

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
DOUTORADO EM ENGENHARIA CIVIL
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: RECURSOS HÍDRICOS

**MODELAGEM DA INTRUSÃO SALINA UTILIZANDO ANÁLISE DE
SENSITIVIDADE ADJUNTA – ESTUDO DE CASO: CAP-BON/TUNISIA**

ERIKA DA JUSTA TEIXEIRA ROCHA

FORTALEZA – CE

2011

ERIKA DA JUSTA TEIXEIRA ROCHA

**MODELAGEM DA INTRUSÃO SALINA UTILIZANDO ANÁLISE DE
SENSITIVIDADE ADJUNTA – ESTUDO DE CASO: TUNISIA**

Tese submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção de grau de Doutor.

Área de Concentração: Recursos Hídricos.

**Orientador: Prof. Ernesto da Silva Pitombeira,
PhD**

FORTALEZA – CE

2011

R571m Rocha, Erika da Justa Teixeira
Modelagem da intrusão salina utilizando análise de sensibilidade
adjunta – estudo de caso: CAP-BON/Tunisia / Erika da Justa Teixeira
Rocha. - 2011.
105f.: il. color. enc.

Orientador: Prof. PhD. Ernesto da Silva Pitombeira
Área de concentração: Recursos hídricos
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Centro de
Tecnologia. Depto. de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Fortaleza 2011.

1. Engenharia Civil 2. Recursos hidricos I.Pitombeira, Ernesto da Silva
(orient.) II. Universidade Federal do Ceará – Curso de Pós-
Graduação em Engenharia Civil III.Título

CDD 620

ERIKA DA JUSTA TEIXEIRA ROCHA

MODELAGEM DA INTRUSÃO SALINA UTILIZANDO ANÁLISE DE SENSITIVIDADE
ADJUNTA – ESTUDO DE CASO: TUNISIA

Esta Tese foi submetida como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Doutor em Recursos Hídricos, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, e encontra-se à disposição dos interessados na Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia da referida Universidade.

A citação de qualquer trecho desta Tese é permitida, desde que seja feita de acordo com as normas da ética científica.

Erika da Justa Teixeira Rocha

Tese aprovada em 11/02/2011

Banca Examinadora:

Prof. Ernesto da Silva Pitombeira (Orientador), PhD
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Raimundo Oliveira de Souza, Doutor
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Marco Aurélio Holanda de Castro, PhD
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. José Sergio dos Santos, Doutor
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia/Ceará – IFCE

Prof. Francisco de Assis de Souza Filho, Doutor
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Mariano da Franca Alencar Neto, Doutor
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia/Ceará – IFCE

Com amor, ao meu filho Enzo e à minha
família.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelas incessantes oportunidades de crescimento, pela coragem e a força para buscar meus objetivos.

Aos meus pais, Mauricio e Lúcia, irmãos Tiago e Rodrigo, e minha cunhada Carol, pela compreensão e apoio incondicional.

À minha irmã, Karine da Justa, por todo o apoio, companheirismo, amizade e por ter sido sempre meu porto seguro.

Ao Carlos, meu amigo de todas as horas, por todo o carinho e incentivo, pela confiança e por acreditar em mim nos momentos em que eu mesma duvidava.

Ao meu orientador, Prof. Ernesto da Silva Pitombeira, pelo exemplo de conduta, incentivo e apoio que foram imprescindíveis na realização desse trabalho e na construção do meu futuro.

Aos Professores Marco Aurélio Holanda de Castro, Francisco de Assis de Souza Filho, Raimundo de Oliveira Souza, José Sérgio dos Santos e Mariano da Franca Alencar Neto por participarem da banca examinadora, com criteriosas e valiosas contribuições.

À minha amiga Germana Menescal, por toda a força, pelos momentos compartilhados durante a vida acadêmica e fora dela, pelo incentivo, por TUDO.

À querida amiga, Soraia Gradvohl, por seu exemplo e sua amizade.

Aos amigos, Juliana Campos e Vitor Ponte, por terem tornado esses anos mais felizes, por terem me incentivado e apoiado sempre.

Aos Professores do curso de Doutorado em Recursos Hídricos, Ernesto Pitombeira, Marco Aurélio Holanda de Castro, Carísia Carvalho Gomes, Raimundo Oliveira de Souza, Vicente de Paulo Pereira Barbosa Vieira e Eduardo Sávio Passos Martins pelos valiosos ensinamentos partilhados.

À amiga, Professora Marisete Dantas de Aquino, por sua disponibilidade, sua amizade, seu apoio.

Ao querido Professor Jonh Kenedy de Araújo, por todas as alegrias partilhadas, por seu olhar sempre atento e incentivo desde a graduação.

Ao Professor Silvrano Adonias Dantas Neto, que mesmo com todas as discordâncias sempre me motivou e tornou esses anos mais agradáveis.

Aos professores Francisco das Chagas Filho, Francisco das Chagas Neto, Alfran Sampaio Moura, Iran Eduardo Lima Neto, Renata Mendes Luna, Nilson Campos, Erasmo Pitombeira, pelos momentos de diversão, tão importantes durante esses anos.

Ao Professor Assis Filho, pela confiança e constante disposição de ajudar aqueles que trabalham com seriedade.

Ao querido Professor Horst Frickorn, pelas estórias engraçadas, pela alegria e bondade que sempre serviram de inspiração a todos que tem a felicidade do seu convívio.

À querida amiga, Professora Ticiane Studart, pela credibilidade e por estar sempre disposta a me ajudar a crescer.

Aos amigos de curso, Rubens Sonsol e Inês Teixeira, por me ajudarem a confiar no meu potencial.

Ao querido amigo, Erivelton, por estar sempre disposto a me ajudar, a me escutar e me incentivar.

À Umbelina Caldas Neta, por ser o elo entre todos os que compõem o Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, pela sua alegria, pelos almoços inenarráveis e pela amizade.

Aos colegas do curso de pós-graduação e do laboratório, pelo companheirismo e incentivo.

Ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil – LNEC, em Lisboa, especialmente ao Engenheiro João Paulo de Cárcomo Lobo Ferreira, por sua extrema cordialidade e disposição a colaborar com a pesquisa a ser desenvolvida.

Aos amigos do Laboratório Nacional de Engenharia Civil – LNEC, Dr. Manoel Oliveira, Patrícia Terceiro e Dra. Malva Mancuso, por toda a ajuda e carinho recebido.

Meus agradecimentos também ao Xavier, Bete, Junior, Shirley, Joviene e Chiquinho, por sua assistência sempre que foi necessária.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES cujo apoio tornou possível a conclusão deste estudo.

*“Ninguém comete erro maior do que não fazer
nada porque só pode fazer um pouco”*

Edmund Burke

RESUMO

Nos dias atuais a água se constitui em um bem natural que limita o desenvolvimento socioeconômico e, até mesmo, a subsistência da população. Como tentativa de minimizar o problema da escassez de água tem-se utilizado a exploração da água subterrânea. Entretanto, esse crescimento da utilização de águas subterrâneas foi feito de forma desordenada e com a construção inadequada de poços. Essa prática acabou por colocar em risco a qualidade das águas subterrâneas. Assim, a gestão dos recursos hídricos subterrâneos tem se tornado um grande desafio. Essa tese propõe o desenvolvimento um modelo para a simulação de fluxo hídrico e de transporte de massa para problemas transientes em aquíferos costeiros sujeitos à intrusão salina, por meio do desenvolvimento de um modelo numérico. Em seguida é desenvolvida uma análise de sensibilidade com o objetivo de possibilitar, através do melhor conhecimento dos parâmetros locais e suas influências, uma melhor adequação do modelo à realidade.

Palavras-chave: Intrusão salina, modelo matemático, análise de sensibilidade adjunta.

ABSTRACT

Today the water is a natural well which limits the socioeconomic development and even the subsistence of the population. An attempt to minimize the problem of water scarcity has used the farming of groundwater. However, this growth of the use of groundwater was done inappropriately and with inadequate wells construction. This practice was eventually put at risk the quality of groundwater. Thus, the management of groundwater resources has become a major challenge. This thesis proposes developing a model for the simulation of water flow and mass transport for transient problems in coastal aquifers subject to saline intrusion, through the development of a numerical model. Then we developed a sensitivity analysis with the goal of enabling through better knowledge of local parameters and their influences, a best fit of model to reality.

Keywords: Saline intrusion, mathematical model, adjoint sensitivity analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Esquematização da interface água doce/salgada em um aquífero costeiro.	20
Figura 2.2 - Intrusão de água salgada na zona de água doce, provocada pelo bombeamento.	21
Figura 2.3 – Seção transversal vertical mostrando os padrões de fluxo de água salina e água doce em um aquífero costeiro não-confinado.	23
Figura 2.4 – Balanço hidrostático no tubo U e desenho idealizado da ocorrência de intrusão salina.	24
Figura 4.1 – Localização de Cap Bon na Tunísia e visualização dos poços existentes.	57
Figura 4.2 – Localização da área de estudo.	58
Figura 4.3 – Topografia e Hidrografia e delimitação da area de estudo.	63
Figura 4.4 – Níveis de salinidade observados em 2008.	64
Figura 4.5 – Discretização do domínio para o modelo regional.	68
Figura 4.6 – Discretização do domínio para o modelo vertical.	69
Figura 5.1 – Resultados da piezometria em regime estacionário.	72
Figura 5.2 – Domínio do problema.	73
Figura 5.3 – Comportamento vertical da carga piezométrica observada.	74
Figura 5.4 – Comportamento da concentração de sal ao longo do aquífero.	74
Figura 5.7 – Distribuição da carga piezométrica inicial gerada pelo modelo matemático.	76
Figura 5.8 – Distribuição da carga piezométrica após 1 ano gerada pelo modelo matemático.	76
Figura 5.9 – Distribuição da carga piezométrica após 1 mês sem bombeamento.	78
Figura 5.10 – Distribuição da carga piezométrica após 1 ano sem bombeamento.	78
Figura 5.11 – Distribuição da carga piezométrica com recarga de 1.500 m ³ /dia após 1 ano sem bombeamento.	80
Figura 5.12 – Distribuição da carga piezométrica com recarga de 3.000 m ³ /dia após 1 ano sem bombeamento.	80
Figura 5.13 – Distribuição da concentração calculada pelo modelo.	82
Figura 5.14 – Distribuição da concentração com bombeamento calculada para o período de 1 ano.	84

Figura 5.15 – Distribuição da concentração sem bombeamento calculada para o período de 1 ano.....	84
Figura 5.16 – Distribuição da concentração com recarga artificial de 1.500 m ³ /dia calculada para o período de 1 ano.....	85
Figura 5.17 – Distribuição da concentração com recarga artificial de 3.000 m ³ /dia calculada para o período de 1 ano.....	85
Figura 5.18 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 1 no período de 30 dias.....	87
Figura 5.19 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 1 no período de 180 dias.....	87
Figura 5.20 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 2 no período de 30 dias.....	89
Figura 5.21 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 2 no período de 180 dias.....	89
Figura 5.22 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 3 no período de 30 dias.....	91
Figura 5.23 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 3 no período de 180 dias.....	91
Figura 5.24 – Impacto sobre a concentração para o cenário 1 no período de 30 dias.....	93
Figura 5.25 – Impacto sobre a concentração para o cenário 1 no período de 180 dias.....	93
Figura 5.26 – Impacto sobre a concentração para o cenário 2 no período de 30 dias.....	95
Figura 5.27 – Impacto sobre a concentração para o cenário 2 no período de 180 dias.....	95
Figura 5.28 – Impacto sobre a concentração para o cenário 3 no período de 30 dias.....	97
Figura 5.29 – Impacto sobre a concentração para o cenário 3 no período de 180 dias.....	97

SUMÁRIO

ABSTRACT.....	9
LISTA DE FIGURAS.....	10
1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. <i>Objetivos e Justificativa.....</i>	16
1.2. <i>Organização do trabalho.....</i>	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1. <i>Intrusão Salina.....</i>	19
2.2. <i>Equações Governantes.....</i>	26
2.2.1. <i>Escoamento Hídrico.....</i>	26
2.2.1.1. <i>Porosidade.....</i>	26
2.2.1.2. <i>Condutividade Hidráulica.....</i>	27
2.2.1.3. <i>Armazenamento.....</i>	28
2.2.1.4. <i>Equação do Fluxo Hídrico Subterrâneo.....</i>	28
2.2.2. <i>Transporte de Massa.....</i>	29
2.2.2.1. <i>Advecção.....</i>	29
2.2.2.2. <i>Difusão Molecular.....</i>	30
2.2.2.3. <i>Dispersão Hidrodinâmica.....</i>	30
2.2.2.4. <i>Equação do Transporte de Massa.....</i>	31
2.3. <i>Condições de Contorno e Condição Inicial.....</i>	32
2.4. <i>Modelagem Matemática em Água Subterrânea.....</i>	33
2.4.1. <i>Método Numérico – Método dos Elementos Finitos.....</i>	34
2.4.2. <i>Consistência, Convergência e Estabilidade.....</i>	36
2.5. <i>Análise de Sensitividade Adjunta.....</i>	37

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	40
3.1. <i>Problema Primário</i>	40
3.1.1. Fluxo Hídrico	40
3.1.2. Transporte de Massa	44
3.2. <i>Análise de Sensitividade Adjunta</i>	47
3.2.1. Medida de Desempenho	48
3.2.2. Problema Duplo – Fluxo e Transporte de Solute.....	49
3.2.2.1. Equação variacional para o fluxo hídrico.....	49
3.2.2.2. Equação variacional para o transporte de massa	52
4. MATERIAIS E MÉTODOS.....	56
4.1. <i>Caracterização da área de estudo</i>	56
4.2. <i>Modelo Regional</i>	58
4.3 <i>Avaliação das Condições Globais de Campo para Solução do Problema Primário</i>	59
4.3.1. Topografia e hidrografia	60
4.3.2. Piezometria e Salinidade.....	61
4.4. <i>Modelo Conceitual</i>	65
4.4.1. Modelagem regional	65
4.4.2. Modelagem vertical.....	66
4.4.3. Modelagem matemática.....	66
4.5. <i>Modelo numérico e discretização da malha</i>	67
4.6. <i>Calibração do modelo</i>	68
4.7. <i>Simulação</i>	70
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	71
5.1. <i>Modelo Regional</i>	71
5.2. <i>Modelo Vertical</i>	72
5.2.1. Condição Inicial	73
5.2.1.1. Carga Piezométrica	73
5.2.1.2. Concentração	74

5.2.2. Considerações sobre o fluxo subterrâneo	75
5.2.3. Considerações sobre a concentração de sais no aquífero.....	81
5.3. <i>Análise de Sensitividade Adjunta</i>	86
5.3.1. Avaliação do comportamento da carga hidráulica	86
5.3.2. Avaliação do comportamento da concentração	92
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	100

1. INTRODUÇÃO

O semi-árido nordestino do Brasil é constituído por terrenos cristalinos que associado a baixas precipitações, distribuição irregular das chuvas e pouca cobertura vegetal, especialmente na caatinga, favorecem o escoamento superficial, reduzindo a infiltração (ANA, 2005).

O estado do Ceará, situado nesta região, encontra-se incluído no denominado Polígono das Secas. Nesse cenário, a água constitui um bem natural de elevada limitação ao desenvolvimento socioeconômico desta região e, até mesmo, na subsistência da população. A ocorrência cíclica de secas e seus efeitos catastróficos no âmbito regional são bem conhecidos e remontam aos primórdios da história do Brasil (CPRM, 1999).

A partir da década de 50, como tentativa de minimizar o problema de água em regiões áridas e semi-áridas, tem-se utilizado a exploração da água subterrânea. Entretanto, esse crescimento da utilização de águas subterrâneas foi acompanhado por um crescimento desordenado e da construção inadequada de poços. Essa prática acabou por colocar em risco a qualidade das águas subterrâneas, pois foi criada uma conexão entre águas mais rasas, mais suscetíveis à contaminação, com águas mais profundas e menos vulneráveis.

Apesar de existirem diversos tipos de contaminação dos aquíferos, um tipo de grande relevância é a tendência de salinização das águas devido ao superbombeamento de poços situados na zona costeira, fazendo com que o equilíbrio entre água doce e salgada seja rompido e, com isso, provocando o caminhamento da cunha salina para o aquífero.

Diversas cidades litorâneas, como Lisboa e Recife, enfrentam esse problema. No Ceará já existem fortes indícios de salinização do aquífero da formação Barreiras nas proximidades da Av. Beira Mar em Fortaleza, onde muitos poços têm sido abandonados devido à má qualidade de suas águas.

No entanto, a falta de dados e o pouco conhecimento da dinâmica local inviabilizam a aplicação de modelos matemáticos para avaliação das condições do aquífero. Devido a isso, optou-se por avaliar um aquífero que possuísse condições

semelhantes e com isso, alertar a comunidade para possíveis impactos e também para propor soluções para o problema em questão.

A área de estudo escolhida situa-se na península de Cap-Bon na Tunísia. Esse aquífero encontra-se salinizado e os poços da região estão inativos. Antes desse estado crítico, as vazões exploradas na área eram superiores a 10.000 m³/dia. A área era utilizada para a agricultura o que potencializou a salinização do solo.

O conhecimento das causas, da dinâmica local e conseqüências da contaminação das águas subterrâneas são imprescindíveis na previsão de cenários futuros, que auxiliam a gerir de forma sustentável as atividades que contaminam o meio ambiente. Os modelos numéricos de fluxo e transporte de contaminantes são fundamentais para o entendimento da extensão da contaminação e para predição desses cenários.

1.1. Objetivos e Justificativa

Esta tese propõe o desenvolvimento um modelo numérico para a simulação de fluxo e transporte de massa para problemas transientes em aquíferos costeiros sujeitos à intrusão salina, de forma a otimizar a exploração dos mesmos, ou seja, maximizar as taxas de bombeamento e minimizar os impactos negativos ao meio ambiente.

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver um modelo numérico, utilizando o Método dos Elementos Finitos, para simular o fluxo e o transporte de contaminantes em águas subterrâneas, e aplicar a análise de sensibilidade adjunta para avaliar o comportamento do modelo à variação dos seus parâmetros. Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- ✓ Avaliar a situação da área de estudo utilizando o modelo FEMWATER;
- ✓ Desenvolvimento do modelo numérico bidimensional e transiente, em linguagem MATLAB, com detalhamento tanto da formulação matemática quanto dos conceitos em que o modelo se baseia, mostrando seus princípios básicos e a resolução do sistema de equações resultantes de sua aplicação;
- ✓ Aplicar a teoria da análise de sensibilidade adjunta;

- ✓ Contribuir para o entendimento do fenômeno da intrusão salina em aquíferos costeiros através da modelagem.

Este trabalho é de grande interesse para a prevenção da contaminação das águas subterrâneas pela intrusão da água do mar, uma vez que se pretende desenvolver e aplicar modelos de simulação numérica do escoamento e da evolução da interface água doce/água salgada, em diferentes cenários de exploração do aquífero para controle da intrusão salina que também servirão de base para a definição de políticas para o licenciamento de novas captações.

Este é um fenômeno complexo e apenas recentemente pesquisas significativas têm sido feitas nessa área. A maioria das investigações desse fenômeno assume uma interface abrupta entre os dois fluidos, mas essa abordagem despreza a realidade física da zona de transição encontrada na água subterrânea. Nesse caso, será considerada uma zona de transição entre a água doce e salgada, sendo essa zona composta por um único fluido, porém com densidades diferentes.

Espera-se que este estudo tenha aplicação não somente no monitoramento da contaminação de aquíferos, como também traga subsídios para o gerenciamento dos impactos ambientais.

1.2. Organização do trabalho

O trabalho foi organizado em cinco capítulos. O presente capítulo oferece uma introdução ao tema desenvolvido, seus objetivos e sua justificativa e descreve a maneira como a tese foi elaborada.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica contendo os fundamentos teóricos sobre água subterrânea, intrusão salina, modelagem matemática de aquíferos e análise de sensibilidade adjunta.

O Capítulo 3 traz o equacionamento tanto do método numérico tradicional, por meio do Método dos Elementos Finitos, como do Método Adjunto para avaliação da sensibilidade do sistema a mudança dos parâmetros.

O Capítulo 4 expõe os resultados obtidos em cada simulação e a discussão desses resultados.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões desta pesquisa e faz algumas sugestões para estudos complementares.

E por fim, no Capítulo 6 encontram-se as Referências Bibliográficas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Intrusão Salina

A água subterrânea é uma solução diluída por compostos sólidos, líquidos ou gasosos em proporções diversas, provenientes do ar (durante o processo de condensação e precipitação), dos solos e das rochas (nas quais circula ou é armazenada) e do contato com as atividades humanas.

As águas subterrâneas apresentam-se sob formas diversas. Neste trabalho, no entanto, será estudada a sua ocorrência em aquíferos livres, ou seja, não confinado. Além disso, o aquífero estudado tem a peculiaridade de encontrar-se na zona costeira.

Em geral, os aquíferos costeiros têm um gradiente hidráulico em direção ao mar, onde o excesso de água flui do aquífero para o mar. Devido a presença de um corpo de água salgada abaixo do aquífero, forma-se uma interface entre a água doce (menos densa) e a água salgada (mais densa) (IRMAY *et al.*, 1968). A Figura 2.1 esquematiza esta relação, onde a água doce é mantida sobre a água salgada.

Essa interface água doce – água salgada, representada na Figura 2.1 como uma linha, é, na verdade, uma zona de transição. Através desta zona, a densidade da mistura de água varia da água doce a água salgada.

Dentro de condições naturais inalteradas, é mantido um estado de equilíbrio, em um aquífero costeiro, com uma interface estacionária e um fluxo de água doce para o mar. Em todo ponto desta interface, a elevação e o declive são determinados pelo potencial e pelo gradiente da água doce (ou pela velocidade de fluxo), mas alterações na dinâmica do aquífero quebram esse equilíbrio dando início ao processo de intrusão salina, ou seja, avanço da água do mar no aquífero.

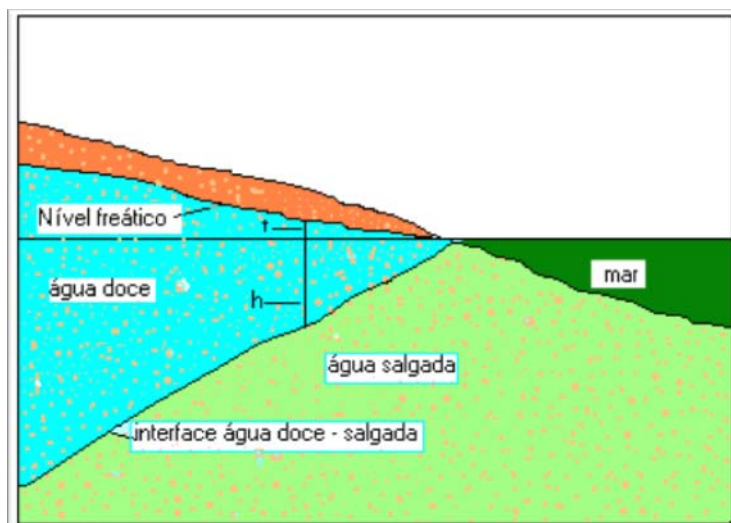


Figura 2.1 - Esquemática da interface água doce/salgada em um aquífero costeiro.¹

Pelo bombeamento excessivo de um aquífero costeiro, a linha d'água próxima a costa é reduzida na extensão que a carga piezométrica da água doce torna-se menor que na água salgada, e a água salgada começa a avançar para o continente até atingir um novo estado de equilíbrio. Este fenômeno é chamado de Intrusão salina. Como a interface avança a zona de transição aumenta (BEAR E VERRUIJT, 1987).

Durante o bombeamento de um poço situado próximo a costa ela provoca o rebaixamento do nível freático ao redor do mesmo, formando um cone de depressão. A diminuição da coluna de água doce permitirá que a água salgada se eleve, de forma a equilibrar a pressão entre as duas. A menos que as taxas de bombeamento sejam bem controladas, a água salgada irá penetrar no poço. Um aumento da salinidade da água do poço serve como advertência para uma possível intrusão salina. Se esta situação perdurar muito tempo, ocorrerá uma intrusão de água salgada que contaminará o aquífero, como mostrado na Figura 2.2.

¹ Fonte: Modificado de www.meioambiente.pro.br/agua/guia/aguasubterranea (2005)

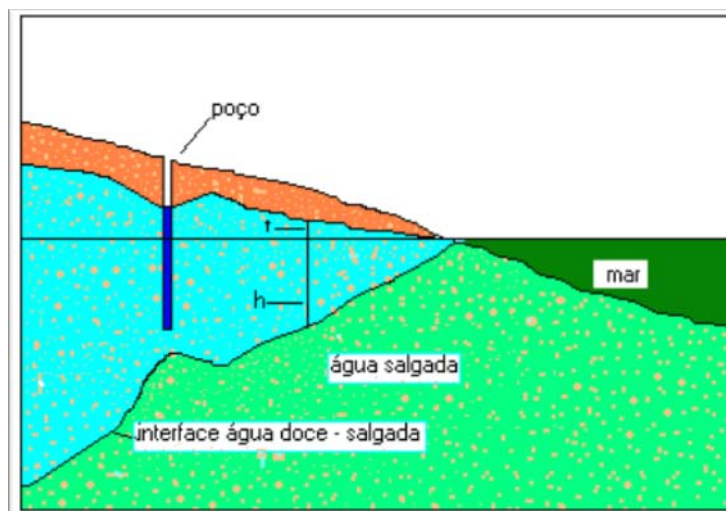


Figura 2.2 - Intrusão de água salgada na zona de água doce, provocada pelo bombeamento.²

Os mecanismos responsáveis pela intrusão salina são classificados em três categorias. A primeira envolve a redução ou a reversão dos gradientes de água subterrânea, que permite que a água salina mais densa desloque a água doce. A segunda é proveniente da destruição de barreiras naturais que separam água salina e água doce. A terceira categoria ocorre onde há disposição de resíduos de água salina no subsolo, tais como despejos em poços ou outras reposições de resíduos (TODD, 1980).

Ainda segundo Todd (1980), o fenômeno de intrusão salina pode ocorrer em aquíferos profundos com avanço de água salgada de origem geológica; em aquíferos rasos, por descarga de resíduos superficiais e em aquíferos costeiros, pela invasão de água do mar.

O avanço da cunha salina em áreas litorâneas é, sem dúvida, um grande problema que, geralmente, resulta da exploração excessiva de poços muito próximos do mar, estando a maioria dos aquíferos costeiros suscetíveis à intrusão salina. O aumento desordenado do número de poços tem provocado significativos rebaixamentos do nível de água e problemas de intrusão salina em todo o mundo, como por exemplo: Itália, Grécia, Suriname, Israel.

Os fatores envolvidos na contaminação pela água salgada são:

² Fonte: Modificado de www.meioambiente.pro.br/agua/guia/aguasubterranea (2005)

- ✓ Distância do fundo do poço em relação a interface água doce – água salgada;
- ✓ Regime de bombeamento e
- ✓ Permeabilidade do aquífero.

O limite entre as camadas de água doce e salina não é bem definido. Uma primeira aproximação desse limite é tratada como uma interface abrupta. Porém, a água doce e a água salgada são na verdade fluidos miscíveis, assim a interface passa a ser uma zona de transição. Esta zona se desenvolve da dispersão através do fluxo de água doce e dos deslocamentos transientes da interface por influências externas como marés, recargas e bombeamentos dos poços (IRMAY *et al.*, 1968).

Uma importante consequência da zona de transição e do movimento em direção ao mar é o transporte de água doce para o mar. A Figura 2.3 mostra esquematicamente o padrão de fluxo nas três zonas (zona de água doce, zona de água salgada e zona de transição). Onde a ação de marés é o mecanismo predominante de mistura. A salinidade da zona de transição aumenta gradativamente com a profundidade.

Os estudos sobre intrusão salina iniciaram com Bandon-Ghyben (1889) e Herzberg (1901). Suas investigações tinham como objetivo a determinação da relação entre a posição e a forma da interface com os demais componentes do balanço hidrológico.

A localização da interface água doce/salgada é calculada pela relação de Ghyben-Herzberg. Essa relação foi desenvolvida a partir de uma abordagem com o fluxo estacionário. A posição da interface está baseada na diferença de carga hidráulica da água doce e salgada.

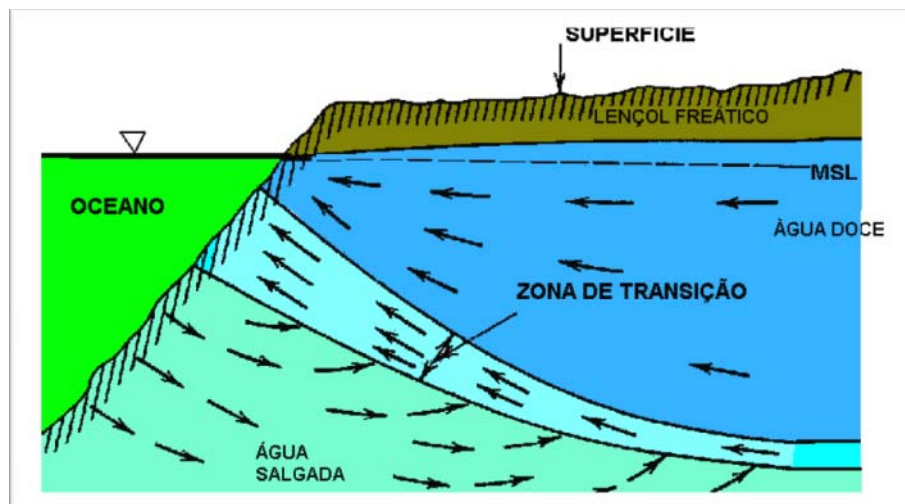


Figura 2.3 – Seção transversal vertical mostrando os padrões de fluxo de água salina e água doce em um aquífero costeiro não-confinado.³

O balanço hidrostático entre a água doce e a água salgada está ilustrado por um tubo em U (Figura 2.4). A pressão em cada lado do tubo deve ser igual, portanto:

Pressão da água do mar = Pressão da água doce

$$\rho_s g z = \rho_f g (z + h_f) \quad (2.1)$$

onde: ρ_s é a densidade da água salina, ρ_f é a densidade da água doce, g é a aceleração da gravidade e z e h_f são mostradas na Figura 2.4. Resolvendo esta equação para z , temos:

$$z = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f \quad (2.2)$$

Essa equação aplica-se corretamente se o fluxo for essencialmente horizontal e se não houver fluxo da água salgada. Embora a posição da interface não esteja correta para zonas de descarga, a equação aproxima-se da realidade.

³ Fonte: Adaptado de Todd (1980).

Traduzindo essa situação para uma situação costeira, como podemos ver na Figura 2.4, h_f se torna a elevação do lençol freático acima do nível do mar e z é a profundidade até a interface de água salina-água doce abaixo do nível do mar.

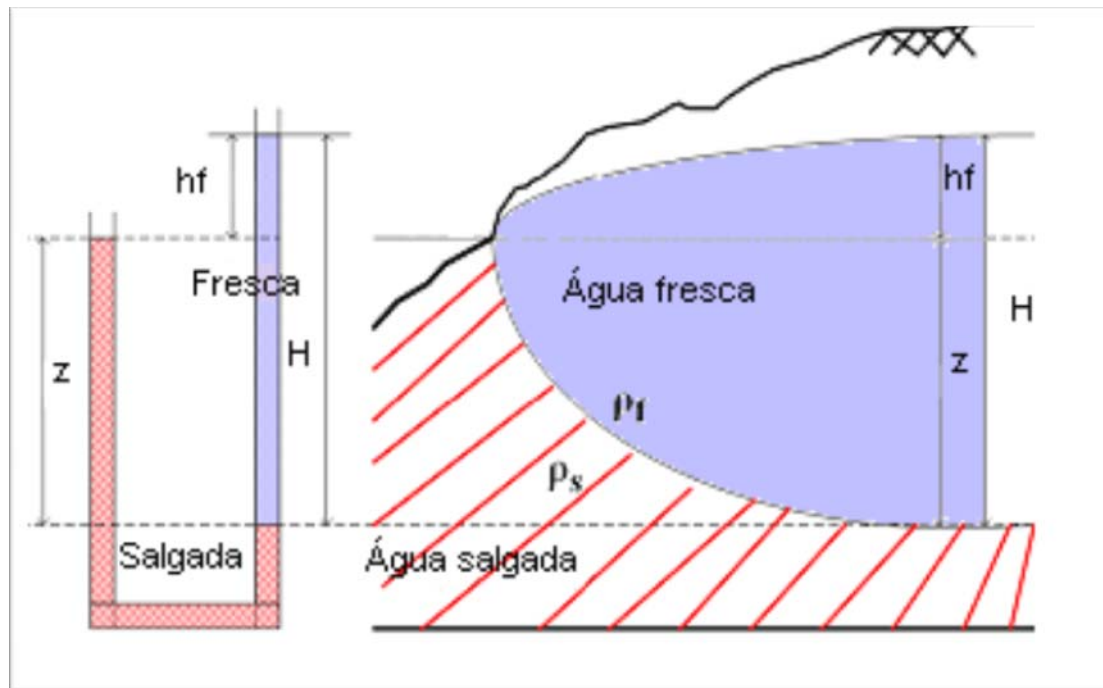


Figura 2.4 – Balanço hidrostático no tubo U e desenho idealizado da ocorrência de intrusão salina.⁴

É importante notar que, através da equação de Ghyben-Herzberg, o equilíbrio entre a água doce – água salgada requer que o lençol freático ou a superfície piezométrica estejam acima do nível do mar e que possuam declividades decrescentes no sentido do oceano. Sem estas condições, a água salina irá avançar em direção ao continente.

Em aquíferos costeiros a diferença de densidade não pode ser desprezada. Neste caso na equação de governo, que expressa o comportamento físico do fluxo subterrâneo, será utilizada a densidade como variável. A água salgada é caracterizada pela alta concentração de sólidos dissolvidos totais (STD). Essa concentração afeta a densidade do fluido. Nesse trabalho a água salgada e a água doce são tratadas como um mesmo líquido, mas com concentrações diferentes e variáveis.

⁴ Fonte: Adaptado de Hong (2005).

De acordo com Paster *et al* (2006), o calculo da localização da interface pela fórmula de Ghyben-Herzberg é possível quando existem dois poços monitorados próximos, sendo que um encontra a zona de água doce e o outro a de água salgada.

Na zona de transição a concentração varia lentamente da água salgada para a água doce. A espessura dessa zona depende de variáveis como: dispersão, velocidade de fluxo e porosidade. Quando a espessura da zona de transição é pequena, esta pode ser aproximada por uma interface pontual ou abrupta.

A intrusão salina tem sido amplamente estudada e essas pesquisas tem tido contribuições significantes para o entendimento desse fenômeno. Iniciada com os estudos de W. Baydon-Ghyben e por A. Herzberg no final do século XIX, as investigações tiveram como objetivo a determinação da relação entre a posição e a forma da interface com os vários componentes hidrológicos do balanço da água subterrânea. Este modelo assume o equilíbrio hidrostático. A relação de Ghyben-Herzberg apresenta uma boa aproximação da localização da interface formada entre água doce e salgada (BEAR, ZASLAVSKY e IRMAY, 1968).

Uma serie de estudos se seguiram a este e foram deduzidas diversas soluções analíticas para o problema. Em 1940, Hubbert insere as condições de equilíbrio dinâmico em uma interface estacionária. No ano de 1960, o pesquisador Luszczynski introduziu o conceito do fluido com densidade variável. O conceito de interface móvel foi incorporado por Bear e Dagan em 1964. Esse modelo baseia-se em expressões aproximadas para o movimento da interface num aquífero costeiro.

Uma solução a partir de um método matemático foi apresentada por Pinder e Cooper em 1970. Este modelo baseia-se no calculo da posição transiente da interface em um aquífero confinado. Lee e Cheng (1974) e Segol e Pinder (1976) simularam as condições transientes com um modelo utilizando MEF (FREEZE e CHERRY, 1980).

Vários códigos computacionais podem ser utilizados na resolução desse tipo de problema, dentre eles pode-se citar: 3DFEMFAT/2DFEMFAT, CODESA-3D, DSTRAM, FAST-C (2D/3D), FEFLOW, HST3D, MEL2DSLTL, MLAEM/VD, MOC DENSE, MOC-DENSITY, MOC DENS3D, SALTFRES, SALTHERM/3D, SHARP, SWIP, FEMWATER, dentre outros (BEAR *et al.*, 1999).

2.2. Equações Governantes

As equações que governam o fluxo da água subterrânea se restringem ao caso em que a densidade é constante ou com uma diferença desprezível. Para avaliar o fenômeno da intrusão salina, no entanto, deve-se observar a diferença de densidades entre a água doce e a água salgada, pois tem um efeito importante na carga piezométrica e no regime de fluxo.

Esse fenômeno é regido por duas equações: a equação do escoamento da água subterrânea e a equação do transporte de massa.

2.2.1. Escoamento Hídrico

Para expor a equação do escoamento hídrico subterrâneo com a variação da densidade, é necessário definir algumas propriedades físicas e hidráulicas dos aquíferos, como a porosidade, a condutividade hidráulica e o armazenamento.

2.2.1.1. Porosidade

A porosidade total de um solo é a percentagem do volume total do solo que é ocupado pelos poros e interstícios. Estes poros podem ser preenchidos com água, se o solo estiver saturado ou com ar e água, se o solo não estiver saturado. Assim, a porosidade é dada pela relação entre o volume de vazios e o volume total do solo:

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (2.3)$$

onde n é a porosidade total, V_v é o volume de vazios [L^3] e V é o volume total [L^3].

A porosidade efetiva pode ser definida como a quantidade de água fornecida por unidade de volume do material, ou seja, a razão entre o volume de água efetivamente liberado de uma amostra de rocha porosa saturada e o volume total.

$$n_e = \frac{V_D}{V} \quad (2.4)$$

onde n_e é a porosidade efetiva, V_D é o volume de água drenada por gravidade [L^3] e V é o volume total [L^3].

2.2.1.2. Condutividade Hidráulica

A condutividade hidráulica de um solo traduz a maior ou menor facilidade com que a água atravessa o solo. Esta é uma propriedade que não depende apenas do solo, mas também de suas características intrínsecas (porosidade total, distribuição dimensional dos poros e sua interconectividade) e das características do fluido (densidade e viscosidade).

A lei de Darcy, enunciada em 1856, mostra que o fluxo é proporcional à área transversal do escoamento, na qual a constante de proporcionalidade K é a condutividade hidráulica.

$$q = -KA \frac{dh}{dl} \quad (2.5)$$

onde q é a vazão de escoamento [L^3T^{-1}], K é a condutividade hidráulica [LT^{-1}], A é a área transversal ao fluxo [L^2] e $\frac{dh}{dl}$ é o gradiente hidráulico, que indica como varia a carga hidráulica ao longo das três direções. O sinal negativo da equação indica que o fluxo da água ocorre no sentido dos potenciais decrescentes, ou seja, no sentido contrário ao gradiente de h .

Hubbert (1956) mostrou que a constante de proporcionalidade de Darcy (K) é uma função das propriedades do meio poroso e do fluido transportado através

dele. A vazão do fluido transportado é diretamente proporcional ao peso específico do fluido e inversamente proporcional à viscosidade dinâmica do fluido (ν), a qual é a medida da resistência ao cisalhamento.

A partir da equação de Darcy, pode-se então definir a condutividade hidráulica como sendo a densidade de fluxo por unidade de gradiente de potencial. Em resumo, a condutividade hidráulica é um parâmetro que expressa a facilidade com que um fluido é transportado através do meio poroso.

É importante frisar, que a Lei de Darcy é válida apenas para escoamentos laminares. Neste tipo de escoamento as velocidades são relativamente pequenas e a água percola lentamente pelos poros do aquífero. O escoamento é determinado pelas forças viscosas do líquido e a perda de carga varia linearmente com a velocidade. Pesquisas efetuadas posteriormente a postulação da lei de Darcy demonstraram que o valor limite do número de Reynolds para o qual regime de fluxo muda de laminar para turbulento no meio poroso é igual a 10. Esta enorme diferença entre o número de Reynolds crítico para escoamentos em condutos forçados e no solo deve-se ao fato de que no solo os canalículos ligando os diversos poros em seu interior são irregulares, tortuosos e mesmo eventualmente não contínuos.

2.2.1.3. *Armazenamento*

Num aquífero livre a liberação de água do aquífero ocorre por meio da drenagem da água existente nos vazios do solo.

O coeficiente de armazenamento do aquífero é o volume de água que o aquífero libera por unidade de área superficial, por unidade de decréscimo da carga hidráulica. Para o caso de um aquífero livre, esse coeficiente é igual a porosidade efetiva.

2.2.1.4. *Equação do Fluxo Hídrico Subterrâneo*

Segundo Hong (2005) as equações de governo são: equação de fluxo para água subterrânea e equação de transporte de massa. A equação de governo para o fluxo de água subterrânea é:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + n \epsilon \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right) = \nabla [K(\nabla h + \epsilon c i_z)] \quad (2.8)$$

onde: \mathbf{K} é o tensor de condutividade hidráulica [LT^{-1}]; c é a concentração do soluto [ML^{-3}]; i_z é o vetor unitário com sentido positivo para cima; S é o armazenamento do aquífero [L^{-1}]; n é a porosidade do meio; ρ é a densidade da água; ρ_0 é a densidade da água doce e ϵ é definido como:

$$\epsilon = \frac{\rho_f}{[(\rho)_s - \rho_f] c_s} \quad (2.9)$$

sendo c_s a concentração de soluto que corresponde a densidade ρ_s .

2.2.2. Transporte de Massa

Para estudar a dinâmica do transporte de soluto, a compreensão da teoria que envolve o movimento do sal nesta região é de fundamental importância. Segundo Fetter (1993), no transporte de massa, os processos físicos que controlam o fluxo são a advecção e a dispersão hidrodinâmica. Podem ocorrer perdas ou ganhos como resultado das reações químicas ou bioquímicas ou, devido ao decaimento.

2.2.2.1. Advecção

A advecção pode ser designada como o processo primário responsável pela migração do soluto através do meio poroso. A advecção é o processo pelo qual o soluto é transferido devido a um movimento preferencial do fluido. Sendo assim, o fluido funciona como dispersor, diminuindo a concentração do soluto.

A massa que está sendo influenciada pelo processo de advecção se desloca com a mesma taxa que a velocidade linear média da água subterrânea. Nesse mecanismo, os contaminantes seguem a mesma direção e sentido dos vetores de fluxo e

guardam uma relação direta com a velocidade de percolação no solo (MENESCAL, 2008).

É importante ressaltar que a velocidade de Darcy só é válida para o escoamento laminar e este é normalmente identificado pelo número de Reynolds (Re), um número adimensional que expressa a taxa de inércia da viscosidade durante o fluxo (BEAR, 1972).

2.2.2.2. *Difusão Molecular*

Como o soluto não se distribui da mesma forma entre os vazios do meio poroso, devido à presença de outras substâncias, irá ocorrer a formação de gradientes de concentração, ocasionando a formação de um processo denominado de difusão.

A difusão molecular de um soluto através da água é descrita pela Lei de Fick, que descreve o transporte de um soluto com a concentração variando com o tempo:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_a \nabla^2 c \quad (2.10)$$

onde: $\frac{\partial c}{\partial t}$ é a variação da concentração no tempo [$ML^{-3}T^{-1}$], D_a é o coeficiente de difusão molecular [L^2T^{-1}], c é a concentração do soluto [ML^{-3}] e $\nabla^2 c$ é o gradiente de concentração [ML^{-4}].

2.2.2.3. *Dispersão Hidrodinâmica*

A dispersão hidrodinâmica é o transporte de soluto devido ao efeito combinado da difusão molecular e da dispersão mecânica, que é a mistura e distribuição

de soluto na direção longitudinal e transversal do escoamento como reação às variações locais nas velocidades do fluido.

O coeficiente de dispersão hidrodinâmica é composto pela soma dos coeficientes de difusão molecular e dispersão mecânica, ou seja,

$$D = D_d + D_m = D_d + \alpha_L v_L \quad (2.11)$$

onde D é o coeficiente de dispersão hidrodinâmica [L^2T^{-1}], D_d é o coeficiente de difusão molecular [L^2T^{-1}], D_m é o coeficiente de dispersão mecânica [L^2T^{-1}], α_L é a dispersividade longitudinal [L] e v_L é a velocidade linear média [LT^{-1}].

Além dos processos físicos de transferência acima citados existe ainda a atenuação na qual existe redução de contaminantes transportados pela advecção ou diluição através de reações químicas ou físico-químicas, mas no caso do sal este processo é desprezível.

Os modelos de predição da dinâmica dos contaminantes são importantes porque, apesar de complexos, podem auxiliar na decisão de quando e com qual intensidade as intervenções de engenharia podem ser conduzidas na recuperação de uma área impactada, bem como decidir se a atenuação natural é ambientalmente aceitável.

2.2.2.4. Equação do Transporte de Massa

Segundo Bear *et al* (1999) para encontrar a Equação do Transporte avalia-se a equação de conservação da massa da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c) = -\nabla \cdot (\rho v - D \nabla c) + q_c + f \quad (2.12)$$

A equação 2.12 pode ser reescrita como:

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c) - \nabla \cdot (vc) + qc + f \quad (2.13)$$

onde: n é a porosidade do meio, D o tensor de dispersão hidrodinâmica aparente [L^2T^{-1}]; c é a concentração [ML^{-3}], v a velocidade de Darcy [LT^{-1}]; q é o fluxo [L^3T^{-1}] e f é o termo fonte/sumidouro [L^3T^{-1}].

2.3. Condições de Contorno e Condição Inicial

A resolução de equações diferenciais parciais gera uma série de soluções possíveis. Para encontrar a solução de um problema específico deve-se particularizar a solução. Para isso utiliza-se um conjunto de condições que irão caracterizar o problema em questão.

Estas condições recebem o nome de condições de contorno quando se referem a geometria do problema e de condições iniciais, quando se referem ao tempo inicial do problema.

Utiliza-se três tipos de condições de contorno para descrever o fluxo hídrico ou o transporte de solutos em águas subterrâneas.

As condições de contorno do tipo 1 (Dirichlet) especificam a carga hidráulica, no caso da equação do fluxo hídrico, ou a concentração, no caso da equação de transporte.

As condições de contorno do tipo 2 (Von Neumann) especificam um fluxo qualquer. Neste caso, a variável de interesse no contorno também é uma incógnita e deve ser determinada como parte do processo de solução. Se ao longo do contorno, a condição é do tipo Von Neumann, será necessário especificar pelo menos um ponto com carga hidráulica (ou concentração) conhecida para que o problema seja determinado (MENESCAL, 2008).

As condições de contorno do tipo 3 (Cauchy) especificam uma carga hidráulica ou concentração que também é dependente do fluxo. Esse tipo de condição de contorno é também chamado de condição de contorno mista e é uma combinação linear dos dois tipos descritos anteriormente.

Os problemas transientes envolvem a variação temporal da grandeza física analisada, ou seja, a carga hidráulica no caso do fluxo ou a concentração do

contaminante, no caso do transporte de soluto. A partir dos valores das variáveis no instante inicial (t_0), podem-se calcular seus novos valores em instantes futuros (t).

2.4. Modelagem Matemática em Água Subterrânea

O gerenciamento das águas subterrâneas, tanto do abastecimento como do controle da poluição, necessita de ferramentas que apóiem a tomada de decisões. No entanto, de acordo com o problema que se pretende avaliar, existe uma infinidade de variáveis que devem ser estudadas e isso demanda tempo e dinheiro. Devido a isso há a necessidade de simplificar a realidade para a predição de cenários e assim auxiliar os processos decisórios.

Os modelos são ferramentas projetadas para representar uma versão simplificada de um problema real. É uma tentativa para compreensão dos processos físicos, químicos e biológicos traduzidos em termos matemáticos. O objetivo da modelagem é o de prever ou predizer cenários onde estão envolvidas variáveis desconhecidas, como, por exemplo, a variação da carga hidráulica ou distribuição de concentrações de espécies químicas em um sistema aquífero no tempo e no espaço (BEDIENT *et al.*, 1994).

No estudo de um problema duplo como é o caso da intrusão salina é preciso desenvolver um modelo conceitual. De acordo com Fetter (1994), os modelos conceituais são estáticos, descrevem apenas a condição inicial do sistema. Para conhecer o comportamento do sistema ao longo do tempo é preciso utilizar algum modelo dinâmico que possa ser manipulado.

Em tais casos, o modelo conceitual é então traduzido em termos matemáticos, formando assim o modelo matemático, que é o conjunto de equações diferenciais que regem o problema estudado e suas respectivas condições de contorno e condições iniciais.

Os modelos matemáticos de fluxo de água salgada/doce em aquíferos costeiros são utilizados como importante ferramenta para avaliar a extensão da intrusão salina, bem como para planejar o uso racional da água subterrânea (DAGAN & ZEITOUN, 1996).

Os modelos matemáticos são classificados em analíticos e numéricos.

Devido às simplificações adotadas tanto para o meio físico como para a geometria do problema, as soluções analíticas normalmente não resolvem diretamente os problemas do mundo real. Porém, estas soluções servem para diversos propósitos. Como exemplo de soluções analíticas consolidadas pode-se citar: Ghyben-Herzberg (1988), Glover (1964), Fetter Oceanic Island (1972), Strack Pumping Well (1976), Superposição, Bear e Dagan – Upconing (1968, 1964) e soluções estocásticas (BEAR *et al*, 1999).

Os modelos numéricos são utilizados quando há geometrias e/ou condições de contorno e condições iniciais complexas ou em casos onde os valores dos parâmetros variam de acordo com a área modelada. Ao contrário da solução analítica, a solução numérica é uma solução aproximada, obtida quando se utiliza uma função de aproximação na equação de governo e quando se efetuam simplificações no problema estudado.

Quando a variável do problema estudado varia apenas ao longo do domínio são chamados de problemas permanentes ou estacionários. No entanto, se esta variável possuir também uma variação ao longo do tempo, os problemas são chamados de transientes.

Atualmente, existe modelos que são utilizados para resolver os mais diferentes tipos de problemas relacionados a intrusão salina. Tais modelos utilizam métodos numéricos e simplificações variadas. A seleção do método numérico que será utilizado depende de vários fatores, como: precisão, eficiência, custo, tipo de dados necessários e utilidade.

2.4.1. Método Numérico – Método dos Elementos Finitos

Os métodos numéricos são procedimentos matemáticos, para emprego computacional, por meio de implementação em códigos que obedeçam a algoritmos lógicos, que buscam obter a solução de um problema de caráter científico através de aproximações numéricas sucessivas. Devem obedecer a uma rotina de análise e modelagem do problema, a determinação das relações matemáticas entre variáveis,

funções e condicionantes desse problema, e à execução de testes de validação e aperfeiçoamento do algoritmo/código de solução.

Diversas classes de métodos numéricos estão disponíveis para a solução de equações diferenciais parciais encontradas nos vários ramos da física e engenharia, incluindo-se diferenças finitas, espectral, volumes finitos, elementos finitos e método dos elementos de contorno.

O método dos elementos finitos (MEF) originou-se de uma variação do procedimento de Raleigh-Ritz para solução de problemas de estruturas. O conceito fundamental do método dos elementos finitos é que qualquer região é composta de elementos. Desta forma, o comportamento geral de um sistema pode ser determinado, considerando-se o comportamento de seus componentes (subsistema). O primeiro passo é subdividir uma região em regiões menores (elementos). Cada elemento é conectado nos nós (AL-KHAFAJI & TOOLEY, 1986).

O objetivo da maioria das análises é determinar funções desconhecidas, chamadas de variáveis dependentes que satisfaça um dado conjunto de equações diferenciais num determinado domínio ou região e algumas condições de contorno no contorno do domínio (coleção de pontos no espaço). Usa-se o símbolo Ω para denotar um domínio arbitrário e Γ para denotar seu contorno. Quando as variáveis dependentes são funções de duas variáveis independentes (x e y) o domínio bi-dimensional é uma superfície e o contorno é a curva que a envolve (REDDY, 1993).

Ainda segundo Reddy (1993), na análise de elementos finitos em problemas bi-dimensionais está envolvida a discretização de uma malha de elementos finitos, consistindo de elementos bi-dimensionais como triângulos, retângulos e, ou quadriláteros que permitem derivação de funções de interpolação. A habilidade de representar domínios com geometrias irregulares torna o método uma ferramenta prática valiosa para a solução de problemas de engenharia.

Uma equação diferencial descreve um problema de valores de contorno se a variável e sua derivada satisfazem os valores no contorno. Um problema de valores iniciais é aquele em que a variável dependente e suas derivadas são especificadas inicialmente, isto é, no tempo $t=0$. Quando valores especificados são diferentes de zero, as condições são ditas não homogêneas, do contrário são homogêneas (REDDY, 1993).

O método dos elementos finitos é, portanto, uma técnica na qual um dado domínio é representado como uma coleção de sub-domínios, chamados elementos

finitos, de forma que seja possível construir sistematicamente funções de aproximação necessárias a uma aproximação variacional para aproximação da solução.

2.4.2. Consistência, Convergência e Estabilidade

Para que se possa ter confiança em um esquema numérico de aproximação, de modo a assegurar que a solução obtida pelo esquema numérico representa uma aproximação razoável da solução exata do problema, é necessário que o esquema utilizado apresente propriedades de consistência, convergência e estabilidade (MENESCAL, 2008).

A consistência relaciona a aproximação do sistema contínuo de equações a um sistema discreto, fazendo com que os incrementos da malha tendam a zero. Esta é uma importante propriedade da discretização, pois assegura que o refinamento da malha (ou do intervalo de tempo) produz resultados mais precisos.

A consistência e estabilidade são condições necessárias e suficientes para a convergência. Portanto, o esquema é dito convergente quando o erro de discretização tende para zero, em qualquer ponto.

A estabilidade é uma condição sobre o esquema numérico. Pode-se considerar um esquema estável quando o valor absoluto de qualquer erro na solução estiver limitado por um valor finito. Quando se usa um método instável a solução tende para o infinito. A maioria dos métodos utilizados tem limites de estabilidade que impõem restrições às dimensões das malhas.

O transporte do soluto no meio pode ser determinado pela solução da equação da advecção-dispersão, que é uma equação diferencial parcial. No entanto, essa equação apresenta particularidades em sua, como restrições quanto à discretização espacial e temporal, utilizadas para obtenção de sua solução. Se essas restrições não forem observadas, a solução resultante da aplicação do método numérico apresenta instabilidade.

Para que as soluções do problema de transporte de contaminantes não apresentem instabilidade devidas à dispersão numérica é necessário que sejam observadas duas restrições (COSTA, 2005):

- ✓ Para a medida dos efeitos da discretização espacial se define o número de Péclet, que é a relação entre a magnitude da velocidade de fluxo, o comprimento e o valor do coeficiente de dispersão. O número de Péclet (Pe) é um parâmetro adimensional utilizado para determinar qual mecanismo (convecção-dispersão ou difusão) domina o processo de transferência de solutos (ROTH, 1996).
- ✓ Para medida dos efeitos da discretização temporal se define o número de Courant, que é a relação entre a magnitude da velocidade de fluxo, o tamanho do intervalo de tempo e o tamanho da discretização espacial na direção da velocidade.

2.5. Análise de Sensitividade Adjunta

A teoria da sensibilidade adjunta é um método para calcular a incerteza das medidas de desempenho de um sistema. As soluções do problema primário de fluxo de água subterrânea e do problema adjunto podem calcular a derivada requerida ou os coeficientes de sensibilidade. Assim reduz-se o tempo e o custo do processo de tentativa e erro ou da amostragem direta dos parâmetros, facilitando a obtenção de resultados (INTERA, 1983).

Os coeficientes de sensibilidade são utilizados para indicar a sensibilidade das medidas de desempenho para os parâmetros adotados. São derivadas exatas das medidas de desempenho em relação ao parâmetro investigado e indicam a taxa e a direção da mudança da medida de desempenho causada por uma perturbação nos parâmetros (WILSON E METCALFE, 1985).

Em análise de sensibilidade utiliza-se uma medida de desempenho, ou seja, uma medida escalar do comportamento do sistema ou do desempenho do modelo. Esta medida de desempenho também é chamada de função resposta ou função objetiva. Para o sistema de fluxo em questão esta medida é dada por:

$$E = \int_{\Omega} f(c, h) d\Omega \quad (2.14)$$

onde f é uma função de estado do sistema (não especificada), que neste caso, é dada pela carga hidráulica (h) e o vetor de parâmetros do sistema ($\{\alpha\}$). Dependendo do problema a ser analisado, f pode ser independente de alguns ou de todos os parâmetros de $\{\alpha\}$, que representa um vetor coluna do sistema. Neste trabalho o vetor de parâmetros do sistema é um vetor coluna composto pela condutividade hidráulica (K), descarga ou recarga (Q), carga prescrita (h_1) e fluxo prescrito (q_n).

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} K \\ Q \\ h_1 \\ q_n \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

O coeficiente de sensibilidade da medida de desempenho (E) para variações em um parâmetro específico (α_k) pode ser definido como:

$$\frac{dE}{d\alpha_k} = \int_{\Omega} \frac{df(\{\alpha\}, h)}{d\alpha_k} d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial f(\{\alpha\}, h)}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f(\{\alpha\}, h)}{\partial h} \frac{dh}{d\alpha_k} \right) d\Omega \quad (2.16)$$

Chamando de λ_k a variação $dh/d\alpha_k$, que é a sensibilidade da carga hidráulica (h) ao parâmetro α_k e é denominada de estado de sensibilidade, pode-se reecrevar a equação 2.16 como:

$$\frac{dE}{d\alpha_k} = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial f(\{\alpha\}, h)}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f(\{\alpha\}, h)}{\partial h} \lambda_k \right) d\Omega \quad (2.17)$$

O primeiro termo da integral da Equação 2.17 indica a dependência explícita de α_k em E , ou seja, é o efeito direto, enquanto o segundo é o efeito indireto (SYKES, 1985).

Resolvendo a Equação 2.17 encontra-se o valor do estado de sensibilidade (λ) para cada parâmetro de interesse. Vale salientar que o grande número de parâmetros inviabiliza a utilização desta equação, e se o domínio for complexo, com muitos elementos, este método deixa de ser atrativo.

Para resolver este problema foram formuladas equações adjuntas de equações diferenciais parciais para λ , esta técnica é conhecida como método adjunto.

A forma adjunta, que é calculada como parte do processo de determinação dos coeficientes de sensibilidade, pode dar informações adicionais relativa ao desempenho do sistema. Este método evita que o modelo seja rodado diversas vezes, o que implica numa economia significativa em termos de processamento (WILSON E METCALFE, 1985).

O método adjunto é baseado na definição de adjunto de um operador diferencial \mathcal{L} , que diz:

$$\int_{\Omega} \lambda^* \mathcal{L} \lambda d\Omega = \int_{\Omega} \lambda \mathcal{L}^* \lambda^* d\Omega \quad (2.18)$$

onde λ e λ^* são funções arbitrárias, e \mathcal{L}^* é o operador adjunto de \mathcal{L} . Assim uma dada equação diferencial terá uma equação adjunta associada a ela (INTERA, 1983).

A função arbitrária λ^* é chamada de estado de sensibilidade adjunto. Para uma dada medida de desempenho e uma dada função f , a equação deve ser resolvida apenas uma vez para λ^* . Desta forma, o cálculo do estado adjunto λ^* é mais rápido do que as soluções múltiplas da equação para a sensibilidade λ .

O estado de sensibilidade adjunto λ^* significa uma variação no valor da medida de desempenho causada por 1 unidade de fluxo de água em qualquer ponto x do domínio.

A análise de sensibilidade adjunta é um assunto ainda pouco abordado. Este método baseia-se na teoria variacional e tem sido aplicada a modelagem de águas subterrâneas a cerca de três décadas.

O INTERA (1983) desenvolveu um estudo que avaliou a sensibilidade de um sistema por meio da análise de sensibilidade adjunta utilizando equações bidimensionais do fluxo permanente em aquíferos confinados.

A teoria da sensibilidade adjunta foi desenvolvida por Sykes, Wilson e Andrews (1985) para o fluxo permanente em um aquífero confinado. Wilson e Metcalfe (1985) aplicaram esta metodologia a três problemas distintos de fluxo subterrâneo e mostrou o comportamento do sistema as variações de determinados parâmetros.

Pitombeira (1994) desenvolveu a metodologia da análise de sensibilidade adjunta para identificar parâmetros hidráulicos que causavam maior perturbação a um sistema aquífero em meio fraturado.

Tber, Talibi e Ouazar (2007) aplicaram a análise de sensibilidade para identificar os parâmetros mais sensíveis ao fenômeno da intrusão salina.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo mostra a formulação matemática que será aplicada para a solução do problema a ser estudado. Será considerado um problema bidimensional (vertical) e transiente.

3.1. Problema Primário

3.1.1. Fluxo Hídrico

Analisar-se-á a Equação 2.8 que rege o fluxo de água subterrânea em aquíferos livres e isotrópicos em estado bidimensional transiente. Assim a equação 2.8 ficará:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \epsilon c l_x \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \epsilon c l_z \right) \right] = S \frac{\partial h}{\partial t} + n \epsilon \frac{\partial c}{\partial t} \quad (3.1)$$

A equação 3.1 está sujeita as condições de contorno e inicial expressas na equação (3.2a, 3.2b e 3.2c).

$$h(x, z, 0) = f_0 \quad (x, z) \in \Omega \quad (3.2a)$$

$$h|_{\Gamma_1} = f_1 \quad (3.2b)$$

$$K(\nabla h + \epsilon c l_x) \cdot n|_{\Gamma_2} = f_2 \quad (3.2c)$$

Como o método numérico é um método de aproximação da solução exata (método dos resíduos ponderados), a solução da equação diferencial não é igual a zero, e sim a um valor residual que diminui a medida que a solução numérica se aproxima da solução exata.

O método dos resíduos ponderados parte de uma abordagem que tenta aproximar uma função da solução exata da equação. A solução é dada por essa função, e não por um conjunto de pontos. Devido a isso a equação (3.1) é igualada a $R(x)$, que é exatamente o resíduo.

Este resíduo então é multiplicado por uma função ponderadora $W_i(x)$ e a integral deste produto é igualada a zero:

$$\int W_i(x, z) R(x, z, t) d\Omega = 0 \quad (3.3)$$

O método de Galerkin é o mais usado dos métodos dos resíduos ponderados. Ele se baseia em usar como funções ponderadoras $W_i(x, z)$ as mesmas funções de aproximação $N_i(x, z)$, assim:

$$\int W_i(x, z) R(x, z, t) d\Omega = \int N_i(x, z) R(x, z, t) d\Omega = 0 \quad (3.4)$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \int N_1(x, z) R(x, z, t) d\Omega &= 0 \\ \int N_2(x, z) R(x, z, t) d\Omega &= 0 \\ &\dots \\ \int N_n(x, z) R(x, z, t) d\Omega &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ou em notação matricial:

$$\int_{\Omega} [N]^T R(x, z) d\Omega = 0 \quad (3.6)$$

Igualando a equação (3.1) a $R(x,z)$ e substituindo em (3.6):

$$\int_{\Omega} [N]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \epsilon c t_z \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \epsilon c t_x \right) \right] - S \frac{\partial h}{\partial t} - n \epsilon \frac{\partial c}{\partial t} \right\} d\Omega = 0 \quad (3.7)$$

Analisam-se cada termo da equação (3.7) separadamente.

✓ Primeira integral da equação (3.7) pode ser escrita como:

$$\int_{\Omega} [N]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] \right\} d\Omega \quad (3.8)$$

Aplica-se a 1ª identidade de Green a equação (3.8). Resultando:

$$\int_{\Gamma} [N]^T \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial x} n_x + \frac{\partial h}{\partial z} n_z \right) \right] d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla [N]^T K \nabla h d\Omega \quad (3.9)$$

Sabe-se pela lei de Darcy, que:

$$|q| = -K \frac{\partial h}{\partial x} n_x - K \frac{\partial h}{\partial z} n_z \quad (3.10)$$

Dessa forma se substituirmos a equação (3.10) na equação (3.9):

$$\int_{\Gamma} [N]^T \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial x} n_x + \frac{\partial h}{\partial z} n_z \right) \right] d\Gamma = \int_{\Gamma} [N]^T q d\Gamma \quad (3.11)$$

A segunda integral da equação (3.9) pode ser simplificada para cada elemento “e” da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} \nabla [N]^T K \nabla h d\Omega = \int_{\Omega} K \nabla [N]^T \nabla [N] d\Omega \cdot \{h\}_e \quad (3.12)$$

Reescrevendo a equação (3.8) tem-se:

$$\int_{\Gamma} [N]^T q d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{K} \nabla [N]^T \nabla [N] d\Omega \cdot \{h\}_e \quad (3.13)$$

✓ Segunda integral da equação (3.4) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} [N]^T \left\{ K \left[\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon c t_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon c t_z) \right] \right\} d\Omega = \int_{\Omega} [N]^T \nabla [N] K \eta \epsilon d\Omega \cdot \{c\}_e \quad (3.14)$$

Sendo i_z o componente do vetor unitário na direção vertical com sentido para cima.

✓ Terceira integral da equação (3.7) fica:

$$\int_{\Omega} [N]^T S \frac{\partial h}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} [N]^T [N] S d\Omega \cdot \frac{\partial \{h\}_e}{\partial t} \quad (3.15)$$

✓ Quarta integral da Equação 3.7:

$$\int_{\Omega} [N]^T n \epsilon \frac{\partial c}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} n \epsilon [N]^T [N] d\Omega \cdot \frac{\partial \{c\}_e}{\partial t} \quad (3.16)$$

Substituindo as integrais e escrevendo a equação na forma matricial, tem-se:

$$[S] \frac{\partial \{h\}_e}{\partial t} + [R] \frac{\partial \{c\}_e}{\partial t} + [K] \{h\}_e - [F] \{c\}_e - \{q\}_e = 0 \quad (3.17)$$

Onde:

$\{q\}_e \Rightarrow$ Vetor de escoamento no elemento;

$[K] \Rightarrow$ Matriz de condutividade hidráulica;

$[R] \Rightarrow$ Matriz referente a variação de densidade;

$[S] \Rightarrow$ Matriz referente ao armazenamento;

$\{c\}_e \Rightarrow$ Vetor nodal da concentração;

$\{h\}_e \Rightarrow$ Vetor nodal da carga hidráulica.

A derivada de tempo é resolvida pelo Método das Diferenças Finitas (MDF). Sendo p um parâmetro qualquer e k o intervalo de tempo, tem-se que:

$$\frac{\partial [p]_e}{\partial t} = \frac{p^{k+1} - p^k}{\Delta t} \quad (3.18)$$

Conhecendo os valores iniciais e sabendo que os valores nodais variam linearmente, podem-se calcular os valores para os passos de tempo seguintes por:

$$[p]_e = (1 - \phi)p^k + \phi p^{k+1} \quad (3.19)$$

onde: ϕ varia de 0 a 1 de acordo com o esquema adotado, Δt é o passo de tempo e p^k é o valor inicial do parâmetro estudado.

Substituindo as equações (3.18) e (3.19) na equação (3.11) encontra-se:

$$[q]_e - [K][(1 - \phi)h^k + \phi h^{k+1}] + [B][(1 - \phi)c^k + \phi c^{k+1}] - [S]\left(\frac{h^{k+1} - h^k}{\Delta t}\right) - [R]\left(\frac{c^{k+1} - c^k}{\Delta t}\right) = 0$$

A equação (3.20) é a discretização numérica da Equação de Fluxo Transiente da Água Subterrânea (problema primário).

3.1.2. Transporte de Massa

A equação que rege a dispersão de poluentes em água subterrânea também será analisada para um caso bidimensional e transiente para um aquífero isotrópico. A metodologia a ser utilizada segue os mesmos passos do que foi feito para a equação do fluxo, ou seja, MEF – Galerkin. Onde a equação para esse caso ficará igual a:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(D \frac{\partial c}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial x}(vc) + qc + f = n \frac{\partial c}{\partial t} \quad (3.21)$$

E está sujeita as condições de contorno e inicial expressas na equação (3.22a, b e c).

$$c(x, z, 0) = f_0 \quad (x, z) \in \Omega \quad (3.22a)$$

$$c|_{\Gamma_1} = f_1 \quad (3.22b)$$

$$(D\nabla c - vc) \cdot n|_{\Gamma_2} = f_2 \quad (3.22c)$$

Repetindo o procedimento aplicado a equação do fluxo, iguala-se a equação (3.21) a $R(x)$ e aplica-se o Método dos Elementos Finitos de Galerkin, ou seja, substituindo a função de ponderação pela função de forma, tem-se:

$$\int_{\Omega} [N]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (vc) + qc + f - n \frac{\partial c}{\partial t} \right\} d\Omega = 0 \quad (3.23)$$

Desmembra-se a equação (3.23) e agrupa os termos similares para analisar cada termo da equação separadamente.

✓ Primeira integral:

$$\int_{\Omega} [N]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right) \right\} d\Omega - \int_{\Omega} [N]^T v(D\nabla c) d\Omega \quad (3.24)$$

Aplicando a 1ª identidade de Green na equação (3.24) encontra-se:

$$\int_{\Omega} [N]^T v(D\nabla c) d\Omega - \int_{\Gamma} [N]^T \left[D \frac{\partial c}{\partial x} n_x + D \frac{\partial c}{\partial z} n_z \right] d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla [N]^T (D\nabla c) d\Omega \quad (3.25)$$

A massa de soluto é transportada por meio de dois processos: advecção e difusão. A difusão do soluto na água é descrita pela Lei de Fick. A primeira lei de Fick descreve o fluxo do soluto e pode ser escrita da seguinte forma:

$$F = -D\nabla c = - \left[D \frac{\partial c}{\partial x} n_x + D \frac{\partial c}{\partial z} n_z \right] \quad (3.26)$$

Avaliando a integral de contorno da equação (3.25) obtêm-se:

$$\int_{\Gamma} [N]^T \left[D \frac{\partial c}{\partial x} n_x + D \frac{\partial c}{\partial z} n_z \right] d\Gamma = \int_{\Gamma} [N]^T (-F) d\Gamma \quad (3.27)$$

O sinal negativo indica que o soluto desloca-se da zona de maior concentração para a de menor concentração.

A integral de domínio da equação (3.25) pode ser reescrita como:

$$\int_{\Omega} \nabla [N]^T (\mathcal{D} \nabla c) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{D} \nabla [N]^T \nabla [N] d\Omega \cdot \{c\}_e \quad (3.28)$$

Assim a equação (3.24) resulta em:

$$\int_{\Gamma} [N]^T (-F) d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{D} \nabla [N]^T \nabla [N] d\Omega \cdot \{c\}_e \quad (3.29)$$

✓ Segunda integral da equação (3.23) pode ser analisada da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} [N]^T \left(\frac{\partial}{\partial x} (vc) \right) d\Omega = \int_{\Omega} v [N]^T \nabla [N] d\Omega \cdot \{c\}_e \quad (3.30)$$

✓ Terceira integral da equação (3.23) envolve o termo transiente.

$$\int_{\Omega} [N]^T n \frac{\partial c}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} n [N]^T [N] d\Omega \cdot \frac{\partial \{c\}_e}{\partial t} \quad (3.31)$$

✓ Quarta integral = inalterada

Substituindo as equações e colocando na forma matricial, tem-se:

$$\{f\}_e - [D]\{c\}_e - [U]\{c\}_e - [T] \frac{\partial \{c\}_e}{\partial t} = 0 \quad (3.32)$$

onde:

$\{f\}_e \Rightarrow$ Vetor de fluxo difusivo e advectivo no elemento;

$[D] \Rightarrow$ Matriz referente ao termo de difusão;

$[U] \Rightarrow$ Matriz referente ao termo de advecção;

$[T] \Rightarrow$ Matriz referente ao termo transiente;

$\{c\}_e \rightarrow$ Vetor nodal da concentração.

A velocidade de Darcy é dada por:

$$v = -K(\nabla h + \text{esc}_2) \quad (3.33)$$

A derivada de tempo é resolvida pelo Método das Diferenças Finitas (MDF). Sendo p um parâmetro qualquer, tem-se que:

$$\frac{\partial [p]_e}{\partial t} = \frac{p^{k+1} - p^k}{\Delta t} \quad (3.34)$$

Conhecendo os valores iniciais e sabendo que os valores nodais variam linearmente, podem-se calcular os valores para os passos de tempo seguintes por:

$$[p]_e = (1 - \phi)p^k + \phi p^{k+1} \quad (3.35)$$

onde: ϕ varia de 0 a 1 de acordo com o esquema adotado, Δt é o passo de tempo e p^k é o valor inicial do parâmetro estudado.

Substituindo as equações (3.34) e (3.35) na equação (3.32) encontra-se:

$$[f]_e - [D + U][(1 - \phi)c^k + \phi c^{k+1}] - [T] \left(\frac{c^{k+1} - c^k}{\Delta t} \right) = 0 \quad (3.36)$$

A equação (3.36) é a discretização numérica da Equação de Fluxo Transiente da Água Subterrânea (problema primário).

3.2. Análise de Sensitividade Adjunta

A avaliação do comportamento de um sistema por meio da análise de sensibilidade adjunta torna o processo rápido e eficiente, uma vez que ela mostra a reação do meio para qualquer variação nos parâmetros de interesse.

3.2.1. Medida de Desempenho

Seja a medida de desempenho (E) definida por:

$$E(h, c, p; x, z, t) = \iint_{\Omega} f(h, c, p; x, z, t) d\Omega dt \quad (3.37)$$

onde f é uma função de estado do sistema, que neste caso será a Equação do Escoamento Hídrico e a Equação do Transporte de Massa, com as variáveis carga hidráulica (h), concentração (c) e o vetor de parâmetros do sistema (p).

Dependendo do problema a ser analisado f pode ser independente de alguns ou de todos os parâmetros. Para o estudo em questão o parâmetro avaliado será a condutividade hidráulica.

Se a medida de desempenho variar com a condutividade hidráulica, pode-se escrever que o coeficiente de sensibilidade da medida de desempenho (E) para variações em um parâmetro específico (K) pode ser definido como:

$$\delta E = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial f}{\partial h} \delta h + \frac{\partial f}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f}{\partial K} \delta K \right) d\Omega dt \quad (3.38)$$

Pode-se escrever a Equação 3.38 da seguinte forma:

$$\frac{\delta E}{\delta K} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial f}{\partial h} \frac{\delta h}{\delta K} + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{\delta c}{\delta K} + \frac{\partial f}{\partial K} \right) d\Omega dt \quad (3.39)$$

Como as variações de h e c não são conhecidas, serão introduzidos dois parâmetros chamados de estado de sensibilidade adjunto, λ_1 e λ_2 , que possuem a derivada de 2ª ordem continua no espaço (Ω) e a de 1ª ordem continua no tempo $[0, t]$.

Esses Estados de Sensibilidade Adjunto são definidos como:

$$\lambda_1 = \frac{\delta h}{\delta K} \quad (3.40)$$

$$\lambda_2 = \frac{\partial c}{\partial K} \quad (3.41)$$

Dessa forma a Equação 3.39 fica:

$$\frac{\partial E}{\partial K} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial f}{\partial h} \lambda_1 + \frac{\partial f}{\partial c} \lambda_2 + \frac{\partial f}{\partial K} \right) d\Omega dt \quad (3.42)$$

O primeiro e o segundo termo da integral da equação (3.42) indicam o efeito indireto da variação de K, enquanto o terceiro é a dependência explícita de K em E, ou seja, é efeito direto (SYKES, 1985).

Resolvendo a equação (3.42) encontra-se o valor do estado de sensibilidade, λ_1 e λ_2 , para cada parâmetro de interesse. Para resolver este problema pode-se calcular o estado de sensibilidade resolvendo uma nova equação, por meio da variação da equação governante em relação ao parâmetro de interesse (Equações Governantes).

3.2.2. Problema Duplo – Fluxo e Transporte de Sólido

Sabe-se que nos casos reais a distribuição da carga hidráulica e da concentração não é conhecida e que dependem da condutividade hidráulica. Considera-se a carga hidráulica (h) e a concentração (c) como variáveis de estado desconhecidas.

Sendo um problema bidimensional e transiente e se, na equação governante, o parâmetro condutividade hidráulica (K) for desconhecido, pode-se escrever o seguinte PROBLEMA VARIACIONAL:

3.2.2.1. Equação variacional para o fluxo hídrico

$$S \frac{\partial \delta h}{\partial t} + n \varepsilon \frac{\partial \delta c}{\partial t} = \nabla (\delta K \nabla h + K \nabla \delta h) + \nabla [\delta K (e c t_x) + (K e t_x) \delta c] \quad (3.43)$$

Sujeita as seguintes condições subsidiárias:

$$\delta h|_{t=0} = 0 \quad (3.44a)$$

$$\delta h|_{\Gamma_1} = 0 \quad (3.44b)$$

$$[\delta K(\nabla h + \epsilon c \mathbf{e}_z) + K(\nabla \delta h) + (K \epsilon \mathbf{e}_z) \delta c] \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_2} = 0 \quad (3.44c)$$

Inicia-se avaliando a equação do fluxo hídrico. Assim, de acordo com o explicitado na seção 3.2.1, multiplica-se a Equação 3.43 pelo estado de sensibilidade adjunto λ_1 .

$$\left\{ S \frac{\partial \delta h}{\partial t} + n \epsilon \frac{\partial \delta c}{\partial t} - (\partial K \nabla h + K \nabla \delta h) - \nabla [\delta K (c \epsilon \mathbf{e}_z) + (K \epsilon \mathbf{e}_z) \delta c] \right\} \lambda_1 = 0 \quad (3.45)$$

Em seguida integra a Equação 3.45 em $(\Omega) \times [0, t]$.

$$\iint_{0\Omega}^t \left\{ S \frac{\partial \delta h}{\partial t} + n \epsilon \frac{\partial \delta c}{\partial t} - (\partial K \nabla h + K \nabla \delta h) - \nabla [\delta K (c \epsilon \mathbf{e}_z) + (K \epsilon \mathbf{e}_z) \delta c] \right\} \lambda_1 d\Omega dt = 0 \quad (3.46)$$

Avalia-se cada termo da Equação 3.46 separadamente. Assim:

- Primeiro termo:

$$\iint_{0\Omega}^t S \frac{\partial \delta h}{\partial t} \lambda_1 d\Omega dt = \int_{\Omega} S \delta h \lambda_1 \Big|_0^t d\Omega - \iint_{0\Omega}^t S \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} \delta h d\Omega dt \quad (3.47)$$

- Segundo termo:

$$\iint_{0\Omega}^t n \epsilon \frac{\partial \delta c}{\partial t} \lambda_1 d\Omega dt = \int_{\Omega} n \epsilon \delta c \lambda_1 \Big|_0^t d\Omega - \iint_{0\Omega}^t n \epsilon \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} \delta c d\Omega dt \quad (3.48)$$

- Terceiro termo:

$$\iint_{0\Omega}^t \nabla (\partial K \nabla h) \lambda_1 d\Omega dt = \iint_{0\Gamma}^t (\partial K \lambda_1 \nabla h) \cdot \mathbf{n} d\Gamma dt - \iint_{0\Omega}^t \partial K (\nabla \lambda_1 \cdot \nabla h) d\Omega dt \quad (3.49)$$

- Quarto termo:

$$\iint_{\Omega} \nabla(K \nabla \delta h) \lambda_1 d\Omega dt = \iint_{\Omega} [K(\lambda_1) \nabla \delta h - \delta h \nabla \lambda_1] \cdot n d\Gamma dt - \iint_{\Omega} \delta h \nabla(K \nabla \lambda_1) d\Omega dt \quad (3.50)$$

- Quinto termo:

$$\iint_{\Omega} \nabla(c \varepsilon t_z \delta K) \lambda_1 d\Omega dt - \iint_{\Omega} (c \varepsilon t_z \delta K \lambda_1) \cdot n d\Gamma dt - \iint_{\Omega} \delta K c \varepsilon t_z \nabla \lambda_1 d\Omega dt \quad (3.51)$$

- Sexto termo:

$$\iint_{\Omega} \nabla(K \varepsilon t_z \delta c) \lambda_1 d\Omega dt = \iint_{\Omega} (K \varepsilon t_z \delta c \lambda_1) \cdot n d\Gamma dt - \iint_{\Omega} K \varepsilon t_z \delta c \nabla \lambda_1 d\Omega dt \quad (3.52)$$

Substituindo as Equações 3.47 a 3.52 na Equação 3.46, e organizando encontra-se:

$$\int_{\Omega} [S \delta h + (n \varepsilon \delta c) \lambda_1 - \lambda_1 \partial_t] d\Omega + \iint_{\Omega} [-S (\partial \lambda_1) / \partial t + \nabla(K \nabla \lambda_1)] \delta h d\Omega dt + \iint_{\Omega} [K \varepsilon t_z \delta c \lambda_1 - \lambda_1 \varepsilon t_z \delta K] d\Omega dt = 0 \quad (3.53)$$

Se definirmos que:

$$\lambda_1|_{\Gamma_1} = 0 \quad \text{e} \quad \lambda_1(x, z, t) = 0 \Rightarrow (x, z) \in \Gamma_1 \quad (3.54)$$

E aplicar as condições de contorno (Equação 3.44a, b e c), tem-se:

$$\iint_{\Omega} \left[S \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - \nabla(K \nabla \lambda_1) \right] \delta h + \left(n \varepsilon \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - K \varepsilon t_z \nabla \lambda_1 \right) \delta c - \delta K (\nabla \lambda_1 \nabla h + \varepsilon t_z \nabla \lambda_1) d\Omega dt = 0$$

3.2.2.2. Equação variacional para o transporte de massa

$$n \frac{\partial \delta c}{\partial t} = \nabla(D \nabla \delta c) + \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla c \right) - \nabla(v \delta c) - \nabla(\delta v c) \quad (3.56)$$

$$\delta c|_{t=0} = 0 \quad (3.57a)$$

$$\delta c|_{\Gamma_s} = 0 \quad (3.57b)$$

$$D \nabla \delta c + \frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla c - c \delta v - v \delta c|_{\Gamma_s} = 0 \quad (3.57c)$$

Repete-se o mesmo procedimento para avaliar a equação do transporte de massa. Assim, multiplica-se a Equação 3.56 pelo estado de sensibilidade adjunto λ_2 .

$$\left[n \frac{\partial \delta c}{\partial t} - \nabla(D \nabla \delta c) - \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla c \right) + \nabla(v \delta c) + \nabla(\delta v c) \right] \lambda_2 = 0 \quad (3.58)$$

Em seguida integra a Equação 3.58 em $(\Omega) \times [0, t]$.

$$\iint_{\Omega} \left[n \frac{\partial \delta c}{\partial t} - \nabla(D \nabla \delta c) - \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla c \right) + \nabla(v \delta c) + \nabla(\delta v c) \right] \lambda_2 d\Omega dt = 0 \quad (3.59)$$

Avalia-se cada termo da Equação 3.59 separadamente. Assim:

- Primeiro termo:

$$\iint_{\Omega} \left[n S_w \frac{\partial \delta c}{\partial t} \right] \lambda_2 d\Omega dt = \int_{\Omega} n S_w \delta c \lambda_2 \Big|_0^t d\Omega - \iint_{\Omega} n S_w \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} \delta c d\Omega dt \quad (3.60)$$

- Segundo termo:

$$\iint_{\Omega} \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla c \right) \lambda_2 d\Omega dt = \iint_{\Omega} \frac{\partial D}{\partial v} \delta v (\lambda_2 \nabla c - c \lambda_2) \cdot n d\Gamma dt + \iint_{\Omega} c \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} \delta v \nabla \lambda_2 \right) d\Omega dt \quad (3.61)$$

- Terceiro termo:

$$\iint_{\Omega} \nabla(D\nabla\delta c)\lambda_2 d\Omega dt = \iint_{\Omega} D(\lambda_2 \nabla\delta c - \delta c \nabla\lambda_2) \cdot n d\Gamma dt + \iint_{\Omega} \delta c \nabla(D\nabla\lambda_2) d\Omega dt$$

- Quarto termo:

$$\iint_{\Omega} \lambda_2 \nabla(v\delta c) d\Omega dt = - \iint_{\Omega} v \delta c \nabla\lambda_2 d\Omega dt + \iint_{\Omega} (\lambda_2 \delta c v) \cdot n d\Gamma dt \quad (3.63)$$

- Quinto termo:

$$\iint_{\Omega} \lambda_2 \nabla(\partial v c) d\Omega dt = - \iint_{\Omega} \partial v c \nabla\lambda_2 d\Omega dt + \iint_{\Omega} (\lambda_2 \partial v c) \cdot n d\Gamma dt \quad (3.64)$$

Substituindo as Equações 3.60 a 3.64 na Equação 3.59 e organizando encontra-se:

$$\iint_{\Omega} \left[\left(n S_w \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} - \nabla(D\nabla\lambda_2) - v \nabla\lambda_2 \right) \delta c + \partial v \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} c \nabla\lambda_2 + c \nabla\lambda_2 \right) \right] d\Omega dt = 0$$

Se definirmos que:

$$\lambda_2|_{\Gamma_1} = 0; \lambda_2|_{\Gamma_2} = 0 \text{ e } D\nabla\lambda_2 \cdot n|_{\Gamma_3} = 0 \quad (3.66)$$

E aplicar as condições de contorno (Equação 3.57), tem-se:

$$\iint_{\Omega} \left(n S_w \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} - \nabla(D\nabla\lambda_2) - v \nabla\lambda_2 \right) \delta c + \partial v \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} c \nabla\lambda_2 + c \nabla\lambda_2 \right) d\Omega dt = 0 \quad (3.67)$$

A velocidade de Darcy é dada pela Equação 3.33, admitindo que a velocidade na direção vertical é desprezível, sua variação com relação a condutividade hidráulica fica da seguinte forma:

$$\partial v = -K\nabla\delta h - \delta K\nabla h \quad (3.68)$$

Substitui-se a Equação 3.68 no segundo termo da Equação 3.67. Avalia-se esse termo isoladamente.

$$\iint_{\Omega}^{t^*} -(K\nabla\delta h + \delta K\nabla h)\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + c\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt \quad (3.69)$$

Avalia-se as integrais da Equação 3.69 separadamente. Assim:

- Primeira integral:

$$\iint_{\Omega}^{t^*} -K\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2\right)\nabla\delta h d\Omega dt = \iint_{\Omega}^{t^*} \delta h\nabla\left(K\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt - \iint_{\Gamma}^{t^*} K\delta h\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2\right)\cdot n d\Gamma dt$$

- Segunda integral:

$$\iint_{\Omega}^{t^*} -K\nabla\delta h\nabla(c\nabla\lambda_2)d\Omega dt = \iint_{\Omega}^{t^*} \delta h\nabla(Kc\nabla\lambda_2)d\Omega dt - \iint_{\Gamma}^{t^*} K\delta h\nabla(c\nabla\lambda_2)\cdot n d\Gamma dt \quad (3.71)$$

- Terceira integral e quarta integral permanecem inalteradas.

Substituindo as Equações 3.70 e 3.71 na Equação 3.69 e aplicando as condições de contorno e inicial:

$$\iint_{\Omega}^{t^*} (-K\nabla\delta h - \delta K\nabla h)\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + c\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt = - \iint_{\Omega}^{t^*} \delta h\nabla\left(K\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + Kc\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt - \iint_{\Omega}^{t^*} \delta K\nabla h\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + c\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt$$

Substitui a Equação 3.72 na segunda integral da Equação 3.67.

$$\iint_{\Omega}^{t^*} \left(nS_w\frac{\partial\lambda_2}{\partial t} - \nabla(D\nabla\lambda_2) - v\nabla\lambda_2\right)\delta c d\Omega dt - \iint_{\Omega}^{t^*} \delta h\nabla\left(K\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + Kc\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt - \iint_{\Omega}^{t^*} \delta K\nabla h\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + c\nabla\lambda_2\right)d\Omega dt$$

Somam-se as Equações 3.75 e 3.73. Obtem-se:

$$\iint_{\Omega}^{t^*} \left[S_s\frac{\partial\lambda_1}{\partial t} - \nabla(K\nabla\lambda_1) - \nabla\left(K\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + Kc\nabla\lambda_2\right)\right]\delta h - \delta K\left[\nabla\lambda_1\cdot\nabla h + \epsilon c_{t_2}\nabla\lambda_1 + \nabla h\nabla\left(\frac{\partial D}{\partial v}c\nabla\lambda_2 + c\nabla\lambda_2\right)\right]$$

A Equação 3.37 possui a mesma configuração da Equação 3.74, de forma que a igualaremos a variação da medida de desempenho E. Assim:

$$\iint_{\Omega} \left[n\varepsilon \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - K\varepsilon i_z \nabla \lambda_1 + nS_w \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} - \nabla(D\nabla \lambda_2) - v\nabla \lambda_2 \right] \delta c - \delta h \left[S_s \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - \nabla(K\nabla \lambda_1) - \nabla \left(K \frac{\partial D}{\partial v} c \nabla \lambda_2 + Kc \nabla \lambda_2 \right) \right]$$

Para satisfazer as condições de λ_1 e λ_2 , deve-se fazer com que a variação da carga hidráulica (δh) e da concentração (δc) seja igual a zero, da seguinte forma:

$$S \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - \nabla(K\nabla \lambda_1) - \nabla \left(K \frac{\partial D}{\partial v} c \nabla \lambda_2 + Kc \nabla \lambda_2 \right) = \frac{\partial f}{\partial h} \quad (3.76)$$

$$n\varepsilon \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - K\varepsilon i_z \nabla \lambda_1 + nS \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} - \nabla(D\nabla \lambda_2) - v\nabla \lambda_2 = \frac{\partial c}{\partial h} \quad (3.77)$$

Finalmente, obtém o efeito direto da variação da condutividade hidráulica (δK) na função. Assim:

$$\frac{\partial E}{\partial K} = \iint_{\Omega} \left[\nabla \lambda_1 \cdot \nabla h + \varepsilon c i_z \nabla \lambda_1 + \nabla h \nabla \left(\frac{\partial D}{\partial v} c \nabla \lambda_2 + c \nabla \lambda_2 \right) \right] dAdt \quad (3.78)$$

Admitindo as seguintes considerações:

$$\frac{\partial f}{\partial h} = \delta(x - x') \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = \delta(x - x') \quad (3.80)$$

onde x' é o ponto de aplicação escolhido.

A partir destas deduções, resolve-se primeiramente o problema primário. Encontrados os valores de carga hidráulica, velocidade e concentração para todo o domínio, resolve-se o problema adjunto.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1. Caracterização da área de estudo

A área de estudo escolhida localiza-se na Tunísia, que situa-se na África, à norte do Equador. Utilizou-se essa área devido a existência e disponibilidade de dados, bem como por se tratar de uma área com condições climáticas similares ao nordeste do Brasil. Dessa forma, esse trabalho poderá nortear futuras pesquisas no nosso estado.

A Tunísia tem uma área de 163.610 km² e 1.300 km de linha de costa banhada pelo mar Mediterrâneo. A sua fronteira terrestre é limitada pela Argélia e pela Líbia. A capital do país é Tunis, que se situa no nordeste do país.

O litoral da Tunísia se caracteriza pela riqueza de seu habitat natural e pela diversidade de suas paisagens. Esta área está limitada pelo Mar mediterrâneo à leste e por uma cadeia de montanhas a oeste.

A costa da Tunísia dispõe de planícies de dimensões significativas utilizada para agricultura. Na costa Mediterrânea, devido à super exploração de águas subterrâneas, principalmente com fins agrícolas, existem graves problemas de intrusão marinha, com salinidades variando entre 5 e 8 mg/L (GAALOUL, 2009).

A península de Cap Bon, localizada na porção Nordeste da Tunísia (Figura 4.1), apresenta uma superfície de 2.822 km² e uma altimetria máxima de 650 m acima do nível do mar, sendo uma importante zona turística, industrial e, acima de tudo, agrícola. Apresenta uma população 100 mil habitantes (variável ao longo do ano devido ao turismo), essencialmente concentrada junto ao litoral e nas principais cidades (Kelibia a Norte; Korba e Ras Maamoura a Sul).

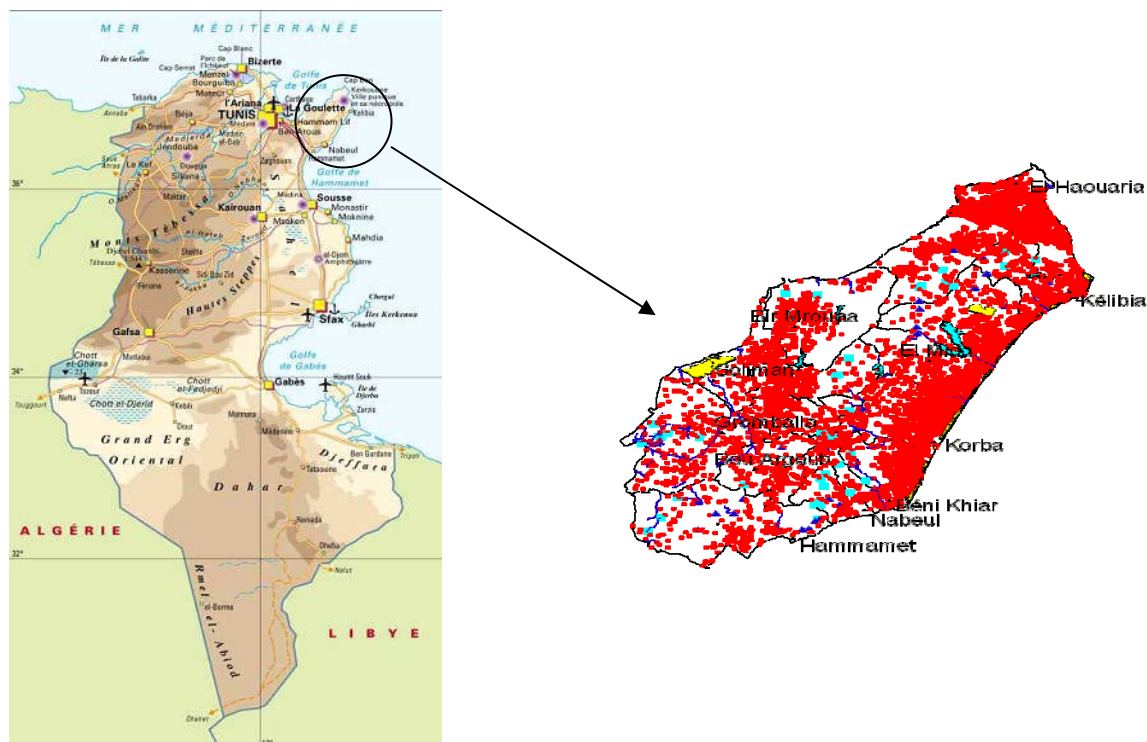


Figura 4.1 – Localização de Cap Bon na Tunísia e visualização dos poços existentes.

O clima é considerado semi-árido com precipitação média anual em torno de 460 mm com grande variabilidade anual e interanual. A infiltração efetiva é estimada em menos de 10% da precipitação anual. Uma possível fonte de recarga do aquífero de Korba é o fluxo pelas montanhas (PANICONI *et al*, 2001)

A piezometria decresce no sentido das zonas montanhosas para o mar, com áreas pontuais de diminuição excessiva devido à exploração de água subterrânea (GAALOUL, 2009).

Desde os anos 50 que o número de poços utilizados para a irrigação tem aumentado, resultando num rebaixamento significativo do nível piezométrico e na conseqüente deterioração da qualidade da água subterrânea devido à intrusão marinha. A Figura 4.1 apresenta os mais de 21 mil poços de captação em Cap Bon, tendo cerca de 3 mil poços foram abandonados devido à sua incapacidade de exploração em termos de quantidade e qualidade (GAALOUL, 2009).

As fontes de água subterrânea são vulneráveis a diversos tipos de poluição e deterioração. Essa poluição agrava o problema de escassez de água na região. A qualidade da água subterrânea é afetada pelos altos níveis de salinidade. A salinização do aquífero de Cap Bon ocorre devido a dois problemas: intrusão salina e marinha (GAALOUL e CHENG, 2003).

Devido ao problema de intrusão marinha por super exploração de água subterrânea, vários cenários de mitigação estão sendo considerados e postos em prática na região. Uma das soluções consideradas é a aplicação de recarga artificial com água residual tratada. Esta solução começou a ser implementada em 22 de Dezembro de 2007 em três bacias de recarga, que funcionam alternadamente e que recarregam o sistema aquífero com 1.500 m³ diários, utilizando água residual com tratamento secundário proveniente da Estação de Tratamento de Água Residuária - ETAR de “Step of Korba”. O remanescente da produção da ETAR é descarregado diretamente para o curso de água adjacente.

A área de estudo está mostrada na Figura 4.2.

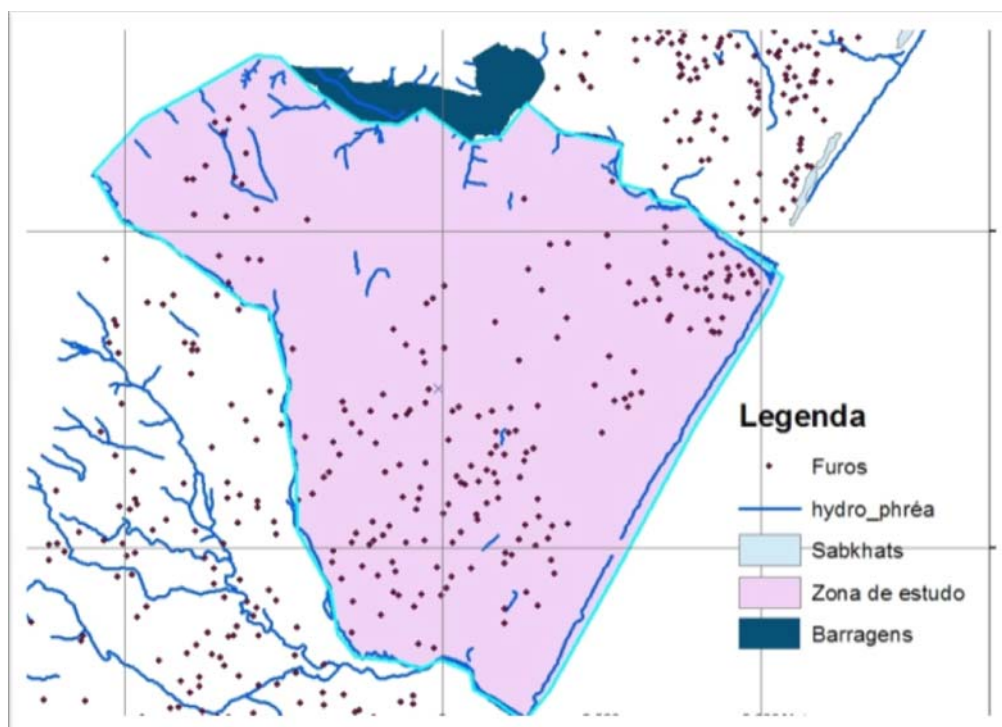


Figura 4.2 – Localização da área de estudo.

4.2. Modelo Regional

Inicialmente, foi feita uma avaliação das condições do aquífero. Para isso utilizou-se o FEMWATER.

O FEMWATER é um modelo tridimensional de elementos finitos, que permite simular o escoamento e o transporte de massa nas zonas saturada e não saturada, incluindo os casos de regimes dependentes da densidade (Lin *et al.*, 1997).

Em Novo *et al.* (2003) são apresentadas várias vantagens do modelo. Destaca-se aqui o fato do FEMWATER não necessitar de um grande volume de informação relativa aos parâmetros do fluido e material para executar uma simulação. O programa possui também um módulo que permite analisar se os dados de entrada estão corretos, reportando eventuais erros a este nível, já que a definição tanto de opções, como de parâmetros incompatíveis ou inconsistentes pode conduzir o modelo a gerar um resultado incorreto. Como principal desvantagem do modelo os autores apontam a sua elevada utilização de memória RAM.

O FEMWATER está sendo utilizado por vários autores, com diversos objetivos. Gau *et al.* (2006) estimaram o tempo de chegada da água infiltrada numa bacia de recarga artificial até ao nível piezométrico para várias condições hidrogeológicas. Ting *et al.* (2005), no estudo da recarga de aquíferos através de irrigação, adotaram o modelo com o objetivo de simplificar as complexas condições de percolação desde um campo de arroz (planície de Pingtung, Taiwan) até à massa de água subterrânea. O modelo permitiu também analisar o fluxo lateral entre as fronteiras secas e alagadas no campo de arroz, bem como avaliar a recarga eficaz. Datta *et al.* (2009) utilizaram o FEMWATER para avaliar a eficácia de diferentes estratégias de captação de água no controle do processo de intrusão marinha num aquífero costeiro localizado em Andhra Pradesh, Índia.

A modelagem com o programa FEMWATER analisou o comportamento do nível piezométrico do aquífero da Costa Oriental de Cap Bon.

4.3 Avaliação das Condições Globais de Campo para Solução do Problema Primário

Os dados de campo para a área de interesse e utilizados nessa modelagem foram obtidos a partir dos dados coletados em campo e também a partir do modelo regional. Alguns trabalhos também serviram como norteadores das condições da área em questão, dentre eles pode-se citar:

- Modeling and Analysing of Seawater Intrusion in the Coastal Aquifer of Eastern Cap-Bon, Tunisia (PANICONI *et al*, 2001);
- A Modeling Study of Seawater Intrusion in the Korba Coastal Plain, Tunisia (PANICONI *et al*, 2001);
- Hydrogeological and hydrochemical investigation of coastal aquifers in Tunisia – Crisis in overexploitation and salinization (GAALOUL e CHENG, 2003);
- Seawater intrusion associated processes: Case of the Korba aquifer (Cap-Bon, Tunisia) (KOUSANA *et al*, 2009);
- A Modeling study of Seawater Intrusion in the Cap Bon Plain Case Study: Grombalia aquifer And Oriental Coastal aquifer (Cap Bon in the North of Tunisia) GAALOUL, N. (2009).

A partir desses trabalhos, ao qual essa pesquisa está ligada, tornou-se possível a obtenção de dados sobre:

- Topografia da área;
- Hidrografia;
- Piezometria;
- Condições de salinidade;
- Espessura do aquífero;
- Condutividade hidráulica.

4.3.1. Topografia e hidrografia

A topografia da area apresenta cota variando de zero a 50m. A area possui dois rios principais: Libna e Sidi Othmen. Essa informaçoes estao mostradas na Figura 4.3.

4.3.2. Piezometria e Salinidade

Existem nove piezômetros na área de estudo. Estes piezômetros são monitorados para levantamento das condições do aquífero. Um levantamento feito em 2008 apresentou os níveis piezométricos e teores de salinidade mostrados na Tabela 4.1. A Figura 4.3 mostra a localização dos piezômetros e sua piezometria.

Tabela 4.1 – Nível piezométrico e teor de salinidade médios medidos na área de estudo em 2008.

POÇO	Nível Piezométrico (m)	Salinidade (mg/L)
1	-1,39	1,62
2	-2,07	6,18
3	4,36	10,47
4	6,86	4,67
5	-12,51	3,03
6	0,00	0,00
7	0,00	0,00
8	0,00	0,00
9	0,00	1,77

Área da Pesquisa

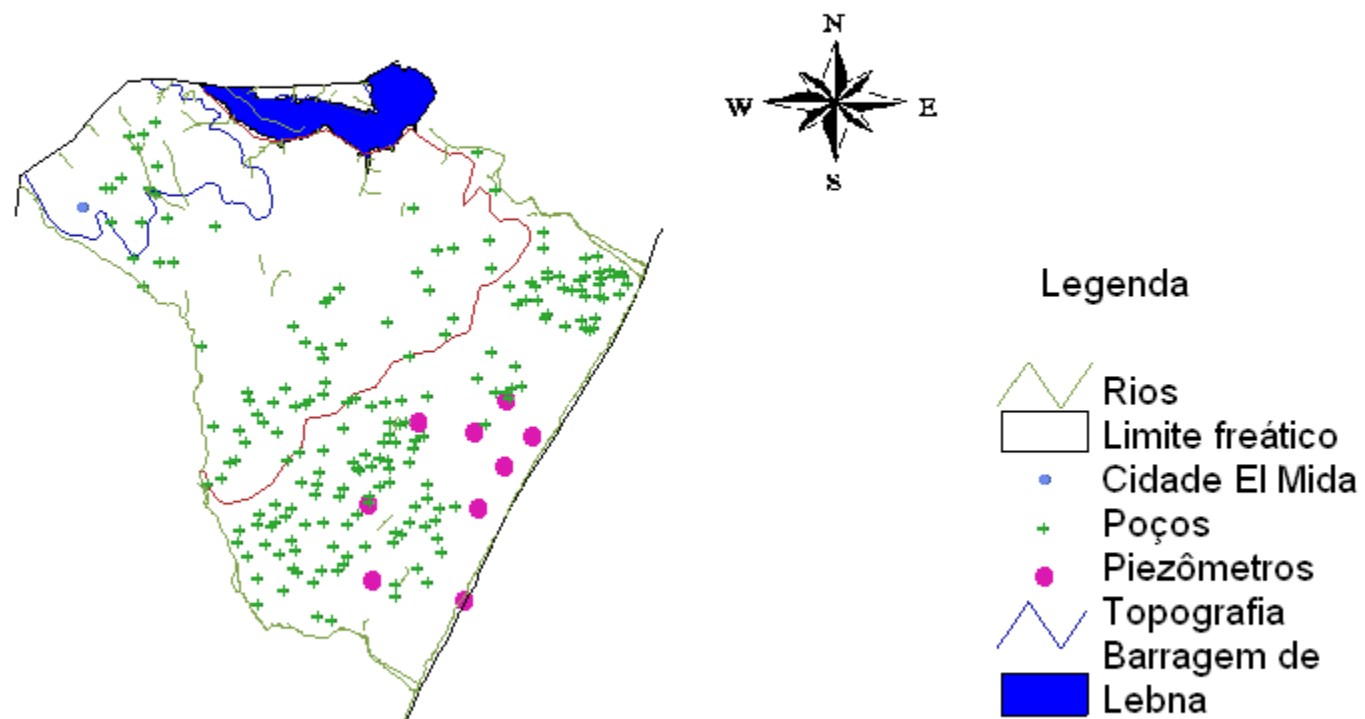


Figura 4.3 – Topografia e Hidrografia e delimitação da area de estudo.

Poços monitorados - Salinidade em mg/L

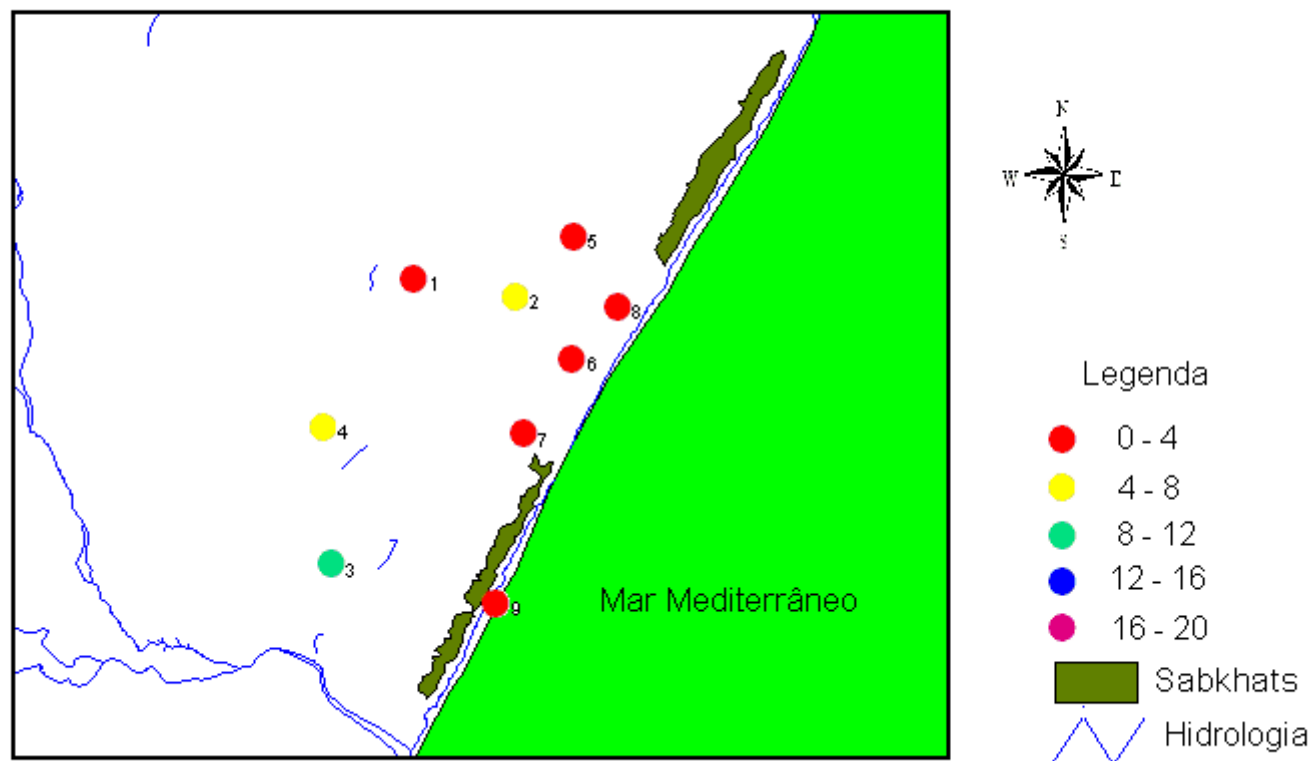


Figura 4.4 – Níveis de salinidade observados em 2008.

4.4. Modelo Conceitual

4.4.1. Modelagem regional

Os limites definidos para o modelo foram os seguintes: i) A Nordeste, o limite do sistema aquífero da Costa Oriental ii) a Sudoeste, o mar Mediterrâneo e iii) os restantes dois limites foram definidos pelos rios presentes na região. A Figura 4.3 representa os limites considerados para o modelo regional, tendo uma área de 57,3 km². Em relação à espessura do sistema aquífero verifica-se por informação disponibilizada no local, uma espessura aproveitável de cerca de 20 metros.

Para os parâmetros hidráulicos considerou-se que a região apresenta como materiais geológicos calcários e magmas. Com a informação disponibilizada foi considerada, no modelo, uma condutividade hidráulica de 3,0 m/dia.

A recarga usada no modelo foi de 56 mm por ano, valor este que foi calculado como valor médio de recarga para o sistema aquífero da Costa Oriental pelo l'Institut National de Recherche en Génie Rural, Eau et Forêts (INRGREF).

Em relação à extração de água verificou-se a necessidade de simplificar a análise. A Figura 4.2 apresenta a localização dos vários poços de extração que foram contabilizados numa base de dados da Tunísia. O volume de extração debitado pelos inúmeros poços representados ultrapassa os 10.000 m³/dia. Para o modelo, de forma a simplificar e permitir os cálculos, foram considerados apenas os poços com extração superior a 50 m³/dia e pontualmente cinco locais em que o aglomerado de poços era superior a 150 m³/dia. Desta forma, considerou-se que a extração total é de 9.700 m³/dia, havendo uma maior densidade de poços no litoral e junto aos rios.

4.4.2. Modelagem vertical

Para o modelo vertical adotou-se os seguintes limites:

- Lateral esquerdo: limite freático do aquífero;
- Lateral direito: Mar Mediterrâneo;
- Inferior: Base impermeável;
- Superior: Lençol freático.

Os parâmetros hidráulicos adotados foram os mesmos que os do modelo regional.

4.4.3. Modelagem matemática

Como modelo conceitual para o estudo tem-se:

- O aquífero é um meio poroso.
- A base do aquífero é impermeável e horizontal.
- A água salgada e água doce são consideradas como o mesmo líquido, mas com concentração de sal variável.
- A separação entre a água doce e a salgada forma uma zona de transição.
- A densidade da água varia com a concentração de sal, mas independe da pressão.
- O fluxo obedece a lei de Darcy.
- O fluxo é bidimensional em um plano vertical e normal à costa.
- O domínio é isotrópico e homogêneo.
- A taxa de recarga natural é uniforme.

4.5. Modelo numérico e discretização da malha

O modelo numérico está mostrado no Capítulo 2.

A solução das equações foram feitas pelo Método Numérico dos Elementos Finitos, utilizando elementos triangulares e as seguintes funções de forma:

$$N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2A} \quad (4.1)$$

$$N_j = \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2A} \quad (4.2)$$

$$N_k = \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2A} \quad (4.3)$$

Sendo que:

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j; \quad b_i = y_j - y_k; \quad c_i = x_k - x_j \quad (4.4)$$

$$a_j = x_k y_i - x_i y_k; \quad b_j = y_k - y_i; \quad c_j = x_i - x_k \quad (4.5)$$

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i; \quad b_k = y_i - y_j; \quad c_k = x_j - x_i \quad (4.6)$$

onde “A” é a área do triângulo e pode ser encontrada calculando o seguinte determinante:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (4.7)$$

onde: i, j e k são os vértices do triângulo.

A discretização do domínio para o modelo regional foi feita no próprio FEMWATER e esta mostrada na Figura 4.5.

Para o modelo vertical a discretização do domínio foi feita de forma manual no Autocad 2008 e está apresentada na Figura 4.6.

4.6. Calibração do modelo

Nesse trabalho foi utilizada a calibração manual para ambos os modelos, onde o ajuste dos valores dos parâmetros é realizado através de um processo de tentativa e erro, com base nas informações existentes.

A calibração é um processo de otimização no qual as variáveis de decisão são os parâmetros do modelo. Os valores dos parâmetros do modelo foram modificados com o objetivo de encontrar uma boa concordância entre os valores calculados (simulados) e os valores observados em campo.

É importante destacar que nenhuma informação sobre o sistema foi criada, mas foram exploradas da melhor maneira possível.

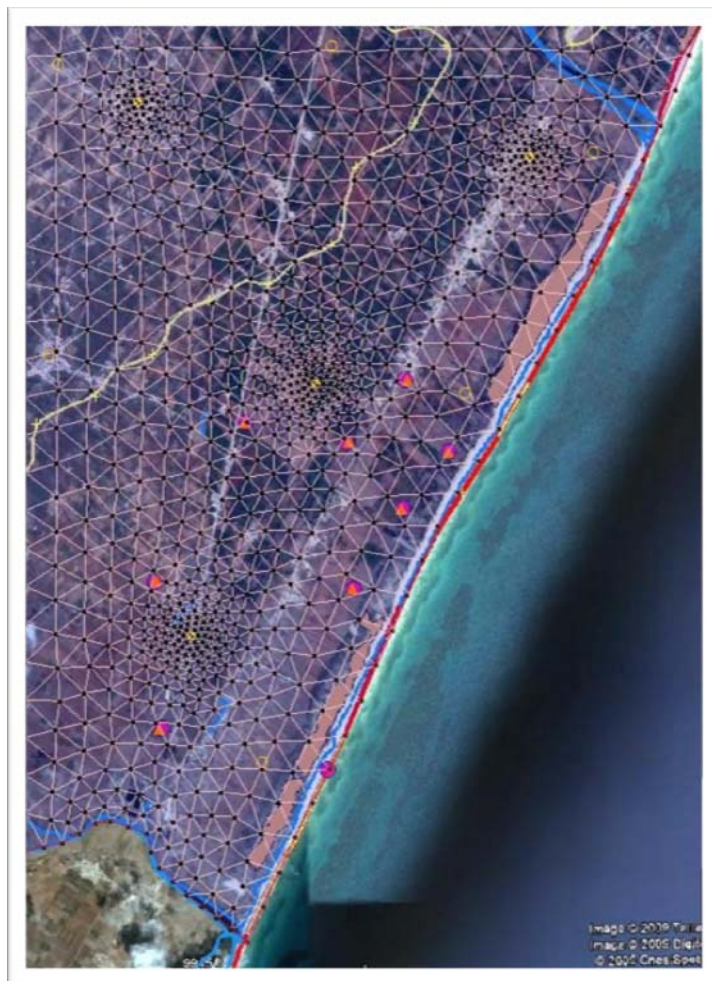


Figura 4.5 – Discretização do domínio para o modelo regional.

Nós do domínio

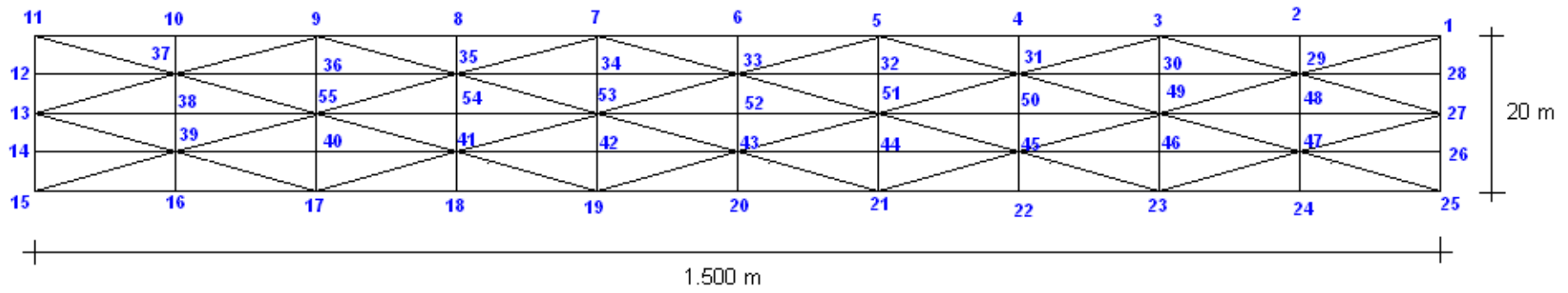


Figura 4.6 – Discretização do domínio para o modelo vertical.

4.7. Simulação

A simulação foi feita no FEMWATER para o modelo regional e no MATLAB[®] (versão 2009a) para o modelo vertical e para a análise de sensibilidade adjunta. Os resultados foram pós-processados no SURFER 7.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos com a aplicação do modelo matemático ao problema de intrusão salina, para o caso bidimensional e transiente e para a avaliação da sensibilidade do sistema à variação de uma unidade da condutividade hidráulica e suas respectivas discussões.

5.1. Modelo Regional

O objetivo do processo de modelagem com o programa FEMWATER no caso de estudo da Tunísia foi analisar o comportamento do nível piezométrico do aquífero da Costa Oriental de Cap Bon.

Inicialmente foi feita a avaliação dos dados de campo. A partir da confrontação dos dados de campo com os dados calculados pela primeira simulação, torna-se possível averiguar a necessidade da utilização de um método de calibração, para correção da direção do fluxo subterrâneo e máxima diminuição das diferenças entre cargas observadas em campo e calculadas no modelo.

A seguir desenvolveu-se uma simulação do modelo em regime estacionário. A Figura 5.1 mostra o resultado apresentado para o estado estacionário pelo modelo FEMWATER.

Pode-se observar próximo ao litoral uma zona em que o rebaixamento freático é significativo, logo o problema de intrusão marinha é real nessa região.

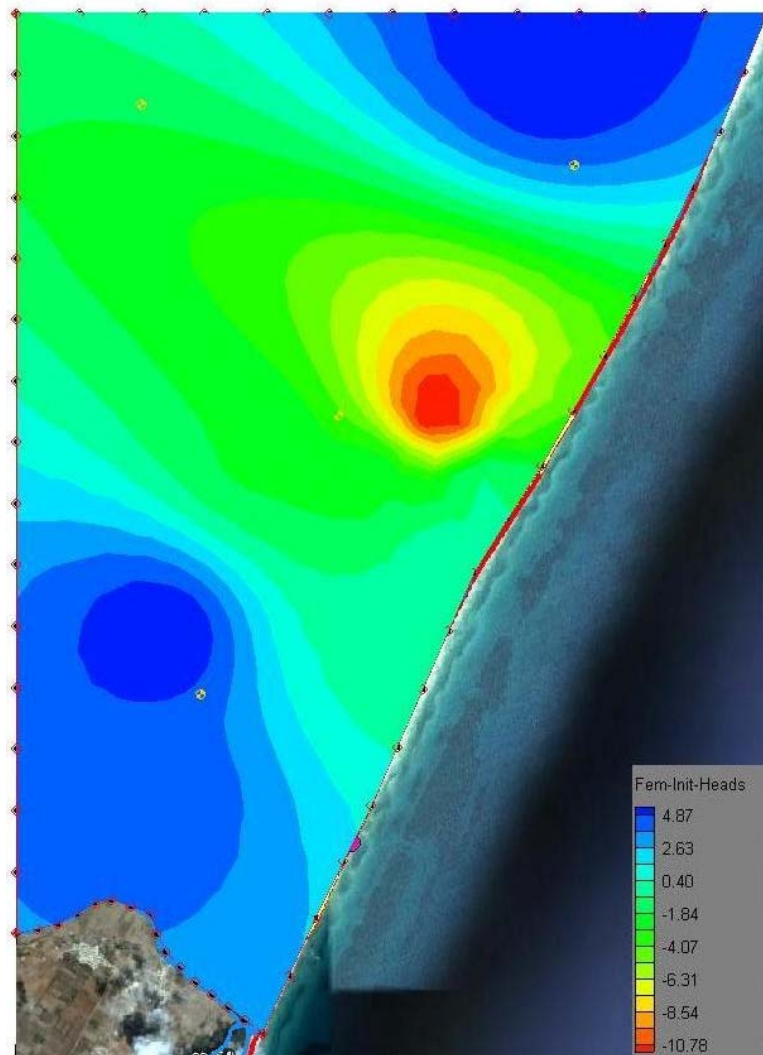


Figura 5.1 – Resultados da piezometria em regime estacionário.

5.2. Modelo Vertical

A partir do conhecimento da situação espacial da piezometria, seccionamos o aquífero para passar a avaliar a situação da intrusão salina do mesmo.

O domínio do problema passou a ser uma seção vertical (Figura 5.2).

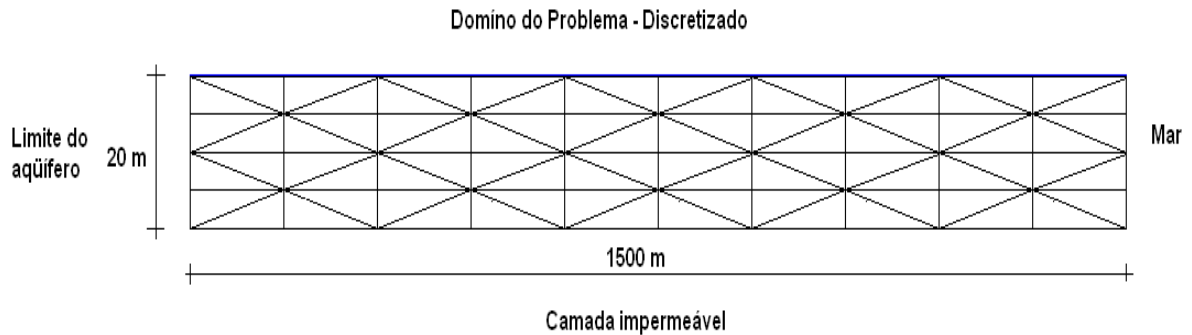


Figura 5.2 – Domínio do problema.

5.2.1. Condição Inicial

A partir dos dados obtidos em análises de campo, feitas pelo INRGREF, para o sistema em estudo, obteve-se a definição para a condição inicial para a distribuição da carga piezométrica e da concentração.

5.2.1.1. Carga Piezométrica

Definiu-se um cenário para a avaliação da linha freática passando pelo local mais crítico do aquífero (Figura 5.1).

Observa-se que a carga piezométrica reduz próximo ao mar, e isso ocorre devido ao excesso de exploração nessa área.

A distribuição vertical da carga hidráulica, no ponto mais crítico, está mostrada na Figura 5.3, onde se observa que o aquífero possui cargas que variam de zero a 20,0 m, sendo que a maior parte do domínio possui cargas abaixo de 6,0 m.

5.2.1.2. Concentração

O comportamento da concentração também foi avaliado (Figura 5.4). A concentração varia ao longo do comprimento do aquífero e também com a profundidade.

A concentração de sais no aquífero é alta em algumas regiões. Observa-se, no entanto, que o equilíbrio entre a água doce do aquífero e a água salgada do mar foi rompido e com isso formaram-se essas zonas com maior concentração de sais (upconing).

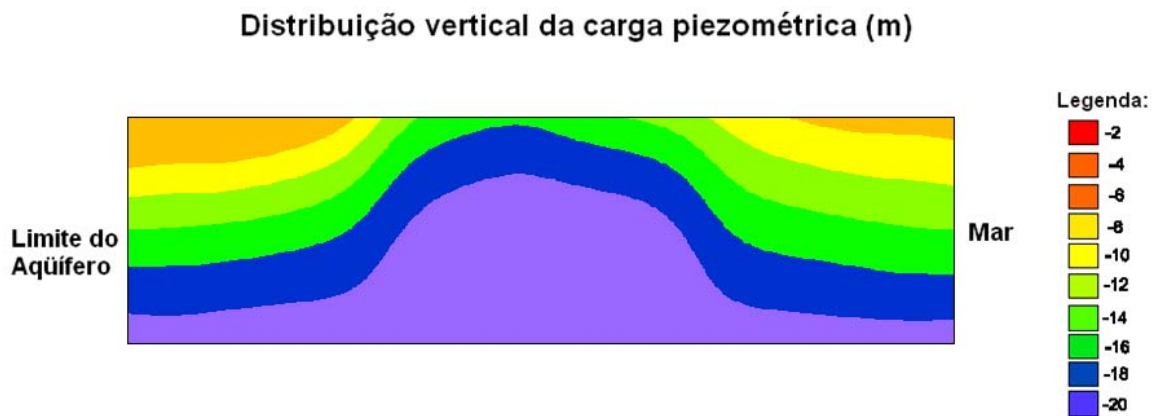


Figura 5.3 – Comportamento vertical da carga piezométrica observada.

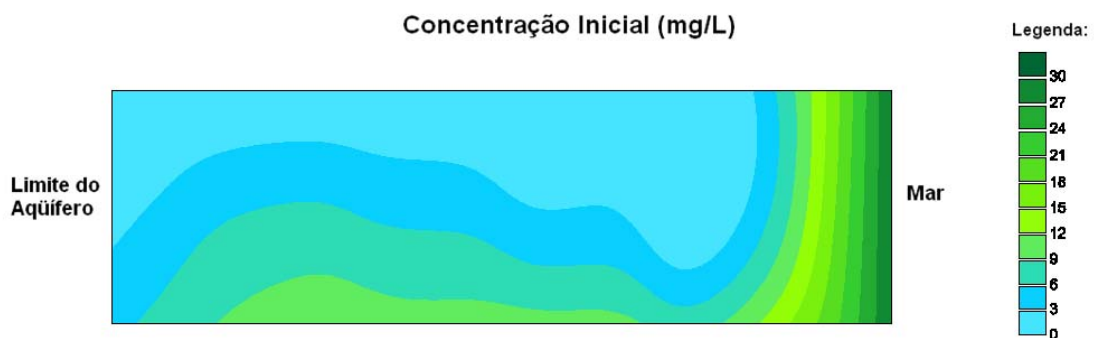


Figura 5.4 – Comportamento da concentração de sal ao longo do aquífero.

5.2.2. Considerações sobre o fluxo subterrâneo

Para avaliar o fluxo vertical utilizou-se o modelo matemático explicitado no capítulo 2, bem como dados de campo.

Avaliou-se o comportamento do aquífero no período de 1 ano, com o intuito de observar as suas modificações e a partir da análise desses dados, propor medidas mitigadoras ou atenuadoras do processo de intrusão salina.

Os dados que alimentaram o modelo foram:

- Piezometria inicial;
- Concentração inicial;
- Condutividade hidráulica ($K = 3$ m/dia);
- Recarga ($R = 56$ mm/ano);
- Densidade da água doce ($\rho_f = 1000$ kg/m³);
- Densidade da água salgada ($\rho_s = 1030$ kg/m³).

Os demais dados de entrada foram obtidos por meio do equacionamento mostrado no capítulo 2.

A primeira simulação foi feita para o pior cenário, onde todos os poços da região estariam em funcionamento, com uma retirada total de 9.000 m³/dia.

A Figura 5.7 mostra o resultado para o tempo inicial e a Figura 5.8 mostra o resultado para o tempo final (1 ano).

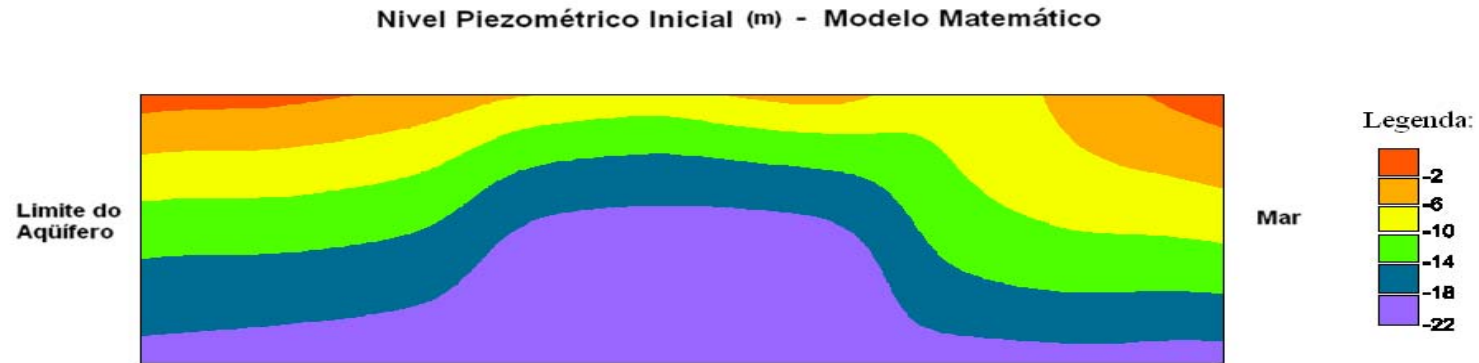


Figura 5.7 – Distribuição da carga piezométrica inicial gerada pelo modelo matemático.

Distribuição vertical da carga hidráulica (m) após 1 ano com bombeamento

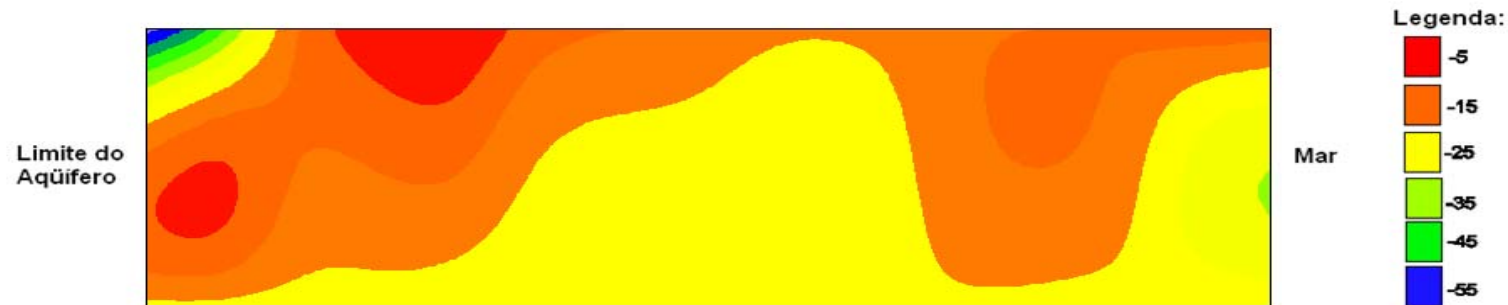


Figura 5.8 – Distribuição da carga piezométrica após 1 ano gerada pelo modelo matemático.

Com a comparação entre as Figuras 5.7 e 5.8, pode-se observar que o decréscimo da carga piezométrica é muito alto. Isso deve-se ao intenso bombeamento existente na área de estudo.

Além dos volumes explorados, esse processo ocorre a muito tempo, ocasionando a depleção da linha piezométrica e conseqüentemente, o avanço da água do mar no aquífero.

Atualmente, os poços existentes nessa área encontram-se desativados, o que corrobora com os resultados calculados.

Devido a isso, resolveu-se fazer uma nova simulação. Nessa segunda simulação foi considerado um bombeamento nulo na área em questão. Essa situação é similar ao processo vivido na área no ano de 2009. As Figuras 5.9 e 5.10 mostram a distribuição da carga hidráulica após 1 mês e 1 ano da desativação dos poços, respectivamente.

Distribuição da carga (m) - Sem bombeamento (1 mês)

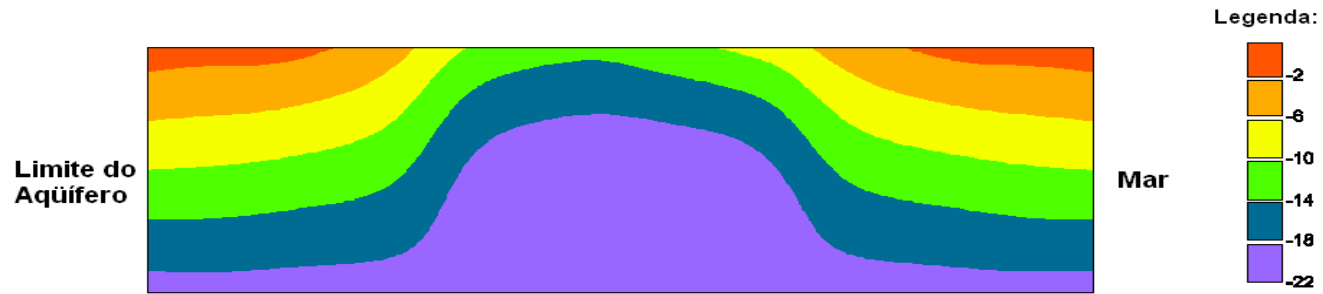


Figura 5.9 – Distribuição da carga piezométrica após 1 mês sem bombeamento.

Distribuição da carga (m) - Sem bombeamento (1 ano)

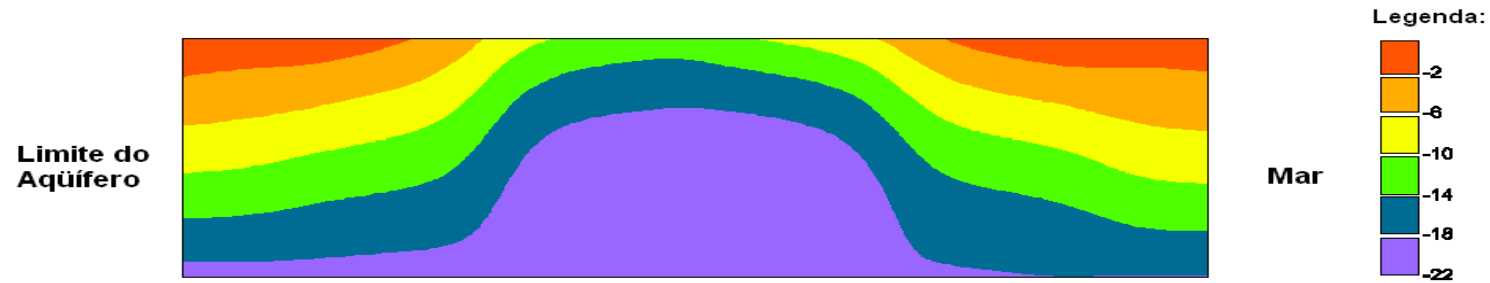


Figura 5.10 – Distribuição da carga piezométrica após 1 ano sem bombeamento.

A Figura 5.9 mostra a distribuição da carga depois de 1 mês sem bombeamento. Existe uma tendência de recuperação, pois a recarga natural foi aplicada incessantemente admitindo o período chuvoso. No entanto, deve-se esperar uma recuperação bem mais lenta. Após 1 ano o aquífero melhora de condição, mas ainda possui uma situação crítica.

Observa-se que sem o bombeamento a situação do aquífero não piora, mas pode-se notar também que não há melhora significativa. A maioria da região ainda apresenta baixos valores de carga hidráulica. Isso se deve à baixa taxa de infiltração pela recarga natural.

Com as observações da segunda simulação optou-se por uma terceira simulação para avaliar o comportamento do aquífero ao ser acrescido de uma recarga artificial. Simulou-se duas taxas, sendo uma de 1.500 e outra de 3.000 m³/dia, apenas para o período de 1 ano, pois observou-se pouca mudança para o período de 1 mês.

A Figuras 5.11 mostra o resultado obtido para a taxa de recarga de 1.500 m³/dia. Com a aplicação dessa recarga durante 1 ano, de forma ininterrupta, o aquífero inicia um processo de recuperação. Nesse cenário a carga hidráulica que predomina no domínio passa a ser de 5m.

Na Figura 5.12 tem-se a distribuição da carga após 1 ano de aplicação de 3.000 m³/dia de recarga. Observa-se que a situação do aquífero melhora consideravelmente, ficando a carga em torno de 18m.

Observa-se que com a recarga de 3.000 m³/dia a recuperação do aquífero é bem maior que na recarga com taxa de 1.500 m³/dia. Pode-se concluir também que essa recuperação se deve ao abandono dos poços.

Atualmente existe uma estação de recarga artificial na área de estudo que conta com três bacias de infiltração. Vários estudos têm sido feitos na tentativa de encontrar uma taxa de infiltração ótima.

A água que é infiltrada é coletada na saída da estação de tratamento de águas residuárias, o que pressupõe um controle apurado da qualidade dessa água.

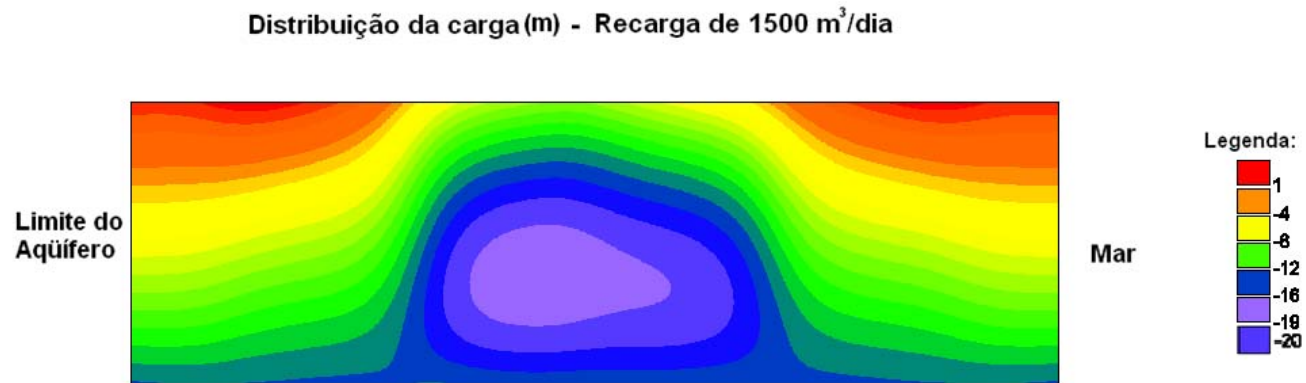


Figura 5.11 – Distribuição da carga piezométrica com recarga de 1.500 m³/dia após 1 ano sem bombeamento.

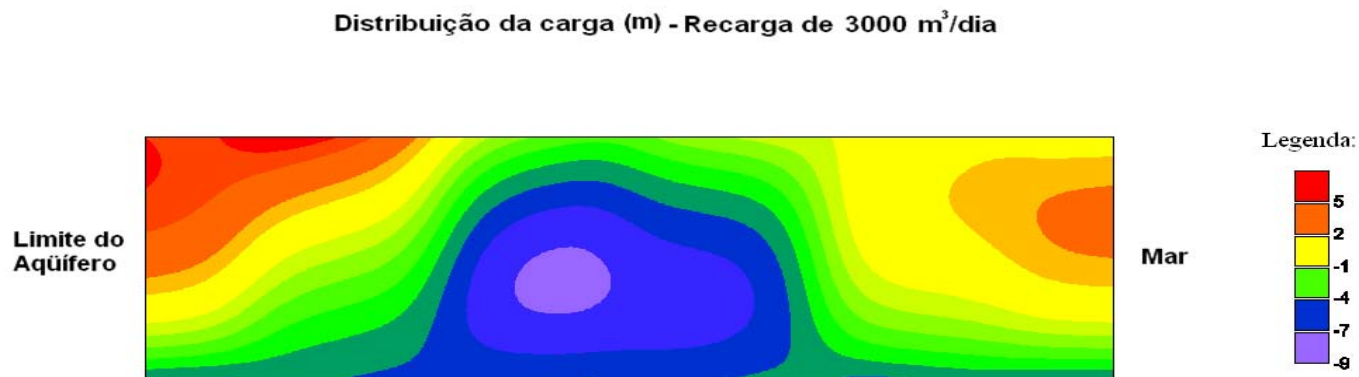


Figura 5.12 – Distribuição da carga piezométrica com recarga de 3.000 m³/dia após 1 ano sem bombeamento.

5.2.3. Considerações sobre a concentração de sais no aquífero

Para avaliar a distribuição de sais no aquífero utilizou-se o modelo matemático explicitado no capítulo 2, bem como dados de campo.

Avaliou-se o comportamento do aquífero no período de 1 ano, com o intuito de observar as suas modificações e a partir da análise desses dados, e propor medidas mitigadoras ou atenuadoras do processo de intrusão salina.

Os dados que alimentaram o modelo foram:

- Piezometria inicial;
- Concentração inicial;
- Condutividade hidráulica ($K = 3$ m/dia);
- Recarga ($R = 56$ mm/ano);
- Densidade da água doce ($\rho = 1000$ kg/m³);
- Densidade da água salgada ($\rho = 1030$ kg/m³).

Os demais dados de entrada foram obtidos por meio do equacionamento mostrado no capítulo 2.

A primeira simulação foi feita para o pior cenário (Cenário 1), onde todos os poços da região estariam em funcionamento, com uma retirada total de 6.200 m³/dia.

A Figura 5.13 mostra o resultado para o tempo inicial e a Figura 5.14 mostra o resultado para o tempo final (1 ano). A Figura 5.13 mostra a configuração do sistema que será considerada para $t = 0$.

Observa-se que toda a extensão do aquífero encontra-se salinizada, com teores de sal variando de 0 a 10 mg/L. Esses dados foram utilizados como dados iniciais para todos os cenários. Admitiu-se que essa situação era insustentável, uma vez que os poços estavam quase todos abandonados devido a péssima qualidade de suas águas.

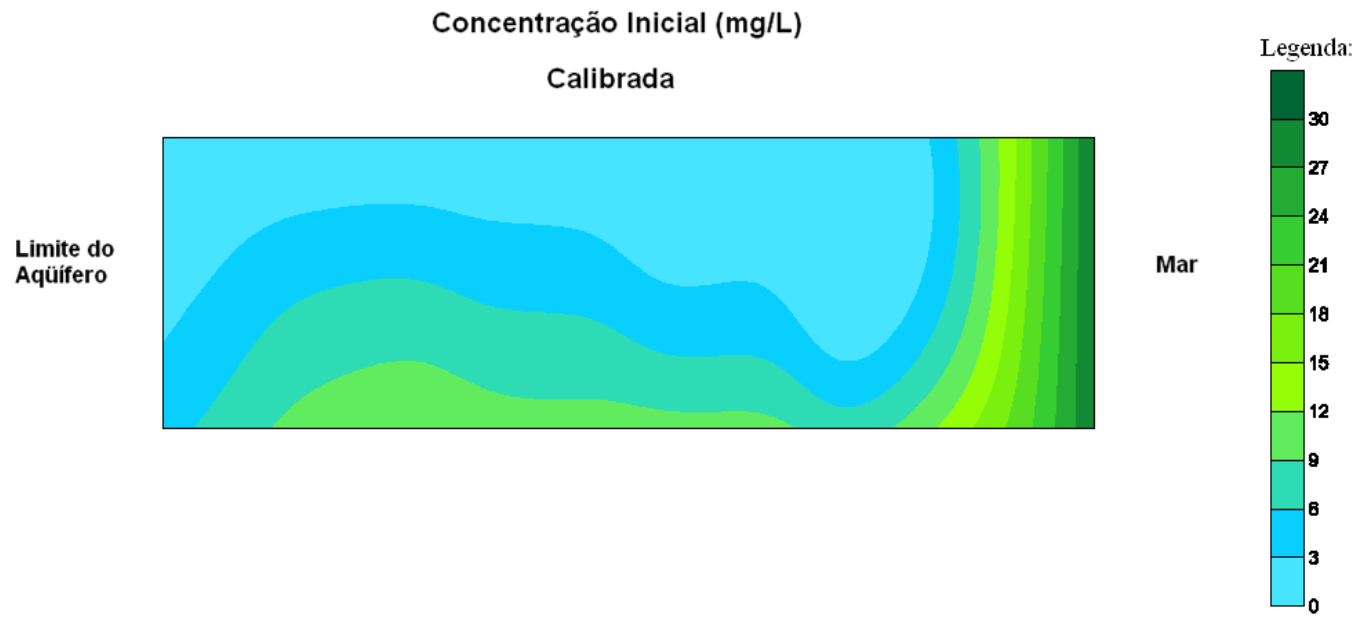


Figura 5.13 – Distribuição da concentração calculada pelo modelo.

Com o intenso bombeamento a mistura da água doce com a água salgada é potencializada, e isso favorece o aumento dos níveis de sal no aquífero. Podem-se observar os cones de elevação da cunha salina pelo bombeamento dos poços (Figura 5.14).

Na Figura 5.15 utilizou-se para a modelagem apenas a recarga natural como incremento. Como seu valor é pequeno não foi possível identificar uma mudança significativa da condição do aquífero ao final de 1 ano. Devido a isso optou-se pela introdução da recarga artificial como incremento.

Foram modelados 2 cenários com a recarga artificial:

- Recarga de 1.500 m³/dia;
- Recarga de 3.000 m³/dia.

Para a recarga de 1.500 m³/dia, encontrou-se os resultados apresentados na Figura 5.16. Esse incremento de água no sistema melhorou sua qualidade, no entanto, essa melhora se processa de forma bastante lenta.

Os resultados obtidos para a recarga de 3.000 m³/dia estão mostrados na Figura 5.17. Nesse cenário observa-se que a água possui uma qualidade superior a qualidade inicial, mas ainda apresenta zonas com teores de sal acima do tolerado.

Porém, alguns aspectos devem ser analisados:

- a) O bombeamento continua suspenso. Quando a extração for retomada, se não houver nenhuma medida preventiva, um zoneamento para as áreas que podem ser exploradas, o aquífero voltará a ser contaminado.
- b) O aquífero continua salinizado. Deve-se recuperá-lo e esperar que um novo estado de equilíbrio entre a água doce e a água salgada seja atingido, para reiniciar sua exploração.
- c) Outro aspecto a ser observado é a salinização do solo. A área de estudo é utilizada para agricultura. Os processos de irrigação contribuíram para a salinização do solo e, conseqüentemente, do aquífero. Com isso, conclui-se que deve ser feito também uma correção do solo.
- d) O processo de recarga utilizado na área é feito por bacias de infiltração. Apesar de ser o processo de recarga artificial mais barato, deve-se avaliar as perdas por evaporação.
- e) A água infiltrada vem da saída de uma estação de tratamento de águas residuárias. Isso pressupõe um monitoramento permanente da qualidade dessa água

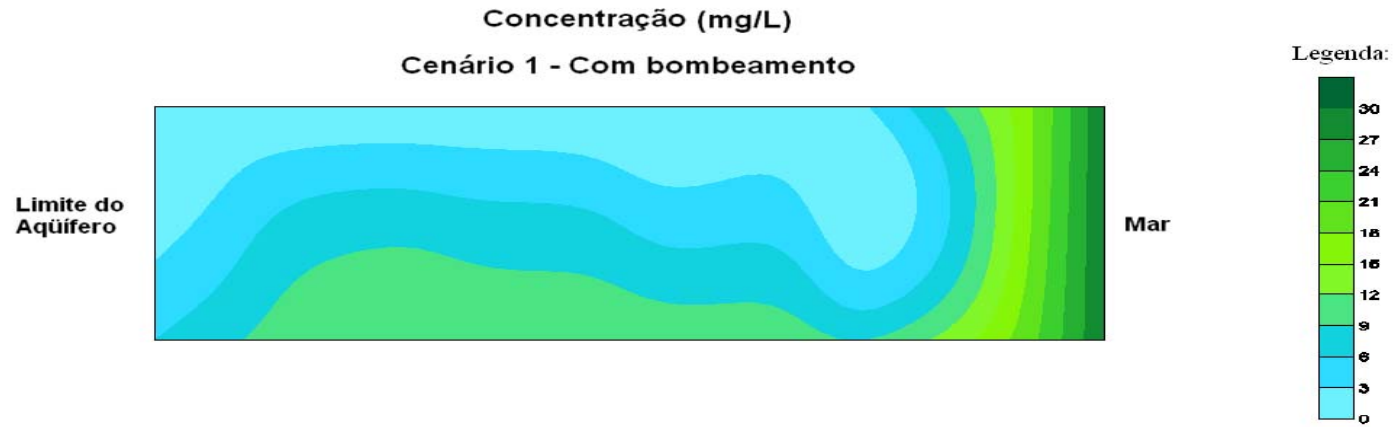


Figura 5.14 – Distribuição da concentração com bombeamento calculada para o período de 1 ano.

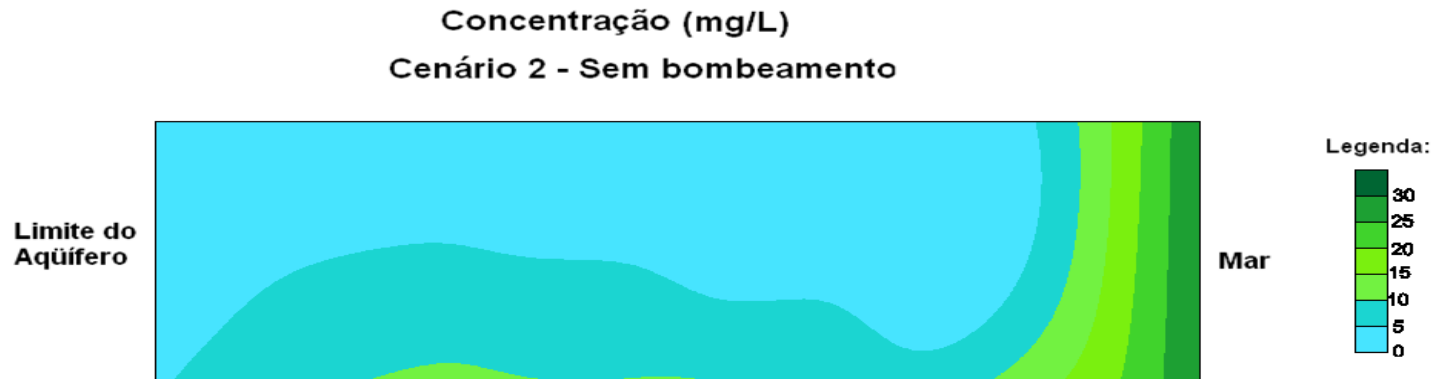


Figura 5.15 – Distribuição da concentração sem bombeamento calculada para o período de 1 ano.

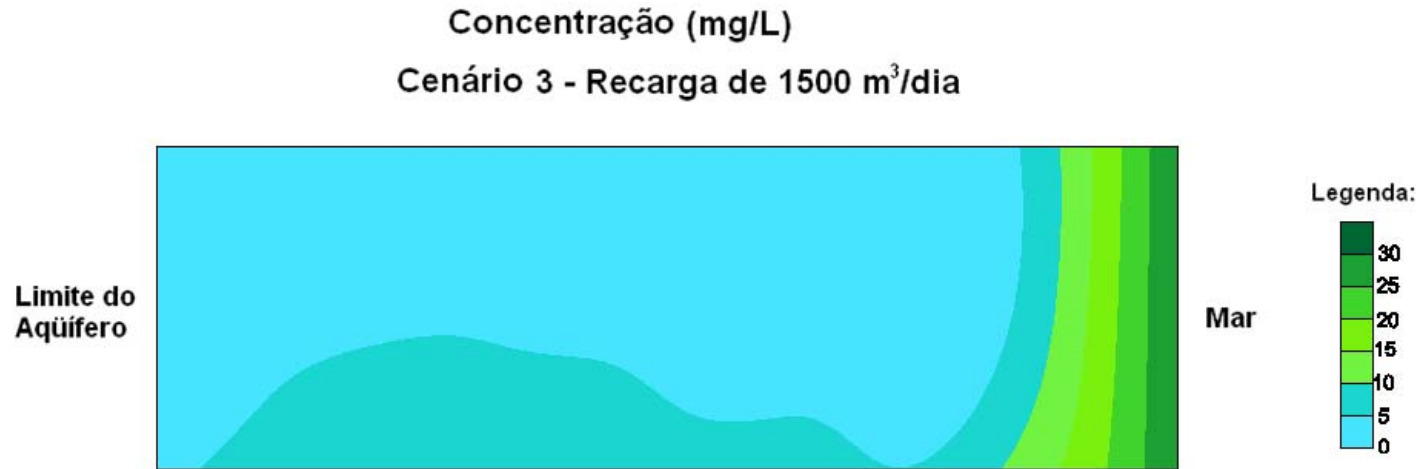


Figura 5.16 – Distribuição da concentração com recarga artificial de 1.500 m³/dia calculada para o período de 1 ano.

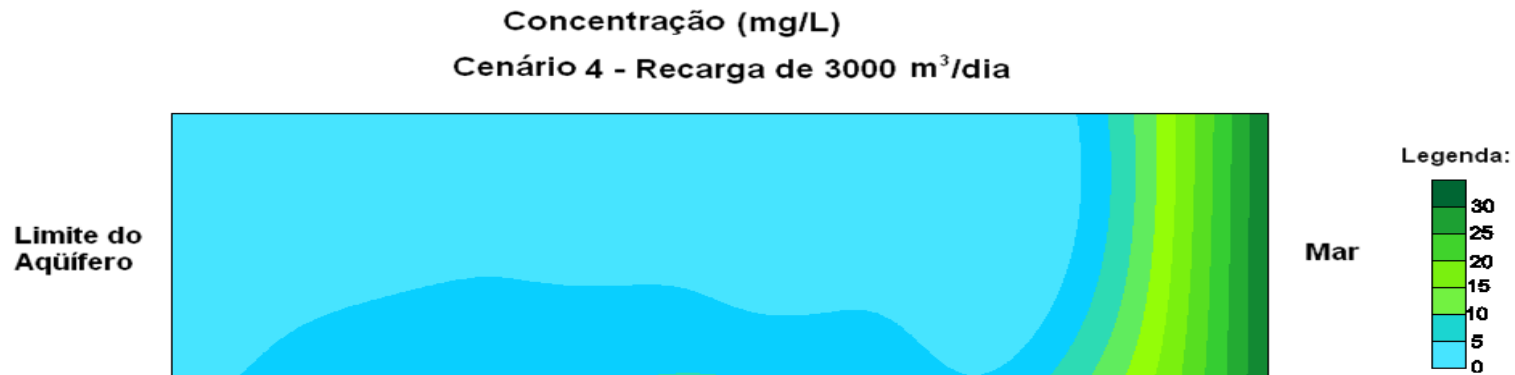


Figura 5.17 – Distribuição da concentração com recarga artificial de 3.000 m³/dia calculada para o período de 1 ano.

5.3. Análise de Sensitividade Adjunta

Para avaliar a sensibilidade do aquífero à variação da condutividade hidráulica desenvolveu-se um modelo matemático baseado nas equações adjuntas às equações governantes do problema.

Esse modelo utilizou o Método dos Elementos Finitos (MEF) e foi calculado pelo MATLAB R2009a. Para o pós-processamento dos dados utilizou-se o SUFER 7.0.

5.3.1. Avaliação do comportamento da carga hidráulica

Para avaliar o comportamento do aquífero com a variação da condutividade hidráulica adotou-se como ponto de aplicação da variação os nós que distavam 900 m do mar, além disso definiu-se os seguintes cenários:

- Cenário 1: A aplicação foi feita durante os primeiros 5 passos de tempo e a seguir foi cessada.
- Cenário 2: A aplicação foi feita durante o primeiro passo de tempo e a seguir foi cessada.
- Cenário 3: A aplicação foi feita ininterruptamente.

Para cada um desses cenários analisou-se os períodos de 30 e 180 dias.

Cenário 1

As Figuras 5.18 e 5.19 mostram os resultados obtidos para os períodos de 30 e 180 dias. Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.18 as cargas variam mais no entorno dos pontos de aplicação.

Após um certo período de tempo essa variação é suspensa. Com isso, percebe-se que o sistema tende a voltar ao seu estado inicial (Figura 5.19).

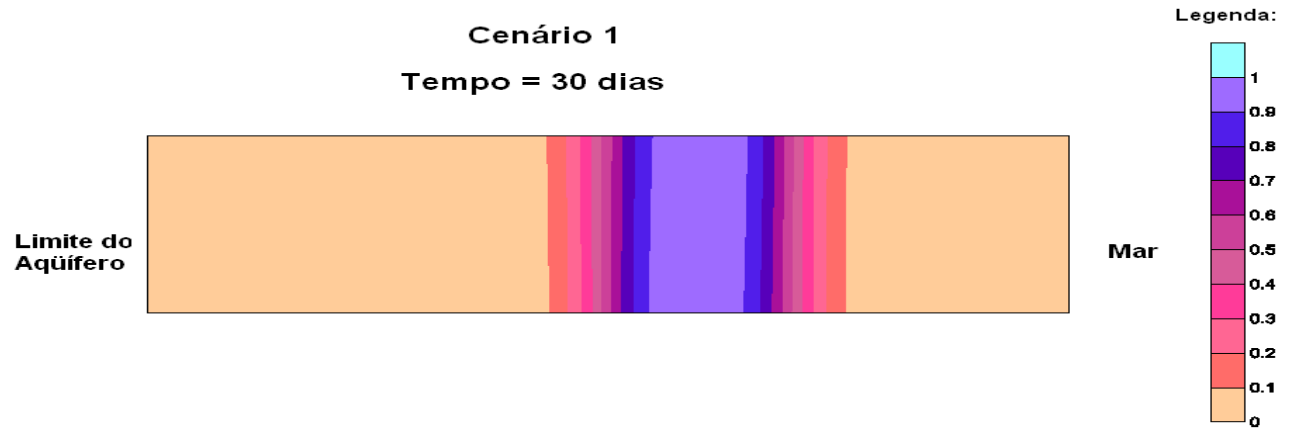


Figura 5.18 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 1 no período de 30 dias.

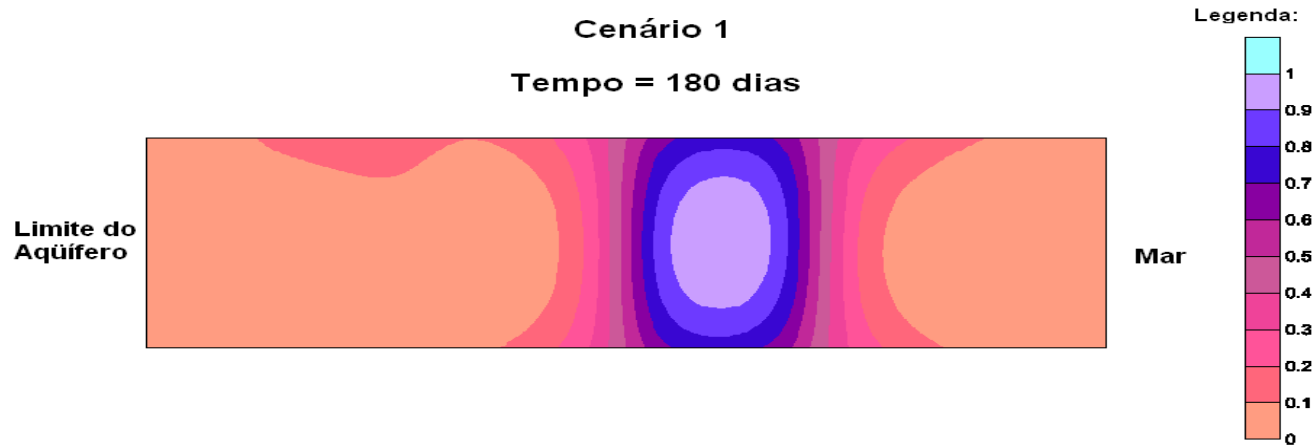


Figura 5.19 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 1 no período de 180 dias

Cenário 2

As Figuras 5.20 e 5.21 mostram os resultados obtidos para o cenário 2 nos períodos de 30 e 180 dias. Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.20 as cargas variam mais rapidamente do que no cenário 1.

Após um passo de tempo essa variação é suspensa. Com isso, percebe-se que o sistema tende a voltar ao seu estado inicial. Na Figura 5.21 mostra-se que o sistema já está quase recuperado.

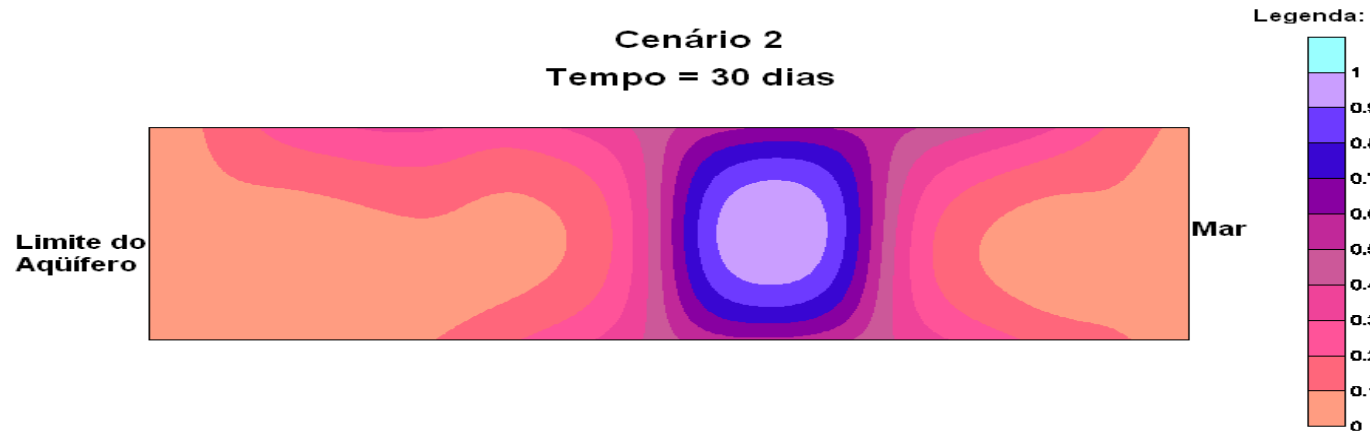


Figura 5.20 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 2 no período de 30 dias.

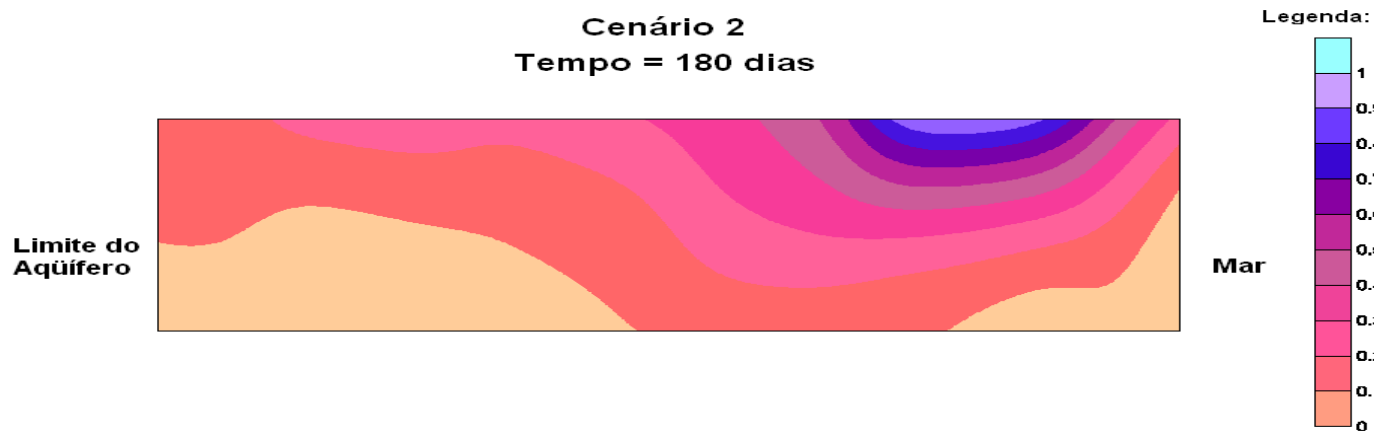


Figura 5.21 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 2 no período de 180 dias.

Cenário 3

As Figuras 5.22 e 5.23 mostram os resultados obtidos para os períodos de 30 e 180 dias.

Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.22 as cargas variam mais do entorno dos pontos de aplicação para os limites do aquífero.

A aplicação não cessa. Com isso, percebe-se que o sistema tende a encontrar um novo estado de equilíbrio (Figura 5.23).

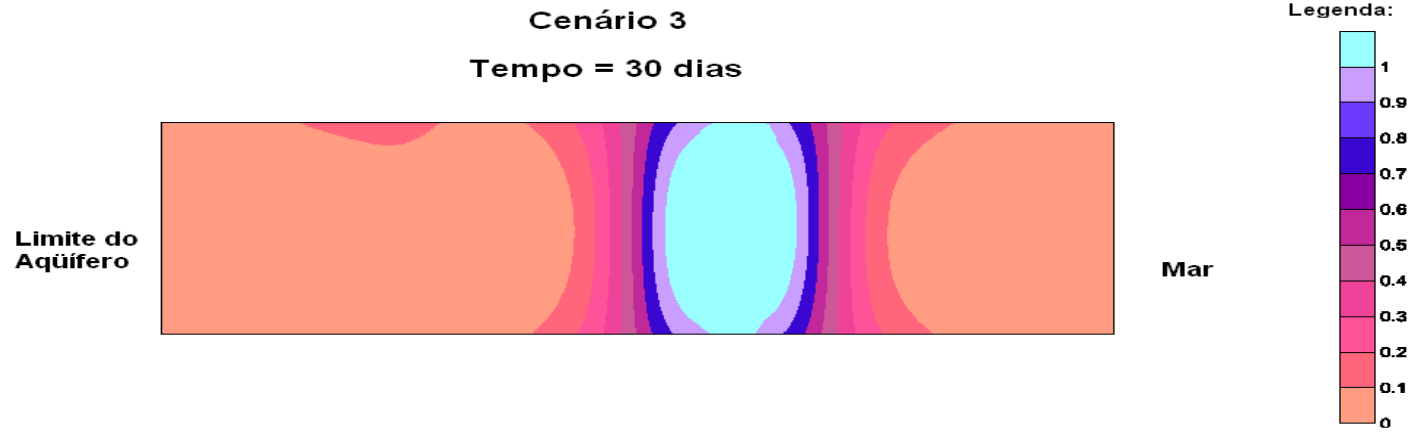


Figura 5.22 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 3 no período de 30 dias.

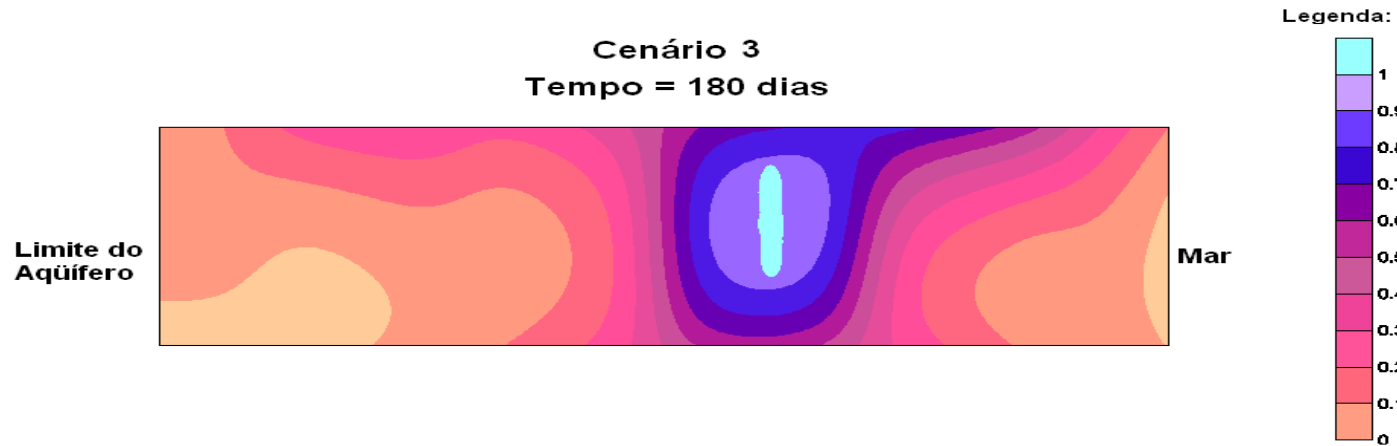


Figura 5.23 – Impacto sobre a carga hidráulica para o cenário 3 no período de 180 dias.

5.3.2. Avaliação do comportamento da concentração

Para avaliar o comportamento do aquífero com a variação da condutividade hidráulica adotou-se como ponto de aplicação da variação os nós que distavam 900 m do mar, além disso definiu-se os seguintes cenários:

- Cenário 1: A aplicação foi feita durante os primeiros 5 passos de tempo e a seguir foi cessada.
- Cenário 2: A aplicação foi feita durante o primeiro passo de tempo e a seguir foi cessada.
- Cenário 3: A aplicação foi feita ininterruptamente.

Para cada um desses cenários analisou-se os períodos de 30 e 180 dias.

Cenário 1

As Figuras 5.24 e 5.25 mostram os resultados obtidos para os períodos de 30 e 180 dias. Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.24 as concentrações variam mais no entorno dos pontos de aplicação e se acumulam no centro do perfil de aplicação.

Após um certo período de tempo essa variação é suspensa. Com isso, percebe-se um maior espalhamento da variação da concentração em relação ao seu estado inicial (Figura 5.25).

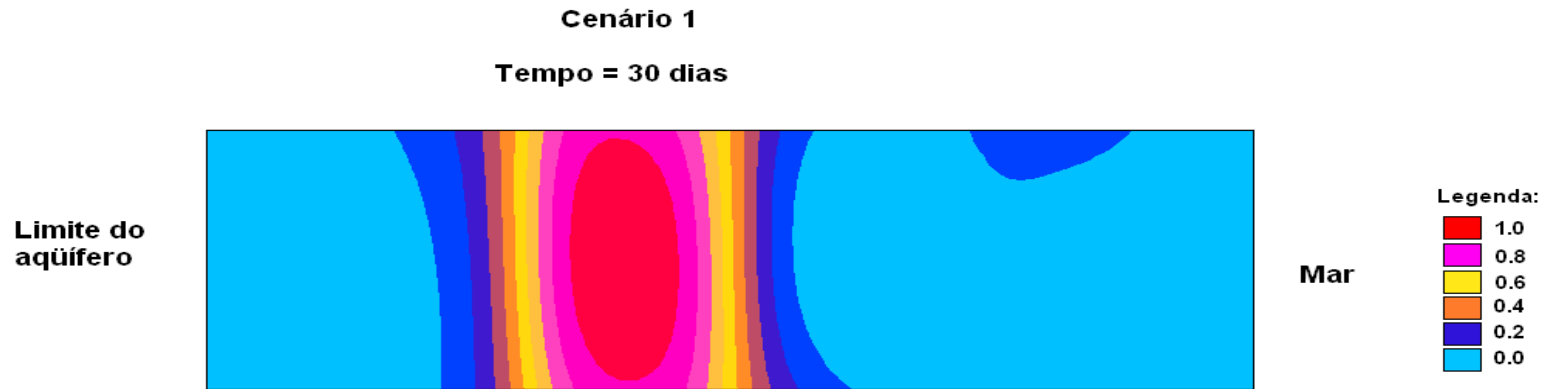


Figura 5.24 – Impacto sobre a concentração para o cenário 1 no período de 30 dias.



Figura 5.25 – Impacto sobre a concentração para o cenário 1 no período de 180 dias.

Cenário 2

As Figuras 5.26 e 5.27 mostram os resultados obtidos para o cenário 2 nos períodos de 30 e 180 dias. Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.26 as concentrações variam mais lentamente do que no cenário 1.

Após o primeiro passo de tempo essa variação é suspensa. Com isso, percebe-se que o sistema tende a voltar ao seu estado inicial. Na Figura 5.21 mostra-se que o impulso dado no primeiro passo de tempo caminha por todo o sistema, e que vai reduzindo no ponto de aplicação, tendendo para recuperação.



Figura 5.26 – Impacto sobre a concentração para o cenário 2 no período de 30 dias.



Figura 5.27 – Impacto sobre a concentração para o cenário 2 no período de 180 dias.

Cenário 3

As Figuras 5.28 e 5.29 mostram os resultados obtidos para os períodos de 30 e 180 dias.

Observa-se o impacto sendo distribuído por todo o sistema. Na Figura 5.28 as concentrações variam mais do entorno dos pontos de aplicação para os limites do aquífero.

A aplicação não cessa. Com isso, percebe-se que o sistema tende a encontrar um novo estado de equilíbrio (Figura 5.29).

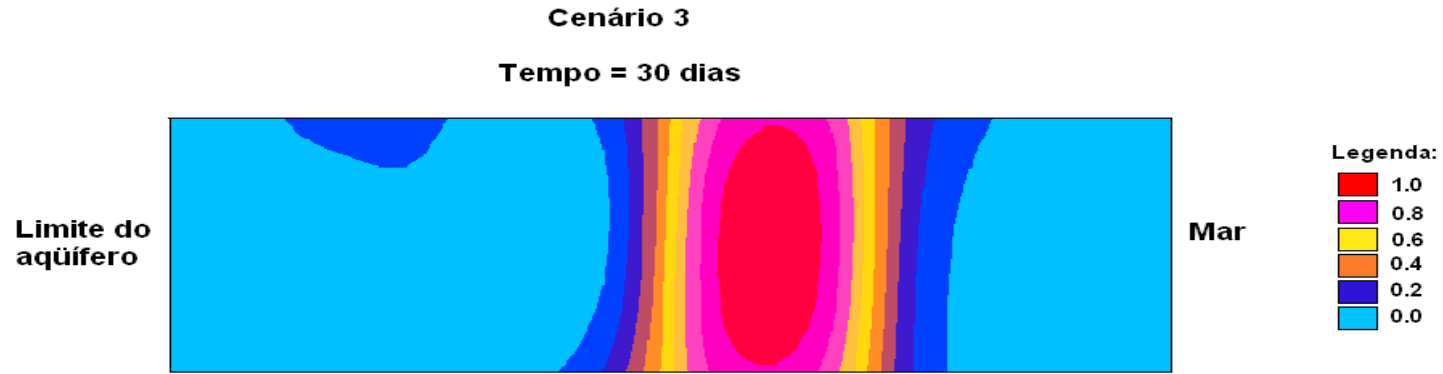


Figura 5.28 – Impacto sobre a concentração para o cenário 3 no período de 30 dias.

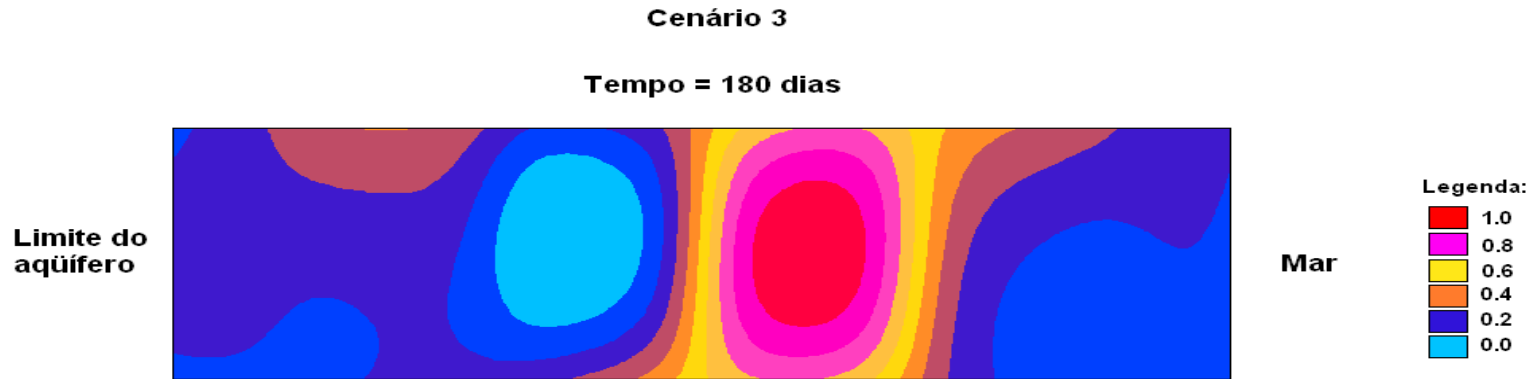


Figura 5.29 – Impacto sobre a concentração para o cenário 3 no período de 180 dias.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O conhecimento do comportamento das águas subterrâneas e da dinâmica local de um sistema aquífero é fundamental para a gestão dos recursos hídricos subterrâneos. Apesar disso, a aquisição de dados de campo em quantidade e qualidade confiáveis é bastante dispendiosa, além de difícil.

A modelagem matemática surge como um meio de simular as condições de um sistema real partindo de dados de campo em quantidades significativamente menores, o que implica na diminuição drástica dos custos de investigação, sem perder em precisão.

A área de estudo apresentou altos valores de sais, sendo justificado pela intrusão da água do mar, devido à grande extração de água subterrânea.

Essa intrusão marinha, no entanto, vem acompanhada de outros processos de salinização, como por exemplo: agricultura irrigada, que culmina no carreamento de fertilizantes para o lençol freático, provocando a salinização tanto do aquífero, como do solo.

Os resultados apresentados para a carga hidráulica e para a concentração mostram-se compatíveis com as pesquisas feitas no local, com isso, pode-se dizer que o modelo matemático está adequado para o estudo em questão.

Nas simulações feitas pode-se observar que a continuação da exploração ocasionaria uma exaustão do aquífero. A suspensão do bombeamento, apesar de importante, não altera a situação. Assim, a recarga artificial surge como uma alternativa de remediação do aquífero.

A utilização da água desse aquífero acontece há um longo período, e por isso, gerou a contaminação de todo o aquífero. Sabe-se que para reverter esse processo são necessários altos investimentos. Propõe-se a utilização da recarga artificial como uma forma de atenuar a salinização do aquífero, podendo em longo prazo, reverter o gradiente hidráulico e reduzir a concentração de sais no aquífero.

Estudos para encontrar uma taxa ótima de recarga devem ser realizados. É importante, também, um monitoramento da qualidade da água infiltrada, pois, dependendo de sua origem, pode conter quantidades de sais consideráveis.

Com relação a análise de sensibilidade adjunta conclui-se que a o ponto de aplicação da variação da condutividade hidráulica impacta sobremaneira o comportamento das variáveis (carga hidráulica e concentração). Em todos os casos simulados observou-se

uma tendência de maior variação no ponto de aplicação, ou seja, o maior impacto ocorre onde há variação da condutividade hidráulica, e em seguida, com o passar do tempo, um espalhamento em todo o domínio desse efeito.

No cenário 2 foi aplicado um impulso em um perfil do domínio a 900 m da costa. Nesse caso, fica fácil de observar a tendência do aquífero para a recuperação, ou seja, com o passar do tempo, observa-se que o sistema tende a voltar ao estado inicial.

No cenário 3 o sistema busca um novo estado de equilíbrio, pois a condutividade hidráulica sofre uma alteração permanente. No entanto, o cenário 1, apesar de tender a voltar ao estado inicial, difere do cenário 2 pelo tempo que o sistema levará para se recuperar.

Para trabalhos futuros recomenda-se:

- Adaptar o modelo para aquíferos mais complexos.
- Observar quais os fatores que estão envolvidos no processo de salinização de aquíferos de zonas costeiras.
- Observar a influência de obras de infraestrutura, como coleta de esgoto e construção de garagens em subsolo, no rebaixamento do lençol freático e, conseqüente, inversão do gradiente hidráulico.
- Avaliar a análise de sensibilidade adjunta para outros parâmetros como: velocidade de Darcy, por exemplo.
- Aplicar essa metodologia para Fortaleza, como forma de auxiliar o zoneamento de áreas críticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-KHAFAJI, A.W.; TOOLEY, J.R. Numerical methods in engineering practice 1982. New York: ed. Holt, Rinehart and Winston Inc. 642 p.

ANA. Águas subterrâneas. Disponível em: www.ana.gov.br. Acessado em: 19/09/2005.

ANDERSON, M. P. Movement of Contaminants in Groundwater: Groundwater Transport – Advection and Dispersion. In: **Groundwater Contamination**. Washington, D.C.: National Academy Press, 1984. p. 37-45.

BEAR, J. **Dynamics of fluids in porous media**. New York: American Elsevier, 1972. 764 p.

BEAR, J. **Hydraulics of Groundwater**. New York: Mcgraw-Hill Book Co., 1979. 567 p.

BEAR, J.; ZASLAVSKY, D.; IRMAY, S.. **Physical principles of water percolation and seepage**. França: Unesco, 1968.

BEAR, J.; VERRUIJT, A. **Modeling Groundwater Flow and Pollution**. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co., 1987. 414 p.

BEAR, J.; CHENG, A.H.-D.; OUAZAR, D.; HERRERA, I. Seawater Intrusion in Coastal Aquifers – Concepts, Methods and Practices. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1999.

BEDIENT, P. B.; RIFAI, H. S.; NEWELL, C. J. **Ground Water Contamination: Transport and Remediation**. New Jersey: Prentice-Hall, PTR, 1994. 604 p.

BOSCARDIN BORGUETTI, N.R. et al. O aquífero Guarani. Disponível em: www.abas.org.br. Acessado em: 16/09/05.

COSTA, C.T.F. (2005) Modelagem Numérico-analítica do Fluxo Hídrico e da Contaminação de Água Subterrânea por Derivados de Petróleo. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Ceará. Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. 202 pp.

COSTA, W.D. & COSTA FILHO, W.D. (2004). A gestão dos aquíferos costeiros de Pernambuco. In: Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas.

CPRM. Atlas dos Recursos Hídricos Subterrâneos do Ceará. CD-ROM. 1999.

DAGAN, G.; ZEITOUN, D.G.. Seawater-freshwater interface in a stratified aquifer of random permeability distribution. **Journal Of Contaminant Hydrology**, Sl, n. 29, p.185-203, 1998.

DATTA, B., VENNALAKANTI, H., DHAR, A. (2009). Modeling and control of saltwater intrusion in a coastal aquifer of Andhra Pradesh, India. **Journal of Hydro-environment Research**, 3: 148-159

ESSINK, G.H.P. Oude. Improving fresh groundwater supply - problems and solutions. **Ocean e Coastal Management**, Holanda, n. 44, p.429-449, 2001.

FETTER, C. W. **Applied Hydrogeology**. 3rd. Ed., New York: Macmillan College Publishing Company, 1994. 691 p.

FETTER, C. W. **Contaminant hydrogeology**. New York: Macmillan Publish Company, 1993. 458 p.

FREEZE, R. A.; CHERRY, J.A.. **Groundwater**. New Jersey: Prentice-hall, Inc., 1979. 506p.

GAALOUL e CHENG, 2003

GAALOUL, N. (2009) - A Modeling study of Seawater Intrusion in the Cap Bon Plain Case Study: Grombalia aquifer And Oriental Coastal aquifer (Cap Bon in the North of Tunisia). Apresentação no âmbito do Projecto de Cooperação Portugal-Tunisia, Lisboa (Portugal), Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

GAU, H.S., HSIEH, C.Y., LIU, C.W. (2006). Application of grey correlation method to evaluate potential groundwater recharge sites. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 20: 407–421.

GIAMBASTIANI, B.M.S., ANTONELLINI, M., OUDE ESSINK, G.H.P., STUURMAN, R.J. Saltwater intrusion in the unconfined coastal aquifer of Ravenna (Italy): A numerical model. *Journal of Hydrology*, 2007.

GOMES, C. C. **Método de elementos analíticos para modelagem matemática de fluxo hídrico subterrâneo regional**. 2002. 193 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil – Recursos

Hídricos) - Departamento de Hidráulica e Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza, 2002.

HONG, S. H.. **Optimization model for development and management of groundwater in coastal areas.** 2005. 115 f. Dissertação (Doutorado) - Departamento de Engenharia Civil, Graduate School Of Dong-a University, Busan/korea, 2005.

HUANG, Y.C.; YEH, H.D. The use of sensitivity analysis in on-line aquifer parameter estimation. *Journal of Hydrology*, nº 335, pp. 406 – 418, 2007.

HUBBERT, M. K. Darcy's law and the field equations of underground fluids. *Transactions. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, n. 207, p. 222-239, 1956.

INTERA ENVIRONMENTAL CONSULTANTS INC (Org.). **Adjoint sensitivity theory for steady-state ground-water flow.** Columbus, 1983. 76 p.

IRMAY et al., 1968

KOUSANA et al, 2009

LEAL, A.S. (1999). *As águas subterrâneas no Brasil. Ocorrências, disponibilidade e usos.* ANEEL. Brasília.

LIN, H.C., RICHARDS, D.R., YEH, G.T., CHENG, J.R., CHENG, H.P., JONES, N.L. (1997). *FEMWATER: A three-dimensional finite element computer model for simulating density-dependent flow and transport in variably saturated media*, Technical Report CHL-97-12, U.S. Army Corps of Engineer, 151pp.

MENESCAL, G.C. (2003) *Simulação Computacional do Transporte de Contaminantes em Aquíferos.* Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará. Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. 171 pp.

NOVO, M.E., IKAVALKO, V., DIAMANTINO, C., LOBO FERREIRA, J.P. (2003).

MANPORIVERS. *Management policies for priority water pollutants and their effects on foods and human health: generic characterization of mathematical models to simulate the pollutant transport in groundwater.* Relatório 310/03 – NAS, LNEC, Lisboa, 113 pp.

PANICONI, C. et al. A modelling study of seawater intrusion in the Korba Coastal Plain, Tunisia. **Phys. Chem. Earth**, Sl, v. 26, n. 4, p.345-351, 2001.

PASTER, A.; DAGAN, G.; GUTTMAN, J. The salt-water body in the Northern part of Yarkon – Taninim aquifer: field data analysis, conceptual model and prediction. *Journal of Hydrology*, 323, pp. 154 – 167, 2006.

PETZOLD, Linda; LI, Shengtai. Adjoint sensitivity analysis for time-dependent partial differential equations with adaptive mesh refinement. **Journal Of Computational Physics**, Holanda, n. 198, p.310-325, 2004. Disponível em: <www.sciencedirect.com>. Acesso em: 10 out. 2007.

PINDER, G. F.; BREDEHOEFT, J. D. Application of the Digital Computer for Aquifer Evaluation. **Water Resources Research**, v. 4, p. 1069-1093, 1968.

PINDER, G. F.; FRIND, E. O. Application of Garlekin's Procedure to Aquifer Analysis. **Water Resources Research**, v. 9, n. 6, p. 1657-1669, 1972.

PINDER, G.F. A Garlekin Finite Element Simulation of Groundwater Contamination on Long Island, New York. **Water Resources Research**, v. 8, n. 1, p. 108-120, 1973.

PITOMBEIRA, E.S. Groundwater flow model for fractured media. Ph.D. Dissertation, University of New Hampshire, 1994.

REDDY, J.N. Finite element method. McGraw Book Company, 2a. ed. Singapura, 1993.

ROTH, K. **Lecture notes in soil physics**. Hohenheim: Institute of Soil Science, University of Hohenheim. Version 3.2. 1996.

SANTOS, L.C.C. An adjoint formulation for the non-linear potential flow equation. **Applied Mathematics And Computation**, Holanda, n. 108, p.11-21, 2008. Disponível em: <www.elsevier.nl>. Acesso em: 17 jul. 2007.

SIVAN, Orit et al. Geochemical evolution and timescale of seawater intrusion into the coastal aquifer of Israel. **Geochimica Et Cosmochimica**, Estados Unidos, v. 69, n. 3, p.579-592, 2005.

SU, N.; LIU, F. & ANH, V. (2003). Tides as phase-modulated waves inducing periodic groundwater flow in coastal aquifers overlying sloping impervious base. In: *Environmental Modeling & Software* 18, 937-942.

SUN, Ne-zheng. **Inverse problems in groundwater modeling**. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1994. 337 p. (Theory and applications of transport in porous media: v.6).

SYKES, J. F.; WILSON, J. L.; ANDREWS, R. W.. Sensitivity analysis for steady state groundwater flow using adjoint operators. **Water Resources Research**, Ontario, v. 21, n. 3, p.359-371, mar. 1985.

TBER, Moulay Hicham; TALIBI, Mohamed El Alaoui; OUAZAR, Driss. Parameters identification in a seawater intrusion model using adjoint sensitive method. **Mathematics And Computers In Simulation**, Holanda, n. 77, p.301-312, 2008.
Ting et al. 2005

TODD, D. K.(1980). *Groundwater hydrology*. New York: John Wiley & Sons Inc. 535 pp.

TRAN, T.M. (2004). Multi-Objective Management of Saltwater Intrusion in Groundwater: Optimization under Uncertainty. In: <http://www.olemiss.edu/sciencenet/saltnet/bibliography.html>. Acessado em: 10/10/2005.

TURNER, I.L. Monitoring groundwater dynamics in the littoral zone at seasonal, storm, tide and swash frequencies. *Coastal Engineering*, nº 35, pp. 1 – 16, 1998.

WANG, H.F. e ANDERSON, M.P. (1982); *Introduction to Groundwater Modeling: Finite Difference and Finite Element Methods* - Academic Press.

WANG, J.; TSAY, T-K. Analytical evaluation and application of the singularities in boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. v.29, p.241-256. 2005.

WILSON, John L.; METCALFE, Douglas E.. Illustration and verification of adjoint sensitivity theory for steady state groundwater flow. **Water Resources Research**, Austin, v. 21, p.1602-1610, 1985.