UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (ENCIMA)

JOÃO PAULO BENEVIDES LOPES

A SEQUÊNCIA FEDATHI E O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMETRICOS

FORTALEZA

2015

JOÃO PAULO BENEVIDES LOPES

A SEQUÊNCIA FEDATHI E O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMETRICOS

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Ensino em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino da Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Isaías Batista de Lima

FORTALEZA

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

L853s Lopes, João Paulo Benevides
A Sequência Fedathi e o ensino de sólidos geométricos / João Paulo Benevides Lopes. – 2015. 165 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2015.
Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática. Orientação: Prof. Dr. Isaías Batista de Lima.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Fedathi, Sequência. 3. Sólidos geométricos. I. Título .

CDD 516

JOÃO PAULO BENEVIDES LOPES

A SEQUÊNCIA FEDATHI E O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMETRICOS

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Ensino em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino da Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Isaías Batista de Lima

Aprovada em 29/01/2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Isaias Batista de Lima (Orientador)
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Profa. Dra. Silvany Bastos Santiago
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE

Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Dedico este trabalho a Deus, pelo dom da vida e pela fé nas coisas do alto.

À minha filha Laís, pelo seu amor incondicional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por iluminar a minha vida todos os dias e pela serenidade transmitida para eu conciliar os compromissos com o trabalho, a família e os estudos para conclusão dessa pesquisa, sem deixar faltar o necessário para o sustento em nossas vidas.

Aos meus pais, Adalmir Lopes e Célia Regina, que nunca mediram esforços para proporcionar a mim e aos meus irmãos o necessário para a nossa educação, desde o pagamento aos colégios, das "tarefinhas" de casa ensinadas e até, principalmente estes, os bons conselhos para vida.

Aos meus irmãos, Adalmir Júnior, Regina Célia e Rafael, que apesar de eu ser o mais velho, aprendi muito com eles, e por serem presentes não só nas memórias de nossa proveitosa infância, mas até hoje, mesmo morando hoje tão distante. Espero ser apenas o primeiro mestre dos outros que virão dessa casa.

À minha esposa Isabel Cavalcante, pelo carinho, respeito e cumplicidade.

À minha filha Laís Cavalcante que, apesar dos seus sete aninhos, tem me inspirado a lutar pela vida todos os dias.

Ao meu orientador, professor Isaías Lima, por apontar-me, pacientemente, os caminhos a serem trilhados nesta pesquisa, e pelo seu generoso empenho.

Aos meus colegas do mestrado ENCIMA, em especial ao Alessandro, Marciano, Célio e Neuzimar, pelas colaborações nas discussões deste trabalho e pelos momentos de descontração nos intervalos das aulas, que permitiram maior leveza ao fardo proporcionado pelos estudos.

Aos meus amigos professores da Escola Jáder Moreira de Carvalho, em especial ao Paulo Iran, Daniel Pinto, Tatiane Rocha e Arioston Queiroz, pelo tempo que travamos juntos a batalha na educação pública.

Aos mais novos amigos, Damasceno e Marluce, por motivarem-me todos os dias, proporcionando-me força e entusiasmo para seguir em frente nos estudos, e por serem tão presentes apesar da distância física.

Aos meus professores da minha infância e adolescência, que despertaram em mim essa paixão pela sala de aula, em especial ao professor Cícero, do voleibol do Colégio Lourenço Filho.

RESUMO

O ensino de Matemática, e em especial, o de Geometria, apresenta-se nos dias atuais ainda como um desafio aos educadores na busca da promoção de melhores índices de aprendizagem e, portanto, do sucesso escolar nesta disciplina. Neste sentido, o presente trabalho versa sobre a aplicação da metodologia da Sequência Fedathi no ensino de sólidos geométricos. Iniciou-se com uma pesquisa bibliográfica que objetivou compreender sobre a Geometria e seu ensino, bem como a fundamentação metodológica da Sequência Fedathi. Delineou-se ainda como uma pesquisa de campo que analisou o potencial pedagógico do referido método no ensino e na aprendizagem de sólidos geométricos. Teve como sujeitos da pesquisa duas turmas do 2º ano do Ensino Médio da EEM Liceu de Iguatu-Ce Dr. José Gondim, as quais foram divididas: uma turma controle e a outra onde a pesquisa foi desenvolvida. Nesta última, o ensino de sólidos geométricos foi trabalhado à luz da Sequência Fedathi. Nela havia uma população de 45 estudantes, dos quais 43 deles responderam ao questionário pré-teste (contendo os requisitos do conteúdo ministrado), enquanto que 42 responderam ao questionário pós-teste e ao questionário socioeconômico. Já na turma controle havia uma população de 40 alunos, sendo que uma amostra de 38 deles respondeu ao questionário pré-teste e 35 aos questionários pós-teste e socioeconômico. Este último questionário era fechado e objetivou caracterizar os sujeitos da pesquisa. Já os questionários pré-teste e pós-teste, que também compuseram as técnicas de pesquisa, eram semiestruturados e buscavam avaliar os resultados de aprendizagem dos estudantes. Foram ainda feitos registros dos planejamentos das sessões didáticas, resumo do plano de cada sessão e produzidas filmagens de cada sessão didática. A pesquisa de campo revelou que além dos conceitos de sólidos geométricos ser aplicável à metodologia da Sequência Fedathi, o ensino deste conteúdo pautado nesta Sequência favoreceu a melhores resultados de aprendizagem quando comparados aos da turma controle.

Palavras-chave: Sequência Fedathi. Sólidos geométricos. Ensino de Geometria.

ABSTRACT

The teaching of mathematics, and in particular the geometry, presents today still a challenge to educators in the pursuit of promoting better learning rates and therefore school success in this discipline. In this sense, the present work deals with the application of Fedathi Sequence methodology in the teaching of geometric solids. It began with a bibliographical research aimed at understanding on the geometry and its teaching, as well as the methodological foundation of Fedathi Sequence. It also outlined as a field of research that analyzed the pedagogical potential of this method in teaching and learning of geometric solids. Had as research subjects two classes of the 2nd year of high school the EEM Iguatu-Ce High School José Gondim, which were divided: one control group and the other where the research was conducted. In the latter, the teaching of geometric solids has worked in the light of Fedathi sequence. It had a population of 45 students, of which 43 of them responded to the pre-test questionnaire (containing the requirements of the given content), while 42 answered the post-test questionnaire and socioeconomic questionnaire. In the control group had a population of 40 students, with a sample of 38 of them responded to the pre-test questionnaire and 35 to the post-test questionnaires and socioeconomic. The latter questionnaire was closed and aimed to characterize the subjects. Already the pre-test and post-test questionnaires, which also composed the research techniques were semi-structured and sought to assess the students' learning outcomes. Were also made records of the educational sessions planning, plan summary of each session and produced recordings of each teaching session. The field research revealed that in addition to geometric solids concepts apply to the methodology of Fedathi Sequence, teaching this content ruled this sequence favored the better learning outcomes when compared to the control group.

Keywords: Fedathi Sequence. Geometric solids. Geometry education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Geometria, assim como a Aritmética e a Álgebra, é um ramo da Matemática, cujos conceitos estão relacionados com essas e outras áreas do conhecimento. Há indícios que este saber tenha surgido no período Paleolítico Superior. Além de ser uma ciência criada a partir da necessidade do homem, ela possui relação com o mundo que nos cerca.

Mesmo sendo uma disciplina relacionada a uma aplicação, seu ensino é, comumente, desatrelado da prática. Além disso, dentro do contexto da sala de aula, o estudo da Geometria é pautado em metodologias centradas na transmissão do conteúdo que não favorecem a aprendizagem dos estudantes.

Após o fracasso do Movimento da Matemática Moderna no Brasil[1], o qual será tratado de forma mais aprofundada adiante, muitos pesquisadores dedicaram seus trabalhos a discutirem um aprimoramento do ensino da Matemática e, em especial, ao de Geometria. Surgiram diversas metodologias de ensino que buscavam dar um suporte ao professor neste processo.

Dentre essas metodologias surgiu, na década de 90, um grupo de pesquisadores liderados pelo professor Hermínio Borges Neto, da Universidade Federal do Ceará, com uma proposta teórica metodológica que buscava fortalecer a prática pedagógica dialogada entre estudantes e professores para o Ensino da Matemática e das Ciências. Conhecida por Sequência Fedathi[2], o método é pautado em quatro etapas que consistem na tomada de posição, maturação, solução e prova.

O presente trabalho, por sua vez, buscou investigar a aplicação da Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio da EEM Liceu do Iguatu-Ce Dr. José Gondim. Os resultados de aprendizagem desta turma foram comparados com outra da mesma série dessa Escola, denominada turma controle, onde o ensino deste conteúdo não estava pautado no método Fedathi. É válido enfatizar que o conteúdo de sólidos geométricos foi escolhido por não haver registros de trabalhos científicos que fizeram uso do método Fedathi ao referido assunto.

[1] Movimento da Matemática Moderna no Brasil ocorrido por volta da década de 60, e é caracterizado, em linhas gerais, pelo grande rigor às demonstrações e pelo uso exagerado de simbolismo. O mesmo será aprofundado no capítulo 02 do presente trabalho.

[2] O nome FEDATHI foi uma homenagem do professor Hermínio Borges Neto, elaborador da Metodologia, aos seus três filhos: FElipe, DAniel e THIago. O capítulo 03 trás a caracterização e a fundamentação teórica deste método.

Os resultados obtidos, através dos questionários de pré-teste e de pós-teste, revelaram que o ensino de sólidos geométricos pautados na Sequência Fedathi favoreceu, de forma significativa, a melhores resultados de aprendizagem.

A aplicação da metodologia da Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos foi avaliada em cada uma das sessões didáticas desenvolvidas, desde o planejamento até a execução da aula, a qual foi registrada em vídeo, buscando evidenciar os elementos presentes da Sequência Fedathi. Tais vídeos tornaram-se o produto educacional dessa pesquisa: vídeo-aulas sobre “O ensino de sólidos geométricos a partir da Sequência Fedathi”.

Este trabalho é iniciado com uma revisão da literatura, onde se fez um breve histórico sobre a Geometria e o seu ensino, abordando desde a sua importância para a vida do estudante, até as dificuldades encontradas na transmissão deste conteúdo no contexto escolar. Há também a caracterização e a aplicação dos fundamentos metodológicos da Sequência Fedathi.

Em seguida, é detalhada a metodologia aplicada no trabalho, desde a escolha dos sujeitos da pesquisa, até a caracterizaçao dos mesmos. Aiante, são analisados os resultados de aprendazem dos estudantes envolvidos bem como a aplicação do método Fedathi ao ensino de sólidos geométricos. Por fim, afirma-se que este trabalho comprovou a aplicabilidade do ensino de sólidos geométricos à Sequência Fedathi, o favorecimento a melhores resultados de aprendizagem aos estudantes, à luz desta metodologia.

A questão que orienta essa pesquisa assim se apresenta: em que medida a Sequência Fedathi potencializa a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem de sólidos geométricos no ensino médio?

O objetivo, por tanto, é analisar o potencial pedagógico da Sequência Fedathi no ensino e na aprendizagem de sólidos geométricos. Além de outros objetivos mais específicos como historicizar sobre a geometria e as deficiências encontrados no seu ensino; explicitar os fundamentos metodológicos da Sequência Fedathi; elaborar sessões didáticas amparadas na Sequência Fedathi do conteúdo de sólidos geométricos; avaliar a aplicação do método Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos, assim como os resultados de aprendizagem obtidos a partir da metodologia.

Diante do exposto, o presente trabalho está assim estruturado: o 1º capítulo trata desta introdução que aborda a temática, a metodologia, o campo onde se deu a investigação, bem como a divisão dos capítulos e o que está em cada um deles.

O capítulo 2 versa sobre um breve histórico da Geometria e do seu ensino. A revisão da literatura abrange desde a importância dessa área do conhecimento para a vida do estudante, até as dificuldades encontradas na transmissão deste conteúdo no contexto escolar.

O capítulo 3 apresenta e caracteriza a fundamentação teórica da metodologia Sequência Fedathi, a qual se volta à área de Matemática e Ciências, trazendo uma breve introdução, o detalhamento de cada uma das etapas em que se divide, a diferença entre o ensino tradicional e o método Fedathi, assim como sua aplicação em trabalhos de cunho científicos.

O capítulo 4 traz o detalhamento dos procedimentos metodológicos do trabalho, abordando a metodologia e as técnicas aplicadas na pesquisa, além dos critérios de escolha dos sujeitos e a caracterização dos mesmos, da população e da amostragem utilizada na pesquisa de campo.

No capítulo 5 são analisados os resultados da pesquisa sob o aspecto da aprendizagem do conteúdo de sólidos geométricos, a partir da tabulação obtida das respostas apresentadas nos questionários pré-teste e pós-teste, comparando a turma onde a pesquisa foi desenvolvida com a de controle.

O capítulo 6 discorre sobre o potencial pedagógico da metodologia da Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos em cada uma das sessões didáticas desenvolvidas na pesquisa de campo.

O capítulo 7 apresenta o produto educacional deste trabalho, que consiste em vídeo-aulas com o título “O ensino de sólidos geométricos a partir da Sequência Fedathi”. Este produto é oriundo dos registros de filmagens das sessões didáticas desenvolvidas em campo.

As considerações finais são apresentadas no capítulo 8, onde se evidencia que o ensino de sólidos geométricos com o uso da Sequência Fedathi favorece a melhores resultados de aprendizagem aos estudantes, além de apontar que o método Fedathi é aplicável ao ensino do mencionado conteúdo.

2. UM BREVE HISTÓRICO SOBRE A GEOMETRIA E SOBRE O SEU ENSINO

A etimologia da palavra *Geometria* vem do latim e significa medida da terra. É compreendida como o "ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras planas e dos sólidos" (LUFT, 2009, p. 352). Nessa mesma perspectiva, Ferreira (2010) caracteriza a Geometria como uma ciência que investiga as formas e as dimensões dos entes matemáticos.

Boyer, Merzbach (2012) relatam que evidências apresentadas em desenhos, utensílios, cerâmicas e armas, apontam que a origem da Geometria está relacionada ao período Paleolítico superior. Noções geométricas (relacionadas tanto aos conceitos quanto às formas) podem ser observadas nos povos primitivos dentre elas: a simetria, o triângulo e o quadrado. Os sumerianos, por exemplo, por volta dos 3.000 a.C., faziam uso do cálculo da área de um retângulo multiplicando o comprimento pela largura. A posteriori, o cálculo da área de quadriláteros não regulares era feito por aproximação.

Durante o século V a.C., conforme Mendes (2001), a Geometria passou a ser tratada de forma especial, recebendo uma importância de natureza científica por parte de estudiosos como os filósofos, os físicos, os matemáticos e os astrônomos. A obra *Os Elementos*, de Euclides, ganhou evidência nesse sentido pelo seu rigor na formação dos princípios básicos pautados nos postulados e axiomas. Isso revela que, a exemplo da Aritmética, a Geometria progrediu a partir da organização do homem em tribos, as quais se transformaram em cidades no entorno das bordas de rios.

Alguns autores tratam da importância desta área do conhecimento. Para Cunha, Lima (2004), o estudo da Geometria favorece ao desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes. Inserí-lo no contexto da sala de aula possibilita a apreensão dos conceitos geométricos de forma integrada ao cotidiano que nos cerca. Por ter o desafio como característica intrínseca, os referidos autores assinalam que a Geometria é capaz de provocar o interesse, instigar a curiosidade, aprimorar o espírito investigativo e desenvolver a habilidade para solucionar problemas.

Por outro lador, Lorenzato (1995); Fainguelernt (1995); Mocrosky; Baumann; Mondini (2009) colaboram com a ideia da importância da Geometria elencando fatores que levam os educadores e a sociedade como um todo a valorizar este saber. Tais fatores consistem na presença da Geometria no mundo em que nos cerca (em objetos, nas edificações da construção civil), na necessidade de desenvolvermos um senso de localização, direção ou sentido; além dessa disciplina favorecer também à resolução de problemas nas diversas áreas. A Geometria é percebida como formativa, por capacitar o homem às atividades de interpretar e compreender o mundo. Ela também possibilita o processo de abstração e generalização nas relações presentes no mundo, o que favorece para a uma conexão entre o intuitivo e o formal.

A Geometria é também uma ótima ferramenta para auxiliar em outras disciplinas ou áreas do conhecimento como a leitura e interpretação de um mapa, a compreensão de um gráfico estatístico (em forma de pizza, por exemplo), o entendimento de conceitos de medidas, dentre outros. Evidências apresentadas sobre a história das civilizações, através das imagens, exemplificam o papel fundamental que a Geometria teve na conquista do conhecimento artístico, científico e matemático. O conhecimento geométrico, por sua vez, facilita na interpretação de tabelas, fórmulas e enunciados, apresentados, muitas vezes, na forma de imagem (LORENZATO, 1995).

O referido autor ilustrou o hábito que Albert Einstein tinha de geometrizar suas ideias. Ele acreditava que isso tanto facilitava a comunicação destas quanto auxiliava na evolução de seu pensamento. O renomado físico atribuiu, em 1921, grande contribuição da Geometria para formulação da teoria da relatividade.

Lorenzato (1995) acrescenta ainda as consequências da *não* [grifo nosso] compreensão da Geometria através do trecho a seguir:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p.3).

Desta forma, a Geometria se mostra como componente fundamental nos currículos de Matemática, na Educação Básica. Para a construção e desenvolvimento dos conceitos básicos de Geometria junto aos estudantes, exige-se do professor de Matemática o domínio dos conteúdos a serem ensinados e a competência pedagógica de criar e direcionar situações de aprendizagem para tanto (LIMA; CUNHA; SALES, 2013). A transposição didática atrelada ao domínio dos conteúdos geométricos são requisitos indispensáveis para um bom professor de Matemática.

Por uma série de fatores o ensino de Geometria ainda é pouco explorado. Dentre eles, Lima *et al* (2007) elenca a fragilidade dos cursos de formação de professores de Matemática, por se pautarem em uma metodologia centrada na transmissão dos conteúdos, que valoriza a oralidade e que utiliza recursos didáticos inspirados em livros, na maioria das vezes, sem boa qualidade.

Segundo Lima, Bellemain (2002) e Rocha (2006), o estudo de Geometria no âmbito escolar, quando ainda acontece, ocorre de forma inadequada e apoiada no uso exclusivo do livro didático como recurso. Nesta pesquisa desenvolveu-se o ensino de sólidos geométricos a partir do uso da metodologia Sequência Fedathi.

Direcionando agora para o contexto educacional do Brasil, dentre as diversas tentativas de se aprimorar a qualidade da Educação Básica, o movimento conhecido por Matemática Moderna merece destaque. Ele aconteceu na década de 1960 e tinha como objetivo estreitar a Matemática escolar com a Matemática acadêmica (LIMA; CUNHA; SALES, 2013).

Nesse período, a Matemática da Educação Básica, visando garantir uma maior precisão, passou a adotar uma linguagem formal em seus textos, exagerando nas definições, fazendo isso de forma minuciosa com todos os conceitos utilizados. Embora se admita que o uso de um simbolismo seja útil e até necessário, dentro da Matemática Moderna o mesmo foi utilizado de forma abusiva, justificado pelo fim das definições precisas. Todo esse rigor consistia na linguagem de novos campos, tais como o “da álgebra abstrata, o da lógica simbólica, o da teoria estabelecida e a álgebra de Boole” (KLINE, 1976, p.34).

Esse caráter formalista, imprimindo grande importância à linguagem e à simbologia, fez Fiorentini (1995) concluir que a abordagem da Matemática era marcada por uma característica de interagir com ela mesma.

> A concepção formalista moderna manifesta-se na medida em que passa a enfatizar a Matemática pela Matemática, suas fórmulas, seus aspectos estruturais, suas definições (iniciando geralmente por elas), em detrimento da essência e do significado epistemológico dos conceitos. Isto, porque se preocupa exageradamente com a linguagem, com o uso correto dos símbolos, com a precisão, com o rigor, sem dar atenção ao processo que os produzem, porque enfatiza o lógico sobre o psicológico, o formal sobre o social, o sistemático estruturado sobre o histórico; porque trata a matemática como se ela fosse “neutra” e não tivesse relação com interesses sociais e políticos (FIORENTINI, 1995, p.16).

Dentro do contexto escolar, o resultado produzido por esse movimento, segundo Lima; Sales (2012) foi a redução do estudo da Geometria. A justificativa para tal fato foi que, se por um lado os professores não compreenderam a proposta pedagógica apresentada, causando-lhes insegurança no seu fazer pedagógico, por outro lado, de forma consequente, os alunos também não compreendiam o que era transmitido. Por conseguinte, Kline (1976) caracterizava essa intervenção originada na década de 60 como fracasso para a educação brasileira.

Lorenzato (1995) testemunhou consequências da Matemática Moderna em seus estudos. Percebe-se que seu pensamento ainda está inserido no contexto atual. A saber:

> O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcantemente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje (LORENZATO, 1995).

Havia quem conseguisse identificar aspectos positivos deixados por esta reforma, apesar de reconhecer suas limitações, deficiências e prejuízos, como o Professor Ubiratan D’Ambrósio, quando afirma que:

> Se a Matemática Moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da Matemática e mudar – sem dúvida para melhor – o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo a linguagem moderna de conjuntos. Claro que houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o salto foi altamente positivo. Isso se passou com essas mesmas características em todo o mundo [...] (D’AMBRÓSIO, 1998, p. 57-58).

Outra consequência propositiva trazida por essa reforma foi a dedicação aos estudos por parte de alguns pesquisadores no campo da Matemática, como Miorim; Miguel; Fiorentini (1993) e Lorenzato (1995), que objetivavam resgatar o ensino da Geometria dentro do âmbito escolar. Essas pesquisas, combinadas com o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais em 1997, provocaram grandes contribuições aos debates acerca do ensino dessa disciplina em todo o território nacional (LIMA; CUNHA; SALES, 2013).

Na avaliação feita por Lorenzato (1995, p.3-4), há uma lacuna entre a Geometria e o aluno resultante do desconhecimento do professor sobre “[...] o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar a Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la”. Sobre a dependência do ensino ao uso livro didático, o autor se posicionava:

> Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico [...]. (LORENZATO, 1995, p. 127).

Neste mesmo período, Nelson Antônio Pirola revelou o resultado de uma pesquisa aplicada com estudantes de nível superior de cursos que habilitam ao exercício do Magistério e do curso de Matemática da Universidade Estadual Paulista – UNESP. Esse estudo apontou que os graduandos em Matemática, em uma escala de 0 a 10, obtiveram uma média 2, e os do magistério alcançaram média 0,68, constatando que eles não estavam "aptos a lecionar adequadamente" (REVISTA EDUCAÇÃO, 2001, p. 39).

A propósito, Nacarato (2001, p. 84) evidencia que são vários os fatores colaborativos para o não firmamento da Geometria no contexto escolar, dentre eles: "A própria história do ensino de Matemática no Brasil e, em especial, o de geometria; e a não compreensão, por parte dos professores, da importância da formação de conceitos geométricos para o desenvolvimento do pensamento matemático."

Atualmente, Lima; Sales (2012) apontam que ainda há essa problemática em torno do ensino de Geometria na sala de aula. A discussão da mesma ainda é precária e, quando acontece, há uma preferência pelo debate a respeito do estudo de medidas.

No próximo capítulo serão abordados os aspectos metodológicos que caracterizam e fundamentam a Sequência Fedathi. Uma metodologia que favorece a prática pedagógica no contexto escolar, dialogada entre estudantes e professores, para o ensino de Ciências e Matemática.

3. OS FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Na apresentação do livro "*Sequência Fedathi*: uma proposta Pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática", os autores descrevem a Sequência como uma proposta teórico-metodológica, a qual foi elaborada e desenvolvida pelo Laboratório de Pesquisa Multimeios, na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, sob a coordenação do professor Dr. Hermínio Borges Neto. A metodologia propõe subsidiar o fortalecimento da prática pedagógica no contexto escolar, possibilitando que a mesma seja dialogada entre os sujeitos envolvidos – estudantes e professores (SOUSA, VASCONCELOS, BORGES NETO et al, 2013).

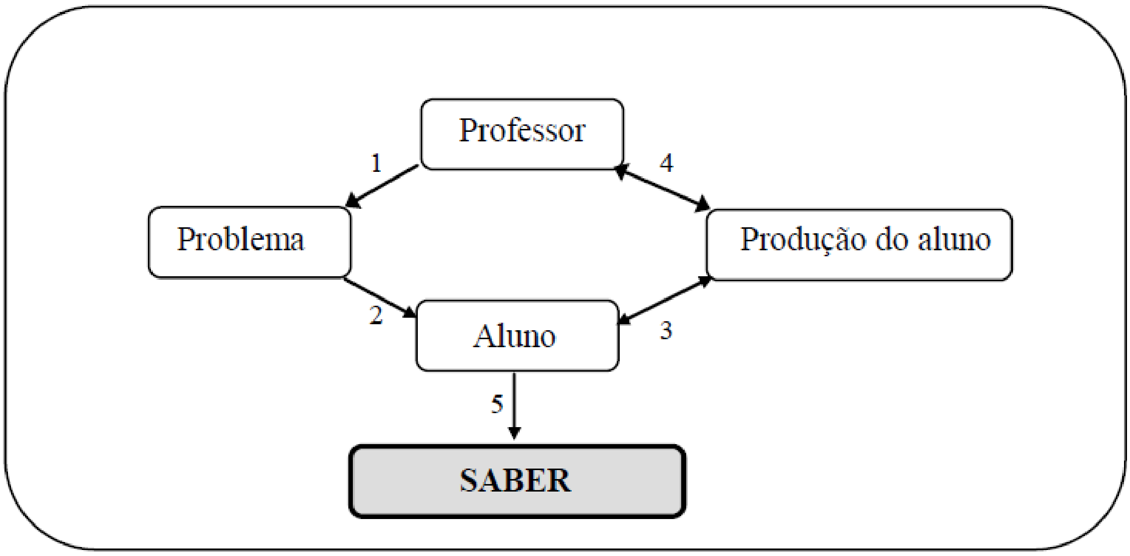
Esses autores partem do pressuposto de que os conhecimentos matemáticos ensinados por um professor, ao utilizar a Sequência Fedathi, sejam pautados nos passos de um trabalho investigativo de um matemático, oportunizando uma maior autonomia ao aluno em seu processo de aprendizagem, em uma perspectiva transformadora.

Desta forma, Borges Neto compreende que o aluno, ao estar diante de um problema novo, deve reproduzir os passos que um matemático realiza ao se debruçar sobre seus ensaios, sendo eles elencar os dados do problema, experimentar possíveis caminhos que possam levar à solução, analisar eventuais erros, buscar conhecimentos para construir a solução, validar os resultados para saber se errou e onde ocorreu o erro, corrigi-lo e elaborar um modelo.

Para composição da Sequência Fedathi foi tomado como referência as etapas seguidas no trabalho científico de um matemático. A metodologia foi dividida em quatro etapas sequenciais e interdependentes, denominadas: tomada de posição; maturação; solução e prova. Sem necessitar dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao atual momento, o aluno reproduz, de forma ativa, os mesmos passos percorridos pela humanidade para compreender os ensinamentos (BORGES NETO & DIAS, 1999).

Pelo fato de possibilitar ao aluno a elaboração dos conceitos de forma significativa, é que Souza (2010) entende a importância de reproduzir esse ambiente de investigação científica. As possíveis soluções do problema apresentado serão o objeto que nortearão a mediação do docente, a fim de conduzir o estudante a constituir o conhecimento em jogo. Para tanto, o professor precisa considerar os conhecimentos prévios dos discentes relacionados ao desenvolvimento da atividade proposta. A figura a seguir traz uma síntese da relação desenvolvida pela tríade (professor–saber–aluno) na formulação de um conhecimento em Fedathi.

Figura 1 – Relação professor-aluno-saber na Sequência Fedathi



Fonte: Borges Neto et al (2001).

Percebe-se com a figura 1 que o professor dar início ao processo de ensino por meio de um problema, previamente selecionado, que tenha relação ao que se pretende ensinar, podendo ainda ser iniciado a partir de uma situação apresentada pelo aluno (1). Em seguida, o professor adapta o problema em linguagem adequada aos alunos para apresenta-lo a estes (2). Então os alunos irão explorar o problema buscando uma solução (3). Ao encontrá-lo, o professor deverá analisá-la junto ao grupo (4). Os passos 3 e 4 se repetirão de acordo com o diálogo sobre a solução, objetivando à formulação do saber pelo aluno (5). A mediação entre a tríade professor – saber – aluno corresponderá a este instante (SOUZA, 2010).

3.1 Etapas da Sequência Fedathi

1ª – Tomada de posição: apresentação do problema

Segundo Souza (2010), o molde do problema apresentado pelo professor, nesta etapa da Sequência, deverá partir de uma situação generalizável, em outras palavras, de uma circunstância possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico. Tal situação-problema deverá ter correlação com o conhecimento que se pretende ensinar ao aluno e ser apreendido por este no final do processo. Por conta disso, é importante que a aplicação do saber em jogo seja um dos meios para solucionar o problema. Este poderá ser abordado de forma escrita ou verbal, em um jogo, em uma pergunta, a partir da manipulação de materiais concretos ou ainda ao manusear um software. Já os alunos podem desenvolver a solução de forma individual ou coletiva.

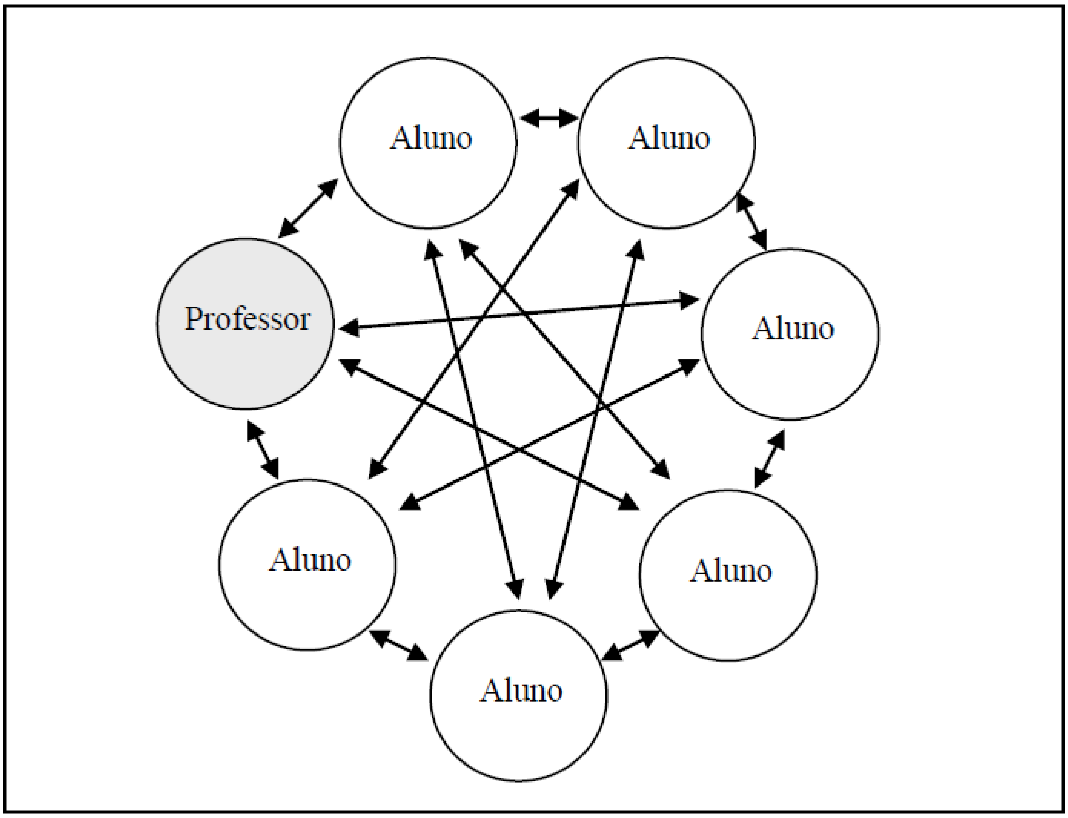
Precede à Tomada de Posição, ou seja, antes mesmo da apresentação do problema, a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes relacionados com o saber a ser apreendido pelos mesmos, por meio de um **diagnóstico**. Procurando identificar os aspectos fortes e fracos dos seus alunos, o professor será um investigador de sua sala de aula. O diagnóstico é composto de dois momentos: no primeiro ocorre a definição dos conhecimentos prévios que os alunos necessitam, ou devem ter, para apreender o novo conhecimento; no segundo se dá a investigação destes conceitos prévios junto aos estudantes. Tanto a organização, como o planejamento e o próprio processo das realizações didáticas, serão determinados pelos resultados obtidos através do diagnóstico (SOUZA, 2010).

A autora menciona ainda a importância do professor iniciar a sua proposta de ensino apresentando as informações matemáticas iniciais (das quais estão relacionadas com o(s) conceito(s) encontrado(s) no problema a fim de envolver a turma com o trabalho matemático a ser executado por essa). Assim, o grupo estará inserido no contexto (inicial) do problema, bem como situado no universo matemático a ser explorado.

Para nortear o trabalho dos alunos, o professor deverá estabelecer regras na etapa da Tomada de Posição (SOUZA, 2010). Essas regras devem favorecer a realização de um trabalho interativo entre alunos e professor, de forma que estes sujeitos se integrem ao grupo com o intuito de estabelecer uma **interação multilateral**. Segundo Bordanave (1993), o professor que se insere no grupo buscando esse tipo de interação desenvolve atitudes como refletir, ouvir, indagar, levantar hipóteses junto aos alunos acerca do saber em questão e, ainda, desenvolve a capacidade de provocar questionamentos sobre estes.

O hábito de receber do professor os saberes previamente elaborados, pode levar os alunos, acostumados com o ensino tradicional, a conceber os primeiros questionamentos, as discussões e os debates, presentes na interação multilateral, como perca de tempo. Até mesmo o professor poderá fazer algumas indagações relacionadas à estruturação dos conceitos a partir das discussões, aos eventuais problemas de indisciplina, ou ainda sobre o tempo excessivo que leva o trabalho em grupo frente a uma boa explicação oral. Esses e outros questionamentos que possam surgir, serão superados à medida que o professor se apropria da teoria bem como de sua aplicação enquanto metodologia de trabalho (BORDANAVE, 1993).

Figura 2: ***Interação Multilateral*** **entre professor e aluno**



Fonte: Bordanave (1983).

Na figura 2 é ilustrada a relação entre professor e alunos, na interação multilateral. Neste instante, a participação de todos os envolvidos no debate passa a ter o mesmo grau de importância, deixando de ser centrado no professor. É importante a adoção de uma linguagem acessível por parte do professor, sem que ele se esqueça das peculiaridades da comunicação matemática.

O planejamento é uma condição *sine qua non* para alcançar os resultados esperados nas próximas etapas da Sequência. O mesmo precisa ser flexível, mediante a possível necessidade de adaptações, visando à participação de toda a turma. Assim, é função do docente moldar o ambiente da sala de aula, a fim de conquistar, orientar e preparar os alunos (SOUZA, 2010).

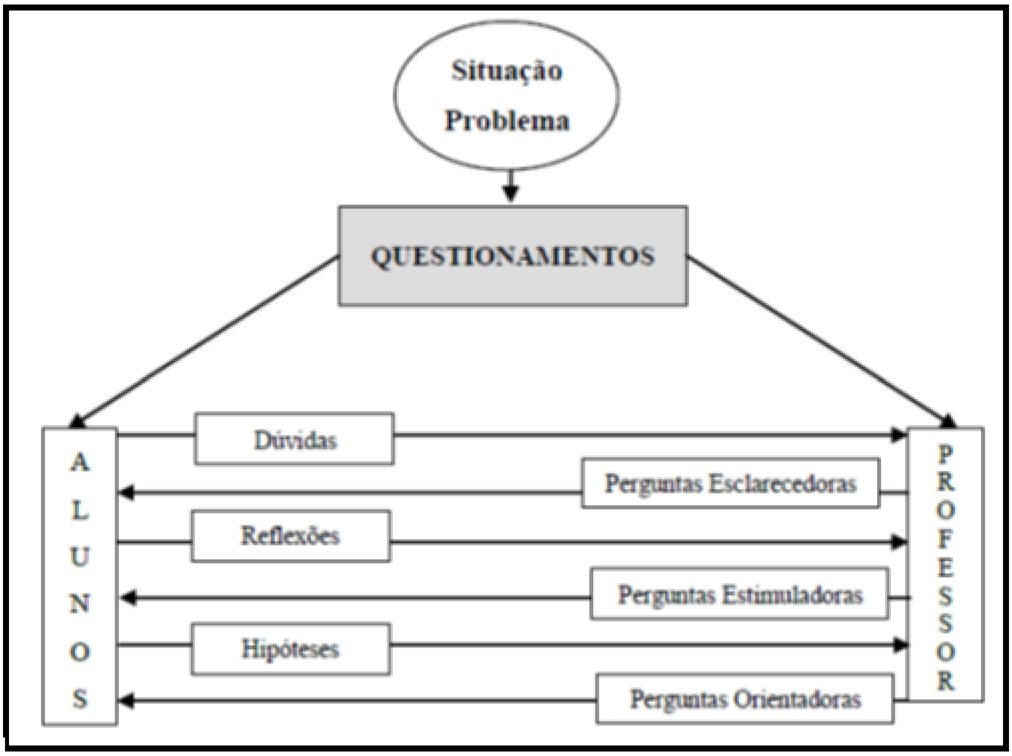
2ª – Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema

Nesta etapa, ocorre a discussão entre professor e alunos sobre a situação-problema, ficando a cargo dos alunos a busca da compreensão do problema bem como a identificação de possíveis caminhos para solucioná-lo. A partir daí, os alunos deverão identificar os dados contidos no problema, assim como a sua relação com o que está sendo por ele solicitado (SOUZA, 2010).

A autora frisa a relevância dos **questionamentos** na formulação do raciocínio matemático, justificando que estes promovem tanto o raciocínio intelectual dos alunos, quanto proporcionam o *feedback* ao professor, o qual irá certificá-lo se os mesmos estão acompanhando-o no desenvolvimento dos conteúdos ensinados. Os questionamentos surgem, em sua maioria, por parte dos alunos, no instante em que estes se debruçam sobre as informações do problema, implicando em reflexões, hipóteses e formulações, visando caminhos que os levem à solução do problema. Porém, os questionamentos podem ser propostos pelo professor, por meio de perguntas estimuladoras, esclarecedoras e orientadoras.

Para Souza (2010), seja nas atividades individuais ou nas desenvolvidas em grupos, os questionamentos surgem de maneira natural entre os alunos. Esses últimos buscam o professor para certificar as hipóteses elencadas ou validar o caminho previamente iniciado por eles. O professor deve oportunizar este momento para potencializar e conduzir o desenvolvimento do raciocínio dos discentes, fazendo perguntas com objetivos diferentes, conforme está estruturado e apresentado na figura 3. A mesma ilustra, de forma resumida, os tipos de questionamentos que podem surgir durante essa etapa da Sequência.

Figura 3 – Tipos de Questionamentos em Relação à Situação-problema.



Fonte: Souza (2010).

A autora ainda descreve, exemplificando, esses tipos de questionamentos. Os exemplos contidos na descrição e caracterização a seguir, foram retirados da Tese de doutorado da Professora Maria José Araújo Souza (2010), ou escritos com base nestes.

I. Dos questionamentos dos alunos

a. Dúvidas

Na maioria das ocasiões, as dúvidas são manifestadas pelos alunos no início da resolução do problema. Elas podem tratar sobre a definição quanto à forma de representar a resposta, ou sobre os conceitos aplicáveis à resolução do problema, ou um pedido ao professor de apontamento do início da resolução ou, ainda, a resolução de um problema parecido. Souza (2010) apresenta alguns exemplos, vejamos:

> - Professor, eu posso resolver fazendo um desenho ou preciso usar fórmula?
> - Professor, o problema pode ser resolvido usando a propriedade do ponto médio ou o senhor quer que faça de outro jeito?
> - Professor, o senhor nunca passou um problema igual a este. Dá para resolver uma questão parecida? (SOUZA, 2010, p. 89)

Indagações como essas podem surgir quando os estudantes se encontram no início da busca do caminho que solucionará o problema. Para Borges Neto *et al* (2001), o professor deve adotar a postura que ele denomina *mão-no-bolso* para responder a questionamentos como os que foram ilustrados anteriormente, ou seja, o professor irá induzir o aluno a pensar, sem apresentar-lhe uma resposta direta. Pautados nos exemplos trazidos por Souza (2010) anteriormente, ilustrou-se, a seguir, essa postura correlacionando fazendo uma correlação, por meio de um diálogo, com os exemplos de questionamentos de *dúvida*, vejamos:

Dúvida do aluno: - *Professor, eu posso resolver fazendo um desenho ou preciso usar fórmula?*

- *O seu desenho ajuda a chega à resposta?* – resposta do professor com postura mão-no-bolso.

Dúvida do aluno: - *Professor, o problema pode ser resolvido usando a propriedade do ponto médio ou o senhor quer que faça de outro jeito?*

- *Por que utilizou este conceito na resolução?* – resposta do professor com postura mão-no-bolso.

Dúvida do aluno: - *Professor, o senhor nunca passou um problema igual a este. Dá para resolver uma questão parecida?*

- *Veja em seu caderno se já resolvemos alguma questão parecida* resposta do professor com postura mão-no-bolso.

b. Reflexões

Surgem, geralmente, no momento em que os estudantes já elaboraram algum tipo de solução. Eles indagam se a solução está correta, se obedece às condições propostas pelo problema ou se há outras maneiras de elucidação da questão (SOUZA, 2010). Os exemplos a seguir ilustram este tipo de questionamento, vejamos:

- *A resposta correta é está?*
- *Professor, é assim que se resolve?*
- *Professor, esta é a forma mais fácil de resolver o problema ou existe outra?*

c. Hipóteses

Segundo Souza (2010), as hipóteses surgem quando os alunos buscam os caminhos para validar (ou testar) as suas respostas. Tais tentativas são realizadas através da utilização da linguagem matemática ou de uma explicação, oral ou escrita, em linguagem comum. A autora indica alguns exemplos para complementar essa definição, vejamos.

- *Professor, fiz os cálculos e cheguei a este valor. Como posso ter certeza que a resposta é esta?*
- *Professor, pelo que verifiquei na resposta final, os dados batem com uma das alternativas da questão, especificamente com a alternativa "a". Este é a resposta correta, não é?*
- *Professor, calculei o valor desconhecido por meio da relação de Euler e deu este valor. O número de vértices é 8?*

II. Dos questionamentos dos professores

a. Perguntas esclarecedoras

A principal função das *perguntas esclarecedoras* é possibilitar ao professor um *feedback*. Ou seja, objetiva-se verificar o que e como os alunos estão entendendo sobre o que está sendo apresentado. Assim os alunos são conduzidos a reformularem o seu aprendizado e fazerem relação do assunto atual com outro já tratado (SOUZA, 2010). Os exemplos a seguir foram elaborados tendo como base os que a autora ilustrou na então referida obra.

- *O que o problema pede? Qual a principal pergunta?*
- *Será que todo retângulo é paralelogramo? E todo paralelogramo é retângulo?*
- *O que diz a propriedade do produto de potências de mesma base? Isso foi visto no bimestre passado.*
- *Vocês ainda se recordam como calcular área de figuras planas?*

b. Perguntas estimuladoras

Seu objetivo, segundo Souza (2010), é instigar o aluno a fazer descobertas, estimulando-o a pensar de forma criativa, suscitando assim uma cadeia de outros questionamentos, elencados, todos eles, a partir da primeira pergunta. Desta forma, os estudantes serão conduzidos à conclusão pretendida pelo professor. Vejamos os exemplos a seguir dos quais foram pautados nos exemplos utilizados pela autora.

- *Quais as razões trigonométricas de um triângulo retângulo?*
- *Como podemos representar a planificação deste sólido geométrico?*
- *Por que multiplicamos o numerador e o denominador pelo mesmo valor do denominador, no caso por* $\sqrt{3}$*?*

c. Perguntas orientadoras

Para Souza (2010), as *perguntas orientadoras* buscam fazer com que o aluno compreenda e relacione o problema com o caminho a ser seguido para ser solucionado. Os exemplos a seguir ilustram este conceito e foram construídos baseados nessa ideia, defendida pela autora.

- *Será que o problema pode ser resolvido de forma intuitiva?*
- *Será que se separarmos os dados oferecidos pelo problema, poderá facilitar a compreensão do mesmo?*
- *E se vocês me perguntarem: professor, eu poderia fazer dessa forma? (exemplo clássico de pergunta, muito apropriado e utilizado quando os alunos têm dificuldade em expressar seus questionamentos).*

Em suma, para que os estudantes organizem suas ideias, levantem hipóteses, façam suas análises e suas reflexões acerca da solução, os questionamentos exercem papel fundamental. Souza (2010) acrescenta ainda que os mesmos são importantes para orientar o raciocínio dos alunos, e que durante a segunda etapa da Sequência,

> [...] o professor deve estar atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo (SOUZA, 2010, p. 91).

Tanto para que se desenvolva seu raciocínio quanto para uma boa aprendizagem final, o trabalho do aluno na fase de maturação é essencial. Sem ele, o estudante apreenderá as informações de forma temporária e passageira (SOUZA, 2010). Há professores que apresentam o conteúdo de forma apressada, visando o cumprimento dos planos de aula e por considerarem as discussões como perca de tempo. Porém, o que a autora observa é que a aprendizagem não é desenvolvida na maioria dos alunos.

A autora ainda menciona que a maturação do problema exige um tempo significativo da aula. Além disso, o professor deve considerar também o ritmo heterogêneo dos alunos ao desenvolverem suas atividades. Assim, ao ajustar o tempo de realização da aula, o professor deve adequar-se ao tipo de problema estudado, ao rendimento dos alunos e ao que se pretende realizar no período total de aulas.

3ª – Solução: representação e organização de esquemas, modelos que visem à solução do problema

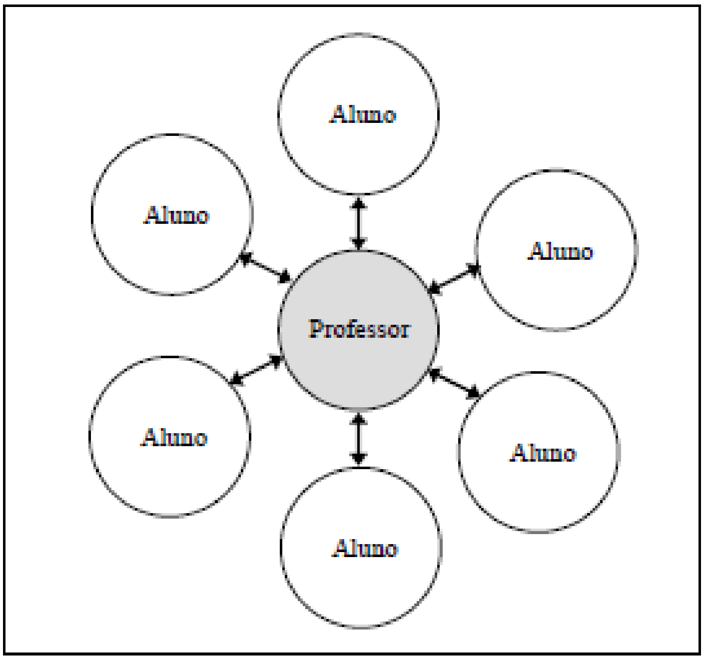
Nesta fase da Sequência, os alunos organizarão e apresentarão esquemas/modelos que possam conduzi-los na elucidação do problema proposto. Esses modelos podem ser apresentados em linguagem escrita / matemática, ou ainda através de desenhos, gráficos, esquemas ou apenas verbalmente (SOUZA, 2010).

Durante a realização dessa etapa, é interessante que ocorra a troca de ideias, opiniões e discussões entre os alunos sobre os seus pontos de vista acerca dos modelos propostos. Para tanto, se faz necessário que o professor estimule seus alunos a explicarem o caminho escolhido por eles, bem como questioná-los se tal caminho envolve todas as variáveis do problema de forma a ser suficiente para encontrar a resposta em questão. Neste momento, os alunos deverão pensar e refletir, a fim de avaliar tais respostas através de ensaios, erros e tentativas, para assim validarem, com o anúncio do professor, os modelos propostos (SOUZA, 2010).

A autora acrescenta que é essencial a análise do professor aos diferentes esquemas apresentados pelos alunos, a fim de constituir, baseando-se nela, o novo conceito matemático implicado. Ao longo da realização desses esquemas, a função mediadora do professor se dará através da discussão das resoluções encontradas juntamente com todo o grupo para, a partir daí, encontrarem a representação que mais se adeque para responder o problema em questão.

Diferentemente da etapa da Tomada de Posição, onde a interação entre professor e aluno é multilateral, os debates e as discussões a respeito da solução ocorrem mediante a uma *interação bilateral*. Nesse instante, segundo Bordanave (1993), o professor se coloca à frente da organização, da discussão, assim como da análise das soluções elencadas pelos alunos, pelo fato de ser o detentor do conhecimento, conduzindo a elaboração e a apresentação da solução final. Vejamos a figura 4 ilustrada pelo autor para sintetizar essa relação.

Figura 4 – Interação Bilateral entre Professor e Alunos Durante a Discussão e Análise das Soluções



Fonte: Bordanave (1993).

A refutação dos modelos inadequados, a partir de verificações e de contraexemplos, é importante ser estimulada pelo professor. Uma forma de mostrar a limitação de um modelo específico é apresentando situações-problemas diferentes da inicial (SOUZA, 2010).

A autora ainda relata que nesse estágio da aula, é comum a constatação de que apenas alguns alunos, os mais afeitos à Matemática, cheguem às respostas corretas, através de diversas soluções. Entretanto, esses modelos matemáticos apresentados são incompletos quando comparados ao que se pretende ensinar. Todavia, como a Sequência Fedathi objetiva à formulação de um novo saber ao estudante, que é desconhecido pelo mesmo, pelo menos quanto à sua forma científica, é nesse momento que o professor começará a delinear tal conhecimento para apresentá-lo (etapa da Prova).

Souza (2010) destaca a relevância da discussão das soluções por possibilitar ao estudante a percepção das diversas compreensões e representações do grupo em relação aos problemas matemáticos. O ato de identificar, interpretar e discutir as soluções (e/ou erros) apresentadas pelos alunos, é que se estabelece o momento determinante do trabalho na aprendizagem matemática, haja vista que os alunos são colocados diante da possibilidade de visualizarem e refletirem as diversas soluções apresentadas pelo grupo para validarem, ou não, cada uma delas. A autora acrescenta:

> A análise das soluções e seus possíveis erros, permitem o aluno conhecer as diferentes formas de interpretação das questões trabalhadas, tornando-os conscientes da resolução correta, além de ajudar a não reincidirem em raciocínios equivocados na resolução de questões semelhantes, é também um momento decisivo para compreenderem e desenvolverem raciocínios matematicamente corretos (SOUZA, 2010, p. 94).

Para a etapa da Solução, a competência **didático-matemática** do professor é fundamental para a interpretação e discussão das representações dos alunos. Tal competência é resultado da formação do docente desde a educação básica até o ensino superior, assim como a formação da experimentação e aperfeiçoamento desde os saberes adquiridos por intermédio do fazer pedagógico e da pesquisa.

> A competência didático-matemático é, neste contexto, definida com o conjunto dos conhecimentos matemáticos e didáticos incorporados pelo professor e sua habilidade em acioná-los de forma conjunta durante as etapas do ensino, de modo a atingir os objetivos previamente definidos, em relação aos saberes matemáticos a serem construídos pelos alunos (SOUZA, 2010, p. 94).

Souza (2010) afirma que é imprescindível que o professor tenha domínio tanto dos conceitos matemáticos que vai ensinar, quanto dos interligados a estes, além dos elementos da Didática Geral e da Didática Matemática a serem aplicados em suas aulas. Esta base de conhecimento será determinante para que os alunos estejam atentos, compreendam e participem da estruturação das soluções, além de motivá-los a se comportarem de forma participativa ao longo da aula.

4ª – Prova: apresentação e formação do modelo matemático a ser ensinado

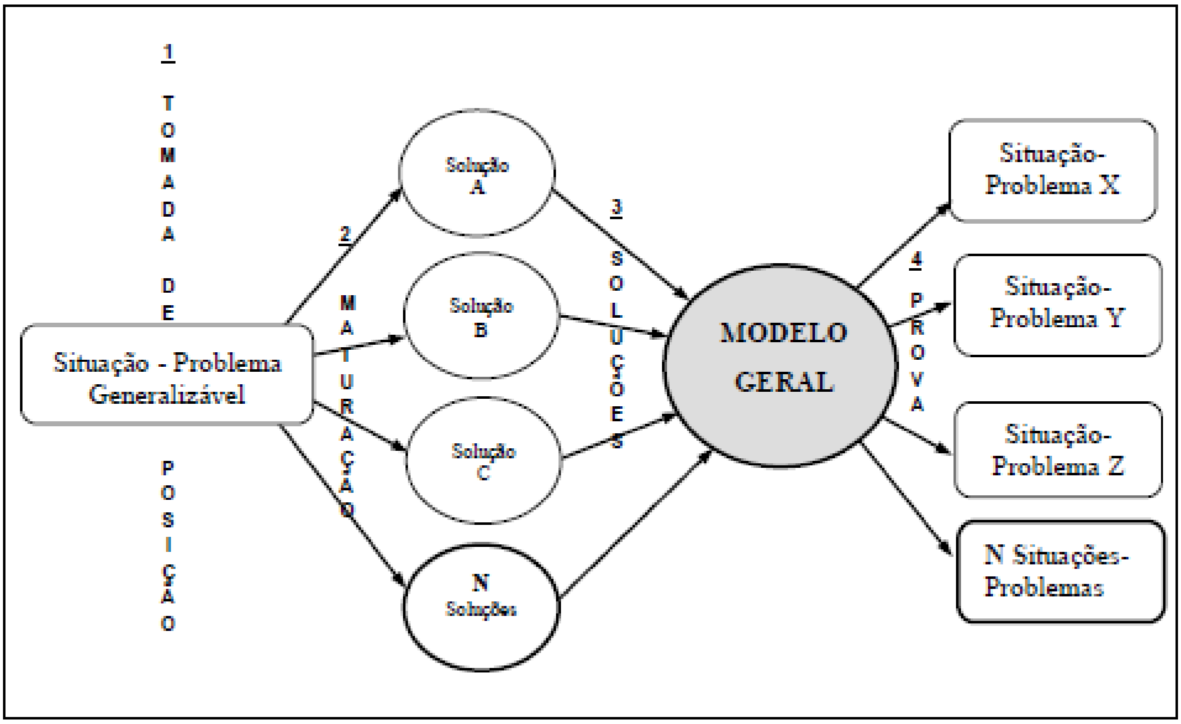
A prova (quarta e última etapa da Sequência Fedathi), segundo Souza (2010), consiste na apresentação, feita pelo professor, do novo conhecimento como meio prático e otimizado para condução da resposta do problema. É preciso que o professor mantenha a atenção e a motivação dos alunos, fazendo ainda uma conexão entre os modelos apresentados e o modelo matemático científico a ser apreendido. O novo saber deve ser introduzido mediante notação simbólica em linguagem matemática, acompanhado das regras inerentes ao conhecimento.

A autora acrescenta que, após assimilar e compreender o novo saber, o aluno poderá deduzir outros modelos simples e específicos. Trabalhar com modelos gerais, além de subsidiar o estudante na resolução de outros problemas, também contribui para desenvolver o seu raciocínio lógico-dedutivo, do qual é tão necessário tanto para a resolução de problemas matemáticos do dia-a-dia, quanto para o desenvolvimento dos seus saberes científicos.

A Prova constitui a finalização do processo de ensino-aprendizagem, o qual conduz o aluno a elaborar o **modelo geral** do conhecimento. O modelo geral é caracterizado e descrito como “[...] conceito final, representação genérica ou fórmula a ser apreendido pelo aluno, a qual será um objeto de conhecimento tanto para a resolução do problema em questão, como para sua aplicação na resolução de outras situações-problema” (SOUZA, 2010, p. 95).

A figura 5 apresenta uma síntese do desenvolvimento da Sequência Fedathi, desde a primeira etapa, Tomada de Posição, até a Prova.

Figura 5 – Desenvolvimento da Sequência Fedathi



Fonte: Souza (2010).

A imagem apresenta uma visão ampla de todo o processo percorrido da Metodologia em estudos, onde o professor apresenta, primeiramente, a situação-problema de forma generalizável. Daí, os alunos se debruçam sobre a situação buscando uma solução; em seguida, os alunos fazem a discussão das soluções apresentadas (propostas), enquanto que o professor sinaliza os erros e os acertos para que encaminhem a solução final. Por fim, o professor apresenta a solução correta, evidenciando o conhecimento que ele planejou ensinar. Assim, é na Prova que os alunos se deparam com a apresentação de um modelo geral do qual servirá tanto na resolução de outras tantas situações-problemas, quanto no desenvolvimento do raciocínio matemático.

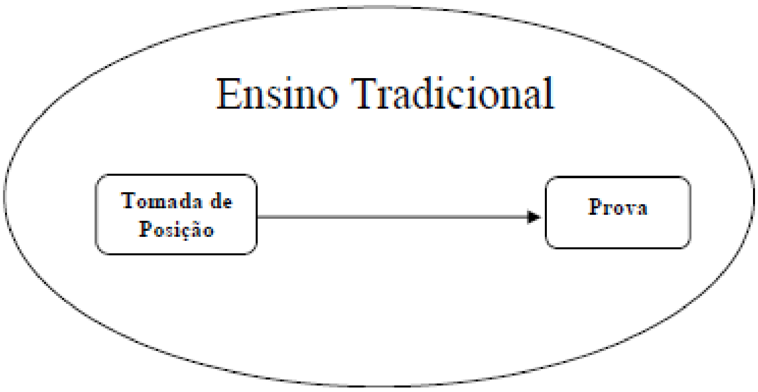
O aluno deverá ser avaliado nesta última etapa, seja por meio de exercícios orais, escritos, no computador, jogos ou outros. Qualquer que seja a metodologia da avaliação, o exercício precisa permitir que o professor verifique se houve assimilação, por parte do aluno, do modelo geral apresentado por ele.

3.2 A Sequência Fedathi e o Ensino Tradicional

A Sequência Fedathi é considerada uma teoria recente, pelo fato de ter sido apresentada formalmente em 1996, pelo Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, da UFC, em sua tese de Pós-Doutorado, na Universidade de Paris VI. Desde então, a metodologia tem passado por experimentos e aperfeiçoamentos pautados nos estudos de Borges Neto, juntamente com os membros dos Grupos de Estudos coordenados por ele.

Borges Neto destaca que é imprescindível, para alcançar os resultados de aprendizagem almejados, a aplicação da Sequência Fedathi de forma sequencial. O modelo tradicional se diferencia da Sequência, segundo o autor, já que ele se pauta apenas em duas das quatro etapas: na primeira e na quarta etapa, ou seja, na Tomada de Posição e na Prova, conforme ilustrado na figura 6.

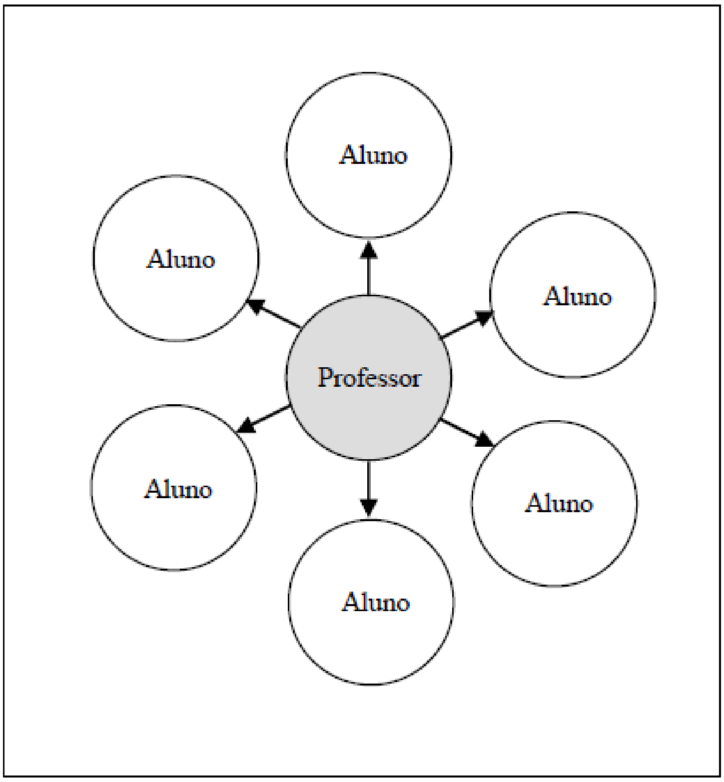
Figura 6 – Etapas de Desenvolvimento do Ensino Tradicional



Fonte: Souza (2010).

Souza (2010) constata uma grande deficiência em relação à participação dos estudantes na construção do conhecimento no modelo de ensino tradicional, o que desfavorece o desenvolvimento de suas capacidades de compreender, interpretar e deduzir o próprio raciocínio matemático. Nessa metodologia, é perceptível a concentração do trabalho de sala de aula nas mãos do professor, além disso a comunicação é *unilateral* (figura 7), do professor para o aluno.

Figura 7 – Ensino Tradicional – *Interação Unilateral* do professor com os alunos



Fonte: Bordanave (1983).

Para Souza, (2010), o ensino tradicional não favorece a participação e a contribuição do estudante no desenvolvimento de sua própria aprendizagem. O trabalho é centralizado em todas as fases da aula (seja antes, durante ou após a mesma) no professor. O aluno, em contrapartida, é um ser passivo nesse processo, não expõe suas dúvidas, reflexões e hipóteses, das quais poderiam ser úteis para todo o grupo ao longo dos conteúdos estudados.

A autora afirma também que o diferencial da Sequência Fedathi está na valorização, em um mesmo patamar de importância da participação dos estudantes e do professor ao longo de todo o processo de ensino. A Sequência ainda permite a quebra de um paradigma presente entre os estudantes: que os professores de Matemática possuem capacidade superior a outros seres humanos para aprender esta disciplina, pois a mesma é para poucos compreenderem e que os alunos possuem nível intelectual inferior, levando-os a terem baixa autoestima em relação a este conhecimento, comprometendo sua aprendizagem por muito tempo, às vezes até de forma irreversível.

Souza (2010) identifica que alguns professores se fazem valer dessa visão dos alunos para não transparecer-lhes as restrições de sua formação que, por consequência, tem o seu fazer docente muito limitado. As falhas da sua formação, os seus temores, as suas dificuldades profissionais e até mesmo a sua acomodação, ficam camufladas por trás dos métodos tradicionais, os quais pouco favorecem ao desenvolvimento do aluno. Quando se deparam com os baixos resultados das avaliações, esses professores, além de se isentarem de qualquer parcela de responsabilidade, ainda afirmam que os alunos precisam estudar mais, sendo esta a única necessidade de superação desses resultados. Esses, apesar de reconhecerem que o professor pouco fez para colaborar com sua aprendizagem, reforçam o paradigma descrito anteriormente, por meio de declarações como:

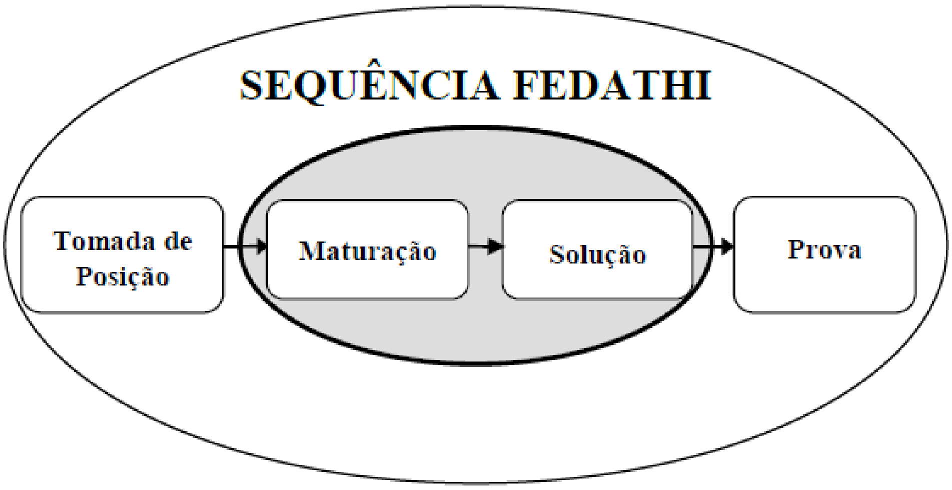
- Meu professor é um monstro, mas infelizmente não consigo aprender.
- Meu professor é um crânio, mas a turma é muito fraca.
- O professor é fera, mas nosso nível é muito baixo e a gente não consegue alcançá-lo.
- O professor explica bem, mas o problema é nosso, que não conseguimos entender, porque ele tem um nível muito elevado (SOUZA, 2010, p. 99)

A autora afirma que é comum professores (e instituições formadoras destes) também atribuírem o baixo rendimento dos alunos a fatores como escassez de material didático, baixa condição econômica, indisciplina ou até mesmo descompromisso por parte da família. Tais fatores têm sua contribuição, todavia, eles não são os únicos que comprometem a aprendizagem. A competência do professor em relação aos conteúdos, aos métodos de ensino e ao contexto social em que estão inseridos, refletem bem mais nos resultados finais.

A Sequência Fedathi se contrapõe ao ensino tradicional, ensejando os professores a se apropriarem de um modelo de ensino que motive e engaje docentes e discentes em situações de aprendizagem para que, ao final do processo, ambos possam identificar resultados satisfatórios, tendo valido a pena todo o esforço.

Dentre as etapas da Sequência Fedathi, Borges Neto classifica a *maturação* e a *solução* como as mais importantes para superação do modelo tradicional, conforme ilustrado na figura 8.

Figura 8 – Etapas de Desenvolvimento da Sequência Fedathi



Fonte: Souza (2010, p. 100).

O grande diferencial da Sequência Fedathi em relação à maioria das aulas de Matemática ocorre nas etapas da maturação e da solução, devido às ações e interações desenvolvidas entre professor e alunos. Essas aulas mencionadas, não fazem com que o aluno aprenda e pouco colaboram para o desenvolvimento intelectual e social dos mesmos, bem como em consequência da Matemática (SOUZA, 2010).

3.3 Objetivos, Aspectos Fundamentais e Aplicações da Sequência Fedathi[3]

I. **Objetivos**

Os objetivos da Sequência Fedathi são elencados por Souza (2010), vejamos:

- Apresentar um modelo de ensino, o qual abranja a investigação científica como uma das fases na construção do conhecimento;
- Fornecer subsídios que contribuam para ações e intervenções do professor no processo de ensino;
- Fazer com que o professor conduza sua prática de maneira didática e eficaz;
- Favorecer, ao longo de todo o processo de ensino, a participação ativa do estudante;
- Favorecer ao desenvolvimento da autonomia do aluno ao longo da aprendizagem;
- Oportunizar a ampliação da rede de conhecimento dos alunos por meio das interações com o grupo e com o professor;

---

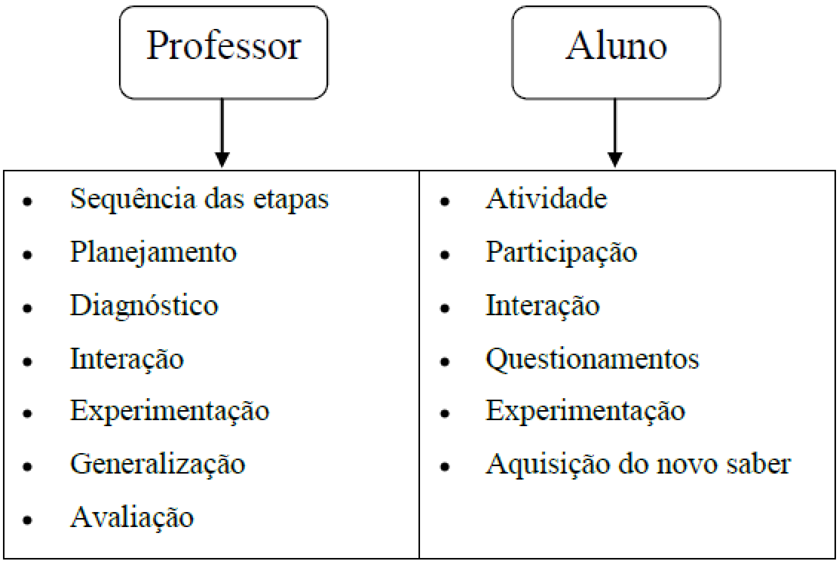
[3] Esse tópico teve como fonte principal SOUZA, M. J. A. **Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da geometria mediado por tecnologias digitais.** 2010. 216p. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2010.

- Colaborar com o desenvolvimento e aprimoramento das técnicas de pesquisa e dos métodos de ensino tanto da Matemática como das áreas afins.

II. Aspectos fundamentais na aplicação da Sequência Fedathi

Souza (2010) afirma que, para que a aplicação Sequência Fedathi apresente resultados de aprendizagem satisfatoriamente eficientes, exige-se como premissa a observação e a execução de aspectos fundamentais, previstos tanto para o professor quanto para o aluno, dos quais podemos observar na figura 9 a seguir.

Figura 9: Aspectos fundamentais na aplicação da Sequência Fedathi



Fonte: Souza (2010, p. 101).

III. Aplicações

Embora a Sequência Fedathi possa ter sido concebida voltada ao âmbito do ensino da Matemática, professores e pesquisadores de outras áreas, principalmente profissionais da área das ciências exatas, apresentam interesse em estudá-la, por conta da ausência de teorias que colaborem para o ensino e aprendizagem de sua área de atuação (SOUZA, 2010).

A seguir, são elencados alguns trabalhos científicos que tomaram a Sequência Fedathi como aporte teórico e/ou metodológico. A maior parte deles está inserida ou na área de ensino da Matemática, ou no uso das tecnologias digitais da educação. Mas há também trabalhos das áreas de ciências e de formação de professores. Estes trabalhos apresentam tanto uma síntese da Sequência Fedathi, como também os aspectos teóricos e metodológicos correlacionados com o objeto investigado.

Foram colocados os dados gerais destes trabalhos, contendo o título, o autor, o ano e a instituição das mesmas, retirados do site do Laboratório Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – UFC, no endereço eletrônico: $< http://www.multimeios.ufc.br/teses.php >$. Além de teses e dissertações, há também dados gerais de artigos científicos que exemplificam a aplicação da Sequência Fedathi em outras áreas do conhecimento diferente do ensino da Matemática.

Tabela 01 – Relação dos trabalhos científicos (teses, dissertações e artigos científicos) que utilizaram a Sequência Fedathi como aporte teórico ou metodológico, contendo os dados gerais dos mesmos (título, autor, ano, Instituição)
TESES
Título: *Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da geometria mediado por tecnologias digitais* **Autora:** Maria José Araújo Souza **Ano:** 2010 **Instituição:** UFC
Título: *Um modelo de ensino dos conteúdos de cálculo para os cursos de Engenharia fundamentado em uma epistemologia histórica e baseado na metodologia da engenharia didática:* validação por meio do conceito de integral **Autora:** Natália **Ano:** 2009 **Instituição:** UFC
Título: *Tecnologias digitais e ensino de matemática:* compreender para realizar **Autora:** Elizabeth Matos Rocha **Ano:** 2008 **Instituição:** UFC
Título: *A matemática na formação do pedagogo:* oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos **Autora:** Ivoneide Pinheiro de Lima **Ano:** 2007 **Instituição:** UFC
Título: *Educação Matemática:* favorecendo investigações matemáticas através do computador **Autor:** José Rogério Santana **Ano:** 2006 **Instituição:** UFC
Título: *Análise do Nível de Raciocínio Matemático e da Conceitualização de Conteúdos Aritméticos e Algébricos no Ensino Fundamental*: Considerações Acerca de Alunos do Sistema Telensino Cearense. **Autora:** Marcília Chagas Barreto **Ano:** 2002 **Instituição:** UFC
DISSERTAÇÕES

Título: *Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas:* desafio para formação inicial. **Autor:** Maria José Costa dos Santos **Ano:** 2007 **Instituição:** UFC
Título: *Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas* **Autor:** Elizabeth Matos Rocha **Ano:** 2006 **Instituição:** UFC
Título: *O computador como ferramenta para mediação de atividades à distância de reforço escolar em matemática* **Autor:** Adelmir de Menezes Jucá **Ano:** 2004 **Instituição:** UFC
Título: *Do Novo PC ao Velho PC* **Autor:** José Rogério Santana **Ano:** 2001 **Instituição:** UFC
Título: *Informática na Educação Matemática*: estudo de geometria no ambiente do software Cabri-Géomètre **Autor:** Maria José Araújo Souza **Ano:** 2001 **Instituição:** UFC
Título: *Cabri-Géomètre*: uma aventura epistemológica **Autor:** Márcia Oliveira Cavalcante Campos **Ano:** 1998 **Instituição:** UFC
ARTIGOS CIENTÍFICOS
Título: *Uma experiência de aplicação da Sequência Fedathi no Ensino de Física* **Autores:** André Flávio Gonçalves Silva; Ana Izabela Elias de Souza; Francisco Augusto Silva Nobre.
Título: *O Ensino de Física com a utilização da modelagem matemática computacional aplicada a educação com o software Modellus* **Autores**: Francisco Herbert Lima Vanconcelos; José Rogério Santana; Hermínio Borges Neto.

Fontes: Sousa et al (2013) e site: <http://www.multimeios.ufc.br/teses.php>. (Acesso em 19 mai. 2014).

Em suma, no presente capítulo buscou-se caracterizar e apresentar, de forma minuciosa, a Sequência Fedathi como uma proposta metodológica para o ensino de matemática. O próximo capítulo deste trabalho abordará os fundamentos metodológicos desta pesquisa, de forma detalhada, tratando desde os critérios de escolha das turmas participantes até a caracterização dos sujeitos da pesquisa.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A aplicação desta pesquisa deu-se a partir da escolha de duas turmas do 2º ano do Ensino Médio da EEM Liceu de Iguatu-Ce Dr. José Gondim com rendimento escolar em Matemática semelhante (cujos critérios de escolha das turmas encontram-se descritos no tópico 4.1). Em uma das turmas foram desenvolvidas sessões didáticas acerca do ensino de sólidos geométricos pautadas na Sequência Fedathi. Já na outra turma, dita turma controle, foi ministrado o mesmo conteúdo, por outro professor, com metodologia tradicional. Ilustra-se também, neste capítulo, a descrição da amostra dos estudantes, de cada turma, que responderam aos questionários da pesquisa (no tópico 4.2), além da caracterização de seus sujeitos (tópico 4.3).

Os resultados de aprendizagem nas duas turmas pesquisadas foram verificados com base nos dados coletados a partir dos questionários pré-teste e pós-teste. Antes da aplicação do pré-teste, para dar início às sessões didáticas, a proposta da pesquisa foi apresentada aos professores das duas turmas envolvidas. Elaborou-se um plano de aula (Apêndice D) que contemplasse os conteúdos a serem trabalhados, assim como os objetivos a serem alcançados por cada um deles. Os conteúdos foram:

- Poliedros (prismas e pirâmides de base triangular, quadrangular e hexagonal): relação de Euler, área da superfície e volume.
- Corpos redondos (cilindro, cone e esfera): área superficial e volume.

Neste planejamento, os professores receberam uma cópia dos questionários semiestruturados de pré-teste (Apêndice A) e de pós-teste (Apêndice B), os quais foram aplicados nas duas turmas envolvidas. Além disso, também foram entregues sugestões de questões que poderiam ser trabalhadas ao longo das aulas (Apêndice C). O objetivo é que todos tivessem ciência dos itens avaliados nos alunos. Os professores também ficaram de posse do questionário socioeconômico (Anexo 01), do qual visava trazer a caracterização dos sujeitos envolvidos.

Estabeleceu-se que dentre as duas turmas pesquisadas, as aulas ministradas no 2º ano A seriam desenvolvidas pautadas na metodologia da Sequência Fedathi. Estas aulas, chamadas neste trabalho por sessões didáticas, foram desenvolvidas pelo professor pesquisador, trabalhando o conteúdo de sólidos geométricos (limitando-se ao que está fixado no já mencionado plano de aula) à luz do método Fedathi.

Por outro lado, o professor da turma denominada por 2º ano D, escolhida como turma controle, trabalhou o mesmo conteúdo previsto no plano de aula anteriormente mencionado. Como o mesmo não conhecia a Sequência Fedathi, comparou-se, ao final, os resultados de aprendizagem obtidos.

Segundo o Plano de Aula (Apêndice D), ficou acordado entre os professores que o conteúdo ali proposto deveria ser ministrado em 16 aulas, cada uma de cinquenta minutos. O pré-teste foi aplicado antes das aulas iniciarem e o questionário pós-teste foi aplicado após cada professor concluir suas 16 aulas. Registra-se que no 2º ano A, a pesquisa foi desenvolvida em apenas 14 aulas, ou seja, em sete sessões didáticas (já que uma sessão correspondia a duas aulas de 50 minutos, ou seja, a sessão totalizava 100 minutos). Ao passo que na turma D, de controle, foram necessárias todas as 16 aulas previstas no planejamento feito pelos professores envolvidos.

No questionário pré-teste (Apêndice A) continha conteúdos que eram pré-requisitos aos assuntos a serem trabalhados em sala de aula. Eles estavam presentes nas nove questões dessa avaliação. A *tabela 02* organiza essa relação das questões do pré-teste com o conteúdo/objetivo que se pretendia ser avaliado, vejamos:

Tabela 02 – Conteúdos a serem avaliados em cada questão do questionário pré-teste

Questão	Conteúdo que se pretendia avaliar[4]
01	Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.
03	Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
04	Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
05	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não. (Área de um triângulo através do produto da base pela altura dividido por dois).
06	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não. (Área de um quadrado pelo produto lado vezes o lado).
07	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. (Área do retângulo e área do triângulo).
08	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. (Área do círculo).
09	Resolver problemas envolvendo noções de volume. (Volume de um paralelepípedo).
10	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não. (Área de um triângulo equilátero e de um retângulo).

Fonte: pesquisa direta.

[4] Justifica-se a ausência da questão 02, por ocasião de um erro de digitação no momento da elaboração do pré-teste.

O questionário pós-teste (Apêndice B) visou verificar qual turma obteve um melhor rendimento de aprendizado. O conteúdo/objetivo abordado em cada uma das questões do pós-teste pode ser observado na *tabela 03* a seguir:

Tabela 03 – Conteúdos a serem avaliados em cada questão do questionário pós-teste

Questão	Conteúdo que se pretendia avaliar
01	Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.
02	Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais. Relação de Euler e nome de um poliedro.
03	Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
04	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação problema envolvendo volume do cubo.
05	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação problema envolvendo volume do cilindro.
06	Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
07	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação problema envolvendo volume do paralelepípedo.
08	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação-problema envolvendo área superficial e volume do paralelepípedo.
09	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação problema envolvendo área superficial do prisma triangular.
10	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação problema envolvendo área superficial e volume do cilindro.

Fonte: pesquisa direta.

A pesquisa buscou não só comparar resultados de aprendizagem nas duas turmas, como também avaliar a aplicação da metodologia da Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos. Esta última avaliação, que se encontra no capítulo 6 do presente trabalho, foi realizada com base nos registros dos planejamentos das sessões didáticas, assim como no resumo do plano de cada sessão (o qual continha os objetivos, os conteúdos e os recursos a serem utilizados) e, principalmente, pautadas nas filmagens feitas das aulas. Os vídeos produzidos, funcionaram como um instrumento de pesquisa, similar a um diário de bordo. Esses vídeos, após editados, transformaram-se produto educacional deste trabalho: Vídeo-aulas com o título “O ensino de sólidos geométricos a partir da Sequência Fedathi”.

4.1 Da escolha dos sujeitos da pesquisa

A aplicação e desenvolvimento das sessões didáticas junto à turma do 2º ano A, ocorreu durante todo o mês de outubro de 2014, até o início do mês de novembro do referido ano. Precedeu à aplicação das sessões, uma avaliação para escolha das duas turmas dentre as turmas do 2º ano do Ensino Médio da EEM Liceu de Iguatu Dr. José Gondim, onde a pesquisa seria aplicada. Os professores e os gestores defenderam que, em termos de rendimento de aprendizagem, dentre as turmas desta série, as mais homogêneas eram as turmas do 2º ano A com a do 2º ano D.

A alegação foi comprovada através da verificação das médias dos estudantes destas duas turmas, obtidas na disciplina de Matemática até o 3º bimestre até então concluído, que eram razoavelmente semelhantes. Para comprovar essa homogeneidade entre as turmas, foram analisadas ainda as médias em Matemática das outras salas de segundo ano do Ensino Médio (turmas B, C, E, F e G) desta Escola. Verificou-se também como era a composição dessas médias e como ocorria o processo de recuperação paralela adotada pela escola. Diante disso, apresenta-se a tabela 04 de notas bimestrais dos alunos pesquisados:

TABELA 04 – Média dos alunos do segundo ano do Ensino Médio em Matemática da EEM Liceu do Iguatu Dr. José Gondim até o 3º bimestre

BIMESTRE	**2º ano A (aplicação da pesquisa)**	**2º ano B**	**2º ano C**	**2º ano D (turma controle)**	**2º ano E**	**2º ano F**	**2º ano G**
1º bimestre (após recuperação paralela)	6,86	5,71	5,46	6,18	5,11	6,13	6,84
2º bimestre (após recuperação paralela)	9,37	8,98	8,37	8,35	8,05	7,66	7,69
3º bimestre (antes da recuperação paralela)	5,27	5,34	4,40	5,32	4,34	4,68	6,16

Fonte: pesquisa direta.

Efetuou-se ainda a subtração entre a média obtida na disciplina de Matemática, em cada bimestre, de cada turma do segundo ano pela média obtida pelo segundo ano A. Com a finalidade de esclarecer, em linguagem matemática este cálculo é apresentado na equação a seguir:

$$Diferença = (Média\ do\ 2^{\underline{o}}X) - (Média\ do\ 2^{\underline{o}}\ A)$$

Onde X, é substituído pela média alcançada por cada uma das turmas: 2º ano B, 2º ano C, 2º ano D, 2º ano E, 2º ano F e 2º ano G. Os resultados encontram-se organizados na tabela 05.

TABELA 05 – Subtração entre as médias de Matemática de cada turma do 2º ano pela turma do 2º ano A em cada bimestre

BIMESTRE	2º ano B	2º ano C	2º ano D (turma controle)	2º ano E	2º ano F	2º ano G
1º Bimestre (após recuperação paralela)	– 1,15	– 1,40	– 0,68	– 1,75	– 0,73	– 0,02
2º Bimestre. (após recuperação paralela)	– 0,39	– 1,00	– 1,02	– 1,32	– 1,71	– 1,68
3º Bimestre (antes da recuperação paralela)	0,07	– 0,87	0,05	– 0,93	– 0,59	0,89
Soma dessas diferenças do 1º, 2º e 3º Bimestre	– 1,47	– 3,27	– 1,65	– 4,00	– 3,03	– 0,81
Soma dessas diferenças do 1º e 3º Bimestre	– 1,08	– 2,27	– 0,63	– 2,68	– 1,32	0,87

Fonte: pesquisa direta.

Na quarta linha da Tabela 05, colocou-se o resultado da soma dessas diferenças dos três primeiros bimestres, ou seja, o somatório dos dados das três primeiras linhas da tabela. Utilizando-se a seguinte equação:

$$Soma\ das\ \ Diferenças\ = Diferença\ 1º\ Bim + Diferença\ 2º\ Bim + Diferença\ 3º\ Bim$$

Observando-se os resultados das somas dessas diferenças nos três bimestres em cada uma dessas turmas (indicado pela 4ª linha da Tabela 05), se percebe que a menor diferença no rendimento dos alunos do 2º ano A é menor quando nas turmas do 2º B e do 2º D, sendo que na turma B, a diferença é ainda menor.

Daí remete-se a uma indagação: “Por que não foi utilizado o 2ºano B, como turma controle, já que, no geral, o rendimento médio dos alunos, a partir dos resultados da média nos três primeiros bimestres, é mais homogêneo com os alunos do 2º A, do que comparados estes aos do 2º ano D?” É preciso, primeiramente, que se compreenda como é feito o cálculo da média do bimestre de cada aluno na disciplina de Matemática, tendo como base o questionário (Apêndice E) respondido por dois professores e dois coordenadores. Tem-se:

- *Professor 1:* "Prova escrita no final do bimestre (valendo de 0 a 8,0) + trabalho (0 a 2,0)."
- *Professor 2:* "Prova escrita (de 0 a 8) + trabalho (0 a 2)."
- *Coordenador 1:* "A nota da prova, que equivale a 6,0 mais a nota de trabalho 2,0 pontos e nota de participação 2,0. Em Matemática, há apenas a nota de prova, até 8,0 e a de trabalho/participação, até 2,0."
- *Coordenador 2:* "De acordo com o Regimento da escola, a média é composta da seguinte forma: uma prova que vale oito (8,0) pontos e mais dois (2,0) pontos da participação e trabalho dos alunos."

Os quatro sujeitos entrevistados ainda discorreram sobre como ocorreram as avaliações paralelas do bimestre. Suas respostas podem ser apreciadas a seguir:

- *Professor 1:* "Ocorre uma avaliação paralela por semestre. A nota obtida (quando maior que as anteriores) substitui as notas dos dois bimestres anteriores."
- *Professor 2:* "No primeiro semestre, foi feito uma prova escrita individual. No segundo semestre, trabalho individual pesquisado".[5]
- *Coordenador 1:* "O professor faz uma revisão uma semana que antecede a prova da recuperação paralela, com aplicação de trabalho ou apenas avaliação de recuperação."
- *Coordenador 2:* "Há uma semana de aulas para revisão dos conteúdos estudados durante o bimestre e outra semana em que o aluno será avaliado. O professor escolhe se faz trabalho, prova, pesquisa; isso ocorre de acordo com um calendário previamente elaborado."

Como se pode observar, a média do aluno antes da recuperação paralela pode ser um indicativo mais próximo do seu rendimento real, do que a média após a prova de recuperação paralela. Desconhece-se qual o método que o professor da turma B utilizou, se foi um trabalho pesquisado ou uma prova escrita ou os dois. O que se sabe é que o professor da turma do 2º ano D [Professor 2] utilizou como método de avaliação para a recuperação paralela uma prova escrita e individual.

Assim, a média mais indicada a ser observada é do terceiro bimestre, pois ainda não há nota de recuperação paralela. Neste caso, a turma que têm menor diferença com o 2º ano A é a turma do 2º ano D, com cinco centésimos (0,05) a mais do que o 2º ano A. Na sequência, a turma que tem menor diferença de média em relação à turma do 2º ano A, tendo por base os dados do 3º bimestre, é a turma do 2º ano B, com sete centésimos acima do 2º ano

[5] Atenta-se que neste instante, não se tinha acesso, na secretaria da Escola, às notas do 4º bimestre, nem às notas do 3º bimestres pós-recuperação paralela.

A. Isso induz a afirmar, pelas notas de terceiro bimestre antes da recuperação paralela, que essas três turmas possuem um rendimento médio em Matemática considerado homogêneo entre si, sendo as turmas do 2º ano A e do 2º ano D ainda mais parecidos.

O elevado rendimento do 2º ano A em Matemática no segundo bimestre (média da sala 9,37) também foi investigado, o que ocorreu nesta etapa. Os professores indicaram no questionário (Apêndice E), na forma de observação, as seguintes afirmações:

- *Professor 1:* "No 2º bimestre ocorreu provas de avaliação bimestral em grupo (equipes de quatro alunos). Além disso foram feitas consultas pelos alunos". Tornando ainda mais claro, os alunos faziam provas em equipes de quatro componentes e ainda poderiam pesquisar.
- *Professor 2:* "As provas escritas do 2º bimestre foram realizadas em células (grupos de 4 pessoas) e pesquisadas.

Os docentes entrevistados ainda relataram que bastava um aluno da equipe saber o conteúdo para toda a equipe ter um bom rendimento. Daí, mais uma razão para não se ter como parâmetro de comparação sobre o rendimento médio dos estudantes do 2º ano a nota do segundo bimestre.

Assim, fazendo a diferença entre as médias de cada uma das turmas do 2º ano pela média dos alunos do 2º ano A, considerando apenas o primeiro e o terceiro bimestre, por motivos já apresentados anteriormente, percebe-se que essa diferença é menor quando comparado com a turma do 2º ano D (em torno de sessenta e oito centésimos negativos), conforme se pode conferir na última linha da tabela 05, anteriormente destacada.

Portanto, estes foram os critérios que balizaram a escolha, dentre as sete salas de segundo ano do Ensino Médio da EEM Liceu do Iguatu Dr. José Gondim, das duas turmas em que a pesquisa de campo foi desenvolvida, o 2º Ano A onde a metodologia Fedathi foi aplicada e o 2º ano D, definido como turma controle.

4.2 Da amostra dos estudantes que responderam aos questionários

Participaram da pesquisa oitenta e cinco alunos. Destes, quarenta e cinco estudantes matriculados no 2º ano A e quarenta no 2º ano D. Do universo da turma A, uma amostra de quarenta e três estudantes, o que equivale a 95,56% dos integrantes dessa sala, responderam ao questionário pré-teste, enquanto que quarenta e dois alunos, correspondendo a 93,33% dos membros dessa turma, responderam ao pós-teste e ao socioeconômico, sendo que todos os quarenta e cinco alunos (100,00%) participaram de pelo menos um dos questionários.

Já do universo do 2º ano D, trinta e oito estudantes responderam ao questionário do pré-teste, o que corresponde a aproximadamente 95,00% da turma, e trinta e quatro ao do pós-teste e ao socioeconômico, em torno de 85,00% dos matriculados. Esses dados estão organizados na tabela a seguir:

Tabela 06 – Quantidade de estudantes que responderam aos questionários de pré-teste e pós-teste

QUANTIDADE ALUNOS PARTICIPANTES	TURMA A		TURMA D	
	Valor absoluto	Percentual em Relação ao Nº de Participantes	Valor absoluto	Percentual em Relação ao Nº de Participantes
Da Pesquisa	45	100,00%	40	100,00%
Do Pré-Teste	43	95,56%	38	95,00%
Do Pós-Teste	42	93,33%	34	85,00%
Do Socioeconômico	42	93,33%	34	85,00%

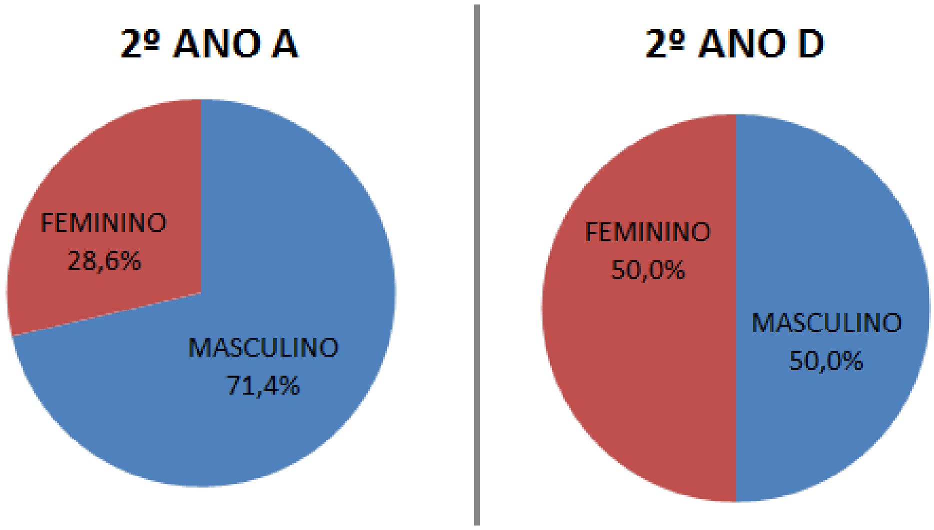
Fonte: pesquisa direta.

4.3 Da caracterização dos sujeitos da pesquisa

A caracterização dos sujeitos da pesquisa foi traçada a partir dos resultados obtidos pelo questionário socioeconômico (Anexo B). O mesmo foi aplicado com 42 dos 45 alunos do 2º ano A, ou seja, com 93,33% desta sala. Já no 2º ano D (escolhido como turma controle), 34 dos 40 alunos participantes da pesquisa, ou seja, 85,00% deles responderam a este questionário. O questionário socioeconômico visou, além de caracterizar os sujeitos participantes da pesquisa, demonstrar a semelhança entre as turmas no que diz respeito aos aspectos de condições de aprendizagem.

Pelo gráfico 01, que indica o gênero dos participantes da pesquisa, percebe-se que a turma do 2º ano A, possui cerca de 28,6% dos estudantes do sexo feminino e 71,4% dos estudantes do sexo masculino. Já o 2º ano D, esse percentual é dividido exatamente 50,0% para cada sexo.

Gráfico 01 – Gênero dos alunos participantes da pesquisa



Fonte: pesquisa direta.

O gráfico 02, ilustrado logo a seguir, indica a idade dos participantes da pesquisa de cada turma. Na turma do 2º ano A, cerca de 95,2% dos estudantes possuem quinze ou dezesseis anos de idade. Já o percentual dos integrantes do 2º ano D, com esta mesma faixa etária, corresponde a 88,2%. Neste aspecto, percebe-se uma razoável homogeneidade neste quesito.

Gráfico 02 – Idade dos alunos participantes da pesquisa

Fonte: pesquisa direta.

É importante ressaltar que dois estudantes do 2º ano A afirmam ter dezoito anos de idade, os quais são representados no gráfico pelo valor de 4,8%. Há também dois alunos da turma controle com esta mesma idade, indicado pelo percentual de 5,9%. Há um aluno desta turma com idade superior a dezoito anos e um aluno com quinze anos, cada um deles está representado na imagem no valor de 2,9% (GRÁFICO 02).

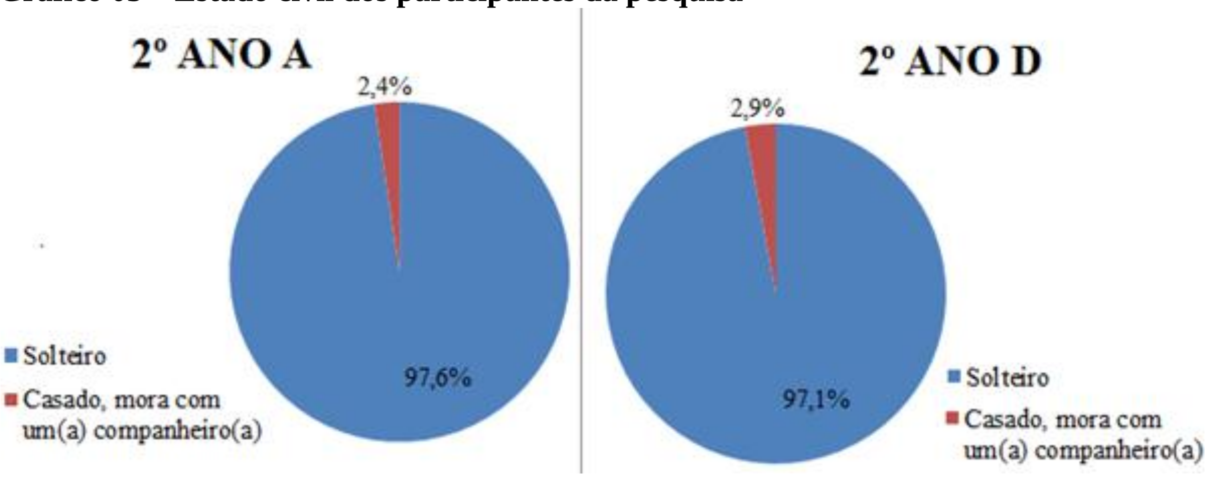
Quanto ao tipo de residência, 85,7% dos alunos da turma A residem em casa própria, enquanto que 54,8% da turma D moram nesse mesmo tipo de domicílio. Um aluno de cada turma afirmou morar em casa cedida por amigo ou familiar, representado por 2,4% e 2,9% para o 2º ano A e 2º ano D, respectivamente. Aos que moram pagando aluguel, a turma A têm 11,9% e a turma D 29,4%. Esses dados podem ser observados na tabela a seguir:

Tabela 07 – Tipo de residência dos participantes da pesquisa				
ESPECIFICAÇÃO	**TURMA A**		**TURMA D**	
	Valores absolutos	**Valor relativo**	**Valores absolutos**	**Valor relativo**
Própria	36	85,7%	23	54,8%
Cedida por familiar ou amigo	01	2,4%	01	2,9%
Alugada	05	11,9%	10	29,4%

Fonte: pesquisa direta.

Quanto ao estado civil, apenas um estudante de cada turma revelou ser casado (a) ou morar com companheiro (a). Para o 2º ano A, isso é representado no gráfico 03 por 2,4%, e para a turma D pelo percentual de 2,9%. Assim, os 97,7% restante dos alunos da turma A, e os 97,1% da turma D, declararam ser solteiros. Este foi mais um aspecto que revelou semelhança entre as turmas investigadas.

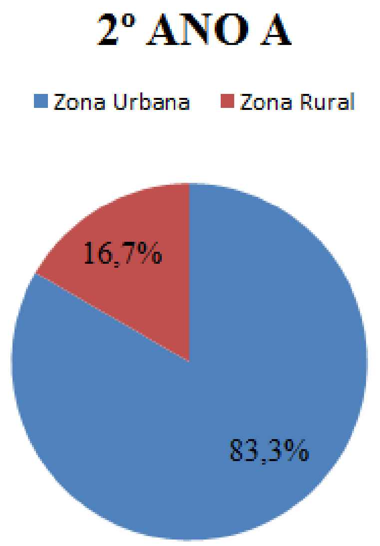
Gráfico 03 – Estado civil dos participantes da pesquisa

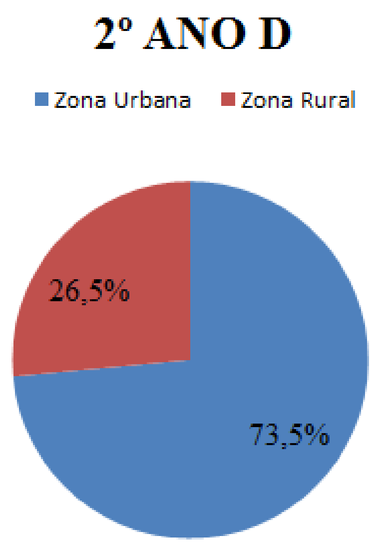


Fonte: pesquisa direta.

O gráfico a seguir apresenta o local onde residem os estudantes destas duas turmas. Pela ilustração, 16,7% dos que compõem o segundo ano A, residem na zona rural, enquanto que os da turma D, os alunos que moram na zonal rural representam 26,5% da turma. Os que afirmaram residir na zona urbana da turma controle são 74,5%, e os da turma A são 83,3%.

Gráfico 04 – Localização da residência (zona rural ou urbana) dos participantes da pesquisa





Fonte: pesquisa direta.

A tabela 08 apresenta mais uma analogia entre as turmas. Todos os quarenta e dois estudantes da turma A, 100,0% dos entrevistados, residem em casa ou apartamento com familiar. Já pela turma D, foram 33 dos 34 entrevistados, ou seja, 97,1% vivem nessa mesma situação. Um único aluno da turma D, representado por 2,9%, indicou a alternativa "Oura opção", ou seja, afirmou não morar em casa ou apartamento, quarto ou cômodo sozinho ou com familiar, e tão pouco em uma habitação.

Tabela 08 – Onde e com quem moram atualmente (outubro/2014) os sujeitos envolvidos na pesquisa (Continua)

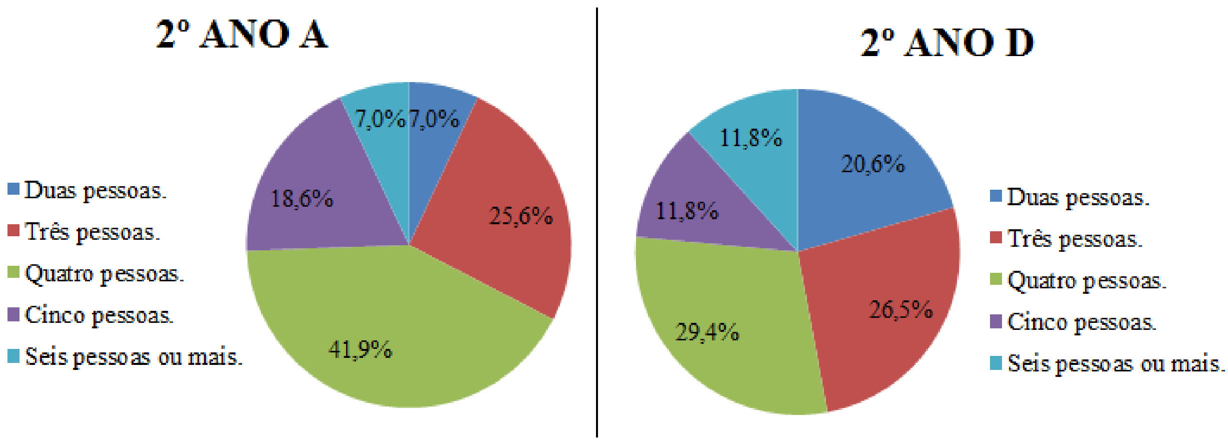
ESPECIFICAÇÃO	TURMA A		TURMA D	
	Valores absolutos	Valor relativo	Valores absolutos	Valor relativo
Em casa/apartamento, com família.	42	100,0%	33	97,1%
Em casa ou apartamento, sozinho.	00	0,0%	00	0,0%
Em quarto/cômodo alugado, sozinho.	00	0,0%	00	0,0%

Tabela 08 – Onde e com quem moram atualmente (outubro/2014) os sujeitos envolvidos na pesquisa (conclusão)				
ESPECIFICAÇÃO	**TURMA A**		**TURMA D**	
	Valores absolutos	**Valor relativo**	**Valores absolutos**	**Valores relativos**
Em habitação coletiva: hotel, hospedaria, quartel pensionato, república, etc.	00	0,0%	00	0,0%
Outra situação.	00	0,0%	01	2,9%

Fonte: pesquisa direta.

Quando questionados sobre o número de pessoas que residem na mesma casa que eles, nenhum aluno afirmou morar sozinho. A semelhança entre as turmas foi revelada quando 25,6% dos alunos da turma A afirmaram que três pessoas moravam na mesma residência que eles, enquanto que essa mesma resposta foi dada por 26,5% dos alunos da turma D. A resposta indicada por um maior número de estudantes do 2º ano A foi que quatro pessoas residiam junto com ele, por 41,9% deles. Essa resposta também foi a mais afirmada pelos estudantes da turma D, por 29,4% desta (GRÁFICO 05).

Gráfico 05 – Número de pessoas moram na residência de cada participante da pesquisa



Fonte: pesquisa direta.

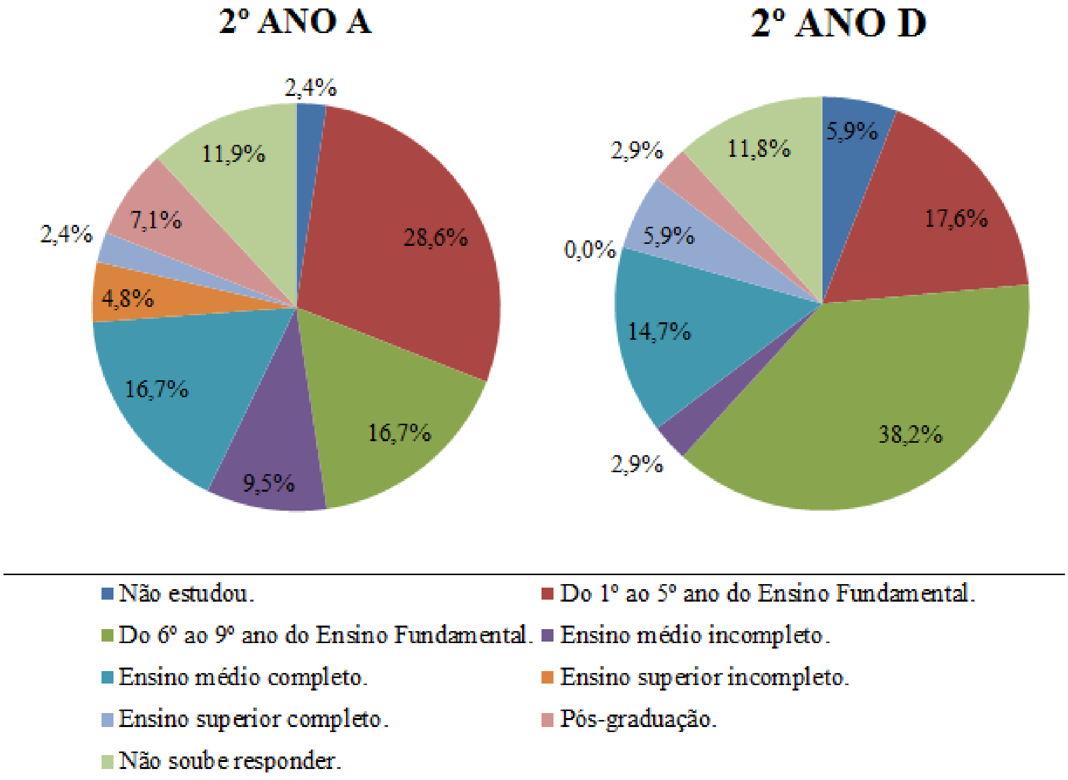
Sobre o número de filhos que os alunos das turmas possuem, 100,0% dos estudantes do 2º ano A responderam não ter filhos. Já no segundo ano D, um (a) estudante revela que possui um (a) filho (a), e este é representado por 2,9% da turma. Os demais 97,1% dos componentes desta sala, afirmam não ter filho. Esses resultados estão organizados na tabela 09.

Tabela 09 – Quantidade de filhos dos participantes da pesquisa				
Nº DE FILHOS	TURMA A		TURMA D	
	Valores absolutos	Valor relativo	Valores absolutos	Valor relativo
Um (a)	00	0,0%	01	2,9%
Não possui filhos	42	100,0%	33	97,1%

Fonte: pesquisa direta.

O gráfico 06 apresenta o nível escolar das mães dos estudantes envolvidos na pesquisa. A partir dele, podemos perceber apenas duas semelhanças entre essas duas turmas neste aspecto. A primeira consiste no percentual de alunos que não soube responder até quando sua mãe teria estudado, na turma A foram 11,9% enquanto que na turma D foram 11,8%. A segunda semelhança se deu ao número de mães que haviam concluído o Ensino Médio, no 2º ano A foi afirmado por 16,7% dos estudantes e no 2º ano D por 14,7% deles.

Gráfico 06 – Nível escolar da mãe de cada estudante envolvido na pesquisa



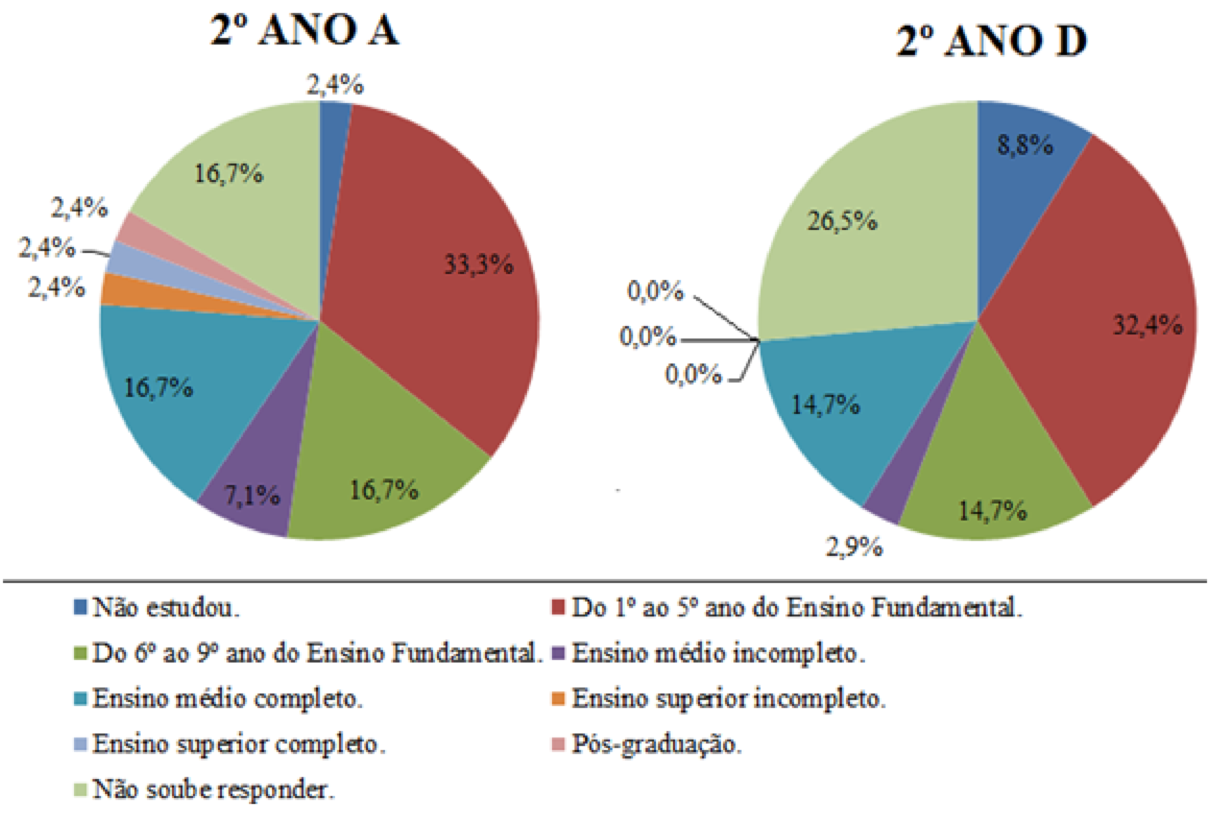
Fonte: pesquisa direta.

O nível escolar dos pais dos estudantes entrevistados é exibido no gráfico 07. Nele é possível constatar que 33,3% e 32,4% dos alunos, respectivamente do 2º ano A e do 2º ano

D, afirmaram que o pai tinha estudado até algum ano entre o 1º ao 5º ano do ensino fundamental. Já os pais que tinham cursado até alguma série do ensino fundamental II, entre o 6º e o 9º ano, também conhecido como antigo ginásio (equivalente da 5ª a 8ª série) foi afirmado por 16,7% dos estudantes da turma A e 14,7% dos da turma D. Não souberam responder 16,7% dos alunos do 2º ano A e 26,5% dos estudantes do 2º ano D.

Percebe-se ainda que quase metade dos pais dos alunos de cada uma das turmas cursou até alguma série do ensino fundamental e, na melhor das hipóteses, aproximadamente 15% deles concluiu apenas este nível de ensino. A última etapa da Educação Básica, o Ensino Médio, foi concluída por 16,7% dos pais dos alunos do 2º ano A e por 14,7% dos pais do 2º ano D. Pode-se afirmar, portanto, que os pais dos alunos dessas duas salas se equiparam quanto ao nível escolar.

Gráfico 07 – Nível escolar do pai de cada estudante envolvido na pesquisa



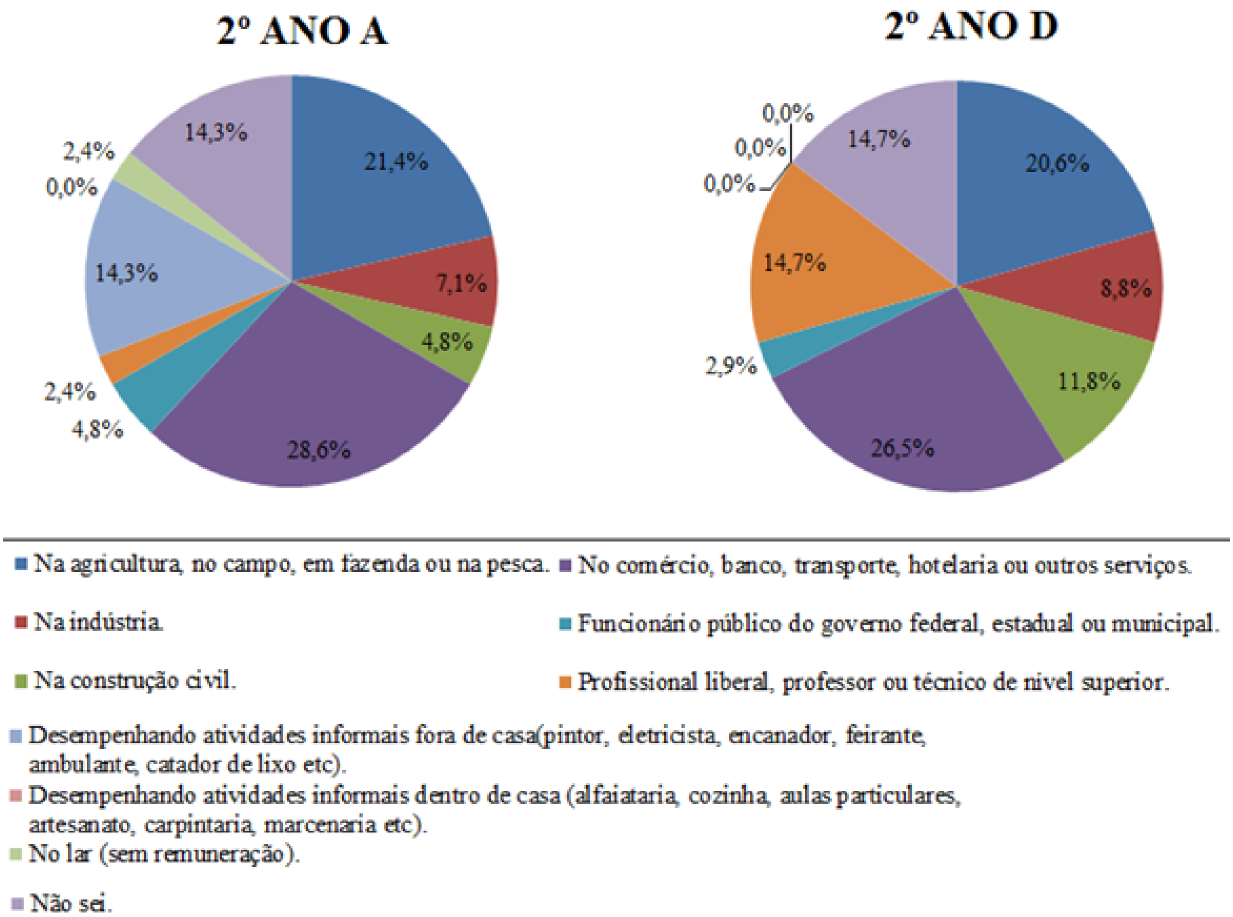
Fonte: pesquisa direta.

Na observação ao oitavo gráfico, o qual indica atividade ou ramo profissional exercido pelo pai de cada estudante, percebe-se quase o mesmo percentual dos setores dados pelas cores roxo, azul escuro e vermelho, que correspondem às respectivas profissões/setores:

No comércio, banco, transporte, hospedaria ou outros serviços; Na agricultura, no campo, fazenda ou pesca; na indústria.

Na área comercial, atuam 28,6% dos pais dos estudantes da turma A, enquanto que do 2º ano D são 26,5% dos pais. A parte azul do gráfico é ocupada por 21,4% dos pais dos alunos do 2º A e por 20,6% dos alunos da turma D. Já o percentual de alunos que afirma que os pais atuam na indústria é dado por 7,1% do 2º ano A e por 8,8% do 2º ano D. De forma curiosa, aproximadamente 14% dos estudantes de cada uma das turmas, assinalaram que não sabiam responder.

Gráfico 08 – Profissão/setor que o pai de cada estudante exerce/atua



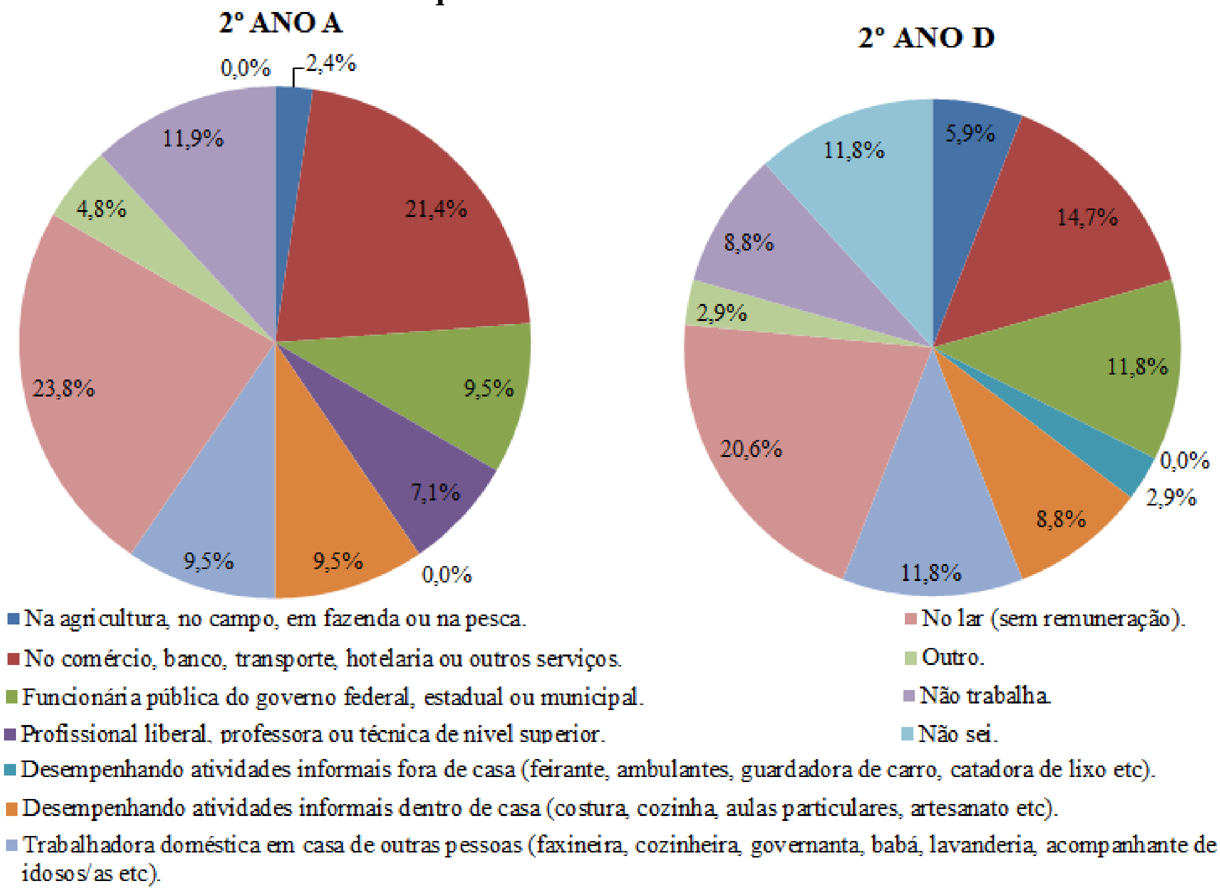
Fonte: pesquisa direta.

Com relação à profissão desempenhada pelas mães dos sujeitos investigados, as semelhanças são percebidas no gráfico 09, nas cores verde escuro, laranja e azul médio, que representam, respectivamente: Funcionária pública do governo federal, estadual ou municipal (com 9,5% das indicações dos alunos da turma A e 11,8% dos alunos da turma D); atividades informais dentro de casa (costura, cozinha, aulas particulares, artesanato, etc), indicados por

9,5% dos estudantes da turma A e 8,8% da turma D; doméstica na casa de outras pessoas, foi assinalado por 9,5% dos integrantes do 2º ano A e 11,8% dos que compõem o 2º ano D. Estas três atividades juntas indicam aproximadamente 28,5% da turma A e 32,4% da turma D.

As opções que indicam que a mãe não trabalha ou trabalha no lar sem remuneração, juntas, foram assinaladas por 35,7% dos estudantes do 2º ano A e por aproximadamente 29,4% dos estudantes do 2º ano D.

Gráfico 09 – Profissão/setor que mãe de cada estudante entrevistado exerce/atua

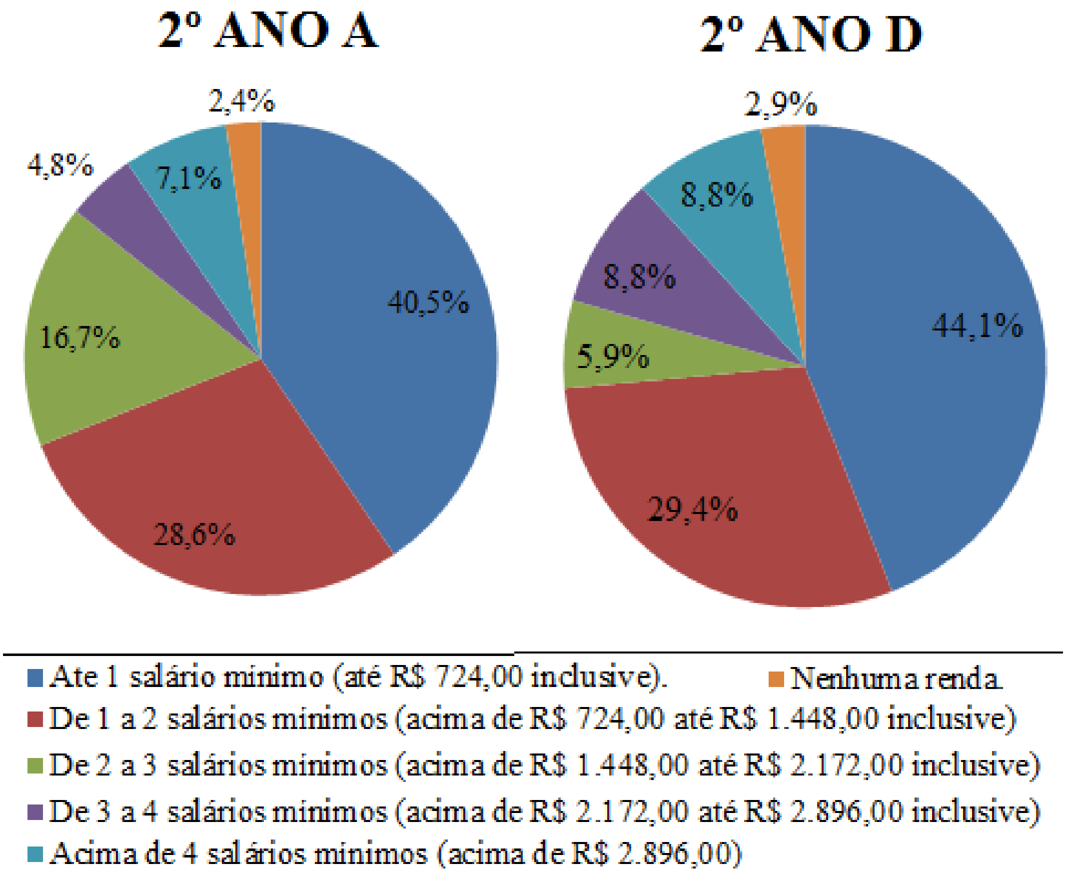


Fonte: pesquisa direta.

O total da renda familiar dos participantes da pesquisa, ou seja, aquela que indica a quantia recebida por todos que residem com eles, está ilustrado no gráfico 10. Em torno de 40,5% dos alunos do 2º ano A, indicaram ter como renda familiar até um salário mínimo e 28,6% dos integrantes dessa mesma turma, indicaram ter entre um e dois salários mínimos como renda. Esses dois intervalos somam mais de 69%.

Já entre os alunos do 2º ano D, 44,1% afirmaram ter renda familiar de até um salário mínimo e, entre um e dois salários mínimos, foi indicado por 29,4% dos que constituem essa turma. Esses dois valores juntos alcançam a casa dos 73%.

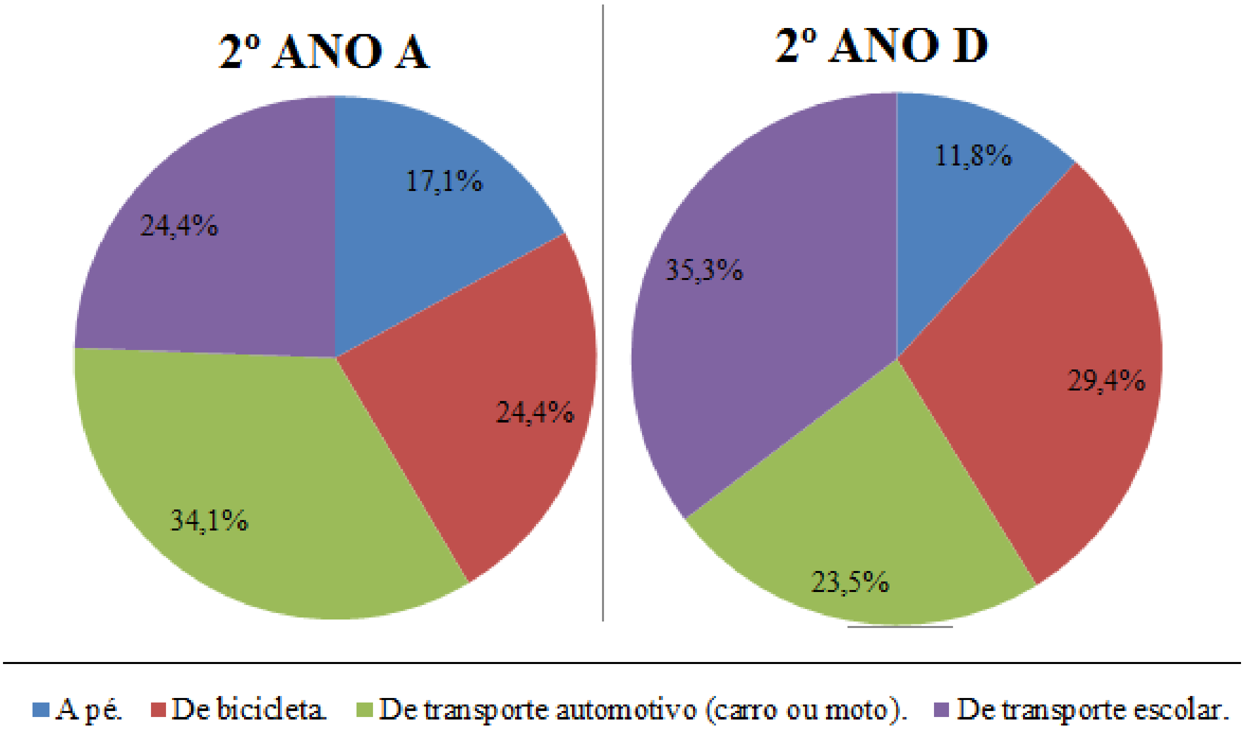
Gráfico 10 – Total da renda familiar dos participantes da pesquisa (contando apenas as pessoas que moram com cada um deles, incluindo a dele, se houver)



Fonte: pesquisa direta.

Quanto ao meio de transporte utilizado por cada um dos estudantes, de suas residências à Escola, somando os alunos que indicam fazer este trajeto por meio de um transporte automotivo (carro ou moto) com os que fazem através do transporte escolar, em ambas as turmas foi assinalado por aproximadamente 58% de cada turma, conforme pode ser observado no gráfico 11. O percentual de estudantes de cada sala que fazem este percurso de bicicleta também é aproximado: 24,4% dos alunos do 2º ano A e 29,4% do 2º ano D. Mais uma vez, percebe-se uma homogeneidade entre os sujeitos da pesquisa.

Gráfico 11 – Meio de transporte utilizado pelos sujeitos da pesquisa de sua residência até à EEE Liceu do Iguatu-Ce Dr. José Gondim

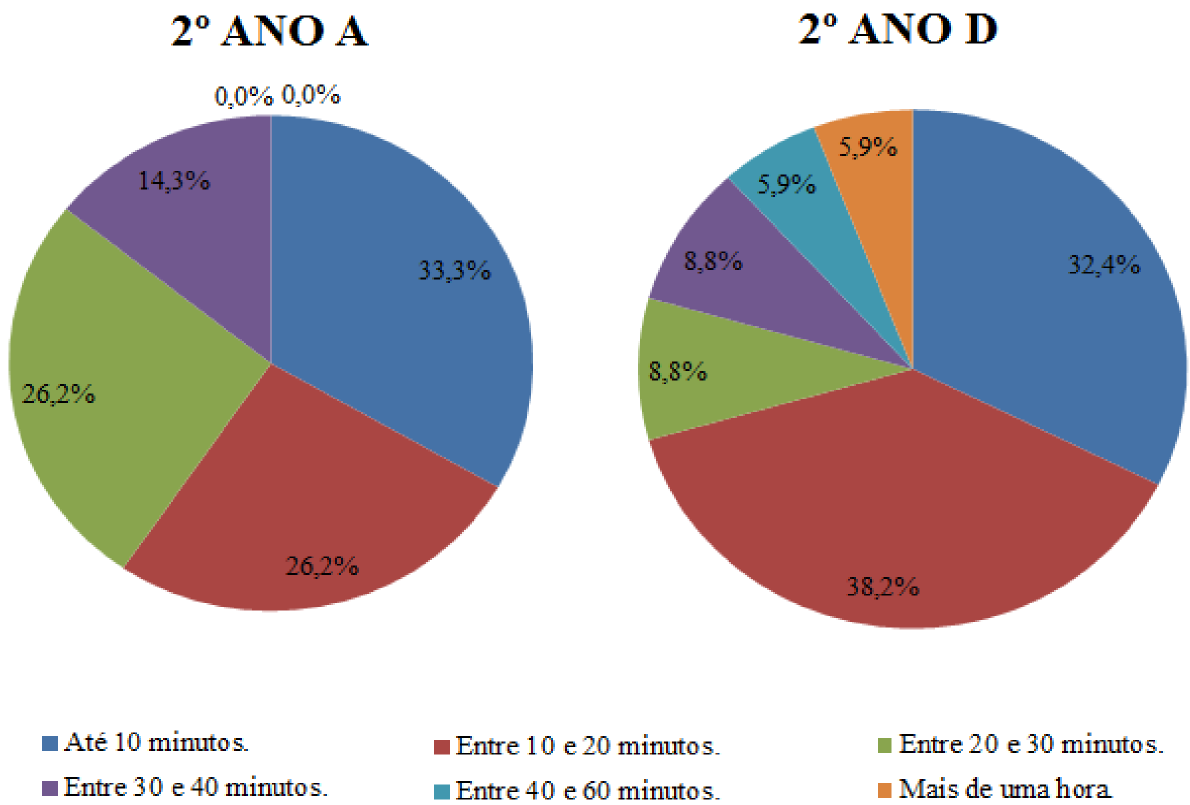


Fonte: pesquisa direta.

Quando questionados sobre o tempo de deslocamento de suas residências até a Escola, dois dados indicam semelhanças entre as turmas. O primeiro é que 33,3% dos estudantes do 2º ano A afirmaram demorar até dez minutos neste percurso, ao passo que 32,4% do 2º ano D afirmou demorar o mesmo intervalo de tempo. Segundo, somando-se os estudantes que levam até 30 minutos para chegarem à Escola, ou seja, os percentuais informados pelos setores pintados no gráfico 12 de azul, vermelho e verde, a turma A terá 85,7% dos estudantes enquanto que o 2º ano D terá 81,2%.

O percentual indicado pelos estudantes da turma A e os da turma D são, respectivamente, 14,3% e 8,% para fazer o percurso casa-escola entre 30 a 40 minutos. Acima de 40 minutos, não foi sinalizado por integrante algum do 2º ano A. Já no 2º ano D, 5,9% indicou demorar entre 40 e 60 minutos e, este mesmo percentual, foi afirmado por aqueles que levam mais de uma hora para chegar até a escola (GRÁFICO 12).

Gráfico 12 – Tempo de deslocamento dos sujeitos da pesquisa de sua residência até à EEE Liceu do Iguatu-Ce Dr. José Gondim

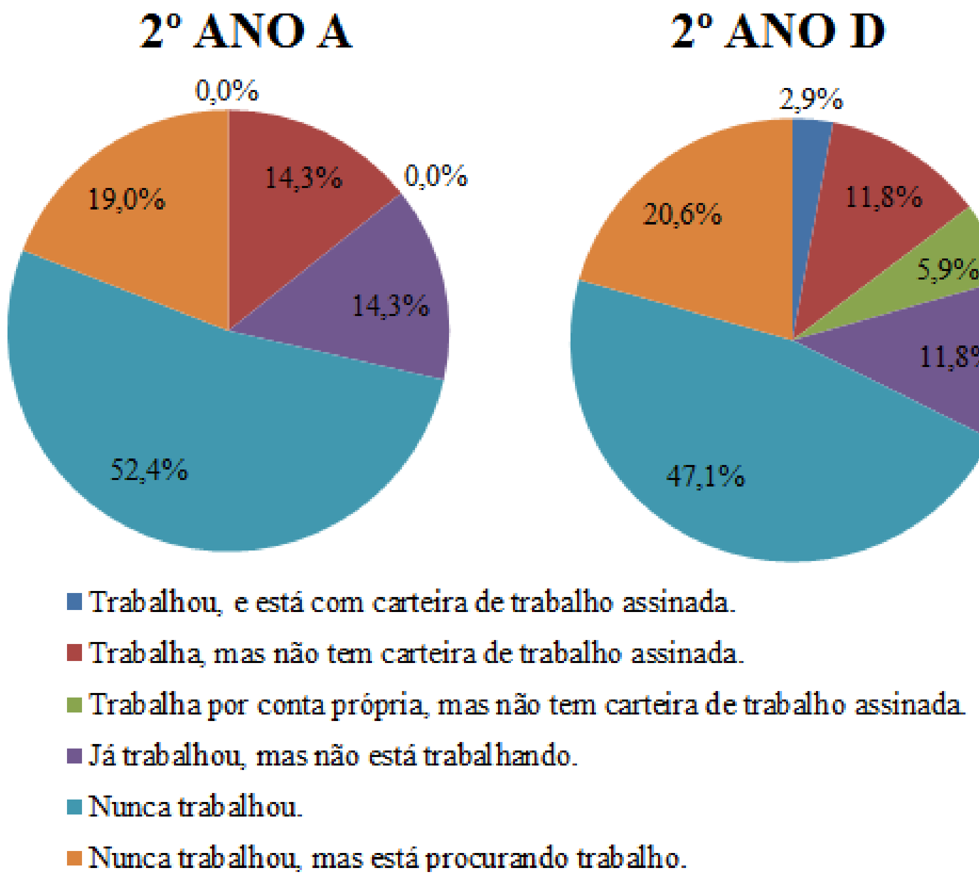


Fonte: pesquisa direta.

Quanto à atividade econômica desempenhada, ou não, pelos participantes da pesquisa, 52,4% dos estudantes do 2º ano A declaram nunca ter trabalhado e outros 19,0% afirmam não estar trabalhado, mas que estão a procura de exercer uma atividade remunerada. Em contrapartida, no 2º ano D, 47,1% deles afirmaram nunca ter trabalhado, enquanto que outros 20,6% desta turma estão procurando conquistar o primeiro emprego. Estes dois aspectos da atuação profissional mostram uma relativa semelhança entre os sujeitos envolvidos na pesquisa. Tais aspectos somam em torno de 71,4% dos alunos do 2º ano A e 67,7% do 2º ano D (GRÁFICO 13).

Um dado que revelou alguma semelhança entre as turmas, mas não com a mesma quantidade expressiva que as descritas no parágrafo anterior, foi o percentual de alunos que indicou trabalhar sem carteira assinada. Foram 14,3% dos alunos do 2º ano A e 11,8% do 2º ano D. A opção “Já trabalhou, mas não está trabalhando” foi assinalada por 14,3% dos componentes da turma A e por 11,8% da turma D.

Gráfico 13 – Percentual dos estudantes participantes da pesquisa que exercem/exerceram uma profissão formal/informal



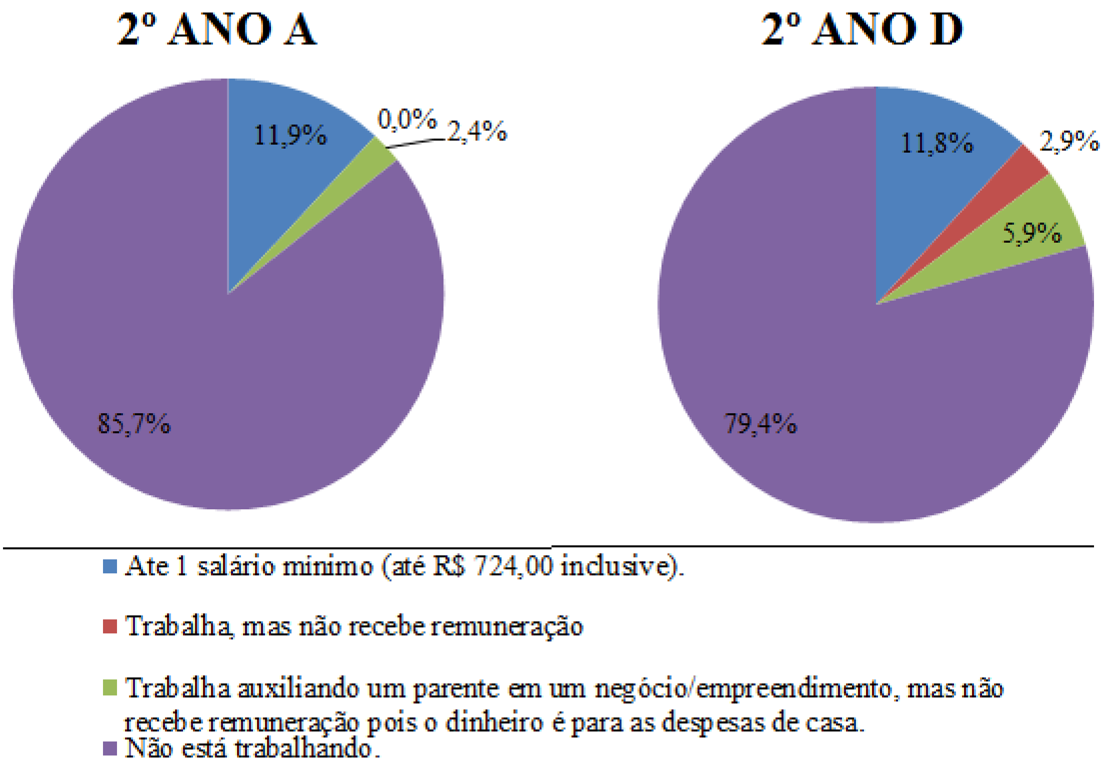
Fonte: pesquisa direta.

A grande maioria dos participantes da pesquisa não está trabalhando atualmente, são 85,7% dos estudantes do 2º ano A e 79,4% do 2º ano D, conforme apresenta o gráfico 14. Daqueles que trabalham recebendo até um salário mínimo, o percentual representado pela turma A é de 11,9%, enquanto que o percentual demonstrado pela turma D é de 11,8%.

Um único aluno do 2º ano A, que representa 2,4% da turma, trabalha auxiliando um parente em um negócio/empreendimento, mas não recebe remuneração, e no 2º ano D são dois alunos que se enquadram nesta mesma situação, e o percentual representado por eles é de 5,9%. Há ainda nesta última turma mencionada, um único estudante exercendo atividade não remunerada, e o mesmo é indicado por 2,9%.

O próprio desenho do décimo quarto gráfico já revela uma relativa semelhança quanto ao exercício remuneratório dos participantes da pesquisa. Percebe-se que grande parte dele está pintado de roxo ou de azul, e os valores percentuais expressos nessas cores são muito próximos.

Gráfico 14 – Renda atual dos integrantes da pesquisa



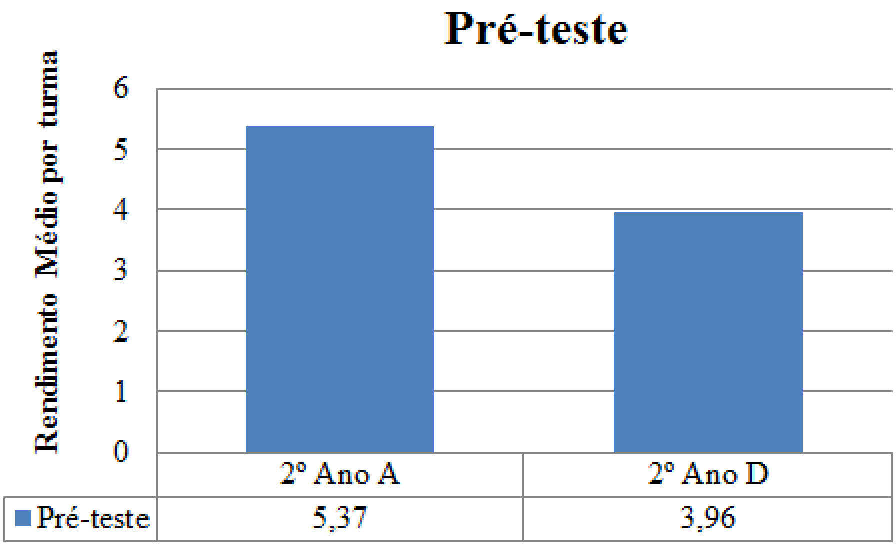
Fonte: pesquisa direta.

Através da caracterização dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa, com base nos resultados obtidos no questionário socioeconômico, fica esclarecida a semelhança destas duas salas diante dos aspectos aqui elencados desde o relacionamento conjugal, a idade, o tempo e o meio de deslocamento no percurso da escola, o nível escolar dos pais, até as atividades profissionais exercidas com ou sem remuneração. O próximo capítulo demonstrará que os resultados obtidos através dos questionários de pré-teste e pós-teste, favoreceram aos resultados de aprendizagem obtidos pelos alunos da turma em que o conteúdo de sólidos geométricos foi desenvolvido através da metodologia da Sequência Fedathi.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS DE APRENDIZAGEM

O questionário pré-teste foi respondido por 43 estudantes do 2º ano A e por 38 do 2º ano D. Após a correção deste questionário, os resultados das médias obtidas por cada uma das turmas foram. O gráfico 15 ilustra estes resultados:

Gráfico 15 – Rendimento médio dos estudantes obtidos no questionário de pré-teste



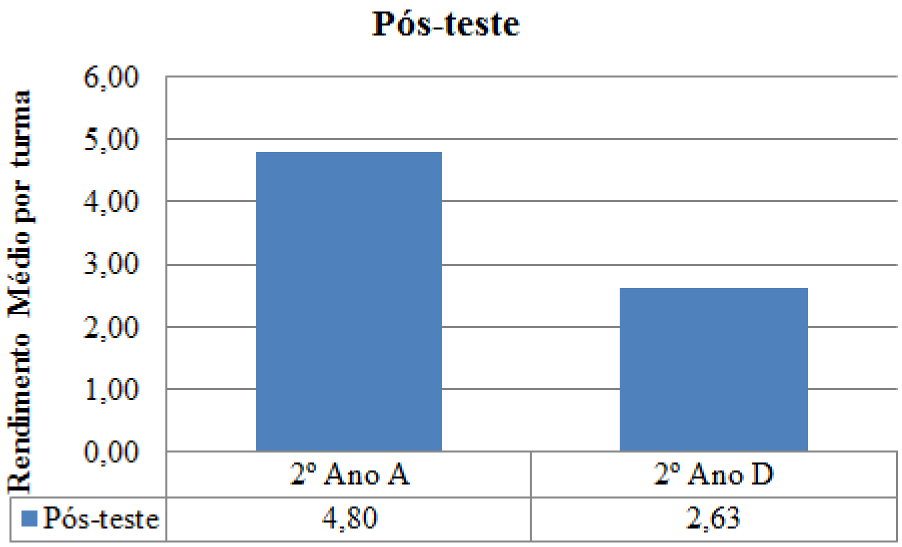
Fonte: pesquisa direta.

Como se pode observar, o rendimento médio dos estudantes do 2º ano A é melhor do que o rendimento médio dos estudantes do 2º ano D. Esta última turma, a de controle, alcançou a 3,96, numa escola de 0,0 a 10,0 enquanto que o 2º ano A, 5,37. (GRÁFICO 15) As questões do pré-teste se referiam aos conteúdos requisitos ao assunto de sólidos geométricos tais como: Número de vértices, faces e arestas; área de figuras planas; noções de volume; planificação de poliedros/corpos redondos.

Os resultados do pré-teste apontaram uma diferença de 1 ponto e 41 centésimos entre as duas turmas no que tange aos conhecimentos pré-requisitos de sólidos geométricos entre as turmas. Isso não inviabiliza o desenvolvimento da pesquisa uma vez que há semelhança de rendimentos de aprendizagem, conforme apresentado no tópico 4.1 deste trabalho, e também semelhança nas condições de aprendizagem, conforme os resultados apontados pelo questionário socioeconômico.

Já o pós-teste, que verificou o quanto os alunos aprenderam sobre os conteúdos de sólidos geométricos, foi respondido por 42 estudantes do 2º ano A e por 34 do 2º ano D. O rendimento médio obtido por cada turma é apresentado no gráfico 16:

Gráfico 16 – Rendimento médio dos estudantes obtidos no questionário de pós-teste



Fonte: pesquisa direta.

Os estudantes do 2º ano A, onde a pesquisa foi desenvolvida, obtiveram no pós-teste rendimento médio 4,80 (numa escala de 0,0 a 10,0) enquanto que o 2º ano D, tomado como turma controle, apresentou médias 2,63 (GRÁFICO 16). Levando em consideração apenas o resultado final do pós-teste, pode-se afirmar que, nesta pesquisa, o ensino de sólidos geométricos a partir da Sequência Fedathi, favoreceu a melhores resultados de aprendizagem dos estudantes.

No entanto, poderão surgir questionamentos como: As duas turmas pesquisas tiveram queda de rendimentos, se compararmos os resultados do pré-teste com os do pós-teste de cada uma delas? Com certeza não. Apesar da diferença numérica entre os testes de cada turma, cada questionário avaliou conteúdos diferentes: o questionário pós-teste avaliou o conteúdo de sólidos geométricos, e o pré-teste os assuntos pré-requisitos a este último.

Outro questionamento que pode surgir é: Os resultados do pré-teste revelam que estas duas turmas não partiram do mesmo nível de conhecimento? Para responder tal indagação, uma avaliação pode ser feita dos resultados de aprendizagem tomando como marco inicial o resultado de avaliação do pré-teste.

O 2º ano A reduziu, em relação a sua própria nota do pré-teste, cinquenta e sete centésimos (menos de um ponto). Calculando a porcentagem da diferença entre esses dois testes e dividindo pela nota do pré-teste, percebe-se que essa redução foi de 11,88%. Por outro lado, a diferença entre os testes do 2º ano D foi de um ponto e trinta e três centésimos, que em termos percentuais, essa redução foi de 35,59% em relação à própria nota do pré-teste da turma controle. Tais valores são demonstrados na tabela 10, a seguir:

Tabela 10 – Médias obtidas por cada turma a partir das notas dos alunos no pré-teste e no pós-teste e outras comparações			
	MÉDIA DOS ALUNOS	**TURMA A**	**TURMA D**
Linha 01	Pré-teste	5,37	3,96
Linha 02	Pós-teste	4,80	2,63
Linha 03	Diferença entre pré-teste e pós-teste	0,57	1,33
Linha 04	Percentual entre a diferença entre as notas pré-Teste e pós-teste pela nota de pré-teste	11,88%	33,59%

Fonte: pesquisa direta.

As chamadas linhas 01 e 02 da tabela anterior revelam o que foi informado pelo gráfico 15: o rendimento médio dos estudantes obtidos nos questionários de pré-teste e de pós-teste. O diferencial da tabela anterior, em relação ao mencionado gráfico, está nas chamadas linhas 03 e 04. A linha 03 resulta da subtração da linha 01 pela linha 02. Já a linha 04, é o quociente da linha 03 pela linha 04, multiplicado por 100 (uma vez que a mesma indica o “percentual entre as diferenças das notas de pré-teste e pós-teste pela nota de pré-teste”). Vê-se na equação que define a linha 04:

$$Dados\ da\ linha\ 04 = \frac{Dados\ da\ Linha\ 03}{Dados\ da\ Linha\ 01}.100$$

Diante da comparação desses valores de decrescimento relativo, tendo como marco inicial os valores obtidos no pré-teste de cada turma, percebe-se, mais uma vez, que nesta pesquisa o ensino de sólidos geométricos pautado na Sequência Fedathi, como metodologia de ensino, possibilitou melhores resultados de aprendizagem dos alunos.

Para maior certificação da contribuição da Sequência Fedathi, comparou-se o rendimento médio obtido por essas duas turmas ao longo do 1º e do 3º bimestre em Matemática, assim como no pré-teste e no pós-teste. Os resultados foram inseridos na tabela 11, apresentada a seguir.

Tabela 11 – Comparação do rendimento de aprendizagem entre as turmas do 2º no A e do 2º ano D no 1º, no 3º bimestre, no pré-teste e no pós-teste em relação às notas do 2º ano A no mesmo período

Coluna A	**Coluna B**	**Coluna C**	**Coluna D**	**Coluna E**
Média obtida pelos estudantes	**2º Ano A**	**2º Ano D**	**Diferença entre 2º ano D e 2º ano A**	**Percentual da diferença entre o 2º ano D e o 2º Ano A, dividido pelo 2º Ano A**
1º Bimestre (após recuperação paralela)	6,86	6,18	– 0,68	– 9,91%
3º Bimestre (antes da recuperação paralela)	5,27	5,32	+ 0,05	+ 0,95%
Média do 1º e 3º Bimestre	6,07	5,75	– 0,32	– 5,27%
Pré-Teste	5,37	3,96	– 1,41	– 26,26%
Pós-teste	4,80	2,63	– 2,17	– 45,20%

Fonte: pesquisa direta.

Compreendendo, primeiramente, a inserção dos valores dessa tabela, as *colunas A*, *B* e *C* são apenas valores dos quais já se tinha conhecimento. Na *coluna D* consta a subtração da *coluna C* pela *coluna B*. Já os valores obtidos pela *coluna E* resultam do quociente da *coluna D* pela *coluna A*, multiplicado por 100, uma vez que representa o "percentual da diferença entre o 2º ano D e o 2º Ano A, dividido pelo 2º Ano A". A equação da coluna E seria:

$$Coluna\ E = \frac{Coluna\ D}{Coluna\ A}.100$$

OU

$$Coluna\ E = \frac{(Média\ do\ 2º\ ano\ D) - (Média\ do\ 2º\ ano\ A)}{(Média\ do\ 2º\ ano\ A)} . 100$$

Após a compreensão da construção da tabela 11, é possível apreender que no 1º bimestre essa diferença entre as notas do 2º ano A com o 2º ano D era de apenas sessenta e oito centésimos. Quando comparada em termos percentuais em relação à própria nota do 2º ano A, essa diferença era de 9,91%. Já no 3º bimestre, onde não havia ocorrido ainda a recuperação paralela na Escola, cinco centésimos diferenciavam o rendimento entre as salas, sendo que, desta vez, o 2º ano D supera ao 2º ano A, ao contrário do que ocorreu no 1º bimestre. Em termos percentuais, essa diferença é de apenas 0,95% em relação à nota obtida no 2º ano A.

Na comparação dos resultados obtidos no pré-teste, essa defasagem de rendimento médio é de um ponto e quarenta e um centésimos a mais para o 2º ano A, que em parâmetros percentuais implica em 26,26% em relação à nota obtida pelo 2º A no pré-teste. E quando se faz um paralelo quanto aos resultados do pós-teste, o 2º ano A teve dois pontos e dezessete centésimos a mais que o 2º ano D, o que resultou em uma diferença de 45,20% em relação à própria nota do 2º ano A. Ao longo de todas essas avaliações aqui apreciadas (1º bimestre, 3º bimestre, pré-teste e pós-teste), nunca essa disparidade foi tão grande quanto nos resultados médios obtidos através do questionário pós-teste.

Como o conteúdo de sólidos geométricos foi trabalhado com os alunos do 2º ano A, à luz da metodologia Fedathi fica, mais uma vez, demonstrado que o método proporcionou resultados de aprendizagem mais expressivos dos estudantes.

A análise dos resultados de aprendizagem também apreciou o percentual de estudantes que acertaram, parcialmente ou na íntegra, cada uma das questões do pré-teste e do pós-teste. Com relação ao peso do pré-teste e do pós-teste, recorda-se que todas as questões tinham um mesmo peso, de 10/9 (dez nonos) para o pré-teste, o que em valores decimais são aproximadamente 1,11 para cada uma, e de 1,0 (um) ponto para cada questão do pós-teste.

Pela tabela 12, a qual ilustra o percentual de alunos do 2º ano A e do 2º ano D que acertaram (parcialmente ou totalmente) as questões do pré-teste, percebe-se que os estudantes da turma controle superaram os da turma A (encontra-se destacado na tabela) apenas nos acertos parciais, entre 25% e 75% de cada questão, nas de número 05, 06 e 08, embora que o percentual de acertos da turma A nessas mesmas questões foi superior aos da turma D. Em todas as outras questões do pré-teste, seja em acertos parciais ou na íntegra, o percentual de estudantes do 2º ano A foi maior que os do 2º ano D.

Tabela 12 – Percentual de alunos do 2º ano A e do 2º ano D que acertaram (parcialmente ou totalmente) as questões do pré-teste[6]				
QUESTÃO	Percentual de alunos que acertaram **parcialmente** a questão (entre 25% e 75% dela)		Percentual de alunos que acertaram **totalmente** a questão	
	2º ano A	**2º ano D**	**2º Ano A**	**2º Ano D**
01	60,47%	39,47%	18,61%	12,82%
03	0,00%	0,00%	86,05%	63,16%
04	0,00%	0,00%	88,37%	84,21%
05	0,00%	5,26%	25,58%	23,68%
06	0,00%	7,90%	76,74%	50,00%
07	34,88%	21,05%	18,61%	12,82%
08	13,95%	15,79%	18,61%	2,63%
09	2,33%	0,00%	65,17%	39,47%
10	53,49%	52,63%	2,33%	0,00%

Fonte: pesquisa direta.

Fazendo uma análise do percentual de estudantes que responderam corretamente cada um dos itens do pós-teste, organizados na tabela 13, constata-se que a turma controle só foi superior ao 2º A (conforme destacado na referida tabela) nas questões 01 e 09, sendo que a primeira ultrapassou apenas nos acertos parciais, além da questão 06 (onde 38,24% dos estudantes do 2º D acertaram totalmente ao mencionado item, enquanto no 2º ano A foram apenas 30,95% da sala). Não houve aluno que acertou parcialmente as questões 03 e 06, por elas serem objetivas, mas nos demais itens, o 2º ano A superou o 2º ano D.

Tabela 13 – Percentual de alunos do 2º ano A e do 2º ano D que acertaram (parcialmente ou totalmente) as questões do pós-teste[7]**(continua)**				
QUESTÃO	Percentual de alunos que acertaram **parcialmente** a questão (entre 25% e 75% dela)		Percentual de alunos que acertaram **totalmente** a questão	
	2º ano A	**2º ano D**	**2º Ano A**	**2º Ano D**
01	30,95%	88,24%*	66,67%	8,82%
02	2,38%	0,00%	80,95%	2,94%

6 No momento da digitação do pré-teste, saltou-se da questão 01 para a questão 03. Daí a justificativa para a ausência da referida questão.

7 O acerto parcial dos alunos do 2º ano D nas questões 01 e 08 do pré-teste variou entre 10% e 90%.

Tabela 13 – Percentual de alunos do 2º ano A e do 2º ano D que acertaram (parcialmente ou totalmente) as questões do pós-teste (conclusão)				
QUESTÃO	Percentual de alunos que acertaram **parcialmente** a questão (entre 25% e 75% dela)		Percentual de alunos que acertaram **totalmente** a questão	
	2º ano A	**2º ano D**	**2º ano A**	**2º ano D**
03	0,00%	0,00%	88,10%	67,65%
04	11,91%	0,00%	40,48%	32,35%
05	7,14%	5,88%	28,57%	5,88%
06	0,00%	0,00%	30,95%	38,24%
07	19,05%	2,94%	19,05%	5,88%
08	42,86%	11,77*	16,67%	2,94%
09	14,29%	26,47%	11,91%	17,65%
10	28,57%	14,71%	11,91%	0,00%

Fonte: pesquisa direta.

De, diante do exposto anteriormente, pode-se concluir, com base nos resultados apontados nos questionários de pré-teste e no pós-teste desta pesquisa, que o ensino de sólidos geométricos à luz da Sequência Fedathi favoreceu a melhores resultados de aprendizagem dos estudantes.

Será realizada, no capítulo seguinte, uma avaliação da aplicação do método Fedathi ao ensino de sólidos geométricos onde será discutido, em cada sessão didática, os elementos presentes da Sequência em momentos da aula.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO POTENCIAL PEDAGÓGICO DA METODOLOGIA DA SEQUÊNCIA FEDATHI APLICADO AO ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Neste capítulo são demonstradas as observações feitas na execução das sessões didáticas desenvolvidas, tomando por base o planejamento dessas e os registros do diário de bordo. Precedeu à aplicação das sete sessões didáticas necessárias para o desenvolvimento do conteúdo de sólidos geométricos, um planejamento de cada sessão no qual constava:

- *Preparação da sessão didática:* contemplava o planejamento, as questões problemas a serem trabalhadas, as respostas esperadas pelos alunos, as estratégias de abordagem;
- *Material de apoio ao estudante:* em folha(s) de papel ofício, contendo as situações-problema apresentadas, os desenhos projetados na lousa, o resumo da aula;
- *Os slides*: que projetava na lousa exatamente o que o "Material de apoio ao estudante" trazia impresso em folha de papel ofício;
- *Resumo da sessão:* contém os conteúdos e os objetivos de aprendizagem a serem alcançados em cada sessão didática, além dos recursos que seriam utilizados (pincel, canetas, cópias do "Material de apoio ao estudante", etc).

Nessas observações, avaliou-se a aplicação do método Fedathi ao ensino de sólidos geométricos nas sete sessões didáticas, buscando identificar os elementos presentes da Sequência Fedathi, tomando por base os procedimentos pedagógicos das sessões didáticas, além dos registros feitos através da filmagem, que funcionava como uma espécie de diário de bordo.

6.1 Análise da aplicação na Sessão 01

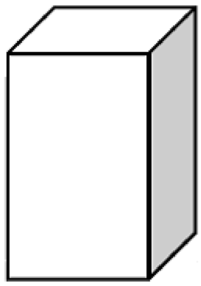
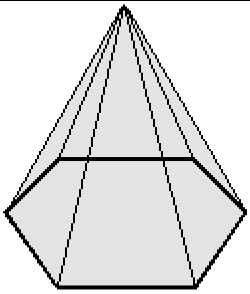
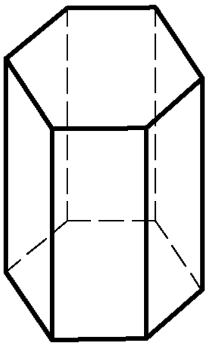
O objetivo desta sessão didática é fazer o estudante perceber a relação entre o número de vértice, com o número faces e de aresta de um sólido geométrico, através de uma situação problema da qual se apresentará a seguir. Uma vez elucidada a situação problema pelos estudantes, após a maturação dos dados e apresentação da(s) solução(ões) pelos mesmos, apresentar a Relação de Euler, a qual trata da relação entre as variáveis vértices, faces e aresta de um sólido geométrico, de forma clara e segura, aproveitando o conhecimento do estudante exposto na fase de maturação e solução.

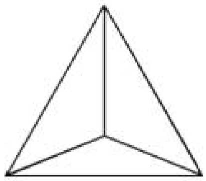
1º Passo: dividir a sala em equipes de três a quatro estudantes.

Diário de bordo: *como a turma já estava orientada na aula anterior (onde foi aplicado o questionário pré-teste) quanto à sua organização, a mesma se dividiu rapidamente, conforme orientado.*

2º Passo: entregar a todos os estudantes um exercício, dito situação problema, e um exercício para cada equipe do qual deverá vir a resposta final da equipe.

Situação problema: Identifique o número de vértices (V), o de faces (F) e o de arestas (A) de cada um dos sólidos geométricos a seguir. Cada aluno deverá fazer sua análise, porém, deverá haver uma única resposta para toda a equipe.

	Sólido Geométrico	Nº de Vértices (V)	Nº de Faces (F)	Nº de Arestas (A)
A)				
B)				
C)				

D)				

Diário de Bordo: *Antes da apresentação da situação problema, foi apresentado o objetivo da aula do dia. A situação problema foi apresentada na forma de slide, e o estudante pode acompanhar por um material impresso, o qual foi denominado de material de apoio do aluno 01.*

3º Passo: Entregar, a cada grupo, um sólido geométrico de cada exemplo do exercício anterior, feito de papel dupla face, de forma não ordenada ao do exercício. Após entregar, pedir aos estudantes para resolverem o exercício anterior, auxiliados pelo material manipulável entregue (os sólidos geométricos de papel dupla face).

Espera-se que boa parte dos estudantes/equipes possa resolver a situação-problema com razoável facilidade, uma vez que estes estarão com posse de um material concreto. Aos que obtiverem respostas equivocadas, faz-se necessário que percebam seus erros provocando uma discussão entre toda a turma, sobre os resultados alcançados. Acredita-se que tal discussão já ocorra entre os membros de uma mesma equipe e, assim, supere muitas das divergências de soluções.

Diário de Bordo: *O sólido só foi entregue após os estudantes demonstrarem dificuldade na situação problema. Tal dificuldade foi identificada a partir do número de arestas ou faces que divergiam em alguns itens da situação problema. Percebeu-se também, que uma vez que os alunos estavam de posse do material manipulável, os alunos não divergiram tanto das respostas.*

É natural que nesta fase surjam algumas perguntas relacionadas ao que seja vértice, arestas ou faces. Neste instante, é interessante implementar o que Borges Neto et al (2001) denomina como metodologia **mão-no-bolso**, a qual trata-se de uma postura em que o professor deve adotar para responder a questionamentos dos estudantes, ou seja, o professor irá induzir o aluno a pensar, sem apresentar-lhe uma resposta direta.

Diário de Bordo: *Conforme previsto, alguns alunos não tinham convicção da diferença entre vértice, arestas ou faces. A definição foi dada por eles mesmos, na medida em que os alunos diferenciavam esses elementos da seguinte forma:*

- Vértice: são as pontas, ou os pontos.

- Arestas: são as linhas.

- Faces: são os retângulos ou os triângulos, (o que tem alguma coerência já que até o momento não havia corpos redondos como cilindro ou cone).

Apesar da definição intuitiva e simplória, era notório que os sujeitos mencionados sentiam-se mais seguros do conhecimento relembrado pelos colegas, além do fato da linguagem fazê-los compreender melhor. Com relação à expectativa, esta foi atendida.

4º Passo: De posse das respostas adequadas, fazer o seguinte questionamento:

- Vocês perceberam alguma relação entre o número de vértices, o número de faces e o número de arestas?

Diário de Bordo: *Quando as respostas corretas (informadas pelos estudantes) foram escritas no quadro branco, a partir da projeção da situação problema por meio do Datashow, é interessante que nem foi preciso apresentar a pergunta anterior para que a estudante Y.F.C. percebesse e afirmasse a percepção em voz alta, dizendo:*

"Eu percebi que o número de faces mais o número de vértices menos dois é igual ao número de arestas".

Daí foi sugerido que se verificasse sua afirmação. Foi conferida coletivamente, em voz alta, a afirmação para cada item da situação problema, e os outros alunos sentiram-se seguros da afirmação da estudante. Então foi relatado, em tom de brincadeira sem desqualificar ninguém, que essa afirmação da aluna bem que poderia ser um conhecimento matemático que tivesse como nome relação de Y. (foi citado o primeiro nome da aluna). Mas, infelizmente Euler já havia nascido antes e percebido tal relação. Desta forma foi apresentado o novo conhecimento: Relação de Euler: $V + F - 2 = A$, onde V é o número de vértices, F é o número de faces e A é o número de arestas.

Caso não haja uma percepção, apresentar o exercício anterior com as respostas corretas, ou pedir que se reportem aos resultados da atividade realizada por eles.

A resposta correta a ser dada pelos alunos, é que eles percebam que a soma do número de vértices, com o número de faces seja igual ao número de arestas adicionado duas unidades. Ou que a soma do número de vértices com o número de faces, subtraída duas unidades seja igual ao número de arestas.

Uma vez encontrada tal resposta, fazer a seguinte proposta:

- Elaborem uma fórmula matemática daquilo que vocês perceberam.

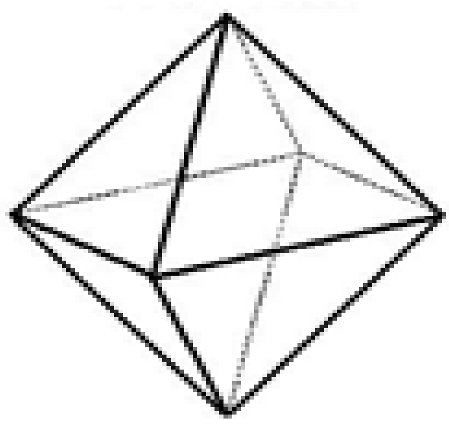
Diário de bordo: *tal comando não precisou ser dado, pois já foi ilustrado no quadro no instante em que a aluna Y.F.C. afirmou em sala sua percepção anteriormente descrita.*

5º Passo: A partir de então, apresentar a fórmula matemática conhecida por Relação de Euler, como forma prática e segura para resolver exercícios em que relacionem o número de vértices, com o de arestas e faces de um sólido geométrico (Etapa da Prova da Sequência Fedathi).

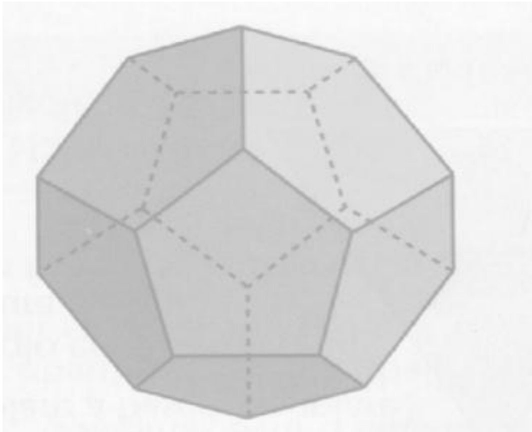
6º Passo: Apresentar os seguintes exercícios para que os alunos elucidem o conhecimento que está sendo trabalhado.

Exercício 01: Um decaedro, poliedro assim chamado por possuir dez faces, possui 16 vértices. Calcule o número de faces deste poliedro.

Exercício 02: O octaedro possui seis vértices. Determine o número de arestas.



Exercício 03: O poliedro a seguir (o qual será entregue aos estudantes) é chamado de dodecaedro. Sabendo que o mesmo possui 20 vértices, calcule o número de arestas.



Exercício 04: Um decaedro, poliedro assim chamado por possuir 10 faces, possui 16 vértices. Calcule o número de arestas deste poliedro.

7º Passo: Visando estimular os estudantes à nomenclatura dos poliedros, lançar a seguinte pergunta:

- Pelos exercícios anteriores, o nome do poliedro depende do que?

Caso esta pergunta não seja suficiente para alcançar a resposta, indicar o nome dos poliedros da situação problema 01, e insistir na pergunta:

- E agora, diante destes dois exercícios, o nome do poliedro depende do que?

Diário de Bordo: *Nos exercícios anteriores, ao longo de sua resolução, alguns estudantes já haviam manifestado terem recordado do assunto.*

8º Passo: Entregar aos estudantes o resumo da aula deste dia, o qual está expresso a seguir:

Resumo da Aula:

Há uma relação entre o número de vértices (V), de faces(F) e de arestas (A) de um poliedro. Esta é expressa pela Relação de Euler, a qual é descrita a seguir:

Relação de Euler: ____.

A nomenclatura, ou nome, de um poliedro depende do número de __________________ deste.

Diário de bordo: *Os estudantes sugeriram a resposta anterior sem grandes dificuldades. Sobre o nome do poliedro, tiveram dificuldade apenas em recordar os primeiros e no eneaedro, onde eles afirmavam ser o nonaedro.*

Nº de Faces	Nome do Poliedro
04	
05	

06	
07	
08	
09	
10	
11	
12	
15	
20	

Exercícios de classe e domiciliares:

a. Exercício de classe

Exercício 01: O decaedro, poliedro assim chamado por possuir 10 faces, possui 16 vértices. Calcule o número de faces deste poliedro.

Exercício 02: O tetraedro possui 04 vértices. Determine o número de arestas.

b. Exercício domiciliar

Exercício 03: Qual o nome do poliedro que possui 36 vértices e 54 arestas?

6.2 Análise da aplicação na Sessão 02

1º passo: dividir os estudantes em grupos de três ou quatro.

2º passo: recapitular, através de uma conversa, os conteúdos vistos na sessão didática anterior: Relação de Euler e nomes dos poliedros. Após recordar, reapresentar a Relação de Euler e o nome de alguns poliedros (atividade de casa da semana anterior). Aproveitar para pedir algum aluno para resolver o exercício que ficou para casa, no quadro, deixando a questão projetada no *data-show*.

Diário de bordo: *O exercício de recapitulação favoreceu a retomada da aula anterior, a participação dos estudantes e um contato inicial, para aqueles que faltaram, com alguns termos importantes para a aula de hoje, tais como: vértice, arestas, faces, poliedros, dentre outros.*

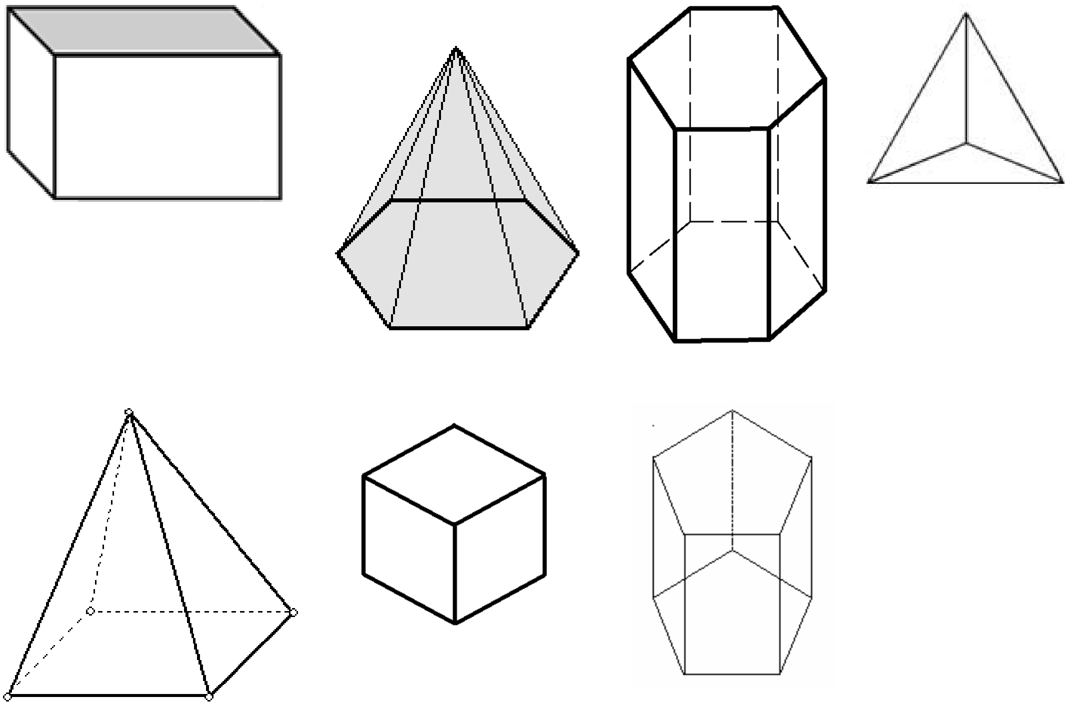
3º passo: apresentar o objetivo da aula de hoje:

Objetivo: reconhecer e diferenciar dois tipos de poliedros (prismas e pirâmides) e calcular a área superficial de alguns prismas (quadrangular, triangular e hexagonal).

Diário de bordo: *Tal objetivo não foi apresentado, pois tiraria a possibilidade dos próprios estudantes perceberem a diferença.*

4º Passo: apresentar à turma sete poliedros, dentre eles pirâmides e prismas, e questioná-los: “Como vocês agrupariam estes sólidos em dois grupos? Qual o critério que vocês utilizariam?”

Sólidos:



Insistir na mesma pergunta a cada resposta apresentada anteriormente.

Espera-se que os estudantes possam dividir por cores, tamanhos, ou formas. Quando a resposta for de acordo com este último critério citado (forma), reformular a pergunta de modo a especificar o questionamento, da seguinte forma:

- “Por falar em forma, qual (is) característica(s) um grupo possui que o diferencia do outro grupo?”

Diário de bordo: *De forma surpreendente, quando a turma foi questionada “Como vocês agrupariam estes sólidos em dois grupos? Qual o critério que vocês utilizariam?” O estudante M.S.R.C respondeu que “aqueles que tem duas faces opostas”, e complementou acrescentando “aquele que possui duas ou mais faces paralelas... opostas e paralelas”. Então foi questionado: “O que são [faces] opostas?”. M.S.R.C respondeu: “Opostas é mais ou menos paralelas, por exemplo esse objeto [na ocasião, se referia a um prisma de base* *pentagonal] possui duas faces paralelas, já o triângulo [provavelmente se referindo à pirâmide] não".* Dando prosseguimento a afirmação do estudante foi organizada, e disse: *"esse objeto aqui [segurando o prisma de base pentagonal] possui duas faces paralelas".* Apontando para as duas faces laterais deste sólido, foi indagado: *"essa face aqui é paralela a essa aqui", o aluno respondeu, "não, a de cima é paralela à de baixo".* Percebe-se nesse diálogo o que Souza (2010) identifica estar presente na etapa da maturação (segunda fase da Sequência Fedathi, onde os alunos compreendem e identificam as variáveis envolvidas): os questionamentos. Estes são relevantes para a formulação do raciocínio matemático, por incitar o raciocínio dos alunos e favorecem ao professor certificar se os alunos estão acompanhando o desenvolvimento dos conteúdos.

Daí em diante, os questionamentos feitos foram voltados para todos os alunos: *"Qual seria o outro sólido que teria duas faces opostas e paralelas?"* Os estudantes responderam corretamente, indicando o prisma hexagonal, o prisma retangular reto (paralelepípedo) e o prisma quadrangular. Essa resposta dos estudantes pode se remeter ao que Sousa (2010) afirma sobre a etapa da maturação, apesar desta exigir um tempo significativo da aula, a mesma promove uma aprendizagem na maioria dos alunos (dado à última resposta apresentada por eles ser correta). Percebe-se também que toda a discussão não foi perda de tempo. Ao contrário, se o conteúdo em estudo (características dos prismas e das pirâmides, assim como suas diferenças) tivesse sido apresentado de forma expositiva aos estudantes, certamente a compreensão dos mesmos, assim como o envolvimento deles na aula, e por consequência, o bom entendimento pela maioria dos estudantes, não teria acontecido. Afinal, os alunos estariam apenas como meros expectadores deste processo.

Em seguida, as características presentes no segundo grupo de poliedros foram vistas: as pirâmides (as de base triangular, quadrangular e hexagonal) a partir da seguinte pergunta: *"Esse aqui [referindo-se a uma pirâmide de base quadrangular] possui faces paralelas?" Um aluno respondeu que sim.* Antes que se pudesse questionar quais eram as duas faces paralelas presentes na pirâmide em questão, um aluno afirmou *"não, paralelas não se cruzam, tá se cruzando em cima [mencionando o vértice da pirâmide]".* Alguns estudantes reagiram dizendo *"ah, agora eu entendi".* Mesmo assim foi solicitado: *"ele está dizendo que essa face aqui da frente [onde se apontava para uma das faces laterais da pirâmide quadrangular] com essa face aqui de trás elas se cruzam, ele usou a palavra cruzam, mas equivale a elas se encontram ou elas têm um ponto em comum. Então elas são paralelas?" Parte da turma respondeu que não.* Percebe-se que os estudantes já estavam mais seguros quanto às características de cada grupo de poliedro (prismas e pirâmides).

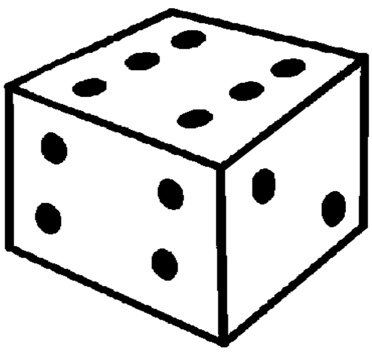
Assim como sobre suas diferenças. Reafirmou-se cada uma das características, mais uma vez, de cada grupo, relacionando sempre a um dos sólidos construídos, e ficou-se a um passo da formalização do conhecimento, a ser apresentado de forma clara e segura.

5º Passo: Afirmar aos estudantes que os poliedros são divididos em dois grupos: os prismas e as pirâmides, onde:

- *Prisma:* é um poliedro que possui suas faces opostas congruentes e inseridas em dois planos paralelos.
- *Pirâmides:* não possuem faces paralelas, é um poliedro em que uma das faces é um polígono qualquer, a chamada de base, as outras faces são triângulos, chamadas de faces laterais, que têm um vértice em comum.

6º passo: Estudo do prisma. Deu-se continuidade na apresentação dos dois tipos de prisma, o oblíquo e o reto. Para o próximo conteúdo que se pretende ensinar, será apresentada a seguinte situação problema.

Situação problema: Pretende-se revestir de papel de presente o dado a seguir, o qual possui todas as arestas congruentes entre si, medindo 5 cm cada uma. Calcule a quantidade de papel de presente (em centímetros quadrados) para que a quantidade de papel seja a mínima possível.



Espera-se que, neste primeiro momento, alguns grupos consigam resolver a atividade enquanto que outros tenham maiores dificuldades. A estes, poderá ser oferecido um conjunto contendo sólidos diferentes, dentre eles, o de um cubo.

Persistindo as dificuldades, as perguntas a seguir poderão auxiliar no processo de maturação da situação problema para darem os primeiros passos até chegarem à resposta:

- “Trata-se de um prisma ou de uma pirâmide?”

- “O que a questão deseja saber?”
- “Qual o formato de cada face deste sólido?”
- “Há alguma relação entre cada uma das faces deste sólido?”

Os grupos deverão discutir a solução entre si e apresentar uma única resposta do grupo.

Diário de bordo: *Os estudantes tiveram dificuldades em iniciar a solução do problema. Para auxiliá-los, perguntas como: “O que a questão deseja saber?”, “Já compreenderam o que a questão pede?” Assim como a apresentação de um cubo construído de papel, auxiliaram na compreensão do problema. É o que Souza (2010) classifica como perguntas orientadoras, por buscarem fazer com que o aluno compreenda e relacione o problema com o caminho a ser seguido para ser solucionado.*

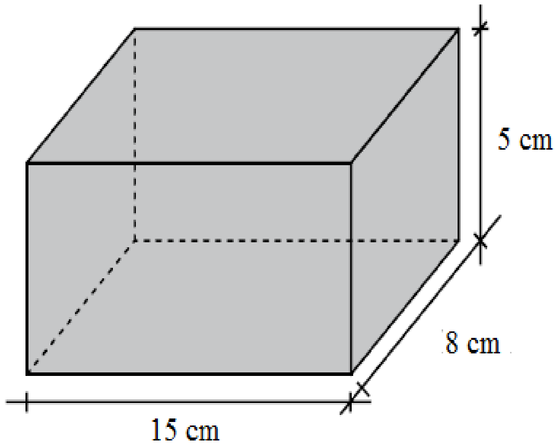
Uma vez compreendida a situação-problema e de posse das variáveis envolvidas, os estudantes discutiram as possíveis soluções, cada um com o seu grupo.

Como havia ainda estudantes com dúvidas, o problema foi reduzido ao cálculo de apenas uma das faces do cubo. Na sequência, questionou-se como fazer para calcular a área de todo o cubo. E a resposta pareceu mais fácil para aqueles que estavam, inicialmente, apresentando dificuldades, dizendo “basta multiplicar a área de uma face por seis”. O problema foi solucionado. Em seguida, apresentou-se uma solução para o cálculo de área de um cubo qualquer. Tal apresentação objetivou expor o novo conhecimento como meio prático para condução da resposta do problema (quarta etapa da Sequência Fedathi: prova).

7º passo: solicitar a um representante de dois grupos distintos que apresentem suas soluções no quadro para os demais estudantes da turma.

8º passo: apresentar o novo conhecimento, calcular área superficial de prismas do tipo cubo, aproveitando as soluções apresentadas pelos estudantes, de forma clara e segura. Citando, inclusive, o nome deste caso particular de prisma: cubo.

9º passo: Apresentar a segunda situação problema aos estudantes:
“Freitas comprou uma caixinha de música para sua namorada e deseja saber quanto de papel irá utilizar para embalar este presente, utilizando o mínimo de papel possível.”



Os grupos deverão discutir a solução entre si. E apresentar uma única resposta do grupo.

Espera-se que neste primeiro momento, alguns grupos consigam resolver a atividade enquanto que outros tenham maiores dificuldades. A estes, oferecer, dentre um grupo de diferentes formatos, o de um paralelepípedo.

Insistindo as dificuldades, as perguntas a seguir poderão auxiliar no processo de maturação da situação problema para darem os primeiros passos até chegarem à resposta:

- “Trata-se de um prisma ou de uma pirâmide?”
- “O que a questão deseja saber?”
- “Qual o formato de cada face deste sólido?”
- “Há alguma relação entre cada uma das faces deste sólido?”

Os grupos deverão discutir a solução entre si. E apresentar uma única resposta do grupo.

Diário de bordo: *A Prova, quarta etapa da Sequência Fedathi, constitui a finalização do processo de ensino-aprendizagem, o qual conduz o aluno a elaborar o* ***modelo geral*** *do conhecimento. Tal modelo é uma representação genérica ou fórmula da qual será um objeto de conhecimento tanto para a resolução do problema em questão quanto para sua aplicação em outras situações-problemas (SOUZA, 2010). Tendo o estudante este modelo geral bem elaborado em sua mente, a partir da situação problema anterior, a qual tratava da área do cubo, percebeu-se que a resolução desta outra situação-problema, sobre a área superficial do paralelepípedo, foi auxiliada pelo modelo geral elaborado na situação-problema anterior.*

Dois estudantes sentados ao final da sala chamaram a atenção, pelo fato de não estarem envolvidos na solução do problema. Um diálogo com eles foi iniciado.

– Como se calcularia cada face deste sólido [segurando um paralelepípedo construído de papel]? – foi questionado.

Apontando para duas arestas perpendiculares de uma das faces do sólido construído, um deles respondeu: "Essa daqui vezes essa".

– Essa [face] aqui é igual a outra? – foi indagado.

– Sim, essa daqui. Falou um dos alunos apontando para a face oposta a que havia indicado anteriormente.

As próximas perguntas foram sobre o cálculo da área de cada uma das outras quatro faces. Prosseguiu-se pedindo para compararem o sólido construído com a ilustração da situação problema. Os dois alunos, que outrora não estavam envolvidos com a solução do problema, já foram respondendo: "quinze vezes oito vezes cinco" [como se estivessem calculando o volume]. Foi questionado: "Foi assim que vocês fizeram [apontando para o paralelepípedo de papel]"?

O colega respondeu: "Não macho é só esses dois primeiros". Daí o aluno que havia errado escreveu 15 x 8.

Perguntou-se: "Quinze vezes oito é qual face?"

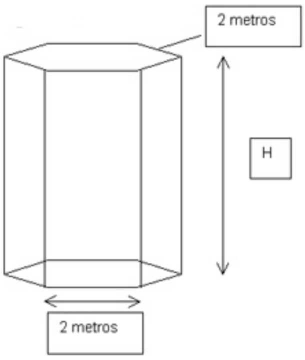
Como um deles ainda estava muito confuso com os dados, foi sugerido que ele escrevesse o comprimento de cada aresta no próprio paralelepípedo de papel, para ajudar na compreensão. Assim ele o fez, e chegou até a solução do problema. Na hora de expor a solução, foram convidados a apresentar a saída encontrada. Mesmo muito tímidos, os dois ainda se levantaram e foram respondendo aos questionamentos. Suas respostas foram transformadas em questionamentos ao restante da turma, que respondiam em forma de confirmação ao que estava sendo afirmado pela dupla. Tudo isso foi válido para apresentação de um modelo prático para condução da resposta do problema, etapa da prova, fazendo conexão entre os modelos apresentados, inclusive pelo modelo apresentado pela referida dupla, e o modelo matemático científico a ser apreendido (SOUZA, 2010).

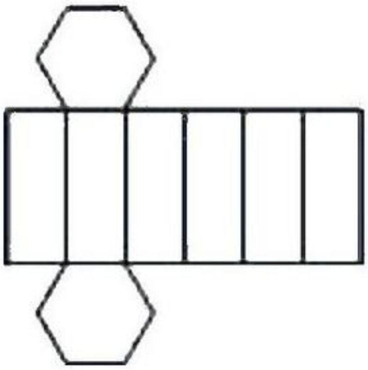
10º passo: solicitar a um representante de dois grupos distintos que apresentem suas soluções no quadro para os demais alunos da turma.

11º passo: apresentar o novo conhecimento, calcular área superficial de prismas retangulares, aproveitando as soluções apresentadas pelos estudantes, de forma clara e segura. Citando, inclusive, o nome deste caso particular de prisma: paralelepípedo.

12º passo: Apresentar a segunda situação problema aos estudantes:

“O sólido a seguir foi construído com papel dupla face, a partir de um molde do qual está a seguir ilustrado. Desprezando as borda, quanto de papel foi utilizado, em centímetros quadrados?” Considere $H = 4\sqrt{3}$.





Espera-se que neste primeiro momento, alguns grupos consigam resolver a atividade enquanto que outros tenham maiores dificuldades. A estes, oferecer, dentre um grupo de diferentes formatos, o de um prisma hexagonal.

Insistindo as dificuldades, as perguntas a seguir poderão auxiliar no processo de maturação da situação problema para darem os primeiros passos até chegarem à resposta:

- “Trata-se de um prisma ou de uma pirâmide?”
- “O que a questão deseja saber?”
- “Qual o formato de cada face deste sólido?”
- “Há alguma relação entre cada uma das faces deste sólido?”
- “Como se calcula a área de um hexágono?”

Os grupos deverão discutir a solução entre si e apresentar uma única resposta do grupo.

13º passo: solicitar a um representante de dois grupos distintos que apresentem suas soluções no quadro para os demais alunos da turma.

14º passo: apresentar o novo conhecimento, calcular área superficial de prismas retangulares, aproveitando as soluções apresentadas pelos estudantes, de forma clara e segura. Citando, inclusive, o nome deste caso particular de prisma: paralelepípedo.

Diário de bordo: *Nessa segunda sessão, algo relativo à rotina da Escola ocorreu e não havia sido repassado para ser levado em consideração no planejamento da sessão didática. Como a sessão didática ocorreu entre a 3ª e a 4ª aula da manhã, e entre elas havia o intervalo para o recreio de vinte minutos, a surpresa foi que os alunos saiam de sala para lanchar 25* *minutos antes da terceira aula acabar e retornavam após 5 a 10 minutos depois, dependendo do que fosse o lanche oferecido. Isso culminou em um replanejamento da aula que, por conta do tempo perdido não previsto, o problema do 14º passo foi resolvido por meio de uma explanação feita pelo professor no quadro. A consolidação do conhecimento, vista a seguir por meio de resumo da aula, não pode ser apresentada, dado o tempo.*

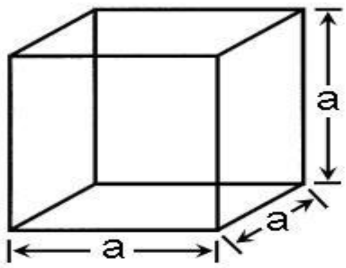
15º passo: apresentar o resumo de nossa aula de hoje.

RESUMO DA AULA:

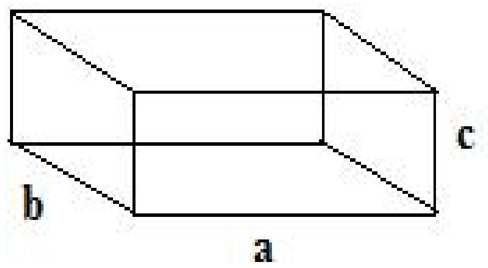
- Diferença entre prismas e pirâmides.

- Cálculo da área superficial de um prisma:

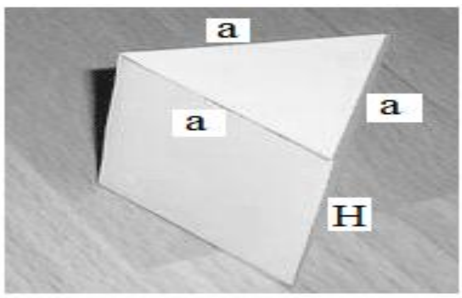
a) Cubo (caso particular de prisma);



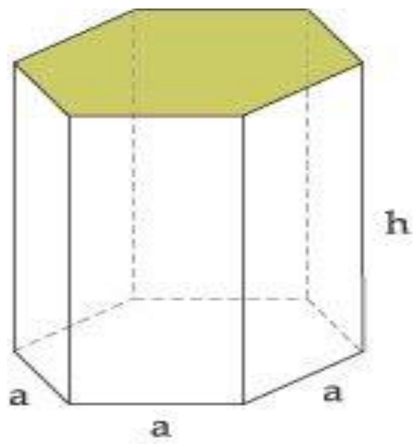
b) Paralelepípedo (caso particular de prisma);



c) Prisma Reto de base triangular regular;



d) Prisma Reto de base hexagonal;



e) área superficial de um prisma qualquer.

6.3 Análise da aplicação na Sessão 03

1º passo: Recapitular as características, assim como as diferenças entre prismas e pirâmides, a partir de perguntas como:

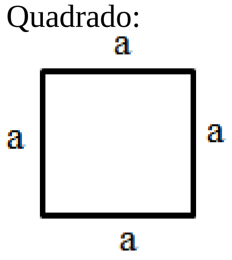
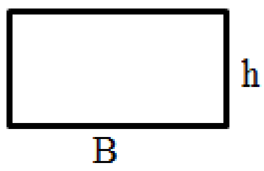
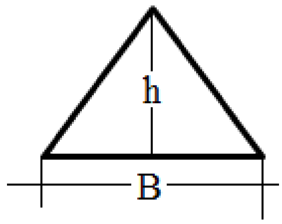
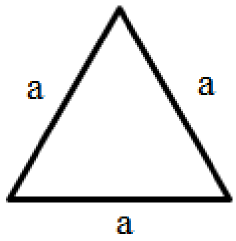
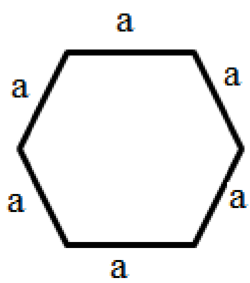
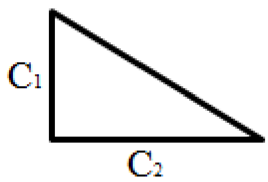
- Na aula passada, estudou-se o que era um prisma e o que era uma pirâmide. Qual a diferença entre prisma e pirâmide?
- O que se pode perceber nas bases de um prisma? E na base de uma pirâmide?
- Qual o formato geométrico das faces laterais do prisma? E das pirâmides?

Espera-se com isso, que os estudantes que compareceram na aula anterior, possam ajudar a recordar o conteúdo visto e, auxiliem aos que não vieram na apropriação de alguns termos e conceitos (como base, área lateral, face, o que é prisma, o que é pirâmide).
Concluído este diálogo de recapitulação, expor a definição formal de prisma e pirâmides, a qual já foi apresentada na aula anterior.
- Diferença entre prismas e pirâmides.

- ***Prisma:*** é um poliedro que possui suas faces opostas congruentes e inseridas em dois planos paralelos.
- ***Pirâmides:*** é um poliedro em que uma das faces é um polígono qualquer, a chamada de base, as outras faces são triângulos, chamadas de faces laterais, que têm um vértice em comum.

Diário de bordo: *percebeu-se que alguns estudantes recordavam de cada uma das características destes sólidos. Aproveitou-se para diferenciar um prisma reto de um prisma oblíquo e perceber as diferenças entre esses dois, quanto às características das faces laterais* *(ambas são quadriláteros, mas no prisma reto a face é um retângulo, já no oblíquo, é um paralelogramo). A recapitulação anterior foi importante para se chegar a um platô para o próximo conteúdo.*

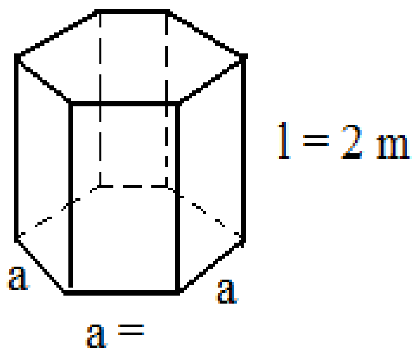
2º passo: recapitular as equações da Área de algumas superfícies:

Quadrado: 	Retângulo: 	Triângulo: 
Triângulo Equilátero: 	Hexágono Regular: 	Triângulo Retângulo: 

Diário de bordo: *aqui, os estudantes tiveram dificuldade apenas em recordar como calcular a área do triângulo equilátero, do hexágono regular e do triângulo retângulo. A recapitulação do exercício anterior, sobre as diferenças entre prismas e pirâmides, assim como este último, foi importante para se chegar a um platô para o próximo conteúdo (problemas envolvendo área superficial de prismas).*

3º passo: A aula, daqui em diante, ser caracterizará pela apresentação de situações problemas envolvendo o cálculo de área superficial de prismas. Cada situação problema busca funcionar como a primeira etapa da Sequência Fedathi, do Professor Hermínio, a *Tomada de posição*. Nesta etapa, cada uma das próximas situações problemas, terá correlação com o conhecimento que se pretende ensinar ao aluno (cálculo de área superficial de prismas) para que este seja apreendido no final do processo (SOUZA, 2010).

Situação problema 01: Calcule a área total da superfície do prisma reto a seguir, de base regular, sabendo que a aresta da base mede $a = \sqrt{3}m$ e a aresta lateral mede *l = 2,0 m.*



4º passo: após apresentar a situação problema e sugerir que os alunos busquem discutir junto com seus grupos, levantar questionamentos como:

- Alguém conseguiria dizer como solucionar essa questão?
- O que é área total da superfície de um prisma? Quais são as partes desse todo (ou desse total)?
- Por onde se pode começar?

Espera-se que alguns alunos tenham dificuldade de calcular a área da base. Se isso ocorrer, pedir que observem seu material, a fórmula da área do hexágono regular.

Diário de bordo: *ao questionar a turma de como solucionaria o problema, uma aluna afirmou que começaria calculando a área do retângulo [se referindo à área de uma face lateral] e multiplicando-se por seis. Daí surgiu um diálogo com a estudante, como se observa:*

– Calcula a área do retângulo – disse a aluna.

– Que retângulo? – foi questionada.

– Esse aí.

Outro questionamento: "Esse aqui [se referindo à face lateral da frente]".

Ela respondeu: - É.

– E depois? – insistindo.

– Multiplica-se por seis.

Em diante a interação deixou de ser com a aluna e passou a ser com toda a turma. Foi indagado: "Por que se multiplica a área do retângulo por seis?"

Outra aluna respondeu: "São seis faces".

Persistindo: "São seis faces ou são seis retângulos?".

E ela reafirmou: "São seis faces".

A pergunta foi modificada: "Mas essas seis faces são congruentes?"

Neste momento, um grupo de alunos respondeu em coro:

– São.

Foram questionados:

– Por quê?

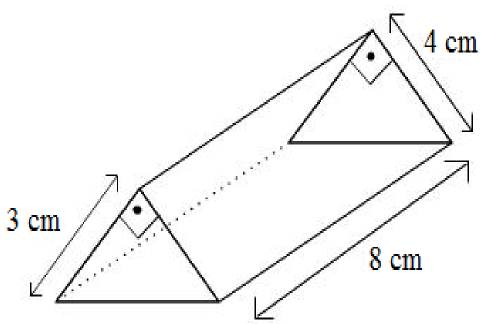
– Porque têm a mesma base e a mesma altura.

Desta forma, a resolução do exercício passou a contar com a compreensão de muitos dos alunos. A interação com a turma, através dos questionamentos acimas descritos, favoreceu o envolvimento dos alunos com o problema e, consequentemente, a compreensão da solução de por um número maior de estudantes, comparado com momentos antes do diálogo.

Houve resistência dos alunos em comparecerem ao quadro para explicar como fez o restante da questão. Mesmo assim, aproveitando o que foi dito e expondo as ideias no quadro, chegou-se à resolução, todos juntos, do problema.

5º passo: Apresentar a próxima situação problema.

Situação problema 02: O prisma triangular reto, a seguir, possui uma base no formato de um triângulo retângulo. Sabendo que a aresta lateral mede 8 cm, calcule a área superficial total deste sólido.



Pode acontecer de alguns alunos terem dificuldade de visualizar cada uma das arestas da base. Se isso ocorrer, basta perguntar, aresta por aresta, qual o valor de cada uma delas.

É possível também que alguns alunos não consigam compreender como calcular a aresta da base que está faltando (através do teorema de Pitágoras). Ou até saibam como, mas não recordem a fórmula deste teorema. Se confirmando isso, algumas estratégias podem funcionar para melhor visualizarem como desenhar a base do prisma (o triângulo) na lousa, com o valor das duas arestas. Caso insista a dúvida, a sequência de perguntas a seguir poderia auxiliá-los:

– Que figura é essa?

– É um triângulo de que tipo?

– Por quê?

– Qual o teorema que fala do triângulo retângulo?

– E o que diz o teorema de Pitágoras?

Diário de bordo: *Perguntar sobre a medida de cada uma das arestas foi importante para que eles percebessem que uma das arestas da base estava faltando. Neste momento foram questionados: "Alguém tem ideia de como se calcula essa aresta aqui?". Alguns responderam: "Pitágoras". Insistiu-se: "Pitágoras. Por quê?". E responderam: "Porque o triângulo é retângulo". Então se indagou: "Se é um triângulo retângulo, quem vai ser a hipotenusa? É o três, o quatro ou a medida que está faltando?" Eles acertaram a resposta, o lado que está faltando e questionou-se: "Por quê?" E alguns responderam: "Porque é oposta ao ângulo[reto]." Pode-se observar que, auxiliando-os na compreensão do problema, fazendo perguntas em cima da pergunta que já existia, o cálculo da área superficial total, proporcionou confiança de que poderiam responder ao problema.*

Mas nem todos os estudantes estavam com esse mesmo grau de confiança. Um trio de alunos sentado na frente, solicitou auxílio nessa etapa da solução (terceira da Sequência Fedathi). Observa-se o diálogo:

– Vamos lá, ele tá pedindo o que na figura [questão]? – foram questionados.

– A área superficial.

– É uma pirâmide ou um prisma essa figura?

– É um prisma.

– Se ele quer a área total, você quer começar por onde?

– Pela base.

– Pela base. Pelos triângulos. Vamos lá, qual o lado de cada uma dessas arestas aqui [apontando apenas as que vinham explícitas]?

O trio de alunos respondeu corretamente.

– Calcule a área só de uma base então. Que figura é essa [apontando para a base]?

– Um triângulo retângulo.

– Qual a área do triângulo retângulo?

[...]

– "Cateto um" vezes o "cateto dois" divido por dois. Afirmaram após olharem em suas anotações (apoio do estudante) a partir do que se tinha recapitulado no início da aula (área de figuras planas).

– Quem é o "cateto um" dessa questão? E o "cateto dois"?

Eles indicaram os valores três e quatro como resposta.

– Pronto, vocês têm a fórmula, têm os valores, calculem a área da base.

Uma das garotas do trio, a que apresentava mais dificuldade, começou a responder corretamente; mas, ainda assim, questionou:

– Tá certo assim?

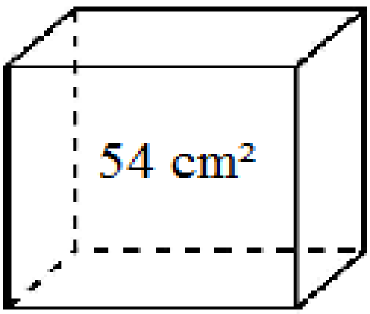
Então foi respondido: "Não sei, o que você acha?"

Ela respondeu: "Acho que está." E continuou resolvendo, tendo dificuldade de dividir doze por dois, mas ao final conseguiu calcular a área da base.

Aqui, apreende-se mais um exemplo do que Borges Neto et al (2001) denomina como metodologia **mão-no-bolso***, a qual trata-se de uma postura em que o professor deve adotar para responder aos questionamentos dos estudantes, a exemplo destes exemplificado anteriormente, ou seja, o professor irá induzir o aluno a pensar, sem apresentar-lhe uma resposta direta.*

6º passo: apresentar a situação problema três para que eles possam resolver.

Situação problema 03: Se a área superficial total de um cubo mede 54 cm², calcule a medida de uma aresta deste sólido.



Diário de bordo: *Ao resolver este problema, um estudante, A.C.T.S., fez a seguinte afirmação como proposta de solução: $a^2 = 54.6$ (onde a é o comprimento da aresta). Daí foi* *questionado quanto ao raciocínio que ele tinha utilizado. Antes de responder, a aluna Y.F.C. afirmou que tinha feito o contrário, ou seja, $a^2 = 54:6$, pois a área total é 54 e são seis quadrados. Então, quando questionada a turma sobre qual solução fazia mais sentido, o próprio A.C.T.S. voltou atrás e disse que a resposta $a^2 = 54:6a$ era a correta.*

Diante disso, recorda-se o que Souza (2010) afirma sobre a terceira etapa da Sequência Fedathi (a etapa da solução), pois os alunos organizaram e apresentaram, verbalmente, o esquemas/modelos que poderiam conduzi-los na elucidação do problema proposto. Ocorreu a troca de ideias e o professor estimulou os alunos a explicarem o caminho escolhido por eles. Esses, ainda refletiram, a partir do anúncio do professor, os modelos propostos, com o objetivo de avaliar suas respostas através de ensaios, erros e tentativas, e, por fim, validaram cada modelo.

É notória a função mediadora do professor, descrita por Sousa (2010) na terceira etapa da Sequência Fedathi, buscando discutir as resoluções encontradas juntamente com todo o grupo, até que os próprios alunos encontram o modelo/esquema mais adequado.

Ao contrário da etapa da Tomada de Posição, onde a interação é multilateral, durante a etapa da Solução, essas discussões quanto ao modelo/esquema proposto, revelam uma interação bilateral, conceito definido por Bordanave (1993). Justifica-se pelo fato do professor ter se colocado à frente da organização, da discussão e da análise das soluções elencadas pelos alunos que, por fim, conduziu a elaboração e apresentação da solução final. E mais que uma interação bilateral entre o professor e cada estudante, um de cada vez, essa forma de resolução do exercício favoreceu o envolvimento dos alunos com a situação problema e, por consequência, do número de alunos que compreenderam o problema foi maior, comparado com instantes antes do diálogo.

Para Souza (2010), este é o momento mais relevante do trabalho para a aprendizagem matemática, já que a discussão das soluções possibilita ao estudante a percepção das diversas compreensões e representações (corretas ou não) do grupo em relação aos problemas matemáticos. A autora justifica que os alunos são colocados diante da possibilidade de visualizarem e refletirem as diversas soluções apresentadas pelo grupo (no caso citado pela dupla) para validarem, ou não, cada uma delas. Tudo isso os motiva a serem participativos durante as aulas.

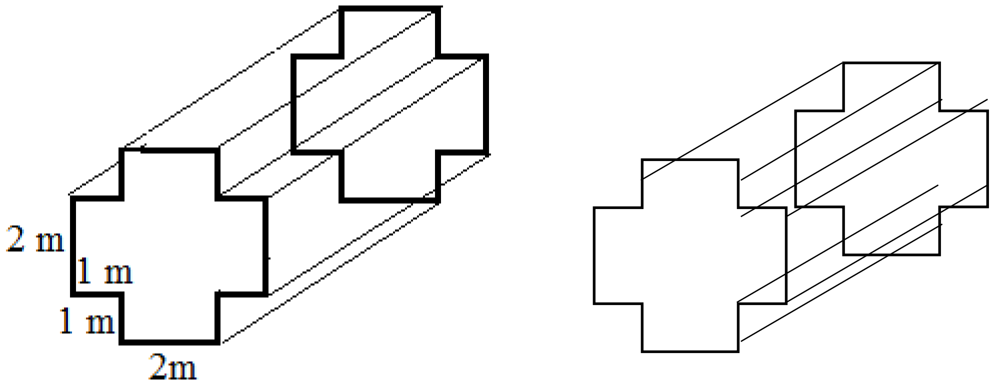
6º passo: apresentar a situação problema quatro para que eles possam resolver.

Situação problema 04: Se um paralelepípedo possui arestas que medem *2 cm*, *5 cm* e *8 cm*, calcule a medida da área total deste paralelepípedo.

Diário de bordo: *este problema e o próximo não foram resolvidos devido ao fator tempo haja vista que o lanche do dia era uma comida quente, e os alunos demoram mais de 15 minutos para retornarem à aula. Ou seja, dos 100 minutos previstos, houveram menos de 85 minutos de aula.*

7º passo: apresentar a situação problema cinco para que eles possam resolver.

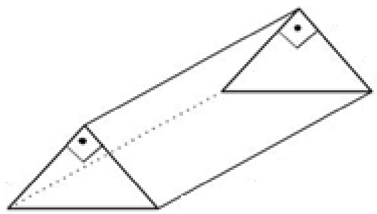
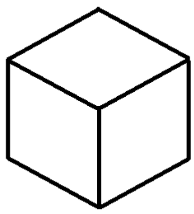
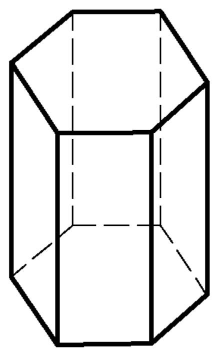
Situação problema 05: O prisma reto a seguir, possui arestas da base de dois tamanhos distintos, 2 m e 1 m. Calcule a área superficial.



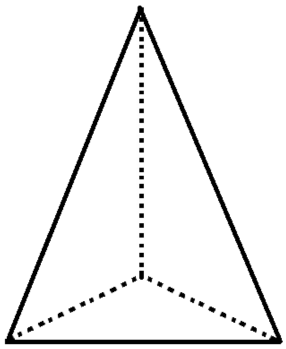
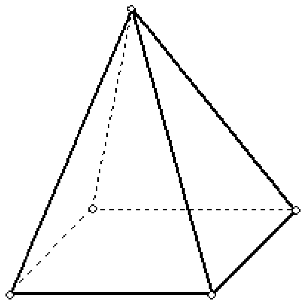
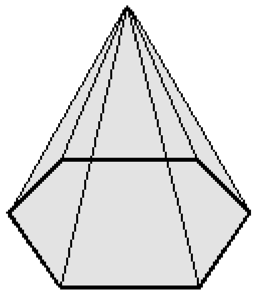
Diário de bordo: *este problema não foi possível ser resolvido dado o tempo.*

6.4 Análise da aplicação na Sessão 04

1º Passo: recordar o nome recebido por um prisma e frisar de que o nome depende da figura da base. Fazer isso por meio de perguntas.

Recordando o Nome de alguns Prismas		
		
Prisma Triangular	*Prisma Quadrangular*	*Prisma Hexagonal*

2º Passo: uma vez que se recorda o nome do prisma e se percebe que este depende da figura da base, sugerir que o nome recebido por uma pirâmide também depende da figura da base. Então questioná-los quanto ao nome de cada pirâmide a seguir.

Nome das Pirâmides que Estudaremos		
		
Pirâmide _____________	Pirâmide ______________	Pirâmide ______________

Diário de bordo: *o exercício de recordação do nome dos prismas foi fundamental para que os estudantes respondessem, corretamente, quanto ao nome das pirâmides.*

3º Passo: apresentar aos estudantes, através de uma pirâmide construída de papel, o nome de cada um dos elementos presentes na mesma, como o vértice, a aresta lateral, a aresta da base, o apótema da base e o apótema da pirâmide.

Os estudantes jamais ouviram falar sobre alguns termos, como apótema da base e apótema da pirâmide. Mesmo assim, é importante envolver a turma nesta atividade, a partir dos conceitos já conhecidos (vértice, aresta lateral, aresta da base e altura) para depois apresentar os novos conceitos.

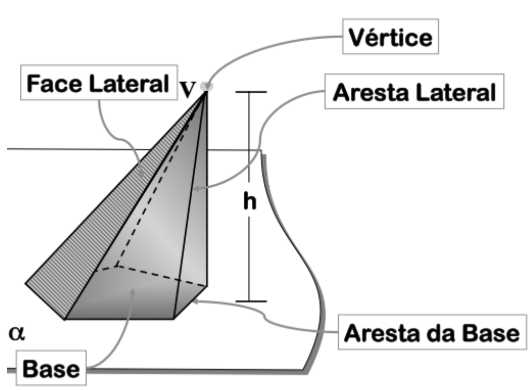
Diário de bordo: *antes de falar sobre os elementos de uma pirâmide, sentiu-se a necessidade de diferenciar o prisma oblíquo do prisma reto (comparando o comprimento da altura com o da aresta lateral) e, em seguida, diferenciar a pirâmide oblíqua da pirâmide reta, a partir do posicionamento da altura, traçada a partir do vértice, com a base da pirâmide.*

Para falar dos elementos de uma pirâmide, solicitou-se que os alunos não olhassem para o material de apoio deles, onde continha o desenho de uma pirâmide e cada um de seus elementos, e olhassem apenas para a pirâmide hexagonal construída de papel. Apontando para cada elemento desta, foram questionados sobre o nome dos mesmos.

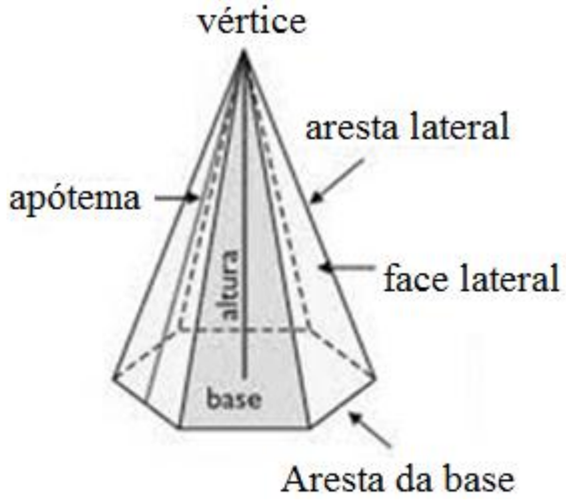
Iniciando pelos mais elementares, como vértice, aresta lateral, aresta da base, já que estes eram conhecidos. Em seguida foram questionados sobre a diferença entre uma aresta localizada na base e outra localizada na lateral, apontando e indagando os possíveis nomes para diferenciá-los. Os estudantes responderam corretamente (aresta da base e aresta lateral). E quando questionados sobre a(s) diferença(s) do(s) vértices, e os possíveis nomes eles sugeriram: vértice da base e vértice do topo e ou vértice do encontro(se referindo ao encontro das arestas laterais). Como não apresentaram resposta correta, afirmou-se que o que eles chamaram de vértice do encontro possuía nome de vértice [apenas].

Para tratar do apótema da base e da pirâmide, como eram termos novos entre os alunos, utilizou-se outra estratégia, ao invés de perguntá-los. A partir da projeção do slide de uma pirâmide quadrangular, foi desenhado um segmento de cada, indicando sem afirmar o nome. "A distância do vértice da pirâmide ao ponto médio de uma aresta da base, recebe um nome. E a distância do centro da base até o ponto médio da aresta da base, recebe outro nome." Continuando: "Na verdade é o mesmo nome para dois segmentos diferentes: apótema. Mas, para fazer a diferenciação, respondam, qual nome você daria já que um está localizado na base e o outro na lateral da pirâmide?" Os estudantes responderam corretamente, necessitando apenas acrescentar que o termo apótema lateral poderia ser substituído por apótema da pirâmide. Diante de termos novos, e a necessidade dos alunos terem seu domínio, assim como envolvê-los na aula, e motivando-os à participação, acredita-se que tenha sido uma estratégia que atendeu aos anseios para uma aprendizagem satisfatória dos elementos das pirâmides, já que alguns aspectos fundamentos da Sequência Fedathi, descritos por Souza (2010), estiveram presentes nesta estratégia, como: pelo professor (planejamento, diagnóstico, interação, experimentação, avaliação, no exercício posterior); e pelo aluno (atividade, participação, interação, questionamentos, experimentação e aquisição do novo saber).

Elementos da Pirâmide

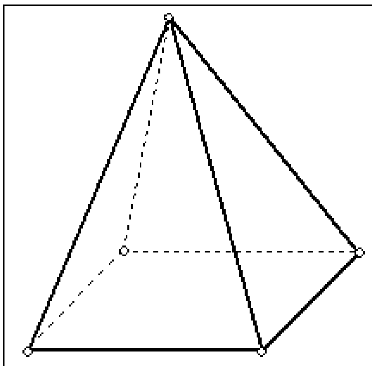


Outros Elementos da Pirâmide



4º Passo: Apresentar a situação-problema a seguir, como forma de avaliação se o conceito, elementos da pirâmide, foi compreendido por todos. Caso não, reforçar o conceito a partir deste exercício.

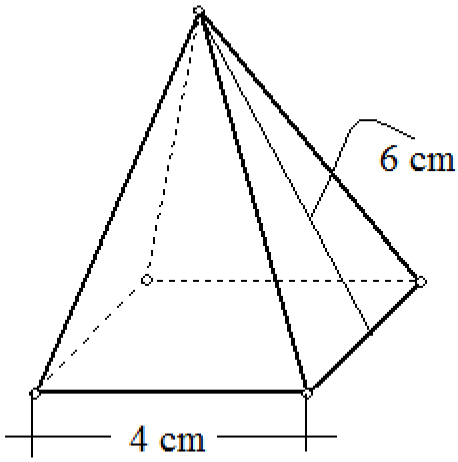
Situação-Problema 01: Identifique, na pirâmide a seguir, os seus elementos. Utilize como auxílio uma pirâmide similar feita de papel dupla face.

	Vértice, Face (ou Face Lateral), Base, Aresta lateral, Aresta da Base, Apótema da Pirâmide, Apótema da Base e Altura,

Diário de bordo: *Um número considerável dos estudantes soube responder ao exercício. Este tinha como propósito avaliar se o conceito, elementos de uma pirâmide, resultou em uma aprendizagem satisfatória. Um estudante sentado nas últimas cadeiras, não estava fazendo o exercício. Foi sugerido para ele que desenhasse cada elemento na pirâmide da questão, a partir dos desenhos que elaborados em uma pirâmide quadrangular feita de papel.* Questionou-se *cada um dos elementos: "Qual o nome deste aqui? Qual o nome deste segmento aqui?" O aluno soube identificar o vértice, a aresta lateral e a aresta da base, mas para identificar a altura, e cada um dos apótemas, precisou contar com o auxílio dos colegas de equipe (sentados ao seu lado). Pode-se avaliar, mesmo com o auxílio dos colegas, que a* *aproximação ao estudante foi importante, pois o mesmo passou a resolver a atividade, sendo que parte dela sozinho, e passou a participar das outras atividades do dia.*

5º Passo: apresentar a situação-problema a seguir, cujo objetivo é que, ao final do processo, o aluno consiga calcular área superficial de uma pirâmide.

Situação-Problema 02: Uma pirâmide quadrangular, de base regular, feita de papel dupla face, possui a aresta da base que mede 4 cm. Sabendo que o apótema desta pirâmide mede 6 cm, calcule a área mínima de papel utilizada para construir esta pirâmide, supondo não haver percas.



Diário de bordo: *Para este exercício, alguns alunos conseguiram resolver com seus colegas de equipe. Mas outros apresentaram dificuldade e até se mostraram desmotivados em resolver. Aproximando-se de uma aluna, sentada nas últimas carteiras, a pergunta da questão foi refeita em outras pequenas perguntas, como forma de organizar o raciocínio matemático, auxiliando na solução da questão, a seguir o diálogo:*

– Que figura é essa na face de baixo?

Ela respondeu: um quadrado.

– Como é que calcula a área do quadrado?

– Lado vezes lado.

– Quanto é que mede o lado [do quadrado da base]?

– Quatro.

– Quanto é, então, a área do quadrado?

– Dezesseis.

– Escreva então.

Ela anotou o que ela mesma havia respondido e deu-se prosseguimento.

– Ok. Essa área aqui [apontando para uma das faces laterais] como é que se calcula?

– Base vezes a altura.

– Só isso? Tem certeza?

Relembrou e escreveu corretamente [base vezes altura dividido por dois]. Na sequência calculou e chegou ao valor doze. Foi questionada:

– Doze é a área das quatro faces?

A aluna respondeu escrevendo em seu material, doze vezes quatro é igual a quarenta e oito. Foi questionada mais uma vez:

– Ok. Faz o que [agora]?

Mais uma vez, ela preferiu responder escrevendo em seu material a soma dezesseis, resultado numérico da área da base, mais quarenta e oito, resultado numérico da área lateral, igual a sessenta e quatro.

Assim como o estudante anterior, a aluna apresentava desinteresse em realizar a atividade. Diferenciava-se do seu colega, pois sua dificuldade em responder às perguntas era claramente menor. Acredita-se que a insistência com ela em não deixá-la à vontade, contribua para os objetivos da Sequência Fedathi descrito por Sousa (2010) que dentre eles, estão:

- *Favorecer, ao longo de todo o processo de ensino, a participação ativa do estudante;*
- *Favorecer ao desenvolvimento da autonomia do aluno ao longo da aprendizagem;*

É notório que os questionamentos formulados promoveram o desenvolvimento do raciocínio matemático da aluna, a exemplo do que previa Souza (2010) ao tratar da segunda etapa da Sequência Fedathi: a maturação. Tais questionamentos tinham um cunho estimulador, esclarecedor e orientador.

O trecho a seguir trata sobre o papel do professor:

> [...] o professor deve estar atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo (SOUZA, 2010, p. 91).

Por fim, foi isso que ocorreu. A estudante apresentava sinais de desinteresse, por não estar tentando resolver a atividade, mas a forma com a qual foi mediado o trabalho que precisava ser desenvolvido pela aluna.

Já uma outra estudante, sentada na primeira fila, apresentava interesse, porém dificuldade de compreender a questão. Utilizou-se a mesma estratégia da aluna anterior, ou seja, conduziu-se a aluna a partir de uma sequência de perguntas que, respondidas por ela mesma, implicava em um passo a passo da resolução do problema proposto.

Na sequência, fez-se uma exposição de uma das soluções apresentada por parte da turma. E, a partir dessa solução, expôs-se o novo conhecimento como meio prático e otimizado para condução da resposta, buscando uma conexão entre os modelos apresentados e o modelo matemático científico a ser apreendido. Esta intervenção é o que a Sequência Fedathi caracteriza por etapa da Prova (SOUZA, 2010).

Sendo a Prova, quarta etapa da Sequência Fedathi, a constituição da elaboração de um modelo geral que, segundo Souza (2010), consta de uma representação genérica ou fórmula a ser apreendido pelo estudante, essa etapa foi finalizada com a seguinte equação:

$$\boxed{Ap = Al + Ab}$$

Onde:

$Ap \rightarrow Área\ da\ pirâmide$

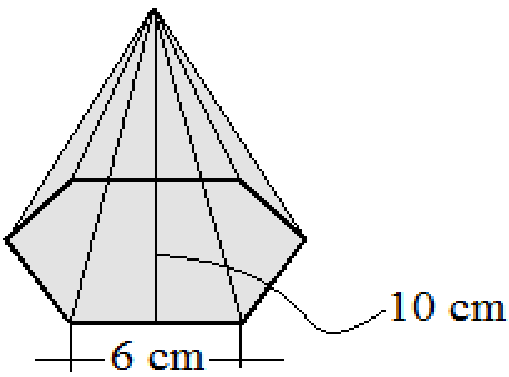
$Al \rightarrow Área\ lateral$

$Ab \rightarrow Área\ da\ base$

6º Passo: apresentar a situação-problema a seguir, cujo objetivo é que, ao final do processo, o aluno consiga calcular área superficial da lateral de uma pirâmide hexagonal.

Espera-se que os estudantes apresentem menos dificuldades que na questão anterior, pela relação que há entre calcular a área lateral de uma pirâmide quadrangular e calcular a área lateral de uma pirâmide hexagonal, já que em ambas, multiplicamos a área de uma face lateral pelo número de faces existentes.

Situação-Problema 03: Agora, calcule a área lateral de uma pirâmide hexagonal, de base regular, sabendo que o apótema desta pirâmide mede 10 cm e a aresta da base mede 6 cm.



Diário de bordo: *Como já era previsto, os estudantes não encontraram grandes dificuldades na compreensão e resolução deste exercício, haja vista a relação desta situação-problema com a anterior.*

Isso ratifica o que Souza (2010) afirma sobre quando um aluno assimilar e compreender o novo saber, este poderá deduzir outros modelos simples e específicos, além de subsidiar na resolução de outros problemas.

Porém, dois alunos, o L.A.F.S. e a M.B.S.P., solicitaram um reforço na explicação. Com eles foi utilizada a estratégia de conduzi-los à solução do problema, por meio de uma sequência de perguntas orientadoras e estimuladoras.

Mais adiante, após apresentar, no quadro, a solução encontrada por boa parte dos estudantes, percebe-se o surgimento de um modelo geral que solucionava a área lateral das situações problemas dois e três. Foram apresentados, então, em linguagem matemática, por meio de uma fórmula como meio prático e seguro, conforme consta na quarta fase da Sequência Fedathi (chamada por prova), conforme observamos a seguir:

$$Al = A_{face}.Nº_{faces}$$

ou

$$Al = A_{face}.Nº_{arestas\ da\ base}$$

Onde:

$$Al \rightarrow Área\ lateral$$

$A_{face} \rightarrow Área\ da\ face$

$Nº_{face} \rightarrow Número\ de\ faces$

$Nº_{arestas\ da\ base} \rightarrow Número\ de\ arestas\ da\ base$

A exemplo do que está conceituado na quarta etapa da Sequência Fedathi, a Prova, utilizou-se da oportunidade para se fazer um paralelo entre o modelo geral utilizado para calcular a área da pirâmide , neste caso representado por meio de uma fórmula, e o modelo geral utilizado para calcular a área do prisma, a seguir a transcrição do que foi exposto no quadro e verbalmente:

- *Área total de uma pirâmide:*

$$A_{pirâmide} = A_{lateral} + A_{base}$$

Modelo geral transcrito do que foi exposto no quadro

Onde: (transcrito da explicação oral)

$A_{pirâmide} \rightarrow Área\ da\ pirâmide$

$A_{lateral} \rightarrow Área\ lateral$

$A_{base} \rightarrow Área\ base$

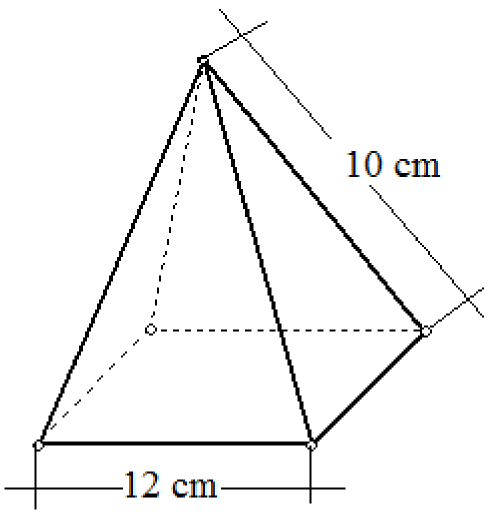
- *Área total de um prisma*

$$A_{prisma} = A_{lateral} + 2.(A_{base})$$

Observação: Isso foi expressado verbalmente, após questioná-los qual seria a diferença [a partir do modelo geral] entre a área superficial do prisma e a área superficial da pirâmide.

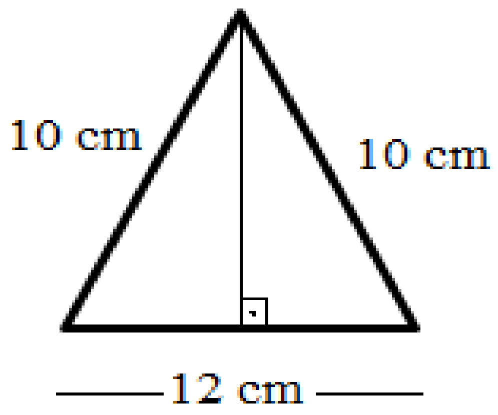
7º Passo: apresentar a situação-problema de número quatro.

Situação-Problema 04: Calcule a área total de uma pirâmide quadrangular, de base regular, sabendo que a aresta lateral mede 10 cm e a aresta da base mede 12 cm.



Pode ser que os alunos tenham dificuldade de calcular a área da face, já que desta vez o valor do apótema da pirâmide não aparece explícito. As perguntas a seguir, podem auxiliá-los a visualizarem como calcular o apótema:

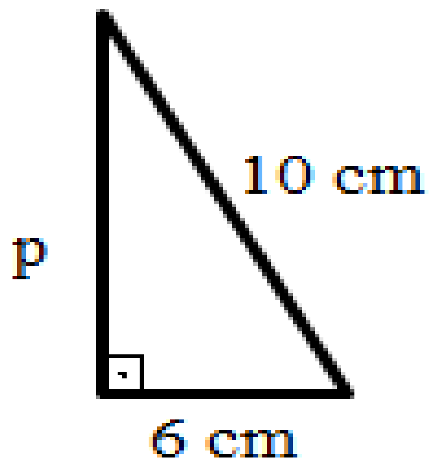
- O que a figura questão pede?
- Já tentaram fazer o cálculo de uma única face?
- Já tentaram desenhar a face e cada um dos elementos?
- O que é preciso para calcular a área dessa face (ou desse triângulo)?
- Temos a base desse triângulo? E a altura?
- Já desenharam a altura desse triângulo?
- Como se pode calcular a altura desse triângulo?



Neste instante, espera-se que os estudantes percebam que, para calcular o apótema da pirâmide (que equivale a altura do triângulo de uma das faces laterais), é necessário utilizar o teorema de Pitágoras.

Diário de bordo: *A expectativa de que os estudantes poderiam ter dificuldade no cálculo da área da face por conta da ausência, na questão, do apótema da pirâmide se confirmou. Por outro lado, dado o tempo restante da aula, a estratégia teve que se adequar. Quando os estudantes já haviam maturado a questão, estando de posse das variáveis, assim como do modelo geral para ser calculado em suas mentes e, deparados com a dificuldade da ausência do apótema da base, foi apresentado um desenho de uma das faces laterais. Em seguida, solicitou-se para indicar as medias conhecidas daquela face lateral. Eles indicaram o valor da aresta da base e o valor da aresta lateral. Foram questionados então como se calcularia a área de um triângulo. A resposta obtida foi base vezes a altura. A altura foi traçada e, diante* *do esquema a seguir, foi questionado como se calcularia a mesma. A resposta obtida foi por meio do teorema de Pitágoras.*

Como a explanação não era suficiente para alguns alunos visualizarem a saída para o cálculo do apótema da pirâmide, elaborou-se um desenho do triângulo retângulo da direita e solicitou-se para que indicassem o valor de cada um dos segmentos. O resultado dessa interação segue na imagem a seguir:



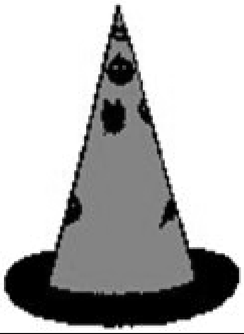
Onde p representava o apótema da pirâmide.

Foi estabelecido um tempo para que eles calculassem o valor do apótema da pirâmide. Muitos conseguiram. Outros ainda responderam ao que a questão estava pedindo, área total da pirâmide. E ao final, nos últimos minutos da aula, foi feita a correção no quadro.

6.5 Análise da aplicação na Sessão 05

1º Passo: pode-se iniciar a sessão didática, recordando os assuntos já estudados como Relação de Euler, prismas e pirâmides. Na sequência, apresentar o conteúdo do dia, corpos redondos. Daí, apresentar a situação problema a seguir:

Situação-problema 01: Dados os objetos a seguir, identifique o nome do sólido geométrico do qual cada um deles lhe faz recordar.

A)		
B)		
C)		

Espera-se que os estudantes reconheçam qual sólido geométrico cada um dos objetos acima se assemelha.

Diário de bordo: *Os estudantes não tiveram dificuldades em responder à primeira situação problema. Associaram cada objeto ao nome do sólido geométrico que se assemelha. Neste exercício, o que chamou atenção foi que uma estudante, após responder o problema em questão, levantou uma dúvida: "Círculo e esfera é a mesma coisa?". Apesar da dúvida não ser tão relevante ao exercício, pois este já havia sido respondido corretamente, mas ela estava relacionada ao que seria explicado, ao final desta sessão didática, sobre área superficial do cilindro circular reto (onde suas bases são calculadas pela área do círculo e a sua área lateral é o comprimento da circunferência multiplicado pela altura). Como Souza (2010) afirma, ao fazer um paralelo entre a Sequência Fedathi e o ensino tradicional, as dúvidas podem ser úteis a toda a turma no decorrer dos estudos dos conteúdos.*

Assim, iniciou-se a discussão sobre a dúvida com toda a turma, redimensionando-a: "Círculo, circunferência e esfera é a mesma coisa?" Na sequência, foi elaborado o desenho de uma circunferência na lousa, dando destaque à parte de dentro.

Quando questionados o que era círculo e o que era circunferência, uma das alunas da turma afirmou que círculo seria a linha que envolve a figura plana redonda, desenhada na lousa, e circunferência seria a parte interna a figura desenhada na lousa. Questionando se toda a turma concordava com tal afirmação, percebeu-se que outra estudante pensava exatamente o contrário [e esta estava correta]. A primeira aluna recuou na afirmação, dizendo que estava equivocada, e que o correto era o contrário: "a circunferência é só a 'linha' e o círculo é a parte interna da linha mais a linha".

Porém, de forma surpreendente, ainda havia aluno compreendendo diferente. Não restou alternativa se não explicar, fazendo uma analogia entre circunferência e o comprimento de uma aliança, a qual foi contada e esticada, e uma segunda analogia entre círculo e a superfície de uma moeda. A discussão, mesmo não chegando a uma resposta correta, é avaliada como positiva primeiro porque valoriza a dúvida do aluno, segundo por não dar respostas diretas, ao procurar envolver todos os alunos no questionamento levantado.

Referenciando, como a Sequência Fedathi se opõe ao ensino tradicional, onde este não é centrado no estudante, onde o mesmo não é estimulado a expor suas dúvidas, reflexões e hipóteses, das quais poderiam ser úteis para todo o grupo ao longo dos conteúdos estudados (SOUZA, 2010).

Por outro lado, Borges Neto et al (2001) afirma que o professor deve adotar uma postura denominada de mão-no-bolso, ou seja, o professor estimulará o aluno a pensar, sem apresentar-lhe uma resposta direta, como aconteceu.

Superada a dúvida sobre a diferença entre círculo e circunferência, a discussão passou a comparar a esfera com esses dois últimos.

O estudante L.M.F.P. afirmou que a esfera era totalmente redonda. Compreendendo o que o aluno queria dizer, mas sabendo que ele não estava sendo claro, foi questionado: "E isso aqui [apontando para uma aliança, da qual se tinha feito uma analogia com a circunferência] é quadrado?".

Ele respondeu que não, mas que olhando a circunferência de frente para a parte oca, onde se coloca o dedo, ela é redonda, olhando de frente para a parte do metal, ela é um segmento de reta. Porém a "bila" [ou bolinha de bilhar], segundo o exemplo de esfera dado por ele, é totalmente redonda.

A resposta que L.M.F.P. gostaria de dar foi compreendida, mas insistiu-se com o restante da turma se não teria uma resposta melhor. Como não apareceu resposta, questionou-se a utilização de uma aliança [da qual se fez uma analogia com a circunferência], uma moeda [da qual se fez uma analogia com o círculo] e uma esfera, colocadas sobre uma mesa e empurradas, qual delas iria rolar, os alunos responderam que apenas a esfera rolaria. Foram então questionados sobre a quantidade de dimensões da circunferência, do círculo e da esfera.

Como esta última possuía três dimensões, aproveitou-se para correlacionar à afirmação incompleta de L.M.F.P. de que a esfera era totalmente redonda.

Neste instante da sessão didática, recorda-se a afirmação feita por Souza (2010), quando trata dos questionamentos presentes na etapa da Maturação, que "[...] o professor deve estar atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos [...] bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo".

2º Passo: Apresentar aos estudantes a situação-problema a seguir:

Situação-Problema 02: Estes três sólidos geométricos são conhecidos por ________________________. Eles possuem algumas características que o diferencial de um prisma e de uma pirâmide, ou de outros poliedros. São elas:

1) ____ .

2) ____ .

3)____ .

– Resposta correta:

Estes três sólidos geométricos são conhecidos por <u>Corpos Redondos</u>. Eles possuem algumas características que o diferencial de um prisma e de uma pirâmide, ou de outros poliedros. São elas:

1) <u>Possuem curvas e não segmentos de retas.</u>

2) <u>Não possuem faces laterais.</u>

3) <u>São objetos que rolam.</u>

– Espera-se que pelo menos uma ou duas das características possam ser afirmadas pelos estudantes de acordo com a resposta correta. Essa expectativa se dá pelo fato dos mesmos já conhecerem bem as características dos objetos com os quais os corpos redondos estão sendo comparados: os prismas e as pirâmides, dentre outros corpos redondos.

Diário de bordo: *Na medida em que os estudantes foram apresentando as características presentes nos corpos redondos, estes foram sendo questionados, apresentando contraexemplos, para certificar-se que a afirmação era correta. Esses questionamentos tinham por objetivo fazer com que os estudantes refletissem sobre aquilo que estavam afirmando. Souza (2010) afirma que essa refutação dos modelos inadequados, através de verificações simples ou de contraexemplos, é importante ser estimulada pelo professor. Observa-se:*

– Tem uma base redonda – afirmou uma estudante.

– Têm uma base redonda – questionou-se apontando para cada um dos corpos redondos.

Olhando para a esfera, eles perceberam que a mesma não possui base redonda e, portanto, não poderia ser característica dos corpos redondos.

– Não tem base – afirmou outra aluna.

– Não tem base? – questionou-se apontando para cada sólido (cone, esfera e cilindro).

Responderam que tanto o cone quanto o cilindro tinham base. E, portanto, a afirmação não era verdadeira.

Já o aluno M.S.R.C. fez a seguinte afirmação: "Não tem polígonos." E completou: "... base poligonal. Não tem uma face poligonal?".

Apontando para a base de um cone, questionou-se: "Isso aqui é um polígono?" O próprio aluno M.S. R. C. respondeu: "Polígonos têm que ter cantos." E insistiu-se que polígono era um triângulo, um quadrilátero ou um pentágono. Com a pergunta, os alunos perceberam que a afirmação "Não tem polígonos [os corpos redondos]", fazia algum sentido. E realmente faz, pois a característica número um, elencada anteriormente como resposta correta, a qual diz "Possuem curvas e não segmentos de reta" quando comparada ao que o estudante afirmou "Não tem polígonos". A validação da afirmação foi finalizada, ao confrontar a afirmação com o cilindro e a pirâmide.

Outra afirmativa feita por um dos estudantes foi:

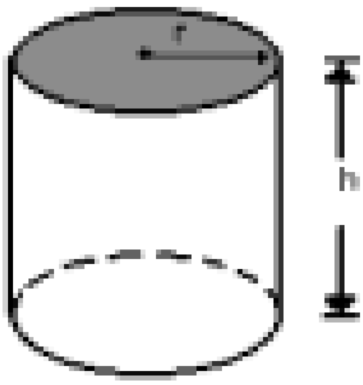
"Não tem face lateral". Essa coincidiu com a segunda característica dos corpos redondos. Como reação a afirmação foi transformada em pergunta apontando para cada um dos sólidos envolvidos. E os estudantes perceberam que a afirmação era válida.

Ao apresentar as três características dos corpos redondos, a única que não foi afirmada por estudante algum foi a que, aparentemente, era a mais óbvia: "São objetos que rolam".

Por fim, percebe-se, a partir do foi explanado anteriormente, a importância dada por Souza (2010) à discussão das soluções. Tal discussão possibilitou aos estudantes perceberem as diversas formas de compreensão e representação dos alunos em relação ao problema matemático. Também se percebeu que a identificação, interpretação e discussão das possíveis soluções apresentadas pelos estudantes, configuram-se em momento determinante em sua aprendizagem matemática. Isso é possível por conta da possibilidade de visualização e reflexão das diversas soluções apresentadas, com o intuito de serem validadas, ou não (SOUZA, 2010).

3º Passo: Apresentar a situação-problema seguir:

Situação-Problema 03: Imagine que o sólido a seguir fora feito de papel. Como ficaria a planificação deste sólido?



– Pode ser dado para cada grupo de quatro alunos, um cilindro feito de cartolina dupla face, para auxiliar na solução dessa situação-problema. Espera-se que a única dúvida que possa surgir seja com relação ao significado da palavra planificação. É possível que muitos alunos consigam resolver este problema.

Diário de bordo: *A expectativa de que a maioria dos estudantes conseguiria responder ao problema se confirmou. Mesmo assim, ainda foi demonstrado com um cilindro de papel, abrindo-o, tal percepção. Solicitou-se, na ocasião, que eles representassem a planificação em forma de um desenho, o que também foi feito na lousa.*

Foram então questionados sobre como calcular a área de cada uma dessas partes da figura. Quanto à área da base, houve uma rápida confusão se a equação matemática era $A_{círculo} = \pi r^2$ *ou* $A_{círculo} = 2\pi r$*. Porém, rapidamente um segmento entre os presentes, retirou a dúvida e afirmou com convicção de que o correto era* $A_{círculo} = \pi r^2$*.*

Quanto à área lateral, representada pelo retângulo, houve um estudante, o M.S.R.C., que indicou fórmula matemática tão logo questionada. Por meio de gesto para que ele não se pronunciasse, para oportunizar ao restante da turma a refletirem sobre a equação desejada, foi travada a seguinte discussão:

– Que figura é essa daqui [apontando para a planificação da área lateral]?

Responderam que era um retângulo. Insistiu-se:

– Área do retângulo, como é que é?

– Base vezes a altura – foi a resposta dada por alguns estudantes.

– Quanto é essa altura aqui oh [apontando para a altura da área lateral do cilindro]?

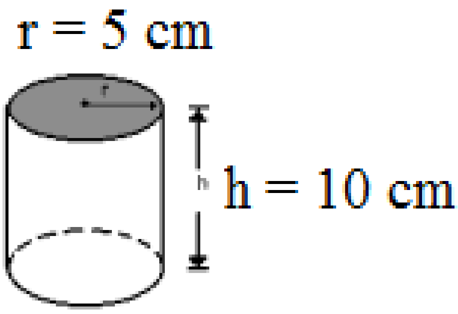
A resposta obtida foi "h", letra a qual representava a altura do cilindro e que, portanto, estava correta.

– Base é daqui pra cá [afirmou-se, indicando com um pincel a base da área lateral]. O que seria a base?

Uma aluna respondeu que seria o comprimento da circunferência. A forma encontrada de não afirmar se ela estava correta foi fazendo um questionamento: "Se eu pegasse esse círculo aqui oh [referindo-se a uma das bases do cilindro] e sair rolando, quando ele der uma volta ele vai acabar aonde? No meio?" Daí, os estudantes compreenderam que o comprimento da base é congruente ao comprimento da circunferência da base do cilindro. Ou seja, de que a base da área lateral do cilindro mede $2\pi r$ *e, portanto, a área lateral do cilindro é* $2\pi r$ *multiplicado pela altura (h). Essa reflexão permitiu que os estudantes compreendessem como calcular a área de um cilindro circular reto, sem obterem a fórmula matemática logo na compreensão deste modelo de exercício. Isso certamente auxiliará os estudantes na resolução da situação-problema a seguir.*

4º Passo: Apresentar a situação-problema seguinte, a qual tem conexão com a anterior.

Situação-problema 04: Agora, suponhamos que esse sólido de papel possua raio da base igual a 5 cm e altura igual a 10 cm. Calcule a área de papel utilizada.

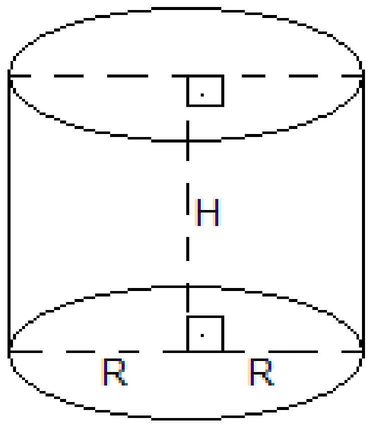


– Acredita-se que os estudantes poderão ter dificuldades apenas no instante de identificar a base da área lateral do cilindro [indicado pelo comprimento da circunferência da base] e de recordar a fórmula matemática para calcular a área do círculo [forma que representa as duas bases do sólido em questão].

Diário de bordo: *Com a explanação feita no problema anterior, isso facilitou a solução, por parte de alguns alunos deste problema. Aos demais, repetiu-se o mesmo processo da questão anterior, ou seja, questionou-se como ficaria a planificação do cilindro, como calcular cada uma das bases e como calcular a área lateral do cilindro, em outras palavras, subdividindo o problema em alguns questionamentos, favorecendo assim à reflexão e levantamento de hipóteses por parte dos alunos.*

5º Passo: Apresentar a situação-problema a seguir, a qual objetiva trabalhar o conceito de cilindro reto equilátero.

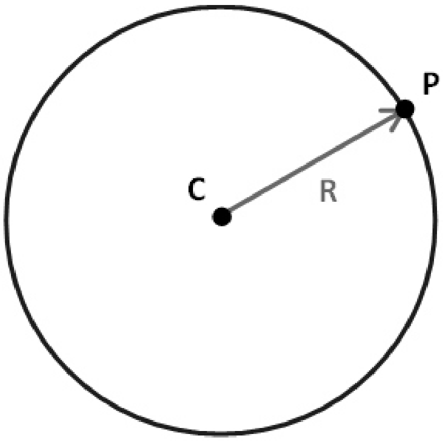
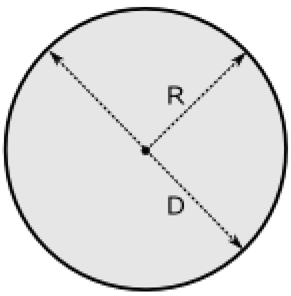
Situação-problema 05: Um cilindro equilátero reto é chamado assim quando o comprimento do diâmetro da base é igual ao comprimento da altura. O sólido a seguir, é dito cilindro equilátero reto, e possui raio da base medindo 2 m. Calcule a área total deste cilindro.



– A expectativa é que as dificuldades apresentadas pelos estudantes sejam menores, uma vez que exercícios similares já foram trabalhados nesta sessão.

Diário de bordo: *A expectativa de que os alunos tivessem um pouco mais de segurança em responder ao exercício se confirmou. Uma vez em que os modelos matemáticos desenvolvidos outrora assimilados e compreendidos pelos estudantes, o aluno poderá deduzir outros modelos simples e específicos (SOUZA, 2010).*

Em algum momento da sessão didática, provavelmente no instante de calcular a área superficial de um cilindro reto, seja necessário retomar os conceitos de círculos e circunferência, bem como as equações matemáticas para calculá-los. Por isso a importância desse quadro a seguir.

Recordando Sobre Círculo e Circunferência		
	Comprimento da Circunferência	
	Área do Círculo	

6.6 Análise da aplicação na Sessão 06

1º Passo: Antes de se analisar algumas situações-problemas sobre volume, verificaram-se os questionamentos, que não deixam de ter a mesma função das situações-problemas apresentadas na etapa da Tomada de Posição, primeira etapa da Sequência Fedathi. O objetivo dos questionamentos é colocar na pauta da discussão, a partir daí passar a compreender, o conceito de volume, assim como as suas variáveis envolvidas.

Questionamento número – 01: Recebi 8 cubos idênticos, e organizei em duas fileira (I e II), cada fileira com 4 cubos. Qual dessas fileiras possui maior volume? (Veja Imagem 01)

Questionamento número – 02: Um bloco com placas de madeiras idênticas fora organizado de três formas diferentes (III, IV e V). Qual dessas três formas possui volume maior e qual possui volume menor? (Veja Imagem 01)

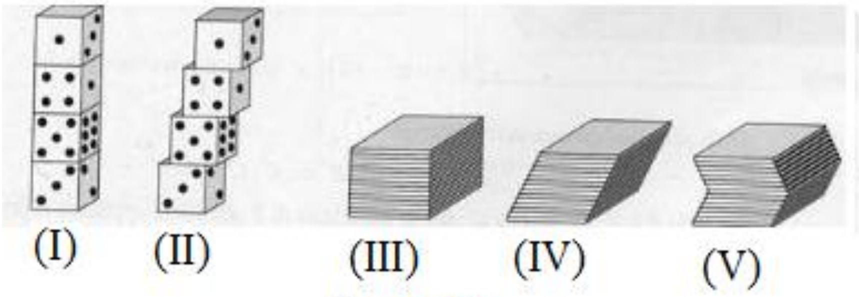


Imagem 01

– Caso não haja quem se arrisque responder, ou as respostas estejam divergindo, poderá se questionar o que seria volume.

– Espera-se que com esta discussão, que os alunos percebam que objetos ocupam espaços diferentes, que podem possuir o mesmo volume. Ou, como a cada objeto de cada fila é idêntico ao outro, e a quantidade de objetos por fila é a mesma, logo o volume é o mesmo.

Diário de bordo: *No início da discussão, houve alguma discordância na compreensão do que seria volume. Para superar tal dificuldade, foi feita uma sequência de perguntas, que se seguem:*

– O que é volume?– questionou-se.

Um aluno fez um gesto, na tentativa de responder, abrindo levemente os dois braços e movimentando, cada um deles, na trajetória de um arco, repetindo o movimento por duas ou três vezes.

Daí, foi questionado o que seria tal gesto.

Uma aluna respondeu: "É uma expansão." E uma outra aluna disse que seria uma área. Já uma terceira aluna afirmou que seria o 'o espaço que ocupa'.

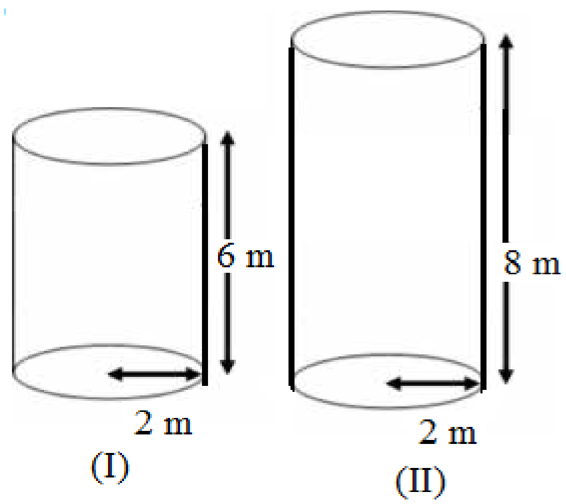
As afirmações foram resumidas: – Saiu-se de que volume seria isso aqui [foi feito o gesto descrito pelo primeiro aluno, onde este abriu levemente os braços, movimentando-os na trajetória de um arco, repetindo o movimento por duas ou três vezes], para expansão e agora para espaço que ocupa. Com esse conceito pouco elaborado, os alunos tiveram pouca *dificuldade para responder corretamente. A resposta apresentada convergiu para um consenso de que as fileiras de cada questionamento apresentavam o mesmo volume.*

Percebe-se que neste recorte apresentado da sessão didática houve uma integração no desenvolvimento do trabalho entre alunos e professor. Essa integração é chamada por Bordanave (1993) por interação multilateral. Mesmo os estudantes estando habituados a receber os saberes previamente elaborados pelo professor, por conta da cultura do ensino tradicional, como já é a sexta sessão didática sob essa metodologia de ensino, percebe-se que os estudantes não compreendem mais essas discussões como perca de tempo.

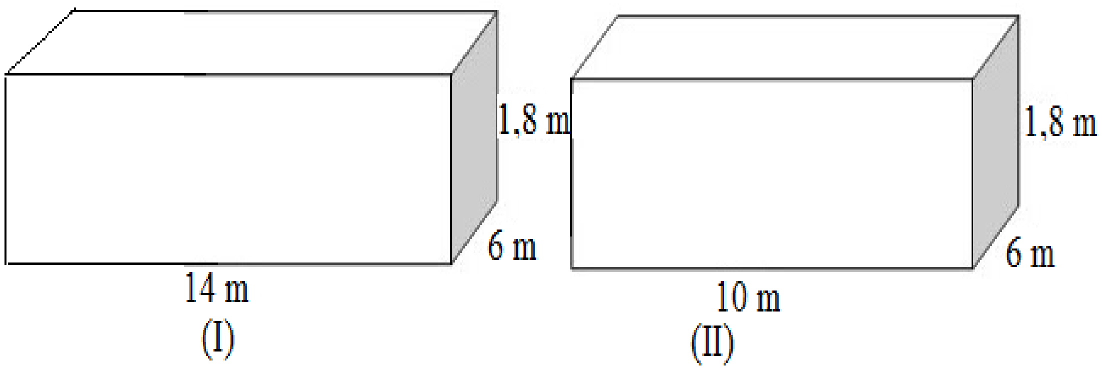
Por outro lado, com uma maior apropriação da teoria e a aplicação desta enquanto metodologia de trabalho percebeu-se que Bordanave (1993) já havia tratado sobre os possíveis questionamentos que o professor poderia fazer diante de um problema de indisciplina (a exemplo do que foi presenciado nas sessões dois e três), ou quando se questionava sobre o tempo excessivo em um trabalho em grupo frente a uma boa explicação oral. Esses questionamentos foram superados na medida em que se apropriava cada vez mais da metodologia, assim como de sua aplicação.

2º Passo: Apresentar os questionamentos três e quatro aos estudantes. Os mesmos objetivam mostrar que o volume depende da altura dos objetos e da área da base.

Questionamento número – 03: Qual dos cilindros a seguir possui maior volume? Por quê?



Questionamento número – 04: Qual dos paralelepípedos a seguir possui maior volume? Por quê?



– Espera-se que os alunos percebam, nitidamente, que os volumes são distintos, e em qual figura ele é maior. É importante perguntar o motivo desta diferença, pois tal justificativa irá auxiliá-los a responder ao quinto questionamento.

Diário de bordo: *O terceiro questionamento foi respondido corretamente e ele favoreceu a percepção de que a variável altura influencia na medida do volume. Já o questionamento de número quatro, foi respondido corretamente, porém, não favoreceu para mostrar que o volume depende da área da base. A resposta que eles apresentaram foi que o volume dependia do comprimento do sólido (resposta parcialmente correta, mas área da base está totalmente correta). Diante disso, foi realizada uma alteração na figura (II), mantendo a altura, mas deixando a base com medidas de 10 metros por 8 metros. Quando questionados quem teria maior volume, um estudante disse que a resposta dependeria da área da base. Mediante a isso, sugeriu-se que calculássem a área da base de cada figura. De posse dos valores, 84 m² para a figura (I) e 80 m² para a figura (II), os estudantes afirmaram que a figura (I) tem maior volume. E melhor que isso, com o problema refeito, os alunos puderam perceber que a área da base também influencia na medida do volume.*

Para Souza (2010), o planejamento é condição sinequa non para alcançar aos objetivos das próximas etapas da Sequência [se referindo à segunda, terceira e à quarta etapa da Sequência]. A autora alerta que o mesmo precisa ser flexível, mediante a uma eventual necessidade de adaptação. Creio que foi o que ocorreu neste questionamento de número quatro, a necessidade de uma moldagem no planejamento feito, a partir da adaptação nas dimensões de uma das figuras do problema.

3º Passo: Apresentar o quinto questionamento aos estudantes.

Questionamento número – 05: Diante disso, o volume depende de que variáveis?

– Resposta correta: Da altura e da área da base.

– A expectativa é de que os estudantes respondam com razoável segurança, uma vez que os dois últimos questionamentos conduziram os estudantes á resposta deste último.

– Depois de respondido, apresentar o conceito de volume dado no dicionário Michaelis, através do site http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues. Acesso em 24 de outubro de 2014.

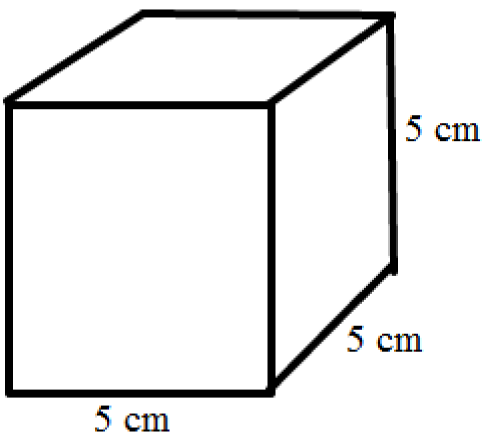
O volume, segundo o dicionário Michaelis, “O espaço ocupado por um corpo”.

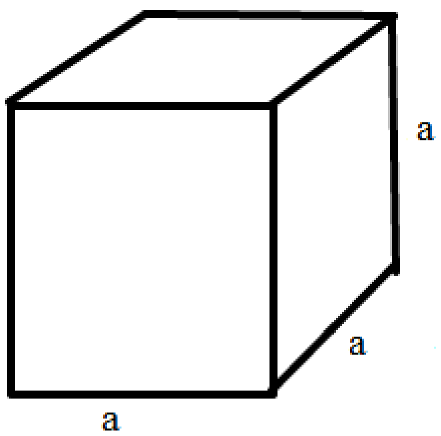
Diário de bordo: *Apesar da expectativa, retornou-se aos questionamentos três e quatro, e questioná-los, a partir de cada um deles “na primeira [se referindo ao questionamento 03, projetando o slide no datashow] o volume era maior por quê?” Responderam por conta da altura. Deu-se continuidade: “No segundo [referindo-se ao questionamento 04, projetando o slide deste] é por conta da...”. Uma aluna respondeu área da base.*

Retornou-se ao questionamento cinco, e eles responderam corretamente. Diante dos exemplos expostos anteriormente, afirmou-se que o volume é diretamente proporcional à área da base e à altura, uma vez que se a área da base e a altura crescem o volume também cresce, e vice- versa.

4º Passo: Apresentar a situação-problema de número um, cujo objetivo é, ao final dela, apresentar a fórmula matemática para o cálculo do volume de um prisma e, o caso particular, do cubo.

Situação-problema 01: Calcule o produto da “área da base de um cubo” por sua “altura”, sabendo que a aresta deste sólido mede 5 dm.





Diário de bordo: *Não houve dificuldade dos estudantes solucionarem a questão, uma vez que o cálculo era multiplicar a área da base (dado pelo produto lado vezes lado) pela altura. A* *partir daí, apresentou-se a fórmula para calcular o volume de um prisma (área da base multiplicada pela altura) e, na sequência, para calcular o volume de um cubo qualquer. Essa equação é o que Souza (2010) chama de modelo geral, que uma vez apreendida pelo estudante, servirá para resolução de outros problemas ou mesmo no problema em questão, além de desenvolver o raciocínio matemático. O modelo geral é apresentado pelo professor na quarta etapa da Sequência Fedathi, a Prova, como meio prático e otimizado para a condução da resposta do problema. Este novo saber precisa ser apresentado em forma de notação simbólica e linguagem matemática (SOUZA, 2010). Por isso, as equações a seguir foram apresentadas aos estudantes na lousa.*

$$V = Área\ da\ Base\ x\ Altura$$

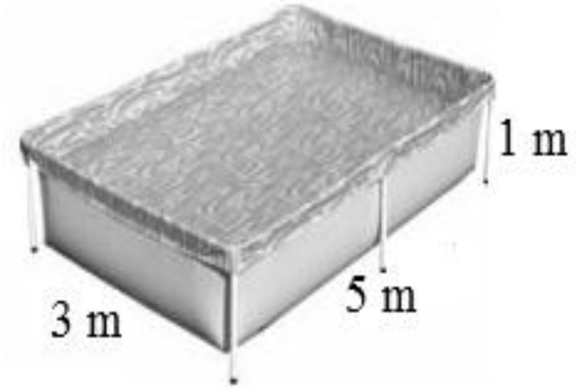
Onde V é o volume do prisma.
Para o cubo, o desenvolvimento do modelo geral foi:

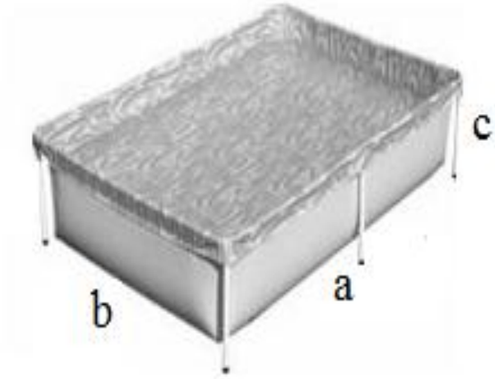
$$V = Área\ da\ Base\ x\ Altura$$
$$V_c = a.a.a$$
$$V_c = a^3$$

Onde V_c representa o volume do cubo.

Estas equações servirão para preencher o quadro resumo do volume de alguns sólidos no final desta sessão didática.

5º Passo: apresentar a próxima situação problema, cujo objetivo é construir, ao final dela, um modelo específico para o cálculo de volume do paralelepípedo.
Situação-problema 02: Calcule o volume da piscina infantil a seguir, com formato de um paralelepípedo reto, sabendo que suas dimensões são 3m, 5 m e 1 m.



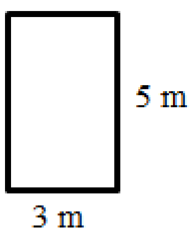


Diário de bordo: *Sendo uma questão razoavelmente fácil para a grande maioria dos estudantes, procurou-se a aproximação de um aluno que senta nas últimas cadeiras e que apresenta um considerável grau de dificuldade. A estratégia utilizada foi fazer uma sequência de perguntas, as quais as respostas conduziriam o estudante à resposta final. É o que Souza (2010) chama de perguntas esclarecedoras, as quais buscam verificar a até que ponto o aluno está entendendo o problema apresentado, e o mobiliza a reformular o seu aprendizado, fazendo relação do assunto atual com outro já tratado. Observe-se algumas perguntas feitas ao estudante:*

- *Que figura é essa [apontando para a base do sólido em questão]?*
- *Como é a área do retângulo?*
- *Como é que calcula o volume?*
- *Quanto é a área da base?*

Mesmo tendo demonstrado alguma evolução no desenvolver da questão, o aluno não conseguiu resolver totalmente a questão. Foi preciso responder alguns dos questionamentos por ele, como fórmula do volume e a unidade de medida do volume. Porém, na hora de resolver a questão no quadro, percebeu-se que o aluno participava da resolução coletiva da questão.

Fazendo uma conexão com o modelo apresentado [através da resolução coletiva exposta no quadro], apresentou-se o modelo matemático científico do volume de um paralelepípedo qualquer. Tudo isso, utilizando linguagem matemática e uma notação simbólica, conforme recomenda Souza (2010) na quarta etapa da Sequência Fedathi: a Prova. Segue-se:



3.5=

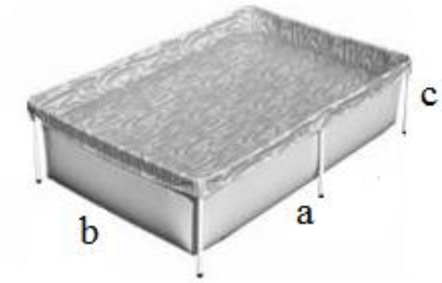
15

i) Resolução da situação problema 02:

$$V = A_{base} x Alt$$

$$V = A_{base} x Alt$$
$$V = 15.1$$
$$V = 15m^3$$

ii) *Volume do Paralelepípedo*



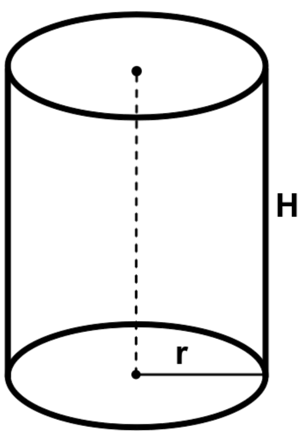
$$V = A_{base} x Alt$$
$$V = a.b.c$$

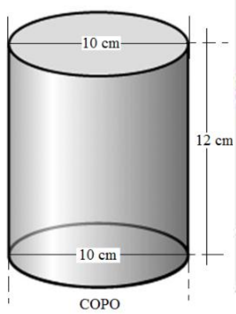
Onde, V é o volume do paralelepípedo; A_{base} é a área da base; Alt é a altura. Para tais simbologias foram dados seus significados oralmente na medida em que era apresentado o volume do paralelepípedo.

6º Passo: apresentar a terceira situação-problema.

– É provável que se tenham esquecido da equação para calcular a área do círculo. Caso isso se confirme, pedir que verifiquem em suas anotações nas sessões anteriores.

Situação-problema 03: Um copo no formato de um cilindro reto está sendo utilizado para encher um balde, também de formato cilíndrico. As dimensões destes dois objetos estão expressas na imagem a seguir. Calcule quantos copos são necessários para encher o balde.





Diário de bordo: *Apresentou-se, de forma intuitiva, que o produto da área da base pela altura também serve para calcular o volume do cilindro. Fez-se um paralelo entre a* *construção do volume de um paralelepípedo e do cubo, com o a construção do volume de um cilindro.*

Mais uma vez, o mesmo estudante que mencionado no diário de bordo relativo à situação-problema dois, apresentou dificuldade de responder a questão. Porém, era perceptível algum interesse por parte do mesmo, já que ele havia buscado uma solução, mesmo que equivocada. O estudante afirmava que a saída era dividir o diâmetro do maior pelo diâmetro do menor [obtendo quatro como quociente]. Repetia o processo para o diâmetro inferior de cada cilindro [obtendo quatro como resposta mais uma vez]. Daí acredita-se que ele dividia a altura do cilindro maior pela altura do menor. E não se sabe como ele chegava ao valor de setenta e dois como solução do problema.

A estratégia utilizada foi fazendo uma hipótese, se sua resposta estivesse correta, então quando se dividisse o volume do cilindro maior pelo volume do cilindro menor, daria a mesma resposta que a sua [72, foi o valor informado por ele]. O aluno foi convidado a fazer isso. Acompanhou-se a resolução conduzindo o estudante por meio de uma sequência de perguntas esclarecedoras, as quais buscam verificar em que pé está a compreensão do aluno quanto ao problema apresentado, e mobilizá-lo a reformular o seu aprendizado, correlacionando o assunto atual com outro já tratado. Eis algumas das perguntas feitas ao estudante:

- *O que é o volume?*
- *Que figura é essa da base [apontando para o copo da questão]?*
- *Isso [apontando para o copo da questão] é uma bola, um círculo ou uma circunferência?*
- *E como é a área do círculo? Não soube o que era área do círculo*
- *Observe no canto da lousa [onde estava escrito a fórmula da área do círculo].*
- *Quanto é o raio [apontando para o copo da questão]? Não soube o que era raio.*

Questionamentos parecidos foram feitos para o cálculo do volume do balde. Além dos questionamentos feitos, precisou-se insistir para que o aluno fizesse as multiplicações em uma espaço a parte, e o mesmo desistisse da calculadora.

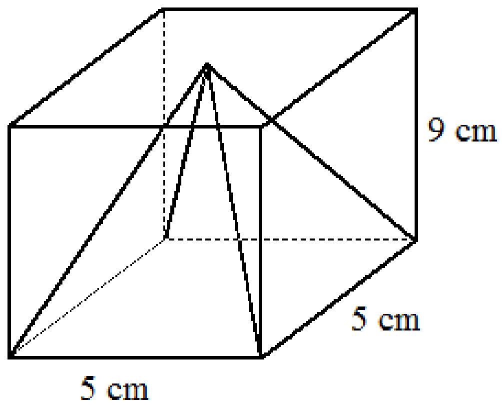
Apesar do aluno não responder a todos os questionamentos, e todo o conhecimento almejado para esta situação problema não ter sido alcançado pelo estudante, foi válida a intervenção haja vista que foi fomentada a participação do estudante no processo de construção do seu próprio saber matemático. Em uma aula pautada no ensino tradicional, centrada no professor, este faria uma explanação e o estudante não participaria da construção do conhecimento. O ensino tradicional se diferencia da Sequência Fedathi, para

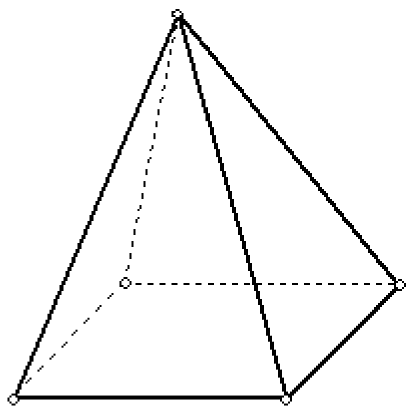
Borges Neto, já que o primeiro se pauta em apenas duas das etapas do método Fedathi: a tomada de posição e a prova. O método tradicional não favorece a participação do estudante no desenvolvimento de sua própria aprendizagem. Por consequência, o aluno não apresenta suas dúvidas, reflexões ou hipóteses, as quais poderiam ser úteis (SOUZA, 2010).

7º Passo: expor que o volume de um prisma e do cilindro é dado pela mesma equação.
Em suma: Volume de um Prisma e Volume de um cilindro: é área da base vezes a altura.

8º Passo: Apresentar a situação-problema seguinte, a qual busca fazer com que o estudante perceba, a partir de um caso particular, que o volume da pirâmide é um terço do volume do prisma.
Situação-problema 04: Na imagem a seguir, tem-se uma pirâmide construída a partir das dimensões de um paralelepípedo.

Nosso propósito é comparar o volume da pirâmide 75 cm³, com o volume do paralelepípedo. Calcule o volume do paralelepípedo para que essa comparação seja feita.





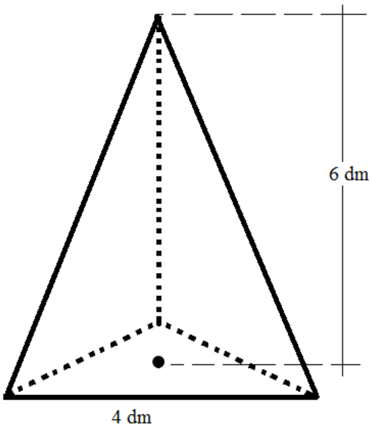
Diário de bordo: *Para o cálculo do volume do paralelepípedo, como já era de se esperar, os alunos não tinham grandes dificuldades. Mas para comparar o volume do paralelepípedo, com o volume da pirâmide, precisou-se reformular a pergunta, ficando assim: "Quantas pirâmides caberiam dentro do paralelepípedo?". Os estudantes, após algumas tentativas em contas aritméticas, conseguiram chegar à solução. Daí, conforme recomenda Souza (2010) fazendo conexão com outro modelo apresentado para o cálculo de volume [no caso, com o cálculo do volume do prisma], formalizou-se o novo conhecimento matemático acerca de volume de pirâmides, em linguagem matemática e com notação simbólica, conforme pode-se conferir a seguir do que foi transcrito do quadro:*

$$V_{pirâmide} = \frac{V_{prisma}}{3}$$

$$V_{pirâmide} = \frac{A_{base}.\,Altura}{3}$$

9º Passo: Apresentar a quinta situação problema, cujo objetivo é aplicar o conhecimento adquirido a partir do exercício anterior, sobre volume da pirâmide. É possível que alguns alunos não recordem a fórmula para calcular a área do triângulo equilátero. Caso isso se confirmem, pedir que eles pesquisem junto às suas anotações das aulas anteriores.

Situação-problema 05: Calcule o volume de uma pirâmide triangular de base regular, cuja aresta da base mede 4 dm e a altura mede 6 dm.

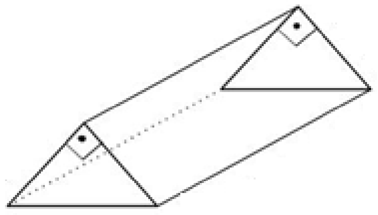
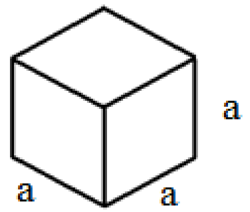
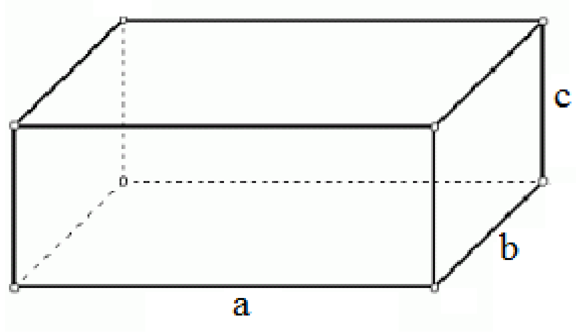
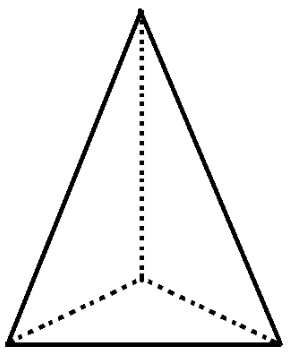
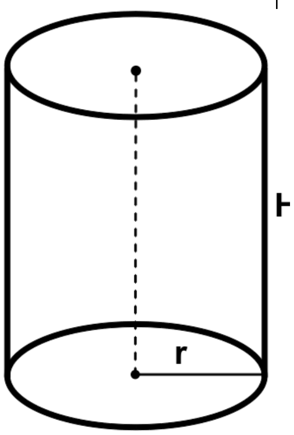


Diário de bordo: *A exemplo do que foi previsto, alguns estudantes não recordavam como se calculava a área do triângulo equilátero. Foi sugerido que pesquisassem junto às suas anotações e quando uma aluna encontrou, expôs-se a fórmula dada na lousa. Pelo que se pode perceber, as dificuldades apresentadas foram poucas. O que já era de se esperar, pois o modelo matemático necessário para responder esta situação problema já havia sido trabalhado na situação problema anterior.*

Sem falar nos modelos matemáticos similares (volume do prisma) que tinham sido trabalhados em três outros problemas. Afinal, essas representações genéricas ou fórmulas, das quais representam um determinado modelo geral, funcionarão como objeto de conhecimento para a aplicação em outras situações-problemas (SOUZA, 2010).

10º Passo: encerrar a sessão didática preenchendo o quadro resumo a partir do que foi visto em sala de aula.

– Espera-se que os estudantes participem no preenchimento deste quadro resumo, haja vista que o mesmo se refere ao conteúdo visto em sala de aula.

Quadro resumo do volume de alguns ***(COM RESPOSTAS)***		
		
Prisma Qualquer	Prisma Quadrangular (Cubo)	Prisma retangular reto (Paralelepípedo)
$V_{prisma} = A_{base}.Altura$	$V = a^3$	$V = a.b.c$
		
Pirâmide Qualquer	Cilindro	
$V = \frac{A_{base}.Altura}{3}$	$V = \pi.r^2.H$	

6.7 Análise da aplicação na Sessão 07

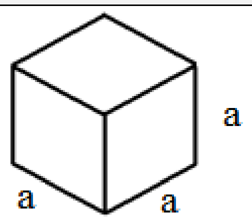
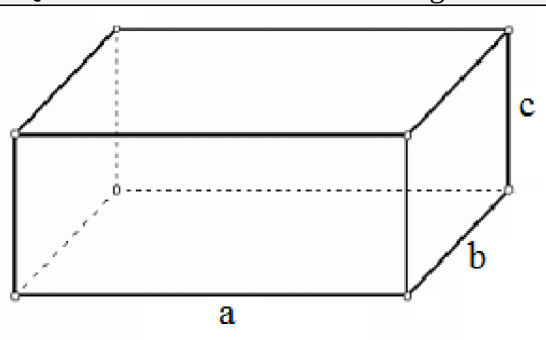
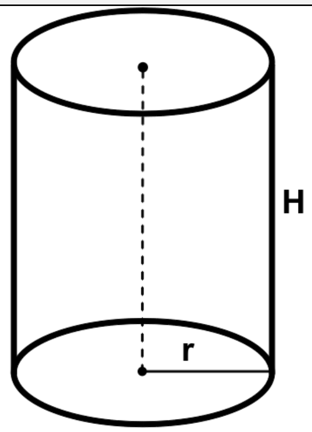
1º Passo: Iniciar a sessão didática fazendo um retrospecto do conteúdo visto na sessão anterior: volume dos sólidos geométricos: prismas, pirâmides, cilindros e dos casos particulares de prismas (cubo e paralelepípedo). É natural que alguns estudantes tenham esquecido. Por isso, pedir que pesquisem em suas anotações.

- Volume do prisma:______________________________

  Resposta esperada: $V = Área\ da\ Base\ x\ Altura$

- Volume da pirâmide:______________________________

  Resposta esperada: $V_{pirâmide} = \frac{A_{base}.Altura}{3}$

<table>
<tr><td colspan="3">Quadro resumo do volume de alguns sólidos</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td>Prisma Quadrangular (Cubo)</td><td>Prisma retangular reto (Paralelepípedo)</td><td>Cilindro</td></tr>
</table>

Resposta esperadas:

Volume do cubo: $V = a^3$

Volume do paralelepípedo: $V = a.b.c$

Volume do cilindro: $V = \pi.r^2.H$

Diário de bordo: *A retrospectiva do conteúdo foi feita de forma oral, usando como suporte pedagógico a projeção feita dos slides através do Datashow, e o material impresso entregue à turma relativo à sétima sessão didática. Os alunos foram recordando das fórmulas vistas na aula anterior. E quando surgiu uma dúvida foram instigados a pesquisarem em seu material impresso (nomeado por "apoio ao estudante"), o qual continham suas anotações.*

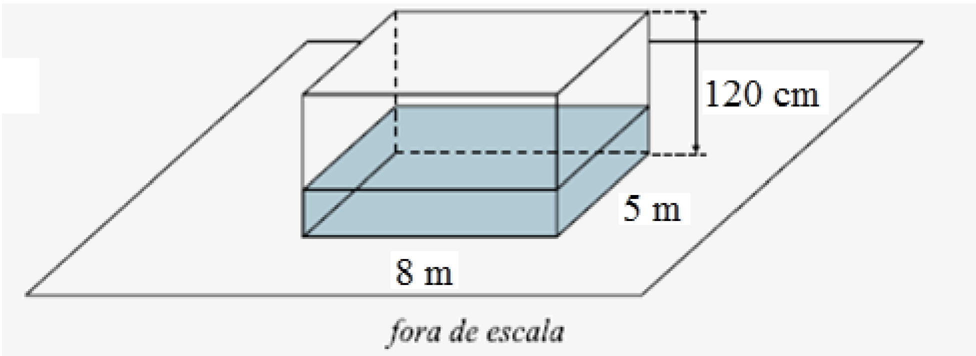
Para Souza (2010), a relevância desta apresentação das informações matemáticas iniciais no começo da aula é a inserção do grupo no contexto (inicial) dos problemas a serem trabalhados, além de situá-los no universo matemático a ser desenvolvido. Isso, por conta da apresentação das informações matemáticas iniciais.

2º Passo: Apresentar a primeira situação-problema. Seu objetivo é recordar como desenvolver este modelo matemático do qual trata de resolver problemas envolvendo o volume de um paralelepípedo.

– A estratégia é, após apresentar o problema, deixá-los resolver por um tempo.

– Algumas dicas poderão ser dadas, como transformação métrica de centímetros para metro e transformação de metros cúbicos em litros.

Situação-problema 01: Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 120 cm de profundidade. Bombeia-se água para dentro desse reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo. Com base nessas informações, quanto tempo é necessário para se encher completamente esse reservatório?



Diário de bordo: *Como o modelo matemático para solucionar este problema (cálculo do volume de um paralelepípedo ou, similar a este, cálculo do volume de um prisma) já havia sido trabalhado na aula anterior, apresentou-se o problema para ser resolvido. Quando as dúvidas começaram a surgir em relação à transformação métrica de centímetros em metros, ou de metros em litros, fez-se uma breve explanação para que eles conseguissem resolver, sozinhos, o restante do que a questão estava pedindo. Após alguns minutos, fez-se a exposição da solução no quadro, estimulando o acompanhamento dos alunos.*

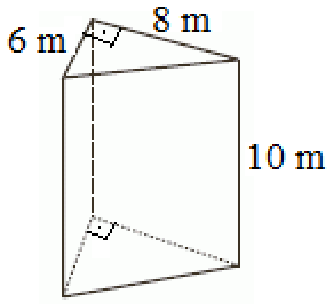
3º Passo: Apresentar segunda situação problema, cujo objetivo é rever o modelo matemático já estudado que trata sobre volume do prisma e área superficial de um prisma.

– A estratégia é, após apresentar o problema, deixá-los resolver por um tempo.

– É provável que eles não recordem como calcular a área de um triângulo retângulo. Caso isso se confirme, pedir que pesquisem em suas anotações feitas nos materiais impressos entregues a eles nas sessões didáticas anteriores.

– Com relação à área de uma das faces laterais, onde a dimensão da maior aresta da base não está explícita na questão, uma dica é desenhar apenas a base triangular, com as duas dimensões fornecidas, além do ângulo reto para ver se os alunos manifestam que o caminho para calcular essa maior aresta da base é através do teorema de Pitágoras.

Situação-problema 02: Observe que o sólido abaixo tem 6 vértices, 5 faces (3 retângulos e 2 triângulos retângulos) e 9 arestas. Este sólido geométrico é chamado prisma triangular porque as suas bases são triângulos. Pode-se imaginar um prisma triangular formado por triângulos de cartolina, todos do mesmo tamanho, empilhados. O volume é o produto da área da base (área do triângulo retângulo) pela altura. Calcule:



a) O volume deste prisma.

b) A área total deste prisma.

Diário de bordo: *Diante da primeira parte do problema, cujo modelo matemático que o solucionava já havia sido trabalhado, cálculo do volume de um prisma, após apresentar o problema, apenas observou-se o cuidado de questioná-los quanto à fórmula para calcular a área de um triângulo retângulo. Como não se obteve resposta, solicitou-se para que eles pesquisassem no material impresso entregue, chamado de "apoio ao estudante", das sessões anteriores. Uma vez respondida tal questionamento, ficaram, por um tempo, respondendo ao item a. Enquanto isso, verificou-se como estava sendo resolvido. Quando o aluno não compreendia, fazia-se algumas perguntas-chaves para auxiliá-los, tais como:*

- *O que a questão pede?*
- *Como se calcula o volume de um prisma?*
- *Que figura temos na área da base?*
- *Como se calcula a área desse triângulo [do tipo retângulo]?*

Para Souza (2010), esses questionamentos feitos pelo professor podem ser classificados por perguntas esclarecedoras, já que estas buscam verificar até que ponto os *estudantes estão compreendendo sobre o que está posto, além de conduzi-los a reformularem seu aprendizado, correlacionando o assunto atual com outro já tratado.*

Simultaneamente a este momento, percebem-se alguns alunos auxiliando outros na resolução do problema proposto. Continuando esse acompanhamento, notou-se que a expectativa que havia feito sobre a não visualização dos alunos do cálculo da aresta maior (através do teorema de Pitágoras) não se confirmou. Alguns estudantes já foram resolvendo a área da superfície do prisma.

Após mais algum tempo, a solução do problema foi exposta, dialogando-se, passo a passo, com os estudantes, e utilizando-se de formas similares às encontradas por alguns deles.

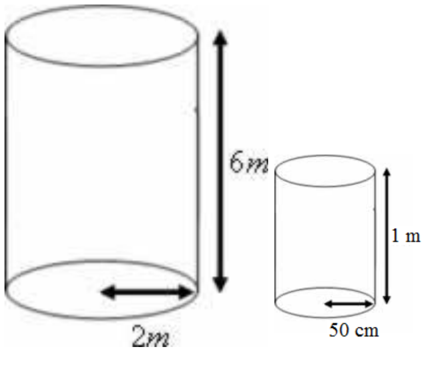
4º Passo: Apresentar a terceira situação problema, cujo modelo matemático similar a este (cálculo do volume do cilindro em situações problemas), já havia sido trabalhado.

– A estratégia é, após apresentar o problema, deixá-los resolver por um tempo.

– Como a fórmula matemática já foi vista no início da aula de hoje, e encontra-se no material impresso desta aula, é possível que não apresentem dificuldade de recordar a fórmula. Caso essa expectativa não se confirme, pedir que verifiquem no material intitulado “apoio ao estudante” do dia de hoje.

– Também é possível que os alunos não tenham dúvida quanto à transformação métrica de centímetros para metro, uma vez que isso fora trabalhado na situação-problema 01 desta sessão. Caso isso não se confirme, pedir a eles que olhem como foi solucionado no referido exercício.

Situação-problema 03: Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Já um tambor, também em formato cilíndrico, possui raio da base igual a 50 centímetro e altura de 1 metro. Determine o volume de cada um e indique quantos tambores este reservatório pode encher se inicialmente o reservatório está totalmente cheio. (Use $\pi = 3$).



Diário de bordo: *Após a apresentação do problema, a atitude foi de tentar tornar mais claro o que era pedido pelo problema: "Determine o volume de cada um e indique quantos tambores este reservatório pode encher se inicialmente o reservatório está totalmente cheio". Para tanto, fez-se algumas perguntas, como: "Se eu souber o volume do reservatório, vamos supor, dez metros cúbicos, e o volume do tambor, um metro cúbico, quantos tambores este reservatório encheria? [...] Se aqui for dois metros cúbicos [apontando para o tambor] e aqui [apontando para o reservatório] for cinquenta metros cúbicos, quantos baldes [tambores] este reservatório enche?"*

Na sequência, perguntou-se como se calculava o volume do reservatório, ou o volume do cilindro. Em um pequeno coro, eles responderam "π.R² vezes a altura [$V = \pi.r^2.H$]". Após isso, estabeleceu-se um tempo para que eles pudessem resolver. Enquanto isso, explicou-se novamente a alguns alunos que não haviam compreendido e solicitou-se que o problema fosse resolvido.

Passado algum tempo, expôs-se a solução da terceira situação-problema, dialogando-se passo a passo com os estudantes, a partir do que eles tinham encontrado como solução.

Aparentemente, a resolução da situação-problema de número três, teve um cunho mais tradicional do que Fedathi, uma vez que se pautou, conforme Borges Neto, apenas na Tomada de Posição e na Prova. Ao contrário, a justificativa para tanto é que o desenvolvimento do modelo matemático por parte dos estudantes já havia sido trabalhado na aula anterior. Além disso, muitos alunos conseguiram resolver ao problema sem a intervenção direta do professor.

5º Passo: Apresentar a quarta situação-problema, cujo objetivo é revisar o modelo matemático trabalhado na quinta sessão didática, que soluciona o cálculo da área superficial de um cilindro.

Situação-problema 04: Calcule a área total do reservatório da questão anterior.

Diário de bordo: *Por receio com o tempo restante de aula, e pelo fato do assunto da questão seguinte ter sido trabalhado em sala de aula a mais tempo que essa (na primeira sessão didática), a quinta situação-problema foi logo resolvida para então se retornar à ela.*

Dado o pouco tempo restante para a aula, além do que parte do que a questão pede já havia sido calculado na situação-problema de número três [a área da base], sem falar que tal modelo matemático já havia sido trabalhado a duas sessões didáticas atrás, *procurou-se fazer uma explanação, contando com a participação dos alunos, através de um diálogo com os mesmo. Observa-se:*

– [...] área lateral. Quando a gente abre este cilindro, ele forma um...

Responderam: "Retângulo."

– Quanto vale essa altura aqui [apontando para o esboço da área lateral planificada]?

Responderam: "Seis."

– Quanto é que vale essa base aqui [apontando para o esboço da área lateral planificada]?

Responderam: "$2.\pi.r$".

Terminada a explanação dialogada, solicitou-se que eles resolvessem a questão, a partir daí, sozinhos.

6º Passo: apresentar o problema a seguir. Seu objetivo é revisar o modelo matemático que soluciona a relação entre vértices, arestas e faces (relação de Euler), além de recordar o nome de um poliedro a partir da quantidade de faces.

– Caso os alunos não lembrem o que diz a relação de Euler, lembrá-los que no momento em que se desenvolvia tal conteúdo na primeira sessão didática, uma das alunas da sala, a Y.F.C., percebeu a relação.

– Aproveitar a oportunidade para relembrar, a partir das anotações no "apoio ao estudante" o nome dos poliedros (do qual depende do número de lados) e pedir a eles que estudem.

Situação-problema 05: Sobre o pentadecaedro, assinale (V) para verdadeiro e (F) para falso:

( ) Possui 05 faces, 08 vértices e 11 arestas.

( ) Possui 15 faces, 26 vértices e 39 arestas.

( ) Possui 15 faces, 15 vértices e 28 arestas.

( ) Possui 15 faces, 20 vértices e 35 arestas.

Diário de bordo: *Os alunos estavam com o conteúdo sobre nome dos poliedros ainda em mente. Tanto que, quando questionados se a primeira alternativa estava correta, muitos responderam, em coro, que não. E quando foi insistido sobre qual elemento do poliedro estava relacionado com o nome que este recebia, mais uma vez muitos responderam corretamente, em coro: faces.*

Para recordar a relação de Euler, utilizou-se a estratégia de questioná-los, tem-se:

– É possível um poliedro [existir] que tenha 15 faces, 26 vértices e 39 arestas?

Percebeu-se que uma única aluna respondia que sim. Daí, insistiu-se:

– Como é que eu faço pra saber se este [estes] número [números] aqui [apontando para cada valor da segunda alternativa] face, vértice e aresta são compatíveis?

– A fórmula. Respondeu uma aluna.

– Qual a fórmula? – foi questionada.

Na medida em que foram respondendo, realizaram-se as anotações sobre a relação de Euler, relembrada por eles. De posse desta relação, finalizou-se com a verificação, junto com os alunos, de cada uma das assertivas da questão.

Percebeu-se o que Souza (2010) afirma quando, na etapa da Prova, os alunos se deparam com a exposição de um modelo geral (conforme ocorreu ainda na primeira sessão didática), este será útil para a resolução de outras situações-problemas, bem como desenvolver o raciocínio matemático. A questão, apresentada de forma escrita, permitiu verificar que parte dos alunos assimilou o assunto.

7º Passo: Agendar, para a próxima aula, a avaliação dos conteúdos vistos nestas sete sessões didáticas, dos quais estão elencados a seguir. É importante que eles verifiquem as anotações feitas nos materiais impressos entregues a eles a cada sessão (apoio ao estudante).
Estude:

1) Planificação de um sólido geométrico;
2) Relação de Euler;
3) Nome de um poliedro a partir do número de faces;
4) Nome do sólido geométrico;
5) Área superficial dos prismas, das pirâmides e dos cilindros.
6) Volume do prisma (cubo e paralelepípedo), da pirâmide e do cilindro.
7) Veja cada um dos “materiais de apoio do estudante” entregue em sala de aula.

Encerrou-se então, a avaliação da aplicação da metodologia da Sequência Fedathi ao ensino de sólidos geométricos. No capítulo posterior é ilustrado e discutido o produto educacional originado da presente pesquisa.

7 PRODUTO EDUCACIONAL

Ao iniciar os estudos sobre a metodologia da Sequência Fedathi, é natural surgirem dúvidas quanto à compreensão dos conceitos. Parte destas incompreensões pode persistir mesmo quando as discussões sobre o método ocorrem no contexto acadêmico. Isso ocorreu com muitos colegas, bem como com o próprio autor desta pesquisa, durante a disciplina “Educação, Currículo e Ensino II” cursada no segundo semestre do mestrado, ofertada na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, presida pelo próprio teórico, professor Dr. Hermínio Borges Neto, e que contava com a colaboração dos professores Dra. Maria José Costa dos Santos e Dr. Aldemir Jucá.

No instante em que foi trabalhado o desenvolvimento de uma sessão didática pelos próprios alunos matriculados na disciplina, a partir de um tema de livre escolha, seguida da discussão dos elementos da Sequência Fedathi presentes nas apresentações, a disciplina favoreceu a uma melhor compreensão do método, pois visualizou-se os conceitos do método de forma prática

O presente trabalho, em sua pesquisa de campo, aplicou em uma das turmas do 2º ano do Ensino Médio da EEM Liceu de Iguatu-Ce Dr. José Gondim, o método Fedathi ao ensino de sólidos geométricos ao longo de sete sessões didáticas. Estas foram registradas através de filmagens.

Esses registros serviram para a produção de vídeo-aulas, o produto educacional, intitulado: “O ensino de sólidos geométricos a partir da Sequência Fedathi”. Nesta mídia é descrita uma breve apresentação abordando o contexto em que está inserido esse produto (parte integrante desta dissertação), além do título e do campo onde foi desenvolvido.

Dividido em sete sessões didáticas, este produto educacional ilustra elementos da Sequência Fedathi de forma a favorecer a compreensão da metodologia Fedathi, além de mostrar como a mesma pode favorecer a um melhor ensino sobre sólidos geométricos. As vídeos-aulas confeccionadas objetivam tanto auxiliar na compreensão dos que estão iniciando os seus estudos sobre essa metodologia, quanto colaborar para as discussões daqueles que se debruçam a mais tempo sobre a teoria do professor Hermínio.

Por fim, a expectativa é que essas vídeo-aulas sobre o ensino de sólidos geométricos pautado na Sequência Fedathi, possam enriquecer as discussões sobre o método. As considerações finais acerca desta dissertação estão apresentas no próximo capítulo.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A primeira parte da pesquisa bibliográfica deste trabalho revelou que os conhecimentos relacionados à Geometria surgiram por volta do período Paleolítico Superior, e que os saberem desta disciplina estão relacionados à alguma necessidade do ser humano, ou seja, possuem uma aplicação. Mas quando esta disciplina é ministrada no contexto escolar, a mesma é repassada de forma desatrelada de sua aplicabilidade no cotidiano. Outro paradoxo apontado foi que mesmo a sociedade como um todo reconhecendo a importância da Geometria no desenvolvimento intelectual do aluno, por exemplo, há uma precariedade do ensino deste conteúdo dentro do contexto escolar.

Entre as razões apontadas para a fragilidade do ensino de Geometria está o uso do livro didático como único recurso ou ainda o uso de metodologias encontradas nestas obras, que, na maioria das vezes, são de má qualidade.

Nesse sentido, aprofundando nossas conclusões a partir da pesquisa bibliográfica, a proposta teórico-metodológica da Sequência Fedathi foi apresentada como uma opção concreta para subsidiar e fortalecer a prática do professor de Matemática em sala de aula, ou de Ciências.

O método foi categorizado em quatro etapas sequencias e interdependentes: tomada de posição, maturação, solução e prova. Estas etapas foram assim organizadas pois o teórico da metodologia, professor Hermínio Borges Neto, compreende que quando o aluno se depara diante do novo conhecimento, o mesmo deve reproduzir os passos que um matemático realiza ao se debruçar sobre seus ensaios.

Na *tomada de posição*, o professor apresenta uma situação problema cuja solução é o novo conhecimento a ser transmitido ao estudante. Precede a esta etapa o *planejamento* e, a este, o *diagnóstico* dos conhecimentos prévios do aluno. Na sequência, ocorre a *maturação*, onde os estudantes irão identificar e compreender as variáveis envolvidas no problema.

Nesta etapa surgem os *questionamentos*, por parte dos alunos ou dos professores, que favorecem a um *feedeback* ao professor do quanto os alunos estão acompanhando o desenvolvimento dos conteúdos, além de estimular o raciocínio intelectual dos estudantes. Um dos tipos de questionamentos apresentados pelos alunos são as *dúvidas*, as quais precisam ser respondidas por meio de uma postura a ser adotada pelo professor, chamada por Borges Neto de *mão-no-bolso*, ou seja, o docente induzirá o aluno a pensar sem apresentar diretamente uma resposta.

Na etapa da *solução*, os estudantes irão formular um *modelo* de solução do qual deverá ser validado pelo professor, que é o detentor de todo o conhecimento. A função mediadora do professor deverá levar os estudantes a discutirem e trocarem ideias da solução a ser estruturada pelos mesmos. Diante de uma solução equivocada, onde a resposta alcançada é um caso particular, o professor, segundo Borges Neto, deverá refutar esses modelos por meio de *contraexemplos*.

Uma vez solucionado o problema, o professor passa para a quarta e última etapa da Sequência, a *prova*, fazendo a apresentação de um *modelo matemático geral* por meio de links com os modelos de soluções apresentados pelos alunos, em linguagem matemática contando com as regras inerentes ao novo conhecimento.

A pesquisa bibliográfica permitiu ter-se conhecimento de um breve histórico sobre a geometria e as deficiências encontradas no seu ensino. Ela também apresentou e caracterizou os fundamentos metodológicos da Sequência Fedathi. Tais infomações, foram fundamentais para subsidiar o planejamento e elaboração das sessões didáticas acerca do ensino de sólidos geométriocos, pautados no método Fedathi.

As escolhas das duas turmas de 2º ano participantes foram pautados nos resultados de aprendizagem obtidos pelos sujeitos da pesquisa, na média de Matemática até o 3º bimestre. Os resultados encontrados no questionário socioeconômico, além de caracterizar os sujeitos da pesquisa, demonstrou semelhança nas condições de aprendizagem entre os envolvidos.

Os resultados apontados pelos questionários pós-teste aplicados nas duas turmas revelaram que o ensino de sólidos geométricos pautados na Sequência Fedathi favoreceu, de forma substancial, a melhores resultados de aprendizagem. Justifica-se essa afirmação ao observar que, na turma onde a Sequência Fedathi foi utilizada como metodologia de ensino alcançou o rendimento médio de 4,80, enquanto que na turma controle foi 2,63 (numa escala de 0,0 a 10,0).

Além de favorecer a melhores resultados de aprendizagem, a análise da aplicação do método Fedathi, feita por meio do uso do diário de bordo dentro de um dos capítulos deste trabalho, concluiu que a Sequência Fedathi é aplicável ao ensino de sólidos geométricos. Essa conclusão é comprovada ao se verificar os elementos da Sequência presentes em cada uma das sessões didáticas desenvolvidas. Os vídeos gravados destas aulas favoreceram a uma análise aprimorada da aplicabilidade do método.

Destaca-se que, dentre os diversos trabalhos científicos - teses, dissertações e artigos - que tratam da aplicação da Sequência Fedathi no ensino de Matemática, nenhum deles analisa o potencial pedagógico da Sequência ao ensino de sólidos geométricos (ou seja, é inédito). Por fim, espera-se que este trabalho possa auxiliar aos estudiosos da metodologia da Sequência Fedathi, na compreensão do método uma vez que trouxe como produto educacional vídeo-aulas das sessões didáticas desenvolvidas à luz da Sequência.

REFERÊNCIAS

BORDANAVE, I. **Estratégias de aprendizagem**. São Paulo: Vozes, 1993.

BORGES NETO, H. et al. **A Sequência Fedathi como proposta metodológica no ensino-aprendizagem de matemática e sua aplicação no ensino de retas paralelas.** In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE. Educação – EPENN, 15, Anais... São Luís, 2001.

BORGES NETO, H. & DIAS, A. M. I. Desenvolvimento raciocínio lógico-matemático no 1º Grau e Pré-Escola. **Cadernos da Pós-Graduação em Educação:** inteligência-enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da matemática. Fortaleza, UFC, 1999, v.2.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática.** São Paulo: EdgardBl*ücher, 2012. 508p.*

CUNHA, F. G. M.; LIMA, I. P. **Espaço; localização, movimentação e representação:** formação continuada de professores da rede pública. 2ª etapa. Fortaleza: Fundação Demócrito Rocha, 2004.

D'ABBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1998. 121p.

FERREIRA, A. B. H. **Mini dicionário Aurélio da Língua Portuguesa.** 8ª ed. Curitiba: Positivo, 2010. 856p.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil.** *Revista Zerteké*. São Paulo, Ano 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna.** São Paulo: IBRASA, 1976. 211p.

LIMA, I. P.; CUNHA F. G. M.; SALES, W. S. O tangran na construção de conceitos de Geometria.In: BARRETO, M. C. (Org) [*et al*]. **Matemática, Aprendizagem e Ensino.** Fortaleza: EdUECE, 2013.

LIMA, I. P.; SALES, W. S. O tangram no processo formativo inicial do professor de matemática: contribuições do PIBID.In: FARIAS, I. M. S.; NÓBREGA-THERRIEN, S.; CARVALHO, A. D. F. **Diálogos sobre formação de professores:** olhares plurais. Teresina: EDUFPI, 2012, 264p.

_________ *et al.* Elaboração dos conceitos de geometria e das medidas na formação do pedagogo: oficinas pedagógica e a plataforma Teleduc. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, **Anais...** Maceió: UFAL, 2007. v. 1, p.1-12.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental.** Série Textos de História da Matemática, v. 8. Rio Claro-SP: SBHMAT, 2002.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista.** Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p.3-13.

LUFT, C. P. **Minidicionário.** São Paulo: Ática, 2009, 688p.

MENDES, I. A. **O uso da História no ensino da Matemática:** reflexões teóricas e experiências. *Série Educação*. n. 1. Belém/PA, 2001.

MOCROSKY, L. F.; BAUMANN, A.P.; MONDINI, F. Um ensaio sobre demonstrações geométricas na Educação Básica. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: UTFPR, 2009. v. 1. p. 1177-1193.

MIORIM, M. Â.; MIGUEL A.; FIORENTINI, D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro.** *Revista Zétetiké.* São Paulo, ano 1, n. 1, p. 19-39, 1993.

NACARATO, A. M. **A geometria no ensino fundamental:** fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISO, F. F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (Orgs). **Cotidiano escolar:** questões de leitura matemática e aprendizagem. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: USF, 2001.

REVISTA EDUCAÇÃO. Ano 28; nº 242; junho de 2001.

ROCHA, E. M. **Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas.** 2006. 226p. (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Educação, UFC, 2006.

Site: <http://www.multimeios.ufc.br/pre_prin.php>. Acesso em: 19 mai. 2014.

SOUSA, F.E.E.; VASCONCELOS, F. H. L.; BORGES NETO, H., et al. **Sequência Fedathi**: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SOUZA, M. J. A. **Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da geometria mediado por tecnologias digitais.** 2010. 216p. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2010.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

QUESTIONÁRIO PRÉ–TESTE (AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA)

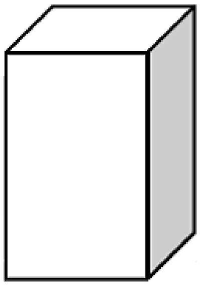
ALUNO: ____

Nº: ______ Série: _____ Turma: ________

Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.

01. Dadas figuras geométricas a seguir, identifique o número de vértice, faces e arestas de cada uma.

A)

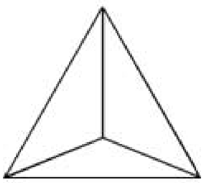


Nº de Vértices: _______

Nº de Faces: _________

Nº de Arestas: ________

B)

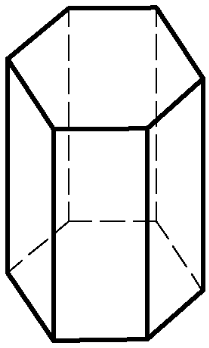


Nº de Vértices: _______

Nº de Faces: _________

Nº de Arestas: ________

C)

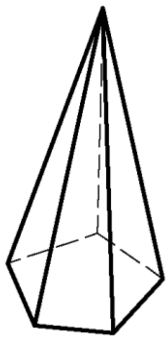


Nº de Vértices: _______

Nº de Faces: _________

Nº de Arestas: ________

D)



Nº de Vértices: _______

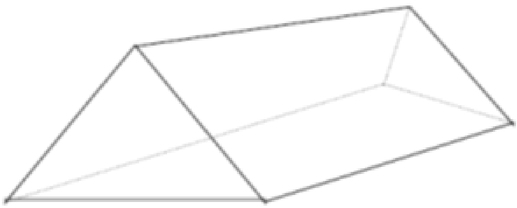
Nº de Faces: _________

Nº de Arestas: ________

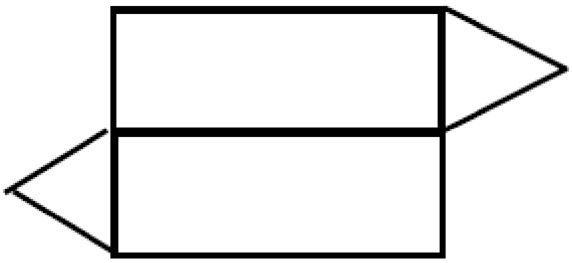
Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

03. A planificação de um poliedro é o resultado do processo de se cortar o poliedro ao longo de curvas e, então, abri-lo de forma que ele possa ser disposto sobre uma superfície plana, sem sobreposições e sem deformações das faces. Uma planificação por arestas é aquela obtida por cortes ao longo das arestas do poliedro.

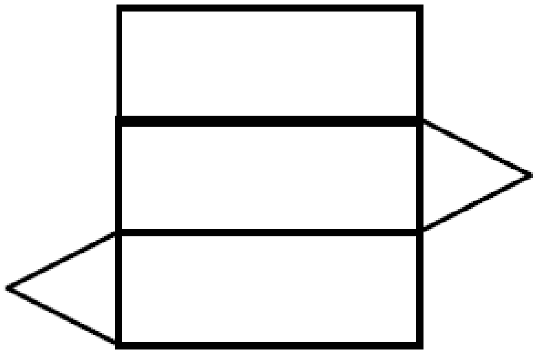
Diante do exposto, indique a planificação correta do poliedro a seguir:



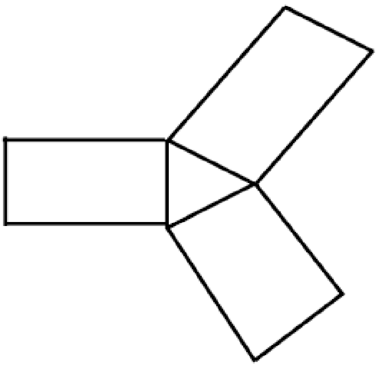
A)



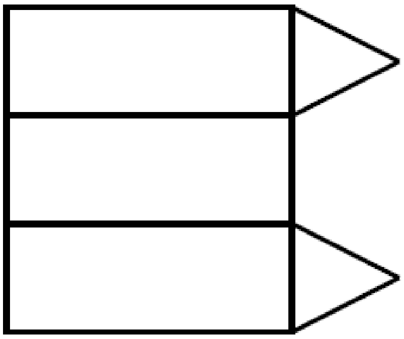
C)



B)

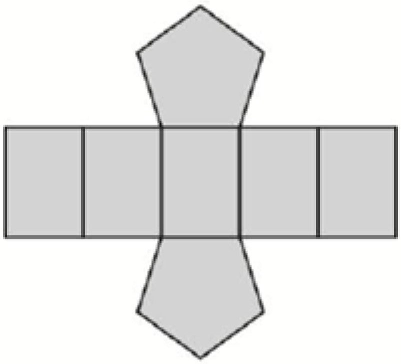


D)

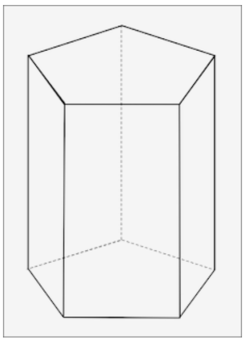


Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

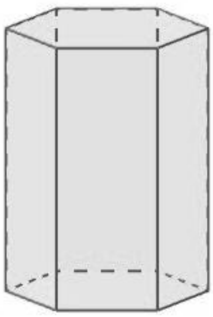
04. A seguir, temos uma figura planificada. Tal figura, quando transformada em sólido geométrico, corresponde a qual sólido entre as alternativas?



A)

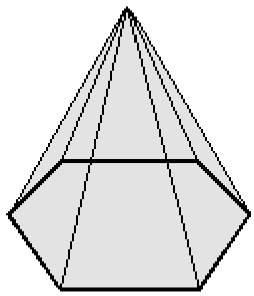


C)



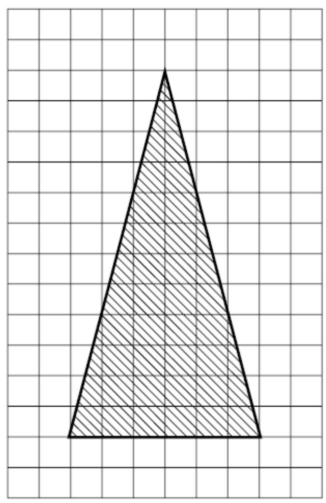
B)

D)



Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não.

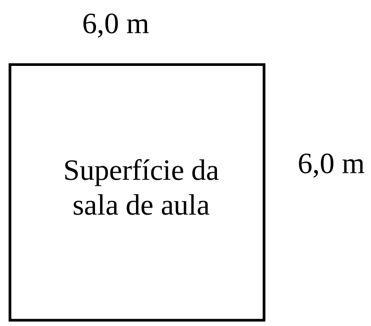
05. A malha quadriculada a seguir é formada por quadradinhos cujo lado mede 1 centímetro.



Calcule a área do triângulo destacado nesta imagem.

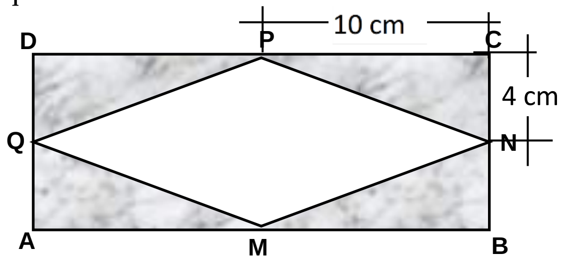
Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não.

06. Uma sala de aula possui superfície inferior no formato de um quadrado. Sabendo que cada lado desta sala mede 6 metros, calcule a área da superfície inferior desta sala.



Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

07. Romildo fez um esboço de nossa bandeira nacional, faltando ainda a parte azul. Observe atentamente que o losango **MNPQ** inscrito no retângulo **ABCD** representados na figura abaixo. Ou seja, os vértices desse losango são os pontos médios dos lados do retângulo ABCD. Sabe-se que PC = 10 cm e que NC = 4 cm.



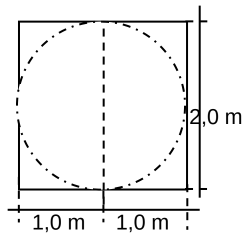
a) Calcule a área do retângulo ABCD e assinale a alternativa correta:

b) Calcule a área destacada de cinza:

Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

08. Uma das atividades de uma Gincana Cultural, era a construção e apresentação de um painel cultural. A equipe vencedora construiu um painel com o formato circular, e fez uma representação do globo terrestre. O painel foi feito em duas folhas de madeira, de formato (1,00m x 2,00m) cada uma, que ao juntá-las, lado a lado, formou um quadrado de lado 2,00 m. Foi feito nesse quadrado, conforme podemos observar na figura a seguir, um recorte para fazer um círculo com o raio maior possível. Responda:

a) Qual o valor desse raio? (01 escore)

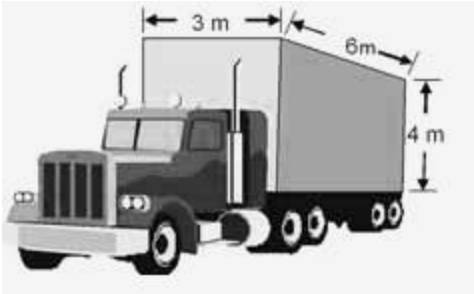


____

b) Qual a área desse círculo, utilizando $\pi = 3$? (03 escores)

Resolver problemas envolvendo noções de volume.

09. A carroceria de um caminhão-baú, como a da figura abaixo, no formato de um paralelepípedo, tem medidas de 3 m X 6 m X 4 m.

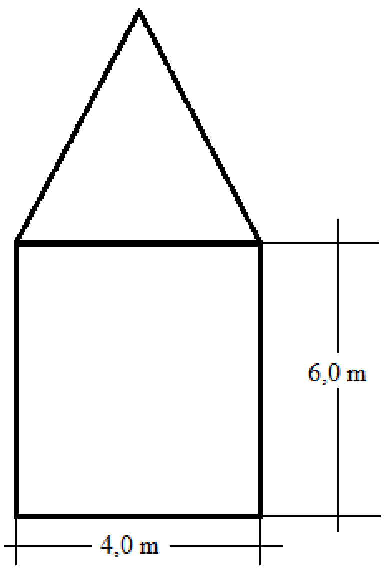


Quantas viagens, no mínimo, este caminhão terá que fazer para transportar 360 m³ de papel em sua carroceria?

A) 3 viagens.
B) 5 viagens.
C) 8 viagens.
D) 10 viagens.

Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não.

10. Valmir irá pintar a parede dos fundos de sua residência, conforme esboço a seguir.



Sabendo que o triângulo acima é equilátero, calcule a área da parede dos fundos da residência de Valmir.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

Questionário pós-teste

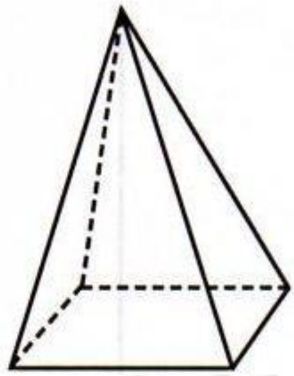
Aluno: ____
____

Série: ________ **Turma:** ___________

Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.

01. Dados os sólidos geométricos a seguir, indique o nome, o número de faces, o número de vértices e o número de arestas de cada um.

A)



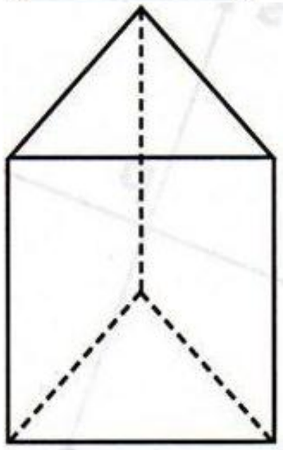
Nº de faces:___________________

Nº de Arestas: _________________

Nº de Vértices: ________________

Nome do sólido:______________________________________

B)



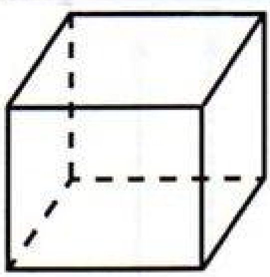
Nº de faces:___________________

Nº de Arestas: _________________

Nº de Vértices: ________________

Nome do sólido:_______________________________________

C)

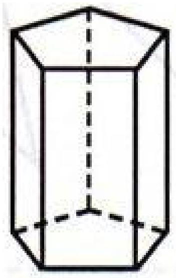


Nº de faces:___________________

Nº de Arestas: _________________

Nº de Vértices: ________________

Nome do sólido:____

D) 

Nº de faces:___________________

Nº de Arestas: _________________

Nº de Vértices: ________________

Nome do sólido:____

Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais.

02. Sabemos que o nome de cada sólido geométrico depende do número de faces que o mesmo possui. O tetraedro, por exemplo, é um sólido com 04 faces. Sabemos também que há uma equação que relaciona o número de faces com o número de vértices e arestas de um sólido. Tal equação é chamada de relação de Euler.

Quanto a um icosaedro, é correto afirmar que este sólido possui:

A) 20 faces, 10 vértices e 10 arestas.

B) 22 faces, 20 vértices e 40 arestas.

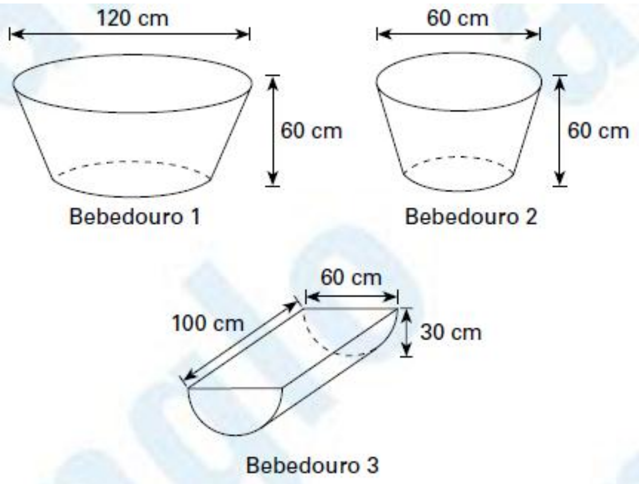
C) 22 faces, 10 vértices e 12 arestas.

D) 20 faces, 22 vértices e 40 arestas.

E) 20 faces, 20 vértices e 20 arestas.

Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

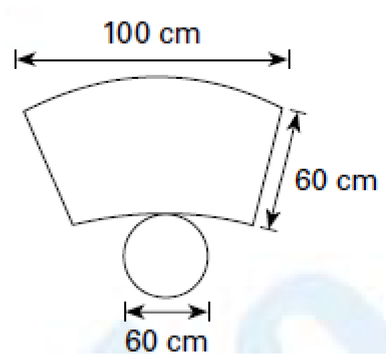
03. (ENEM 2010 – Questão 138 – Caderno Azul – Primeira Aplicação.) Alguns testes de preferências por bebedouros de água foram realizados com bovinos envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 2 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes foram ilustrados na figura a seguir:



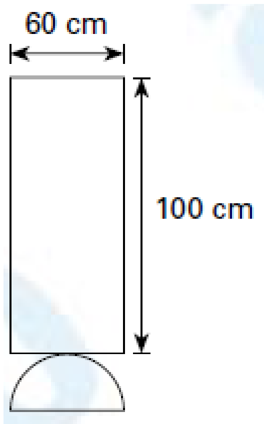
A escolha do bebedouro. In: Biotemas. V. 22, n°. 4, 2009 (adaptado)

Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

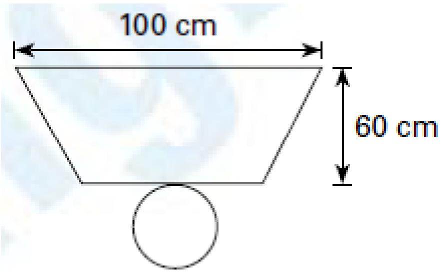
A)



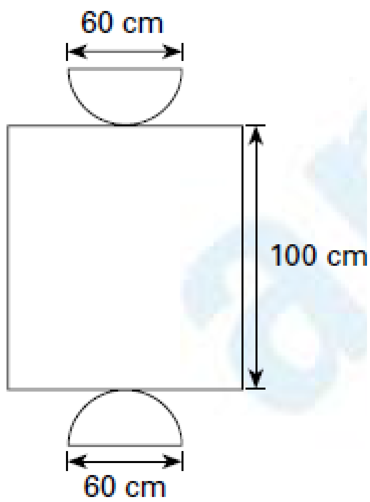
D)



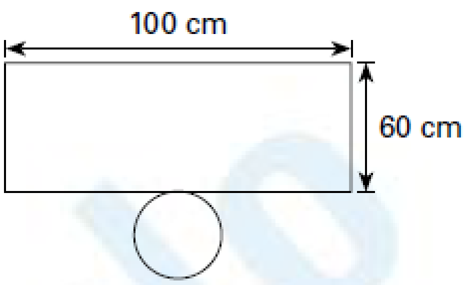
B)



E)

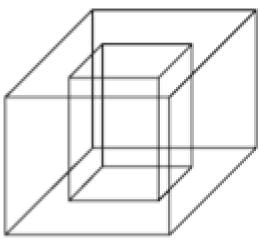


C)



Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação problema envolvendo volume do cubo.

04. (ENEM 2010 – Questão 178 – Caderno Azul – Primeira Aplicação.) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

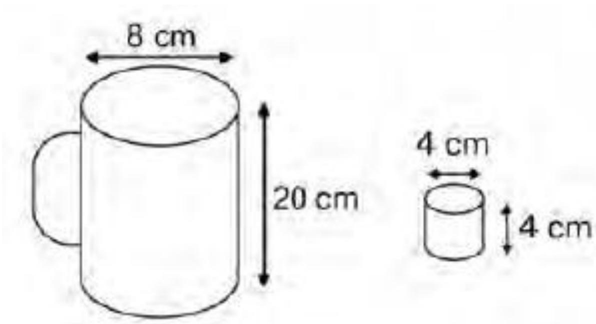


O volume de madeira utilizado na confecção deste objeto foi de

A) 12 cm³.
B) 64 cm³.
C) 96 cm³.
D) 1.216 cm³.
E) 1.728 cm³.

Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação-problema envolvendo volume do cilindro.

05. (ENEM 2010 – Questão 151 – Caderno Azul – Primeira Aplicação) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos de plástico, também cilíndricos.

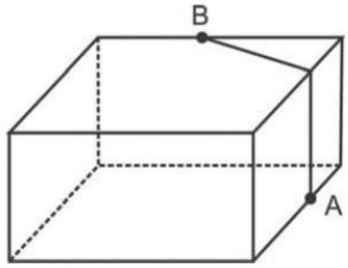


Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

A) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
B) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
C) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
D) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume de 10 vezes maior que o volume do copo.
E) encher cinco leiteira de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

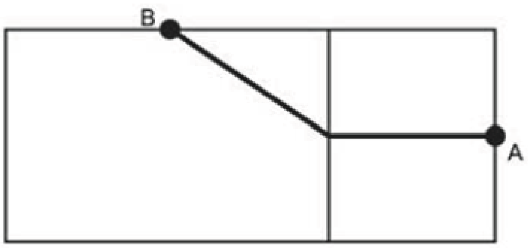
06. (ENEM 2010 – Questão 151 – Caderno Azul – Segunda Aplicação) A figura seguinte representa um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.



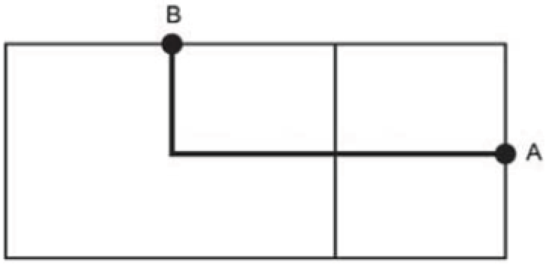
Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. Afim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser

levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.
O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:

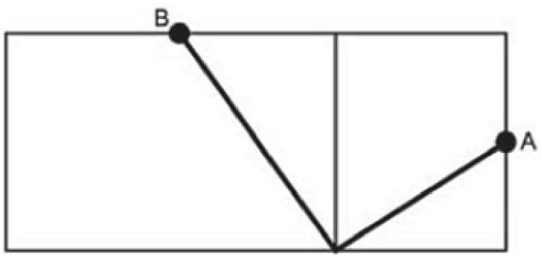
A)



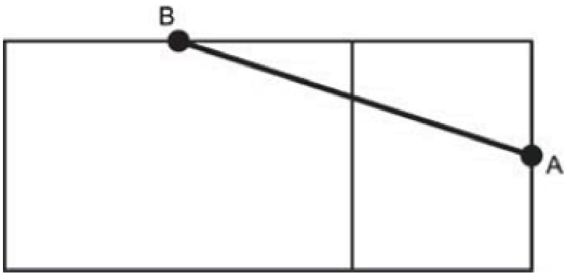
D)



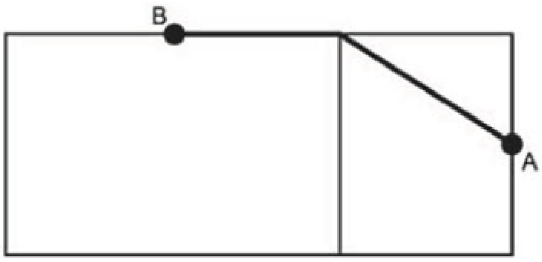
B)



E)

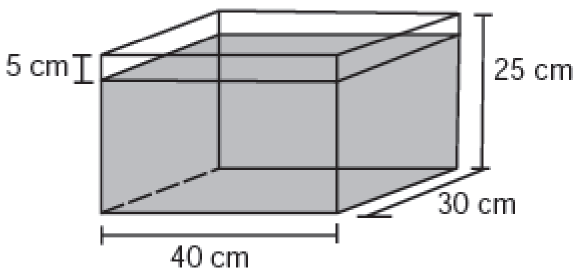


C)



Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas. Neste caso é uma situação problema envolvendo volume do paralelepípedo.

07. (ENEM 2012 – Questão 147 – Caderno Amarelo.) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.

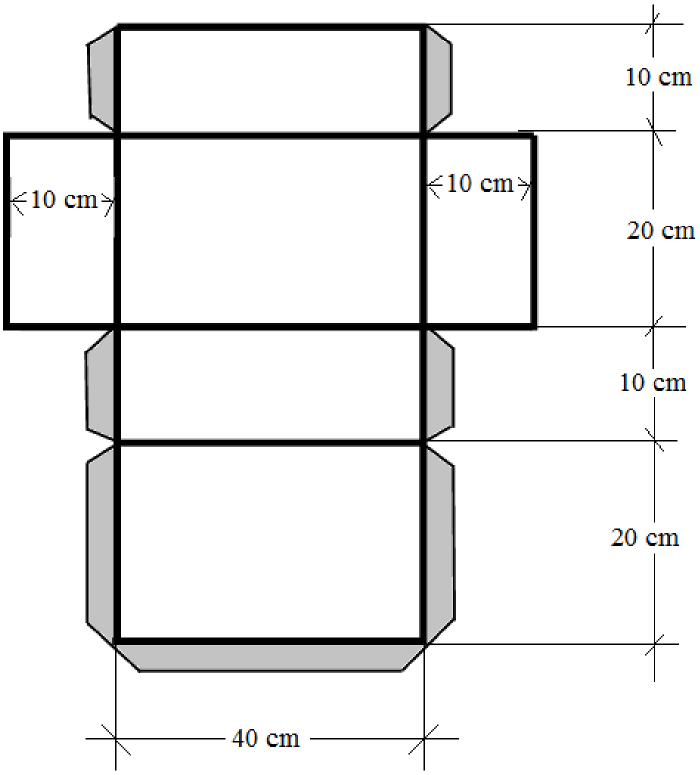


O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2.400 cm³?

A) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
B) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
C) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
D) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
E) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação-problema envolvendo área superficial e volume do paralelepípedo.

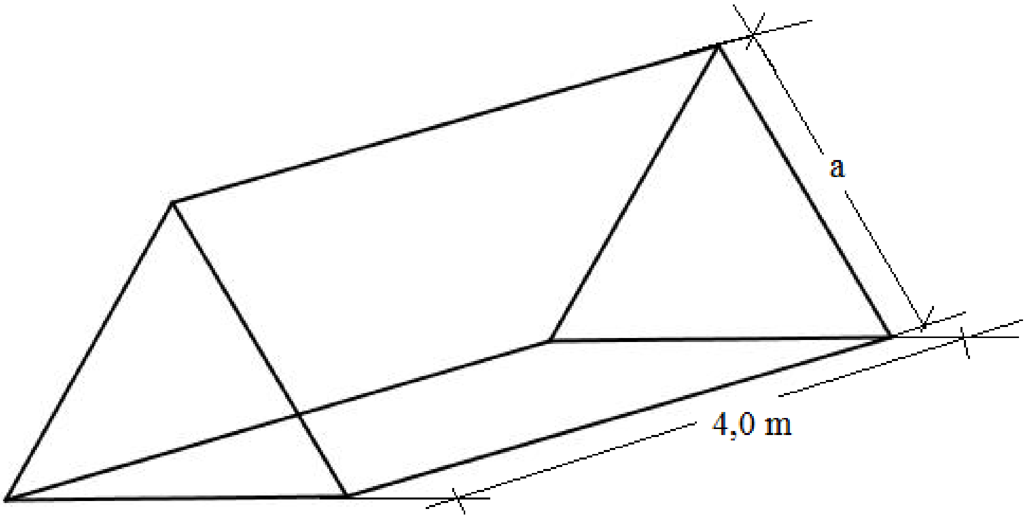
08. Renato está construindo um paralelepípedo de papel, conforme a imagem a seguir:



Antes de concluir a construção do sólido, Renato quer saber qual a área de papel utilizada (em cm²), desprezando a parte destacada de cinza. Calcule também o volume deste paralelepípedo em cm³.

Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação problema envolvendo área superficial do prisma triangular.

09. Para um acampamento destinado a jovens, promovido por uma organização sem fins lucrativos, foram armadas barracas. Estas eram em formato de prismas retos, cujas bases eram triângulos regulares com lados medindo $a = 2\sqrt[2]{3}m$, com comprimento de 4,0 metros, conforme imagem a seguir:

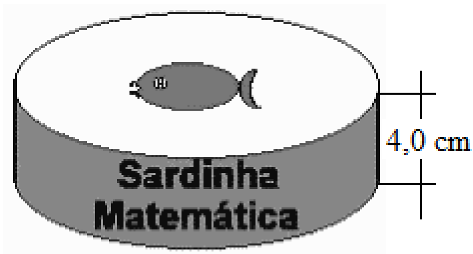


A

barraca é feita de lona e estrutura de ferro. Calcule a área de lona, em metros quadrados, utilizada em cada uma das barracas deste acampamento.

Calcular a área da superfície e o volume total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Neste caso é uma situação problema envolvendo área superficial e volume do cilindro.

10. Uma fabrica de sardinhas, armazena seus produtos em embalagens cilíndricas cujo raio da base mede 5,0 cm e a sua altura é de 4,0 cm, conforme ilustra a imagem a seguir.



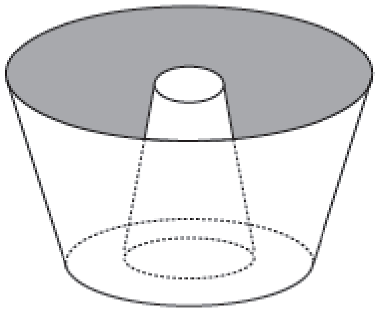
Cada embalagem contém 150 g de sardinha. Sendo assim, calcule a quantidade de metal mínima utilizada, desprezando as percas de material na confecção das embalagens, para armazenar 3,0 kg de sardinha e assinale a alternativa correta. (Utilize $\pi = 3$).

A) 4.400 cm².
B) 4.840 cm².
C) 5.400 cm².
D) 5.680 cm².
E) 6.200 cm².

APÊNDICE C – QUESTÕES EXTRAS SOBRE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS A DISPOSIÇÃO DOS PROFESSORES ENVOLVIDOS NA PESQUISA

Identificar sólidos geométricos no cotidiano.

(ENEM 2013 – Questão 169 – Caderno Amarelo.) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a presença de duas figuras geométricas tridimensionais.
Essas figuras são:
A) um tronco de cone e um cilindro.
B) um cone e um cilindro.
C) um tronco de pirâmide e um cilindro.
D) dois troncos de cone.
E) dois cilindros.

Identificar sólidos geométricos no cotidiano.

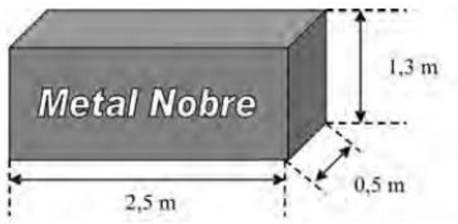
(ENEM 2011 – Questão 140 – Prova Amarela.) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de:
A) pirâmide.
B) semiesfera.
C) cilindro.
D) tronco de cone.
E) cone.

Resolver problemas envolvendo noções de volume.

(ENEM 2010 – Questão 146 – Caderno Azul – Primeira Aplicação.) A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.

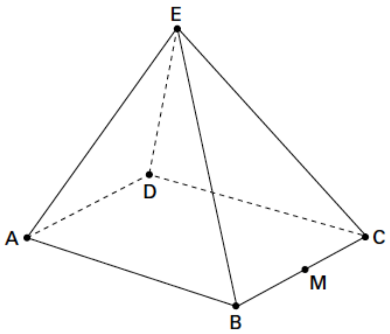


O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida de grandeza

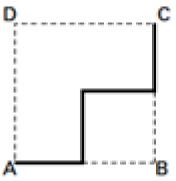
A) comprimento.
B) massa.
C) superfície.
D) capacidade.
E) volume.

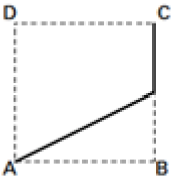
Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

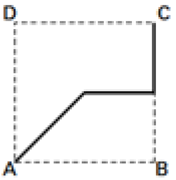
(ENEM 2012 – Questão 154 – Caderno Amarelo.) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

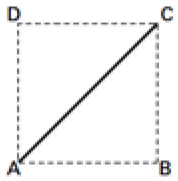


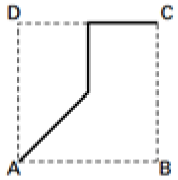
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C. O desenho que Bruno deve fazer é

A) 

B) 

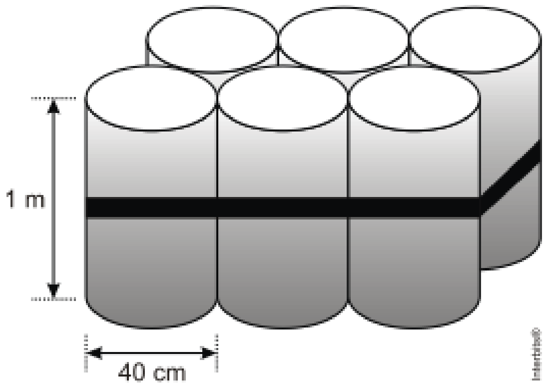
C) 

D) 

E) 

Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas.

(ENEM 2010 – Questão 159 – Caderno Azul – Segunda Aplicação.) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de (considere $\pi = 3$)

A) R$ 86,40.

B) R$ 21,60.

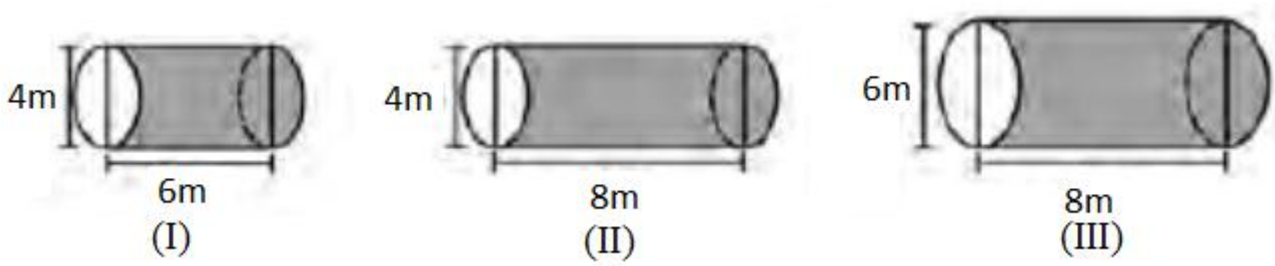
C) R$ 8,64.

D) R$ 7,20.

E) R$ 1,80.

Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas.

(ENEM 2010 – Questão 153 – Caderno Azul – Primeira Aplicação.) Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono do posto de combustível deseja encomendar um tanque com o menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.



Qual dos tanques deverá ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \cong 3$)

A) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{1}{3}$.

B) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{4}{3}$.

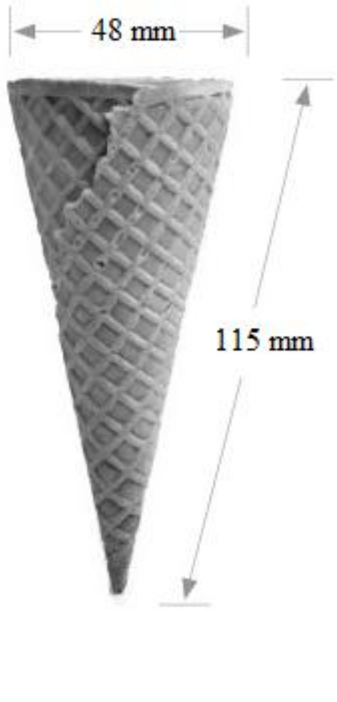
C) II, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{3}{4}$.

D) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{2}{3}$.

E) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{7}{12}$.

Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.

Uma casquina de sorvete, no formato de um cone reto, possui medidas apresentadas na imagem a seguir.



Precisamos, por uma questão de higiene, revestir toda a casquinha de guardanapo. Calcule a área de guardanapo mínima necessária, em mm², para revestir a casquinha, de forma que não haja percas de papel, e assinale a alternativa correta. (Utilize $\pi = 3$).

A) 2.760 mm².

B) 5.520 mm²

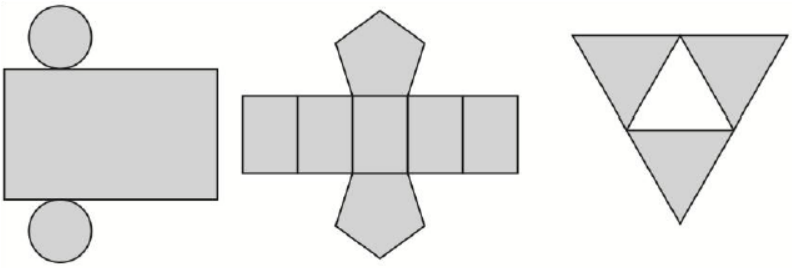
C) 8.280 mm².

D) 11.040 mm².

E) 16.560 mm².

Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

(ENEM 2012 – Questão 141 – Caderno Amarelo.) Maria quer inovar sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

A) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.

B) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.

C) Cone, tronco de pirâmide e prisma.

D) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.

E) Cilindro, prisma e tronco de cone.

APÊNDICE D – PLANO DE AULA DAS SESSÕES DIDÁTICAS DESENVOLVIDAS

PLANO DE AULA

O presente plano, construído em comum acordo com os professores João Paulo Benevides Lopes, F.D.F (do 2º ano A) e J.V.F.L. (do 2º ano D), visa estabelecer os conteúdos a serem abordados por cada um destes profissionais durante as próximas 16 aulas (cada aula com 50 minutos), bem como os objetivos de aprendizagem a serem desenvolvidos junto aos estudantes. O professor João Paulo ministrará as sessões didáticas na turma do 2º ano A, onde desenvolverá a sua pesquisa, e o professor J. V. F. L. ministrará na sua própria turma, no 2º ano D (dita turma controle em nossa pesquisa) da Escola de Ensino Médio Liceu do Iguatu-Ce Dr. José Godim. Dentro dessas aulas, serão aplicados os questionários pré-teste, o pós-teste e o socioeconômico, que já estão de posse dos três professores envolvidos. Há ainda uma lista de exercícios que poderá ser utilizada ao longo das sessões didáticas de posse dos três professores.

CONTEÚDOS:

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

- Poliedros (Prismas e Pirâmides de base triangular, quadrangular e hexagonal): relação de Euler, área da superfície e volume.
- Corpos redondos (cilindro, cone e esfera): área superficial e volume.

OBJETIVOS:

- Identificar o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.
- Identificar e classificar figuras planas: quadrado, retângulo e triângulo destacando algumas de suas características (número de lados e tipo de ângulos).
- Identificar e classificar figuras planas: quadrado, retângulo, triângulo e círculo, destacando algumas de suas características (número de lados e de ângulos).
- Identificar a planificação de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
- Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.

- Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas ou não.
- Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
- Resolver problema envolvendo cálculo de área da superfície, lateral ou total, de prismas.
- Resolver problemas envolvendo noções de volume.
- Resolver problema envolvendo cálculo de volume de prismas.
- Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.
- Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situações-problemas.

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO:

- Questionário pré-teste (para avaliarmos os conhecimentos prévios);
- Questionário pós-teste (para avaliarmos a aprendizagem dos alunos em cada turma);
- Questionário socioeconômico (para caracterizarmos, com maior detalhamento, os sujeitos da pesquisa).

Com compromisso com a verdade e a ética de pesquisa, os três profissionais assinam o presente Plano de Aula.

Professor João Paulo Benevides Lopes

Professor F.D.F (do 2º ano A)

Professor J.V.F.L. (do 2º ano D)

Iguatu, 30 de setembro de 2014.

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES DAS TURMAS ENVOLVIDAS E AOS COORDENADORES PEDAGÓGICOS DA EEM LICEU DE IGUATU DR. JOSÉ GONDIM

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Antes de concordar em participar, é importante que entenda as informações e as instruções contidas neste documento. Caso aceite participar assine este documento em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Através desta pesquisa, pretende-se verificar o potencial pedagógico da Sequência Fedathi no ensino de sólidos geométricos com o uso de material manipulável.

Esta pesquisa não implica em riscos de perda de conteúdo ou avaliação para os alunos. Aos participantes da pesquisa serão assegurados: sigilo e privacidade dos dados coletados nos questionários; das imagens capturadas durante as sessões didáticas e que as informações somente poderão ser divulgadas de forma anônimas e utilizadas única e exclusivamente para a execução desta pesquisa.

Eu,____,
RG Nº ________________________
Concordo em participar do estudo. Fui devidamente informado e esclarecido pelo mestrando.

Iguatu, 30/09/2014.

Assinatura__________________________________

01 – Qual a sua função desempenhada na Escola Liceu de Iguatu?

____

02 – Como é composta a média do bimestre de Matemática?

____
____
____
____

03 – Quais são os mecanismos de avaliação da recuperação paralela de matemática no 2º Ano?

____
____
____
____

APÊNDICE F – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 01

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 01</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Conduzir o estudante à percepção da relação entre o número de vértice, com o número faces e de aresta de um sólido geométrico, através de uma situação problema.</td><td>Relação de Euler nos Poliedros.</td><td rowspan="2">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
56 – Cópias da Situação problema 01.
44 – Pastas de papel (para arquivar os materiais impressos que serão entregues aos estudantes a cada sessão didática).
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
12 – Poliedros de cada da situação problema:
* Hexaedro ou paralelepípedo retângulo.
* Dodecaedro ou pirâmide reta hexagonal.
* Octaedro ou prisma reto hexagonal.
* Tetraedro.</td></tr>
<tr><td>Relacionar o nome dos poliedros com o número de suas faces.</td><td>Nomenclatura (nome) dos Poliedros.</td></tr>
</table>

APÊNDICE G – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 02

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 02</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Recordar a relação de Euler e o nome dos poliedros, a partir do número de faces.

Compreender as características e as diferenças entre os prismas e as pirâmides</td><td>Relação de Euler nos Poliedros.
Nomenclatura (nomes) dos Poliedros.</td><td rowspan="3">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
06 – Pastas de papel (restante a ser entregue).
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
12 – Poliedros de cada da situação problema:
* Hexaedro ou paralelepípedo retângulo.
* Cubo.
* Prisma hexagonal.
* Pirâmide de base triangular, quadrangular e hexagonal.</td></tr>
<tr><td>Compreender as características e as diferenças entre os prismas e as pirâmides</td><td>Características dos prismas e das pirâmides.</td></tr>
<tr><td>Calcular a área superficial dos prismas.</td><td>Área superficial dos prismas.</td></tr>
</table>

APÊNDICE H – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 03

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 03</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Recordar a diferença entre prisma e pirâmides a partir de suas características.

Rever o cálculo de figuras planas (quadrado, retângulo, hexágono regular, triângulo do tipo qualquer, equilátero ou retângulo)</td><td>Características (e diferenças) dos prismas e das pirâmides.

Cálculo da área de algumas figuras planas (quadrado, retângulos, triângulo do tipo qualquer, equilátero ou retângulo).</td><td rowspan="2">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
12 – Poliedros de cada da situação problema:
* Cubo.
* Prisma hexagonal.
* Prisma de base triangular.</td></tr>
<tr><td>Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Resolver problema envolvendo cálculo de área da superfície, lateral ou total, de prismas.</td><td>Problemas envolvendo área superficial dos prismas.</td></tr>
</table>

APÊNDICE I – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 04

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 04</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Recordar o nome dos prismas (a partir das bases) para compreender o nome das pirâmides.</td><td>Nome das pirâmides e dos prismas a partir de suas bases.</td><td rowspan="3">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
12 – Poliedros de cada da situação problema:
* Pirâmides de base quadrangular.
* Pirâmide de base hexagonal.
* Pirâmide de base triangular.</td></tr>
<tr><td>Reconhecer os elementos presentes em uma pirâmide.</td><td>Elementos da pirâmide: vértice, aresta lateral, aresta da base, apótema da base e apótema da pirâmide (ou apótema lateral).</td></tr>
<tr><td>Resolver problema envolvendo cálculo de área da superfície, lateral ou total, de uma pirâmide.</td><td>Problemas envolvendo área superficial das pirâmides.</td></tr>
</table>

APÊNDICE J – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 05

<table>
<tr><td colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 05</td></tr>
<tr><td>Objetivo</td><td>Conteúdo</td><td>Recursos Necessários</td></tr>
<tr><td>Relacionar objetos do cotidiano com o nome dos corpos redondos (cone, cilindro e esfera).</td><td>Os corpos redondos (cone, cilindro e esfera) nos objetos do nosso cotidiano.</td><td rowspan="4">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
01 – Aliança.
01 – Moeda.
12 – Cilindros retos.
01 – Estilete.</td></tr>
<tr><td>Identificar as características presentes apenas do grupo dos corpos redondos (cone, cilindro e esferas).</td><td>Características dos corpos redondos que os diferenciam das pirâmides, dos prismas, dentre outros poliedros.</td></tr>
<tr><td>Recordar a diferença entre círculo e circunferência, assim como as fórmulas para o cálculo da área do círculo e comprimento da circunferência.</td><td>Equações para calcular a área do círculo e o comprimento da circunferência.</td></tr>
<tr><td>Resolver problema envolvendo cálculo de área da superfície do cilindro reto.</td><td>Problemas envolvendo área superficial do cilindro.</td></tr>
</table>

APÊNDICE K – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 06

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 06</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Compreender o conceito intuitivo de volume, bem como a relação do volume com a área da base e altura.</td><td>Conceito intuitivo de volume e a sua relação com área da base e altura em alguns sólidos.</td><td rowspan="3">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 06 (apoio ao estudante) .
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.
12 – Cubos.
12 – Paralelepípedos.
12 – Pirâmides de base quadrangular.
12 – Pirâmides de base triangular.
12 – Cilindros retos.</td></tr>
<tr><td>Resolver situações--problemas envolvendo cálculo do volume do prisma, da pirâmide e do cilindro.</td><td>Volume do prisma, da pirâmide e do cilindro.</td></tr>
<tr><td>Calcular o volume de casos particulares do prisma: cubo e paralelepípedo.</td><td>Volume de dois casos particulares dos prismas: cubo e paralelepípedo.</td></tr>
</table>

APÊNDICE L – RESUMO DA SESSÃO DIDÁTICA 07

<table>
<tr><th colspan="3">Resumo da Sessão Didática: 07</th></tr>
<tr><th>Objetivo</th><th>Conteúdo</th><th>Recursos Necessários</th></tr>
<tr><td>Revisar o cálculo do volume dos prismas, dos casos particulares de prismas (cubo e paralelepípedo), de pirâmides e de cilindros.</td><td>Cálculo do volume dos prismas, dos casos particulares de prismas (cubo e paralelepípedo), de pirâmides e de cilindros.</td><td rowspan="3">01 – Câmara Filmadora.
01 – Datashow.
01 – Notebook.
02 – Pincéis para quadro branco.
01 – Quadro branco.
44 – Cópias do resumo da Sessão didática 07 (apoio ao estudante) .
Apoio ao estudante de todas as outras sessões didáticas.
22 – Lápis (ou canetas) para os estudantes que poderão esquecer.</td></tr>
<tr><td>Revisar a o cálculo da área do prismas e do cilindros.</td><td>Cálculo da área dos prismas e dos cilindros.</td></tr>
<tr><td>Revisar a relação de Euler e o nome dos poliedros a partir do número de faces.</td><td>Relação de Euler e o nome dos poliedros a partir do número de faces.</td></tr>
</table>

ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Antes de concordar em participar, é importante que entenda as informações e as instruções contidas neste documento. Caso aceite participar assine este documento em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Através desta pesquisa, pretende-se verificar o potencial pedagógico da Sequência Fedathi no ensino de sólidos geométricos com o uso de material manipulável.

Esta pesquisa não implica em riscos de perda de conteúdo ou avaliação para os alunos. Aos participantes da pesquisa serão assegurados: sigilo e privacidade dos dados coletados nos questionários; das imagens capturadas durante as sessões didáticas e que as informações somente poderão ser divulgadas de forma anônimas e utilizadas única e exclusivamente para a execução desta pesquisa.

Eu,____, RG Nº ________________________

Concordo em participar do estudo. Fui devidamente informado e esclarecido pelo mestrando.

Iguatu, 01/10/2014.

Assinatura__________________________________

ANEXO B – QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO

1. Qual o seu sexo?
(A) Feminino.
(B) Masculino.

2. Qual a sua idade?
(A) 15 anos.
(B) 16 anos.
(C) 17 anos.
(D) 18 anos.
(E) Mais de 18 anos.

3.Qual seu estado civil?
(A) Solteiro(a).
(B) Casado(a) / mora com um(a) companheiro(a).
(C) Separado(a) / divorciado(a) / desquitado(a).
(D) Viúvo(a).

4. Você mora na:
(A) Zona Urbana.
(B) Zona Rural.

5. Como é sua casa?
(A) Própria.
(B) Cedida por familiar ou amigo.
(C) Alugada.
(D) Cedida por projeto de habitação popular do Governo.
(E) Moro de favor em casa de um familiar/amigo.

6. Onde e como você mora atualmente?
(A) Em casa ou apartamento, com minha família.
(B) Em casa ou apartamento, sozinho(a).
(C) Em quarto ou cômodo alugado, sozinho(a).
(D) Em habitação coletiva: hotel, hospedaria, quartel, pensionato, república etc.
(E) Outra situação.

7. Quantas pessoas moram em sua casa? *(Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).*
(A) Duas pessoas.
(B) Três.
(C) Quatro.
(D) Cinco.
(E) Mais de seis.
(F) Moro sozinho(a).

8. Quantos(as) filhos(as) você tem?
(A) Um(a).
(B) Dois(duas).

(C) Três.
(D) Quatro ou mais.
(E) Não tenho filhos(as).

9. Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário, equivalente do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental 1).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio, equivalente do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental 2).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

10. Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental.
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental.
(D) Ensino médio incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

11. Em que seu pai trabalha ou trabalhou, na maior parte da vida?
(A) Na agricultura, no campo, em fazenda ou na pesca.
(B) Na indústria.
(C) Na construção civil.
(D) No comércio, banco, transporte, hotelaria ou outros serviços.
(E) Funcionário público do governo federal, estadual ou municipal.
(F) Profissional liberal, professor ou técnico de nível superior.
(G) Trabalhador fora de casa em atividades informais (pintor, eletricista, encanador, feirante, ambulante, guardador de carros, catador de lixo etc.).
(H) Trabalha em sua casa em serviços (alfaiataria, cozinha, aulas particulares, artesanato, carpintaria, marcenaria etc).
(I) Trabalhador doméstico em casa de outras pessoas (faxineiro, cozinheiro, mordomo, motorista particular, jardineiro, vigia, acompanhante de idosos/as etc.),
(J) No lar (sem remuneração).
(K) Não trabalha.
(L) Não sei.

12. Em que sua mãe trabalha ou trabalhou, na maior parte da vida?
(A) Na agricultura, no campo, na fazenda ou na pesca.
(B) Na indústria.
(C) Na construção civil.
(D) No comércio, banco, transporte, hotelaria ou outros serviços.

(E) Como funcionária do governo federal, estadual ou municipal.
(F) Como profissional liberal, professora ou técnica de nível superior.
(G) Trabalhadora fora de casa em atividades informais (feirante, ambulante, guardadora de carros, catadora de lixo etc.).
(H) Trabalha em sua casa em serviços (costura, aulas particulares, cozinha, artesanato etc).
(I) Como trabalhadora doméstica em casa de outras pessoas (cozinheira, arrumadeira, governanta, babá, lavadeira, faxineira, acompanhante de idosos/as etc.).
(J) No lar (sem remuneração).
(K) Outro.
(L) Não trabalha.
(M)Não sei.

13. Somando a sua renda com a renda das pessoas que moram com você, quanto é, aproximadamente, a renda familiar? *(Considere a renda de todos que moram na sua casa.)*
(A) Até 1 salário mínimo (até R$ 724,00 inclusive).
(B) De 1 a 2 salários mínimos (de R$ 724,00 até R$ 1.448,00 inclusive).
(C) De 2 a 3 salários mínimos (de R$ 1.448,00 até R$ 2.172,00 inclusive).
(D) De 3 a 4 salários mínimos (de R$ 2.172,00 até R$ 2.896,00 inclusive).
(E) Mais de 4salários mínimos (acima de R$ 2.896,00).
(F) Nenhuma renda.

14. Como você vêm a escola?
(A) A pé.
(B) De bicicleta.
(C) De transporte automotivo (carro ou moto).
(D) De transporte escolar.

15. Quanto tempo você demora da sua casa até a escola?
(A) Até 10 minutos.
(B) Entre 10 e 20 minutos.
(C) Entre 20 e 30 minutos.
(D) Entre 30 e 40 minutos.
(E) Ente 40 e 60 minutos.
(F) Mais de uma hora.

16. Você trabalha, ou já trabalhou, ganhando algum salário ou rendimento?
(A) Trabalho, estou empregado com carteira de trabalho assinada.
(B) Trabalho, mas não tenho carteira de trabalho assinada.
(C) Trabalho por conta própria, não tenho carteira de trabalho assinada.
(D) Já trabalhei, mas não estou trabalhando.
(E) Nunca trabalhei.
(F) Nunca trabalhei, mas estou procurando trabalho.

17. Se você está trabalhando atualmente, qual a sua renda ou seu salário mensal?
(A) Até 1 salário mínimo (até R$ 724,00 inclusive).
(B) De 1 a 2 salários mínimos (de R$ 724,00 até R$ 1.448,00 inclusive).
(C) De 2 a 3 salários mínimos (de R$ 1.448,00 até R$ 2.172,00 inclusive).
(D) De 3 a 4 salários mínimos (de R$ 2.172,00 até R$ 2.896,00 inclusive).
(E) Mais de 4 salários mínimos (acima de R$ 2.896,00).
(F) Trabalho, mas não recebo remuneração.

(G) Trabalho auxiliando um parente em um negócio/empreendimento, mas não recebo remuneração pois o dinheiro é para as despesas da casa.
(H) Não estou trabalhando.

DESDE JÁ, AGRADECEMOS SUA VALIOSA COLABORAÇÃO.