



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO EM LOGÍSTICA E PESQUISA OPERACIONAL

NATALIA VARELA DA ROCHA KLOECKNER

O PROBLEMA DE NUCLEAÇÃO DE ALUNOS NO TRANSPORTE ESCOLAR

FORTALEZA

2015

NATALIA VARELA DA ROCHA KLOECKNER

O PROBLEMA DE NUCLEAÇÃO DE ALUNOS NO TRANSPORTE ESCOLAR

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ciências (M.Sc.) em Logística e Pesquisa Operacional.

Orientador: Prof. Dr. Bruno de Athayde Prata

FORTALEZA

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós Graduação em Engenharia

K74p

Kloeckner, Natália Varela da Rocha.

O Problema de nucleação de alunos no transporte escolar / Natália Varela da Rocha

Kloeckner. – 2015.

58 f. : il. color., enc. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós – Graduação em Logística e Pesquisa Operacional, Fortaleza, 2015.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Orientação: Prof. Dr. Bruno de Athayde Prata.

1. Logística. 2. Pesquisa operacional. 3. Agrupamento multicapacitado. I. Título.

CDD 658.78

NATALIA VARELA DA ROCHA KLOECKNER

O PROBLEMA DE NUCLEAÇÃO DE ALUNOS NO TRANSPORTE ESCOLAR

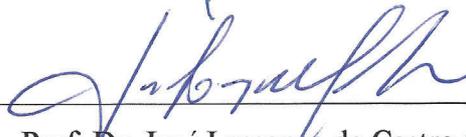
Dissertação apresentada ao programa de
Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional
da Universidade Federal do Ceará, como
requisito parcial para obtenção do Título de
Mestre em Logística e Pesquisa Operacional.
Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Aprovada em: 13/05/2015

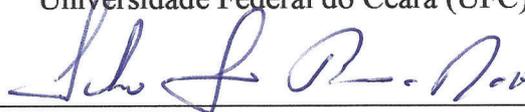
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Bruno de Athayde Prata (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. José Lassane de Castro Silva
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. Júlio Francisco Barros Neto
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Dr. Francisco Gildemir Ferreira da Silva
Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT

A Deus.
À minha mãe, Terezinha de Jesus e
ao meu pai, *in memoriam*, José
Freitas.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, pelo dom da vida, da inteligência, da perseverança, da fé e da motivação que me regem na contínua caminhada pelo êxito dos meus sonhos, metas e objetivos.

A Universidade Federal do Ceará (UFC), a qual possibilitou minha formação como bacharel em ciências econômicas e mestre, oferecendo em sua estrutura condições imprescindíveis para meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

A todos os professores e servidores da UFC que contribuíram e apoiaram-me no decorrer desta jornada.

Ao professor Bruno de Athayde Prata pelo diferencial de sua orientação, não limitado ao desenvolvimento desta Dissertação. Ao senhor, obrigada pelos conselhos, direcionamentos e paciência dispersados comigo ao longo do mestrado.

Aos professores do Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional, Lassance, Américo, Bosco, Welliandre, Fernando e Bruno pelos aprendizados transferidos em sala de aula.

Como dizia Henry Brooks Adams, “um professor sempre afeta a eternidade” uma vez que é impossível dizer onde termina a influência que ele exerce.

Aos meus colegas e amigos de mestrado, pela convivência e apoio mútuo nesse período de estudos.

À minha família, pelo apoio e incentivo a mais essa conquista.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro com a concessão da bolsa de estudos que viabilizou meu desenvolvimento no Mestrado.

*“Keep moving forward”
(Walt Disney)*

RESUMO

A gestão do transporte escolar possui considerada relevância para o alcance da educação às diferentes esferas da sociedade, uma vez que representa para alguns alunos o único meio de acesso e permanência no ambiente escolar. Por esta razão, programas governamentais como, por exemplo, o Programa Nacional de Transporte Escolar, no caso brasileiro, visa à contribuição financeira para aquisição de ônibus para os municípios. Contudo, a medida não representa uma solução em si mesma, pois antes de se ofertar o serviço, há a necessidade de rotear o percurso que o ônibus deve fazer a fim de atender satisfatoriamente a todos os alunos demandantes, o que reflete diretamente no desempenho dos resultados econômicos, operacionais e sociais das instituições envolvidas. Nesse âmbito, aborda-se o problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar, que consiste em alocar cada aluno, em sua respectiva série, na escola mais próxima possível de sua residência, considerando a capacidade que cada série possui para atendimento da demanda. Logo, trata-se de otimizar os agrupamentos formados de tal modo a reduzir o percurso de traslado do aluno para a escola, o que resulta em uma otimização de tempo, redução do custo da viagem, melhor bem-estar do aluno e incremento do processo de aprendizagem. Para isso, o presente trabalho tem por objetivo propor um modelo matemático para agrupar os alunos, por série, em cada escola. A formulação proposta foi aplicada em um estudo de caso na cidade de Maranguape, no Estado do Ceará, apresentando resultados consistentes.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Transporte Escolar. Nucleação de Alunos. Problema de Agrupamento Multicapacitado.

ABSTRACT

The management of school transportation has considered relevance to the reach of education to different spheres of society, as it is for some students the only means of access and permanence in the school environment. For this reason, government programs such as the National Programme for School Transportation, in Brazil, aims the financial contribution to the acquisition of buses for municipalities. However, the measure is not a solution in itself, because before offering the service, there is the need to route the journey that the bus must do to meet satisfactorily all the claimant students, which directly reflects on the performance of economic, operational and social outcomes of the institutions involved. In this framework, the Student Nucleation Problem on the School Transport (Nucleação de Alunos no Transporte Escolar) is addressed, which consists of allocating each student, in his respective grade, in the nearest possible school to his residence, considering the capacity that each school grade has to meet the demand. Therefore, the aim is to optimize the groupings formed in such a manner to reduce the journey of transfer of the student to the school, which results in an optimization of time, reduction of travel costs, better student welfare and an increment in the process of learning. To accomplish this task, the present work aims to propose a mathematical model to cluster students, by grade, in each school. The proposed formulation is applied to a case study in the city of Maranguape, State of Ceará, Brazil, presenting consistent results.

Keywords: Operational Research. School Transport. Nucleation of Students. Multi-Capacity Grouping Problem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Estratégias heurísticas LAR e ARL	21
Figura 2 – O problema de agrupamento capacitado	26
Figura 3 – Restrições de um problema de agrupamento capacitado	34
Figura 4 – Problema de nucleação de alunos no transporte escolar	34

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Abordagem dos Subproblemas do SBND encontrados na literatura.....	20
Tabela 2 – Distância Euclidiana entre as localizações dos alunos e das escolas.....	38
Tabela 3 – Capacidade de alunos por série nas escolas.....	39
Tabela 4 – Demanda do aluno por uma série específica	39
Tabela 5 – Resultado da aplicação do modelo SNP	40
Tabela 6 – Número de alunos por série, considerando escolas públicas e particulares	41
Tabela 7 – Número de escolas ativas por série, considerando escolas públicas e particulares	42
Tabela 8 – Escolas com capacidades ampliadas.....	46
Tabela 9 – Alocação de alunos dado um incremento na capacidade das escolas.....	49

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

ARL	<i>Allocation – Routing – Location</i>
BRG	<i>Bus Route Generation</i>
BSFABF	<i>Bus Selection From Available Bus Fleet</i>
BSSP	<i>Bus Stop Selection Problem</i>
CCCP	<i>Capacitated Centred Clustering Problem</i>
CCP	<i>Capacitated Clustering Problem</i>
CD	Centro de Distribuio
EJA	Educao de Jovens e Adultos
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais
LAR	<i>Location – Allocation - Routing</i>
MCCP	<i>Multi-Capacitated Clustering Problem</i>
MEC	Ministrio da Educao e Cultura
PNTE	Programa Nacional de Transporte Escolar
PROJOVEM	Programa Nacional de Incluso de Jovens e Adultos
RS	<i>Route Scheduling</i>
SBND	<i>Scholl Bus Network Design</i>
SBRP	<i>School Bus Routing Problem</i>
SBTA	<i>School Bell Time Adjustment</i>
SNP	<i>Student Nucleation Problem</i>
UTM	Universal Transversa de Marcador
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 Considerações iniciais	13
1.2 Justificativa.....	14
1.3 Problema de pesquisa e hipótese	16
1.4 Objetivos	16
<i>1.4.1 Objetivo geral.....</i>	<i>16</i>
<i>1.4.2 Objetivo específico</i>	<i>16</i>
1.5 Etapas da pesquisa e metodologia	17
1.6 Estrutura da Dissertação.....	18
2. O PROJETO DE REDES DE TRANSPORTE ESCOLAR.....	19
2.1 Considerações iniciais	19
2.2 Descrição dos subproblemas do Projeto de Redes de Transporte Escolar.....	21
<i>2.2.1 Seleção das paradas do ônibus</i>	<i>21</i>
<i>2.2.2 Seleção do ônibus a partir de uma frota disponível.....</i>	<i>22</i>
<i>2.2.3 Geração da rota do ônibus</i>	<i>23</i>
<i>2.2.4 Ajuste ao tempo de sinal da aula</i>	<i>23</i>
<i>2.2.5 Programação das rotas</i>	<i>24</i>
<i>2.2.6 Problema de nucleação</i>	<i>25</i>
2.3 Classificações a partir da perspectiva do problema	26
<i>2.3.1 Número de escolas a serem atendidas</i>	<i>27</i>
<i>2.3.2 Ambiente do trabalho</i>	<i>27</i>
<i>2.3.3 Turno de atendimento</i>	<i>28</i>
<i>2.3.4 Características do estudante</i>	<i>28</i>
<i>2.3.5 Transporte de passageiros: único ou misto.....</i>	<i>29</i>
<i>2.3.6 Capacidade de cada ônibus da frota.....</i>	<i>29</i>
<i>2.3.7 Objetivos</i>	<i>30</i>
<i>2.3.8 Restrições</i>	<i>30</i>
2.4. Considerações finais.....	31
3. O PROBLEMA DE NUCLEAÇÃO NO TRANSPORTE ESCOLAR.....	32
3.1 Considerações iniciais	32
3.2 Definição do Problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar	32
3.3 Modelo Matemático para o SNP.....	36
3.4 Aplicação do modelo - exemplificação	37

3.5 Considerações finais.....	40
4. ESTUDO DE CASO	41
4.1 Considerações iniciais	41
4.2 Aplicações do modelo ao caso de Maranguape – Ceará.....	43
4.3 Análise e discussão dos resultados.....	47
4.4 Considerações finais.....	50
5. CONCLUSÕES.....	51
5.1 Considerações iniciais	51
5.2 Benefícios da abordagem proposta.....	51
5.3 Limitações do estudo.....	52
5.4 Sugestões para estudos futuros	52
5.5 Considerações finais.....	53
REFERÊNCIAS	54

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

O problema de roteamento de veículos (*Vehicle Routing Problem –VRP*) é um dos temas de grande interesse no meio acadêmico, bem como nas empresas, uma vez que impacta diretamente em resultados logísticos, econômicos, operacionais e sociais, eficientes para as empresas.

Nas últimas décadas vem sendo implementadas adaptações do VRP a cenários reais, os quais apresentam características diversificadas, como por exemplo, os estudos de Bodin *et al.* (1983), que evidenciaram a necessidade de roteirizar um único veículo escolar de forma que este atendesse a diferentes escolas americanas, estipulando, para tanto, determinado número de alunos por ponto de atendimento do ônibus. Desta forma, caracterizou-se o Problema de Roteamento no Transporte Escolar (*School Bus Routing Problem – SBRP*), estudado inicialmente por Newton e Thomas (1969) e *a posteriori* por outros pesquisadores, como Dulac *et al.* (1980), Cunha e Gualda (1997), Ke, Caron e Aneja (2005) e Park e Kim (2010), tornou-se um dos assuntos mais estudados em Pesquisa Operacional, dado sua relevância prática (Bodin *et al.* 1983).

Um dos seus subproblemas, o Problema de Nucleação de Alunos (*Student Nucleation Problem – SNP*) que tem por objetivo a alocação dos alunos às escolas mais próximas de suas residências, tem se apresentado como de fundamental importância nos últimos anos. Isso porque o SNP vem chamando a atenção nas políticas públicas pelo seu impacto no desempenho educacional e redução de custos operacionais, uma vez que implica em um roteamento para o transporte escolar com custos mais baixos, bem como, promove melhorias na qualidade de vida e de aprendizagem dos alunos que ao estudarem próximo das suas residências reduzem seu tempo de percurso até a escola (SINDSEP, 2013).

O SNP pode utilizar métodos de agrupamento, nos quais medidas de dissimilaridades ou similaridades entre o grupo em estudo, ou seja, o cálculo da distância das residências dos alunos até a escola mais próxima, determina qual será o agrupamento (*clustering*). (HANSEN e JAUMARD, 1997).

Diante do exposto, este Capítulo tem a finalidade de apresentar a introdução ao tema deste trabalho – Problema do Nucleação de Alunos no Transporte Escolar –, e, ao objeto de estudo: modelo matemático para a resolução do problema. Para isso abordar-se-á

inicialmente características do Problema do Roteamento do Transporte Escolar e do Problema de Agrupamento, os quais originaram o problema supracitado.

A exposição deste Capítulo encontra-se dividido em cinco seções. A primeira seção constitui-se da apresentação sobre a relevância do tema de estudo, via justificativa. Na segunda seção, é contextualizado o problema de pesquisa e a hipótese considerada para a sua resolução. Na terceira seção, são abordados os objetivos do estudo, sendo estes pontuados em geral e específicos. Em seguida, na quarta seção, são referenciados os procedimentos da metodologia de pesquisa que será utilizada neste trabalho. Por fim, a quinta seção expõe a estrutura da pesquisa científica deste estudo, pontuando sumariamente os conteúdos de cada capítulo desse trabalho.

1.2 Justificativa

A gestão do transporte escolar é um instrumento de considerável relevância, uma vez que representa para alguns alunos o único meio de acesso e permanência no ambiente escolar. Com efeito, no Brasil, por exemplo, instaurou-se a Portaria Ministerial nº 955, de 21 de junho de 1994, criando o Programa Nacional de Transporte Escolar (PNTE), o qual visa à contribuição financeira aos municípios e organizações não governamentais na aquisição de ônibus escolares novos, voltados ao transporte diário de alunos de escolas públicas na zona rural, bem como, de alunos demandantes de educação especial.

Contudo, a obrigatoriedade do transporte escolar pelo Estado para todos os municípios e o Distrito Federal, como no caso brasileiro (regido pela Lei nº 9.394/96), não representa uma solução em si mesmo, uma vez que além da disponibilidade do transporte, incorre aos municípios, também, a necessidade de rotear o percurso que cada ônibus deve fazer. Logo, objetivando ao estabelecimento de resultados econômicos, operacionais, sociais e ambientais eficientes para todos os agentes envolvidos, apresenta-se a necessidade de alcançar a eficiência no atendimento aos estudantes (demanda), o que nestes moldes, equivale a satisfazer restrições quanto à capacidade dos ônibus, ao tempo de duração da viagem (caminho percorrido/qualidade do traslado), ao atendimento total da demanda e ao atendimento do tempo de início e término das aulas.

É nesse âmbito que se estabelece o Problema de Roteamento do Transporte Escolar, também conhecido por *School Bus Routing Problem* – SBRP, inicialmente postulado como a atribuição de cada aluno a um ônibus escolar, de forma a otimizar a utilização do veículo quando da busca e retorno de cada estudante à escola ou residência (NEWTON e THOMAS, 1969), incentivou, *a posteriori*, o aparecimento de outras abordagens e técnicas para a solução do

problema, em especial, como resposta a necessidade de aplicações em casos com premissas e restrições específicas. Estas, abordadas pelos mais diferentes autores, como Bennett e Gazis (1972), Gavish e Shlifer (1979), Dulac *et al.* (1980), Hargroves e Demetsky (1981), Chapleau *et al.* (1985), Laporte *et al.* (1989), Bowerman *et al.* (1995), Fügenschuh (2009), Park e Kim (2010), Ledesma e González (2012), Park *et al.* (2012) e Schittekat *et al.* (2013).

Não obstante, o SNP, um dos problemas originados pelo SBRP, tem-se tornado evidente nos últimos tempos por meio de alternativas ao controle e qualidade dos custos e educação promovidos pelas políticas públicas dos municípios.

A Prefeitura do Município de Carnaubal do Estado do Ceará, por exemplo, objetivando medidas como manutenção das unidades de ensino tão próximas quanto possível das residências dos alunos e a racionalização de custos com transporte e com pessoal, sancionou a Lei Nº 176/2013, em 30 de abril de 2013, a qual dispôs sobre a Nucleação de Escolas Públicas Municipais. Tal medida favoreceu não somente o fomento da qualidade e eficiência da gestão com a concentração de várias escolas em uma unificada, Escola-Pólo, mas também, o agrupamento dos alunos nas escolas mais próximas de suas residências, o que impactou na redução do tempo do percurso do ônibus, bem como, na diminuição do custo com o transporte escolar. (Prefeitura de Carnaubal, 2013).

Neste contexto, ressalta-se que o conceito de Nucleação Escolar e Nucleação de Alunos são equivalentes, uma vez que a nucleação escolar corresponde à junção de escolas menores em uma estrutura maior, a qual é inerente a Nucleação de Alunos, ou seja, a formação de *clusters* (agrupamentos) de alunos que residam a menor distância do local da escola (Pólo). Desta forma, a Nucleação de Alunos ou Nucleação Escolar, corresponde a um problema de agrupamento no qual a partir da escolha de um critério, como, por exemplo, o da distância, pode-se definir ou quantificar o quão perto ou distante encontra-se um aluno da escola.

Assim, o problema de agrupamento de conjuntos constitui-se em um problema combinatório NP-Completo (WELSH e POWELL, 1967; GAREY e JOHNSON, 1979; MULVEY e BECK, 1984; OSMAN e CHRISTOFIDES, 1994), no qual a característica de resolução do problema em sua otimalidade pode não ser satisfeita – uma vez que, de acordo com o porte do problema e com as características da instância pode necessitar de bastante recurso computacional. Utilizando-se para isso, com tempo polinomial aceitável, algoritmos (métodos) que retornam soluções próximas do ótimo, tais como as heurísticas e meta-heurísticas. Podendo ainda obter, por meio de tais métodos, a eficiência no uso dos recursos envolvidos no problema, permitindo melhor alocação destes, redução dos custos e melhoria do nível de serviço ofertado.

Todavia, cabe ressaltar que na revisão bibliográfica realizada não foi encontrada nenhuma referência que abordasse o problema de nucleação de alunos sob uma perspectiva de um problema de otimização combinatória. Ademais, a característica que será abordada no problema em estudo, que consiste no fato das facilidades (escolas) serem multicapacitadas, tornam o trabalho uma proposição inovadora. Portanto, como base do referencial teórico serão utilizados trabalhos que possuam abordagens semelhantes a este estudo, como por exemplo, problemas de projeto de redes de transporte escolar e problemas de agrupamento capacitado.

1.3 Problema de pesquisa e hipótese

Conforme, o contexto explicitado no subitem anterior, o problema de pesquisa que emerge desde estudo, é:

“Como nuclear alunos em escolas multicapacitadas.”

No problema de pesquisa apresentado, tem-se a hipótese de que o uso de um modelo de programação inteira pode permitir a nucleação de alunos em escolas multicapacitadas, automatizando o processo de tomada de decisão e obtendo soluções de custo mínimo. Isso, disposto em um estudo de caso com dados referentes ao município de Maranguape, do Estado do Ceará.

Diante do exposto, surgem os objetivos a serem alcançados com a finalidade de auxiliar na resposta ao problema de pesquisa enunciado.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver um modelo matemático de programação inteira para a nucleação de alunos no transporte escolar.

1.4.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos presentes neste estudo, podem ser ressaltados:

- a) Estudar e analisar os mais relevantes conceitos, características e aspectos do problema, de forma a obter uma melhor compreensão sobre a sua natureza;
- b) Analisar e solucionar, por meio de métodos exatos o modelo desenvolvido em instâncias geradas aleatoriamente; e
- c) Aplicar o modelo desenvolvido em um estudo de caso, com vistas a validá-lo em um problema real.

1.5 Etapas da pesquisa e metodologia

O estudo foi composto por sete etapas, relacionadas a seguir:

i. Revisão bibliográfica

A revisão de literatura do presente trabalho consiste em um levantamento de trabalhos científicos que abordem as principais características e aspectos do SBRP e Problema de Agrupamento. A revisão abrange, também, referências sobre otimização combinatória e meta-heurísticas.

ii. Formulação Matemática

Nesta etapa da pesquisa, foi concebido um modelo matemático para o problema de nucleação de alunos, o qual tem em sua função objetivo a minimização dos custos de transporte e instalação das escolas. O modelo considera a distância do aluno a cada escola, a disponibilidade desta em poder recebê-lo na série de seu interesse, bem como o custo de instalação de uma nova escola, necessário para indicar a utilização de cada instituição estudantil. O modelo desenvolvido foi implementado e executado no CPLEX.

iii. Estudo de Caso

O modelo matemático desenvolvido foi inicialmente testado em um conjunto de dados (instância) gerado aleatoriamente. Após a validação do modelo, este foi implementado com dados obtidos na Secretaria de Educação de Maranguape – Ceará, sendo propostos três cenários com vista a avaliar a robustez da abordagem proposta. Tais dados representam a realidade do município ao fornecer a localização de alunos e escolas, bem como a capacidade de alocação na série de cada escola e a demanda de cada aluno por uma determinada série. Assim, com base nos resultados apresentados foram obtidas conclusões acerca da versatilidade de aplicação do modelo de nucleação de alunos ao estudo de caso.

iv. Conclusões e recomendações para futuros estudos

Esta etapa é voltada para a abordagem das principais conclusões, recomendações e sugestões de estudos futuros a serem realizados a partir do procedimento proposto e validado, neste estudo. Resultando, por conseguinte, nas considerações finais.

v. *Revisão e redação final da Dissertação*

Caracterizada como a última atividade do estudo, esta consiste no aprimoramento da redação redigida ao longo deste trabalho, bem como de todas as atividades realizadas. Representa, em sua essência, o trabalho concluído após a revisão final.

1.6 Estrutura da Dissertação

O presente estudo encontra-se dividido em cinco capítulos, além deste, introdutório.

O segundo capítulo é constituído pela exploração ao tema de estudo, abordando e pontuando as principais características do problema do projeto de redes no transporte escolar e seus subproblemas associados. No terceiro é abordado o Problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar, por meio de suas características e definições do problema e geração de um problema-teste.

No quarto capítulo é apresentado um estudo de caso de implementação do modelo matemático para o SNP em dois cenários possíveis. Este capítulo abordará a aplicação, análises e discussões dos resultados realizados por meio do *software* CPLEX.

No quinto capítulo são apresentadas as principais conclusões do estudo, bem como sugestões e recomendações para pesquisas futuras.

CAPÍTULO 2

O PROJETO DE REDES DE TRANSPORTE ESCOLAR

2.1 Considerações Iniciais

Este capítulo destina-se a estudar as características do projeto de redes de transporte escolar (*School Bus Network Design* – SBND), o qual inclui o problema de nucleação de alunos no transporte escolar, objeto de estudo desta Dissertação.

O passo inicial para o SBND consiste na preparação dos dados, os quais são compostos essencialmente pelas localizações de alunos e escolas, pontos de embarque/desembarque, bem como, a frota de ônibus disponível, conjuntamente ao horário de início e término das aulas em cada escola.

Para Li e Fu (2002), as abordagens ao problema de SBRP não são únicas e nem dominantes, podendo estas serem dependentes do problema, como, por exemplo, o fato de onde devem ser localizadas as paradas do ônibus para atender satisfatoriamente as restrições. Assim, passa-se a configurar o problema de projeto de redes de transporte escolar como constituído de diversos subproblemas.

De acordo com Ke, Caron e Aneja (2005) e Park e Kim (2010), os subproblemas são: *Bus Stop Selection Problem* (BSSP) – que se refere a atribuição dos locais da parada dos ônibus; *Bus Selection From Available Bus Fleet* (BSFABF) – o qual determina, a partir de uma frota, os ônibus a serem utilizados, podendo a frota ser caracterizada em homogênea ou heterogênea; *Bus Route Generation* (BRG) – determinação da rota que o ônibus deve seguir; *School Bell Time Adjustment* (SBTA) – trata-se do alinhamento do tempo do transporte com o tempo de início e término da aula; *Route Scheduling* (RS) – que derivado do BRG, refere-se a programação da rota. Podendo-se ainda agregar a estes, o *Student Nucleation Problem* (SNP), que consiste na alocação dos alunos em escolas mais próximas quanto possível de sua residência, respeitando para isso a capacidade de aluno por série estabelecida pela escola.

Em algumas abordagens, esses subproblemas são tratados individualmente, seja pela sua complexidade ou pelo tamanho considerável que possuem (PARK e KIM, 2010). Mas, na verdade, tratam-se de subproblemas dependentes e altamente correlacionados. Nos estudos de Li e Fu (2002), por exemplo, a formulação proposta para o SBRP inclui os passos de encontrar o número de rotas mínimas (BRG), programar as rotas (RS) de acordo com os alunos atribuídos as paradas de ônibus (BSSP) considerando para isso o fato da frota de ônibus ser heterogênea (BSFABF). Corberán *et al.* (2002) com estudo semelhante, abordaram o

subproblema de geração de rotas, enfocando o objetivo de minimizar o número de ônibus, bem como o tempo de viagem. Posteriormente, o trabalho de Ke, Caron e Aneja (2005), utilizou os subproblemas apresentados no parágrafo anterior, formulando, através de suas inter-relações, soluções para o SBRP. Contudo, o trabalho citado não abordou diretamente o SNP.

Os subproblemas em foco podem apresentar interações conforme o enfoque da solução de cada estudo. No entanto, deve-se ressaltar que o SNP ainda não foi explorado sob o ponto de vista de otimização combinatória. A seguir, na Tabela 1, é apresentada uma síntese das abordagens para o SBND encontradas na literatura.

Tabela 1 - Abordagem dos subproblemas do SBND encontrados na literatura.

Autor(es)	BSSP	BSFABF	BRG	SBTA	RS	SNP
Newton e Thomas (1969)			X		X	
Newton e Thomas (1974)			X		X	
Bodin e Berman (1979)	X		X		X	
Dulac <i>et al.</i> (1980)	X		X			
Desrosiers <i>et al.</i> (1981)	X		X	X	X	
Bodin <i>et al.</i> (1983)	X		X		X	
Bowerman, Hall e Calamai (1995)	X	X	X			
Braca <i>et al.</i> (1997)			X		X	
Cunha e Gualda (1997)		X	X			
Li e Fu (2002)	X	X	X		X	
Corberán <i>et al.</i> (2002)			X			
Ripplinger (2005)			X			
Spada <i>et al.</i> (2005)			X		X	
Ke, Caron e Aneja (2005)	X	X	X	X	X	
Park e Kim (2010)	X	X	X	X	X	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Diante do exposto, na seção a seguir, abordam-se os seis subproblemas para o projeto de redes de transporte escolar apontados, bem como a classificação a partir da perspectiva do problema, utilizando-se, para isso, a explanação dos trabalhos os quais são estudados.

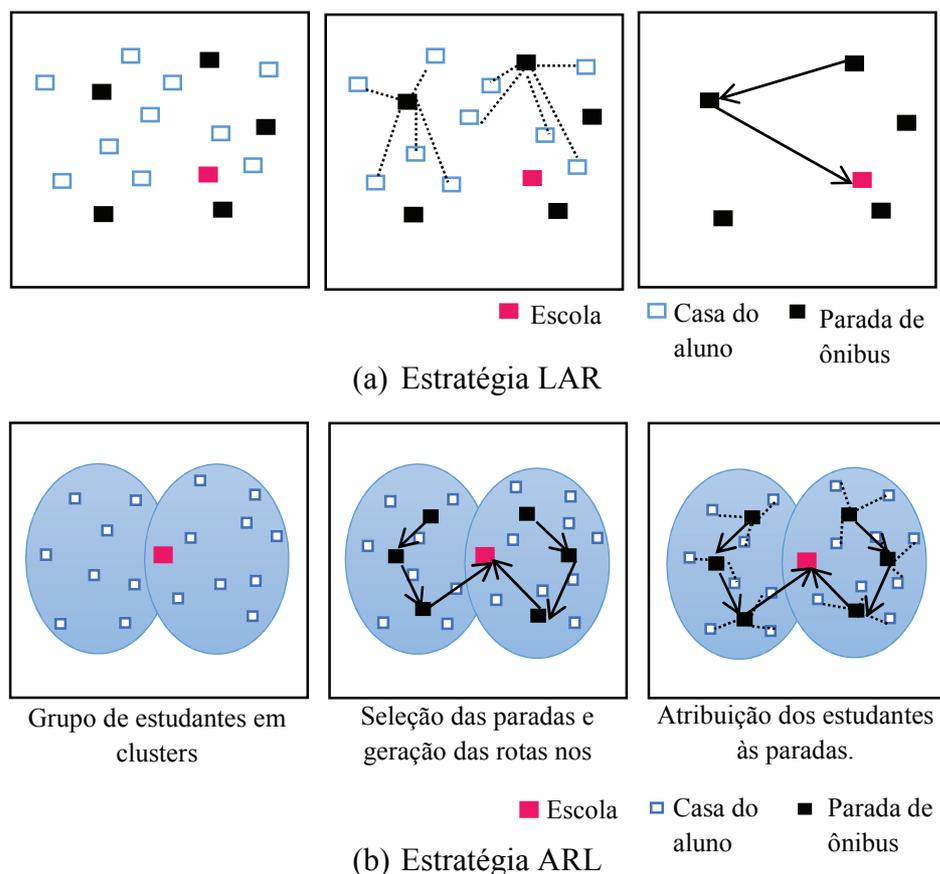
2.2 Descrição dos Subproblemas do Projeto de Redes de Transporte Escolar.

2.2.1 Seleção das paradas do ônibus

Esse subproblema destina-se a selecionar pontos de parada do ônibus, designando os alunos a estas paradas. Por abranger tanto zonas rurais quanto urbanas, alguns autores, tais como Park e Kim (2010) e Ripplinger (2005), assumem que os alunos do meio rural devem ser buscados em casa, enquanto os alunos urbanos devem ser alocados a um ponto de ônibus, visto que as localizações das suas residências são mais próximas aos pontos de parada.

As soluções para esse subproblema apresentam, em geral, duas estratégias heurísticas: uma consiste em primeiro localizar, depois alocar e rotear (LAR)¹, enquanto a outra, consiste em primeiro alocar, depois rotear e localizar (ARL)², conforme apresenta-se na Figura 1.

Figura 1 – Estratégias heurísticas LAR e ARL.



Fonte: Adaptado de Park e Kim (2010, p. 313).

¹ Sigla de *Location – Allocation – Routing*.

² Sigla de *Allocation – Routing – Location*

Tais estratégias foram utilizadas em estudos como o de Dulac, Ferland e Forgues (1980), os quais determinaram, primeiramente, os locais de paradas de ônibus, alocando em seguida os alunos a estes pontos, construindo, por fim, as rotas de acordo com as paradas selecionadas (abordagem LAR). Em trabalhos como de Bowerman, Hall e Calamai (1995), efetua-se, *a priori*, a alocação dos alunos em *clusters* de acordo com a capacidade do veículo, a geração de rotas e, *a posteriori*, a geração de paradas de ônibus (abordagem ARL).

Recentemente, Schittekat *et al.* (2013) utilizando uma abordagem LAR, elaboraram *matheuristic*³, capaz de resolver SBRP de grande porte, obtendo como resultado, nas 112 instâncias analisadas, um eficiente desempenho na identificação das soluções ótimas ou próximas do ideal para o problema.

2.2.2 Seleção do ônibus a partir de uma frota disponível

O subproblema é direcionado à determinação do ônibus que deve ser utilizado para atender a demanda de alunos de cada nó (parada), considerando para tanto, uma dada frota – homogênea ou heterogênea. (KE, CARON e ANEJA, 2005).

Logo, consiste em atender todas as paradas, utilizando-se para isso, a frota de ônibus disponível. Define-se para cada veículo: um custo fixo diário total, um custo unitário variável com a distância, um custo dependente do horário e a capacidade máxima de alunos que pode ser transportada por cada veículo.

Os estudos acerca do tema ainda são incipientes, tendo em Cunha e Gualda (1997) a proposta de três estratégias heurísticas de solução, baseadas no problema de roteamento de veículos com janela de tempo e na relaxação Lagrangiana das restrições de atendimento a cada nó – que por sua vez, trata-se de uma decomposição do problema de forma a explorar a sua estrutura, relaxando, para isso, suas restrições. Duas dessas heurísticas são voltadas a problemas com veículos idênticos e uma terceira, direcionada a problemas de frota heterogênea.

Para a decisão quanto ao tipo de veículo que deve ser utilizado em cada *cluster* de clientes (alunos), Cunha e Gualda (1997) apontaram que, para a frota homogênea a ordem de utilização não é necessária, uma vez que se tratam de veículos iguais. Tais autores postularam que, para a frota heterogênea, é necessária a definição de prioridade de uso dos veículos, a partir de uma ordem crescente de custo fixo por unidade de capacidade, devendo-se ordenar, desta forma, o quociente do menor ao maior, a fim de obter que o veículo possua uma maior eficiência.

³ Tipo de abordagem que hibridiza técnicas heurísticas e métodos exatos.

Ressalta-se ainda, que tal procedimento baseia-se na observação de que os veículos maiores têm por unidade de capacidade, custos fixos e variáveis, reduzidos.

2.2.3 Geração da rota do ônibus

Este subproblema objetiva a construção das rotas dos ônibus escolares e usualmente, segundo Bodin e Berman (1979), classificam-se em duas abordagens: “roteia primeiro e agrupa depois” (*route first – cluster second*) e a do “agrupa primeiro e roteia depois” (*cluster first – route second*).

A primeira abordagem trata-se do Problema do Caixeiro Viajante, no qual o veículo, tendo que visitar certo número de cidades localizadas numa região, deve achar a sequência que minimize o percurso total (NOVAES, 2007). Tal fundamento consiste em construir uma rota passando por todos os pontos de paradas, dividindo-as, posteriormente, em um número menor de rotas viáveis.

Já na segunda abordagem, os alunos são agrupados em *clusters*, ou seja, são agrupados em paradas de ônibus de forma a construir, posteriormente, rotas econômicas para cada agrupamento. Um exemplo advém do estudo sobre o SBRP em ambiente urbano de Dulac, Ferland e Forgues (1980), no qual utiliza de fases para a aplicação de tal técnica: na primeira selecionaram as paradas para cada escola, estando os alunos agrupados a estes nós, e, na fase seguinte, geraram uma rota para cada parada, de maneira que o problema fosse resolvido para cada escola.

Contudo, em geral, as soluções obtidas podem não ser satisfatórias (BODIN e BERNAM, 1979); (DULAC, FERLAND e FORGUES, 1980). Por isso, é requerida a aplicação de métodos heurísticos de melhoria às rotas geradas, como, por exemplo, os propostos por Lin e Kerninghan (1973): *2-opt* e o *3-opt*, os quais se destinam a realizar alterações tomando-se dois a dois arcos e três a três arcos do roteiro, respectivamente.

2.2.4 Ajuste ao tempo de sinal da aula

Tal subproblema é geralmente definido pelo estabelecimento do horário de início e término das aulas. Para Bodin *et al.* (1983), trata-se de um problema fundamental para minimizar os custos de transporte e reduzir o número de ônibus demandados.

De acordo com Park e Kim (2010), há uma série de trabalhos que considera o tempo como uma variável de decisão, buscando encontrar o tempo ótimo para o começo e fim das aulas. O intuito de tais abordagens, como explanado no parágrafo anterior, é o de maximizar o

número de rotas que podem ser atendidas sequencialmente pelo mesmo ônibus, reduzindo, desta forma, a quantidade de ônibus a serem utilizados.

Um procedimento para selecionar o tempo de início e término das aulas nas escolas, foi adotado no estudo de Desrosiers *et al.* (1981), que consistiu em selecionar o horário de início e término das aulas em um dia escolar, de forma que o número máximo de rotas necessárias tenha o intervalo de tempo minimizado. Considere o exemplo a seguir, admitindo que se o percurso é dividido entre paradas, de intervalos de dez minutos e a rota requeira vinte e cinco minutos de traslado. Assuma-se ainda que o percurso necessite de três intervalos de tempo. Uma escola, que inicie a aula às 9h, nestas condições, deverá ter um ônibus que demande o intervalo de tempo de deslocamento a cada parada, iniciando em 8h30 na 1ª parada, deslocando-se de 8h30 e chegando às 8h40 na 2ª parada, e das 8h40 chegando às 8h50, na terceira parada, finalizando das 8h50 às 9h, com sua chegada à escola, utiliza-se, portanto, de uma rota de horário das 8h30 às 9h.

Bodin *et al.* (1983) ao adotar a abordagem de Desrosiers *et al.* (1981), constataram que as cidades com menos de cinquenta escolas e traslado de intervalo de tempos pequenos, à hora de início e término das aulas, podem ser resolvidos manualmente, por aproximação.

2.2.5 Programação das rotas

A programação de rotas tem por função especificar o horário de início e fim de cada rota, fomentando um mapa de rotas que pode ser executado sucessivamente por um mesmo ônibus (PARK e KIM, 2010).

Bodin e Berman (1979), bem como Newton e Thomas (1974), desenvolveram modelos considerando múltiplas escolas para determinar as linhas de ônibus. Assumiram, para isso, a existência de escolas com janelas de tempo diferentes. Contudo, a abordagem de Bodin e Berman (1979) pode apresentar o tempo de conclusão do período anterior maior do que o do período seguinte, o que poderá tornar a abordagem não viável.

Outros autores tiveram papel preponderante no avanço das formulações deste subproblema. Braca *et al.* (1997) resolveram o problema abrangendo todas as escolas em uma única etapa. Para isso, construíram inicialmente uma rota entre uma casa, selecionada aleatoriamente, e a escola, a qual o aluno residente desta casa, estuda. Em seguida, alocaram em pares, casas e escolas, escolhendo para a formação da rota, primeiramente os pares que minimizassem a distância total do itinerário, garantindo, ainda, que todas as restrições estariam satisfeitas.

Já Li e Fu (2002) aplicaram o algoritmo do caminho mais curto de ordem k - *Lawler* na solução do problema, o que significa mover uma rota maior para uma menor, consolidando assim, a geração do itinerário com melhorias.

Spada e Bierlaire (2005) adotaram abordagens heurísticas para o estudo de múltiplas escolas: consideraram os horários de aula dessas, em ordem crescente, implementando para a construção de rotas, um algoritmo guloso. E depois, melhorou-as utilizando heurística por meio de um método, criado no estudo, que lhe permitiu visualizar a solução proposta e testar sua robustez caso os dados do problema original sejam modificados.

2.2.6 Problema de Nucleação

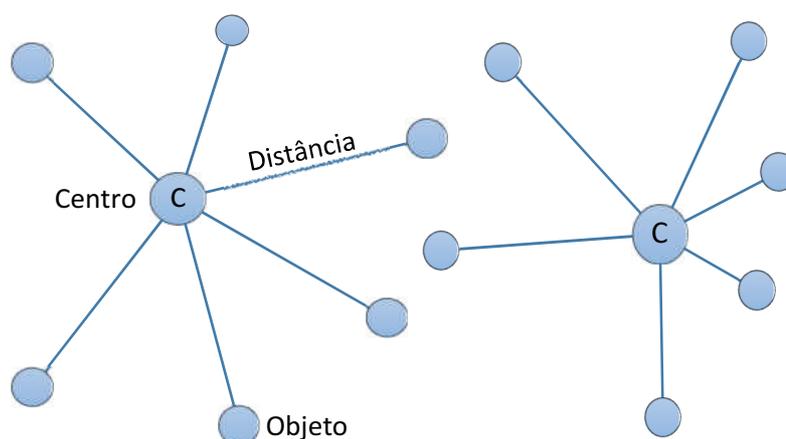
No levantamento bibliográfico realizado, referências sobre o conceito e a aplicação do problema de nucleação no âmbito do SBND não foram encontradas. Deste modo, não foi possível a sua descrição referenciada por autores e sim aproximada por estudos correlatos.

O problema de nucleação de escolas trata-se da junção de escolas menores em uma escola maior. Este problema apresenta basicamente as mesmas características do problema de formação de *clusters*, nos quais se busca a constituição de grupos com alto grau de associação entre os elementos.

A nucleação de alunos conota o problema em que, dado um conjunto de alunos que cursam séries distintas, faz-se necessário particioná-los em agrupamentos com características semelhantes (localização espacial e séries) e com restrição quanto à capacidade de sua alocação nas escolas (*clusters*),– caracterizando-o como um Problema de Agrupamento Capacitado (*Capacitated Clustering Problem – CCP*), abordagem pela qual o problema de nucleação passará a ser tratado.

O CCP, segundo Osman e Christofides (1994), é o problema onde um determinado conjunto de objetos (ou clientes) deve ser particionado em agrupamentos. No CCP, cada objeto tem uma demanda associada, devendo ser atribuído a um grupo específico. Ademais, cada grupo tem uma capacidade que não pode ser ultrapassada pela demanda total do conjunto. Assim, interpelam-se medidas de dissimilaridade, podendo estas serem o custo ou a distância entre quaisquer dois objetos para a formação de um *cluster*, considerando, para isso, um centro, a partir do qual a soma das diferenças para todos os outros objetos do agrupamento é minimizada. O CCP é ilustrado, de forma esquemática, na Figura 2.

Figura 2 – O problema de agrupamento capacitado



Fonte: Adaptado de Osman e Christofides (1994, p. 318).

Na Figura 2 pode-se observar que foi utilizada como critério de associatividade a medida de similaridade de distância, ou seja, dadas as coordenadas, calcula-se a distância euclidiana, e, a partir desta, aloca-se o elemento a um *cluster*, considerando a capacidade do agrupamento (C) (HANSEN e JAUMARD, 1997).

Outras abordagens ao CCP encontram-se nos estudos de Mulvey e Beck (1984) e Maniezzo *et al.* (1998), os quais apresentam o problema das *p*-medianas capacitado, com a alocação de n facilidades (medianas) que atendam a m pontos de demanda com a menor soma das distâncias, de modo que não excedam a capacidade de cada mediana instalada.

Já na abordagem de Negreiros e Palhano (2006), é apresentado o *Capacitated Centred Clustering Problem* (CCCP), problema similar ao abordado por Mulvey e Beck (1984) e Maniezzo *et al.* (1998), porém, com a diferença de que ao invés do centro do agrupamento ser um dos nós, este passa a ser definido pelos nós do conjunto, ou seja, é definido com um centróide do cluster.

2.3 Classificação a partir da perspectiva do problema

Segundo Assad (1988), um dos obstáculos para classificar os problemas de roteamento de forma eficiente encontra-se no que o tal problema deve se basear, ou seja, se se deve levar em consideração os requisitos para solução do problema em si ou se se deve desenvolvê-los a partir das técnicas de solução propostas.

Pela aproximação à realidade e para melhor explanação, os itens a seguir concentram-se em aspectos práticos utilizados na maioria das soluções voltadas aos problemas de projeto de redes de transporte escolar.

2.3.1 Número de escolas a serem atendidas

A classificação quanto ao número de escolas a serem atendidas, pode ser de abordagem de uma única ou de múltiplas escolas.

A solução para problemas com uma única escola é derivada do Problema de Roteamento de Veículos tradicional, no qual, a partir de um Centro de Distribuição (CD), elaboram-se roteiros que atendam a demanda dos clientes, retornando, por fim, ao CD. A semelhança entre eles consiste por apresentarem estruturas parecidas, uma vez que consideram à insignificância do tempo de traslado entre o CD e o primeiro cliente, e, entre o último cliente e o CD. Contudo, os problemas com única escola no SBRP diferenciam-se do tradicional na última instância, uma vez que o ônibus, após atender o último aluno, não retorna ao CD e sim à um nó (*driver nodes*), podendo este ser o estacionamento do ônibus ou até mesmo a casa do condutor (AKSEN, OZYURT e ARAS, 2007). Outra diferença, é que no SBRP os clientes (alunos) são alocados em paradas, enquanto que no problema de roteamento tradicional isso não ocorre.

De acordo com Spada e Bierlaire (2005), o SBRP usualmente envolve múltiplas escolas e sua solução pode classificar-se em duas abordagens: uma que tem como referência a escola (*school-based*) e outra que adota como referência a residência do aluno (*home-based*). Na primeira abordagem, gera-se um conjunto de rotas para cada escola, atribuindo a esta à frota de veículos, juntamente com a programação das janelas de tempo a serem seguidas. Nesse método, não é considerado o transporte misto de alunos (junção de alunos de diferentes escolas). Já na segunda abordagem, adota-se a inserção de mais uma parada à rota, o que leva em consideração o custo advindo de inserir o nó, o tempo deste à escola, bem como, o transporte misto de estudantes (PARK e KIM, 2010).

2.3.2 Ambiente do transporte

Com base no tipo do ambiente que o serviço de transporte pode ser prestado – (urbano ou rural), Bodin e Berman (1979) definem que os alunos das áreas rurais, por representarem baixa demanda pelo serviço, são comumente buscados pelos ônibus em suas casas, enquanto que na zona urbana, a qual usualmente apresenta uma maior densidade de alunos, os mesmos são destinados a se locomoverem até as paradas de ônibus.

Bodin e Berman (1979) ressaltam, também, que a zona urbana apresenta uma maior dificuldade para projetar redes de transporte escolar, uma vez que a capacidade total do ônibus geralmente é utilizada antes do atendimento de todos os alunos. Portanto, o ambiente urbano incorre em uma maior demanda por ônibus, o que aumenta a quantidade de veículos, impulsionando um maior nível de rotas, paradas, bem como, incrementando os custos operacionais.

2.3.3 Turno de atendimento

Em alguns estudos sobre projeto de redes de transporte escolar é realizado abordagens quanto ao turno que deve ocorrer o transporte escolar – se diurno e/ou vespertino⁴. Tal característica se refere a atividade de buscar os alunos nas paradas, pela manhã, deixando-os na escola, retornando a esta à tarde para buscá-los novamente e regressar com eles às paradas.

Considerando-se o fator de dificuldade, em comparação a soluções de problemas diurnos e vespertinos, alguns autores, como Braca *et al.* (1997) e Bodin e Berman (1979), consideram que os problemas envolvendo os turnos da manhã são de soluções mais difíceis do que os que utilizam o turno da tarde.

Segundo Braca *et al.* (1997), tal fato advém basicamente da dispersão das janelas de tempo (horário escolar diversificados) e do tráfego de veículos ser mais intenso nesse período do dia. Já Bodin e Berman (1979) apontam que apesar das dificuldades encontradas, a solução com o menor tempo de traslado para o problema da manhã, pode ser facilmente encontrada ao utilizar a sequência de paradas do problema diurno, replicadas do problema vespertino.

2.3.4 Características do estudante

Quanto aos projetos de rede de transporte escolar que se utilizam das características dos alunos, estes podem ser divididos em estudantes que necessitam de educação especial e estudantes em geral.

Segundo Park e Kim (2010), alguns aspectos devem ser considerados para a solução do problema de roteamento no transporte escolar de estudantes com necessidades especiais, como: ônibus especial capaz de buscá-los e deixá-los na escola/casa; atendimento personalizado, de acordo com a necessidade de cada aluno; e o transporte não possuir restrições quanto ao tempo de traslado. Aborda-se ainda neste estudo, aspectos relevantes ao problema com estudantes em geral, como a existência de ônibus que os recolham nas paradas e os deixem

⁴ Embora possa haver em situações reais o turno noturno, a literatura não o aborda.

na escola e vice-versa, bem como, restrições quanto ao tempo de traslado, de forma atender a demanda e ao horário de início da escola.

Alguns exemplos, presentes na literatura, sobre este tema são: o de Braca *et al.* (1997) que focalizam no SBRP dos estudantes em geral, como abordado na subseção 2.2.5, e o de Ripplinger (2005), que aborda o problema de roteamento para alunos com necessidades especiais e residentes em áreas rurais, gerando um plano de roteamento único para ambos os tipos de alunos.

2.3.5 Transporte de passageiros: único ou misto

De acordo com Braca *et al.* (1997), o transporte misto em problemas de projeto de redes de transporte escolar ocorre quando alunos de diferentes escolas são alocados em um único ônibus, no mesmo período de tempo. O inverso, a abordagem de transporte único, consiste na situação na qual em um ônibus são alocados apenas os alunos que se destinam a mesma escola (BODIN *et al.*, 1983).

Em seu estudo, Braca *et al.* (1997) propuseram um algoritmo de transporte misto que consiste na regra de inserção simples, a qual verifica dois pontos consecutivos de uma rota e analisa se uma parada pode ser inserida entre elas. Tal algoritmo determina, também, a melhor posição para inserir uma escola de destino de uma parada, que ainda não esteja na rota, adotando, *a posteriori*, métodos de melhoramentos da rota (PARK e KIM, 2010).

2.3.6 Capacidade de cada ônibus da frota

Em projetos de redes de transporte escolar, pode-se assumir o uso de uma frota de ônibus heterogênea ou homogênea.

Conforme Park e Kim (2010), os problemas que envolvem frota heterogênea, possuem veículos com capacidades diferentes, estimação do tempo máximo gasto por trajeto, bem como custos fixos e variáveis por unidades de distâncias.

Já Newton e Thomas (1974) consideraram a capacidade homogênea entre os ônibus analisados, no entanto, verificaram que dependendo da política da escola sobre lotação tais capacidades podem mudar. Outro estudo complementar a abordagem é o de Bowerman, Hall e Calamai (1995) sobre SBRP com frota homogênea, onde assumiram que cada aluno, de acordo com sua idade e físico, ocupa um espaço (capacidade) diferente no veículo, podendo, portanto, haver ônibus com diferentes números de alunos, mesmo que possuam a mesma capacidade.

2.3.7 *Objetivos*

Para Park e Kim (2010), grande parte das abordagens em problemas de projeto de redes de transporte escolar objetiva reduzir o número de ônibus utilizados, bem como, a distância total do percurso. Em outros estudos, como o de Savas (1978) *apud* Park e Kim (2010), destacam-se critérios de equidade. E, nesse sentido, faz-se necessário a abordagem de três medidas que avaliam o desempenho fornecido. São elas: eficiência, eficácia e equidade.

A eficiência é a medida avaliativa do serviço, a qual é relacionada por meio do nível de serviço e o custo dos recursos. Desta forma, uma solução eficiente é aquela que demanda menos veículos e gasta menos tempo com o traslado.

A medida da eficácia é dada pelo tempo total gasto na viagem e pela distância do percurso até a parada, o que resulta na melhor maneira de atendimento a demanda.

Já o melhor nível de equidade é atingido quando se obtém o equilíbrio entre a carga e o tempo de viagem dos ônibus. Em linhas gerais, a equidade deve ser sempre observada ao definir a eficiência e eficácia de um serviço.

2.3.8 *Restrições*

De acordo com Park e Kim (2010), várias são as restrições consideradas no SBRP. Sendo as mencionadas abaixo, postuladas por Braca, *et al.*(1997), Spada e Bierlaire. (2005) e Bodin *et al* (1983), as mais utilizadas:

- restrição quanto à capacidade do ônibus para transportar determinado número de alunos;
- quantidade mínima de ônibus necessários a uma rota (configura também como variável de decisão);
- tempo máximo de deslocamento do ônibus de cada ponto (aluno) até a escola;
- distância máxima admissível do percurso dos estudantes até as paradas;
- janela de tempo do ônibus escolar com base no horário de início e término da aula;
- limite superior do número de alunos por paradas;
- quantidade mínima de estudantes para a criação de uma rota; e
- menor tempo possível para pegar um passageiro (aluno) em um nó.

2.4 Considerações finais do capítulo

Este capítulo apresentou as principais abordagens e características quanto ao projeto de redes de transporte escolar, buscando, por meio do aprofundamento do assunto na literatura existente, analisar a natureza do problema.

Logo, o intuito do levantamento teórico exposto, é o de referenciar quais análises, validações e aplicações dos subproblemas podem ser utilizadas para a proposta de heurística que conduza a solução mais viável para o problema, ou seja, que resolva-o de uma maneira mais eficiente, eficaz e equilibrada, quanto possível.

A seguir, no capítulo 3, será abordado o problema de nucleação de alunos, apresentando as considerações, definições e o modelo matemático proposto neste estudo.

CAPÍTULO 3

O PROBLEMA DE NUCLEAÇÃO DE ALUNOS NO TRANSPORTE ESCOLAR

3.1 Considerações Iniciais

O Problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar (*Student Nucleation Problem* – SNP) tem como objetivo agrupar os alunos nas escolas mais próximas de suas residências levando em consideração a série em que estuda e as capacidades das escolas, para cada série. O SNP pode ser visto como um problema de agrupamento capacitado com a adição de outros tipos de restrições.

No âmbito político-pedagógico, a organização dos alunos em escolas próximas às suas residências acarreta em um menor tempo de traslado, bem como em um incremento do processo de aprendizagem, visto que, com a redução dos deslocamentos e dos tempos de transporte, tende-se a ter alunos menos fadigados e mais dispostos. Já no enfoque econômico-administrativo, esses agrupamentos otimizados impactariam significativamente na redução de custos com o transporte escolar, visto que a nucleação acarretaria em uma otimização das rotas dos ônibus.

O problema de nucleação proposto no presente trabalho pode ser visto como um Problema de Agrupamento Multicapitado (*Multi-Capacitated Clustering Problem* – M CCP), o qual além de buscar agrupar os alunos (elementos) em escolas (*clusters*) próximas a suas residências, devendo satisfazer a restrição inerente às diferentes capacidades de alocação de alunos por série.

No melhor conhecimento da autora, na revisão bibliográfica sobre problemas de agrupamento capacitados (MULVEY e BECK, 1984; NEGREIROS e PALHANO, 2006; PEREIRA e SENE, 2008; CHAVES e LORENA, 2008), não existem menção à variante do problema na qual os *clusters* possuem múltiplas capacidades. Os trabalhos citados apresentam variantes com características semelhantes ao CCP, divergindo basicamente quanto à capacidade de múltiplos elementos para os *clusters*.

3.2 Definição do Problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar

O SNP tem como objetivo definir em uma rede de m indivíduos de características distintas, p agrupamentos, dentre n possíveis candidatos a *cluster*, que maximizem a similaridades desses objetos dentro de cada *cluster*. Como não existe na literatura vigente abordagens do M CCP, o desenvolvimento desta definição tem como base o CCP tradicional.

Proposto por Mulvey e Beck (1984), o CCP tem como objetivo minimizar a soma das distâncias entre cada indivíduo e a mediana do seu *cluster*, de tal forma que, dado um agrupamento de m indivíduos e suas respectivas demandas, particionam-se esses indivíduos em p *clusters* mutuamente exclusivos, limitando a capacidade de cada *cluster* e resultando, por conseguinte, no valor mínimo da soma das distâncias entre os pontos e da mediana de seus respectivos *clusters*.

O CPP pode ser relacionado a um problema de localização, uma vez que as medianas dos *clusters* podem ser interpretadas como instalações prestadoras de serviços e os indivíduos e suas alocações como uma relação de clientes e instalações (ANDRADE e CUNHA, 2011).

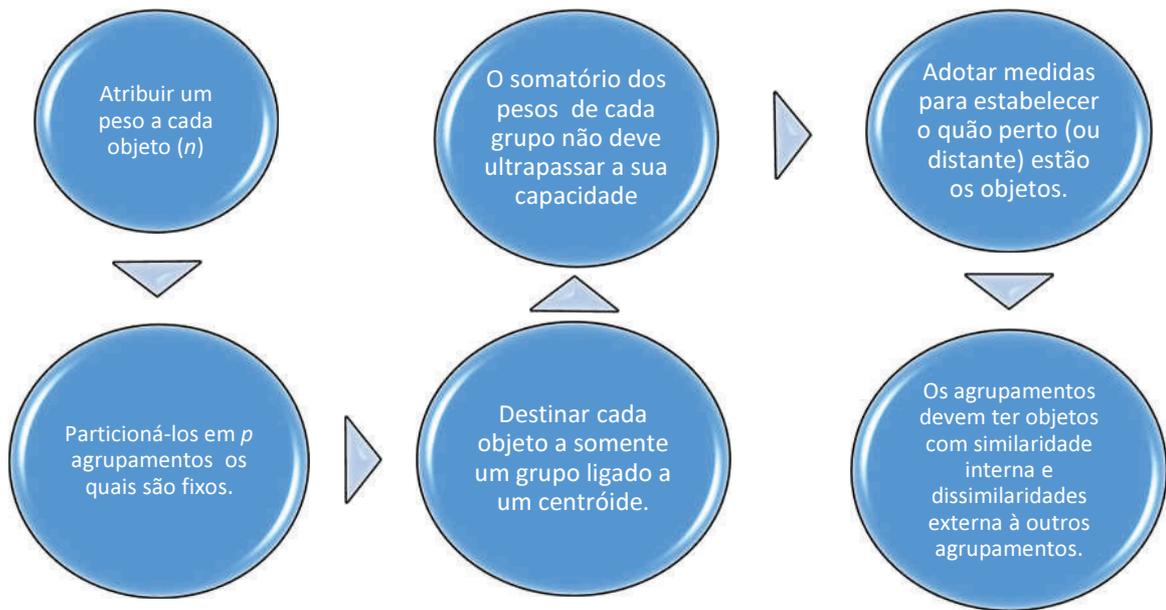
Contudo, um conceito essencial ao problema de agrupamento é o critério de medida de similaridade, o qual quantifica o quão próximo ou distante encontra-se um objeto do outro, ou seja, o quão maior for a medida de similaridade, maior será a semelhança entre os indivíduos e o quanto maior for a medida de dissimilaridade, menor será a semelhança entre os objetos do agrupamento (OLIVEIRA *et al.*, 1990).

Reconhecidamente aplicado a diferentes áreas, como Pesquisa Operacional, Estatística, Engenharia, Economia, dentre outras, o CCP, aqui apresentado, consiste em formar grupos considerando a distância de cada aluno para a escola mais próxima. Assim, tem-se que cada objeto do grupo possui uma demanda a ser atendida, bem como, cada grupo possui uma capacidade limitada para atender a demanda (NEGREIROS e PALHANO, 2006).

Para tanto, considera-se nesse problema que todos os objetos (alunos) devem ser atendidos somente por um agrupamento e que os custos para atendimento são baseados em medida de dissimilaridade (no caso deste estudo, a distância Euclidiana entre os alunos e as escolas); objetivando minimizar a distância total entre cada vértice (aluno) e o centróide (escola) do agrupamento; tendo em vista que cada agrupamento tem seu atendimento limitado (SENNE e PEREIRA, 2007). A seguir, na Figura 3, apresenta-se uma visão esquemática das restrições de um problema de agrupamento capacitado.

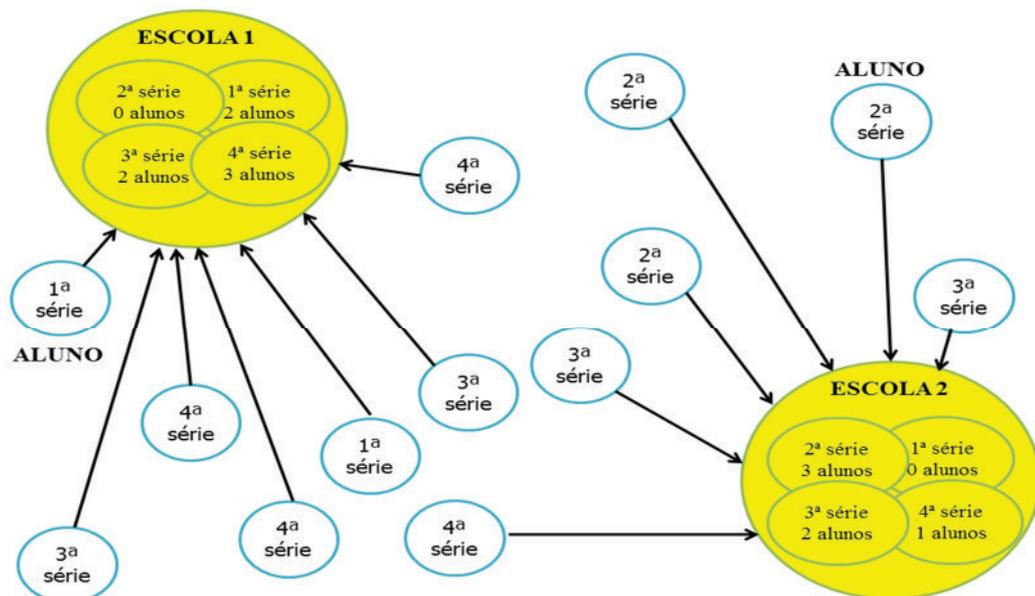
O direcionamento deste trabalho segue uma abordagem do CPP considerando múltiplas capacidades, onde a otimalidade do problema consiste em nuclear (agrupar) os alunos em suas respectivas séries nas escolas mais próximas de suas casas quanto possível, considerando, para isso, as diferentes capacidades de cada série das escolas para alocação dos alunos (múltiplas capacidades), não podendo esta restrição ser infringida. A seguir, na Figura 4, é apresentado, de forma esquemática, o SNP.

Figura 3 – Restrições de um problema de agrupamento capacitado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4 – Problema de nucleação de alunos no transporte escolar



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 4 é apresentado um exemplo de como ocorre a nucleação de alunos em um determinado local (município). Dadas as coordenadas (localizações) das residências dos alunos e das escolas, bem como, as informações sobre qual série cada aluno cursa e qual a capacidade das escolas de receber os alunos nas séries requeridas, inicia-se o processo de nucleação calculando-se a menor distância entre os alunos e as escolas.

Em seguida, escolhe-se um aluno, designando-o à escola mais próxima de sua residência, repetindo tal processo até o completo preenchimento da capacidade de cada escola. Desta forma, busca-se refletir o critério de distância entre o aluno e a escola, bem como atender as restrições de capacidade.

Deve-se ressaltar que podem ocorrer casos nos quais o aluno seja designado para uma escola mais distante, por esgotar-se a capacidade da sua série na escola mais próxima, assim como poderá ocorrer, também, casos nos quais o aluno poderá ser destinado à outra localidade por falta de capacidade da sua série nas escolas locais.

Logo, a resolução desse problema tem como objetivo designar todos os alunos em suas respectivas séries, nas escolas que possuam capacidade para atendê-los, de tal forma a minimizar a distância percorrida por cada aluno da sua casa até a escola. Para tanto, resalta-se que o problema de nucleação de alunos pode fazer uso de três medidas para avaliação do seu desempenho: eficiência, eficácia e equidade.

A eficiência está relacionada ao nível e ao custo do serviço, como a minimização do tempo e do custo de deslocamento do aluno a escola. A eficácia da solução se dá ao se obter o melhor atendimento à demanda, como ocorre ao se propiciar que cada aluno possa estudar em uma escola mais próxima possível de sua residência. A equidade representa um equilíbrio entre os objetivos de eficiência e eficácia da nucleação, permitindo, desta forma, que os alunos sejam agrupados em suas respectivas séries de forma a atingir a capacidade total das turmas das escolas.

Desta forma, convém também referenciar, nesta definição do problema, as restrições que o mesmo pode apresentar e que se baseiam nas postuladas por Braca *et al.* (1997), Spada e Bierlaire. (2005) e Bodin *et al* (1983):

- restrição quanto à capacidade de cada série para atender os alunos;
- capacidade mínima de alunos que cada série deve atender para tornar-se viável o funcionamento da turma;
- distância máxima admissível para o deslocamento do aluno à escola;
- tempo máximo para deslocamento do aluno à escola;
- limite superior do número de alunos por escola, para tornar-se viável o funcionamento da escola; e
- disponibilidade de veículos para transporte.

Não obstante, as variantes do problema podem se apresentar em situações como a de:

- agrupar os alunos nas escolas, sem alterações na rede existente;
- agrupar os alunos nas escolas alterando as capacidades das escolas;
- agrupar os alunos nas escolas, abrindo e fechando escolas;
- agrupar os alunos nas escolas, criando novas turmas nas escolas.

3.3 Modelo Matemático para o SNP

Conforme explicitado no item anterior, o problema objeto desse estudo consiste em destinar os alunos que cursam determinada série, às escolas mais próximas quanto possível de sua residência, necessitando para isso que na escola de destino haja capacidade para alocar tal aluno na sua respectiva série. A notação matemática usada para formulação do modelo SNP é apresentada a seguir.

Conjuntos

M : conjunto dos alunos;

N : conjunto das localizações das escolas;

P : conjunto de séries de ensino para alunos.

Parâmetros

d_{ij} : distância entre o aluno i e a escola j ;

q_{ik} : matriz da demanda do aluno i para a série k , a qual cursa;

f_j : custo de instalação da escola j ;

w_{jk} : capacidade da escola j alocar o aluno na série k .

Variáveis de decisão

x_{ij} : variável binária 0-1, que assume o valor 1 se o aluno i é alocado na escola j , sendo 0 caso contrário.

y_j : variável binária 0-1, que assume o valor 1 se a escola j é usada, sendo 0 caso contrário.

Função Objetivo

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{j=1}^n f_j y_j \quad (1)$$

Restrições

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ik} \cdot x_{ij} \leq w_{jk}, \forall j = 1, \dots, n; k \in P \quad (3)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (5)$$

A função objetivo (1) a ser minimizada representa o custo total de nucleação dos alunos às escolas. O primeiro termo da função objetivo refere-se ao custo de transporte do aluno i para a escola j , enquanto o segundo termo refere-se ao custo fixo da escola j . O conjunto de restrições do tipo (2) impõe que cada aluno i seja vinculado a uma única escola j . Já o conjunto de restrições do tipo (3) garante que alocação dos alunos respeitará a capacidade das escolas, por série. O conjunto de restrições do tipo (4) garante que o aluno i será alocado à escola j se, e somente se, ela fizer parte da solução ótima. Por fim, o conjunto de restrições do tipo (5) diz respeito ao caráter binário das variáveis de decisão do modelo.

3.4 Aplicação do modelo

Para melhor compreender a aplicabilidade do modelo apresentado anteriormente, gerou-se aleatoriamente uma instância com os dados de localização de 25 alunos e 3 escolas, bem como, com a demanda por série de cada aluno e a capacidade de cada escola para alocar esse aluno em um universo de 8 séries do ensino fundamental I e II.

Assim, ilustrando os dados utilizados, apresenta-se primeiramente a distância euclidiana (em quilômetros) entre cada aluno à cada escola do exemplo (Tabela 2).

Tabela 2 – Distância euclidiana entre as localizações dos alunos e da escola (em quilômetros).

	Escola 1	Escola 2	Escola 3
Aluno 1	17	17	23
Aluno 2	24	19	30
Aluno 3	14	26	9
Aluno 4	50	49	46
Aluno 5	37	36	36
Aluno 6	25	38	9
Aluno 7	32	19	42
Aluno 8	11	21	13
Aluno 9	19	29	10
Aluno 10	24	24	25
Aluno 11	4	21	15
Aluno 12	30	37	22
Aluno 13	18	11	28
Aluno 14	14	10	25
Aluno 15	39	38	36
Aluno 16	20	25	19
Aluno 17	28	27	30
Aluno 18	36	30	39
Aluno 19	42	43	36
Aluno 20	19	8	31
Aluno 21	29	13	44
Aluno 22	23	13	34
Aluno 23	29	20	37
Aluno 24	29	38	17
Aluno 25	21	27	18

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por conseguinte, faz-se necessário saber a capacidade de aluno por cada série, de cada escola (Tabela 3), bem como, a demanda de cada aluno por uma série específica (Tabela 4). Todavia, vale ressaltar que por uma questão de simplificação, este exemplo apresentou equiparação entre a quantidade ofertada de vagas por série nas escolas em relação à demanda total dos alunos pelas séries.

Tabela 3 – Capacidade de alunos por série nas escolas

	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série
Escola 1	1	0	3	1	1	0	1	0
Escola 2	0	2	5	2	1	1	0	1
Escola 3	0	1	1	2	2	0	0	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 4 – Demanda do aluno por uma série específica

	Série
Aluno 1	1ª série
Aluno 2	2ª série
Aluno 3	2ª série
Aluno 4	2ª série
Aluno 5	3ª série
Aluno 6	3ª série
Aluno 7	3ª série
Aluno 8	3ª série
Aluno 9	3ª série
Aluno 10	3ª série
Aluno 11	3ª série
Aluno 12	3ª série
Aluno 13	3ª série
Aluno 14	4ª série
Aluno 15	4ª série
Aluno 16	4ª série
Aluno 17	4ª série
Aluno 18	4ª série
Aluno 19	5ª série
Aluno 20	5ª série
Aluno 21	5ª série
Aluno 22	5ª série
Aluno 23	6ª série

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por fim, o último dado estipulado foi o referente ao custo de instalação de uma nova escola. Para isso, foi considerado um critério próprio de valor da estrutura escolar, no montante de R\$ 1.000.000,00.

Com base nesses dados, o modelo foi implementado no *solver* CPLEX, nucleando os alunos nas escolas as quais havia capacidade em sua respectiva série, retornando o seguinte resultado (Tabela 5).

Tabela 5 – Resultado da aplicação do modelo SNP.

	Série Pretendida	Escola 1								Escola 2								Escola 3								
		1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	
Aluno 1	1 ^a série	x																								
Aluno 2	2 ^a série									x																
Aluno 3	2 ^a série																		x							
Aluno 4	2 ^a série									x																
Aluno 5	3 ^a série										x															
Aluno 6	3 ^a série																			x						
Aluno 7	3 ^a série										x															
Aluno 8	3 ^a série			x																						
Aluno 9	3 ^a série			x																						
Aluno 10	3 ^a série										x															
Aluno 11	3 ^a série			x																						
Aluno 12	3 ^a série										x															
Aluno 13	3 ^a série										x															
Aluno 14	4 ^a série											x														
Aluno 15	4 ^a série																				x					
Aluno 16	4 ^a série																				x					
Aluno 17	4 ^a série			x																						
Aluno 18	4 ^a série											x														
Aluno 19	5 ^a série																					x				
Aluno 20	5 ^a série				x																					
Aluno 21	5 ^a série												x													
Aluno 22	5 ^a série																					x				
Aluno 23	6 ^a série													x												
Aluno 24	7 ^a série							x																		
Aluno 25	8 ^a série																x									
Capacidade da escola		1	0	3	1	1	0	1	0	0	2	5	2	1	1	0	1	0	1	1	2	2	0	0	0	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme já previsto, o modelo retornou com a nucleação de alunos em séries de escolas que possuíam capacidade de recebê-los. A demanda dos alunos por série foi completamente satisfeita com a utilização das três escolas disponíveis.

3.5 Considerações Finais

Neste Capítulo foram apresentados a definição, características, objetivo e restrições do problema de nucleação de alunos no transporte escolar (*Student Nucleation Problem – SNP*), abordando, também, uma proposta de modelo matemático para o problema.

O próximo Capítulo consistirá na aplicação do modelo matemático aqui proposto em um estudo de caso, envolvendo dados coletados pela Secretária de Educação do município de Maranguape – CE. Os dados obtidos dizem respeito às localizações das escolas, às localizações das residências do aluno, às capacidades das escolas, por série, bem como das séries que cada aluno cursa.

CAPÍTULO 4

ESTUDO DE CASO

4.1 Considerações Iniciais

Segundo Yin (2002), a essência do estudo de caso é a sua tentativa de esclarecer uma decisão ou um conjunto de decisões, identificando o motivo porque foram tomadas, como foram implementadas e quais os resultados logrados.

Logo, a implementação da formulação para o SNP, proposta neste trabalho, usando dados reais (estudo de caso), possibilita averiguar de fato a eficiência de sua solução, bem como permite uma melhor visualização pelo meio acadêmico e a sociedade como um todo, quanto à aplicabilidade e características que poderão ser utilizadas pelas secretarias de educação dos municípios.

Diante do exposto e do comprometimento da sua secretaria do município em levantar e disponibilizar os dados requeridos por este trabalho, escolheu-se aplicar o estudo de caso ao município de Maranguape, localizado ao norte, no Estado do Ceará, a cerca de 30 km de distância da capital, Fortaleza. Trata-se de uma cidade detentora de uma área total de 590,873 km², composta pelos distritos de Maranguape, Jubaia, Sapupara e Tanques e, com aproximadamente 122.020 habitantes (IBGE, 2014).

De acordo com dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais - INEP, ligado ao Ministério da Educação e Cultura – MEC (2014), no que tange ao ensino, nos últimos censos educacionais (anos de 2005, 2007, 2009 e 2012), o município de Maranguape apresentou uma redução no número de matrículas de alunos, acompanhado por um tímido decréscimo na quantidade de turmas (séries) nas escolas⁵ (Tabela 6 e 7).

Tabela 6 – Número de alunos por séries, considerando escolas públicas e privadas

	ALUNOS								
	Pré-Escolar			Ensino Fundamental			Ensino Médio		
	Pública	Privada	Total	Pública	Privada	Total	Pública	Privada	Total
2005	2.349	965	3.314	17.684	1.221	18.905	4.597	226	4.823
2007	2.353	652	3.005	15.904	1.594	17.498	4.862	271	5.133
2009	2.177	620	2.797	14.865	1.756	16.621	5.139	347	5.486
2012	2.286	562	2.848	13.018	1.908	14.926	4.899	405	5.304

Fonte: Adaptação dos dados INEP/MEC (2014).

⁵ Nesse direcionamento tal fato foi constatado pelo MEC tanto nas escolas públicas quanto nas particulares.

Tabela 7 – Número de escolas ativas por série, considerando escolas públicas e privadas

	ESCOLAS								
	Pré-Escolar			Ensino Fundamental			Ensino Médio		
	Pública	Privada	Total	Pública	Privada	Total	Pública	Privada	Total
2005	63	17	80	84	10	94	7	2	9
2007	72	17	89	78	12	90	7	2	9
2009	66	14	80	73	12	85	7	2	9
2012	63	8	71	64	9	73	8	3	11

Fonte: Adaptação dos dados INEP/MEC (2014).

Na Tabela 6, pode-se observar que no decorrer dos sete anos de censo, a participação na totalidade de alunos, ou seja, considerando escolas públicas e particulares, representou uma redução de 14,06% nas matrículas para o Pré-Escolar e de 21,05% nas do Ensino Fundamental, enquanto as do Ensino Médio representou um pequeno aumento de 9,97%. Todavia, convém salientar que nesse período de análise, apenas a quantidade de matrículas realizadas no Ensino Fundamental de escolas particulares foi maior que as de escolas públicas. Contudo, tal fato não será explorado, uma vez que não é intuito desde trabalho.

Já na Tabela 7, constata-se também uma leve redução das séries ofertadas, por escola, principalmente no que se refere as séries Pré-Escolar das escolas privadas, que em 2005 continham a turma em 17 escolas e em 2012 passou a apenas 8, o que representa redução de 52,94% na oferta da série.

Pode-se ressaltar que o presente estudo considera apenas escolas públicas; contudo, se fez conveniente relacionar os dados destas com as das escolas particulares, uma vez que assim podemos descartar a possibilidade de migração entre essas escolas com as públicas.

O levantamento dos dados, os quais primordialmente objetivaram o registro da localização dos alunos e escolas com suas respectivas séries, resultou na obtenção de informações dos endereços de 10.527 alunos, divididos na nova classificação das séries fundamental I e II, ou seja, 1ª à 9ª série, e, distribuídos, por sua vez, em um universo de 51 escolas, estas localizadas em meios rurais ou urbanos.

Assim, de posse de tais endereços, deu-se prosseguimento à tabulação dos dados, a qual consistiu em determinar as coordenadas UTM⁶ advindas dessas localizações, de forma a calcular, *à posteriori*, as distâncias entres os candidatos a *cluster* (escolas) e os indivíduos

⁶ Sistema de coordenadas cartesianas bidimensional, o qual representa um ponto qualquer em posição horizontal, utilizando-se para isso da projeção cilíndrica transversal, o que, por sua vez, resulta na composição de 60 fusos distintos que representam a superfície da terra.

(alunos). Para tanto, utilizou-se da ferramenta online *Batchgeo*⁷, que tem como base a informação do endereço para o fornecimento das coordenadas instantaneamente.

No decorrer desse levantamento, houve a necessidade de confirmação dos endereços das escolas e dos alunos, uma vez que os dados fornecidos apresentaram inconsistências de rua e numerações, impossibilitando o fornecimento das coordenadas pelo *Batchgeo*, bem como, incorrendo a falta de cobertura em endereços nas áreas rurais. Assim, no que se relaciona aos locais das escolas, optou-se pelo cruzamento dessas informações com as do banco de dados disponível no site do MEC e dos Censos e após, foram obtidas as suas coordenadas. No entanto, tal prerrogativa não foi possível para aplicação aos dados dos alunos, dado a quantidade de indivíduos, 10.527 endereços de alunos, preferiu-se gerar as coordenadas aleatoriamente dentro da região metropolitana de Maranguape - Ceará, sem perdas de significância para o estudo.

4.2 Aplicações do Modelo ao caso de Maranguape - Ceará

Para uma melhor análise do impacto do modelo do SNP nos dados obtidos de Maranguape – Ceará, propôs-se o estudo em dois cenários distintos. No primeiro, considera-se a alocação dos 10.527 alunos nas 51 escolas já existentes, testando o modelo ao exemplo fidedigno quanto à capacidade de cada instituição e demanda de cada aluno. Já no segundo cenário, propôs-se um teste quanto a flexibilidade do modelo em relação a uma nova alocação de alunos.

Ambos os cenários são melhores descritos nos dois subitens a seguir.

i) Cenário 1: implantação dos dados obtidos.

Os dados que compõe este cenário foram inicialmente obtidos pela Secretaria de Educação do município de Maranguape, a qual forneceu os endereços de 17.162 alunos e 83 escolas, divididos entre os cursos de creche, pré-escola, ensino fundamental, EJA⁸ e PROJOVEM⁹, todos passíveis de utilização do transporte escolar.

⁷ Ferramenta do Google capaz de gerar mapas, coordenadas e distâncias, a partir de um endereço. Disponível no site www.batchgeo.com.

⁸ Sigla para o projeto de Educação de Jovens e Adultos. Equivalente ao curso de Ensino Médio, contudo, demandando menor tempo necessário para conclusão.

⁹ Programa Nacional de Inclusão de Jovens e Adultos do Campo. Oferece cursos de escolarização e qualificação profissional aos agricultores e as pessoas de demais escolaridade.

Contudo, na tabulação percebeu-se a presença de endereçamentos incompletos, bem como, do não reconhecimento de determinadas ruas (zona rural) pela ferramenta do *Batchgeo*, a qual retornava como erro as localizações não presentes em sua base de dados.

De maneira a contornar esse problema, incorreu-se na tentativa de buscar em outras bases de dados, como os Censos, plataforma do Ministério da Educação (MEC) e até via contato telefônico, a correta localização dessas escolas, via GPS, bem como das séries que abrangiam. Desta forma, logrou-se as coordenadas correspondentes as escolas a serem utilizadas no modelo.

No entanto, a mesma prerrogativa para obtenção das coordenadas dos alunos foi inviabilizada, uma vez que corresponderia a um tempo operacional superior ao disponível para este estudo. Assim, decidiu-se por obter os dados dos 17.162 alunos de maneira aleatória, via função aleatório do Excel, respeitando, contudo, para sua geração, os limites UTM da região metropolitana de Maranguape.

Ressalta-se, contudo, que tais coordenadas foram testadas e readequadas no mapa, via GPS-UTM, *Batchgeo*, buscando incorre-las em áreas estritamente povoadas.

Todavia, quando o modelo foi conjunturado pela matriz de distância euclidiana, em quilômetro, da ordem de 17.162 alunos e 83 escolas, a matriz de demanda de cada aluno por série e da capacidade de cada série por escola, considerando também, o custo de instalação de uma escola, incorreu-se em um problema de tempo computacional no CPLEX.

Após uma nova análise dos dados do município, notou-se que cerca de 61,34% dos alunos pertenciam ao ensino fundamental e que este era um dos principais gargalos para a gestão de transporte escolar eficiente nos municípios do Estado do Ceará (FNDE, 2015). Logo, evidenciando tal fato e certo de não incorrer em uma perda de resultado significativo, optou-se pela redefinição dos dados a serem aplicados no modelo SNP.

Para tanto, o cenário adotado neste estudo consistiu das coordenadas aleatórias dos 10.527 alunos, compreendidos entre o 1º e 9º ano do ensino fundamental e das 51 escolas ofertantes desse ensino em Maranguape. Considerando ainda a demanda dos alunos e oferta das escolas por série, incorridas no caso real.

Cabe ressaltar, que o valor do custo de transporte por quilômetro, considerada em conjunto com a distância euclidiana entre os alunos e as escolas, bem como o custo fixo de instalação de uma escola, foram estimadas e, sua metodologia de cálculo será explicada oportunamente adiante.

ii) Cenário 2: expansão da capacidade de algumas escolas.

Como variante do cenário 1, este segundo cenário apresenta a hipótese de que algumas escolas tenham um aumento da capacidade de aluno por série, o que resultaria em uma realocação de alunos às escolas, agora com mais vagas, mais próxima de suas residências.

Inicialmente foi realizada uma análise sobre as coordenadas dos alunos e escolas, conforme os dados utilizados no cenário anterior. Desta forma, foram identificados e quantificados os alunos residentes até três quilômetros dessas instituições, os quais, em conjunto, apresentaram demanda superior a capacidade ofertada das escolas, cerca de 18% a 22%.

A escolha de três quilômetros de proximidade do aluno a escola, é embasada na lei que diz que somente os alunos residentes a uma distância igual ou superior a essa que teriam direito ao transporte escolar (MEC, 2015). Contudo, vale ressaltar, que a alteração dada na lei nº 2.337/2011, sancionada em 16 de maio de 2011, garante o transporte escolar a estudantes do ensino fundamental, cujas famílias apresentarem casos de vulnerabilidade social, independente da distância deste aluno a escola.

Assim, conforme o proposto nesse cenário, a Tabela 8 apresenta as treze escolas, bem como as séries, que tiveram suas capacidades alteradas em decorrência da demanda dos alunos residentes no máximo até três quilômetros da instituição de ensino.

Observa-se que a ampliação das escolas centrais resultou na abertura de 537 novas vagas. O que, de acordo com as premissas deste estudo, impactaria em um menor custo de transporte, tendo visto a redução de deslocamento do ônibus, e, conseqüentemente em um menor número de escolas em funcionamento, culminando em uma redução do custo de operacionalização das mesmas.

Tabela 8 – Escolas com capacidades ampliadas

Escolas Centrais	Ampliação (Antes e Depois)	Séries									Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	Antes	21	25	30	27	20	27	23	25	17	215
	Depois	25	30	36	32	24	32	27	30	20	256
10	Antes	18	22	29	28	22	15	20	27	27	208
	Depois	22	26	35	34	26	18	24	32	32	249
12	Antes	16	29	22	23	25	29	23	27	26	220
	Depois	19	35	26	28	30	35	28	32	31	264
15	Antes	15	24	24	30	29	26	22	22	22	214
	Depois	18	29	29	36	35	31	26	26	26	256
16	Antes	20	25	27	29	30	22	17	21	25	216
	Depois	24	30	32	35	36	26	20	25	30	258
22	Antes	15	23	28	25	21	15	26	26	18	197
	Depois	18	28	34	30	25	18	31	31	22	237
26	Antes	30	22	18	15	19	26	19	21	22	192
	Depois	36	26	22	18	23	31	23	25	26	230
29	Antes	30	15	23	25	23	18	27	25	21	207
	Depois	36	18	28	30	28	22	32	30	25	249
30	Antes	25	30	22	15	28	27	20	22	30	219
	Depois	30	36	26	18	34	32	24	26	36	262
33	Antes	22	14	16	21	30	22	24	17	18	184
	Depois	26	17	19	25	36	26	29	20	22	220
37	Antes	20	26	25	26	22	25	23	20	22	209
	depois	24	31	30	31	26	30	28	24	26	250
38	Antes	23	30	26	16	29	23	27	20	21	215
	Depois	28	36	31	19	35	28	32	24	25	258
43	Antes	22	29	25	29	28	21	22	21	27	224
	Depois	26	35	30	35	34	25	26	25	32	268
TOTAL	Antes	277	314	315	309	326	296	293	294	296	2.720
	Depois	332	377	378	371	392	354	350	350	353	3.257
Diferença		55	63	63	62	66	58	57	56	57	537

Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo geral, um dos parâmetros utilizados na aplicação do modelo ao estudo de caso foi o custo do transporte escolar por quilômetro, o qual multiplicado pela distância euclidiana de cada aluno a cada escola (matriz de distâncias), teve por finalidade obter o custo de transporte dos alunos.

Conforme o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE (2009), o custo por quilômetro varia de acordo com o município no qual o sistema será implantado ou mantido, embutindo nesse cálculo despesas equivalentes a ônibus novos (os quais rodam mais

com 1 litro de combustível) e usados (os quais dependem de manutenção e por isso rodam menos com 1 litro de combustível), além de referenciar o custo de monitores, os quais deveram estar presentes a cada viagem, juntamente com o motorista.

Assim, no estudo do FNDE, os dados foram referentes aos municípios de Acaraú, Aquiraz, Beberibe, Caridade, Coreaú, Ipueiras, Itapipoca e Varjota, todos do Estado do Ceará, e retornaram uma média de custo de R\$ 3,86 por quilômetro percorrido, na época de seu levantamento, em 2009.

Logo, para efeito de aplicação ao problema proposto, esse valor foi adotado ao estudo, considerando para isso, a correção do valor pelo Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA), referente ao período de realização do estudo pela FNDE até o mês de abril do ano de 2015. Com isso, o custo em valores atuais atingiu ao montante de R\$ 5,62 por quilômetro percorrido, equivalente a 45,71% de inflação do período.

Ressalta-se, todavia, que o cálculo do custo de transporte foi incrementado pelo custo unitário de transporte multiplicado pela distância euclidiana obtida, vezes dois, o que embasa o argumento de custo por quilômetro de ida e volta do aluno para a escola e desta para sua residência.

Outro parâmetro considerado neste estudo, foi o custo fixo de instalação de uma escola, estipulado em R\$ 1.500.000,00. Tal valor foi estimado por meio de valores reais, considerando uma estrutura escolar com uma sala para diretoria, uma sala de professores, dois conjuntos de banheiros, uma quadra poliesportiva e nove salas de aulas, com uma área total de 1.250m², tendo-se o custo por m² o valor igual a R\$ 150,00 reais (IBGE, 2015).

4.3 Análises e Discussões dos Resultados

Os dois cenários do estudo de caso quando aplicados ao modelo SNP resultaram em análises e discussões, apresentadas a seguir.

i) Cenário 1: implantação dos dados obtidos.

No primeiro cenário, que leva em consideração a alocação dos alunos nas escolas já existentes, considerando para isso dados de matrícula, obteve-se como resultado a alocação plena dos 10.527 alunos nas 10.527 vagas disponíveis das 51 escolas. Tais vagas, compreendidas entre a 1^a à 9^a série do ensino fundamental.

Não obstante, cabe ressaltar, que como os dados referentes a localização dos alunos foram gerados aleatoriamente, não houve possibilidade de comparar a eficiência quanto a alocação realizada pelo modelo com a inicial – obtida pela SEDUC de Maranguape.

O modelo SNP neste cenário foi implementado no *software* CPLEX 12.6. que conforme o seu fabricante, IBM, é capaz de acelerar o desenvolvimento, bem como a implantação de modelos de otimização, utilizando-se de programação linear. A geração da solução ótima para o modelo SNP no *software*, neste cenário, levou 8 horas e 12 minutos. Foi realizado em sistema operacional Windows 8.1 de 64 Bits, com processador Intel Core i7, 4ª geração, 2.60 GHz e 16 GB de memória RAM.

ii) Cenário 2: expansão da capacidade de algumas escolas.

No segundo cenário, o resultado evidencia, conforme o esperado, um aumento de alocação nas escolas onde tiveram o incremento de capacidade, corroborando com o fato destas se situarem em localizações centrais ao modelo e por isso corresponderem a uma demanda maior de alunos (Figura 9).

Assim, obteve-se como análise que as escolas que abriram vagas e que localizavam-se mais perto da residência do estudante tiveram esses alunos alocados em suas séries. Propiciando o caso de fechamento de duas unidades escolares, as quais tiveram todos os seus alunos realocado em escolas mais próximas – caso das escolas 45 e 47.

Outra análise importante advinda do modelo, é que mesmo com a premissa da escola só ter sua capacidade ampliada mediante a quantidade de demanda de alunos nas proximidades, ou seja, somente após constatar-se ser uma escola central ao modelo, ocorreu um caso onde houve o decréscimo de alunos destinados a uma das escolas ampliadas.

O fato em questão ocorreu na escola 43, a qual tinha sua demanda inicial de 224 vagas, e após constatado que abrangeria cerca de 20% dos alunos próximos, sofreu um aumento da sua capacidade, de 224 para 268, culminando em um resultado não esperado nesse cenário.

Tabela 9 – Alocação de alunos dado um incremento na capacidade das escolas

Escola	Capacidade inicial da escola	Capacidade da escola após ampliação	Total de alunos remanejados para escola	Escola	Capacidade inicial da escola	Capacidade da escola após ampliação	Total de alunos na escola após ampliação da capacidade
1	223	223	223	27	202	202	202
2	203	203	203	28	183	183	183
3	193	193	193	29	207	249	249
4	215	256	256	30	219	262	262
5	195	195	195	31	200	200	200
6	186	186	186	32	209	209	209
7	231	231	231	33	184	220	220
8	213	213	213	34	208	208	208
9	214	214	214	35	206	206	206
10	208	249	249	36	237	237	237
11	187	187	187	37	209	250	250
12	220	264	264	38	215	258	258
13	199	199	199	39	218	218	218
14	183	183	183	40	231	231	231
15	214	256	256	41	235	235	235
16	216	258	258	42	204	204	204
17	199	199	199	43	224	268	189
18	202	202	202	44	210	210	173
19	206	206	206	45	194	194	0
20	195	195	195	46	215	215	180
21	189	189	189	47	192	192	0
22	197	237	237	48	200	200	200
23	195	195	195	49	226	226	226
24	182	182	182	50	221	221	221
25	206	206	206	51	215	215	215
26	192	230	230	Total	10.527	11.064	10.527

Fonte: Elaborada pelo autor.

O cenário da escola 43 aponta uma característica do modelo SNP que pode ser intitulado como “efeito em cadeia”. Isso porque após o modelo realocar os alunos em escolas mais próximas com capacidade aumentada, conseqüentemente influenciará também na alocação dos alunos que até então estavam sendo considerados para uma escola que não teve novas vagas abertas. Desta forma, após o modelo decidir fechar duas escolas, como resultado da capacidade aumentada, incorrerá também em reduzir as turmas de algumas escolas.

Neste segundo cenário o modelo foi implementado também no *software* CPLEX 12.6, contudo a geração da solução ótima foi mais rápida quando comparada ao primeiro cenário. O SNP levou 4 horas e 17 minutos em sistema operacional Windows 8.1 de 64 Bits, com processador Intel Core i7, 4ª geração, 2.60 GHz e 16 GB de memória RAM.

4.4. Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada a aplicação do modelo matemático do SNP em um estudo de caso de Maranguape – Ceará. Para tanto, foram propostos dois cenários para sua implementação: o primeiro considerou-se a alocação de alunos nas escolas que já existem, o que resultou na demonstração que de fato o modelo gera soluções exatas para problemas dessa natureza; o segundo, conjecturou um aumento de vagas nas séries de escolas mais centrais, o que por sua vez evidenciou a flexibilidade do modelo para diversos cenários.

CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES

5.1. Considerações Iniciais

O presente trabalho resultou em uma Dissertação de Mestrado que teve como objetivo a proposta de um modelo matemático para nuclear alunos em escolas multicapacitadas, de forma a alocar o aluno na série de uma escola mais próxima quanto possível de sua residência. Tal otimização acarreta em menores custos com o transporte escolar, bem como, em melhorias na qualidade de vida e de aprendizagem dos alunos que ao residirem nas proximidades da escola reduzirão seu tempo de percurso até a mesma.

O modelo matemático proposto foi implementado no *software* CPLEX, sendo possível a partir de um estudo de caso, a estimação de dois cenários que apontassem para a eficiência e a flexibilidade do modelo ao objetivo de minimizar o custo total de nucleação dos alunos às escolas.

5.2. Benefícios da abordagem proposta

O modelo de SNP proposto nesse trabalho foi aplicado em um estudo de caso – Maranguape – Ceará – tendo como essência preencher a lacuna que dificulta o transporte escolar nas cidades, ou seja, a tomada de decisão de quais alunos destinar para qual escola, o que resulta em um melhor atendimento aos estudantes, uma melhor eficiência e eficácia de transporte, e em última análise, em um menor custo de operacionalização de ônibus escolares pelo Estado.

Assim, as abordagens propostas neste estudo demonstraram relevância e originalidade ao trabalho no que discerne a:

- Elaboração de um modelo matemático que gera soluções exatas para o problema de nucleação alunos em escolas multicapacitadas.
- Abordagem e descrição de características sobre o conceito proposto de nucleação de alunos no transporte escolar.
- Validação do modelo desenvolvido em um problema real.
- Incipiência de estudos similares na literatura revisada.

5.3. Limitações do Estudo

O objetivo principal obtido nessa Dissertação foi propor um estudo sobre como nuclear os alunos no transporte escolar. Com efeito, todos os objetivos específicos foram logrados, no entanto, cabendo ressaltar algumas dificuldades pontuais na execução do estudo de caso deste trabalho:

- Os dados obtidos pela Secretaria de Educação de Maranguape – Ceará, não puderam ser utilizados em plenitude devido a incoerência de endereços coletados, o que necessitou o cruzamento desses dados com os obtidos no Censo do IBGE, acarretando mais tempo para sua tabulação.
- As coordenadas dos alunos foram obtidas de forma aleatória, considerando para tanto os limites da região metropolitana de Maranguape. Isso ocorreu devido a não cobertura do Batchgeo a localizações rurais, bem como inconsistências entre as informações de nomes de ruas conhecidas popularmente com as registradas pelo município.
- Dado o não referenciamento das ruas, sentidos e acessos, optou-se pela utilização da distância euclidiana em detrimento da distância viária real, desconhecida neste trabalho.
- Algumas escolas referenciadas nas planilhas da Secretaria de Educação de Maranguape – Ceará, foram fechadas de acordo com dados do Censo 2013, o que resultou em um novo levantamento desses pontos e como consequência, a redução da quantidade de escolas em funcionamento, bem como de séries que abrangiam.
- Mediante a atualização dos dados, foi escolhido o período do 1º ao 9º ano do ensino fundamental como base para o estudo de caso, uma vez que pelo novo levantamento entendeu-se que tais séries apresentam dados consistentes de matrículas de alunos e endereços, bem como abrangem a maior expressividade de estudantes do município a utilizar o serviço de transporte escolar.

5.4. Sugestões para estudos futuros.

O tema abordado neste trabalho, tem cunho preliminar para diferentes desdobramentos do problema, que como referenciado anteriormente ainda não havia sido abordado na literatura pesquisada. Deste modo, as sugestões para futuros estudos são:

- Integrar o modelo com um sistema de informações geográficas, o que viabilizaria a distância viária real, por exemplo, além de georeferenciar corretamente todos os indivíduos do modelo.
- Considerar na função objetivo o valor presente líquido no termo inerente ao custo fixo de instalação das facilidades.
- Agregar a função objetivo o custo de desativação de uma escola.

5.5. Considerações Finais

A gestão eficiente do transporte escolar é um dos instrumentos mais importantes para o acesso e permanência de alguns alunos no ambiente escolar. Este estudo, objetivou em como resolver o Problema da Nucleação de Alunos em escolas multicapacitadas, assunto não abordado na revisão bibliográfica sob a ótica de problema de otimização combinatória e por isso de caráter propositor inovador.

Para tanto, o trabalho foi realizado com vistas a aplicação de dados reais referentes ao município de Maranguape – Ceará. Todavia, foram encontradas dificuldades derivadas do não georeferenciamento dos dados, como por exemplo, a incapacidade de encontrar as coordenadas de ruas da zona rural. Contudo, o trabalho foi bem sucedido em seu proposto de buscar um modelo matemático que retornasse uma solução ótima para o problema do SNP. Nesse sentido tornou-se imprescindível a utilização do *software* CPLEX para o logro desse resultado.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, L. CUNHA, C. Algoritmo de colônia artificial de abelhas para um problema de clusterização capacitado. *In: XLII SBPO. Anais...* Ubatuba, SP, 2011.
- AKSEN, D.; OZYURT, Z; ARAS, N. Open vehicle routing problem with driver nodes and time deadlines. **Journal of the Operational Research Society**. n.58. p.1223-1234. 2007.
- ASSAD, A. A. Modeling and implementation issues in vehicle routing. *In: Golden, L. B., Assad, A. A. (eds.) Vehicle Routing: Methods and Studies*. North Holland, Amsterdam, p.7-6, 1988.
- BENNETT, B. T.; GAZIS, D. C. School bus routing by computer. **Transportation Research**. vol. 6. p. 317 – 325. Great Britain: 1972.
- BODIN, L.D.; BERMAN, L. **Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art**. Computers and Operations Research. n.10. p.113-129. 1979.
- BODIN, L. D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. O. **Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art**. Computers and Operations Research. vol.10. p.63-211. 1983.
- BOWERMAN, R.; HALL, B. CALAMAI, P. **A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: formulation and solution method**. Transportation Research. Vol.29. n.2, p.107-123, 1995.
- BRACA, J.; J. BRAMEL, B.; POSER, D.; SIMCHI, L. **A Computerized approach to the New York City school bus routing problem**. Technical report, Graduate School of Business, Columbia University. New York: 1997.
- CHAVES, A; LORENA, L. Clustering search algorithm for the capacitated centered clustering problem. **Computers and Operations Research**, 2008.
- CHAPLEAU, L.; FERLAND, J. -A.; ROUSSEAU, J.-M. Clustering for routing in densely populated areas. **European Journal of Operational Research**. n. 20. v.1. p. 48-57. University of Montreal. Quebec: 1985.
- CORBERAN, A.; MARTÍN, R.; SANCHÍS, J. M. A GRASP Heuristic for the mixed Chinese postman problem. **European Journal of Operational Research**. n. 142. p. 70-80. 2002.
- CUNHA, C. B.; GUALDA, N. D. F. Heurísticas baseadas em relaxação lagrangiana para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais. *In: XI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes. Anais...* Rio de Janeiro: ANPET, 1997. v.2., p.843-855.
- DESROSIERS, J.; FERLAND, J. A.; ROUSSEAU, G. M.; LAPALME, G.; CHAPLEAU, L. **A school busing system**. Centre de Recherche sur Les Transports, Montreal. n.164. University of Montreal: april, 1980.
- DOVAL, D.; MANCORIDIS, S.; MITCHELL, B. S. **Automatic clustering of software systems using a genetic algorithm**. Proc. of the Int. Conf. on Software Tools and Engineering Practice, p. 73-81. 1999.

DULAC, G.; FERLAND, J. A.; FORGUES, P. A. School bus routes generator in urban surroundings. **Computers and Operations Research**. v.7. p.199 – 213. Elsevier: 1980.

FNDE. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/>>. Acesso em: 20 de abril de 2015.

FÜGENSCHUH, A. Solving a school bus scheduling problem with integer programming. **European Journal of Operational Research**. n.193. v.3. p. 867–884. Elsevier: 2009.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and intractability**: a guide to the theory of NP-Completeness. Macmillan Higher Education: 1979.

GAVISH, B.; SHLIFER, E. An approach for solving a class of transportation scheduling problems. **Europeu Jornual Operation Research**. v.3. ed.2. p. 122-134. Elsevier: 1979.

GLOBER, F.; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of metaheuristics**. Kluwer Academic Publishes. Boston: 2003.

HANSEN, P.; JAUMARD, B. Cluster analyses and mathematical programming. **Mathematical Programming**. v. 79. p.191-215. New York: 1997.

HARGROVES, B. T.; DEMETSKY, M. J. A computer Assisted school bus routing strategy: a case study. **Socio-Economic Planning Sciences**. v.15. issue 6. p.341-345. Elsevier: 1981.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/>>. Acesso em: 05 de novembro de 2014.

KE, X. W.; CARON, R. J.; ANEJA, Y. P. **The school bus routing and scheduling problem with homogeneous bus capacity**: formulations and their solutions. University of Windsor: Ontario. Agust, 2005.

LAPORTE, G.; LOUVEAUX, F.; MERCURE, H. Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems. **European Journal of Operational Research**, n. 39. p. 71-78. Elsevier: North-Holland, 1989.

LEDESMA, J. R.; GONZÁLEZ, J. J. S. A column generation approach for a school bus routing problem with resource constrains. **Computers & Operations Research**. v.40. p. 566-583. Elsevier: Agust, 2012.

LI, L.; FU, Z. **The school bus routing problem**: a case study. Journal of the Operational Research Society. n.53. p.552-558. 2002.

LIN, S.; KERNINGHAN, B.W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. **Operations Research**. n. 21, p.498-516. Elsevier, 1973.

LOURENÇO, H. R.; MATIN, O.; STÜTZLE, T. Iterated local search. Handbook of Metaheuristics. Kluwer Academic Publishers, **Internation Series in Operations Research & Management Science**. n. 57. p. 321-353. 2003.

MANIEZZO, V.; MINGOZZI, A.; BALDACCI, R. A Bionomic approach to the capacitated p-median problem. **Journal of Heuristics**. n.4. p. 263-280. 1998.

MEC. Ministério da Educação. **Lei 9.394/1996**. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <<http://legislacao.planalto.gov.br/legisla/legislacao.nsf>>. Acessado em: 02 de dezembro de 2013.

MULVEY, J. M.; BECK, M. P. Solving capacitated clustering problems. **European Journal of Research**. v. 18. p. 339-348. North-Holland: 1984.

NASCIMENTO, M. C. V.; TOLEDO, F. M. B.; CARVALHO, A. C. P. L. F. Investigation of a new GRASP-based clustering algorithm applied to biological data. **Computers & Operations Research**. v. 37. ed. 8. p. 1381-1388. March, 2009.

NEWTON, R. M.; THOMAS, W. H. Design of school bus routes by computer. **Socioeconomic Planning Sciences**. n. 3. p. 75-85. 1969.

NEWTON, R.M.; THOMAS, W.H., Bus routing in a multi-school system. **Computers and Operations Research**. n. 1, p. 213–222. 1974.

NEGREIROS, M.; PALHANO, A. The capacitated centred clustering problem. **Computers and Operations Research**. n. 33. p. 1639-1663. Elsevier: 2006.

NOVAES, A. G. **Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição**: estratégia, operação e avaliação. 3ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

OLIVEIRA, W.; MIAZAKI, E.; ERADE, D. Introdução à análise de agrupamento. *In*: Simpósio Brasileiro de Probabilidade e Estatística. IME-USP: 1990.

OSMAN, I. H.; CHRISTOFIDES, N. Capacitated clustering problems by hibrid simulated annealing and Tabu Search. **Int. Transportation Optimization Research**. v. 1. n.3. p. 317-336. Elsevier: Great Britain, 1994.

PARK. J.; KIM. B. I. The school bus routing problem – A review. **European Journal of Operational Research**. n.202, p.311-319. Elsevier, 2010.

PARK. J.; KIM. B. I. A.; KIM, S. A school bus scheduling problem. **European Journal of Operational Research**. n.218, p.577-585. Elsevier, 2012.

PENNA, P., SUBRAMANIAN, A e OCHI, L. An iterated local search heuristic for the heterogenous Fleet vehicle routing problem. **Journal of Heuristics**, 2011.

PEREIRA, M. A.; SENNE, E. L. F. A column generation method for the capacitated centred clustering problem. *In*: ALIO/EURO WORKSHOP ON APPLIED COMBINATORIAL OPTIMIZATION, n. 6, 2008, Buenos Aires. Buenos Aires: Universidad de Bueno Aires, 2008.

PREFEITURA DE CARNAUBAL. Boletim Oficial do Município de Carnaubal nº 102, de 30 de abril de 2013. Edital de Avaliação para a Progressão Horizontal dos Profissionais do Magistério do Município de Carnaubal nº 001/2013. Disponível em: <<http://www.carnaubal.ce.gov.br/aceso-a-informacao>>. Acessado em: 01 de setembro de 2014.

RIBEIRO, C.; ALOISE, D.; NORONHA, T.; ROCHA, C.; URRUTIA, S. An eficiente implementation of a VNS/ILS heuristic for a real-life car sequencing problem. **European Journal of Operational Research**. v. 191, p.596-611, 2008.

RIPPLINGER, D. **Rural school vehicle routing problem**. *Transportations Research Record*. n.1992. p.105 – 110. 2005.

SCHITTEKAT, P.; KINABLE, J.; SORENSEN, K.; SEVAUX, M.; SPIEKSMAN, F.; SPRINGAEL, J. A Metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. **European Journal of Operation Research**. n.229, p.518-528. Elsevier, 2013.

SENNE, E. L. F.; PEREIRA, M. A. Método de geração de colunas para o problema de agrupamento centrado capacitado. XXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção. A energia que move a produção: um diálogo sobre integração, projeto e sustentabilidade. Foz do Iguaçu, 2007.

SINDSEP. Sindicato dos Servidores Públicos Municipais de Itapipoca, Tururu e Uruburetama. Projeto de Nucleação de Escolas: questionamentos e iniciativas do SINDSEP. **Boletins**. Disponível em: < <http://sindsepitapipoca.blogspot.com.br/2013/09/projeto-de-nucleacao-de-escolas.html>> Acessado em: 01 de setembro de 2014.

SPADA, M.; BIERLAIRE, T. M. L. Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem. **Transportation Science**. n.394. p.477-490. 2005.

STÜTZLE, T.; HOOS, H. H. Analyzing the run-time behaviour of iterated local search for the tsp. *In: III Metaheuristics International Conference*. Kluwer Academic Publishers, 1999.

WELSH, D. J. A.; POWELL, M. B. An upper bound for the chromatic number of a graph and its application to timetabling problems. **The Computer Journal**. n.10. v.1. p. 85-86, 1967.