

UM ESTUDO SOBRE O DESEMPENHO E EFICIÊNCIA DOS GRÁFICOS DE CONTROLE POR GRUPOS EM PROCESSOS PARALELOS ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DO MÍNIMO E DO MÁXIMO

MAX BRANDAO DE OLIVEIRA (UFC)
maxbrandao@gmail.com

Joao Welliandre Carneiro Alexandre (UFC)
jwca@ufc.br

Alan Pereira de Vasconcelos (FANOR)
alan.vasconcelos08@yahoo.com.br

SILVIA MARIA DE FREITAS (UFC)
silvia_m_d_freitas@yahoo.com.br



Os gráficos de controle tradicionais de Shewhart são limitados como ferramentas de monitoramento de processos paralelos, aqueles cujos produtos decorrem de diferentes fluxos de produção, pois as amostras podem ser originadas de populações distintas, consequência ou da variabilidade longitudinal (entre os subgrupos), que pode apresentar características diferentes, ou da variabilidade transversal (dentro de cada subgrupo). Uma solução é gerar um gráfico de controle para cada fluxo no modelo tradicional de Shewhart, entretanto, esse processo tornaria o controle difícil e burocrático, uma vez que seria necessário construir um gráfico para cada fluxo, inviável, na prática, principalmente quando esse número for relativamente grande; outra solução é a adoção do gráfico de controle por grupos (GG), que permite o controle de múltiplos fluxos através de um único gráfico que consiste, no caso do monitoramento da média do processo, em plotar o maior e menor valor da média amostral. O objetivo, portanto, deste trabalho, é apresentar os resultados um estudo do GG, através da simulação das distribuições do mínimo e do máximo, em termos de seu desempenho e eficiência em detectar uma alteração na média e variância do processo, com relação ao modelo de Shewhart, em processos paralelos. Teoricamente não existe fórmula fechada para essas estatísticas de ordem e, portanto, os resultados serão obtidos por meio de simulação executadas com o software livre R. Como um dos resultados o artigo mostra que à medida que aumenta o número de fluxos o gráfico por grupos tenderá a ter uma eficiência equivalente ao modelo de Shewhart.

Palavras-chaves: Gráficos por Grupos, Processos Paralelos, Simulação, Distribuição do mínimo e do máximo.

1. Introdução

Na indústria de transformação existem produtos que são decorrentes de vários fluxos de produção, denominados geralmente de processos paralelos.

O modelo de gráfico de controle proposto por Shewhart (1931) originalmente é adequado aos processos com único fluxo de produção, e a aplicação desse modelo em processos paralelos elevaria os custos e o tempo de inspeção dos produtos, além de tornar a análise e a execução do modelo complexa e burocrática.

Outra afirmação dentro dessa abordagem é dita por Ramos (2000) ao afirmar que na formação dos subgrupos para análise da estabilidade estatística do processo, chamados de subgrupos racionais, recomenda-se que não se devem misturar produtos de diversos fluxos de produção como uma única amostra, pois as diferenças entre eles, reveladas pelo gráfico de controle geral, podem ser consequência da questão de estratificação dos subgrupos, uma vez que cada fluxo traz consigo características próprias.

Por essas razões Boyd (1950) apresenta uma solução alternativa para contornar essa dificuldade através da construção do Gráfico de Controle por Grupos (GG), pois o mesmo permite construir um único gráfico de controle para efetuar o monitoramento de vários fluxos de produção: o procedimento consiste em plotar a maior e menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude.

No início, as primeiras aplicações consistiam em construí-los para uso em máquinas de eixos múltiplos e em baterias das máquinas similares, onde somente uma característica da qualidade era considerada. Hoje, os gráficos são amplamente utilizados em processos paralelos.

Apesar de ser descrito pela primeira vez em 1950, na literatura ainda existem carências de estudos com GG. Grimshaw & Bryce (1999) contribuem para essa literatura ao propor os limites de controle para o GG com base na mesma taxa de alarmes falsos do gráfico tradicional de Shewhart, um alarme falso a cada 370 inspeções, em média. Contudo, esses autores não determinam a estrutura probabilística, o desempenho e eficiência do modelo e não citam exemplos práticos da aplicação dos GG, cujo motivo, em muitas situações é a indisponibilidade dos dados para a coleta, por algumas empresas, o que é natural diante do sigilo das informações que se observa em vários setores produtivos, motivado em muitas situações pela concorrência capitalista.

Nessa mesma linha, Vasconcelos (2009) e Vasconcelos *et al.* (2010) determinam o desempenho e a eficiência dos GG com relação ao modelo de Shewhart e apresentam uma aplicação prática. Esses autores abordam o caso de independência no processo e utilizam a distribuição exata associada às médias amostrais.

Este artigo segue, portanto, a mesma linha desses trabalhos. Tem como objetivo apresentar os resultados de um estudo sobre o desempenho e eficiência dos GG com relação a Shewhart aplicando, agora, a distribuição do mínimo e do máximo das médias amostrais plotadas para o gráfico para as médias. Conforme desenvolvimento a ser mostrado, não existe fórmula fechada para essas estatísticas de ordem e , portanto, os resultados serão obtidos por meio de simulação executadas com o *software* livre R. Destaca-se que a técnica proposta por este artigo surge como uma alternativa computacional ao trabalho de Vasconcelos (2009) e Vasconcelos (2010), contudo, este trabalho tem a proposta de contribuir, também, para o estudo do GG em processos onde não há independência na característica da qualidade a ser monitorada e, neste caso, não é possível o estudo por meio de distribuição exata.

No desenvolvimento deste artigo serão apresentadas, nas próximas seções, discussões sobre processos paralelos, Gráfico de Controle por Grupos e sua aplicação, distribuições do mínimo e do máximo e simulação.

2. Uma discussão sobre processos paralelos

A literatura define, em geral, três tipos de Controle Estatístico do Processo (CEP) conforme o sistema de produção adotado pela indústria (RAMOS, 2000): o CEP tradicional, que é empregado onde há uma grande quantidade de informação disponível e os produtos manufaturados costumam ser discretos (unidades individuais). É aplicado à produção em massa, produção intermitente e também ao processo contínuo; o CEP para pequenos lotes, que é empregado onde há pouca informação e uma grande diversificação de produtos que se utilizam do mesmo equipamento. É aplicado na produção intermitente e enxuta; e o CEP para processos contínuos ou em batelada, cuja aplicação é adequada para processos de natureza contínua, o que dificulta a definição precisa do que seja uma unidade do produto, tem baixo ou alto volume de produção, assim como diferenciação de produto, e é normalmente produzido pelo mesmo equipamento.

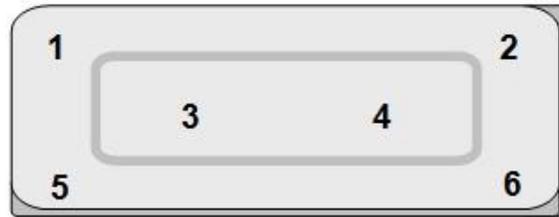
É de se ressaltar que, quando aplicado em processos contínuos, o CEP traz algumas dificuldades que costumam ocorrer, entre elas, destacam-se os múltiplos fluxos de produção como, por exemplo, produção decorrente de diferentes máquinas, linhas de produção, cabeçotes, posições, etc. Isto ocasiona dois problemas: a necessidade de vários gráficos de controle tradicionais de Shewhart - um para cada fluxo, e a dificuldade na formação de subgrupos para análise do processo, pois, não se devem misturar causas que afetam o processo, decorrentes de diferentes fluxos de produção, na formação dos subgrupos.

É importante afirmar que em determinados processos, há a necessidade de se controlar dois tipos de variação: longitudinal e transversal. Outro aspecto a se considerar é que no gráfico tradicional de Shewhart, os limites de controle são baseados na variabilidade longitudinal do processo. Como contribuição para essa discussão cabe destacar o que pode ser visto em (RAMOS, 2000):

- Há processos que, mesmo com apenas um fluxo, é possível existir fontes de variações longitudinais e transversais. Como ilustração, pode ser citada a indústria de produtos da linha branca e, em particular, a fabricação de geladeira onde o objetivo é monitorar a altura da camada de tinta das laterais, cujas medidas são conforme a posição superior, meio e inferior da lateral (Figura 1): se o objetivo é comparar as posições, a fonte de variação é considerada transversal (fontes que levam à variação nas medidas dentro de cada lateral, como por exemplo, ondulações na chapa, altura da chapa, etc); caso o objetivo seja monitorar a quantidade de tinta ao longo do processo, as fontes de variações são longitudinais (associadas a diferenças entre turnos, matérias primas, fornecedores, etc.).
- Em processos paralelos a variação transversal tem origem mais evidente e pode ser mais acentuada. Cada fluxo de produção tem controle independente e, portanto, origens diferentes de variação. Como ilustração, seja o envase simultâneo de líquidos em n produtos (garrafas) de uma indústria de bebidas, com cada produto envasado por um fluxo de produção. A variabilidade transversal corresponde a variação em cada instante de tempo dos n produtos. Caso haja o interesse de se investigar a variabilidade longitudinal deve-se considerar a variação ao longo do tempo.

Em ambas as situações duas abordagens para a construção dos gráficos de controle se apresentam: a primeira é considerar os fluxos dependentes (correlacionados) – é o caso de

monitorar diferenças entre as alturas da camada de tinta. Assim, cada posição da lateral pode ser visto como um fluxo de produção; o segundo é considerar os fluxos independentes (não-correlacionados) – onde os fluxos são ajustados independentemente. Uma ilustração para esse caso é o envase de líquidos, citado acima, onde é assumido que cada punção é ajustada de forma independente.



Fonte: Alexandre *et al.* (2006).

Figura 1: Lateral Externa do fogão

3. Os gráficos de controle por grupos

A elaboração e aplicação do gráfico por grupo é bastante prática e objetiva, cujo princípio fundamental está na formação dos subgrupos e sua configuração geral organizada em uma planilha de dados, esquematizada na Tabela 1. Com base na Figura 1, será feita uma ilustração da organização da planilha de dados para a aplicação do GG, pois a mesma, do ponto de vista didático, é mais simples por apresentar somente três fluxos de produção.

O esquema do controle tem dois objetivos preliminares (MORTELL & RUNGER, 1995):

- Detectar um deslocamento na média de todos os fluxos;
- Detectar um deslocamento na média de um fluxo individual do produto.

Grupo	Amostra	Posição	Produto 1	...	Produto k	Média	Amplitude
1	1	Superior	$X_{1,1}$...	$X_{1,n}$	\bar{X}_1	R_1
	2	Meio	$X_{2,1}$...	$X_{2,n}$	\bar{X}_2	R_2
	3	Inferior	$X_{3,1}$...	$X_{3,n}$	\bar{X}_3	R_3
.
.
.
m	k - 2	Superior	$X_{k-2,1}$...	$X_{k-2,n}$	\bar{X}_{k-2}	R_{k-2}
	k - 1	Meio	$X_{k-1,1}$...	$X_{k-1,n}$	\bar{X}_{k-1}	R_{k-1}
	k	Inferior	$X_{k,1}$...	$X_{k,n}$	\bar{X}_k	R_k

Fonte: Alexandre *et al.* (2006)

Tabela 1 – Modelo de organização da planilha de dados

Os limites de controle são calculados da mesma forma do modelo tradicional, isto é,

$$LSC_X = \mu_X + L\sigma_X$$

$$LC = \mu_X$$

$$LIC = \mu_X - L\sigma_X$$

onde X é a característica da qualidade monitorada, μ_X e σ_X são respectivamente, a média e desvio padrão da distribuição de X . LSC_X , LIC_X , e LC_X são os limites superior e inferior de controle e a linha central, respectivamente, e L é o fator de largura do intervalo. Para maiores

detalhes sobre o método tradicional de Shewhart ver (MONTGOMERY, 2001). A característica fundamental do gráfico de controle por grupos é o fato de que a informação responsável por resumir todos os fluxos do processo está representada por um simples e único gráfico de controle.

Para os gráficos da média e da amplitude, adotam-se as seguintes etapas para sua construção:

- a) Inicia-se a elaboração do gráfico através da coleta sistemática de amostras de cada fluxo, como se fossem construir gráficos para a média e para amplitude em cada fluxo, seguindo o modelo de Shewhart;
- b) Calcula-se, em seguida, a média e a amplitude para cada amostra selecionada. Para a elaboração do gráfico por grupo, retiram-se amostras de um processo sob controle e calcula-se a média geral e a amplitude média;
- c) Determinam-se limites de controle para o gráfico por grupos para a média e a amplitude da mesma forma que os calculam para o gráfico tradicional de Shewhart;
- d) Plotam-se a maior e menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude.

Se ambos não apresentarem pontos fora dos limites de controle e um comportamento aleatório, avaliação semelhante ao modelo clássico de Shewhart, é uma indicação de que o processo está sob controle; caso contrário, recomenda-se investigar, identificar e corrigir as causas que levaram a esse estado de instabilidade no processo. A Figura 2 é um exemplo de aplicação dos gráficos por grupos para a média, que será prioritariamente abordado neste trabalho.

Os sinais fora de controle, de acordo com Grimshaw & Bryce (1999), são manifestados de duas maneiras: a primeira afirma que um ponto caindo fora dos limites de controle é uma indicação que pelo menos um fluxo está fora de controle. Como cada ponto carrega o número de fluxo associado, é simples identificar qual fluxo deverá ser investigado prioritariamente; a segunda, por sua vez, assegura que se um particular fluxo constantemente aparece como menor ou maior valor no gráfico por grupo, então isto é indicação de que um fluxo pode estar fora de controle.

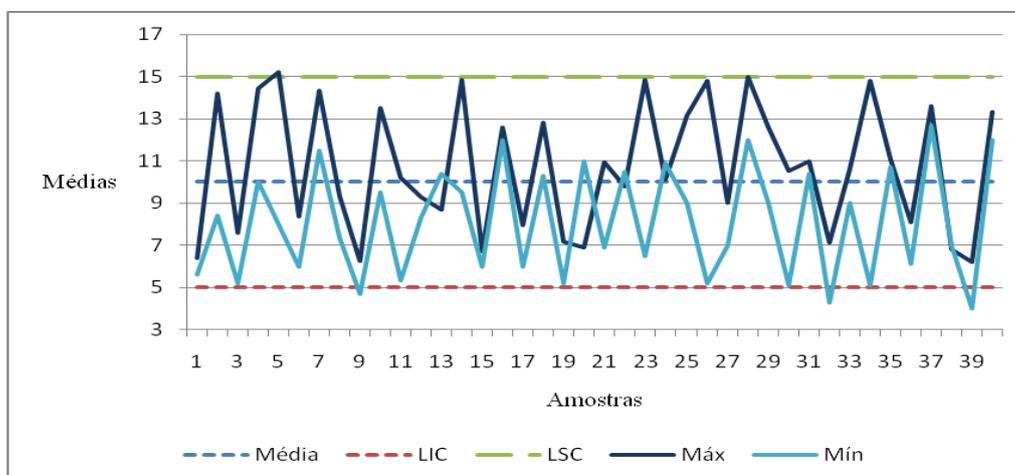


Figura 2 – Gráfico por Grupos da Média

4. Determinação das distribuições do mínimo e do máximo

Os pontos plotados na Figura 2 correspondem ao mínimo e o máximo de \bar{X} para cada fluxo,

que aqui são considerados independentes, o que permite afirmar, sob as suposições usuais para a construção do gráfico, que os pontos são oriundos das estatísticas de ordem da média de uma distribuição normal. Isto é, se as medidas dos itens selecionados forem postas em ordem, pode-se modelar uma função de densidade de probabilidade para o respectivo conjunto de dados, que é expressa da seguinte forma,

$$f(y_k) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} [\phi_{\bar{X}}(y_k)]^{k-1} [1 - \phi_{\bar{X}}(y_k)]^{n-k} f_{\bar{X}}(y_k) \quad (1)$$

onde, k é a ordem de indexação da medida de interesse, ou seja, k se refere a ordem da medida selecionada, como por exemplo, $k = 2$ está associado à estatística de ordem y_2 , que representa a segunda menor dentre as selecionadas. A partir da densidade fornecida, pode se adquirir a densidade do mínimo (y_1) e do máximo (y_n),

$$f(y_1) = n.[1 - \phi_{\bar{X}}(y_1)]^{n-1} f_{\bar{X}}(y_1)$$

$$f(y_n) = n.[\phi_{\bar{X}}(y_n)]^{n-1} f_{\bar{X}}(y_n)$$

As densidades, por outro lado, impõem grande dificuldade, já que não há uma forma fechada para distribuição do mínimo e do máximo de \bar{X} , pois ambas dependem de $\phi_{\bar{X}}(y_k)$, a função de distribuição de probabilidade de \bar{X} no ponto y_k , que não converge e conseqüentemente não possui forma exata, o que impede de prosseguir com o estudo a partir de resultados exatos, uma vez que não se poderia calculá-la através dessa função, forçando a utilização de outros recursos para a obtenção das quantidades desejadas. Para maiores detalhes ver (DAVID & NAGARAJA, 2003 ; MOOD, GRAYBILL & BOES, 1974).

Diante desse empecilho, foi utilizado um método de simulação para gerar os respectivos valores do mínimo e do máximo da média \bar{X} da distribuição normal, bem como, a partir deles, o Número Médio de Amostras (NMA) até a ocorrência do primeiro alarme falso para, em seguida, compará-los com os resultados exatos, conhecidos na literatura e obtidos pelo procedimento tradicional (VASCONCELOS, 2009).

4. O método de simulação utilizado

A simulação é baseada no método de Monte Carlo e executada por meio de um algoritmo inédito elaborado para esse fim e implementado (via programação) no *software* livre R.

O procedimento de geração dos valores citados, como ilustrado na Figura 3, é simples:

1. No início do processo, usa-se um valor, geralmente elevado, para o número de vezes que o algoritmo entrará no laço, no caso, o valor utilizado neste trabalho é 500. Então, em cada uma dessas iterações, o algoritmo gerará uma amostra de uma distribuição normal, com média $\mu = 100$ e variância $\sigma^2 = 100$, que fornece os limites inferior $LIC = 100 - 3(10/\sqrt{n})$ e superior $LSC = 100 + 3(10/\sqrt{n})$, valores iguais aos utilizados no trabalho de Vasconcelos (2009), referência já citada acima, necessário para efeito de comparação entre os dois métodos;
2. Dentro do laço de 500 ciclos, inicia-se outro que consiste em gerar uma amostra, através do *software* R, de tamanho $n = 2$ e dela será calculada a média entre as observações. Esse procedimento será repetido tantas vezes que for o número de fluxos f do processo, que será um argumento da função;
3. Dos fluxos, são selecionados somente o máximo e o mínimo das médias e verificados se

estes excedem os limites superior e inferior de controle, sendo este procedimento realizado de forma recorrente;

4. Se as quantidades estiverem fora de controle, o laço se encerra, do contrário, se estiverem sob controle, ou seja, dentro dos limites, registra no contador e inicia-se o laço novamente até que exceda os limites de controle;
5. No momento em que o máximo ou o mínimo estiverem fora dos limites, o contador para, sai do laço e registra em um vetor. Esse procedimento foi feito 500 vezes, dentro do laço externo, e, conseqüentemente, tem-se um vetor com 500 valores, cuja média fornece o Número Médio de Amostras (NMA) até que o primeiro alarme falso ocorra.

Desse vetor, foi calculado também o erro padrão com o intuito de determinar os intervalos de confiança para comparar com os valores exatos. É de se ressaltar que, com o propósito de otimizar (intensificar) o algoritmo, a geração das amostras foi feita da seguinte forma: ao invés de gerar, em f instantes, amostras de tamanho 2 e delas calcular a média, foi gerada uma amostra de tamanho $f = 3$ da média e dela escolhidos o mínimo e o máximo (a sintaxe do algoritmo de Monte Carlo pode ser verificada no Anexo). A princípio, a função do algoritmo foi executada para processos com fluxos variando de 1 a 20 e com seleção de amostras de tamanho $n = 2$.

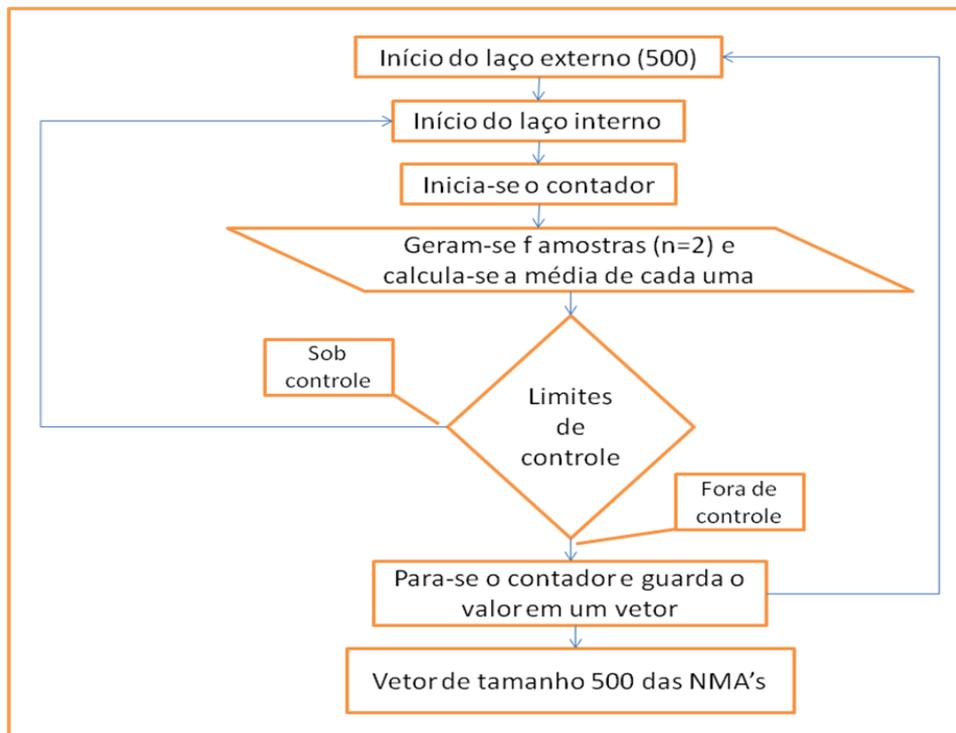


Figura 3: Fluxograma da simulação de Monte Carlo aplicada ao problema

5. Resultados e análises das simulações

A Tabela 2 apresenta os valores do NMA com relação à taxa de alarme falso e compara os valores simulados com os valores exatos. Para o NMA simulado essa tabela mostra também um intervalo com 95% de confiança.

Convém informar que, no caso de independência entre os fluxos, abordado neste artigo, o processo de construção probabilística poderia ser realizado pelo método exato (VASCONCELOS, 2009). No entanto, utilizou-se, aqui, outra alternativa para a construção

dos resultados do NMA através da distribuição do mínimo e do máximo (estatísticas de ordem) de uma normal $N(\mu, \sigma^2)$, onde se aplicou o método de Monte Carlo para simular as quantidades de interesse.

Observa-se que à medida que o número de fluxos aumenta, o número de amostras necessárias até a ocorrência de alarme falso diminui, se comparados com o modelo de Shewhart e, portanto, é necessário alterar o fator de largura do intervalo, para que se tenha para todos os fluxos a mesma taxa de alarmes falsos, 1 cada 370 inspeções em média e, assim, ser possível comparar com o modelo de Shewhart após a ocorrência de uma causa assinalável no processo.

Nº de fluxos	NMA Exato	Limite Inferior	NMA Simulação	Limite Superior
1	370,40	343,73	384,57	406,91
2	185,40	171,98	202,32	201,08
3	123,80	105,71	120,94	125,71
4	93,00	87,59	87,00	103,57
5	74,50	70,86	74,03	84,78
6	62,10	58,09	62,32	69,21
7	53,30	53,59	52,72	63,90
8	46,70	41,09	45,98	49,36
9	41,60	38,95	34,95	47,01
10	37,50	34,87	37,92	41,46
15	25,20	24,09	27,15	28,35
20	19,00	16,60	19,02	19,53

Tabela 2: Comparação do Número Médio de Amostras (NMA) entre a simulação de Monte Carlo e a distribuição exata com os limites inferior e superior do IC(95%)

Neste artigo, foi tomado como base para os novos valores da largura do intervalo, o trabalho de Grimshaw & Bryce (1999) apresentados na Tabela 3, onde v é a largura do intervalo em número de desvios padrão em torno da média do processo e f número de fluxos no processo de produção.

f	v	f	v	f	v	f	v
1	3,0000	4	3,3993	7	3,5494	10	3,6422
2	3,2049	5	3,4598	8	3,5844	15	3,7452
3	3,3198	6	3,5086	9	3,6150	20	3,8168

Fonte: Grimshaw & Bryce (1999)

Tabela 3 – Valores de v em função do nº de fluxos para manter a mesma taxa de alarme falso

Os processos produtivos estão sujeitos a sofrer alterações devido a causas especiais ocasionadas pelas variabilidades transversal e/ou longitudinal, o que implica, sob o ponto de vista computacional, incluir modificações no algoritmo de modo que se incorpore essas alterações.

Assume-se neste artigo que as causas especiais levem a alterações na média e variância do processo para, respectivamente, $\mu_1 = \mu + \delta\sigma$ e $\sigma_1^2 = \lambda^2\sigma^2$, onde $\delta \neq 0$ e $\lambda, \delta > 0$. Convém informar que o algoritmo continua seguindo os mesmos procedimentos anteriores, mas agora está mais flexível para mudar os argumentos da função que executa a simulação. Em outras palavras, os argumentos iniciais da função elaborada para executar o método de Monte Carlo estão, após a modificação, sujeitos a sofrerem variações controladas podendo ainda selecionar

quais parâmetros serão manipulados e quais se manterão fixos, situação que contribui significativamente para o estudo, pois oferece total controle dos argumentos da função, e assim torna-se possível o estudo do GG após a ocorrência de uma falha no processo.

Neste trabalho, as comparações foram efetuadas para a variação de $f = 3, 5, 10$; $\lambda = 1,5, 2, 3$ e 5 ; $\delta = 0,1, 0,3, 0,5, 1$ e 2 . Os resultados estão na Tabela 4, onde está incluída a respectiva eficiência relativa, dada pela razão entre o NMA de detecção de falhas no processo, do gráfico de controle tradicional de Shewhart e o por grupos conforme a simulação de Monte Carlo para gerar os valores do mínimo e do máximo da distribuição da média \bar{X} , e apresentados graficamente na Figura 4.

δ	λ	NMA Shewhart			NMA GG - Simulação			Eficiência Relativa		
		3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	1,5	7,394	4,684	2,544	12,268	9,782	6,856	0,603	0,479	0,371
	2,0	2,812	1,968	1,312	3,588	3,122	1,962	0,784	0,630	0,669
	3,0	1,482	1,166	1,024	1,590	1,344	1,080	0,932	0,868	0,948
	5,0	1,078	1,012	1,000	1,134	1,038	1,008	0,951	0,975	0,992
0,3	1,5	5,696	3,444	2,122	8,670	6,920	4,618	0,657	0,498	0,460
	2,0	2,796	1,764	1,236	3,280	2,492	1,778	0,852	0,708	0,695
	3,0	1,416	1,158	1,018	1,624	1,268	1,058	0,872	0,913	0,962
	5,0	1,104	1,020	1,000	1,126	1,022	1,002	0,980	0,998	0,998
0,5	1,5	3,738	2,540	1,692	5,896	3,960	2,900	0,634	0,641	0,583
	2,0	2,288	1,542	1,220	2,760	1,984	1,504	0,829	0,777	0,811
	3,0	1,366	1,160	1,010	1,492	1,288	1,054	0,916	0,901	0,958
	5,0	1,100	1,012	1,000	1,148	1,030	1,000	0,958	0,983	1,000
1,0	1,5	1,816	1,292	1,054	2,106	1,716	1,300	0,862	0,753	0,811
	2,0	1,558	1,182	1,018	1,696	1,352	1,134	0,919	0,874	0,898
	3,0	1,202	1,052	1,006	1,350	1,118	1,022	0,890	0,941	0,984
	5,0	1,060	1,008	1,000	1,116	1,024	1,000	0,950	0,984	1,000
2,0	1,5	1,020	1,002	1,000	1,036	1,006	1,000	0,985	0,996	1,000
	2,0	1,034	1,006	1,000	1,064	1,014	1,000	0,972	0,992	1,000
	3,0	1,048	1,002	1,000	1,074	1,004	1,000	0,976	0,998	1,000
	5,0	1,056	1,002	1,000	1,066	1,006	1,000	0,991	0,996	1,000

Tabela 4: Desempenho e eficiência relativa entre o modelo tradicional de Shewhart e o GG para a distribuição do mínimo e do máximo com alteração na média e na variância do processo conjuntamente

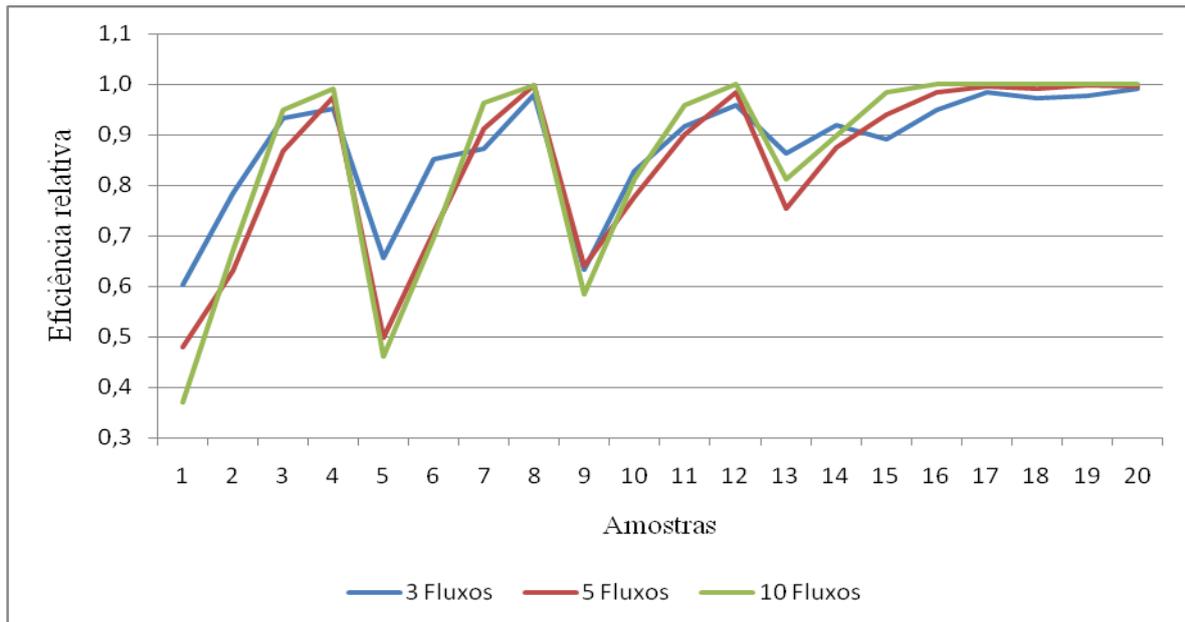


Figura 4: Eficiência relativa para 3, 5 e 10 fluxos

De acordo com os resultados acima à medida que aumenta o número de fluxos o NMA diminui, e conseqüentemente o gráfico por grupos tenderá a ter uma eficiência equivalente ao modelo de Shewhart para um número maior de fluxos. No caso de variação conjunta de μ e σ , para uma quantidade de fluxos menor ou igual a 5 e pequenas perturbações o modelo de Shewhart é o recomendado; para uma quantidade superior a 5 fluxos e perturbações maiores ($\delta > 1,0$) o gráfico por grupos poderá ser adotado, pois, a sua eficiência tende a ser equivalente ao modelo de *Shewhart*. Esse fenômeno é bastante perceptivo do ponto de vista estatístico e prático, pois, se a média e a variância do processo sofrem um deslocamento, diversos pontos do grupo são influenciados diretamente, flutuando para acima ou para abaixo da média original, como também na variabilidade. Essas flutuações sob a linha central favorecem que os pontos estejam mais propícios a saírem de controle o que implica diretamente na redução substancial do número de amostras até a detecção da falha.

Semelhante interpretação dentro dessa linha, isto é, comparação entre os dois métodos, é apresentada na Tabela 4 quando mostra a equivalência (convergência) entre o método tradicional e o proposto quando os três parâmetros envolvidos na análise aumentam conjuntamente, ou seja, f , λ e δ , conforme visto na Figura 4. É conveniente afirmar que no instante em que esses parâmetros crescem, fica mais provável que médias do processo excedam às linhas de controle e levem à queda do NMA na detecção da falha com maior rapidez. Para valores pequenos de f o modelo de Shewhart é mais eficiente que o GG.

Uma ilustração prática de situações que podem levar a alterações no processo ocorre quando uma máquina, após longos períodos de funcionamento, pode superaquecer e levar a uma dilatação dos produtos finais, principalmente se os mesmos forem fabricados com plásticos. Outro fator é a falha humana, que depois de uma longa jornada de trabalho, pode reduzir drasticamente o rendimento do operário e influenciar diretamente em uma grande perda de produtos na linha de produção.

O método de simulação sugerido se mostrou bastante útil e aplicável ao apresentar um

comportamento extremamente semelhante ao teórico (exato), além dos resultados obtidos terem sido bem próximos, estando inclusive dentro dos intervalos de confiança construídos a partir das quantidades geradas através da simulação, para o caso do NMA de alarmes falsos. Porém, é de se ressaltar que todo o procedimento realizado se deu com processos onde os fluxos são independentes.

6. Considerações finais

O presente artigo teve o propósito de expor uma alternativa para construir os gráficos de controle por grupo, que se dá a partir da simulação de conjuntos de dados oriundos das distribuições do máximo e do mínimo de médias amostrais decorrentes de uma característica que segue uma distribuição normal. Conforme apresentado neste trabalho, essas distribuições dependem da função acumulada da distribuição normal, que não tem forma fechada, o que levou a realizar o trabalho por meio de um método computacional, que no caso, foi aplicada a simulação de Monte Carlo.

A partir da construção do algoritmo que executou o método proposto, foram feitas diversas simulações acerca do método tradicional de Shewhart com o gráfico de controle por grupos através da distribuição do mínimo e do máximo.

Uma conclusão deste artigo é a equivalência entre os GG e Shewhart, à medida que crescem o número de fluxos e as perturbações ocorridas na média e na variância do processo. Em particular, para baixas perturbações de δ , o modelo de Shewhart apresenta um melhor desempenho que o GG, mas quando este parâmetro aumenta, eles se equivalem.

Evidentemente este artigo não se propõe esgotar o assunto, ao contrário, diversas linhas de pesquisas podem ser sugeridas, tais como: desenvolver um estudo do gráfico de controle por grupos aplicados a processos paralelos dependentes, estabelecendo um estudo de correlação. Nesse caso o método de simulação é particularmente importante, dado a não existência de distribuição exata das médias, o que se reveste em outra contribuição deste artigo.

AGRADECIMENTO

O primeiro autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pelo suporte financeiro a este trabalho.

Referências

- ALEXANDRE, J. W. C. ; FREITAS, S. M. ; RODRIGUES, L. F. M. & RODRIGUES, F. P. . *Aplicação do gráfico de controle por grupos em uma indústria manufatureira do estado do Ceará*. In: XXVI ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2006, Fortaleza - Ceará. Anais (CD-ROM), 2006.
- BOYD, D.R. *Applying the Group Chart for \bar{X} and R*. Industrial Quality Control. n. 7, p. 22-25, 1950.
- DAVID, H. A. & NAGAJARA, H. N. *Order statistics*, 3. Ed. . New York: John Wiley & Sons, 2003.
- GRIMSHAW, S.D. & BRYCE, G.R. *Control Limits for Group Charts*. Quality Engineering. n. 12 (2), p. 177-184, 1999.
- MOOD, A. ; GRAYBILL, F. A. & BOES, D. C. *Introduction to the Theory of Statistics*. 3rd. edition, New York: McGraw-Hill, 1974.
- MONTGOMERY, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- MORTELL, R. R. & RUNGER, G.C. *Statistical Process Control of Multiple Stream Processes*. Journal of Quality Technology. n.27, p. 1-22, 1995.
- RAMOS, A. W. *CEP para Processos Contínuos e em Bateladas*. 1.ed. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2000.

VASCONCELOS, A. P. Um Estudo sobre o desempenho e eficiência do Gráfico de Controle por Grupos em Processos Paralelos. Dissertação de Mestrado. Fortaleza, Ceará. 2009.

VASCONCELOS, A. P.; ALEXANDRE, J. W. C. & FREITAS, S. M. Estudo do Gráfico de Controle por Grupos como uma Alternativa ao modelo de Shewhart em Processos Paralelos. In: XXX ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2010, São Carlos - SP. Anais (CD-ROM), 2010.

SHEWHART, W, A. *Economic Control Quality of Manufacturing Product.* New York: Van Nostrand, 1931.

ANEXO

```
##### Algoritmo de Monte Carlo implementado no software R#####  
d = c(0.1, 0.3, 0.5, 1, 2, 3)  
k = c(3, 3.3198, 3.4598, 3.6422)  
lam = c(1.5, 2, 3, 5)  
#m:referente à alteração na média  
#v:referente à alteração na variância  
#l: referente à largura  
control.max=function(f,n,l,m,v){  
  vmc = numeric()  
  for (i in 1:500){  
    lsc = 100 + k[l]*(10/(sqrt(n)))  
    lic = 100 - k[l]*(10/(sqrt(n)))  
    cont = 0  
    mn = 100  
    mx = 100  
    while (((mn > lic)&(mn < lsc))&((mx > lic)&(mx < lsc))){  
      cont = cont + 1  
      a = rnorm(f,100 + d[m]*10,lam[v]*10/sqrt(n))  
      mx = max(a)  
      mn = min(a) ## & = E ## | = OU  
    } # Fim enquanto  
    vmc[i] = cont  
  } # Fim for i  
  media = mean(vmc)  
  # resp = c(mean(vmc),mean(vmc) + 1.96*sd(vmc)/sqrt(500),mean(vmc) -  
  1.96*sd(vmc)/sqrt(500))  
  ## c(mean(vmc),mean(vmc) + 1.96*sd(vmc)/sqrt(500),mean(vmc) - 1.96*sd(vmc)/sqrt(500))  
  return(media)  
} # Fim função  
#####  
y1 = numeric()  
for (i in 1:5){  
  x = numeric()  
  for (j in 1:4){  
    x[j] = control.max(3,4,1,i,j)}  
  y1[(4*i - 3):(4*i)] = x  
  y1  
  #####  
  y2 = numeric()  
  for (i in 1:5){
```

```
x = numeric()
for (j in 1:4){
x[j] = control.max(5,4,1,i,j)}
y2[(4*i - 3):(4*i)] = x}
y2
#####
y3 = numeric()
for (i in 1:5){
x = numeric()
for (j in 1:4){
x[j] = control.max(10,4,1,i,j)}
y3[(4*i - 3):(4*i)] = x}
y3
#####
y4 = numeric()
for (i in 1:5){
x = numeric()
for (j in 1:4){
x[j] = control.max(3,4,2,i,j)}
y4[(4*i - 3):(4*i)] = x}
y4
#####
y5 = numeric()
for (i in 1:5){
x = numeric()
for (j in 1:4){
x[j] = control.max(5,4,3,i,j)}
y5[(4*i - 3):(4*i)] = x}
y5
#####
y6 = numeric()
for (i in 1:5){
x = numeric()
for (j in 1:4){
x[j] = control.max(10,4,4,i,j)}
y6[(4*i - 3):(4*i)] = x}
y6
#####
y7 = y1/y4; y8 = y2/y5; y9 = y3/y6
graf = c(y7, y8, y9)
Fluxos = rep(c(3,5,10), each = 20)
aux2 = rep(1:20, 3)
length(graf)
length(aux)
length(aux2)
interaction.plot(aux2, Fluxos, graf,xlab = "Observações", ylab = "Eficiência Relativa", main =
"Eficiência Relativa para 3, 5 e 10 fluxos")

##### Eficiência Relativa #####
```



```
efc = cbind(y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9);efc
```