



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - CAEN**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA - MPE**

**RONALD BERNARDES FONSECA**

**MODELLING MAIN WORLDWIDE FINANCIAL INDICES RISK MANAGEMENT:  
SO FAR, BUT SO CLOSE!**

**FORTALEZA**  
**2015**

**RONALD BERNARDES FONSECA**

**MODELLING MAIN WORLDWIDE FINANCIAL INDICES RISK MANAGEMENT:  
SO FAR, BUT SO CLOSE!**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia – Mestrado Profissional – da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Finanças e Seguros.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos

**FORTALEZA**

**2015**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca de Pós Graduação em Economia - CAEN

- 
- F676m Fonseca, Ronald Bernardes  
Modelling main worldwide financial índices risk management: so far, but so close!/ Ronald Bernardes Fonseca. – 2014.  
42p. il. color., enc. ; 30 cm.
- Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Economia, CAEN, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.  
Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos
1. Administração de risco I. Título.

---

CDD 658.155

**RONALD BERNARDES FONSECA**

**MODELLING MAIN WORLDWIDE FINANCIAL INDICES RISK MANAGEMENT:  
SO FAR, BUT SO CLOSE!**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia – Mestrado Profissional – da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Finanças e Seguros.

Aprovada em: **16 de dezembro de 2014.**

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Vicente Lima Crisóstomo  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Jocildo Figueiredo Correia Neto  
Universidade Federal do Ceará – UFC

## RESUMO

O presente artigo busca uma métrica refinada e confiável para mensurar riscos financeiros. RiskMetrics (1994) marcou o início dessa busca e desde então vários pesquisadores contribuíram com inovações e novos modelos para essa medida e aqui se apresenta mais um passo desse caminho, ao se agregar uma modelagem multivariada. Com essa modelagem é possível capturar o efeito contágio e a interdependência financeira global. O grupo de 10 países presente no estudo representa 49,9% do PIB mundial e possuem representantes de 5 continentes. O modelo de volatilidade segue sugestão apresentada por Cappiello, Engle e Sheppard (2006) e modelos de Value-at-Risk (VaR) seguem Matos, Cruz, Macedo e Jucá (CAEN-UFC Workingpaper). Através desse procedimento é possível calcular VaR levando em consideração o efeito contágio e a interdependência entre os mercados ao longo do tempo. Os resultados encontrados são robustos contra problemas de variáveis omitidas, heterocedasticidade e endogeneidade, além de considerar quebras estruturais. De acordo com os resultados encontrados, a interdependência apresenta um papel importante dentro do processo de mensuração de risco de mercado, apesar de até agora ter sido esquecida pelos pesquisadores. Isso se deve, principalmente, porque a integração financeira a nível global leva ao cenário de dependência crescente entre os mercados financeiros e, dessa forma, aumentando o contágio de um impacto que ocorre em um mercado nos outros. Convidamos outros pesquisadores a rever nossa metodologia, utilizando inclusive mais informações e incluindo outros países. Acredita-se que o mundo está ano a ano se tornando mais globalizado e suas economias por consequência. Nesse artigo esse efeito está sendo considerado dentro da mensuração do risco de mercado. Incorporar esse efeito leva a modelagem, legal e interna, mais acurada, que ajuda supervisores de mercado a garantirem estabilidade de longo prazo para os mercados e possuírem métricas mais confiáveis dentro das instituições sob sua tutela. Além disso, é de grande valia para áreas de Gestão de Risco de bancos e instituições financeiras ao ajuda-las a compreender melhor seu perfil de risco, melhorar a comunicação com investidores institucionais internacionais e ranquear de maneira mais eficiente seus investimentos e aplicações. Estudos anteriores possuem um aspecto comum: Apenas levam em consideração mudanças de volatilidade nos mercados domésticos, não levando em consideração os efeitos que outros países possuem neles. No presente estudo, esse efeito se provou como importante e representativo, os modelos univariados domésticos falharam mais e com mais severidade que os modelos multivariados. Portanto, no presente artigo, buscou-se o desafio de dar o passo de não mais modelar modelos univariados domésticos, mas modelos

multivariados globais. Acredita-se que esse avanço metodológico ajudará a melhor mensurar e entender o comportamento do risco de mercado através do mundo.

**Palavras-Chave:** ARMA-GARCH Multivariado. Índices Setoriais Financeiros. VaR.

## ABSTRACT

This paper enters into the search of a refined and trustable metric for measuring financial risk. RiskMetrics (1994) marked the start of this search and since then many researches contributed with innovations and new models for that measure, and here we find a step-forward into the search, by aggregating multivariate models, with this it's possible to capture the effect of a worldwide contagion and financial interdependence. The group of 10 countries presents in this study represents 49,9% of world GDP and has representation across 5 continents. We follow the model of volatilities suggested in Cappiello, Engle e Sheppard (2006) and Value-at-Risk follows Matos, Cruz, Macedo e Jucá (CAEN-UFC Working paper), though this procedure it's possible to accurate VaR model, and take in count the contagion and interdependence between markets, in long term. Our results are robust to problems with omitted variable, heteroskedasticity and endogeneity. We also take into account for structural break. According to our results, the interdependence plays an important role into financial risk measure process, although its until now usually forbidden by modelers, mostly because world's financial integration leads the global economies to the scenario of increasing dependence among them and contagion effect that spreads the impacts that occur into one market to the others. We invite researchers to revisit this issue in order obtain evidences using larger data and other countries as well. We claim that the world is year by year more globalized, and so are the other economies, here we add this into account for measuring financial risks. This leads to model, legal and internal, more accurate that help supervisors to guarantee the long term stability across the markets, have trustable measure of the financial institutions under their responsibility. Besides, helps the Risk Management area of banks and other financial institutions to better understand their risk profile, improve communication with institutional investors worldwide and rank efficiently their investments and applications into the markets. Previous studies have a common aspect: they only consider the volatilities change across the domestic market, not taking in consider the effect of the other countries into the domestic volatility, and this effect here is proven to be important and representative, the univariate domestic risk measure fails more and harder than the multivariate model. That being said, here we take this step, the challenge of modeling no more univariate, domestic risk measures, but a worldwide multivariate. This is a methodological innovation that helps better measure and understands the financial risks behavior across the world.

**Keywords:** Multivariate ARMA-GARCH. Financial Sector Indices. VaR.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução dos retornos líquidos nominais dos índices setoriais financeiros.....	24
Figura 2 - Volatilidade condicional obtida com os modelos ARMA-MGARCH dos retornos nominais.....	27
Figura 3 - Séries estimadas de VaR Abs., a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Basiléia e Multivariado, das séries de retornos nominais dos índices setoriais financeiros.....	30



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Descrição Sumária dos Índices Financeiros.....	21
Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos retornos dos índices setoriais financeiros.....	23
Tabela 3 - Ranking das distribuições das séries dos retornos dos índices setoriais financeiros em questão.....	26
Tabela 4 - Backtesting dos modelos de VaR (com 99% de confiança) dos retornos dos índices Financeiros.....	33

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	12
<b>2.1</b>	<b>Contextualização histórica</b> .....	12
<b>2.2</b>	<b>Propriedades e versões clássicas do VaR</b> .....	13
<b>2.3</b>	<b>Propriedades, versões clássicas e extensões do VaR</b> .....	14
<b>2.4</b>	<b>VaR utilizado</b> .....	15
<b>2.5</b>	<b>Validando o arcabouço: <i>Backtesting</i></b> .....	18
<b>3</b>	<b>EXERCÍCIO EMPÍRICO</b> .....	20
<b>3.1</b>	<b>Base de dados</b> .....	20
<b>3.2</b>	<b>Distribuições <i>Best Fitting</i></b> .....	25
<b>3.3</b>	<b>Modelos ARMA-GARCH Multivariado</b> .....	27
<b>3.4</b>	<b>Estimação do VaR e <i>Backtesting</i></b> .....	28
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	36
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	38

## 1 INTRODUÇÃO

A Gestão de Riscos vêm crescendo em importância dentro dos mercados financeiros globais, motivando o comitê de Basileia a estudar maneiras de quantificá-lo e as instituições financeiras a buscar formas cada vez mais eficientes de gerenciá-los. Aqui propomos um avanço metodológico, que é gerar uma métrica de risco financeiro prática, eficiente e acurada.

Tesourarias de grandes instituições financeiras diariamente devem tomar importantes decisões de aplicação de recursos, enviar *reports* aos seus acionistas e ao mercado, precisam se manter a par do risco das outras instituições atuantes no mercado. Para todas essas finalidades, é necessária uma métrica confiável de risco, para que todas essas informações sejam palpáveis e acuradas. Além disso, internamente é fundamental saber previsões de risco futuro, comparações o risco incorrido no passado, para se estudar sua evolução temporal para saber se a gestão de risco está melhorando com o passar do tempo, ou piorando. Em cenários de corridas bancárias, aversão a risco, uma métrica bem elaborada será fator decisivo para conquistar os escassos investidores ainda atuantes. Vislumbrando toda essa importância, aqui se propõe uma modelagem de riscos altamente precisa, para sua maior confiabilidade.

Markowitz (1952) em sua *Modern portfolio theory* estabelecia como premissa de risco o desvio padrão das séries financeiras e assumiria a normalidade para elas. Nas décadas seguidas o crescimento dos mercados financeiros, a necessidade de mensurar os riscos tomados e a simplicidade desse cálculo o tornaram comum métrica de risco no mercado. RiskMetrics (1994) evoluiu e definiu o Value-at-Risk (VaR), uma métrica única e simples no qual expõe qual risco aquela determinada carteira está correndo, assumindo normalidade nos retornos dos índices financeiros e modelando sua volatilidade não mais somente com o Desvio padrão, mas como um alisamento exponencial. Essa métrica foi largamente utilizada e o Comitê de Basileia a estabeleceu como padrão para cálculos de risco, tornando-se o arcabouço legal em seus países signatários. West e Cho (1995) demonstram que para curtos horizontes de tempo, modelos GARCH são mais precisos e adequados para prever a volatilidade, Danielsson e Vries (1998) mostram a importância de incorporá-lo ao VaR no lugar na volatilidade pelo alisamento exponencial e como ele oferece melhores resultados. Lee e Lee (2009) e Rippel e Jánský (2011) em estudos paralelos sugerem a inovação com modelagem ARMA-GARCH. Modelos GARCH modelam somente a volatilidade, por esse modelo a média passa a ser tratada segundo um modelo ARMA, mas ainda assumindo a

hipótese de gaussianidade das séries. Matos, Cruz, Macedo e Jucá (Working paper CAEN-UFC) inovam ao quebrar essa hipótese, sugerindo que ao invés de um valor crítico dado por uma distribuição Normal gaussiana se utilize o  $\alpha$ -crítico dado pela distribuição estatística que melhor se ajusta à série de dados. Todos os modelos anteriormente citados ignoram a influência de interdependência e do efeito contágio entre os mercados financeiros mundiais. Por isso, o presente trabalho estabelece uma nova melhoria, a saber, incorporar ao modelo o efeito cruzado de um país no outro através do modelo de volatilidade com média regida por ARMA e a volatilidade condicional por GARCH multivariado proposto por Cappiello, Engle e Sheppard (2006), assim usando modelo ARMA-MGARCH *best fitting*.

O processo de globalização perpassa as economias mundiais, uma vez que aumenta o comércio entre si, trocas de moedas e outras operações financeiras. Tal processo de globalização das economias gera uma integração entre elas, haja vista que um país passa a ficar dependente de determinado produto que é enviado por outro país. Segundo Samimi e Jenatabadi (2014), a globalização e integração entre os países afeta diretamente as suas economias e o seu ritmo de crescimento.

Beirne e Giek (2012) elaboraram extenso estudo, com o intuito de medir a integração financeira entre os países. Para este fim, utilizaram amostras de 60 países sobre ativos de bolsa de valores, títulos soberanos e moedas, encontrando como resultado que existem efeitos de interdependência entre os países e seus respectivos mercados (acionário, títulos e moedas). Além disso, esse efeito é maior entre os países emergentes e que existe efeito de interdependência e contágio ente uma classe de ativos e outra. Fasolo (2006) chegou a resultados semelhantes para efeitos contágio nas bolsas de valores da América Latina, Puig e Rivero (2014) para mercado de títulos soberanos na Europa e Chuang, Lu e Tswei (2007) para Asia. Trata-se de fato de um processo global.

Dada a realidade de forte integração, interdependência e contágio entre os mercados financeiros ao redor do mundo, será que essa integração é relevante para o processo de mensuração de risco desses mercados? Sendo eles relevantes, será que o padrão atual de mensuração de risco capta esses efeitos, fornecendo boas previsões?

Buscando essa conclusão este artigo irá mensurar o risco através da técnica Value-at-Risk (VaR), para Índices Setoriais Financeiros de 10 países integrantes do G20, sendo eles: Alemanha, Austrália, Brasil, Canadá, Estados Unidos, França, Índia, México, Reino Unido e Rússia. Somente esses países do G20 possuíam índices setoriais financeiros com pelo menos 5 anos de existência. Os Índices Setoriais financeiros foram escolhidos por representarem

melhor o panorama financeiro dos mercados mundiais e apresentarem indícios de forte interligação entre si.

Jorion (2010) argumenta de maneira metodológica sobre a hipótese de utilização da distribuição paramétrica Normal. Porém, as séries de retorno analisadas violam gravemente essa hipótese e ainda sobre a série ser homocedástica. Assim, o presente trabalho propõe utilizar o VaR em 3 métodos diferentes. Primeiro, seguindo o Acordo de Basileia, que segue as hipóteses de normalidade e homocedasticidade e é padrão global de requerimentos de capital de risco. A segunda é através de metodologia *Autoregressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (ARMA-GARCH) Best Fitting Univariada, em que o valor crítico do VaR será associado à distribuição que apresentar melhor fitting para a série e o arcabouço ARMA-GARCH levará em consideração a heterocedasticidade das séries e por fim método ARMA-GARCH Best Fitting Multivariado, este último será responsável por incorporar os efeitos de correlação cruzada, interdependência ou integração, entre as séries de dados.

A seguir, para cada metodologia de VaR, são realizadas previsões um passo a frente in sample para cada uma das séries de retorno, de modo que possam ser comparadas entre si. Para comparar as séries, utilizou-se dos métodos de Backtesting de Basileia, de Lopez (1999), Kupiec (1995), Christoffersen (1998) e conjunto Kupiec-Christoffersen (1998), cada um com suas características irá contribuir em verificar se os efeitos de interligação financeira incorporados ao VaR influem no cálculo do risco e em qual magnitude.

As evidências deste artigo sugerem, assim como Berkowitz e O'Brien (2002) que estudou o caso de grandes bancos norte-americanos e concluiu que as tradicionais receitas de modelagem seguindo um VaR gaussianos e homocedástico não refletem adequadamente o comportamento da volatilidade dos respectivos índices estudados, sendo fundamental recorrer a formulações específicas para cada índice a fim de obter estimativas corretas e ainda que a incorporação dos efeitos de correlação cruzada dentro do modelo ajuda a explicar a volatilidade, tornando o VaR mais apurado. Esse resultados evidenciam a superioridade do modelo de VaR por ARMA-MGARCH Best Fitting em relação ao seu par univariado e superioridade ainda maior sobre o modelo de Basileia.

A estrutura do presente trabalho é tal que a seção 2 será dedicada a descrever a metodologia utilizada para todos os cálculos realizados. Na seção 3 é apresentado o estudo empírico, onde são detalhados os dados utilizados e os resultados alcançados pela metodologia aplicada a eles. As conclusões e pensamentos finais estão inseridos na seção 4 e na seção 5 estão as referências bibliográficas.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Contextualização histórica

Segundo Bernstein (1996), o uso de arcabouços estatísticos visando uma postura ativa na gestão do risco em operações financeiras diversas pode ser apontado como um dos marcos, juntamente com a tecnologia, o capitalismo e a maturidade democrática, por exemplo, capazes de caracterizar a evolução da sociedade ao longo do tempo.

Esta vertente do estudo financeiro – apesar de consistir essencialmente em aplicações da teoria básica de probabilidade com ênfase nas famílias de função de distribuição de probabilidade em tempo contínuo, como a normal sugerida por Moivre (1730) – não é das mais antigas ou clássicas, se comparada com os modelos de apreçamento *a la random walk* desenvolvido por Cardano (1565), ou se comparada aos estudos demográficos voltados para fins atuários desenvolvidos pelos matemáticos britânicos já no século XVIII. Na realidade, costuma se associar a moderna teoria de gestão de risco aos relatórios rotineiros elaborados pelo banco J. P Morgan, e mais especificamente ao conceito estabelecido em 1994, em que determinada tesouraria deste banco estaria sujeita a uma perda cujo limite superior seria de aproximadamente US\$ 15 milhões no dia seguinte, em valores da época, inferência esta realizada um nível de confiança de 95%. Surgia assim um conceito tido como um dos mais didáticos, úteis e acessíveis aos acadêmicos e às pessoas do mercado financeiros e empresarial, como um todo.

Interessante como o mercado financeiro se mostrou aparentemente lento, vis à vis a academia, ao lidar com a gestão de risco de uma forma mais uniformizada, o que se dá somente após as décadas de 1970 e 1980, ambas marcadas por desastres, como os reportados pelo Chase Manhattan Bank de US\$ 300 milhões, dentre outros. Antes da década de 1970, seria compreensível, pois a atividade bancária padecia de um excesso de simplicidade, convivendo com longos períodos de estabilidade e assim elevados níveis de previsibilidade. Assim, somente após o conceito de Valor em Risco, ou *Value at risk*, VaR, sugerido pelo J. P Morgan em 1994, o mercado pareceu reagir, incorporando a necessidade de se ter um comportamento ativo, dinâmico, uniformizado e objetivo diante de cenários turbulentos.

Em época bastante próxima, mais especificamente em 1988, os órgãos internacionais convergem para estabelecimento de marcos regulatórios, de normativos e de mecanismos visando gerir os riscos bancários. O que se observa, então, na sequência, é uma preocupação crescente no amadurecimento desses mecanismos, dessas normas e das métricas

usadas na mensuração e gestão dos diversos tipos de risco inerentes à atividade bancária, como o risco legal, operacional, de mercado, dentre outros. Na prática, tem-se portanto a implementação de acordos de Basileia, a partir de 1992, já sendo posto em prática segundo uma agenda bem gradual o acordo de Basileia III.

Um dos pilares deste tipo de acordo internacional que consegue estabilizar minimamente e reduzir os impactos de oscilações nas tesourarias das instituições que compõem o sistema financeiro lida diretamente com a métrica estatística de mensuração do risco a ser usada e como ela implica na gestão das tesourarias em si, sendo úteis, por exemplo na definição dos limites de provisão bancária.

## **2.2 Propriedades e versões clássicas do VaR**

Neste contexto em que se evidencia a necessidade de se gerir o risco bancário, o VaR surge como métrica universal de mensuração de risco, primeiro em razão do prestígio da instituição em questão que a sugere e segundo, obviamente dadas as características da métrica proposta, não exatamente no sentido mais técnico como sugerido em Artzner *et al.* (1999), mas no sentido conceitual ao satisfazer algumas das racionalidades desejadas por ser uma métrica não de oscilação bilateral, como o desvio padrão, mas sim de perda extrema, logo, unilateral.

Em comparação a métricas mais refinadas de risco, o VaR capta um risco total extremo e não um risco sistêmico como o mensurado pelo beta de mercado oriundo do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), não usufruindo da propriedade de ser uma métrica relativa a um *benchmark*, mas tão somente levando em consideração os momentos do próprio ativo em questão. Assim como o *drawdown* de uma série temporal de um determinado ativo financeiro, o VaR visa portanto, mensurar uma perda associada a cenários extremamente negativos.

Em suas versões mais simples, o VaR pode ser associado ao resultado que ocorre com uma determinada probabilidade acumulada a partir de um histograma, versão não paramétrica, ou ainda pode ser obtido via simulações históricas. Em suas versões mais comumente usadas, dispõe-se de um arcabouço paramétrico, o qual se baseia em premissas, sendo recorrente o uso de três hipóteses, descritas a seguir, as quais infelizmente não são válidas.

O VaR gaussiano incondicional recorre à premissa de que não se deve rejeitar a hipótese nula de que a variável aleatória em questão, ou seja, o retorno líquido do ativo

financeiro, segue uma distribuição normal de probabilidade incondicional. Simples e pragmático, assim, se não fosse bastante falho. A premissa da normalidade, implícita, mas não exatamente necessária na formulação original do CAPM, e usada mesmo em modelos assimétricos mais recentes, como Grossman (1989) e Grossman e Stiglitz (1980) parece muito natural e conveniente, ao menos analiticamente. No entanto, aspectos simples como o suporte da normal contemplando a reta dos reais, incluindo os reais negativos inferiores a -100% e o fato de que sendo o retorno real, os ganhos acumulados fruto do produto não seguirão a mesma distribuição, sugerem ser esta uma escolha mal sucedida. Ainda mais forte e relevante é o fato de que as distribuições que costumam se ajustar melhor aos histogramas dos retornos usualmente acomodam a evidência da leptocurtose, ou seja, caudas pesadas com curtose superior a 3, da normal, ou mesmo infinita. Outro aspecto consiste na assimetria não bem capturada pela distribuição normal. A literatura sobre essas violações das premissas gaussianas, ao menos aparente, é extensa e as soluções paramétricas sugeridas igualmente amplas, como se observa em Levy (1925), Fama (1965), Mandelbrot (1963), Samuelson (1976), dentre tantos outros.

Um passo importante neste vertente da ciência de gestão de risco consiste em inferir sobre a adequação ou não da normalidade incondicional dos retornos em questão, através de testes como Jarque-Bera (1981) e na sequência lidar com essa questão de se buscar um *fitting* funcional mais adequado. Outro passo é lidar com a questão condicional dos momentos, especificamente, a média e o desvio padrão, ambos oriundos diretamente como parâmetros da normal e portanto, necessários no cálculo do VaR gaussiano incondicional.

### **2.3 Propriedades, versões clássicas e extensões do VaR**

Certamente, quando o RiskMetrics (1994) definiu o VaR como uma métrica única e simples sobre qual risco determinada carteira está sujeito, assumindo normalidade nos retornos e modelando sua volatilidade não mais somente com o desvio padrão, mas como um alisamento exponencial<sup>1</sup>, a ciência evoluiu e conseguiu agregar aos procedimentos do mercado financeiro, ao ponto de que esta métrica fora largamente utilizada, de forma que o Comitê de Basileia a estabeleceu como padrão para cálculos de risco, tornando-se o VaR um arcabouço legal em seus países signatários.

---

<sup>1</sup> O termo EWMA utilizado pelo *Risk Metrics* corresponde a *Exponential Weighted Moving Average*. Para mais detalhes ver Laubsch e Ulmer (1999).



A questão, porém, inerente à evolução da ciência está na necessidade de se acomodar melhor as violações básicas características das séries de retorno líquido dos ativos financeiros. Acreditar que os mesmos sejam Independentes e identicamente distribuídos (IID) em alguma de suas versões, mais forte ou fraca, não deveria pressupor que a distribuição idêntica e constante seja necessariamente uma normal, até por que, o que se observa em diversas amostras de retornos ao longo do tempo é a existência de heterocedasticidade associada à leptocurtose, inviabilizando o uso do Var gaussiano incondicional.

Neste contexto, West e Cho (1995) demonstram que para curtos horizontes de tempo, modelos que seguem a família de arcabouços *Generalized Autoregressive Heteroskedasticity* (GARCH) desenvolvidos inicialmente por Engle (1982) e generalizado por Bollerslev (1986), são mais precisos e adequados para prever a volatilidade, que simplesmente o desvio padrão constante ou mesmo se comparado a outros arcabouços de volatilidade condicional.

Danielsson e Vries (1998) mostram a importância de incorporá-lo, portanto, ao VaR. Um segundo passo nesta literatura é dado por Lee e Lee (2009) e Rippel e Jánský (2011) em estudos quase paralelos que sugerem a inovação com uso da modelagem *Autoregressive Moving Average* (ARMA) para os movimentos em nível do retorno do ativo associada ao uso do GARCH para a volatilidade, originando assim a família de VaR ARMA-GARCH. Em Cappiello, Engle e Sheppard (2006), esse modelo foi aprimorado pela inclusão de efeitos cruzados de um ativo em outro, a partir da utilização de modelo multivariado de GARCH, obtendo volatilidades multivariadas. Estas extensões ainda que bastante robustas padecem ainda de um mesmo problema: a não adequação da função de distribuição da probabilidade.

Na realidade, outra vertente visa lidar com isso, incorporando os benefícios estatísticos em se modelar corretamente o *fitting* através de distribuições não normais, como em Hull e White (1998) ou especificamente via distribuições como a hiperbólica secante em Vaughan (2002) e Klein e Fischer (2003).

## **2.4 VaR utilizado**

Jorion (2010) argumenta metodologicamente sobre a hipótese de utilização da distribuição paramétrica normal. Porém, as séries de retorno analisadas violam gravemente essa hipótese, assim como a hipótese de homocedasticidade e ausência de leptocurtose. Visando agregar os aprendizados de duas das vertentes mais bem sucedidas em termos de

extensão do VaR paramétrico gaussiano, este artigo segue metodologicamente Matos *et al.* (2015), ao propor a utilização do VaR em uma especificação intitulada *Autoregressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity (ARMA-GARCH) best Fitting* Multivariada. Nesta modalidade de VaR condicional, o valor crítico que caracteriza o VaR será associado à distribuição que apresentar melhor *fitting* para cada série em questão, e será *time-varying*, ou seja, irá incorporar os efeitos da média e da volatilidade, ambas condicionais, obtidas pelo arcabouço ARMA-GARCH Multivariado mais bem especificado, exatamente nessa distribuição de probabilidade específica do retorno financeiro.

A questão toda se resume inicialmente a identificar a melhor especificação para o ARMA utilizado na modelagem do retorno em nível, somente, baseado em critério de informação de Schwarz, e na sequência utilizar esta especificação na equação da média em um GARCH Multivariado do tipo AGDCC (*Asymmetric Generalized Dynamic Conditional Correlation*), cuja especificação atenda ao melhor critério de Schwarz e não recaia em violações indesejáveis para este tipo de modelo, como parâmetros explosivos. Ambas as modelagens são escolhidas considerando a parcimônia, sendo utilizadas todas as especificações até a segunda defasagem, sempre.

O segundo passo consiste em encontrar a relação quantílica, análoga ao caso de uma normal, por exemplo, em que se possa fazer a premissa de que determinados parâmetros da distribuição sejam *time-varying* de tal forma que se possa acomodar a evidência de que a média e a volatilidade são ambas condicionalmente *time-varying* também.

Tomando como exemplo a distribuição gaussiana, a relação do VaR incondicional a um determinado nível de confiança,  $c(\%)$ , usualmente 95% ou 99%, é dada simplesmente por:

$$VaR^{G,I}(c\%) = \mu - \alpha_{c(\%)}\sigma, \quad (1)$$

onde  $\mu$  consiste no parâmetro que é a média populacional,  $\sigma$  é o parâmetro que mensura o desvio padrão populacional,  $\alpha_{c(\%)}$  é o alfa crítico característico em uma normal padrão, que assume o valor de 2,32630 para uma probabilidade acumulada de 1% e 1,64485 para uma probabilidade acumulada de 5%, por exemplo.

Esta relação é tão somente a função quantílica da normal, ou seja, a inversa da função de distribuição acumulada associada a uma probabilidade unilateral, 5% ou 1%, a qual está relacionada ao nível de confiança segundo a relação dada por  $1 - c(\%)$ . Nesta relação, observe que a inserção dos momentos *time-varying* é trivial, uma vez que a média e o desvio

padrão, ambos agora não mais amostrais, mas sim obtidos pela modelagem ARMA-GARCH, dados respectivamente por  $\mu_t$  e  $\sigma_t$ , substituirão os parâmetros populacionais constantes, sendo obtida a seguinte relação para o do VaR ARMA-GARCH *Gaussiano* univariado:

$$VaR^{G,C}(c\%) = \mu_t - \alpha_{c(\%)}\sigma_t \quad (2)$$

A questão passa a ser então obter a relação análoga a este VaR Gaussiano condicional, porém incorporando a informação de que a distribuição mais adequada em termos de *fitting* não é a normal. Neste caso, a busca por esta distribuição precisa da imposição de uma certa limitação no *range* de famílias de distribuição contínua, pois somente podem ser usadas as distribuições em que o desvio padrão e a média sejam dados por funções univariadas bijetivas, ou seja, tendo como argumento apenas um dos parâmetros da respectiva distribuição. Em suma, é preciso que se identifique exatamente qual parâmetro será *time-varying* para que a média também seja, sendo o mesmo válido para a fórmula do desvio padrão. Caso contrário, a evidência de que a média e o desvio são ambos *time-varying* não tem contrapartida exata na premissa de que parâmetros da distribuição exatamente serão também *time-varying*. Ou melhor, assumindo que a média é condicional, mas a mesma depende dois ou mais parâmetros da distribuição em questão, como fazer a bijeção necessária para que se substitua na fórmula da função quantílica o parâmetro pela média? Como exemplo, na função Dagun (4p), bastante adequada para retornos de bancos no Brasil, a função do desvio padrão tem como argumentos todos os 4 parâmetros da distribuição, os quais aparecem também na função quantílica, sendo impossível estabelecer uma relação desta inversa da acumulada e o desvio padrão, a ser substituído pelo desvio padrão condicional.

Isto se deve, porque na maioria das distribuições de probabilidade, os parâmetros não são exatamente dados pela média e pelo desvio, como na normal. Logo, é preciso que se obtenha uma bijeção, tal que os parâmetros passam a ser função da média e do desvio, respectivamente, de forma que a inversa da função acumulada possa ser expressa pela média e pelo desvio padrão e por fim, os mesmos possam ser inseridos como *time-varying*. Como exemplo, a função de distribuição de probabilidade Laplace, cujos parâmetros são  $\mu$  e  $\lambda$ , em que o desvio padrão é dado por  $\sigma = \sqrt{2}/\lambda$ .

O objetivo final consiste, portanto, em obter duas relações a um mesmo nível de confiança  $c\%$ , ambas baseadas em uma distribuição de probabilidade com *fitting* adequado, uma considerando a quantílica paramétrica, VaR *Best Fitting* Incondicional Multivariado,  $VaR^{BF,I}(c\%)$ , dado por:

$$VaR^{BF,I}(c\%) = F_{BF}^{-1}(1 - c|\Theta), \quad (3)$$

enquanto o VaR ARMA-GARCH *Best Fitting* condicional Multivariado será dado pela quantílica, mas não mais como função do próprio vetor de parâmetros, mas tendo como argumentos média e desvio padrão *time-varying*, seguindo a relação.

$$VaR^{BF,C}(c\%) = F_{BF}^{-1}(1 - c|\mu_t, \sigma_t) \quad (4)$$

Assim, sobre as distribuições de probabilidade, o ranking em termos de *fitting* será elaborado baseado no teste de aderência de Anderson e Darling (1952), seguindo Prause (1999) e Brito e Neto (2007), por exemplo, trabalhos em que este teste foi usado para ajustar distribuições a bancos alemães e para índices de segmentos do mercado de crédito brasileiro, respectivamente. Este teste é uma variação mais sensível, do teste Kolmogorov e Smirnov, por isso mais adequado para distribuições com caudas pesadas.

## 2.5 Validando o arcabouço: *Backtesting*

Por fim, para cada especificação de VaR aqui utilizada, são realizadas previsões um passo a frente *in sample* para cada uma das séries de retorno, para que possam ser comparadas entre si. Para comparar as séries utilizou-se dos métodos de *Backtesting* de Basiléia, de Lopez (1999), Kupiec (1995), Christoffersen (1998) e conjunto Kupiec e Christoffersen (1998), cada um com suas características irá contribuir em verificar se os efeitos de interligação financeira incorporados ao VaR, ou seja, o componente multivariado, influem no cálculo do risco e em qual magnitude. Em detalhes, tem-se uma breve descrição dos testes usados:

- i. Teste de Basiléia: Teste padrão pelo acordo de Basiléia, baseado em uma quantidade de violações do VaR, em que caso o número de violações seja maior que o esperado, o modelo está reprovado. Nesse teste não se consideram nenhuma informação sobre o tamanho da violação ou se elas apresentam padrões de cluster.
- ii. Teste de Lopez: Teste proposto por Lopez (1999) tem finalidade de ranquear modelos, no entanto não possui estatística formal para aprovar ou reprovar um modelo de VaR. Mensura o tamanho das perdas através de uma função de perdas, o que permite comparar diversos diferentes de VaR.

- iii. Teste de Kupiec: Teste baseado na frequência de perdas que excedem o VaR, tem a finalidade de verificar estatisticamente se a frequência de perdas do modelo está de acordo com a distribuição estatística esperada.
- iv. Teste de Christoffersen: Teste sobre a condicionalidade das perdas que excedem VaR, espera-se que sejam incondicionais, com finalidade de atestar estatisticamente se essas perdas são incondicionais ou seguem uma distribuição estatística.
- v. Teste Conjunto de Kupiec e Christoffersen: Junção dos testes iii e iv, testando simultaneamente a frequência e condicionalidade das perdas que excedem o VaR, assim tendo finalidade de verificar se as perdas excedentes do VaR possuem a frequência correta e é incondicional, conforme o esperado.

Mais especificamente, quando modelos de VaR não conseguem prever o risco de forma apurada, eles perdem sua utilidade, conforme Jorion (2010). Para verificar o desempenho desses modelos são empregados testes de aderência (*Backtesting*), de forma a examinar se as perdas previstas pelo VaR estão condizentes com a realidade da série de dados. O *Backtesting* possui importância sob duas perspectivas, a de Gestão de Risco e a Estatística, conforme Campbell (2005) que demonstra diversos tipos de metodologias de testes e como todas possuem fraquezas em seus métodos, devendo, portanto, aplicar mais de uma para um diagnóstico mais próximo a realidade.

### 3 EXERCÍCIO EMPÍRICO

#### 3.1 Base de dados

Bolsas de valores e seus principais índices de mercado são bastante tradicionais, muitas com mais de século de existência e com passar do tempo esses índices cresceram e passaram a incorporar ações de diversas empresas, dos mais diversos seguimentos. Esse fato é importante para caracterizá-los como índices representativos de seus respectivos países, tornando-os reflexo da situação macroeconômica em que eles se encontram. Porém, ao incorporar essas características de generalidade, perde-se em parte o poder de explicar bem uma determinada empresa ou determinado segmento do mercado, pois o mesmo está imerso dentro do geral. Para solucionar esse problema surgiram, os índices setoriais com uma proposta de complementar os índices de mercado gerais fornecendo informações específicas de um setor da economia, como financeiro, comercial, energético e outros. Portanto, os índices setoriais surgiram como uma evolução natural dos índices de mercado, facilitando comparações entre setores e de empresas x setor que estão inseridas.

O presente estudo analisa dados de índices setoriais financeiros, que em geral em suas composições englobam bancos, seguradoras e outras empresas financeiras como operadoras de crédito. O setor financeiro foi escolhido por ser mundialmente interligado, conforme Longin e Solnik (1995 e 2001) mostraram em seus estudos a correlação dos mercados internacionais é crescente ao longo do tempo e mostrou que ela está associada às tendências de mercado e não necessariamente a volatilidade. Morana e Beltratti (2008) por sua vez revelou uma integração progressiva entre os mercados de Estados Unidos, Reino Unido, Alemanha e Japão e aumento em movimentos conjuntos em preços, retornos e volatilidades, ressaltando a maior integração entre os três primeiros e em menos intensidade com Japão.

Existem diversos países com índices setoriais financeiros há mais de uma década, no entanto, para muitos, eles surgiram em anos recentes, pós-crise subprime e alguns ainda depois disso. Por conta da disponibilidade reduzida, procurou-se aqueles que possuíam tal série dentro do G20 com pelo menos 5 anos. Com essas condições foram obtidas séries de 10 países, pertencentes a 5 continentes diferentes. As características e códigos dos índices selecionados são apresentados na tabela 1.

Na tabela 2 estão as estatísticas descritivas e testes estatísticos elaborados para as séries apresentadas na tabela anterior. O período amostral utilizado é de 30 de março de 2009

até 31 de dezembro de 2013, contando com 1255 observações. Como os países apresentam calendários distintos, houve um ajuste na série de dados para que coincidisse, portanto se era dia útil em algum país, tornava-se válido para todos, onde os países que não possuíam índice para aquele dia era mantido o valor do dia útil anterior.

O país que apresentou maior ganho acumulado no índice financeiro no período foi a Índia, com 189% mostrando grande crescimento após a crise do *subprime* e não havendo forte impacto da crise de crédito soberano europeia. Já a Alemanha, que está no coração monetário europeu, sofreu grande impacto com essa crise e apresentou o pior crescimento acumulado, com 26% e o maior Drawdown entre os 10 países com 64%. O índice Canadense por sua vez apresentou menor volatilidade, pelas duas medidas utilizadas, o desvio padrão e semivariância, além de ser o menor Drawdown com 22%.

Tabela 1 – Descrição Sumária dos Índices Financeiros

Índice	País	Continente	Posição no Ranking de PIB
CNX Finance	Índia	Ásia	10°
Dax All banks	Alemanha	Europa	4°
kbw bank	Estados Unidos	América do Norte	1°
IFNC	Brasil	América do Sul	7°
asx 200 financials	Austrália	Austrália	12°
cac financials	França	Europa	5°
BMV	México	América do Norte	15°
nmx8350	Reino Unido	Europa	6°
TSX financials	Canadá	América do Norte	11°
Moscow Exchange Financials Index	Rússia	Europa	9°

Fonte: Elaboração do autor

A maioria dos índices apresentou assimetria a direita, as exceções foram México, Canadá e Rússia que apresentaram assimetrias para a esquerda. Todas as séries são leptocúrticas, em maior intensidade para Índia e em menor para Austrália, isso significa que possuem caudas pesadas, facilitando ocorrer eventos que destoem da média e mediana. Essas configurações de assimetria e curtose são fortes evidências de que as séries não seguem distribuição normal e para inferir essa afirmação, aplicou-se o teste de normalidade elaborado por Jarque e Bera (1980). O resultado indicou a rejeição da hipótese nula de normalidade, ao nível de significância de 1%.

Séries que não são estacionárias não atendem os bons princípios para a realização de previsões, dado que o comportamento das séries está condicionado ao tempo, tornando as previsões de pouco valor prático, conforme indica Gujarati (2006). Para averiguar a

estacionariedade das séries aplicou-se o teste de raiz unitária proposto por Dickey e Fuller (1979), na sua versão aumentada, conhecido como teste ADF.

Os resultados do teste ADF, ao nível de significância de 1%, indica que a hipótese nula, de que há presença de raiz unitária, é rejeitada para as séries financeiras de todos os países. Resultado que era esperado por se tratarem de séries de retornos, conforme Morettin (2008).

Outro problema comum em séries financeiras e que compromete a capacidade de geração de previsões baseadas em regressão é a presença de heterocedasticidade. Segundo Engle (2001), os coeficientes estimados via métodos de mínimos quadrados ordinários permanecem não viesados, no entanto, sem precisão e indicou que os melhores modelos para tratar esse tipo de série, são modelos ARCH e GARCH, uma vez que eles tratam a heterocedasticidade como uma variância a ser modelada. Para verificar se as séries são homocedásticas, utilizou-se o teste de ARCH-LM proposto por Engle (1982) e ao nível de 1% de significância, todas as séries rejeitaram a hipótese nula de homocedasticidade nos resíduos.

A figura 2 apresenta uma visualização gráfica do comportamento ao longo do tempo das séries dos 10 países, dentro do período do estudo.



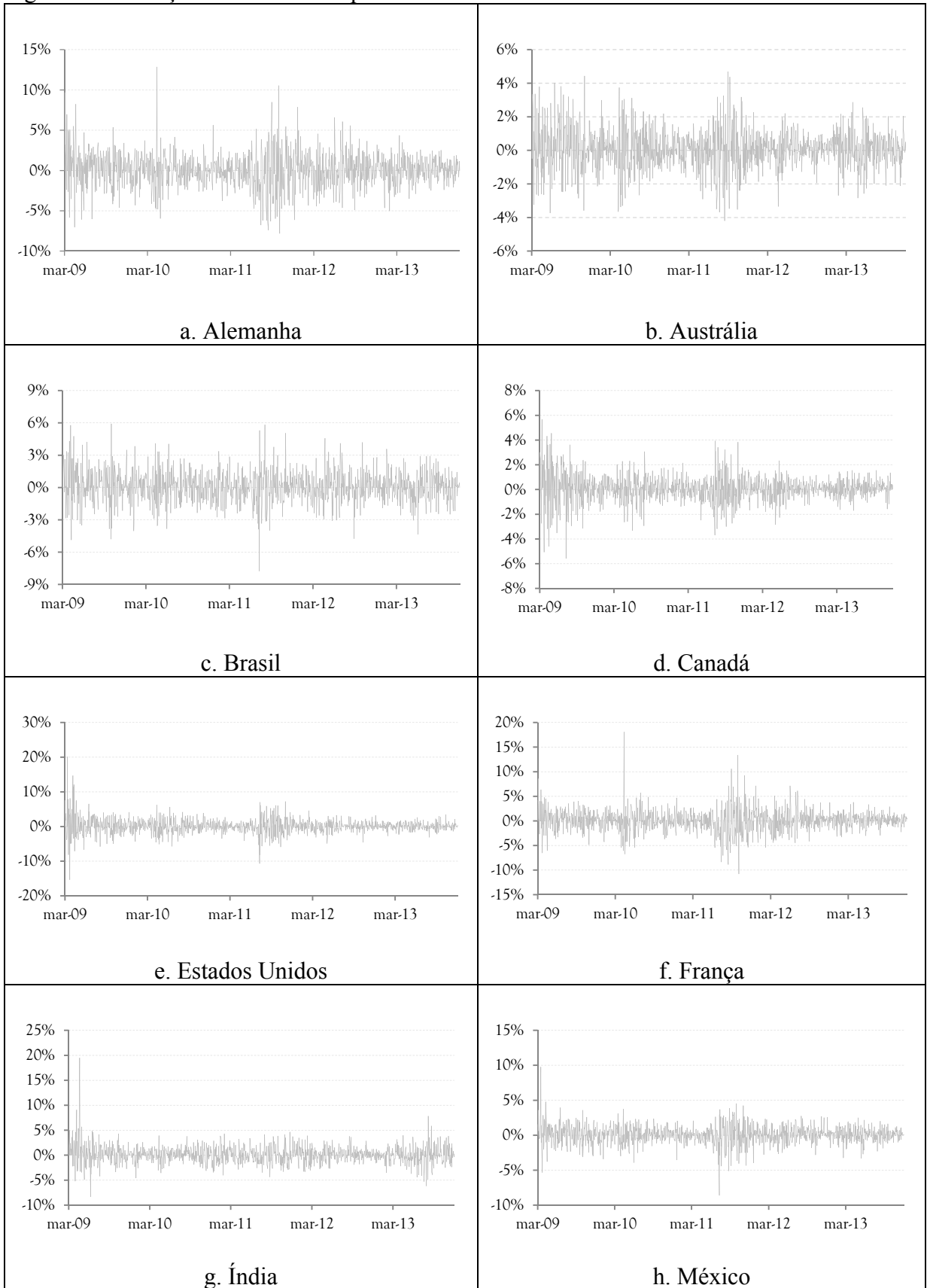
Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos retornos dos índices setoriais financeiros <sup>a, b, c, d</sup>

Métricas/Índice	Índia	Alemanha	Estados Unidos	Brasil	Austrália	França	México	Reino Unido	Canadá	Rússia
<b>Métricas associadas ao ganho</b>										
Média	0,099%	0,040%	0,100%	0,068%	0,052%	0,075%	0,071%	0,065%	0,062%	0,090%
Mínimo	-8,351%	-7,807%	-15,354%	-7,762%	-4,195%	-10,776%	-8,604%	-10,959%	-5,571%	-8,904%
Máximo	19,491%	12,859%	20,107%	5,920%	4,686%	18,073%	9,760%	12,620%	5,676%	9,918%
Acumulado	189,568%	26,288%	164,755%	107,037%	77,167%	91,304%	121,279%	84,289%	104,275%	156,607%
<b>Métricas associadas ao risco</b>										
Desvio Padrão	1,701%	2,091%	2,116%	1,427%	1,165%	2,158%	1,279%	1,818%	1,033%	1,700%
Semivariância	1,119%	1,455%	1,428%	1,000%	0,822%	1,488%	0,920%	1,224%	0,734%	1,207%
Drawdown	37,596%	64,268%	41,933%	32,094%	30,582%	53,983%	33,881%	43,546%	22,050%	47,426%
<b>3º e 4º momentos</b>										
Assimetria	1,337	0,263	0,790	0,045	0,037	0,551	-0,110	0,593	-0,048	-0,123
Curtose	17,818	5,914	15,827	4,831	4,329	9,726	8,211	9,032	6,653	7,122
<b>Normalidade</b>										
Jarque Bera (2)	11.901,280	4.615,530	8.768,740	177,140	93,610	2.440,530	1.429,540	1.986,080	702,500	896,710
Prob.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
<b>Estacionariedade (3)</b>										
Estat. Teste Dickey-Fuller	-11,086	-10,725	-12,009	-11,585	-10,443	-10,973	-11,009	-10,842	-11,263	-10,206
Val. críticos 5% de sign.	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413
Prob.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
<b>Heterocedasticidade</b>										
Estat. Teste ARCH LM	2,826	13,123	5,980	46,015	29,628	19,846	4,493	68,444	49,245	17,645
R <sup>2</sup>	2,824	13,008	5,961	44,452	28,988	19,568	4,484	64,995	47,454	17,427
Prob	0,093	0,000	0,015	0,000	0,000	0,000	0,034	0,000	0,000	0,000

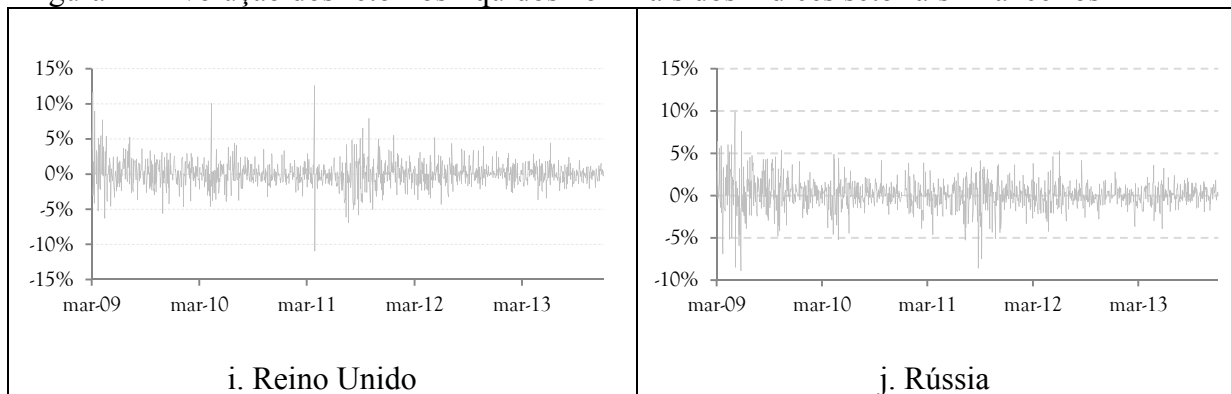
Notas: <sup>a</sup> Painel contendo séries temporais diárias de retornos nominais líquidos de índices setoriais financeiros no período de mar/2009 a dez/2013(1255 obs.). <sup>b</sup> Teste Jarque-Bera de normalidade das séries, cuja estatística de teste mede a diferença da assimetria e curtose da série com os de uma distribuição normal, sob a hipótese nula de que a série segue uma distribuição normal. <sup>c</sup> Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado, sob a hipótese nula de que existe raiz unitária na série. <sup>d</sup> Teste ARCH LM de Engle, do tipo "multiplicador de Lagrange", para a hipótese dos resíduos dos modelos ARMA dos retornos terem uma estrutura ARCH, sob a hipótese nula de que não há ARCH, com um lag de defasagem. Hipótese nula: De que não haja ARCH - Essa hipótese é rejeitada em quase todas as séries.

Fonte: Elaboração do autor

Figura 1 – Evolução dos retornos líquidos nominais dos índices setoriais financeiros <sup>a</sup>



Continua

Figura 1 – Evolução dos retornos líquidos nominais dos índices setoriais financeiros<sup>a</sup>

Nota: <sup>a</sup> Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido a partir da série temporal de cotação de fechamento dos índices em questão, durante o período de janeiro de março de 2009 a dezembro de 2013, 1256 observações.

Fonte: Bloomberg

Na análise visual desses gráficos pode-se destacar a presença de agrupamentos de volatilidades (*volatility clustering*), com destaque para as grandes oscilações vistas, principalmente entre 2011 e 2012, período que eclodiu a crise da dívida soberana dos países europeus. Sendo essa forte evidência empírica da integração dos mercados.

### 3.2 Distribuições *Best Fitting*

Dada rejeição da hipótese de normalidade, conforme visto na tabela 2, deu-se seguimento a metodologia estabelecida e elaborou-se o ranking de fitting de distribuições, com auxílio do software Easy fit, o qual dispõe de mais de 50 distribuições estatísticas e mede o ajustamento da série de dados para cada uma delas. Na tabela 3 é apresentado as 3 melhores distribuições para cada país, além de mostrar qual posição no ranking a distribuição Normal ocupa, ao lado da distribuição está a estatística de teste utilizada para classifica-las. Destaca-se que a melhor posição alcançada pela Normal foi 9º lugar, para o índice alemão, nos demais ela situa-se entre 10º e a 19º posições. Os primeiros lugares foram ocupados pelas distribuições de Laplace, Johnson SU, Error e Hipersecante. Porque a função utilizada possui a relação bijetiva explicada no ponto 2.4 da metodologia, foram utilizadas as distribuições Hipersecante e Laplace para o computo do VaR.

Tabela 3 – Ranking das distribuições das séries dos retornos dos índices setoriais financeiros em questão <sup>a</sup>

Índia			Alemanha			Estados Unidos			Brasil			Austrália		
Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking
Error	1,151	1°	Hipersecante	0,582	1°	Jonson SU	2,853	1°	Error	0,856	1°	Hipersecante	0,492	1°
Laplace	1,151	2°	Jonson SU	0,970	2°	Laplace	3,568	2°	Hipersecante	1,113	2°	Error	0,609	2°
Burr	2,261	3°	Log-Logistic	1,033	3°	Error	3,568	3°	Jonson SU	1,648	3°	Log-Logistic	1,398	3°
Normal	51,294	19°	Normal	6,975	9°	Normal	27,663	18°	Normal	6,151	10°	Normal	6,818	11°
Rússia			Canadá			Reino Unido			México			França		
Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking	Distribuição	Estatística	Ranking
Laplace	0,932	1°	Laplace	0,778	1°	Laplace	1,277	1°	Jonson SU	0,912	1°	Error	0,407	1°
Error	0,932	2°	Error	0,778	2°	Error	1,277	2°	Error	0,919	2°	Laplace	0,407	2°
Jonson SU	2,734	3°	Jonson SU	3,529	3°	Jonson SU	1,496	3°	Laplace	0,919	3°	Dagum(4p)	1,748	3°
Normal	15,621	11°	Normal	16,239	12°	Normal	14,434	19°	Normal	11,813	15°	Normal	14,121	19°

Nota: <sup>a</sup> Ranking elaborado pelo *EasyFit*, através do teste de Anderson-Darling, visando medir a compatibilidade de uma amostra aleatória com uma função de distribuição de probabilidade teórica

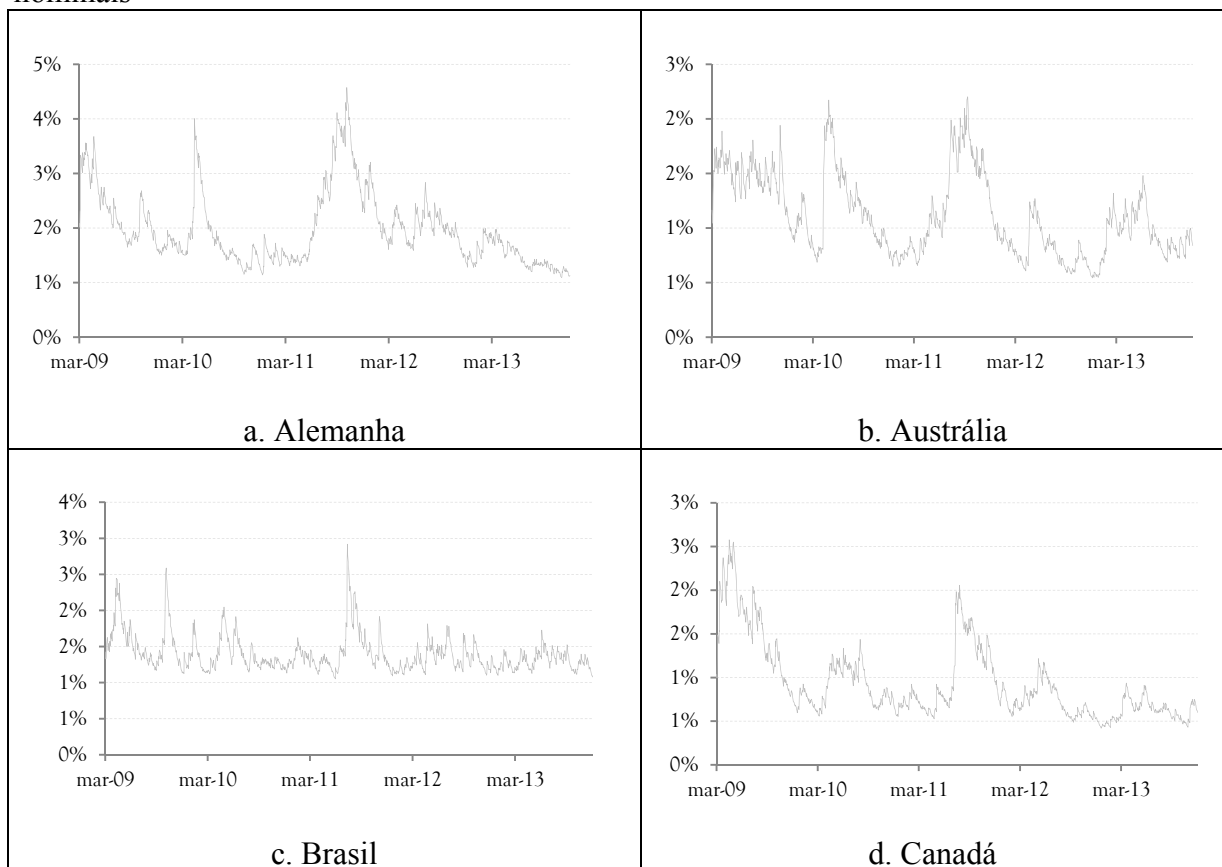
Fonte: Elaboração do autor

### 3.3 Modelos ARMA-GARCH Multivariado

A Figura 2 exibe o comportamento das volatilidades condicionais extraídas do modelo ARMA-MGARCH, cujos parâmetros estimados constam no apêndice A.

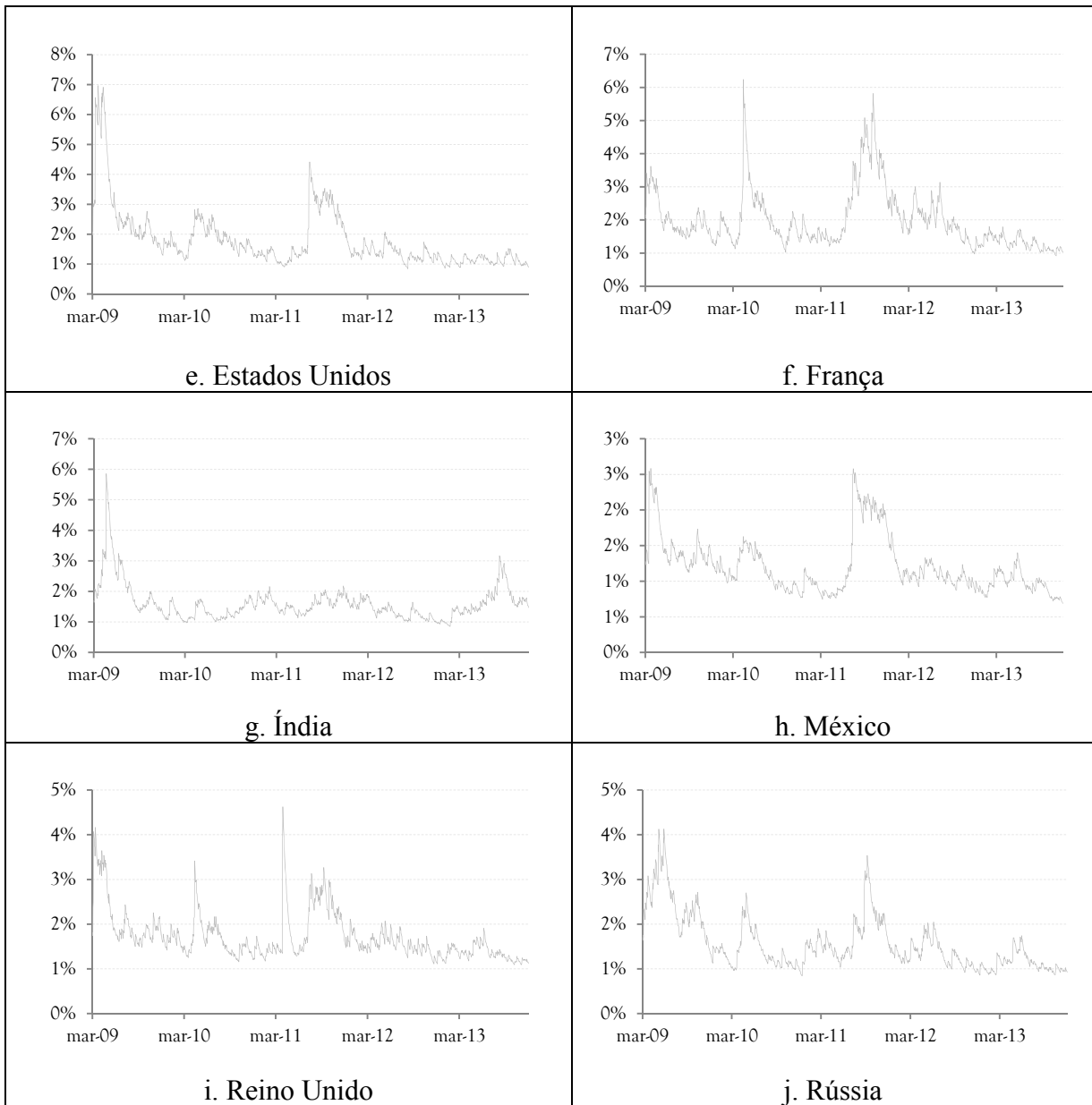
Ao analisar-se visualmente, é notório a presença de agrupamentos de volatilidade, em que momentos de alta volatilidade tendem a se agrupar, tal como os momentos de baixa. Todas as séries apresentam picos de volatilidade no segundo semestre de 2011, com exceção da Índia cuja volatilidade se manteve estável durante esse período. Na série dos Estados Unidos, percebe-se ainda resquícios efeito da crise do subprime no primeiro semestre de 2009, com alta volatilidade nesse período, assim como Canadá e México, o que evidencia a aproximação dos mercados financeiros dos países que compõem o NAFTA. Os países europeus, Alemanha, França, Reino Unido e Rússia, apresentam picos de volatilidade no primeiro semestre de 2010, os primeiros sinais da crise soberana no continente, também demonstrando a forte integração entre si.

Figura 2 – Volatilidade condicional obtida com os modelos ARMA-MGARCH dos retornos nominais <sup>a,b,c</sup>



Continua

Figura 2 – Volatilidade condicional obtida com os modelos ARMA-MGARCH dos retornos nominais<sup>a,b,c</sup>



Nota: <sup>a</sup> Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido a partir da série temporal de cotação de fechamento dos índices em questão, durante o período de março de 2009 a dezembro de 2013, 1256 observações.

<sup>b</sup> Previsão in sample um passo à frente realizada utilizando os modelos ARMA-MGARCH estimados.

Fonte: Elaboração do autor

### 3.4 Estimação do VaR e Backtesting

A figura 3 apresenta a evolução temporal das séries de VaR gerados conforme as 3 formas descritas na metodologia, Basileia (Modelo Basileia), VaR ARMA-GARCH Best fitting Univariado (Modelo Univariado) e VaR ARMA-GARCH Best fitting Multivariado

(Modelo Multivariado), com nível de confiança de 99%, horizonte de 1 dia e a série de retorno líquido para cada série.

A análise gráfica permite observar que para todas as séries, os modelos univariado e multivariados, expressos por linhas contínuas, estão bastante próximos um do outro, sendo difícil distinguir uma da outra. Já o modelo de Basileia, com delineamento pontilhado, destoa dos outros, sendo por tempos conservador em excesso, por outras sendo pouco intenso, assim estando quase sempre abaixo ou acima dos outros dois modelos.

De maneira geral, existem 3 pontos onde os valores maiores de VaR são percebidos em quase todas as séries, que coincidem com os momentos de maior volatilidade, são eles: o primeiro semestre de 2009, ou seja, ainda resquícios da crise do subprime nos Estados Unidos; primeiro semestre de 2010, evidenciando momento de instabilidade na zona do Euro devido aos primeiros sinais da crise de dívida soberana; Segundo semestre de 2011 com a eclosão da mesma crise, com a possibilidade de entrada em default de alguns dos principais países da zona do euro, como Espanha e Itália.

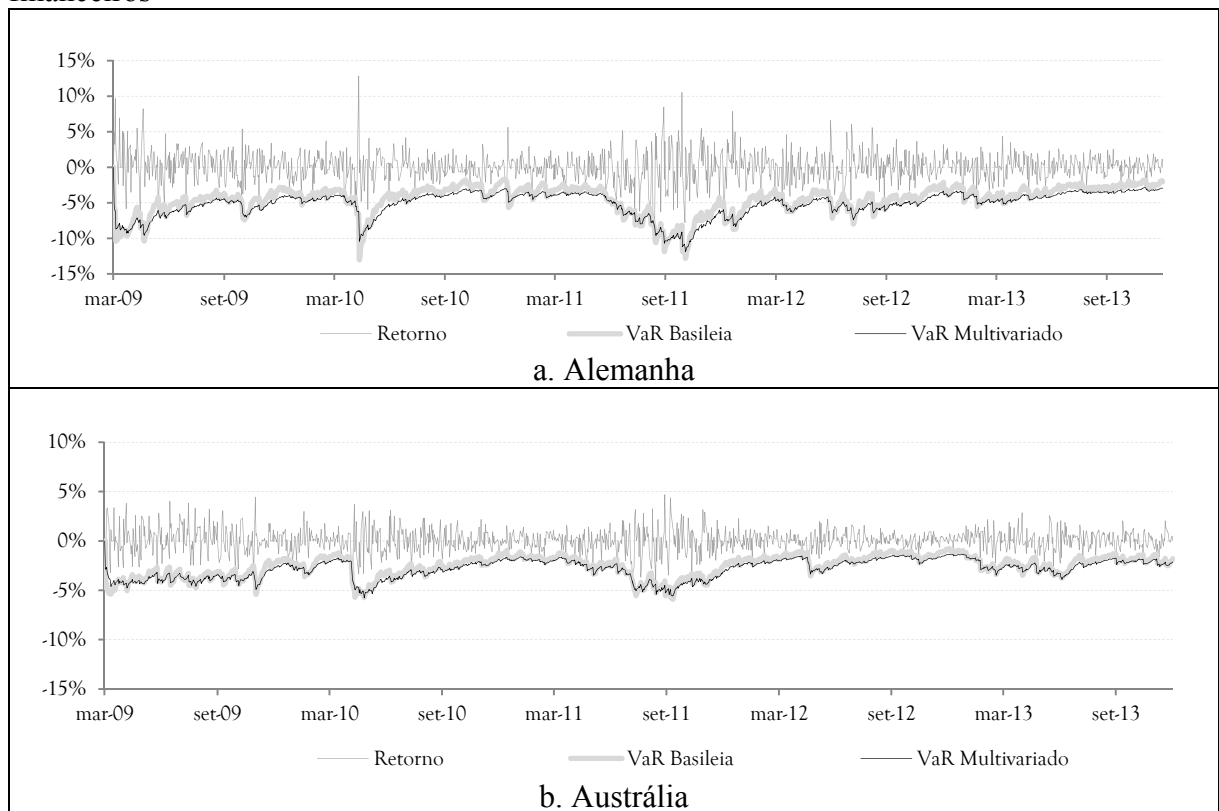
Somente pela análise gráfica não é possível afirmar qual dos modelos se sobressai na medição de risco, havendo somente indícios de que o modelo de Basileia é inferior e os modelos univariado e multivariado tem desempenho semelhante, para continuar essa comparação será necessário utilizar os Backtests definidos na seção anterior. Os resultados desses testes estão apresentados na tabela 4.

Foram utilizados 5 tipos de backtest para auferir a acurácia e comparar os modelos entre si, o primeiro deles é o teste de Basileia, nele se o número de violações está acima do nível de significância estabelecido o modelo está reprovado. Os VaR calculados seguindo Basileia, com volatilidades dadas por alisamento exponencial, foram rejeitados para todos as séries de todos países ao nível de significância de 1%, em todos os casos apresentando o dobro do número de violações que eram esperadas que ocorressem, obtendo seu pior desempenho para a Alemanha onde foram 28 violações, 2,23% ao passo que eram esperadas até 13 violações, 1%. Seu melhor desempenho se deu com o Reino unido com 24 violações, 1,91%. Os VaRUnivariado e Multivariados, conforme indicado pela análise gráfica apresentam resultados similares em diversos países, no entanto em alguns o Multivariado mostrou resultado destacadamente melhor segundo o Backtest de Basileia. Nesse teste os modelos Univariados foram rejeitados somente em dois países, Austrália e Canadá com 1,99% e 1,52% de violações respectivamente, já os modelos Multivariados foram rejeitados somente na Austrália com 1,12% de violações, 14 violações, uma acima do esperado de 13. Ainda segundo esse teste, percebe-se um melhor desempenho dos modelos multivariados

sobre seus pares univariados para praticamente todos os países, com exceção do Reino Unido, indicando que ele consegue prever melhor as mudanças na volatilidade, acompanhando seu comportamento ao longo do tempo.

O teste de Lopez não possui estatística formal de aceitação ou rejeição do modelo, tendo seu propósito nesse trabalho como meio de classificar os modelos e fornecer estatística de comparação. De acordo com esse teste, os modelos Multivariados apresentaram melhor resultado nas séries de 9 países, a exceção foi o Brasil, cujo melhor resultado foi no modelo Univariado. Esse resultado indica que para a maioria dos casos, a modelagem multivariada é capaz de prever com maior assertividade a magnitude da volatilidade diária pela qual a série passará.

Figura 3 – Séries estimadas de VaR Abs., a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Basileia e Multivariado, das séries de retornos nominais dos índices setoriais financeiros<sup>a</sup>

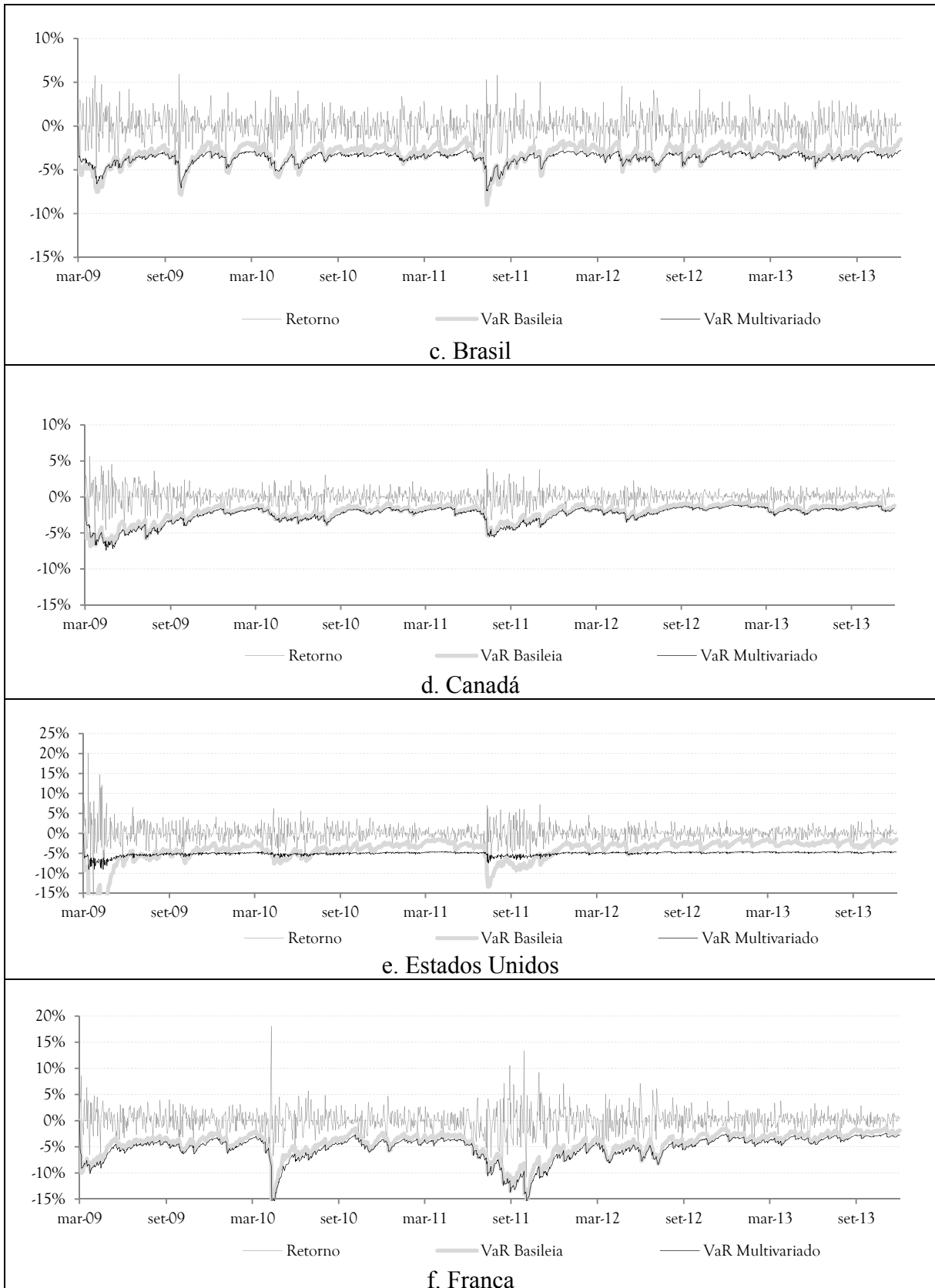


Continua



Continuação

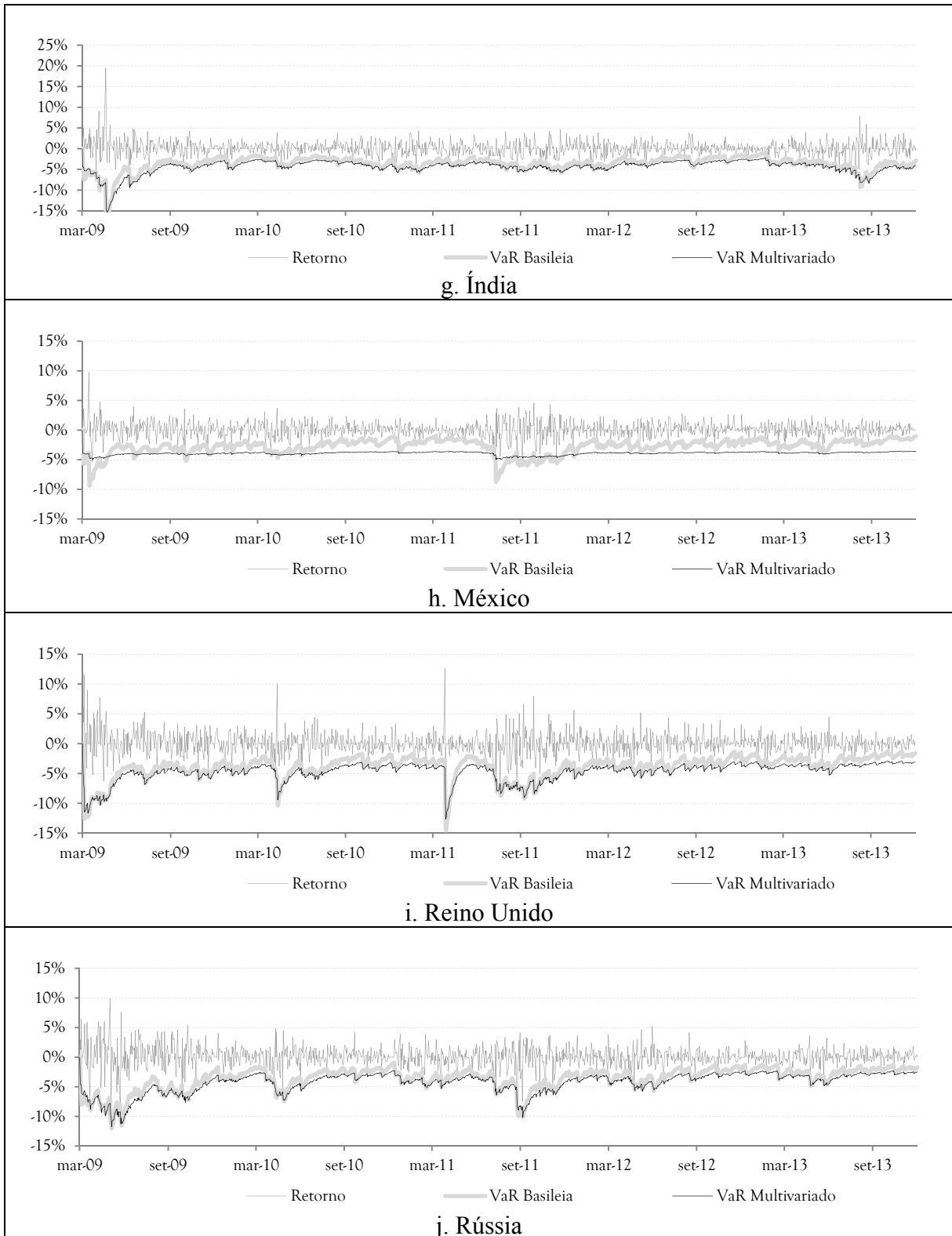
Figura 3 – Séries estimadas de VaR Abs., a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Basileia e Multivariado, das séries de retornos nominais dos índices setoriais financeiros<sup>a</sup>



Continua

## Conclusão

Figura 3 – Séries estimadas de VaR Abs., a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Basileia e Multivariado, das séries de retornos nominais dos índices setoriais financeiros<sup>a</sup>



Nota: <sup>a</sup> Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para toda a amostra de 1256 observações, mar/09 a dez/13.

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 4 – Backtesting dos modelos de VaR (com 99% de confiança) dos retornos dos índices Financeiros <sup>a,b</sup>

Países	VAR		Teste de Basileia		Teste de Lopez	Teste de Kupiec <sup>c</sup>			Teste de Christoffersen <sup>d</sup>			Teste conjunto Kupiec-Christoffersen <sup>e</sup>		
	Tipo	Nível de Conf.	Nº	%	Resultado do Teste (%)	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste
<b>Alemanha</b>	Basileia	99%	28	2,23%	0,161%	14,26	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	7	0,56%	0,028%	2,94	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	5	0,40%	0,026%	5,93	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>Austrália</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,099%	9,70	6,64	Rejeitar	0,41	6,64	Não Rejeitar	10,11	9,21	Rejeitar
	Univariado	99%	25	1,99%	0,064%	9,70	6,64	Rejeitar	0,41	6,64	Não Rejeitar	10,11	9,21	Rejeitar
	Multivariado	99%	14	1,12%	0,037%	0,17	6,64	Não Rejeitar	2,13	6,64	Não Rejeitar	2,30	9,21	Não Rejeitar
<b>Brasil</b>	Basileia	99%	24	1,91%	0,213%	8,34	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	8	0,64%	0,136%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	7	0,56%	0,153%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>Canadá</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,116%	9,70	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	19	1,52%	0,120%	2,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	10	0,80%	0,052%	0,56	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>Estados Unidos</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,481%	7,07	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	13	1,04%	0,478%	0,02	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	8	0,64%	0,264%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>França</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,172%	9,70	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	8	0,64%	0,055%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	7	0,56%	0,033%	2,94	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>Índia</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,271%	9,70	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	10	0,80%	0,122%	0,56	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	8	0,64%	0,078%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>México</b>	Basileia	99%	25	1,99%	0,316%	9,70	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	19	1,52%	0,302%	2,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	12	0,96%	0,237%	0,02	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar

Continua

Tabela 4 – Backtesting dos modelos de VaR (com 99% de confiança) dos retornos dos índices Financeiros <sup>a,b</sup>

Países	VAR		Teste de Basileia		Teste de Lopez	Teste de Kupiec <sup>c</sup>			Teste de Christoffersen <sup>d</sup>			Teste conjunto Kupiec-Christoffersen <sup>e</sup>		
	Tipo	Nível de Conf.	Nº	%	Resultado do Teste (%)	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste	Estatística do Teste LRuc	Valor Crítico X <sup>2</sup> (1)	Resultado do Teste
<b>Reino Unido</b>	Basileia	99%	24	1,91%	0,101%	8,34	6,64	Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	7	0,56%	0,025%	2,94	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	8	0,64%	0,025%	1,90	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
<b>Rússia</b>	Basileia	99%	24	1,91%	0,363%	8,34	6,64	Rejeitar	0,50	6,64	Não Rejeitar	8,84	9,21	Não Rejeitar
	Univariado	99%	12	0,96%	0,203%	0,02	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar
	Multivariado	99%	10	0,80%	0,169%	0,56	6,64	Não Rejeitar	-	6,64	Não Rejeitar	-	9,21	Não Rejeitar

Nota: <sup>a</sup> Procedimento realizado após realização de previsões in-sample, utilizando-se toda a amostra. <sup>b</sup> Teste de cobertura incondicional proposto por Kupiec (1995), com região de confiança de aproximadamente 99%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, sob hipótese nula de que o nível de confiança do VaR é a verdadeira probabilidade de perdas. <sup>c</sup> Teste de cobertura incondicional proposto por Christoffersen (1998), com região de confiança de aproximadamente 99%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, sob hipótese nula de que as exceções são serialmente independentes. <sup>d</sup> Teste conjunto de cobertura condicional e incondicional, com região de confiança de aproximadamente 99%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com dois graus de liberdade, sob hipótese nula de que o nível de confiança do VaR é a verdadeira probabilidade de perdas e as exceções são serialmente independentes. <sup>e</sup> Aceita-se o modelo se a estatística de teste for menor que o valor crítico.

Fonte: Elaboração do autor

Os VaR segundo Basileia não apresentam violações independentes em nenhuma das séries, essa é a hipótese nula do teste de Kupiec e para todos é rejeitada, mostrando que falha em uma de suas premissas que é a de gerar violações independentes. Os modelos Univariados, têm essa hipótese rejeitada para um país, a Austrália. Já os modelos multivariados não tiveram essa hipótese rejeitada para nenhum país, portanto, todos estão cumprindo a premissa das violações serem independentes.

Só foi possível calcular os testes de Christoffersen e conjunto Kupiec-Christoffersen para Austrália em todos os modelos e para Rússia no método de Basileia, pois por conta de sua fórmula, caso não sejam apresentadas violações dois dias seguidos na série de dados, torna-se impossível realizar o cálculo da estatística de teste de forma que não é possível chegar a conclusões baseado nele, posto que para quase todas as séries ele não foi mensurado.

## 4 CONCLUSÃO

Os países selecionados no presente trabalho, apesar de serem países bastante distintos socioeconomicamente, configuram entre as maiores economias do mundo, estando todos no G20, fato que reforça a força da integração entre seus mercados financeiros, conforme revelado por Beirne e Giek (2012) que estudaram efeitos de interdependência global sobre mais de 60 países sobre 3 tipos de ativos (bolsas de valores, títulos soberanos e moedas) e concluíram o forte nível de integração global, para países de economia avançada e países emergentes. Resultado similar alcançaram Puig e Rivero (2014) ao estudarem efeito contágio na crise de dívida soberana da zona do euro, mostrando que seus efeitos alcançam tanto países de economia avançada como países periféricos.

A mensuração de risco a partir de modelagem VaR é largamente utilizada por agentes dos mercados financeiros, sendo inclusive padrão pelo acordo de Basileia e constando no arcabouço legal dos diversos países signatários, dentre os quais estão presentes todos os que foram aqui estudados. No entanto, Basileia estabelece uma modelagem equivocada de VaR ao assumir que as séries de retornos financeiros apresentam distribuição normal, fato que foi testado e rejeitado. Indo além, essa modelagem seria eficiente em séries estacionárias, no entanto nenhuma série estudada apresentou essa característica e também assume série homocedástica, outro fato que não foi confirmado para nenhuma das séries no estudo. Segundo suas premissas, as violações ao modelo deveriam ser independentes, no entanto para todos os países elas revelaram ter dependência. Não bastassem todas essas falhas conceituais do modelo, ele apresentou resultados fracos nos *backtests* realizados, sendo pouco confiável dado que não conseguiu sustentar um nível de violações condizente com seu nível de significância.

O comitê de Basileia ao longo dos anos tentou refinar seu modelo de VaR, ao incorporar fatores de estresse nele, porém, não abandonaram a praticidade, irreal, da distribuição Normal e nem da homocedasticidade, os resultados aqui apresentados são suficientes para sugerir uma revisão em sua metodologia para os modelos VaR ARMA-MGARCH Best fitting.

Os modelos VaR ARMA-MGARCH Best fitting utilizados corrigem essas falhas conceituais apresentadas, pois a distribuição best fitting capta a real distribuição de retornos da série, a modelagem ARMA-GARCH trata da heterocedasticidade e da estacionariedade das séries e seus VaR apresentaram violações independentes para quase todas as séries, corroboram com resultados encontrados por Matos, Cruz, Macedo e Jucá (Working paper). A

modelagem multivariada conseguiu captar o efeito cruzado dos mercados financeiros apresentando melhores resultados que seus pares univariados, mostrando que o forte efeito da interdependência é importante não deve ser descartado na avaliação de riscos de ativos financeiros.

Com base no resultado alcançado, sugere-se que Basileia evolua seu modelo padrão de mensuração de risco para modelos conforme o sugerido no presente trabalho, que apresentaram melhorias teórico-conceituais e através de exemplo empírico.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T.; DARLING, D. Asymptotic theory of certain goodness-of-fit criteria based on stochastic processes. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 23, p. 193-212, 1952.
- ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J. M.; HEATH, D. Coherent Measures of Risk. **Mathematical Finance**, v. 9, p. 203-228, 1998.
- BEIRNE, J.; GIEK, J. Interdependence and contagion in global asset markets ECB. **Working Paper**, n. 1480, 2012.
- BERKOWITZ, J.; O'BRIEN, J. How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks? **The Journal of Finance**, v. 5, p. 583-602, 2002.
- BOLLERSLEV, T. Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.
- \_\_\_\_\_. Glossary to ARCH (GARCH). **Working paper**, Duke University, 2007.
- BRITO, G.; NETO, A. Modelo de risco para carteiras de créditos Corporativos. **Revista de Administração**, v. 43, p. 263-274, 2007.
- CAMPBELL, S. A Review of Backtesting and Backtesting Procedure. **Finance and Economics Discussion Series**, Divisions of Research e Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, Washington D.C, 2005.
- CAPORIN, M.; MCALEER, M. Robust ranking of multivariate GARCH models by problem dimension. **Computational Statistics e Data Analysis**, Elsevier, v. 76, p.172-185, 2014.
- CAPPIELLO, L.; ENGLE, R.; SHEPPARD, K. Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, n. 4, p. 537-572, 2006.
- CHRISTOFFERSEN, P. Evaluating Interval Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 841-862, 1998.
- CHUANG, I. Y.; LU, J. R.; TSWEI, K. Interdependence of international equity variances: Evidence from East Asian markets. **Emerging Markets Review**, v. 8, p. 311-327, 2007.
- DANIELSSON, J.; VRIES, C. Value-at-Risk and Extreme Returns. **Discussion Papers 98-017/2**, Tinbergen Institute, 1998.
- DE LA ROCQUE, E. A Vedete do Controle de Riscos. **Revista Bovespa**, v. 47, p. 50-52, 1997.
- DICKEY, D.; WAYNE, F. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica**, v. 49, p. 1057-1072, 1979.



DUFFIE, D.; PAN, J. An overview of value at risk. **Journal of Derivatives**, v. 4, p. 7–49, 1997.

ELY, R. **Ensaio em finanças**. 2012. 79 f. Tese (Doutorado em Economia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

ENGLE, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987-1007, 1982.

\_\_\_\_\_. GARCH 101: An Introduction to the Use of Arch/Garch Models in Applied Econometrics. **Working Paper**, NYU, n. FIN-01-030, 2001.

ENGLE, R.; SHEPPARD, K. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH. **NBER Working Paper**, n. FIN- 8554, 2001.

FASOLO, A. Interdependence and Contagion: an Analysis of Information Transmission in Latin America's Stock Markets. **Working Papers Series 112**, Central Bank of Brazil, Research Department, 2006.

GALDI, F.; PEREIRA, L. Valor em risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e volatilidade estocástica. **Brazilian Business Review**, v. 4, p. 74-95, 2007.

GOURIEROUX, C.; JASIAK, J. Financial econometrics: problems, models and methods. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2001.

GUJARATI, D. Econometria básica. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

HULL, J.; WHITE, A. Value at risk when daily changes in market variables are not normally distributed. **Journal of Derivatives**, v. 5, p. 9-19, 1998.

JÁNSKÝ, I.; RIPPEL, M. Value at Risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility. **IES Working Paper**, n. 27/2011. IES FSV. Charles University, 2011.

JARQUE, Carlos M.; BERA, Anil K. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence. **Economics Letters**, v. 7, n. 4, p. 313–318, 1981.

JORION, P. **Value at risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro**. Tradução Thierry Barbe. São Paulo: BM&FBOVESPA: Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, 2010.

KUPIEC, P. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models. **Journal of Derivatives**, v. 3, p. 73-84, 1995.

LAUBSCH, A. J.; ULMER, A. **Risk management: a practical guide**. New York: Risk Metrics Group, 1999.

LEE, S.; LEE, T. Value-at-risk forecasting based on Gaussian mixture ARMA–GARCH model. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 81, n. 9, 2009.

LONGIN, F.; SOLNIK, B. Is the correlation in international equity returns constant: 1960–1990?. **Journal of International Money and Finance**, v. 14, p. 3-26, 1995.

LONGIN, F.; SOLNIK, B. Extreme Correlation of International Equity Markets. **The Journal of Finance**, v. 56, n. 2, p. 649-676, 2001.

LOPEZ, J. Methods for Evaluating Value-at-Risk estimates. **Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Policy Review**, San Francisco, p. 119-124, out. 1998.

MANGANELLI, S.; ENGLE, R. F. Value at Risk Models In Finance. **ECB Working Paper**, n. 75, 2001.

MATOS, P.; CRUZ, R.; MACEDO, A.; JUCÁ, I. BRIC's risk management: who is who based on a conditional best fitting approach VaR. **CAEN-UFC Working Paper**, 2013.

MORANA, C.; BELTRATTI, A. Comovements in international stock markets. **Journal of International Financial Markets, Institutions and Money**, Elsevier, v. 18, n. 1, p. 31-45, Feb. 2008.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira – Um Curso em Séries Temporais Financeiras**. São Paulo: Blucher, 2008.

PRAUSE, K. **The Generalized Hyperbolic Model: Estimation, Financial Derivatives and Risk Measures**. 1999. 168 f. Dissertação - University of Freiburg, Friburgo – Alemanha, 1999.

PUIG, M.; RIVERO, S. Causality and contagion in EMU sovereign debt markets. **International Review of Economics and Finance**, Elsevier, v. 33, p. 12-27, 2014.

SAMIMI, P.; JENATABADI, H. S. Globalization and Economic Growth: Empirical Evidence on the Role of Complementarities. **PLoS ONE**, v. 9, n. 4: e87824. doi:10.1371/journal.pone.0087824, 2014.

SILVA, W. V.; TARDELLI, M.; ROCHA, D. T.; MAIA, M. Aplicação da métrica Value at Risk a índices de bolsas de valores de países latino-americanos: um estudo utilizando os modelos de previsão de volatilidade EWMA, EQMA e GARCH. **Perspectiva**, v. 34, p. 19-32, 2010.

SILVA, A.; BARBEDO, C.; ARAÚJO, G.; NEVES, M. Internal Model Validation in Brazil: Analysis of VaR Backtesting Methodologies. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 4, n. 1, 2006.

SILVA NETO, J. F. **Modelização garch multivariada das taxas de retorno das small, mid e large caps da zona euro**. 2007. 149 f. Tese (Mestrado em Ciências Empresariais) – Faculdade de Economia, Universidade do Porto, Porto – Portugal, 2007.

SOUZA-SOBRINHO, N. Extração da Volatilidade do Ibovespa. **Resenha BM&F**, n. 144, p. 17-39, 2001.

TSAY, R. **Analysis of financial time series**. 3. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons Inc, 2010.

VENKATARAMAN, S. Value at risk for a mixture of normal distributions: the use of quasi Bayesian estimation techniques. **Economic Perspectives**, Federal Reserve Bank of Chicago, p. 2-13, 1997.

WEST, K.; CHO, D. The predictive ability of several models of exchange rate volatility. **Journal of Econometrics**, v. 69, p. 367-391, 1995.