

UMA ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DO GRÁFICO DE CONTROLE POR GRUPOS PARA A MÉDIA EM RELAÇÃO AO MODELO DE SHEWHART, EM PROCESSOS PARALELOS E AUTOCORRELACIONADO

VERIANA GOMES DE SOUSA (UFC)
veryanna@gmail.com

Joao Welliandre Carneiro Alexandre (UFC)
jwca@ufc.br

MAX BRANDAO DE OLIVEIRA (UFC)
maxbrandao@gmail.com

SILVIA MARIA DE FREITAS (UFC)
silvia_m_d_freitas@yahoo.com.br



Os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP) foram propostos no início no século XX por Shewhart (1931), tendo como principal objetivo monitorar um processo de fabricação em série, onde os produtos são oriundos originalmente de um único fluxo de produção. Com o surgimento dos processos com vários fluxos de produção o monitoramento através do modelo de Shewhart tornou-se cansativo e burocrático, por exigir um par de gráficos para cada fluxo. Assim, Boyd (1950) propôs os Gráficos de Controle por Grupos (GG) que permite reuni em um único gráfico as informações dos diversos fluxos. Diversos autores realizaram estudos sobre a eficiência dos GG em relação ao modelo de Shewhart em processo paralelos, porém considerando a independência entre as observações, que é uma forte suposição na construção dos gráficos de controle. Portanto, o objetivo deste trabalho é investigar a eficiência do GG para média, em processos paralelos, com relação ao modelo de Shewhart, na detecção de alteração na média e na variância do processo, individual e conjuntamente, na presença de autocorrelação dentro dos fluxos. Como metodologia de pesquisa foram realizadas simulações por meio do software de domínio público R, versão 2.13.1, utilizando o Número Médio de Amostras (NMA) até a sinalização de uma causa especial como indicador de desempenho. Dentre outros resultados esse estudo mostrou que para pequenas perturbações na média do processo o modelo de Shewhart é mais eficiente que o GG na detecção de alterações na média do processo, mas para perturbações acima de 2 desvios o GG torna-se equivalente ao modelo de Shewhart.

Palavras-chaves: Gráficos por Grupos, Processos Paralelos, Autocorrelação

1. Introdução

O Controle Estatístico do Processo (CEP) pode ser entendido como um conjunto de ferramentas de apoio a decisão que permite uma análise da qualidade nos processos produtivos. O CEP é útil no fornecimento de informações sobre o processo de produção, para um diagnóstico mais eficaz na prevenção e detecção de problemas. Este se faz necessário por auxiliar no aumento da produtividade da empresa, evitando desperdício de matéria prima, insumo, produtos, manutenção, etc.

Entre as ferramentas que compõem o CEP destaca-se os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP), foco deste artigo, que foram propostos no início no século XX por Shewhart (1931), tendo como principal objetivo monitorar um processo de fabricação em série, onde os produtos são oriundos originalmente de um único fluxo de produção.

Contudo, com o avanço da tecnologia e o aumento da produção em massa, apareceram os processos produtivos cujos produtos decorrem de vários fluxos de produção, os denominados processos paralelos. Para a aplicação dos GCEP de Shewhart, nesse tipo de processo, é necessário elaborar um par de gráficos para cada fluxo de produção, um gráfico para monitorar o nível da qualidade, em geral a média, e outro a variabilidade da característica observada. Contudo, com produtos decorrentes de um processo com vários fluxos de produção isso seria burocrático e cansativo. Como ilustração, pode ser citado um processo de fabricação de rolhas metálicas, onde uma máquina opera com 27 punções independentes. Caso o objetivo seja monitorar o diâmetro da rolha através dos gráficos de controle tradicionais de Shewhart, seriam necessários 54 gráficos.

Uma alternativa para contornar essa dificuldade é a aplicação dos Gráficos de Controle por Grupos (GG), inicialmente proposta por Boyd (1950). Os GG permitem o controle de vários fluxos de produção através de um único par de gráficos: um para o nível da qualidade e outro para a variabilidade do processo.

Alexandre *et al* (2006) apresentam uma aplicação dos GG em uma indústria manufatureira do Estado do Ceará. Vasconcelos (2009), em sua dissertação de mestrado, contribui nessa linha de pesquisa ao estudar o desempenho dos GG e compará-lo com o modelo de Shewhart. Oliveira *et al* (2011), realizam um estudo sobre o desempenho e eficiência dos gráficos de

controle por grupos em processo paralelos através da simulação da distribuição do mínimo e do máximo.

Contudo, os estudos citados possuem uma característica comum, a suposição de independência na característica da qualidade monitorada e, sob a distribuição normal, significa também assumir que não há autocorrelação. Porém, a presença de autocorrelação é um assunto que merece investigação, por exemplo, na fabricação de rolhas metálicas, pode haver autocorrelação entre as medidas.

Para a construção dos GCEP de Shewhart a independência entre as observações é uma forte suposição, pois a omissão da estrutura de autocorrelação entre as medidas pode gerar resultados enganosos, como por exemplo, sucessivos alarmes falsos (MONTGOMERY, 2009).

Diante deste cenário, o objetivo desta pesquisa é investigar a eficiência dos GG para a média em processos paralelos, com relação ao GCEP de Shewhart, na detecção de alteração na média e na variância do processo, individual e conjuntamente, na presença de autocorrelação dentro dos fluxos. Para a obtenção dos resultados utilizou-se do método de simulação, através de um algoritmo desenvolvido no *software* R, versão 2.13.1, de domínio público.

2. Gráficos de controle estatístico do processo (GCEP)

Os GCEP foram desenvolvidos nos anos 20 pelo Dr. Walter Andrew Shewhart, do *Bell Telephone Laboratories* (MONTGOMERY, 2009). Segundo Costa, Epprecht e Carpinetti (2010), desde o início da Revolução Industrial, Shewhart preocupou-se em estudar a variabilidade dos processos. Ele entendia que por mais bem planejado que fosse o processo, ainda assim era impossível produzir peças idênticas. Assim, observou que um processo opera obedecendo as especificações, porém com a presença de causas toleráveis, ou seja, inerentes ao processo, que atuam sobre ele, tais como: procedimentos confusos, não-homogeneidade de materiais, manutenção, flutuações de corrente, dentre outras. Contudo, existem aquelas que interferem de forma direta na produção, chamadas de causas especiais, ocasionando a perda de matéria prima, tempo e dinheiro, por exemplo: quebra de ferramenta/máquina, funcionário não treinado, erro humano, picos de corrente, mudanças de métodos, procedimentos não executados, etc.

Os GCEP foram elaborados com o intuito de monitorar essa variabilidade existente no processo, fornecendo uma sinalização das potenciais causas que afetam o processo e que precisam ser corrigidas e eliminadas. Na utilização dos gráficos de controle no monitoramento de um processo produtivo a característica que se deseja investigar é chamada de “característica da qualidade”. Shewhart elaborou um gráfico para monitorar a média e outro a variabilidade desta característica, que geralmente é entendida como uma variável que se supõe ser normalmente distribuída com média μ e desvio-padrão σ , ambos conhecidos. Contudo, segundo Montgomery (2009), na prática em geral não se conhece μ e σ portanto, eles devem ser estimados a partir de amostras ou subgrupos preliminares retirados quando supostamente o processo está sob controle.

Os GCEP são compostos por três linhas horizontais: a linha central (LC) e a linha inferior e a superior que são chamadas, respectivamente, limite inferior de controle (LIC) e limite superior de controle (LSC). Usualmente, os limites de controle são estabelecidos com três desvios-padrão com relação à média do processo.

2.1. Gráficos de controle estatístico do processo de Shewhart (GCS)

Quando se tem interesse em monitorar um processo produtivo, com único fluxo de produção, através dos GCS, por meio da média (\bar{X}) e da amplitude (R), o esquema descrito abaixo é adotado:

- Retira-se uma amostra de “n” itens a cada intervalo de “h” unidades de tempo;
- Calcula-se a média (\bar{X}) e a amplitude (R) de cada amostra;
- Obtêm-se os limites de controle;
- Plota-se as médias e amplitudes obtidas em seu respectivo gráfico e compara-se com os limites de controle.

Os limites de controle para o gráfico da média (\bar{X}) e da amplitude (R) são obtidos através das seguintes expressões:

$$LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{X}}$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}}$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{X}}$$

$$LSC_R = \mu_R + L\sigma_R$$

$$LC_R = \mu_R$$

$$LIC_R = \mu_R - L\sigma_R$$

onde, $\mu_{\bar{X}}$, $\sigma_{\bar{X}}$, μ_R , σ_R e L são, respectivamente, a média e o desvio padrão de \bar{X} , a média e o desvio padrão de R e o fator de alargamento dos limites de controle.

Para maiores detalhes quanto à obtenção dos limites de controle ver COSTA, EPPRECHT e CARPINETTI (2010), MONTGOMERY (2009) e RAMOS (2000).

Segundo Andrade Júnior (2007), dependendo do processo produtivo, pode ocorrer problemas na hora de se construir os gráficos de controle devido à complexidade da fabricação do produto em relação ao fluxo de produção. Quando os produtos são oriundos de um único fluxo de produção, o processo de coleta pode ser realizado simplesmente de forma consecutiva. Porém, em processo com mais de um fluxo de produção, Ramos (2000) afirma que se deve respeitar a formação dos subgrupos, ou seja, não se recomenda misturar produtos oriundos de diversos fluxos de produção.

Assim, utilizar os GCS para monitorar um processo com vários fluxos de produção, conforme comentado acima, exigiria um par de gráfico para cada fluxo, ou seja, um gráfico para monitorar a média e amplitude individual de cada fluxo.

2.2. Gráficos de controle por grupos (GG)

Diante da dificuldade apresentada na aplicação dos GCS em processo com vários fluxos de produção, Boyd (1950) propõe os GG que podem ser considerados como uma variação dos gráficos convencionais de Shewhart. Porém sua utilização se torna mais viável, frente aos tradicionais, quando se tem interesse em monitorar processos produtivos com mais de um fluxo de produção, pois estes reúnem em um único gráfico as informações dos diversos fluxos.

A elaboração dos GG é bastante simples e tem como princípio fundamental a formação adequada dos subgrupos (RAMOS, 2000). A Tabela 1 apresenta uma configuração geral de

planilha de dados para a construção dos GG, quando se deseja monitorar o processo por meio da média e da amplitude. O procedimento para a formação dos grupos consiste em:

- a) Para cada k fluxo de produção seleciona-se n produtos de forma consecutiva (amostra de n produtos), a cada intervalo h de unidade de tempo, e para cada produto mede-se a característica da qualidade sob monitoramento, formando-se m grupos;
- b) Em seguida, obtêm-se as médias e amplitudes de cada amostra, que corresponde a um fluxo, determinam-se os limites de controle dos gráficos, para a média e amplitude, de forma semelhante ao modelo de Shewhart.
- c) Plota-se a maior e a menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude.

É importante ressaltar que cada grupo é formado por k fluxos de produção, que de acordo com a Tabela 1 é chamado de amostra, estas são compostas por cada produto selecionado. Assim, tem-se que o número total de amostras é igual a $m \times k$, onde k é o número de amostras em cada grupo e m o número de grupos.

Tabela 1 – Modelo geral de planilha de dados para a construção dos GG

Grupo	Fluxos (Amostra)	Produto 1	...	Produto n	Média	Amplitude
1	1	X_{111}	...	X_{11n}	\bar{X}_{11}	R_{11}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	k	X_{1k1}	...	X_{1kn}	\bar{X}_{1k}	R_{1k}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	1	X_{m11}	...	X_{m1n}	\bar{X}_{m1}	R_{m1}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	k	X_{mk1}	...	X_{mkn}	\bar{X}_{mk}	R_{mk}

Se ambos os gráficos apresentarem um comportamento aleatório com todos os pontos dentro dos limites de controle, tem-se uma indicação de que o processo está sob controle estatístico. Caso contrário, recomenda-se investigar e corrigir as causas que levaram a esse estado de instabilidade no processo (ALEXANDRE, 2006; RAMOS, 2000).

Exemplos de aplicação dos GG podem ser vistos em RAMOS (2004), ALEXANDRE *et al* (2006) e VASCONCELOS (2009).

2.3. Análise de desempenho

OS GCEP foram desenvolvidos tendo como objetivo auxiliar no monitoramento dos processos produtivos quanto à detecção rápida de causas especiais que venham a interferir no processo. Contudo, para que isso de fato ocorra se faz necessário o estudo da capacidade destes quanto à rapidez na detecção de uma perturbação no processo.

A literatura dispõe de métodos que possibilitam realizar um estudo sobre o desempenho dos GCEP, neste artigo em particular, esta análise se dará através da obtenção do Número Médio de Amostras até a ocorrência de uma sinalização - ponto fora dos limites de controle (*NMA*). Vasconcelos (2009) e Oliveira (2013) realizam um estudo do desempenho dos GCEP através da obtenção deste mesmo indicador, na observância da detecção rápida de um deslocamento na média e na variância do processo.

Quando os GCEP são utilizados, o procedimento pode ser entendido como uma sequência de testes de hipóteses, onde a cada instante de tempo “*h*” as seguintes hipóteses são testadas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \rightarrow \text{Processo livre de causas especiais}$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0 \rightarrow \text{Processo sob a influência de causas especiais}$$

A H_0 é dita verdadeira todas as vezes que um ponto cai dentro dos limites de controle, por outro lado, H_1 é verdadeira cada vez que um valor cai além dos limites. Considerando os conceitos de testes de hipóteses, tem-se que ocorre o Erro do Tipo I (ETI) sempre que o processo for considerado fora controle, erroneamente, e o Erro do Tipo II (ETII) quando se afirmar que o processo está sob controle, erroneamente. Segundo Oliveira (2013), os dois tipos de erros podem ser utilizados como referência do desempenho dos GCEP no monitoramento do processo, sendo definidas as seguintes probabilidades:

$$P(ETI) = P(\bar{X} \notin [LIC, LSC] | \mu = \mu_0) \quad (1)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \mu = \mu^*) \forall \mu^* \neq \mu_0 \quad (2)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \sigma^2 = \sigma^{2*}) \forall \sigma^{2*} \neq \sigma^2 \quad (3)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \mu^*, \sigma^{2*}) \forall \mu^* \neq \mu_0, \sigma^{2*} \neq \sigma^2 \quad (4)$$

Assume-se neste artigo que a ocorrência de uma causa especial alterou a média e a variância do processo: $\mu \rightarrow \mu^* = \mu + \delta * \sigma, \sigma^2 \rightarrow \sigma^{2*} = \lambda^2 * \sigma^2$, onde $\delta \neq 0, \lambda > 1$, e σ é o desvio padrão do processo.

Para a determinação do desempenho dos gráficos de controle, considere a Distribuição Geométrica, que consiste em repetir uma prova de Bernoulli quantas vezes forem necessárias até se obter o primeiro sucesso. Essa distribuição tem um único parâmetro p que representa a probabilidade de sucesso do evento e cuja variável aleatória é denotada da seguinte forma: $Y \sim G(p)$, onde Y é o número de ensaios até a ocorrência do primeiro sucesso (NETO; CYMBALISTA, 1974).

No contexto de CEP, Y é o NMA , sendo sua probabilidade dada por p , assim

$$E(Y) = \frac{1}{p} = NMA$$

A probabilidade p representa neste artigo duas situações: a primeira, $p = P(ETI)$, que representa a probabilidade do primeiro alarme falso; a segunda, $p = 1 - P(ETII)$, a probabilidade de detecção de uma causa especial no processo. Assim, para este estudo definiu-se:

NMA_1 : Número médio de amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso.

NMA_2 : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na média do processo.

NMA_{21} : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na variância do processo.

NMA_{22} : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na média e na variância do processo.

No caso dos GG, as expressões (1), (2), (3) e (4) se modificam por sofrerem inserção do parâmetro k , número de fluxos, resultando nos seguintes indicadores de desempenho:

(5)

$$NMA_1 = \frac{1}{[P(ETI)]^k} = \frac{1}{1 - [P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC)]^k}$$
$$NMA_2 = \frac{1}{1 - [P(ETII)]^k} = \frac{1}{1 - [P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC | \mu = \mu^*)]^k}$$
$$NMA_{21} = \frac{1}{1 - [P(ETII)]^k} = \frac{1}{1 - [P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC | \sigma^2 = \sigma^{2*})]^k}$$
$$NMA_{22} = \frac{1}{1 - [P(ETII)]^k} = \frac{1}{1 - [P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC | \mu^*, \sigma^{2*})]^k}$$

As expressões obtidas para a determinação do *NMA* são para dados independentes, e considerando que a distribuição da característica monitorada é normal, significa dizer que são não autocorrelacionados. Dessa forma as expressões acima não têm fórmulas fechadas na presença de autocorrelação, objeto de estudo deste artigo, o que leva a necessidade do uso de simulações para o cálculo das probabilidades.

3. Simulação

Silva (2005) afirma que simulação é uma técnica que utiliza modelos para representar a essência de uma instalação real ou proposta sob investigação, com o objetivo de avaliar o comportamento deste sistema sob diversas condições.

Oliveira *et al* (2011) desenvolvem uma análise de desempenho e eficiência do GG com relação ao modelo de Shewhart para a média (\bar{X}) através de simulação das distribuições do mínimo e do máximo. Os resultados foram obtidos por meio de um algoritmo de simulação, baseado no método de Monte Carlo, onde quantidades aleatórias com características pré-definidas foram geradas diversas vezes e armazenados em um vetor para que ao final fosse possível a obtenção das estatísticas descritivas necessárias para o estudo.

Entendido que a proposta de estudo desta pesquisa viola a hipótese de independência das observações, necessária para a construção dos GCEP e que este fato acarreta em uma dificuldade de obtenção do *NMA* da forma probabilística, uma maneira adequada de se alcançar os resultados almejados é através da simulação. Assim, elaborou-se um algoritmo, baseado no método de Monte Carlo, no *software* de domínio público R (versão 2.13.1) capaz de reproduzir um cenário de produção no qual se pode manipular os parâmetros envolvidos,

tais como: tamanho de amostra n , quantidade de fluxos k , largura do intervalos L , deslocamento na média δ , alteração na variância λ e o nível de autocorrelação ρ .

4. Análise de resultados

Utilizou-se o algoritmo elaborado para determinar o desempenho e a eficiência do GG com relação ao modelo de Shewhart, quando ocorre alteração na média e na variância, separadamente e conjuntamente, sendo utilizado o NMA como indicador de desempenho.

4.1. Eficiência Relativa entre o GG e o GCS para \bar{X}

Para se comparar o GG e o GCS quanto à detecção de uma alteração no processo é necessário, primeiro, manter a taxa de alarmes falsos destes dois gráficos iguais, isto é, um alarme falso a cada 370 inspeções aproximadamente.

Assim, foram realizadas simulações no GG para a obtenção NMA_1 com forma de determinar os novos valores de L , para processos com fluxos autocorrelacionados, apresentados na Tabela 2, para alguns valores de k e ρ .

Tabela 2 – Alguns valores de L associados a k e ρ para processos autocorrelacionados

Nº de fluxos (k)	Níveis de autocorrelação		
	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 0,9$
3	3,47	4,07	4,55
5	3,62	4,24	4,77
10	3,83	4,42	5,02

Após determinados os valores do fator de alargamento, utilizou-se o algoritmo novamente para determinar o NMA_2 , NMA_{21} e NMA_{22} do GG e do GCS.

A eficiência relativa (ER) entre o GG e o GCS, para cada situação, que é dada pela expressão abaixo:

$$ER = \frac{NMA_{GCS}}{NMA_{GG}} \quad (9)$$

De acordo com a equação (9), para $ER < 1$ o GCS tem melhor desempenho que o GG na detecção de alterações na média do processo; para $ER > 1$ o GG é melhor; e para $ER = 1$ os modelos são equivalentes em termos de desempenho. Assim, os resultados que se seguem é referente à ER considerando a alteração na média e na variância, separadamente e conjuntamente.

4.1.1. Com alteração na média

Simulou-se um processo onde $X \sim N(100, 100)$, para níveis de autocorrelação ρ variando em 0,1; 0,5 e 0,9 e variação na média δ igual a 0,1; 0,3; 0,5; 1,2 e 3, para $k=3,5$ e 10. Determinou-se NMA_2 do GG e do GCS e com isso obteve-se a ER.

Com base na Tabela 3 observa-se que para pequenas perturbações na média do processo o modelo de Shewhart é mais eficiente que o GG em detectar alteração no processo.

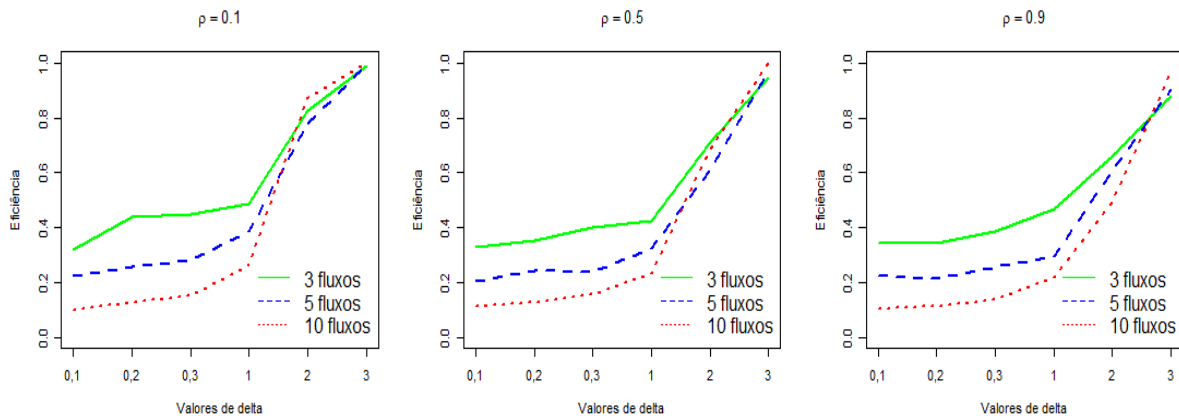
Constata-se que na presença de autocorrelação o GG mostra-se, em geral, menos eficiente que o GCS, quanto à detecção de alteração na média do processo. Porém, fixando ρ e aumentando o valor δ observa-se que para perturbações acima de 2 desvios padrão o GG tende a torna-se equivalente ao GCS, para os valores de k investigados.

Tabela 3 – Eficiência relativa entre o GG e o GCS (com alteração na média)

δ	Níveis de autocorrelação								
	$\rho = 0,1$			$\rho = 0,5$			$\rho = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	0,3171	0,2217	0,0992	0,3305	0,2015	0,11078	0,3441	0,2236	0,1028
0,3	0,4372	0,2546	0,1248	0,3516	0,2428	0,12893	0,3417	0,2143	0,1115
0,5	0,4478	0,2806	0,1495	0,4023	0,2362	0,15455	0,3863	0,2546	0,1381
1,0	0,4873	0,3875	0,2599	0,4232	0,3239	0,23271	0,4696	0,2953	0,2168
2,0	0,8268	0,7787	0,8728	0,7097	0,6092	0,68604	0,6595	0,6078	0,4891
3,0	0,9881	0,9960	1,0000	0,9486	0,9671	0,99800	0,8781	0,9029	0,9633

Fixando ρ , δ e aumentando k observa-se que para perturbações a partir de 3 desvios padrões o desempenho do GG e do modelo Shewhart tornam-se equivalentes, uma vez que a ER é próxima de 1. Uma melhor visualização dessa convergência é vista na Figura 1.

Figura 1 – Gráficos da ER (com alteração na média)



Assim, pode-se concluir que com a presença de autocorrelação entre as observações dentro de cada fluxo, à medida que aumenta do número de fluxos o GG tende a ter um desempenho equivalente ao modelo de Shewhart, resultado similar com o obtido por Vasconcelos (2009) e Oliveira (2011) no caso de observações independentes.

4.1.2. Com alteração na variância

Assumiu-se novamente um processo onde $X \sim N(100, 100)$ para níveis de autocorrelação ρ variando em 0,1; 0,5 e 0,9 e alteração na variância λ igual a 1,5; 2; 3; e 5, para $k=3,5$ e 10. Determinou-se NMA_{21} do GG e do GCS e calculou-se a eficiência relativa, que constam na Tabela 4.

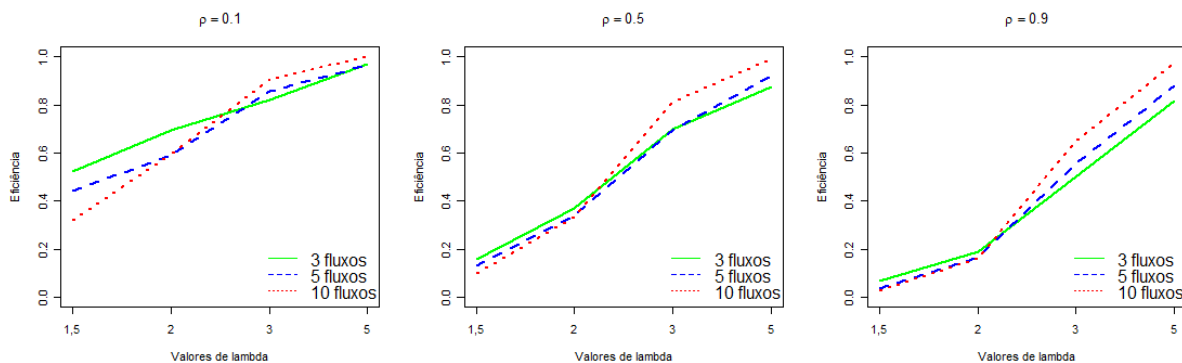
Tabela 4 – ER entre o GG e o GCS (com alteração na variância)

λ	Níveis de autocorrelação								
	$\rho = 0,1$			$\rho = 0,5$			$\rho = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
1,5	0,5211	0,4404	0,3213	0,1581	0,1321	0,0995	0,0694	0,0378	0,0251
2	0,6944	0,5893	0,5940	0,3713	0,3391	0,3337	0,1889	0,1675	0,1609
3	0,8233	0,8561	0,9055	0,7010	0,6966	0,8127	0,5000	0,5527	0,6504
5	0,9679	0,9640	1,0000	0,8756	0,9214	0,9940	0,8180	0,8776	0,9747

Observa-se que para valores de ρ e k fixos à medida que λ cresce os modelos tentem a um desempenho equivalente em detectar alterações na variância do processo. Fixando-se ρ e λ , e aumentando o número de fluxos nota-se que o GG tem um desempenho inferior ao GCS,

contudo, os resultados indicam que se tornam equivalentes à medida que ρ e λ são fixados para grandes valores.

Figura 2 – Gráficos da ER (com alteração na variância)



Outra interpretação da Tabela 4 e conforme a Figura 2 consiste em afirmar que à medida que ρ cresce e para valores de $\lambda < 3$, o GG apresenta um desempenho menor que o de GCS. Porém, para $\lambda \geq 3$ os modelos tentem a ser equivalentes.

4.1.3. Com alteração na média e na variância conjuntamente

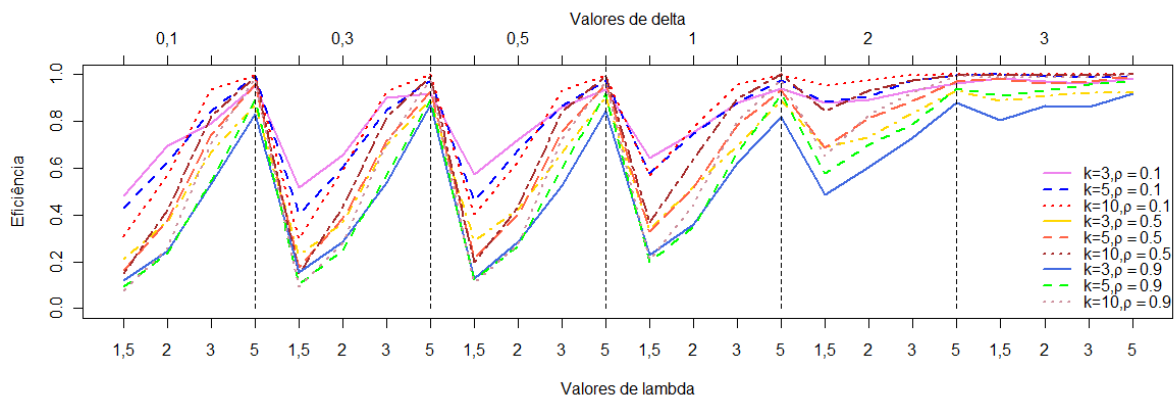
Simulou-se um processo novamente onde $X \sim N(100, 100)$ para níveis de autocorrelação ρ variando em 0,1; 0,5 e 0,9, alteração na média δ igual a 0,1; 0,3; 0,5; 1; 2 e 3 e alteração na variância λ igual a 1,5; 2; 3; e 5, para $k=3,5$ e 10. Determinou-se NMA_2 do GG e do GCS e calculou-se a eficiência relativa, que constam Tabela 5 e visualizados na Figura 3.

Observa-se que fixando o valor de ρ e fazendo crescer δ e λ o GG tende a ter um desempenho próximo ao do GCS, com relação à detecção de uma alteração na média e na variância do processo. Para níveis elevados de ρ é possível ver que GG apresenta um desempenho inferior ao modelo tradicional, e que a convergência entre eles ocorre para grandes valores de δ e λ .

Tabela 5 – ER entre o GG e o GCEP de Shewhart (com alteração na média e na variância)

Níveis de autocorrelação										
δ	λ	$\rho = 0,1$			$\rho = 0,5$			$\rho = 0,9$		
		3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	1,5	0,4820	0,4277	0,3086	0,2114	0,1613	0,1519	0,1214	0,0929	0,0777
	2	0,6947	0,6269	0,5692	0,3709	0,3754	0,4197	0,2471	0,2361	0,2599
	3	0,7915	0,8425	0,9343	0,6710	0,7428	0,8225	0,5339	0,5491	0,7043
	5	0,9548	0,9961	0,9980	0,8724	0,9566	0,9940	0,8292	0,8916	0,9843
0,3	1,5	0,5173	0,4023	0,2973	0,2270	0,1776	0,1506	0,1532	0,1003	0,0938
	2	0,6574	0,6051	0,5925	0,3698	0,3846	0,4343	0,2856	0,2498	0,2820
	3	0,8999	0,8510	0,9287	0,6994	0,7191	0,8198	0,5375	0,5677	0,7060
	5	0,9193	0,9749	1,0000	0,8942	0,9266	0,9921	0,8726	0,8916	0,9785
0,5	1,5	0,5734	0,4623	0,4020	0,2897	0,2167	0,1994	0,1293	0,1235	0,1121
	2	0,7233	0,6785	0,6247	0,4255	0,4051	0,4339	0,2853	0,2672	0,2713
	3	0,8605	0,8660	0,9307	0,6641	0,7592	0,8405	0,5252	0,5992	0,7283
	5	0,9381	0,9768	0,9980	0,9077	0,9586	0,9940	0,8433	0,9174	0,9728
1	1,5	0,6453	0,5766	0,5675	0,3375	0,3306	0,3702	0,2298	0,1997	0,2092
	2	0,7513	0,7479	0,7743	0,5215	0,5168	0,6381	0,3616	0,3516	0,4439
	3	0,8789	0,8796	0,9601	0,6946	0,7852	0,8964	0,6210	0,6675	0,8006
	5	0,9418	0,9769	0,9980	0,8876	0,9301	1,0000	0,8201	0,9159	0,9785
2	1,5	0,8785	0,8842	0,9525	0,6882	0,6880	0,8451	0,4861	0,5770	0,6545
	2	0,8912	0,9077	0,9766	0,7355	0,8143	0,9330	0,6054	0,7021	0,8267
	3	0,9338	0,9737	0,9980	0,8376	0,8868	0,9766	0,7288	0,7878	0,9225
	5	0,9637	0,9961	1,0000	0,9301	0,9712	0,9980	0,8815	0,9423	0,9921
3	1,5	0,9864	1,0000	1,0000	0,8860	0,9785	0,9980	0,8070	0,9091	0,9881
	2	0,9696	0,9921	1,0000	0,9097	0,9616	0,9980	0,8671	0,9296	0,9901
	3	0,9607	0,9882	1,0000	0,9249	0,9729	0,9980	0,8600	0,9598	0,9901
	5	0,9828	0,9902	1,0000	0,9245	0,9921	1,0000	0,9199	0,9729	0,9980

Figura 3 – Gráficos da ER (com alteração na média e na variância)



5. Conclusão

A presença de uma estrutura de autocorrelação em um processo de produção pode ocasionar em diversos alarmes falsos, levando ao encarregado pela produção a tomar medidas desnecessárias. Assim, um estudo sobre a presença desta estrutura, se torna fundamental para a utilização dos gráficos de controle.

O presente artigo teve como objetivo investigar a eficiência do GG com relação ao modelo tradicional de Shewhart, no monitoramento da média do processo em processos paralelos e autocorrelacionados. Observou-se o desempenho quanto à rapidez na detecção de uma alteração na média e na variância processo.

Concluiu-se que, em processos paralelos com presença de autocorrelação, para pequenas perturbações na média do processo o modelo de Shewhart é mais eficiente que o GG em detectar alteração no processo, porém, para perturbações acima de 2 desvios e com o aumento do número de fluxos o GG torna-se equivalente ao modelo de Shewhart.

Observa-se que à medida que a aumenta a perturbação na variância do processo o GG tende a ter desempenho equivalente ao GCS, quanto à detecção de alterações na variância do processo. Da mesma forma, aumentando o número de fluxos nota-se que o GG tende a ser menos eficiente que o GCS, para pequenas perturbações na variância.

Vale ressaltar que para altos níveis de autocorrelação e alterações na variância abaixo de 3 o GG apresenta um desempenho menor que o GCS. Porém, para alterações na variância acima de 3 os modelos tentem a ser equivalentes.

Para alterações na média e na variância conjuntamente observou-se que para níveis elevados de autocorrelação o GG apresenta-se menos eficiente que o modelo tradicional, e que a convergência entre eles ocorre para grandes valores perturbações na média e na variância.

Outros estudos podem ser realizados para contribuir nesta linha de pesquisa, como por exemplo, estudar o desempenho e a eficiência relativa do GG com relação a GCS para níveis de autocorrelação negativa.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, J. W. C.; RODRIGUES, L. F. M.; RODRIGUES, F. P.; FREITAS, S. M. **Aplicação do gráfico de controle por grupos em uma indústria manufatureira do estado do Ceará.** Fortaleza: XXVI ENEGEP, 2006.

ANDRADE JUNIOR, H. R. A. **Aplicação dos Gráficos de Controle por Grupos em uma indústria metal-mecânica.** Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, 2007.

BOYD, D. R. **Applying the Group Chart for \bar{X} and R.** Industrial Quality Control. n.7, p. 22-25, 1950.

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade.** 2 ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2010.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade.** Tradução por Ana Maria Lima de Farias e Vera Regina Lima de Farias e Flores, revisão técnica por Luiz da Costa Laurencel. 4 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2009.

NETO, P. L. O. C.; CYMBALLISTA, M. **Probabilidades: resumos teóricos, exercícios resolvidos, exercícios propostos.** São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1974.

OLIVEIRA, M. B.; ALEXANDRE, J. W. C.; VASCONCELOS, A. P.; FREITAS, S. M. **Um estudo sobre o desempenho e eficiência dos gráficos de controle por grupos em processos paralelos através da simulação das distribuições do mínimo e do máximo.** Belo Horizonte: XXXI ENEGEP, 2011.

OLIVEIRA, M. B. **Eficiência entre os gráficos por grupos para \bar{X} e o tradicional de Shewhart em processos com fluxos correlacionados.** Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, 2013.

RAMOS, A. W. **CEP para Processos Contínuos e em Bateladas.** 1 ed. São Paulo: Editora Blucher, 2000.

RAMOS, A. W. **Gráfico de Controle para máquinas com múltiplas posições.** Falando de Qualidade, 142 ed., 64-66, 2004.

SILVA, W. A. **Otimização de parâmetros da gestão baseada em atividades aplicada em uma célula de manufatura.** Dissertação de Mestrado. UNIFEI, Itajubá, 2005.

SHEWHART, W. A. **Economic Control Quality of Manufacturing Product.** New York: Van Nostrand, 1931.

VASCONCELOS, A. P. **Estudo do Gráfico de Controle por Grupos como uma Alternativa ao Modelo de Shewhart em Processos Paralelos.** Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, 2009.