



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

MADSON LINHARES MAGALHÃES

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM CONVECTIVA  
UTILIZANDO MODELO DIFERENCIAL DIFUSIVO-CONVECTIVO  
RESOLVIDO PELO MÉTODO NUMÉRICO DOS VOLUMES FINITOS**

FORTALEZA - CE

Março – 2016

MADSON LINHARES MAGALHÃES

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM CONVECTIVA  
UTILIZANDO MODELO DIFERENCIAL DIFUSIVO-CONVECTIVO  
RESOLVIDO PELO MÉTODO NUMÉRICO DOS VOLUMES FINITOS**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Fabiano André Narciso Fernandes

Co-orientador: Prof. Dr. Samuel Jorge Marques Cartaxo

FORTALEZA - CE

Março - 2016

---

## Ficha Catalográfica

Magalhães, Madson Linhares

Modelagem e simulação do processo de secagem convectiva utilizando modelo diferencial difusivo-convectivo resolvido pelo método numérico dos volumes finitos / Madson Linhares Magalhães – Fortaleza, CE, 2016.

79 f.: il.

Orientador: Fabiano André Narciso Fernandes.

Co-orientador: Samuel Jorge Marques Cartaxo.

Área de concentração: Processos Químicos e Bioquímicos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Química, Fortaleza, 2016.

1. Secagem. 2. Modelagem e Simulação. 3. Python. 4. Volumes Finitos. 5. Transferência de Massa. I. Fernandes, Fabiano André Narciso. II. Cartaxo, Samuel Jorge Marques. III. Universidade Federal do Ceará – Programa de Pós-Graduação.

MADSON LINHARES MAGALHÃES

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM CONVECTIVA  
UTILIZANDO MODELO DIFERENCIAL DIFUSIVO-CONVECTIVO  
RESOLVIDO PELO MÉTODO NUMÉRICO DOS VOLUMES FINITOS**

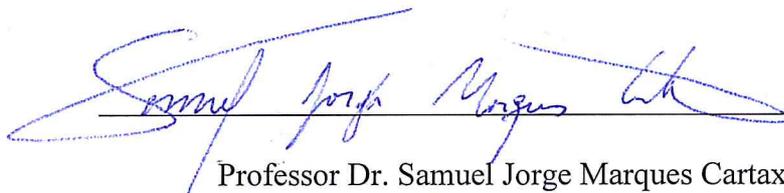
Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal Do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Aprovada em 22 de março de 2016.



---

Professor Dr. Fabiano André Narciso Fernandes  
Orientador – DEQ/UFC



---

Professor Dr. Samuel Jorge Marques Cartaxo  
Co-orientador – DEQ/UFC



---

Professor Dr. Sebastião Mardônio Pereira de Lucena  
Examinador Interno – DEQ/UFC



---

Dr. Oscar Alberto Rodriguez Barragan  
Examinador Externo – DEQ/UFC

“A alegria está na luta, na tentativa, no sofrimento envolvido e não na vitória propriamente dita”

(Mahatma Gandhi)

“A curiosidade é mais importante do que o conhecimento”

(Albert Einstein)

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por ter me dado o dom da vida, por guiar meus caminhos durante a vida, dando-me a força necessária para vencer todas as adversidades da vida, em especial as educacionais e profissionais.

Aos meus pais, Marcos Antônio e Maria do Carmo, por todo apoio, carinho e amor que recebi. Por terem me transmitido valores e princípios importantes. Aos meus irmãos, Maycon Juglas, Milena Michele e Meylling Mayara, que sempre acreditaram no meu potencial e na minha determinação.

Aos meus tios, Evilázio e Raquel, que me acolheram como filho todos esses anos na casa deles, contribuindo ativamente para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje. Sempre me dando toda a atenção e apoio que precisei.

À minha namorada, Luiza Darla, por toda compreensão, paciência, carinho e amor recebido, pois mesmo com a distância sempre foi uma excelente companheira entendendo meus desafios e sempre me ajudando a superá-los. Obrigado por sempre estar ao meu lado nos momentos difíceis, sempre me dando incentivos para que eu seguisse em frente.

A todos os professores que tive, em especial, os professores do Colégio Luciano Feijão e do departamento de Engenharia Química, contribuindo bastante para minha formação profissional. Em especial aos professores André Casimiro e Maria Valdez, por toda confiança que depositaram em mim, pela amizade e por todos os conselhos que me deram para que eu sempre tomasse a decisão correta.

Ao professor Fabiano Fernandes, que aceitou ser meu orientador nesta pesquisa, por ter acreditado que eu realizaria a pesquisa de maneira coerente e dentro do prazo, pois muitos não dão credibilidade a pessoas que trabalham e querem fazer um mestrado. Por todos os conhecimentos e oportunidades que ele me propiciou, pela amizade, dedicação na orientação, sempre sendo bastante solícito e pelo exemplo profissional.

Ao professor Samuel Cartaxo, por todos os anos de amizade e ensinamentos. Por sempre estar disponível para uma conversa, dando-me conselhos valiosos. Por sempre acreditar e fazer com que eu acredite que posso ir além da expectativa. Por ser uma referência como profissional e pessoa. Pelo incentivo que me deu para que eu fizesse este mestrado, tornando possível a realização deste trabalho.

À minha grande amiga Andréa Pereira, que sempre ajudou tanto nos problemas acadêmicos quanto nos problemas pessoais, sempre acreditando que eu conseguiria superar todos os obstáculos. Agradeço por ter contribuído ativamente para que este trabalho pudesse ser concluído da melhor forma possível.

Por todos os amigos que sempre estiveram comigo ao longo dessa jornada, em especial a Andréa Pereira, Leandro Fernandes, Maria Gabriela e Rafaela Sawaki. À Rafaela Sawaki, pela amizade e por ter tornado possível a interface do software em desenvolvimento e por toda ajuda que me foi oferecida.

## RESUMO

O consumo de energia é um fator determinante na viabilidade de qualquer processo industrial. A desidratação térmica é responsável por um alto consumo de energia térmica. Em países desenvolvidos, o consumo da energia da indústria nacional é atribuído, em média, entre 9-25% a desidratação térmica. Assim, o estudo do processo de secagem se mostra bastante promissor.

Em produtos biológicos, a secagem tem uma importância específica, a conservação do produto, pois a matéria orgânica do produto e a água presente nele torna este um local propício para a proliferação de micro-organismos que irão deteriorar o produto, tornando-o inapropriado para consumo.

Neste trabalho, realizou-se a modelagem e simulação do processo de secagem convectiva utilizando modelo diferencial difusivo-convectivo resolvido pelo método numérico dos volumes finitos para prever o comportamento do conteúdo de umidade médio durante a secagem de cubos, definir os coeficientes de transferência de massa molecular e convectivo e encontrar os perfis do conteúdo de umidade no interior do sólido. Para avaliar a influência das resistências interna e externa, o número de Biot de Massa foi obtido.

A implementação dos modelos deste trabalho foi realizada na ferramenta livre Python<sup>®</sup> utilizando seus módulos científicos de resolução de equações diferenciais. Esta ferramenta foi utilizada porque é livre, implementação simples, quando comparada com outras linguagens e possui alta performance nas simulações.

Como estudos de caso, utilizaram-se dados experimentais da secagem convectiva assistida por ultrassom de cubos de maçã (*Malus domestica* L. var Royal Gala) com 8 mm de aresta nas seguintes condições operacionais: velocidades de secagem: 1, 2, 3 e 5 m/s; temperatura do ar de secagem: 45 °C e 60 °C; presença e ausência de ultrassom durante a secagem; presença e ausência de etapa de pré-tratamento com ultrassom. Os cubos de maçã dos experimentos tinham, em média,  $25 \pm 1$  g. A secagem foi realizada até que as amostras perdessem 80% da massa inicial. Os parâmetros, difusividade e coeficiente de transferência de massa, foram ajustados por regressão não linear pelo método de Levenberg-Marquardt.

Os resultados obtidos nas simulações mostraram que o modelo implementado é promissor, pois representa bem o processo. Os valores obtidos da difusividade e coeficiente de transferência de massa foram plausíveis. Analisou-se a influência da velocidade do ar de secagem, da temperatura, da assistência do ultrassom no processo e da utilização de uma etapa de pré-tratamento com ultrassom no processo de secagem.

Palavras-chave: Secagem, Modelagem e Simulação, Python, Volumes Finitos, Transferência de Massa.

## ABSTRACT

The consumption of energy is a main factor that determines the viability of any industrial process. Thermal dehydration is responsible for a high consumption of energy. In developed countries, 9 to 25% of the energy consumption of the national industry is attached to thermal dehydration. Thus, studying the dehydration process shows itself very promising.

In biological products, dehydration has a specific importance, the product conservation. The organic matter of the product and its water create a propitious medium for microorganisms proliferation that will deteriorate the product, making the product inappropriate for consumption.

In this work, the modeling and simulation of a convective dehydration process using a diffusive-convective differential model solved by the finite volumes numeric method for predicting the behavior of the mean moisture content during the dehydration, defining molecular mass transfer and convective coefficients, and drawing moisture profiles of the interior of the solid. To evaluate the influence of internal and external resistances, the mass transfer Biot number was obtained.

The implementation of the models of this work were made in Python<sup>®</sup> using its scientific models for solving differential equations. This tool has been utilized because it is open source, has simple implementation when compared to other programming languages and has performance when performing simulations.

As study of cases, experimental data of assisted convective dehydration by ultrasound of apple (*Malus domestica* L. var Royal Gala) cubes with 8 mm under the following operation conditions: 1, 2, 3 and 5 m/s for dehydration velocities, air flow temperature of 45°C and 60°C, presence and absence of ultrasound during the dehydration process and presence and absence of the pre-treatment with ultrasounds. The apple cubes of the experiments have  $25 \pm 1$  g of mass. The dehydration has been performed until the removal of 80% of the initial mass of the cubes. The parameters, diffusivity and mass transfer coefficient, have been adjusted by Levenberg-Marquardt non-linear regression method.

The results obtained in the simulations showed that the implemented model is very promisor, because it represents accurately the process. The values for diffusivity and mass transfer coefficient herein obtained were plausible. The influence of the air flow velocity, temperature and ultrasounds assistance and ultrasounds pre-treatments have been analyzed.

Keywords: drying, modeling and simulation, python, finite-volumes, mass transfer.

# SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	xii
LISTA DE TABELAS .....	xiii
LISTA DE FIGURAS .....	xv
NOMENCLATURA.....	xx
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1. Secagem.....	3
2.1.1. Conteúdo de Umidade .....	3
2.1.2. Características da Secagem .....	4
2.1.3. Modelos de cinética de secagem .....	7
2.2. Métodos de Solução Numérica .....	12
3. OBTENÇÃO DE DADOS .....	15
4. MODELOS MATEMÁTICOS .....	17
4.1. Modelo Algébrico .....	17
4.2. Modelo Diferencial .....	19
4.2.1. Cálculo do Coeficiente de Transferência de Massa e da Umidade do Ar .....	21
4.2.2. Balanços de Massa para o Volume de Controle .....	26
4.2.3. Discretização do domínio .....	27
4.2.4. Condições de Contorno e Número de Biot de Massa.....	29
4.2.5. Resolução da Malha Numérica.....	30
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	36
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	55
6.1. Conclusões .....	55
6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros .....	56
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Modelos cinéticos da secagem. ....	9
Tabela 4.1. Parâmetros da equação da densidade ajustados.....	23
Tabela 4.2. Parâmetros da equação da viscosidade dinâmica ajustados .....	24
Tabela 4.3. Parâmetro $E_v$ do ar e da água. ....	24
Tabela 4.4. Parâmetros da água na Equação de Antoine.....	25
Tabela 5.1. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	42
Tabela 5.2. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	42
Tabela 5.3. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento. ....	42
Tabela 5.4. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.....	43
Tabela 5.5. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	43
Tabela 5.6. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	44
Tabela 5.7. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.....	44
Tabela 5.8. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.....	44
Tabela 5.9. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento. ....	45
Tabela 5.10. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.....	45
Tabela 5.11. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.....	45
Tabela 5.12. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.....	46
Tabela 5.13. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.....	46

Tabela 5.14. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento. ....	46
Tabela 5.15. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.....	47
Tabela 5.16. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.....	47
Tabela 5.17. Energias de Ativação ajustadas. ....	49

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Transferências de Calor e Massa externas. ....	5
Figura 2.2. Transferências de Calor e Massa internas. ....	5
Figura 2.3. Curvas características de secagem. ....	6
Figura 2.4. Perfis adimensionais de umidade 2D considerando encolhimento. ....	11
Figura 2.5. Discretização de uma placa. ....	12
Figura 2.6. Malha não estruturada. ....	13
Figura 3.1. Maçã ( <i>Malus domestica</i> L. var Royal Gala). ....	15
Figura 3.2. Sistema de Secagem convectiva assistida por ultrassom. ....	16
Figura 4.1. Fluxograma lógico para obtenção dos parâmetros ótimos pelos ajustes utilizando regressões não-lineares para o método analítico. ....	19
Figura 4.2. Cubo Simulado. ....	20
Figura 4.3. Fluxograma lógico para resolução do método numérico. ....	21
Figura 4.4. Densidade do ar estimada. ....	22
Figura 4.5. Viscosidade do ar estimada. ....	23
Figura 4.6. Fluxos moleculares em um volume de controle cúbico. ....	26
Figura 4.7. Algoritmo de resolução da malha numérica. ....	35
Figura 5.1. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 45 °C sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	36
Figura 5.2. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 45 °C com ultrassom e sem pré-tratamento. ....	37
Figura 5.3. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 60 °C sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	37
Figura 5.4. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 60 °C com ultrassom e sem pré-tratamento. ....	38
Figura 5.5. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 45 °C sem ultrassom e com pré-tratamento. ....	38
Figura 5.6. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 45 °C com ultrassom e com pré-tratamento. ....	39
Figura 5.7. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 60 °C sem ultrassom e com pré-tratamento. ....	39

Figura 5.8. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 60 °C com ultrassom e com pré-tratamento. ....	40
Figura 5.9. Cinética de secagem na condição 1 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	50
Figura 5.10. Cinética de secagem na condição 2 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	51
Figura 5.11. Cinética de secagem na condição 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	51
Figura 5.12. Cinética de secagem na condição 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento. ....	52
Figura 5.13. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min. ....	53
Figura 5.14. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min. ....	53
Figura 5.15. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min. ....	54
Figura 5.16. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min. ....	54

## NOMENCLATURA

$A_s$	Área superficial do sólido [m <sup>2</sup> ]
$a$	Metade da aresta do cubo [m]
$Bi_M$	Número de Biot de Massa [adimensional]
$D$	Difusividade efetiva da água no sólido [m <sup>2</sup> /s]
$D_{\text{água\_ar}}$	Difusividade da água no ar [m <sup>2</sup> /s]
$K_c$	Coefficiente de convecção de Transferência de Massa [m/s]
$L$	Comprimento da placa [m]
$M_{\text{ar}}$	Massa Molar do Ar [kg/kmol]
$M_{\text{água}}$	Massa Molar da água [kg/kmol]
$n$	Número de termos
$P$	Pressão [bar]
$T$	Temperatura [K]
$t$	Tempo [s]
$\bar{U}_t$	Conteúdo de umidade médio em base seca [kg <sub>água</sub> /kg <sub>sólido seco</sub> ]
$U(t)$	Conteúdo de umidade em base seca [kg <sub>água</sub> /kg <sub>sólido seco</sub> ]
$U_{\text{crit}}$	Conteúdo de umidade crítico [kg <sub>água</sub> /kg <sub>sólido seco</sub> ]
$U_{\text{eq}}$	Conteúdo de umidade de equilíbrio [kg <sub>água</sub> /kg <sub>sólido seco</sub> ]
$U_{\text{sup}}$	Conteúdo de umidade na superfície [kg <sub>água</sub> /kg <sub>sólido seco</sub> ]
$U_{\infty}$	Conteúdo de umidade na corrente de ar de secagem [kg <sub>água</sub> /kg <sub>ar</sub> ]

$v$  Velocidade do ar de secagem [m/s]

$V_c$  Volume de Controle [m<sup>3</sup>]

$V_s$  Volume do sólido [m<sup>3</sup>]

### **Letras Gregas**

$\Delta t$  Passo de tempo [s]

$\mu$  Viscosidade dinâmica do ar [Pa. s]

$\nu$  Viscosidade cinemática do ar [m<sup>2</sup>/s]

$\rho$  Densidade do ar [kg/m<sup>3</sup>]

# 1. INTRODUÇÃO

A utilização eficiente de energia é um fator crítico nos processos industriais atuais, pois a otimização no consumo desta, pode aumentar a competitividade econômica do processo, fazendo com que a receita da indústria aumente. Os processos que envolvem secagem têm um consumo elevado de energia nesta operação unitária. Estima-se que de 9-25% do consumo de energia da indústria nacional nos países desenvolvidos é atribuído a desidratação térmica (JANGAM *et al.*, 2010). Este consumo varia bastante nos vários setores da indústria. A indústria de papel e celulose e alimentícia consomem mais energia nesta operação unitária do que indústrias químicas, por exemplo. Os secadores industriais atuais variam numa faixa entre 20-80% de eficiência. O consumo de óleo combustível como fonte de energia para esta remoção de água é de, em média, 1 tonelada de óleo para 6 toneladas de água removida (JANGAM *et al.*, 2010).

Mais de 50 mil materiais são comercializados após processos de secagem, por várias razões e aplicações, com especificações diferentes, por isso o estudo do processo de secagem tem-se intensificado. Uma atenção especial é dada ao setor alimentício, pois a secagem destes produtos influencia diretamente na qualidade e na validade destes, devido a proliferação de micro-organismos que podem alterar a estrutura do produto, inclusive apodrecendo-o, inviabilizando o consumo.

Vários estudos sobre secagem vêm sendo realizados no mundo com a finalidade de entender melhor este processo. Os fenômenos que regem a secagem basicamente são os de transferência de calor e transferência de massa.

Os modelos matemáticos do processo de secagem largamente utilizados e encontrados na literatura são algébricos. Estes modelos fornecem valores de difusividades aparentes, pois todas variações operacionais são incorporadas neste parâmetro, assim, muitas informações podem ser perdidas, pois a influência de outros parâmetros físicos não é avaliada. Os valores do conteúdo de umidade obtidos nestes modelos são médios, assim, informações locais do conteúdo de umidade dentro do sólido não podem ser analisadas.

Durante o processo de secagem, regiões com maiores conteúdos de umidade podem ser formadas, fazendo com que, nestas regiões, o produto não esteja dentro do especificado, diminuindo assim, a qualidade e segurança do produto. A avaliação destas regiões pode ser realizada a partir de modelos diferenciais, pois a solução das equações oferta os perfis do conteúdo de umidade dentro do sólido. Vários métodos numéricos são utilizados para resolução

de equações diferenciais parciais. Os métodos mais utilizados são: diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos.

O objetivo principal deste trabalho consiste na modelagem e simulação do processo de secagem convectiva utilizando modelo diferencial difusivo-convectivo resolvido pelo método numérico dos volumes finitos para sólidos cúbicos. Pode-se destacar como vantagem deste modelo, a obtenção do perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido, possibilitando uma avaliação de possíveis zonas úmidas no interior do material. Estas zonas úmidas afetam diretamente na qualidade e segurança do produto, pois, dependendo do conteúdo de umidade, podem haver condições mínimas necessárias para a proliferação de microrganismos. Outra vantagem deste modelo é que podem-se estimar a difusividade e o coeficiente de transferência de massa, assim, a influência de cada um pode ser avaliada no processo.

Como objetivo secundário, podemos destacar a avaliação da influência da velocidade, temperatura, utilização de ultrassom no processo e utilização de uma etapa de pré-tratamento na secagem convectiva de maçã (*Malus domestica* L. var Royal Gala) na difusividade e coeficiente de transferência de massa.

Utilizou-se como forma comparativa, a equação proposta por Crank (1975) para secagem de cubo. Todos os modelos, algébrico e diferencial, foram implementados na ferramenta livre Python<sup>®</sup>. Esta ferramenta computacional é de simples utilização e possui alta performance nas simulações.

Na Revisão Bibliográfica, são expostos os conceitos básicos sobre o processo de secagem e os métodos numéricos de resolução de equações diferenciais parciais.

No tópico dos Obtenção de Dados, o sistema de obtenção de dados experimentais é apresentado, bem como a metodologia de obtenção destes.

No tópico Modelos Matemáticos, as hipóteses simplificadoras dos modelos são fornecidas, os balanços de massa são realizados no domínio do sólido, as condições de contorno, bem como o método de resolução numérica são apresentados.

Na seção de Resultados e Discussões, as simulações são expostas, os valores ajustados da difusividade e do coeficiente de transferência de massa são apresentados, a influência da velocidade do ar, temperatura, utilização do ultrassom no processo e a utilização de uma etapa de pré-tratamento com ultrassom é avaliada.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Secagem

Baseado no conceito de secagem encontrado em Mujumdar (1997), podemos entender secagem como a operação unitária em que se alimenta algum material nas formas sólida, semissólida ou líquida e retiramos um produto sólido com baixa umidade.

Segundo McCabe *et al.* (2001), Foust *et al.* (1982) o processo de secagem é a operação que tem por objetivo a remoção de água, ou qualquer outro líquido, presente em uma matriz sólida, por meio da aplicação de calor. Segundo a definição proposta por Biagi *et al.* (1992), produtos naturais podem ser subdivididos em dois processos principais de secagem: secagem ao sol ou natural; e secagem artificial, realizada por meio de equipamentos.

Strumillo & Kudra (1986) definem que geralmente os materiais que são utilizados em processos de secagem consistem basicamente de uma matéria seca com estrutura definida e uma quantidade de umidade associada. Este material possui propriedades físicas, químicas, bioquímicas e estruturais que dependem das propriedades deste “esqueleto” seco e da umidade associada.

Geralmente a secagem de alimentos é realizada em temperaturas amenas, no máximo 150 °C, para evitar a perda de nutrientes e a degradação da cor. O tempo de exposição também afeta diretamente nesta perda de nutrientes e na oxidação do alimento. Novas técnicas de secagem vêm sendo desenvolvidas com a finalidade da diminuição do tempo de secagem. Podemos destacar secagem assistida por ultrassom, pré-tratamento com ultrassom e pré-tratamento com micro-ondas. Essas técnicas são estudadas por Cárcel *et al.* (2007a, b), Delgado *et al.* (2009), Fernandes *et al.* (2010), Fernandes *et al.* (2015) e García-Pérez *et al.* (2006a, b).

#### 2.1.1. Conteúdo de Umidade

O Conteúdo de Umidade é a proporção em massa entre a quantidade de água presente no material e a quantidade de sólido, podendo ser baseado na massa contendo ou não água. As Equações 2.1 e 2.2 ilustram como calcular este conteúdo de umidade em base úmida e base seca, respectivamente.

$$U_{bu} = \frac{m_{agua}}{m_{total}} \quad (2.1)$$

$$U_{bs} = \frac{m_{agua}}{m_{solido\ seco}} \quad (2.2)$$

Os métodos de obtenção desta variável podem ser diretos ou indiretos. Os métodos diretos utilizam a pesagem. Nos métodos indiretos realizam-se medições das propriedades físicas do material relacionadas ao conteúdo de umidade.

Os produtos agrícolas são subdivididos em duas grandes classes: perecíveis e deterioráveis. Os perecíveis são aqueles que se deterioram de forma rápida, por isso devem ser conservados a baixas temperaturas, temos como principais exemplos frutas e hortaliças, Halász (1979). Os deterioráveis são os que alteram lentamente sua composição química. Em métodos indiretos de medição de conteúdo de umidade de produtos agrícolas, deve ser levado em consideração a classificação do produto nestas duas classes.

### 2.1.2. Características da Secagem

Os fenômenos que regem o processo de secagem são basicamente as transferências de calor e massa. O calor é transferido do meio fluido externo, quando há, por meio da convecção, regida pela Lei de Resfriamento de Newton. Uma parte deste calor é utilizada para vaporizar a água superficial e o restante faz com que aumente o conteúdo energético do produto. Dentro do sólido, a transferência de calor se faz por meio da condução, regida pela Lei de Fourier. Já a transferência de massa externa é regida pela convecção e a interna pela difusão, regida pela Lei de Fick apresentadas em Bird *et al.* (2006). As Figuras 2.1 e 2.2 oferecem uma visualização simples das transferências externas e internas no sólido, respectivamente.

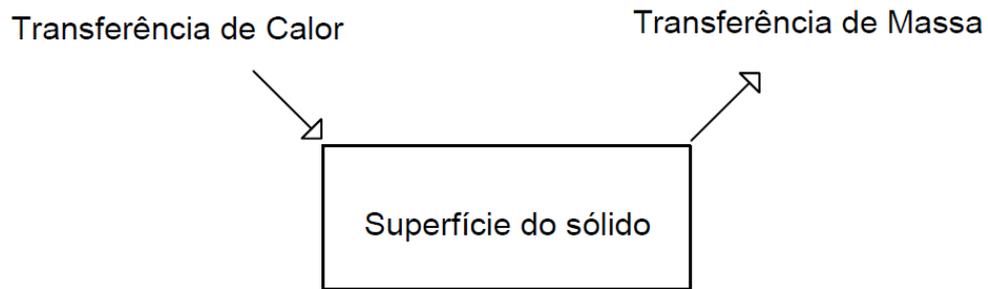


Figura 2.1. Transferências de Calor e Massa externas.

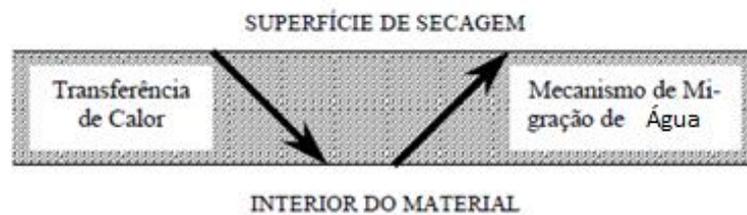


Figura 2.2. Transferências de Calor e Massa internas.

Fonte: Adaptado de Alonso (2001).

Em produtos biológicos, os fenômenos são mais complexos, pois a água está associada à estrutura do material, dificultando assim a modelagem matemática do processo. Ao longo do processo, a estrutura do alimento se altera, as células vão se deformando e contraindo, dificultando a transferência de massa, afetando diretamente a difusividade. Uma curva característica de secagem possui três períodos distintos, onde um deles é bem pequeno, considerando o tempo dos outros dois.

O primeiro período é chamado de indução, ele é visualizado no começo da operação, pois é quando a temperatura ainda está baixa e quase não há transferência de calor e massa, geralmente este período é desprezado em processos de secagem.

O período seguinte é o de taxa constante, neste intervalo de tempo as transferências de calor e massa são equivalentes. A secagem é realizada apenas pela evaporação do filme de água superficial, todo o calor adicionado ao sistema é absorvido por esta água que evapora, mantendo assim, a temperatura do material praticamente constante e com o valor próximo ao da temperatura de bulbo úmido do ar. Este período continua até quando a migração de água do

interior do sólido compensar a taxa de evaporação de água superficial. Quando esta migração não é suficientemente grande para compensar a evaporação, este período se finaliza. Neste ponto, observa-se o conteúdo de umidade crítico, que é o valor do conteúdo de umidade que divide o período de taxa constante e de taxa decrescente. O valor deste depende da estrutura do material, das condições de secagem, entre outros fatores.

O terceiro período é chamado de taxa decrescente, neste período a transferência de massa interna rege a secagem. O calor adicionado pela convecção entre o fluido externo e a superfície do material é utilizado para evaporar a água que chega por difusão na superfície externa e o restante aumenta a temperatura do material, fazendo com que atinja a temperatura do ar de secagem do produto. Na maioria dos produtos biológicos apenas este período é observado.

A Figura 2.3 traz estes três períodos, ressaltando as variações no conteúdo de umidade, na taxa de secagem e na temperatura. Os períodos 0, 1 e 2 representam os períodos de indução, taxa constante e taxa decrescente, respectivamente.

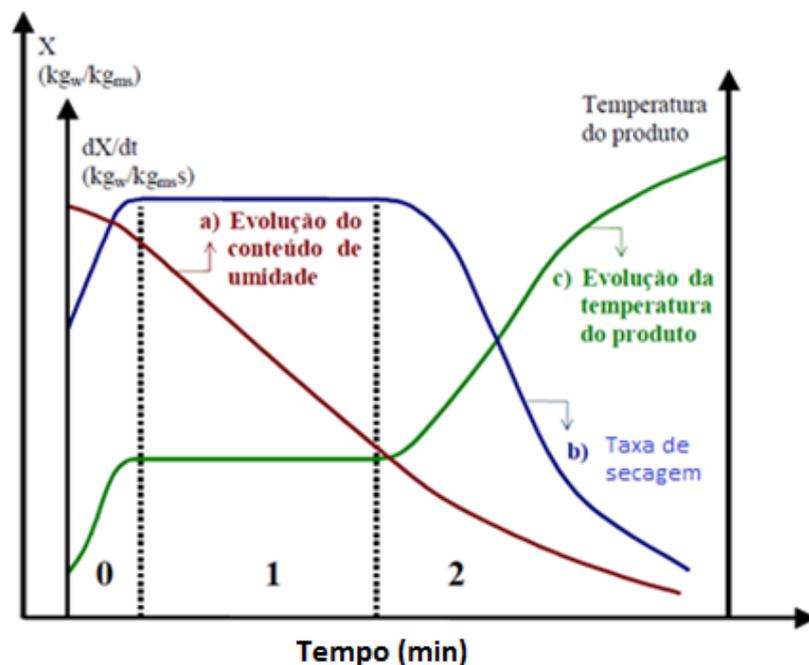


Figura 2.3. Curvas características de secagem.

Fonte: Adaptado de Alonso (2001).

### 2.1.3. Modelos de cinética de secagem

Vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para o estudo da cinética de secagem. Estes são utilizados de modo diferente para cada etapa. Para o período de taxa constante utilizamos a hipótese de que as transferências de calor e massa se equivalem, assim as Equações 2.4 e 2.5 propõem a forma de cálculo para as taxas de transferência de calor e massa externas, respectivamente.

$$q = hA(T_{\infty} - T_{sup}) \quad (2.4)$$

$$N = K_c A (P_{sup} - P_{\infty}) \quad (2.5)$$

Onde  $h$  e  $K_c$  são os coeficientes peliculares da camada limite de transferência de calor e massa, respectivamente,  $A$  é a área superficial do material,  $T_{\infty}$  e  $P_{\infty}$  são a temperatura e a pressão de vapor no seio do fluido e  $T_{sup}$  e  $P_{sup}$  são a temperatura e pressão de vapor superficiais do material a ser seco.

Assume-se que o calor transferido seja utilizado exclusivamente para a evaporação da água, a partir disso, obtém-se a Equação 2.6 para mensuração da taxa de secagem.

$$N = \frac{hA(T_{\infty} - T_{sup})}{\lambda} \quad (2.6)$$

Onde  $\lambda$  é a energia necessária para vaporizar uma unidade de massa de água. O cálculo do coeficiente de transferência de massa de troca térmica pode ser predito por correlações encontradas na literatura para várias condições como: regime turbulento e laminar, escoamento externo ou interno, várias geometrias, entre outras características. Estas correlações podem ser encontradas em Kreith *et al.* (2011) e em Welty *et al.* (2008).

No terceiro período da secagem, as resistências internas determinam a taxa de secagem, assim pode ser descrita pela Segunda Lei de Fick, exposta pela Eq. (2.7).

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -D_{ef} \nabla^2 U \quad (2.7)$$

Onde  $U$  é o conteúdo de umidade em base seca e  $D_{ef}$  é a difusividade efetiva da água no sólido.

Crank (1975) desenvolveu várias soluções a partir da Lei de Fick para condições de contorno e iniciais variadas, mas estas soluções restringem-se a materiais com geometrias simples como: placas, cilindros, cubos, esferas. Seus modelos também assumem as hipóteses: pequena redução no volume do sólido, difusividade constante ou variação linear ao longo da secagem. A solução truncada da Segunda Lei de Fick desenvolvida por Crank (1975) é expressa pela Equação 2.8.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D_{ef} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (2.8)$$

Onde  $x$  é a distância de um ponto ao centro do sólido e  $m$  assume o valor 0 para o caso de placa plana e assume o valor 1 para cilindro e esfera.

Uma solução analítica encontrada em Serenotti (2009) para placa plana com difusividade constante está demonstrada pela Equação 2.9.

$$X_R = \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^2} \exp \left[ -(2i+1)\pi^2 \frac{D_{ef} t}{4l^2} \right] \quad (2.9)$$

Onde  $X_R$  é a razão do conteúdo de umidade,  $i$  é o número de termos e  $l$  é a espessura da placa. Alguns modelos difundidos na literatura são empíricos ou semi-empíricos. Lewis (1921) propôs um modelo semi-empírico em que a razão do conteúdo de umidade é predita por meio de um ajuste exponencial dos dados, ajustando um fator  $k$ , encontrado na Equação 2.10.

$$X_R = \exp(-kt) \quad (2.10)$$

Page (1949) aprimorou o modelo de Lewis incorporando um fator  $n$  para aumentar a exatidão do ajuste. A Equação 2.11 mostra este modelo.

$$X_R = \exp(-kt^n) \quad (2.11)$$

Serenotti (2009) reuniu alguns dos modelos algébricos mais relevantes encontrados na literatura. A Tabela 2.2 expõe estes modelos, sendo que o linear é utilizado para descrever o comportamento da fase constante de secagem e os outros representam a taxa decrescente. Os modelos 2 a 9 são semi-empíricos e os modelos 10 a 12 são empíricos.

Tabela 2.1. Modelos cinéticos da secagem.

N°	Autor	Modelo
1	Linear	$X_R = at + b$
2	Lewis (1921)	$X_R = \exp(-kt)$
3	Henderson & Pabis (1961)	$X_R = a[\exp(-kt)]$
4	Page (1949)	$X_R = \exp(-kt^n)$
5	Overhults (1973)	$X_R = \exp[(-kt)^n]$
6	Page modificado 2	$X_R = a\{\exp[(-kt)^n]\}$
7	Henderson (1974)	$X_R = a[\exp(-k_1t)] + b[\exp(-k_2t)]$
8	Midilli <i>et al.</i> (2002)	$X_R = a[\exp(-kt^n)] + bt$
9	Thompson (1968)	$t = a. \ln(X_R) + b. \ln(X_R)^2$
10	Wang & Singh (1978)	$X_R = 1 + at + bt^2$
11	Logarítmico	$X_R = a[\exp(-kt)] + bt$
12	Polinomial	$X_R = a + bt + ct^2 + dt^3$

Fonte: Adaptado de Serenotti (2009).

Com o aumento da capacidade de processamento computacional nos últimos anos, muitos modelos diferenciais vêm sendo desenvolvidos e solucionados por métodos numéricos. Estas soluções fornecem resultados mais exatos, representando melhor o processo de secagem,

possibilitando assim, uma maior compreensão dos fenômenos envolvidos e uma otimização nos processos existentes.

Pacheco-Aguirre *et al.* (2015) desenvolveram um modelo transiente bidimensional utilizando volumes finitos considerando a redução do volume de fatias de batatas. A Figura 2.4 apresenta alguns resultados encontrados por Pacheco-Aguirre *et al.* (2015), percebe-se que os perfis do conteúdo umidade são obtidos, bem como a deformação ocorrida durante a secagem, estas informações são de grande valia para o entendimento do processo, reafirmando a importância dos métodos numéricos.

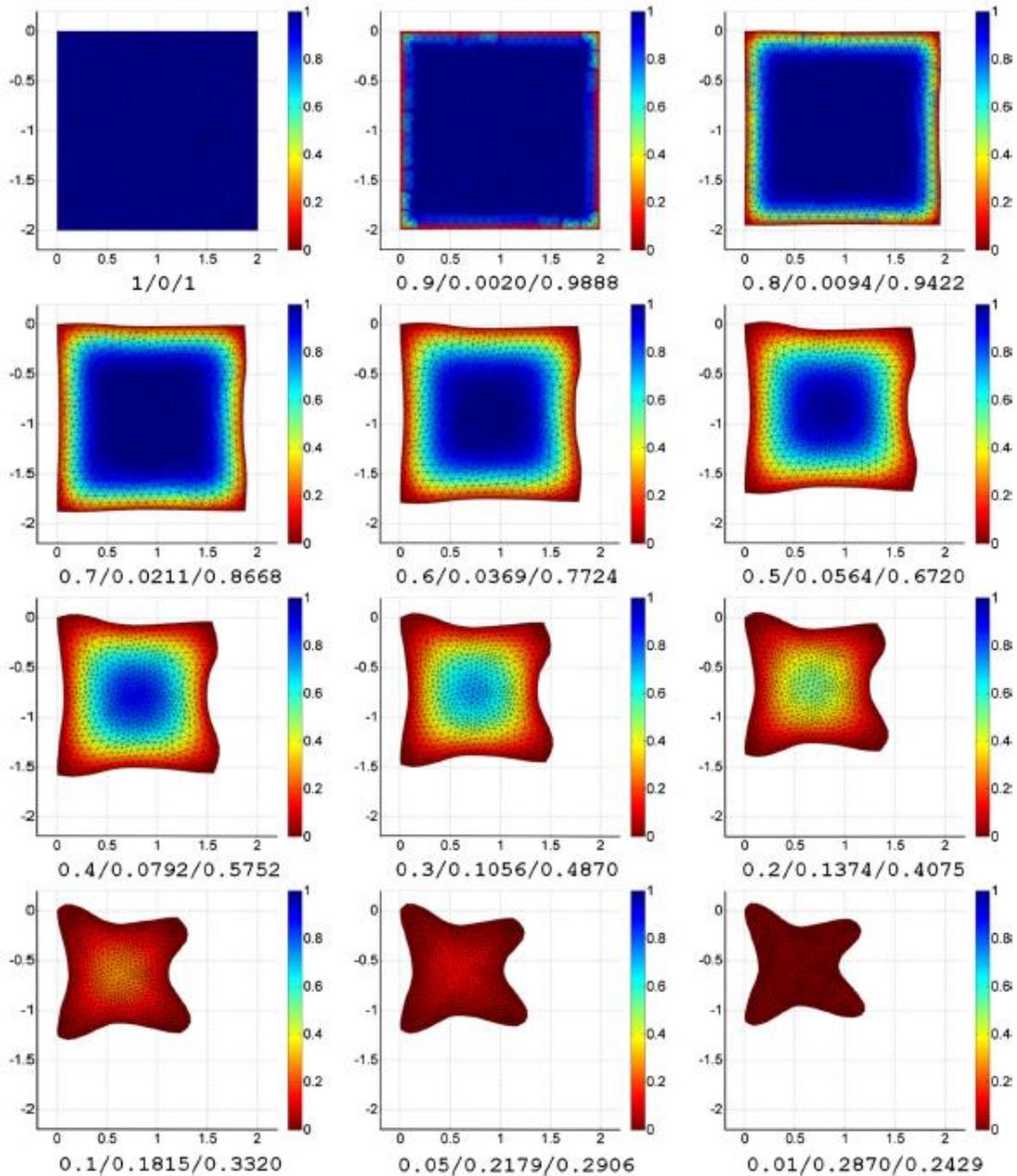


Figura 2.4. Perfis adimensionais de umidade 2D considerando encolhimento.

Fonte: Pacheco-Aguirre *et al.* (2015).

García-Alvarado *et al.* (2014) apresentaram um método de solução analítica para coordenadas cartesianas em 1D considerando as transferências simultâneas de calor e massa para um processo de secagem de alimentos por convecção. Bezerra *et al.* (2015) realizaram um estudo com a secagem da casca do maracujá a partir de métodos analíticos para estimar os valores da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência de massa por convecção. Tzempelikos *et al.* (2015) elaboraram um modelo transiente para um processo de secagem

convectiva com fatias cilíndricas de marmelo e obtiveram uma nova correlação para o número de Nusselt a partir de Fluidodinâmica Computacional.

## 2.2. Métodos de Solução Numérica

As soluções numéricas têm ganhado bastante atenção nos últimos anos devido ao fato de ofertarem valores mais próximos dos valores reais, com baixo custo e de forma rápida. Os resultados experimentais em geral demandam um tempo considerável e um custo bem elevado, quando comparado ao custo de resultados numéricos. Em comparação à solução analítica, a solução numérica praticamente não possui restrições, já que soluções analíticas necessitam de várias considerações que simplificam os fenômenos.

Várias técnicas numéricas vêm sendo utilizadas para solução de problemas de engenharia. Estas técnicas são realizadas a partir de modelos matemáticos, geralmente contendo equações diferenciais. Após a caracterização do modelo matemático, um método de discretização deve ser utilizado. A discretização consiste na aproximação das equações diferenciais por um sistema de equações algébricas que tornam o domínio contínuo em uma malha discreta de pontos. Os valores das variáveis podem ser encontrados em cada ponto da malha em qualquer intervalo de tempo, quanto mais refinada a malha, maior número de nós, logo, mais exata será a solução encontrada. A Figura 2.5 mostra uma visualização mais clara da discretização. Alguns destes métodos mais difundidos são: diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos.

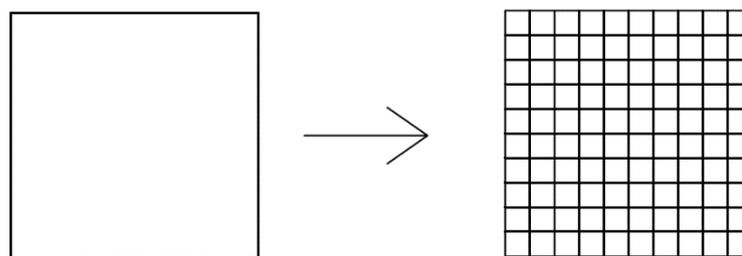


Figura 2.5. Discretização de uma placa.

A resolução por diferenças finitas é a forma mais antiga e fornece valores que representam bem geometrias simples. Ela consiste na aproximação das derivadas parciais por diferenças discretas entre os nós da malha. Estas aproximações são, em geral, realizadas pela expansão da série de Taylor. Geralmente usam-se malhas estruturadas.

O conceito de malhas estruturadas e não estruturadas encontrado em Gonçalves (2007) define que, na malha estruturada, os elementos são ordenados em famílias de linhas, onde estas não se cruzam e atravessam as outras famílias apenas uma vez, a Figura 2.5 representa uma malha estruturada. Já as malhas não estruturadas são adaptáveis as fronteiras do domínio da solução, tornando-se mais flexíveis para geometrias complexas. A Figura 2.6 ilustra uma malha não estruturada.

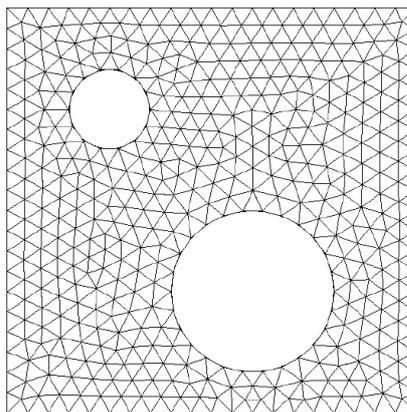


Figura 2.6. Malha não estruturada.

Fonte: Gonçalves (2007).

O método de volumes finitos baseia-se na divisão do domínio em uma quantidade finita de volumes de controle representativos. Esta técnica é baseada na lei de conservação para cada volume de controle, onde o nó computacional de cada volume de controle localiza-se no centro destes. As principais vantagens deste procedimento são: o significado físico de todos os termos e a aplicação em qualquer tipo de malha, facilitando assim, a utilização em geometrias complexas. A Equação 2.12 mostra a lei geral da conservação.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho u\phi) = \nabla \cdot (T\nabla\phi) + S_\phi \quad (2.12)$$

Onde o primeiro termo é referente ao termo transiente, o segundo ao convectivo, o terceiro ao difusivo e o quarto à fonte geradora. Os termos  $\rho, \phi, u, T$  equivalem a: densidade [ $\text{kg/m}^3$ ], variável a ser conservada, velocidade do escoamento [ $\text{m/s}$ ], termo de transporte molecular, por exemplo, viscosidade dinâmica [ $\text{Pa.s}$ ], condutividade térmica [ $\text{W/m}^2.\text{K}$ ] e difusividade [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] e  $S_\phi$  equivale ao termo de geração volumétrica da propriedade.

Em geometrias 2D, normalmente as malhas são definidas por quadriláteros ou triângulos e em geometrias 3D o domínio é usualmente dividido em tetraedros ou hexaedros.

A técnica de elementos finitos é bem semelhante aos volumes finitos. A principal diferença é que são atribuídas ‘funções peso’ às equações do modelo antes de serem integradas em todo o domínio.

### 3. OBTENÇÃO DE DADOS

Os dados experimentais foram obtidos pelo estudo apresentado em Fernandes *et al.* (2015) utilizando um sistema de Secagem convectiva assistida por ultrassom. Os experimentos foram realizados com amostras de maçã (*Malus domestica* L. var Royal Gala). Foram feitos cubos de 8 mm de aresta com estas amostras. O conteúdo de umidade de equilíbrio da maçã foi determinado em estufa a 70 °C sob vácuo de 50 mmHg durante um período de 24 horas. A Figura 3.1 mostra este tipo de variação de maçã.



Figura 3.1. Maçã (*Malus domestica* L. var Royal Gala).

O sistema utilizado foi um secador convectivo assistido por ultrassom. O dispositivo é constituído por uma câmara de secagem, que contém um cilindro de alumínio vibrador, cujas dimensões são: diâmetro interno de 10 cm, altura de 31 cm e espessura de 1 cm. Este sistema foi estudado por Cárcel *et al.* (2007a, b), García-Pérez *et al.* (2009), Ortuño *et al.* (2010) e Fernandes *et al.* (2015).

Os experimentos foram separados em dois principais grupos: com e sem pré-tratamento antes da secagem convectiva. A etapa de pré-tratamento consistiu na exposição das amostras cúbicas de maçãs frescas ao ultrassom durante 10 minutos em uma potência fixada em 160 W, a uma frequência de 21 kHz em uma razão 1:10 maçã/água nas temperaturas 45 e 60 °C.

As condições operacionais da secagem foram: velocidades: 1, 2, 3 e 5 m/s; temperatura: 45 e 60 °C e utilização e ausência do ultrassom durante a secagem. A utilização de ultrassom durante a secagem foi realizada com uma potência de 75 W e uma frequência de 21 kHz.

Para cada experimento, 40 amostras, de aproximadamente  $25 \pm 1$  g, foram postas no suporte para realizar a secagem. Os experimentos foram realizados até que 80 % da massa fosse perdida. A Figura 3.2 apresenta o sistema utilizado.

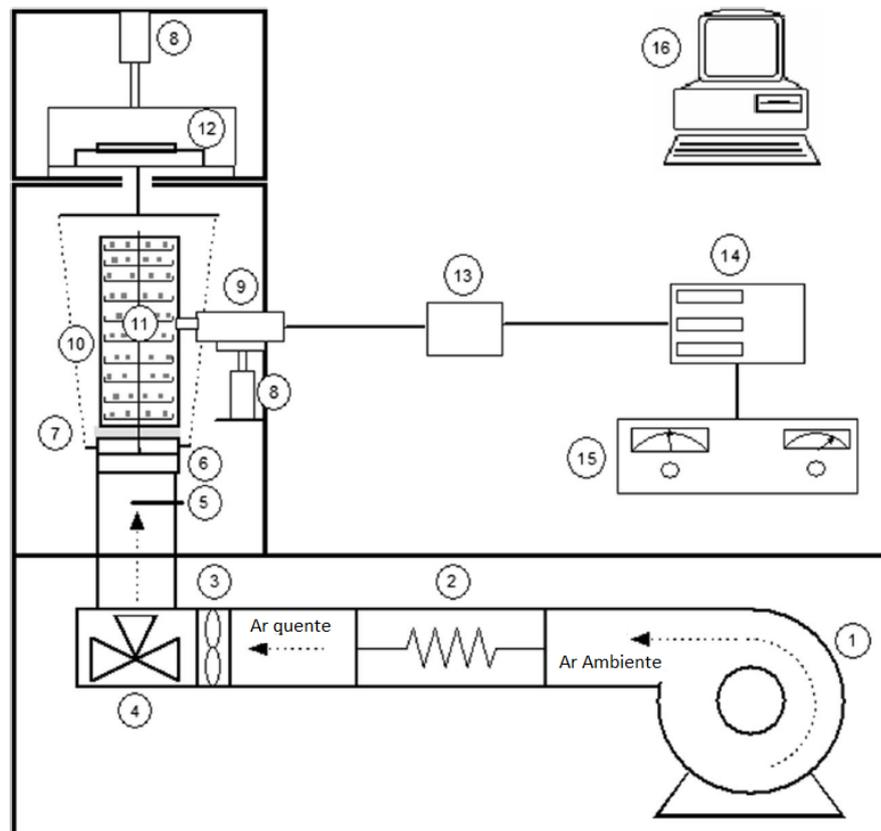


Figura 3.2. Sistema de Secagem convectiva assistida por ultrassom.

Fonte: Adaptado de Fernandes *et al.* (2015).

Onde: 1 - Ventilador, 2 - Unidade geradora de calor, 3 - Anemômetro, 4 - Válvula de três vias, 5 - Termopar, 6 - Alimentação da amostra, 7 - Acoplamento de material, 8 - Braços móveis pneumáticos, 9 - Transdutor Ultrassônico, 10 - Cilindro vibrador, 11 - Estrutura onde as amostras são secas, 12 - Balança, 13 - Unidade de impedância, 14 - Medidor de potência, 15 - Gerador de ultrassom de alta potência, 16 - Computador.

## 4. MODELOS MATEMÁTICOS

Todos os modelos utilizados neste trabalho foram implementados na linguagem de programação científica Python<sup>®</sup> com auxílio dos seus módulos científicos. Algumas sub-rotinas e bibliotecas pré-programadas foram utilizadas, podemos destacar:

- `scipy.optimize.leastsq`: sub-rotina que realiza a regressão não-linear usando o método de Levenberg-Marquardt para ajustar os parâmetros do modelo;
- `fipy.Grid3D`: sub-rotina que realiza a discretização do domínio em uma malha numérica. Nesta sub-rotina, definimos em quantos pontos cada direção é dividida;
- `fipy.Contrain`: sub-rotina que realiza a imposição das condições de contorno para que a malha numérica possa ser resolvida;
- `Numpy`: biblioteca que contém vários métodos de resolução de sistemas de equações, dentre eles, o método da Fatoração LU, utilizado para resolver o sistema de equações apresentado nas próximas seções.

A Equação de Crank (1975) para geometria cúbica foi utilizada para confrontar os valores obtidos pelo modelo diferencial. Os valores ajustados da difusividade pelo ajuste do modelo algébrico proposto por Crank (1975) foram utilizados como estimativa inicial para ajustarmos os valores das difusividades do modelo diferencial utilizado neste trabalho.

### 4.1. Modelo Algébrico

O modelo algébrico para secagem de cubos proposto por Crank (1975) está representado pela Equação 4.1. Este modelo representa apenas a taxa decrescente da secagem.

$$U(t) = U_{eq} + (U_{crit} - U_{eq}) \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} \exp\left(-\frac{D(2n+1)^2 \pi^2 t}{4a^2}\right) \right]^3 \quad (4.1)$$

Onde  $U_{eq}$ ,  $U_{crit}$  e  $D$  são o conteúdo de umidade de equilíbrio, conteúdo de umidade crítico e a difusividade aparente. O conteúdo de umidade de equilíbrio é a quantidade mínima de água que

o material precisa para manter sua estrutura, se mais água for retirada, a célula se deteriora. Esta difusividade é considerada aparente porque todas as variações operacionais são ajustadas neste parâmetro.

Este modelo é largamente difundido pelos valores obtidos, que representam bem os experimentos e pela fácil implementação. Este modelo foi usado como validação indireta para o modelo diferencial. Este equacionamento não explicita a resistência à transferência de massa externa na forma de um parâmetro, tudo é absorvido pela difusividade aparente. Os valores do conteúdo de umidade fornecidos por esta equação são médios, assim, os valores locais não são avaliados. Os perfis existentes na matriz do sólido não são obtidos neste modelo matemático.

A regressão não-linear realizada contemplou várias funções objetivo baseando-se nos conteúdos de umidade em base seca experimentais e simulados, onde estas são apresentadas pelas equações 4.2 a 4.5. A estimativa inicial do valor da difusividade foi feita utilizando valores em ordens de grandeza próximos aos valores encontrados na literatura. Estimativas em ordens de grandeza semelhantes facilitam a convergência, reduzindo o esforço computacional. Usou-se como estimativa inicial do conteúdo de umidade crítica, o valor do conteúdo de umidade inicial da amostra.

$$\text{Resíduo 1} = U_{\text{experimental}} - U_{\text{simulado}} \quad (4.2)$$

$$\text{Resíduo 2} = (U_{\text{experimental}} - U_{\text{simulado}})^2 \quad (4.3)$$

$$\text{Resíduo 3} = \frac{U_{\text{experimental}} - U_{\text{simulado}}}{U_{\text{simulado}}} \quad (4.4)$$

$$\text{Resíduo 4} = \left( \frac{U_{\text{experimental}} - U_{\text{simulado}}}{U_{\text{simulado}}} \right)^2 \quad (4.5)$$

A regressão começa com a estimativa inicial dos parâmetros criando um vetor inicial. Avaliam-se os valores obtidos pela simulação com os resultados experimentais, caso o valor encontrado pela função objetivo seja maior do que a tolerância fixada, incrementos nos valores dos parâmetros são realizados. Quando o valor da função objetivo atinge valores menores ou iguais ao valor fixado da tolerância, a convergência é obtida. Em seguida, os valores dos parâmetros são definidos. O valor desta tolerância fixada no modelo é de 1.49e-8, este valor é a tolerância padrão da biblioteca utilizada. A biblioteca usada para realizar esta regressão foi a `scipy.optimize`.

Após o ajuste dos dados experimentais, os valores da difusividade e do conteúdo de umidade crítico obtidos pela função objetivo com menor desvio, ou seja, maior coeficiente de determinação ( $R^2$ ), foi considerado como valores ajustados. A Figura 4.1 apresenta o fluxograma lógico para estimativa dos parâmetros ótimos dos ajustes realizados pela regressão não-linear usando o método de Levenberg-Marquardt.

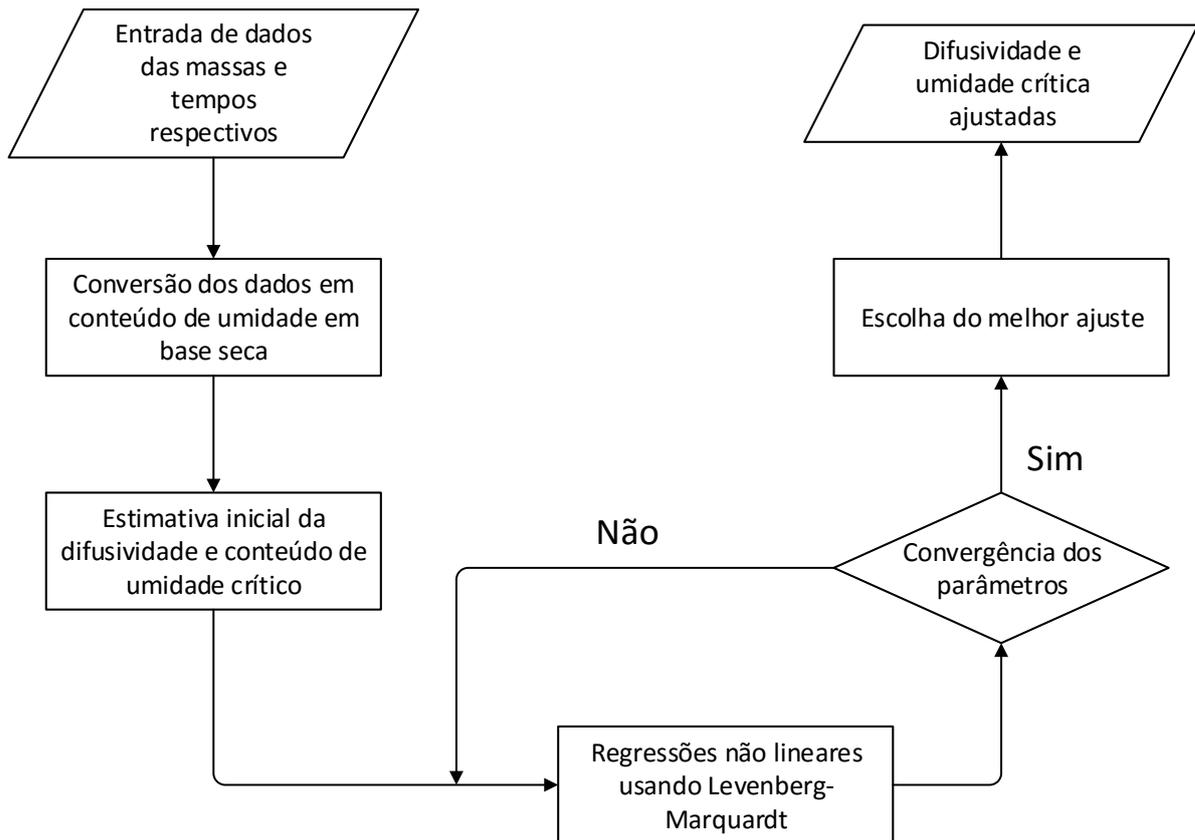


Figura 4.1. Fluxograma lógico para obtenção dos parâmetros ótimos pelos ajustes utilizando regressões não-lineares para o método analítico.

### 4.2. Modelo Diferencial

O modelo diferencial utilizado neste trabalho consiste no equacionamento da secagem convectiva de um cubo sólido considerando apenas a taxa decrescente utilizando o método dos volumes finitos dividindo o domínio em volumes de controle cúbicos, onde os balanços de massa são resolvidos em cada volume de controle. Já que o sólido é totalmente simétrico,

apenas 1/8 do cubo foi utilizado no modelo. A Figura 4.2 traz uma visualização do cubo simulado.

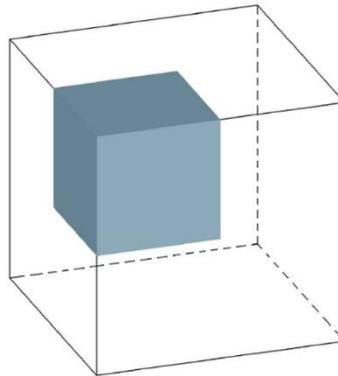


Figura 4.2. Cubo Simulado

As hipóteses simplificadoras que foram usadas no modelo são:

- A secagem é feita por um secador convectivo com velocidade do ar constante;
- O sólido tem formato cúbico bem definido sem redução de volume nem deformação;
- O sólido é considerado isotrópico;
- O processo se dá em condições isotérmicas e na temperatura do ar de secagem;
- A difusividade é constante ao longo do processo e ocorre apenas difusão simples;
- A umidade do ar de secagem é constante.

De todas as hipóteses simplificadoras a que merece uma atenção especial é a de que o processo ocorre em condição isotérmica. Como descrito na revisão bibliográfica, a temperatura do sólido aumenta gradativamente ao longo da taxa decrescente até se aproximar da temperatura do ar de secagem. Devido a esta consideração, alguns erros podem ser absorvidos no ajuste dos parâmetros, difusividade e coeficiente de transferência de massa. A difusividade é função da temperatura, assim, ao longo da secagem ela deve sofrer leves alterações, mas neste modelo, ela é considerada constante.

Já que o ajuste é feito nos dois parâmetros simultaneamente, o coeficiente de transferência de massa não será o mesmo que obteríamos se a consideração da variação de temperatura fosse adotada. Essa mudança está relacionada apenas ao ajuste matemático, pois, fisicamente, essa simplificação não altera o valor deste coeficiente, pois ele sofre maior

influência das condições do ar de secagem. A temperatura do ar é considerada na estimativa inicial deste parâmetro. A Figura 4.3 mostra o fluxograma da resolução numérica. Cada etapa apresentada neste fluxograma será detalhada nas próximas seções.

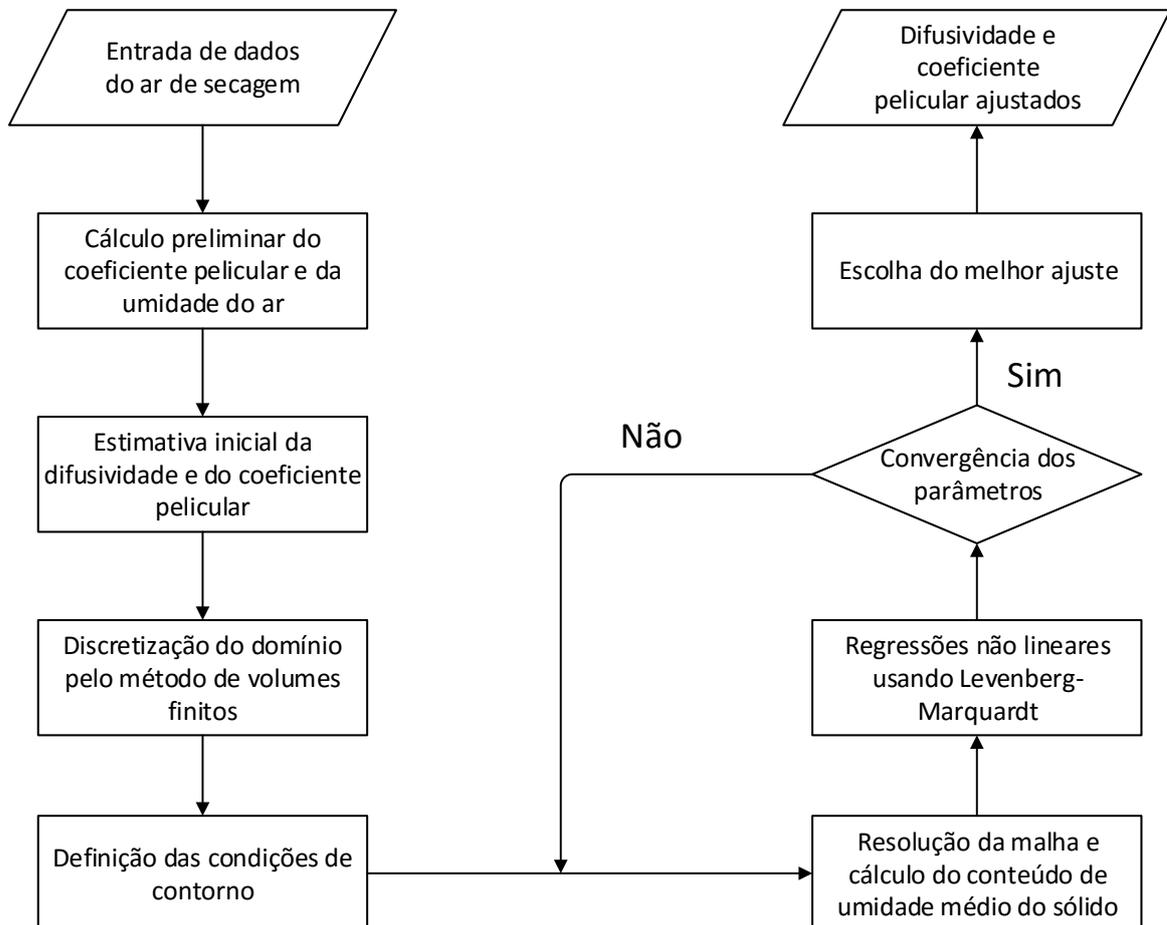


Figura 4.3. Fluxograma lógico para resolução do método numérico.

#### 4.2.1. Cálculo do Coeficiente de Transferência de Massa e da Umidade do Ar

O valor do coeficiente de transferência de massa foi obtido através do ajuste da correlação de escoamento externo em uma placa em condições turbulentas, encontrada em Welty *et al.* (2008). Para adaptar esta correlação ao caso em estudo, utilizou-se a definição de comprimento característico, onde o comprimento característico equivale a razão entre o volume e a área superficial, assim, o valor da aresta foi dividido por seis. A estimativa deste parâmetro contempla todo o sólido. Isso acarreta erros, mas oferece um valor que facilita o ajuste, assim um valor correto pode ser obtido. A Equação 4.7 mostra a forma de obtenção deste coeficiente.

$$K_c = 0.0365 \left( \frac{D_{agua\_ar}}{L} \right) \left( \frac{\rho v L}{\mu} \right)^{0.8} \left( \frac{v}{D_{agua\_ar}} \right)^{1/3} \quad (4.7)$$

As propriedades físicas do ar foram encontradas a partir do ajuste dos dados encontrados em Welty *et al.* (2008) para a faixa de temperatura 250 e 580 K. Para a densidade, utilizou-se a Equação 4.8 para prever esta propriedade na faixa especificada. Esta equação pode ser encontrada em Perry *et al.* (1999).

$$\rho = \frac{A_1}{A_2 \left[ 1 + \left( 1 - \frac{T}{A_3} \right)^{A_4} \right]} \cdot M_{ar} \quad (4.8)$$

Onde  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  são os parâmetros que foram ajustados pelos dados nas temperaturas supracitadas e  $T$  é a temperatura [K]. A Figura 4.4 apresenta os valores preditos por este modelo após o ajuste dos parâmetros.

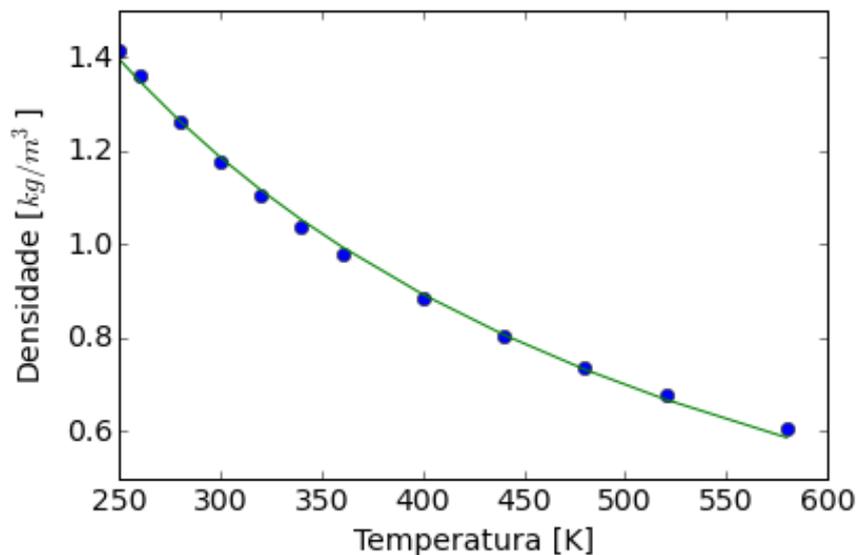


Figura 4.4. Densidade do ar estimada.

Os parâmetros  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  ajustados estão apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Parâmetros da equação da densidade ajustados.

Parâmetro	Valor
A <sub>1</sub>	0.39
A <sub>2</sub>	1.03
A <sub>3</sub>	-0.01
A <sub>4</sub>	0.41

A viscosidade dinâmica do ar foi estimada pela Equação 4.9 utilizando os dados supracitados. Os parâmetros foram ajustados pelo método de Levenberg-Marquardt.

$$\mu = A.T + B \tag{4.9}$$

Onde, *A* e *B* são os parâmetros ajustados, *T* é a temperatura [K]. O comportamento linear representou bem a viscosidade nesta faixa de temperatura. A Figura 4.5 mostra os valores da viscosidade dinâmica do ar.

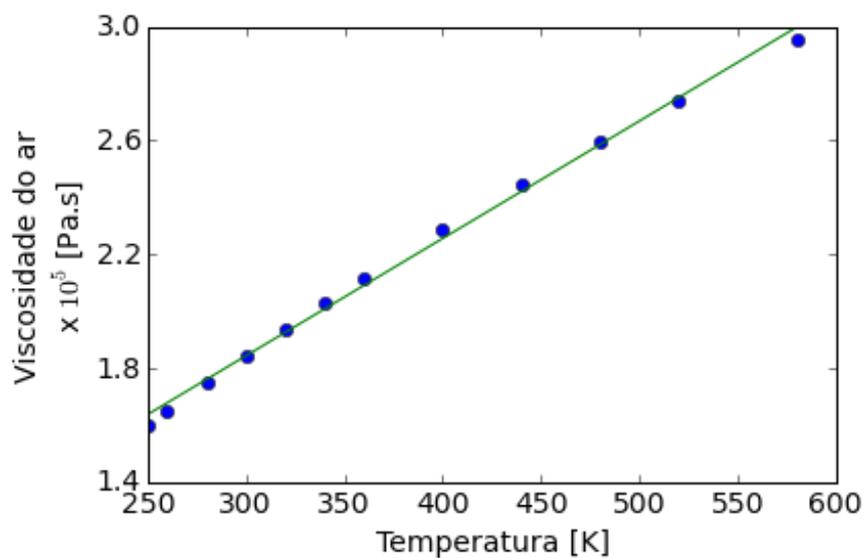


Figura 4.5. Viscosidade do ar estimada.

A Tabela 4.2 mostra os valores dos parâmetros utilizados para prever a viscosidade dinâmica do ar.

Tabela 4.2. Parâmetros da equação da viscosidade dinâmica ajustados

Parâmetro	Valor
A	4.12e-8
B	6.07e-6

O valor da viscosidade cinemática foi obtido pela razão entre a viscosidade dinâmica e a densidade.

O valor da difusividade da água no ar foi obtido através da equação proposta por Fuller *et al.* (1969) encontrada em Poling *et al.* (2001). Esta equação foi utilizada porque na temperatura de 313 K ela possui desvio de 5% entre os valores predito e experimental. A Equação 4.10 traz a forma de obtenção desta difusividade.

$$D_{\text{agua\_ar}} = \frac{0.00143T^{1.75}}{P \left\{ 2 \left[ \left( \frac{1}{M_{\text{ar}}} \right) + \left( \frac{1}{M_{\text{água}}} \right) \right]^{-1} \right\}^{1/2}} \cdot \frac{1}{\left[ (E_v)_{\text{ar}}^{1/3} + (E_v)_{\text{água}}^{1/3} \right]^2} \quad (4.10)$$

Onde P é a pressão do ar [bar], T é a temperatura [K],  $(E_v)_{\text{água}}$  e  $(E_v)_{\text{ar}}$  são as difusões simples das moléculas de água e ar, respectivamente, estes valores são tabelados. A Tabela 4.3 traz os valores destes parâmetros.

Tabela 4.3. Parâmetro Ev do ar e da água.

Parâmetro	Valor
$(E_v)_{\text{água}}$	13.1
$(E_v)_{\text{ar}}$	19.7

A pressão de saturação do vapor d'água foi encontrada pela Equação de Antoine, Equação 4.11.

$$\ln P_{sat} [bar] = A - \frac{B}{T[K] + C} \quad (4.11)$$

Onde,  $P_{sat}$  é a pressão de saturação na temperatura especificada,  $A$ ,  $B$  e  $C$  são parâmetros específicos de cada composto e  $T$  é a temperatura especificada. Os parâmetros da equação de Antoine para água foram retirados de Koretsky (2013). A Tabela 4.4 apresenta estes parâmetros.

Tabela 4.4. Parâmetros da água na Equação de Antoine

Parâmetro	Valor
A	11.68
B	3816.44
C	-46.13

A umidade é encontrada pela fração de vapor em massa no ar, considerou-se o comportamento ideal para ambos. A Equação 4.12 apresenta a lei dos gases ideais.

$$P \cdot V = \frac{m}{MM} RT \quad (4.12)$$

Onde  $P$  é a pressão [ $bar$ ],  $V$ , volume do recipiente em [ $m^3$ ],  $m$  é a massa da amostra [ $kg$ ],  $MM$  é a massa molar do composto [ $kg/kmol$ ],  $R$  é a constante universal dos gases [ $bar \cdot m^3/kmol \cdot K$ ] e  $T$  é a temperatura [ $K$ ].

Substituindo os valores para a condição de saturação do vapor na lei dos gases ideais, substituindo os valores do ar nas mesmas condições do vapor e dividindo as duas equações, obtemos a Equação 4.13.

$$\frac{P_{sat}}{P_{ar}} = \frac{m_{vapor}}{MM_{vapor}} \bigg/ \frac{m_{ar}}{MM_{ar}} \quad (4.13)$$

Assim, obtemos uma relação que informa a fração de vapor de água em massa no ar  $[\text{kg}_{\text{vapor}}/\text{kg}_{\text{ar}}]$ . Esta relação informa a umidade de saturação do ar. Umidade relativa é definida como a fração entre a umidade do local e a umidade de saturação, geralmente a umidade relativa é dada em porcentagem.

O valor obtido pela Equação 4.7 foi utilizado como estimativa inicial para o coeficiente de transferência de massa. A difusividade ajustada no modelo algébrico foi usada como estimativa inicial para este modelo.

#### 4.2.2. Balanços de Massa para o Volume de Controle

Os balanços de massa foram realizados em um volume de controle representativo no formato cúbico considerando apenas difusão simples no interior do domínio. A malha utilizada foi definida neste formato porque a geometria é simples, fornecendo assim, valores representativos e com esforço computacional reduzido, quando comparado com malhas não estruturadas. A origem dos eixos foi definida no centro do sólido. O Balanço de Massa geral está descrito pela Equação 4.14. A Figura 4.6, encontrada em Bird *et al.* (2006) expõe os fluxos difusivos que entram e saem do volume de controle.

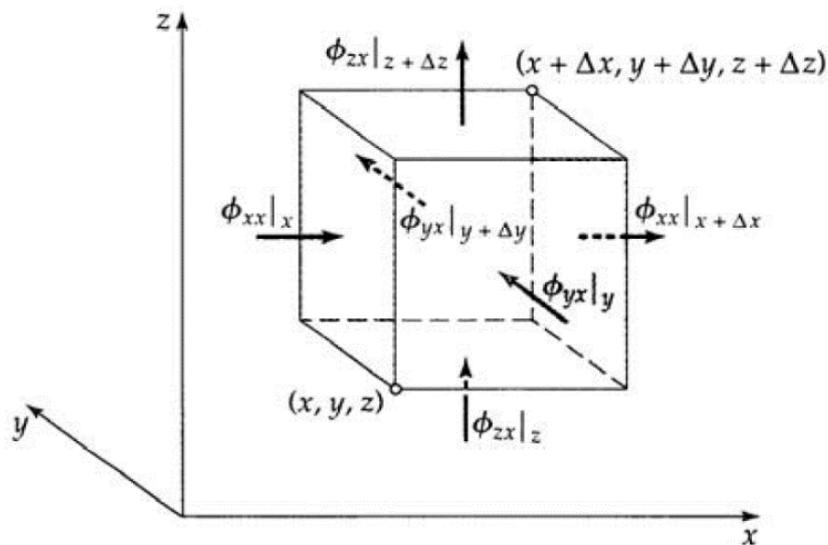


Figura 4.6. Fluxos moleculares em um volume de controle cúbico.

Fonte: Bird *et al.* (2006).

$$[\text{ENTRA}] - [\text{SAI}] \pm [\text{GERADO/CONSUMIDO}] = [\text{ACUMULA}] \quad (4.14)$$

De posse das considerações apresentadas acima e utilizando a expansão da série de Taylor truncada, o balanço de massa toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[ -D \frac{\partial U}{\partial x} - \left( -D \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -D \frac{\partial U}{\partial x} \right) dx \right) \right] dydz \right\} + \left\{ \left[ -D \frac{\partial U}{\partial y} - \left( -D \frac{\partial U}{\partial y} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\partial}{\partial y} \left( -D \frac{\partial U}{\partial y} \right) dy \right) \right] dx dz \right\} + \left\{ \left[ -D \frac{\partial U}{\partial z} - \left( -D \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( -D \frac{\partial U}{\partial z} \right) dz \right) \right] dx dy \right\} = \\ & \frac{\partial}{\partial t} (U dx dy dz) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Após as simplificações o balanço reduz-se a:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (4.16)$$

Observa-se que o balanço obtido é o mesmo encontrado aplicando as restrições do problema a ser estudado na Equação 2.12. A partir dos resultados gerados pelo balanço, encontramos o conteúdo de umidade médio pela integral volumétrica do conteúdo de umidade local ao longo da malha. A Equação 4.16 representa o modelo difusivo dentro do sólido.

### 4.2.3. Discretização do domínio

Para a resolução de problemas com equações diferenciais parciais, devemos discretizar o domínio. A malha 3D obtida pelo método dos volumes finitos é constituída por vértices, faces e células. Neste trabalho optou-se pelo método que considera Célula Centrada. Esta técnica considera que o centro do volume de controle é localizado no centro da célula e que a média da variável de interesse no volume de controle, no caso o conteúdo de umidade, é localizada neste centro. Este centro também representa um nó computacional. Esta escolha pôde ser feita devido a geometria simples do sólido.

Utilizou-se a sub-rotina Grid3D, da biblioteca Fipy, desenvolvida por GUYER *et al.* (2009), para realizar a discretização do domínio. Para avaliar a sensibilidade da malha, várias segmentações do domínio do espaço foram realizadas. Observou-se que a segmentação ótima foi a de oito segmentos, pois a convergência dos parâmetros foi alcançada nesta configuração. A diferença entre os valores obtidos nesta configuração e a configuração utilizando nove segmentos foi 2%, já o tempo de simulação foi de 25%, cerca de 2 horas, nas simulações mais longas e de cerca de 40 minutos nas simulações mais rápidas. O tempo da simulação depende do tempo do experimento, quanto mais longo o experimento, maior tempo de simulação, pois mais iterações no laço do tempo são necessárias para realizar o ajuste dos parâmetros.

A discretização da Equação 4.16 foi realizada em duas etapas, uma para o termo transiente e outra para o termo difusivo. A discretização do termo transiente foi realizada pelo método das diferenças progressivas, pois necessitamos apenas do valor no início do domínio do tempo. Esta técnica consiste na aproximação da derivada pela diferença entre a propriedade no passo posterior e a propriedade no passo atual. A Equação 4.17 mostra a forma desta discretização.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{t+1} - U_t}{\Delta t} \quad (4.17)$$

A discretização da malha no espaço foi realizada utilizando a estrutura de Célula Centrada. O método de discretização usado foi o das diferenças centradas, pois fornece valores mais estáveis e possui maior facilidade para se impor as restrições no centro e nas superfícies da malha. Este método consiste na aproximação da derivada parcial pela diferença entre os valores da propriedade no passo anterior, atual e posterior. Podemos fixar as condições de contorno no primeiro ponto da malha, centro do sólido, e no último ponto da malha, superfície do sólido. A Equação 4.18 expõe esta discretização do laplaciano da umidade para as três coordenadas cartesianas.

$$\nabla^2 U = \left[ \left( \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{U_{j+1} - 2U_j + U_{j-1}}{\Delta y^2} \right) + \left( \frac{U_{k+1} - 2U_k + U_{k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.18)$$

Onde  $i, j$  e  $k$  são as posições dos nós computacionais da malha nas coordenadas  $x, y$  e  $z$ , respectivamente.  $\Delta x, \Delta y$  e  $\Delta z$  são as distâncias entre dois centros de volumes de controle consecutivos.

De posse das Equações 4.17 e 4.18, obtém-se a equação na forma explícita da malha nas três coordenadas do espaço e no tempo. A Equação 4.19 ilustra a forma final.

$$U_{t+1,i,j,k} = U_{t,i,j,k} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,i+1,j,k} - 2U_{t,i,j,k} + U_{t,i-1,j,k}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{U_{t,i,j+1,k} - 2U_{t,i,j,k} + U_{t,i,j-1,k}}{\Delta y^2} \right) + \left( \frac{U_{t,i,j,k+1} - 2U_{t,i,j,k} + U_{t,i,j,k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.19)$$

#### 4.2.4. Condições de Contorno e Número de Biot de Massa

As Condições de contorno aplicadas no modelo foram:

C.C.1: Devido a simetria do sólido, o centro deste é o local onde o conteúdo de umidade assume os valores máximos, independentemente do tempo do processo. Considerando isso, as derivadas do conteúdo de umidade nos planos centrais são zero. A forma matemática da condição de contorno nos planos centrais do sólido estão representadas nas Equações 4.20, 4.21 e 4.22 para os planos  $xy, yz$  e  $xz$ , respectivamente. No centro do sólido o gradiente do conteúdo de umidade é zero.

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (4.22)$$

C.C.2: Devido a consideração que não há reação química, nem fonte geradora, toda água que se encontra dentro do sólido deixa-o por convecção externa. Assim, existe uma igualdade

entre os fluxos difusivos e convectivos na superfície do sólido. As Equações 4.23, 4.24 e 4.25 mostram esta igualdade dos fluxos para as superfícies dos planos  $xy$ ,  $yz$  e  $xz$ , respectivamente.

$$-D \frac{\partial U}{\partial z} dx dy = Kc(U_{sup} - U_{\infty}) dx dy \quad (4.23)$$

$$-D \frac{\partial U}{\partial x} dy dz = Kc(U_{sup} - U_{\infty}) dy dz \quad (4.24)$$

$$-D \frac{\partial U}{\partial y} dx dz = Kc(U_{sup} - U_{\infty}) dx dz \quad (4.25)$$

Rearranjando as Equações 4.23, 4.24 e 4.25, obtemos:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{Kc}{D} (U_{\infty} - U_{sup}) \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{Kc}{D} (U_{\infty} - U_{sup}) \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{Kc}{D} (U_{\infty} - U_{sup}) \quad (4.28)$$

O Número de Biot de Massa quantifica a influência entre as resistências interna e externa da transferência de massa. A quantificação deste número adimensional é realizada pela razão entre a resistência interna e a resistência externa. O valor limítrofe é 0.1, abaixo deste valor, a resistência externa controla o transporte. Acima deste valor, a resistência interna controla o fenômeno. O Número de Biot de Massa pode ser expresso por:

$$Bi_M = \frac{Kc}{D} \left( \frac{V_s}{A_s} \right) \quad (4.29)$$

#### 4.2.5. Resolução da Malha Numérica

A malha discretizada foi preenchida inicialmente com o valor do conteúdo de umidade inicial do sólido. Após esta etapa, as condições de contorno foram impostas nas extremidades

da malha utilizando a sub-rotina *Constrain* da biblioteca numérica *Fipy*. Esta sub-rotina substitui os valores das derivadas da variável estudada por valores definidos, neste caso, pelos valores obtidos pelas Equações 4.20, 4.21, 4.22, 4.26, 4.27 e 4.28 nas fronteiras da malha. A Condição de Contorno 1 foi aplicada nas faces dos volumes de controle localizados nos planos centrais. As Equações 4.30 a 4.33 apresentam a Equação 4.19 nos planos centrais  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$  e na origem dos planos, respectivamente.

$$U_{t+1,i,j,0} = U_{t,i,j,0} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,i+1,j,0} - 2U_{t,i,j,0} + U_{t,i-1,j,0}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{U_{t,i,j+1,0} - 2U_{t,i,j,0} + U_{t,i,j-1,0}}{\Delta y^2} \right) \right] \quad (4.30)$$

$$U_{t+1,0,j,k} = U_{t,0,j,k} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,0,j+1,k} - 2U_{t,0,j,k} + U_{t,0,j-1,k}}{\Delta y^2} \right) + \left( \frac{U_{t,0,j,k+1} - 2U_{t,0,j,k} + U_{t,0,j,k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.31)$$

$$U_{t+1,i,0,k} = U_{t,i,0,k} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,i+1,0,k} - 2U_{t,i,0,k} + U_{t,i-1,0,k}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{U_{t,i,0,k+1} - 2U_{t,i,0,k} + U_{t,i,0,k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.32)$$

$$U_{t+1,0,0,0} = U_{t,0,0,0} \quad (4.33)$$

Pela Equação 4.33 notamos que o conteúdo de umidade no centro do sólido tende a manter o mesmo valor devido a esta consideração, mas isso é contornado pela convergência da malha, devido ao caráter conservativo do método de volumes finitos, que faz com que esta variável tenha seu valor diminuído ao longo do tempo devido a solução do sistema linear. Este ponto será o que possui maior umidade neste modelo.

A Condição de Contorno 2 foi aplicada nas faces dos volumes de controle localizadas na extremidade da malha, ou seja, na superfície do sólido, onde existe a igualdade dos fluxos

difusivos e convectivos. As Equações 4.34 a 4.37 ilustram a Equação 4.19 nas superfícies dos planos  $xy$ ,  $yz$  e  $xz$  e no vértice onde estes três planos se encontram, respectivamente.

$$U_{t+1,i,j,N} = U_{t,i,j,N} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,i+1,j,N} - 2U_{t,i,j,N} + U_{t,i-1,j,N}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{U_{t,i,j+1,N} - 2U_{t,i,j,N} + U_{t,i,j-1,N}}{\Delta y^2} \right) + \left( \frac{Kc}{D} (U_\infty - U_{t,i,j,N}) \right) \right] \quad (4.34)$$

$$U_{t+1,N,j,k} = U_{t,N,j,k} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{Kc}{D} (U_\infty - U_{t,N,j,k}) \right) + \left( \frac{U_{t,N,j+1,k} - 2U_{t,N,j,k} + U_{t,N,j-1,k}}{\Delta y^2} \right) + \left( \frac{U_{t,N,j,k+1} - 2U_{t,N,j,k} + U_{t,N,j,k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.35)$$

$$U_{t+1,i,N,k} = U_{t,i,N,k} + (D \cdot \Delta t) \left[ \left( \frac{U_{t,i+1,N,k} - 2U_{t,i,N,k} + U_{t,i-1,N,k}}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{Kc}{D} (U_\infty - U_{t,i,N,k}) \right) + \left( \frac{U_{t,i,N,k+1} - 2U_{t,i,N,k} + U_{t,i,N,k-1}}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (4.36)$$

$$U_{t+1,N,N,N} = U_{t,N,N,N} + 3(D \cdot \Delta t) \left( \frac{Kc}{D} (U_\infty - U_{t,N,N,N}) \right) \quad (4.37)$$

Onde  $N$  representa o último elemento da malha computacional em cada direção.

As duas condições de contorno são utilizadas na discretização do espaço. Já para a discretização do tempo utilizou-se apenas a condição inicial para poder realizar as iterações no tempo.

A malha discretizada foi resolvida pelo método numérico de Fatoração LU com uma tolerância de  $1e-10$ , este valor é a tolerância padrão da biblioteca usada. A biblioteca numérica que auxiliou a resolução do método LU foi a numpy. Este método é utilizado para resolução para sistemas de equações lineares, de uma maneira genérica, sistemas com a seguinte característica:

$$A.X = B \tag{4.38}$$

Onde  $A$  é a matriz dos coeficientes, que é comum às equações,  $X$  é a matriz das variáveis independentes e  $B$  é a matriz das variáveis dependentes.

Este método consiste na fatoração da matriz dos coeficientes, onde esta é decomposta no produto de duas matrizes triangulares, uma inferior e uma superior,  $L$  e  $U$ . A matriz  $A$  se torna:

$$A = L.U \tag{4.39}$$

Estas matrizes triangulares são obtidas pela manipulação das linhas da matriz  $A$  utilizando o método de Eliminação de Gauss. Todos os elementos da diagonal principal da Matriz  $L$  são unitários. A Equação 4.40 apresenta, de forma ilustrativa, a fatoração de uma matriz 3x3:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} \tag{4.40}$$

Manipulando-se a Equação 4.38, obtém-se:

$$L.U.X = B \tag{4.41}$$

Fazendo  $U.X = Y$ , definimos:

$$L.Y = B \tag{4.42}$$

Resolvemos o sistema triangular inferior, Equação 4.42. Após a resolução deste sistema, resolve-se o sistema triangular superior. Assim, obtemos o vetor solução do problema. Este

vetor solução é o vetor do conteúdo de umidade na malha numérica, assim, cada elemento do vetor representa o conteúdo de umidade em cada volume de controle da malha.

O cálculo da integral volumétrica é realizado pela contribuição de cada volume de controle da malha. O valor encontrado em cada centro do volume de controle é utilizado, considerando seu volume. Neste trabalho os volumes de controle são iguais, pois a malha é estruturada e dividida em cubos iguais. A Equação 4.43 apresenta a umidade média do cubo simulado em dado intervalo de tempo.

$$\bar{U}_t = \int_0^{V_s/8} U_t dV / \int_0^{V_s/8} dV = 8 \left( \sum_{k=0}^a \sum_{j=0}^a \sum_{i=0}^a U_{t,i,j,k} \cdot V_c \right) / V_s \quad (4.43)$$

A Figura 4.7 mostra o algoritmo de resolução da malha numérica, partindo da malha discretizada e finalizando na obtenção do conteúdo de umidade médio do cubo. Este conteúdo de umidade médio é utilizado para comparação entre os modelos utilizados neste trabalho e os valores experimentais, isto é necessário porque os experimentos ofertam dados do conteúdo de umidade médio e o modelo algébrico também oferece valores médios.

De posse do conteúdo de umidade médio do cubo, os valores dos parâmetros ótimos, difusividade e coeficiente de transferência de massa, são ajustados por regressões não-lineares utilizando o método de Levenberg-Marquardt. A convergência dos parâmetros neste modelo não utiliza a mesma tolerância usada no modelo algébrico. Neste modelo, a convergência é obtida quando o erro relativo entre a solução numérica e os dados experimentais é menor ou igual a  $1e-6$ .

Após a convergência dos valores dos parâmetros, as simulações são realizadas com a finalidade de comparar a cinética de secagem obtida pelos dois modelos e os dados experimentais.

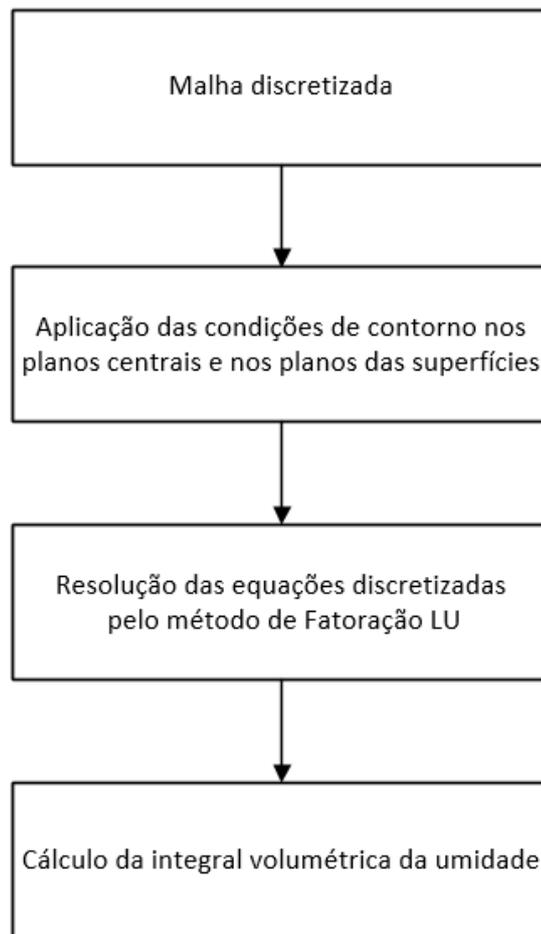


Figura 4.7. Algoritmo de resolução da malha numérica.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Observou-se que apenas a taxa decrescente foi presente no processo de secagem. Isto ratifica o que é encontrado na literatura.

As Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 apresentam os dados experimentais supracitados nas condições: 45 °C sem ultrassom e com ultrassom; e 60 °C sem ultrassom e com ultrassom, respectivamente. Todos estes experimentos não possuem a etapa de pré-tratamento com ultrassom.

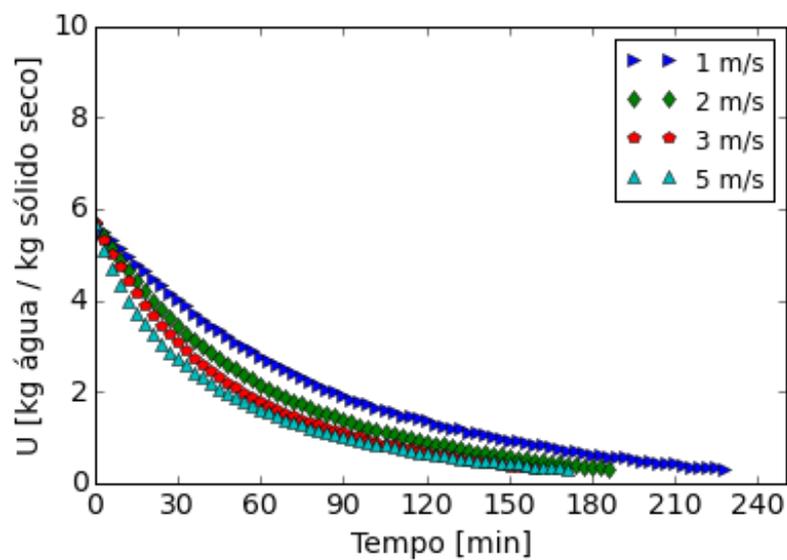


Figura 5.1. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 45 °C sem ultrassom e sem pré-tratamento.

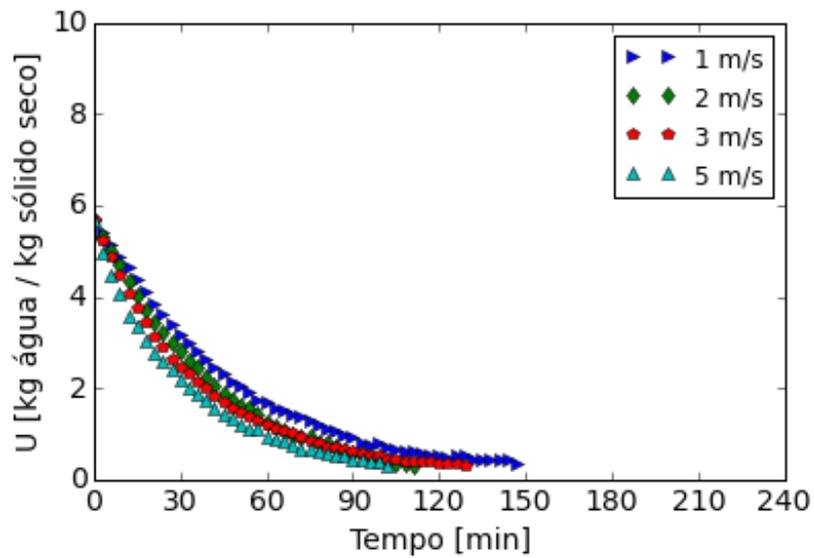


Figura 5.2. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 45 °C com ultrassom e sem pré-tratamento.

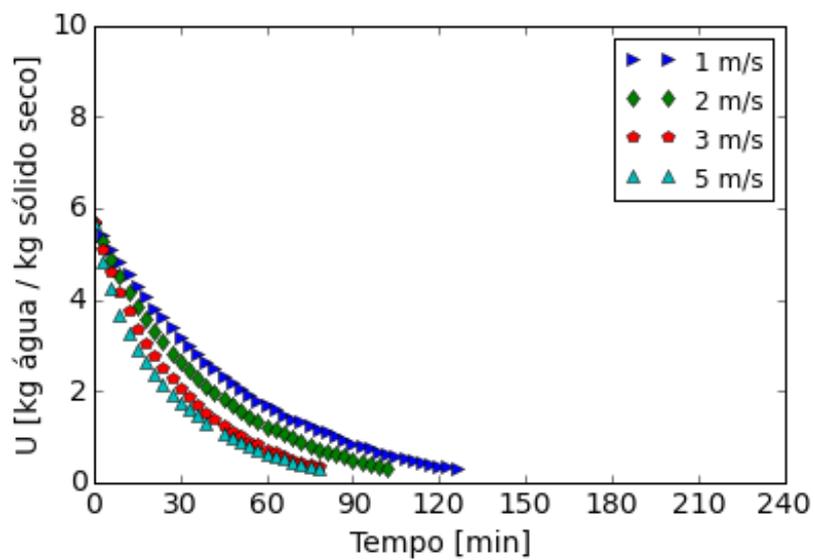


Figura 5.3. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 60 °C sem ultrassom e sem pré-tratamento.

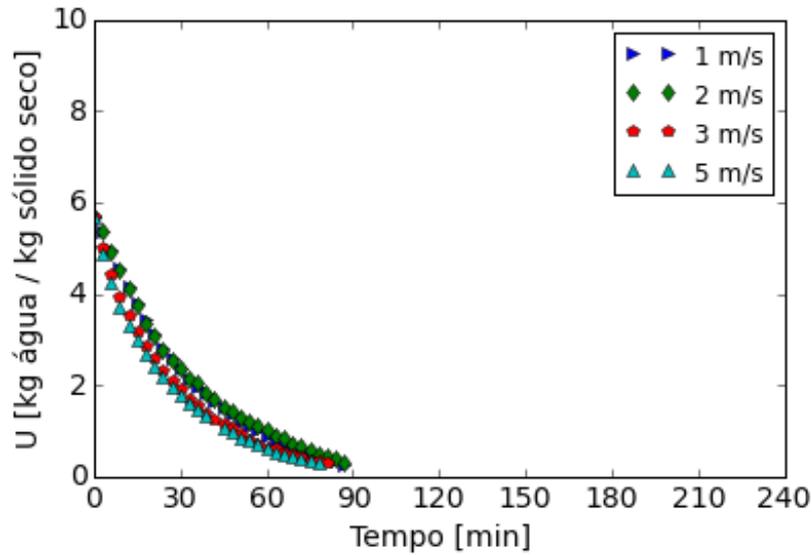


Figura 5.4. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s na temperatura 60 °C com ultrassom e sem pré-tratamento.

As Figuras 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8 apresentam os dados experimentais supracitados nas condições: 45 °C sem ultrassom e com ultrassom; e 60 °C sem ultrassom e com ultrassom, respectivamente. Todos estes experimentos possuem a etapa de pré-tratamento com ultrassom.

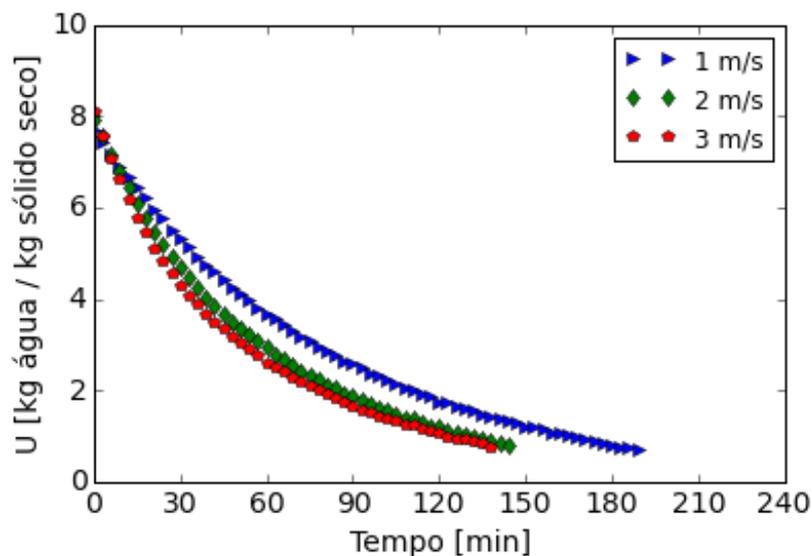


Figura 5.5. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 45 °C sem ultrassom e com pré-tratamento.

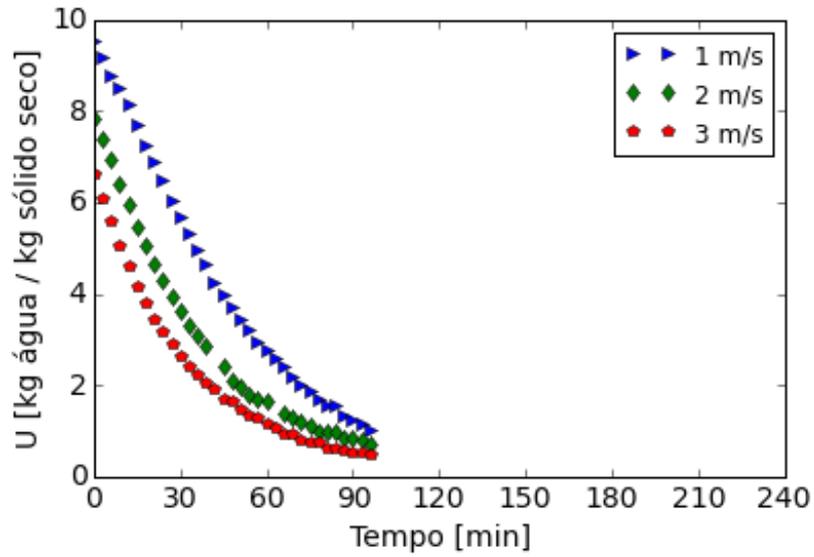


Figura 5.6. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 45 °C com ultrassom e com pré-tratamento.

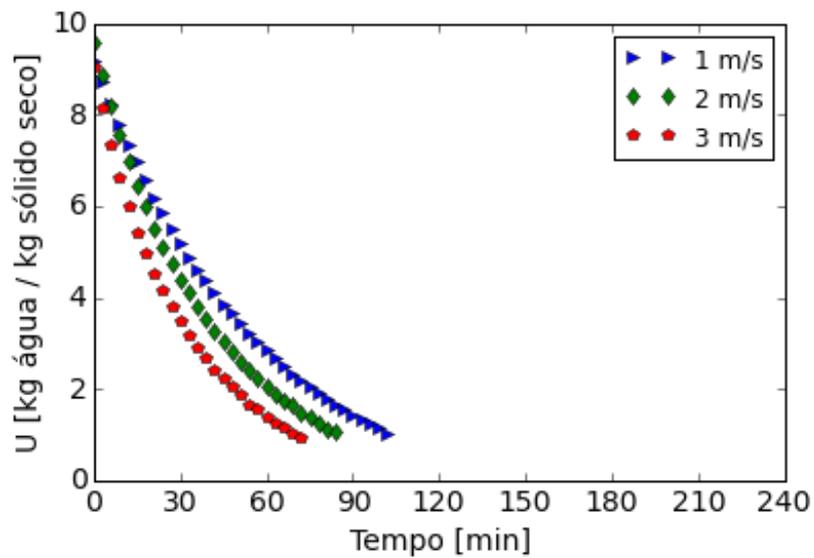


Figura 5.7. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 60 °C sem ultrassom e com pré-tratamento.

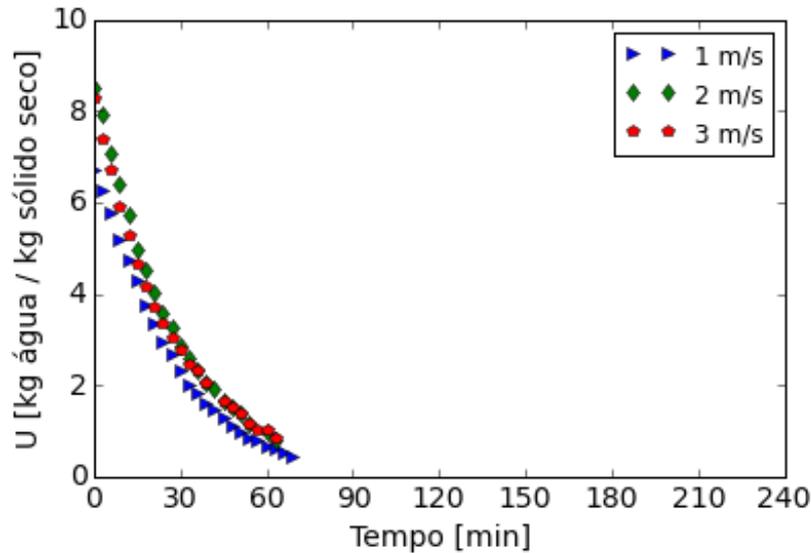


Figura 5.8. Cinética de secagem nas velocidades 1, 2 e 3 m/s na temperatura 60 °C com ultrassom e com pré-tratamento.

Percebemos, a partir das Figuras 5.1 a 5.8, que a taxa de secagem aumenta com o aumento da velocidade do ar. Isto já era esperado, pois com o aumento da velocidade, uma menor resistência externa, localizada na camada limite, é imposta. A diminuição dessa resistência afeta diretamente na resistência total, pois há uma associação de resistências em série, interna e externa.

Podemos notar também que, com o aumento da temperatura, o tempo de secagem diminui. Tanto a difusividade quanto o coeficiente de transferência de massa são dependentes da temperatura. A função da difusividade em uma matriz sólida pode ser aproximada pela Equação de Arrhenius, Equação 5.1. A dependência do coeficiente de transferência de massa com a temperatura reside nas propriedades físicas do ar, que são necessárias para a correlação de predição deste coeficiente.

$$D = D_0 \cdot \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (5.1)$$

Onde  $D$  é a difusividade na temperatura desejada [ $\text{m}^2/\text{s}$ ],  $D_0$  é a difusividade em uma temperatura de referência [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] e  $Q$  é a energia de ativação [ $\text{J}/\text{mol}$ ].

A utilização da assistência do ultrassom durante a secagem afeta diretamente o tempo de processo, cerca de 32% no experimento na velocidade 1 m/s a 45°C e cerca de 41% na velocidade 5 m/s, ambos sem pré-tratamento. Já na temperatura de 60 °C, a aplicação de ultrassom não afetou o tempo de secagem na velocidade 5 m/s, mas na velocidade 1 m/s o tempo diminuiu cerca de 30%. Podemos concluir que a utilização do ultrassom possui maior influência a baixas velocidades do ar, isto é evidenciado pelo fato de que, em altas velocidades, as vibrações geradas pelo ultrassom são dispersas na corrente de ar, diminuindo sua eficiência.

A etapa de pré-tratamento afeta a matriz sólida, pois as vibrações produzidas pelo ultrassom fazem com que microfissuras se formem, criando caminhos preferenciais para a passagem de água, afetando assim, a difusividade da água na matriz. Devido a alteração da matriz, o conteúdo de umidade de equilíbrio é alterado, pois mais água pode ser retirada do sólido e de maneira mais rápida. Esta mudança do conteúdo de umidade de equilíbrio é evidenciada pelo aumento do valor do conteúdo de umidade em base seca.

Nos experimentos sem pré-tratamento, o conteúdo de umidade inicial foi, em média,  $5.67 \pm 0.01$  [kg água/ kg sólido seco]; já nos experimentos com pré-tratamento, o conteúdo de umidade inicial foi, em média,  $8.09 \pm 0.95$  [kg água/ kg sólido seco]. Os valores em massa inicial e final foram aproximadamente os mesmos em todos os experimentos. Os valores de massa seca, após 24 horas, foram de aproximadamente  $4 \pm 0.16$  gramas nas amostras sem pré-tratamento e  $2.77 \pm 0.28$  gramas nas amostras com pré-tratamento.

Percebemos que a aplicação do ultrassom faz com que a influência da velocidade diminua consideravelmente. Este fato pode ser explicado pelo aumento no valor da difusividade. Já que a difusividade rege o transporte, qualquer alteração desta resistência altera o processo de secagem.

O tempo de secagem também é afetado pela utilização da etapa de pré-tratamento. A diminuição no tempo de processo foi cerca de 29% na condição de 1 m/s, 60 °C com assistência de ultrassom. O ganho no tempo de processo comparando a condição de 1 m/s, 60 °C, assistido por ultrassom e com pré-tratamento e a condição de 1 m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento é cerca de 45%, um valor bem expressivo. A utilização de ultrassom em processos de secagem se mostra uma técnica bem promissora, avaliando o tempo da secagem destas condições operacionais.

Os parâmetros ajustados pelas regressões não-lineares, tanto do modelo algébrico quanto diferencial, nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s, em 45 °C sem ultrassom e com ultrassom, ambos sem pré-tratamento, estão expostos nas Tabelas 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4, respectivamente.

Tabela 5.1. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	4.36e-10	5.65e-10	6.74e-10	7.19e-10
<b>Conteúdo de Umidade Crítica</b> <b>[kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	10.75	10.52	10.42	9.97
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.2. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	4.34e-6	2.24e-8	1.71e-8	7.38e-9
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	2.69e-6	4.23e-6	5.58e-6	9.11e-6
<b>Biot de Massa</b>	8.29e-4	2.52e-1	4.34e-1	1.65
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.3. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	7.21e-10	8.92e-10	9.29e-10	1.09e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica</b> <b>[kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	10.86	10.83	10.45	10.25
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.4. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.

	<b>1 m/s</b>	<b>2 m/s</b>	<b>3 m/s</b>	<b>5 m/s</b>
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	6.35e-6	1.32e-5	2.94e-8	1.61e-8
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	4.39e-6	5.46e-6	7.29e-6	1.09e-5
<b>Biot de Massa</b>	9.22e-4	5.49e-4	3.32e-1	9.08e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Os parâmetros ajustados para a temperatura fixada em 60 °C são mostrados nas Tabelas 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8, respectivamente.

Tabela 5.5. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

	<b>1 m/s</b>	<b>2 m/s</b>	<b>3 m/s</b>	<b>5 m/s</b>
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	7.49e-10	9.41e-10	1.23e-9	1.41e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica [kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	10.88	10.74	10.63	10.28
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.6. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	9.56e-7	9.56e-7	4.25e-6	2.37e-8
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	4.65e-6	5.94e-6	7.86e-6	1.36e-5
<b>Biot de Massa</b>	6.49e-3	8.29e-3	2.47e-3	7.64e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.7. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	1.11e-9	1.08e-9	1.31e-9	1.39e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica [kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	10.98	10.87	10.47	10.33
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.8. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2, 3 e 5 m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s	5 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	1.05e-5	1.19e-5	4.53e-8	2.69e-8
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	6.76e-6	6.64e-6	1.02e-5	1.27e-5
<b>Biot de Massa</b>	8.57e-4	7.36e-4	3.01e-1	6.31e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99	0.99

Analogamente às Tabelas 5.1 a 5.8, apresentam-se os parâmetros ajustados para os dois modelos nas velocidades 1, 2 e 3 m/s, nas temperaturas 45 e 60 °C com os experimentos que

possuem uma etapa de pré-tratamento com ultrassom durante 10 min à uma potência de 160 W e 21 kHz nas Tabelas 5.9 a 5.16.

Tabela 5.9. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	4.43e-10	5.89e-10	6.54e-10
<b>Conteúdo de Umidade Crítica</b> <b>[kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	14.48	14.69	14.64
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.10. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	4.31e-6	2.02e-8	1.04e-8
<b>Coefficiente de Transferência</b> <b>de Massa [m/s]</b>	2.76e-6	4.49e-6	6.29e-6
<b>Biot de Massa</b>	8.53e-4	2.98e-1	8.12e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.11. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	7.46e-10	9.55e-10	1.06e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica</b> <b>[kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	18.86	15.01	12.32
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.12. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 45 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	1.19e-5	1.33e-5	5.68e-8
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	4.33e-6	5.79e-6	7.55e-6
<b>Biot de Massa</b>	4.79e-4	5.79e-4	1.77e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.13. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	7.24e-10	9.27e-10	1.14e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica [kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	17.51	17.93	16.76
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.14. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, sem ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	5.75e-6	4.49e-6	3.45e-8
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	4.45e-6	5.84e-6	8.98e-6
<b>Biot de Massa</b>	1.03e-3	1.73e-3	3.47e-1
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.15. Parâmetros do modelo algébrico ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	1.28e-9	1.29e-9	1.31e-9
<b>Conteúdo de Umidade Crítica [kg<sub>água</sub>/kg<sub>sólido seco</sub>]</b>	13.03	16.28	15.42
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Tabela 5.16. Parâmetros do modelo diferencial ajustados nas condições 1, 2 e 3 m/s, 60 °C, com ultrassom e com pré-tratamento.

	1 m/s	2 m/s	3 m/s
<b>Difusividade [m<sup>2</sup>/s]</b>	2.34e-5	1.51e-5	2.15e-7
<b>Coefficiente de Transferência de Massa [m/s]</b>	7.72e-6	7.92e-6	8.64e-6
<b>Biot de Massa</b>	4.39e-4	6.99e-4	5.37e-2
<b>R<sup>2</sup></b>	0.99	0.99	0.99

Observamos, a partir das Tabelas 5.1 a 5.16, que os dois modelos representam bem todos os experimentos realizados. Pôde-se ver também que os valores ajustados do conteúdo de umidade crítico foram levemente diferentes, confirmando o caráter empírico deste parâmetro. Com o aumento da velocidade do ar, um menor conteúdo de umidade crítico é observado. Isto faz bastante sentido quando lembramos que o conteúdo de umidade crítico é o conteúdo de umidade que separa os períodos 1 e 2 da secagem, pois quanto maior for a transferência de massa por convecção mais se pode extrair a água presente na matriz sólida, pois a água na superfície seria retirada como um ‘flash’ de vaporização, arrastando a água interna nas regiões próximas à superfície por uma diferença de pressão de vapor. Assim, o valor do conteúdo de umidade médio se torna menor e o período de taxa decrescente se inicia.

Para uma análise inicial, o modelo algébrico é de grande valia porque prediz o comportamento da secagem de maneira rápida e confiável, mas para uma análise mais detalhada da influência das variáveis do processo este modelo não é o mais adequado. Para um

entendimento mais detalhado do processo, o modelo diferencial é mais recomendado, pois podem-se obter mais informações acerca das resistências interna e externa, bem como a influência de cada uma no transporte.

Tão importante quanto a estimativa das resistências, interna e externa, é a avaliação da influência de cada uma no fenômeno. Devido a isto, o número de Biot de Massa foi calculado. Observamos que o valor deste número adimensional aumenta com o aumento da velocidade, confirmando a menor influência da camada limite externa.

Notamos que com o aumento da velocidade, a difusividade aumenta, mas na velocidade 5 m/s ela diminui. Isto pode ser explicado pelo fato de que, em altas velocidades, uma maior taxa de secagem na superfície é obtida, fazendo com que as células na superfície percam muita água rapidamente, deformando-se. Esta deformação diminui o espaço entre as células, aumentando a resistência ao transporte nestas regiões.

O coeficiente de transferência de massa aumenta com o incremento da velocidade. A explicação deste aumento está relacionada à camada limite externa, quanto maior a velocidade do escoamento, maior o número de Reynolds, diminuindo assim, a espessura da camada limite.

A influência da temperatura é mais acentuada nas condições de secagem sem ultrassom, pois os valores da difusividade são bem menores, fazendo com que qualquer alteração nas condições operacionais seja representativa. A influência da temperatura no coeficiente de transferência de massa é bem menor. A diferença entre os valores ajustados da difusividade na velocidade 2 m/s, sem ultrassom e sem pré-tratamento nas duas temperaturas foi de 42 vezes, já a diferença entre os valores do coeficiente de transferência de massa foi de 1.4 vezes. Esta diferença dos parâmetros na velocidade 3 m/s foi de 248 vezes na difusividade e de 1.4 vezes no coeficiente de transferência de massa. Percebemos que estas diferenças são mais acentuadas em velocidades maiores devido ao aumento da influência da resistência interna.

A aplicação do ultrassom durante a secagem é mais influente em baixas velocidades, pois as vibrações geradas chegam com maior intensidade na matriz sólida, alterando-a. Esta alteração faz com que a difusividade aumente. Isto é evidenciado pelo aumento em duas ordens de grandeza na difusividade nos experimentos com 1 e 2 m/s na temperatura de 60 °C sem pré-tratamento. O coeficiente de transferência de massa sofre pequenas alterações, pois as vibrações geradas pelo ultrassom praticamente não afetam a camada limite.

A utilização da etapa de pré-tratamento com ultrassom afetou a difusividade de maneira considerável, pois caminhos preferenciais devem ter se formado, fazendo com que, o valor da

difusividade aumentasse. Isto é evidenciado também pela diminuição do tempo de secagem. A diferença entre os valores ajustados da difusividade não foi tão expressiva porque o conteúdo de umidade de equilíbrio é bem diferente, como foi apresentado anteriormente. Esta diferença afeta diretamente no ajuste dos parâmetros.

Os valores das difusividades obtidos por Fernandes *et al.* (2015) para as mesmas condições de secagem foram diferentes, cerca de 24% maiores nos experimentos sem ultrassom e cerca de 20% maiores nos experimentos com ultrassom. Esta diferença está relacionada ao ajuste do conteúdo de umidade crítico. Neste trabalho o conteúdo de umidade crítico foi ajustado simultaneamente com a difusividade aparente. Geralmente assume-se que o conteúdo de umidade crítico é o conteúdo de umidade inicial do experimento.

Para verificar o comportamento da difusividade estimada em relação a Equação de Arrhenius, ajustou-se a Energia de Ativação [kJ/mol] a partir das difusividades nas velocidades 1, 2, 3 e 5 m/s e nas temperaturas 45 e 60 °C. A Tabela 5.17 mostra os valores ajustados da Energia de Ativação.

Tabela 5.17. Energias de Ativação ajustadas.

	<b>Energia de Ativação Modelo Algébrico</b>	<b>Energia de Ativação Modelo Diferencial</b>
Sem ultrassom e sem pré-tratamento	34.09±4.11 kJ/mol	152.99±128.28 kJ/mol
Com ultrassom e sem pré-tratamento	17.71±6.43 kJ/mol	21.34±2.63 kJ/mol
Sem ultrassom e com pré-tratamento	22.01±3.14 kJ/mol	101.18±160.24 kJ/mol
Com ultrassom e com pré-tratamento	15.67±9.82 kJ/mol	31.15±35.36 kJ/mol

A energia de ativação não pôde ser predita de maneira mais exata porque os experimentos foram realizados apenas em duas temperaturas. Observou-se que a energia de ativação possui valores menores quando se utiliza o ultrassom no processo, isto pode ser explicado pelo fato de que a difusividade aumenta com a aplicação do ultrassom, diminuindo a influência da temperatura neste parâmetro. Podemos notar que os valores das energias de ativação são maiores no modelo diferencial, isso ocorre porque as variações nas difusividades ajustadas neste modelo são maiores, cerca de duas ordens de grandeza. Os grandes desvios

encontrados no modelo diferencial nas condições sem aplicação de ultrassom durante o processo são explicados pela diminuição da difusividade em altas velocidades, pois as regiões superficiais secam mais rapidamente e fazem com que estas regiões se deformem, aumentando a resistência. Devido a isto, os valores das difusividades variam bastante, diminuindo a representatividade da difusividade pela Equação de Arrhenius. Heníquez *et al.* (2014) estimou uma Energia de Ativação de  $60.98 \pm 7.73$  kJ/mol para a secagem em tambor de cascas de maçã-verde (*Granny Smith*) na faixa de temperatura 110 e 140 °C.

Na condição com ultrassom e sem pré-tratamento, a Equação de Arrhenius representa bem a variação dos valores das difusividades ajustados. A diferença entre o valor ajustado da difusividade na condição 3 m/s e 45 °C e o valor predito pela Equação de Arrhenius baseada na difusividade na condição 3 m/s e 60 °C foi de 6.79%.

As cinéticas de secagem das condições 1, 2, 3 e 5 m/s, na temperatura 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento estão apresentadas nas Figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12, respectivamente.

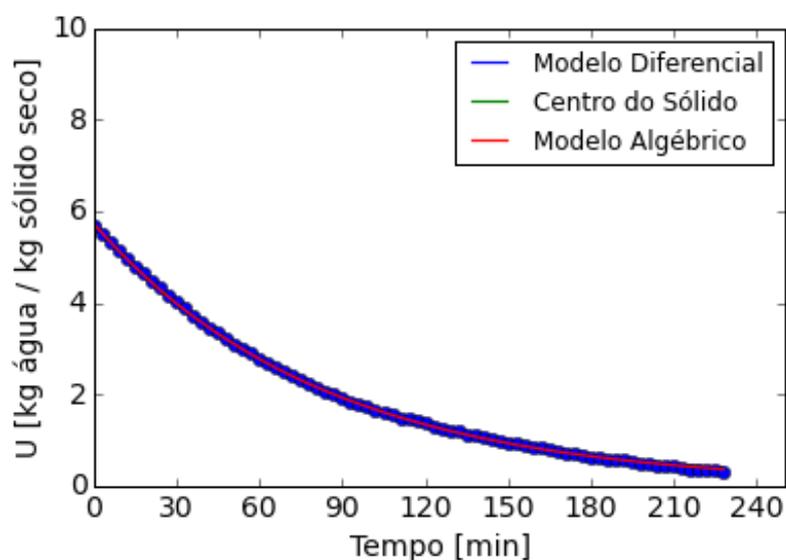


Figura 5.9. Cinética de secagem na condição 1 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

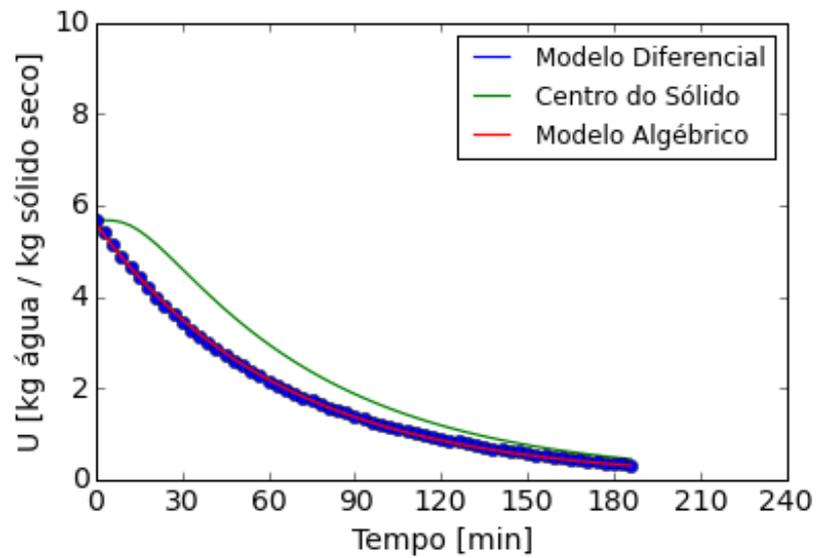


Figura 5.10. Cinética de secagem na condição 2 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

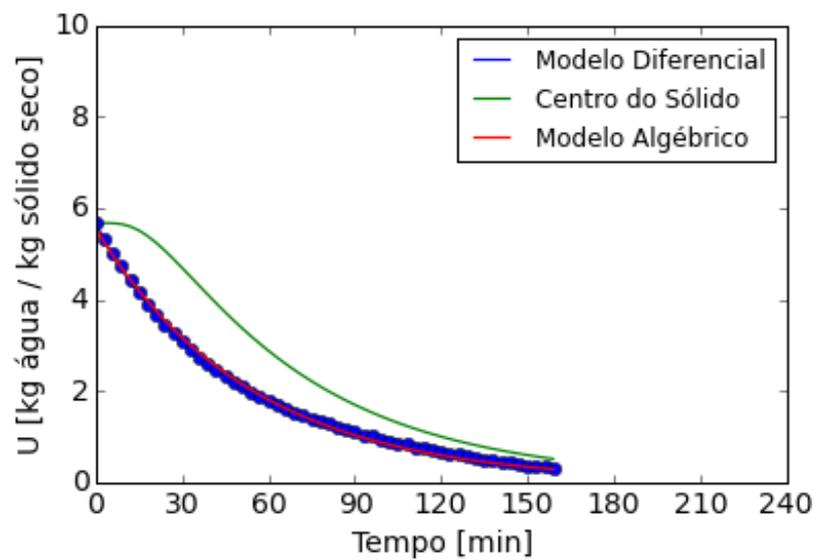


Figura 5.11. Cinética de secagem na condição 3 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

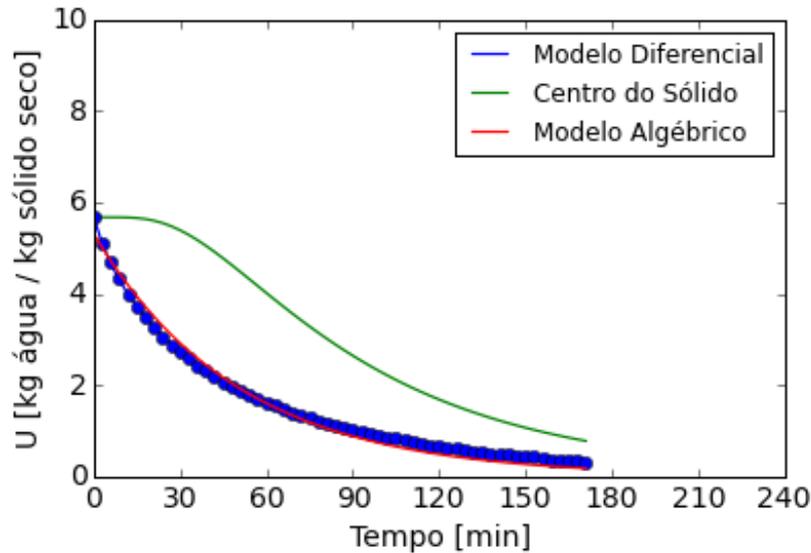


Figura 5.12. Cinética de secagem na condição 5 m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento.

Nas cinéticas apresentadas acima, a curva do modelo diferencial equivale a solução numérica do conteúdo de umidade médio do modelo difusivo-convectivo apresentado neste trabalho, a curva do modelo algébrico representa a solução analítica da equação de Crank para cubos e a curva do centro do sólido representa o conteúdo de umidade no centro do sólido, obtido pela solução numérica do modelo diferencial exposto acima.

Observamos nas Figuras 5.9 a 5.12 que o valor do conteúdo de umidade no centro do sólido desvia-se consideravelmente no começo do processo e ao longo do tempo se aproxima dos valores médios. Este desvio é explicado pelo fato de que a difusão governa a transferência de massa, assim, um tempo maior é necessário para que se comece a alterar de maneira significativa o conteúdo de umidade no centro do sólido.

Os desvios entre o conteúdo de umidade central e os valores médios são mais acentuados quando aumentamos a velocidade, este fato também é explicado pela transferência externa, pois, quanto maior a transferência, menor será o conteúdo de umidade nas regiões mais externas do material, fazendo com que o valor da umidade média caia bastante, mas o valor da umidade central basicamente é o mesmo. Na velocidade 5 m/s a diferença se agrava devido a deformação nas células mais externas.

Os perfis do conteúdo de umidade dentro do sólido no tempo 60 minutos, na velocidade 3 m/s, nas condições 45 °C sem ultrassom e com ultrassom e nas condições 60 °C sem ultrassom

e com ultrassom, todos sem pré-tratamento estão apresentados nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, respectivamente.

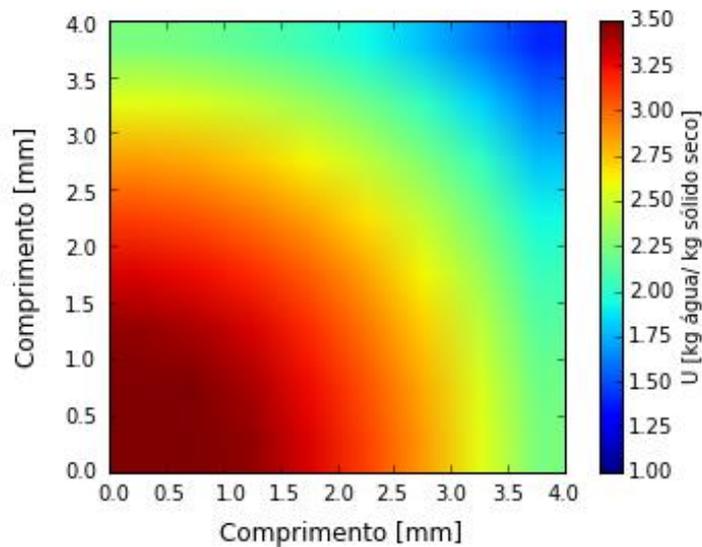


Figura 5.13. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 45 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min.

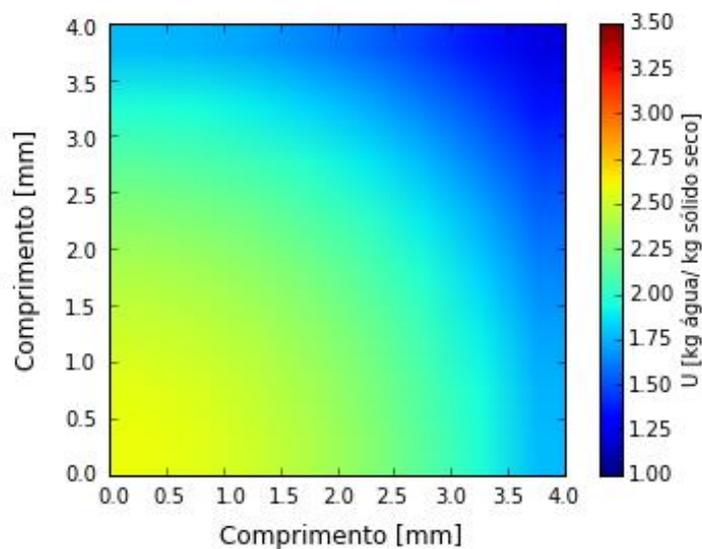


Figura 5.14. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 45 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min.

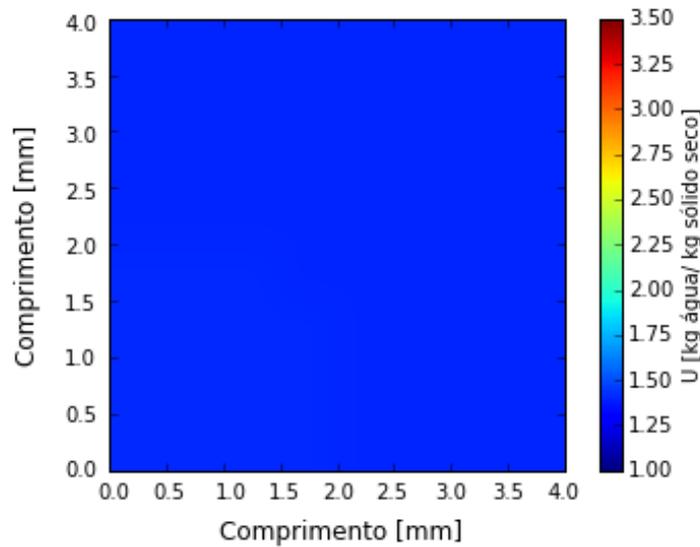


Figura 5.15. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 60 °C, sem ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min.

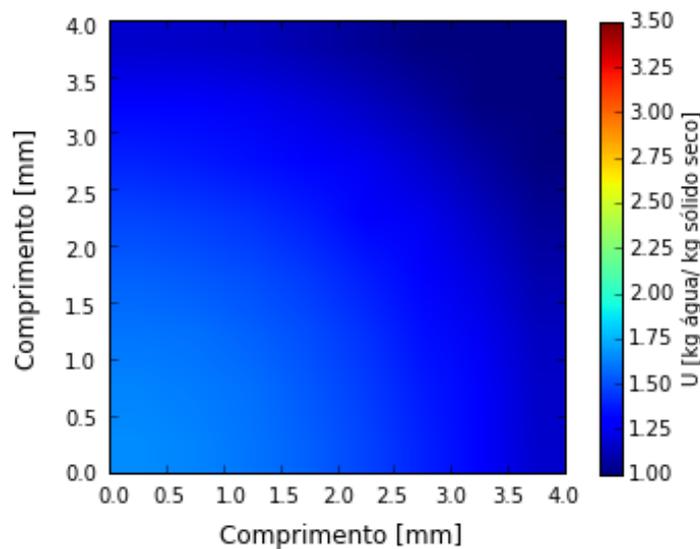


Figura 5.16. Perfil do conteúdo de umidade dentro do sólido na velocidade 3m/s, 60 °C, com ultrassom e sem pré-tratamento no tempo de 60 min.

Observamos pelas Figuras 5.13 a 5.16 a influência da temperatura e da aplicação de ultrassom no conteúdo de umidade dentro do sólido. Esta avaliação só pode ser realizada por modelos diferenciais, pois o conteúdo de umidade é definido localmente em cada tempo.

Percebemos que, mesmo em geometrias simples e sólidos com pequenas dimensões, existem zonas úmidas centrais, principalmente no começo da secagem. Quando o sólido a ser

seco tem geometria mais complexa, estas zonas são mais danosas ao produto, fazendo com que microrganismos se proliferem, tornando o produto inadequado para consumo.

Devido à baixa difusividade da condição da Figura 5.13, gradientes mais expressivos são observados, fazendo com que zonas úmidas se façam presentes. Na avaliação dos valores médios, estas zonas não podem ser previstas. Ao avaliar o valor médio, o produto pode estar dentro do especificado, mas algumas regiões do sólido podem não estar nos padrões, diminuindo a qualidade e a segurança do produto.

A utilização do ultrassom faz com que o valor da difusividade aumente, diminuindo os gradientes, ou seja, tornando o sólido mais homogêneo. Notamos que ao aumentarmos a temperatura, o sólido se torna mais seco consideravelmente, mostrando que, nestas simulações, a temperatura influenciou mais do que o ultrassom nos gradientes internos.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1. Conclusões

O modelo diferencial implementado neste trabalho mostrou-se uma boa alternativa para o estudo do processo de secagem, em especial para produtos biológicos, pois oferece o perfil do conteúdo de umidade no interior do sólido ao longo do processo de secagem. Estes perfis mostram as possíveis zonas úmidas, que afetam diretamente a qualidade e segurança de produtos biológicos devido a proliferação de microrganismos.

Já que o modelo diferencial estima o coeficiente de transferência de massa externo, variações operacionais na secagem convectiva podem ser simuladas no intuito de otimizar o processo, reduzindo o tempo e os custos na obtenção de dados experimentais, pois poucos experimentos já podem servir para que o modelo consiga prever o conteúdo de umidade médio ao longo do processo. Este trabalho também avalia o número de Biot de Massa, fornecendo assim, informações pertinentes da influência das resistências interna e externa.

A partir dos estudos de caso, percebeu-se que, a resistência interna, rege a secagem. Concluiu-se que as variações na velocidade, temperatura, utilização de ultrassom no processo e utilização de pré-tratamento influenciam diretamente no processo. Destas variáveis, a que possui maior influência no tempo de processo é a utilização de ultrassom, tanto no decorrer da

secagem quanto na etapa de pré-tratamento, pois ela altera a matriz sólida, criando microfissuras, diminuindo o tempo de processo consideravelmente. Observou-se que as variáveis citadas não possuem grande influência no coeficiente de transferência de massa.

## **6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros**

Como sugestões para trabalhos futuros, podemos destacar o desenvolvimento de malhas não estruturadas para que o modelo possa oferecer soluções melhores para geometrias complexas. Incorporar os balanços de energia para que se possa obter os perfis de temperatura ao longo da secagem e considerar a influência da temperatura na difusividade. Considerar a redução e deformação do sólido. Realizar mais experimentos em temperaturas diferentes para se obter valores mais exatos da Energia de Ativação.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, L. F. T. *Algoritmos de Seleção e Dimensionamento de Secadores*. 2001. Dissertação – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

BEZERRA, C. V., SILVA, L. H. M., CORRÊA, D. F., RODRIGUES, A. M. C. *A modeling study for moisture diffusivities and moisture transfer coefficients in drying of passion fruit peel*. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, v. 85, p. 750-755, 2015.

BIAGI, J. D.; VALENTINI, S. R. T.; QUEIROZ, D. M. Secagem de produtos agrícolas. In: CORTEZ, L. B.; MAGALHÃES, P. S. G. *Introdução à engenharia agrícola*. Campinas, UNICAMP, Série Manuais, 1992.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGTHFOOT, E. N. *Transport Phenomena*. New York: Wiley, 2006.

CÁRCEL, J.A., BENEDITO, J., ROSSELLÓ, C., & MULET, A. (2007a). *Influence of ultrasound intensity on mass transfer in apple immersed in a sucrose solution*. *Journal of Food Engineering*, 78(2), 472–479. doi:10.1016/j.jfoodeng.2005.10.018.

CÁRCEL, J. A., GARCÍA-PÉREZ, J. V., RIERA, E., & MULET, A. (2007b). *Influence of high intensity ultrasound on drying kinetics of persimmon*. *Drying Technology*, 25, 185–193.

DELGADO, A. E., ZHENG, L., & SUN, D.W. (2009). *Influence of ultrasound on freezing rate of immersion-frozen apples*. *Food and Bioprocess Technology*, 2, 263–270.

FERNANDES, F. A. N., RODRIGUES, S., LAW, C. L., & MUJUMDAR, A. S. (2010). *Drying of exotic tropical fruits: a comprehensive review*. *Food and Bioprocess Technology*, 4(2), 163–185. doi:10.1007/s11947-010-0323-7.

FERNANDES, F. A. N., RODRIGUES, S., CÁRCEL, J. A., GARCÍA-PÉREZ, J. V., *Ultrasound-Assisted Air-Drying of apple (Malus domestic L.) and Its Effects on the Vitamin of the Dried Product*. Food Bioprocess Technol., v. 8, p. 1503-1511, 2015.

FOUST, A. A.; WENZEL, L. A.; CLUMP, C. W.; MAUS, L.; ANDERSEN, L. B. *Princípios das operações unitárias*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1982.

FULLER, E. N., K. ENSLEY, J. C. GIDDINGS: *J. Phys. Chem.*, **73**: 3679 (1969).

GARCÍA-ALVARADO, M. A., PACHECO-AGUIRRE, F. M., RUIZ-LÓPEZ, I. I. *Analytical solution of simultaneous heat and mass transfer equations during food drying*. Journal of Food Engineering., v. 142, p. 39-45, 2014.

GARCÍA-PÉREZ, J. V., CÁRCEL, J. A., DE LA FUENTE-BLANCO, S., & MULET, A. (2006a). *Effect of air temperature on convective drying assisted by high power ultrasound*. Defect and Diffusion Forum, 258-260, 563–574.

GARCÍA-PÉREZ, J. V., CÁRCEL, J. A., DE LA FUENTE-BLANCO, S., & RIERA-FRANCO DE SARABIA, E. (2006b). *Ultrasonic drying of foodstuff in a fluidized bed: parametric study*. Ultrasonics, 44(Suppl 1), e539–e543. doi:[10.1016/j.ultras.2006.06.059](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2006.06.059).

GARCÍA-PÉREZ, J. V., CÁRCEL, J. A., RIERA, E., & MULET, A. (2009). *Influence of the applied acoustic energy on the drying of carrots and lemon peel*. Drying Technology, 27, 281–287.

GONÇALVES, N. D. F. *Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas*. Dissertação – Universidade do Porto, Porto, 2007.

GUYER, J. E., WHEELER, D., WARREN, J. A. *Fipy: Partial Differential Equations with Python*. Computing in Science & Engineering., v. 11, 2009, pp. 6-15.

HALÁSZ, L. *Refrigeração*. São Paulo: Secretaria da Indústria e Comércio do Estado de São Paulo, 1979. 219p.(Série: Tecnologia Agroindustrial, No.4).

HENDERSON, S. M.; PABIS, S. Grain drying theory. I. *Temperature effects on drying coefficient*. *J. Agric. Eng. Res.*, 6, 1961, pp. 169–74.

HENDERSON, S. M. *Progress in developing the thin layer drying equation*. *Trans. Am. Soc. Agr. Eng.*, 17, 1974, pp. 1167–8.

HENRÍQUEZ, C.; CÓRDOVA, A.; ALMONACID, S.; SAAVEDRA, J. *Kineic modeling of phenolic compound degradation during drum-drying of apple peel by-products*. *Journal of Food Engineering*. V. 143, 2014, pp. 146-153.

JANGAM, S. V., LAW, C. L., MUJUMDAR, A. S. *Drying of Foods, Vegetables and Fruits. Vol. 1*, ISBN – 798-981-08-6759-1, 2010.

KEEY, R.B. *Introduction to Industrial Drying Operations*. 1aEd. Oxford: Pergamon Press, 1978. 376p.

KORETSKY, M. D. *Engineering and Chemical Thermodynamics*. New York: Wiley, 2013.

KREITH, F.; MANGLIK, R. M.; BOHN, M. S.; *Principles of Heat Transfer*. Stamford: Cengage-Learning, 2011.

LEWIS, W. K. The drying of solid materials. *J. Ind. Eng.*, 5, 1921, pp. 427–33.

McCABE, W. L.; SMITH, J. C.; HARRIOT, P. *Units Operations of Chemical Engineering*. 6.<sup>a</sup> ed., Ed. McGraw-Hill, 2001, pp. 773-811.

MIDILLI, A.; KUCUK, H.; YAPAR, Z. A new model for single-layer drying. *Drying Technology*, 20(7), 2002, pp. 1503–1513.

---

MAGALHÃES, M. L.

MOHSEENIN, N.N. *Physical Properties of Plants and Animals Materials*. 4aEd. Amsterdam: Gordon and Breach Publishers Gordon and Breach Publishers, 1996. 841p.

MUJUMDAR, A. S. Drying fundamentals. In: BAKER, C. G. J. (Ed.). *Industrial drying of foods*. London: Chapman e Hall, 1997.

ORTUÑO, C., PEREZ-MUNUERA, I., PUIG, A., RIERA, E., & GARCÍA-PÉREZ, J. V. (2010). *Influence of power ultrasound application on mass transport and microstructure of orange peel during hot air drying*. *Physics Procedia*, 3, 153–159.

OVERHULTS, D.G.; WHITE, H.E.; HAMILTON, H. E.; ROSS, I. J. Drying of soybeans with heated air. *Transactions of the ASAE*, 16, 1973, pp. 112–113.

PACHECO-AGUIRRE, F. M., GARCÍA-ALVARADO, M. A., CORONA-JIMÉNEZ, E., RUIZ-ESPINOSA, H., CORTÉS-ZAVALA, O., RUIZ-LÓPEZ, I. I. *Drying modeling in products undergoing simultaneous size reduction and shape change: Appraisal of deformation effect on water diffusivity*. *Journal of Food Engineering*, v. 164, p. 30-39, 2015.

PAGE, G. E. *Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers*. Unpublished Master Thesis, Purdue University, Lafayette, IN, USA. 1949.

PERRY, R. H.; GREEN, D. W.; *Perry's Chemical Engineers' handbook*. New York: McGraw-Hill, 1999.

POLING, B. E.; PRAUSNITZ, J. M.; O'CONNELL, J. P.; *The properties of gases and liquids*. New York: McGraw-Hill, 2001.

ROCKLAND, L.B., Beuchat, L.R., 1987, *Water Activity: Theory and Applications to Food*, Marcel Dekker, New York.

SERENOTTI, F. *Avaliação da secagem para redução de volume e inativação de microrganismos em lodo de ete*. 2009. Tese – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

STRUMILLO, C.; KUDRA, T. *Drying: Principles, Applications and Design*. In: Hughes, R. *Topics in Chemical Engineering*. 3, University of Salford, UK, 1986.

THOMPSON, T. L.; PEART, R. M.; FOSTER, G. H. (1968). Mathematical simulation of corn drying – A new model. *Trans. ASAE*, 24 (3), 582-586.

TZEMPELIKOS, D., A., MITRAKOS, D., VOUIROS, A. P., BARDAKAS, A. V., FILIOS, A. E., MARGARIS, D. P. *Numerical modeling of heat and mass transfer during convective drying of cylindrical quince slices*. *Journal of Food Engineering*., v. 156, p. 10-21, 2015.

WANG, C. Y.; SINGH, R. P. A single layer drying equation for rough rice. Paper no. 3001. *American Society of Agricultural Engineers*. 1978.

WELTY, J. R., WICKS, C. E., WILSON, R. E., RORRER, G. L. *Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer*. New York: Wiley, 2007.