CONHECIMENTO DOS PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS SOBRE PROBLEMAS DE ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS

José Aires de Castro Filho[1]
Ingrid Louback de Castro Moura[2]

Resumo

O trabalho investigou o conhecimento apresentado por professores em problemas de estruturas aditivas e multiplicativas. Foram submetidos a um teste vinte e sete professores das quatro primeiras séries do ensino fundamental da rede pública, composto de 14 questões de estruturas aditivas e 10 de estruturas multiplicativas. A média de acertos foi 20,3 (escore máximo 24). Embora a média tenha sido alta, os erros dos professores concentraram-se em três tipos de problemas: relação de medidas (estruturas aditivas), proporção e fração (estruturas multiplicativas). As dificuldades dos professores foram semelhantes às dificuldades apresentadas por alunos. Além disso, a grande maioria dos sujeitos apresentou problemas no desenho dos diagramas de Vergnaud, usados para representar problemas de estruturas aditivas. Os professores deixaram de desenhá-los, cometeram erros de representação e confundiram os diferentes tipos de diagramas, demonstrando um conhecimento superficial das estruturas aditivas. Esses dados são preocupantes se levarmos em consideração o fato de que o nível do teste era de 2º ciclo e que os sujeitos eram professores. O esperado seria que os professores acertassem todas as questões do teste, uma vez que deverão ajudar os alunos a superarem as dificuldades.

Palavras-chave: conhecimento dos professores – estruturas aditivas e multiplicativas – diagramas de Vergnaud.

Abstract: Teachers Knowledge Concerning Additive and Multiplicative Structures

The present work investigated teacher's knowledge concerning additive and multiplicative structures. A test, composed of 24 items was applied to twenty-seven public primary school teachers. The average score was 20,3. Even though the teachers' score was high, errors were found mainly in three types of problems: comparison of measures, proportion and fractions. Teacher's difficulties were similar to those of elementary school students. In addition, the great majority of teachers showed difficulties in drawing Vergnaud's diagrams used to represent problems from additive structures. The teachers did not draw the diagrams, made representation errors and mixed up the different types of diagrams. The data raises concern about teachers´ knowledge, considering that they were submitted to tests at most of fourth grade level questions. It was expected that teachers would answer correctly all the test items, since they are suposed to help students surpass these dificulties.

Key words: Teachers' knowledge – Additive and Multiplicative structures – Vergnaud's Diagrams.

Introdução

Resultados do Sistema Permanente de Avaliação do Estado do Ceará (SPAECE) e do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) indicam que a matemática é uma disciplina difícil para os alunos (CASTRO-FILHO, GOMES, BARRETO e LIRA, 2002, FONTANIVE et al., 2000). Pesquisas em educação matemática também têm demonstrado que esses apresentam dificuldades em problemas de adição e multiplicação, especialmente nos mais complexos e menos utilizados pela escola e pelos livros didáticos, e que estas dificuldades podem ser conseqüência da falta de variedade dos problemas ensinados em sala de aula (PESSOA, 2001).

Os PCN de matemática utilizam a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1997) como

[1] PhD em Educação pela Universidade de Texas, Austin. Professor da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. E-mail: j.castro@ufc.br.
[2] Graduada em Pedagogia, ex-bolsista do Programa Especial de Treinamento (PET) da Universidade Federal do Ceará. E-mail: ingridlouback@yahoo.com.br.

uma das bases para abordar os conteúdos de matemática, de modo que professores compreendam os processos e dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas. Dessa forma, oferecem um maior embasamento teórico, tornando o professor mais capacitado para introduzir e desenvolver esses conceitos em sala de aula (MAGINA et al., 2001). Para Vergnaud (1986), alunos apresentam mais dificuldades em problemas que trazem uma falsa pista em seu enunciado, por exemplo, quando contêm a palavra "menos ou perdeu", mas, ao invés de se tratar de uma operação de subtração, o problema requer uma adição. Os professores devem tomar conhecimento dessas dificuldades e de como trabalhá-las com seus alunos. Também devem saber que situações-problema diferentes requerem estratégias de resolução diferentes. Por último, devem dar menos importância às palavras-chave que, muitas vezes, levam a raciocínios contrários ou a falsas pistas, e trabalhar mais os enunciados dos problemas e sua compreensão aprofundada. Vergnaud (Op. cit.) divide os conceitos matemáticos em diversos campos conceituais, entre eles os das estruturas aditivas e multiplicativas.

As dificuldades dos alunos muitas vezes são conseqüência da forma como a matemática é ensinada tradicionalmente, em que quase não se trabalha a compreensão do enunciado do problema, e se dá uma ênfase excessiva ao cálculo numérico e às palavras-chave (VASCONCELOS, 1998). Professores têm um papel fundamental na superação dessas dificuldades. Diversos autores comentam a importância de que os professores conheçam profundamente o conteúdo que vão ensinar (SCHULMAN, 1986; FENNEMA & FRANK, 1992; BALL, 1991). Da mesma forma, professores devem dominar diversas formas de apresentação do conteúdo e diferentes maneiras de se representar e resolver problemas matemáticos (MA, 1999, SCHULMAN, 1986). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também ressaltam a importância da formação dos professores para uma melhoria da qualidade do ensino (BRASIL, 1997).

O presente artigo apresenta os resultados de um estudo quantitativo e qualitativo acerca do desempenho apresentado por professores das séries iniciais do ensino fundamental em problemas envolvendo os conceitos de estruturas aditivas e multiplicativas. Antes de descrever o estudo, tais conceitos serão explicados.

Estruturas Aditivas

Diferente do que se pensa, para dominar as estruturas aditivas não basta que o aluno saiba "fazer continhas de mais ou de menos" ou conhecer os algoritmos, mas sim, ser capaz de desenvolver diversas situações-problema. A interpretação e a resolução de um problema variam de acordo com a forma pela qual ele é proposto, pois dependendo de como uma situação é colocada, uma conta simples como 6 + 2, por exemplo, pode se tornar uma operação aritmética difícil de resolver. Vergnaud (1982) propõe representar as situações-problema das estruturas aditivas através da utilização de diagramas, explicados a seguir:

a) Composição de Medidas (combinação)

Essas situações envolvem problemas de *parte-todo*, em que se junta uma parte a outra parte para se obter o todo, ou então, subtrai-se uma parte do todo para se obter a outra parte. Nessa situação, só estão envolvidos números naturais, que são representados em quadrados. Um exemplo é: Carolina convidou oito meninas e cinco meninos para sua festa de aniversário. Quantas crianças ela convidou ao todo? Esse problema está representado na Figura 1, em que as oito meninas são uma parte que deve ser somada aos cinco meninos, outra parte, para assim, descobrir-se quantas crianças Carolina convidou para sua festa (todo).

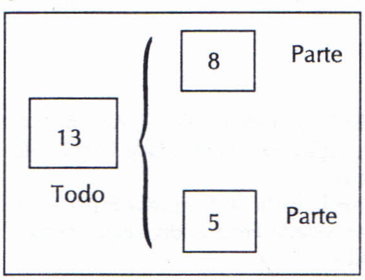

Figura 1 – Diagrama de Composição de Medidas

b) Transformação de Medidas (mudança)

Nessas situações uma *quantidade inicial* se modifica através de um *acréscimo ou decréscimo*, chegando a uma *quantidade final*. A idéia temporal está sempre envolvida nessas situações. Os números envolvidos são naturais ou relativos (podem ser positivos ou negativos), representados respectivamente por quadrados ou círculos. Por exemplo: Júlia tinha oito balas e deu três para Lucas. Com quantas ela ficou? Júlia tinha oito balas no estado inicial e após ter dado três para Lucas, essa quantidade sofreu uma transformação, restando apenas cinco (Figura 2).

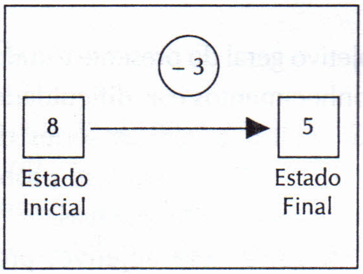

Figura 2 – Diagrama de Transformação de Medidas

c) Relação entre Medidas (comparação)

Nos problemas de relação entre medidas, uma quantidade (referente) é comparada a outra quantidade (referido) através de uma relação. O referido e o referente são números naturais (quadrados) e, a relação é um número relativo (círculo). Exemplo: Bruna tem oito brigadeiros. Felipe tem cinco brigadeiros a mais que Bruna. Quantos brigadeiros tem Felipe? O referente é a quantidade de brigadeiros de Bruna (oito), a relação é +5 e o referido é a quantidade de Felipe. Essa situação está representada na Figura 3.

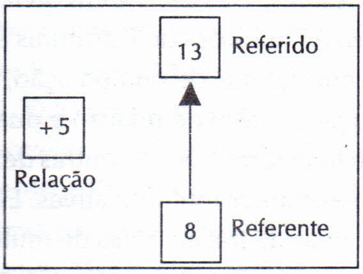

Figura 3 – Diagrama de Relação entre Medidas

d) Composição de transformação

Os problemas de composição de transformação são considerados problemas mistos, porque envolvem simultaneamente mais de um raciocínio aditivo, num mesmo problema. Um exemplo é: Carla foi passear e levou vários biscoitos. Primeiro ela comeu oito e guardou o resto. Depois, Carla comeu mais cinco biscoitos. Quantos biscoitos Carla comeu ao todo? A Figura 4 mostra o valor das duas transformações (oito e cinco).

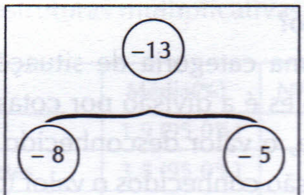

Figura 4 – Diagrama de Composição de Transformação

Vergnaud menciona ainda outros tipos de situações-aditivas, no entanto, essas são as categorias utilizadas no presente trabalho. Além dos problemas de estruturas aditivas, o autor também define o campo das estruturas multiplicativas, o qual será explicado a seguir.

Estruturas Multiplicativas

Segundo Castro-Filho, Barreto, Gomes e Lira (2002), os problemas de estruturas multiplicativas são divididos em duas categorias: as situações multiplicativas simples e as complexas. As situações multiplicativas simples envolvem problemas próximos das situações aditivas, nos quais, um grupo de objetos é agrupado ou distribuído em conjuntos equivalentes, sem resto. Todos esses problemas utilizam três quantidades: o valor total de objetos, o número de partes ou de grupos e o valor de cada parte (quota), isto é, quantos objetos cada parte possui. Dependendo de qual dos três valores é desconhecido, o problema é de multiplicação, divisão por partes ou, divisão por cotas (CARPENTER et al., 1999). Em um problema de multiplicação, o valor desconhecido é o valor total. Já, o número de partes e o valor de cada parte são conhecidos. O valor total é determinado multiplicando-se o número de partes pelo valor de cada parte. Eis um exemplo desse tipo de problema: um carro tem quatro pneus. Quantos pneus têm cinco carros?

Na divisão por partes, o valor desconhecido é o valor de cada parte, enquanto que, o valor total e o número de partes são conhecidos. Divide-se o valor total pelo número de partes para se encontrar o valor de cada parte. Um exemplo é: cinco carros têm vinte pneus. Se todos os carros têm a mesma quantidade de pneus, quantos pneus têm um carro?

A última categoria de situações multiplicativas simples é a divisão por cotas. Nesse tipo de problema, o valor desconhecido é o número de partes, e são conhecidos o valor total e o valor de cada parte. O número de partes é encontrado dividindo-se o valor total pelo valor de cada parte. Por exemplo: quantos carros podem ser feitos com vinte pneus, se cada carro tem quatro pneus?

As situações multiplicativas complexas envolvem a coordenação de duas variáveis como, por exemplo, preço por unidade, quilômetros por hora etc. Estas quantidades são medidas usando-se uma razão, e baseiam-se no esquema de pensamento que Inhelder e Piaget (1976) denominam esquema de proporcionalidade, o qual constituiria uma conquista do estágio operacional formal. Nesse caso, estão envolvidos os problemas de razão e proporção (quarta proporcional) e de fração. Em nosso estudo, utilizamos duas dessas categorias: a proporção e a fração. Os problemas de proporção envolvem uma proporção simples e direta, que mantém constante uma relação entre pares de números, por exemplo: uma garrafa de Coca-cola dá para encher cinco copos. Se 35 copos foram cheios, quantas garrafas de Coca-cola foram usadas? Já os problemas de fração estão ligados à idéia de divisão de "um todo" em partes iguais, de modo a esgotar completamente o todo considerado. Por exemplo: Numa festa na escola, a professora trouxe um bolo para a classe e o dividiu em 30 partes iguais. Ela deu uma fatia para cada um dos 17 alunos que estavam na festa. Qual a fração do bolo que restou?

Para que haja uma melhoria no ensino das estruturas aditivas e multiplicativas, é necessário que o professor conheça as dificuldades e as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas aritméticos, a caracterização dos diversos tipos de problemas e as razões que fazem com que alguns sejam considerados mais difíceis que os outros (VASCONCELOS, 1998). No presente trabalho, propomo-nos a examinar os conhecimentos de professores acerca das situações aditivas e multiplicativas.

Metodologia

O objetivo geral do presente estudo foi identificar os conhecimentos e as dificuldades de professores das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental (1° e 2° ciclos), em problemas de estruturas aditivas e multiplicativas.

Para chegar a esse objetivo, procuramos verificar o desempenho obtido por professores em um teste com 24 questões envolvendo problemas de estruturas aditivas e multiplicativas. Além do desempenho, analisamos também, o conhecimento de professores a respeito dos diagramas de Vergnaud nas estruturas aditivas, em particular quais os tipos de erros cometidos por esses professores na representação desses diagramas.

Participaram como sujeitos da pesquisa, 27 professores das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental da rede pública, alunos da disciplina "Metodologia do Ensino da Matemática" de um curso de pós-graduação, oferecido por uma universidade pública no Ceará.

O teste aplicado era de múltipla escolha com 24 questões. Dessas, 14 envolviam estruturas aditivas. As questões de estruturas aditivas dividiam-se em: quatro de composição, quatro de transformação, quatro de relação e duas de composição de transformação. As outras dez questões envolviam estruturas multiplicativas. Essas dividiam-se em: duas de fração, duas de multiplicação, duas de proporção e quatro de divisão, sendo duas de divisão por cotas e duas de divisão por partes.

Foi solicitado aos sujeitos que resolvessem as questões do teste e desenhassem o diagrama de Vergnaud para as situações aditivas correspondentes ao tipo de problema. Os sujeitos tiveram um período de duas horas para resolver o teste.

A análise quantitativa constou do cálculo da média de acertos para todo o teste e para cada tipo de estrutura (aditiva e multiplicativa), feita com o auxílio do software SPSS (Statistical Package for the Social Sciences). Na análise qualitativa foram observados os tipos de erros encontrados na confecção dos diagramas propostos por Vergnaud para os problemas de estruturas aditivas.

Resultados

A média de acertos no teste foi de 20,3 (máximo de 24), com um desvio padrão de 3,1. A Tabela 1 mostra a média de acertos para cada categoria das estruturas aditivas, a qual teve uma média geral de 11,8 (máximo de 14).

TABELA 1 – Média de acertos nos problemas de estruturas aditivas

Categoria	Média (%)	Nº de questões
Composição de medidas	3,7 (92,5%)	4
Transformação de medidas	3,5 (87,5%)	4
Relação de medidas	2,8 (70,0%)	4
Composição de transformação	1,8 (90,0%)	2

Observa-se que os professores apresentaram mais dificuldades com a categoria de relação de medidas, acertando menos que todas as outras, inclusive a categoria de composição de transformação, um tipo de problema misto. Os erros se deram principalmente nas questões que envolviam relações inversas como as do enunciado: Rosa tem R$ 12,00 a mais que Fátima. Se Rosa tem R$ 27,00 quantos reais Fátima tem? Apenas 11 dos 27 sujeitos (40,74%) acertaram essa questão. Tais dados assemelham-se aos resultados encontrados por Vergnaud (1982) que identificou os problemas de relação de medidas como os mais difíceis, por envolverem comparações indiretas que precisam ser realizadas mentalmente. O curioso em nosso estudo é que se esperava que professores não apresentariam dificuldades em nenhuma das categorias.

Nas questões de estruturas multiplicativas os sujeitos acertaram uma média de 8,5 questões (máximo 10). As médias para cada categoria estão apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Média de acertos nos problemas de estruturas multiplicativas.

Categoria	Média(%)	Nº de questões
Multiplicação	1,9 (95,0%)	2
Divisão por partes	3,8 (95,0%)	4
Divisão por cotas	3,7 (92,5%)	4
Proporção	1,6 (80,0%)	2
Fração	1,3 (65,0%)	2

Verificou-se, ainda, que 88,9% dos sujeitos acertaram todas as questões de multiplicação, 81,5% acertaram as quatro questões de divisão, 70,4% as de proporção e, apenas 40,7%, acertaram as duas questões de fração. Enquanto os professores tiveram um ótimo desempenho nas questões de multiplicação e divisão, apresentaram dificuldades nas questões de proporção e, principalmente nas de fração. Por exemplo, apenas 14 dos 27 sujeitos (51,85%) acertaram a questão de fração envolvendo uma representação gráfica, cujo enunciado era: Numa festa na escola, a professora trouxe um bolo para a classe e o dividiu em 30 partes iguais. Ela deu uma fatia para cada um dos 17 alunos que estavam na festa. Qual a fração do bolo que restou?

Esses resultados assemelham-se a dados de estudos realizados com alunos (INHELDER & PIAGET, 1976; NUNES & BRYANT, 1999) que indicam dificuldades de alunos com problemas de proporção e de fração. No entanto, ressalte-se mais uma vez que os professores deveriam apresentar um melhor desempenho, uma vez que, as questões envolviam conteúdos ensinados por eles nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Observando-se as médias gerais, verifica-se que os professores tiveram o mesmo desempenho nos problemas de estruturas aditivas (média: 11,8 de 14 – 84,4%) e estruturas multiplicativas (média: 8,5 de 10 – 84,8%). Apesar do bom índice total de acertos no teste, os professores apresentaram dificuldades em conteúdos específicos, como os já comentados. De todo o teste, apenas uma questão apresentou 100% de acerto. Trata-se de uma questão de transformação entre medidas (Paulo tinha seis bolas pela manhã. À tarde, ele ganhou oito bolas. Com quantas bolas ele ficou?), uma transformação direta que envolve adição. Pode-se inferir que as dificuldades apresentadas pelos professores nessas questões de relação de medidas, proporção e fração serão transferidas para os alunos, por falta de explicação adequada ou, de ênfase nesses tipos de problemas.

Os professores também apresentaram dificuldades na confecção dos diagramas dos problemas de estruturas aditivas. A média de acertos na confecção desses diagramas foi bastante baixa, alcançando 3,1 (máximo de 14). Nenhum dos sujeitos confeccionou o diagrama misto de composição de transformação. A Tabela 3 mostra a freqüência de diagramas corretos. Verifica-se que, nenhum professor fez corretamente todos os diagramas do teste. O máximo de acertos foi de onze, resultado alcançado apenas por um professor, enquanto cinco professores não confeccionaram corretamente nenhum dos diagramas.

TABELA 3 – Freqüência de acerto na confecção dos diagramas

Número de diagramas corretos	Número de sujeitos
11	01
10	01
07	01
06	03
05	01
04	01
03	03
02	07
01	04
nenhum	05

Além do número de erros analisaram-se, ainda, os tipos de erros apresentados pelos professores, os quais estão descritos a seguir.

Erros na confecção dos diagramas

Apenas dois professores (7,4%) fizeram corretamente os quatro diagramas de composição de medidas. O Gráfico 1 mostra que 24% dos professores nem os desenharam. Entre os sujeitos que elaboraram os diagramas, os erros mais freqüentes foram confundi-lo com o diagrama de relação de medidas, e colocar uma seta no lugar da chave (18%). Muitos sujeitos, também, trocaram a representação de número natural (quadrado), confundindo-a com a de número relativo.

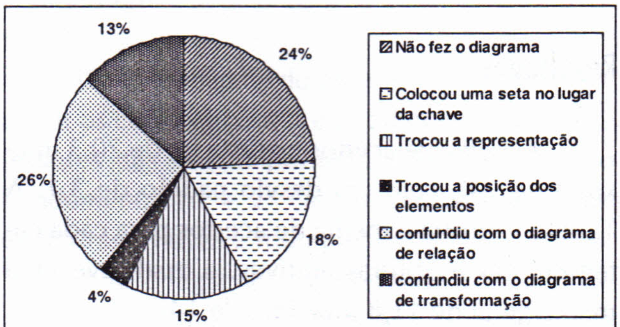

GRÁFICO 1 – Tipos de erros nos diagramas de composição de medidas.

Apenas seis professores (22,2%) fizeram corretamente todos os diagramas de relação entre medidas, enquanto que 30% dos professores não chegaram nem mesmo a confeccioná-los (Gráfico 2). Os erros concentraram-se no esquecimento ou na troca do sinal do número relativo (25%) e, na troca da posição das quantidades iniciais e finais (30%). Os sujeitos, também, confundiram esses problemas com os de composição (5%) e os de transformação de medidas (7%).

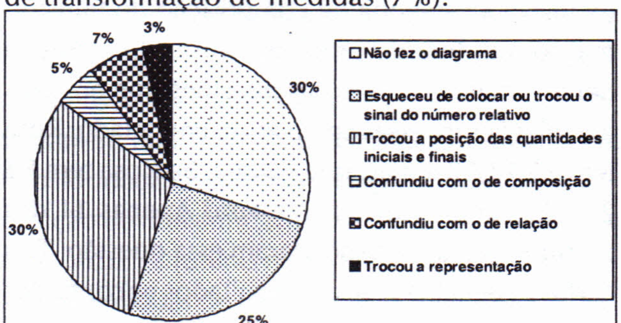

Gráfico 2 – Tipos de erros nos diagramas de relação

Nenhum dos professores do total de 27 professores confeccionou corretamente os quatro diagramas de transformação de medidas. 27% não os confeccionaram (Gráfico 3). Os tipos de erros mais freqüentes foram confundir o diagrama de transformação com o de composição de medidas (38%) e a troca da posição dos referentes e referidos (15%).

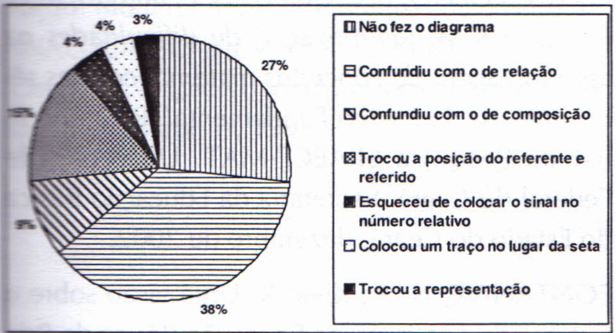

GRÁFICO 3 –Tipos de erros nos diagramas de transformação

Os resultados indicam que o conhecimento apresentado pelos professores-alunos na confecção dos diagramas de Vergnaud para as estruturas aditivas é limitado. Além de muitos erros verifica-se que, em geral, cerca de 30% dos professores não chegaram, nem mesmo, a tentar confeccionar o diagrama nas situações de composição, transformação e relação de medidas. No caso da composição de transformação, nenhum professor tentou elaborar o diagrama.

Em conjunto, verificamos que o conhecimento dos professores acerca das estruturas aditivas e multiplicativas é insatisfatório. A implicação desse desempenho será discutida a seguir.

Conclusão

Apesar da média de acertos no teste ter sido alta (20,3), esse resultado precisa ser relativizado se levarmos em consideração o fato de que, o nível do teste era de 2º ciclo e que, os sujeitos eram professores graduados e alunos de um curso de pós-graduação. O esperado seria que os professores acertassem todas as questões do teste, uma vez que vão ensinar para os alunos esses conteúdos. Além disso, os erros não foram aleatórios, mas concentraram-se em tipos de problemas sobre os quais a literatura registra que, os alunos possuem dificuldades (relação de medidas, proporção e fração). Esse fato constitui um dado inquietante já que há uma relação entre o que os professores sabem e como eles ensinam em sala de aula (CARVALHO, 2000).

Quanto à confecção dos diagramas de Vergnaud, verificou-se que as dificuldades foram ainda maiores. A grande maioria dos sujeitos apresentou dificuldades na representação dos dados dos problemas, através desses diagramas, deixando de confeccioná-los, cometendo erros e confundindo, na maioria das vezes, os tipos, além do fato de nenhum dos sujeitos ter elaborado o diagrama de composição de transformação.

O fato dos professores apresentarem um conhecimento limitado dos diagramas não significa uma incapacidade para ensinar esse conteúdo a seus alunos. No entanto, conhecer os diagramas, adequadamente, poderá ajuda-los a utilizar outras formas de representar conteúdos das estruturas aditivas aos alunos, bem como, a compreenderem melhor os processos utilizados na resolução de problemas e as dúvidas apresentadas por seus alunos. Portanto, é preocupante que esses professores, mesmo tendo sido orientados sobre a teoria dos campos conceituais e os diagramas de Vergnaud, não saibam representar corretamente as estruturas aditivas, tornando-se por isso menos instrumentalizados para ensinar esse conteúdo para seus alunos.

Schulman, citado por Sztajn (2002, p. 19), afirma que ensinar é antes de tudo, entender e que o professor deve compreender a disciplina que irá ensinar de diversas formas, pois é o conjunto de saberes que distingue aquele que apenas sabe uma disciplina daquele que é capaz de ensiná-la. Brophy, citado por Sztajn (2002, p. 20) conclui: Professores eficazes não apenas conhecem seu assunto; eles sabem que aspectos apresentar para diferentes alunos e como representar o conteúdo para que eles possam entendê-lo, e também apreciá-lo.

É preciso registrar as limitações deste estudo. A amostra foi composta de apenas um grupo de professores. Pode-se argumentar que talvez esses professores não tivessem se preparado adequadamente para o teste. É preciso, então, verificar se as mesmas dificuldades seriam constatadas em uma amostra maior. São, ainda, necessários estudos que investiguem o conhecimento matemático dos professores de forma mais aprofundada. Por exemplo, em situações de entrevistas os professores apresentariam o mesmo tipo de erro? Uma outra possibilidade seria observar os conhecimentos apresentados por professores no momento em que estão ensinando esses conceitos para verificar quais as dificuldades conceituais apresentadas.

Antes de finalizar faz-se necessária uma última consideração. No momento em que se fala em instituir testes para avaliar o conhecimento dos professores e premiar aqueles com melhor desempenho, torna-se indispensável também promover oportunidades para que os professores reflitam sobre seus erros, e possam ter possibilidades de aprimorar sua formação em processos permanentes de capacitação. Ao entender melhor os conceitos, o professor estará mais instrumentalizado para introduzi-los e desenvolvê-los em sala de aula.

Referências Bibliográficas

BAll, D. L. Research on teaching mathematics: Making subject-matter knowledge part of the equation. In J. E. Brophy (ed.), *Advances in research on teaching: v. 2. Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction.* Greenwich, CT: JAI Press, 1991, p. 1-48.

BRASIL. *PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática.* Secretaria de Educação Fundamental – Brasília, 1997.

CARPENTER, T. P. and Fennema, E. Cognitively Guided Instruction: A Knowledge Base for Reform in Primary Mathematics Instruction. *Elementary School Journal* 1997, p. 3-20.

CARVALHO, F. G. M. Avaliação em matemática e implicações na formação docente. *Ensaio: aval. Pol. Públ. Educ.* Rio de Janeiro, v. 8, n. 26, p. 65-80, jan/mar. 2000.

CASTRO-FILHO, J.A., Gomes, A.S., Barreto, M.C. e Lira, A.K.M. *Identificação de dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos nas séries iniciais do Ensino Fundamental.* Relatório final da Pesquisa SPAECE-MAT. Universidade Federal do Ceará. Secretaria da Educação Básica do Estado do Ceará, dezembro de 2002.

FONTANIVE, N. S., Klein R. Uma visão sobre o Sistema de Avaliaçao da Educação Básica do Brasil – SAEB. *Ensaio: aval. Pol. Públ. Educ.* Rio de Janeiro, v. 8, n. 29, p. 409-442, out/dez. 2000.

INHELDER, B e Piaget, J. *Da lógica da criança à lógica do adolescente:* ensaios sobre a construção das estruturas operatórias formais. São Paulo, Pioneira, 1976.

MA, L. *Knowing and Teaching Elementary Mathematics:* teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey, 1999.

MAGINA, S. et al. *Repensando adição e subtração:* contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES T. e Bryant P. *Crianças fazendo matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PESSOA, C. A S. Resolução de problemas: uma análise sobre suas estratégias. *Anais do VII Encontro Nacional de Educaçao Matemática.* Rio de Janeiro, 2001.

______. Resolução de problemas: conhecimentos do aluno X conhecimentos do professor. *Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática.* Rio de Janeiro, 2001.

ROCHA, M. M. S. A Prática avaliativa de professores de Matemática no Ensino Fundamental. *En-*

saio: aval. pol. públ. Educ. Rio de Janeiro, v. 5, n. 14, p. 49-58, jan/mar. 1997.

SCHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14, 1986.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: ANALÚCIA SCHLIEMANN e DAVID CARRAHER (Orgs). A *Compreensão de Conceitos Aritméticos*. São Paulo: Papirus, 1998.

VERGNAUD G. A Classification of cognitive task and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: T. P. Carpenter, J. M. Moser, e T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction:* a cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum, p. 39-59, 1982.

VERGNAUD G. The nature of mathematical concepts. In: T. Nunes e P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics:* An international perspective. Hove: psychology press, 1997, p. 5-28.