UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

FRANCISCO RICARDO NOGUEIRA DE VASCONCELOS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

FORTALEZA
2015

FRANCISCO RICARDO NOGUEIRA DE VASCONCELOS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia

Coorientador: Prof. Dra. Ivoneide de Lima

FORTALEZA
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

V45r Vasconcelos, Francisco Ricardo Nogueira de
Resolução de problemas de congruência de triângulos com auxílio do software Geogebra / Francisco Ricardo Nogueira de Vasconcelos. – 2015.
119 f. : il. color., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2015.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia.
Coorientação: Prof. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima.

1. Software Geogebra. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Resolução de problemas. I. Título.

CDD 510

FRANCISCO RICARDO NOGUEIRA DE VASCONCELOS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 20 / 08 / 2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Prof. Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Ao Grande Mestre Jesus, e a Deus, mestre dos mestres, pois sem a permissão deles nada seria possível.

Aos meus pais Plinio de Vasconcelos e Maxima Nogueira de Vasconcelos (*im memoriam*), alicerces da minha formação humana.

À minha esposa Nirlange Pessoa de Queiroz e a minha filha Ana Lara de Queiroz Vasconcelos, fontes de paciência e anjos que iluminam a minha vida.

Aos professores Dr. José Alberto Duarte Maia e Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima, pois desde o dia em que aceitaram cordialmente o meu convite de orientação e coorientação para essa dissertação, e apesar de suas inúmeras obrigações sempre me atendeu com atenção, presteza e cordialidade, me incentivando a crescer profissionalmente.

Aos docentes do Curso de Mestrado em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Ceará (UFC) pela dedicação prestada aos discentes e ao curso, buscando sempre dar o

melhor de si para o bem do progresso Científico do Estado do Ceará e do Brasil.

Aos meus companheiros de turma pelo apoio dado nos momentos de alegrias e tristezas, estando sempre dispostos a colaborar.

Ao professor Dr. Luciano Mari, coordenador do PROFMAT, por nos apoiar e incentivar nessa caminhada, e acima de tudo, pela coragem de enfrentar o desafio de gerir esse mestrado.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por me conceder a vida e me permitir ser a pessoa que hoje sou e, ainda, por me fazer capaz de enfrentar as dificuldades com força, coragem e amor no coração.

Aos meus familiares e amigos, por sempre estarem ao meu lado em todos os momentos, me incentivando e torcendo pelo meu sucesso. Em especial a professora Joelma Maria dos Santos Gurgel por colaborar na tradução do resumo desse trabalho para a língua inglesa.

Aos Professores Dr. José Alberto Duarte Maia e Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima, pela atenção e paciência dispensadas a este trabalho, pois mesmo diante de todas as suas obrigações sempre me atendeu com muita presteza e sensatez, nos momentos de dificuldades.

Ao Coordenador do Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) Luciano Mari, pelo apoio prestado a mais um trabalho desenvolvido, visando o progresso da Ciência e Educação do Estado do Ceará e do Brasil.

"Entre dois espíritos iguais, postos nas mesmas condições, aquele que sabe geometria é superior ao outro e adquire um vigor especial"

(Pascal)

RESUMO

O nosso desafio como professor é possibilitar a melhoria da qualidade do ensino em Matemática buscando meios de garantir a formação de cidadãos capazes de reconhecer o seu papel perante a sociedade e descobrir caminhos elucidativos para o desempenho de uma carreira profissional promissora. Nesse sentido buscamos focar a nossa pesquisa em ações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento das potencialidades cognitivas dos alunos no estudo de congruência. Para isso, propomos o uso do *software* GeoGebra como ferramenta didática para as aulas de Geometria Plana, por entendermos que esse recurso proporciona ao aluno um ambiente favorável ao desenvolvimento da aprendizagem e coloca o professor com mediador no processo de sistematização conceitual das ideias matemáticas necessárias para o desenvolvimento das estruturas cognitivas do aluno. O objetivo do nosso estudo consiste em subsidiar os alunos do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, no sentido de utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta didática auxiliar para a resolução de problemas de Geometria Plana, que envolvem casos de congruência de triângulos. Para a análise e coleta de dados foi realizado o estudo do projeto pedagógico do curso e a realização de 01 minicurso para utilização do *software* GeoGebra destinado a 21 alunos regularmente matriculados na disciplina de Geometria Plana. Utilizamos como instrumentos de pesquisa: 02 questionários diagnósticos, observação e o registro fotográfico. As análises dos resultados evidenciaram que os alunos se mostraram interessados ao uso do *software* GeoGebra em sala de aula. O minicurso e as atividades didáticas aplicadas tiveram um bom nível de aceitação por parte dos futuros professores de Matemática. As conclusões ressaltam que o uso do *software* GeoGebra deve ser entendido como ferramenta didática alternativa para o ensino de Geometria, no sentido de proporcionar ao aluno, uma metodologia dinâmica, interativa e lúdica para se aprender Matemática.

Palavras-chave: Software matemático GeoGebra. Ensino de Matemática. Metodologia.

ABSTRACT

Our challenge as a teacher is to enable the improvement of education quality in mathematics looking for ways to ensure the formation of citizens able to recognize their role in society and find illuminating paths to the performance of a promising career. In this sense, we seek to focus our research on pedagogical actions which enable the development of the students cognitive potential. For this, we propose the use of GeoGebra software as a teaching tool for Plane Geometry classes, because we believe that this resource provides a favorable environment for the development of learning to the student and places the teacher as a mediator in the process of conceptual systematization of the necessary mathematical ideas to the development of the students cognitive structures. The aim of our study is to support the students of degree in Mathematics from the Federal Institute of Education, Science and Technology in order to use GeoGebra software as a teaching tool to help solving plane geometry problems involving cases of congruence triangles. For analysis and data collection, it was carried out the study of the pedagogical project of the course and the completion of a short course for the use of GeoGebra software designed for 21 students enrolled in plane geometry discipline.We used as research tools two diagnostic questionnaires, observation and photographic record. Analysis of the results showed that students in the degree course were receptive to the use of GeoGebra software in the classroom, and the short course and teaching activities applied had a great level of acceptance by the future teachers of mathematics.The conclusions point out that the use of GeoGebra software should be understood as an alternative teaching tool for teaching Geometry in order to provide the student a dynamic, interactive and fun method for learning mathematics.

Keywords: Mathematical Software GeoGebra. Mathematics Teaching. Methodology.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01 - Processo interativo de ensino e aprendizagem com o uso da TIC............... 23
Figura 02 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo equilátero, isósceles e escaleno 27
Figura 03 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo retângulo, acutângulo e obtusângulo. 28
Figura 04 - Cópia de tela do GeoGebra: caso geral de congruências de triângulo 28
Figura 05 - Cópia de tela do GeoGebra: caso L. A. L. de congruência de triângulo 29
Figura 06 - Cópia de tela do GeoGebra: caso A. L. A. de congruência de triângulo........ 30
Figura 07 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos ABC e DEF e ponto F' sobre o lado DF.. 30
Figura 08 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo isósceles de base BC.......................... 31
Figura 09 - Cópia de tela do GeoGebra: semirreta OC bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$ 32
Figura 10 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo AOB com OM bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$ 32
Figura 11 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos AOB e OD bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$ 33
Figura 12 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos semelhantes ABC e DEF................. 33
Figura 13 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos ABC e DEF..................................... 34
Figura 14 - Cópia de tela do GeoGebra: reta m perpendicular do segmento AB............ 35
Figura 15 - Cópia de tela do GeoGebra: reta m mediatriz do segmento AB.................... 36
Figura 16 - Cópia de tela do GeoGebra: ponto P não pertencente à reta AB.................... 37
Figura 17 - Alunos respondendo o questionário diagnóstico pré-pesquisa....................... 43
Figura 18 - Cópia de tela do GeoGebra: janela gráfica r algébrica................................. 43
Figura 19 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Resende (2010, p.40).. 46
Figura 20 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Resende (2010, p.41).. 46
Figura 21 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.14).. 47
Figura 22 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.59).. 48
Figura 23 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.62).. 49

Figura 24 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.70).. 50
Figura 25 - Atividades realizadas na área de trabalho do GeoGebra.................................. 59
Figura 26 - Solução da atividade 02 desenvolvida junto com os alunos.............................. 61
Figura 27 - Alunos construindo a solução da atividade 02.................. 61
Figura 28 - Cópia de tela do GeoGebra: atividade 02........... 62
Figura 29 - Alunos desenvolvendo a solução da atividade 03 a partir da solução obtida em conjunto pesquisador-alunos........................ 63
Figura 30 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 03... 64
Figura 31 - Pesquisador construindo a solução da atividade 04 com os alunos..................... 64
Figura 32 - Alunos participando da construção da solução das atividades didáticas 65
Figura 33 - Cópia de tela do GeoGebra: atividade didática 04 desenvolvida pelo pesquisador junto com os alunos 65
Figura 34 - Desenvolvimento da atividade 05 pelo pesquisador junto com os alunos 66
Figura 35 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 05 67
Figura 36 - Cópia de tela do GeoGebra: figura correspondente a atividade 06 67
Figura 37 - Construção da solução da atividade 06 pelo pesquisador juntamente com os alunos 68
Figura 38 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 06 69
Figura 39 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 07(A18) 70
Figura 40 - Cópia de tela do Geogebra: solução da atividade 08(A08) 70
Figura 41 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 09(A11)................................ 71
Figura 42 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 10 (A15)............................... 72

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01 - Perfil dos alunos participantes do minicurso.. 54

Gráfico 02 - Faixa etária dos alunos participantes do minicurso.. 55

Gráfico 03 - Experiência dos alunos com software GeoGebra antes do minicurso............ 56

Gráfico 04 - Avaliação do minicurso pelos alunos.... 73

Gráfico 05 - Nível de satisfação dos alunos em relação ao minicurso 74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNE	Conselho Nacional de Educação
IFCE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
ROD	Regulamento da Organização Didática
SAC	Sistema Algébrico Computacional
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Alfa
β	Beta
Γ	Gama
η	Eta
θ	Teta
δ	Delta (minúsculo)
φ	Phi
ξ	Ksi
Δ	Delta (maiúsculo)
$\equiv$	Congruência
$\leftrightarrow$	Equivalência
$\in$	Pertinência
%	Porcentagem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 17

2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA A PARTIR DA UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA 22

2.1 O *software* GeoGebra 22

2.2 O uso do GeoGebra para a resolução de problemas 24

2.3 Casos de congruência de triângulos 27

2.3.1 Caso lado-ângulo-lado (L.A.L.) 29

2.3.2 Caso ângulo-lado-ânguloo (A.L.A.) 30

2.3.3 Caso lado-lado-lado (L.L.L.) 33

3 A TRAJETÓRIA METODOLÓGICA 38

3.1 Tipo de pesquisa utilizada no estudo 38

3.2 O *lócus* da pesquisa: o curso de licenciatura em Matemática do IFCE –Campus Canindé 39

3.3 O minicurso 41

3.4 Ações didáticas desenvolvidas no minicurso 42

3.4.1 Atividade 01: primeiro módulo de atividades didáticas 42

3.4.2 Atividades de 02 a 10: segundo módulo de atividades didáticas 44

3.5 Problemas matemáticos utilizados no minicurso 44

3.5.1 Atividade 02 45

3.5.2 Atividade 03 46

3.5.3 Atividade 04 46

3.5.4 Atividade 05 47

3.5.5 Atividade 06 47

3.5.6 Atividade 07 48

3.5.7 Atividade 08 49

3.5.8 Atividade 09 49

3.5.9 Atividade 10 50

3.6 Os instrumentos de coleta de dados 51

3.6.1 O questionário 51

3.6.2 As imagens fotográficas 53

4 O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS JUNTO AOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DO IFCE – CAMPUS CANINDÉ........ 54
4.1 Perfil dos sujeitos pesquisados 54
4.2 Momentos do minicurso 58
4.3 Avaliação do minicurso 72
5 CONCLUSÃO........ 77
REFERÊNCIAS........ 79
APÊNDICE A - PLANEJAMENTO DIDÁTICO DO MINICURSO........ 81
APÊNDICE B - CARTAZ DE DIVULGAÇÃO DO MINICURSO........ 83
APÊNDICE C - FICHA DE INSCRIÇÃO DO MINICURSO........ 84
APÊNDICE D - MODELO DO CERTIFICADO DE PARTICIPAÇÃO NO MINICURSO........ 85
APÊNDICE E - PRIMEIRO MÓDULO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DO MINICURSO........ 86
APÊNDICE F - SEGUNDOO MÓDULO DE ATIVIDADE DIDÁTICAS DO MINICURSO........ 103
APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PRÉ-PESQUISA........ 115
APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PÓS-PESQUISA........ 117
ANEXO A - MATRIZ CURRICULAR DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA IFCE/CANINDÉ........ 119

1 INTRODUÇÃO

O professor é o principal mediador entre o saber e o aprendiz, e como tal deve estar sempre apto a realizar mudanças no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, deve buscar ferramentas pedagógicas que promovam uma boa interação entre o conhecimento a ser ensinado e o aluno, é nessa perspectiva que propomos o uso do *software* GeoGebra como recurso pedagógico auxiliar para resolução de problemas de Geometria Plana.

O professor inserido no contexto de sala de aula deve estar preparado para o uso de ferramentas pedagógicas computacionais e dominar as suas potencialidades, haja vista que os nossos alunos nascem submerso no “mundo cibernético”, isto é, com a tecnologia presente no cotidiano desses alunos.

Os cursos de licenciatura em sua estrutura curricular propõe em algumas disciplinas o uso de *softwares* matemáticos como recurso pedagógico alternativo, no entanto, nem sempre o professor se sente apto a utilizá-lo, seja por não ter o conhecimento necessário, seja por não acreditar nas potencialidades dessas ferramentas. O curso de licenciatura em Matemática do IFCE/Campus Canindé oferece essa alternativa em algumas disciplinas, porém alguns professores não utilizam por falta de conhecimento ou nem utilizam, deixando assim uma lacuna na formação docente desses alunos.

Pensando na problemática descrita acima buscamos aprofundar nossos estudos acerca do uso de *softwares* no ensino de Geometria, com ações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento das potencialidades cognitivas dos alunos no estudo de congruência. Para isso, propomos a realização de 01 minicurso intitulado “Resolução de problemas de Geometria Plana com o auxílio do *software* GeoGebra”, utilizando-se de dez atividades didáticas voltadas aos estudos dos conceitos geométricos do ensino básico, dando ênfase aos casos de congruência de triângulos e buscando verificar as concepções dos futuros professores em relação ao uso de *softwares* no ensino de Matemática.

Propomos o uso do *software* GeoGebra como ferramenta didática para as aulas de Geometria Plana, por entendermos que esse recurso favorece ao aluno um ambiente propício ao desenvolvimento da aprendizagem e coloca o professor com mediador no processo de sistematização conceitual das ideias matemáticas necessárias para o desenvolvimento das estruturas cognitivas do aluno.

Nesse contexto, a resolução de problemas representa uma estratégia didática e metodológica fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático do aluno e para o ensino da Matemática. E é nesse sentido que buscamos levar para sala de aula uma Matemática dinâmica, viva e que trabalhe mais o raciocínio e a compreensão dos processos em detrimento da aplicação direta de fórmulas e regras, com a inserção do *software* GeoGebra como objeto aglutinador do processo de ensino e aprendizagem, de modo a tornar mais dinâmica a construção do conhecimento matemático.

Com isso, devemos buscar meios de garantir a formação de cidadãos com competências e habilidades, conscientes do seu papel perante a sociedade, de modo a proporcionar caminhos mais elucidativos para uma escolha consciente de uma carreira profissional promissora. Para que isso ocorra, é necessário concentrar as ações docentes voltadas ao desenvolvimento das potencialidades cognitivas dos alunos.

Buscamos com esta pesquisa, investigar a seguinte problemática: o *software* GeoGebra como uma alternativa didática para as aulas de Geometria Plana, favorece um clima de cooperação entre os alunos e contribui, de modo significativo, para a compreensão dos elementos conceituais de congruência de triângulos fundamentado na metodologia de resolução de problemas?

Sabemos que melhorar a qualidade do ensino em Matemática nas escolas é o nosso desafio como professores, pois devemos buscar meios de garantir a formação de cidadãos com competências e habilidades, capazes de se tornarem conhecedores do seu papel perante a sociedade, além de proporcionar caminhos mais elucidativos para a escolha consciente de uma carreira profissional promissora. Para isso, é preciso focar em ações docentes que promovam mudanças na postura dos alunos como agentes ativos do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Durante a nossa trajetória docente, observamos que o fazer matemático deve estar associado a ferramentas pedagógicas que favoreçam uma melhor compreensão do conteúdo ensinado, porém, é inconcebível que o uso dessas ferramentas venha a desprezar o processo de construção e reconstrução do pensamento matemático.

Atualmente, profissionais das variadas áreas do conhecimento, recorrem ao uso dos computadores para a realização dos seus trabalhos, isso se justifica devido ao elevado grau de complexidade e/ou volume de algumas dessas tarefas, quando são realizadas manualmente. É o que acontece com os matemáticos, engenheiros e cientistas que utilizam grande parte do seu tempo realizando pesquisas e cálculos matemáticos relativamente minuciosos e complexos.

Nesse sentido, *softwares* matemáticos como o *GeoGebra*, tem ajudado tais profissionais na elucidação de tais tarefas com uma facilidade surpreendente, além de serem *softwares* gratuitos, apresentam vantagens com relação à economia de tempo e confiabilidade nos resultados, conforme ressaltam Lima e Lima (2011, p.1),

> [...] os computadores se tornam indispensáveis ao trabalho criativo em Ciências e Engenharia, as Instituições acadêmicas estão cada vez mais cientes da importância do uso de computadores. Neste sentido elas têm promovido uma "alfabetização" computacional, modificando as grades curriculares de seus cursos, que fazem com que o aluno ainda na graduação tenha contato direto com tais ferramentas.

O nosso objetivo com esse trabalho é apresentar o *software* GeoGebra como uma alternativa metodológica para o ensino de Geometria Plana por intermédio da resolução de problemas que envolvem congruência de triângulos, de modo que venha a auxiliar o professor de Matemática na sua prática docente.

Para atingirmos os nossos objetivos, desenvolvemos um minicurso com alunos do 2º semestre do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) campus Canindé onde foi utilizado o *software* GeoGebra como recurso pedagógico alternativo para a resolução de problemas que envolvem congruência de triângulos por apresentar uma interface dinâmica e de fácil interação com o usuário, além de ser um *software* de código livre. A escolha do nosso público-alvo se justifica pelo fato de que a disciplina de Geometria Plana é ofertada no 2º período do curso, conforme mostra a estrutura curricular do curso (Anexo A).

A escolha do tema se justifica por entendermos que muitos problemas relacionados à congruência de triângulos são solucionáveis de maneira mais elucidativa quando para isso utilizamos recursos gráficos de boa precisão.

Desse modo, entendemos que é preciso aproximar a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) ao ensino de Matemática de forma atrativa, fazendo com que este recurso seja inserido no contexto de sala de aula como ferramenta pedagógica auxiliar para a construção de soluções de problemas de Geometria Plana que envolve congruência de triângulos.

O *software* GeoGebra, quando bem utilizado pelo professor, poderá possibilitar ao aluno um ambiente favorável para a construção e reconstrução da aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento de estruturas cognitivas que capacitem à generalização das informações conceituais e colocando, acima de tudo, o professor como mediador no processo de organização e elaboração das ideias matemáticas e o aluno como um sujeito ativo desse processo. A esse respeito, Lenz, Ferraz e Ito (2007), ressaltam que a metodologia aplicada no ensino moderno de matemática, deverá está voltada ao uso de novas tecnologias computacionais dentro de uma perspectiva pedagógica inovadora e construtivista.

Conforme os PCN, o uso da informática pode se transformar em um grande aliado do professor, por favorecer ao aluno distintos ritmos de aprendizagens, utilizando os erros como fator positivo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e experiências escolares com *softwares* têm mostrado que o seu uso efetivo e correto, pode levar a uma boa aproximação professor-aluno pautada na colaboração e interação, configurando o papel do professor sob a visão da busca constante de mudanças e atualização profissional (BRASIL, 1998).

A ideia central do nosso trabalho é verificar se o uso do *software* no ensino de Matemática proporciona uma elevação da autoestima dos estudantes, no que diz respeito ao desejo de aprender Geometria Plana sob a perspectiva de uma aprendizagem significativa[1], que conforme Moreira, "para que a estrutura cognitiva preexistente influencie e facilite a aprendizagem subsequente é preciso que seu conteúdo tenha sido apreendido de forma significativa, isto é, de maneira não arbitrária e não literal." (MOREIRA, 2006b, p. 13).

Para buscarmos a resposta a essa problemática apresentamos aos futuros professores de matemática, alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE/Canindé matriculados na disciplina de Geometria Euclidiana Plana, o *software* GeoGebra como recurso pedagógico auxiliar para a resolução de problemas de Geometria que envolvem congruência de triângulos.

---

[1] Aprendizagem Significativa ocorre quando novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com os conhecimentos prévios que o aluno possui.

Para que isso seja possível, delineamos o objetivo geral da nossa investigação que consiste em: **utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta pedagógica auxiliar para a resolução de problemas de Geometria Plana.**

Os objetivos específicos são:

- Caracterizar através de um minicurso as implicações do *software* matemático GeoGebra como recurso pedagógico para o de ensino de Geometria Plana;

- Subsidiar os futuros professores de matemática sob a perspectiva da utilização do *software* GeoGebra na resolução de problemas que envolvem congruência de triângulos.

Os objetivos acima fixados foram atingidos empregando-se uma metodologia de pesquisa de cunho descritivo, qualitativo e quantitativo, com viés de estudo de caso.

O nosso trabalho estará dividido em quatro capítulos. O primeiro capítulo é a introdução, que versa sobre os motivos que levaram o pesquisador a escolher o tema desse trabalho e traz a descrição da proposta investigativa. O capítulo seguinte descreve o *software* GeoGebra, e algumas de suas aplicações na resolução de problemas e os casos congruência de triângulos.

O capítulo terceiro desenha a trajetória metodológica, a análise e coleta de dados e os resultados da nossa pesquisa. Em seguida descrevemos as considerações finais, e as principais evidências encontradas no nesso trabalho investigativo.

2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA A PARTIR DA UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Descreveremos nesse capítulo um pouco da história do *software* GeoGebra como ferramenta didática, suas implicações para o ensino de Geometria Plana ancorados na resolução de problemas e os casos de congruência de triângulos.

2.1 O *software* GeoGebra

Segundo Hohenwarter e Hohenwarter (2009), o GeoGebra como um *software* gratuito vem se destacando mundialmente por ser um Sistema Algébrico Computacional (SAC) interativo e dinâmico que reúne vários campos da Matemática pura e aplicada em uma única interface de trabalho, como a Geometria, a Álgebra, a Estatística e o Cálculo.

O aplicativo GeoGebra foi desenvolvido por uma equipe de programadores da Universidade de Salzburgo, dirigida pelo professor Doutor Markus Hohenwater, com o objetivo de melhorar o ensino de Matemática nas Instituições de Ensino Básico e Superior.

Como um sistema de Geometria dinâmico, o GeoGebra permite ao usuário desenvolver construções de alto nível, permitindo posteriores modificações de forma interativa e dinâmica, através do incremento de equações e coordenadas no plano e espaço.

Assim, caracterizamos o *software* GeoGebra como aplicativo interativo e dinâmico, cuja versão algébrica se relaciona com uma versão geométrica.

Em relação ao ensino de Geometria o GeoGebra representa uma proposta de mudanças para o ensino dessa disciplina, haja vista que, as novas tecnologias de comunicação e informação (TIC) são ferramentas potenciais no sentido de provocar mudanças nos diversos campos do conhecimento, e principalmente nos das construções e simulações.

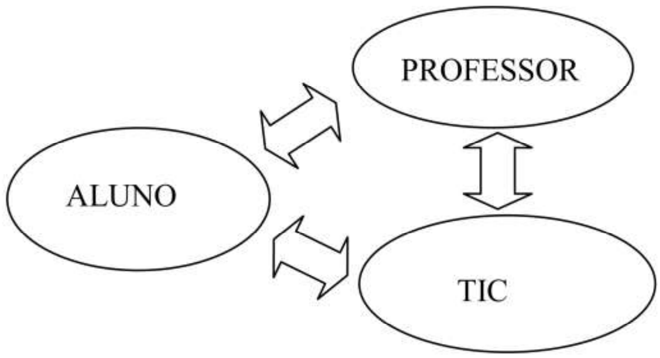
Diante de tais mudanças, daremos ênfases ao ensino da Geometria, cujas propostas curriculares atuais propõem a inclusão dessa disciplina como prioritária na estrutura curricular do ensino básico com tratamento voltado ao uso das tecnologias da comunicação e informação.

No campo interativo da Geometria o GeoGebra deve funcionar como ferramenta de expansão e simulações, desenvolvendo no aluno competências necessárias a aquisição de novos conhecimentos.

Para isso, é importante que o aluno se familiarize bem com essa ferramenta computacional, de modo a se tornar autônomo para desenvolver a capacidade de simular e interpretar problemas relacionados aos principais conteúdos da Geometria Plana, atributo este, indispensável para desenvolver a motivação e a criatividade do aluno.

É nesse sentido que as novas tecnologias surgem como aliadas do processo de ensino e de aprendizagem, pois quando bem aplicadas, constituem ferramentas pedagógicas que contribuem para o desenvolvimento de uma interação entre os alunos na perspectiva de se apropriarem do conhecimento matemático.

Figura 01 - Processo interativo de ensino e aprendizagem com uso da TIC



Fonte: Pesquisa direta

O esquema acima mostra a dinâmica que deve ser estabelecida em sala com o uso do *software* GeoGebra, cujo aluno é um ser ativo ficando livre para interagir de forma autônoma, enquanto o professor atua como mediador do processo de ensino e aprendizagem.

Com o apoio da ferramenta virtual GeoGebra, o aluno poderá se apropriar do conhecimento matemático e explorar sua capacidade de solucionar, conjecturar, fazer simulações no campo da Geometria de forma dinâmica e interativa, formando um elo de ligação entre o conhecimento geométrico teórico e prático.

Como ferramenta didática, o *software* GeoGebra deve contribuir substancialmente para o desenvolvimento da nossa pesquisa, uma vez que pode assumir um papel importante na formação inicial dos futuros professores de Matemática de forma ampla e dinâmica.

2.2 O uso do GeoGebra para a resolução de problemas

O *software* GeoGebra foi desenvolvido por professores da Universidade de Salzburg com o objetivo de tornar mais dinâmico o ensino de Matemática nas escolas de ensino básico, e nas Universidades de todo o mundo, (HOHENWARTER e HOHENWARTER, 2009).

O Sistema Algébrico Computacional (SAC) GeoGebra está disponível gratuitamente para *Download*[2] no site www.geogebra.at sendo sua utilização de livre acesso. No campo da Geometria, permite estabelecer relações entre as janelas geométrica e algébrica de forma dinâmica em vários níveis de ensino.

Uma das principais características do *software* GeoGebra é a dupla função dos objetos, pois cada expressão na janela de álgebra corresponde a uma na janela de geometria, bem como a dupla percepção dos objetos: cada expressão da janela de álgebra corresponde a um objeto da zona gráfica, e vice-versa.

Nesse sentido, essa ferramenta computacional proporciona mudanças em relação ao ensino de geometria, pois envolve a construção e simulação de modelos geométricos, desde que o professor saiba como aplicá-la, uma vez que as tecnologias de informação e comunicação estão presentes no cotidiano dos alunos. Segundo Kusiak, Prestes e Franzin,

> "As atividades desenvolvidas com o software Geogebra mostram-nos que é possível ensinar Geometria de forma dinâmica, tornando a aula instigante e atrativa, na qual o aluno participa, interage com seus colegas, e através de suas construções vai formulando o seu próprio conhecimento. Tudo isso vem a contribuir para o aumento das habilidades e potencialidades dos educandos, que nada mais é, do que nosso objetivo como futuros docentes." (KUSIAK; PRESTES E FRANZIN, 2012, p.8)

O emprego adequado do Geogebra como ferramenta de aprendizagem em sala de aula, proporciona ao aluno solucionar, testar e simular problemas favorescendo a aprendizagem, uma vez que o mesmo poderá modificar parâmetros relacionados as figuras geométricas de forma dinâmica o qual não se torna prático usando simplesmente lápis e papel.

---

[2] Os procedimentos para o *Download* do software GeoGebra (Anexo A).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (1998), a construção do pensamento geométrico deve se dar durante o ensino básico e que a geometria não deve ser desvinculada da Matemática, e sim como um elemento aglutinador do pensamento matemático e do raciocínio lógico dedutivo, estabelecendo relações com a realidade do aluno.

De acordo com Lovis e Franco (2013), é cada vez maior a necessidade dos professores em utilizar recursos tecnológicos em sala de aula, contudo, se faz necessário proporcionar a esses sujeitos meios que os auxiliem na compreensão e utilização desses recursos, é nesse sentido que o GeoGebra pode auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Plana.

Para Leivas (2013), a tecnica de resolução de problemas representa uma metodologia de ensino e de aprendizagem defendida por vários pesquisadores em Educação Matemática, dentre eles destacamos Polya, ao afirmam que os problemas estão na própria Matemática desde seus princípios, se tornando um elo motivador para o desenvolvimento da criatividade teórica e prática do aluno.

É neste sentido, o GeoGebra pode se apresentar como ferramenta auxiliar do professor para o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, associando os conceitos formais de geometria apresentados em sala de aula com situações reais do cotidiano, através de prática de resolução de problemas de congruência de triângulos.

Ainda no tocante a resolução de problemas o *software* GeoGebra surge como uma alternativa pedagógica alternativa para o professor de Matemática, no sentido de potencializar o ensino de Geometria.

Polya (2010) defende que alguns tipos de problemas devem ser apresentados aos alunos no intuito de desenvolver habilidades para a resolução de problemas, ressaltando a importância da participação docente para o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno.

Ainda para o autor, essa atitude favorece o desenvolvimento da capacidade criativa e do pensamento científico do aluno no que concerne à resolução de problemas de congruências de triângulos. Com isso, é necessário que o professor conheça a importância da metodologia abordada de modo a firmar um comprometimento com o desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

Segundo Lieban (2012), o GeoGebra é fundamental na resolução de problemas em Geometria, haja vista que o mesmo oferece ao aluno a possibilidade de levantar hipóteses, verificar a consistência dos seus argumentos, a validade de proposições, além de ser um excelente aplicativo para a realização de construções geométricas de alto nível, facilitando a verificação por parte do estudante das formalidades matemáticas presentes nessas construções de maneira natural.

Ainda em relação a resolução de problemas de Geometria Plana o GeoGebra como *software* dinâmico, ainda possibilita a visualização de uma mesma construção em diferentes disposições, facilitando a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos no problema, mesmo aquelas mais intrínsecas e que muitas vezes passam desapercebidas em uma representação estática.

Mesmo o *software* GeoGebra apresentando os atributos acima descritos, Lieban (2012) chama a atenção para o uso desse recurso em sala de aula, argumentando que este deve ser utilizado de forma cuidadosa, de modo a não se tornar um instrumento de dispersão. Para que isso não aconteça, é necessário um bom planejamento por parte do professor, cujas ações propostas possibilitem aos alunos reflexões sobre o objeto de estudado.

Nesse sentido, o GeoGebra pode se torna um grande aliado do professor como ferramenta pedagógica dinâmica, de modo a colaborar com o planejamento didático das ações docentes, mediando o processo de ensino e aprendizagem de forma lúdica, interativa e dinâmica.

2.3 Casos de congruência de triângulos

De maneira intuitiva, podemos afirmar que duas figuras planas são congruentes se uma delas puder ser deslocada sobre a outra de modo que ambas coincidam, sem que haja deformação de forma e medida (REZENDE, 2010). Assim podemos denotar duas figuras planas A_1 e A_2 congruentes por, $A_1 \equiv A_2$.

Nesse caso, a congruência entre duas figuras planas verifica as propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva, representando uma relação de equivalência.

- **Propriedade reflexiva:** toda figura plana é congruente a ela mesma, ou seja, $A_1 \equiv A_1$.

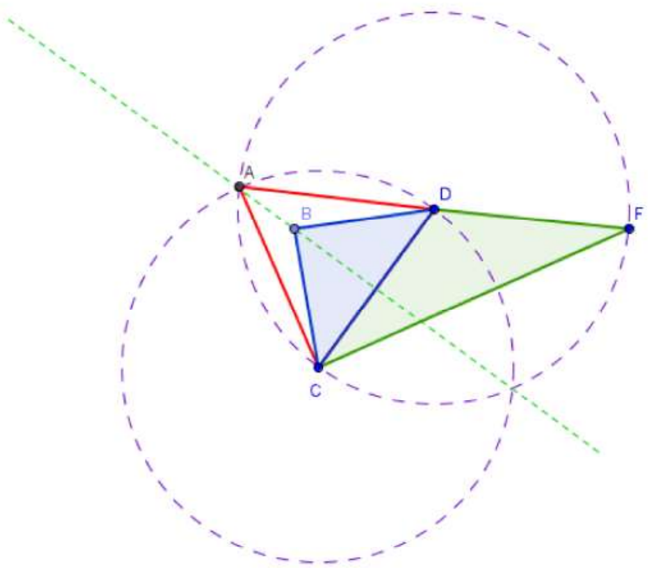
- **Propriedade simétrica:** se uma figura plana A_1 é congruente a outra A_2, então A_2 é congruente a A_1, ou seja, $A_1 \equiv A_2 \leftrightarrow A_2 \equiv A_1$.

- **Propriedade transitiva:** se uma figura plana A_1 é congruente a outra A_2, e A_2 por sua vez é congruente a A_3, então $A_1 \equiv A_3$ ou seja, $A_1 \equiv A_2$ e $A_2 \equiv A_3 \leftrightarrow A_2 \equiv A_3$.

Relembrando, podemos definir o triângulo como um polígono de três lados, e classifica-los quanto à medida de seus lados, como:

Equiláteros, são os que têm os três lados congruentes (triângulo ACD); os triângulos isósceles têm dois lados congruentes e o outro não congruente denominado de base (triângulo BCD); e os triângulos escalenos apresentam os três lados não congruentes dois a dois (triângulo ACF), conforme mostra a figura seguinte.

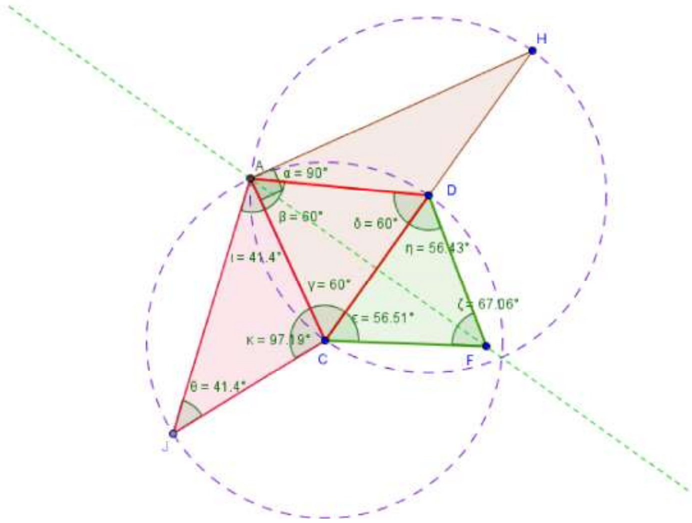
Figura 02 – Cópia de tela do GeoGebra: triângulo equilátero, isósceles e escaleno



Fonte: Pesquisa direta

Quanto aos ângulos, os triângulos são classificados em retângulo: quando tem um ângulo reto. O ângulo oposto ao ângulo reto é denominado de hipotenusa, enquanto os outros de catetos (triângulo ACH); acutângulo: quando os três ângulos internos são agudos (triângulo CDF); e obtusângulo: quando um ângulo interno é obtuso (triângulo CAJ). Um triângulo é classificado de equiângulo quando os três ângulos são dois a dois congruentes, e nesse caso, um triângulo equiângulo também é equilátero, conforme figura 03 que segue.

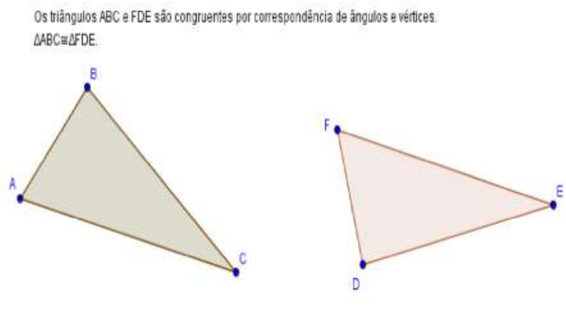
Figura 03- Cópia de tela do GeoGebra: triângulos retângulo, acutângulo e obtusângulo



Fonte: Pesquisa direta

Por definição, triângulos congruentes nos permite definir uma correspondência biunívoca entre seus vértices tal que sejam congruentes os lados e os ângulos correspondentes. Utilizando o *software* GeoGebra podemos verificar o caso geral de congruência de triângulos, como ilustra a figura 04.

Figura 04 - Cópia de tela do GeoGebra: caso geral de congruência de triângulos



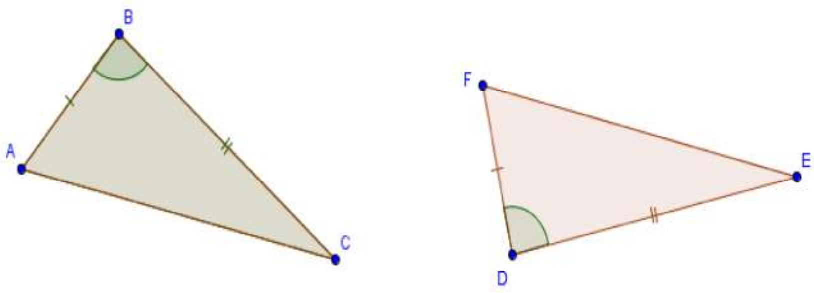
Fonte: Pesquisa direta.

Observamos nos triângulos ABC e FDE as correspondências A $\leftrightarrow$ F; B $\leftrightarrow$ D e C $\leftrightarrow$ E, e consequentemente $\hat{A} \equiv \hat{F}; \hat{B} \equiv \hat{D}; \hat{C} \equiv \hat{E}$. Assim os lados $\overline{AB} \equiv \overline{FD}; \overline{BC} \equiv \overline{DE}; \overline{AC} \equiv \overline{FE}$. A partir dessas observações, podemos concluir que os triângulos ABC e FDE são congruentes, ou seja, $\Delta ABC \equiv \Delta FDE$.

2.3.1 caso lado-ângulo-lado (L.A.L.)

Dois triângulos que apresenta dois lados, e o ângulo entre esses lados ordenadamente congruentes, são congruentes, conforme mostra a figura 05.

Figura 05 - Cópia de tela do GeoGebra: caso L.A.L. de congruência de triângulos

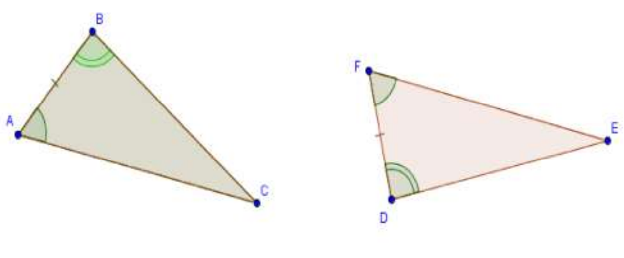


Fonte: Pesquisa direta

2.3.2 caso ângulo-lado-ângulo (A.L.A.)

Dois triângulos que apresentam ordenadamente dois ângulos e o lado entre eles congruentes são congruentes, como mostra a figura 06 que segue.

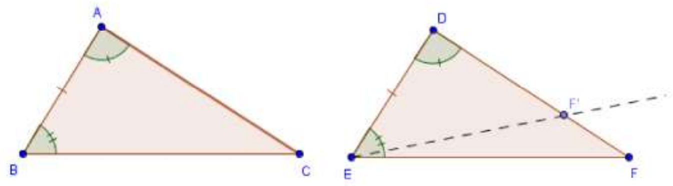
Figura 06 - Cópia de tela do GeoGebra: caso A.L.A. de congruência de triângulos



Fonte: Pesquisa direta.

Demonstraremos esse caso. Observando que os triângulos ABC e DEF, apresentam ordenadamente um lado, um lado e outro ângulo congruentes, e que F' seja um ponto do lado DF do Δ DEF, tal que DF'=AC, como mostra a figura 07.

Figura 07 - Cópia de tela do GeoGebra:triângulos ABC e DEF e ponto F' sobre o lado DF



Fonte: Pesquisa direta.

Analisando os triângulos ABC e DEF', e observando que $\overline{AB} \equiv \overline{DE}; \overline{AC} \equiv \overline{DF'}$ e $\hat{A} \equiv \hat{D}$, verificamos que eles são congruentes, pelo caso L.A.L. de congruência de triângulos. Portanto $A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F'$.

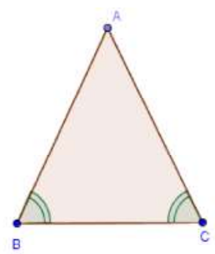
Usando esse fato e as hipóteses do teorema, temos que $D\hat{E}F \equiv D\hat{E}F'$, que pelo postulado da Construção de ângulos, $\overrightarrow{EF}$ e $\overrightarrow{EF'}$ são semirretas coincidentes.

Portanto os pontos F e F' são o mesmo, e os triângulos ABC e DEF são congruentes, ou seja, $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$.

O Teorema do Triângulo Isósceles garante que em um triângulo isóscele, os ângulos da base são congruentes.

Demonstraremos esse teorema Rezende (2010), utilizando a figura 08 que segue, como apoio didático.

Figura 08 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo isósceles de base BC



Fonte: Pesquisa direta

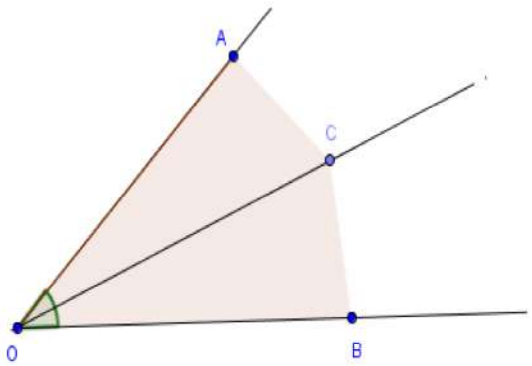
Considere o triângulo isóscele ABC com base $\overline{BC}$, provaremos que $\hat{B} \equiv \hat{C}$.

Para isso, consideremos a correspondência que leva o triângulo ABC nele mesmo, ou seja, $A \leftrightarrow A; B \leftrightarrow C; C \leftrightarrow B$. Como por hipótese temos $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$ e, $\hat{A} \equiv \hat{A}$ segue pelo caso L.A.L. de congruência de triângulos, que $\Delta ABC \cong \Delta ACB.$ Como consequência imediata temos $\hat{B} \equiv \hat{C}$.

Como corolário, todo triângulo equilátero têm seus três ângulos com a mesma medida, podemos garantir por esse corolário que ele também é isósceles, porém, a recíproca nem sempre é verdadeira, pois podemos ter um triângulo isósceles que não é equilátero.

Uma semirreta OC é uma bissetriz de um ângulo AOB se C está no interior de $A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C \equiv B\hat{O}C.$ Neste caso, temos m($A\hat{O}C$) = m($B\hat{O}C$) = $\frac{1}{2}$ m($A\hat{O}B$), como ilustra a figura 09 a seguinte.

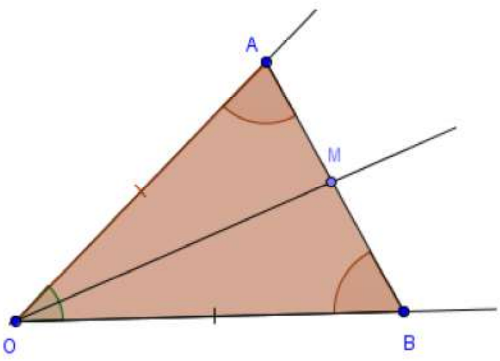
Figura 09 - Cópia de tela do GeoGebra: semirreta OC bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$



Fonte: Pesquisa direta

Vamos demonstrar que todo ângulo tem exatamente uma bissetriz interna. Considere o ângulo $\hat{A}$ da figura 10.

Figura 10 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo AOB com OM bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$



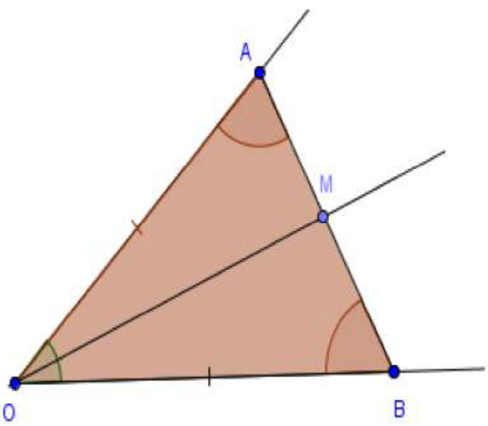
Fonte: Pesquisa direta.

Considere os pontos A e B, um em cada lado do ângulo $\hat{O}$, tais que $\overline{OA} = \overline{OB}$. Seja M o ponto médio do lado $\overline{AB}$, que está no interior de $\hat{O}$. Pelo Teorema do Triângulo Isósceles aplicado ao triângulo AOB, temos que os ângulos $O\hat{A}M$ e $O\hat{B}M$ são congruentes. Aplicando o caso L.A.L. de congruência de triângulos, obtemos $\Delta AOM \equiv \Delta BOM$. Como consequência temos $A\hat{O}M \equiv B\hat{O}M$. Portanto $\overrightarrow{AM}$ é bissetriz do $A\hat{O}B$.

Agora iremos provar a unicidade da bissetriz interna, ou seja, que a bissetriz de um ângulo é única.

Suponha que outra semirreta $\overrightarrow{OD}$, seja também uma bissetriz do ângulo $\hat{O}$, conforme mostra a figura 11 abaixo.

Figura 11 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulo AOB e $\overrightarrow{OD}$ bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$



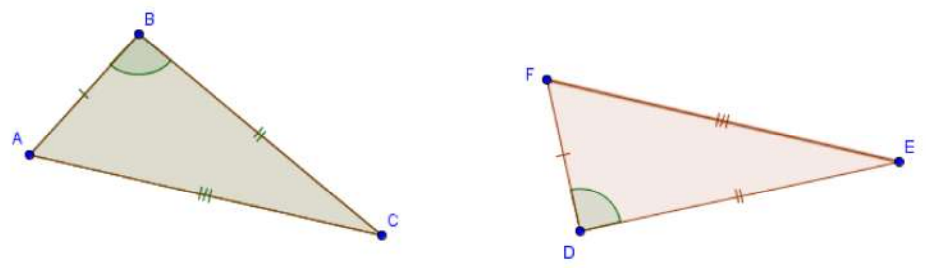
Fonte: Pesquisa direta

Então m($A\hat{O}D$) = m ($B\hat{A}M$) = $\frac{1}{2}$m($A\hat{O}B$), do que resulta que $\overrightarrow{OD}$ coincide com $\overrightarrow{OM}$, pelo Postulado da Construção do Ângulo. Portanto $\overrightarrow{OM}$ é a única bissetriz de $A\hat{O}B$.

2.3.3 caso lado-lado-lado (L.L.L.)

Dois triângulos que apresentam ordenadamente os três lados congruentes, são congruentes, como mostra a figura 12 seguinte.

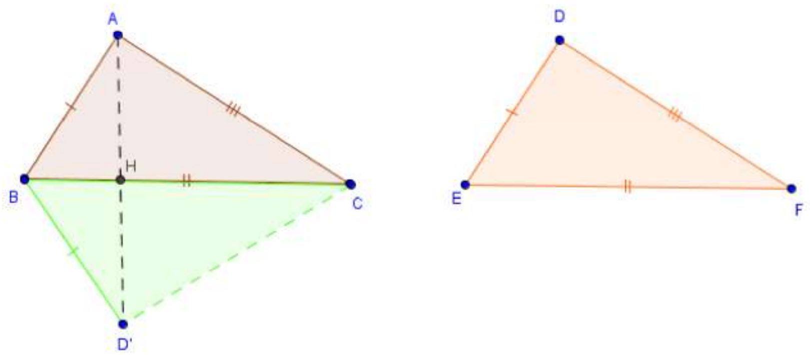
Figura 12 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos semelhantes ABC e DEF



Fonte: Pesquisa direta.

Para demonstrarmos esse caso, consideremos os triângulos ABC e DEF tais que $\overline{AB} \equiv \overline{DE}; \overline{BC} \equiv \overline{EF}; \overline{CA} \equiv \overline{FD}$ da figura 13 abaixo.

Figura 13 - Cópia de tela do GeoGebra: triângulos ABC e DEF



Fonte: Pesquisa direta

Considere o semiplano determinado pelo lado $\overleftrightarrow{BC}$ e que não contém o ponto A e uma semirreta de origem B formando com $\overleftrightarrow{BC}$ um ângulo congruente ao $D\hat{E}F$. Escolhamos sobre ela um ponto D' tal que BD'=DE. Pelo caso L.A.L., obtemos $\Delta D'BC \equiv \Delta DEF$.

Mostraremos agora que $\Delta ABC \equiv \Delta D'BC$. Tome o ponto H tal que $\overline{AD'}$ corta $\overleftrightarrow{BC}$.

Suponha que H está entre os pontos B e C, conforme mostra a figura 13.

Aplicando o teorema do triângulo isósceles nos triângulos BD'A e CAD' respectivamente, concluímos que $B\hat{A}D' \equiv B\hat{D}'A$ e $C\hat{A}D' \equiv C\hat{D}'A$.

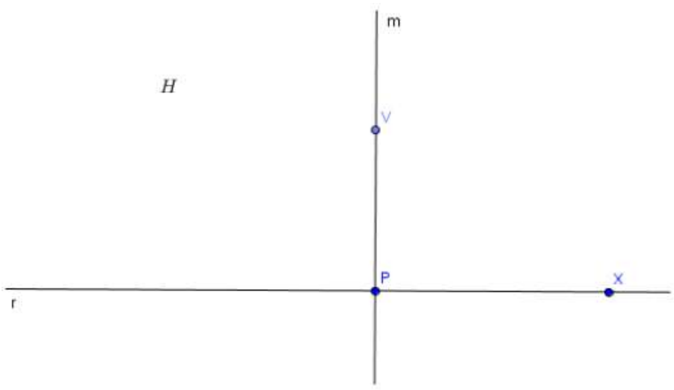
Utilizando agora o postulado da adição de ângulos, obtemos m($B\hat{A}C$) = m($B\hat{A}D'$) + m($D'\hat{A}C$) = m($B\hat{D}'A$) + m($A\hat{D}'C$) = m($B\hat{D}'C$).

Assim, pelo caso L.A.L. de congruências de triângulos, temos que $\Delta ABC \equiv \Delta D'BC$.

Demostraremos o seguinte teorema: por um ponto de uma reta dada passa uma única reta perpendicular a essa reta.

Para iniciarmos a demonstração, consideremos a reta r e o ponto P pertencente a r, conforme ilustra a figura 14 seguinte, conforme Rezende (2010).

Figura 14 - Cópia de tela do GeoGebra: reta m perpendicular a uma reta r dada



Fonte: Pesquisa direta.

Seja H um dos semiplanos que contém r como origem, e seja X um ponto de r distinto de P. Aplicando o postulado da construção do ângulo, existe um ponto V em H tal que $X\hat{P}V$ é um ângulo reto.

Considere a reta m: $\overleftrightarrow{PV}$. Então m $\perp$ r e, assim, temos demonstrado que existe pelo menos uma reta que satisfaz as condições do teorema.

Mostrarmos agora, a unicidade do teorema, suponhamos que existam duas retas m_1 e m_2, passando por P e perpendiculares a r, e contendo respectivamente os pontos Y_1 e Y_2 ambos pertencentes a H.

As retas m_1 e m_2 contêm respectivamente as semirretas $\overleftrightarrow{PY_1}$ e $\overleftrightarrow{PY_2}$, que estão no mesmo semiplano H e que tem r como origem. Pela definição de retas perpendiculares, m($X\hat{P}Y_1$) = 90º. De modo análogo, m($X\hat{P}Y_2$) = 90º. Isto contradiz o postulado da construção do ângulo. Portanto temos uma única reta passando por P e perpendicular a r.

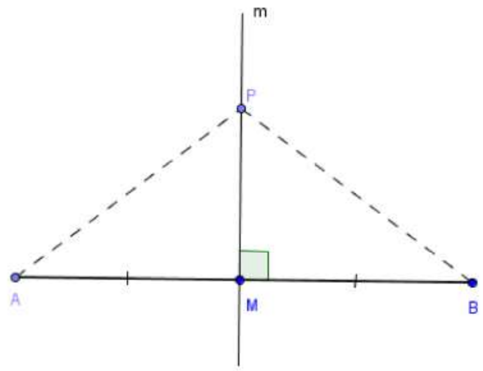
Por definição, a mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento e que contém seu ponto médio.

Como todo segmento tem exatamente um ponto médio, e pelo ponto médio passa exatamente uma reta perpendicular, temos que a mediatriz é única.

Observe o seguinte teorema: a mediatriz de um segmento é o conjunto dos pontos que equidistam das extremidades do segmento.

Para demonstrar esse teorema, considere $\overline{AB}$ um segmento com ponto médio M e seja m a mediatriz de $\overline{AB}$ e P um ponto pertencente a m, conforme a figura 15 que segue.

Figura 15 - Cópia de tela do GeoGebra: reta m mediatriz do segmento AB



Fonte: Pesquisa direta.

Se P está em $\overline{AB}$, então P = M e, portanto $\overline{PA} = \overline{PB}$, pela definição de ponto médio.

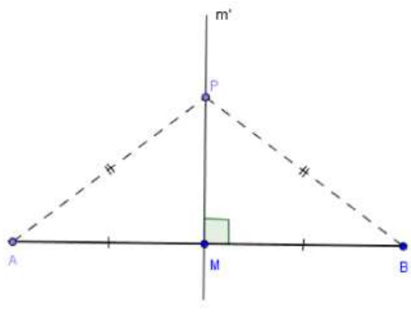
Se P não está no $\overline{AB}$, então temos que $\overline{PM} = \overline{PM}, \overline{MA} = \overline{MB}$ e que $P\hat{M}A = P\hat{M}B$ por hipótese.

Pelo caso L.A.L. de congruência de triângulos, temos que $\Delta PMA \cong \Delta PMB$. Assim, concluímos que $\overline{PA} = \overline{PB}$.

Nos dois casos acima, verificamos que P equidista dos pontos A e B. Agora, considere P sendo um ponto equidistante de A e B. Se P está em $\overline{AB}$, então P coincide com o ponto médio M de $\overline{AB}$ e, portanto P pertence à reta m.

Consideremos agora, o caso em que P não pertence a $\overline{AB}$, conforme mostra a figura 15 seguinte.

Figura 16 - Cópia de tela do GeoGebra: ponto P não pertencente à reta $\overline{AB}$



Fonte: Pesquisa direta.

Considere m'= $\overleftrightarrow{PM}$. Como $\overline{PM} = \overline{PM}, \overline{MA} = \overline{MB}$ e $\overline{PA} = \overline{PB}$, pelo caso L.L.L. de congruência de triângulos temos que $\Delta PMA \equiv \Delta PMB$. Logo $P\hat{M}A = P\hat{M}B = 90^o$, e, m' é perpendicular a $\overline{AB}$. Aplicando a unicidade da mediatriz temos m = m' e, portanto, P está em m.

De acordo com Rezende (2010), definimos que uma mediana de um triângulo é um segmento cujas extremidades são um vértice do triângulo e o ponto médio do lado oposto.

Como consequência, postulamos o seguinte teorema: dado um triângulo isósceles ABC com base $\overline{BC}$, a mediana desde o vértice A desse triângulo coincide com a bissetriz do triângulo correspondente ao ângulo A.

Em seguida apresentaremos a descrição da nossa trajetória metodológica, o desenvolvimento da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, as análises e interpretação dos dados.

3 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

O nosso trabalho de pesquisa se caracteriza como descritivo, qualitativo e quantitativo do tipo estudo de caso, e os dados provém de um minicurso ministrado durante a disciplina de Geometria Euclidiana Plana para alunos do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará, Campus Canindé.

Descreveremos as ações tomadas durante a nossa trajetória metodológica, o tipo de pesquisa empregada, o cenário em que a pesquisa foi desenvolvida, o minicurso ofertado, os instrumentos de coleta de dados, bem como a análise e interpretação dos dados.

3.1 Tipo de pesquisa utilizada no estudo

Ao longo do nosso trabalho realizamos pesquisas bibliográficas com o objetivo de delinear os perfis dos autores que compunham nosso arcabouço teórico. O estudo desses autores nos proporcionou entender e refletir sobre qual seria a melhor trajetória investigativa que devíamos seguir.

Esses estudos serviram para que pudéssemos formular as nossas hipóteses e problemáticas que se fariam presentes ao adentrarmos na seara do campo investigativo. Essa fase da nossa pesquisa ocorreu antes, durante e depois da pesquisa de campo.

De acordo com Nascimento *et al* (2010), a trajetória investigativa é marcada por escolhas do investigador, e assim o ato de pesquisar se torna interventivo, esse ato, mesmo sofrendo intervenção não tira o rigor na análise dos dados da pesquisa e caracteriza tal ambiente como espaço dinâmico de permanente construção entre o objeto pesquisado e o pesquisador.

Ao iniciamos o nosso trabalho de pesquisa, em junho de 2015, desenvolvemos e analisamos os objetivos que nos conduziu à elaboração de práticas investigativas fundamentadas em publicações acadêmicas que nos mostrassem analisadores teóricos e práticos que nos permitissem linearizar o nosso processo investigativo.

Optamos também pela metodologia de pesquisa de campo caracterizada por um estudo de caso, esse método é bastante utilizado em pesquisas científicas por caracterizar uma estratégia de pesquisa que permite uma investigação das características de situações no âmbito natural, possibilitando o delineamento mais amplo do conhecimento envolvido no caso pesquisado.

Esse tipo de pesquisa é bastante utilizado quando o pesquisador pretende estudar características particulares de algum objeto que possui um valor agregado em si mesmo (FIORENTINI e LORENZATO, 2006), e que o pesquisador se sinta inclinado a investigar uma situação em particular com o objetivo de elucidar especificamente suas operacionalidades.

O estudo de caso constitui um tipo de pesquisa de viés qualitativo com pontos quantitativos e tem como proposta analisar com critério e profundidade certos objetos de estudo, além de desvelar os pontos "obscuros" de uma determinada problemática dentro de suas características mais peculiares.

Assim, caracterizamos o estudo de caso como uma metodologia de cunho fortemente descritivo, e que não permite a influencia do observador na pesquisa, fazendo com que os acontecimentos ocorram de maneira natural. Esse tipo de pesquisa também se caracteriza por permitir elementos textuais analíticos, que possibilitam o questionamento de situações e o confronto do antes com o depois.

3.2. O *lócus* da pesquisa: o curso de licenciatura em Matemática do IFCE – Campus Canindé

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) é uma instituição de ensino, pública e gratuita. Segundo o Regulamento da Organização Didática (ROD), em seu artigo primeiro,

> O INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ (IFCE) tem como missão produzir, disseminar e aplicar o conhecimento tecnológico e acadêmico para formação cidadã, por meio do ensino, da pesquisa e da extensão, contribuindo para o progresso sócio-econômico local, regional e nacional, na perspectiva do desenvolvimento sustentável e da integração com as demandas da sociedade e do setor produtivo. (REGULAMENTO DA ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA, 2010,p.6)

O Campus de Canindé foi fundado no dia 23 de novembro de 2010, atendendo a alunos e comunidades locais e cidades circunvizinhas, situada às margens da rodovia BR 020, Km 303, bairro Jubaia, da cidade de Canindé, e atualmente conta com aproximadamente 53 professores efetivos.

O Curso de Licenciatura em Matemática, lócus da pesquisa, foi aprovado pelo Conselho Superior do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, no dia 20 de Junho de 2011, e tem o seu quadro docente constituído por 14 professores efetivos, sendo 02 doutores, 10 mestres, 01 especialista e 01 graduado. O curso oferta turmas nos turnos da manhã (02 turmas), tarde (02 turmas) e noite (01 turma).

O ingresso de novos alunos ocorre uma vez ao ano através do portal do Sistema de Seleção Unificada (SISU) tendo em vista uma pontuação obtida no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) realizado. Atualmente existem cerca de 150 alunos regularmente matriculados no curso. O curso atende às recomendações da resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE) de 06 de novembro de 2001, e do Ministério da Educação (MEC) que propõe oito semestres para a conclusão do curso, perfazendo um total de 3.200 horas, sendo 1.320 horas de disciplinas de caráter específico, 400 horas de estágio curricular supervisionado e 1.480 de atividades complementares: atividades acadêmicas, científicas e culturais.

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso (PPC), o curso de licenciatura em Matemática tem como objetivo,

> Licenciar professores de Matemática para o ensino fundamental e médio, mediante aquisição de competências relacionadas com o desempenho da prática pedagógica, preparando-os para o exercício crítico e competente da docência, pautado nos valores e princípios estéticos, políticos e éticos, estimulando-os à pesquisa e ao auto-aperfeiçoamento de modo a contribuir para a melhoria das condições da Educação Básica, corroborando o desenvolvimento do cidadão e da sociedade brasileira (PROJETO PEDAGÓGICO DO CURSO, 2011, p.12)

É importante ressaltar que o aluno deve estar sempre pronto para fazer questionamentos, sistematizações de situações ao seu redor, e acima de tudo sentir-se apto a buscar criativamente soluções para os problemas cotidianos, bem como, construir e reconstruir o conhecimento necessário para superar os obstáculos que enfrentar.

3.3 O minicurso

Para o desenvolvimento do nosso trabalho ofertamos um minicurso cujo tema foi "Resolução de problemas de Geometria Plana com auxílio do *software* GeoGebra" realizado no período da manhã e tarde, nos dias 24, 25 e 26 de julho de 2015 na sala 04 do Bloco II do IFCE - Campus Canindé, haja vista que a brinquedoteca não oferecia o suporte técnico mínimo para o desenvolvimento do minicurso, como queda constante do sinal de internet. A carga horária total do minicurso foi de 20 horas aula. Os dois primeiros encontros teve duração de 08 horas aula, com um intervalo de 20 minutos para o lanche, e o ultimo 04 horas aula, somente no período da manhã.

No intuito de traçarmos a nossa estratégia didática elaboramos previamente o planejamento didático para as ações do minicurso (Apêndice A), que norteou a dinâmica das atividades nos três dias de encontro, que será descrito mais adiante. Para as atividades didáticas do minicurso selecionamos 10 problemas de geometria plana que envolve casos de congruências de triângulos relacionados com situações práticas do cotidiano.

Ofertamos o minicurso para 21 alunos regularmente matriculados na disciplina de Geometria Plana, por entendermos que esses alunos necessitam de orientações pedagógicas voltadas para a área de Geometria Plana, pois para Lorenzato (2010), o ensino desse conhecimento favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico (raciocínio visual) essencial para que as situações de vida possam ser geometrizadas. E para que a compreensão de questões de outras áreas de conhecimento humano, que exigem o conhecimento da Geometria, a leitura interpretativa de mundo e a comunicação das ideias não se reduzam a uma visão distorcida da matemática.

A divulgação do evento foi realizada através de um cartaz (Apêndice B) exposto no mural da sala e por intermédio da visitação da turma no dia 19/06/2015 durante a aula de Geometria Plana no período da tarde.

As inscrições foram efetuadas por adesão. Cada aluno voluntário preencheu uma ficha de inscrição (Apêndice C). Ao fim dessa ação dos 21 alunos presentes na listagem, 18 alunos participaram do minicurso e 03 não frequentaram as atividades.

Os alunos que obtiveram frequência maior ou igual 75% receberam da coordenação do curso de licenciatura em Matemática uma certificação de participação no minicurso na modalidade atividade extracurricular (Apêndice D).

3.4 Ações didáticas desenvolvidas no minicurso

Para a elaboração das atividades, buscamos nos balizar em autores conceituados da nossa literatura, tais como Rezende (2010), Muniz Neto (2013), Polya (2010) e Moura (2012), haja vista que o nível dos problemas que propomos para o nosso minicurso foi fator determinante para a boa qualidade do nosso trabalho. Nesse sentido, optamos por atividades que exploram os conceitos básicos da geometria plana, em especial os de congruência de triângulos.

Gostaríamos de deixar claro que um dos objetivos da nossa pesquisa é o de trabalhar bem as construções geométricas de forma interativa e dinâmica, promovendo aos futuros professores de Matemática uma oportunidade de experimentar a ferramenta computacional GeoGebra como metodologia para o ensino de Geometria Plana, bem como desenvolver conjuntamente com os mesmos uma análise crítica dos conteúdos ensinados em sala de aula, bem como a construção e reconstrução dos conceitos geométricos elementares.

Diante dessa perspectiva, descreveremos as atividades didáticas exploradas durante o minicurso.

3.4.1 Atividade 01: primeiro módulo de atividades didáticas

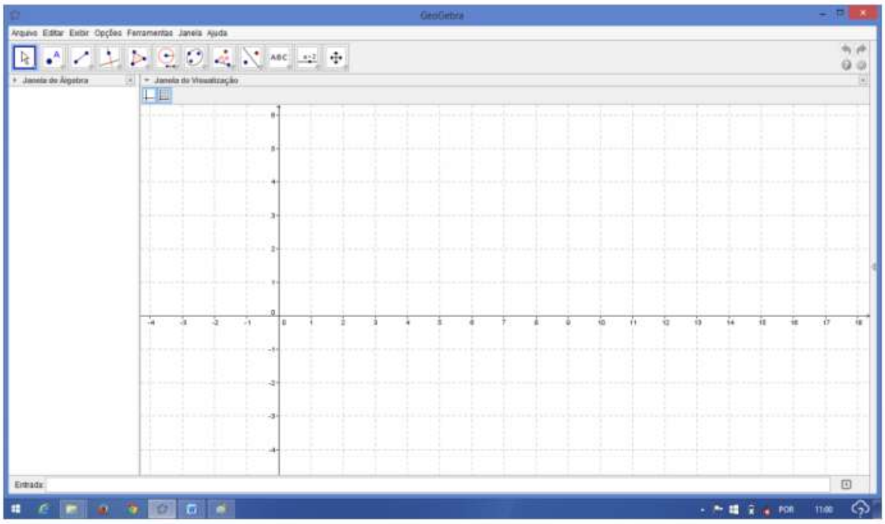
Iniciamos o nosso minicurso com uma abertura de boas vindas e aplicamos em seguida um questionário diagnóstico pré-pesquisa com os participantes (Figura 17). Seguimos o nosso planejamento didático com a apresentação do vídeo intitulado: o uso do *software* GeoGebra nas aulas do Ensino Fundamental, o qual objetivou proporcionar uma reflexão acerca da importância do uso dessa ferramenta para a melhoria da qualidade de Ensino de Matemática para alunos do ensino.

Figura 17 – Alunos respondendo o questionário diagnóstico pré-pesquisa

Fonte: pesquisa direta.

A atividade 01 (Apêndice E) corresponde ao primeiro módulo de atividades didáticas do minicurso. Para essa atividade propomos a apresentação e exploração das funções básicas do GeoGebra. Nesse momento, trabalhamos cuidadosamente cada uma das ferramentas disponíveis no *menu* ferramentas, conforme mostra a figura 18 seguinte.

Figura 18 - Cópia de tela do GeoGebra: janela gráfica e algébrica



Fonte: pesquisa direta

Construímos, em seguida, alguns elementos gráficos com o intuito de familiarizar progressivamente o aluno com o *software*, como pontos, retas, segmento de reta, polígonos, posição relativa entre retas, mediatriz, ponto médio, ângulo, polígonos congruentes e outros objetos geométricos, e encerramos o primeiro dia com a apresentação do vídeo: a utilização do software educativo para o Ensino de Matemática[3].

Continuamos o nosso minicurso no segundo dia, com abertura de boas vindas e a apresentação do vídeo: software de Matemática GeoGebra[4]. Em seguida, concluímos o primeiro módulo de atividades do curso básico de GeoGebra com a apresentação do vídeo: GeoGebra: vale a pena aprendê-lo e usá-lo em Matemática[5].

Com essas atividades oportunizamos os discentes a explorarem as propriedades dinâmicas e interativas do GeoGebra no intuito de potencializar nesses sujeitos uma aprendizagem diferenciada no sentido de elaboração e reelaboração dos conceitos fundamentais da Geometria Euclidiana plana pautados na reflexão das ações didáticas.

3.4.2 Atividades de 02 a 10: segundo módulo de atividades didáticas

Iniciamos o segundo módulo de atividades didáticas (Apêndice F) ainda no segundo dia na parte da tarde, e continuamos no terceiro dia com a abertura do minicurso, dando boas vindas aos participantes, e em seguida apresentamos o vídeo: GeoGebra e Geometria[6]. Continuamos com as atividades didáticas 02 a 10, que proporcionaram aos alunos exercitar os conhecimentos adquiridos no primeiro módulo de atividades, desenvolvendo a criatividade, a elaboração e a reelaboração dos conceitos geométricos de forma lúdica e descontraída. Por fim, encerramos o terceiro encontro com a aplicação do questionário diagnóstico pós-pesquisa (Apêndice H).

As ações tomadas no primeiro módulo de atividades didáticas refletiram nas ações do segundo módulo. Principalmente em relação ao nível de familiarização dos alunos com o GeoGebra.

3.5 Problemas matemáticos utilizados no minicurso

Os problemas trabalhados durante o minicurso abordaram conceitos geométricos respeitando o nível de conhecimento dos alunos. Procuramos, cuidadosamente, escolher situações que se tornassem possíveis e atrativas aos alunos, de modo a instigá-los no sentido de explorar o

[3] https://www.youtube.com/watch?v=xOsDtBSXn80
[4] https://www.youtube.com/watch?v=qw-UcpmVM2Y
[5] https://www.youtube.com/watch?v=WFYjMBolNLQ
[6] http://praticandomatematicasueli.blogspot.com.br/p/geogebra-e-geometria.html

máximo possível as potencialidades do GeoGebra na perspectiva de favorecer a criatividade e a busca pelo conhecimento. Para cada atividade proposta, elaboramos um roteiro procedimental e um questionário elucidativo como segue:

- **Roteiro procedimental**

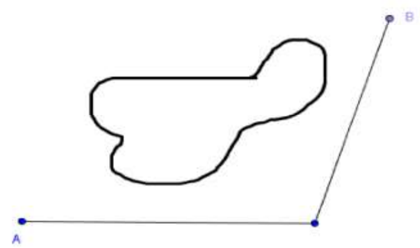
1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências;

Vale destacar que todas as atividades, foram explorados os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra, bem como a simulação de outras situações didáticas a partir de cada problema em questão. A seguir a descrição das atividades utilizadas.

3.5.1 Atividade 02

A atividade 02 corresponde a seguinte situação problema: considere a figura 19 abaixo. Encontre a distância entre os pontos A e B, separados por um pequeno lago, sem medir realmente à distância $\overline{AB}$. Justifique o seu procedimento.

Figura 19 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução no GeoGebra do problema proposto por Resende (2010, p.40)



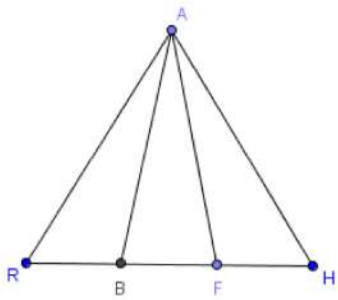
Fonte: Resende (2010, p. 40)

O objetivo desse problema é estudar e aplicar o caso L. A. L. de congruência de triângulos, além disso, reforçar as definições de triângulos congruentes, retas concorrentes, ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.) e construção de circunferências.

3.5.2 Atividade 03

Aplicamos em seguida a seguinte situação problema: A figura 20 abaixo representa quatro postes colineares R, B, F e H, nessa ordem. Sabe-se que o poste A está a mesma distância de R e H, e a distância do R ao F é a mesma do poste B ao H. Mostre que A está à mesma distância de B e F.

Figura 20 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Resende (2010, p.41)



Fonte: Resende (2010, p. 41)

Essa atividade objetivou estudar e aplicar o teorema do triângulo isóscele e o caso L. A. L. de congruência de triângulos. Com esse problema tivemos a oportunidade de estudar o teorema do triângulo isósceles e suas propriedades, o caso L.A.L. de congruência de triângulo e a construção de circunferências.

3.5.3 Atividade 04

A situação didática seguinte buscou estudar e aplicar a definição de segmentos biesectáveis e o caso L. A. L. de congruência de triângulos.

Situação problema: (REZENDE, 2010, p. 39) Demonstre que, se dois segmentos $\overline{AH}$ e $\overline{RB}$ se bi seccionam no ponto F, então $\Delta FAB \equiv \Delta FHR$. Nesse problema estudamos a definição de triângulos congruentes, retas paralelas e ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.).

3.5.4 Atividade 05

Com o intuito de aprofundarmos os nossos conhecimentos em relação à Geometria Plana, propomos mais uma situação didática, esta objetivou estudar e aplicar a definição de perpendicularidade e o caso L. A. A_o. de congruência de triângulos. Segue a situação em questão:

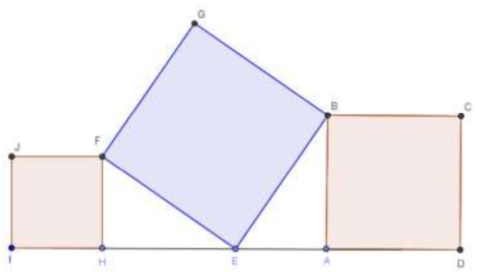
Situação problema: (MUNIZ NETO, 2013, p.52) Em um triângulo ABC temos $\hat{A} = 90°$. Sendo P $\in$ $\overline{AC}$ o pé da bissetriz interna relativa à B e sabendo que a distância de P ao lado $\overline{BC}$ é igual a 2 cm, calcule o comprimento do segmento $\overline{AP}$ .Nesse problema estudamos a definição de triângulos congruentes, reta perpendicular e comprimento de segmento de reta.

3.5.5 Atividade 06

Esta atividade teve como objetivo estudar e aplicar a definição de área e o caso A. L. A. de congruência de triângulos. Com esse problema tivemos a oportunidade de estudaremos a definição de triângulos congruentes, o conceito de áreas e de triângulo retângulo. Segue a situação problema em questão.

Situação problema: Na figura 21 abaixo, o quadrado ABCD tem área igual a 64 cm^2 e o quadrado FHIJ tem área igual a 36 cm^2. Os vértices A, D, E, H e I dos três quadrados pertencem a uma mesma reta. Calcular a área do quadrado BEFG.

Figura 21 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.14)

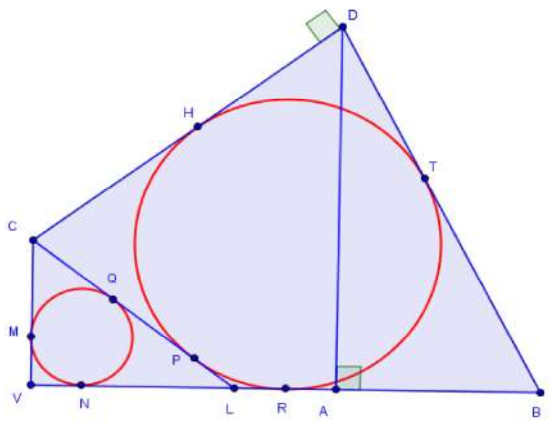


Fonte: Moura (2012, p.14)

3.5.6 Atividade 07

Dando continuidade a nossa pesquisa, propomos a seguinte situação problema: Na figura 22 abaixo os pontos M, N, P, Q, R, T e H são pontos de tangência. Se $\overline{CD} = \overline{DB}$, $\overline{LA} = 4\,\text{cm}$ e $\overline{DA} = \overline{AB} + 6cm$, calcular, em centímetros, a medida do raio do menor círculo.

Figura 22 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.59)



Fonte: Moura (2012, p.59)

Para essa situação problema, o nosso objetivo foi estudar e aplicar o teorema de Pitot, a definição e propriedades dos quadriláteros inscritíveis, as propriedades e posição relativa das circunferências, retas tangentes e o caso A. L. A. de congruência de triângulos.

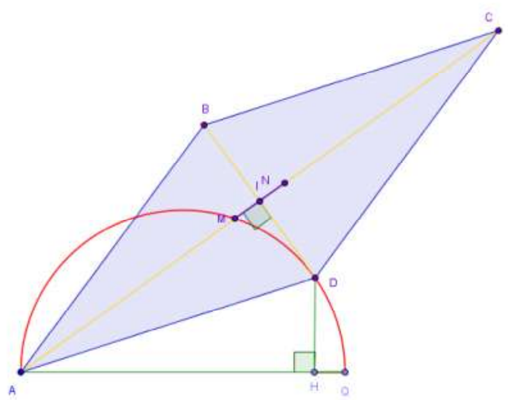
Com esse problema estudamos a definição de triângulos congruentes, quadriláteros inscritíveis e suas propriedades, as propriedades de posição relativa da circunferência.

3.5.7 Atividade 08

Essa atividade teve como objetivo estudar e aplicar a definição de ortocentro de um triângulo, de ângulo de segmento, de retas tangentes e o caso A. L. A. de congruência de triângulos.

Com esse problema estudamos a definição de pontos notáveis de um triângulo (ortocentro), ângulo de segmento, de reta tangente e suas propriedades. Veja a situação problema: ABCD na figura 23 abaixo é um rombo; sabe-se que $\overline{HQ} = 8cm$ e que D é ponto de tangência. Calcular a distância entre os ortocentros dos triângulos BCD e ABD.

Figura 23 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.62)



Fonte: Moura (2012, p.62)

3.5.8 Atividade 09

Propomos em seguida a seguinte situação problema: (MOURA, 2012, p.82) Calcular, em cm, o raio do círculo que determina cordas iguais a 3 cm nos lados $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 15cm$ e $\overline{AC} = 17cm$ de um triângulo ABC.

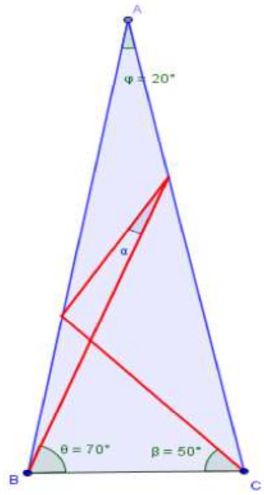
Essa atividade teve como objetivo estudar e aplicar os casos inscrição de polígonos, o teorema de Pitágoras, a fórmula de Heron de Alexandria para o cálculo de área de um triângulo, a definição de perímetro de um polígono e o caso L. L. L. de congruência de triângulos.

Com a aplicação dessa situação didática estudamos os casos de inscrição de polígonos, o teorema de Pitágoras, a fórmula de Heron para o cálculo de área de um triângulo, a definição de perímetro de um polígono e o caso L. L. L. de congruência de triângulos bem como suas propriedades.

3.5.9 Atividade 10

A nossa ultima atividade proposta foi a seguinte situação problema: Calcule o valor do ângulo α na figura 24 seguinte, sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$.

Figura 24 - Cópia de tela do GeoGebra: reconstrução do problema proposto por Moura (2012, p.70)



Fonte: (Moura, 2012, p. 70)

Para essa atividade, o nosso objetivo foi estudar e aplicar os casos de classificação de um triângulo e o caso L. A. L. de congruência de triângulos. Com essa situação didática reforçamos os conceitos de classificação de um triângulo, o caso L. A. L. de congruência de triângulos e suas propriedades.

As situações didáticas propostas na nossa pesquisa buscou reforçar e reconstruir os conceitos fundamentais da Geometria Plana necessários aos requisitos dos tópicos mais relevantes do Ensino Básico, apontados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino de Matemática. Estas situações didáticas, em geral, quando bem aplicados em sala de aula e aliados ao uso do software GeoGebra, desenvolvem a criatividade e despertam nos mesmos o interesse e pelo estudo da Matemática.

3.6 Os instrumentos de coleta de dados

Como instrumentos de coleta de dados utilizaram-se 02 instrumentos, tipo questionários, e imagens em fotos. Registramos também as nossas atividades fazendo a cópia de tela das atividades desenvolvidas pelos alunos mediadas pelo pesquisador.

3.6.1 O questionário

Optamos em nossa pesquisa em desenvolver dois questionários: um antes e outro após a aplicação do minicurso com GeoGebra. O questionário apresenta-se como uma amostragem da população pesquisada, e tem como objetivo verificar a representatividade desses sujeitos, no nosso caso, os alunos matriculados na disciplina de Geometria Plana do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Campus Canindé.

Nesse sentido elaboramos questionamentos sobre o tema do minicurso, os interrogados tinha a opção de respostas do tipo: sim ou não, e abertas. As perguntas foram elaboradas a partir de indicadores, no sentido de melhor coletar a opinião dos sujeitos pesquisados sobre dados pessoais acadêmicos, a utilização de *softwares* matemáticos durante o curso de licenciatura em Matemática, expectativas e avaliação do minicurso e avaliação das situações didáticas propostas nos módulos de atividades.

Segundo Laville e Dionne (1999), o anonimato dos entrevistados é garantido pelo pesquisador, essa atitude é inerente desse gênero de questionário, pois resguarda os sujeitos pesquisados de eventuais represálias, no entanto esse anonimato não pode garantir a sinceridade das respostas obtidas. Entendemos que as perguntas propostas nos questionários estão à altura da compreensão dos entrevistados, e que eles compreenderam o seu sentido, mesmo que essas respostas não garantem de modo invariante, a uniformidade das interpretações das respostas obtidas. As perguntas subjetivas do questionário apresentam-se com um maior grau de importância para a pesquisa por representar um leque amplo e imprevisível e particularmente imprevisível.

No momento da coleta e tratamento dos dados da pesquisa, analisamos e interpretamos as respostas dos questionários e transcrevemos no desenvolvimento da nossa pesquisa. Essa ação tem como premissa fundamentar os nossos objetivos propostos na nossa pesquisa investigativa.

O nosso primeiro questionário foi denominado "questionário diagnóstico pré-pesquisa" (APÊNDICE G) foi aplicado no dia 24/06/2015 e foi constituído em duas seções. A primeira parte é referente aos dados pessoais, e a segunda parte corresponde às quatro perguntas, uma objetiva com justificativa e as outras subjetivas (abertas) referentes ao tema do minicurso: resolução de problemas de Geometria Plana com o auxílio do *software* GeoGebra. Essa segunda parte teve como objetivo entender as concepções dos alunos acerca do uso do *software* GeoGebra no ensino de Matemática, bem como o nível de conhecimento anterior desses alunos em relação ao *software* GeoGebra e suas expectativas em relação ao minicurso.

Durante a resolução das situações problemas, destinamos a cada situação didática proposta dois questionamentos objetivos com justificativa acerca do desenvolvimento da solução (APÊNDICE F) no segundo módulo de atividades didáticas. As perguntas foram: você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra? Sim ( ) ou Não ( ). Justifique; e, a resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio software GeoGebra? Sim ( ) ou Não ( ). Justifique. Esses questionamentos foram aplicados individualmente ao final de cada atividade proposta no minicurso durante os três dias de encontro. A ideia era conhecer a opinião dos alunos sobre o uso do GeoGebra na resolução de problemas de congruência.

O último questionário intitulado "questionário diagnóstico pós-pesquisa" (APÊNDICE H) aplicado no dia 26/06/2015 é composto por duas partes, dados pessoais, para reforçar a identidade dos sujeitos pesquisados durante a comparação entre o pré e o pós-questionário diagnóstico, cujo objetivo é verificar se houve ou não evolução de aprendizagem em relação à aplicação do *software* GeoGebra. A segunda parte é composta por quatro questões, sendo uma objetiva com justificativa, e 03 subjetivas (abertas). As questões indagavam sobre o grau de importância dessa metodologia para a formação acadêmica; a concepção do uso do *software* no ensino de matemática; se o minicurso atendeu as expectativas, e quais os seus pontos positivos e negativos.

3.6.2 As imagens fotográficas

A utilização de imagens produzidas por meio de fotografias representa um recurso imprescindível ao pesquisador no âmbito acadêmico e científico. Este artefato social produz registro e acontecimentos que possibilita ao pesquisador imergir no contexto histórico, social e cultural de um povo. Segundo Muller (2006), esse instrumento de pesquisa é caracterizado como um testemunho, uma evidência, uma prova irrefutável de uma verdade observada no trabalho de campo. A imagem é algo pessoal, por isso tem características subjetivas e de múltipla interpretação, ou seja, pode ser lida de forma diferenciada outras pessoas.

O uso de fotografia constitui um recurso importante para análise e interpretação dos dados de uma pesquisa investigativa. Nesse sentido, utilizamos fotografias no sentido de registrar cada momento que contribuiu de forma significativa e confiável para o processo de coleta de dados dessa pesquisa, contribuindo para a análise das informações das atividades de campo.

Registramos os principais momentos do nosso percurso investigativo, ao todo foram 58 imagens de fotografias, no entanto, para esse estudo, foram selecionadas as mais relevantes para a pesquisa, no sentido de melhor fundamentar as análises e a interpretação dos dados da pesquisa.

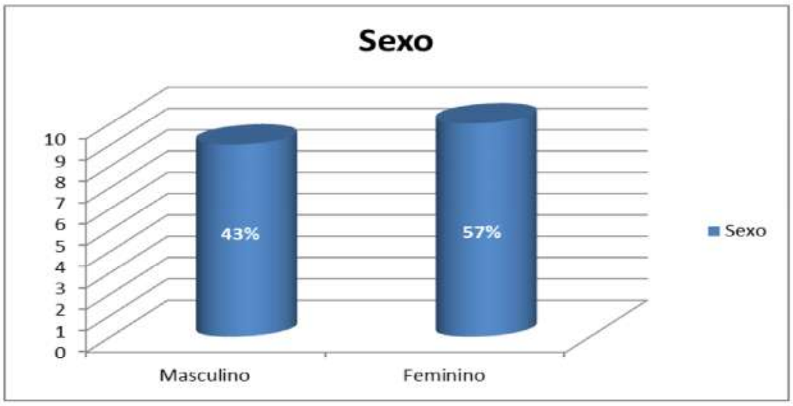
4 USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA

Nesse capítulo, delinearemos esquematicamente as análises dos resultados da nossa trajetória investigativa partindo dos dados obtidos no minicurso. Começaremos mapeando o perfil dos sujeitos pesquisados (alunos licenciandos em Matemática), em seguida, apresentaremos a dinâmica do minicurso, as análises dos questionários diagnósticos aplicados aos alunos, e por fim, a descrição das atividades desenvolvidas com alunos em cada encontro do minicurso.

4.1 Perfil dos sujeitos pesquisados

Apresentaremos a análise do perfil dos sujeitos pesquisados tomando como premissa as informações coletadas na ficha de inscrição e a primeira parte do questionário diagnóstico pré-pesquisa. Foram 21 alunos selecionados[7], dos quais 43% (9) são do sexo masculino e 57% (10) do sexo feminino. A figura 25 abaixo mostra esses resultados.

Gráfico 01 – Perfil dos alunos participantes do minicurso



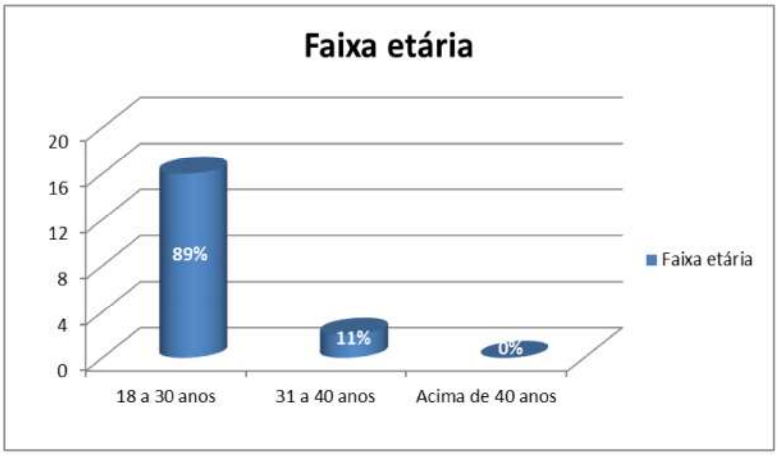
Fonte: pesquisa direta.

Vale ressaltar que todos os alunos pesquisados ainda não atuam em sala de aula, haja vista que os mesmos estão matriculados no período vespertino. Em relação à faixa etária, em sua maioria, 89% (16) dos alunos estão entre 18 a 30 anos, enquanto somente 11% (02) alunos estão na faixa etária de 31 a 40 anos, a faixa etária acima de 40 anos não pontuou.

[7] Apresentaremos os resultados em porcentagem ao longo desse capítulo, e usaremos os critérios de arredondamentos estatísticos. Buscaremos analisar e interpretar os dados com clareza e fidelidade, assumindo sempre uma postura imparcial.

A predominância de um público nessa faixa etária cursando a licenciatura sinaliza um crescimento na procura pelos jovens pela profissão de professor de Matemática, como está evidenciado no gráfico da figura 26 que segue.

Gráfico 02 - Faixa etária dos alunos participantes do minicurso



Fonte: pesquisa direta

Os resultados evidenciam um público, no geral, de perfil homogêneo, no sentido de se encontrar, em sua maioria, sem nenhuma experiência no campo do magistério. Desses alunos, compareceram 18 alunos ao primeiro encontro, 15 ao segundo, 16 ao terceiro e último encontro. Desse modo, o critério final para definir a amostra foram os alunos que obtiveram 75% de frequência no minicurso. A partir de agora os alunos pesquisados serão identificados nas análises dos dados por A01, A02, A03, e assim por diante, até o A21.

O primeiro questionamento da segunda parte do questionário diagnóstico pré-pesquisa foi: você já participou de algum curso ou minicurso sobre uso do *software* GeoGebra? O aluno deveria responder sim ou não. Caso a resposta fosse afirmativa, o aluno deveria informar qual (is) curso(s) ou minicurso(s) participou.

Os dados analisados mostram que 100% (18) responderam negativamente, ou seja, que nunca participou de um curso ou minicurso sobre o *software* GeoGebra. Esse questionamento teve como objetivo verificar qual o nível de experiência prévia dos participantes em relação ao uso do *software* GeoGebra no ensino de Matemática ou áreas afins, pois o nível de conhecimento anterior agregado a novas informações favorece uma aprendizagem mais eficiente.

O gráfico da figura 27 ilustra bem esse resultado, evidenciando a necessidade de se propor metodologias diferenciadas no ensino de geometria, principalmente as que utilizam tecnologias.

Gráfico 03 – Experiência dos alunos com o *software* GeoGebra antes do minicurso

Fonte: pesquisa direta

As análises reforçam a importância de se trabalhar essa ferramenta didática em sala de aula, haja vista que o uso de *software* no ensino de Matemática é uma pauta bastante discutida nos encontros nacionais e internacionais de pesquisadores em Matemática.

O questionamento seguinte era: qual a sua opinião em relação ao uso do *software* no ensino de Matemática? As falas dos alunos mostram que os mesmos alimentam uma expectativa positiva em relação ao uso de *software* no ensino de Matemática. Como relata as falas de alguns respondentes: “[...] facilita o ensino e aprendizado dos alunos.” (A13) ; “[...] é uma excelente ferramenta para dinamiza as aulas, pois nos ajuda no processo de formação.” (A07); “[...] os softwares permitem demonstrações precisas de cálculos e dimensões e facilita o trabalho do professor levando o aluno a compreender com eficácia o conteúdo.” (A18) ; “O uso de software ajuda o aluno a abrir novas portas em relação ao seu conhecimento. Muitas vezes tirando dúvidas que não teriam como tirar sem a ajuda de *software*.” (A12); “Acho que é uma importante ferramenta, pois mostra na prática o que foi colocado pelo professor.” (A17); “Eu acho de extrema importância para auxiliar no aprendizado dos alunos. É uma maneira eficiente de ensino utilizando a tecnologia.” (A10); “Sendo a Matemática uma disciplina teórica o suporte tecnológico-visual é uma possibilidade de ampliar o entendimento do aluno.” (A08); “É muito importante pois capacita nós futuros professores a ter uma ferramenta a mais como forma de motivar o aluno.” (A20).

Na opinião dos alunos, as nossas análises apontam que o uso de *software* no ensino da Matemática, em geral, favorece a aprendizagem auxiliando o professor no sentido de dinamizar e melhor elucidar os conteúdos a serem ensinados a partir de resolução de problemas, além disso, o uso de software proporcionam um ambiente criativo e motivador em sala de aula, despertando nos alunos a curiosidade para aprender Matemática.

O penúltimo questionamento era: nas disciplinas da licenciatura em Matemática já foi utilizado algum *software* matemático? Qual e em qual disciplina? Os alunos foram unânimes em responder sim, haja vista que os alunos pesquisados são da mesma turma e cursam a disciplina de Geometria Euclidiana Plana. Quando indagados qual o *software*, eles responderam o *Winplot*, e qual disciplina, responderam: fundamentos de Matemática I no primeiro semestre. Vale ressaltar que nenhum aluno até o momento tinha utilizado o *software* GeoGebra! Confirmando a necessidade de um curso básico de GeoGebra durante a formação inicial desses futuros professores.

O último questionamento era: qual a sua expectativa em relação ao minicurso? Gostaríamos com essa pergunta, verificar o nível de motivação do aluno para aprender algo novo para eles, haja vista que o GeoGebra ainda não tinha sido usado por nenhum desses alunos. Isso se justifica pelo fato que para ocorrer um novo aprendizado se faz necessário o aluno estar motivado previamente para aprendê-lo, ou seja, o aprendiz deve estar se sentindo apto a aprender.

As falas dos alunos respondentes mostra o nível de interesse em aprender uma nova ferramenta didática para o ensino de Matemática, mostrando a importância que eles demonstram pelo novo conhecimento que venha contribuir para sua formação docente. Segue alguns comentários dos alunos: “Que seja um minicurso muito proveitoso pra nossa formação, e que nos auxilie quando estivermos em sala de aula.” (A19); “Espero conhecer esta ferramenta e suas aplicações para enriquecer minha formação e ampliar minhas possibilidades de lecionar a disciplina de matemática.” (A08); “Aprender como e quando usar o *software* GeoGebra na sala de aula. E também usar como ferramenta de aprendizagem em algumas disciplinas da minha graduação.” (A15); “Espero conseguir aprender a utilizar de uma boa forma o GeoGebra, adquirir novos conhecimentos, e me preparar para quando eu for professora e utilizar este *software* com meus alunos.” (A09); “Espero obter conhecimento prático em relação ao GeoGebra, para que o software possa ser uma ferramenta a ser utilizada futuramente em minhas aulas.” (A14).

No computo geral, o minicurso foi planejado no sentido de traçar novos caminhos que nos levassem os alunos, futuros professores de Matemática, a refletir sobre a contribuição do *software* GeoGebra para a sua formação docente, no sentido de “provocar” nesses sujeitos uma mudança de postura em relação a sua prática docente em sala de aula.

4.2 Momentos do minicurso

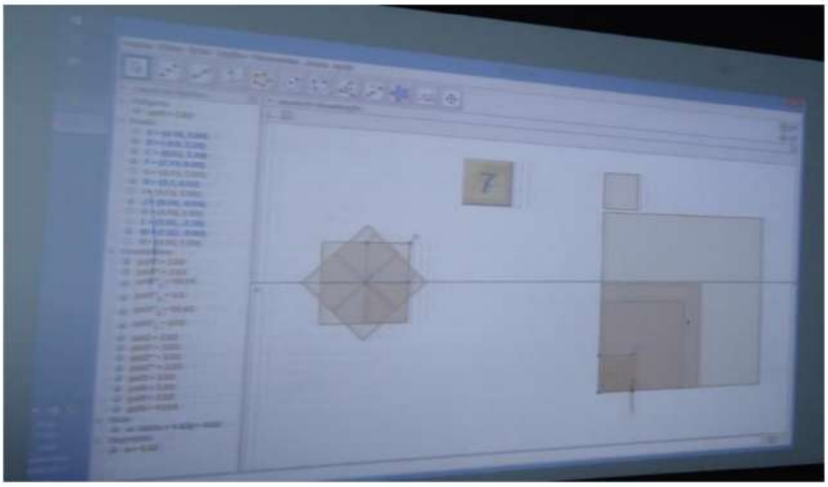
Iniciamos o minicurso, e no primeiro dia (24/06/2015) desejamos as boas vindas aos 18 alunos presentes. Cada aluno fez o *download*[8] do *software* GeoGebra em seu *notebook* e recebeu o primeiro módulo de atividades didáticas que corresponde a primeira parte do minicurso, ou seja, ao curso básico de GeoGebra. De acordo com o planejamento do minicurso apêndice A, firmamos um contrato didático com os participantes, enfatizamos a importância da assiduidade, participação e compromisso com as atividades propostas para o bom desempenho do minicurso. Aplicamos o questionário diagnóstico pré-pesquisa e em seguida apresentamos o vídeo “O uso do *software* GeoGebra nas aulas do ensino fundamental”[9], após a apresentação do vídeo abrimos espaço para a reflexão e discursão aos alunos mediado pelo pesquisador.

Iniciamos o curso básico do GeoGebra apresentando e dando exemplos de como utilizar cada comando da barra de ferramentas, menu a menu, e mostrando a interação dinâmica do programa, algebrizando analiticamente toda construção realizada na janela gráfica de forma correspondente, como ilustra a figura 25 seguinte.

---

[8] Disponível em: https://www.google.com.br/?gfe_rd=cr&ei=aa6VVZryE_Sp8wePrYCgBw&gws_rd=ssl#q=download+do+geogebra
[9] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RNSTJf_IutM

Figura 25 - Atividades realizadas na área de trabalho do GeoGebra



Fonte: pesquisa direta.

No segundo encontro dia (25/06/2015) contamos com a participação de 15 alunos, iniciamos esse momento com as boas vindas, e apresentamos o vídeo: *software* de Matemática Geogebra, como incentivo à aprendizagem, em seguida abriu espaço para reflexão por parte dos alunos mediada pelo pesquisador. Ressaltamos que esse momento foi de grande aprendizado para os alunos, pois os mesmos tiveram a oportunidade de discutir sobre a importância do uso do *software* GeoGebra como objeto de ensino e aprendizagem de Matemática, aprofundando os conhecimentos sobre a construção de objetos matemáticos com auxílio do GeoGebra.

Seguimos o minicurso com a continuação do primeiro módulo de atividades didáticas, dando agora a cada aluno, a oportunidade de exercitar as atividades propostas no primeiro módulo uma a uma, com o objetivo de promover a familiarização do discente com o *software* GeoGebra.

Iniciamos o segundo módulo de atividade didática propondo aos participantes que, de acordo com o nosso contrato didático firmado no primeiro dia do minicurso, deveríamos primeiro construirmos uma solução para o problema sem o auxílio do GeoGebra e, em seguida, construirmos juntos (pesquisador e grupo pesquisado) uma solução para o problema.

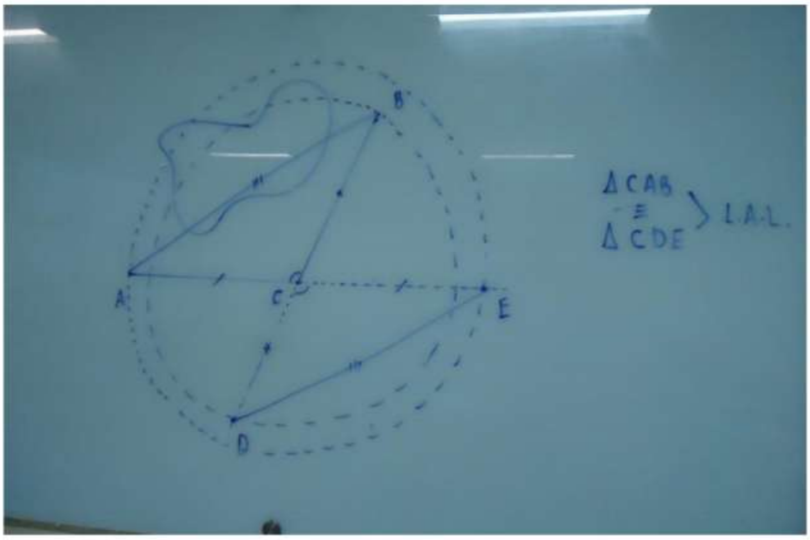
O objetivo dessa metodologia foi entender em qual situação o aluno se sentiria mais motivado em aprender geometria, com ou sem o uso do *software* GeoGebra, e se esse recurso representaria um elemento motivador e lúdico para a buscar de soluções das situações problemas a partir do conhecimento geométrico prévio do aluno e da descoberta.

Propomos aos alunos a atividade 02, cujo objetivo era encontrar a distância entre os pontos A e B, separados por um pequeno lago, sem medir realmente à distância e justificar esse procedimento. Para essa atividade demos aproximadamente dez minutos aos alunos para que os mesmos tentassem solucionar o problema sem o uso do software GeoGebra, e após esse tempo construiríamos juntos em um ambiente de colaboração a solução mais viável para o problema. Transcorrido o tempo estipulado para a atividade, analisamos algumas soluções, e ajustamos conjuntamente a solução do problema.

Quando perguntado se o aluno teve dificuldades em solucionar o problema sem o auxílio do GeoGebra, dos 15 alunos presentes, 13 (87%) alunos responderam sim, enquanto apenas 02 (13%) responderam não. Agora, quando perguntamos se a solução do problema se tornava mais elucidativa e lúdica com o auxílio do GeoGebra, obtivemos 15 (100%) de respostas afirmativas.

Para entendermos melhor a nossas análises transcrevemos a seguir as falas de alguns alunos, primeiro em relação à resolução das atividades sem a utilização do *software* GeoGebra, "Sem o GeoGebra temos que recorrer ao desenho de mão livre e sem ser manipulável." (A08); " [...] as vezes me engano; tem que haver um grau de observação muito grande e as vezes sinto dificuldades em relação a isso." (A11); "Desenhar a mão é mais difícil bem como as medidas não ficam precisas." (A21); "A maior dificuldade é compreender o problema, para conseguir resolvê-lo." (A12), agora com o auxílio do GeoGebra, "Com o Geogebra é possível manipular os lados e os ângulos do polígono sendo mais fácil entender os teoremas e propriedades." (A08); "Por que há exatidão nos ângulos, retas, comprimentos, altura, com isso maior compreensão e entendimento." (A11); " Pois torna-se mais fácil, dinâmico, preciso e mais fácil de se conferir os resultados dos ângulo." (A21); "Pois o software nos mostra a figura de uma forma correta. Sendo assim, mais fácil de compreender o problema." (A12). A figura 26 ilustra um desses momentos.

Figura 26 - Solução da atividade 02 desenvolvida junto com os alunos



Fonte: pesquisa direta.

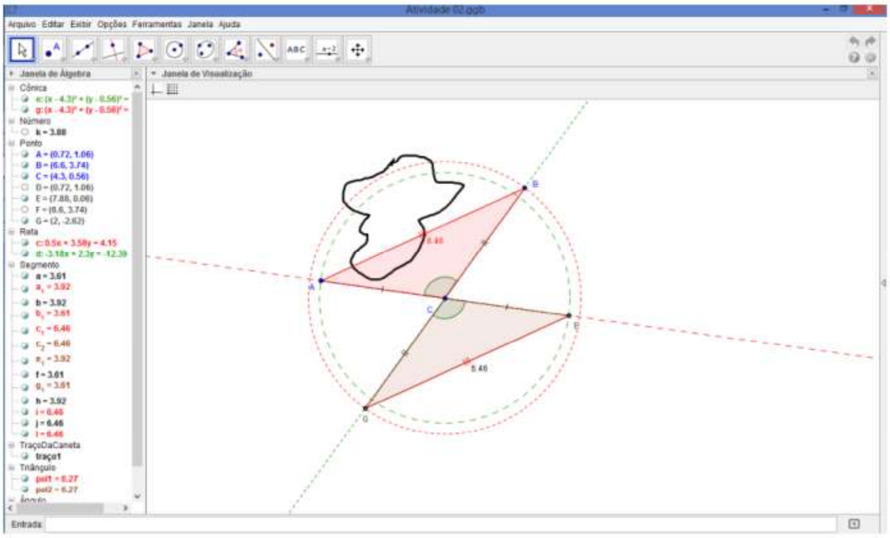
Depois de analisada a solução em conjunto com os alunos partimos em busca de uma solução no GeoGebra. Esse momento foi bastante rico em aprendizagem, isso porque cada aluno apresentava uma alternativa de solução, e a cada passo, buscávamos a solução mais viável para o problema, e marcado pelo clima de colaboração e respeito entre os alunos e pesquisador, haja vista que cada sugestão dada por um aluno, era mediada pelo pesquisador e, em consenso, discutida pelo grupo. A figura 27 mostra os alunos construindo a solução da atividade 02.

Figura 27 - Alunos construindo a solução da atividade 02

Fonte: pesquisa direta.

No fim das discursões tivemos a oportunidade de elaborarmos e reelaborarmos alguns conceitos da geometria plana, conforme ilustra a figura 28 seguinte.

Figura 28 - Cópia de tela do GeoGebra: atividade 02



Fonte: pesquisa direta.

A escolha dessa atividade nos permitiu estudar as definições de congruência de triângulos, de retas concorrentes, e ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.) e construção de circunferências e retas, além de explorar os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações.

Concluímos o segundo encontro com a apresentação do vídeo "GeoGebra: vale a pena aprendê-lo e usá-lo em Matemática", mais uma vez abrimos espaço para a reflexão, esse momento foi marcado por debates entre alunos, e mediado pelo pesquisador que tecia comentários interventivos com o objetivo de estimular o pensamento crítico dos alunos em relação ao uso do GeoGebra no ensino de Matemática.

Começamos o terceiro e último encontro com a apresentação do vídeo "GeoGebra e Geometria" e abrimos um espaço para reflexão, o vídeo mostra as várias possibilidades de utilização do GeoGebra em Geometria e algumas experiências de professores de escola pública com o GeoGebra no ensino de Geometria.

A atividade 03 tinha por objetivo estudar o teorema do triângulo isóscele e suas propriedades, o caso L.A.L. de congruência de triângulo, bem como a construção de circunferências.

Em relação ao questionamento se o aluno teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra, obtivemos 12(80%) de respondentes que assinalaram sim, contra 3 (20%) que responderam não. Quando foi perguntado se o problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra, mais uma vez todos os participantes assinalaram sim. Observe alguns comentários dos alunos participantes em relação aos resultados obtidos na atividade 03, "A questão se torna simples com o GeoGebra, mais é uma questão que com os conhecimentos adquiridos é possível encontrar solução." (A02); o GeoGebra "Nos auxiliou na construção da resposta nos mostrando as possibilidades de interpretar a resposta." (A18); "Com o GeoGebra foi possível fazer o desenho perfeito, com seus ângulos e medidas de segmentos precisos. Ajudou na compreensão." (A15).

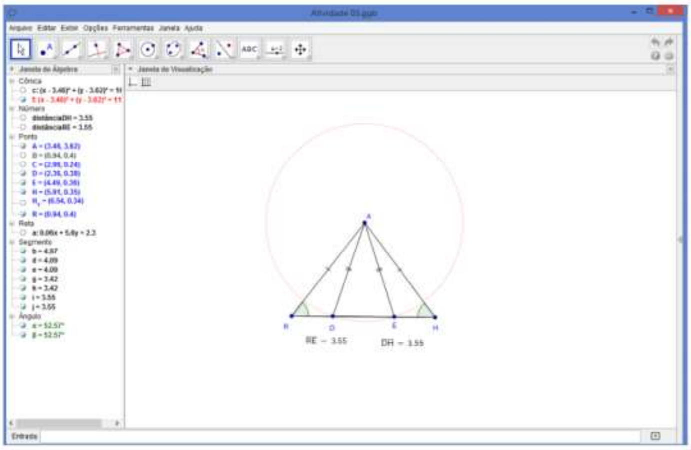
A figura 29 que segue mostra os alunos desenvolvendo a solução da atividade 03 a partir da construção da solução conjunta entre o pesquisador e a turma pesquisada.

Figura 29 - Alunos desenvolvendo a solução da atividade 03 a partir da solução obtida em conjunto pesquisador – alunos

Fonte: pesquisa direta.

A figura 30 seguinte mostra a atividade 03 desenvolvida pelos alunos, mediada pelo pesquisador após a análise das sugestões e argumentações das soluções dos alunos.

Figura 30 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 03

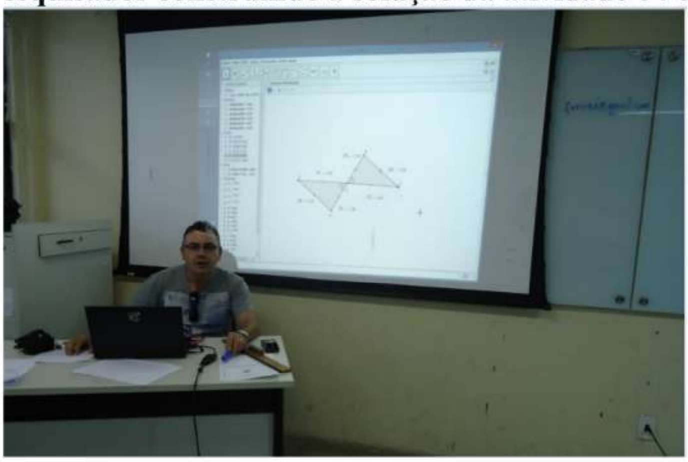


Fonte: pesquisa direta.

Em relação ao questionamento: você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra, 14(93%) respondentes assinalaram sim, enquanto apenas 01(7%) respondeu não. Quanto ao questionamento: a resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra, os alunos foram unânimes em responderem sim. Transcrevemos algumas falas dos alunos, com o GeoGebra "A visibilidade é muito mais ampla, e estimula a resolução de problema." (A20); "[...] é mais fácil visualizar as medidas conforme, se vai construindo elas." (A09).

A figura 31 ilustra o pesquisador construindo junto com os alunos a solução da atividade 04.

Figura 31 - Pesquisador construindo a solução da atividade 04 com os alunos



Fonte: pesquisa direta.

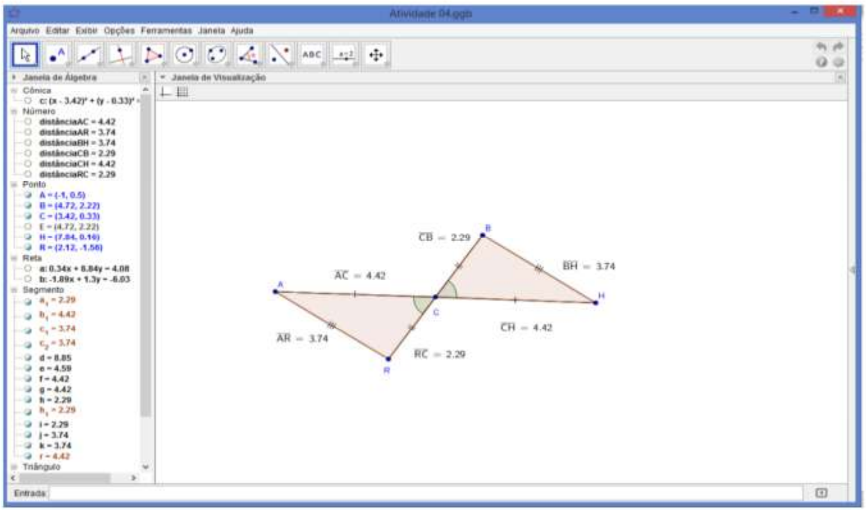
Ressaltamos que durante as construções das atividades os alunos se mostraram bastante participativos, conforme mostra a figura 32, seguinte.

Figura 32 - Alunos participando da construção da solução das atividades didáticas

Fonte: pesquisa direta.

Atividade 04 desenvolvida pelo pesquisador conjuntamente com a turma no GeoGebra, figura 33.

Figura 33 - Cópia de tela do GeoGebra: atividade didática 04 desenvolvida pelo pesquisador junto com os alunos



Fonte: pesquisa direta

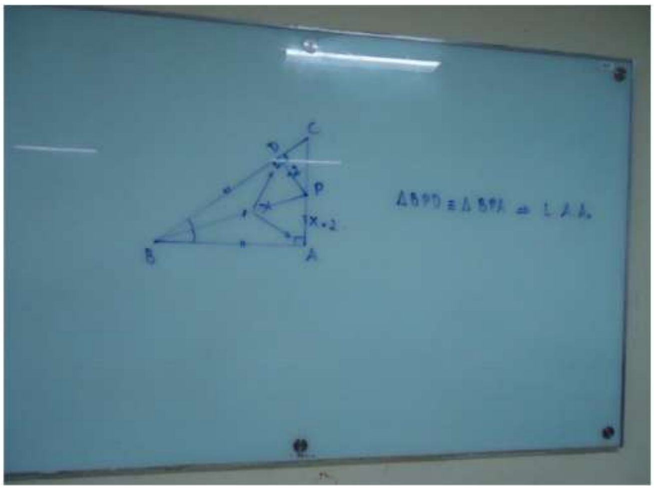
Demos prosseguimento as nossas atividades propondo a seguinte atividade didática 05.

Para essa atividade buscamos estudar a definição dos casos de congruência de triângulos, a definição de retas perpendiculares e a definição de comprimento de segmento de reta.

As análises mostram que para essa atividade os questionamentos: você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra, 13 (87%) dos participantes responderam sim, enquanto 02 (13%) responderam não. Já para o questionamento: a resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra, os alunos foram unânimes em responderem sim. Segue alguns relatos dos alunos, "[...] senti mais dificuldade neste exercício do que nos outros mesmo utilizando o software. Mais mesmo assim compreendi melhor com o GeoGebra do que do modo tradicional." (A09); "A cada explicação do professor se torna cada vez mais fácil usar o *software*." (A10).

A figura 34 abaixo mostra o desenvolvimento da atividade 05 elaborada pelo pesquisador juntamente com a ajuda dos alunos.

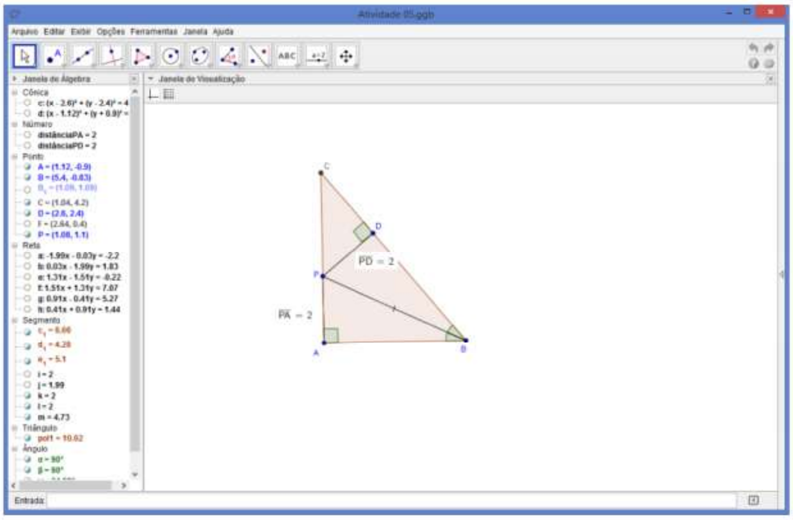
Figura 34 - Desenvolvimento da atividade didática 05 pelo pesquisador junto com os alunos



Fonte: pesquisa direta

A partir dessa solução desenvolvemos no GeoGebra uma solução para essa atividade, como ilustra a figura 35 seguinte.

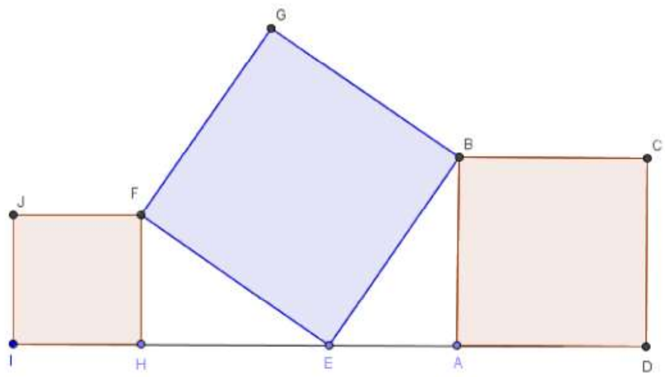
Figura 35 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da atividade 05



Fonte: pesquisa direta

Seguimos o segundo módulo de atividades do minicurso com a atividade 06, cujo objetivo era calcular a área do quadrilátero BEFG dados as áreas de outros dois quadriláteros dispostos como na figura 36 seguinte.

Figura 36 - Cópia de tela do GeoGebra: figura correspondente a atividade 06



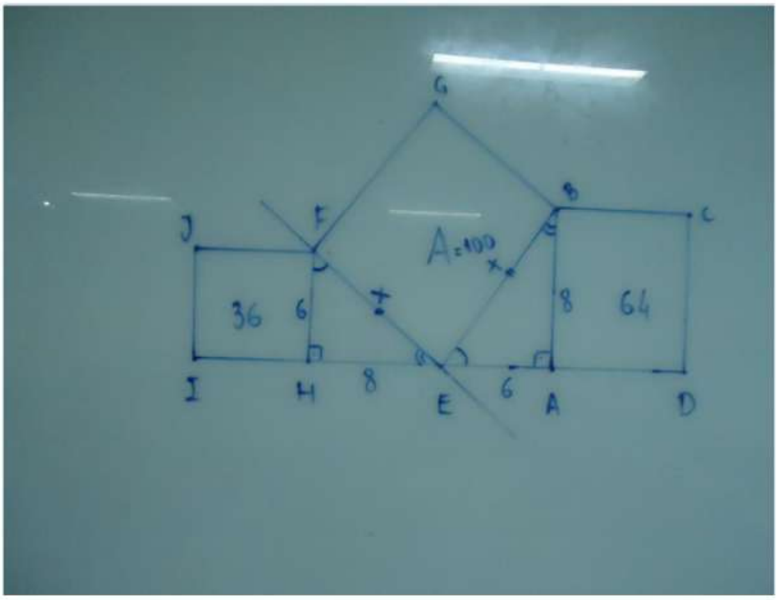
Fonte: pesquisa direta

Para essa atividade as análises mostram que em relação ao questionamento: você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra, 8 (53%) responderam sim, e 7 (47%) responderam não. Em relação ao segundo questionamento: a resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra, 10 (67%) alunos responderam sim, enquanto 4 (33%) responderam não.

Esses resultados mostram que para essa questão houve um equilíbrio em relação ao primeiro questionamento, porém fizemos o segundo questionamento a resposta predominante foi afirmativo. Veja alguns comentários dos alunos, “Com o recurso do GeoGebra ficou mais fácil resolver o problema.” (A10); “[...] fica mais interessante para descobrir a área utilizando o GeoGebra.” (A09); com o GeoGebra, “Ficou mais fácil provar os valores das figuras, isto é, dos quadrados.” (A21).

A figura 37 adiante ilustra a construção da solução da atividade 06 pelo pesquisador juntamente com os alunos pesquisados.

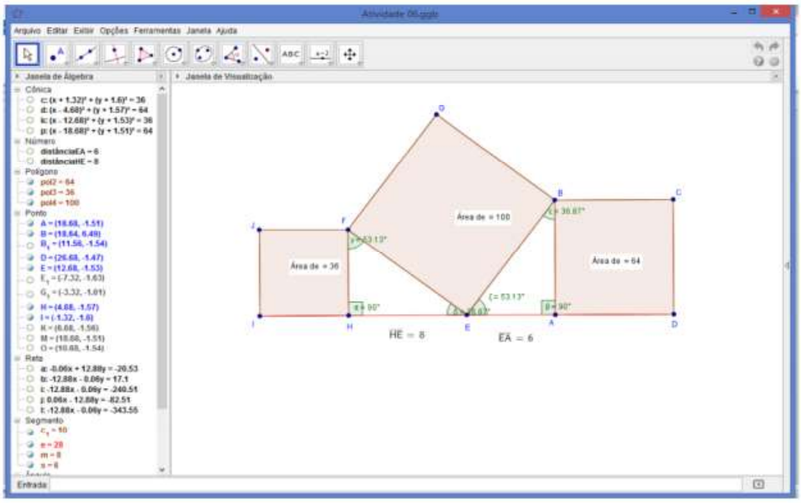
Figura 37 - Construção da solução da atividade 06 pelo pesquisador juntamente com os alunos



Fonte: pesquisa direta

Após as discursões sobre a melhor solução chegamos a resposta acima, que juntamente com os alunos foi construída no GeoGebra, conforme mostra a figura 38 seguinte.

Figura 38 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da questão 06



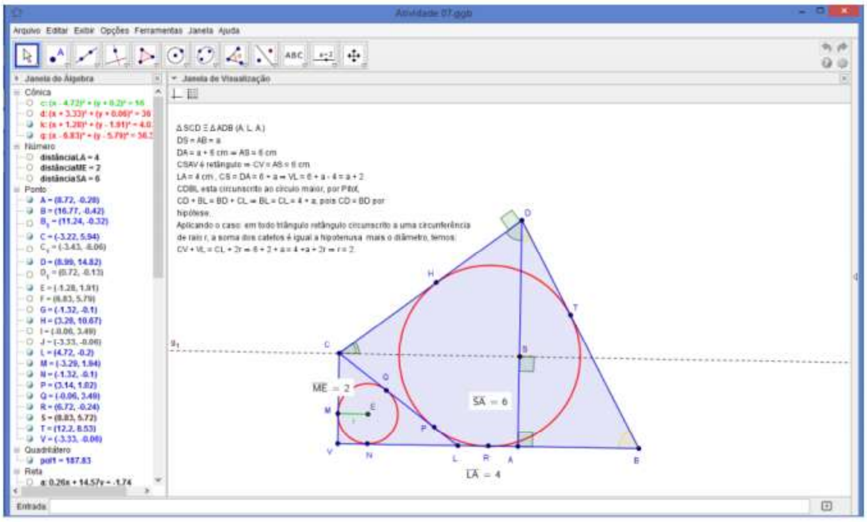
Fonte: pesquisa direta.

Nesse momento a nossa carga horária prevista estava se exaurindo e precisávamos dar continuidade ao nosso planejamento didático. Como os alunos já tinham se apropriado da ferramenta computacional GeoGebra, deixamos as atividades 07, 08, 09 e 10 como exercício complementar, os alunos deveriam solucionar as atividades didáticas e me enviar por e-mail para análise das soluções construídas seguindo o roteiro procedimental e respondendo aos questionamentos.

Finalizamos o minicurso com a aplicação o último instrumento de pesquisa o teste diagnóstico pós-pesquisa questionando sobre a avaliação do minicurso, que objetiva verificar o nível de satisfação dos participantes em relação às atividades didáticas utilizadas, a sua importância para a formação inicial, qual às expectativas iniciais, e quais os pontos positivos e negativos dessa metodologia para sua formação docente.

Recebemos de alguns alunos as soluções dos problemas deixados como tarefa de casa, e analisamos as melhores soluções. Apresentamos as respostas dos alunos A18, A08, A11 e A15, conforme mostram as figuras 39, 40, 41 e 42, respectivamente.

Figura 39 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da questão 07(A18)

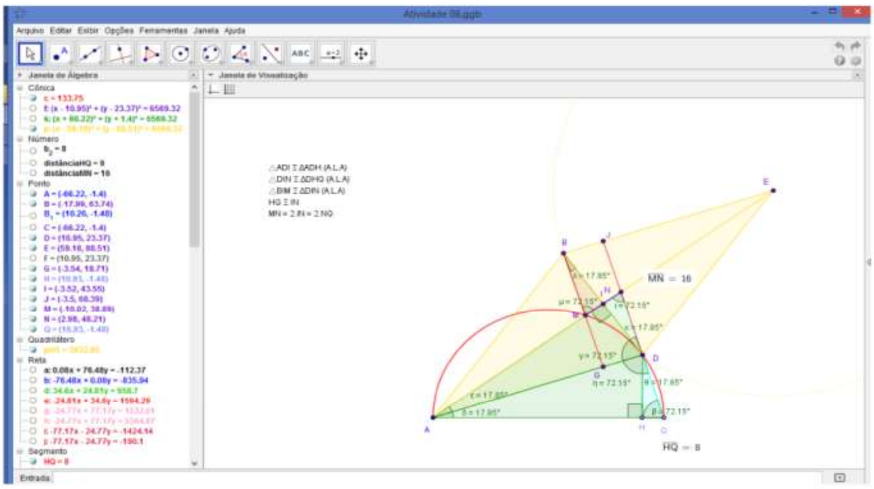


Fonte: pesquisa direta.

Descrevemos uma solução para a atividade 07, observando primeiramente o caso de congruência de triângulos entre os Δ SCD ≡ Δ ADB (A. L. A.).

Como por hipótese DS = AB = a e DA = a + 6 cm ⇒ AS = 6 cm. Agora, o quadrilátero CSAV é retângulo ⇒ CV = AS = 6 cm. Ainda por hipótese, LA = 4 cm , e CS = DA = 6 + a ⇒ VL = 6 + a - 4 = a + 2. Note que o quadrilátero CDBL esta circunscrito ao círculo maior, e pelo Teorema de Pitot, temos que, CD + BL = BD + CL ⇒ BL = CL = 4 + a, pois CD = BD, hipótese do problema. Aplicando a propriedade: em todo triângulo retângulo circunscrito a uma circunferência de raio r, a soma dos catetos é igual a hipotenusa mais o diâmetro, concluímos que CV + VL = CL + 2r ⇒ 6 + 2 + a = 4 +a + 2r ⇒ r = 2.

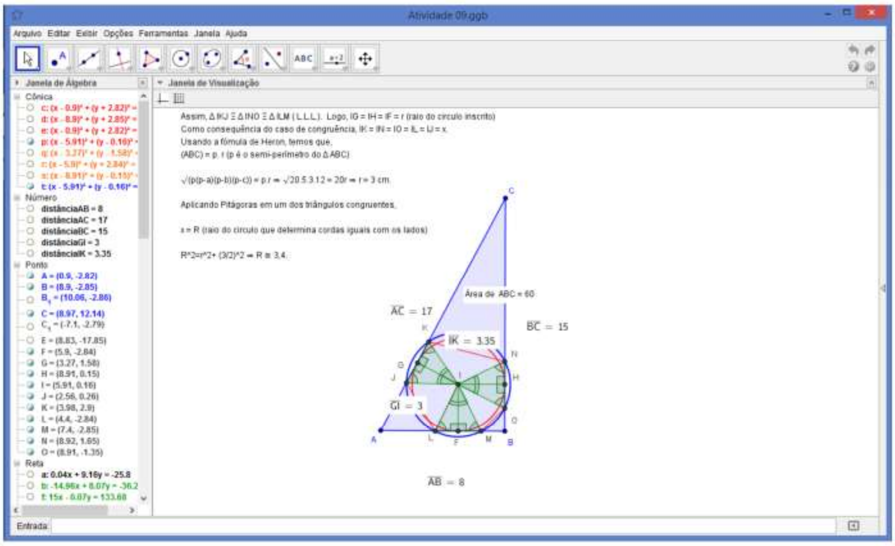
Figura 40 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da questão 08(A08)



Fonte: pesquisa direta.

Apresentaremos uma solução para a atividade 08 como segue, determinamos os ortocentros M e N dos Δ ABD e Δ BCD. Determinemos o ponto I interseção das diagonais AC e BD do quadrilátero ABCD (Rombo). Observe as congruências de triângulos Δ ADI ≡ Δ ADH (A.L.A), Δ DIN ≡ Δ DHQ (A.L.A) e Δ BIM ≡ Δ DIN (A.L.A), respectivamente. Com isso, HQ = I N. Assim, MN = 2.IN = 2.NQ. Como HQ = 8, temos que I N = HQ = 8. E podemos concluir que MN = 2. NQ = 2. 8 = 16.

Figura 41 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da questão 09(A11)



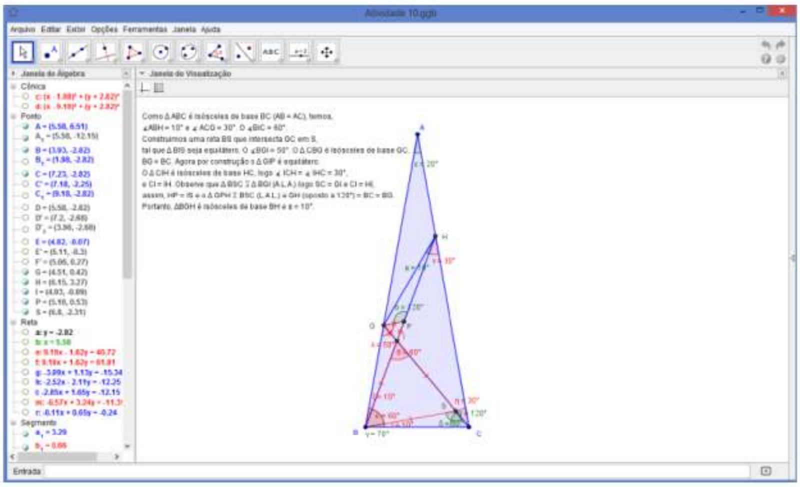
Fonte: pesquisa direta.

Para a atividade 09 apresentamos a seguinte solução, primeiramente construímos o ponto I, incentro do Δ ABC. Esse ponto é por definição equidistante dos lados do Δ ABC. Agora, o centro do círculo que determina cordas iguais com os lados coincide com o incentro. Logo, Δ IKJ ≡ Δ INO ≡ Δ ILM pelo caso (L.L.L.) de congruência de triângulos. Assim, temos que os seguimentos IG = IH = IF = r, onde r representa o raio do circulo inscrito ao Δ ABC. Como consequência do caso de congruência de triângulos acima identificado, IK = IN = IO = IL = IJ = x. Agora, aplicando a fórmula de Heron, temos que, (ABC) = p. r , em que p representa o semi-perímetro do Δ ABC. Daí, temos,

$$\sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} = p.r \quad \Rightarrow \quad \sqrt{20.(5).(3).(12)} = 20.r \;\Rightarrow \text{r} = 3 \text{ cm.}$$

Aplicando Pitágoras em um dos triângulos congruentes, x = R (raio do circulo que determina cordas iguais com os lados), temos, $R^2 = r^2 + (3/2)^2 \Rightarrow R^2 = 3^2 + (3/2)^2 \Rightarrow R \cong 3{,}4$.

Figura 42 - Cópia de tela do GeoGebra: solução da questão 10(A15)



Fonte: pesquisa direta.

Segue a solução da atividade 10, Como Δ ABC é Isósceles de base BC (AB = AC), temos, $\measuredangle ABH = 10°$ e $\measuredangle ACG = 30°$. O $\measuredangle BIC = 60°$. Construímos uma reta BS que intersecta GC em S, tal que Δ BIS seja equilátero. O $\measuredangle BGI = 50°$. O Δ CBG é Isósceles de base GC. BG = BC. Agora por construção o Δ GIP é equilátero e o Δ CIH é isósceles de base HC, logo $\measuredangle ICH = \measuredangle IHC = 30°$, e CI = IH. Observe agora que $\Delta BSC \equiv \Delta BGI$ pelo caso (A.L.A.) de congruências de triângulos. Logo SC = GI e CI = HI, assim, HP = IS e o $\Delta GPH \equiv \Delta BSC$ são congruentes pelo caso (L.A.L.). Observe que o lado GH é oposto a 120°, o que acarreta GH = BC = BG.

Portanto, ΔBGH é isósceles de base BH e $\alpha = 10°$.

Delineamos em seguida os resultados da nossa pesquisa.

4.3 Avaliação do minicurso

Aplicamos o último questionário no intuito de avaliar a dinâmica desenvolvida no minicurso. O questionário foi aplicado para os 16 alunos presentes no terceiro encontro.

O nosso primeiro questionamento foi: qual o grau de importância do minicurso para a sua formação acadêmica? Os respondentes deveriam escolher uma das opções de respostas: ótimo, bom, regular ou ruim.

Os resultados mostram que 15 (94 %) alunos responderam que o minicurso foi ótimo e apenas 01 aluno (6%) respondeu que o minicurso foi bom, enquanto as opções regular e ruim não foram pontuadas, conforme mostra o gráfico 04 seguinte.

Gráfico 04 - Avaliação do minicurso pelos alunos

Fonte: pesquisa direta

Os resultados apresentados são reforçados nas falas dos alunos, “[...] vai nos auxiliar muito até mesmo para nossas aulas de geometria e principalmente para nosso conhecimento.” (A19); “Afinal poderei usar o *software* para uma aula mais dinâmica sem contar nas inúmeras melhorias que ele trouxe para o meu entendimento pessoal sobre a geometria.” (A16); “O minicurso proporcionou o conhecimento de uma nova metodologia que será de grande importância para ajudar a lecionar Matemática.” (A02); “[...] voltamos à atenção totalmente aos conhecimentos já obtidos para usarmos no minicurso, e com isso aprender mais, já que com o minicurso o grau de entendimento é melhor, e existe uma exatidão excepcional.” (A11); “Pois com o conhecimento da ferramenta terei a possibilidade de ampliar a dinâmica das minhas aulas, sendo um profissional com mais qualificação.” (A08); “É de extrema importância, pois o que aprendi aqui pretendo levar para a minha futura vida docente.” (A14).

O próximo questionamento foi: após o minicurso qual a sua opinião em relação ao uso de *software* no ensino de Matemática? Buscávamos com essa pergunta entender quais as concepções dos alunos em relação ao uso de *software* no ensino de Matemática após a vivência em sala de aula. Os registros mostram que eles confirmaram através do minicurso que os *softwares* exercem grande contribuição para a aquisição de novos registros teóricos no que concerne ao ensino de Geometria Plana.

As argumentações seguintes tecidas pelos alunos reforçam a nossa afirmativa, "É de grande auxílio, pois facilita ao aluno a visualização e compressão dos conteúdos, principalmente na área de geometria." (A14); "É muito importante utilizar o GeoGebra pois ele oferece uma visão nova para o aluno, e consegue auxiliar melhor os conteúdos." (A09); "É um recurso muito bom pois auxilia o professor, torna a aula mais dinâmica e faz com que o aluno compreenda melhor o conteúdo que está sendo trabalhado." (A07); "Importante, pois usado de maneira correta pode ajudar no entendimento de vários conteúdos. Tirando a parte chata de se estudar a Matemática." (A16); "É um grande avanço, uma grande ajuda para o entendimento de resolver questões de geometria, não deixando o cálculo de lado pois da fazer funções e etc. Além de ser uma ótima ferramenta para o ensino dos alunos de todos os graus estudantis." (A11); "Com um bom domínio do GeoGebra o professor de Matemática fará um trabalho mais consistente e conseguirá absorver a atenção do aluno para a aula." (A08); "É uma ferramenta importante pois ajuda no entendimento da construção de figuras planas que exigem um grau de abstração altíssimo." (A21); "O uso de *software* nos dar mais experiência e nos ajuda a resolver questões de uma forma mais interessante." (A12); "Muito importante, pois chama a atenção do aluno e leva-o a descobrir resultados exatos construídos por ele mesmo." (A18); "É um *software* "simples" e útil para o ensino da Matemática. Pois torna o aprendizado mais lúdico." (A15).

O terceiro questionamento foi: o minicurso atendeu a sua expectativa? Os alunos deveriam optar em responder "sim" ou "não" seguido de uma justificativa. Todos os participantes responderam "sim", como resume o gráfico 43 adiante.

Gráfico 05 – Nível de satisfação dos alunos em relação ao minicurso

Fonte: pesquisa direta

Segue algumas justificativas dadas pelos alunos, “Eu não sabia como funcionava o software e também não sabia como aplicar em sala de aula.” (A15); “Aprendi como usar o GeoGebra, com o auxílio de um excelente profissional. Conteúdo bem passado, de forma clara.” (A06); “Diria que ultrapassou a minha expectativa pois o orientador (prof. Ricardo) mostrou que não é complicado.” (A20); “Pois ampliei muito meu conhecimento e vai ser de extrema importância para nossa formação acadêmica.” (A19); “Aprendi de forma teórica, prática e fácil como usar o *software* GeoGebra para o ensino de Matemática.” (A10); “Por que aumentei meus conhecimentos na geometria, aumentei meus conhecimentos nas construções de figuras de várias formas, e assim vejo que o minicurso atendeu todas minhas expectativas.” (A11); “Consegui ter uma boa noção dos recursos que o GeoGebra oferece, suas potencialidades, e provavelmente o utilizarei como ferramenta didática em minhas aulas de geometria.” (A14); “Eu não sabia como funcionava o *software* e também não sabia como aplicar em sala de aula.” (A15).

O quarto e último questionamento foram: indique os pontos positivos e negativos do minicurso. Em relação aos aspectos positivos, eles assinalaram que o *software* GeoGebra é uma ferramenta didática importante para a sua formação acadêmica, e que irão utilizá-lo com seus alunos em sala de aula como futuros professores.

As falas a seguir mostram o sentimento dos alunos em relação ao *software* GeoGebra como ferramenta didática: “O minicurso foi muito importante para a nossa formação nos trazendo bastante conhecimento.” (A17); “O minicurso foi ótimo para a nossa formação.” (A04); “Uma nova ferramenta no ensino da Matemática. Com ele é possível demonstrar conceitos complexos de maneira simples.” (A02); “O GeoGebra é uma ferramenta excelente no que diz respeito dinamizar as aulas, porém deve ser usado corretamente de maneira a não confundir a cabeça dos alunos.” (A14); “Trouxe conhecimentos novos que irão nos servir muito no futuro próximo. É um minicurso de ótima qualidade.” (A09); “Foi bom o uso de vídeos e apostila. Para ser melhor o minicurso poderia ter acontecido no laboratório de informática para que todos ficassem com um computador.” (A15).

Em relação aos pontos negativos os alunos pesquisados lamentaram a falta de tempo suficiente e de nem todos os alunos disponibilizarem de um *notebook*. Repare nas falas de alguns alunos, “A falta de não ter *notebook* para todo mundo.” (A07); “Foram poucas horas.” (A18); “Acho que deveria ser na sala de informática, visto que nem todos os alunos não tinham computadores.” (A21).

Entendemos que no geral, o minicurso bem proveitoso para os alunos, essa conclusão é corrobora com os dados analisados anteriormente. Observamos também que durante as atividades do minicurso os alunos trocaram muitas informações e apresentaram dúvidas quanto a melhor solução para cada atividade desenvolvida valorizando pedagogicamente cada momento do encontro, pois a dinâmica do minicurso permitia a troca de conhecimentos entre os alunos mediados pelo pesquisador.

Durante todo o minicurso os alunos se mostraram participativos e empolgados no que concerne ao desenvolvimento do processo de aprendizagem do software GeoGebra, dado sugestões e formulando conceitos. Salientamos que durante todo o minicurso os alunos se mostraram participativos e ativos em relação ao processo de construção das atividades didáticas, levantando hipóteses, interpretando e reformulando questionamentos de modo a se obter uma melhor saída para cada atividade didática proposta.

Reforçamos que os alunos participantes do minicurso se mostraram bem receptivos as orientações contidas no nosso contrato didático e que pretendem levar essa ferramenta didática para as suas aulas de Matemática.

Assim, consideramos que o nosso minicurso foi uma oportunidade positiva para agregar valores a formação acadêmica desses alunos no sentido de favorecer experiências diferenciadas como proposta para o ensino de Matemática nas escolas de ensino básico.

5 CONCLUSÃO

Nesse estudo, buscamos junto a fontes bibliográficas que tratam do tema GeoGebra, esclarecer a importância da inserção do uso do *software* GeoGebra nas aulas de Geometria para a formação de professores de Matemática, especialmente na fase da formação inicial. Para tanto, procuramos ser o mais abrangente possível e pouco superficial na escolha das atividades didáticas, e para isso utilizamos bibliografias de referência nas universidades brasileiras. As atividades propostas envolviam os principais teoremas e axiomas da Geometria Plana, priorizando o uso de construções geométricas elementares em cada solução a ser desenvolvida. Cada atividade do minicurso foi previamente analisada, testada e experimentada pelo docente, antes de ser proposta ao aluno, caso contrário, podia correr o risco de não se alcançar os objetivos propostos e, consequentemente, representar um prejuízo em relação à aquisição de aprendizagem dos conteúdos pelos discentes.

O uso do software GeoGebra como ferramenta didática em sala de aula, deve ter caráter interventivo, uma vez que uma metodologia não necessariamente exclui a outra. Com isso, a compreensão dos conceitos formais da Geometria depende de como é repassando para o aluno, uma vez que uma metodologia pode tornar mais elucidativo aos aluno os novos conhecimentos propostos em sala de aula pelo professor.

Apesar da grade matriz curricular do curso de licenciatura em Matemática apresentar em algumas de suas disciplinas uma carga horária destinada ao uso de *softwares* no ensino de Matemática, os alunos mostraram-se receptivos a utilização do *software* GeoGebra na resolução de problemas de congruência.

Durante o minicurso os alunos tiveram a oportunidade de refletir e discutir sobre a importância dos *softwares* no ensino de Matemática, particularmente do GeoGebra. De acordo com os dados analisados as atividades propostas e o *software* GeoGebra obtiveram um boa aceitação pelos alunos, levando-nos a considerar que, em geral, as atividades didáticas aplicadas foi importante para a formação acadêmica dos participantes, levando-nos a refletir que os futuros docentes acreditam e apoiam o *software* GeoGebra como um recurso pedagógico eficaz para o ensino de Geometria.

Por fim, que a ferramenta didática GeoGebra representa um importante recurso para a pratica pedagógica docente dos futuros professores de matemática atendendo todas as expectativas em relação ao minicurso. O minicurso agregou a esses alunos, uma maior possibilidade de troca de experiências entre eles e o professor, favorecendo um ambiente de crescimento cognitivo e didático para todos.

Nesse sentido, podemos considerar que os objetivos delineados para essa dissertação de mestrado foram alcançados e os seus questionamentos elucidados a partir de cada atividade proposta no minicurso se utilizando para isso de objetos matemáticos construídos com o *software* GeoGebra.

Entendemos que a nossa pesquisa está concluída de acordo com os objetivos traçados e dentro do contexto ao qual foi proposto. Esperamos com esse trabalho investigativo termos contribuído da melhor forma possível para a melhoria do ensino de Geometria, e que a os nossos estudos possa ser usados como fundamentação para futuros estudos no campo da Matemática, bem como incentivar os professores de Matemática a utilizarem em seu ambiente de natural (sala de aula) o *software* GeoGebra como ferramenta didática auxiliar para o ensino de Geometria, proporcionando aos alunos, uma metodologia dinâmica, interativa e lúdica de se aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (6° ao 9° ano)**: matemática. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matemática.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2015.

FIORENTINI, Dario; LORNZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas/SP: Autores Associados, 2006 (Coleção formação de professores).

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. **Ajuda GeoGebra: manual oficial da versão 4.4**. Tradução e adaptação para o português de Portugal. São Paulo: Projeto GeoGebra online, 2009. Disponível em:< http://static.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 17 de abr. 2015.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática** (PPC). Fortaleza, 2011. 73p. Disponível em: < http://caninde.ifce.edu.br/>. Acesso em: 18 mar. 2015.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ. **Regulamento da Organização Didática** (ROD). Fortaleza, 2010. 65p.

KUSIAK, Rita Salete, *et al*. A utilização do software GeoGebra no ensino de Geometria Plana: uma experiência PIBID. In: 1° SEMINÁRIO NACIONAL DE INCLUSÃO DIGITAL. 2012. Passo Fundo – Rio Grande do Sul. Anais... Passo Fundo – Rio Grande do Sul: 2012. Disponível em:< http://gepid.upf.br/senid/2012/anais/96196.pdf > Acesso em: 13 de mai. 2015.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. São Paulo: Editora UFMG, 1999. 340p.

LEIVAS, José Carlos Pinto. Resolução de problemas geométricos usando o GeoGebra. In: I CONGRESSO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE AMÉRICA CENTRAL Y EL CARIBE – I CEMACYC. 2013. Santo Domingo – República Dominicana. Anais... Santo Domingo - República Dominicana: 2013. Disponível em:< http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/200-379-1-DR-T.pdf > Acesso em: 21 de mar. 2015.

LENZ, Edson Adair. FERRAZ, Ismael Rodrigues. ITO, Giani Carla. Ferramentas de informática: usando os recursos da informática para ensino e aprendizagem de Matemática. 2007, 30f. Disponível em: < http://www.ensino.eb.br/portaledu/conteudo/artigo8653.pdf > Acesso em: 10 mai. 2015.

LIEBAN, Diego Eduardo. Resolução de problemas geométricos com o software GeoGebra, valorizando a interatividade no processo de ensino-aprendizagem. In: CONFERÊNCIA LATINO AMERICANA DE GEOGEBRA. 2012. Uruguay. Anais... Uruguay: 2012. Disponível em:< http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/40.pdf > Acesso em: 01 de fev. 2015.

LIMA, Laerte de Araujo. LIMA, Antonio Gilso Barbosa de. O uso do Software Matematica como ferramenta de auxilio ao ensino de graduação em engenharia mecânica. S/D, 7f. Disponível em: <http://www.pp.ufu.br/trabalhos/35.PDF> Acesso em: 8 mai. 2015.

LORENZATO, Sergio Apparecido. Para aprender matemática. 2. ed. São Paulo. Editora autores associados, 2010(coleção formação de professores). 139p.

LOVIS, Karla Aparecida; FRANCO, Valdeni Soliani. Reflexões sobre o uso do GeoGebra e o ensino de Geometria Euclidiana. Porto Alegre, 2013. Disponível em: < http://seer.ufrgs.br/index.php/InfEducTeoriaPratica/article/view/26104/25946>. Acesso em: 20 mar. 2015.

MOREIRA, Marcos Antonio. A teoria da aprendizagem significativa e sua implantação em sala de aula. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOURA, Eduardo Mauro Ferreira de. Geometria: problemas sem problemas. Rio de Janeiro: Editora XYZ, 2012. 503p.

MÜLLER, Tânia M. P. A fotografia como instrumento e objeto de pesquisa: imgens do Estado e da imprensa do cotidiano de crianças e adolescentes do Serviço de Assistência ao Menor (SAM). In: **29º Reunião Anual da Anped**, 2006, Caxambu. Educação, Cultura e Conhecimento na contemporaneidade: desafios e compromissos. Caxambu : Anped, 2006. v. 01. Disponível em: http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT02-1796--Int.pdf >. Acesso em: 06 de fev. 2015.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013. 471p.

NASCIMENTO, Maria Lívia do, et al. **Análises de Produções Escritas Sobre Abrigos para Crianças e Adolescentes**. Rio de Janeiro: São João Del Rei, 2010. Disponível em:< http://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/revistalapip/volume5_n1/sumario_51.pdf>. Acesso em: 3 mar. 2015.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen; CORBO, Olga. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues; Robert E. Reys. São Paulo, SP: Atual, 2010. 343 p.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. Geometria Euclidiana Plana: e construções geométricas. 2. ed. São Paulo: Editora da Unicamp, 2010. 260p.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PLANEJAMENTO DIDÁTICO DO MINICURSO

PLANEJAMENTO DIDÁTICO DO MINICURSO

MINICURSO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Assunto: Introdução ao software GeoGebra 4.4
Professor: Ricardo Vasconcelos

- ***Proponente: Francisco Ricardo Nogueira de Vasconcelos***
- ***Data: 24 a 26 de junho de 2015***
- ***Horário: 8:00h às 12:00h e de 13:00h às 17:00h***
- ***Local: Bloco II - Brinquedoteca***
- ***Carga-horária: 20h***
- ***Pré-requisito: aluno matriculado na disciplina de Geometria Plana***

  - ***Materiais Utilizados:***

- ***Módulos didáticos;***
- ***Projetor de multimídia;***
- ***Quadro de vidro.***

- **1º Dia 24/06/2015**
- **08h00min às 12h00min**
    - **Abertura: Boas vindas;**
    - **Preenchimento do questionário diagnóstico.**
    - **Incentivação: apresentação do vídeo – uso do software GeoGebra nas aulas do Ensino Fundamental**
    - **Módulo didático I: Curso básico de GeoGebra 4.4.**

- **13h00min às 17h00min**
    - **Módulo didático I: Curso básico de GeoGebra 4.4.**
    - **Encerramento: a utilização do software educativo para o Ensino de Matemática.**

- **2º Dia 25/06/2015**
- **08h00min às 12h00min**
    - **Abertura: Boas vindas;**
    - **Incentivação: apresentação do vídeo – software de Matemática GeoGebra**
    - **Módulo didático I: Curso básico de GeoGebra 4.4.**

- **13h00min às 17h00min**
    - **Módulo didático II: Atividades didáticas com o GeoGebra 4.4.**
    - **Encerramento: apresentação do vídeo - GeoGebra : vale a pena aprende-lo e usá-lo em Matemática.**

- **3º Dia 25/06/2015**
- **08h00min às 12h00min**
    - **Abertura: Boas vindas;**
    - **Incentivação: apresentação do vídeo – GeoGebra e Geometria.**
    - **Módulo didático II: Atividades didáticas com o GeoGebra 4.4.**
    - **Encerramento:preenchimento do questionário diagnóstico.**

APÊNDICE B – CARTAZ DE DIVULGAÇÃO DO MINICURSO

APÊNDICE C - FICHA DE INSCRIÇÃO DO MINICURSO

MINICURSO – IFCE/CANINDÉ

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

FICHA DE INSCRIÇÃO – 19 de Junho de 2015

ALUNO	ASSINATURA	e-mail
01 ANTONIA NAYARA M. JORGE		
02 ANTONIEL LIMA DE OLIVEIRA		
03 ANTONIO JACKSON S. SOUTO		
04 BENEDITO MIKAEL F. GOMES		
05 FRANCISCA EDILÂNIA F. DE MOURA		
06 FRANCISCA MARIA PINHEIRO GUERRA		
07 FRANCISCO NATANAEL P. SOUSA		
08 FRANCISCO ROMÁRIO SOUSA CRUZ		
09 JAQUELINE TEIXEIRA PAULA		
10 JOAQUIM GUIMARÃES SOARES		
11 JONAS AGUSTINHO PAIXÃO		
12 JOSÉ RONALDO SILVA COELHO		
13 KÁTIA PRISCILA DA COSTA		
14 LUANA SEVERINO ALVES		
15 MARIA JAMILE COSTA SILVA		
16 MARLIENE MACEDO VIANA		
17 PATRÍCIA ELAYNE MENDES LESSA		
18 PATRÍCIA PEREIRA LUZ		
19 RAFAELA MARTINS SOUSA		
20 RAFAELE ALBINO DOS SANTOS		
21 HILDO MELO DE PAIVA		

APÊNDICE D – MODELO DO CERTIFICADO DE PARTICIPAÇÃO NO MINICURSO

República Federativa do Brasil
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Campus Canindé

CERTIFICADO

Certificamos que **NOME DO PARTICIPANTE** participou, com aproveitamento, do minicurso: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA promovido pela coordenação do curso de licenciatura em Matemática do IFCE *campus* Canindé, realizado no período de 24 a 26 de junho de 2015, durante a disciplina de Geometria Euclidiana Plana.

Canindé, 26 de junho de 2015.

GENILSON GOMES DA SILVA
Coordenador do Curso

BASÍLIO ROMMEL ALMEIDA FECHINE
Chefe de Departamento de Ensino

PROGRAMAÇÃO	CARGA HORÁRIA	PERÍODO	FREQÜÊNCIA
• *Vídeo: uso do software GeoGebra nas aulas do ensino fundamental.* • *Curso básico do GeoGebra.* • *Vídeo: a utilização do software educativo para o ensino de Matemática.* • *Vídeo: software de Matemática GeoGebra.* • *Atividades didáticas com o GeoGebra.* • *Vídeo: GeoGebra: vale a pena aprende-lo e usá-lo em Matemática.* • *Vídeo: GeoGebra e Geometria.*	*20 horas*	*24 a 26/06/2015*	*100%*

Professor Me. Francisco Ricardo N. de Vasconcelos
Organizador e Ministrante

Secretária

APÊNDICE E – PRIMEIRO MÓDULO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DO MINICURSO

Primeiro MÓDULO DE ATIVIDADES

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ
Campus Canindé

MINICURSO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

GeoGebra

Assunto: Introdução ao GeoGebra 4.4

Professor: Ricardo Vasconcelos

O QUE É O GEOGEBRA?

O GeoGebra como um *Software* gratuito vem se destacando mundialmente por ser um Sistema Algébrico Computacional (SAC) interativo e dinâmico que reúne vários campos da Matemática pura e aplicada em uma única interface de trabalho, como a Geometria, a Álgebra, a Estatística e o Cálculo.

O aplicativo GeoGebra foi desenvolvido por uma equipe de programadores da Universidade de Salzburgo, dirigida pelo professor Doutor Markus Hohenwater, com o objetivo de melhorar o ensino de Matemática nas Instituições de Ensino Básico e Superior.

Como um sistema de Geometria dinâmico, o GeoGebra permite ao usuário desenvolver construções de alto nível, permitindo posteriores modificações de forma interativas e dinâmicas, através do incremento de equações e coordenadas no plano e no espaço.

Além disso, tem a capacidade de tratar essas informações com grande eficiência, facilitando o remanejamento de variáveis vinculadas a números, a vetores e a pontos, permitindo o cálculo de integrais, derivadas, limites de funções, a identificação de pontos singulares de função de variável complexa: como raízes e extremos, próprios da Análise matemática, através dos comandos gravados no núcleo.

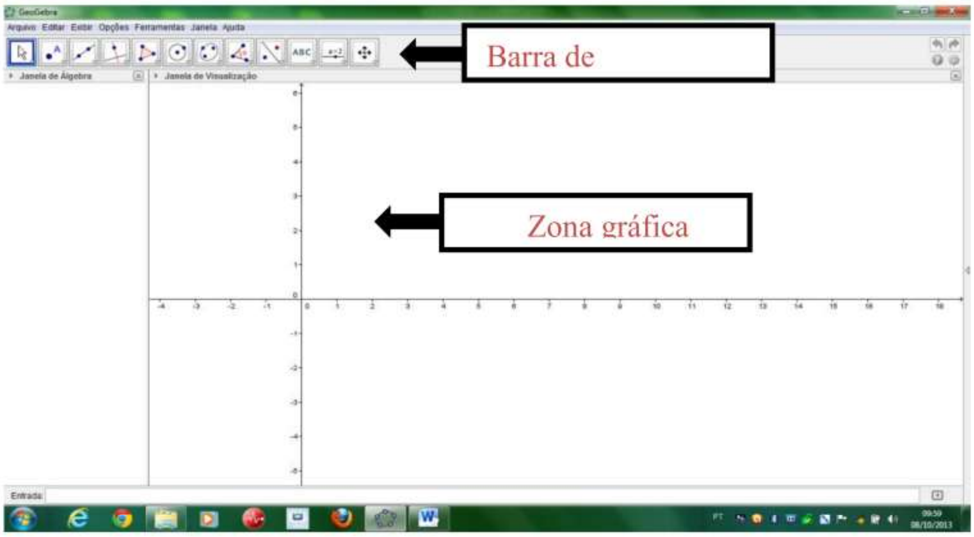
Assim, caracterizamos o *software* GeoGebra como aplicativo interativo e dinâmico, cuja versão algébrica se relaciona com uma versão geométrica.

Atividades

1. Opções de comandos de *Menu*

Ao iniciarmos o *software* Geogebra nos deparamos com a seguinte área de trabalho,

Figura 1 - Janela principal do *software* Geogebra

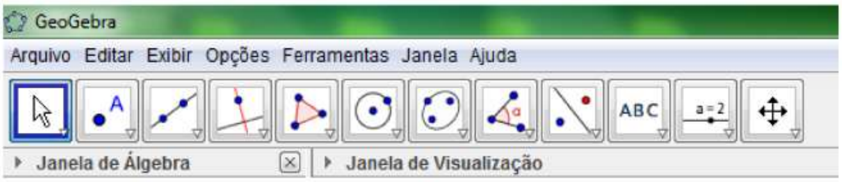


Uma das principais características do Geogebra é a dupla função dos objetos, pois cada expressão na janela de álgebra corresponde a uma na janela de geometria, bem como a dupla percepção dos objetos: cada expressão da janela de álgebra corresponde a um objeto da zona gráfica, e vice-versa.

2. A barra de ferramenta do Geogebra

Vamos estudar as funções de cada objeto da barra de ferramenta do Geogebra,

Figura 2 - Barra de ferramenta do *software* Geogebra

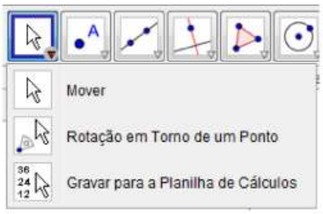


Clicando sobre itens de construção sobre a barra de ferramentas podemos construir figuras geométricas na área gráfica cujas coordenadas e equações são registradas na janela algébrica.

2.1. Item seta

O item seta tem a função de mover objetos, efetuar rotação em torno de um ponto e gravar dados na planilha de cálculos.

Veja figura seguinte:



2.2. Item ponto

O item ponto tem a função de criar um novo ponto, inserir um ponto em objeto, vincular e desvincular ponto de um objeto, efetuar a interseção de dois objetos, caracterizar um ponto médio ou centro de uma circunferência, representar o afixo de um número complexo.

Veja a figura abaixo:

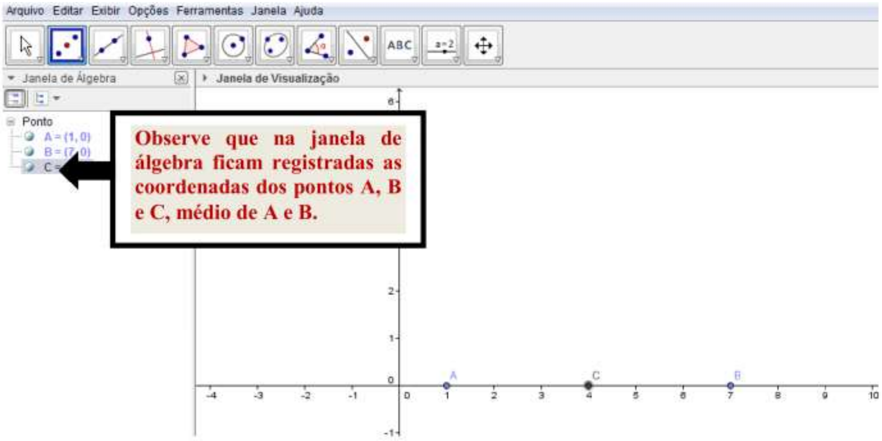
Como exemplo, vamos trabalhar um pouco com esses comandos de *menu* da barra de ferramentas.

Exemplo:

a) Marque um ponto qualquer na zona gráfica, sobre o eixo-x, na posição (1,0);

b) Marque outro ponto, distinto do primeiro, ainda sobre o eixo-x, agora na posição (7,0);

c) Determine seu ponto médio.



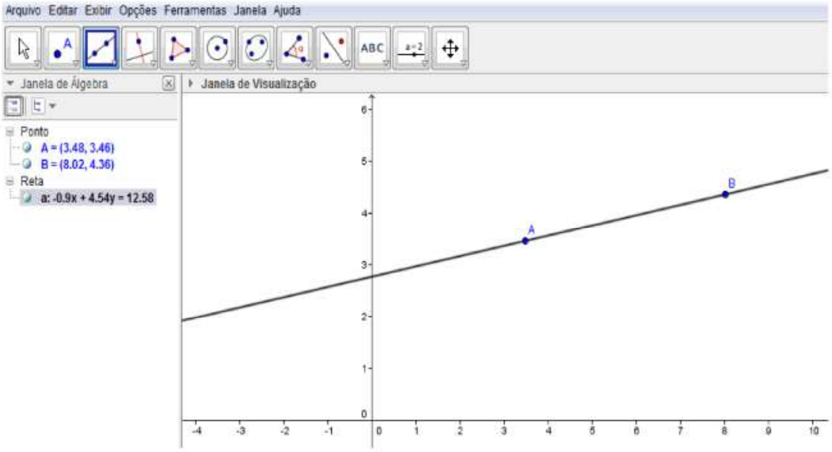
2.3. Item segmento, reta, vetor e poligonal.

Esse item de comando permite a construção de retas, segmentos, semirreta, caminho poligonal e vetor, como mostra a figura abaixo.

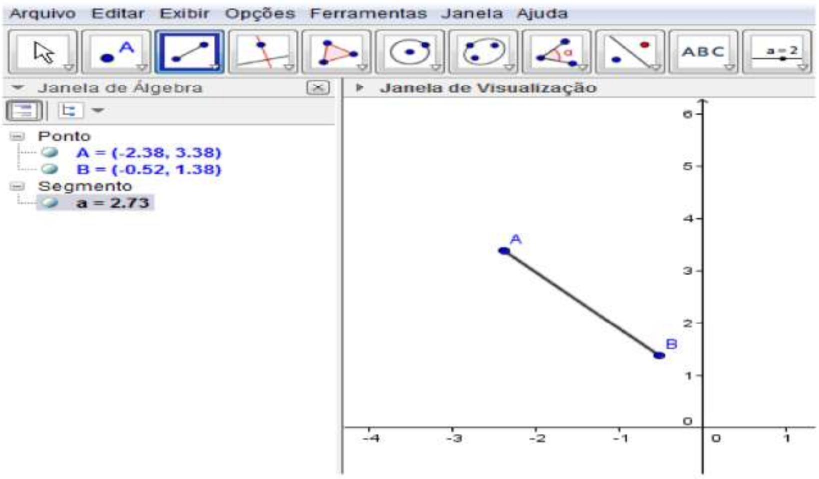
Vamos exemplificar o uso desse comando de *menu*.

Exemplo:

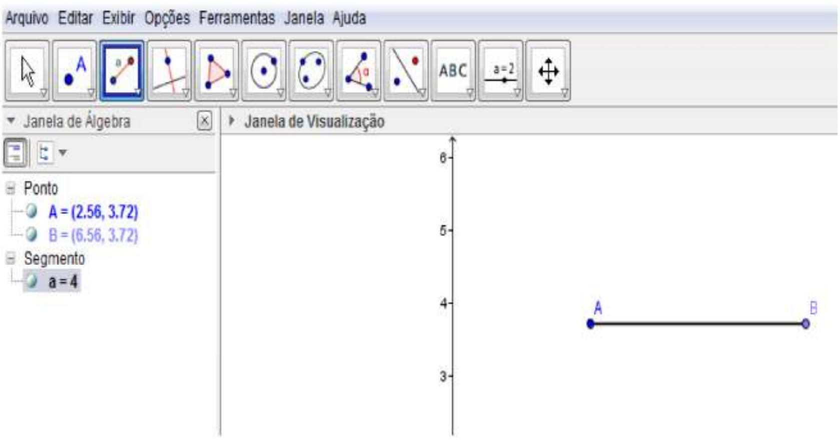
a) Defina uma reta por dois pontos;



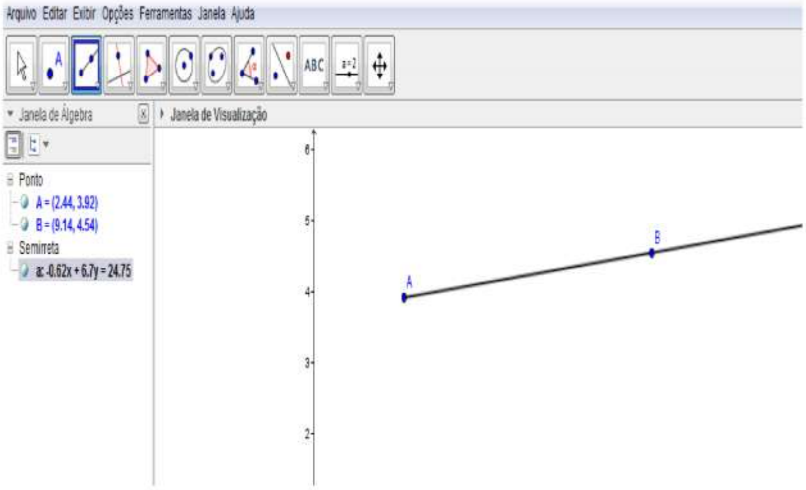
b) Defina um segmento por dois pontos;



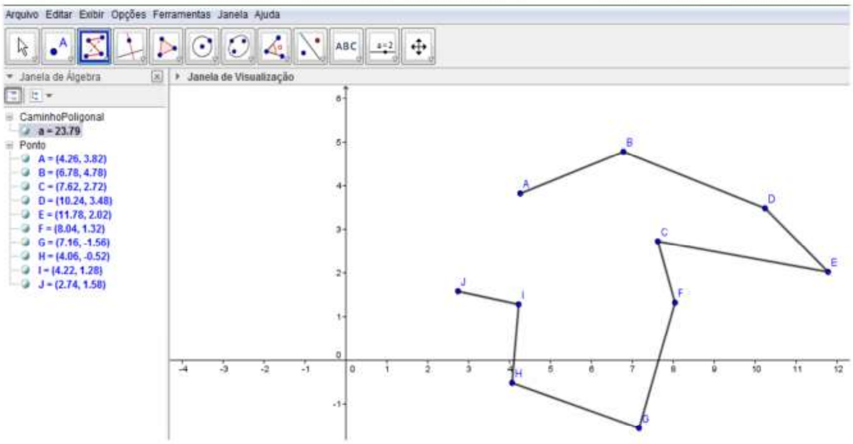
c) Defina um segmento com comprimento fixo;



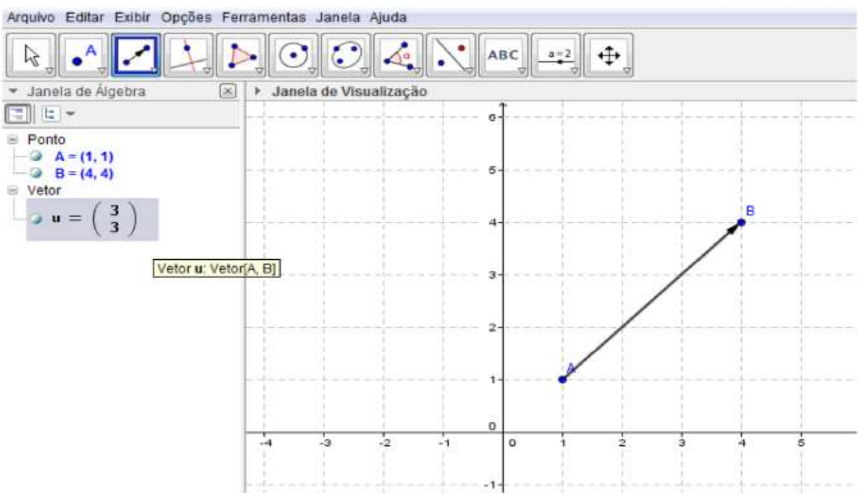
d) Defina uma semirreta por dois pontos fixos;



e) Determine um caminho poligonal, com no mínimo três segmentos;

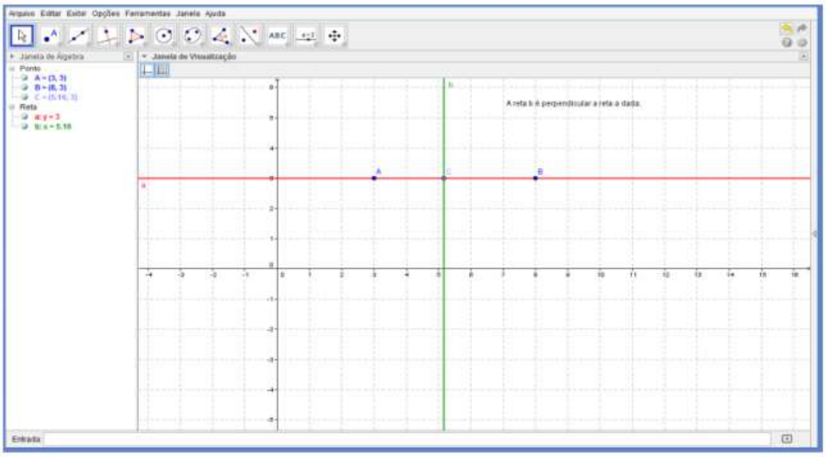


f) Defina um vetor por dois pontos;

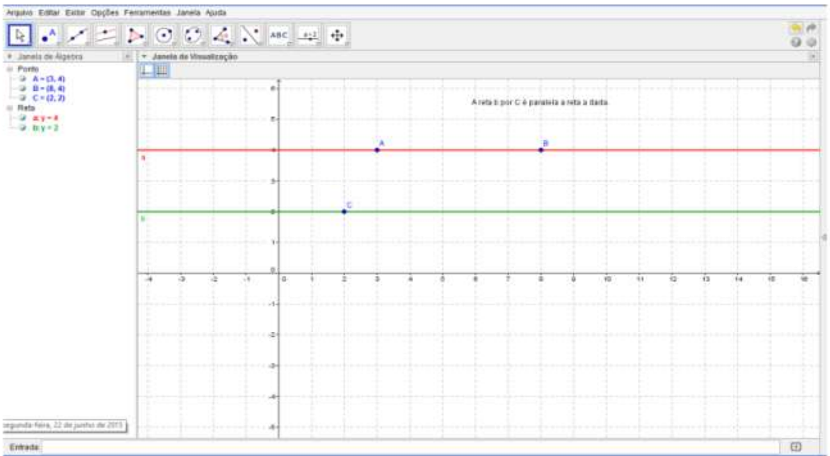


2.4. Item reta, perpendicular, paralela, mediatriz, bissetriz e tangente.

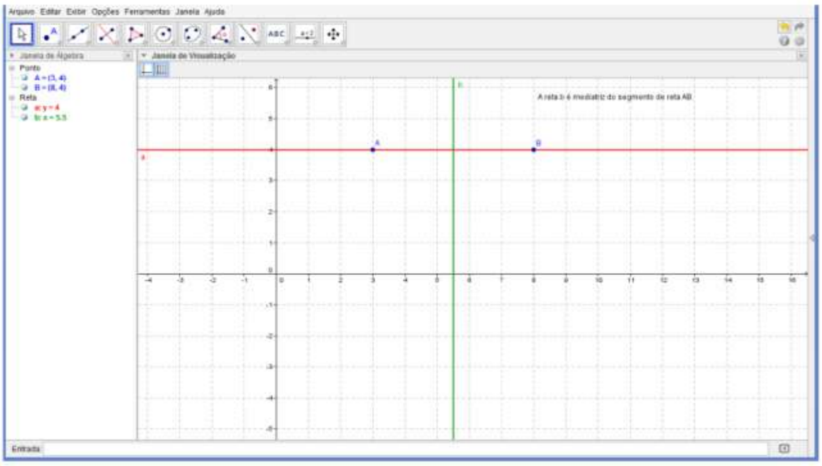
a) Defina uma reta qualquer por dois pontos, marque sobre ela um ponto C, e por C trace uma reta perpendicular à reta dada;



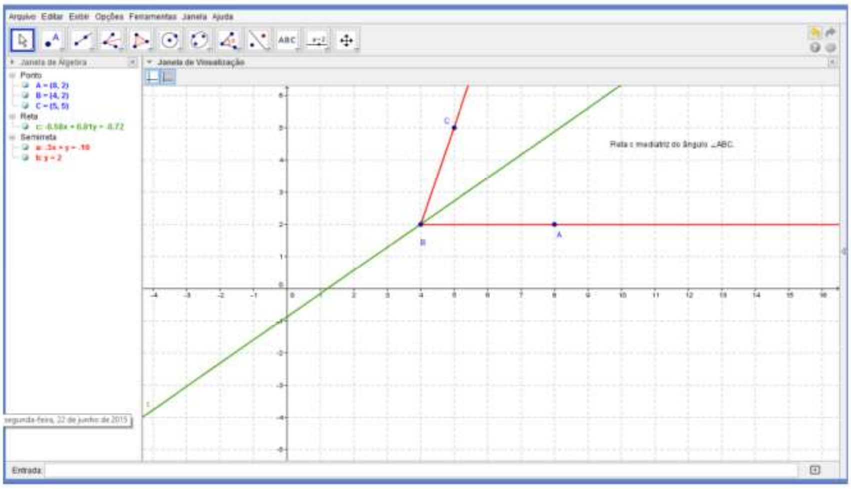
b) Defina uma reta por dois pontos, tome um ponto C qualquer do plano fora de da reta construída, por C trace uma reta paralela à reta dada.



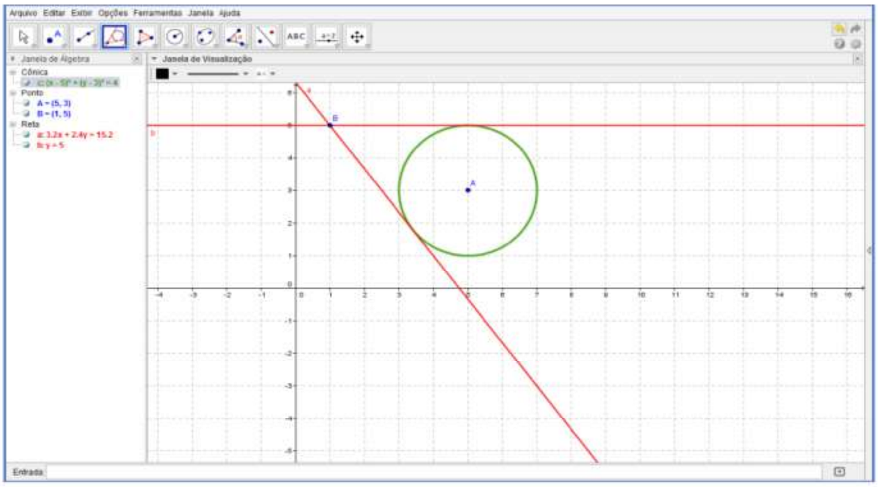
d) Defina uma reta por dois pontos, e a partir do segmento determinado pelos dois pontos escolhidos, trace uma reta mediatriz a reta dada.



e) Escolha três pontos não colineares do plano, com origem em um deles, construa duas semirretas de extremidades nos demais pontos escolhidos, formando o ângulo ∠ABC. Trace a bissetriz interna do ângulo ∠ABC.

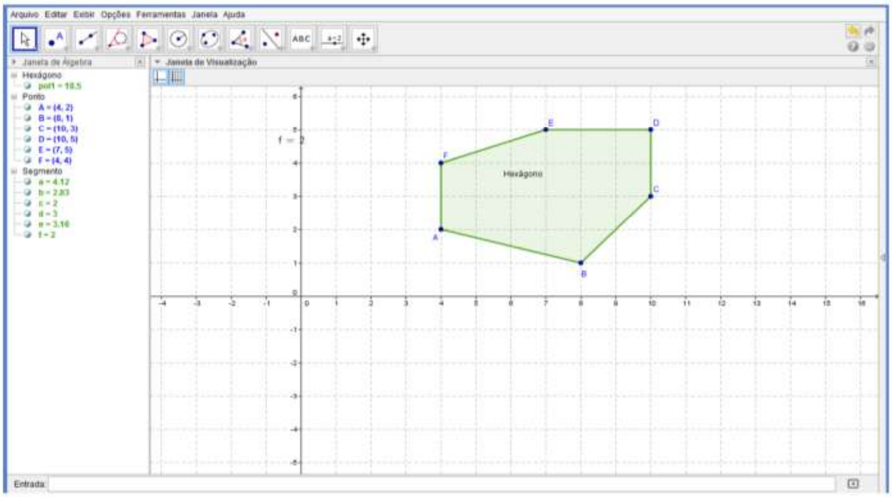


f) Construa uma circunferência λ (A, 2). Escolha um ponto B do plano exterior a λ. Por B trace retas tangentes a λ.

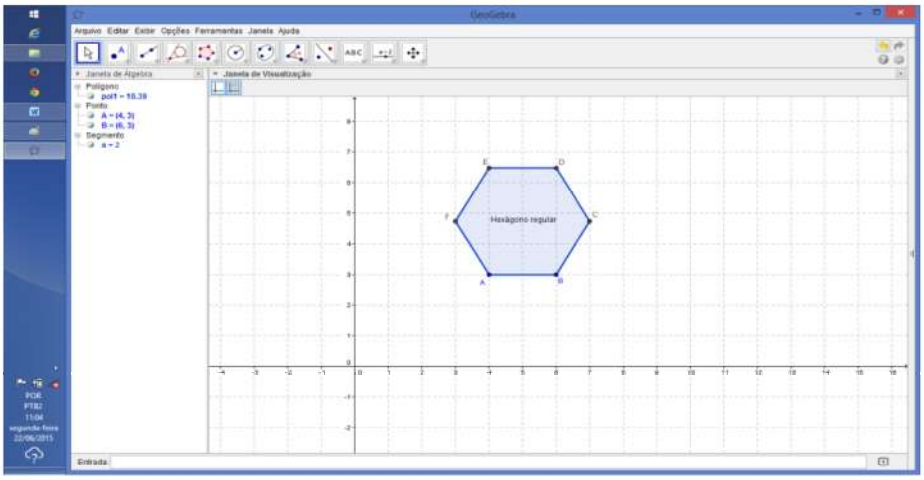


2.5 Item polígono, polígono regular e polígono rígido.

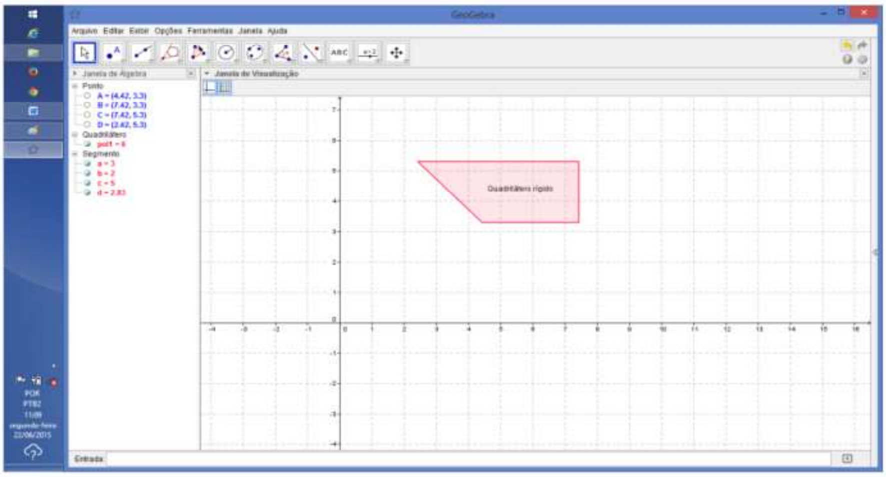
a) Construir um hexágono (polígono de 6 lados). Explore essa ferramenta.



b) Escolha dois pontos do plano, e em seguida digite na caixa de diálogo o número de vértices do polígono.

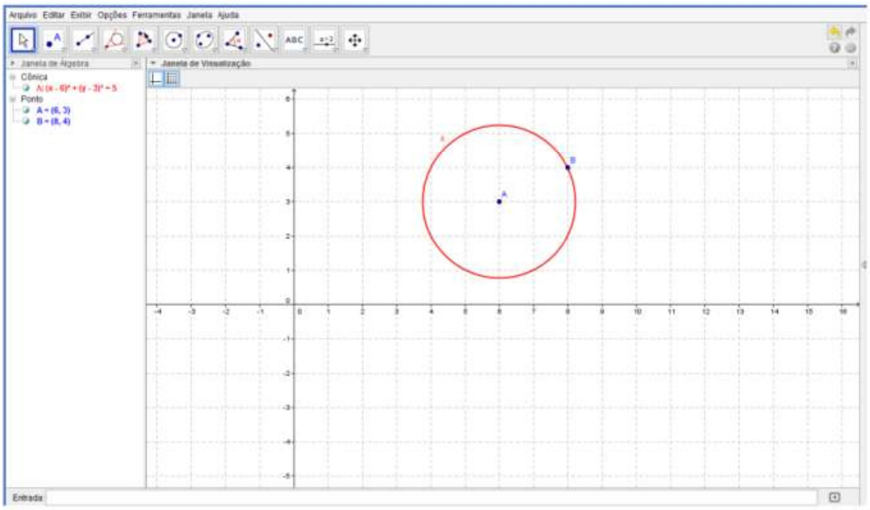


c) Escolha dois pontos do plano e construa o quadrilátero rígido.

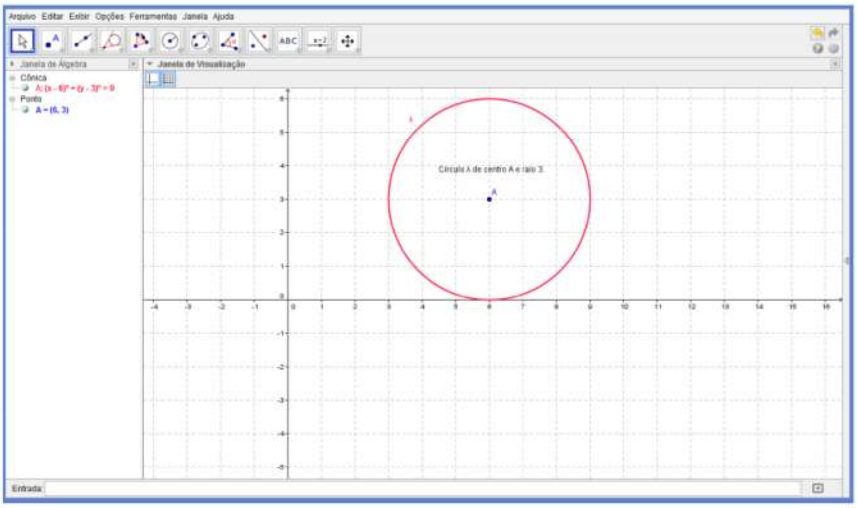


2.5. Item reta, perpendicular, paralela, mediatriz, bissetriz e tangente.

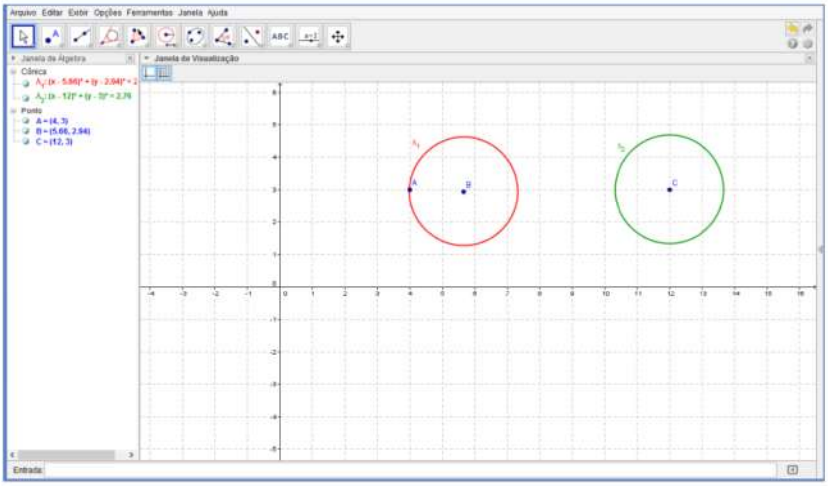
a) Escolha dois pontos do plano. Com centro em um desses pontos, trace a circunferência que passa pelo outro ponto.



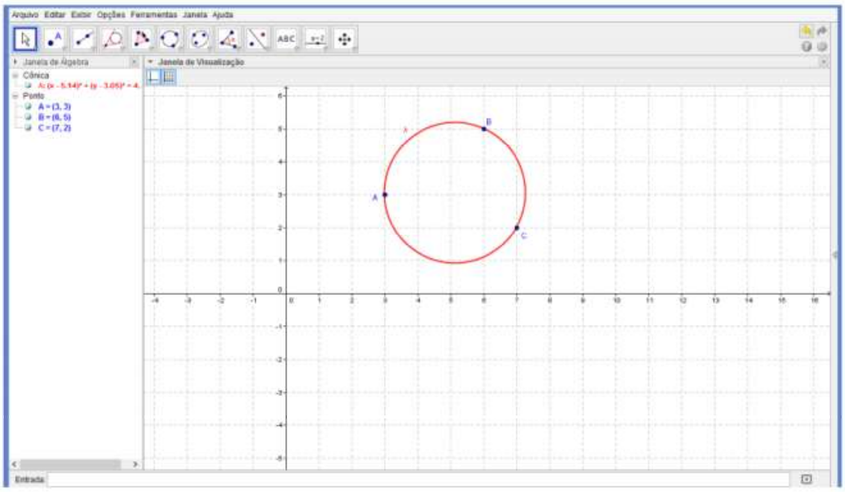
b) Escolha um ponto do plano. Com centro nesse ponto trace um círculo de raio 3 cm.



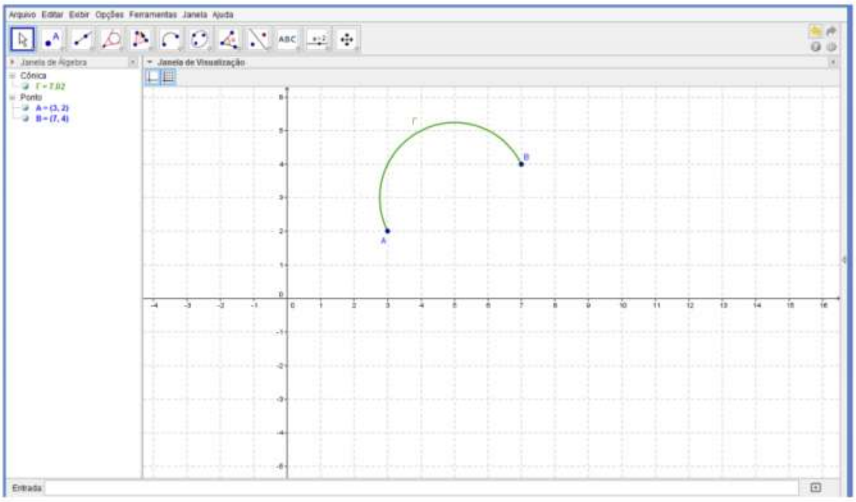
c) Escolha um ponto do plano, e a partir dele trace uma circunferência de raio arbitrário. Agora, tome um ponto exterior a primeira circunferência, e com centro nesse ponto, trace uma segunda circunferência de mesmo raio da anterior.



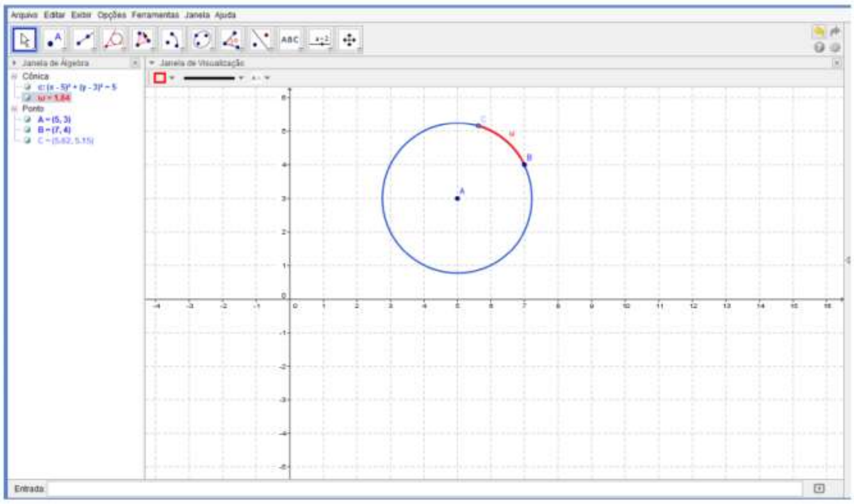
d) Escolha três pontos arbitrários e não colineares do plano. Trace uma circunferência que passa por esses três pontos.



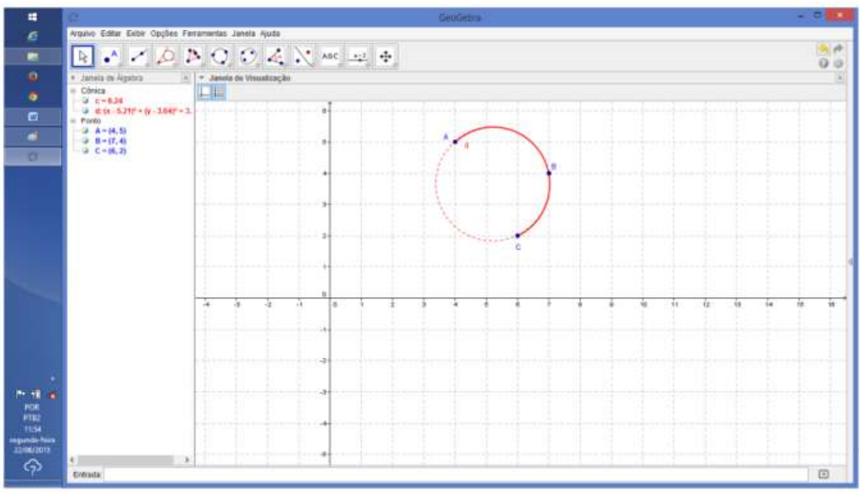
e) Escolha dois pontos quaisquer do plano. Com extremidades nesses pontos trace uma semicircunferência.



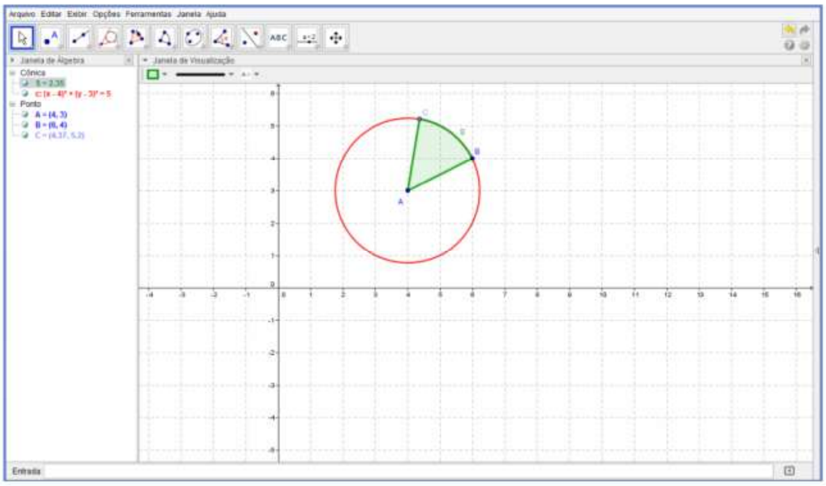
f) Construa uma circunferência de raio qualquer e centro conhecido. Tome dois pontos distintos sobre a circunferência traçada. Trace um arco de circunferência.



g) Escolha três pontos quaisquer do plano. Trace um arco de circunferência.

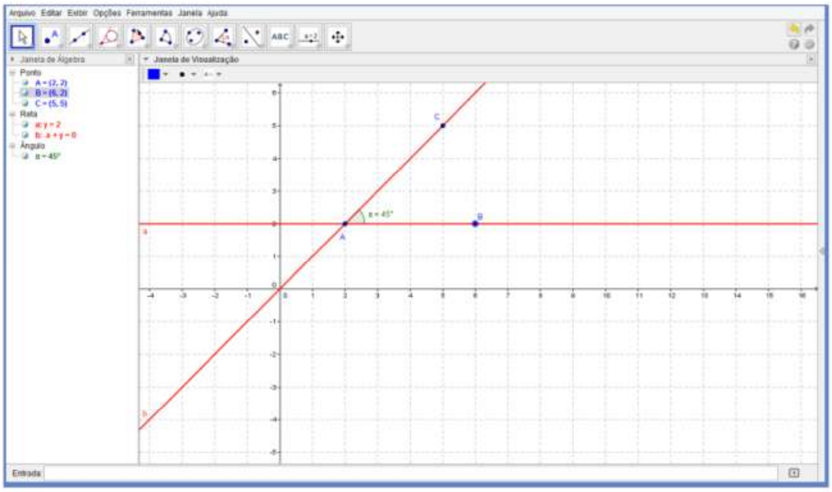


h) Trace uma circunferência de raio arbitrário, com centro e um de seus pontos conhecidos. Tome um ponto arbitrário sobre a circunferência traçada. Trace um setor circular.

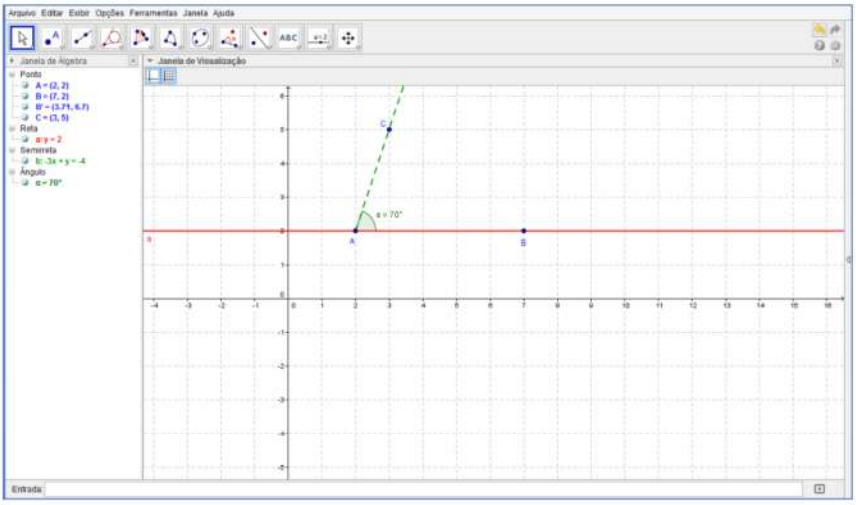


2.7 Item ângulo, ângulo com amplitude fixa, distância e área.

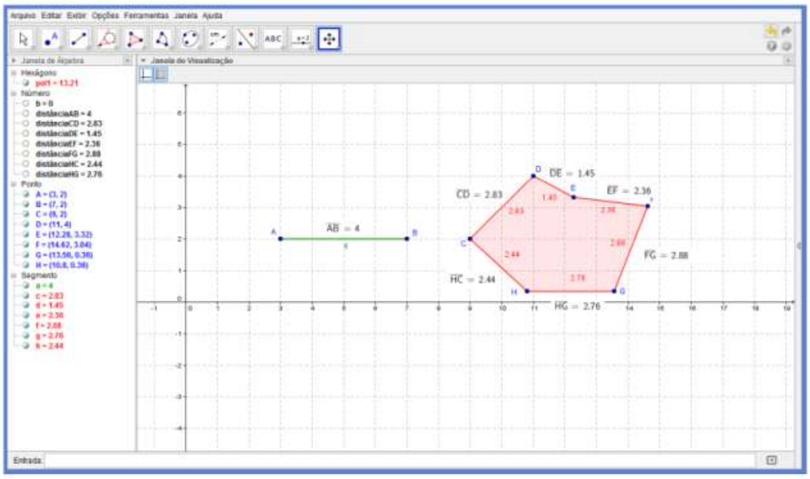
a) Trace duas retas concorrentes. Construa o ângulo entre as retas.



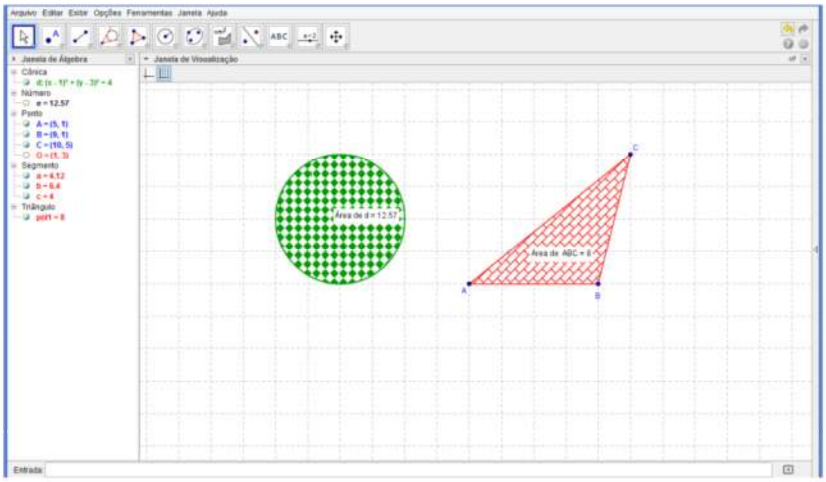
b) Trace uma reta por dois pontos. Fixe um ângulo com vértice em um ponto da reta com um de seus lados na reta.



c) Construa um segmento e um hexágono. Determine o comprimento do segmento e de cada lado do hexágono, primeiro clicando sobre o segmento e depois sobre os extremos.

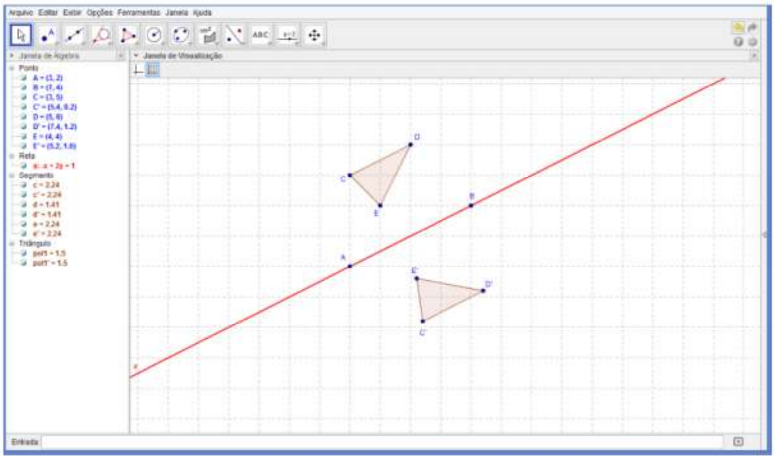


d) Construa um triângulo ABC de base AB = 4 cm, altura 4 cm qualquer, e um círculo de raio R = 2 cm. Encontre suas áreas.

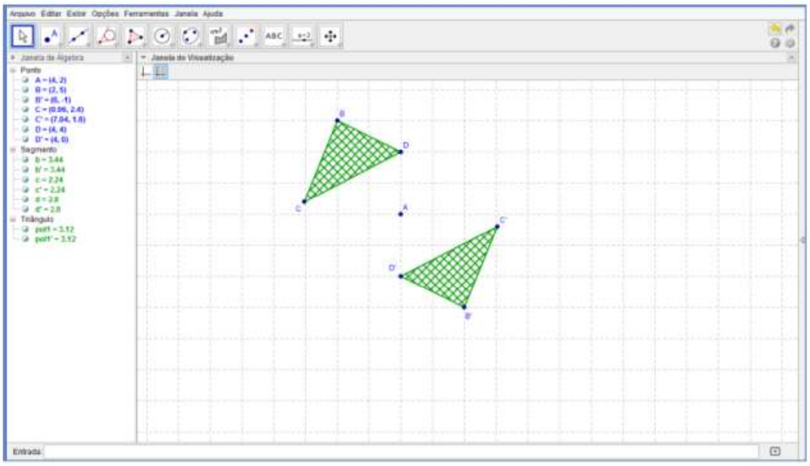


2.8 Item reflexão, rotação e homotetia.

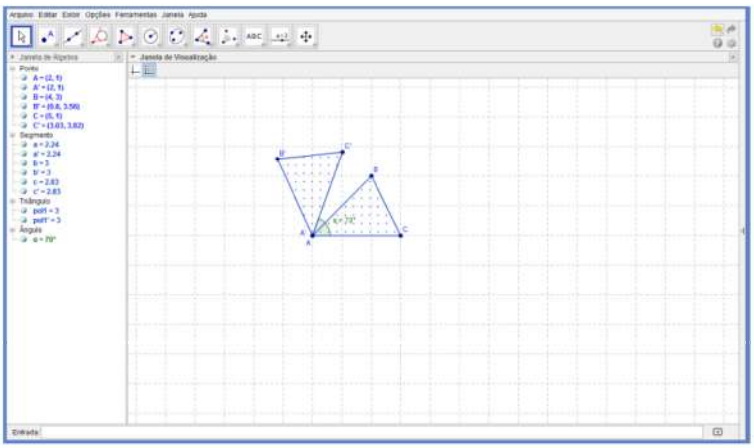
a) Fixe uma reta. Em um dos semiplanos construa um triângulo. Construa sua imagem por reflexão em relação à reta.



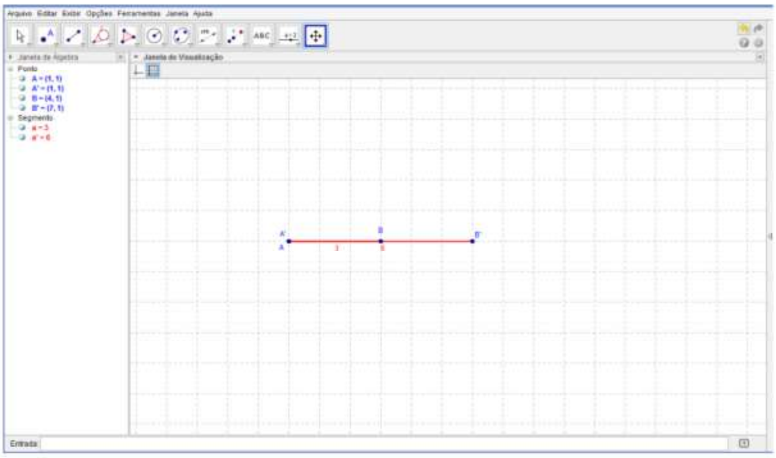
b) Fixe um ponto do plano. Construa um triângulo de modo que o ponto seja exterior a ele. Construa a reflexão desse triângulo em relação ao ponto fixado.



d) Construa um triângulo. Fixe o ponto de rotação. Execute uma rotação de 70° no sentido anti-horário.

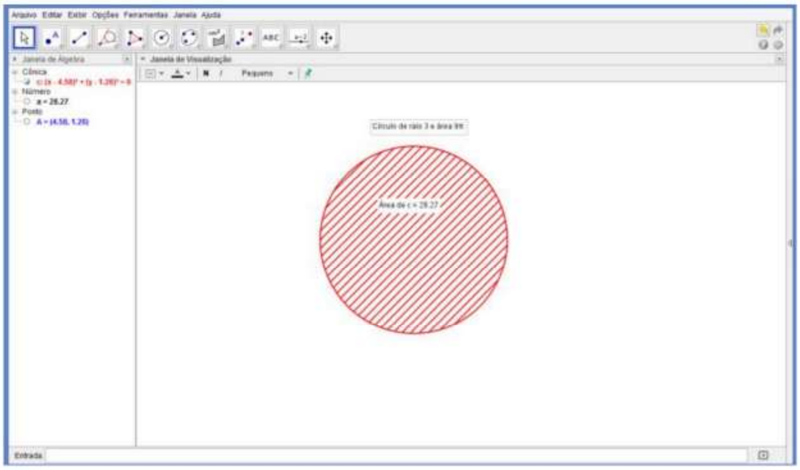


e) Construa um segmento de reta. Verifique seu comprimento. Construa um segmento com razão de homotetia 2.

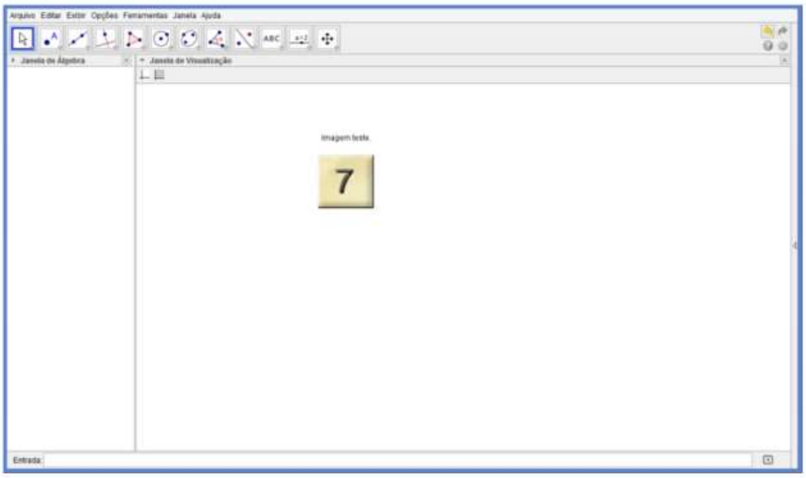


2.9 Item texto, inserir imagem e relação entre objetos.

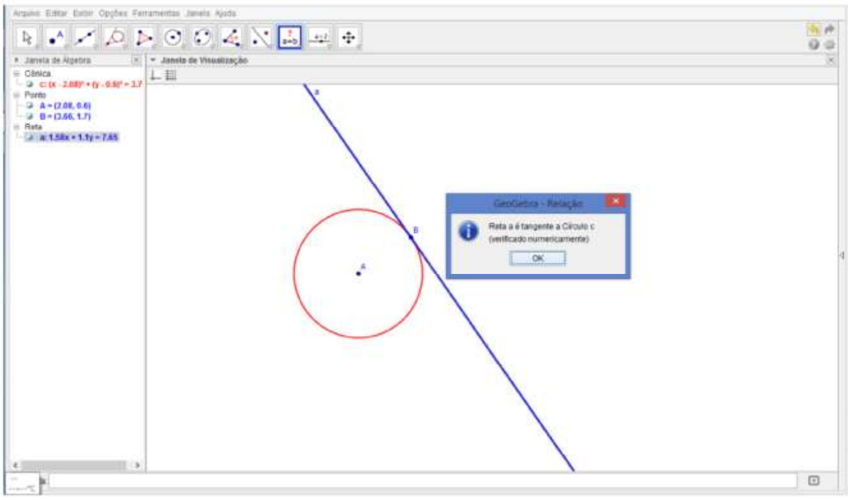
a) Construir um círculo de raio 3 cm. Calcular sua área. Escrever o texto: círculo de raio 3 e área 9π, na parte superior da figura.



b) Selecione uma imagem e cole na janela de visualização.



c) Trace uma circunferência com centro e um de seus pontos conhecidos. Por um ponto da circunferência trace uma reta tangente. Verifique a relação circunferência e reta.



Nota: as demais ferramentas serão estudadas no decorrer do minicurso.

APÊNDICE F – SEGUNDO MÓDULO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DO MINICURSO

Segundo MÓDULO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ
Campus Canindé

MINICURSO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Assunto: Introdução ao GeoGebra 4.4

Professor: Ricardo Vasconcelos

Atividades didáticas

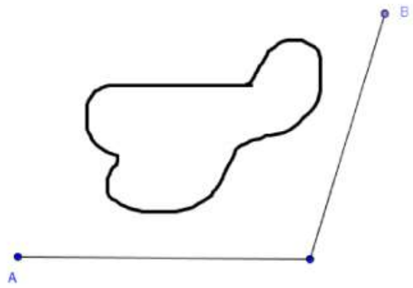
- **Atividade 02**

Objetivo: estudar e aplicar o caso L. A. L. de congruência de triângulos.

Com esse problema iremos estudar as definições de triângulos congruentes, retas concorrentes, ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.) e construção de circunferências. Em seguida incentivaremos a exploração dos recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações problemas a partir do problema em questão.

Situação Problema: Considere a figura abaixo 17. Encontre a distância entre os pontos A e B, separados por um pequeno lago, sem medir realmente à distância $\overline{AB}$. Justifique o seu procedimento.

Figura 17 - Distância entre os pontos A e B as margens do lago



Fonte: Resende (2010, p. 40)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

   (   ) SIM (   ) NÃO

   Justifique:

   ____

   ____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

   (   ) SIM (   ) NÃO

   Justifique:

   ____

   ____

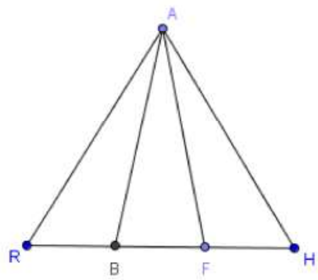
- **Atividade 03**

Objetivo: estudar e aplicar o teorema do triângulo isóscele e o caso L. A. L. de congruência de triângulos.

Com esse problema iremos estudar o teorema do triângulo isóscele e suas propriedades, o caso L.A.L. de congruência de triângulo e a construção de circunferências. Exploraremos os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações a partir do problema em questão.

Situação Problema: A figura 18 abaixo representa quatro postes colineares R, B, F e H, nessa ordem. Sabe-se que o poste A está a mesma distância de R e H, e a distância do R ao F é a mesma do poste B ao H. Mostre que A está à mesma distância de B e F.

Figura 18 - Distâncias entre postes



Fonte: Resende (2010, p. 41)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

   ( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

- **Atividade 04**

Objetivo: estudar e aplicar a definição de segmentos bisectáveis e o caso L. A. L. de congruência de triângulos.

Com esse problema iremos estudar a definição de triângulos congruentes, retas paralelas e ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.). Em seguida exploremos os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações problemas a partir do problema em questão.

Situação Problema: (REZENDE, 2010, p. 39) Demonstre que, se dois segmentos $\overline{AH}$ e $\overline{RB}$ se biseccionam no ponto F, então $\Delta FAB \cong \Delta FHR$.

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

- **Atividade 05**

Objetivo: estudar e aplicar a definição de perpendicularidade e o caso L. A. A_o. de congruência de triângulos.

Nesse problema iremos estudar a definição de triângulos congruentes, reta perpendicular e comprimento de segmento de reta. Em seguida exploremos os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações problemas a partir do problema em questão.

Situação Problema: (Muniz Neto, 2013, p.52) Em um triângulo ABC temos $\hat{A} = 90^{o}$. Sendo P $\in$ $\overline{AC}$ o pé da bissetriz interna relativa à B e sabendo que a distância de P ao lado $\overline{BC}$ é igual a 2 cm, calcule o comprimento do segmento $\overline{AP}$.

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

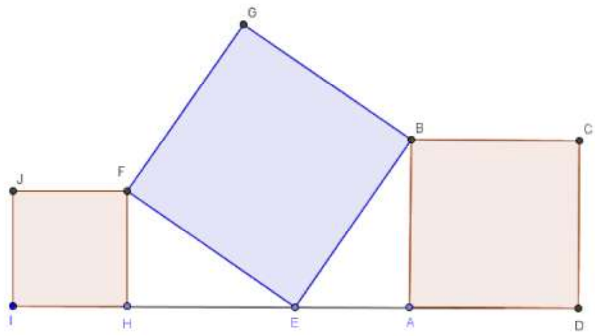
- **Atividade 06**

Objetivo: estudar e aplicar a definição de área e o caso A. L. A. de congruência de triângulos.

Com esse problema estudaremos a definição de triângulos congruentes, áreas e triângulo retângulo. Em seguida exploremos os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações problemas a partir do problema em questão.

Situação Problema: Na figura 19 abaixo, o quadrado ABCD tem área igual a 64 cm^2 e o quadrado FHIJ tem área igual a 36 cm^2. Os vértices A, D, E, H e I dos três quadrados pertencem a uma mesma reta. Calcular a área do quadrado BEFG.

Figura 19 - Quadriláteros ABCD, FHIJ e BEFG.



Fonte: Moura (2012, p.14)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

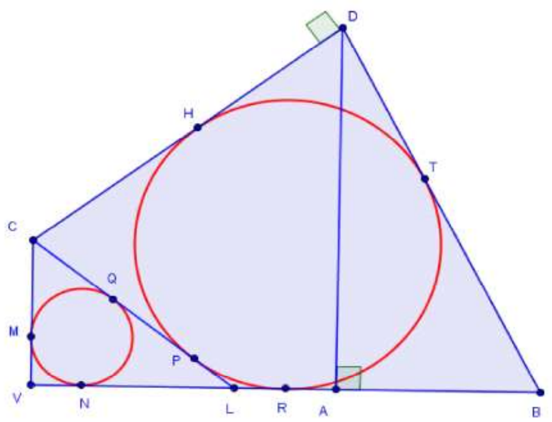
- **Atividade 07**

Objetivo: estudar e aplicar o teorema de Pitot, a definição e propriedades dos quadriláteros inscritíveis, as propriedades e posição relativa das circunferências, retas tangentes e o caso A. L. A. de congruência de triângulos.

Com esse problema estudaremos a definição de triângulos congruentes, quadriláteros inscritíveis e suas propriedades, propriedades e posição relativa da circunferência. Em seguida exploremos os recursos gráficos e dinâmicos do GeoGebra para simular outras situações problemas a partir do problema em questão.

Situação Problema: Na figura 20 abaixo os pontos M, N, P, Q, R, T e H são pontos de tangência. Se $\overline{CD} = \overline{DB}$, $\overline{LA} = 4\,\text{cm}$ e $\overline{DA} = \overline{AB} + 6cm$, calcular, em centímetros, a medida do raio do menor círculo.

Figura 20 - Quadrilátero com pontos de tangência em relação a círculos e reta



Fonte: Moura (2012, p.59)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

___

___

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

___

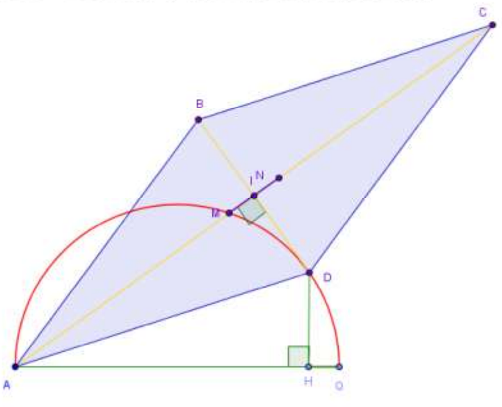
___

- **Atividade 08**

Objetivo: estudar e aplicar a definição de ortocentro de um triângulo, de ângulo de segmento, de retas tangentes e o caso A. L. A. de congruência de triângulos.

Situação Problema: ABCD n a figura 21 abaixo é um rombo; sabe-se que $\overline{HQ} = 8cm$ e que D é ponto de tangência. Calcular a distância entre os ortocentros dos triângulos BCD e ABD.

Figura 21 - Rombo e semicircunferência



Fonte: Moura (2012, p.62)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

- **Atividade 09**

Objetivo: estudar e aplicar os casos inscrição de polígonos, o teorema de Pitágoras, a fórmula de Herão para o cálculo de área de um triângulo, a definição de perímetro de um polígono e o caso L. L. L. de congruência de triângulos.

Situação Problema: (Moura, 2012, p.82)Calcular, em cm, o raio do círculo que determina cordas iguais a 3 cm nos lados $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 15cm$ e $\overline{AC} = 17cm$ de um triângulo ABC.

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____

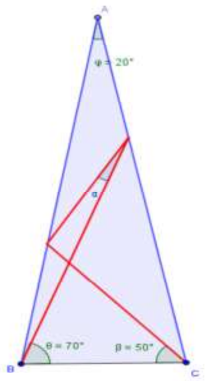
____

- **Atividade 10**

Objetivo: estudar e aplicar os casos de classificação de um triângulo e o caso L. A. L. de congruência de triângulos.

Situação Problema: Calcule o valor do ângulo α na figura 22 seguinte, sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$.

Figura 22 – Triângulo isósceles



Fonte: (Moura, 2012, p. 70)

Roteiro procedimental

1) Resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;
2) Construir no GeoGebra a figura correspondente;
3) Resolver a questão com o auxílio dos recursos gráficos do GeoGebra;
4) Aplicar os casos de congruências.

Questionário elucidativo

5) Você teve dificuldades em resolver o problema sem o auxílio do GeoGebra;

   (   ) SIM   (   ) NÃO

   Justifique:

   ____

   ____

6) A resolução do problema se torna mais elucidativo e lúdico com o auxílio do *software* GeoGebra;

   (   ) SIM   (   ) NÃO

   Justifique:

   ____

   ____

APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PRÉ-PESQUISA

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PRÉ´PESQUISA

MINICURSO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Assunto: Introdução ao software GeoGebra 4.4

Professor: Ricardo Vasconcelos

Prezado(a) aluno(a),

Pedimos a colaboração no preenchimento dos instrumentos que são partes integrantes de uma pesquisa que visa fundamentar a dissertação do Curso de Mestrado em Matemática da Universidade Federal do Ceará. Pedimos a sua autorização para que os dados aqui fornecidos possam ser utilizados na dissertação e em futuras publicações. O anonimato dos sujeitos da pesquisa é garantido pelo pesquisador.

Obrigado por ter dedicado seu tempo e interesse em responder as perguntas.

Cordialmente,

Francisco Ricardo Nogueira de Vasconcelos

ALUNO CÓDIGO: A - ___

- **DADOS PESSOAIS**

Nome(completo):____
____

- **Faixa etária**

  ( ) 18 a 30 ( ) 31 a 40 ( ) acima de 40 anos

- **Semestre que está cursando a licenciatura em Matemática:** _______

- ***QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO***

1) Você já participou de algum curso ou minicurso sobre uso do software GeoGebra?
( ) **SIM** ( ) **NÃO**

Qual(is)?
____
____

2) Qual a sua opinião em relação ao uso de software no ensino de Matemática?
____
____

3) Nas disciplinas da licenciatura em Matemática já foi utilizado algum software matemático? Qual o software e em qual disciplina?
____
____

4) Qual a sua expectativa em relação ao minicurso?
____
____

APÊNDICE H – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PÓS-PESQUISA

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO PÓS´PESQUISA

MINICURSO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Assunto: Introdução ao software GeoGebra 4.4

Professor: Ricardo Vasconcelos

Prezado(a) aluno(a),

Pedimos a colaboração no preenchimento dos instrumentos que são partes integrantes de uma pesquisa que visa fundamentar a dissertação do Curso de Mestrado em Matemática da Universidade Federal do Ceará. Pedimos a sua autorização para que os dados aqui fornecidos possam ser utilizados na dissertação e em futuras publicações. O anonimato dos sujeitos da pesquisa é garantido pelo pesquisador.

Obrigado por ter dedicado seu tempo e interesse em responder as perguntas.

Cordialmente,

Francisco Ricardo Nogueira de Vasconcelos

ALUNO CÓDIGO: A - ___

- **DADOS PESSOAIS**

Nome(completo):____
____

- **Faixa etária**

( ) 18 a 30 ( ) 31 a 40 ( ) acima de 40 anos

- **Semestre que está cursando a licenciatura em Matemática: _________**

- ***QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO***

1) Qual o grau de importância do minicurso para sua formação acadêmica?

( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim

____
____

2) Após o minicurso qual a sua opinião em relação ao uso de software no ensino de Matemática?

____
____

3) O minicurso atendeu a sua expectativa?

( ) SIM ( ) NÃO

Justifique:

____
____

4) Indique os pontos positivos e negativos do minicurso.

____
____

ANEXOS

ANEXO A – MATRIZ CURRICULAR DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA IFCE/CANINDÉ

INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Canindé

INSTITUT0 FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
CAMPUS CANINDÉ
DEPARTAMENTO DE ENSINO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MATRIZ CURRICULAR – Licenciatura em Matemática

1º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Comunicação e Linguagem	2	40	
Fundamentos Sócio-Filosóficos da Educação	4	80	
Fundamentos de Matemática I	4	80	
Vetores e Geometria Analítica	4	80	
História da Educação no Brasil	2	40	
Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem	4	80	
TOTAL	20	400	
2º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Fundamentos de Matemática II	4	80	
Cálculo Diferencial e Integral I	4	80	
Álgebra Linear	4	80	
História e Filosofia da Ciência	4	80	
Didática Geral (2 créditos teóricos e 2 créditos práticos)	4	80	
TOTAL	20	400	
3º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Lógica e Programação de Computadores	4	80	
Estrutura e Funcionamento da Educação Básica	4	80	
Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica I (2 créditos teóricos e 2 créditos práticos)	4	80	
Cálculo Diferencia e Integral II	4	80	
Geometria Euclidiana Plana	4	80	
TOTAL	20	400	
4º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Cálculo Diferencial e Integral III	4	80	
Construções Geométricas	4	80	
Instrumentação para o Ensino da Matemática I (2 créditos teóricos e 2 créditos práticos)	4	80	
Pesquisa em Educação Matemática	4	80	
Física Geral I	4	80	
TOTAL	20	400	

INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Canindé

5º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Geometria Espacial	4	80	
Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica I	4	80	
Física Geral II	4	80	
Séries e Equações Diferenciais	4	80	
Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica II (2 créditos teóricos e 2 créditos práticos)	4	80	
TOTAL	20	400	
6º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Cálculo Numérico	4	80	
Introdução a Teoria dos Números	4	80	
Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas	2	40	
Instrumentação para o Ensino da Matemática II (2 créditos teóricos e 2 créditos práticos)	4	80	
Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica II	4	80	
Introdução a Matemática Financeira	2	40	
TOTAL	20	400	
7º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Trabalho de Conclusão do Curso I	2	40	
Informática Aplicada ao Ensino	4	80	
Estruturas Algébricas	4	80	
Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica III	6	120	
Probabilidade e Estatística	4	80	
TOTAL	20	400	
8º SEMESTRE			
Disciplina	**Créditos**	**Carga Horária**	**Pré-requisitos**
Trabalho de Conclusão de Curso II	4	80	TCC I
Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica IV	6	120	
Introdução a Análise para Licenciando	4	80	
História da Matemática	4	80	
Libras	2	40	
TOTAL	20	400	
			CARGA HORÁRIA TOTAL: 3.200 horas

Canindé, 14 de agosto de 2014.

Prof Luis José Silveira de Sousa
Matrícula: 1794399
Coordenador da Licenciatura em Matemática