
GERADOR DE MALHA BIDIMENSIONAL PARA ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM PAVIMENTOS AS FÁLTICOS

Ricardo Nikollas de Andrade Cavalcante

Renato Peixoto Coutinho

Áurea Silva de Holanda

nblade@hotmail.com

renato@det.ufc.br

aurea@det.ufc.br

Departamento de Engenharia de Transportes - Universidade Federal do Ceará
Campus do Pici, Bloco 703, 60455-760, Fortaleza - CE – Brasil

Evandro Parente Junior

evandro@ufc.br

Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil - Universidade Federal do Ceará
Campus do Pici, Bloco 710, 60455-760, Fortaleza - CE – Brasil

Abstract. A determinação das tensões e deformações em pavimentos asfálticos é um problema complexo devido ao comportamento não-linear e dependente do tempo dos materiais utilizados, à geometria e às condições de contorno intrínsecas ao problema. A solução exata do problema da análise de tensões em sólidos, a partir da resolução de uma equação diferencial, nem sempre é possível, sendo assim necessário o uso de métodos numéricos. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos procedimentos mais utilizados na análise de sólidos e estruturas. Neste trabalho será apresentado um gerador de malhas axissimétricas de pavimentos asfálticos, desenvolvido utilizando a linguagem computacional C++. Como as regiões de concentrações de tensões localizam-se nas proximidades do carregamento, o programa permite a geração de malhas bastante refinadas nas regiões da aplicação da carga. À medida que se afasta deste ponto, o tamanho dos elementos aumenta na forma de forma suave através de uma progressão aritmética. Em virtude de ser um pré-processador específico para pavimentos, a geração da malha pode ser feita de maneira rápida e eficiente e a quantidade de dados de entrada é pequena o que facilita sua utilização. Exemplos de malhas geradas são apresentados para validar o programa desenvolvido.

Keywords: *Análise de pavimentos, Malhas axissimétricas, Gerador de malhas*

1. INTRODUÇÃO

Os primeiros engenheiros responsáveis pelas obras de rodovias pavimentadas usaram apenas a própria experiência para a construção e o desenho de projetos das primeiras estradas feitas com materiais betuminosos. Até o início do século XX, essa foi a principal base para o desenvolvimento tecnológico desse tipo de rodovia. Uma mesma espessura de camada era usada para um trecho de uma rodovia mesmo que os solos das camadas inferiores fossem completamente diferentes (Wang, 2001).

O uso de métodos empíricos surgiu com o desenvolvimento do sistema de classificação do solo das rodovias públicas (PR), pelo qual o subleito era classificado como uniforme de A-1 a A-8 e não uniforme de B-1 a B-3. Esse sistema foi posteriormente modificado pelo Highway Research Board, segundo o qual os solos eram agrupados de A-1 a A-7. Uma classificação adicional foi ainda criada com o objetivo de diferenciar os solos dentro de cada grupo. Esses critérios de classificação foram se tornando obsoletos, pois não utilizavam nenhum ensaio de resistência.

O primeiro método empírico com um ensaio de resistência, que se denominava California Bearing Ratio (CBR), surgiu para tentar eliminar essa deficiência. Os métodos empíricos representaram um grande avanço e deram grande contribuição para o entendimento do comportamento dos pavimentos, porém apresentavam problemas devido à consideração de materiais, carregamento e condições ambientais fixas. Caso alguma mudança ocorresse, o projeto daquela rodovia se tornaria inadequado.

Vários métodos foram desenvolvidos, desde a década de 40 até os dias de hoje, sendo que a tendência atual é utilizar métodos mecanísticos-empíricos no projeto de pavimentos asfálticos (NCHRP/TRB, 2004). Estes métodos têm como vantagens a melhora na confiabilidade de um projeto, a capacidade de prever os tipos de esforços e a viabilidade de extrapolar a partir de dados limitados de campo e de laboratório (Huang, 1993).

Através do dimensionamento mecanístico os valores das tensões e deformações nos pavimentos são obtidos a partir das propriedades dos materiais determinadas em ensaios de laboratório. Posteriormente, os resultados são comparados com critérios de dimensionamento pré-definidos baseados em modelos de previsão de dano estabelecidos a partir de experiências de campo. Por isso é que os métodos são normalmente denominados mecanístico-empíricos (Huang, 1993).

As principais respostas dos pavimentos para os métodos mecanístico-empíricos e os mecanismos de dano associados são:

- Deslocamento vertical da superfície (para deformação permanente).
- Tensões/deformações de tração na face inferior do revestimento (para fissuração por fadiga).
- Tensões/deformações verticais de compressão nas diversas camadas (para deformação permanente).

Podemos observar claramente que a determinação das tensões e deformações é um fator essencial ao uso dos métodos mecanísticos-empíricos de projeto de pavimentos. Porém, a análise estrutural de pavimentos é um problema complexo devido à geometria, condições de contorno e materiais envolvidos. Os materiais utilizados em pavimentação, como solos e misturas asfálticas, apresentam muitas vezes comportamento não-linear e dependente do tempo. Assim, a determinação das tensões e deformações de maneira fechada (analítica) é difícil ou mesmo impossível na maioria dos casos, o que tem inibido a utilização prática em grande escala dos métodos mecanísticos de dimensionamento.

Algumas técnicas para determinar as tensões e deformações em sistemas de pavimentos asfálticos estão citadas a seguir. No caso de soluções numéricas, alguns sistemas que as utilizam estão colocados entre parênteses (Schwartz 2002):

- Analítica (ex: Solução de Burmister)
- Teoria das Camadas Elásticas (MLE) (ex: ELSYM5, KENLAYER, EVERSTRESS)
- Método das Diferenças Finitas (FD) (ex: FLAC)
- Método dos Elementos Finitos (FE)
 - Uso geral (ex: ABAQUS)
 - Específicos para pavimentos (ex: ILLI-SLAB, ILLI-PAVE, MICH-PAVE)
- Método dos Elementos de Contorno (BE) (ex: BEASY)
- Métodos Híbridos

Dentre estas alternativas para calcular tensões/deformações, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem se destacado devido a sua generalidade. Esta técnica permite a modelagem de geometrias tridimensionais, comportamentos não-lineares, grandes deformações, realização de análises dinâmicas e outras considerações mais sofisticadas (Schwartz, 2002).

A tendência atual para projeto de novas rodovias e para reabilitação de pavimentos já existentes é a utilização do MEF em conjunto com os métodos mecanísticos-empíricos. (NCHRP/TRB, 2004). Seguindo esta tendência, o Laboratório de Mecânica dos Pavimentos (LMP) da Universidade Federal do Ceará (UFC) iniciou em 2005 o desenvolvimento do programa CAP3D para análise bidimensional e tridimensional de pavimentos asfálticos através do MEF (Holanda *et al.*, 2006).

A Figura 1 mostra as principais características de um modelo bidimensional. Esses modelos supõem que o pavimento tem geometria e materiais constantes nos planos horizontais sendo ilimitado na direção horizontal e vertical. O carregamento do modelo é composto por uma pressão uniforme aplicada em uma área de forma circular cuja resultante corresponde à carga de uma roda. Nestas circunstâncias as deflexões, tensões e deformações têm uma distribuição simétrica em relação ao eixo vertical que passa pelo centro da carga. Portanto, as respostas do modelo em um sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) são independentes do ângulo θ e dependentes apenas das coordenadas radial (r) e vertical (z), o que corresponde a um modelo axissimétrico, isto é, um sistema bidimensional em coordenadas cilíndricas.

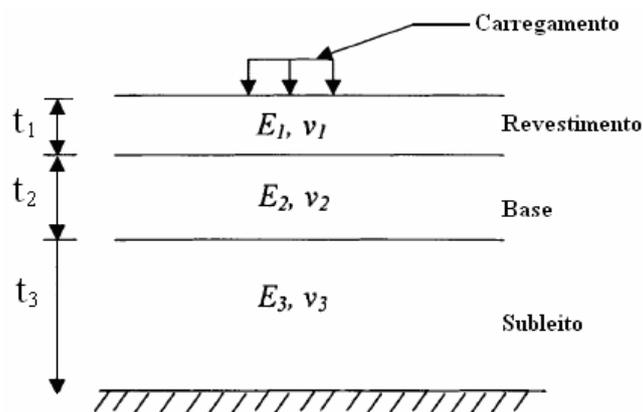


Figura 1 - Esquema simplificado de um pavimento flexível com 3 camadas.

Por superposição podemos obter o efeito das várias rodas nos modelos axissimétricos. A principal vantagem destes modelos é a simplicidade de geração da malha e visualização dos resultados, além da grande eficiência computacional da análise por elementos finitos. Esta eficiência ocorre porque o número de equações de um modelo de elementos finitos bidimensional é muito menor do que o de um modelo tridimensional.

Outro ponto importante a ser discutido é o tempo de realização de uma análise que dependerá diretamente de alguns fatores, como: a complexidade da estrutura do pavimento; o grau de refinamento da análise, número de camadas, número de nós e número de elementos; o tipo e a configuração do computador. Enquanto que o tempo de processamento para uma simples análise linear 2D com um carregamento único é de apenas alguns segundos, uma análise linear 3D, para essas mesmas condições, pode levar dezenas de minutos para ser concluída e uma análise 3D não-linear requereria algumas horas para ser efetuada por completo (Schwartz, 2002).

Tanto no Método dos Elementos Finitos como na Teoria das Camadas Elásticas são utilizados modelos axissimétricos. Porém, a superposição de efeitos não é válida no caso de problemas não-lineares e a análise de pavimentos submetidos à carga de veículos torna-se um problema essencialmente tridimensional, devido à interação entre os efeitos das cargas das diversas rodas de um veículo. Por outro lado, alguns estudos têm mostrado que os resultados obtidos por modelos axissimétricos em problemas não-lineares são aceitáveis para uso prático (Schwartz, 2002). Como as análises tridimensionais através do MEF têm custo computacional muito elevado, sua utilização ainda está restrita às atividades de pesquisa, sendo a análise para fins de projeto realizada, ainda que de maneira aproximada, através de modelos de elementos finitos axissimétricos (NCHRP, 2004).

O uso de modelos axissimétricos possui inúmeras vantagens. Além da maior eficiência computacional, torna a modelagem e visualização mais simples e amigável. Assim, atualmente a maioria dos programas existentes para análise de pavimentos, como o ILLI-PAVE, o MICHPAVE e o FEPAVE são baseados na utilização de modelos bidimensionais.

O principal objetivo deste trabalho é apresentar o PMG que é um gerador de malhas bidimensionais (axissimétricas) de elementos finitos, escrito na linguagem de programação C++. Este gerador é específico para pavimentos, gerando modelos de elementos finitos para serem utilizados pelo programa de análise de pavimentos asfálticos CAP3D, citado anteriormente.

2. UTILIZANDO O MEF PARA ANÁLISE DE PAVIMENTOS ASFÁLTICOS

Quando se deseja modelar adequadamente o comportamento dos materiais utilizados em pavimentação, é necessária a utilização de métodos numéricos. O método mais utilizado atualmente para calcular as tensões e deformações em pavimentos asfálticos é o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O método baseia-se na transformação das equações diferenciais que descrevem um dado problema em equações algébricas de mais fácil resolução. Desta forma, divide-se o domínio do problema em uma série de regiões (conhecidas como elementos finitos) de topologia simples como triângulos, quadriláteros, tetraedros e hexaedros e cuja geometria é definida pelas coordenadas de um conjunto de pontos (conhecidos como nós). O conjunto destes elementos é chamado de malha de elementos finitos.

Um exemplo de malha de elementos finitos quadriláteros quadráticos (8 nós) para um modelo axissimétrico de um pavimento com três camadas (revestimento, base e subleito) é mostrado na Figura 2. Nota-se que neste caso o modelo não é ilimitado e que devido à simetria axial, apenas a metade do modelo representado na Figura 1 precisa ser discretizado em elementos finitos.

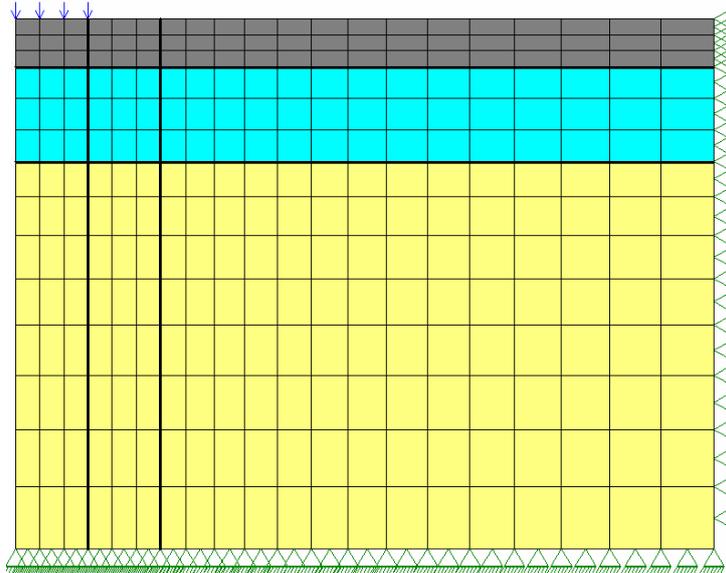


Figura 2 – Exemplo de um modelo de elementos finitos para um pavimento de três camadas.

2.1 Solução de um problema utilizando o MEF

A resolução de um problema utilizando o MEF consiste nas etapas descritas na Figura 3. A primeira fase é o pré-processamento que é responsável pela geração da malha de elementos finitos. Nesta etapa são definidas as propriedades da malha e dos materiais que compõem a estrutura, sendo ainda especificadas as condições de contorno e o carregamento aplicado. Atualmente, tem-se procurado realizar a geração da malha de elementos finitos com interferência mínima do usuário, através do uso de programas computacionais desenvolvidos especificamente para este fim. Apresentar e discutir um destes programas é o objetivo principal deste trabalho.



Figura 3 - Etapas de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos.

A segunda etapa realiza a análise a partir dos dados fornecidos na etapa de pré-processamento. Neste trabalho o programa de análise utilizado é o CAP3D (Holanda *et al.*, 2006), citado anteriormente. Finalmente, a fase de pós-processamento é a responsável pela visualização dos resultados, onde os deslocamentos e distribuição de tensões ao longo da estrutura são normalmente ilustrados utilizando códigos de cores. É comum ainda mostrar a deformada da estrutura.

É importante ressaltar que o MEF é um método aproximado, como todos os métodos numéricos, mas que produz resultados bastante satisfatórios quando a discretização adotada é adequada. Ao contrário dos modelos analíticos, este método necessita definir um sistema que é horizontalmente e verticalmente limitado no espaço, como mostrado na Figura 2. Esta é uma das dificuldades do modelo, pois a localização do limite inferior e dos contornos laterais da malha deve estar o mais distante possível da carga do veículo para simular a condição de meio semi-infinito, fazendo com que o número de elementos da malha cresça.

Neste sentido Duncan *et al.* (1968) recomendam que o comprimento vertical mínimo de uma malha de elementos finitos não seja inferior a 18 vezes o raio de aplicação da carga para um sistema elástico homogêneo e inferior a 50 vezes o raio de aplicação da carga para um

sistema de multicamadas. É recomendado também que o comprimento horizontal mínimo da malha não seja inferior a 12 vezes o raio de aplicação da carga (NCHRP/TRB, 2004). Estas recomendações são importantes, pois funcionam como estimativas iniciais para os comprimentos mínimos, mas não garantem a obtenção de resultados satisfatórios, uma vez que estes comprimentos dependem da relação entre a rigidez das camadas. Assim, quanto maior a rigidez do revestimento asfáltico em relação às camadas granulares (base, sub-base e subleito) maiores serão os comprimentos mínimos para simular a condição de meio infinito.

Outro aspecto relevante a ser considerado é que as maiores deflexões, deformações e tensões ocorrem próximas ao ponto de aplicação da carga, enquanto em regiões distantes da carga as tensões são baixas e praticamente constantes e os deslocamentos tendem a zero. Assim, a utilização de uma malha uniforme é altamente ineficiente do ponto de vista computacional.

3. DESCRIÇÃO DO PMG

O sistema desenvolvido neste trabalho foi denominado PMG (*Pavement Mesh Generator*) e é responsável pela primeira etapa do problema, o pré-processamento. Uma das principais vantagens do programa é a sua utilização específica para pavimentos asfálticos, o que torna a quantidade de dados de entrada pequena devido à geometria simples e constante dos pavimentos. Consequentemente tem-se uma modelagem mais rápida e eficiente do que a obtida a partir de geradores de malha de uso geral como o Mtool (Tecgraf, 1992) e o ABAQUS/CAE (HKS, 2004), por exemplo.

Estes programas apresentam uma boa interface gráfica, porém a geração da malha é mais demorada. É necessário desenhar cada linha que define o contorno da malha e a separação das camadas, além de criar uma linha auxiliar para que a área da aplicação do carregamento possa ser definida. As linhas do contorno devem ainda ser selecionadas para que as condições de apoio sejam definidas. Apenas depois de todo esse processo, o usuário entra com as propriedades das camadas. Finalmente, o usuário deve dividir cada linha criada em uma discretização consistente e gerar uma malha estruturada. Este processo é claramente inadequado para o projeto de pavimentos asfálticos onde é necessário gerar dezenas de seções diferentes para a análise pelo MEF.

Por outro lado, o PMG gera malhas automaticamente a partir de poucos dados de entrada. As dimensões horizontal e vertical do modelo são definidas pelo usuário, permitindo acomodar diferentes relações de rigidez entre o revestimento asfáltico e as demais camadas. Cada camada tem suas características, que podem ser alteradas de maneira conveniente para o usuário. Deve-se ressaltar que o programa não tem limitação no número de camadas.

A discretização da malha é feita de forma a se obter um resultado satisfatório, sem grande esforço computacional. Assim, elementos menores são utilizados na região próxima à carga e elementos maiores nas regiões distantes desta. Para atingir este objetivo o modelo é dividido em três regiões na direção horizontal, como mostrado na Figura 4.

A Figura 4 mostra as regiões utilizadas na geração da malha, onde as regiões 2 e 3 são dependentes da região 1. Nesta é definido o raio de aplicação do carregamento e a partir deste dado de entrada e do comprimento horizontal da malha, que também é um dado de entrada, definimos as regiões 2 e 3. A região 2 terá o mesmo comprimento horizontal da região 1 e a região 3 será gerada subtraindo-se as regiões 1 e 2 do comprimento horizontal total da malha.

Portanto a região 2 terá a mesma quantidade de elementos que a região 1. As regiões 4, 5 e 6 referem-se às camadas do pavimento, que variam caso a caso sendo definidas pelo usuário. O motivo principal da divisão em regiões é permitir uma discretização maior na região do carregamento, onde as deflexões, tensões e deformações são maiores e variam mais

rapidamente e uma discretização menos refinada em pontos mais distantes onde estas respostas mecânicas são praticamente constantes e aproximadamente nulas.

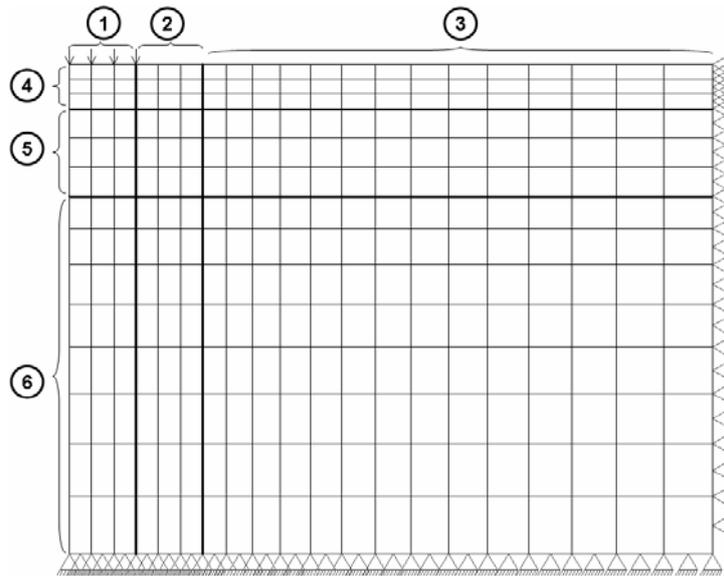


Figura 4 - Regiões utilizadas para geração da malha.

A região 1, como já citado anteriormente, onde ocorre a aplicação da carga, tem um comprimento igual ao raio de aplicação da carga e possui elementos com comprimentos iguais na horizontal. A região 2 foi introduzida durante o desenvolvimento do PMG quando se constatou a necessidade de uma boa discretização na área adjacente à carga a fim de obter maior precisão nas tensões e deformações. Na região 3 o comprimento dos elementos é variável, aumentando na forma de uma PA. Esta variação permite gerar elementos maiores à medida que a distância da carga aumenta, sem que haja uma variação brusca no tamanho dos elementos o que tenderia a prejudicar a qualidade dos resultados obtidos pelo MEF.

As regiões 4 e 5 representam a camada de revestimento asfáltico e a base, respectivamente. Nelas o comprimento vertical dos elementos é constante. Se camadas intermediárias (sub-base, por exemplo) forem criadas entre a região 5 e 6, as mesmas têm o mesmo tratamento dado à região 5. Deve-se ressaltar que o ideal é que essas camadas intermediárias possuam elementos maiores que as camadas superiores e menores que as inferiores para evitar mudanças bruscas entre camadas que podem prejudicar a análise. Finalmente, a região 6 representa o subleito, a última camada da malha, onde o comprimento dos elementos é variável, aumentando na forma de uma PA, de maneira similar à região 3.

O programa é dividido basicamente em três etapas: entrada de dados, geração da malha e gravação do arquivo de saída para a análise. Cada uma destas etapas é discutida a seguir.

3.1 Entrada de dados

A entrada de dados é realizada através de um arquivo texto bastante simples, no qual o usuário define as informações necessárias para a geração da malha. Um exemplo típico para um pavimento de 3 camadas é mostrado na Figura 5.

```

0.15  -550    5    1.5    20
3
0.15  3500000    0.35  5
0.30  3500000    0.30  5
0.90  3500000    0.25  10

```

Figura 5 – Arquivo texto para entrada de dados.

Neste arquivo o usuário define os seguintes dados que caracterizam o pavimento: raio de aplicação da carga, intensidade da carga distribuída (pressão do pneu), comprimento horizontal do modelo, número de camadas, espessura das camadas e propriedades mecânicas dos materiais das camadas (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson). Também são definidos os dados necessários à geração da malha: número de elementos sob a carga, número total de elementos na horizontal, nos trechos uniforme e variável, e número de elementos na vertical em cada camada.

3.2 Geração da malha

A malha poderá ser gerada com 3 tipos de elementos finitos quadrilaterais baseados na formulação isoparamétrica: Q4, Q8 e Q9 (Cook et al., 2002). A escolha do elemento fica a critério do usuário. Estes elementos utilizam diferentes funções de interpolação (funções de forma) para o campo de deslocamentos, acarretando em diferentes números de nós para cada elemento, como mostrado na Figura 6.

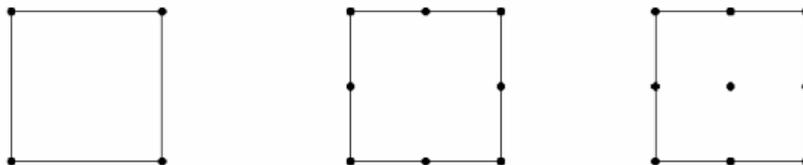


Figura 6 - Elementos Q4, Q8 e Q9, respectivamente.

O elemento Q4 utiliza uma interpolação linear, possuindo 4 nós nas extremidades. Por outro lado, os elementos Q8 e Q9 possuem funções de interpolação quadráticas, necessitando de nós nos meios dos lados. O elemento Q9 é conhecido como Lagrangiano porque as funções de interpolação são polinômios de Lagrange, o que requer a utilização de um nó no interior do elemento. Por outro lado, o elemento Q8 pertence à família Serendipity, possuindo apenas nós no contorno (Cook et al., 2002). Normalmente, elementos quadráticos produzem melhores resultados que os elementos lineares, quando o mesmo número de nós é utilizado.

Os nós são gerados de cima para baixo e da esquerda para a direita, iniciando-se pelo nó 1 logo abaixo do carregamento e localizado exatamente no eixo de simetria axial, como mostra a figura a seguir. Note que é necessário tomar cuidado na geração de malhas de elementos Q8 devido à ausência do nó central.

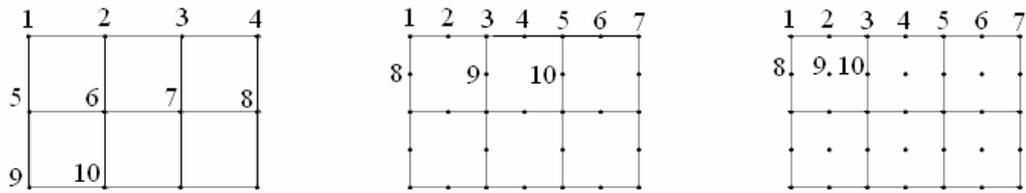


Figura 7 - Ordem dos nós na geração da malha com elementos Q4, Q8 e Q9, respectivamente.

A incidência dos nós no PMG dar-se-á da mesma forma utilizada no Arquivo Neutro (Tecgraf, 2002), que é um arquivo criado com o objetivo de conter todas as informações geradas por um pré-processador necessárias à análise pelo Método dos Elementos Finitos. O procedimento se inicia no canto superior direito do elemento e é feito no sentido anti-horário. No caso de elementos Q9, o nó central é o último nó. A Figura 8 explicita com clareza a geração da incidência dos nós e o Quadro 1 apresenta o algoritmo seguido para a realização deste procedimento .

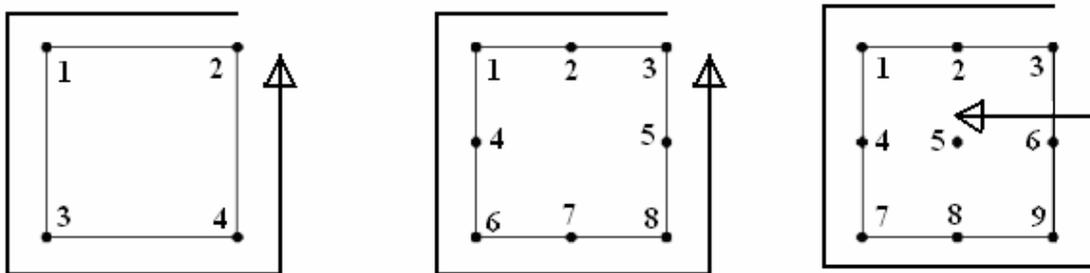


Figura 8 – A incidência dos nós nos elementos Q4, Q8 e Q9, respectivamente.

Quadro 1 – Algoritmo da incidência dos nós.

```

Impressão da variável nelTotal
Inicialização das variáveis: somaCamada = 0 u = 0 w = 0
Cálculo do vetor no: no[1] = - 1
Para a camada 1 até a camada corrente ≤ N° de camadas, faz-se:
  Cálculo da variável k = w
  Para o elemento 1 até o elemento corrente ≤ N° de elementos da última camada, faz-se:
    Inicialização da variável j = 0
    Para o elemento 1 até o elemento corrente ≤ nelHor, faz-se:
      Cálculo da variável k = k + 1
      Cálculo do vetor no[1] = no[1] + 2
      Cálculo do vetor no[8] = no[1] + 1
      Cálculo do vetor no[7] = no[8] + 1
      Cálculo do vetor no[2] = (2 x nelHor + 1) + no[1] - j
      Cálculo do vetor no[6] = no[2] + 1
      Cálculo do vetor no[3] = (2 x nelHor + 1) + (nelHor + 1) + no[1]
      Cálculo do vetor no[4] = no[3] + 1
      Cálculo do vetor no[5] = no[4] + 1

```

Impressão dos valores de: k, u + 1, 1, 1, no[7], no[8], no[1], no[2], no[3], no[4], no[5], no[6]

Cálculo do vetor no[1] = no[1] + nelHor + 2

Cálculo do vetor no[8] = no[1] + 1

Cálculo do vetor no[7] = no[1] + 2

Cálculo do vetor no[2] = (2 x nelHor + 1) + no[1]

Cálculo do vetor no[6] = no[2] + 1

Cálculo do vetor no[3] = (2 x nelHor + 1) + (nelHor + 1) + no[1]

Cálculo do vetor no[4] = no[3] + 1

Cálculo do vetor no[5] = no[3] + 2

Cálculo da variável w = w + (camada[u].nElm x nelHor)

Cálculo da variável somaCamada = somaCamada + Camada[u].nElm

Como já foi dito anteriormente, a malha possui algumas regiões distintas. Nas duas primeiras regiões, os elementos têm comprimento horizontal constante. Este comprimento corresponde ao primeiro termo da Progressão Aritmética (PA) na horizontal, de maneira a garantir uma transição suave. A partir dele os elementos passam a variar de tamanho.

Para o cálculo da razão da PA na horizontal utilizamos a expressão do somatório de uma PA dada pela Eq. (1) e a expressão do último elemento de uma PA, Eq. (2):

$$compResta = \frac{(dx + An) \times nelRest}{2} \quad (1)$$

$$An = dx + (nelRest - 1) \times razao \quad (2)$$

onde *compResta* é o comprimento horizontal total dos elementos que variam de tamanho [m], *An* é o tamanho do último elemento da PA na horizontal [m], *nelRest* é o número de elementos na horizontal que variam de tamanho, *dx* é o tamanho do primeiro elemento da PA na horizontal [m] e *razão* é a razão da PA na horizontal [m].

Substituindo a Eq. (2) na Eq. (1) obtemos a Eq. (3) que determina a razão da PA na horizontal. O algoritmo seguido para este cálculo é explicitado no Quadro 2.

$$razao = \frac{(compResta - nelRest \times dx)}{\frac{nelRest}{2} \times (nelRest - 1)} \quad (3)$$

Quadro 2 – Algoritmo de geração das coordenadas horizontais.

Inicialização de variáveis:

nNooHor = 2 x nelHor + 1 contadorNoo = 0

x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0

Cálculo da distância entre os 2 primeiros nós dx

Para a iteração 1 (nó 1) até a iteração corrente $\leq 4 \times nelCarga + 1$, faz-se:

Cálculo da variável contadorNoo = contadorNoo + 1

Impressão das variáveis: contadorNoo, x, y, z

Cálculo da variável nNooHor = nNooHor - 1

Cálculo da coordenada $x = x + dx$

Cálculo da coordenada $x = x - dx$

Cálculo da variável $dx = 2 \times dx$

Enquanto $nNooHor > 0$, faz-se:

Cálculo da variável $dx = dx + \text{razao}$

Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: contadorNoo , x , y , z

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: contadorNoo , x , y , z

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Os tamanhos verticais dos elementos são constantes em todas as camadas, com exceção do subleito. Nesta camada, os tamanhos verticais de todos os elementos variam, sendo o primeiro termo da PA igual ao tamanho vertical dos elementos da penúltima camada. Assim, a Eq. (4) descreve a razão da PA na vertical:

$$\text{razaoVer} = \frac{2 \times (\text{Camada}[n-1].t - (\text{Camada}[n-1].nElm) \times (-dy))}{(\text{Camada}[n-1].nElm + 1) \times (\text{Camada}[n-1].nElm)} \quad (4)$$

onde razaoVer é a razão da PA na vertical [m], n é o número de camadas do pavimento, $\text{Camada}[n-1].t$ é a espessura da última camada [m], $\text{Camada}[n-1].nElm$ é o número de elementos da última camada na vertical e dy é o tamanho do primeiro elemento da PA na vertical [m]. O Quadro 3 descreve os passos seguidos para geração das coordenadas verticais das camadas superiores do pavimentos, enquanto o Quadro 4 descreve o mesmo procedimento para o subleito.

Quadro 3 – Algoritmo de geração das coordenadas verticais.

Para a camada 1 até a camada corrente < última camada, faz-se:

Cálculo da distância entre os nós de cada camada na vertical **dy**

Para o elemento 1 até o elemento corrente $\leq N^\circ$ de elementos da penúltima camada, faz-se:

Cálculo da variável $nNooHor = \text{nelHor} + 1$

Cálculo da variável $dx = \text{raio}/\text{nelCarga}$

Cálculo da coordenada $y = y + dy$

Cálculo da coordenada $x = -dx$

Para a iteração 1 (nó 1 da segunda fileira) até a iteração corrente $\leq 2 \times \text{nelCarga} + 1$, faz-se:

Cálculo da coordenada $x = x + dx$;

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: contadorNoo , x , y , z

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Enquanto $nNooHor > 0$, faz-se:

Cálculo da variável $dx = dx + \text{razao}$
 Cálculo da coordenada $x = x + dx$
 Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$
 Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = n\text{NooHor} - 1$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = 2 \times \text{nelHor} + 1$
 Cálculo da variável $dx = \text{raio}/(\text{nelCarga} \times 2)$
 Cálculo da coordenada $y = y + dy$
 Inicialização da coordenada $x = 0$

Para a iteração 1 (nó 1) até a iteração corrente $\leq 4 \times \text{nelCarga} + 1$, faz-se:

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$
 Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = n\text{NooHor} - 1$
 Cálculo da coordenada $x = x + dx$

Cálculo da coordenada $x = x - dx$

Cálculo da variável $dx = 2 \times dx$

Enquanto $n\text{NooHor} > 0$, faz-se:

Cálculo da variável $dx = dx + \text{razao}$
 Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$
 Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$
 Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = n\text{NooHor} - 1$
 Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$
 Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$
 Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = n\text{NooHor} - 1$

Quadro 4 – Algoritmo de geração das coordenadas verticais do subleito.

Cálculo da distância entre os nós da penúltima camada na vertical dy

Para o elemento 1 até o elemento corrente $\leq N^\circ$ de elementos da última camada, faz-se:

Cálculo da variável $n\text{NooHor} = \text{nelHor} + 1$
 Cálculo da variável $dy = dy - \text{razaoVer}/2$
 Cálculo da variável $dx = \text{raio}/\text{nelCarga}$
 Cálculo da coordenada $y = y + dy$
 Cálculo da coordenada $x = -dx$

Para a iteração 1 (nó 1 da segunda fileira) até a iteração corrente $\leq 2 \times \text{nelCarga} + 1$, faz-se:

Cálculo da coordenada $x = x + dx$;
 Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$
 Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$
 Cálculo da variável $n\text{NooHor} = n\text{NooHor} - 1$

Enquanto $nNooHor > 0$, faz-se:

Cálculo da variável $dx = dx + \text{razao}$

Cálculo da coordenada $x = x + dx$

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Cálculo da variável $nNooHor = 2 \times \text{nelHor} + 1$

Cálculo da variável $dx = \text{raio}/(\text{nelCarga} \times 2)$

Cálculo da coordenada $y = y + dy$

Para a iteração 1 (nó 1) até a iteração corrente $\leq 4 \times \text{nelCarga} + 1$, faz-se:

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Cálculo da coordenada $x = x + dx$

Cálculo da coordenada $x = x - dx$

Cálculo da variável $dx = 2 \times dx$

Enquanto $nNooHor > 0$, faz-se:

Cálculo da variável $dx = dx + \text{razao}$

Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Cálculo da coordenada $x = x + dx/2$

Cálculo da variável $\text{contadorNoo} = \text{contadorNoo} + 1$

Impressão das variáveis: $\text{contadorNoo}, x, y, z$

Cálculo da variável $nNooHor = nNooHor - 1$

Um dos principais objetivos da geração desse tipo de malha é a necessidade maior de obter informações relativas aos elementos próximos ao carregamento, pois são esses elementos que estarão submetidos às maiores tensões e conseqüentemente sofrerão as maiores deformações. Além disso, é importante ressaltar que a partir de um determinado ponto da malha a influência do carregamento é praticamente nula. Por isso não é interessante gerar uma malha uniforme com uma quantidade grande de elementos distantes da carga aplicada. Com a distribuição proposta neste trabalho, obtém-se a diminuição do número de nós e elementos, e por conseqüência o esforço computacional, sem sacrificar a qualidade dos resultados obtidos.

3.3 Gravação do arquivo de saída para análise

Logo após a definição de todas as informações referentes à malha, aos materiais e à carga, um arquivo de saída é criado e todos esses dados do modelo de elementos finitos são gravados neste arquivo. Este arquivo tem um formato compatível com o programa de análise CAP3D sendo utilizado sem necessidade de alterações por parte do usuário.

Contudo, como o gerador aqui descrito é um programa independente ele pode ser facilmente modificado para gravar os dados no formato de qualquer outro programa de

análise por elementos finitos, uma vez que os dados que estes programas utilizam são similares, havendo apenas variação quando à ordem e ao formato em que estes dados devem ser gravados.

O arquivo de saída gerado pelo PMG é bem compacto e foi desenvolvido baseado no formato do “Arquivo Neutro”, citado anteriormente. A estrutura do arquivo é composta pelos seguintes dados:

- Impressão de um cabeçalho, explicitando que será gerada uma malha axissimétrica para a análise.
- Impressão da quantidade de nós e das coordenadas de cada nó.
- Impressão da quantidade de nós onde há apoios. Serão de primeiro gênero os últimos nós da lateral direita da malha e de segundo gênero os que se encontram na parte inferior da malha.
- Impressão da quantidade de materiais e de camadas, assim como os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson de cada camada.
- Impressão da ordem de integração.
- Impressão do número de elementos, da camada correspondente a cada elemento e dos nós correspondentes a cada elemento em uma ordem baseada no “Arquivo Neutro”.
- Impressão do número de elementos sob o carregamento, dos nós correspondentes a cada elemento sob o carregamento e a carga.
- Impressão do cabeçalho final.

4. EXEMPLO

O objetivo principal deste exemplo é validar a implementação do gerador de malhas bidimensionais de pavimentos PMG. Neste exemplo será considerada uma estrutura de pavimento com uma camada de revestimento de 10 cm de espessura, com módulo de elasticidade $E = 3,5 \times 10^7$ kPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,35$ e com 8 elementos na vertical. Esta camada está apoiada em uma base de 20 cm de espessura composta por um material com $E = 3,5 \times 10^6$ kPa e $\nu = 0,30$. Esta camada também contém 8 elementos na vertical. Finalmente, o material do subleito apresenta $E = 1,0 \times 10^6$ kPa e $\nu = 0,40$. Sua espessura foi considerada 7,50 m, seguindo as recomendações citadas anteriormente. O número de elementos na vertical do subleito é 15.

A carga aplicada é igual a 550 kPa, o raio da carga é 15 cm e o comprimento horizontal do modelo é 4,5 m. A partir destes dados foram geradas duas malhas, uma no PMG (Malha 1) e outra no Mtool (Malha 2), com 7 elementos sob a carga na direção horizontal. É ainda importante ressaltar que as malhas geradas consideraram elementos quadriláteros quadráticos Q8 e o sistema CAP3D foi utilizado para a realização das análises. Uma representação esquemática da malha gerada é mostrada na Figura 9. Esta figura representa as diferentes camadas do pavimento através de cores diferentes e uma parte do subleito não é mostrada para reduzir o tamanho da figura.

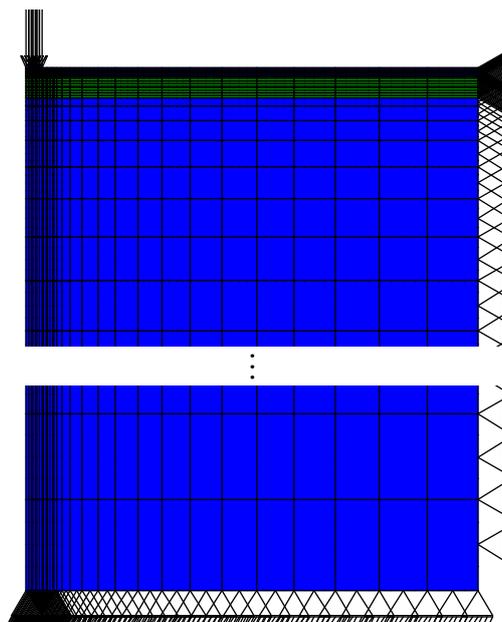


Figura 9 – Representação esquemática do modelo gerado pelo PMG.

Os resultados das tensões horizontais (Tabela 1) e verticais (Tabela 2) destas análises foram comparados com os obtidos por dois sistemas conhecidos na literatura: EVERSTRESS (WSDOT, 2005), que é baseado na Teoria de Camadas Elásticas e MICHPAVE (Harichandran et al, 1990) que utiliza o Método dos Elementos Finitos. A partir das tabelas percebe-se que os valores obtidos em todos os casos são bastante similares, sendo os calculados pelo MICHPAVE um pouco distintos. Acredita-se que isto ocorreu em função da limitação de refinamento da malha apresentada pelo MICHPAVE e pelo fato deste sistema utilizar elementos quadriláteros lineares

Tabela 1 -Comparação da Tensão Horizontal (kPa)

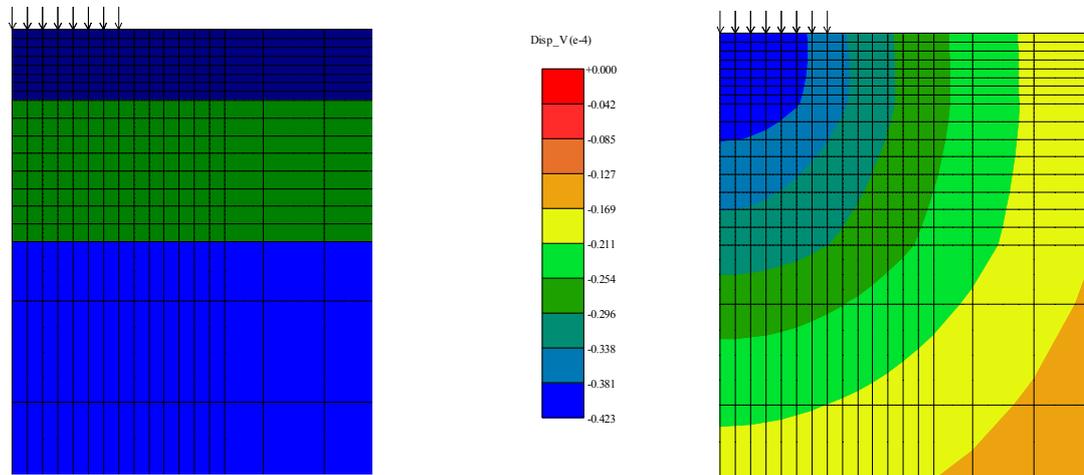
Profundidade	PMG/CAP3D	Mtool/CAP3D	EVERSTRESS	MICHPAVE
0.00	-1.611,09	-1.612,17	-1.610,19	-1.464,37
99.99	1.014,09	1.013,57	1.008,14	948,81
100.01	-0,57	-0,59	-0,22	-7,03
299.99	100,66	100,75	100,66	65,01
300.01	0,34	0,36	0,25	-0,138

Tabela 2 -Comparação da Tensão Vertical (kPa)

Profundidade	PMG/CAP3D	Mtool/CAP3D	EVERSTRESS	MICHPAVE
0.00	-551,13	-552,10	-550,00	-550,00
99.99	-246,29	-246,32	-247,96	-277,29
100.01	-247,82	-247,77	-247,93	-277,29
299.99	-63,79	-62,99	-63,58	-61,57
300.01	-62,94	-58,39	-63,58	-61,57

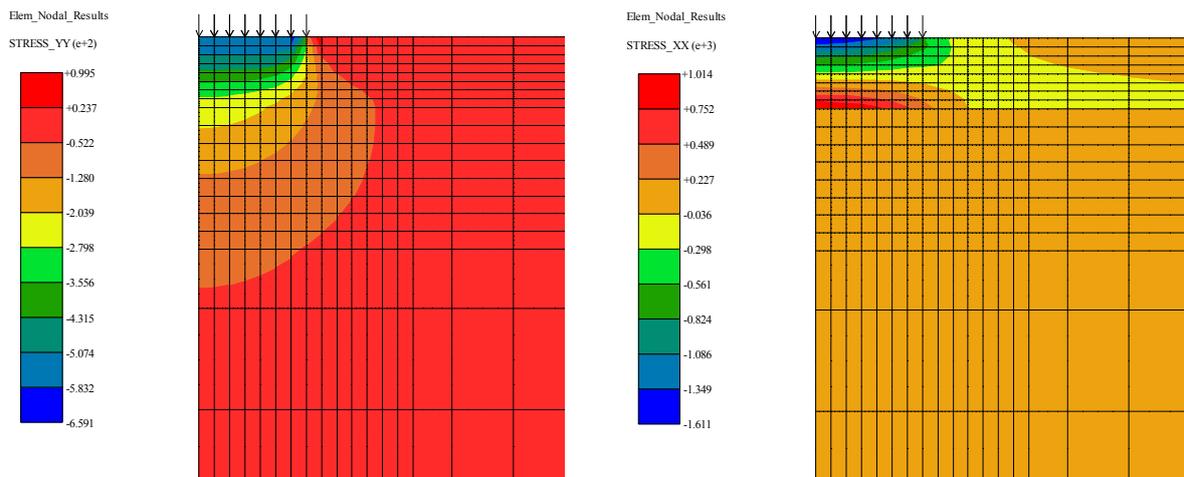
Outra conclusão oriunda das tabelas é que o resultado encontrado quando o PMG foi o pré-processador adotado foi praticamente coincidente com o obtido com o Mtool. Deve ser ressaltado que, por ser um gerador específico para pavimentos, o tempo de geração do PMG foi bem inferior ao do Mtool, ou seja, houve um ganho de tempo significativo sem perda de qualidade dos resultados.

O detalhe da malha na região próxima à carga e a representação gráfica dos resultados obtidos nesta região são mostrados na Figura 10. As tensões mostradas não estão suavizadas, mas mesmo assim as discontinuidades nas fronteiras dos elementos são pequenas o que mostra a qualidade da malha gerada. Verifica-se ainda que na região 3 e no subleito, onde os elementos tem tamanho crescentes, as tensões tem uma variação muito pequena, confirmando as hipóteses utilizadas no desenvolvimento do algoritmo de geração de malha do PMG.



(a) Malha e materiais.

(b) Deslocamento vertical.



(c) Tensão vertical.

(d) Tensão horizontal.

Figura 10 – Detalhe da região próxima à carga.

Com o objetivo de avaliar a influência da quantidade de elementos sob a carga, novas malhas foram geradas no PMG (Malha 3) e no Mtool (Malha 4), considerando apenas 2 elementos sob a carga. A Tabela 3 mostra o valor do deslocamento vertical sob a carga obtido nos dois casos e ainda os compara com os calculados pelo EVERSTRESS e MICHPAVE. Percebe-se que para este parâmetro não houve nenhuma diferença significativa quando as duas novas malhas foram utilizadas.

Tabela 3 – Comparação do deslocamento vertical (mm) ↓.

PMG/CAP3D		Mtool/CAP3D		EVERSTRESS	MICHPAVE
Malha 1	Malha 3	Malha 2	Malha 4		
0,420	0,419	0,420	0,419	0,448	0,471

Finalmente, a Figura 11 ilustra o que ocorre com os valores não suavizados das tensões horizontais no topo da camada do revestimento asfáltico para as 4 malhas em estudo. Verifica-se uma boa concordância entre os resultados obtidos para as malhas geradas pelos Mtool e pelo PMG, principalmente para malhas mais refinadas.

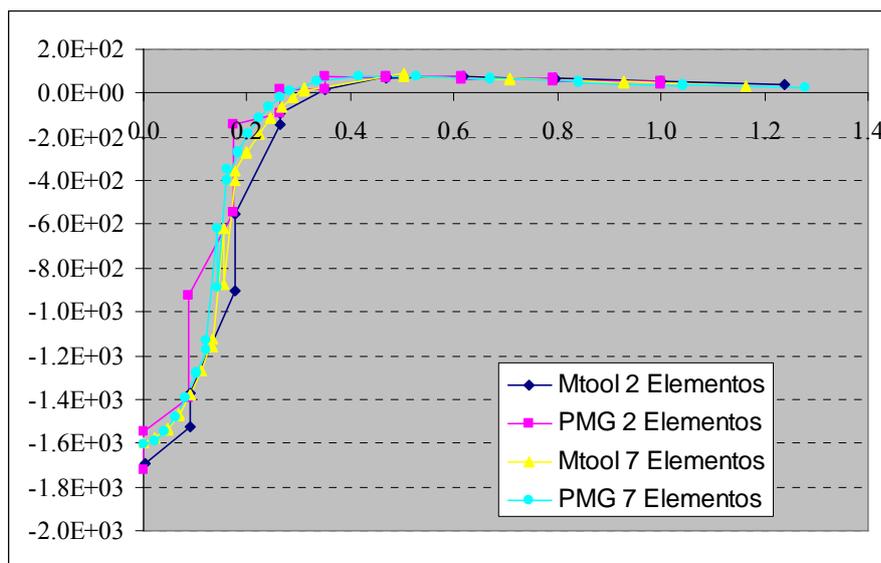


Figura 11 – Tensões horizontais para as malhas com 2 e 7 elementos sob a carga.

Com era de se esperar, o uso de uma malha mais refinada leva a uma distribuição mais suave das tensões, reduzindo as descontinuidades entre os elementos. Nota-se ainda uma redução nas tensões máximas com o refinamento da malha. Este é um aspecto importante, pois permite o aumento da economia do projeto sem comprometer a segurança deste.

5. COMENTÁRIOS FINAIS

Neste artigo, apresentou-se um gerador de malhas bidimensionais de elementos finitos específico para pavimentos denominado PMG. O objetivo deste desenvolvimento é possibilitar a criação de malhas de pavimentos de uma forma extremamente simples e rápida sem perda na qualidade das respostas. A partir dos exemplos apresentados, percebeu-se que o uso do PMG produziu os mesmos resultados obtidos quando um gerador de malhas genérico foi utilizado, acarretando em uma economia de tempo com a mesma qualidade de resultados. É importante ainda ressaltar que os valores obtidos com as malhas geradas neste programa apresentaram boa concordância com os obtidos por outros programas já consagrados, como o EVERSTRESS e MICHPAVE.

Este é um trabalho em desenvolvimento e novas implementações estão sendo realizadas, como a geração de elementos infinitos para permitir uma melhor modelagem do problema utilizando menos elementos e a geração automática de dados para análise não-linear de pavimentos utilizando modelos constitutivos baseados no módulo de resiliência dos materiais granulares.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, ANP, FINEP, FUNCAP e UFC pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Harichandran, R.S., Yeh, M.-S., and Baladi, G.Y., 1990. MICHPAVE: A Nonlinear Finite Element Program for the Analysis of Flexible Pavements, *Transportation Research Record*, 1286, p. 123-131.

Mizrahi, Victorini Viviane, 1994. Treinamento em linguagem C++ - módulo 1/ Victorine Viviane Mizrahi. – São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda.

Mizrahi, Victorini Viviane, 1994. Treinamento em linguagem C++ - módulo 2/ Victorine Viviane Mizrahi. – São Paulo: Pearson Education Editora Ltda.

NCHRP/TRB, 2004. Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, Appendix RR: Finite Element Procedures for Flexible Pavement Analysis.

HKS, 2004. *ABAQUS/CAE - Theory Manual, Version 6.5*, Hibbit, Karlsson and Sirensen Inc., Providence, RI

Huang, Yang H., 1993. *Pavement Analysis and Design*, First Edition, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

Tecgraf, 1992. *Mtool - Bidimensional Mesh Tool - Manual do Usuário*, Tecgraf - Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rio de Janeiro.

Wang, J., 2001. *Three-Dimensional Finite Element Analysis of Flexible Pavements*. Master of Science thesis, The University of Maine.

WSDOT, 2005. *Everseries User's Guide*, Washington State Department of Transportation, Washington.

Schwartz, Carlos W., 2002. Effect of Stress-Dependent Base Layer on the Superposition of Flexible Pavement Solutions. *The International Journal of Geomechanics*, vol. 2, n. 3, pp. 331–352.

Tecgraf, 2002. *Neutral File Format*. Tecgraf - Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). <http://www.tecgraf.puc-rio.br/neutralfile/>