UMA NOVA ABORDAGEM PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE VEÍCULOS E MOTORISTAS

Bruno de Athayde Prata
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia / Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
Estrada do Açude do Cedro, km 5, n°1321, CEP 63.900-900. Quixadá, CE – Brasil.
e-mail :baprata@ifce.edu.br

Jorge Manuel Pinho de Sousa
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto / INESC Porto
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto – Portugal.
e-mail : jsousa@fe.up.pt

Teresa Galvão Dias
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto – Portugal.
e-mail : tgalvao@fe.up.pt

RESUMO

A programação integrada de veículos e motoristas em transportes públicos de passageiros é um problema difícil de Otimização Combinatória, objeto de investigação continuada ao longo dos últimos anos. Diversos trabalhos têm mostrado que abordagens exatas de resolução para este problema não são úteis na prática, devido ao elevado custo computacional envolvido. Este artigo apresenta uma nova abordagem para o problema de programação de veículos e tripulantes. Este modelo é baseado no Problema de Máxima Cobertura. Experimentos computacionais são apresentados e discutidos. Os resultados obtidos, embora preliminares, apontam para a possibilidade de, com o uso da abordagem proposta, se obter ganhos significativos em termos de custos de operação.

PALAVRAS CHAVE. Programação de veículos e motoristas, Problema de Máxima Cobertura, Heurísticas. L&T.

ABSTRACT

The integrated vehicle and crew scheduling problem is a hard and widely studied Combinatorial Optimization problem. Several studies have shown that exact approaches for this problem are not useful in practical situations due to the high computational costs involved. This paper describes a new approach for vehicle and crew scheduling without changeovers. This model is based on the Maximum Covering Problem formulation. Preliminary computational results with real bus and crew scheduling problem instances, are presented and discussed. These results indicate that the proposed approach has a considerable potential for achieving significant gains in terms of operation costs.

KEYWORDS. Vehicle and Crew Scheduling Problem, Maximum Covering Problem, Heuristics. L&T.

1. Introdução

No que concerne aos ônibus, o planejamento dos transportes urbanos pode ser decomposto nas seguintes principais etapas (Ceder, 2002): definição da rede de transportes, definição da tabela de horários, escalonamento dos veículos e o escalonamento das tripulações. Estas duas últimas etapas têm sido objeto de inúmeras atividades de pesquisa, devido aos ganhos significativos que podem resultar da sua otimização (Daduna e Paixão, 1995; Wren e Rosseau, 1995).

Diversos pesquisadores têm relatado a forte interação entre os problemas de escalonamento de veículos e de motoristas e os ganhos em considerá-los conjuntamente (Friberg e Haase, 1999; Gaffi e Nonato, 1999; Freling *et al.*, 1999). O problema integrado é usualmente denominado *Vehicle and Crew Scheduling Problem* – VCSP.

Diversos trabalhos também relatam a dificuldade em solucionar o VCSP de forma exata (Friberg e Haase, 1999; Gaffi e Nonato, 1999; Freling *et al.*, 1999; Freling *et al.*, 2003), fato que aconselha a adoção de abordagens baseadas em técnicas heurísticas.

O objetivo do trabalho reportado neste artigo foi elaborar novos modelos matemáticos para o VCSP, baseados no Problema de Máxima Cobertura (*Maximum Covering Problem* – MCP) e, com base nesses modelos, desenvolver novas abordagens para a sua resolução.

O trabalho é composto por mais cinco seções. Na próxima, são apresentados conceitos básicos sobre o VCSP. Na terceira seção, são apresentadas as novas formulações propostas para o VCSP e resultados computacionais obtidos com essas formulações, incluindo os experimentos realizados com um conjunto de instâncias reais. Na quarta seção, é apresentada uma heurística tipo GRASP desenvolvida especificamente para o problema. Por fim, na quinta seção, apresentam-se algumas conclusões, e possíveis desenvolvimentos futuros para o trabalho.

2. Escalonamento integrado de veículos e motoristas

Tradicionalmente, o escalonamento de veículos e motoristas é realizado de uma maneira seqüencial. A programação de veículos (*Vehicle Scheduling Problem* – VSP) é realizada numa primeira etapa, sendo completada pelo escalonamento das tripulações (*Crew Scheduling Problem* – CSP). O CSP é, em geral, bastante mais complexo que o VSP; portanto, não é boa estratégia escalonar veículos sem ter em conta as tripulações, já que estas constituem o gargalo do processo.

Por outro lado, em grande parte das empresas de transporte público, sobretudo nos países desenvolvidos, os custos com o pessoal tripulante são os mais significativos. Assim, devem ser dirigidos esforços para minimizar tais custos, embora tendo sempre em conta o processo de alocação dos veículos.

Segundo Freeling *et al.* (2003) há três abordagens essenciais para o VCSP: a abordagem tradicional, na qual resolve-se primeiro o VSP e em seguida o CSP; a abordagem independente, na qual os dois problemas são solucionados isoladamente, sem a preocupação dos impactos mútuos entre os dois escalonamentos; e a abordagem integrada, na qual os dois problemas são resolvidos simultaneamente. O enfoque dado pelo presente trabalho refere-se a resolução simultânea e integrada dos referidos problemas.

Conforme Freeling *et al.* (1999), os benefícios da abordagem integrada para o VCSP são maiores nas seguintes circunstâncias: número de trocas de motoristas por veículo (*changeovers*) restrito, número reduzido de viagens em vazio, tempo elevado em que uma tripulação é utilizada no veículo, permanências obrigatórias dos tripulantes enquanto os veículos estão à espera, imposição de uma duração mínima das peças mínimas de trabalho ou "tramos" (*pieces of work*), dominação dos custos das tripulações sobre os custos dos veículos e obrigatoriedade da rendição dos motoristas ocorrer somente nos depósitos (garagens).

Caso nenhuma destas características exista no planejamento de transportes urbanos, provavelmente não terá sentido empregar a abordagem integrada, visto que os tripulantes podem mover-se independentemente dos veículos. Entretanto, tais situações são bastante usuais na prática. Também é pertinente salientar que os objetivos da integração são dois: gerar soluções viáveis e reduzir os custos da operação do sistema.

Diversas formulações para o VCSP vêm sendo propostas na literatura. Detalhes sobre tais formulações podem ser obtidos em Freling *et al.* (1999), Friberg e Haase (1999), Gaffi e Nonato (1999), Haase *et al.* (2001), Freling *et al.* (2003), Huisman (2004), Steinzen *et al.* (2007), Steinzen (2007) e Weider (2007).

Em problemas de planejamento operacional de sistemas de transporte público, abordagens baseadas em cobrimento e particionamento de conjuntos são correntemente utilizadas.

Abordagens baseadas no *Set Covering Problem* (SCP) têm a vantagem de permitirem a obtenção mais rápida de uma solução; todavia, devido à permissão de ocorrência de *overcovers* (isto é, de alguns tramos serem cobertos por mais de um motorista), tais soluções necessitam de correções para serem aplicadas na prática. Abordagens baseadas no *Set Partitioning Problem* (SPP) são, em geral, de resolução muito mais difícil, porém, por não permitirem *overcovers*, são mais atrativas do ponto de vista prático. Deve-se observar que, em alguns casos, os *overcovers* podem ser permitidos, pois representariam o *deadheading* de tripulantes.

Huisman (2004) salienta que, para o caso particular do VCSP em que *changeovers* não são permitidos, pode-se adotar uma abordagem baseada no SCP e por conseguinte, uma abordagem baseada no SPP também pode ser utilizada. Como o modelo baseado no problema de particionamento faz mais sentido na prática, é pertinente analisá-lo em detalhes.

Conforme Klabjan *et al.* (2001), os principais motivos pelos quais o problema de *scheduling* de tripulações baseado no SPP torna-se difícil são: o grande número de serviços factíveis, sua estrutura complexa e a natureza de custos não-linear.

Note-se que o número de serviços possíveis não está relacionado diretamente com o modelo matemático, mas com as características práticas de um dado problema real.

Um dos principais motivos pelos quais a estrutura do SPP é complexa são as restrições de igualdade, as quais impõem que cada linha da matriz A seja coberta por apenas uma coluna, sendo deste modo,eliminados os *overcovers*.

A função objetivo do SPP (produto escalar de um vetor de custos e um vetor de variáveis de decisão) tem naturalmente uma estrutura de custos *explícita* de caráter linear. Contudo, de um modo *implícito*, esta estrutura pode vir a ser não-linear. Tal particularidade se evidencia em problemas do tipo *crew scheduling*.

Em problemas de planejamento operacional de transportes públicos, um serviço pode ser visto como a cobertura de um conjunto de tramos. O custo de um serviço é relacionado ao pagamento da tripulação. Devido às legislações trabalhistas em vigência na maioria das grandes cidades, os serviços de tripulações não são pagos por hora trabalhada, mas por jornada de trabalho. Deste modo, serviços que cubram quantidades de tramos diferentes podem vir a ter o mesmo custo. Conseqüentemente, a relação entre o custo do serviço e quantidade de serviços cobertos não é diretamente proporcional. Em outras palavras, tal relação é não-linear.

Outra fonte de não-linearidade da estrutura implícita de custos é o pagamento de horas-extras. Ao se exceder a duração da jornada de trabalho, para que um serviço possa cobrir mais tramos é necessária a adição de um valor extra a ser pago, o qual é proporcionalmente mais oneroso do que uma hora trabalhada em jornada normal. Tem-se, novamente, uma evidência da não-linearidade de custos do SPP.

Dias (1995, p.10) apresenta o seguinte comentário sobre a não-linearidade do problema de geração de serviços de tripulações: "Um caso de não linearidade surge, por exemplo, quando se pretende calcular o custo de um serviço em horas extraordinárias; de facto, em algumas empresas, o custo associado a um período de quatro horas de trabalho extraordinário é superior ao custo associado a dois períodos de duas horas. Os actuais processos de lidar com a não linearidade tornam o modelo de difícil resolução".

Uma forma de reduzir o grande número de serviços factíveis do SPP, bem como evitar sua natureza de custos não-linear, é trabalhar com uma função objetivo que prime não pela minimização dos custos dos serviços a serem selecionados, mas com a minimização dos tramos não cobertos.

Procedendo desta forma, podem-se gerar apenas serviços dentro da jornada de trabalho padrão. Assim, a função objetivo estaria relacionada em minimizar a quantidade de tramos a serem cobertos por horas-extras. Outra vantagem desta abordagem seria a redução da quantidade de serviços a ser gerada, visto que serviços com horas-extras não seriam necessários.

3. Novas formulações para o VCSP

De acordo com a revisão bibliográfica realizada, constatou-se que o uso de modelos matemáticos para o VCSP é limitado, pois, mesmo para instâncias de pequeno porte, métodos exatos não conseguem obter as soluções ótimas em tempo computacional admissível. Nesse contexto, buscou-se a formulação de modelos que pudessem suplantar esta limitação, assumindo hipóteses que simplificam o problema, mas que preservam a utilidade dos modelos.

Considere-se agora o Problema de Máxima Cobertura (*Maximum Covering Problem* ou MCP). Dada uma matriz A, com $a_{ij} \in \{0,1\}$, o MCP consiste em cobrir a maior quantidade de linhas da matriz A com uma quantidade de colunas da matriz A igual a um valor previamente estipulado d. As variáveis z_i representam as linhas não cobertas da matriz A, de modo que $z_i = 1$ se a i-ésima linha não é coberta em uma solução, sendo $z_i = 0$ caso contrário. As variáveis x_j representam as colunas da matriz A, de modo que $x_j = 1$ se a j-ésima coluna faz parte da solução, sendo $x_j = 0$ caso contrário. Note-se que as variáveis do tipo z podem ser consideradas como variáveis auxiliares, pois, na verdade, não se caracterizam efetivamente como decisões. Se $z_i = 1$, então ocorre um *leftover*.

Diante do exposto, uma variante do MCP, aplicada ao VCSP sem *changeovers*, pode ser formulada matematicamente como segue:

Minimizar $$z = \sum_{i=1}^{n} z_i \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j + z_i = 1 \qquad \forall\ i = 1, \ldots, n. \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_j \le d \qquad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall\ j = 1, \ldots, m. \qquad (4)$$

$$z_i \ge 0 \qquad \forall\ i = 1, \ldots, n. \qquad (5)$$

A função objetivo (1) procura minimizar o número de tramos descobertos. Caso o i-ésimo tramo não possa ser coberto, o conjunto de restrições do tipo (2) implica que $z_i = 1$. Em conseqüência, tem-se que a integralidade das variáveis z_i pode ser relaxada. A restrição (3) impõe que um número máximo de d colunas da matriz A seja selecionado na solução.

Com relação à formulação proposta acima, note-se que: a) o conjunto de restrições do tipo (2) impede a ocorrência de *overcovers*, diferindo das formulações tradicionais para o MCP por adotar restrições de igualdade; b) ao contrário dos modelos clássicos de máxima cobertura, nos quais o uso de d colunas é imposto, a restrição (3) permite que um número de colunas inferior à d seja utilizado.

Bunte e Kliewer (2006) apresentam um levantamento de modelos matemáticos para o *Vehicle Scheduling Problem* (VSP). Tais autores apresentam uma formulação para o problema com um único depósito, baseado em um modelo de mínima decomposição (*Minimal Decomposition Model*). Com base nesta formulação, foi desenvolvido um modelo matemático para o VCSP, no caso em que os *changeovers* são permitidos e só existe um depósito.

Tal formulação é apresentada a seguir. Seja T um conjunto de viagens em uma tabela de horários, de modo que | T | = n. Aqui, i α k representa uma relação de compatibilidade entre as viagens i e j, ou seja, a viagem j pode ser efetuada após a viagem i, pelo mesmo veículo. Seja y_{ij} uma variável de decisão binária que é igual a 1 se o veículo cobre a viagem j exatamente após a viagem i, sendo 0 caso contrário. As variáveis z_i e x_j foram definidas no modelo anterior.

Diante do exposto, o VCSP com *changeovers*, pode ser formulado matematicamente como segue:

Maximizar $$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} y_{ij} - \sum_{i=1}^{n} z_i \qquad (6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik} \le 1 \qquad \forall\, k \in N \qquad (7)$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_{ik} \le 1 \qquad \forall\, i \in N \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j + z_i = 1 \qquad \forall\, j = 1, \ldots, m. \qquad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_j \le d \qquad (10)$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall\, j = 1, \ldots, m. \qquad (11)$$

$$z_i \ge 0 \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n. \qquad (12)$$

$$y_{ik} \ge 0 \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n;\ \forall\, k = 1, \ldots, n. \qquad (13)$$

com c_{ik}=1 se i α j, caso contrário $c_{ik} = -\infty$

A função objetivo do problema (6) é composta por duas parcelas: a primeira, que procura cobrir todas as viagens com a menor quantidade de veículos possível, e a segunda, que se destina a minimizar a quantidade de tramos descobertos por serviços de tripulação. Os conjuntos de restrições (7) e (8) impõem que um veículo cubra uma viagem apenas uma vez. Caso o i-ésimo tramo não possa ser coberto, o conjunto de restrições do tipo (9) implica que z_i = 1. Em conseqüência desta restrição, tem-se que a integralidade da das variáveis z_i pode ser relaxada. A restrição (10) impõe que um número máximo de d de colunas da matriz A seja selecionado na solução.

No caso do primeiro modelo de máxima cobertura apresentado, como os *changeovers* eram proibidos, os veículos e tripulantes se comportavam como uma única entidade e pode-se considerar que um par veículo-tripulante deve cobrir todas as viagens.

No caso do segundo modelo, tendo em vista que os *changeovers* são permitidos, os serviços de pessoal tripulante podem ser executados em viaturas distintas. O problema consiste em uma dupla cobertura: cobertura de viagens por meio de veículos e cobertura de viagens por meio de serviços.

Foram realizados experimentos computacionais com instâncias para o VCSP sem *changeovers* e com *changeovers*. Deve-se observar a importância de se considerar estas duas variantes do VCSP. De acordo com suas regras de operação, o sistema de transporte público pode operar com a permissão da troca de motoristas entre veículos, bem como com a sua proibição. Logo, a abordagem proposta pode se adequar a diferentes casos de estudo.

Para o caso do VCSP sem *changeovers,* foram adaptadas instâncias dos problemas SPP e SCP disponíveis na biblioteca de Pesquisa Operacional OR-Library (http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html). As instâncias não divididas em dois grupos: NWXX, para os problemas adaptados do SPP, e 4.XX, para os problemas adaptados do SCP. A conversão das instâncias dos problemas supracitados ocorreu da seguinte forma: foram utilizadas as matrizes A de cada instância, sendo ignorados os custos inerentes às colunas. Atribuiu-se um valor do número máximo de colunas equivalente a $\lceil 0.2 \times n \rceil$.

Os experimentos foram realizados com o *software* LINGO com o modelo dado pelas equações (1) a (5). Caso a solução ótima não fosse obtida em 3600 segundos, o solver era parado e guardava-se a melhor solução obtida.

As características das instâncias são as seguintes (vide Tabela 1): número de linhas da matriz A (n), número de colunas da matriz A (m), número máximo de colunas a serem utilizadas na solução (d) e densidade da matriz A (ρ). O valor de ρ é obtido pela divisão do número de elementos da matriz A iguais a 1 pelo número total de elementos de A. Estas informações constam nas colunas 1 a 5 da Tabela 1.

Na coluna 6 consta a solução obtida para o problema com relaxação da integralidade das variáveis x e na coluna 7 consta o tempo de processamento para resolução do problema relaxado.

Na coluna 9 consta a solução obtida para o problema binário, na coluna 10 consta o tempo de processamento para resolução do problema binário, na coluna 11 consta o número de *branches* efetuado pelo *Branch-and-Bound*, na coluna 12, consta o número de iterações para a obtenção da solução.

No que se refere à formulação proposta para o VCSP com *changeovers*, foram efetuados experimentos computacionais em instâncias reais, advindas do sistema de transporte público de Fortaleza, situada no Nordeste do Brasil. No sistema de transportes coletivos por ônibus de Fortaleza, *changeovers* não são permitidos. Contudo, tal restrição foi relaxada para uma avaliação teórica do modelo proposto.

A seguir, na Tabela 1, são apresentados os resultados dos experimentos computacionais. As instâncias são identificadas pelas linhas de ônibus respetivas (coluna 1). A coluna 2 apresenta o número de viagens da linha. A coluna 3 apresenta o número de serviços de motoristas gerados. Na coluna 4, é ilustrado o tempo de ciclo da linha. Deve-se ressaltar que, no sistema de transporte público por ônibus de Fortaleza, o tempo de ciclo varia ao longo do dia. Portanto, é apresentada a moda da variável tempo de ciclo. Na coluna 5, é apresentada a densidade da matriz de serviços gerados. Na coluna 6 é apresentada a quantidade máxima de colunas a comporem a solução. Na coluna 7, apresenta-se o número de veículos obtido na solução ótima do modelo. Na coluna 8, consta o número de tramos descobertos. Na coluna 9, é apresentado o percentual de cobertura das viagens. Na coluna 10, consta o tempo de processamento para obtenção da solução ótima. Na coluna 11, consta o número de *nós* do *Branch-and-Bound*. Os experimentos foram realizados em um processador Genuine Intel 1.86 GHz com 1GB de memória RAM.

Tabela 1: Características das instâncias e resultados do *solver*.

1. Instância	**2. *n***	**3. *m***	**4. Tempo de ciclo (min)**	**5. ρ (%)**	**6. *d***	**7. # veículos**	**8. *z***	**9. *p*(%)**	**10. *t*(s)**	**11. # *nós* (*B&B*)**
112	109	1090	60	5,45	15	8	5	95,4	6	0
206	92	920	39	5,20	8	8	8	91,3	2	9
395	49	490	45	15,62	5	3	5	89,8	0	3
403	117	1170	70	4,50	19	12	14	88,0	2	0
406	85	850	110	4,07	21	12	5	94,1	1	8
504	64	640	48	12,00	7	4	3	95,3	1	0
600	93	930	64	5,63	14	8	11	88,2	12	131
701	64	640	32	9,41	5	5	5	92,2	4	0
833	80	800	84	5,03	15	8	7	91,3	10	160
905	49	490	72	10,61	8	4	4	91,8	2	31

Em uma análise geral dos experimentos realizados, pode-se salientar que o modelo se portou de modo satisfatório, pois permitiu a obtenção de soluções ótimas em baixos tempos de processamento.

4. Uma meta-heurística para o VCSP

Procurando obter um procedimento eficiente e flexível para resolver o problema, desenvolveu-se uma abordagem meta-heurística do tipo GRASP, implementada em MATLAB.

A heurística GRASP proposta para a variante do MCP em estudo é ilustrada no Quadro 1.

Quadro 1 – Heurística GRASP para a variante do MCP.

```
Parâmetros: α, num_iter, num_sol
enquanto i ≤ num_iter faça
      Fase de construção
      Algoritmo de melhoria
      Atualiza melhor solução encontrada
      i ← i +1
fim-do-enquanto
```

Para a fase de construção, a heurística clássica de Chvátal, procedimento para o *Set Covering Problem*, foi adaptada ao MCP. Para a fase de busca local, foi adaptado o algoritmo de melhoria de Beasley e Chu (1998) para o SPP.

Para a calibração do parâmetro α, as seguintes estratégias foram utilizadas: (i) uso de valor fixo; (ii) uso de valor escolhido aleatoriamente em uma distribuição uniforme; (iii) uso de valor escolhido aleatoriamente em uma distribuição empírica; e (iv) estratégia reativa (Prais e Ribeiro, 2000). Após diversos experimentos, verificou-se que a abordagem reativa apresentou os melhores resultados.

A estratégia reativa consiste em escolher o valor de α de acordo com uma distribuição de probabilidades atualizada dinamicamente de forma seletiva. Valores de α que levem a melhores soluções terão uma maior probabilidade de serem escolhidos ao longo das iterações GRASP.

Com base nos experimentos realizados para valores fixos de α, adotou-se uma abordagem reativa, com uma lista $\Psi = \{0.8, 0.9, 1\}$ e φ=20. Desta forma, a fase de construção não ficava confinada a um valor fixo de α e não demorava excessivamente a convergir para uma distribuição de probabilidade adequada.

No que concerne ao número de iterações GRASP, este parâmetro, apesar de impactar a qualidade das soluções geradas, não é de difícil calibração. Conforme Resende e Ribeiro (2008), a melhor solução GRASP tende a melhorar com o aumento do número de iterações. Nesse sentido, deve-se gerir o *trade-off* entre qualidade da solução gerada e tempo de processamento. Nesse contexto, adotou-se um valor *num_iter* = 200.

O parâmetro *num_sol* diz respeito ao número de vezes que é executado o algoritmo de melhoria. Em outras palavras, *num_sol* representa a quantidade de soluções vizinhas pesquisadas no processo de busca local. Após experimentos, adotou-se um valor *num_sol* = *n*, pois se verificou que valores elevados de *num_sol* incorriam em maiores tempos de processamento e não traziam benefícios proporcionais a esse acréscimo de tempo.

Tendo em vista que a meta-heurística GRASP é um processo de amostragem aleatória, optou-se por rodar o algoritmo 10 vezes, para avaliar o comportamento médio do mesmo, em termos de qualidade de solução obtida e de tempo de processamento. Os experimentos foram realizados em um processador Genuine Intel 1.86 GHz com 1GB de memória RAM.

Na Tabela 2, são apresentados os resultados obtidos pelo GRASP.

Com relação ao conjunto de dados do SPP adaptados para o MCP (instâncias NWxx), pode-se observar que, para as 30 instâncias analisadas, o algoritmo GRASP conseguiu obter a solução ótima para todos os problemas (pelo menos uma vez nas 10 rodadas). Em 26 destas instâncias, o algoritmo obteve a solução ótima em todas as 10 execuções.

Com relação ao conjunto de dados do SCP adaptados para o MCP, pode-se observar que, para as 10 instâncias testadas, as quais não possuem a solução ótima determinada, em duas o algoritmo obteve o mesmo valor de zIP, em duas o algoritmo obteve resultados piores do que o de zIP e em 6 instâncias o algoritmo obteve melhores resultados do que zIP.

Tabela 2: Características das instâncias e resultados do *solver* – instâncias adaptadas do SPP e SCP.

1. instância	**2. n**	**3. m**	**4. *d***	**5. ρ(%)**	**6. zLP**	**7. tzLP(s)**	**8. zIP**	**9. tzIP(s)**	**10. # de nós (B&B)**
NW41	17	197	4	22,10	0	0	0	0	0
NW32	19	197	4	24,30	0,8	0	1	0	7
NW40	19	404	4	26,95	0	0	0	0	0
NW08	24	434	5	22,39	3	0	3	0	0
NW15	31	467	7	19,55	0	0	0	1	0
NW21	25	577	5	24,89	0	0	0	1	1
NW22	23	619	5	23,87	0	0	0	0	0
NW12	27	626	6	20,00	5	0	5	1	0
NW39	25	677	5	26,55	0	0	0	1	1
NW20	22	685	5	24,70	0	0	0	1	0
NW23	19	711	4	24,80	2	0	2	1	0
NW37	19	770	4	25,83	0	0	0	1	0
NW26	23	771	5	23,77	0	1	0	0	0
NW10	24	853	5	21,18	5	1	5	0	0
NW34	20	899	4	28,06	0	0	0	0	0
NW43	18	1072	4	25,18	0,4	1	1	0	0
NW42	23	1079	5	26,33	0	0	0	0	0
NW28	18	1210	4	39,27	0	0	0	1	0
NW25	20	1217	4	30,16	0	0	0	0	0
NW38	23	1220	5	32,33	0	1	0	0	0
NW27	22	1355	5	31,55	0	1	0	0	0
NW24	19	1366	4	33,20	0	0	0	1	0
NW35	23	1709	5	26,70	0	0	0	1	0
NW36	20	1783	4	36,90	0	0	0	0	0
NW29	18	2540	4	31,04	0	0	0	1	0
NW30	26	2653	6	29,63	0	1	0	0	0
NW31	26	2662	6	28,86	0	0	0	0	0
NW19	40	2879	8	21,88	0	0	0	1	0
NW33	23	3068	5	30,76	0	0	0	1	0
NW09	40	3103	8	16,20	3	0	3	1	0
NW07	36	5172	8	22,12	0	1	0	1	0
4.1	200	1000	40	2,04	0	1	24	3600	91775
4.2	200	1000	40	2,03	0	0	23	3600	77610
4.3	200	1000	40	2,03	0	1	23	3600	78110
4.4	200	1000	40	2,04	0	0	24	3600	72709
4.5	200	1000	40	2,00	0	1	23	3600	64236
4.6	200	1000	40	2,07	0	0	22	3600	83140
4.7	200	1000	40	1,99	0	1	22	3600	61229
4.8	200	1000	40	2,05	0	0	18	3600	87629
4.9	200	1000	40	2,01	0	0	23	3600	75649
4.10	200	1000	40	1,98	0	0	21	3600	75972

A seguir, na Tabela 3, são apresentadas as soluções obtidas pela heurística GRASP, bem como sua performance computacional, expressa em termos de tempo de processamento.

Tabela 3: Resultados obtidos pela heurística GRASP proposta.

Instância	Solução GRASP			Tempos de processamento (s)		
	média	pior	melhor	média	pior	melhor
NW41	0	0	0	0,1	0,3	0
NW32	1	1	1	0,1	0,3	0
NW40	0	0	0	0,1	0,2	0
NW08	3,8	4	3	20,3	25,8	0,1
NW15	0	0	0	6,3	17,6	0
NW21	0,3	1	0	9,9	19	3,7
NW22	0	0	0	0,1	0,4	0
NW12	5	5	5	0,1	0,5	0
NW39	0	0	0	1,1	2,6	0,3
NW20	0	0	0	0,2	0,4	0
NW23	3,2	4	2	11,7	16	0
NW37	0	0	0	0,7	1,5	0
NW26	0	0	0	0,1	0,4	0
NW10	5,9	6	5	39	46,7	23,6
NW34	0	0	0	1,5	4,9	0
NW43	1	1	1	1,4	3	0,4
NW42	0	0	0	0,3	0,9	0
NW28	0	0	0	0,7	1,9	0
NW25	0	0	0	0,7	2,2	0
NW38	0	0	0	5	8,1	2,9
NW27	0	0	0	0,6	1,6	0
NW24	0	0	0	8,7	30,6	0,4
NW35	0	0	0	8,4	21,3	0,1
NW36	0	0	0	4,8	11,9	0,1
NW29	0	0	0	4,8	13,5	0,2
NW30	0	0	0	0,7	5,7	0,2
NW31	0	0	0	25,9	69,4	0,2
NW19	0	0	0	9	28,9	0,3
NW33	0	0	0	0,2	0,3	0,2
NW07	0	0	0	97,8	282,6	0,7
4.1	24,2	26	22	601,3	628	586,1
4.2	22,6	23	20	634,9	748,5	579,2
4.3	23,6	24	23	623,8	668,4	583
4.4	23,2	25	23	653,4	676,3	612,1
4.5	22,6	24	21	618,3	658,2	586,7
4.6	24,5	26	21	599,7	615,9	585,1
4.7	23,5	25	22	585,6	627,3	567,3
4.8	23,7	26	22	608,2	675,6	589,6
4.9	25	27	21	597,7	644	578,1
4.10	26	28	24	612	638,4	575,3

Tais resultados apontam para a eficácia da abordagem proposta, em termos de conseguir obter soluções de qualidade para conjuntos de dados com diferentes características (quantidades de linhas e colunas, densidades, número máximo de colunas).

Nos testes realizados nas instâncias adaptadas do SPP, em 14 dos 30 conjuntos de dados observou-se que o GRASP obteve um tempo de processamento médio inferior a 1 segundo. Nos testes efetuados com as instâncias adaptadas do SCP, o GRASP utilizou um tempo de processamento cerca de 6 vezes menor do que o método exato, e, ainda assim, conseguiu obter melhores soluções.

5. Conclusões

Neste trabalho foram apresentadas novas formulações para o escalonamento integrado de veículos e de tripulações em sistemas de transporte público, baseado em modelos de máxima cobertura (*Maximum Covering Problem* – MCP). Tanto quanto é do conhecimento dos autores, não existe nenhum outro trabalho que reporte uma formulação para o *Vehicle and Crew Scheduling Problem* baseada no MCP.

Por outro lado, procurando obter-se um procedimento eficiente e flexível para resolver o problema, desenvolveu-se uma abordagem meta-heurística do tipo GRASP, cujo desempenho, nos experimentos realizados, foi muito bom, visto que foi obtido um *gap* médio de 0,6%, para as 40 instâncias analisadas.

Para o caso do VCSP sem *changeovers*, nas 10 instâncias analisadas, pode-se constatar que o tempo computacional médio requerido pelo B&B, para a obtenção da solução ótima, é de apenas 4 segundos. Deste modo, a nova formulação proposta representa um ganho do ponto de vista prático, pois pode subsidiar o planejamento operacional em empresas de transporte público.

De fato, os resultados obtidos, embora de caráter preliminar, são de elevada qualidade, demonstrando a eficácia das abordagens propostas, bem como suas potencialidades de aplicação em outros problemas reais.

Este artigo reporta apenas uma parte de um projeto de pesquisa mais amplo. Tendo em vista a natureza multiobjetivo de problemas de programação de veículos e tripulações em sistemas de transporte público, os autores estão desenvolvendo modelos e algoritmos que levem em consideração a natureza multicritério dos problemas reais neste domínio.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao professor Mário Ângelo Nunes de Azevedo Filho, do Departamento de Engenharia de Transportes da Universidade Federal do Ceará, bem como a Empresa de Transporte Urbano de Fortaleza – ETUFOR, pela concessão dos dados que permitiram realizar parte dos experimentos computacionais reportados no presente artigo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beasley, J. E.; Chu, P.C. (1998) Constraint handling in genetic algorithms: the set partitioning problem. *Journal of Heuristics*, vol. 11, p. 323–357.

Bunte, S.; Kliewer, (2006) *An overview on vehicle scheduling models.* In: Proceedings of the 10th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport – CASPT, Leeds.

Ceder, A. (2002) *Urban transit scheduling: framework, review and examples*. Journal of Urban Planning and Development, v. 128, p. 225 – 244.

Daduna, J. R., Paixão, J. M. P. (1995) *Vehicle Scheduling for public mass transit – an Overview*. In: Daduna, J. R.; Branco, I.; Paixão, J. M. P. (Eds.) Computer-Aided Transit Scheduling. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, vol. 430, p. 76–90.

Dias, M. T. G. (1995) *Aplicação de algoritmos genéticos ao problema da geração de serviços de tripulações.* Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto.

Freling, R., Wagelmans, A. P. M., Paixão, J. M. P. (1999) *An overview of models and techniques for integrating*. In: Wilson, N. H. M. (Ed.) Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, v. 471, p. 441–460, Springer.

Freling, R., Huisman, D., Wagelmans, A. P. M. (2003) Models and algorithms for integration of vehicle and crew scheduling. Journal of Scheduling, v. 6, p. 63 – 85.

Friberg, C., Haase, K. (1999) *An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling problem.* In: Wilson, N. H. M. (Ed.) Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, v. 471, p. 63–80, Springer.

Gaffi, A., Nonato, M. (1999) *An integrated approach to ex-urban crew and vehicle scheduling problem*. In: Wilson, N. H. M. (Ed.) Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, v. 471, p. 103–128, Springer.

Haase, K.; Desaulniers, G.; Desrosiers, J. (2001) *Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems.* Transportation Science, vol. 35, p. 286–303, 2001.

Huisman, D. (2004) *Integrated and dynamic vehicle and crew scheduling*. Ph.D. Thesis. Tinbergen Institute, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam.

Klabjan, D., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Gelman, E., Ramanaswamy, S. (2001) Solving large airline crew scheduling problems: random pairing generation and strong branching. *Computational Optimization and Applications*, vol. 20, p. 73–91.

Prais, M.; Ribeiro, C. C. (2000) Reactive GRASP: An application to a matrix decomposition problem in TDMA traffic assignment. *INFORMS Journal on Computing*, vol. 12, p. 164–176.

Steinzen, I. (2007) *Topics in integrated vehicle and crew scheduling in public transport.* Dr. Rer. Pol. Thesis. Universität Paderborn, Paderborn.

Steinzen, I.; Becker, M.; Suhl, L. (2007) *A hybrid evolutionary algorithm for the vehicle and crew scheduling problem in public transit*. In: 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation – CEC 2007, Singapore.

Weider, S. (2007) *Integration of vehicle and duty scheduling in public transport*. Der. Rer. nat. Thesis. Technischen Universität Berlin, Berlin.

Wren, A., Rosseau, J. M. (1995) *Bus Driver Scheduling – an Overview*. In: Daduna, J. R.; Branco, I.; Paixão, J. M. P. (Eds.) Computer-aided Transit Scheduling. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, vol. 430, p. 173–183.