodologia, com base na Teoria *Fuzzy*, para desenvolver um modelo de análise de risco em um ambiente computacional. Segundo os autores, esta teoria mostrou-se muito cheia de sucessos em vários campos de análise onde foi testada, principalmente na área comercial.

Chongfu (2002) calculou o risco *fuzzy*, a partir de um campo de arroz, na Huarong, China, para estimar alternativas agrícolas. O risco calculado através desta metodologia proposta é, segundo o autor, um caso particular entre probabilidades imprecisas, chamada de distribuição de possibilidade-probabilidade. Os resultados mostraram a capacidade do uso da Teoria *Fuzzy* no cálculo e análise de risco.

Para entender melhor esta metodologia, suponha que, em um sistema aquático qualquer seja definida a concentração padrão  $\phi_m$ , que é a máxima concentração permitida de uma determinada substância sem que este corpo seja considerado poluído. Neste caso, qualquer lançamento  $\lambda$  que produza no corpo hídrico uma concentração C maior que  $\phi_m$ , implica em um ambiente aquático poluído para aquele uso.

Numa situação como esta, dois quadros podem ocorrer. No primeiro, C é menor que  $\phi_m$ . Neste caso, o sistema opera em garantia, ou seja, não há risco de poluição. Diz-se, então, que o risco de falha é 0 (zero). O segundo quadro ocorre quando C é maior que  $\phi_m$ . Neste caso, o sistema falha para aquele tipo de uso e o risco de falha é igual a 1. Este conceito será utilizado para avaliar o risco e a garantia em um sistema aquático qualquer sujeito a lançamentos de efluentes.

Para formular a Teoria de Risco *Fuzzy*, é necessário estabelecer os limites de resistência de um determinado meio aquático. Esses limites precisam ser apresentados de forma *fuzzy* ou em forma de função de pertinência. Neste trabalho será aplicada uma metodologia para o cálculo do risco *fuzzy*, proposta por GANOULIS (1994)

Seja um sistema aquático com uma resistência definida através de uma função de pertinência representada por  $\tilde{\Omega}$  e seja  $\tilde{\lambda}$  a função de pertinência que caracteriza um lançamento. Em outras palavras,  $\tilde{\lambda}$  representa a resposta do sistema a um determinado lançamento. Nestas condições, define-se a função marginal de segurança como sendo:

$$\tilde{\beta} = \tilde{\Omega} - \tilde{\lambda} \quad (2.25)$$

É importante notar que  $\tilde{\Omega}$  e  $\tilde{\lambda}$  são funções de pertinência e  $\tilde{\beta}$  também é uma função de pertinência. Nessas condições, duas situações podem ocorrer. Se  $\tilde{\beta}$  for menor que zero, implica que o lançamento produziu concentrações maiores do que as concentrações permitidas. Isto indica que o sistema falhou e o risco é igual a 1. Se, por outro lado,  $\tilde{\beta}$  for igual ou maior que zero, isto implica que o sistema trabalha com segurança e o risco é 0 (zero). Nestas condições, define-se o índice de confiabilidade *fuzzy* ou a confiabilidade *fuzzy* como sendo a relação:

$$R_C = \frac{\int_{z>0} \mu_{\tilde{\beta}}(\beta) d\beta}{\int_z \mu_{\tilde{\beta}}(\beta) d\beta} \quad (2.26)$$

Onde:

$R_C$  = índice de confiabilidade *fuzzy* ou a confiabilidade *fuzzy*

$Z$  = conjunto dos reais

Define-se, igualmente, o risco *fuzzy* ou índice de falha *fuzzy* como sendo:

$$R_R = \frac{\int \mu_{\tilde{\beta}}(\beta) d\beta}{\int_{z<0} \mu_{\tilde{\beta}}(\beta) d\beta} \quad (2.27)$$

Onde:

$R_R$  = risco *fuzzy* ou índice de falha *fuzzy*

$Z$  = conjunto dos reais

Estas formulações servirão para calcular o risco e a garantia de um sistema aquático sujeito a lançamentos de efluentes.

### 3. METODOLOGIA

Esta pesquisa trata do estudo da qualidade de água em rios naturais, sob o ponto de vista de vários cenários de lançamentos de substâncias poluentes. Para tal, está sendo empregado um conjunto de formulações, com base nos Processos de Transporte, aplicados em sistemas aquáticos, conjuntamente com a Teoria *Fuzzy*, que será empregada para avaliar o Risco e a Garantia *Fuzzy* do referido sistema aquático sofrer um processo de degradação.

Assim, considerando que este estudo limita seu campo de aplicação a um rio natural, alguns parâmetros hidráulicos, que atuam diretamente na capacidade de transporte e de diluição do referido corpo hídrico, serão discutidos. Serão também definidas as técnicas de aplicação das teorias que estão compondo o modelo matemático em desenvolvimento, bem como as condições de contorno e condições iniciais que serão usadas.

Um programa computacional, em linguagem Fortran 90, será desenvolvido para calcular o comportamento do campo de concentração, juntamente com os campos de risco e da garantia *fuzzy*. Com isso, a metodologia proposta é composta de um modelo matemático, com base na aplicação da Teoria *Fuzzy* nos Modelos de Transporte de Poluentes para determinar o comportamento de funções de pertinências para a concentração, em função dos parâmetros hidráulicos do referido corpo hídrico. Para tal, serão apresentadas, neste capítulo as bases do modelo em desenvolvimento.

### 3.1. Modelo de Transporte de Poluentes

A formulação usada para o calculo do campo de concentração foi desenvolvida no capítulo anterior. Para o caso de sua aplicação em rios naturais, onde é considerada, apenas, a dispersão na direção longitudinal, onde a velocidade longitudinal do rio é considerado a média na seção, pode ser definida por (JAMES, 1993):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AE \frac{\partial C}{\partial x} \right) - KC + S_D \quad (3.1)$$

Onde,

C = concentração da substância ao longo do canal, em kg/m<sup>3</sup>;

U = velocidade ao longo do canal, em m/s;

A = área da seção transversal do canal, em m<sup>2</sup>;

E = coeficiente de dispersão longitudinal, em m<sup>2</sup>/s;

K = coeficiente de decaimento da substância, em T<sup>-1</sup>;

S<sub>D</sub> = lançamento distribuído ao longo do canal.

As condições de contorno são:

$$C(0,t) = C(t) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(L,t) = 0 \quad (3.3)$$

As condições iniciais são:

$$C(x,0) = C(x) \quad (3.4)$$

Desenvolvendo a equação 3.1, tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \left[ AE \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial E}{\partial x} \right] - KC + S_D \quad (3.5)$$

Agrupando os termos da equação anterior, tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC + S_D \quad (3.6)$$

Colocando o termo  $\frac{\partial C}{\partial x}$  em evidência, resulta em:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left[ U - \frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x} \right] \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC + S_D \quad (3.7)$$

Fazendo  $\Theta = \left[ U - \frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x} \right]$ , a equação 3.7 pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \Theta \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC + S_D \quad (3.8)$$

A equação 3.8 representa a equação diferencial parcial que será usada no modelo para determinar o campo de concentração, em sua forma determinística. Evidentemente que para o cálculo do Risco e da Garantia, a equação 3.8 terá que ser transformada em um modelo *fuzzy*, onde as concentrações que serão calculadas terão a forma de funções de pertinências.

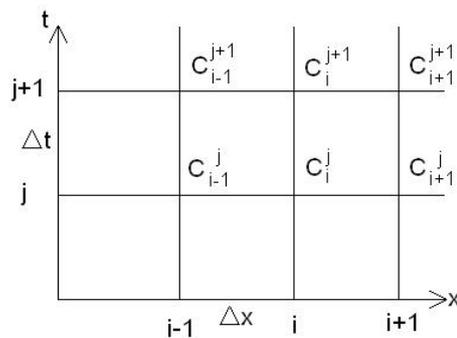
Estudos realizados nesta equação, com condições de contorno e condições iniciais simples mostram que sua solução representa uma função matemática que descreve uma Distribuição Gaussiana, com média  $Ut$  e com variância igual a  $\sigma^2 = 2Et$ . Em outras palavras, o tempo de residência de uma substância poluente, em um corpo hídrico, faz com que a área atingida pela nuvem poluente aumente mesmo que o pico de concentração se reduza. Neste caso, pode-se dizer que quanto menor for a velocidade, maior será a participação da difusão turbulenta no processo de dispersão.

### 3.1.1. Solução Numérica do Modelo de Transporte

Considerando que a equação 3.8 é uma equação diferencial parcial linear de segunda ordem, o esquema numérico, baseado no Método das Diferenças Finitas, está sendo proposto para resolver a equação de transporte. Para este trabalho utilizou-se o

esquema de Crank-Nicolson, em sua forma implícita. A razão para tal escolha baseia-se no fato de que este tipo de discretização garante a estabilidade numérica no processo de solução (ANDERSON *et al.*, 1984).

A determinação da concentração é baseada em um esquema discretizado que representa o domínio de solução do modelo. Seu desenvolvimento consiste em determinar variáveis de controle, no tempo  $j+1$  em função de valores conhecidos no tempo  $j$ . Em outras palavras, este esquema numérico admite que as funções nos pontos  $(i-1, j)$ ,  $(i, j)$  e  $(i+1, j)$  são conhecidos e serão usados para determinar as funções nos pontos  $(i-1, j+1)$ ,  $(i, j+1)$ ,  $(i+1, j+1)$ , que são desconhecidos, de acordo com a figura 3.1, (CHAGAS, 2005).



**FIGURA 3.1 - Esquema implícito para solução da equação da difusão advecção**

Desta forma, discretizando a equação 3.8, seguindo um processo implícito, a derivada parcial de  $C$  com relação a  $t$  é aproximada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t} \quad (3.9)$$

A derivada parcial de  $C$  com relação a  $x$  é aproximada por:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{i+1}^{j+1} - C_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} + \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2\Delta x} \right] \quad (3.10)$$

O termo  $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$  é aproximado pela expressão:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{i+1}^{j+1} - 2C_i^{j+1} + C_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} + \frac{C_{i+1}^j - 2C_i^j + C_{i-1}^j}{\Delta x^2} \right] \quad (3.11)$$

O termo do Decaimento é aproximado por:

$$KC = KC_i^j \quad (3.12)$$

Como  $\Theta = U - \frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x}$ , tem-se:

$$U = U_i^{j+1} \quad (3.13)$$

$$E = E_i^{j+1} \quad (3.14)$$

$$A = A_i^{j+1} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{A_{i+1}^{j+1} - A_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{E_{i+1}^{j+1} - E_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \quad (3.17)$$

Após a substituição das derivadas parciais pelos termos aproximados na equação 3.8, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t} + \Theta_i^{j+1} \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{i+1}^{j+1} - C_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} + \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2\Delta x} \right] = \\ \frac{E_i^{j+1}}{2} \left[ \frac{C_{i+1}^{j+1} - 2C_i^{j+1} + C_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} + \frac{C_{i+1}^j - 2C_i^j + C_{i-1}^j}{\Delta x^2} \right] - KC_i^j + S_D \end{aligned} \quad (3.18)$$

Simplificando a equação tem-se:

$$C_i^{j+1} - C_i^j + \Theta_i^{j+1} \frac{\Delta t}{4\Delta x} [C_{i+1}^{j+1} - C_{i-1}^{j+1} + C_{i+1}^j - C_{i-1}^j] =$$

$$E_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x^2} [C_{i+1}^{j+1} - 2C_i^{j+1} + C_{i-1}^{j+1} + C_{i+1}^j - 2C_i^j + C_{i-1}^j] + \Delta t S_D - \Delta t K C_i^j \quad (3.19)$$

Agora fazendo  $\Gamma = \Theta_i^{j+1} \frac{\Delta t}{4\Delta x}$  e  $\Phi = E_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x^2}$ , obtém-se:

$$C_i^{j+1} + \Gamma(C_{i+1}^{j+1} - C_{i-1}^{j+1}) - \Phi(C_{i+1}^{j+1} - 2C_i^{j+1} + C_{i-1}^{j+1}) =$$

$$C_i^j - \Gamma(C_{i+1}^j - C_{i-1}^j) + \Phi(C_{i+1}^j - 2C_i^j + C_{i-1}^j) - \Delta t K C_i^j + \Delta t S_D \quad (3.20)$$

Colocando os termos da concentração em evidência, tem-se:

$$(-\Gamma - \Phi)C_{i-1}^{j+1} + (1 + 2\Phi)C_i^{j+1} + (\Gamma - \Phi)C_{i+1}^{j+1} =$$

$$(\Gamma + \Phi)C_{i-1}^j + (1 - 2\Phi - \Delta t K)C_i^j + (-\Gamma + \Phi)C_{i+1}^j + \Delta t S_D \quad (3.21)$$

Ou, finalmente, na forma matricial, a equação 3.21 pode ser escrita:

$$\varepsilon C_{i-1}^{j+1} + \tau C_i^{j+1} + \lambda C_{i+1}^{j+1} = \theta \quad (3.22)$$

Onde:

$$\theta = \alpha C_{i-1}^j + \beta C_i^j + \gamma C_{i+1}^j + \Delta t S_D \quad (3.23)$$

$$\alpha = \Gamma + \Phi \quad (3.24)$$

$$\beta = 1 - 2\Phi - \Delta t K \quad (3.25)$$

$$\gamma = -\Gamma + \Phi \quad (3.26)$$

$$\varepsilon = -\alpha \quad (3.27)$$

$$\tau = 1 + 2\Phi \quad (3.28)$$

$$\lambda = -\gamma \quad (3.29)$$

$$\Gamma = \Theta_i^{j+1} \frac{\Delta t}{4\Delta x} \quad (3.30)$$

$$\Phi = E_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x^2} \quad (3.31)$$

$$\Theta_i^{j+1} = U_i^{j+1} - \frac{E_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_i^{j+1} - \left( \frac{\partial E}{\partial x} \right)_i^{j+1} \quad (3.32)$$

Na forma matricial a equação discretizada fica:

$$[\Pi][C] = [\theta] \quad (3.33)$$

Para resolver o sistema basta colocar:

$$[C] = [\theta][\Pi]^{-1}$$

### 3.2. Formulação *Fuzzy* do Modelo de Transporte

Os modelos de qualidade de água podem ser representados por funções determinísticas, por funções estocásticas ou por funções de pertinência. No primeiro caso, busca-se uma equação que é capaz de avaliar o valor da concentração em um ponto (x,y,z) e no tempo  $t$ . Este resultado depende, principalmente, das condições de lançamento e das condições hidráulicas, hidrológicas e hidrodinâmicas do sistema hídrico. Neste caso, os dados de entrada são medidos e não têm qualquer característica aleatória. Em conseqüência, para este tipo de modelagem, não há como se fazer uma análise do risco ambiental para este sistema hídrico.

Agora, se o campo de concentração e a capacidade de assimilação do corpo hídrico puderem ser representadas por distribuições de probabilidade, com seus parâmetros físicos bem definidos, as incertezas presentes no processo físico poderão ser analisadas. Essa é metodologia estocástica adotada com bastante freqüência para

avaliar as variabilidades das características estudadas e o risco ambiental, para qualquer sistema hídrico, (CHAGAS, 2005).

Por outro lado, os modelos estocásticos têm o grande inconveniente de exigir um considerável banco de dados para que sua eficiência seja sustentável. Para contornar este inconveniente, neste estudo utilizou-se uma metodologia baseada na Teoria *Fuzzy*.

A formulação *fuzzy* que foi desenvolvida para esta pesquisa utiliza a concentração lançada e a capacidade de assimilação do corpo hídrico como números *fuzzy*, representados por funções de pertinência, com valores definidos no intervalo [0,1].

Para desenvolver a modelagem *fuzzy* há a necessidade de reescrever a Equação do Transporte de Massa na sua forma *fuzzy*. Isto é feito transformando cada variável de controle em uma variável *fuzzy*. Por exemplo, a concentração de poluente, calculada através da equação 3.1, deixa de ser uma simples função do domínio dos números reais e passa a ser uma concentração vinculada a um evento qualquer com um determinado grau de pertinência  $h$ . Assim, o cálculo desta função, em cada seção de um rio, deixa de ser de um valor único, para ser um conjunto de valores *fuzzys* representando uma função de pertinência. Sua representação matemática pode ser descrita por:

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{E} \tilde{A} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} \right) \pm \tilde{K} \tilde{C} + \tilde{S}_D \quad (3.34)$$

Onde:

$\tilde{A}$  = função de pertinência para a área transversal

$\tilde{C}$  = função de pertinência para a concentração

$\tilde{U}$  = função de pertinência para o campo de velocidade longitudinal

$\tilde{E}$  = função de pertinência para o coeficiente de dispersão longitudinal

$\tilde{K}$  = função de pertinência para o decaimento

$\tilde{S}_D$  = função de pertinência para o lançamento difuso

O modelo se completa com as condições de contorno e condições iniciais:

- Condição de contorno para concentração

$$\tilde{C} = \tilde{C}_0(t) \text{ em } x=0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} = \tilde{C}_1(L) \text{ em } x=L \quad (3.36)$$

- Condição inicial para concentração

$$\tilde{C} = \tilde{C}_0(x) \text{ em } t=0 \quad (3.37)$$

Ainda no processo de modelagem com relação aos parâmetros pertinentes aos processos de transporte, pode-se definir o coeficiente de dispersão pela relação:

$$\tilde{E} = 0,05937 \frac{\tilde{U}\tilde{A}}{\tilde{S}_0 B} \quad (3.38)$$

Onde:

$\tilde{S}_0$  = declividade *fuzzy* do fundo do rio

B = largura do rio

Esta transformação faz com que a solução da Equação de Transporte assumira uma nova representação matemática. Nesta fase, o Método das Diferenças Finitas transforma a equação 3.34 na seguinte equação matricial,

$$\varepsilon C(h)_{i-1}^{j+1} + \tau.C(h)_i^{j+1} + \lambda.C(h)_{i+1}^{j+1} = \theta(h) \quad (3.39)$$

Onde,

$$\theta(h) = \alpha.C(h)_{i-1}^j + \beta.C(h)_i^j + \gamma.C(h)_{i+1}^j + \Delta t S_D(h) \quad (3.40)$$

$$\alpha(h) = \Gamma(h) + \Phi(h) \quad (3.41)$$

$$\beta(h) = 1 - 2\Phi(h) - \Delta t K(h) \quad (3.42)$$

$$\gamma(h) = -\Gamma(h) + \Phi(h) \quad (3.43)$$

$$\varepsilon(h) = -\alpha(h) \quad (3.44)$$

$$\tau(h) = 1 + 2\Phi(h) \quad (3.45)$$

$$\lambda(h) = -\gamma(h) \quad (3.46)$$

$$\Gamma(h) = \Theta(h)_i^{j+1} \frac{\Delta t}{4\Delta x} \quad (3.47)$$

$$\Phi(h) = E(h)_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x^2} \quad (3.48)$$

$$\Theta(h)_i^{j+1} = U(h)_i^{j+1} - \frac{E(h)_i^{j+1}}{A(h)_i^{j+1}} \left( \frac{\partial A(h)}{\partial x} \right)_i^{j+1} - \left( \frac{\partial E(h)}{\partial x} \right)_i^{j+1} \quad (3.49)$$

Na forma matricial a equação discretizada fica:

$$[\Pi(h)][C(h)] = [\theta(h)] \quad (3.50)$$

Onde  $h$  representa o nível de pertinência dos parâmetros usados no modelo, bem como do campo de concentração, ao longo do rio.

A solução deste conjunto de equações permite determinar as variáveis dependentes na forma de funções de pertinências. Essas funções são calculadas ao longo de trechos do rio para diferentes tempos. Em outras palavras, há uma função de pertinência para a concentração, para cada seção do rio, como função do tempo. Isto implica dizer que o modelo permite o acompanhamento da evolução do comportamento de uma nuvem poluente ao longo do rio, para diferentes instantes, como será mostrada na seção dos resultados.

### 3.3. Análise de Risco

A metodologia usada para calcular o risco e a garantia *fuzzy* exige uma comparação entre duas funções de pertinências. Uma representará a resposta que um ambiente aquático dará a um determinado nível de lançamento. Esta função será determinada através da solução do modelo matemático definido anteriormente. A outra função será uma representação *fuzzy* dos níveis de tolerância exigida pelos órgãos governamentais responsáveis pelo controle ambiental daquele corpo hídrico.

Esta função de pertinência representa, em suas características *fuzzy*, os limites máximos para as principais substâncias presentes nas diversas modalidades de lançamentos de esgotos, ou em um processo de drenagem de bacias com alto nível de atividades agrícolas. Esta função de pertinência é chamada de resistência e, uma vez definida, permite que o risco seja calculado.

Assim, segundo Ganoulis (1994), seja  $\tilde{R}$  a função de pertinência de resistência representando os limites máximos de concentrações permitidos para determinados usos, em um sistema hídrico qualquer. Seja  $\tilde{C}$  a função de pertinência de concentração calculada através do modelo matemático proposto neste estudo, e que

representa a resposta do sistema receptor ao lançamento de determinadas substâncias.

A margem de segurança,  $\tilde{M}$ , deste corpo hídrico, definida no capítulo de fundamentação teórica, pode ser representada pela diferença entre a função de pertinência da resistência  $\tilde{R}$ , e a função de pertinência da concentração calculada  $\tilde{C}$  que representa a resposta aos possíveis lançamentos de cargas poluentes neste corpo hídrico.

O índice de falha *fuzzy* é então definido como sendo (Chagas, 2005):

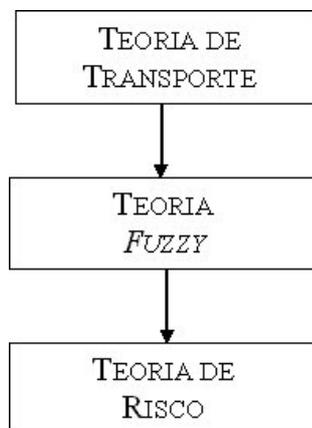
$$R_R = \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (3.51)$$

Enquanto que o índice de confiabilidade *fuzzy* é definido por:

$$R_c = \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (3.52)$$

É importante observar que tanto  $R_R$  como  $R_c$  são funções reais definidas no intervalo de  $[0,1]$  e dependem, fundamentalmente, dos parâmetros hidráulicos / hidrológicos, da natureza, da capacidade de escoamento do canal, além do tempo.

A figura 3.2 abaixo sintetiza o conjunto de teorias que estão sendo usadas neste estudo.



**FIGURA 3.2 - Teorias utilizadas no estudo**

### 3.4. Composição das Funções de Pertinência

A composição das funções de pertinência foi feita através da distribuição *fuzzy* triangular a partir da arbitragem dos valores mínimo, médio e máximo para as variáveis consideradas. Esses números *fuzzy* triangulares foram determinados de acordo com a faixa de variação mais encontrada na literatura para rios naturais. Entretanto, esses limites foram arbitrados de acordo com os objetivos das simulações.

Assim, essas funções triangulares podem ser formuladas como segue,

$$\tilde{\mu}_K = \frac{k - k_L}{k_m - k_L}, \text{ para } k_L \leq k \leq k_m \quad (3.53)$$

$$\tilde{\mu}_K = \frac{k - k_u}{k_m - k_u}, \text{ para } k_m \leq k \leq k_u \quad (3.54)$$

Onde  $k_L$  e  $k_u$  representam os valores do parâmetro com menor grau de pertinência, enquanto que  $k_m$  representa o valor do parâmetros com o maior grau de pertinência. Nesta pesquisa, serão montadas funções de pertinências para a velocidade, coeficiente de dispersão longitudinal e para o decaimento da substância que será tomada como referência para as simulações. Também serão consideradas funções de pertinências para as condições iniciais e condições de contorno que comporão o modelo. Desta forma, as formulações que complementarão o modelo matemático para rios são,

- Condições de contorno de montante para a vazão;

$$\tilde{Q}(0,t) = \tilde{Q}(t), \text{ com } \tilde{Q}(t) = (0,75Q; Q; 1,25Q) \quad (3.55)$$

- Condições de contorno de jusante para a vazão;

$$\frac{\partial \tilde{Q}(L,t)}{\partial t} = 0 \quad (3.56)$$

- Condições de iniciais para a vazão;

$$\tilde{Q}(x,t) = \tilde{Q}_0, \text{ com } \tilde{Q}_0 = (0,75Q_0; Q_0; 1,25Q_0) \quad (3.57)$$

- Condições de contorno de montante para a concentração;

$$\tilde{C}(0,t) = \tilde{C}(t), \text{ com } \tilde{C}_0 = (0,75C(t); C(t); 1,25C(t)) \quad (3.58)$$

- Condições de contorno de jusante para a concentração;

$$\frac{\partial \tilde{C}(L,t)}{\partial t} = 0 \quad (3.59)$$

- Condições iniciais para a concentração;

$$\tilde{C}(x,0) = C_0, \text{ com } \tilde{C}_0 = (0,75C_0; C_0; 1,25C_0) \quad (3.60)$$

Para o caso da dispersão longitudinal aplicada em rios, há uma discussão séria sobre como determinar seu valor. Muitos são os estudos que têm sido realizados na tentativa de se ter um valor que corresponda à capacidade de dispersão em um rio. Estes estudos têm apontado para uma relação entre os parâmetros hidráulicos do rio. Assim, fica caracterizado que cada rio terá seu coeficiente de dispersão longitudinal.

Em seu trabalho, Kashefipour (2002), mostrou algumas formulações interessantes para tratar deste parâmetro. O que se sabe é que, segundo Fischer (1979), um estudo analítico deste parâmetro representa um considerável desafio para os pesquisadores. Por isso, muitas das formulações disponíveis na literatura têm suas origens em metodologias empíricas. Entretanto, essas formulações têm produzido resultados importantes na formulação da maioria dos trabalhos de modelagem de qualidade de água em rios e estuários. Neste trabalho será aplicada uma formulação usada quando o Número de Froude é menor do que 0,5, definida através da relação (FISCHER, 1979),

$$\tilde{E} = 0,05937 \frac{\tilde{Q}}{S_0 B}, \text{ onde } \tilde{E} = (E_l; E_m; E_u) \quad (3.61)$$

Onde os parâmetros desta formulação já foram definidos anteriormente.

### 3.5. Modelos de DBO e OD

Para avaliar a capacidade da formulação *fuzzy* proposta, uma aplicação da mesma foi realizada para estudar o balanço de Oxigênio Dissolvido em um corpo hídrico. O Modelo usado para a Demanda Bioquímica de Oxigênio e para o Oxigênio Dissolvido foi definido através das equações abaixo.

- DBO

$$\frac{\partial \tilde{L}(h)}{\partial t} + \tilde{U}(h) \frac{\partial \tilde{L}(h)}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}(h)} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{A}(h) \tilde{E}(h) \frac{\partial \tilde{L}(h)}{\partial x}) - \tilde{K}_R(h) \tilde{L}(h) + \tilde{S}_D(h) \quad (3.62)$$

- OD

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{C}(h)}{\partial t} + \tilde{U}(h) \frac{\partial \tilde{C}(h)}{\partial x} = & \frac{1}{\tilde{A}(h)} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{A}(h) \tilde{E}(h) \frac{\partial \tilde{C}(h)}{\partial x}) \\ & - \tilde{K}_R(h) \tilde{L}(h) + \tilde{K}_A(\tilde{C}_S(h) - \tilde{C}(h)) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Onde:

$\tilde{L}$  = concentração *fuzzy* da DBO, em mg/l

$\tilde{K}_r$  = coeficiente *fuzzy* de desoxigenação, em T<sup>-1</sup>

$\tilde{K}_a$  = coeficiente *fuzzy* de reaeração, em T<sup>-1</sup>

$\tilde{C}$  = concentração *fuzzy* de OD, em mg/l

$\tilde{C}_s$  = concentração *fuzzy* de saturação do Oxigênio

A concentração de saturação ( $C_S$ ) do Oxigênio Dissolvido pode ser calculada através da expressão, THOMANN (1986):

$$C_s = \exp(z) \quad (3.64)$$

onde  $z$  é definido por,

$$z = -139,34411 + \frac{1,575701 * 10^5}{T} - \frac{6,642308 * 10^7}{T^2} + \frac{1,2438 * 10^{10}}{T^3} - \frac{8,621949 * 10^{11}}{T^4} \quad (3.65)$$

Onde:

$T$  = temperatura da água, em graus Kelvin.

Neste conjunto de equações, os parâmetros são definidos em forma de funções de pertinências e as concentrações de DBO e de OD são calculadas, também, como funções de pertinências. Nesta pesquisa, este conjunto de formulações será aplicado para avaliar a capacidade da Teoria *Fuzzy* na determinação do risco hidroambiental, considerando diferentes lançamentos de efluentes domésticos, com sua concentração de DBO. O objetivo é verificar o risco de desoxigenação em um corpo hídrico que recebe uma carga de DBO proveniente destes esgotamentos sanitários.

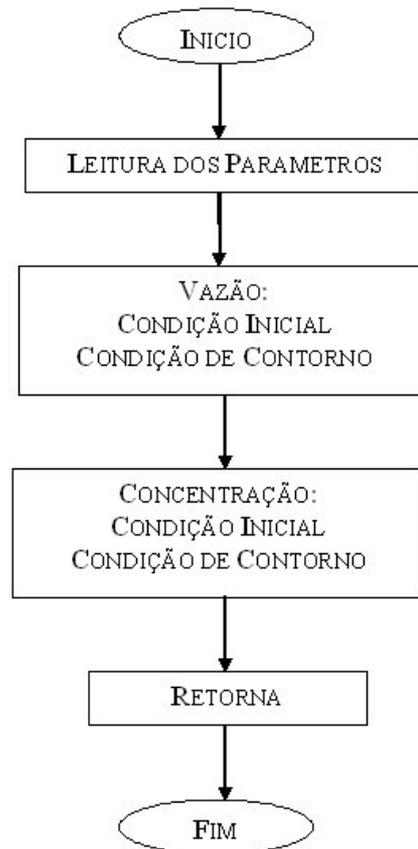
### 3.6. Estrutura Computacional do Modelo

Para resolver as equações pertinentes ao modelo, um programa computacional foi desenvolvido, em linguagem Fortran 90, que permite que algumas simulações possam ser realizadas. Este programa avalia o risco de contaminação em rios através da aplicação da Teoria *Fuzzy* nos modelos de transporte de poluentes. O programa é formado por seis sub-rotinas com funções bem definidas para cada uma.

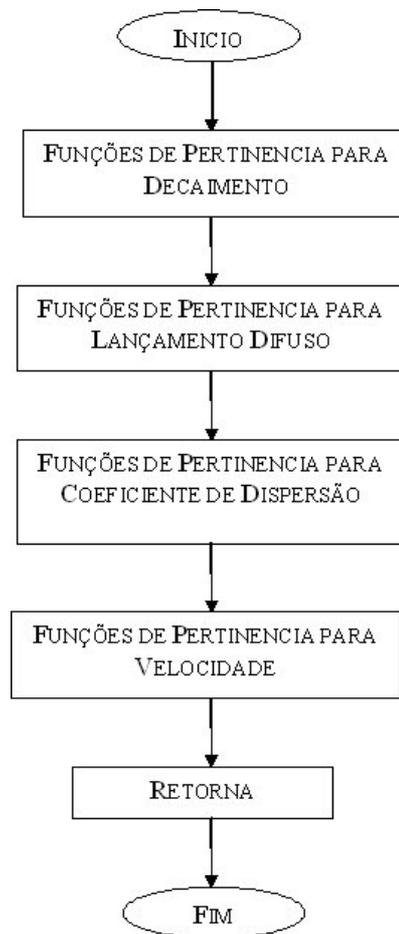
A primeira sub-rotina (figura 3.3) é responsável pela leitura dos dados de entrada, onde foram definidos parâmetros relacionados com o tempo e comprimento do canal, além das funções de pertinência da declividade de fundo, do número de Manning, do lançamento difuso, etc. Nessa etapa, também foram feitos os ajustes das condições iniciais e de contorno para a vazão e concentração que servem de base para as demais fases do programa.

A segunda sub-rotina (figura 3.4) calcula as funções de pertinências para os parâmetros *fuzzys* que serão usados modelo matemático *fuzzy*. Essas funções servirão

de base para o cálculo das funções de pertinências do campo de concentração ao longo do rio e para diferentes intervalos de tempo.

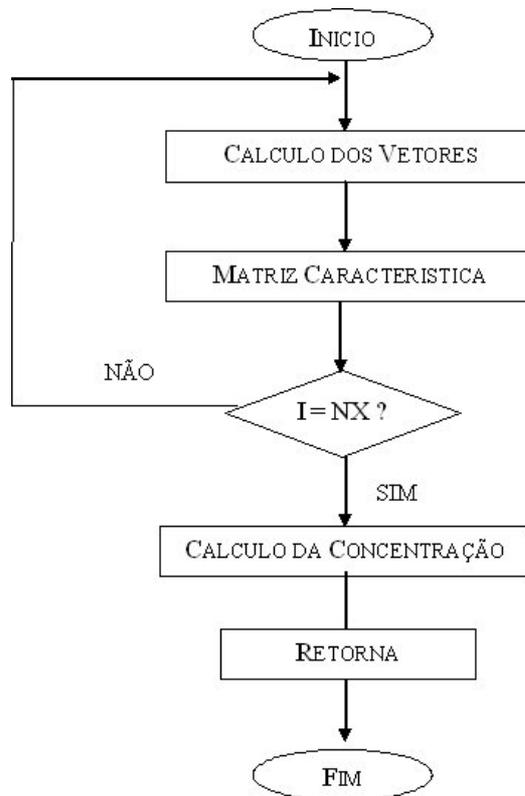


**FIGURA 3.3 - Primeira sub-rotina: leitura de dados de entrada**



**FIGURA 3.4 - Segunda sub-rotina: cálculo das funções de pertinência**

A terceira sub-rotina (figura 3.5) que compõe o programa calcula o campo de concentração em sua forma *fuzzy*. Esta sub-rotina é a base fundamental para a obtenção dos resultados da pesquisa, pois é nesta fase que se calcula o impacto que um determinado lançamento causa em um corpo hídrico. Associado a esta sub-rotina, existe uma outra que se encarrega de calcular as equações matriciais do modelo. Esta sub-rotina tem como função inverter a matriz dos coeficientes das equações lineares definidas pela equação 3.50.



**FIGURA 3.5 - Terceira sub-rotina: cálculo das equações matriciais e das concentrações**

Finalmente, desenvolveu-se uma nova sub-rotina (figura 3.6) com o objetivo de avaliar o risco de contaminação para cada cenário simulado. Nesta seção do programa é realizado o cálculo do risco e da garantia *fuzzy* para cada cenário de lançamento. Para a parte de impressão, escreveu-se uma última sub-rotina que é responsável por toda à parte de saída dos resultados.

O fluxograma mostrado na figura 3.7 representa o modelo computacional criado para o estudo em questão.

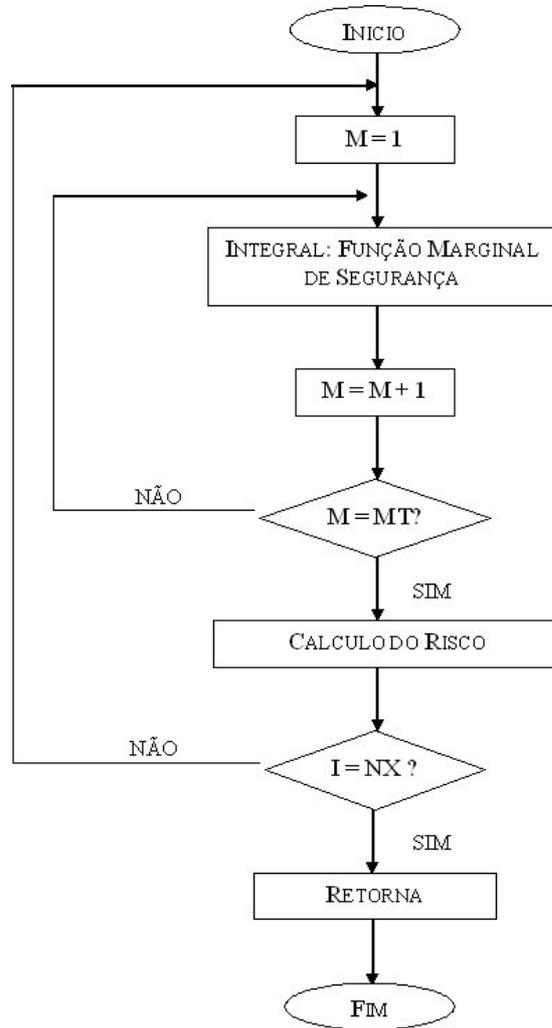


FIGURA 3.6 - Quarta sub-rotina: cálculo do risco de contaminação

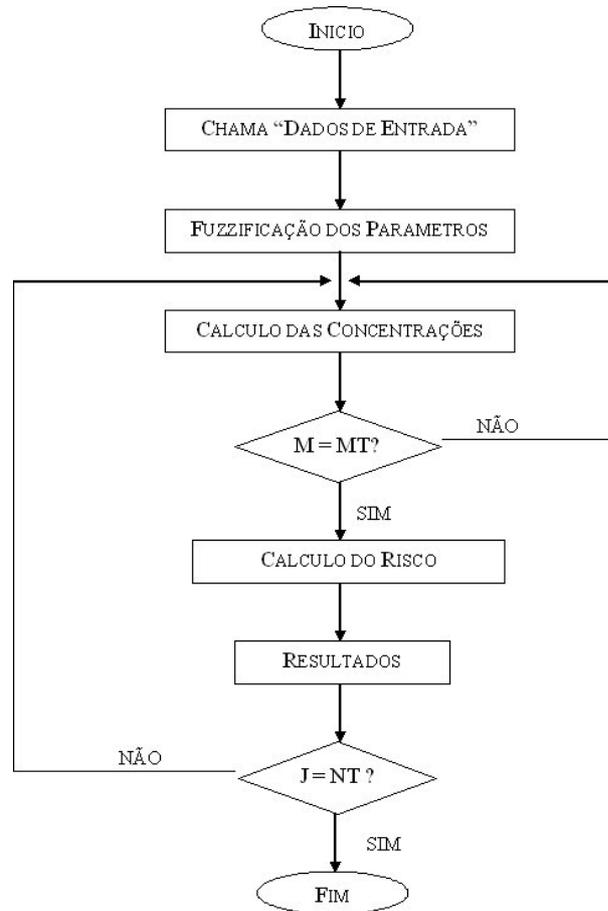


FIGURA 3.7 - Estrutura do programa computacional criado para o estudo

### 3.7. Dados das Características dos Rios

Para as simulações dos diversos cenários, foi proposto um canal retangular de largura 50 m, com comprimento correspondente ao campo de observação de 50 km. Para a rugosidade, foi utilizado valor de 0,01. Outro parâmetro utilizado foi a declividade de fundo do canal. Seu valor foi considerado como sendo de 0.0001.

Com relação à aplicação deste modelo, foram utilizados dados de alguns rios dos Estados Unidos para se fazer uma avaliação do risco de contaminação considerando diferentes padrões hidrológicos.

Na Tabela 1, têm-se os rios utilizados para as simulações em questão. Em seguida faz-se uma descrição desses rios (CHAPRA, 1997).

Tabela 1 - Rios dos Estados Unidos usados para algumas simulações

Rio	Profundidade (m)	Largura (m)	Declividade	Velocidade	Vazão (m <sup>3</sup> /s)	Dispersão (10 <sup>5</sup> cm <sup>2</sup> /s)	Rugosidade
MISSOURI	2,70	200	0,00021	1,55	837,0	150,00	0,0190
SABINE	3,40	116	0,00013	0,61	254,6	49,30	0,0420
CLINCH, TENNESSEE	1,68	53	0,00054	0,70	74,5	3,83	0,0470
JOHN DAY	1,53	30	0,00239	0,92	41,8	3,95	0,0700
NOOKSACK	0,76	64	0,00979	0,67	32,6	3,50	0,1200
BAYOU ANACOCO	0,93	32	0,00050	0,37	10,9	3,60	0,0580

- Rio Missouri

Com seus 4130km de comprimento, o rio Missouri é o rio mais longo dos Estados Unidos e o sistema formado pelos rios Missouri-Mississippi é o quarto rio mais longo do mundo. A bacia hidrográfica deste rio cobre um sexto da América do Norte, cortando os estados do Colorado, Iowa, Kansas, Minnesota, Missouri, Montana, Nebraska, North Dakota, South Dakota, Wyoming e parte do Canadá. O Rio Missouri abriga um dos ecossistemas mais diversos da América do Norte.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 200m

Declividade: 0,00021

Vazão: 837,0 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,0190

- Rio Sabine

O rio Sabine possui cerca de 925Km de comprimento, cortando os estados do Texas e Louisiana, nos Estados Unidos.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 116m

Declividade: 0,00013

Vazão: 254,6 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,0420

- Rio Clinch

O rio Clinch está situado no estado do Tennessee e se forma nas montanhas do Appalachian, no sul da Virgínia, Estados Unidos. A bacia hidrográfica do rio Clinch abriga diversas espécies de peixes, plantas, pássaros, mamíferos e insetos. Este rio possui grande importância econômica para as comunidades abastecidas por ele.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 53m

Declividade: 0,00054

Vazão: 74,5 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,0470

- Rio John Day

O John Day, protegido por leis federais, é considerado o rio mais extenso navegável de Oregon, sendo o segundo maior rio americano sem barramento. Este rio corta vales vulcânicos, canyons e precipícios basálticos, razão de sua declividade acentuada. Além disso, é um rio semi-desértico, atravessando regiões de poucas árvores.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 30m

Declividade: 0,00239

Vazão: 41,8 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,0700

- Rio Nooksack

Localizado em Washington, este rio está igualmente localizado em regiões de grandes canyons, possuindo declividade acentuada.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 64m

Declividade: 0,00979

Vazão: 32,6 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,1200

- Rio Bayou

Localiza-se no estado de Louisiana, nos Estados Unidos.

Os dados considerados para as simulações foram:

Largura: 32m

Declividade: 0,00050

Vazão: 10,9 m<sup>3</sup>/s

Rugosidade: 0,0580

#### 4. RESULTADOS

O estudo estabeleceu um processo metodológico que permitisse a introdução da Teoria *Fuzzy* nos modelos de transporte para avaliar seu desempenho nos problemas hidroambientais. Para tal, foram realizadas algumas simulações com a ajuda de um programa computacional desenvolvido para esta pesquisa, tendo como base um sistema hídrico formado por um rio ou canal.

As simulações se deram em uma seqüência ordenada, onde foi inicialmente verificado de que forma os modelos *fuzzy* de transporte se comportariam na avaliação das concentrações de poluentes em um rio para alguns cenários de lançamento. Em seguida, esta teoria foi aplicada a alguns rios americanos para verificar de que forma um mesmo lançamento pode impactar rios com diferentes bases hidrológicas.

Finalmente, realizou-se a avaliação do risco *fuzzy* e da garantia *fuzzy* para testar de que forma os modelos *fuzzys* se comportam em problemas de transiente hidráulicos. Os resultados serão apresentados abaixo.

Como dados do rio para a primeira fase de simulações, foram considerados uma declividade de 0,0001, um coeficiente de rugosidade de 0,001, uma largura de 50m e um trecho de estudo de 50Km

A figura 4.1 representa a distribuição da concentração de uma substância ao longo do rio para 2, 4 e 6 horas de observação. Esta concentração representa aquela com maior grau de pertinência para um lançamento pontual de uma carga de 20 vezes a existente no rio, lançada à 10Km da origem.

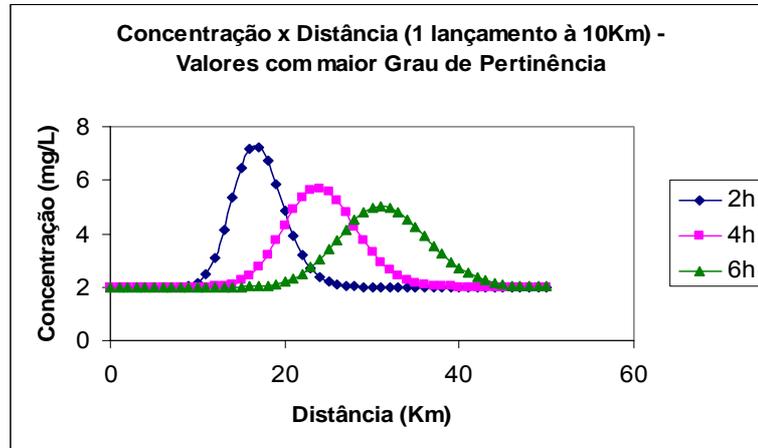


FIGURA 4.1 - Concentração x Distância (1 lançamento à 10Km) - Valores com maior GP

Como pode ser observado através da figura, os resultados mostram o processo de advecção e difusão, sendo o primeiro representado pelo deslocamento do centro de gravidade rio abaixo, enquanto que o segundo é representado pelo desvio da nuvem poluente em relação à seu centro de gravidade. Este resultado está inteiramente de acordo com a solução analítica da equação da difusão advectiva.

A figura 4.2 mostra a distribuição das concentrações com diferentes graus de pertinência ao longo do rio. Através da mesma, pode-se observar o aspecto dinâmico dessas funções. Em outras palavras, percebe-se que, para cada seção do rio, sob o efeito deste lançamento, existe uma função de pertinência diferente.

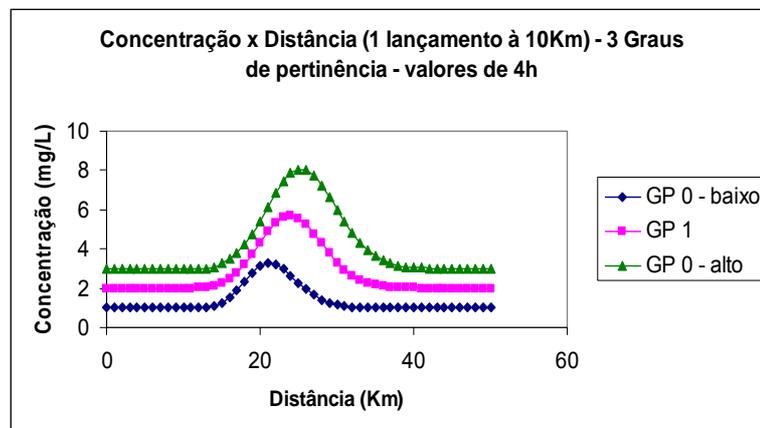


FIGURA 4.2 - Concentração x Distância (1 lançamento à 10Km) - 3 GP - Valores em 4h

A figura 4.3 mostra as funções de pertinência em uma seção à 10Km para diferentes tempos. Neste caso, percebe-se que essas funções se deslocam de acordo com a passagem de uma nuvem poluente. Por exemplo, no início ( $t = 0$ ), a função de pertinência está bem à direita. Já 2 horas depois ( $t = 2h$ ), a função se desloca para a esquerda e em  $t = 4$  e  $t = 6h$ , a função de pertinência se desloca um pouco mais para a esquerda, mas nesse caso, os gráficos são coincidentes. Isto é explicado pelo fato de que após 4 horas não há mais nenhum efeito da nuvem poluente à 10Km.

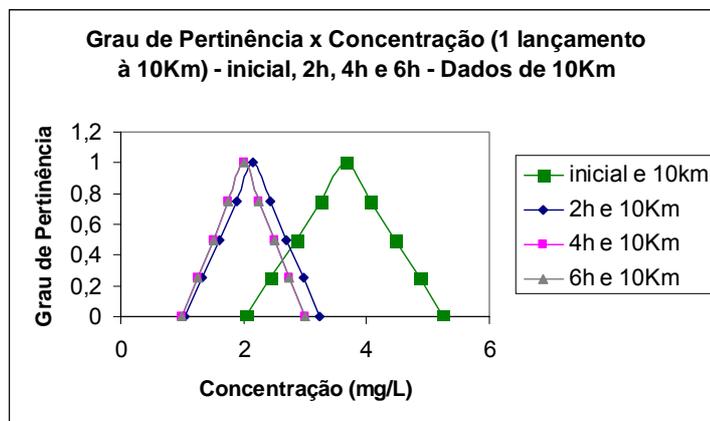


FIGURA 4.3 - GP x Concentração (1 lançamento à 10Km) – 0, 2, 4 e 6h - Valores à 10Km

As figuras 4.4 e 4.5 mostram os resultados obtidos para um cenário de dois lançamentos, sendo o primeiro à 10Km da origem e o segundo à 15Km. Através destas figuras é possível perceber a capacidade de previsão da Teoria *Fuzzy* nas suas aplicações no campo da engenharia.

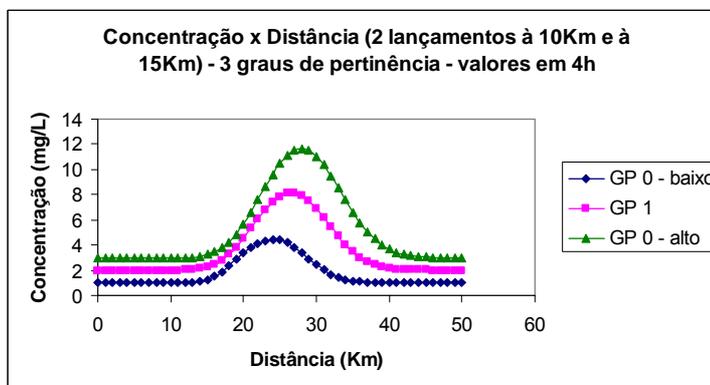


FIGURA 4.4 - Concentração x Distância (2 LPSD) - 3 GP - Valores em 4h

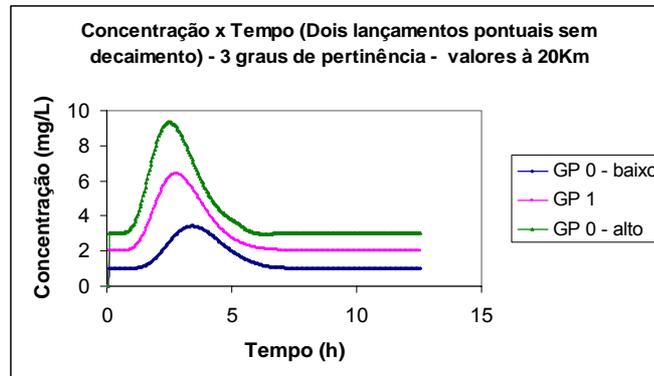


FIGURA 4.5 - Concentração x Tempo (2 LPSD) - 3 GP - Valores à 20Km

As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram as funções de pertinência para o lançamento de uma substância na origem com decaimento. A figura 4.6 apresenta as funções de pertinência em diferentes tempos. Neste caso, contrariando a figura 4.3, o deslocamento da função de pertinência é para a direita, se estabilizando depois, quando as concentrações atingem seu estado de permanência. Os resultados mostram ainda, que o efeito da dispersão em suas características *fuzzy* faz com que o valor da concentração superior com menor grau de pertinência se afaste do valor da concentração com grau de pertinência 1, provocando assim, uma assimetria na figura. Este resultado é mostrado claramente na figura 4.8.

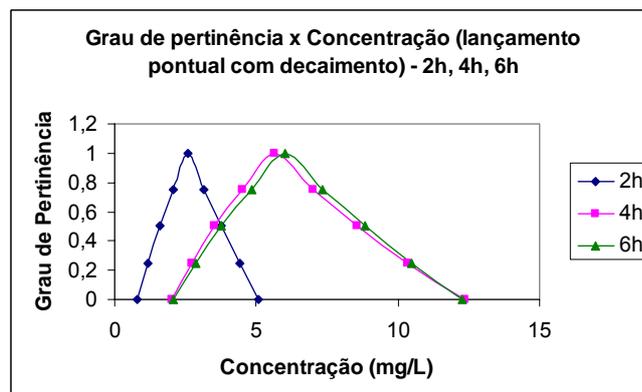


FIGURA 4.6 - GP x Concentração (LPCD) - 2, 4 e 6h

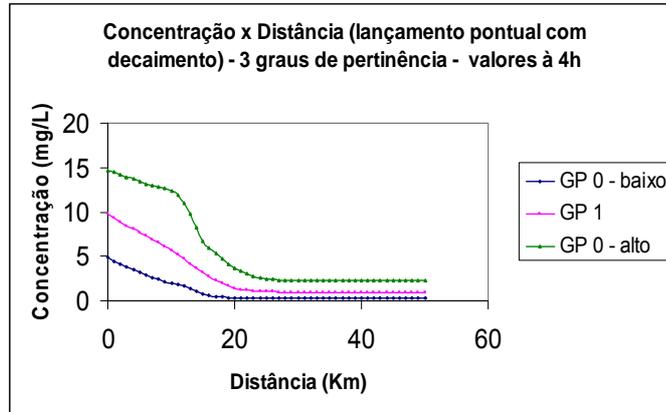


FIGURA 4.7 - Concentração x Distância (LPCD) - 3 GP - Valores em 4h

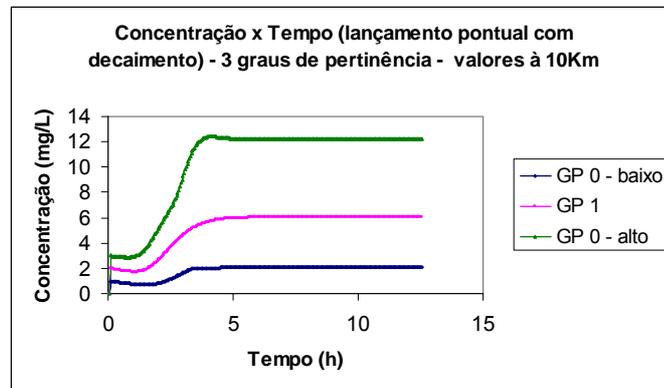


FIGURA 4.8 - Concentração x Tempo (LPCD) - 3 GP - Valores à 10Km

As figuras 4.9 e 4.10 mostram o resultado de uma simulação para lançamentos difusos com decaimento. É importante lembrar que, neste caso, tanto o lançamento difuso quanto o decaimento são representados por parâmetros *fuzzy*. A figura 4.9 mostra o comportamento dessas funções ao longo do tempo para uma seção à 10Km da origem, enquanto que a figura 4.10 mostra a distribuição da concentração ao longo do trecho do rio estudado. Os resultados apresentados mostram que a concentração tende a se estabilizar depois de um certo intervalo de tempo de acordo com o que é previsto nos modelos determinísticos para a previsão da concentração com cargas distribuídas (Thomann, 1987). Entretanto, deve ficar claro que esses resultados são produto de uma modelagem *fuzzy* e que entre o grau de pertinência 0 (zero) e o grau de pertinência 1 existem infinitos graus de pertinência.

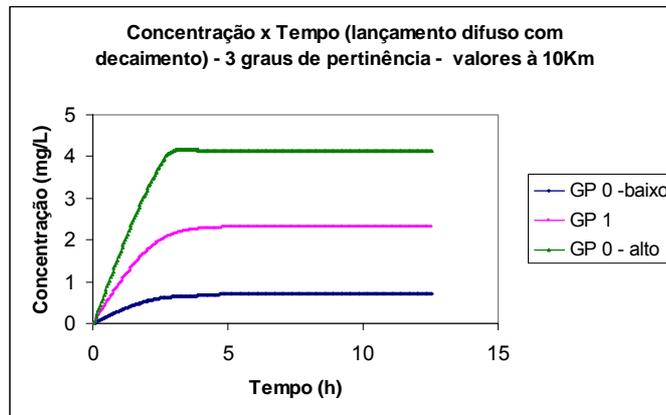


FIGURA 4.9 - Concentração x Tempo (LDCD) - 3 GP - Valores à 10Km

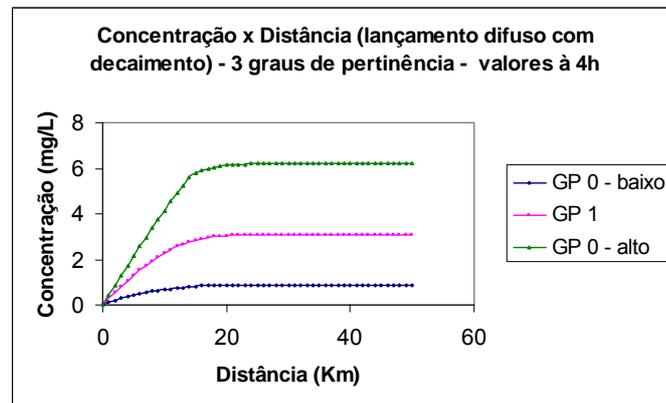


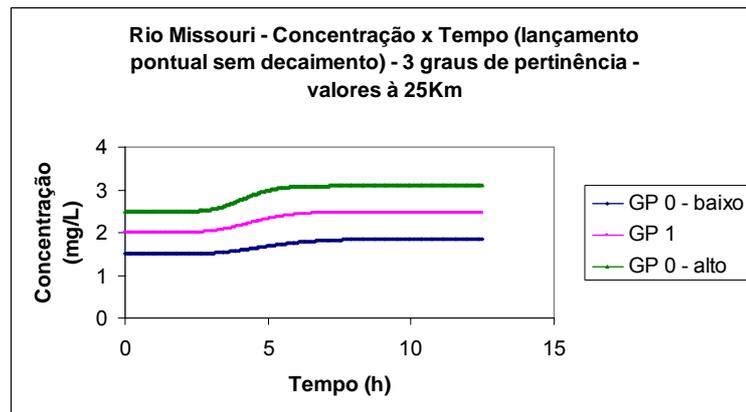
FIGURA 4.10 - Concentração x Distância (LDCD) - 3 GP - Valores em 4h

Em seguida, serão apresentadas algumas simulações resultantes das aplicações desta metodologia *fuzzy* para alguns rios americanos com dados apresentados na literatura, e que já foram mencionados no capítulo referente à metodologia.

As figuras 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 mostram as respostas do Rio Missouri para os diferentes cenários de lançamento. Os dados utilizados para este rio foram: declividade de 0,00021, largura de 200m, vazão de 837m<sup>3</sup>/s e coeficiente de rugosidade de 0,0190.

A figura 4.13 mostra as funções de pertinência à 20Km da origem para três diferentes tempos, onde se observa que, para cada hora de observação, a concentração com maior grau de pertinência se desloca para a direita, mostrando

assim, a dinâmica deste processo e sua dependência da dinâmica da carga poluente. Neste caso, essas funções de pertinência são resultados de um lançamento na origem que vai se propagando rio abaixo. É importante lembrar que, para este exemplo, a substância não tem decaimento (figuras 4.11 e 4.12). Uma outra observação importante se apresenta na análise dessas duas figuras. De acordo com as mesmas, percebe-se uma inversão de tendências, como se uma figura fosse inversa da outra. O que ocorre é que, na figura 4.12, vê-se a distribuição espacial da concentração ao longo do rio, onde a mesma passa de um valor mais alto correspondente às primeiras seções do rio para valores mais baixos nas seções finais do trecho estudado, onde o efeito do lançamento ainda não ocorreu. Já na figura 4.11, o que se observa é a chegada do efeito desse lançamento à 25Km da origem, fazendo com que a concentração atinja valores superiores.



**FIGURA 4.11 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LPSD) - 3 GP - Valores à 25Km**

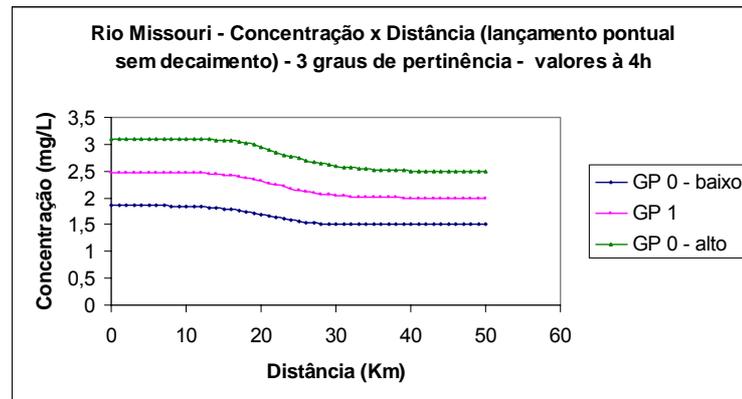


FIGURA 4.12 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LPSD) - 3 GP - Valores em 4h

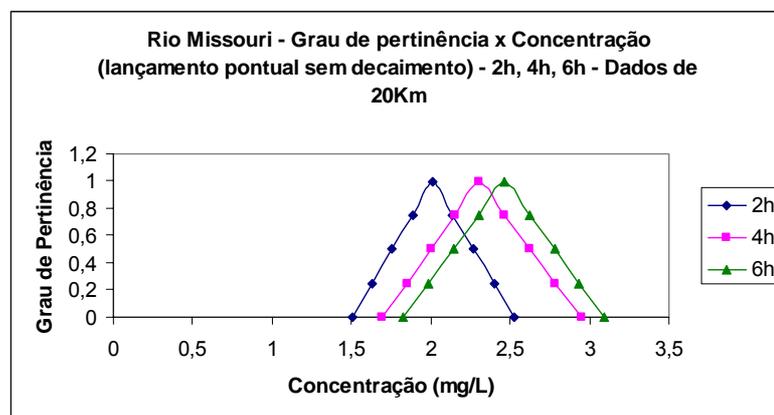
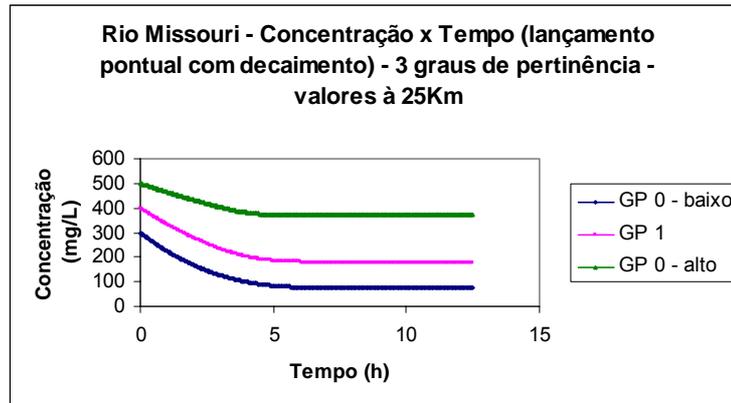
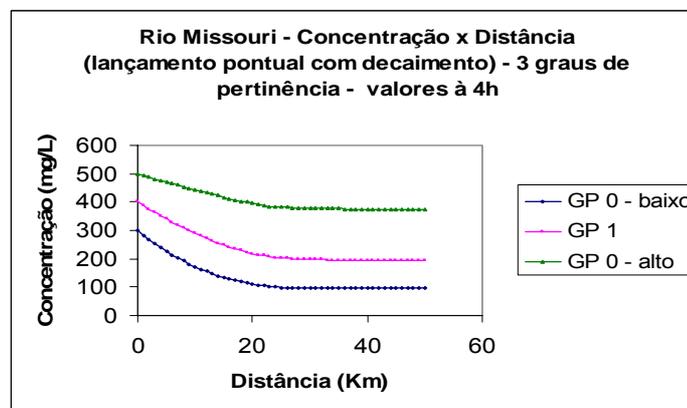


FIGURA 4.13 - Rio Missouri - GP x Concentração (LPSD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km

Nas figuras 4.14 e 4.15, são apresentados os resultados das concentrações com diferentes graus de pertinências no tempo e no espaço, provenientes do lançamento de uma substância com decaimento. Como foi dito anteriormente, o efeito da característica *fuzzy* do coeficiente de dispersão longitudinal faz com que as concentrações superiores com zero grau de pertinência se afaste mais das outras concentrações, tornando esta função não simétrica. Este resultado é esperado, considerando outros trabalhos que tratam desta teoria (Dou,1997). A figura 4.18 comprova o que foi dito.



**FIGURA 4.14 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LPCD) - 3 GP - Valores à 25Km**



**FIGURA 4.15 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LPCD) - 3 GP - Valores em 4h**

As figuras 4.16 e 4.17 mostram os resultados de um lançamento difuso para uma substância com decaimento. É importante notar que, tendo em vista a característica *fuzzy* do coeficiente de dispersão longitudinal, a concentração com zero grau de pertinência apresenta valores bem superiores aos valores encontrados para a concentração com maior grau de pertinência, fazendo com que a referida função se torne assimétrica com relação ao seu centro de gravidade. A figura 4.18 comprova este fato. Este resultado está inteiramente de acordo com o que se espera da Teoria *Fuzzy*.

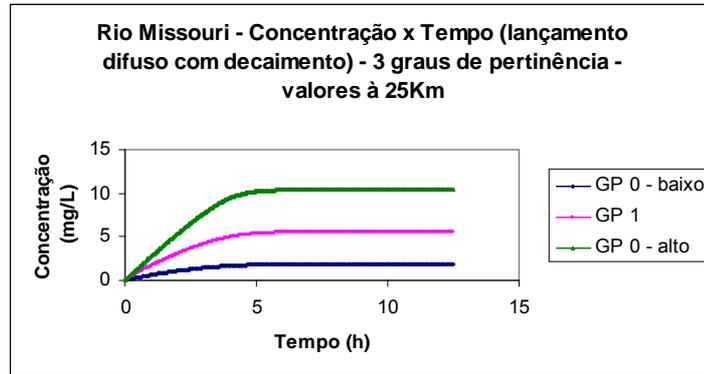


FIGURA 4.16 - Rio Missouri - Concentração x Tempo (LDCD) - 3 GP - Valores à 25Km

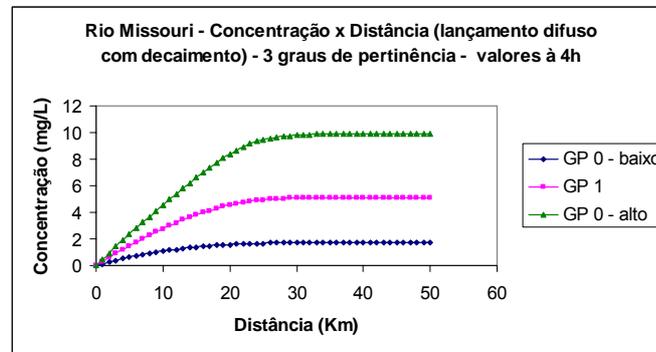


FIGURA 4.17 - Rio Missouri - Concentração x Distância (LDCD) - 3 GP - Valores em 4h

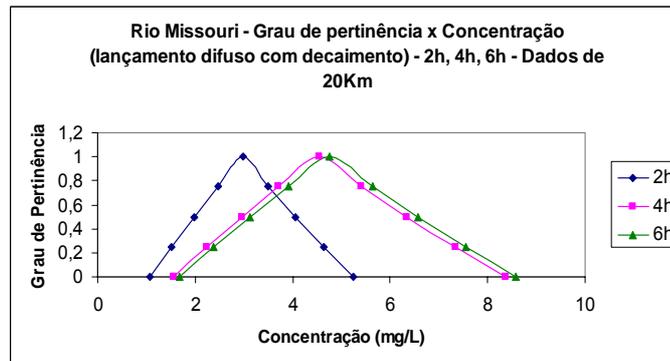
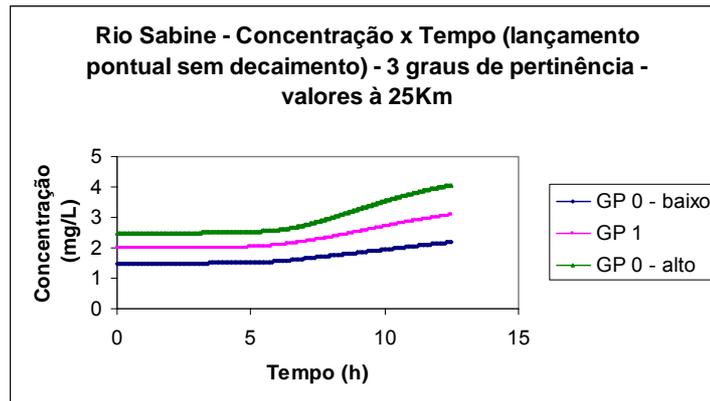


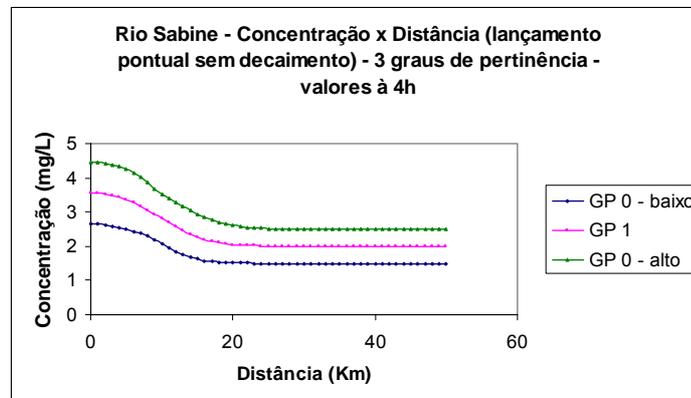
FIGURA 4.18 - Rio Missouri - GP x Concentração (LDCD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km

As figuras 4.19 e 4.20 mostram os resultados de uma simulação realizada considerando o Rio Sabine, no Estado do Texas, para um lançamento pontual, que ocorre na origem, de uma substância sem decaimento. Neste caso são apresentados os valores *fuzzys* das concentrações no tempo e no espaço com o maior grau de

pertinência e com os menores graus de pertinências. Como pode ser observado através da figura 4.19, o que se vê é a evolução da nuvem poluente chegando em uma seção a 25 Km da origem, ao longo do tempo. Já a figura 4.20 mostra a distribuição destas funções ao longo do trecho do rio em estudo.



**FIGURA 4.19 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LPSD) - 3 GP - Valores à 25Km**



**FIGURA 4.20 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LPSD) - 3 GP - Valores em 4h**

A figura 4.21 mostra as funções de pertinências para diferentes tempos de observação em uma seção a 20 Km da origem. Mas uma vez pode ser observada a dinâmica destas funções, acompanhando o desenvolvimento da nuvem poluente que, por sua vez, obedece as leis de transporte de poluentes.

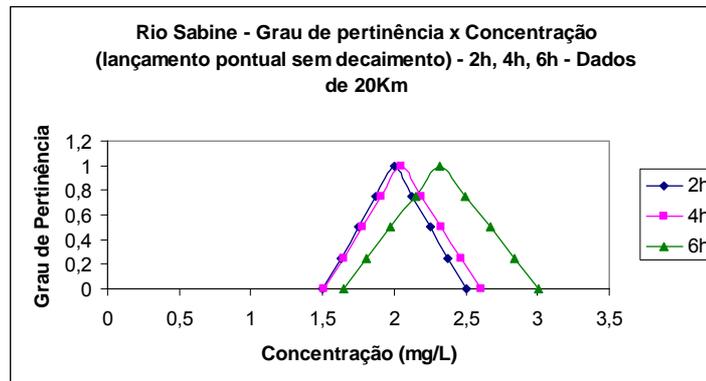


FIGURA 4.21 - Rio Sabine - GP x Concentração (LPSD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km

As figuras 4.22 e 4.23 mostram os resultados obtidos a partir do mesmo cenário anterior, para o mesmo rio Sabine, mas com uma substância com decaimento. Os resultados mostram a capacidade do modelo *fuzzy* em analisar qualquer cenário de lançamento. Estes resultados estão em acordo com a solução da equação da difusão advectiva para lançamentos mais simples. Entretanto, através dos resultados pode se ver que a dinâmica das funções de pertinências varia de rio para rio, o que permite que se conclua que os parâmetros hidráulicos do rio determinam o comportamento do campo de concentração.

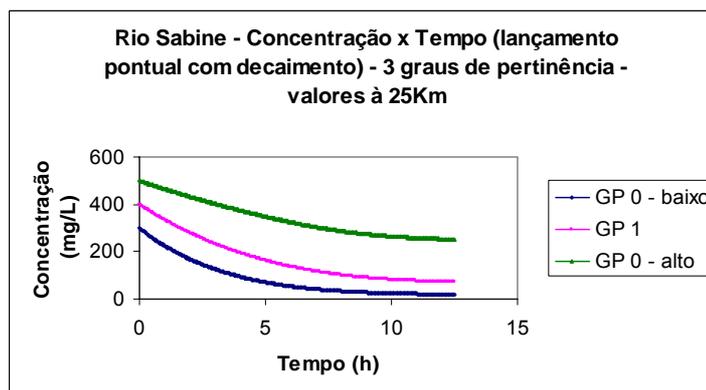
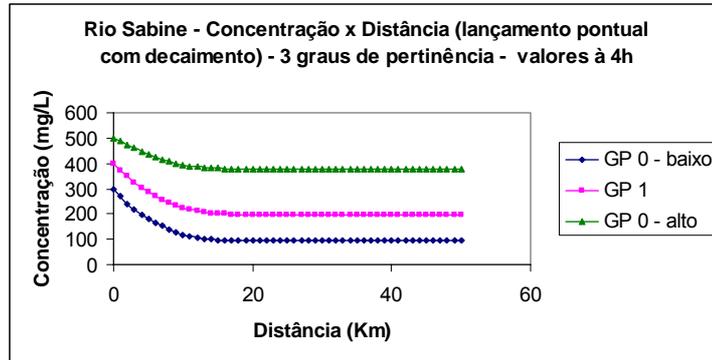
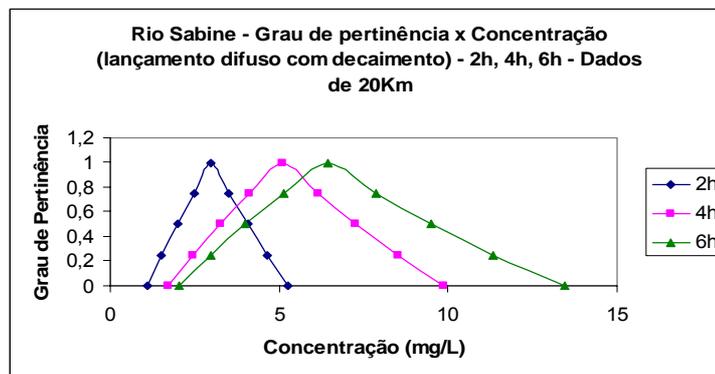


FIGURA 4.22 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LPCD) - 3GP - Valores à 25Km



**FIGURA 4.23 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LPCD) - 3GP - Valores em 4h**

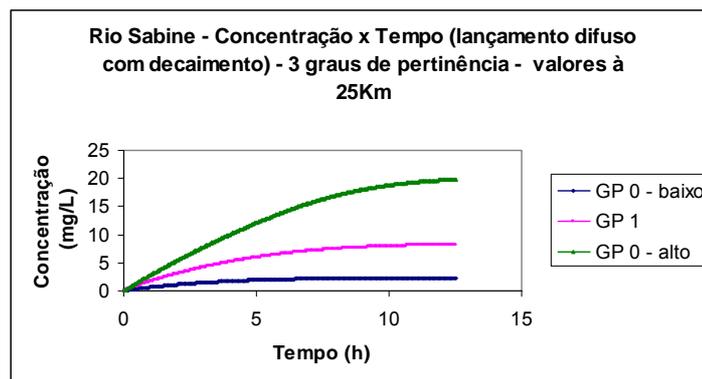
Na figura 4.24 é apresentada a composição das funções de pertinências para duas, quatro e seis horas de observação, em uma seção 20 Km da origem, proveniente de um lançamento difuso, de uma substância com decaimento. Comparando estes resultados com os resultados mostrados na figura 4.13, para o rio Missouri, percebe-se a influência das condições hidráulicas de cada rio no comportamento das concentrações. Isto permite dizer que os impactos causados por cada lançamento em um rio vão depender de suas condições de transporte.



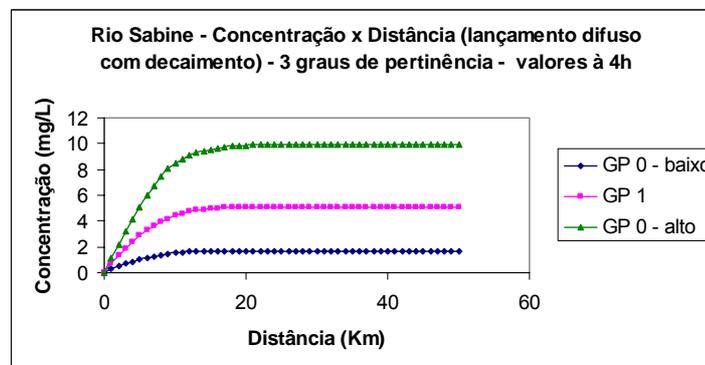
**FIGURA 4.24 - Rio Sabine - GP x Concentração (LDCD) - 2, 4, 6h - Valores à 20Km**

As figuras 4.25 e 4.26 mostram os resultados dos valores das funções de pertinências, com o maior e menores graus, para um cenário de lançamento difuso, considerando, ainda, o rio Sabine, como corpo hídrico. Estas figuras mostram que a concentração se estabiliza mais próxima da origem no rio Sabine do que no rio

Missouri. Isto é explicado pelo valor da velocidade de cada rio. O rio Missouri tem uma velocidade de 1,22 m/s, enquanto que o rio Sabine tem uma velocidade de, apenas, 0,61 m/s. Neste caso, o rio Missouri tem maior capacidade de transporte de poluente do que o rio Sabine o que fará, provavelmente, com que o risco de poluição do rio Missouri seja menor do que o do Sabine.



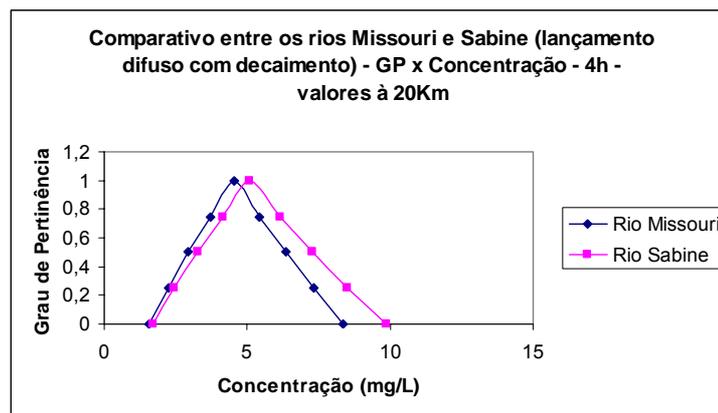
**FIGURA 4.25 - Rio Sabine - Concentração x Tempo (LDCD) - 3GP - Valores à 25Km**



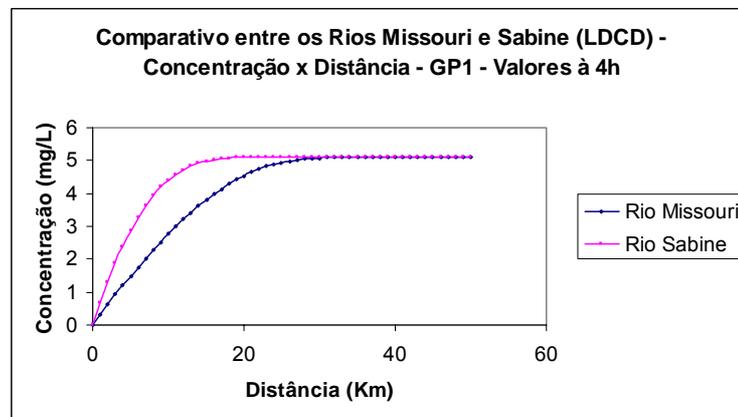
**FIGURA 4.26 - Rio Sabine - Concentração x Distância (LDCD) - 3GP - Valores em 4h**

Nas figuras 4.27, 4.28 e 4.29 encontram-se gráficos comparativos entre esses dois rios. A figura 4.27 mostra as funções de pertinências para os dois rios sob as mesmas condições de lançamentos. Como pode ser observado, a função de pertinência do rio Sabine se encontra mais para a direita do que a função do rio Missouri. Isto quer dizer que a área de ocupação da nuvem poluente, para o rio Sabine é bem maior do que a área ocupada no rio Missouri. Mas a concentração de pico do Missouri

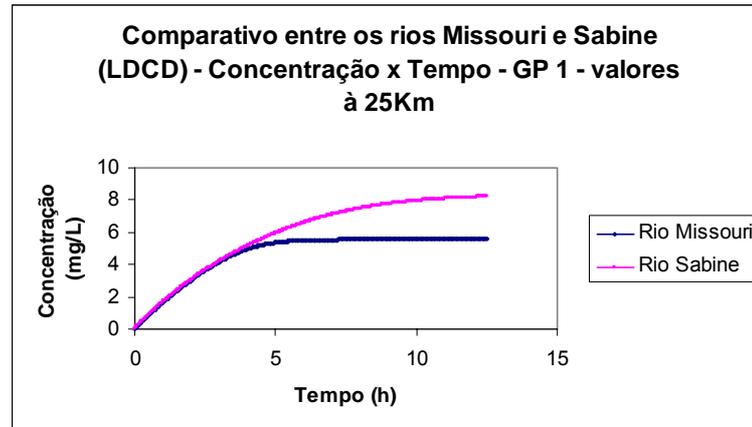
é maior do que a do Sabine. As figuras 4.28 e 4.29 fazem comparações entre as concentrações com maior grau de pertinência, para os dois rios, tanto ao longo do canal, como ao longo do tempo. Estes resultados confirmam que os parâmetros hidráulicos do rio desempenham importante papel no processo de transporte de poluente nestes corpos hídricos.



**FIGURA 4.27 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - GP x Concentração - Valores em 4h e 20Km**



**FIGURA 4.28 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - Concentração x Distância - GP1 - Valores em 4h**



**FIGURA 4.29 - Rios Missouri e Sabine (LDCD) - Concentração x Tempo - GP1 - Valores à 25Km**

O estudo também procurou testar a capacidade desta metodologia calcular o risco de poluição para um rio natural quando sujeito a alguns cenários de lançamentos. As simulações foram realizadas para os mesmos rios anteriores e os resultados estarão sendo apresentados nesta seção deste capítulo.

As figuras 4.30 e 4.31 apresentam os resultados do risco e da garantia para um lançamento pontual localizado a 10 Km da origem de uma carga sem decaimento, para o rio Missouri. Os resultados mostram a distribuição do risco e da garantia, para tempos de observações de duas, quatro e seis horas. Como pode ser observado, o risco diminui à medida que o tempo passa, em função da dispersão do rio. Outra observação importante é que a garantia é uma função complementar do risco, tendo, portanto, seu comportamento variando de forma oposta à do risco. Por outro lado, o comportamento do funcional risco mostra que o mesmo segue a dinâmica da nuvem poluente. Cada pico de risco corresponde à passagem da nuvem poluente naquela seção. Este resultado está em acordo com as observações de campo. O mesmo pode se dizer para a garantia. Nota-se que a medida que a nuvem poluente passa em uma seção, cai o nível de garantia do sistema.

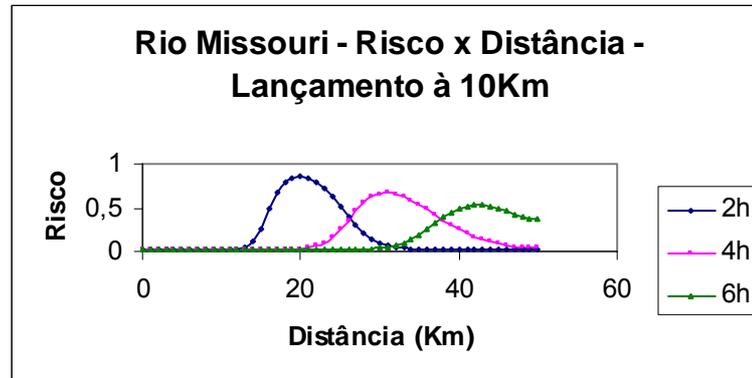


FIGURA 4.30 - Rio Missouri - Risco x Distância - Lançamento à 10Km

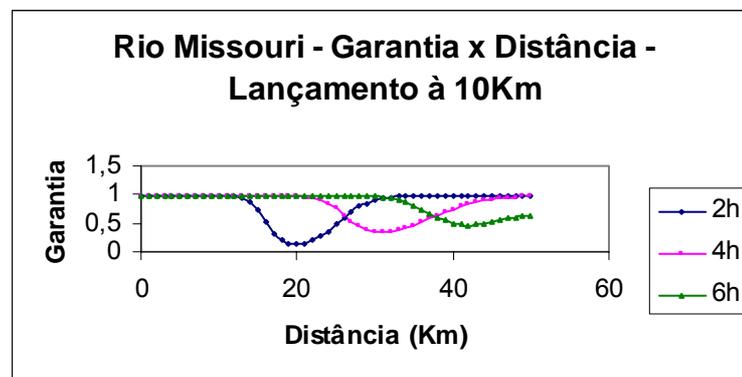


FIGURA 4.31 - Rio Missouri - Garantia x Distância - Lançamento à 10Km

As figuras 4.32 e 4.33 mostram os resultados encontrados para estes funcionais em uma seção, situada a 25 Km da origem, ao longo do tempo. Nota-se que, como foi observado anteriormente, estes funcionais vão se transformando de acordo com o tempo necessário para que a nuvem poluente atinja a seção de observação. Por exemplo, nesta simulação, a nuvem atinge a seção de observação em um tempo de duas horas e meia, aproximadamente, o que mostra que a nuvem percorreu 25 Km em duas horas e meia, comprovando, assim, que a velocidade deste rio é muito grande.

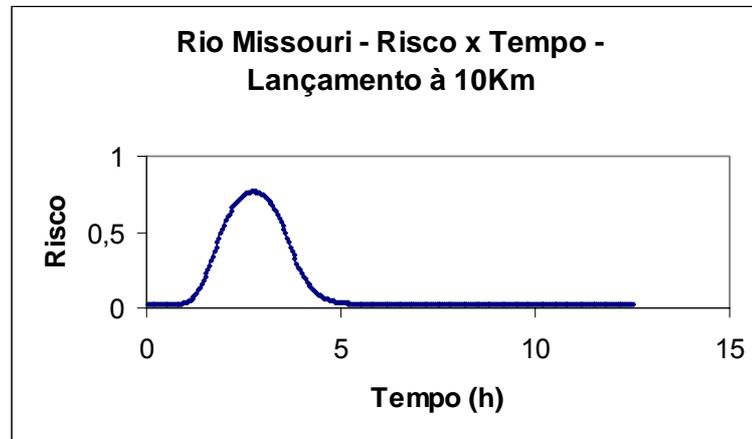


FIGURA 4.32 - Rio Missouri - Risco x Tempo - Lançamento à 10Km

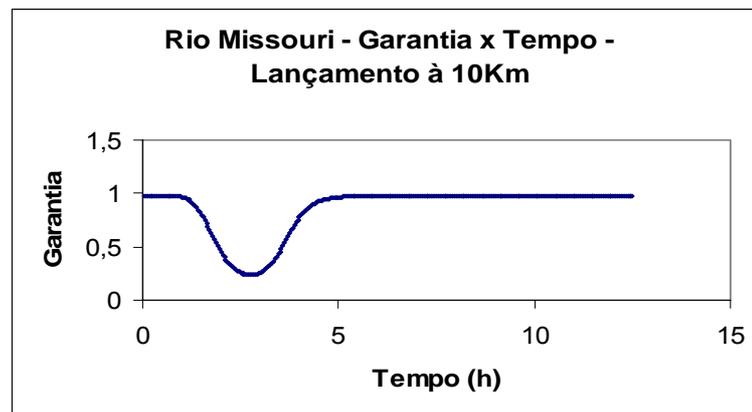


FIGURA 4.33 - Rio Missouri - Garantia x Tempo - Lançamento à 10Km

As figuras 4.34, 4.35, 4.36 e 4.37 mostram os resultados de outra simulação, para o mesmo rio Missouri, quando sujeito a um lançamento difuso para uma substância com decaimento. As figuras 4.34 e 4.36 mostram o risco distribuído, ao longo do rio e no tempo, enquanto que as figuras 4.35 e 4.37 mostram a garantia nestas mesmas condições. É importante observar que o risco e a garantia vão se estabilizar, neste rio, em uma seção próxima de 20 Km da origem e para um tempo de, aproximadamente, 4 horas. Esta estabilização não é a mesma para outros rios, quando sujeitos às mesmas condições de lançamentos, tendo em vista que o comportamento destes funcionais depende dos parâmetros do rio em questão (CHAGAS, 2005).

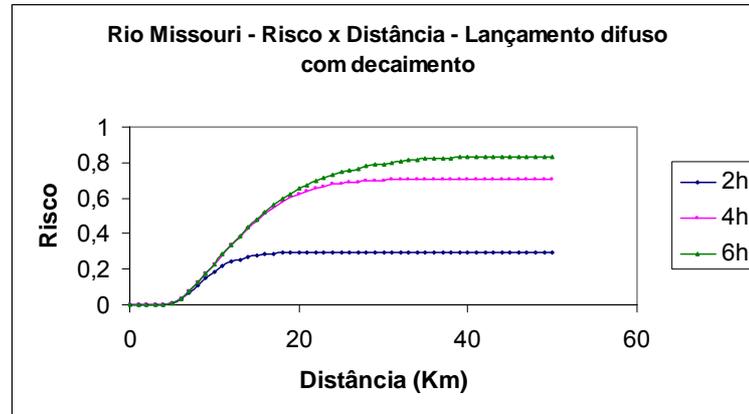


FIGURA 4.34 - Rio Missouri - Risco x Distância - LDCD

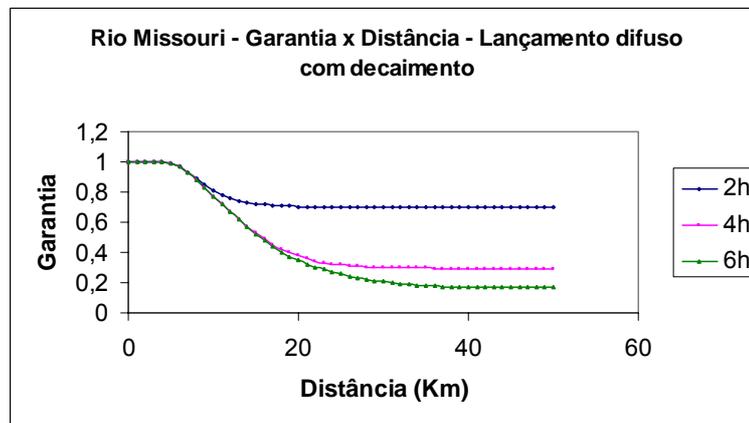


FIGURA 4.35 - Rio Missouri - Garantia x Distância - LDCD

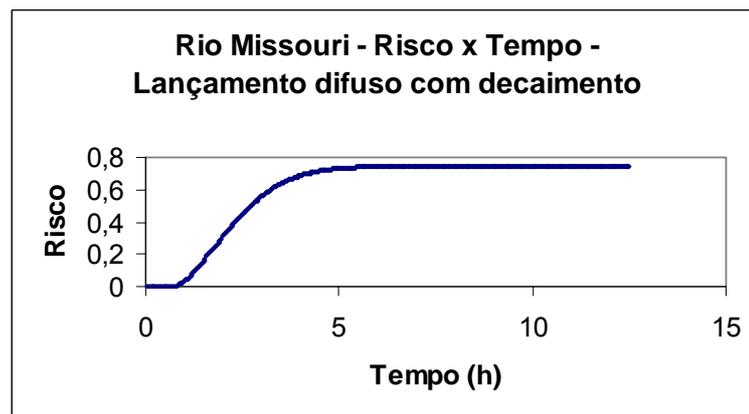


FIGURA 4.36 - Rio Missouri - Risco x Tempo - LDCD

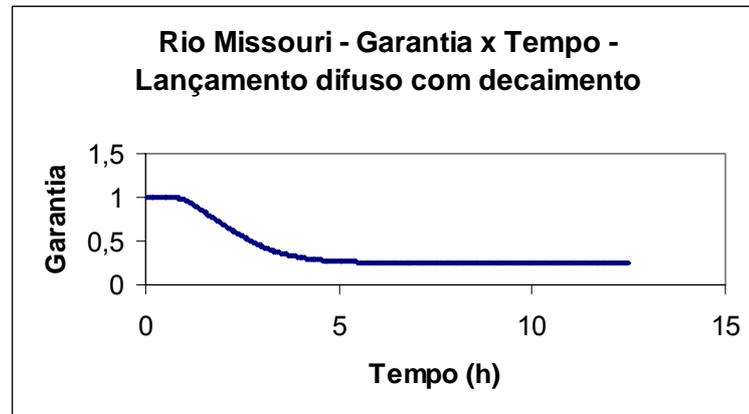


FIGURA 4.37 - Rio Missouri - Garantia x Tempo - LDCD

Semelhante estudo foi realizado para o rio Sabine. Neste caso, foram apresentados os mesmos cenários de lançamentos de poluentes e os resultados serão discutidos a seguir. As figuras 4.38 e 4.39 mostram os resultados para um lançamento pontual de uma substância sem decaimento, que acontece a 10 Km da origem. As referidas figuras mostram os comportamentos do risco e da garantia para os tempos de duas, quatro e seis horas. Através das figuras percebe-se o efeito da baixa velocidade do rio Sabine no comportamento destes funcionais. Como o referido rio tem baixa velocidade, o tempo de residência da nuvem poluente no trecho é maior. Com isso, a variância, ou espalhamento da massa poluente, torna-se maior, tendo em vista que este parâmetro é função do tempo, sendo definido por  $\tau^2 = 4Et$ . Assim, quanto maior for o tempo que uma nuvem passa em um ambiente aquático maior será a área ocupada pela mesma. Isto é o que se vê nesta figura. Comparando a figura 4.35 com a figura 4.31, é possível observar este efeito.

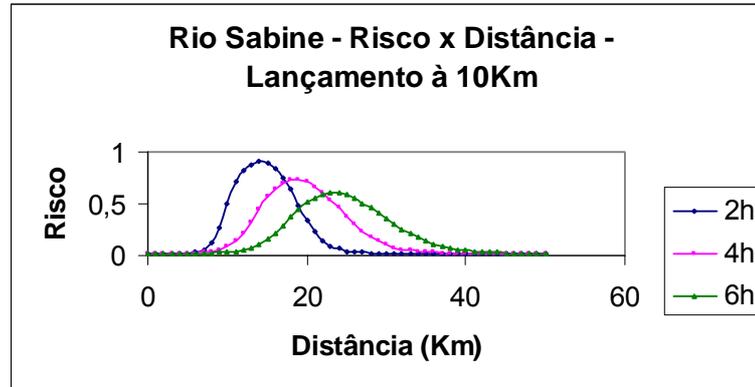


FIGURA 4.38 - Rio Sabine - Risco x Distância - Lançamento à 10Km

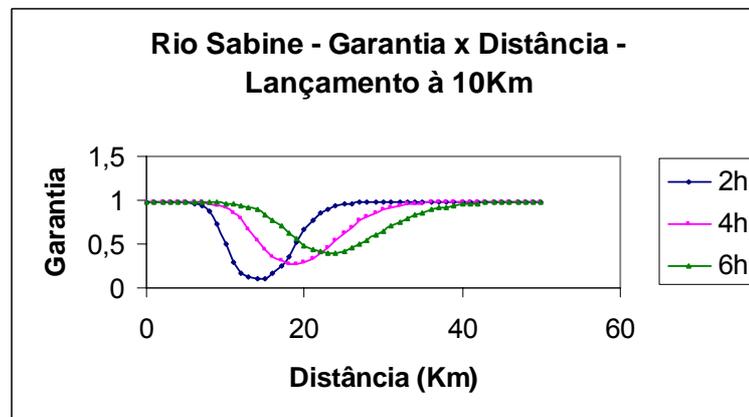


FIGURA 4.39 - Rio Sabine - Garantia x Distância - Lançamento à 10Km

As figuras 4.40 e 4.41 mostram o risco e a garantia em uma seção a 25 Km da origem como função do tempo, para o mesmo lançamento anterior. Neste caso, fica mais fácil observar o efeito da velocidade e, em consequência, do tempo de residência na variância. Comparando estas figuras como as figuras 4.32 e 4.33, fica evidente que neste caso, a variância é bem maior para o rio Sabine do que para o rio Missouri. Este resultado está de acordo com as observações de campo. O que se pode dizer de uma situação como esta é que o rio em si fica muito mais tempo sujeito a uma massa poluente, sendo, portanto, um alvo muito mais fácil para impactos mais rigorosos.

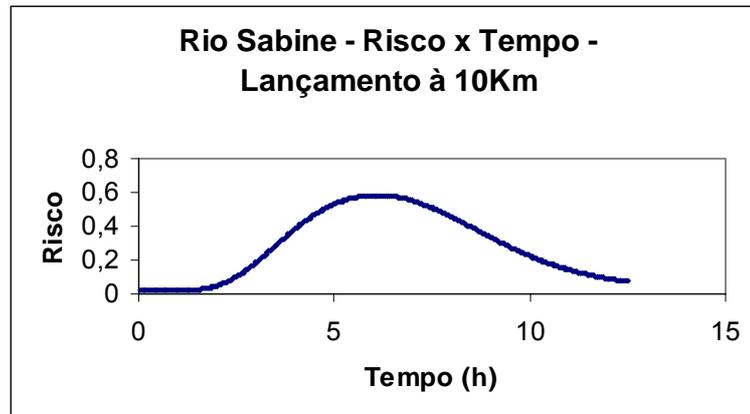


FIGURA 4.40 - Rio Sabine - Risco x Tempo - Lançamento à 10Km

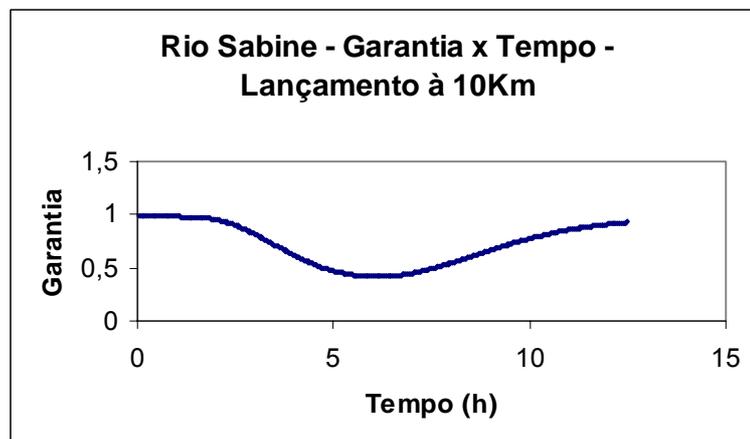
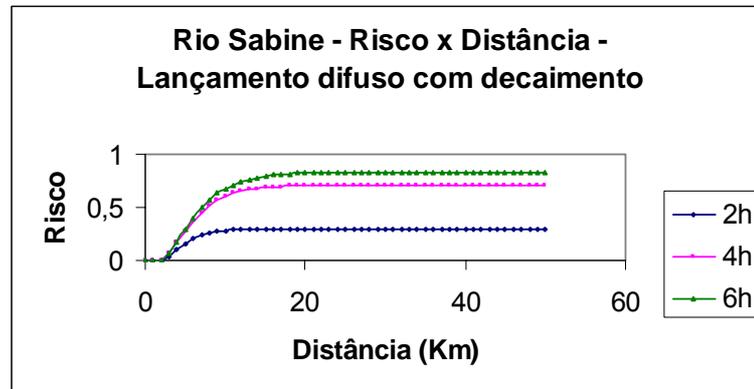
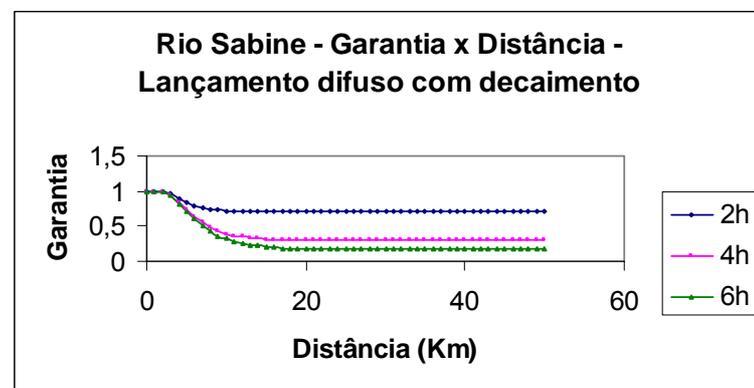


FIGURA 4.41 - Rio Sabine - Garantia x Tempo - Lançamento à 10Km

As figuras 4.42 e 4.43 mostram os resultados do lançamento difuso de uma substância com decaimento no rio Sabine. As funções risco e garantia são apresentadas nos tempos de duas, quatro e seis horas ao longo do trecho do rio em estudo. As figuras mostram que, neste caso, a estabilização desses funcionais acontece em uma seção bem mais próxima da origem do que ocorreram para o rio Missouri. Este resultado é explicado através do efeito do coeficiente de dispersão longitudinal que se torna o parâmetro dominante nos rios com baixa velocidade. Neste caso, o processo da dispersão é um parâmetro dominante sobre o processo advectivo, fazendo com que o processo de espalhamento da substância poluente faça com que o ambiente aquático fique mais rapidamente homogêneo.



**FIGURA 4.42 - Rio Sabine - Risco x Distância - LDCD**



**FIGURA 4.43 - Rio Sabine - Garantia x Distância - LDCD**

As figuras 4.44 e 4.45 mostram esses funcionais em uma seção distante de 25Km da origem. Os resultados mostram o que foi dito anteriormente. Através das figuras, percebe-se que a substância poluente demora um pouco mais de tempo para chegar até a seção de observação do que no caso do rio Missouri, comprovando, assim, o efeito da velocidade no comportamento do risco e da garantia.

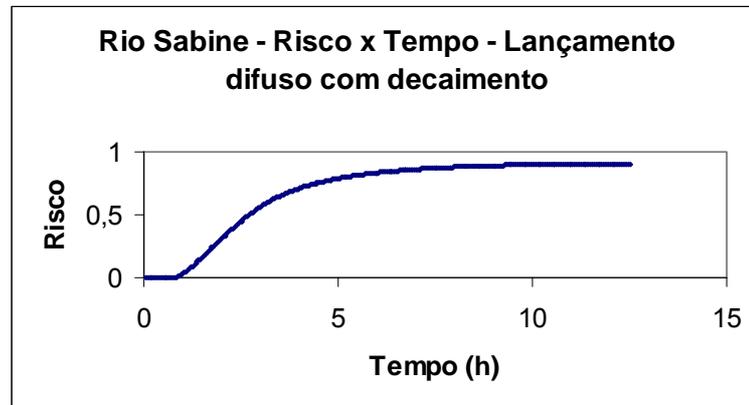


FIGURA 4.44 - Rio Sabine - Risco x Tempo - LDCD

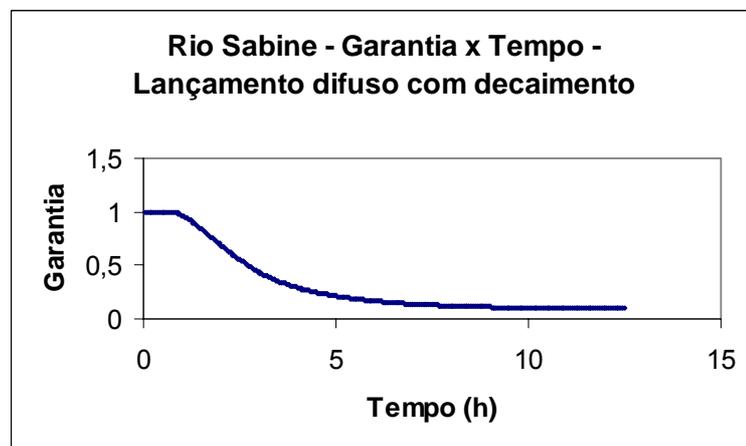


FIGURA 4.45 - Rio Sabine - Garantia x Tempo - LDCD

As figuras 4.46 e 4.47 apresentam uma comparação entre quatro rios americanos cujos dados se encontram tabelados no capítulo da metodologia. Através dos mesmos, pode-se ver que o risco varia de rio para rio de acordo com seus aspectos hidráulicos. A figura 4.46 mostra a comparação entre o risco, ao longo do rio. Através da mesma pode se verificar que a forma com que o funcional risco se ajusta é função de vários elementos ligados aos processos de transporte que, por sua vez, são funções dos dados de escoamento do corpo hídrico. Entretanto, este resultado não deve ser confundido. Eles não estão apresentando o mesmo risco para todos os rios. O que o gráfico quer dizer é que, para este tipo de lançamento, difuso com decaimento, no momento em que o risco foi medido, eles estavam convergindo para o mesmo valor. Mas como pode ser visto através da figura 4.47, com o passar do tempo, o risco vai se

alterar de acordo com o rio em questão. Veja que, 10 horas após o período de observação, os rios Sabine e Nooksack têm os maiores riscos de contaminação, enquanto que o rio Missouri tem o menor risco. Estes resultados mostram a forte participação das características de cada rio em sua capacidade de transporte de poluente.

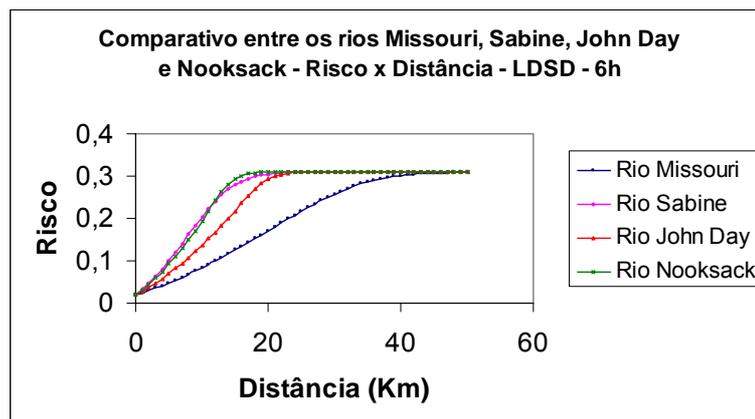


FIGURA 4.46 - Rios Missouri, Sabine, John Day e Nooksack - Risco x Distância (LDS)

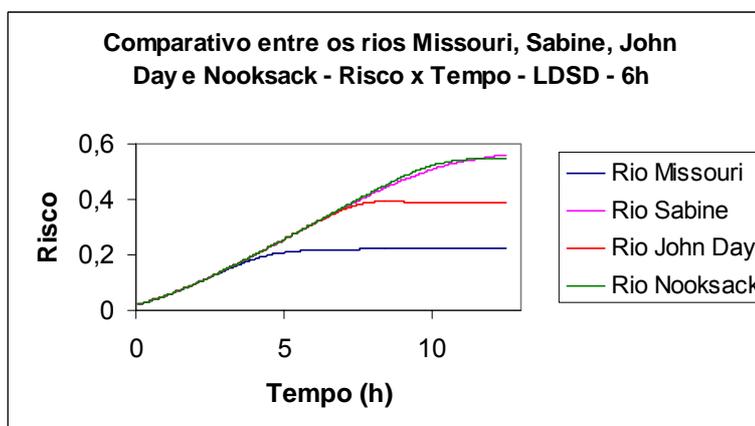


FIGURA 4.47 - Rios Missouri, Sabine, John Day e Nooksack - Risco x Tempo (LDS)

Para dar um caráter mais aplicado à pesquisa, foram realizadas algumas simulações através do modelo de DBO e OD. As simulações foram realizadas para os rios Clinch e Bayou cujos parâmetros já foram apresentados no capítulo referente à metodologia.

A figura 4.48 mostra o comportamento da concentração de oxigênio dissolvido para o Rio Bayou ao longo do trecho estudado. Para essa simulação foi

usado um lançamento de 500mg/L de concentração de DBO. Os resultados mostram uma queda na concentração à aproximadamente 5Km da origem, para um tempo de 6 horas. O gráfico mostra ainda que a recuperação do oxigênio dissolvido é rápida de modo que, à aproximadamente 10Km da origem, os níveis de OD já voltaram ao normal. Outra observação importante na análise dos resultados é que, como a velocidade do Rio Bayou é baixa, o efeito da DBO sobre o OD se concentra sobre os primeiros 10Kms, mostrando assim, a influência dos parâmetros hidráulicos sobre os processos de transporte de poluentes.

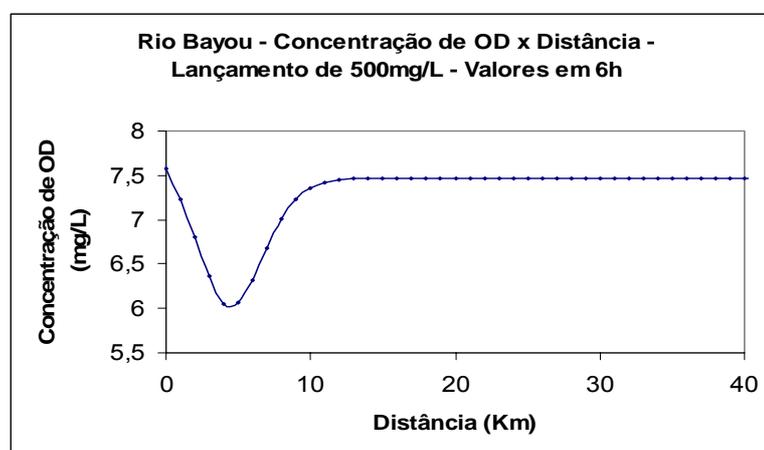
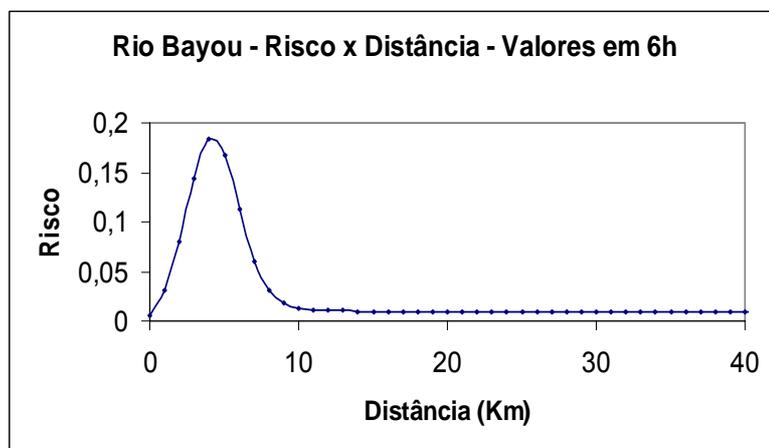


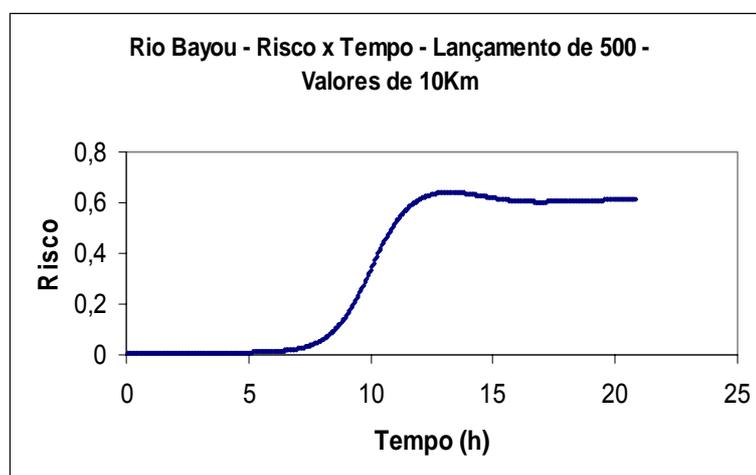
FIGURA 4.48 - Rio Bayou - Concentração de OD x Distância - Valores em 6h

A figura 4.49 mostra o cálculo do risco de contaminação para este lançamento ao longo do rio Bayou. Neste caso, verifica-se que o pico do risco, para este lançamento, se aproxima de 20%, o que é considerado, para efeitos de qualidade ambiental, um risco muito elevado. Outra observação que pode ser feita diz respeito à forma do funcional. Verifica-se que o risco tem um comportamento semelhante, no formato, à distribuição das concentrações de OD. Em outras palavras, quanto menor for o OD, maior é o risco de degradação.



**FIGURA 4.49 - Rio Bayou - Risco x Distância - Valores em 6h**

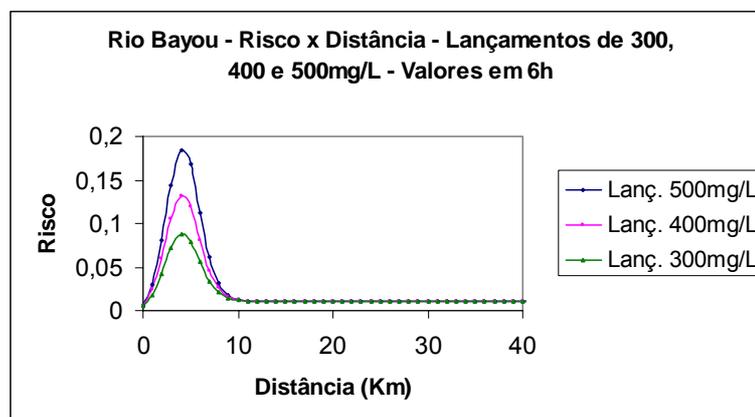
A figura 4.50 mostra o comportamento do risco visto por um observador fixo à 10Km da origem. Através da figura pode-se verificar que, tendo em vista a baixa velocidade do rio, o pico de risco atinge a seção de controle depois de 12h do lançamento.



**FIGURA 4.50 – Rio Bayou - Risco x Tempo - Lançamento 500mg/L - Valores à 10Km**

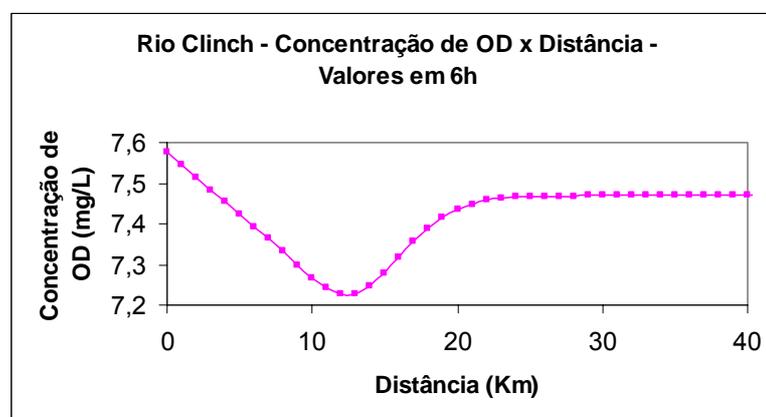
A figura 4.51 representa o resultado de 3 lançamentos diferentes em um mesmo rio. Esses lançamentos são de 300, 400e 500mg/L. Como era de se esperar, verifica-se que, para o lançamento de 300mg/L, o pico de risco não chega à 10%,

mostrando assim, que é possível, através dessa metodologia estabelecer um controle de conservação dos corpos hídricos.



**FIGURA 4.51 - Rio Bayou - Risco x Distância - Lançamentos de 300, 400 e 500mg/L - Valores em 6h**

A figura 4.52 mostra o mesmo tipo de simulação para o rio Clinch, cujos dados já foram apresentados anteriormente. Neste caso, algumas observações podem ser feitas. Primeiramente, verifica-se que o nível mínimo de OD não chega à 7,2mg/L, bem diferente do caso anterior. Na simulação em questão, o déficit crítico, ou seja, o menor valor de OD acontece depois de 10Km, mostrando que o valor da velocidade influencia o comportamento do OD nas questões de distribuição. Neste caso, sua recuperação ocorre à 20Km da origem.



**FIGURA 4.52 - Rio Clinch - Concentração de OD x Distância - Valores em 6h**

Outra observação importante pode ser verificada através da figura 4.53, onde a mesma mostra o cálculo do risco ao longo do rio. Como anteriormente, o risco acompanha o déficit de oxigênio. Mas, neste caso, diferentemente do Rio Bayou, o risco máximo não atinge 3% para 6 horas de observação, o que mostra que, nos primeiros momentos, a capacidade de diluição do rio Clinch é bem maior que a do rio Bayou.

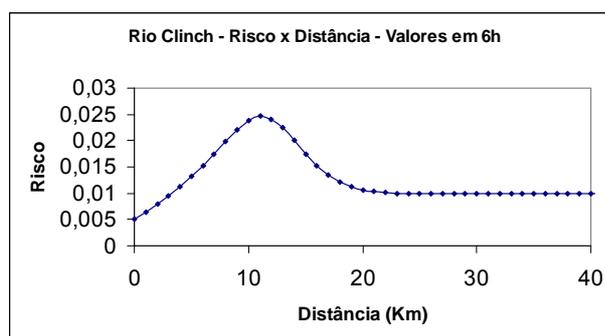


FIGURA 4.53 - Rio Clinch - Risco x Distância - Valores em 6h

Ainda, através da figura 4.54 pode-se observar que o tempo para que o risco máximo atinja a seção de observação não ultrapassa 6 horas, o que confirma a influência da velocidade nos processos de diluição.

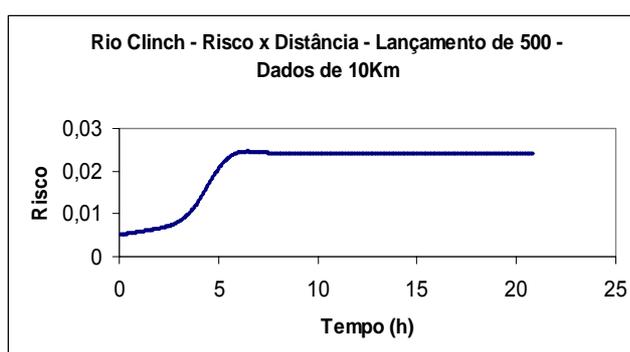


FIGURA 4.54 - Rio Clinch - Risco x Distância - Lançamento de 500mg/L - Valores à 10Km

Todas essas simulações permitiram avaliar a capacidade de previsão da Teoria *Fuzzy* nos processos de transporte, garantindo assim, sua aplicação como uma ferramenta adicional no controle e na conservação dos Recursos Hídricos.

## 5. CONCLUSÕES

Os estudos se desenvolveram no processo de verificação da capacidade de previsão da Teoria *Fuzzy* quando aplicada aos modelos de transporte de poluentes. O principal objetivo é de verificar a capacidade da referida teoria na avaliação do risco ambiental, como alternativa à Teoria Probabilística. Um conjunto de simulações foi realizado e os resultados, após criteriosa análise, permitiram concluir que:

- O princípio da extensão da Teoria *Fuzzy* é aplicável aos modelos determinísticos como metodologia para o cálculo e avaliação de funções de pertinências de grandezas físicas em sistemas dinâmicos. No estudo em questão, este princípio permitiu que fossem determinadas, de forma eficiente, as funções de pertinência da concentração em todos os trechos do rio estudado para diversos tempos, mostrando assim, que é possível calcular a concentração de um poluente para diferentes níveis de pertinência;
- O estudo mostrou que a dinâmica das funções de pertinência ao longo do trecho do rio é controlada pela estrutura hidráulica do mesmo e pelo cenário de lançamento considerado, o que permite concluir que a distribuição das funções de pertinência para a concentração em cada seção do rio tem seu comportamento vinculado ao tipo de lançamento;
- Os resultados mostraram que a metodologia usada se adequa à qualquer tipo de lançamento. Lançamentos pontuais ou lançamentos difusos de substâncias conservativas ou com decaimento têm suas funções de pertinência determinadas em toda a extensão do corpo em estudo e, fundamentalmente, para

qualquer tempo, o que comprova a capacidade da Teoria *Fuzzy* ser utilizada como uma alternativa para o cálculo de risco;

- A metodologia foi aplicada em alguns rios americanos cujos dados são conhecidos na literatura. Os resultados mostraram a eficiência da teoria que permite avaliar consideravelmente as condições ambientais do corpo hídrico com uma base de dados muito restrita, comprovando assim, a eficiência da Teoria *Fuzzy* em cenários de dados restritos;
- O estudo realizou ainda, a avaliação do risco para algumas situações de lançamentos. Os resultados permitiram concluir que, para cada cenário de lançamento, o risco de contaminação pode ser avaliado com a utilização da metodologia proposta. No caso específico deste estudo, foi verificado que o comportamento do risco depende fundamentalmente dos parâmetros hidráulicos do rio e de sua capacidade de transporte. Verificou-se ainda que a distribuição do risco no rio segue a mesma estrutura do tipo de lançamento da substância poluente. Em outras palavras, em um lançamento de uma carga pontual instantânea, a distribuição do risco vai estar relacionada com o processo de espalhamento da nuvem poluente do rio e tem a sua distribuição seguindo o mesmo padrão da distribuição gaussiana do transporte de poluentes;
- As simulações realizadas com o modelo de DBO e OD permitiram verificar a capacidade do princípio da extensão *fuzzy* quando aplicado ao referido modelo. Os resultados mostraram que é perfeitamente possível calcular o risco de desoxigenação do rio na presença de um lançamento de efluentes como função das condições climáticas e hidrológicas do rio. Nos estudos que

se desenvolveram, o modelo foi aplicado para os rios americanos Clinch e Bayou. Os resultados mostraram que o rio Clinch é mais resistente aos processos de lançamento de efluentes que o rio Bayou, permitindo concluir que, para o mesmo lançamento, o risco de desoxigenação do rio Bayou é cerca de dez vezes maior que o do rio Clinch;

- Finalmente, foi verificado de que forma o risco de desoxigenação se comporta para diferentes intensidades de lançamentos. Neste caso, foram usados três tipos de lançamentos. Os resultados mostraram que, para o lançamento de 300mg/L, o pico do risco é duas vezes menor que para o lançamento de 500mg/L, mostrando, assim, a capacidade da metodologia na avaliação do controle da qualidade ambiental.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMAD, S., KHAN, I.H e PARIDA, B.P. Performance of Stochastic Approaches for Forecasting River Water Quality. **Water Resource**, v. 35, N. 18, published by Elsevier Science Ltd, p. 4261 – 4266, 2001.

ANDERSON, D. A., TANNEHILL, J. C., PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**. Hemisphere Publishing Corporation, 1984.

BRAGA, B., HESPANHOL, I., CONEJO, J. G. L., MIERZWA, J. C., BARROS, M. T. L de, SPENCER, M., PORTO, M., NUCCI, N., JULIANO, N., EIGER, S. **Introdução à Engenharia Ambiental ) O desafio do desenvolvimento sustentável**. Pearson Prattice Hall, p. 75, 2005.

BRANCO, S. M. **Hidrologia Ambiental**, v. 3, Edusp, ABRH, 1991.

CHAGAS, P. F., **Perspectivas da Aplicação da Teoria Fuzzy para Cálculo de Risco em Sistemas Hidrodinâmicos**, Tese de Doutorado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.

CHAPRA, S. C. **Surface Water-Quality Modeling**. New York: McGraw-Hill, 1997, 844p.

CHAUDHURY, R.R., SOBRINHO, J.A.H., WRIGHT, R.M. e SREENIVAS M. Dissolved Oxygen Modeling of the Blackstone River (Northeastern United States). **Water Resources**, v.32, n. 8, published by Elsevier Science Ltd, p.2400 – 2412, 1997.

CHONGFU, H. An Application of Calculated Fuzzy Risk. **Information Sciences – An Internation Journal** , n. 142, p. 37-56, 2002.

COX, B. A. A Review of Currently Available in-stream Water-Quality Models and their Applicability for Simulating Dissolved Oxygen in Lowland Rivers. **The Science of the**

**Total Environment** 314 – 316. An International Journal for Scientific Research into the Environment and its Relationship with Man, published by Elsevier Science Ltd, p. 335-377, 2003.

DOU, C.; WOLDT, W.; BOGARDI, I.; DAHAB, M. Numerical Solute Transport Simulation using Fuzzy Sets Approach. **Journal of Contaminant Hydrology**, n. 27, p. 107-126, 1997.

DROLC, A. e KONČAN, J. Z.. Water Quality Modeling of the River Sava, Slovenia. **Water Resources**, v. 30, n. 11, published by Elsevier Science Ltd, p.2587 – 2592, 1995.

DUBOIS, D.; PRADE, H. An Introduction to Fuzzy System. **Clinica Chimica Acta**, n. 270, p. 3-29, 1998.

FISCHER, H. B. **Mixing in Inland and Coastal Water**, Academic Press, Inc, 1979.

GANOULIS, J. G. **Engineering Risk Analysis of Water Pollution**: Probabilities and Fuzzy sets. VCH publishers Inc. – Weinheim; New York; Basel; Cambridge; Tokyo: 1994.

GANOULIS, J., BIMBAS, I., DUCKSTEIN, L., BOGARDI, I. Fuzzy Arithmetic for Ecological Risk Management. In: RISK-BASED DECISIONMAKING IN WATER RESOURCES VII, Santa Barbara, California. **Proceedings...**New York, NY.: ASCE, 1995, p. 12 - 22.

JAMES, A. **An Introducton to Water Quality Modelling**, Second Edition, John Wiley & Sons, 1993.

KASHEFIPOUR, S. M. and FALCONER, R. A. Longitudinal Dispersion Coefficients in Natural Channels, **Water Research**, 36, published by Elsevier Science Ltd, p.1596 - 1608, 2002.

MAURIS, G., LASSERRE, V., FOULLOY, L., A Fuzzy Approach for the Expression of Uncertainty in Measurement. **Measurement**, 29, published by Elsevier Science Ltd, p 165-177, 2001.

MCAVOY, D.C., MASSCHELEYN, P., PENG, C., MORRALL, S. W., CASILLA, A. B., LIM, J. M. U. E GREGORIO, E. G.. Risk Assessment Approach for Untreated Wastewater Using the QUAL2E Water Quality Model. **Chemosphere** 52, published by Elsevier Science Ltd, p. 55 – 66, 2002.

MPIMPAS, H.; ANAGNOSTOPOULOS, P.; GANOULIS, J. Modelling of water pollution in the Themaikos Gulf with fuzzy parameters. **Ecological Modelling**, n. 142, p. 91-104, 2001. Disponível em: <<http://www.elsevier.com/locate/ecomodel>>.

ORLOB, G. T. **Mathematical Modelling of Water Quality: Streams, Lakes, and Reservoirs**, New York, USA, John Wiley and Sons, 1983.

RU, W. G.; ELOFF, J. H. P. Risk Analysis Modelling with Fuzzy Logic. **Computer & Security**, v. 15, n. 3, published by Elsevier Science Ltd, p. 239 - 248, 1996.

SILVERT, W., Fuzzy Indices of Environmental Conditions. **Ecological Modeling** 130, published by Elsevier Science Ltd, p. 111-119, 2000.

SINCOCK, A. M., WHEATER, H.S. e WHITEHEAD, P.G. Calibration and Sensitivity Analysis of a River Water Quality Model Under Unsteady Flow Conditions. **Journal of Hydrology** 277, published by Elsevier Science Ltd., p. 214 – 229, 2003.

SUZUKI, H., Fuzzy Sets and Membership Functions. **Fuzzy Sets and Systems**, n. 58, p123-132,1993.

TCHOBANOGLIOUS, G., SCHROEDER, E. D., **Water Quality**, Addison-Wesley Publishing Company, 1987.

THOMANN, R. V.; MUELLER, J. A. **Principles of Surface Water Quality Modelling and Control**. Harper & Row, Publishers, New York, 1987.