

**Apiano Ferreira de Moraes Neto**

**Chaveamento de Pulsos Ultracurtos em Grades  
de Bragg Não-Lineares de Fibras Ópticas**

**Um estudo analítico–numérico**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Física da Matéria Condensada do Departamento de Física da UFC

Orientador: Prof. Antônio Sérgio Bezerra Sombra

Fortaleza  
Junho de 2006

**Apiano Ferreira de Moraes Neto**

**Chaveamento de Pulsos Ultracurtos em Grades  
de Bragg Não-Lineares de Fibras Ópticas**

**Um estudo analítico–numérico**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Física da Matéria Condensada do Departamento de Física do Centro de Ciências da UFC. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Antônio Sérgio Bezerra Sombra**

Orientador

Departamento de Física — UFC

**Prof. Artur da Silva Gouveia Neto**

Departamento de Física – UFRPE

**Prof. Márcio Gomes da Silva**

Departamento de Física – UVA

**Prof. Raimundo Nogueira da Costa Filho**

Departamento de Física – UFC

Fortaleza, 12 de Junho de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Apiano Ferreira de Moraes Neto**

Obteve o grau de Bacharel em Física pela Universidade Federal do Ceará, em 2004. Em Janeiro de 2005, ingressou como Professor Substituto no Departamento de Física da UFC, onde lecionou várias disciplinas ligadas à teoria do Eletromagnetismo.

Seus principais interesses são fenômenos não-lineares oriundos de sistemas físicos; tais como a dinâmica de populações interagentes, dispositivos de fibras ópticas não-lineares, propagação de sólitons em meios não-lineares, bistabilidade de sistemas físicos.

#### Ficha Catalográfica

de Moraes Neto, A. F.

Chaveamento de Pulsos Ultracurtos em Grades de Bragg Não-Lineares de Fibras Ópticas / Apiano Ferreira de Moraes Neto; orientador: Antônio Sérgio Bezerra Sombra. — Fortaleza : UFC, Departamento de Física, 2006.

v., 98 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Departamento de Física.

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Tese. 2. Grade de Bragg. 3. Bistabilidade Óptica. 4. Chaveamento Não-linear. 5. Óptica Não-Linear. 6. Pulsos Ultracurtos. 7. Modulação da Não-linearidade. I. Sombra, A. S. B.. II. Universidade Federal do Ceará. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 530

## Agradecimentos

Ao orientador professor Antônio Sérgio Bezerra Sombra, que contribuiu de forma decisiva para a minha formação de físico e pesquisador.

À minha mãe e à minha namorada, Anaxianne Vieira, pela paciência e compreensão nas seguidas noites de ausência em detrimento da pesquisa aqui realizada.

A todos os professores do Departamento de Física que contribuíram pra minha formação; em especial, aos professores Alexandre Diehl, Ilde Guedes e Renan L. de Carvalho, pelo incentivo, companheirismo e exemplo; aos professores Josué M. Filho e Raimundo C. Filho, pelos ensinamentos da profissão e apoio incondicional; a todos os estudantes do Departamento; aos professores Evangelista, Júlio Auto, Nilton Teóphilo, Carlos Alberto, Alejandro Ayala, Válder Freire, Paulo de Tarso, Erivan, Marcos Antônio e Ramos, pelo brilhante profissionalismo. Ao professor Júlio Auto, pela paciência nas discussões e esclarecimentos sobre todos os tópicos dos fundamentos da Física.

A quase todos os colegas do Laboratório de Telecomunicações e Ciência e Engenharia de Materiais, LOCEM, exceto àqueles infelizes que desligavam a estação de trabalho durante a execução de programas. Em especial: ao Ms. Emerson Ferreira, Dr. José Luiz Lima, Dr. Márcio Gomes, Ms. Agliberto, Ms. Claus Wehmann, Ms. Clausson, Ms. Wally, Ms. Wilton, José Silva, Alisson, Antônio Filho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Física, PPGF, pela oportunidade da realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos colegas e ex-colegas do PPGF pelas discussões, companheirismo e apoio durante o curso. Em especial, Roberto Sena, Marcelo Zimmer, Elton dos Santos, Bruno Abagaro, Mairton, Ms. Makarius Tahin, Ms. Geová, Clenilton, Ms. Bartolomeu Viana, Ivan *Brother*, Ana Tereza, Paschoal, José *Nightpower* Junior, Roner.

Aos colegas do curso de Bacharelado em Física, Nuno Crokidakis, Glendo Freitas, César *Soft*, Felipe *Ciocias*, Sérgio Gomes, Sérgio Bezerra, Ciro *Zimmer*, Denise Cavalcante, Viviane Mesquita, Ideolinda Amazonas, Antônio Márcio *Ney*, Lena Castro.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq), pela provisão da bolsa de mestrado, sem a qual teria sido impossível a realização deste trabalho.

À CAPES, pela disponibilização dos periódicos em <http://www.capes.gov.br>.

Agradeço, por último, a oportunidade de ter sido professor substituto neste departamento, tendo a alegria de ser colega de profissão dos professores que, sinceramente, tanto admiro.

## Resumo

de Moraes Neto, A. F.; Sombra, A. S. B.. **Chaveamento de Pulsos Ultracurtos em Grades de Bragg Não-Lineares de Fibras Ópticas**. Fortaleza, 2006. 98p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará.

Grades de Bragg não-lineares têm sido consideradas desde o final do século passado para aplicações em sistemas de comunicações ópticas e sensoria-mento. O estudo de pulsos ultra-curtos em grades de Bragg lineares, en-tretanto, só tem sido considerado nos últimos anos, devido ao desenvolvi-mento de técnicas numéricas específicas para se resolver o problema. Neste trabalho, foi realizado um estudo analítico-numérico das características de transmissão e reflexão das grades de Bragg não-lineares. Pela primeira vez, foram consideradas variações periódicas da não-linearidade no dispositivo operando no regime de onda contínua, levando a uma nova classe de grades não-uniformes. Características dos estados bi- e multi-estáveis foram ex-tensamente investigados nas grades de Bragg não-lineares. Também, pela primeira vez, foi realizado o estudo numérico de pulsos ultracurtos ( $\sim 1$  ps) incidindo em grades não-lineares. O enfoque foi dado para a dependência da intensidade de um pulso ultracurto ao passar por tal grade. Foram es-tudadas, ainda, as dependências na forma temporal da profundidade de modulação da grade e do índice não-linear. Grades apodizadas foram con-sideradas, já que estas são de importância fundamental nos sistemas de comunicações modernos.

## Palavras-chave

Grade de Bragg. Bistabilidade Óptica. Chaveamento Não-linear. Óptica Não-Linear. Pulsos Ultracurtos. Modulação da Não-linearidade.

## Abstract

de Moraes Neto, A. F.; Sombra, A. S. B.. **Ultrashort Pulse Switching through Nonlinear Fiber Bragg Gratings**. Fortaleza, 2006. 98p. MSc Thesis — Physics Department, Federal University of Ceará.

Nonlinear fiber Bragg gratings has been considered since the end of last century for applications in optical communications and sensor techniques. The investigation of ultrashort pulses in linear Bragg gratings, however has been considered in the last few years due the development of specific numerical techniques to solve this problem. In the present work an analytical and numerical study of the reflection and transmission characteristics of nonlinear Bragg gratings was done. For the first time, it has been considered periodic variations of the nonlinearity in that devices operating in the continuous wave regime, leading to a new class of nonuniform gratings. It was extensively investigated the bi- and multistable characteristics in these nonlinear fiber Bragg gratings. Also, for the first time, the numerical study of ultrashort pulses ( $\sim 1$  ps) incident in nonlinear gratings was done. The focus was the input pulse intensity dependence on that gratings. Also, the dependences in the time shapes of grating index modulation depth and nonlinear index were studied. Apodized gratings were considered since they are of fundamental importance in modern communications systems.

## Keywords

Bragg Grating. Optical Bistability. Nonlinear Switching. Nonlinear Optics. Ultrashort Pulse. Modulation of Nonlinearity.

# Sumário

1	Introdução	<b>13</b>
1.1	Contexto	13
1.2	Perspectiva Histórica	15
1.3	Materiais	16
1.4	Índice de Refração do Vidro	17
1.5	Foto-sensitividade em Fibras Ópticas	20
2	Propagação de Ondas em Fibras Ópticas	<b>22</b>
2.1	Ondas Eletromagnéticas	22
2.2	Teoria de Modo Acoplado	24
2.3	Acoplamento de Modos Guiados Contrapropagantes	28
3	Operando em Onda Contínua	<b>32</b>
3.1	Características	33
3.2	Grades Lineares	35
3.3	Grades Não-Lineares	42
3.4	Procedimentos Numéricos	52
3.5	Aplicações	56
4	Transmissão e Reflexão de Pulsos Ultracurtos	<b>58</b>
4.1	Introdução	58
4.2	Grades Lineares	62
4.3	Grades Não-Lineares	67
4.4	Procedimento Numérico	75
4.5	Aplicações	76
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	<b>77</b>
5.1	Conclusões	77
5.2	Perspectivas	78
	Referências Bibliográficas	<b>79</b>
A	Óptica Básica	<b>83</b>
A.1	Resposta Dielétrica Linear	83
A.2	Aproximação de Envelope Variando Lentamente	87
B	Efeitos Não-lineares Estudados	<b>91</b>
B.1	Auto-Modulação de Fase	91
B.2	Modulação Cruzada de Fase	92
C	Métodos Aproximativos	<b>94</b>
D	Figuras Adicionais	<b>96</b>
E	Publicações	<b>97</b>

## Lista de figuras

- 1.1 Representação esquemática de uma grade de Bragg inscrita no *core* de uma fibra óptica. 18
- 1.2 Índice de refração  $n$  e índice de grupo  $N$  da sílica pura e  $\text{GeO}_2$  a  $20^\circ\text{C}$ . 19
- 2.1 Representação esquemática do índice de refração de quatro grades de Bragg diferentes. (a) Refletor de Bragg comum: modulação periódica do índice linear, (b) Grade de Bragg apodizada, (c) Grade de Bragg com modulação dos índices linear e não-linear e (d) grade apodizada com modulação dos índices linear e não-linear. 30
- 3.1 (a) Intensidades dos campos dentro de uma grade linear com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$  na condição de casamento de fase e (b) respostas de reflexão de duas grades com acoplamentos diferentes.  $L = 1$  cm. 37
- 3.2 Respostas de reflexão para alguns perfis de apodização com (a) acoplamento normal ( $\kappa_0 = 5 \times 10^{-5}$ ) e (b) forte ( $\kappa_0 = 15 \times 10^{-5}$ ).  $L = 1$  cm,  $\lambda_0 = 1550$  nm. 41
- 3.3 (a) Curvas teóricas de intensidades transmitidas para diferentes intensidades de entrada numa grade de Bragg não-linear e (b) definição dos estados de bistabilidade para determinado descasamento de fase  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ . 42
- 3.4 (a) Curvas de potência para uma grade não-linear forte com o surgimento de multiestabilidade óptica para determinados descasamentos de fase e (b) a característica de reflexão desta grade não-linear nos dois estados estáveis mais distantes na curva de potência.  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ . 44
- 3.5 Respostas de reflexão de diversas grades não-lineares para uma entrada de 2. (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ . 45
- 3.6 Curvas de potência para diversas grades não-lineares apodizadas.  $\kappa L^* = 4$ ,  $\gamma L^* = 4/3$ ,  $\delta\beta L^* = -2$ . 46
- 3.7 Respostas de reflexão de grandes não-lineares moduladas para alguns valores de  $A$ . (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm,  $\varphi = 0$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$  47
- 3.8 Variação das características de chaveamento em função do número de onda da modulação da não-linearidade  $N$  para alguns valores de  $A$  com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $\varphi = 0$ . (a) Intensidade crítica do estado  $\uparrow$  e (b) delta das intensidades críticas  $\delta I_{\uparrow}$ . 48
- 3.9 Características de chaveamento em função do número de onda da modulação da não-linearidade  $N$  para alguns valores de  $\varphi$ . (a) Intensidade crítica do estado  $\uparrow$ , (b) Intensidade crítica no estado  $\downarrow$ , (c) delta das intensidades críticas  $\delta I_{\uparrow}$  e (d) curvas de potência para alguns valores de  $N$  com  $\varphi = 0$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$  49

- 3.10 Características de chaveamento em função da fase de modulação não-linear para três valores de  $N$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ . 50
- 3.11 Respostas de reflexão de duas grades não-lineares moduladas com uma diferença de fase  $\varphi = \pi$  para um sinal de entrada CW de  $I = 2$ . (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $N = 1$ . 51
- 3.12 Respostas de reflexão de quatro grades não-lineares com apodização gaussiana para um sinal de entrada CW  $I = 2$ .  $\kappa_{max} = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $N = 2$ ,  $A = 0.2$ . 52
- 3.13 Esquema do procedimento numérico para a coleção das intensidades de saída  $T_{in}$  para uma entrada incidente  $I_{in}$  a partir das curvas de potência. 55
- 3.14 Aplicações de um refletor de Bragg num esquema de interferômetro Fabry-Perot e como componente num interferômetro tipo Michelson. 56
- 3.15 Representação esquemática dos sinais atuando num filtro não-linear dependente da direção de propagação feito com grades de Bragg. 57
- 4.1 Largura espectral das grades de Bragg típicas e de um pulso Gaussiano de 1 ps centrado na frequência de ressonância das grades. 59
- 4.2 Intensidades refletidas e transmitidas de um pulso gaussiano ultracurto de 1 ps por (a) (b) uma grade fraca  $\kappa = 1.5 \times 10^{-5}$ , (c) (d) por uma grade de  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ , (e) (f) por uma grade forte  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$  e (g) (h) por uma grade muito forte  $\kappa = 50 \times 10^{-5}$ . 63
- 4.3 Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 1.5 \times 10^{-5}$ . 64
- 4.4 Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 5 \times 10^{-5}$ . 65
- 4.5 Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 15 \times 10^{-5}$ . 66
- 4.6 Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 50 \times 10^{-5}$ . 68
- 4.7 Pulsos refletidos e transmitidos após encontrar uma grade não-linear forte. Pulsos refletidos para entrada (a)  $I = 1$  e (c)  $I = 4$ . Pulsos transmitidos para entrada (b)  $I = 1$  e (d)  $I = 4$ .  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm. 69
- 4.8 Pulsos (a) refletidos e (b) transmitidos em ambos estados de bistabilidade numa grade não-linear devido a uma entrada de um pulso Gaussiano de 1 ps e intensidade  $I = 1$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm. 70
- 4.9 Intensidades refletidas por uma grade não-linear com  $\gamma = 3.5 \times 10^{-5}$  devido a um pulso de entrada ultracurto gaussiano de 1 ps e intensidade unitária.  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm. (a) estado  $\uparrow$  e (b) estado  $\downarrow$ . 71

4.10	Intensidades (a) refletidas e (b) transmitidas por uma grade não-linear apodizada com uma máscara gaussiana de 0.5 cm de largura e de constante de modulação máxima $\kappa_{max} = 5 \times 10^{-5}$ para uma entrada de um pulso gaussiano de 1 ps de largura e intensidade $I = 1$ . $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ .	72
4.11	Intensidades refletidas e transmitidas em uma grade não-linear com acoplamento $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ , $\gamma = 5 \times 10^{-6}$ para pulsos gaussianos de entrada com intensidades (a) (b) $I = 1$ , (c) (d) $I = 2.25$ e (e) (f) $I = 4$ .	74
4.12	Respostas de reflexão de duas grades não-lineares distintas para um pulso gaussiano de intensidade de entrada $I = 1$ e largura 1 ps. $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ . (a) estado $\uparrow$ e (b) estado $\downarrow$ .	75
A.1	Um esquema 3D de uma rede cristalina regular com um campo elétrico aplicado na região tracejada.	85
A.2	Eixos de propagação, $x$ , $y$ e $z$ no sistema de eixos principal 1, 2 e 3.	89
D.1	Respostas de transmissão teóricas calculadas para algumas grades com perfil de não-linearidade para diferentes valores de intensidade de entrada. (a) sem perfil, (e) perfil linear, (c) perfil senoidal e (d) perfil senoidal ao quadrado.	96
E.1	<i>Periodic Modulation of Nonlinearity in a fiber Bragg Grating: A numerical investigation.</i> - Página 1.	98

## Lista de tabelas

- 3.1 Propriedades das características de reflexão de algumas grades lineares apodizadas todas com largura da função de apodização de  $L^*/2$  e pico de apodização  $\kappa_0 L^* = 2/\kappa_0 L^* = 6$ . 40

*A luz é a claridade, é o Sol, são as estrelas;  
mas a penumbra também é luz. O olho que vê  
apenas a luz mais intensa, não poderá fazer  
com que a luz que não vê, deixe de ser luz.*

**Sidarta Gautama, *Dharma*.**

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto

Fibras ópticas têm revolucionado as telecomunicações e as técnicas de sensoriamento desde a década de 1960, sendo, hoje, sinônimo de tecnologia de ponta. O motivo para tamanha revolução advém da baixa perda na transmissão da luz e alto limite para o dano na operação, possibilitando transmissão da luz por distâncias maiores. A inserção de efeitos não-lineares fracos ( $\gamma \sim 10^{-6}/\text{W.m}$ ) nas fibras ópticas, junto dos efeitos dispersivos já presentes em tais materiais, permitiu o surgimento de sólitons<sup>1</sup> ópticos, possibilitando a realização de comunicação de alta taxa de transmissão de informação a longas distâncias. O próximo passo é desenvolver sistemas de alta velocidade e segurança para uso em serviços integrados: internet, transações bancárias, compras, entretenimento e telecomunicações via vídeo.

Uma vez que os sistemas de comunicações ópticas tinham se tornado uma realidade, fez-se necessário o desenvolvimento de dispositivos a serem utilizados nestes sistemas: filtros, chaves, portas lógicas, conversores analógico-digitais, regeneradores, amplificadores, acopladores, etc. Dispositivos opto-eletrônicos foram desenvolvidos para atender a estes fins. Mas, devido à grande perda de luz por inserção, alto custo econômico, difícil portabilidade e estabilização de tais equipamentos, dispositivos totalmente ópticos estão sendo desenvolvidos para estes fins. Dispositivos que acoplam luz para dentro e para fora da fibra aumentam significativamente o número de componentes totalmente de fibras de alta qualidade, tornando os sistemas mais simples e práticos conceitualmente. O maior sucesso das comunicações ópticas, hoje em dia, são os *lasers*<sup>2</sup> e amplificadores de fibras ópticas e o acoplador fundido. A baixa perda destes componentes e sua compatibilidade com estruturas de guia de onda integrados

<sup>1</sup>Um sóliton é um quantum de energia que pode se propagar como uma onda em sistemas não-lineares e não é precedido nem seguido por perturbações; não obedece ao princípio de superposição clássico e não dispersa. Em fibras ópticas, um sóliton pode ser obtido quando há o casamento entre os efeitos não-lineares e dispersivos.

<sup>2</sup>Assincrônimo do Inglês: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation. Amplificação da luz por emissão estimulada de radiação.

ópticamente têm feito destes indispensáveis para o desenvolvimento continuado de sistemas ópticos como um todo.

Com a descoberta da foto-sensitividade em fibras ópticas, uma nova classe de componentes de fibra tem sido desenvolvida. Chamados de grades de Bragg de fibra (FBG<sup>3</sup>), este dispositivo pode servir a vários propósitos em sistemas de comunicações ópticas, principalmente em sistemas multiplexados por divisão de comprimento de onda (WDM<sup>4</sup>), como refletor, filtro e chave não-linear de uma maneira altamente eficiente e de baixa perda. O dispositivo é comparativamente simples e, na sua forma mais básica, consiste de uma modulação periódica do índice de refração ao longo do *core*<sup>5</sup> da fibra, (figura 1.1). Devido à natureza da fibra óptica, o dispositivo não interfere eletromagneticamente, tem baixa perda por transmissão, pouco massivo e isolamento elétrico. Grades de fibra escritas com radiação ultravioleta (UV) são relativamente fáceis de serem fabricadas;

Uma grade de Bragg de fibra convencional possui espaçamento físico que é da metade do comprimento de onda da luz propagando no guia de onda. Quando há casamento de fase entre a grade e a luz incidente, a luz refletida é coerente. A reflectividade aproxima-se de 100 % com a largura de banda da grade ( $\Delta\lambda$ ) mudada de 0,1 nm para exceder 100 nm. Estas características fazem das grades de Bragg ajustáveis para telecomunicações, onde são usadas para refletir, filtrar ou dispersar luz. *Lasers* de fibra capazes de produzir luz nas janelas de telecomunicações utilizam grades de Bragg tanto como espelho de alta reflectividade no fim do laser como também acoplador de saída na cavidade do *laser*, sendo uma fonte eficiente e inerentemente estável. Todavia, a habilidade das grades com periodicidade não-uniforme para comprimir ou expandir pulsos é particularmente importante para sistemas de comunicações de longa distância de alta taxa de bits. Além do mais, grades de Bragg suprem a demanda de WDM denso, o que requer componentes seletivos de comprimento de onda de banda estreita, oferecendo alta taxa de extinção entre os canais de informação. Existem inúmeras aplicações para filtros de fibra óptica de baixa perda, incluindo supressão de ruído em sistemas amplificados, reciclagem de bombeio em amplificadores de fibra e controle de pulso solitônico. As propriedades seletivas de comprimento de onda das grades têm sido usadas para gerar atrasos de tempo em sistemas de antenas de micro-ondas.

FBG são capazes de acoplar luz de um modo propagante para outro modo que tem uma constante de propagação que casa com a periodicidade da FBG. Isto pode resultar num acoplamento entre os modos propagante e contra-

<sup>3</sup>Assincronismo do Inglês: Fiber Bragg Grating.

<sup>4</sup>Assincronismo do Inglês: Wavelength-Division-Multiplexing.

<sup>5</sup>Etimologia: do Italiano, coração, núcleo. Parte mais interna da fibra.

propagante do *core*, ou entre os modos fundamentais do *core* e da casca, ou modos de radiação. Esta propriedade pode ser empregada em amplificadores de fibra para seletivamente não acoplar comprimentos de onda indesejados, dando ganho espectral uniforme.

Os planos da grade são sujeitos a perturbações na temperatura e deformação mecânica<sup>6</sup>, o que modifica a condição de casamento de fase e deixa a reflectividade dependente do comprimento de onda. Tipicamente, em comprimentos de onda de 1550 nm, a deformação do comprimento de onda é  $\sim 1$  pm /n $\epsilon$ , com desvio no comprimento de onda de 15 pm /°C na temperatura. Então, seguindo o comprimento de onda no qual a reflexão de Bragg ocorre, pode ser relacionado à magnitude de uma perturbação externa. Esta funcionalidade se aproxima do ideal dos sensores de fibras ópticas: ter uma estrutura intrínseca *in-line* feita no *core* que oferece um mecanismo de leitura absoluto.

## 1.2

### Perspectiva Histórica

A foto-sensitividade foi primeiro observada, em fibras de sílica dopadas com germânio, por Ken Hill *et al.* em 1978 (Hill) no Communication Research Center no Canadá. Durante um experimento para estudar efeitos não-lineares numa fibra especialmente fabricada para tal, uma luz visível intensa de um *laser* de argônio ionizado de 488 nm foi lançada no *core* da fibra, interferindo com um feixe refletido de Fresnel (4 % de reflexão na extremidade da fibra) e, inicialmente, formou um padrão de intensidade de uma onda estacionária fraca. Sob uma longa exposição, um aumento na atenuação da fibra foi observado. Foi determinado que, durante a exposição, a intensidade da luz refletida de volta da fibra aumentou significativamente com o tempo. Medidas espectrais confirmaram que o aumento da reflectividade foi resultado da uma grade de índice de refração permanente, sendo foto-induzida numa fibra de um metro de comprimento, posteriormente chamadas de grades de Hill. Tais grades de  $\sim 1$  m de comprimento apresentavam largura de banda em torno de 200 MHz. Este fenômeno interessante permaneceu sob o conhecimento de um grupo restrito de pesquisadores do Canadá por aproximadamente uma década (Lam). Uma das razões era acreditar que este fenômeno só era possível em fibras especiais. Porém, a descoberta de aplicações futuras foi considerada naquela época.

Este resultado lançou um novo interesse num fenômeno de foto-refração previamente desconhecido das fibras ópticas, chamado de foto-sensitividade. Mesmo fenômenos de geração de segundo harmônico em fibras ópticas feitas de

<sup>6</sup>Deformação mecânica é a medida do deslocamento  $\delta\ell$  de uma face de um objeto sob ação de uma força em relação ao seu comprimento inicial  $\ell$ :  $\epsilon \equiv \frac{\delta\ell}{\ell}$ .

sílica dopada com germânio, um material que tem coeficiente não-linear de segunda ordem zero<sup>7</sup>, existem. A observação de outro fenômeno não-linear como soma de frequência é também curiosa (Ohmori, Fuji). Ulf Österberg e Walter Margulis (Margulis) descobriram que radiação infravermelha poderia “condicionar” uma fibra de sílica dopada com germânio depois de longa exposição tal que a radiação de segundo harmônico cresceu para aproximadamente 5 % de eficiência e foi identificada ser uma grade formada por processos não-lineares (Stolen, Farries). Stone observou que, virtualmente, qualquer fibra de sílica dopada com germânio demonstrava sensibilidade à radiação de um *laser* de argônio (Stone). Lam e Garside mostraram que a magnitude da mudança do índice de refração foto-induzido depende do quadrado da potência no comprimento de onda do argônio ionizado (488 nm) usado para escrever a grade no core da fibra (Lam). Bures *et alii* sugeriram que um processo de absorção de dois fótons era o mecanismo por trás da mudança no índice de refração (Bures). A maior descoberta veio do relato de escrita holográfica das grades usando uma absorção de único fóton em 244 nm por Meltz *et alii* (Meltz). Eles demonstraram a reflexão da grade na parte visível do espectro (571–600 nm) usando dois feixes interferindo externos à fibra. O esquema proveu o maior grau de liberdade necessário para ajustar a condição de Bragg para comprimentos maiores e mais úteis, predominantemente dependendo do ângulo entre os feixes interferentes. Este princípio foi estendido para fabricar grades de reflexão (refletores de Bragg) em 1530 nm, um comprimento de interesse para telecomunicações, também demonstrando a primeira operação de reflexão de uma grade de fibra fotosensível para um *laser* de fibra (Armitage). A mudança no índice de refração induzida por um feixe UV em fibras não tratadas era da ordem de  $10^{-4}$ . Desde então, vários desenvolvimentos têm sido feitos para aumentar a mudança do índice de refração.

### 1.3

#### Materiais

Fibras ópticas para comunicações têm evoluído das previsões antigas de menor perda na região de poucos decibéis por quilômetros para um valor final alcançado de apenas 0,2 dB/km. A razão para baixa perda óptica são várias propriedades fortuitas dos materiais. A banda proibida<sup>8</sup> da sílica fundida está em torno de 9 eV, enquanto as ressonâncias vibracionais no infra-

<sup>7</sup>O termo de segunda-ordem na expansão do coeficiente de não-linearidade é o responsável pelo fenômeno de geração de segundo harmônico.

<sup>8</sup>Banda proibida é um termo originário da Teoria de Bandas para a condução eletrônica e refere-se à diferença de energia entre a banda de valência e a banda de condução de determinado material. Em Inglês: Bandgap.

vermelho produzem um pico num comprimento de onda em torno de  $2 \mu\text{m}$ . O espalhamento Rayleigh é o mecanismo de perda dominante com dependência característica de  $\lambda^{-4}$  nas fibras de vidro indicando uma homogeneidade quase perfeita do material (Lines). O perfil do índice de refração de uma fibra comum é mostrado na figura 1.2. Como a região do *core* da fibra apresenta um índice de refração mais alto que a região da casca, a luz fica aprisionada no core por reflexão interna total na interface *core*-casca, nas fibras multimodo, e, pode viajar dezenas de quilômetros com pequena atenuação na região de comprimento de onda de 1550 nm. Um dos dopantes mais usados, germânio, pertence a família IV-A, como o silício e troca o átomo de silício com o tetraedro, coordenado com quatro átomos de oxigênio. Germânio puro tem um pico em torno de 185 nm (Yeun). Fora estas contribuições de materiais puros, que constituem um limite fundamental para as características de atenuação do guia de onda, podem haver perdas por absorção significantes devida a existência de impurezas. O íon  $\text{OH}^-$  tem absorções no infra-vermelho (IV) em comprimentos de onda de 1370, 950 e 725 nm, harmônicos de uma vibração de modo num comprimento de onda fundamental de 2270 nm. Estados defeituosos na banda de comprimentos de onda no visível e no ultra-violeta de 190-600 nm (Mcdonald) também contribuem para aumentar a absorção.

A presença de fósforo como  $\text{P}_2\text{O}_5$  na sílica, mesmo em quantidades pequenas ( $\sim 0,1\%$ ), reduz o ponto de fusão do vidro consideravelmente, permitindo uma fabricação mais fácil da fibra. Fósforo é também usado em fibras dopadas com elementos terra-rara tais como Yb e Er para uso como amplificadores ópticos.

## 1.4

### Índice de Refração do Vidro

O modelo elementar clássico para o índice de refração  $n$  é baseado no somatório de  $N$  osciladores eletrônicos amortecidos, podendo ser aproximado por

$$n^2 \simeq 1 + \frac{e^2 N}{m \varepsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{f_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + i \alpha_k \omega}, \quad (1-1)$$

onde  $e$  é a carga e  $m$  a massa de um elétron,  $\omega_k$  é a frequência de ressonância do  $k$ -ésimo oscilador,  $\alpha_k$  é uma constante de amortecimento do  $k$ -ésimo oscilador e  $f_k$  é a força do oscilador. Então, o índice de refração é uma quantidade complexa, na qual a parte real contribui para a velocidade de fase da luz, enquanto que o sinal da parte imaginária faz surgir perda ou ganho. Nas fibras ópticas de sílica, longe da região de ressonância de comprimento de onda UV, que contribui para o índice de refração de fundo, a perda é desprezível nos

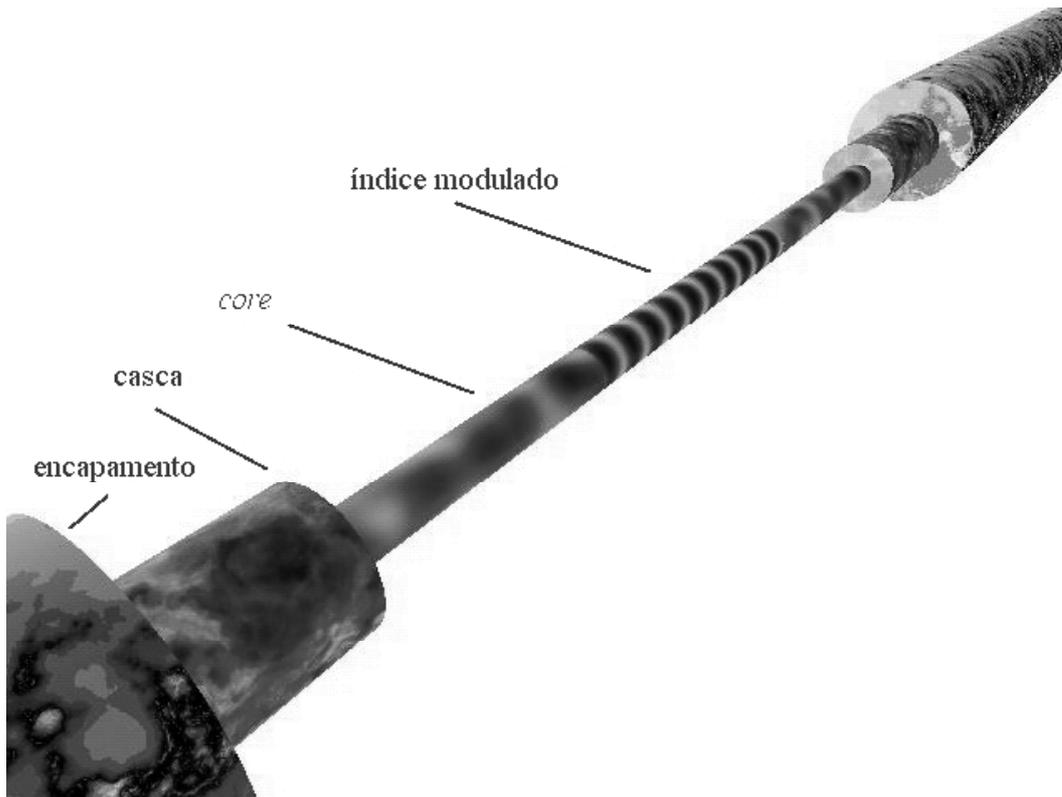


Figura 1.1: Representação esquemática de uma grade de Bragg inscrita no *core* de uma fibra óptica.

comprimentos de onda usados em telecomunicações. Todavia, a presença de defeitos ou íons de elementos terra rara<sup>9</sup> podem aumentar a absorção, mesmo nas janelas de transmissão de 1310 nm à 1600 nm em fibras ópticas de sílica.

A constante  $\alpha_k$  pode ser ignorada em fibras ópticas de baixa perda na banda de transmissão de telecomunicações, tal que a parte real do índice de refração torna-se:

$$n^2 = 1 + \sum_k \frac{A_k \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_k^2}. \quad (1-2)$$

Com  $k = 3$ , chega-se a expressão bem conhecida de Sellmier para o índice de refração, e para a sílica ( $\text{GeO}_2$ ), os  $\lambda_k$  são as ressonâncias eletrônicas em 68,4043 nm (69,0) e 116,2414 nm (154,0), e a vibração da rede em 9896,1610 nm (11841,9). As amplitudes  $A_k$  são encontrados experimentalmente 696,1663 nm (806,9), 407,9426 nm (718,2), e 897,4794 nm (854,2) (Maliston, Fleming), onde os dados em parênteses referem-se a  $\text{GeO}_2$ . O índice de grupo  $N$  é definido

<sup>9</sup>Elementos Terra Rara (mais conhecidos como lantanídeos) formam um grupo de 14 elementos similares com números atômicos na faixa de 58 a 71. Quando estes elementos são dopados nas fibras de sílica ou vidro, eles tornam-se triplamente ionizados pela remoção de dois elétrons da camada mais externa 6s e um elétron da camada interna 4f. As propriedades ópticas de tais dopantes são determinadas pela camada 4f parcialmente preenchida e não são, relativamente, influenciadas pelo host, por causa da blindagem das camadas externas 5s e 5p.

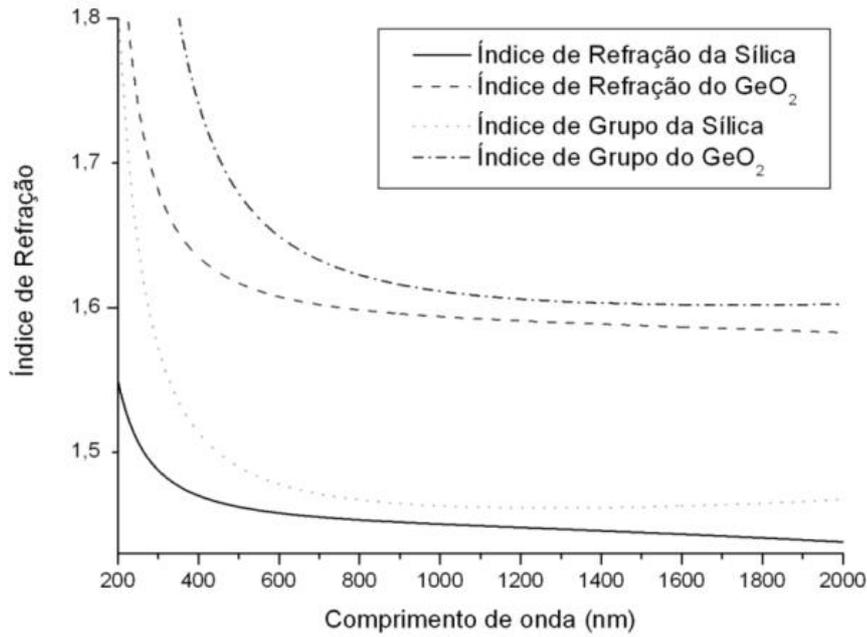


Figura 1.2: Índice de refração  $n$  e índice de grupo  $N$  da sílica pura e  $\text{GeO}_2$  a  $20^\circ\text{C}$ .

como

$$N = n - \lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda}, \quad (1-3)$$

o qual determina a velocidade com que o pulso viaja na fibra óptica. Estas quantidades são plotadas na figura 1.2, calculadas a partir das equações (1-2) e (1-3) para a sílica pura e do  $\text{GeO}_2$ . O índice de refração para a sílica pura em  $1550 \text{ nm}$  a  $20^\circ\text{C}$  é  $1,44402$  e para o  $\text{GeO}_2$  é  $1,58713$ . O valor do índice de refração da sílica dopada com germânio pode ser encontrado fazendo uma interpolação dos dados das concentrações molares de ambos os materiais. Embora esse cálculo simples das concentrações molares possa ser aplicado no estado de equilíbrio em amostras do material bruto, as concentrações podem ser modificados pelos processos de fabricação da fibra.

A mudança no índice de refração da fibra num comprimento de onda  $\lambda$  pode ser calculado das mudanças observadas no espectro de absorção no ultravioleta usando a conhecida relação de Kramers-Kronig do modelo de cor central (Jackson, Othonos):

$$\delta n(\lambda) = \frac{1}{4\pi^2} \mathbb{P} \int_0^\infty \frac{\delta \alpha_{\text{efe}}(\lambda')}{1 - \frac{\lambda'^2}{\lambda^2}} d\lambda', \quad (1-4)$$

onde  $\mathbb{P}$  significa a parte principal da integral e  $\delta \alpha_{\text{efe}}(\lambda)$  é a mudança efetiva no coeficiente de absorção do defeito, dado por

$$\delta\alpha_{\text{efe}}(\lambda) = \frac{1}{L} \int_0^L \delta\alpha(\lambda, z) dz, \quad (1-5)$$

onde  $L$  é o comprimento da amostra e  $\delta\alpha$  é a mudança na absorção medida. Então uma fonte de mudança de absorção fotoinduzida irá mudar o índice de refração no comprimento de onda  $\lambda$ . Radiação por um *laser* de 248 nm em intensidades abaixo do limite de quebra tem sido mostrado induzir reversibilidade termica, compactação linear na sílica amorfa, resultando em mudanças no índice de refração (Fiori).

O índice de refração do vidro depende da densidade do material, tal que a mudança no volume através de relaxação termicamente induzida o vidro irá acarretar uma mudança  $\delta n$  no índice de refração  $n$  como

$$\frac{\delta n}{n} \approx \frac{\delta V}{V} \approx \frac{3}{2} n \varepsilon, \quad (1-6)$$

onde a mudança volumétrica  $\delta V$  como um fração é proporcional

A origem precisa da fotosensitividade e a acompanhada mudança no índice de refração ainda não são completamente compreendidos. Nenhum modelo simples pode explicar todos os resultados experimentais, uma vez que existem muitos efeitos microscópicos atuando simultaneamente para gerar este fenômeno. Vários modelos têm sido estudados atualmente para explicar a fotosensitividade (Othonos).

## 1.5

### Foto-sensitividade em Fibras Ópticas

Foto-sensitividade em fibras ópticas refere-se à mudança permanente no índice de refração do *core* da fibra quando exposto a luz com intensidade e comprimento de onda característicos dependentes do material do *core*. Fenômeno este que não deve ser confundido com a foto-refratividade que é o aparecimento da não-linearidade de segunda ordem pela qual radiação luminosa pode mudar o índice de refração pela criação de um campo elétrico interno; isto ocorre em alguns materiais cristalinos. Inicialmente, foto-sensitividade foi pensada ser um fenômeno apenas associado com fibras ópticas que apresentavam uma grande concentração de germânio no *core* e foto-excitadas com luz UV entre 240 e 250 nm. Muitos anos de pesquisa se seguiram, todavia, fotosensitividade tem sido observada através de foto-excitação em diferentes comprimentos de onda UV numa vasta variedade de diferentes fibras, muitas das quais não tinham germânio como único dopante e algumas nem sequer tinham germânio. Contudo, fibras ópticas dopadas de germânio ainda são um dos principais materiais para fabricação de dispositivos utilizando a fotosensitividade. Fotosensitividade em fibras ópticas e guias de onda tem enorme

importância prática e científica. Este fenômeno resultou numa nova classe de estruturas feitas de fibra, das quais as grades de Bragg de fibra são, sem dúvida, as mais importantes.

Fibras ópticas dopadas com elementos terra-rara são importantes para aplicações como *lasers* de fibra e amplificadores. É mais difícil escrever grades de Bragg nestas fibras que nas fibras padrões, uma vez que o germânio é trocado por alumínio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) para reduzir o efeito de extinção e prolongar a vida útil da fibra. A falta do germânio reduz a fotosensitividade das fibras ópticas. Grades podem ser feitas, mas a mudança no índice de refração permanece fraca ( $< 10^{-4}$ ) em todos os casos com irradiação de 240 nm, exceto em cargas de hidrogênio Al/Ce ou Al/Tb. É sabido que o hidrogênio pode aumentar as variações no índice para  $\sim 10^{-3}$  (Lemaire).

Pelas razões apontadas acima, grades de fibras ópticas têm sido fabricadas com fibras padrão para telecomunicações. Obviamente, para cada aplicação será utilizada uma fibra que tenha melhor desempenho para tal.

## 2

### Propagação de Ondas em Fibras Ópticas

Neste capítulo será desenvolvida a Teoria do Modo-Acoplado que será usada para estudar a propagação de campos ópticos em grades de Bragg. Para o leitor interessado apenas nos resultados desta dissertação, apresentados nos capítulos 3 e 4, este capítulo pode ser omitido.

#### 2.1

##### Ondas Eletromagnéticas

Para entender o comportamento da luz que viaja por um material deve-se voltar atenção para as equações do campo eletromagnético de Maxwell-Hertz na ausência de materiais ferromagnéticos<sup>1</sup>:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{\text{livre}}, \quad \nabla \wedge \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad (2-1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \wedge \vec{H} = \partial_t \vec{D} + \vec{J}_{\text{livre}}, \quad (2-2)$$

onde  $\vec{D}$  é o vetor de deslocamento elétrico,  $\vec{B}$  é o vetor da densidade de fluxo magnético,  $\vec{E}$  é o vetor de campo elétrico,  $\vec{H}$  é vetor do campo magnético,  $\rho_{\text{livre}}$  é a densidade de carga livre no meio e  $\vec{J}_{\text{livre}}$  é o vetor da densidade de corrente livre no meio. São escritas, ainda, as relações constitutivas  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ,  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$ , onde  $\vec{P}$  é o vetor de polarização elétrica e  $\vec{M}$  é o vetor de polarização magnética. Como o meio tratado neste trabalho não possui densidade de carga livre, nem densidade de correntes livres, e ainda, a polarização magnética, também chamada de magnetização, nas fibras ópticas é nula, uma vez que as fibras não apresentam propriedades magnéticas. Assim, as equações de Maxwell-Hertz tornam-se:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad \nabla \wedge \vec{E} = -\mu_0 \partial_t \vec{H}, \quad (2-3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0, \quad \nabla \wedge \vec{H} = \epsilon_0 \partial_t \vec{E} + \partial_t \vec{P}. \quad (2-4)$$

Tomando o rotacional da segunda equação de (2-3), têm-se

<sup>1</sup>Na presença de materiais ferromagnéticos  $\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{g})$ , onde  $\vec{g}$  é uma função vetorial que varia lentamente com o espaço.

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E} = -\mu_0 \nabla \wedge \partial_t \vec{H} = -\mu_0 \partial_t (\nabla \wedge \vec{H}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{E} - \mu_0 \partial_t^2 \vec{P}. \quad (2-5)$$

Fazendo uso da relação  $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{v} = \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla^2 \vec{v}$  e da primeira equação (2-3), pode-se reescrever a equação (2-5) como

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{E} + \mu_0 \partial_t^2 \vec{P}. \quad (2-6)$$

Para uma completa descrição da propagação de ondas eletromagnéticas é necessário relacionar o campo elétrico com a polarização induzida. Em geral, o cálculo da polarização requer um tratamento via Mecânica Quântica (Mills). Embora este tratamento seja necessário quando a frequência da onda incidente encontra-se próxima da frequência de ressonância do meio, um tratamento fenomenológico semi-clássico pode ser usado para relacionar o campo elétrico e a polarização elétrica induzida em frequências longe das ressonâncias do meio.

### Guias de Onda

Os modos de uma fibra óptica podem ser descritos como o somatório das  $\ell$  amplitudes de modo guiado transversas,  $A_\mu(z)$ , ao longo dos modos de radiação contínua,  $A_\rho(z)$ , com constantes de propagação correspondentes,  $\beta_\mu$  e  $\beta_\rho$ ,

$$E_t = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{\ell} [A_\mu(z) \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - k_\mu z)} + \text{cc}] + \sum_{\mu=1}^{\ell} \int_{\rho=0}^{\rho=\infty} A_\rho(z) \xi_{\rho\tau} e^{i(\omega t - \beta_\rho z)} d\rho, \quad (2-7)$$

onde  $\xi_{\mu t}$  e  $\xi_{\rho t}$  são as distribuições de campo transverso radiais do  $\mu$ -ésimo modo guiado e  $\rho$ -ésimo modo de radiação, respectivamente. O somatório antes da integral na segunda parte da equação (2-7) diz respeito a que todos os diferentes tipos de radiação devem ser levados em conta. Aqui, a polarização dos campos têm sido implicitamente incluídas no índice transversal,  $\tau$ . A seguinte equação de ortogonalidade garante que a potência carregada no  $\mu$ -ésimo modo, em Watts, é  $|A_{\mu t}|^2$ :

$$\frac{1}{2} \int \int \hat{e}_z \cdot \xi_{\mu\tau} \wedge \xi_{\nu\tau} d\Sigma = \frac{1}{2} \frac{\beta_\mu}{\mu_0 \omega} \int \int \xi_{\mu\tau} \cdot \xi_{\nu\tau}^* d\Sigma = \delta_{\mu\nu}, \quad (2-8)$$

onde  $\hat{e}_z$  é um vetor unitário na direção de propagação  $z$ ,  $d\Sigma = dx dy$  é o diferenciando de espaço. As integrais são tomadas sobre todo o espaço. A equação (2-8) se aplica ao caso da componente longitudinal do campo elétrico ser muito menor que a componente transversa. Por conseguinte, a componente transversa do campo magnético é

$$H_\tau = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0}} \hat{e}_z \wedge \partial_z \xi_\tau. \quad (2-9)$$

O campo satisfaz a equação de onda (2-6) igualmente com a fronteira do guia de onda. Os campos modais no *core* da fibra são as funções  $J$  de Bessel e na casca do guia de onda cilíndrico são funções  $K$  de Bessel (Jackson). No caso geral, as soluções são dois conjuntos de modos ortogonalmente polarizados.

## 2.2

### Teoria de Modo Acoplado

Considerando que a propagação de ondas toma lugar num sistema perturbado com uma grade de dielétrico, a resposta total da polarização<sup>2</sup> do meio dielétrico descrito na equação (2-6) pode ser separada em dois termos, uma polarização perturbada e uma polarização não-perturbada (Stegeman), desse modo

$$\vec{P} = \vec{P}_{n\tilde{a}opert} + \vec{P}_{grade}, \quad (2-10)$$

onde

$$\vec{P}_{n\tilde{a}opert} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}_\mu. \quad (2-11)$$

A equação (2-6) torna-se, então,

$$\nabla^2 E_{\mu\tau} = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \partial_t^2 E_{\mu\tau} + \mu_0 \partial_t^2 P_{grade,\mu}, \quad (2-12)$$

onde os índices referem-se aos  $\mu$  números de modos transversos.

Substituindo a equação dos modos (2-7) na equação (2-12), tem-se

$$\begin{aligned} \mu_0 \partial_t^2 P_{grade,\mu} = & (\nabla^2 - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \partial_t^2) \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{\ell} [A_\mu(z) \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - \beta_\mu z)} + cc] \\ & + (\nabla^2 - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \partial_t^2) \sum_{\mu=1}^{\ell} \int_{\rho=0}^{\rho=\infty} A_\rho(z) \xi_{\rho\tau} e^{i(\omega t - \beta_\rho z)} d\rho. \end{aligned} \quad (2-13)$$

Negligenciando o acoplamento dos modos de radiação, pode-se expandir o lado direito da equação (2-13). Num acoplamento fraco, aplicamos a aproximação de envelope variando lentamente<sup>3</sup>, tal que a amplitude do modo varia lentamente com a distância do comprimento de onda da luz, *ide est*,

$$\partial_z^2 A_\mu \ll \beta_\mu \partial_z A_\mu. \quad (2-14)$$

A equação (2-13), pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mu_0 \partial_t^2 P_{grade,\tau} = & \sum_{\mu=1}^{\ell} \left[ \left\{ -i\beta_\mu \left[ \partial_z A_\mu + \frac{\beta_\mu}{2} A_\mu \right] \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - \beta_\mu z)} + cc \right\} \right. \\ & \left. + \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} \varepsilon_r \omega^2 [A_\mu \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - \beta_\mu z)} - cc] \right]. \end{aligned} \quad (2-15)$$

Uma vez que  $\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \omega^2 = \beta_\mu^2$ , tem-se

<sup>2</sup>Para uma descrição da origem da resposta da polarização em materiais recomenda-se uma visualização da seção B-2.

<sup>3</sup>Vide apêndice A.

$$-i \sum_{\mu=1}^{\ell} [\beta_{\mu} \partial_z A_{\mu} \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - \beta_{\mu} z)} + \text{cc}] = \mu_0 \partial_t^2 P_{\text{grade},\tau}. \quad (2-16)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (2-16) por  $\xi_{\mu}^*$  e integrando sobre a seção-reta do guia de onda leva à

$$-i \sum_{\mu=1}^{\ell} \int \int [\beta_{\mu} \partial_z A_{\mu} \xi_{\mu\tau}^* \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t - \beta_{\mu} z)} + \text{cc}] d\Sigma = \mu_0 \int \int \partial_t^2 P_{\text{grade},\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma. \quad (2-17)$$

Ao aplicar diretamente a relação de ortogonalidade da equação (2-8) na equação (2-17) resulta em

$$-2i \sum_{\mu=1}^{\ell} [\omega \partial_z A_{\mu} e^{i(\omega t - \beta_{\mu} z)} + \text{cc}] = \int \int \partial_t^2 P_{\text{grade},\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma. \quad (2-18)$$

A equação (2-18) é justamente a equação de propagação da onda, que pode ser usada para descrever uma variedade de fenômenos no acoplamento de modos. A equação (2-18) aplica-se a um conjunto de modos de propagação em sentidos opostos, que serão chamados, daqui por diante, de modos propagante e contra-propagante. O campo transversal total pode ser descrito como a soma de ambos os campos, não necessariamente compostos das mesmas ordens dos modos:

$$E_{\tau} = \frac{1}{2} [A_{\nu} \xi_{\nu\tau} e^{i(\omega t - \beta_{\nu} z)} + \text{cc} + B_{\mu} \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t + \beta_{\mu} z)} + \text{cc}], \quad (2-19)$$

$$H_{\tau} = \frac{1}{2} [A_{\nu} H_{\nu\tau} e^{i(\omega t - \beta_{\nu} z)} + \text{cc} - B_{\mu} H_{\mu\tau} e^{i(\omega t + \beta_{\mu} z)} - \text{cc}]. \quad (2-20)$$

O sinal na exponencial significa, se positivo o modo propagante, se negativo o modo contrapropagante. Os modos nos guias de onda formam um conjunto ortogonal, que numa fibra ideal não acoplará a menos que haja uma perturbação. Aplicando as equações (2-19) e (2-20) na equação (2-18), resulta em

$$2i\omega \{ [\partial_z A_{\mu} e^{i(\omega t + \beta_{\mu} z)} + \text{cc}] - [\partial_z B_{\nu} e^{i(\omega t - \beta_{\nu} z)} + \text{cc}] \} = \int \int \partial_t^2 P_{\text{grade},\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma. \quad (2-21)$$

## Guias de Onda Periódicos

Num meio no qual a constante dielétrica varia periodicamente ao longo da direção de propagação da onda, a polarização total pode ser definida com a permissividade perturbada,  $\delta\varepsilon(z)$  e o campo aplicado como

$$P = \varepsilon_0 [\varepsilon_r - 1 + \delta\varepsilon(z)] E_{\mu}. \quad (2-22)$$

As relações constitutivas entre a permissividade de um material e o índice de refração  $n$  resulta no índice de modulação da perturbação, sendo derivado

de  $n^2 = \varepsilon_r$ , tal que

$$n^2 + 2n\delta n(z) + [\delta n(z)]^2 = \varepsilon_r + \delta\varepsilon(z). \quad (2-23)$$

Assumindo que a perturbação seja uma pequena fração do índice de refração,  $n \gg \delta n(z)$ , segue

$$\delta\varepsilon(z) \approx 2n\delta n(z). \quad (2-24)$$

Assumindo que a modulação do índice de refração da grade possa ser escrita como

$$\delta n(z) = \langle \delta n \rangle \left\{ 1 + \nu \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) \right] \right\}, \quad (2-25)$$

onde  $\langle \delta n \rangle$  é a média da mudança do índice de refração tomada num único período da grade,  $\nu$  é a visibilidade das franjas e o termo nas exponenciais descreve a modulação periódica real. O termo  $\phi(z)$  é uma mudança de fase arbitrária variando espacialmente dentro da grade.  $\Lambda$  é o período da perturbação,  $N$  é um inteiro de significado de ordem harmônica.

Combinando as equações (2-22)–(2-25), e escrevendo  $\Delta n \equiv \nu \langle \delta n \rangle$ , a polarização total do material é

$$P = \varepsilon_0 \left[ n^2 - 1 + 2n \left\{ \langle \delta n \rangle + \Delta n \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) \right] \right\} \right] E_\mu, \quad (2-26)$$

onde o primeiro termo entre  $[\ ]$  multiplicado por  $\varepsilon_0$  é a permissividade, o segundo termo é a mudança no índice de refração dc, e o terceiro termo é a modulação do índice de refração ac. A equação (2-26) descreve a mudança no índice de refração induzida por radiação ultravioleta devido a uma grade escrita no *core* da fibra.

A polarização perturbada pode ser relacionada à mudança no índice de refração da equação (2-25) resultando em

$$P_{\text{pert}} = \varepsilon_0 \delta n(z) E_\mu = 2n\varepsilon_0 \left\{ \langle \delta n \rangle + \Delta n \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) \right] \right\} E_\mu. \quad (2-27)$$

Aplicando a equação (2-27) na equação (2-21) o LEE (2-21) fica

$$\begin{aligned} \text{LEE} &= \int \int \varepsilon_0 \delta n(z) \partial_t^2 [A_\nu e^{i(\omega t - \beta_\nu z)} \xi_{\nu\tau} + B_\mu e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} \xi_{\mu\tau}] \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma + \text{cc} \\ &= -\omega^2 \varepsilon_0 \int \int \delta n(z) [A_\nu e^{i(\omega t - \beta_\nu z)} \xi_{\nu\tau} + B_\mu e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} \xi_{\mu\tau}] \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma + \text{cc} \end{aligned} \quad (2-28)$$

Definindo um fator de fase síncrono como

$$\beta_f^\pm \equiv \frac{2\pi N}{\Lambda} \pm \beta_\nu, \quad (2-29)$$

e escrevendo a modulação periódica real na forma complexa,

$$\frac{1}{2} \left\{ e^{i\left[\frac{2\pi N}{\Lambda}z + \phi(z)\right]} + \text{cc} \right\}$$

, pode-se escrever a equação (2-28) como

$$\begin{aligned} \text{LEE} = & -n\omega^2\varepsilon_0 A_v \int \int \left\{ 2 \langle \delta n \rangle + \Delta n \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda}z + \phi(z) \right] \right\} \xi_{v\tau} e^{i(\omega t - \beta_v z)} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma \\ & -n\omega^2\varepsilon_0 B_v \int \int \left\{ 2 \langle \delta n \rangle + \Delta n \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda}z + \phi(z) \right] \right\} \xi_{\mu\tau} e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma \\ & + \text{cc}. \end{aligned} \quad (2-30)$$

### 2.2.1

#### Casamento de Fase

Começando com a equação (2-29), na qual o fator de fase é uma soma ou diferença entre a magnitude da constante de propagação do modo do campo elétrico guia  $\beta_v$  e o fator de fase da perturbação. A constante de propagação  $\beta_f$  resultante é a constante de fase da onda de polarização induzida. Esta é a constante de propagação de uma onda ligada gerada pela resposta de polarização do material devido a presença de fontes. Para haver alguma transferência significativa de energia da amplitude do campo guia  $A_v$  para gerar campos no lado esquerdo da equação (2-26), as onda e polarização geradas devem permanecer em fase por uma distância significativa,  $z$ . Para a condição de transferência de energia,

$$\beta_\mu = \beta_f. \quad (2-31)$$

A equação (2-31) descreve a condição de casamento de fase. Um descasamento de fase  $\Delta\beta^4$  é referido como

$$\delta\beta = \frac{1}{2} (\beta_\mu - \beta_f) = \frac{1}{2} \left( \beta_\mu \pm \beta_v - \frac{2\pi}{\Lambda} N \right). \quad (2-32)$$

Se tanto  $\beta_v$  quanto  $\beta_\mu$  tiverem sinais positivos, então a condição de casamento de fase ( $\delta\beta = 0$ ) é satisfeita para os modos contra-propagantes; se eles têm sinais opostos, então a interação é entre os modos co-propagantes.

Relações idênticas para interações co- e contra-propagantes aplicam-se a radiação de casamento de modo de fase. O princípio de conservação de energia requer que a frequência  $\omega$  da onda gerada permaneça inalterada.

## 2.3

<sup>4</sup>Na literatura especializada este descasamento é referido como *detuning*.

### Acoplamento de Modos Guiados Contrapropagantes

A forma mais simples de interação é entre os modos propagante e contra-propagante. Todavia, para um tratamento geral, modos dissimilares podem ser considerados para o casamento de fase do modo contra-propagante com (2-30) reescrita na forma

$$\begin{aligned} \partial_z B_\mu e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} + \text{cc} &= i\omega n \varepsilon_0 A_\nu \int \int \frac{\Delta n}{2} \xi_{\nu\tau} \xi_{\mu\tau}^* e^{i[\frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) + \omega t - \beta_\nu z]} d\Sigma \\ &+ i\omega n \varepsilon_0 B_\mu \int \int \langle \delta n \rangle \xi_{\mu\tau} \xi_{\mu\tau}^* e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} d\Sigma + \text{cc} \end{aligned} \quad (2-33)$$

Escolhendo o valor apropriado de  $\beta$  para os modos idênticos ( $\mu = \nu$ ) porém com sentido de propagação opostos na equação (2-30) e dividindo ambos os lados por  $e^{i(\omega t + \beta_\mu z)}$ , tem-se

$$\begin{aligned} \partial_z B_\mu e^{i(\omega t + \beta_\mu z)} + \text{cc} &= i\omega n \varepsilon_0 A_\nu \int \int \frac{\Delta n}{2} \xi_{\nu\tau} \xi_{\mu\tau}^* e^{i[\frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) + \omega t - \beta_\nu z]} d\Sigma \\ &+ i\omega n \varepsilon_0 B_\mu \int \int \langle \delta n \rangle \xi_{\mu\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma, \end{aligned} \quad (2-34)$$

que leva às seguintes equações de modo-acoplado simples ao se escolher os termos síncronos apropriados,

$$\partial_z B_\mu = i\sigma B_\mu + i\kappa A_\nu e^{-i[2\delta\beta z - \phi(z)]}, \quad (2-35)$$

onde

$$\delta\beta = \frac{1}{2} \left( \beta_\mu + \beta_\nu - \frac{2\pi N}{\Lambda} \right), \quad (2-36)$$

e  $\sigma$  é a função de auto-acoplamento dc,

$$\sigma = n\omega \varepsilon_0 \int \int \langle \delta n \rangle \xi_{\mu\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma, \quad (2-37)$$

enquanto a função de acoplamento ac inclui a integral cruzada

$$\kappa = n\omega \varepsilon_0 \int \int \frac{\Delta n}{2} \xi_{\nu\tau} \xi_{\mu\tau}^* d\Sigma. \quad (2-38)$$

A mudança na amplitude do modo guia pode ser derivado da equação (2-28) como

$$\partial_z A_\nu = -i\sigma A_\nu - i\kappa^* B_\mu e^{i[2\delta\beta z - \phi(z)]}. \quad (2-39)$$

As equações (2-35) e (2-39) são as equações de modo acoplado das quais as características de transmissão da grade de Bragg podem ser calculadas. Por simplicidade as amplitudes dos modos serão denotados por  $\mathcal{P}(\omega, z) = A_\nu(\omega, z)$  e  $\mathcal{C}(\omega, z) = B_\mu(\omega, z)$  para os modos propagante e contra-propagante, respectivamente. As equações de modo-acoplado contra-propagantes são escritas como

$$\partial_z \mathcal{P} = -i\sigma \mathcal{P} - i\kappa^* \mathcal{C} e^{i[2\delta\beta z - \phi(z)]}, \quad (2-40)$$

$$\partial_z \mathcal{C} = i\sigma \mathcal{C} + i\kappa^* \mathcal{P} e^{-i[2\delta\beta z - \phi(z)]}. \quad (2-41)$$

A função de auto-acoplamento de influencia na propagação devido a mudança do índice de refração médio do modo. Qualquer absorção, perda por espalhamento ou ganho pode ser incorporado na magnitude e sinal da parte imaginário de  $\sigma$ . O termo  $\delta\beta$  é o parâmetro de *detuning* e indica quão rapidamente a potência é trocada entre o campo irradiado e o campo da polarização. Este fator de peso é proporcional ao inverso da distância que o campo viaja no modo gerado. Na condição de casamento de fase,  $\delta\beta = 0$ , o campo acopla a onda gerada sobre uma distância infinita. A razão da mudança de  $\phi$  significa o *chirp*<sup>5</sup> no período da grade e tem um efeito similar ao parâmetro de descasamento de fase.

O acoplamento entre os modos guiados contra-propagantes é o tipo de acoplamento mais simples. Existe, ainda, o acoplamento co-direcional entre os modos e o acoplamento na polarização (Othonos). O estudo destes tipos de acoplamentos não foi realizado nesta dissertação, uma vez que são de relativa simplicidade na obtenção de soluções numéricas (problemas de valor inicial). Todo o desenvolvimento para se chegar nas equações (2-40)–(2-41) foi realizado considerando um material sem perdas<sup>6</sup>, uma vez que devido a dimensão do dispositivo as perdas dependentes da propagação puderam ser ignoradas devido às dimensões do dispositivo. Perdas podem ser acrescentadas incluindo um termo de decaimento exponencial com a propagação na fibra:

$$\partial_z \mathcal{P} = -i\sigma \mathcal{P} - \alpha \mathcal{P} - i\kappa^* \mathcal{C} e^{i[2\delta\beta z - \phi(z)]}, \quad (2-42)$$

$$\partial_z \mathcal{C} = i\sigma \mathcal{C} + \alpha \mathcal{C} + i\kappa^* \mathcal{P} e^{-i[2\delta\beta z - \phi(z)]}. \quad (2-43)$$

Quando o índice de refração do material depende da intensidade da luz que nele propaga, efeitos não-lineares aparecem. A forma mais simples de se escrever o índice de refração, junto da modulação devido à fabricação da grade de Bragg, é

$$n = 2n\epsilon_0 \left\{ \langle \delta n \rangle + \Delta n \cos \left[ \frac{2\pi N}{\Lambda} z + \phi(z) \right] + n_2(z) I \right\}, \quad (2-44)$$

onde  $n_2(z)$  é a função do índice de refração não-linear e  $I = |E|^2$  é a intensidade da luz incidente no material. Uma representação esquemática do índice de

<sup>5</sup>Etimologia: do Inglês. rápido ruído de pássaro ou inseto.

<sup>6</sup>As perdas podem ser pensadas como um processo de absorção de dois fótons. O coeficiente de absorção pode tornar-se dependente da intensidade por causa da parte não-linear da constante dielétrica:  $\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2$ . Porém, para fibras de sílica  $\alpha_2$  é relativamente pequeno e pode ser desprezado frente  $\alpha$ .

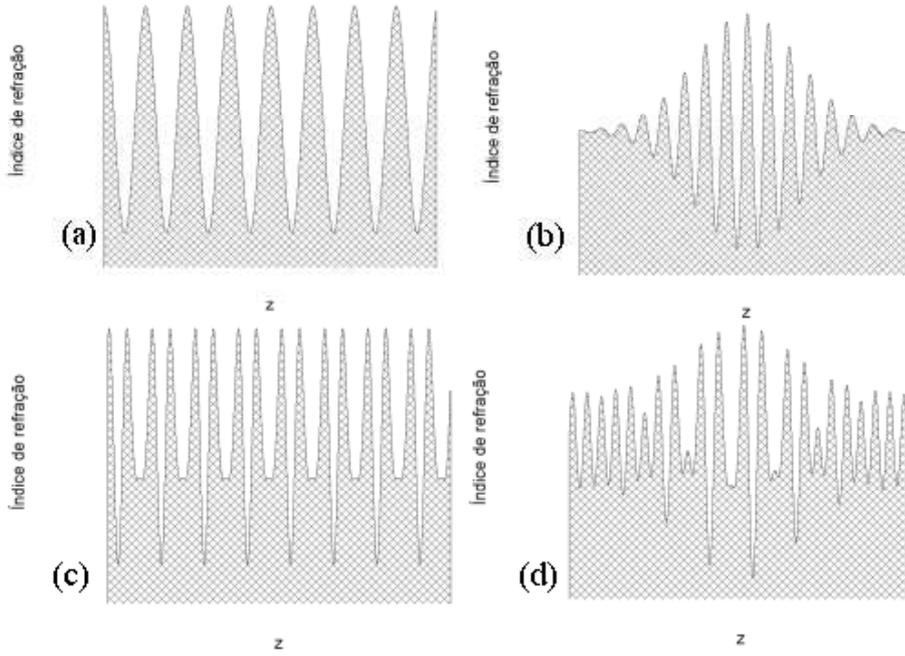


Figura 2.1: Representação esquemática do índice de refração de quatro grades de Bragg diferentes. (a) Refletor de Bragg comum: modulação periódica do índice linear, (b) Grade de Bragg apodizada, (c) Grade de Bragg com modulação dos índices linear e não-linear e (d) grade apodizada com modulação dos índices linear e não-linear.

refração para diferentes grades está apresentada na figura 2.1. Usando o índice de refração da equação (2-44) ao invés de (2-25) chega-se às equações não-lineares de modo acoplado:

$$\partial_z \mathcal{P} = i\sigma \mathcal{P} - \alpha \mathcal{P} + i\kappa^* \mathcal{C} e^{i[2\delta\beta z - \phi(z)]} + i\gamma(z) [|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2] \mathcal{P}, \quad (2-45)$$

$$\partial_z \mathcal{C} = -i\sigma \mathcal{C} + \alpha \mathcal{C} - i\kappa^* \mathcal{P} e^{-i[2\delta\beta z - \phi(z)]} - i\gamma(z) [|\mathcal{C}|^2 + 2|\mathcal{P}|^2] \mathcal{C}, \quad (2-46)$$

onde  $\gamma \equiv n_2 c / \omega$  (Winful).

As equações (2-40)–(2-41) estão escritas em função da constante de propagação  $\beta(\omega)$ , quando elas são escritas na forma temporal, variações no tempo são incluídas devido à equivalência  $(-i\omega)^j \iff \partial_t^j$  nas transformações de Fourier. Isto é conseguido expandindo  $\beta(\omega)$  em séries de Taylor

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0) \beta_1 + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \beta_2 + \frac{1}{6} (\omega - \omega_0)^3 \beta_3 + \dots \quad (2-47)$$

e, desprezando os termos de  $\beta$  de terceira-ordem em diante, para dar

$$\partial_z \mathcal{P} + \beta_1 \partial_t \mathcal{P} + i \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{P} + \alpha \mathcal{P} = i\gamma (|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2) \mathcal{P} + i\kappa^* \mathcal{C} e^{i[2\delta\beta z - \phi(z)]}, \quad (2-48)$$

$$\partial_z \mathcal{C} + \beta_1 \partial_t \mathcal{C} + i \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{C} - \alpha \mathcal{C} = i\gamma (|\mathcal{C}|^2 + 2|\mathcal{P}|^2) \mathcal{C} + i\kappa^* \mathcal{P} e^{-i[2\delta\beta z - \phi(z)]}, \quad (2-49)$$

onde  $\beta_j \equiv \partial_\omega^j \beta(\omega) |_{\omega=\omega_0}$  são as constantes de propagação da onda (Agrawal). Efeitos de ordem maior podem ser obtidos escrevendo os termos de  $\beta_3$  em diante, porém estes não desempenham papel importante na óptica não-linear quando pulsos maiores que 100 fs são considerados.

### 3

## Operando em Onda Contínua

Neste capítulo são descritas as propriedades das grades de Bragg quando um sinal de onda contínua (CW<sup>1</sup>) incide nestas. São, também, desenvolvidos procedimentos analíticos e numéricos para o estudo de tais grades. A seção 3.1 analisa as características das grades de Bragg, tomando atenção nas quantidades conservadas na propagação e na estabilidade de soluções estacionárias. Na seção 3.2 são estudadas grades lineares com ênfase na apodização de tais grades. O estudo desenvolvido na seção 3.3 leva em conta as características de reflexão das grades não-lineares para uma entrada de sinal CW. Modulação periódica e perfis de não-linearidade são considerados, levando a resultados ainda desconhecidos na literatura especializada. A seção 3.4 descreve brevemente os métodos numéricos desenvolvidos e utilizados nesta dissertação de mestrado para resolver as equações de modo acoplado. Na seção 3.5, uma exposição de aplicações pertinentes às grades construídas teoricamente em sistemas de comunicações ópticas e técnicas de sensoriamento é realizada.

Existem vários tipos distintos de grades. Estas grades se distinguem tanto pelo espaçamento entre os planos da grade quanto pela inclinação destes. A grade de Bragg mais comum é o refletor de Bragg, que possui espaçamento constante entre os planos da grade. As grades de brilho têm frentes de fase inclinadas em relação ao eixo da fibra, *i. e.*, o ângulo entre os planos da grade e o eixo da fibra é menor que 90 °C. As grades chirpadas possuem um espaçamento entre os planos aperiódico, mostrando um crescimento monótono no espaçamento entre os planos. Um resumo breve destas grades junto com suas aplicações são apresentados apenas com o propósito de estabelecer as propriedades das grades.

Todas as grades simuladas e apresentadas nesta dissertação têm ressonância em 1550 nm e comprimento  $L = 1$  cm. Uma vez que este trabalho é completamente teórico, pouco rigor com as unidades de medida foi tomado<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Assincronismo do Inglês: Continuous Wave.

<sup>2</sup>As unidades de intensidade não são apresentadas nas figuras e dependem das unidades dos parâmetros de acoplamento e não-linearidade. Em geral, os parâmetros das equações (2-45)-(2-46) também são tomados em unidades arbitrárias. O autor acredita não haver confusão quanto a validades dos resultados.

### 3.1 Características

As características de transmissão e reflexão por uma grade de Bragg podem ser obtidas resolvendo as equações de modo-acoplado escritas no domínio da frequência com as condições de contorno apropriadas. Usando as equações (2-45)–(2-46), tem-se:

$$-i\partial_\zeta \mathcal{P} = \kappa(\zeta)\mathcal{C}e^{i(2\delta\beta\zeta+\phi)} + \gamma(\zeta)[|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2]\mathcal{P} + i\alpha\mathcal{P}, \quad (3-1)$$

$$i\partial_\zeta \mathcal{C} = \kappa(\zeta)\mathcal{P}e^{-i(2\delta\beta\zeta+\phi)} + \gamma(\zeta)[2|\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{C}|^2]\mathcal{C} + i\alpha\mathcal{C}, \quad (3-2)$$

onde  $\zeta \equiv k_0 z$  e o parâmetro de descasamento de fase é, agora, referido como  $\delta\beta \equiv (\beta - \beta_B)/2\beta_B = (\omega - \omega_B)/2\omega_B$ . Com  $\omega_B = 2\pi c/\lambda_B$  sendo referida como a frequência de ressonância de Bragg.

A obtenção de soluções analíticas das equações (3-1)–(3-2) pode ser bastante trabalhosa devido a não-linearidades presentes nelas, bem como a dependência espacial da constante de acoplamento e da função que descreve a não-linearidade ao longo da grade. O trabalho inicial foi focado em encontrar constantes de movimento para o sistema de equações (3-1)–(3-2). Primeiramente, uma sistema livre de perdas por propagação foi considerado, o que é extremamente plausível já que o dispositivo tem comprimento bastante reduzido se comparado com as distâncias propagadas pelos sinais em sistemas de comunicações. Escrevendo  $\mathcal{P} = |\mathcal{P}|e^{i\phi_P}$  e  $\mathcal{C} = |\mathcal{C}|e^{i\phi_C}$ , (3-1)–(3-2) tornam-se

$$-i\partial_\zeta |\mathcal{P}| + |\mathcal{P}|\partial_\zeta \phi_P = \kappa(\zeta)|\mathcal{C}|e^{i\Phi} + \gamma(\zeta)[|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2]|\mathcal{P}|, \quad (3-3)$$

$$i\partial_\zeta |\mathcal{C}| - |\mathcal{C}|\partial_\zeta \phi_C = \kappa(\zeta)|\mathcal{P}|e^{-i\Phi} + \gamma(\zeta)[2|\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{C}|^2]|\mathcal{C}|, \quad (3-4)$$

onde  $\Phi \equiv 2\delta\beta\zeta + \phi + \phi_P - \phi_C$ . Colecionando os termos reais e imaginários nas exponenciais, tem-se

$$\frac{\partial_\zeta |\mathcal{P}|}{|\mathcal{C}|} = \frac{\partial_\zeta |\mathcal{C}|}{|\mathcal{P}|}, \quad (3-5)$$

$$\{\partial_\zeta \phi_P - \gamma(\zeta)[|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2]\} \frac{|\mathcal{P}|}{|\mathcal{C}|} = -\{\partial_\zeta \phi_C + \gamma(\zeta)[2|\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{C}|^2]\} \frac{|\mathcal{C}|}{|\mathcal{P}|}. \quad (3-6)$$

Que podem ser rearranjados da seguinte maneira:

$$0 = |\mathcal{P}|\partial_\zeta |\mathcal{P}| - |\mathcal{C}|\partial_\zeta |\mathcal{C}| = \frac{1}{2}\partial_\zeta [|\mathcal{P}|^2 - |\mathcal{C}|^2], \quad (3-7)$$

$$|\mathcal{P}|^2 \partial_\zeta \phi_P + |\mathcal{C}|^2 \partial_\zeta \phi_C = \gamma(\zeta)[|\mathcal{P}|^4 - |\mathcal{C}|^4]. \quad (3-8)$$

A equação (3-7) diz que a quantidade entre os colchetes é conservada. Usando a condição de contorno na saída da grade, tem-se

$$|\mathcal{P}|^2 - |\mathcal{C}|^2 = |\mathcal{P}_{L^*}|^2, \quad (3-9)$$

onde  $\mathcal{P}_{L^*}$  é a onda propagante no final da grade, *i. e.*, o sinal transmitido. Assim, a diferença na potência das ondas durante toda a propagação dentro da grade de Bragg é constante. Levando em conta a expressão (3-9), a equação (3-8) pode ser escrita como

$$|\mathcal{P}|^2 \partial_\zeta \phi_{\mathcal{P}} + |\mathcal{P}|^2 \partial_\zeta \phi_{\mathcal{C}} - |\mathcal{P}_{L^*}|^2 \partial_\zeta \phi_{\mathcal{C}} = \gamma(\zeta) |\mathcal{P}_{L^*}|^2 [2|\mathcal{P}|^2 - |\mathcal{P}_{L^*}|^2]. \quad (3-10)$$

Se as funções de acoplamento e de não-linearidade forem consideradas constantes ao longo da direção de propagação, a equação (3-8), implica em outra quantidade conservada:

$$\Gamma \equiv |\mathcal{P}| |\mathcal{C}| \cos \Phi + \frac{|\mathcal{P}|^2}{2\kappa(\zeta)} [2\delta\beta + 3\gamma(\zeta) |\mathcal{C}|^2]. \quad (3-11)$$

Mesmo quando efeitos não-lineares estão presentes no meio, a equação (3-9) é válida e será útil para a obtenção numérica das características de transmissão e reflexão das grades de Bragg não-lineares.

### 3.1.1 Estabilidade das Soluções

Admitindo uma situação de equilíbrio do sistema (3-1)–(3-2) livre de perdas

$$0 = \kappa(\zeta) \bar{\mathcal{C}} e^{i(2\delta\beta\zeta + \phi)} + \gamma(\zeta) [|\bar{\mathcal{P}}|^2 + 2|\bar{\mathcal{C}}|^2] \bar{\mathcal{P}}, \quad (3-12)$$

$$0 = \kappa(\zeta) \bar{\mathcal{P}} e^{-i(2\delta\beta\zeta + \phi)} + \gamma(\zeta) [2|\bar{\mathcal{P}}|^2 + |\bar{\mathcal{C}}|^2] \bar{\mathcal{C}}. \quad (3-13)$$

As equações acima podem ser facilmente combinadas para dar

$$\frac{\kappa^2}{\gamma^2} = 2|\bar{\mathcal{C}}|^4 + 2|\bar{\mathcal{P}}|^4 + 5|\bar{\mathcal{P}}|^2 |\bar{\mathcal{C}}|^2. \quad (3-14)$$

Definindo  $P_{\bar{\mathcal{C}}} \equiv |\bar{\mathcal{C}}|^2$  e  $P_{\bar{\mathcal{P}}} \equiv |\bar{\mathcal{P}}|^2$  como a potência da onda propagante e contrapropagante, respectivamente. A solução da equação algébrica de segundo grau acima é

$$P_{\bar{\mathcal{P}}} = -\frac{5}{4} P_{\bar{\mathcal{C}}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{4} P_{\bar{\mathcal{C}}}^2 + \frac{2\kappa^2}{\gamma^2}}. \quad (3-15)$$

Uma vez que o requerimento das potências serem não-negativas, para que se tenha sentido físico, a condição

$$P_{\bar{\mathcal{P}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{4} P_{\bar{\mathcal{C}}}^2 + \frac{2\kappa^2}{\gamma^2}} - \frac{5}{4} P_{\bar{\mathcal{C}}} \geq 0, \quad (3-16)$$

deve ser válida.

De modo que  $P_{\bar{\mathcal{P}}}$  seja não-negativo, temos ainda de ter

$$P_{\bar{\mathcal{C}}} \leq \frac{\kappa}{2\gamma}. \quad (3-17)$$

Então, existe, além do ponto de equilíbrio trivial ( $P_{\bar{\mathcal{P}}} = 0, P_{\bar{\mathcal{C}}} = 0$ ), pontos de equilíbrio  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{4}P_{\bar{\mathcal{C}}}^2 + \frac{2\kappa^2}{\gamma^2} - \frac{5}{4}P_{\bar{\mathcal{C}}}}, P_{\bar{\mathcal{C}}}\right)$ ,  $\forall P_{\bar{\mathcal{C}}} \leq \frac{\kappa}{2\gamma}$ .

Claramente, as soluções de equilíbrio não são estáveis! Para provar esta afirmação, devem ser inseridas pequenas perturbações em torno das soluções de equilíbrio (Boyce)

$$\mathcal{P} = \bar{\mathcal{P}} + \delta_{\mathcal{P}}, \quad (3-18)$$

$$\mathcal{C} = \bar{\mathcal{C}} + \delta_{\mathcal{C}}, \quad (3-19)$$

onde  $\delta_{\mathcal{P}}$  e  $\delta_{\mathcal{C}}$  são as perturbações. Aplicando (3-18)–(3-19) no sistema livre de perdas, tem-se

$$-i\partial_{\zeta}\delta_{\mathcal{P}} = \kappa\delta_{\mathcal{C}}e^{i(2\delta\beta\zeta+\phi)} + \gamma(\zeta) [|\delta_{\mathcal{P}}|^2 + 2|\delta_{\mathcal{C}}|^2] \delta_{\mathcal{P}}, \quad (3-20)$$

$$i\partial_{\zeta}\delta_{\mathcal{C}} = \kappa\delta_{\mathcal{P}}e^{-i(2\delta\beta\zeta+\phi)} + \gamma(\zeta) [2|\delta_{\mathcal{P}}|^2 + |\delta_{\mathcal{C}}|^2] \delta_{\mathcal{C}}. \quad (3-21)$$

Uma vez que se tratam de perturbações, os termos quadráticos devem ser ignorados e as equações (3-20)–(3-21) tornam-se um sistema de equações lineares de modo acoplado que permite apenas um ponto de equilíbrio estável ( $\delta_{\mathcal{P}} = 0, \delta_{\mathcal{C}} = 0$ ). Então, como mostrado e dito anteriormente, as soluções de equilíbrio encontradas para o sistema não-linear não são estáveis sobre perturbações em torno delas.

## 3.2

### Grades Lineares

Para o melhor entendimento das características de transmissão de um feixe de onda monocromática incidindo numa grade Bragg, convém resolver as equações (3-1)–(3-2) com a função de acoplamento constante ao longo da grade e desprezando os termos de modulação de fase cruzada (XPM<sup>3</sup>) e auto-modulação de fase (SPM<sup>4</sup>):

$$-i\partial_{\zeta}\mathcal{P} = \kappa\mathcal{C}e^{2i\delta\beta\zeta} + i\alpha\mathcal{P}, \quad (3-22)$$

$$i\partial_{\zeta}\mathcal{C} = \kappa\mathcal{P}e^{-2i\delta\beta\zeta} + i\alpha\mathcal{C}. \quad (3-23)$$

A fim de resolver as equações (3-22)–(3-23) fazem-se as substituições

<sup>3</sup>Assincrônimo do Inglês: *Cross Phase Modulation*.

<sup>4</sup>Assincrônimo do Inglês: *Self Phase Modulation*.

$\mathcal{P} = pe^{-\alpha\zeta}$  e  $\mathcal{C} = ce^{\alpha\zeta}$ . Assim,

$$\partial_{\zeta}p = i\kappa ce^{\delta\zeta}, \quad (3-24)$$

$$\partial_{\zeta}c = -i\kappa pe^{-\delta\zeta}, \quad (3-25)$$

onde  $\delta \equiv 2i\delta\beta + 2\alpha$ . Aplicando uma segunda derivada em (3-24) e usando (3-25), tem-se sem dificuldades

$$\partial_{\zeta}^2 p - i\partial_{\zeta}\delta p - \kappa^2 p = 0. \quad (3-26)$$

Esta é uma equação diferencial linear de segunda ordem facilmente resolvida pelo *ansatz*  $p = e^{\vartheta\zeta}$ , deixando uma equação algébrica de segundo grau como característica:

$$\vartheta^2 - i\delta\vartheta - \kappa^2 = 0. \quad (3-27)$$

As soluções, obviamente, são

$$p = e^{i\frac{\delta}{2}\zeta} \left[ C_1 \cosh \frac{1}{2} \sqrt{\delta^2 + 4\kappa^2} \zeta + C_2 \sinh \frac{1}{2} \sqrt{\delta^2 + 4\kappa^2} \zeta \right]. \quad (3-28)$$

Desse modo, com as condições de contorno  $p(0) = \mathcal{P}_0$  e  $c(L^*) = 0$ , tem-se

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 e^{(i\frac{\delta}{2} - \alpha)\zeta} \frac{\frac{\delta}{2} \sinh [\Sigma(\zeta - L^*)] + i\Sigma \cosh [\Sigma(\zeta - L^*)]}{-\frac{\delta}{2} \sinh (\Sigma L^*) + i\Sigma \cosh (\Sigma L^*)}, \quad (3-29)$$

onde  $\Sigma^2 \equiv \kappa^2 - \left(\frac{\delta}{2}\right)^2$ .

Se ao invés de perdas o dispositivo realizar amplificação, o parâmetro  $\alpha$  pode ser feito negativo para dar ganho. É possível simular um amplificador com perfil de ganho na frequência, admitindo que  $\alpha = \alpha(\delta\beta)$ .

Devido ao reduzido tamanho das grades de Bragg,  $\leq 10$  cm, as perdas por propagação dentro da grade podem ser ignoradas. Note que esta assertiva não pode ser usada em interferômetros tipo Fabry-Perot, pois nestes dispositivos a onda é propagada continuamente no interior da cavidade entre os dois espelhos. Assim, a solução (3-9) livre de perdas fica

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 e^{i\delta\beta\zeta} \frac{\delta\beta \sinh [S(\zeta - L^*)] + iS \cosh [S(\zeta - L^*)]}{-\delta\beta \sinh (SL^*) + iS \cosh (SL^*)}, \quad (3-30)$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{P}_0 e^{-i\delta\beta\zeta} \frac{i\kappa \sinh [S(\zeta - L^*)]}{-\delta\beta \sinh (SL^*) + iS \cosh (SL^*)}, \quad (3-31)$$

onde  $S^2 \equiv \kappa^2 - \delta\beta^2$ .

A relação de dispersão das grades de Bragg

$$S^2 \equiv \kappa^2 - \delta\beta^2 \quad (3-32)$$

exibe uma propriedade importante. Se o parâmetro de descasamento  $\delta\beta$  da luz incidente está na faixa  $-\kappa < \delta\beta < \kappa$ ,  $S$  torna-se puramente imaginário. A

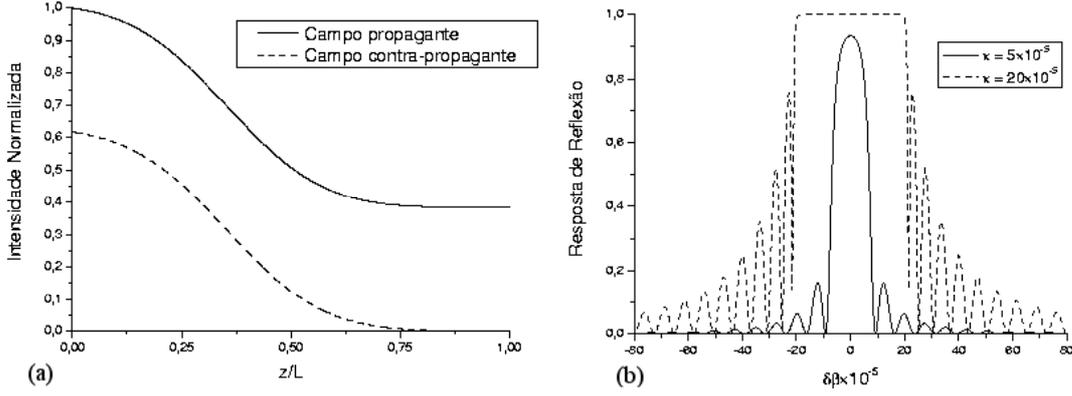


Figura 3.1: (a) Intensidades dos campos dentro de uma grade linear com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$  na condição de casamento de fase e (b) respostas de reflexão de duas grades com acoplamentos diferentes.  $L = 1$  cm.

maior parte do campo incidente é refletida, neste caso, desde que a grade não suporta a onda propagante. A faixa em que  $|\delta\beta| \leq \kappa$  é referida como a *banda proibida de fótons*, em analogia com as bandas de energia eletrônica presentes nos cristais. É, freqüentemente, chamada de *banda de parada* desde que a luz para de ser transmitida através da grade quando sua freqüência cai na banda proibida de fótons.

A figura 3.1 (a) mostra o comportamento das intensidades dos campos elétricos propagando pelo dispositivo. Como discutido anteriormente, o comportamento da onda contra-propagante dentro do dispositivo pode ser conseguido notando que a diferença das intensidades<sup>5</sup> dos campos se conserva:  $|\mathcal{P}|^2 - |\mathcal{C}|^2 = |\mathcal{P}_{L^*}|^2$ . Então, a curva de intensidade da onda propagante versus a distância propagada na região interior a grade é, simplesmente, a soma de uma constante na curva de intensidade da onda contra-propagante.

Variando a constante de propagação da onda incidente, varia-se o também parâmetro de descasamento de fase  $\delta\beta$ , sendo que cada onda com constante de propagação  $\beta_{in}$  exibe um comportamento próprio, como explicitado na figura 3.1. É possível, então, definir uma função que exibe o comportamento de diferentes ondas de mesma intensidade e fase iniciais com descasamento de fase característicos no final da grade:

$$H^T(\delta\beta) \equiv \frac{\mathcal{P}(\delta\beta, L)}{\mathcal{P}(\delta\beta, 0)}. \quad (3-33)$$

Esta função é chamada de transmissividade. A reflectividade é definida como

$$H^R(\delta\beta) \equiv \frac{\mathcal{C}(\delta\beta, 0)}{\mathcal{P}(\delta\beta, 0)}, \quad (3-34)$$

<sup>5</sup>Nesta dissertação os termos intensidade e potência são tratados como sendo simplesmente o valor absoluto do quadrado do campo de uma onda:  $I = P = |E|^2$ .

que leva em conta o comportamento de diferentes ondas com intensidades e fases iniciais iguais depois de refletidas no começo da grade.

As características, ou respostas, de transmissão e reflexão em função do descasamento de fase são respectivamente o módulo ao quadrado da transmissividade e da reflectividade. Na figura 3.1 (b), podem ser vistas as respostas de reflexão para duas grades diferentes. O perfil para  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$  assemelha-se ao perfil de uma função seno cardinal, enquanto que para  $\kappa = 20 \times 10^{-5}$  o perfil torna-se plano e próximo da unidade em regiões em torno da frequência de ressonância, o que pode ser desejável para aplicações em telecomunicações. É válido notar, ainda, que para acoplamentos fortes, os lóbulos secundários das respostas de reflexão tornam-se maiores e menos espaçados.

Uma vez que as equações (3-9) e (3-11) falam de constantes de movimento na propagação dentro do dispositivo é possível reescrever (3-9) e relacionar as respostas de transmissão e reflexão por

$$[H^R(\delta\beta)]^2 + [H^T(\delta\beta)]^2 = 1. \quad (3-35)$$

Costumeiramente, características de transmissão e reflexão são tomadas em função do comprimento de onda das ondas incidentes. Uma vez que  $\omega = \omega_B (\delta\beta + 1)$ , o comprimento de onda de cada onda incidente na grade de Bragg pode ser escrito como

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_B (\delta\beta + 1)} = \frac{\lambda_B}{\delta\beta + 1}. \quad (3-36)$$

A largura de banda de uma grade de Bragg é referenciada como a largura total da curva tomada a meia altura do máximo<sup>6</sup> (FWHM) nas características de reflexão. É comum a confecção das figuras das respostas de reflexão em unidades relativas ou em decibéis. Qualquer razão  $H$  pode ser convertida em decibéis usando a relação geral

$$H_{dB} = 10 \log_{10} H. \quad (3-37)$$

Devido a natureza logarítmica da escala de decibéis é preferível expressar gráficos nesta escala quando se deseja evidenciar pequenas diferenças de difícil visualização numa escala linear.

### 3.2.1 Grades Não-Uniformes

As propriedades de uma grade de Bragg podem ser consideravelmente modificadas introduzindo não-uniformidades na modulação do índice de re-

<sup>6</sup>Assincrônimo do Inglês: Full Width at Half Maximum.

fração ao longo de sua extensão, tal que os dois parâmetros da grade  $\kappa$  e  $\delta\beta$ , tornam-se dependentes da propagação  $\zeta$ . Exemplos de tais grades não-uniformes incluem grades chirpadas, grades defasadas<sup>7</sup> e grades de super estruturas.

### Grades Chirpadas

Quando a variação desta função ao longo da direção de propagação é diferente de zero  $d\phi/d\zeta \neq 0$ , dizemos que a grade apresenta *chirp*. Na verdade, *chirp* é mais comumente denominado como a variação do período da modulação do índice de refração linear. Uma das estruturas mais interessantes com aplicação imediata em telecomunicações são as grades de Bragg chirpadas. Estas grades têm um período variando monotonamente com a direção de propagação: Existem certas propriedades características oferecidas pela variação monótona do período que são consideradas vantagens para aplicações específicas em telecomunicações e tecnologia de sensoriamento, tais como compensação de dispersão e síntese estável de fontes de múltiplos comprimentos de onda (Ouellete, Brady). Estes tipos de grades podem ser realizados variando axialmente tanto o período da grade  $\Lambda$  quanto o índice de refração do core ou ambos.

Numa grade *chirpada*, o período óptico da grade  $n\Lambda$  muda ao longo do comprimento da fibra. Matematicamente, o parâmetro  $\delta\beta$  que aparece nas equações de modo acoplado não-lineares torna-se dependente de  $\zeta$ . Tipicamente,  $\Lambda$  é desenhado para variar linearmente ao longo da grade e  $\delta\beta(\zeta) = \delta\beta_0 + \delta_C\zeta$ , onde  $\delta_C$  é o parâmetro de *chirp*. Tais grades são chamadas de grades linearmente *chirpadas*.

Grades chirpadas não foram estudadas nesta dissertação.

### 3.2.2 Apodização

O pico principal do espectro de reflexão de uma grade de Bragg de comprimento finito com modulação do índice de refração uniforme é acompanhado de uma série de lóbulos nos comprimentos de onda adjacentes, como visto na figura 3.2. É importante, para algumas aplicações, tais como operação em sistemas densos de multiplexação por divisão de comprimento de onda (DWDM<sup>8</sup>), onde é importante ter alta rejeição de feixes de luz não-ressonantes de modo a eliminar o *crosstalk*<sup>9</sup> entre os canais de informação, diminuir e, se possível,

<sup>7</sup>Grades defasadas são grades onde uma diferença de fase é colocada no interior da grade.

<sup>8</sup>Assincronismo do Inglês *Dense Wavelength Division Multiplexing*.

<sup>9</sup>Etimologia: do Inglês. *cross*, cruzada, *talk*, conversa. Linha cruzada. Energia transmitida indesejada entre os canais de informação de um sistema de comunicação.

Perfil	Função	Pico (dB)	1º Lóbulo (dB)	Banda ( $\delta\beta$ )
Gaussiano	$\kappa_0 e^{-a(L^*-2\zeta)^2}$	-2,094/-0,030	-34,417/-35,507	14,1/30,6
Senoidal	$\kappa_0 \text{sen}(\pi\zeta/L^*)$	-1,758/-0,170	-29,282/-31,407	14,1/31,2
Bi-senoidal	$\kappa_0 \text{sen}^2(\pi\zeta/L^*)$	-2,247/-0,036	-42,554/-63,168	14,4/31,4
Lorentziano	$\frac{\kappa_0}{\pi} \frac{4L^*}{16(\zeta-L^*/2)^2+(L^*)^2}$	-0,999/-0,001	-19,005/-27,828	14,6/35,4

Tabela 3.1: Propriedades das características de reflexão de algumas grades lineares apodizadas todas com largura da função de apodização de  $L^*/2$  e pico de apodização  $\kappa_0 L^* = 2/\kappa_0 L^* = 6$ .

eliminar a reflectividade destes picos secundários. Outro benefício da apodização<sup>10</sup> é a melhoria das características de compensação da dispersão em grades chirpadas. Várias técnicas de apodização são usadas no contexto das grades de Bragg, tais como máscara na amplitude de modulação da grade e máscara de fase.

Porém, quando uma grade é apodizada, seu pico de reflectividade diminui bastante devido à onda incidente acoplar pouca energia nas regiões inicial e final de propagação na grade. Uma função de apodização deve levar em conta esse efeito. A largura da função de apodização não pode ser muito estreita devido a queda no pico de reflectividade e também não pode ser muito larga devido a perda da função de apodização, que é diminuir os lóbulos secundários das curvas de transmissão.

### Perfis de Apodização

Uma vez que grades de Bragg têm início e fim, a função de acoplamento  $\kappa$ , em geral, começa e termina abruptamente. A transformada de Fourier de uma função retangular é a conhecida função seno cardinal ou sinc<sup>11</sup> (Bracewell). Esta função apresenta lóbulos laterais idênticos àqueles encontrados nas repostas de reflexão. Por sua vez, a transformada de Fourier de uma função Gaussiana é outra Gaussiana, que conhecidamente não possui lóbulos. Isto leva à exploração de funções suaves para fins de apodização.

A literatura especializada dispõe de estudos bem fundamentados neste ramo (Norton), e o estudo das funções abaixo será útil para o entendimento da apodização em grades não-lineares como será visto na seção 3.4.2. Na tabela 3.1 estão ilustrados algumas das propriedades fundamentais destas grades

Como mostrado na Tabela 3.1, a função referida como bi-senoidal apresentou a melhor razão entre o pico do primeiro lóbulo lateral e o pico central. Por esta razão, é preferível, dentre as funções estudadas, utilizá-la quando se deseja diminuir significativamente os lóbulos laterais numa grade sem perder

<sup>10</sup>Etimologia: do Grego. *a*, privar, *podos*, pé. Eliminar os pés.

<sup>11</sup>Assincrônimo do Inglês *Sine Cardinal*.

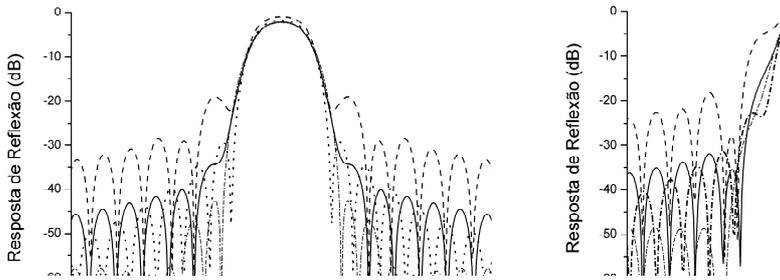


Figura 3.2: Respostas de reflexão para alguns perfis de apodização com (a) acoplamento normal ( $\kappa_0 = 5 \times 10^{-5}$ ) e (b) forte ( $\kappa_0 = 15 \times 10^{-5}$ ).  $L = 1$  cm,  $\lambda_0 = 1550$  nm.

o pico de reflectividade. Como mostrado na figura 3.2, grades apodizadas com acoplamento forte (b) levam a perda da função de apodização, já que os lóbulos laterais não são tão reduzidos se comparados com acoplamentos normais<sup>12</sup> (a). Mas se atenção for tomada, poderá ser visto que o primeiro lóbulo lateral é reduzido drasticamente para grades com função de apodização  $\text{sen}^2$ , em torno de -63 dB. Para grades fortes com função de apodização gaussiana têm algo em torno de -35 dB. Embora o pico da apodização seja reduzido em grades com acoplamento normal, o pico do primeiro lóbulo lateral está abaixo de -30 dB para uma apodização Gaussiana e abaixo de -40 dB para a função  $\text{sen}^2$ , ainda bastante úteis para aplicações de filtragem.

### 3.2.3 Grades de Brilho (Blazed Gratings)

Inclinar (ou incidir intensa luz em) os planos da grade em ângulos com o eixo da fibra resultará no acoplamento livre, modos guiados da casca ou modos de radiação, da luz que é guiada do *core* da fibra. A inclinação dos planos da grade e a magnitude da modulação do índice determina a eficiência do acoplamento e a largura de banda da luz que é jogada para fora. O critério para satisfazer a condição de Bragg de uma grade de brilho é similar àquela do refletor de Bragg. Uma vez que a luz sai do *core* da fibra e, ou acopla na casca, ou em outros modos, levando à possível perda de energia, grades de brilho não foram estudadas nesta dissertação.

## 3.3

<sup>12</sup>Acoplamentos da ordem de  $10^{-4}/\text{m}$ .

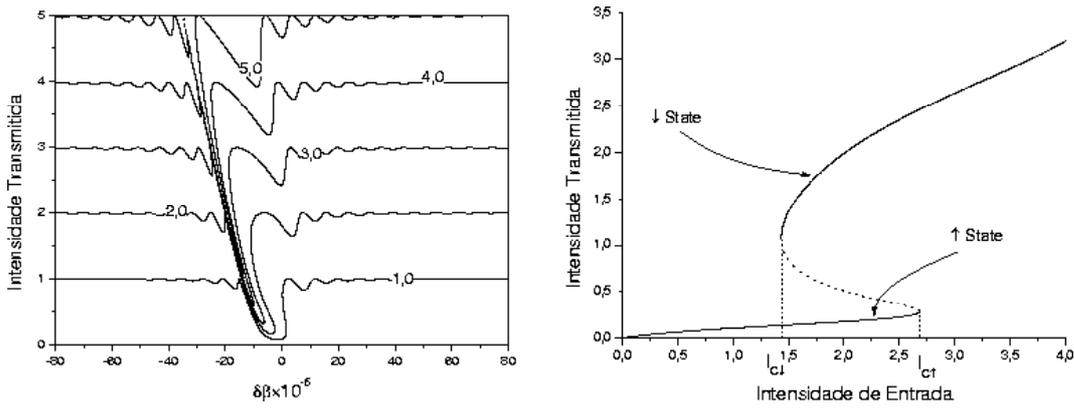


Figura 3.3: (a) Curvas teóricas de intensidades transmitidas para diferentes intensidades de entrada numa grade de Bragg não-linear e (b) definição dos estados de bistabilidade para determinado descasamento de fase  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ .

### Grades Não-Lineares

O comportamento de um feixe de luz propagando numa grade não-linear difere bastante do caso linear. Quando efeitos não-lineares<sup>13</sup> estão presentes numa fibra óptica a auto-modulação de fase (SPM) e a modulação de fase cruzada (XPM) são fenômenos importantes que afetam profundamente a propagação de um feixe óptico através dela.

A fim de encontrar soluções aproximadas para as equações (3-1)–(3-2), podem ser feitas expansões dos campos propagante e contra-propagante em séries:

$$\mathcal{P}(\zeta) = \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'}(\zeta) \quad , \quad \mathcal{C}(\zeta) = \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'}(\zeta), \quad (3-38)$$

onde  $\mathcal{P}_{n'}$  e  $\mathcal{C}_{n'}$  são funções de  $\zeta$ . Este procedimento leva à um conjunto infinito de equações, que podem ser resolvidas analiticamente mediante os métodos referidos no apêndice-C. A importância deste método aproximativo é na determinação da dependência aproximada dos parâmetros de acoplamento, não-linearidade e intensidade de entrada sobre as características de reflexão.

#### 3.3.1

#### Bi- e Multistabilidade

A bistabilidade óptica<sup>14</sup> pode ocorrer quando os efeitos de SPM e XPM estão presentes na propagação de um feixe de onda monocromática

<sup>13</sup>Os efeitos da resposta não-linear da matéria são discutidos no apêndice A e os efeitos não-lineares estudados nesta dissertação são discutidos no apêndice B.

<sup>14</sup>Bistabilidade Óptica também pode ocorrer em sistemas de *Feedback* com absorção e auto-foco.

incidindo numa estrutura de *feedback* distribuído ou num interferômetro Fabry-Perot (Felber), (Marburger), (Mccall). Bistabilidade óptica em estruturas de Feedback distribuído foi proposta, primeiramente, por Okuda, Toyota e Onaka (1976) (Okuda) e resolvida teoricamente por Winful, Marburger e Garmire (1979) (Winful). Desde então, muitos experimentos e simulações computacionais foram feitos para aplicar a bistabilidade intrínseca das grades de Bragg em usos como chaves não-lineares totalmente ópticas. O uso de grades de Bragg como chaves é preferível a outros dispositivos por seu tamanho reduzido, tempo de chaveamento pequeno e baixa variação das propriedades de chaveamento com as variações de temperatura.

A figura 3.3 (a) mostra as curvas de transmissão teóricas calculadas para uma grade de Bragg não-linear com diferentes valores de entrada de um sinal CW. A região de derivada negativa nestas curvas é conhecida como instável (Gibbs), (Hopf). Bem como a parte tracejada na curva de intensidades da figura 3.3 (b). A curva da figura 3.3 (b) é conhecida como curva de potência, onde é mostrada a intensidade transmitida versus a intensidade incidente. No regime de baixa intensidade incidente na grade, a intensidade transmitida por ela é pequena e se comporta de maneira linear. Todavia, acima de uma certa intensidade crítica, a intensidade incidente é quase que totalmente transmitida, chaveando de um estado de transmissão baixo-para-alto. Os estados de bistabilidade (chaveamento) são definidos na figura 3.3 (b). O estado do dispositivo depende do passado deste. Supondo que nenhuma luz passou através do dispositivo, este encontra-se no estado  $\uparrow$ . Por sua vez, se a intensidade da luz já atingiu a primeira intensidade crítica  $I_{\uparrow}$ , o dispositivo encontra-se no estado  $\downarrow$ . Os principais parâmetros de um dispositivo bistável são as intensidades críticas e a diferença entre elas. Estes valores são úteis quando se deseja utilizar uma grade como chave não-linear totalmente óptica. Foi convencionado, neste trabalho, chamar a primeira intensidade crítica de intensidade de subida  $I_{\uparrow}$  e a segunda intensidade crítica de intensidade de descida  $I_{\downarrow}$ , sendo a diferença entre elas o delta de chaveamento ou delta de intensidades  $\delta I \equiv I_{\uparrow} - I_{\downarrow}$ .

É característico de alguns dispositivos, por exemplo, um interferômetro Fabry-Perot preenchido com um material não-linear entre os espelhos, apresentar múltiplos estados estáveis. Grades de Bragg também podem apresentar multistabilidade. Isto ocorre quando o valor da constante de acoplamento é muito maior que o parâmetro de não-linearidade, como mostrado na figura 3.4 (a). Para o nosso estudo, ficou estatificado que o estado  $\uparrow$  para a multistabilidade é aquele onde a intensidade vem do zero nas curvas de potência. O estado  $\downarrow$  é o estado estável mais distante do estado  $\uparrow$ .

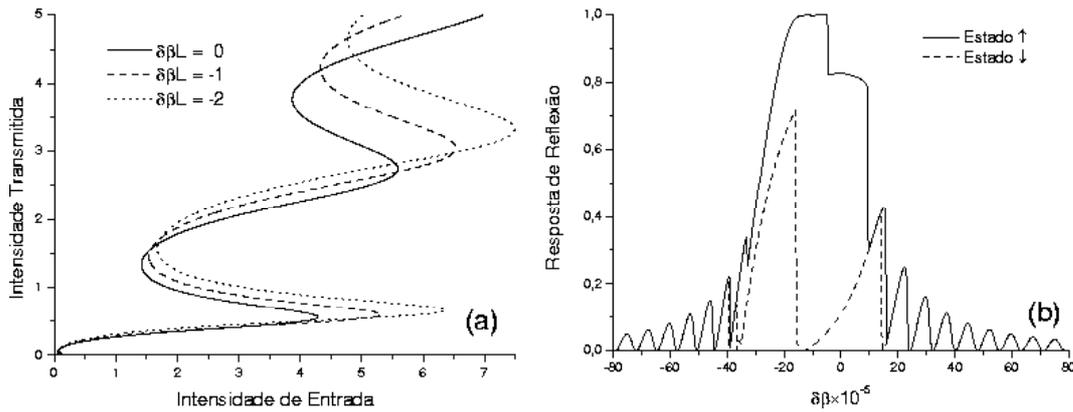


Figura 3.4: (a) Curvas de potência para uma grade não-linear forte com o surgimento de multiestabilidade óptica para determinados descasamentos de fase e (b) a característica de reflexão desta grade não-linear nos dois estados estáveis mais distantes na curva de potência.  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ .

### 3.3.2

#### Dependência do Parâmetro de Não-Linearidade

Para intensidades pequenas, o índice de refração da grade apresenta praticamente o valor sem a presença de não-linearidades, tal que pode-se desprezar estes efeitos nas respostas de reflexão. Com o aumento da intensidade da luz, os efeitos não-lineares se tornam mais evidentes e é possível notar na figura 3.3 (a) um desvio no vale das respostas de reflexão em relação à grades lineares. Este desvio é tanto maior, quanto maior for a intensidade de entrada. De maneira análoga, o índice de refração irá aumentar também com o aumento do índice não-linear, de tal modo, que é esperado um desvio tanto maior quanto maior for o parâmetro de não-linearidade  $\gamma$ .

A figura 3.5 mostra as respostas de reflexão de três grades com valores do parâmetro de não-linearidade diferentes para ambos estados de bistabilidade para um sinal de entrada CW igual à 2. Comparadas com a resposta de reflexão de uma grade linear, pode-se perceber um desvio no pico central de reflexão em ambos estados bistáveis. Note que, quanto maior o valor de  $\gamma$ , maior é esse desvio. Outra coisa curiosa, é que com o aumento de  $\gamma$  a diferença entre a largura de banda das respostas de reflexão entre os estados  $\uparrow$  e  $\downarrow$  também aumenta. O pico da resposta de reflexão diminui para ambos estados com o aumento de  $\gamma$ . Além do desvio do pico central da banda de reflexão, a forma da resposta também é afetada com o aumento de  $\gamma$ . Os lóbulos laterais em frequências maiores que a do pico de reflexão aumentam com o aumento de  $\gamma$ , o contrário ocorre para os lóbulos em regiões de frequência menor que a do pico. Isto ocorre em ambos casos de bistabilidade da grade.

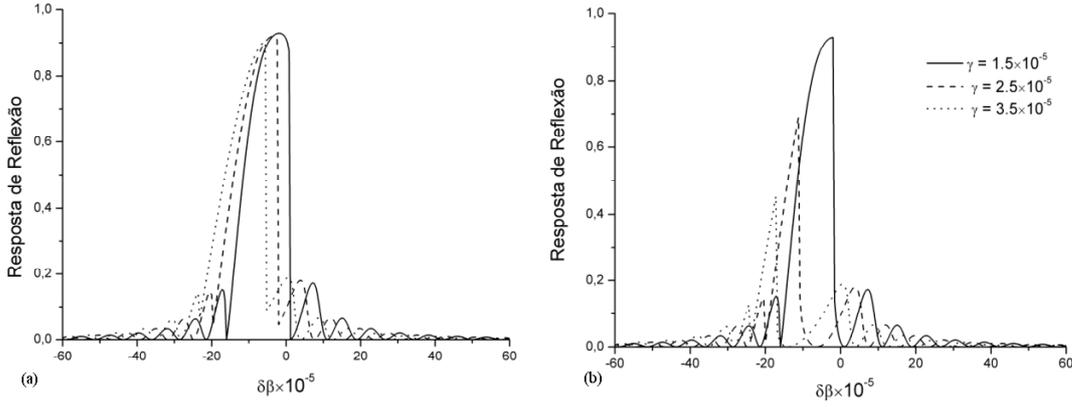


Figura 3.5: Respostas de reflexão de diversas grades não-lineares para uma entrada de 2. (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ .

### 3.3.3

#### Efeitos da Apodização

Quando grades não-lineares são apodizadas as condições para bistabilidade podem ser alcançadas quando o valor da constante de acoplamento casar de uma maneira tal com os valores do parâmetro de não-linearidade e o descasamento de fase. Então, fica difícil de prever onde ocorrerá bistabilidade nesta grade. Porém, como discutido anteriormente, devido a grade acoplar pouca luz nas suas regiões inicial e final, é necessário acoplamento forte para que efeitos de bistabilidade sejam apreciáveis em comprimentos de onda próximos da ressonância. Ainda, devido ao acréscimo no índice de refração devido ao índice não-linear a função de apodização perde força como mostrado esquematicamente na figura 2.1. Como mostra a figura 3.10, as grades não-lineares apodizadas desempenham papel similar àquele realizado em grades lineares preservando sua função de diminuir os lóbulos laterais.

Na figura 3.6 pode-se ver uma variação significativa nas curvas de potência de grades com diferentes funções de apodização de largura  $L/2$  para uma determinada onda descasada em fase com a grade por um valor de  $\delta\beta L = -2$ . Note que para apodização gaussiana deixa de existir bistabilidade naquela determinada frequência, enquanto que para as outras funções apenas há uma deformação da figura original sem apodização na grade. Vale lembrar que esta grade apresenta constante de acoplamento forte, uma vez que este é requerido para a apreciação dos efeitos de bistabilidade óptica.

### 3.3.4

#### Modulação da Não-Linearidade

Supondo que o índice não-linear  $n_2(\zeta)$  varie periodicamente ao longo da grade na forma

$$n_2(z) = \langle n_2 \rangle [1 + \delta n_2 \text{sen}(2\beta_\gamma z + \varphi)], \quad (3-39)$$

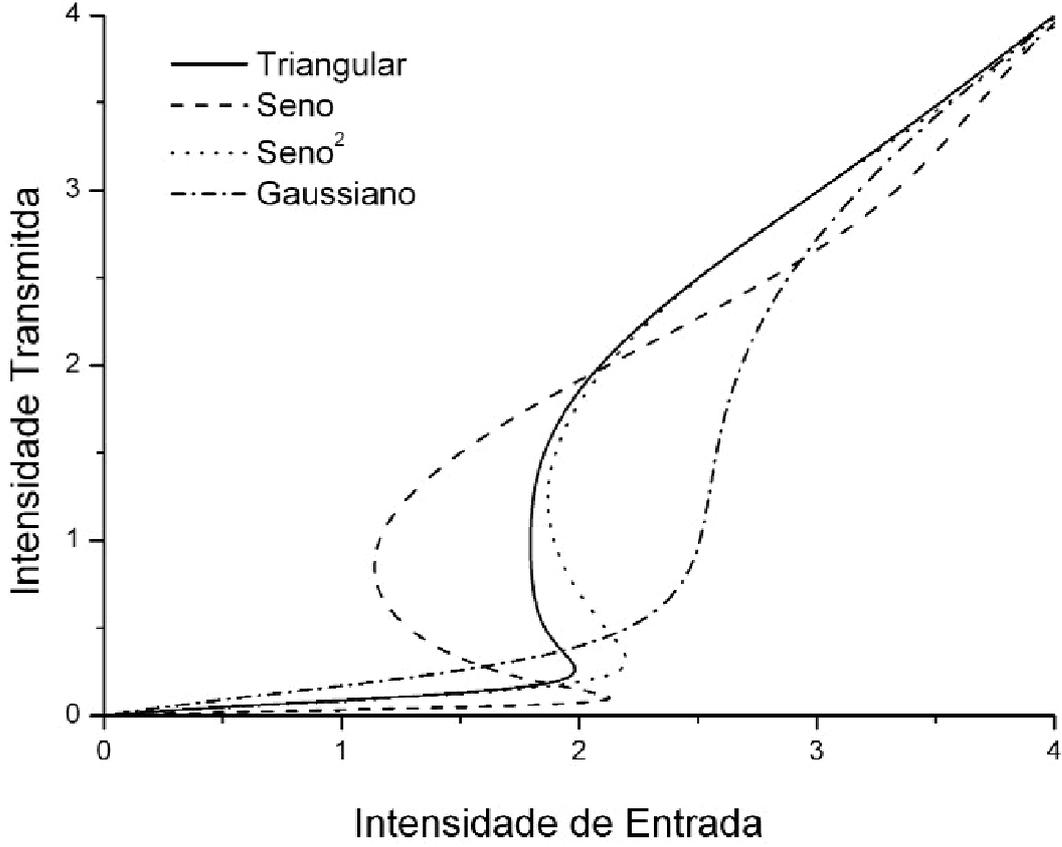


Figura 3.6: Curvas de potência para diversas grades não-lineares apodizadas.  $\kappa L^* = 4, \gamma L^* = 4/3, \delta\beta L^* = -2$ .

onde  $\delta n_2$  é a amplitude desta perturbação em torno do valor médio  $\langle n_2 \rangle$ ,  $\varphi$  é uma fase qualquer inserida na possível fabricação deste dispositivo, primeiramente proposto pelo autor deste trabalho, e,  $\beta_\gamma$  é o número de onda da modulação do índice não-linear, que pode ser relacionada com o período da modulação da não-linearidade na grade da forma

$$\beta_\gamma \equiv \frac{N\pi}{L^*}, \quad (3-40)$$

onde  $N$  tem um significado de ordem harmônica. Note que quando  $N$  é um inteiro e  $\varphi = 0$  a grade é simétrica nas duas direções de propagação, preservando assim a uniformidade da grade. Outra maneira de preservar a uniformidade da grade é garantir que ela tenha um máximo ou mínimo em  $z = L/2$ . Levando a vincular a fase da grade com  $\varphi_{\text{simetrico}} = (2j+1)\pi/2 - \beta_\gamma L$ , com  $j$  inteiro.

As equações (3-1) podem ser escritas na forma

$$-i\partial_\zeta \mathcal{P} = \kappa(\zeta) \mathcal{C} e^{i(2\delta\beta\zeta + \phi)} + \langle \gamma \rangle \left[ 1 + A \text{sen} \left( \frac{N\pi}{\beta_0 L} \zeta \right) \right] [|\mathcal{P}|^2 + 2|\mathcal{C}|^2] \mathcal{P}, \quad (3-41)$$

$$i\partial_\zeta \mathcal{C} = \kappa(\zeta) \mathcal{P} e^{-i(2\delta\beta\zeta + \phi)} + \langle \gamma \rangle \left[ 1 + A \text{sen} \left( \frac{N\pi}{\beta_0 L} \zeta \right) \right] [2|\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{C}|^2] \mathcal{C}, \quad (3-42)$$

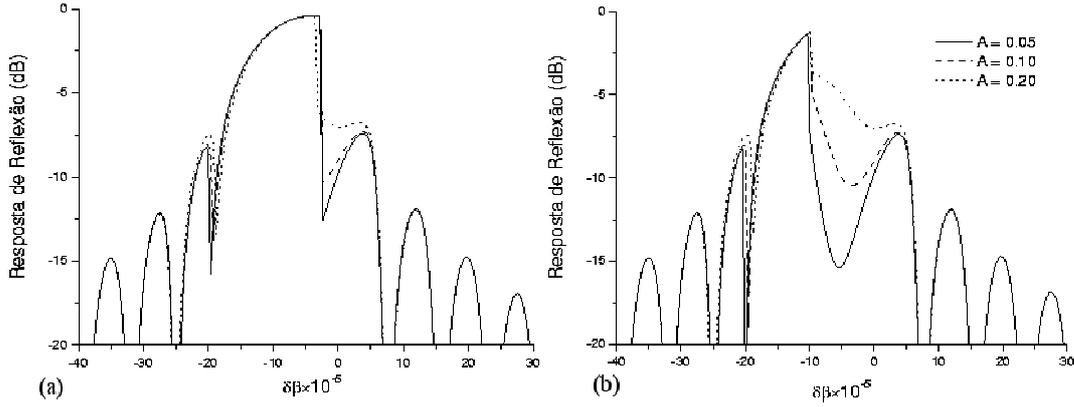


Figura 3.7: Respostas de reflexão de grandes não-lineares moduladas para alguns valores de  $A$ . (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1\text{cm}$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$

onde  $A \equiv \delta n_2 \frac{\omega}{2c}$ ,  $\langle\gamma\rangle \equiv \langle n_2 \rangle \frac{\omega}{2c}$  e desconsiderando a perda na propagação pela grade  $\alpha = 0$ .

Tomando primeiramente o caso onde a função de acoplamento tem valor constante ao longo da grade. A solução numérica das equações (3-9), para um conjunto de valores de  $\langle\gamma\rangle$ ,  $A$  e  $N$ , leva a interessantes resultados quando comparados às soluções livres de perdas por propagação das equações (3-1)–(3-2).

### Varição da Amplitude de Modulação Não-linear

A amplitude da modulação não-linear foi feita variar de zero até  $A = 0.2$ , onde deixa de ser uma perturbação para o sistema e afeta profundamente as características da grade. A intensidade crítica de subida não apresenta variações bruscas em função das variações de  $A$ . A intensidade de subida aumenta linearmente, de forma aproximada, com o incremento de  $A$  para um descasamento de fase  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ . As respostas de transmissão e reflexão também são afetadas pelo aumento de  $A$ , porém de uma maneira mais significativa. Na figura 3.7, é possível ver que com o aumento de  $A$  a forma da resposta de reflexão da grade no estado  $\downarrow$  torna-se extremamente irregular. Já para o estado  $\uparrow$ , a resposta de reflexão permanece praticamente inalterada se comparada com uma grade não-linear não-modulada. Praticamente pois para valores grandes de  $A$  o primeiro lóbulo lateral agora torna-se parte da banda de reflexão. Esta é uma característica interessante, pois em aumentar a amplitude de modulação aumenta-se a banda de reflexão do dispositivo naquele estado de bistabilidade.

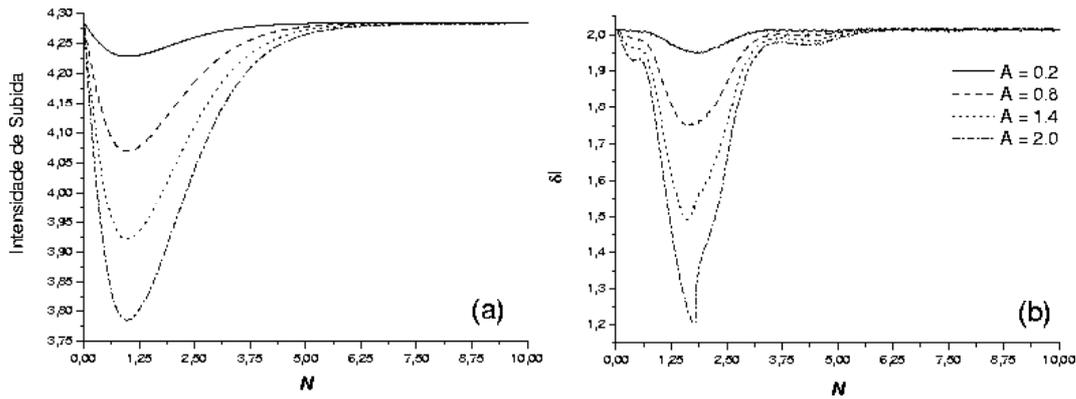


Figura 3.8: Variação das características de chaveamento em função do número de onda da modulação da não-linearidade  $N$  para alguns valores de  $A$  com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $\varphi = 0$ . (a) Intensidade crítica do estado  $\uparrow$  e (b) delta das intensidades críticas  $\delta I_{\uparrow}$ .

### Varição do Número de Onda de Modulação Não-linear

É importante ter em mente, quando da variação de  $N$ , três casos distintos: quando  $N < 1$ , quando  $N$  é muito grande e quando as condições anteriores não se verificam. O primeiro caso leva a pensar na modulação do índice como uma variação não-periódica crescente ou decrescente dependendo do valor da fase  $\varphi$ . No segundo caso, é possível imaginar que quando  $N$  for grade o suficiente, o perfil de não-linearidade apresenta variações periódicas tão abruptas ao longo da grade que uma aproximação do seu valor médio pode ser usada. Uma vez que a média da função seno é zero, a grade tem restabelecido o índice não-linear não-modulado  $\langle\gamma\rangle$ . O caso seguinte é aquele onde a grade realmente possui uma modulação periódica e se espera forte variação dos parâmetros de chaveamento.

As figuras 3.8 (a) e 3.8(b) mostram as características de chaveamento em função de  $N$  para alguns valores de  $A$ . Como discutido anteriormente, a variação de  $A$  não afeta profundamente as características de chaveamento, de tal modo que para todos os valores de  $A$ , a intensidade crítica de subida tem um valor mínimo quando  $N = 1$  levando, também, o delta das intensidades  $\delta I$  a valores mínimos. Daí é possível notar que a intensidade crítica de descida varia muito pouco em magnitude em relação a intensidade de subida nesta fase  $\varphi = 0$ . Quando  $N$  torna-se muito grade, as características se aproximam assintoticamente do valor de uma grade não-linear não-modulada. As curvas de chaveamento com a variação de  $A$  variam entre si apenas na magnitude, mas não na forma.

A figura 3.9 mostra as características de chaveamento em função de  $N$  para alguns valores da fase de modulação não-linear. A intensidade crítica de subida oscila rapidamente entre máximos e mínimos para valores de  $N$

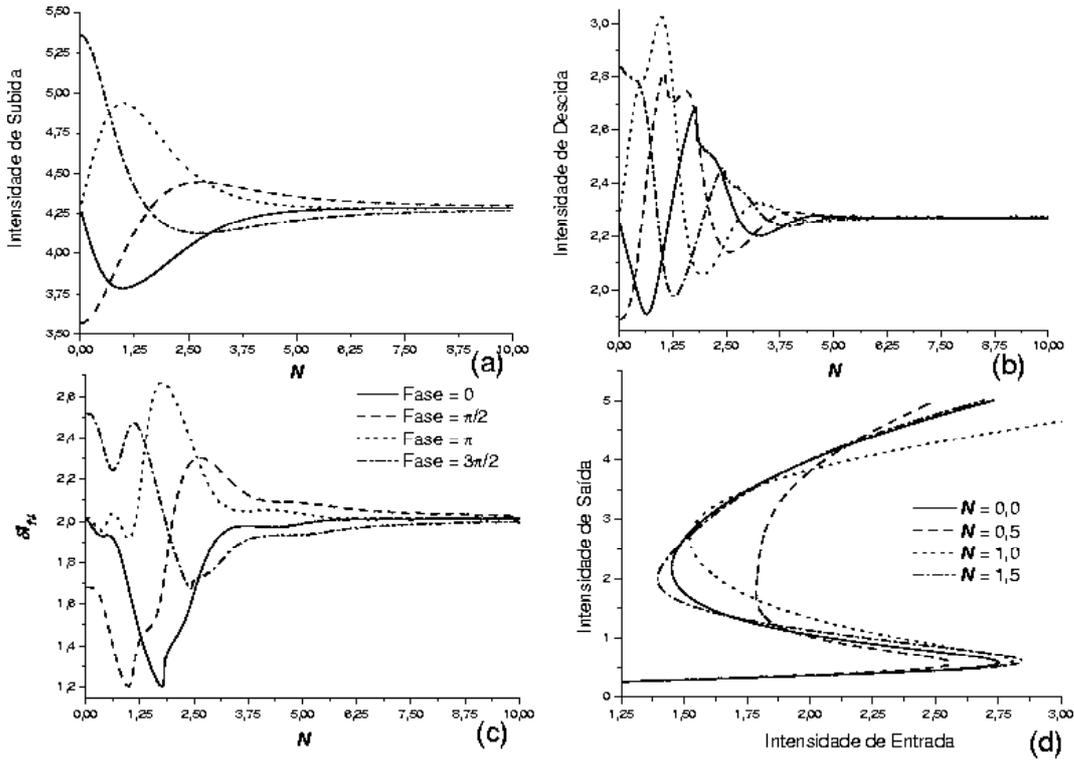


Figura 3.9: Características de chaveamento em função do número de onda da modulação da não-linearidade  $N$  para alguns valores de  $\varphi$ . (a) Intensidade crítica do estado  $\uparrow$ , (b) Intensidade crítica no estado  $\downarrow$ , (c) delta das intensidades críticas  $\delta I_{\uparrow}$  e (d) curvas de potência para alguns valores de  $N$  com  $\varphi = 0$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\langle \gamma \rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$

não grandes e tende ao valor de  $I_C$  da grade não-modulada quando  $N$  se torna muito grande, como era esperado. É interessante notar que quando  $N = 0$  as grades com  $\varphi$  igual a 0 e  $\pi$  apresentam o mesmo valor para as características de chaveamento. Quando  $N$  aumenta, existe um afastamento brusco entre os valores da intensidade crítica de subida (Fig 3.9 (a)) entre as grades  $\varphi = 0$  e  $\varphi = \pi$  chegando a um valor máximo quando  $N = 1$ , até se encontrarem assintoticamente quando  $N$  se torna muito grande. Para as grades  $\varphi = \pi/2$  e  $\varphi = 3\pi/2$ , a intensidade crítica de subida sai de um valor em  $N = 0$  e se cruzam em  $N = 1$  quando apresentam o valor assintótico de  $N$  muito grande num comportamento que lembra o deslocamento de um oscilador harmônico amortecido. As intensidades críticas de descida (Fig. 3.9 (b)) apresentam um comportamento semelhante a Fig 3.9 (a), porém com maior número de oscilações e com uma envoltória aparentemente exponencial em todas as curvas, o que torna o comportamento do delta de intensidades (Fig. 3.9 (c)) imprevisível, exceto para valores assintóticos de  $N$ . A Fig. 3.9 (d) apenas explicita a diferença nas curvas de potência devido à modulação da não-linearidade nas grades de Bragg usando  $N$  para tal.

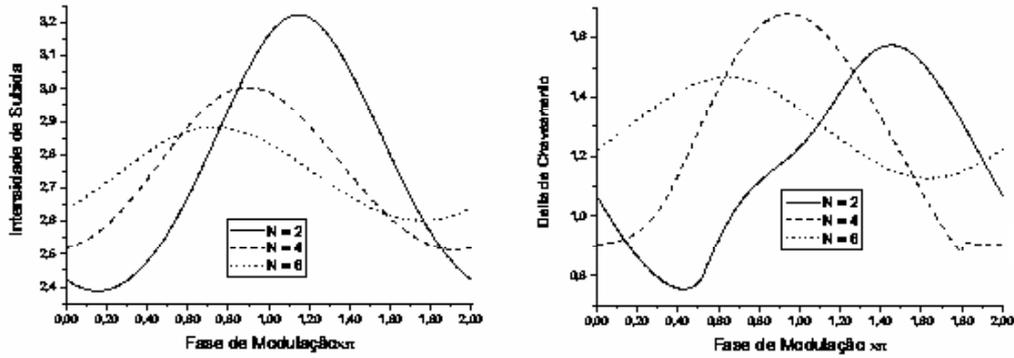


Figura 3.10: Características de chaveamento em função da fase de modulação não-linear para três valores de  $N$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\delta\beta = -5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$ ,  $\langle\gamma\rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ .

Como explicitado anteriormente, quando uma modulação da não-linearidade não-harmônica, *i. e.*,  $N$  não é um número inteiro quando  $\varphi = 0$ , é aplicada na grade, isto transforma a grade num dispositivo não-uniforme fazendo com que as respostas de reflexão e transmissão dependam do sentido da propagação da luz no dispositivo. Assim, para um determinado comprimento de onda, a luz que vem num sentido do dispositivo pode ser refletida enquanto que do outro lado do dispositivo ela é transmitida quase integralmente. Um exemplo desta grade não-uniforme é apresentada nas respostas de reflexão da Fig. 3.11. Aplicações interessantes deste dispositivo idealizado nesta dissertação são apresentadas na seção 3.5.

### Varição da Fase de Modulação Não-linear

Vale lembrar que, dependendo do número de onda da modulação de não-linearidade, uma fase  $\varphi$  pode significar apenas a direção de propagação nesta grade não-uniforme. Uma vez que neste estudo foi tomada a variação periódica de uma função seno, de modo que para  $\varphi = 0$  a função apresenta sempre um máximo primeiro na direção de propagação da luz, quando porém se toma  $\varphi = \pi$  a função apresenta um mínimo primeiramente. Esta diferença de fase faz os dois dispositivos apresentarem comportamentos completamente diferentes.

Na figura 3.10 estão plotadas as características de chaveamento em função de  $\varphi$  para alguns valores de  $N$ . Existem grandes variações na intensidade crítica de subida com a fase apresentando máximos e mínimos. Estes gráficos podem ser utilizados como um guia na fabricação de grades para aplicações especiais. Aumentando ou diminuindo a intensidade crítica para o chaveamento não-linear podem ser construídas memórias ópticas específicas para sistemas operando em qualquer intensidade na faixa de valores da figura 3.10 (a).

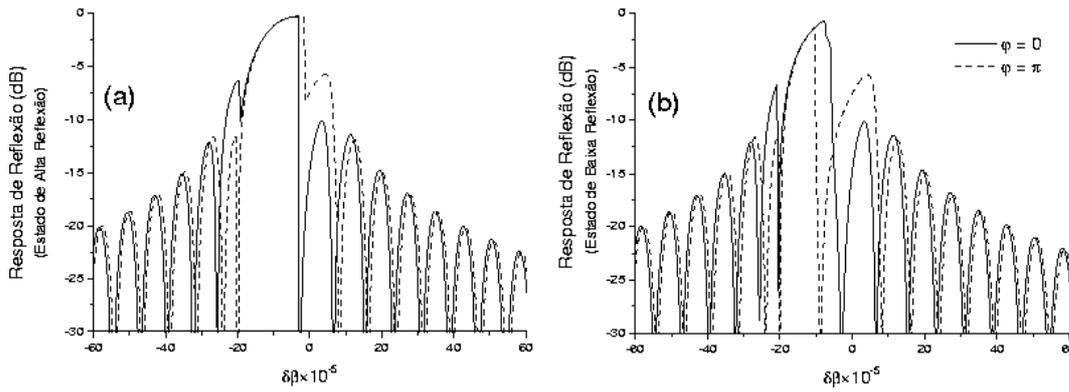


Figura 3.11: Respostas de reflexão de duas grades não-lineares moduladas com uma diferença de fase  $\varphi = \pi$  para um sinal de entrada CW de  $I = 2$ . (a) Estado  $\uparrow$  e (b) Estado  $\downarrow$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $A = 0.2$ ,  $\langle \gamma \rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $N = 1$ .

A dependência de  $\varphi$  nas respostas de reflexão são apresentadas na Fig. 3.11, de onde é possível notar a diferença entre as respostas destas grades. O primeiro lóbulo lateral em frequências maiores que  $\omega_B$  são visivelmente maiores na grade com defasamento  $\pi$  (uma diferença em torno de 5 dB) nos dois estados de bistabilidade. Contudo, o primeiro lóbulo lateral ao pico de reflexão em frequências menores que  $\omega_B$  são maiores nas grades com  $\varphi = 0$ . Existe, ainda, uma diferença numa região estreita da banda de reflexão onde para a grade com defasamento  $\pi$  a resposta se aproxima de 0 dB e para a grade sem fase é menor que -30 dB no estado de bistabilidade de alta reflexão (Estado  $\uparrow$  - Fig. 3.11 (a)). Esta região deixa de ser estreita quando o estado de baixa reflexão é considerado. Agora, por toda uma região do espectro da grade resposta de reflexão da grade sem fase se aproxima de 0 dB enquanto para a grade de fase  $\pi$  varia de -14 dB a -30 dB. Este resultado é interessantíssimo se for considerada apenas esta frequência onde este fenômeno é aparente fazendo com que uma grade não-linear seja um refletor quase perfeito dependente da direção de propagação da luz. Esta diferença faz com que uma simples fase no processo de fabricação leve a dispositivos com assinatura própria inconfundível, que podem ter aplicações diretas na codificação de pulsos.

### Modulação da Não-Linearidade em Grades Apodizadas

A modulação periódica da não-linearidade em grades apodizadas pode ser útil para aplicações onde se deseje alta rejeição das frequências fora da banda de reflexão. Na figura 3.12, podem ser vistas as respostas de reflexão de uma grade não-linear de  $L = 1$  cm com apodização gaussiana de largura 0.5 cm para um sinal CW de entrada igual à 2 em ambos estados  $\uparrow$  e  $\downarrow$ . Notoriamente, as respostas não apresentam lóbulos laterais significativos e a modulação leva a diferenças entre as respostas da figura 3.12 e as da figura 3.2, para uma grade

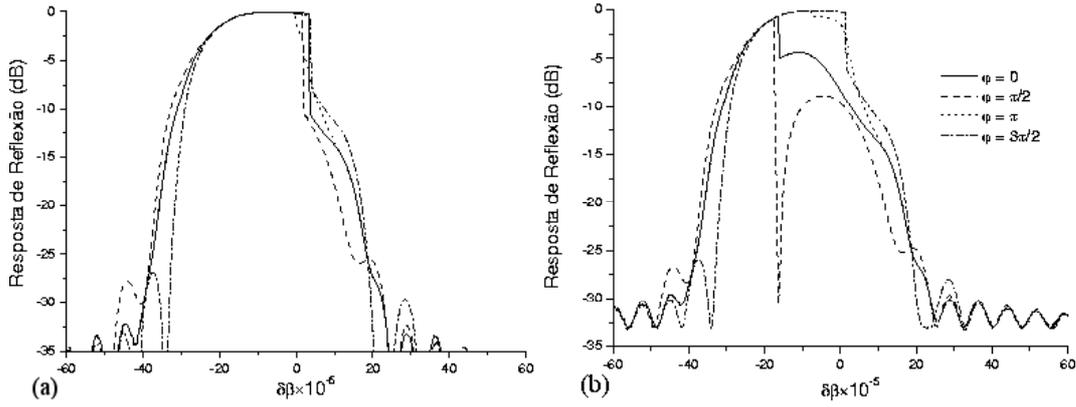


Figura 3.12: Respostas de reflexão de quatro grades não-lineares com apodização gaussiana para um sinal de entrada CW  $I = 2$ .  $\kappa_{max} = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\langle \gamma \rangle = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $N = 2$ ,  $A = 0.2$ .

não-modulada.

É importante perceber que a modulação da não-linearidade em grades apodizadas preserva a função da apodização: rejeição da luz em comprimentos de onda fora da banda de reflexão, reduzindo os lóbulos laterais para menos de -30dB. De fato, o estado  $\uparrow$  apresentou melhores resultados quanto a este requisito, deixando os lóbulos secundários sempre em torno de -27 dB e reduzindo os lóbulos seguintes significativamente. Dessa maneira, é possível realizar chaves não-lineares para sistemas onde a separação espectral entre os canais é mínima sem receio de *crosstalk* entre os canais.

### 3.4

#### Procedimentos Numéricos

A fim de resolver as equações (3-1)–(3-2) com condições de contorno livres, vários métodos numéricos podem ser implementados, por exemplo diferenças finitas. O método que exige menor gasto computacional comparado com a precisão é um dos métodos conhecidos como Runge-Kutta (Boyce). O método Runge-Kutta de quarta-ordem (RK4) é robusto e um ótimo candidato à resolução de equações diferenciais ordinárias. O erro do método RK4 é proporcional à quarta potência do passo,  $h^4$ .

Como o problema (3-1)–(3-2) é um problema de valor de fronteira, é necessário transformá-lo em um problema de valor inicial, *ide est*, iniciar a solução a partir de um ponto comum. Assim, as condições de contorno são agora  $\mathcal{P}(\zeta = L^*) = \mathcal{P}_{L^*}$  e  $\mathcal{C}(\zeta = L^*) = 0$ . Obviamente, o problema será resolvido de trás pra frente. Um valor para a onda transmitida é suposto e encontra-se o valor das ondas refletida e incidente no final da computação.

Fisicamente, isto parece um tanto sem sentido, entretanto, numericamente, foi o melhor método encontrado. Métodos de passos múltiplos a partir

de equações de diferenças finitas foram testados para a solucionar este problema iniciando os cálculos de  $z = 0$ , porém sempre acarretaram erros, tais como a não-conservação de (3-9). Por razões já explicadas no início desta seção, o método RK4 foi escolhido para ser utilizado neste trabalho.

Em tal método, a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias é obtida passo a passo. Como em métodos de previsão-correção, o método Runge-Kutta utiliza pontos múltiplos. O método Runge-Kutta de quarta ordem para o sistema (3-1)–(3-2) pode ser escrito como

$$\mathcal{P}_n^0 = \partial_\zeta \mathcal{P}_n (\mathcal{P}_n, \mathcal{C}_n, \zeta_n),$$

$$\mathcal{C}_n^0 = \partial_\zeta \mathcal{C}_n (\mathcal{P}_n, \mathcal{C}_n, \zeta_n),$$

$$\mathcal{P}_n^{h/2} = \partial_\zeta \mathcal{P}_n \left( \mathcal{P}_n + \frac{1}{2} \mathcal{P}_n^0, \mathcal{C}_n + \frac{1}{2} \mathcal{C}_n^0, \zeta_n + \frac{1}{2} h \right),$$

$$\mathcal{C}_n^{h/2} = \partial_\zeta \mathcal{C}_n \left( \mathcal{P}_n + \frac{1}{2} \mathcal{P}_n^0, \mathcal{C}_n + \frac{1}{2} \mathcal{C}_n^0, \zeta_n + \frac{1}{2} h \right),$$

$$\mathcal{P}_n^{-h/2} = \partial_\zeta \mathcal{P}_n \left( \mathcal{P}_n + \frac{1}{2} \mathcal{P}_n^{h/2}, \mathcal{C}_n + \frac{1}{2} \mathcal{C}_n^{h/2}, \zeta_n + \frac{1}{2} h \right),$$

$$\mathcal{C}_n^{-h/2} = \partial_\zeta \mathcal{C}_n \left( \mathcal{P}_n + \frac{1}{2} \mathcal{P}_n^{h/2}, \mathcal{C}_n + \frac{1}{2} \mathcal{C}_n^{h/2}, \zeta_n + \frac{1}{2} h \right),$$

$$\mathcal{P}_n^h = \partial_\zeta \mathcal{P}_n \left( \mathcal{P}_n + \mathcal{P}_n^{-h/2}, \mathcal{C}_n + \mathcal{C}_n^{-h/2}, \zeta_n + h \right),$$

$$\mathcal{C}_n^h = \partial_\zeta \mathcal{C}_n \left( \mathcal{P}_n + \mathcal{P}_n^{-h/2}, \mathcal{C}_n + \mathcal{C}_n^{-h/2}, \zeta_n + h \right),$$

$$\mathcal{P}_{n+1} = \frac{h}{6} \left( \mathcal{P}_n^0 + 2\mathcal{P}_n^{h/2} + 2\mathcal{P}_n^{-h/2} + \mathcal{P}_n^h \right), \quad (3-43)$$

$$\mathcal{C}_{n+1} = \frac{h}{6} \left( \mathcal{C}_n^0 + 2\mathcal{C}_n^{h/2} + 2\mathcal{C}_n^{-h/2} + \mathcal{C}_n^h \right). \quad (3-44)$$

onde  $\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_{L^*}$  e  $\mathcal{C}_0 = 0$ . Com  $n = L^*/h$ . A constante  $h$  é o passo da simulação. A precisão do método Runge-Kutta de quarta-ordem leva em conta o erro por passo e é da ordem de  $h^5$ , enquanto o erro total acumulado é da ordem de  $h^4$ , como dito anteriormente. Assim, é necessário  $h$  tanto menor quanto possível (Forsythe).

Para encontrar as curvas características de transmissão e reflexão, pode-se aplicar o método descrito acima e variar o descasamento de fase  $\delta\beta$ . As respostas de transmissão e reflexão podem ser obtidas diretamente usando a equação (3-11) na forma

$$\frac{|\mathcal{P}|^2}{|\mathcal{P}_0|^2} = 1 - \frac{|\mathcal{C}|^2}{|\mathcal{P}_0|^2}. \quad (3-45)$$

A transmissividade e a refletividade podem ser extraídas diretamente

usando

$$H^T = \frac{\mathcal{P}(L^*, \delta\beta)}{\mathcal{P}(0, \delta\beta)}, \quad (3-46)$$

$$H^R = \frac{\mathcal{C}(0, \delta\beta)}{\mathcal{P}(0, \delta\beta)}. \quad (3-47)$$

Este procedimento, contudo, só é aplicado no caso de não haver não-linearidades nas equações. Como mostrado na figura 3.3 (b), cada intensidade de entrada leva à uma resposta de transmissão diferente e no caso de intensidades suficientemente elevadas, casadas com uma diferença na constante de propagação específica, estas podem levar o sistema à bistabilidade óptica, ocasionando mais uma curva de transmissão para o mesmo valor de entrada de um sinal CW. Os dados da intensidade incidente obtidos podem ser armazenados numa matriz  $I_{n_\beta \times n_I}$ . Se um desenho em três dimensões for feito usando o gride  $n_\beta \times n_I$ , as curvas de nível deste desenho revelarão as curvas de transmissão para uma intensidade de entrada fixa  $I_0$ . Este procedimento foi usado para gerar a figura 3.3 (a). Apesar deste método ser interessante para uma rápida visualização quando softwares gráficos apropriados<sup>15</sup> são usados, ele pode não ser útil para a retirada dos dados relativos à fase adquirida pelo sinal ao ser transmitido ou refletido pela grade.

As curvas das respostas de transmissão e reflexão para as equações (3-1)–(3-2) devem ser obtidas fazendo-se uma interpolação entre o valor de entrada que se deseje e os valores mais próximos obtidos nas simulações<sup>16</sup>. Para encontrar as curvas de potência é feito a potência variar de zero até um valor desejado maior que a intensidade do sinal de entrada que se deseje estudar, uma vez que a intensidade de saída jamais é maior que a entrada, exceto em meios com ganho (não considerados neste trabalho). Conseguem-se as curvas de potência (bistabilidade) e faz-se uma varredura nesta curva até se encontrar o valor da intensidade de entrada que se quer. Obviamente, uma interpolação entre os valores de entrada que se deseje e os valores mais próximos obtidos nas simulações deve ser feita. Este procedimento é realizado para todo  $\delta\beta$  na região desejada da banda do dispositivo. Este procedimento é mostrado na figura 3.13, onde as intensidades de saída  $T_n$  e  $T_{n+1}$  são conhecidas (dependem somente do gride da simulação) e os valores de entrada correspondentes  $I_n$  e  $I_{n+1}$  são obtidos nos cálculos. Para uma intensidade de entrada arbitrária  $I_{in}$  de valor entre  $I_n$  e  $I_{n+1}$ , uma interpolação deve ser feita para descobrir o valor da

<sup>15</sup>Por exemplo: no sistema operacional Microsoft Windows 98/XP, pode-se usar, dentre tantos outros, o software Microcal Origin 7.0 ou Surfer. No sistema operacional Linux distribuição Debian, pode-se usar o software GNUplot ou XMGrace.

<sup>16</sup>Neste trabalho, foi usada uma aproximação linear entre os valores mais próximos.

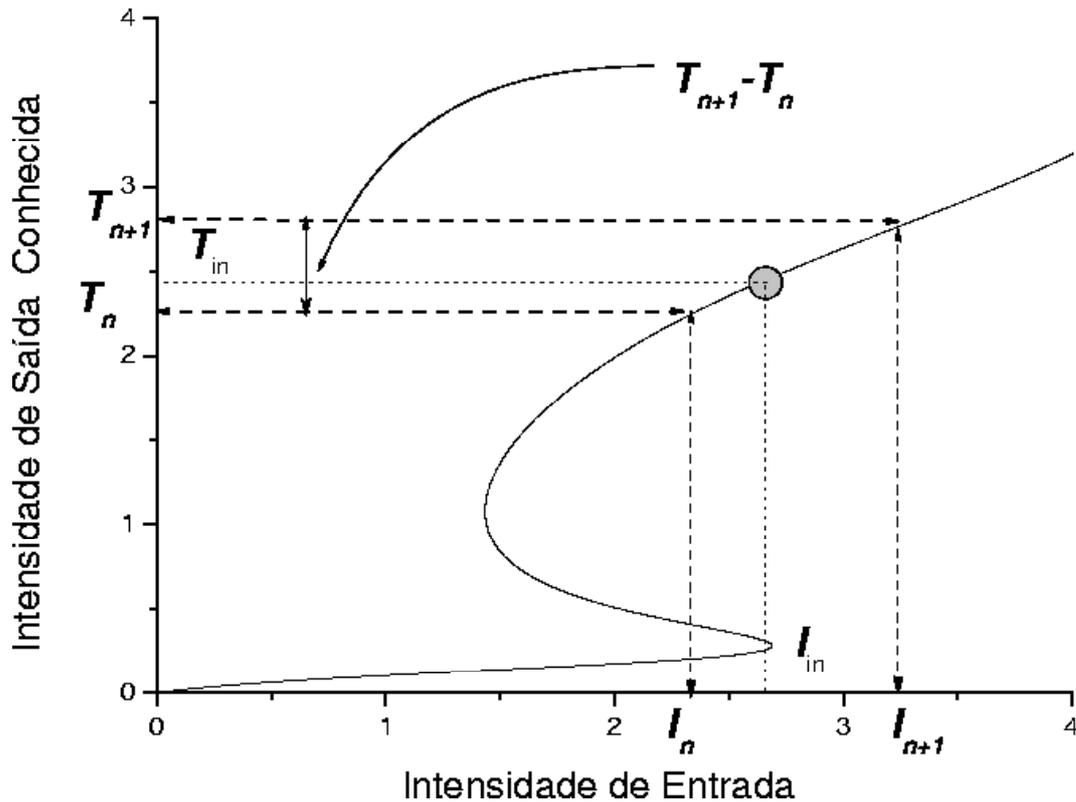


Figura 3.13: Esquema do procedimento numérico para a coleção das intensidades de saída  $T_{in}$  para uma entrada incidente  $I_{in}$  a partir das curvas de potência.

intensidade de saída  $T_{in}$ . A intensidade refletida pode ser encontrada através do mesmo procedimento, ou pode ser obtida da relação (3.44). Ainda há de se considerar o efeito da bi- ou multistabilidade óptica no cálculo das curvas características. Então, para cada estado de estabilidade existe uma curva de transmissão para uma desejada potência de entrada, que deve ser escolhida a partir de um conhecimento prévio do passado do dispositivo.

Para o estudo da modulação periódica da não-linearidade, fez-se necessário a obtenção numérica dos parâmetros de chaveamento. Desta maneira, nas curvas de potência os extremos<sup>17</sup> (intensidades críticas) foram salvos num arquivo para cada função de não-linearidade  $\gamma(\zeta)$  e descasamento de fase próprio.

Todas as figuras apresentadas nesta dissertação de mestrado foram obtidas mediante simulação computacional via programas escritos em FORTRAN90 exclusivamente pelo autor e realizadas no LOCEM<sup>18</sup>.

<sup>17</sup>Para tanto, basta selecionar o valor onde a inclinação da curva muda.

<sup>18</sup>Laboratório de Telecomunicações e Ciência e Engenharia de Materiais.

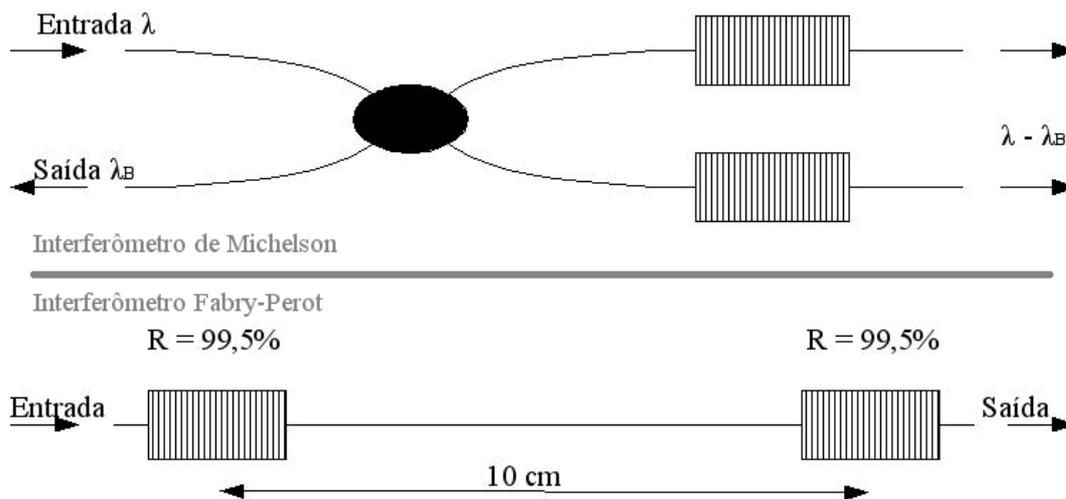


Figura 3.14: Aplicações de um refletor de Bragg num esquema de interferômetro Fabry-Perot e como componente num interferômetro tipo Michelson.

### 3.5 Aplicações

A grade de Bragg de fibra mais simples e mais usada é o refletor de Bragg comum e está ilustrada na figura 1.1. Dependendo dos parâmetros tais como comprimento da grade e magnitude da mudança do índice de refração induzida, o refletor de Bragg pode funcionar como um filtro de reflexão ou transmissão de banda curta, ou como espelho de banda larga. Estes dispositivos podem ser arranjados junto com outros tipos de grades para funcionar como filtro passa-banda. Na figura 3.14 podem ser vistas duas aplicações desta grade. A primeira configuração modifica um espectro de banda larga, utilizando grades de Bragg para remover componentes de comprimentos de onda indesejados. Este dispositivo é conhecido como interferômetro de Michelson. O segundo arranjo incorpora as grades de Bragg como espelhos de alta reflexão para construir uma cavidade Fabry-Perot.

Refletores de Bragg são considerados excelentes sensores de tensão e temperatura por causa das medidas serem codificadas no comprimento de onda. Isto elimina o problema das flutuações de amplitude ou intensidade que existem em muitos outros tipos de sistemas de sensores baseados em fibras ópticas. Cada refletor de Bragg pode ser desenhado para ter sua própria assinatura de comprimento de onda, então, uma série de grades pode ser escrita numa fibra cada uma tendo seu próprio comprimento de onda de ressonância. Esta configuração pode ser usada para WDM ou sensoriamento quase-distribuído (Kersey). Grades também têm provado ser bastante úteis em fibras ajustáveis e lasers de semicondutor (Ball, Hillmer) servindo como uma, ou ambas, das faces da cavidade do laser. Variando o sinal de feedback de

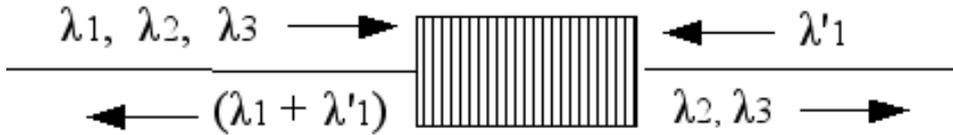


Figura 3.15: Representação esquemática dos sinais atuando num filtro não-linear dependente da direção de propagação feito com grades de Bragg.

ressonância para a grade ajusta-se o comprimento de onda do laser.

Uma das aplicações inerentes as grades chirpadas é seu desenho para grandes larguras de banda e baixa perda em comprimentos de onda pequenos. Outra aplicação é a compensação de dispersão em aplicações de telecomunicações de alta taxa de transferência de bits e em cavidades *lasers*.

Para aplicações como filtros *add-drop*<sup>19</sup>, ou demultiplexadores. Para um sistema WDM, a resposta da grade deve ser menor que -30 dB para os lóbulos secundários em relação ao pico da resposta de reflexão, fazendo com que apodização nestas grades seja requerida. Como mostrado na seção 3.2.2, a função mais indicada para tal seria a função  $\text{sen}^2$ , entretanto é comum a fabricação de grades apodizadas usando a função Gaussiana implícita do *laser* de gravação (Norton).

Dispositivos opticamente multistáveis podem ser úteis para aplicações em memórias de multi-estados totalmente ópticas ou conversores analógico-digital (Gibbs). Estudos futuros deste efeito podem levar a dispositivos com características próprias e aplicações até mesmo em sistemas que usam acesso múltiplo por divisão de código (CDMA<sup>20</sup>) de pulsos. A técnica do CDMA tem sido extensivamente estudado no contexto de comunicações de micro-ondas que permite os usuários acessar qualquer canal compartilhado aleatoriamente num tempo arbitrário. Seu uso em redes ópticas tem atraído considerável atenção desde 1985 (Hui).

Grades não-lineares moduladas anharmonicamente podem ser usadas como filtro dependente da direção de propagação num determinado comprimento de onda e podem ser usadas para combinar informação num canal desejado. A figura 3.14 mostra uma representação esquemática desta aplicação. Um feixe incidente  $\lambda_1$  vindo da esquerda para direita nessa grade é refletido de volta somando-se ao feixe transmitido  $\lambda'_1$  vindo da direita para esquerda sendo combinado. Agora a luz que volta para a esquerda é  $\lambda_1 + \lambda'_1$ . Isto pode ser útil para aplicações de códigos e modulação em sistemas de comunicações seguros.

<sup>19</sup>Um filtro *add-drop* (adicionar-retirar) é um dispositivo construído para operar em sistemas WDM fazendo o papel, muitas vezes, de roteador. Este dispositivo, de arquitetura tipo Mach-Zender, é construído de tal modo que é possível retirar e adicionar luz em comprimentos de onda específicos.

<sup>20</sup>Assincrônimo do Inglês: Code-Division Multiple Access.

## 4

### Transmissão e Reflexão de Pulsos Ultracurtos

Neste capítulo são apresentadas as formas temporais e espectrais de pulsos ultra-curtos incidindo em grades de Bragg. Na seção 4.1, há uma breve descrição da motivação, histórico e métodos utilizados no estudo da reflexão e transmissão de pulsos ultra-curtos. A seção 4.2 é focada na obtenção das formas temporais dos pulsos refletidos em grades lineares. Na seção 4.3 são apresentados os resultados principais da transmissão e reflexão em grades não-lineares em função de vários parâmetros de tais grades e do pulso de entrada. A seção 4.4 descreve os métodos numéricos utilizados para a obtenção dos resultados nas seções 4.2 e 4.3. A seção 4.5 exhibe uma breve explanação das possibilidades teóricas das aplicações das grades discutidas em todo o capítulo 4.

#### 4.1

##### Introdução

O entendimento da dinâmica de pulsos ultra-curtos<sup>1</sup> ( $\sim 2\text{ps}$ ) em FBG tem importância fundamental para aplicações em comunicações ópticas de alta taxa de transferência de bits e em sensoriamento. Este entendimento pode ser obtido das equações (2-47)–(2-48). A solução destas equações de onda com as condições de contorno  $\mathcal{P}(\zeta = 0, t) = \mathcal{P}_0(t)$  e  $\mathcal{C}(\zeta = L^*, t) = 0$  é de difícil obtenção tanto analiticamente, quanto numericamente. Uma vez que as condições de contorno levam a dificuldades numéricas extremas. Apesar disto, de Sterke *et alii* conseguiram desenvolver um método elegante para a solução deste problema (Sterke). O método consiste em fazer uma mudança de variáveis nas equações diferenciais parciais espaço-temporais e transformar o problema de valor de contorno em um problema de condições iniciais. Uma vez que este trabalho é focado na obtenção das características de reflexão e transmissão de um pulso ultracurto, outro método foi aplicado.

<sup>1</sup>Para pulsos na faixa de femtosegundos efeitos não-lineares de ordem maior aparecem e a SPM e XPM deixam de ter importância fundamental, uma vez que a largura dos pulsos é muito pequena para que estes efeitos possam ser apreciados, como ressaltado no apêndice A.

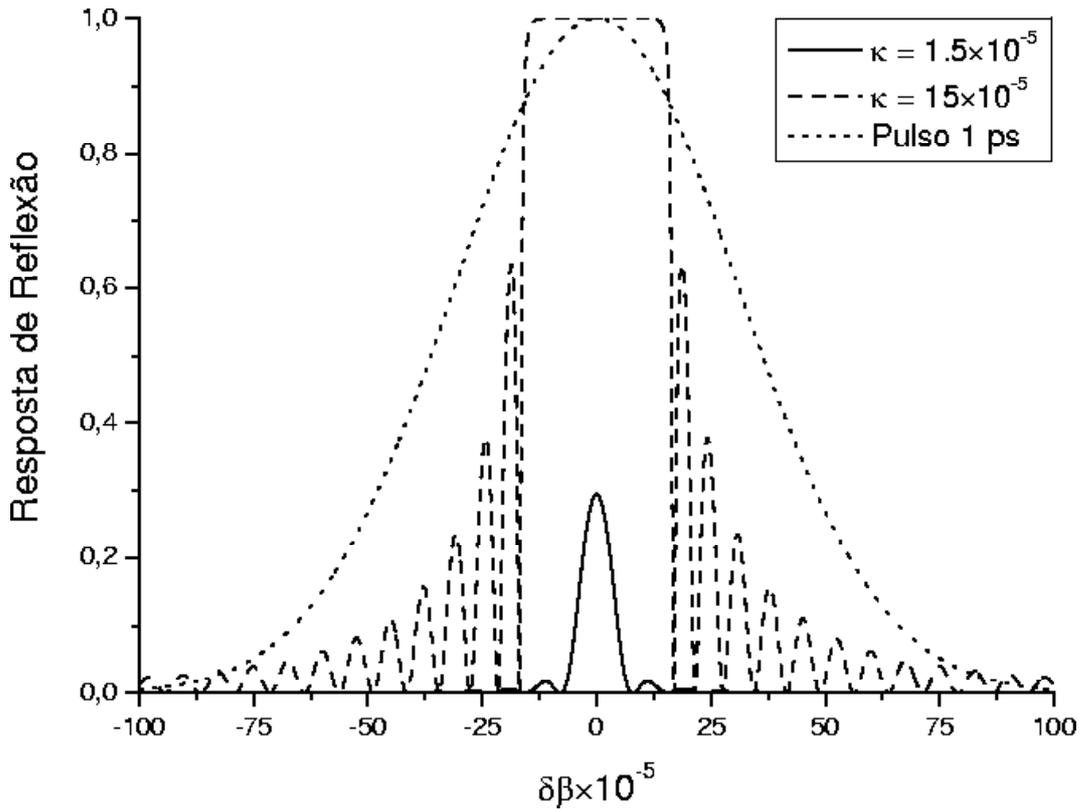


Figura 4.1: Largura espectral das grades de Bragg típicas e de um pulso Gaussiano de 1 ps centrado na frequência de ressonância das grades.

Um pulso ultracurto (FWHM  $\sim 2$  ps) apresenta uma largura de banda espectral consideravelmente maior que a largura de banda da grade de Bragg. Ainda, a largura espacial do pulso é de poucas centenas de micrômetros interagindo apenas com uma parcela muito pequena da grade. Ainda, como resultado da modulação do índice de refração fraco induzido por UV, o pulso irá propagar dentro da grade continuamente gerando um sinal refletido. Quando o pulso de entrada finalmente alcança o fim da grade, a última reflexão deve viajar de volta através da grade. Então, a duração total do pulso refletido é precisamente o tempo de propagação de ida e volta dentro da grade  $t = 2n_0L/c \sim 96$  ps. O tempo total do pulso refletido é uma soma coerente das componentes refletidas geradas assim que o pulso de entrada propaga através da grade. Em qualquer tempo, o pulso interage apenas com uma pequena fração do comprimento total da grade, tal que cada componente espectral do pulso incidente pode ser calculada como se a grade fosse percebida por todas as componentes ao mesmo tempo usando as equações de modo acoplado no domínio da frequência (3-3)–(3-4) (Chen). Desse modo, os pulsos transmitido e refletido podem ser calculados usando uma transformada inversa de Fourier (Figueiredo) do espectro do pulso multiplicado pela funções de transmissão e

reflexão da grade

$$E^T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H^T(\omega) \tilde{\mathcal{P}}(\omega, 0) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (4-1)$$

$$E^R(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H^R(\omega) \tilde{\mathcal{P}}(\omega, 0) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (4-2)$$

onde  $H^T(\omega)$  e  $H^R(\omega)$  são as características de transmissão e reflexão das grades calculadas para as grades lineares via equação (3-35)–(3-36).  $E^T$  e  $E^R$  são as formas temporais dos pulsos transmitido e refletido, respectivamente, e,  $\tilde{\mathcal{P}}(\omega, 0)$  é a transformada de Fourier do pulso de entrada no tempo.

A figura 4.1 mostra claramente que a largura espectral do pulso óptico ultracurto normalizado excede consideravelmente a largura de banda das grades de Bragg típicas, mesmo com função de acoplamento grande<sup>2</sup>  $\kappa \sim 10^{-4}$ .

Para entender o que acontece quando pulsos ópticos propagam dentro de uma fibra óptica com sua frequência da portadora  $\omega_0$  fora da banda proibida de fótons mas próxima de  $\kappa = \delta\beta$ , note que a constante de propagação efetiva das ondas propagante e contra-propagante é  $\beta_e = \beta_B \pm 2\beta_B S$ , onde  $S$  é dado pela equação (3-32) e é função da frequência óptica através de  $\delta\beta$ . Esta dependência da frequência de  $\beta_e$  indica que uma grade exhibe efeitos dispersivos mesmo se foi fabricada num meio não-dispersivo. Em fibras ópticas, a dispersão induzida pela grade é adicionada da dispersão do material e do guia de onda. De fato, a contribuição da grade é dominante sobre todas as outras fontes de dispersão. Expandindo  $\beta_e$  em séries de Taylor similarmente ao que foi feito na equação (2-47) em torno da frequência  $\omega_0$  do pulso. O resultado é dado por

$$\beta_e(\omega) = \beta_0^g + (\omega - \omega_0) \beta_1^g + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \beta_2^g + \frac{1}{6} (\omega - \omega_0)^3 \beta_3^g + \dots \quad (4-3)$$

onde  $\beta_m^g$  com  $m$  inteiro maior que zero é definida como

$$\beta_m^g = \frac{d^m S}{d\omega^m} \Big|_{\omega=\omega_0} \approx \left( \frac{1}{v_g} \right)^m \frac{d^m S}{d(\delta\beta)^m} \Big|_{\omega=\omega_0}. \quad (4-4)$$

O índice sobrescrito  $g$  denota que os efeitos dispersivos têm sua origem na grade. Na equação (4-4),  $v_g$  é a velocidade de grupo do pulso na ausência da grade ( $\kappa = 0$ ). A dispersão da  $v_g$  é negligenciada na equação (4-4), mas pode ser incluída facilmente.

Considerando, primeiro, a velocidade de grupo do pulso dentro da fibra, usa-se  $V_G = 1/\beta_1^g$  e a equação (4-4) para escrever

<sup>2</sup>Vale lembrar aqui que a aproximação de envelope variando lentamente com o tempo requer que a polarização seja tratada como uma perturbação. Desse modo, não se pode ter qualquer valor arbitrário para a modulação do índice.

$$V_G = \pm v_g \sqrt{1 - \left(\frac{\kappa}{\delta\beta}\right)^2}, \quad (4-5)$$

onde a escolha dos sinais  $\pm$  depende da direção de propagação do pulso. Longe da região  $\kappa = |\delta\beta|$ , o pulso óptico não é afetado pela grade e viaja na velocidade de grupo esperada na ausência da grade. Todavia, quando  $|\delta\beta|$  se aproxima de  $\kappa$ , a velocidade de grupo decresce e vai à zero nas duas fronteiras da banda proibida de fótons. Então, próximo da região da banda proibida de fótons, um pulso óptico experimenta uma considerável desaceleração dentro de uma grade de fibra.

Propriedades dispersivas de segunda e terceira ordens são governadas por  $\beta_2^g$  e  $\beta_3^g$ , respectivamente. Usando a equação (4-4) junto com a relação de dispersão, estes parâmetros são governados por

$$\beta_2^g = -\frac{\text{sgn}(\delta\beta)}{\sqrt[3]{(\delta\beta) - \kappa^2}} \left(\frac{\kappa}{v_g}\right)^2, \quad (4-6)$$

$$\beta_3^g = \frac{3|\delta\beta|}{v_g \sqrt[5]{(\delta\beta) - \kappa^2}} \left(\frac{\kappa}{v_g}\right)^2. \quad (4-7)$$

a dispersão por velocidade de grupo (GVD<sup>3</sup>), governada pelo parâmetro  $\beta_2^g$ , depende do sinal de  $\delta\beta$ . A GVD é anômala quando  $\delta\beta$  é positivo e a frequência da portadora excede a frequência de Bragg. A dispersão de terceira ordem é positiva independente do sinal do descasamento. Tanto  $\beta_2^g$  quanto  $\beta_3^g$  tornam-se infinitamente grandes na fronteira da banda proibida.

#### 4.1.1

##### A função Gaussiana

A função do pulso de entrada na figura 4.1 é uma função gaussiana, às vezes, chamada de curva de frequência. Ela é encontrada nas distribuições de probabilidade da distribuição normal:

$$f(t) = f_0 e^{-a(t-t_0)^2}, \quad (4-8)$$

onde o parâmetro  $a$  está relacionado com a largura calculada a meia altura do máximo (FWHM) da função por

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{\frac{\ln 2}{a}}. \quad (4-9)$$

A transformada de Fourier da função gaussiana é outra função gaussiana, como dito anteriormente na seção sobre apodização no capítulo anterior. Explicitamente, a transformada de Fourier pode ser calculada facilmente para

<sup>3</sup>Assincrônimo do Inglês: Group Dispersion Velocity.

se ter

$$\mathcal{F}\left(f_0 e^{-at^2}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} f_0 e^{-\frac{\pi^2}{a}(\omega - \omega_B)^2}. \quad (4-10)$$

O pulso de entrada então pode ser calculado em função do parâmetro de descasamento de fase  $\delta\beta$  simplesmente usando a relação  $\omega = \omega_B (\delta\beta + 1)$ :

$$\mathcal{F}(f) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} f_0 e^{-\pi^2 \frac{(-\omega_B \delta\beta)^2}{a}} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} f_0 e^{-4\pi^4 c^2 \frac{\delta\beta^2}{\lambda_B^2 a}} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} f_0 e^{-\pi^4 \frac{c^2}{\ln 2} \frac{\delta\beta_{\text{FWHM}}^2}{\lambda_B}}, \quad (4-11)$$

onde a relação (4-4) foi usada para se obter o lado direito extremo da expressão acima.

Em todas as simulações numéricas realizadas reportadas nesta dissertação, a frequência central do pulso gaussiano de entrada estava casada em fase com a grade, ou seja, a frequência central do pulso é feita igual à  $\omega_B$ . O foco principal foi encontrar as formas temporais dos pulsos refletidos e transmitidos pelas diversas grades apresentadas aqui. A intensidade das ondas refletidas e transmitidas só foi considerada para a verificação da conservação da energia.

## 4.2

### Grades Lineares

As equações (4-1)–(4-2) podem ser utilizadas para o estudo da reflexão e transmissão de pulsos ultra-curtos em grades lineares. Na verdade, este método foi primeiro utilizado por Chen *et alii* para resolver grades lineares, num experimento computacional interessante, porém não muito rigoroso (Chen). Neste trabalho, os pesquisadores estudaram a reflexão através de grades com acoplamento fraco, forte e muito forte para grades normais e apodizadas. Nesta seção, um estudo visando características destas grades foi realizado para o melhor entendimento quando comparados com os resultados da seção 4.2. Aqui, a preocupação é apenas com a forma do pulso, como será discutido na seção 4.5.

A figura 4.2 mostra pulsos refletidos de uma entrada de um pulso gaussiano de largura de 1 ps depois de passar por quatro grades de distintas profundidades da modulação. A forma temporal do pulso refletido pela grade de constante de acoplamento fraca  $\kappa = 1.5 \times 10^{-5}$  na figura 4.2 (a) é um pulso largo quadrado ( $\sim 80$  ps) seguido de um pulso transiente bem menos intenso e de largura bastante reduzida em relação ao primeiro. A longa duração observada do pulso refletido todo é consistente com seu espectro estreito. O decréscimo na intensidade do pulso refletido com o tempo é principalmente devido a perda de intensidade do pulso incidente na propagação pela grade (figura 4.2 (a)). Para profundidades de modulação maiores, existe uma separação do pulso refletido em duas componentes distintas: um pico principal refletido, que é

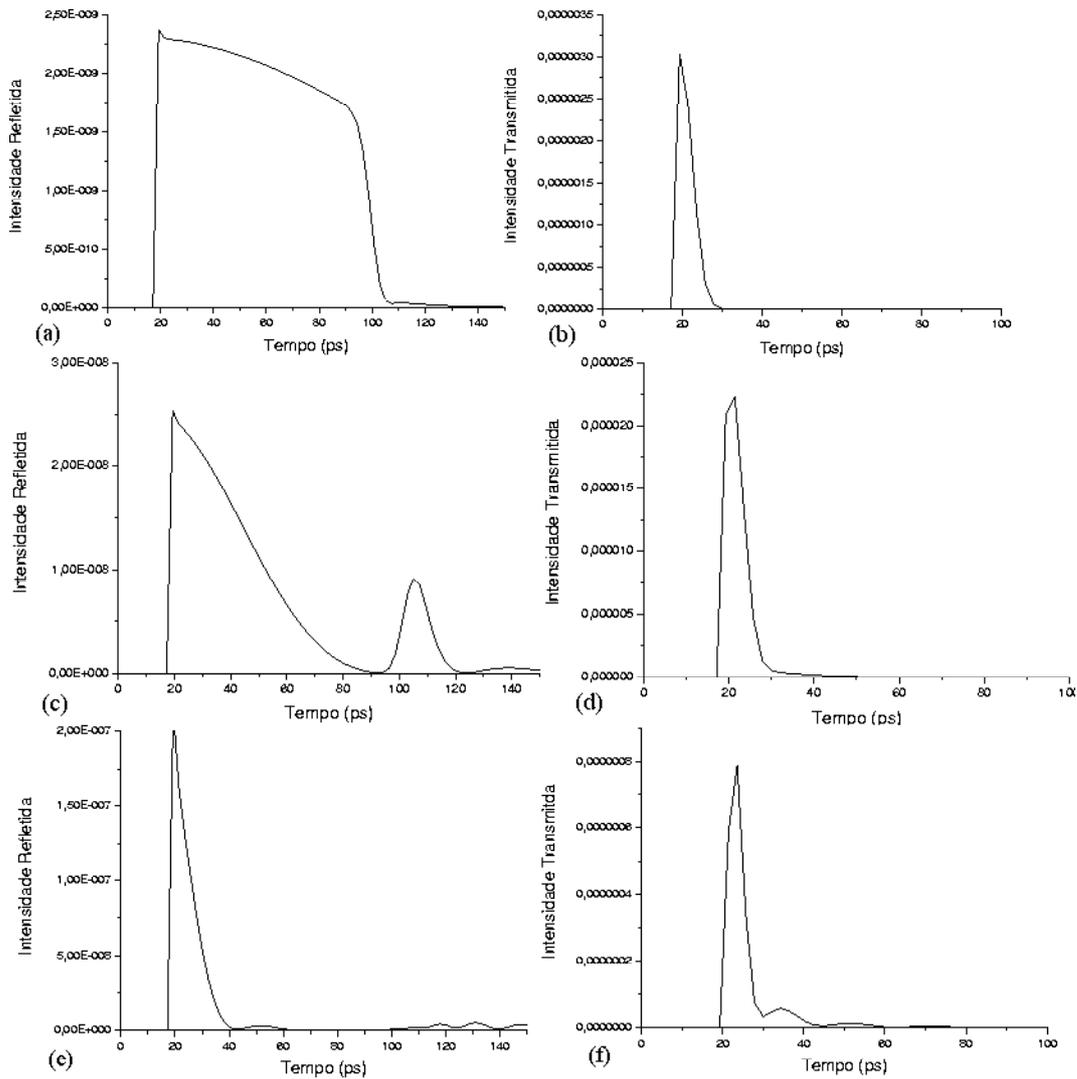


Figura 4.2: Intensidades refletidas e transmitidas de um pulso gaussiano ultracurto de 1 ps por (a) (b) uma grade fraca  $\kappa = 1.5 \times 10^{-5}$ , (c) (d) por uma grade de  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ , (e) (f) por uma grade forte  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$  e (g) (h) por uma grade muito forte  $\kappa = 50 \times 10^{-5}$ .

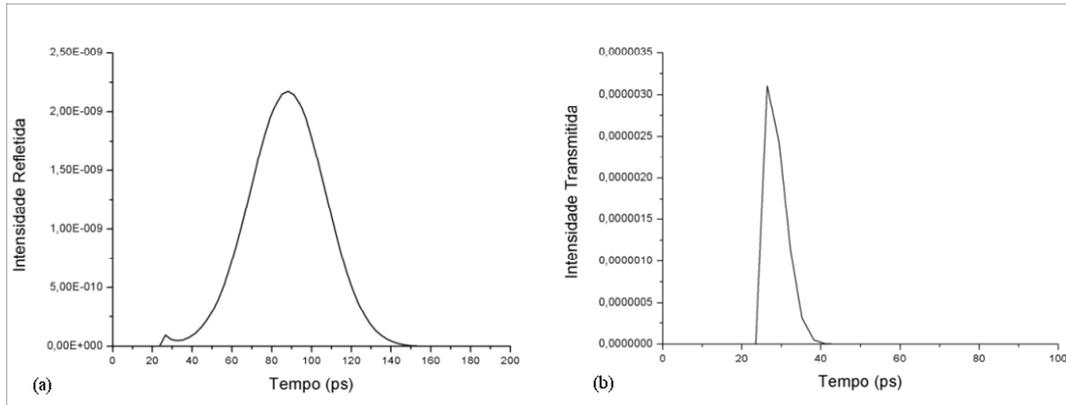


Figura 4.3: Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 1.5 \times 10^{-5}$ .

primeiramente devido as frequências na banda proibida fotônica da resposta de reflexão CW da grade, e os subpulsos transientes surgindo das frequências dos lóbulos laterais. Devido a forte modulação do índice, as frequências na banda proibida de fótons são primeiramente refletidas por um pequeno segmento no começo da grade. Esta interação resulta numa curta duração do pico principal de reflexão. Frequências que se encontram nos lóbulos laterais da resposta de reflexão CW propagam para o fim da grade e, então, contribuem para os pulsos transientes. Na figura 4.2 (c), a forma temporal da intensidade refletida por uma grade com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$  é um pulso intenso e largo ( $\sim 30$  ps) seguido de um pulso transiente de intensidade por volta de um terço do primeiro e distante em torno de 50 ps. Quando a constante de acoplamento da grade é  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$ , figura 4.2 (e), o pulso primário torna-se mais intenso e estreito que nos casos anteriores e um aumento significativo na separação entre este e um trem de pulsos transientes é percebida. Esta separação está em torno de 100 ps. Quando a grade apresenta uma profundidade de modulação muito forte,  $\kappa = 100 \times 10^{-5}$ , figura 4.2 (g), é possível perceber um único pulso curto refletido bem definido, seguido por um trem de pulsos transientes de intensidades desprezíveis. A largura dos pulsos refletidos já era esperada se consideração for feita quanto a largura espectral desse pulso refletido ser praticamente a largura da banda de reflexão da grade. Quanto mais forte é a grade, maior sua largura de banda de reflexão. Conseqüentemente, quando mais forte for a grade, mais estreito no tempo é o pulso refletido.

A figura 4.2 mostra, também, a forma temporal das intensidades transmitidas pelas grades descritas no parágrafo acima. Um pulso bem definido de largura em torno de 5 ps pode ser visto da transmissão por uma grade fraca figura 4.2 (b). Na figura 4.2 (d), um pulso intenso de largura em torno de 5

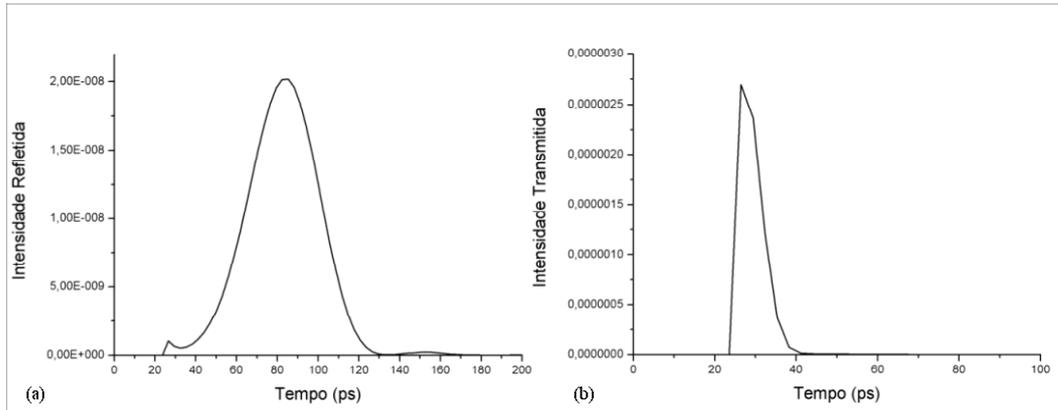


Figura 4.4: Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 5 \times 10^{-5}$ .

ps seguido de uma perturbação adjacente é a transmissão por uma grade com  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ . A formação de um trem de pulsos precedidos por um pulso intenso de largura  $\sim 5$  ps distante 10 ps deste é a característica principal da transmissão por uma grade forte, figura 4.2 (f). A intensidade transmitida por uma grade muito forte, figura 4.2 (h), é um pulso pouco intenso, ruidoso e extremamente largo ( $\sim 35$  ps) seguido de um trem de pulsos menos intensos e precedido de um pulso estreito também de intensidade bem menor que o pulso principal. A intensidade transmitida é espalhada em torno de 100 ps.

### 4.2.1 Apodização

Pulsos ultracurtos incidindo em grades apodizadas praticamente adquirem a forma das respostas de reflexão das grades quando estas apresentam uma profundidade de modulação fraca. Uma vez que as respostas de reflexão das grades apodizadas não apresentam lóbulos laterais significativos e, nos casos aqui considerados, o pulso está centrado na frequência de ressonância, a forma temporal esperada é um pulso de forma bem comportada<sup>4</sup> de largura espectral estreita. Por sua vez, a largura espectral estreita leva a um aumento na largura temporal do pulso refletido. Quando grades fortes são consideradas, deve-se ter em mente que a largura espectral da resposta de reflexão pode exceder a largura espectral do pulso, fazendo com que a banda do pulso refletido não seja mais bem comportada. Isto pode levar a efeitos indesejados que serão analisados no decorrer da seção.

As formas temporais de um pulso gaussiano ultracurto de 1 ps e intensidade 1 ao passar por quatro grades de Bragg apodizadas com uma máscara

<sup>4</sup>Termo usado pelos estudantes de física para adjetivar uma função que é contínua e a derivada primeira contínua; ainda, que não é precedida nem seguida de nenhuma perturbação. Esta função apresenta um pico bem determinado.

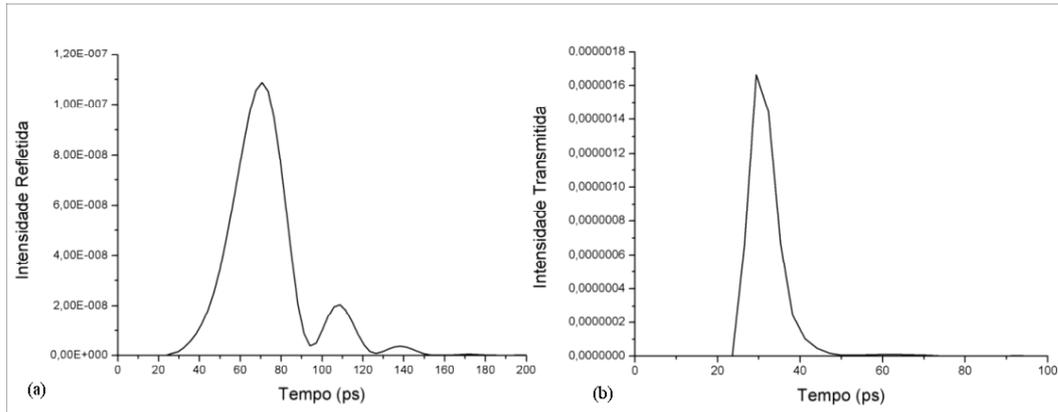


Figura 4.5: Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 15 \times 10^{-5}$ .

gaussiana de largura 0.5 cm na amplitude da função de acoplamento podem ser apreciadas nas figuras 4.3, 4.4, 4.5, e 4.6. A figura 4.3 (a) mostra um pulso refletido extremamente largo ( $\sim 50$  ps) ao encontrar esta grade fraca apodizada. Este pulso é precedido de uma perturbação curta e não é seguido por nenhum outro pulso transiente. O pulso transmitido por esta grade, figura 4.3 (b), é um pulso curto intenso que também não é seguido por perturbações, e, tampouco precedido por estas.

Na figura 4.4 (a), é possível apreciar a forma temporal do pulso refletido por uma grade de profundidade de modulação máxima regular  $\kappa_{max} = 5 \times 10^{-5}$ . Este é bastante largo ( $\sim 35$  ps) e regular, exceto pela perturbação no início. Há, ainda, um pulso transiente de intensidade bastante reduzida em relação ao pulso principal. O pulso transmitido, figura 4.4 (b), é intenso, porém é possível notar um alargamento comparado com o pulso da figura 4.3 (b).

Pulsos transientes podem agora ser notados, quando a profundidade máxima do acoplamento de uma grade apodizada é forte  $\kappa_{max} = 15 \times 10^{-5}$ , na forma temporal da reflexão, figura 4.5 (a). O pulso principal apresenta uma largura em torno de 30 ps e é seguido por um pulso menos intenso de largura em torno de 15 ps, distante 45 ps. Ainda, há um terceiro pulso bem menos intenso que o primeiro e distante 30 ps do segundo pulso. É de se supor que um trem de pulsos transientes pode surgir em grades com profundidades de modulação maiores que esta. A figura 4.5 (b) mostra o pulso transmitido intenso de largura temporal em torno de 10 ps. É possível perceber uma perturbação 30 ps após o pulso principal, levando novamente a suposição do surgimento de um trem de pulsos transientes também na forma do pulso transmitido para grades com acoplamentos maiores.

A figura 4.6 (a) mostra claramente a geração de um trem de pulsos na

reflexão por uma grade muito forte  $\kappa_{max} = 50 \times 10^{-5}$ . Há um pulso dominante de largura aproximada de 20 ps, precedido de um pulso menor de metade da intensidade, e, seguido de pulsos menos intensos. A forma da intensidade transmitida é um pulso intenso de largura menor que 10 ps, seguido de um pulso largo já interagindo com primeiro. A intensidade transmitida se espalha por uma largura de 30 ps.

As situações mostradas acima evidenciam a crença de que grades apodizadas não devem ter profundidades de modulação grandes, uma vez que a quebra do pulso refletido é realizada, para grades fortes, e do pulso transmitido, para grades muito fortes.

Quando comparadas com as grades da figura 4.2, as intensidades refletidas por grades apodizadas apresentam pulsos consideravelmente mais suaves e bem comportados, exceto para grades muito fortes.

### 4.3

#### Grades Não-Lineares

A propagação de um pulso ultra-curto numa grade de Bragg linear uniforme difere da propagação numa FBG não-linear devido a cada intensidade de entrada possuir características de reflexão e transmissão diferentes como visto na figura 3.3 (a). Ainda mais, devido ao surgimento da bistabilidade óptica as características de reflexão e transmissão dependem do estado da bistabilidade: estado  $\uparrow$  ou estado  $\downarrow$  como definido na figura 3.3 (b) (Lee, Chi). Então, as formas temporais dos pulsos transmitido e refletido podem ser escritas usando a transformada inversa de Fourier:

$$\begin{aligned} E^T(t, \uparrow) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H^T(\omega, |\mathcal{P}(\omega, 0)|^2, \uparrow) \tilde{\mathcal{P}}(\omega, 0) e^{-i\omega t} d\omega, \\ E^R(t, \uparrow) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H^R(\omega, |\mathcal{P}(\omega, 0)|^2, \uparrow) \tilde{\mathcal{P}}(\omega, 0) e^{-i\omega t} d\omega, \end{aligned} \quad (4-12)$$

onde  $H^T$  e  $H^R$  agora dependem da intensidade do pulso de entrada naquele valor do descasamento de fase.

O estado de bistabilidade do dispositivo depende do passado deste. Mais especificamente, da energia que passou por ele. Então, alguém poderia pensar que o tratamento empregado de transformada inversa de Fourier não está completamente correto. Mas, uma vez que a resposta dielétrica do sistema físico necessita de um tempo  $\tau^5$  para ser levada em conta, o tratamento proposto parece ser bastante válido. Para um tratamento de resposta dielétrica instantânea seria necessário apenas tratar a parte espacial crescente da intensidade do pulso estando no estado  $\uparrow$  do sistema enquanto que a parte decrescente esteja no estado  $\downarrow$ .

<sup>5</sup>Vide apêndice A

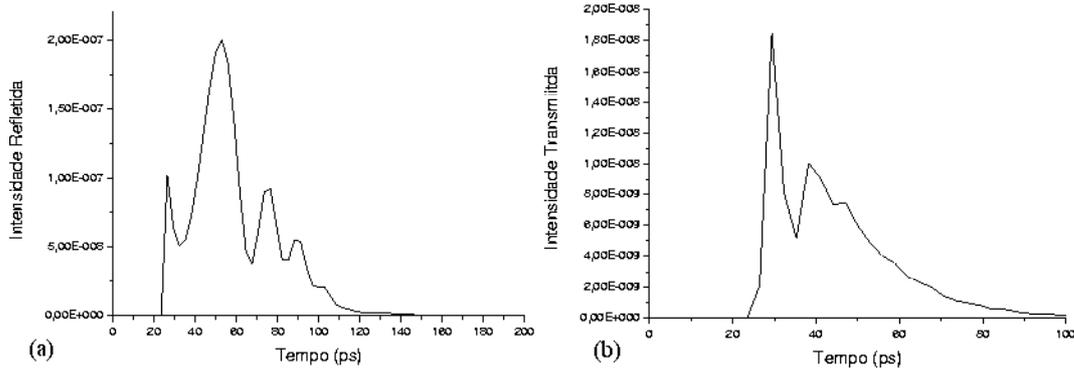


Figura 4.6: Pulsos (a) refletido e (b) transmitido por uma grade apodizada (função gaussiana de largura 5 mm) com acoplamento máximo  $\kappa_{max} = 50 \times 10^{-5}$ .

### 4.3.1

#### Dependência da Intensidade do Pulso de Entrada

Uma vez que as respostas de transmissão e reflexão das grades não-lineares dependem da intensidade de entrada do sinal, pulsos com intensidades diferentes levam à bandas transmitidas e refletidas diferentes afetando assim a forma temporal do pulso. A fim de encontrar características importantes relativas à intensidade de pulsos incidentes numa grade não-linear, pulsos gaussianos de mesma largura temporal e intensidades ligeiramente diferentes foram usados.

Vale lembrar que quando a intensidade do sinal de entrada é grande, um desvio no centro da banda se torna perceptível. Este *redshift* leva feixes localizados em regiões de frequência menor que a frequência de ressonância para grades no regime linear serem refletidos mais fortemente quando pulsos intensos são considerados. Para pulsos de menor intensidade, a forma temporal não se desvia muito se comparada com as formas temporais de grades lineares, uma vez que a dependência da intensidade no índice de refração se torna pequena para pequenos valores de entrada. Isto fica evidente na figura 3.3 (a).

A figura 4.7 mostra as formas temporais devido a dois pulsos gaussianos ultracurtos incidentes numa grade não-linear forte em ambos estados de chaveamento. O pulso refletido no estado  $\uparrow$  na figura 4.7 (a), devido uma entrada de um pulso de intensidade 1, difere do pulso da figura 4.7 (c) devido uma entrada de intensidade 4, por apresentar pulsos transientes 80 ps separados dos pulsos principais. Em ambos pulsos refletidos, há um pulso intenso estreito se sobrepondo a um pulso largo de metade da intensidade do pulso estreito. No estado  $\downarrow$ , o pulso refletido na figura 4.7 (a) está separado um pulso bem menos intenso por um tempo de 20 ps. Hão, ainda, pulsos

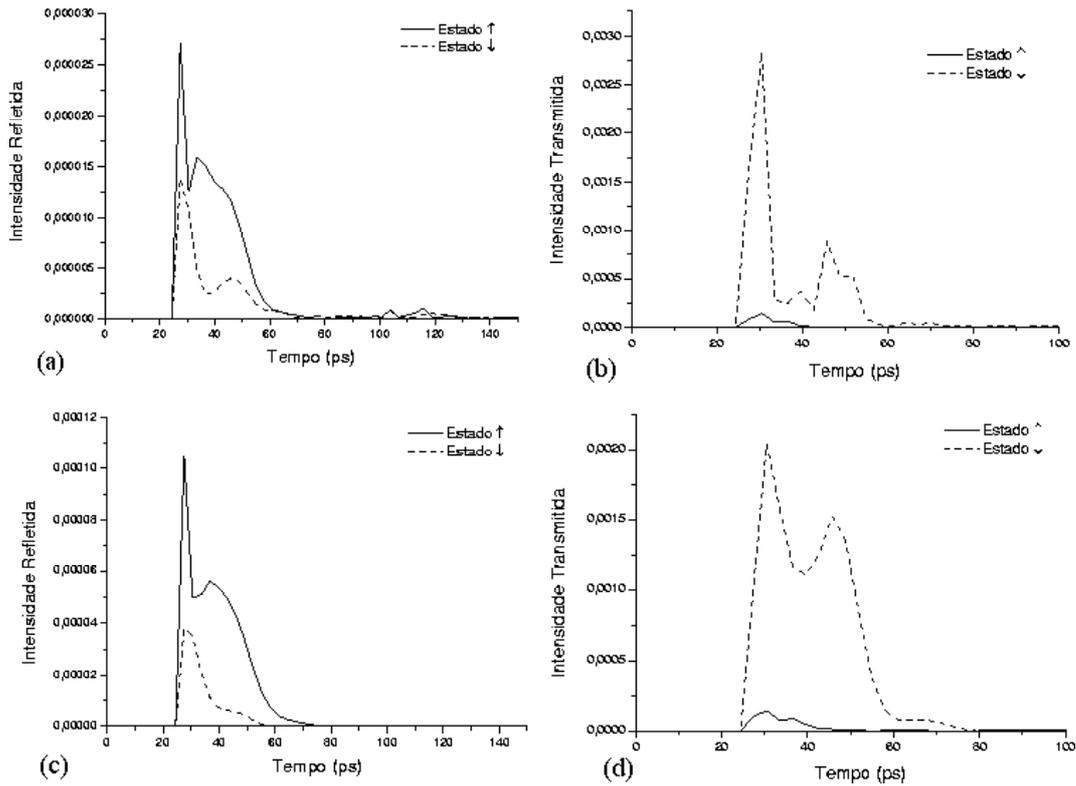


Figura 4.7: Pulsos refletidos e transmitidos após encontrar uma grade não-linear forte. Pulsos refletidos para entrada (a)  $I = 1$  e (c)  $I = 4$ . Pulsos transmitidos para entrada (b)  $I = 1$  e (d)  $I = 4$ .  $\kappa = 15 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm.

transientes 80 ps afastados. Na figura 4.7 (c) praticamente existe apenas um pulso de largura em torno de 10 ps.

O pulso transmitido no estado  $\uparrow$  na figura 4.7 (b) não pode ser apreciado efetivamente devido a escala do pulso no estado  $\downarrow$ . Este pulso é muito pouco intenso e sua largura está em torno de 5 ps. Se comparado com o pulso transmitido no mesmo estado de chaveamento na figura 4.7 (b), o pulso no estado  $\uparrow$  na figura 4.7 (b) é seguido de um pulso que intensidade apreciável em relação ao pulso principal e também seguido de perturbações 50 ps distante. No estado  $\downarrow$ , ou seja, de alta transmissão, o pulso transmitido na figura 4.7 (b) é intenso e estreito ( $\sim 10$  ps) seguido de um pulso menos intenso e mais largo distante entre 15 e 20 ps. O pulso transmitido na figura 4.7 (d), se comparado ao caso anterior, apresenta uma superposição do pulso principal com o pulso secundário, aqui mais intenso que no caso anterior. A superposição dos pulsos apresenta uma largura temporal em torno de 30 ps.

Em ambos os casos acima é possível perceber que a função de chaveamento em grades não-lineares é exercida. Entretanto, por serem mais estreitos os pulsos em 4.7 (b) e (d), fica aparente que as intensidades transmitidas apresentam uma maior proporção entre os estados  $\uparrow$  e  $\downarrow$ . Porém, a proporção entre

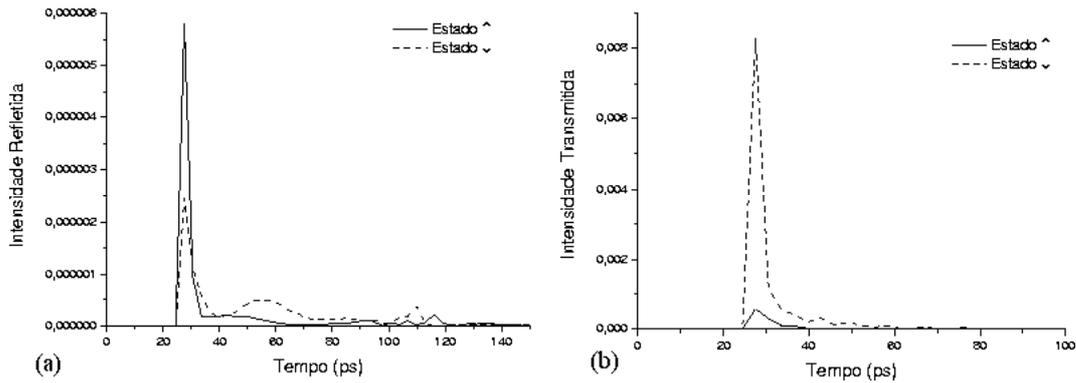


Figura 4.8: Pulsos (a) refletidos e (b) transmitidos em ambos estados de bistabilidade numa grade não-linear devido a uma entrada de um pulso Gaussiano de 1 ps e intensidade  $I = 1$ .  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm.

as intensidades é a mesma.

Vale lembrar aqui que a intensidade do pulso de entrada em 4.7 (a) é maior que em 4.7 (b) e diferenças nas intensidades refletidas e transmitidas devem ser cuidadosamente analisadas não levando em conta apenas os estados de chaveamento.

### 4.3.2

#### Dependência do Acoplamento da Grade

Quando pulsos ultracurtos encontram grades lineares fortes, figura 4.2 (e)–(h), a onda refletida é um pulso estreito seguido de um trem de pulsos transientes. Quando grades não-lineares são consideradas, além de respostas de transmissão diferentes, temos também mais de um estado estável. Como discutido anteriormente na seção 3.3, grades não-lineares com acoplamentos fortes levam o sistema a estados multiestáveis. Isto faz com que as formas temporais dos pulsos refletidos e transmitidos em grades fortes se tornem imprevisíveis, exceto pela largura espectral dos pulsos refletido e transmitido.

A figura 4.8 mostra a forma temporal das intensidades refletidas e transmitidas, em ambos estados de chaveamento. É possível notar, no estado  $\uparrow$  na figura 4.8 (a), um pulso intenso estreito ( $\sim 3$  ps) seguido de um trem de pulsos transientes distante cerca de 100 ps. Há, ainda, uma perturbação adjacente ao pulso principal. No estado  $\downarrow$ , a forma da intensidade refletida é um pulso estreito seguido de um trem de pulsos transientes distante cerca de 90 ps. A perturbação adjacente existente no estado  $\uparrow$  cresceu e se tornou um pulso no estado  $\downarrow$  distante cerca de 25 ps do pulso principal.

Grades fortes, obviamente, acoplam mais luz que grades fracas, levando então o pulso a ser refletido quase que completamente no estado de reflexão alta (Estado  $\uparrow$ ). A figura 4.7 (a) mostra a forma temporal do pulso refletido

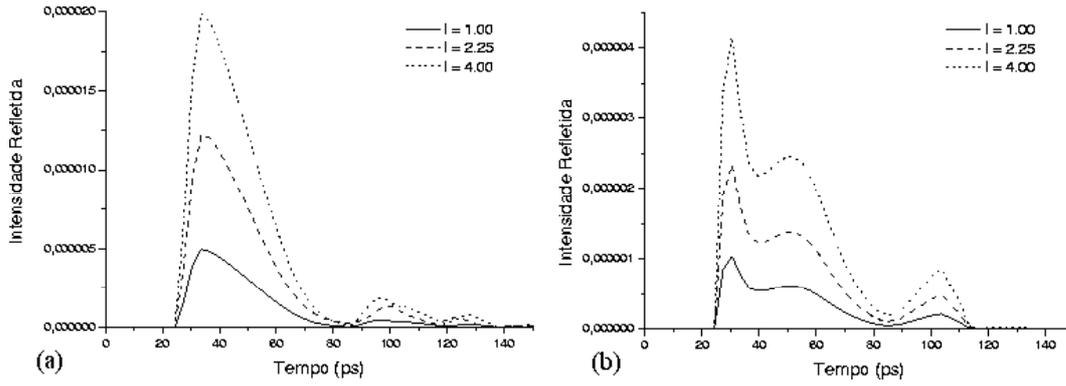


Figura 4.9: Intensidades refletidas por uma grade não-linear com  $\gamma = 3.5 \times 10^{-5}$  devido a um pulso de entrada ultracurto gaussiano de 1 ps e intensidade unitária.  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $L = 1$  cm. (a) estado  $\uparrow$  e (b) estado  $\downarrow$ .

para uma grade forte. É interessante notar as diferenças entre as intensidades refletidas e transmitidas desta grade da figura 4.7 (a)-(b) e da grade da figura 4.8.

A forma temporal da intensidade transmitida no estado  $\uparrow$ , figura 4.8 (b), é um pulso intenso estreito ( $\sim 5$  ps) seguido de pulsos transientes irregularmente espaçados. No estado de alta transmissão, existe um pulso principal ( $\sim 5$  ps) seguido de perturbações adjacentes. Esta forma, somente se assemelha com a forma da figura 4.7 (b) no mesmo estado pelo pulso principal intenso.

A explicação para a forma estreita do pulso refletido em grades não-lineares de  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$  comparadas com grades fortes reside no fato de que o pico central de reflexão numa grade não-linear está deslocado da frequência de Bragg, fazendo com que a forma e a amplitude do espectro refletido seja bem diferente do espectro refletido em grades lineares de mesmo acoplamento.

### 4.3.3 Dependência da Não-linearidade

Como discutido na seção 3.3.1, o parâmetro de não-linearidade pode ser usado para medir o desvio do pico de reflexão de uma grade devido a incidência de um sinal CW. Ainda,  $\gamma$  mede a diferença nas larguras de banda desta grade dos diferentes estados de bistabilidade, figura 3.5. É esperado que para um pulso ultracurto, o parâmetro de não-linearidade atue profundamente na forma tanto temporal, quanto espectral, dos pulsos refletidos e transmitidos.

A figura 4.9 mostra as formas temporais das intensidades refletidas por uma grade com parâmetro de não-linearidade  $\gamma = 3.5 \times 10^{-5}$ . No estado  $\uparrow$ , a forma da intensidade refletida é um pulso largo seguido de um pulso transiente distante cerca de 60 ps. No estado  $\downarrow$  o pulso principal agora apresenta uma quebra gerando outro pulso ainda muito próximo do principal. Um pulso

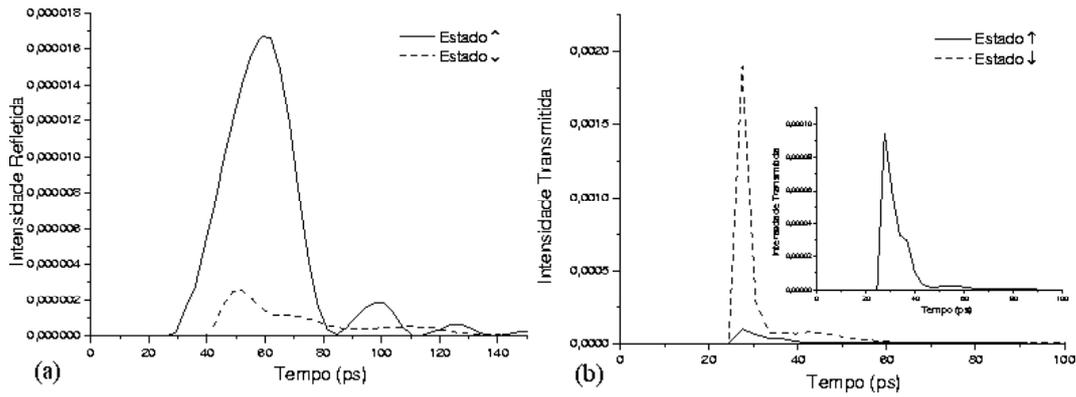


Figura 4.10: Intensidades (a) refletidas e (b) transmitidas por uma grade não-linear apodizada com uma máscara gaussiana de 0.5 cm de largura e de constante de modulação máxima  $\kappa_{max} = 5 \times 10^{-5}$  para uma entrada de um pulso gaussiano de 1 ps de largura e intensidade  $I = 1$ .  $\gamma = 2.5 \times 10^{-5}$ .

distante mais intenso que no estado  $\uparrow$  pode ser apreciado 75 ps distante do primeiro. E esta é a principal diferença entre os pulso da figura 4.8 (b) e 4.9 (b). Há pouca variação quanto a forma e intensidade dos pulsos refletidos e transmitidos em função da variação do parâmetro de não-linearidade.

#### 4.3.4 Apodização

O efeito da apodização em grades não-lineares foi discutido na seção 3.3 para um sinal CW incidente. Na figura 4.10, as intensidades refletidas e transmitidas por uma grade não-linear com apodização gaussiana de largura  $L/2$  são mostradas. A intensidade refletida no estado  $\uparrow$  na figura 4.10 (a) é semelhante àquela da figura 4.5 (a) para uma grade linear apodizada de mesma profundidade de modulação do índice. Já no estado  $\downarrow$ , a intensidade refletida toma a forma de um pulso principal se sobrepondo com um trem de pulsos adjacentes a este. A largura do pulso neste estado está em torno de 15 ps e no estado  $\uparrow$  é cerca do dobro deste valor. O pulso transmitido por uma grade não-linear apodizada no estado  $\uparrow$ , figura 4.10 (b) (figura menor), é um pulso intenso sobreposto de um pulso adjacente de cerca de  $1/3$  da intensidade do pulso principal seguidos de uma perturbação menos intensa distante 25 ps do pulso principal. No estado de alta transmissão, a forma temporal transmitida é de um pulso estreito ( $\sim 5$  ps) seguido de uma perturbação que se estende significativamente por volta de 25 ps de extensão.

Em estados diferentes, as formas transmitida e refletida pela grade não-linear apodizada da figura 4.10 são pulsos bem definidos seguido de uma perturbação (transmitido no estado  $\downarrow$ ) e de um trem de pulsos menores (refletido no estado  $\uparrow$ ), sendo possível, portanto, aplicar esta grade como uma

formatadora de pulsos.

### 4.3.5 Grades Fracamente Não-Lineares

Supondo uma grade com índice não-linear fraco, o aparecimento de mais de um estado estável só ocorre em situações muito especiais. Uma vez que o índice de refração depende, agora, mais fortemente da modulação do índice linear, efeitos não-lineares só surgem para intensidades incidentes altamente elevadas. Deste modo, as respostas de reflexão de uma grade fracamente não-linear devido a um pulso de entrada de intensidade  $I = 1$  será aproximada a de uma grade linear.

Na figura 4.11 estão apresentadas as formas temporais das intensidades refletida e transmitida por uma grade com parâmetro de não-linearidade  $\gamma = 5 \times 10^{-6}$ . Quando um pulso de intensidade pequena é incidente em tal grade fracamente não-linear, figura 4.11 (a), a forma do pulso refletido no estado  $\uparrow$  se assemelha bastante a forma de um pulso refletido por uma grade linear, figura 4.2 (c). Esta forma também não varia com o aumento da intensidade do pulso, figuras 4.11 (c) e 4.11 (e). Porém, no estado  $\downarrow$  (baixa reflexão), a forma da intensidade refletida se torna irregular: um conjunto de quatro pulsos de intensidades semelhantes, onde o primeiro e o último pulso são mais intensos e estreitos que os pulsos entre eles. Estes pulsos situados entre os pulsos mais intensos são largos e apresentam uma forma bem comportada tendo por volta de 20 ps ambos. Na figura 4.11 (c) é mostrada a intensidade refletida devido a um pulso de intensidade de entrada  $I = 2.25$ . O primeiro pulso no estado  $\downarrow$  agora é mais intenso que os outros três e encontra-se deslocado da sua posição original na figura 4.11 (a).

O pulso transmitido pela grade da figura 4.11 (b) (figura menor) no estado  $\uparrow$  é um pulso intenso, seguido de um pulso adjacente. Se confrontado com o pulso da figura 4.2 (d), onde é notório que este pulso adjacente menor não está presente, o pulso da figura 4.11 (b) não apresenta as mesmas características de um pulso refletido por uma grade linear. No estado de alta transmissão a forma de um pulso intenso estreito e seguido de pequenas perturbações se assemelha mais ao caso da grade linear. Nas figuras 4.11 (d) e 4.11 (f), a forma dos pulsos transmitidos no estado  $\uparrow$  é semelhante ao caso da grade linear, enquanto que no estado  $\downarrow$  a forma intensidade refletida difere.

Ficou claro que a passagem do regime não-linear fraco para o não-linear forte é brusca. O comportamento das características de reflexão e transmissão da grade ao incidir um pulso menos intenso se assemelha, num dos estados de chaveamento, as da grade linear. A diferença entre as formas temporais das

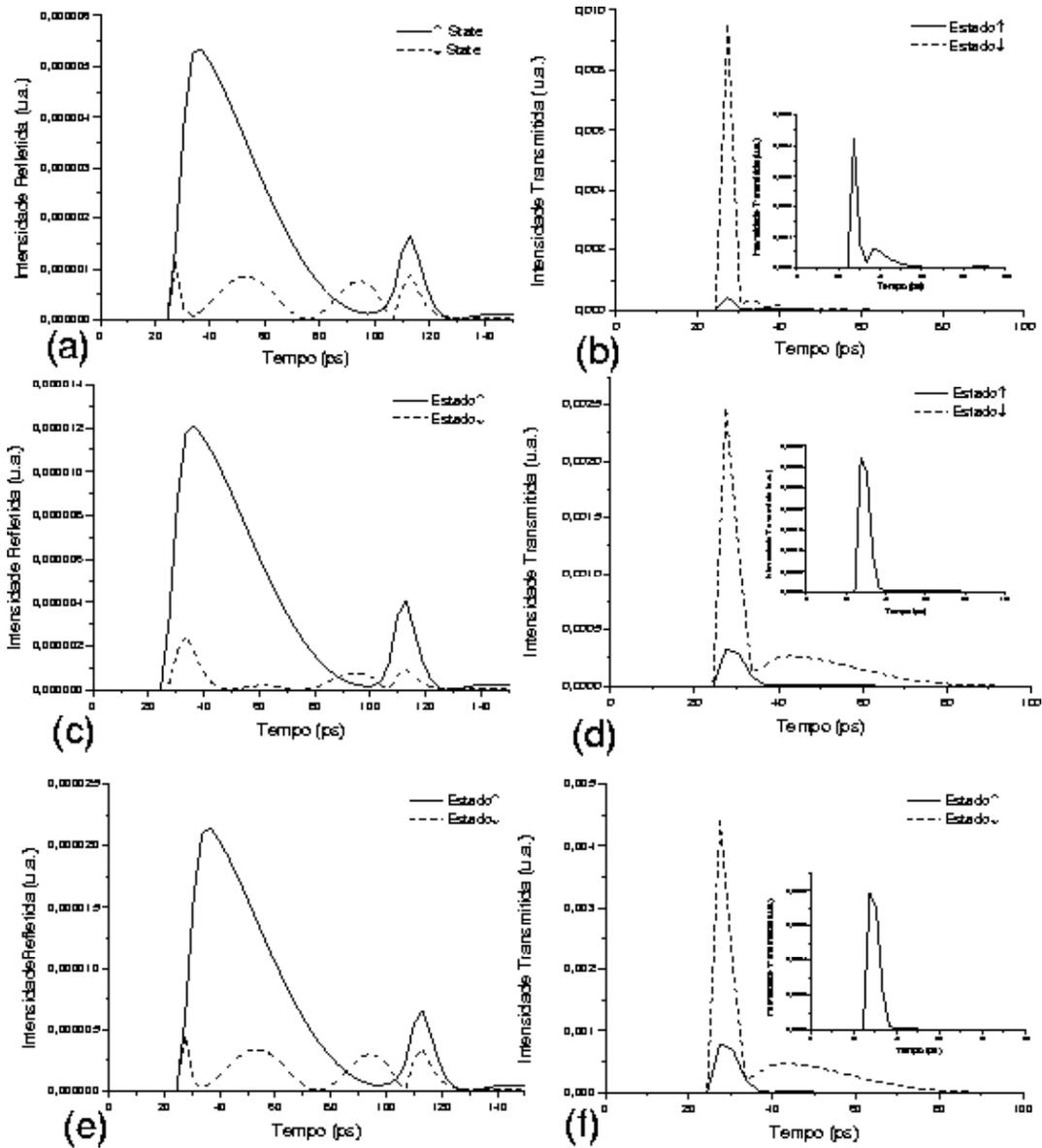


Figura 4.11: Intensidades refletidas e transmitidas em uma grade não-linear com acoplamento  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\gamma = 5 \times 10^{-6}$  para pulsos gaussianos de entrada com intensidades (a) (b)  $I = 1$ , (c) (d)  $I = 2.25$  e (e) (f)  $I = 4$ .

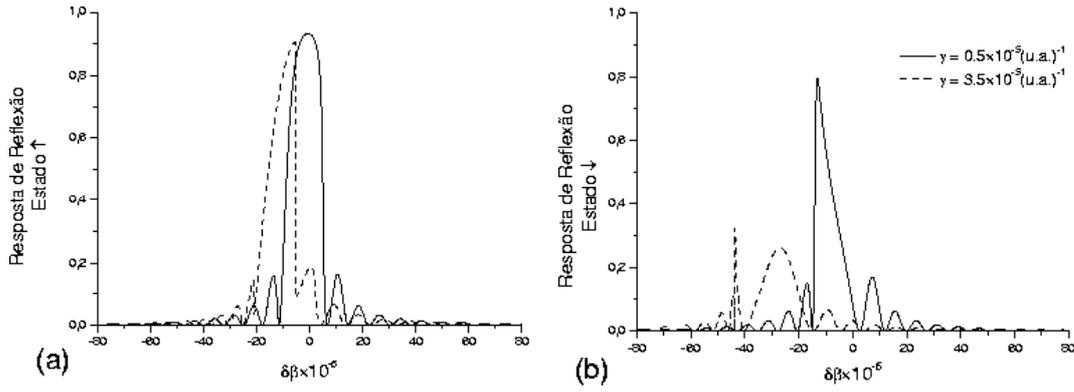


Figura 4.12: Respostas de reflexão de duas grades não-lineares distintas para um pulso gaussiano de intensidade de entrada  $I = 1$  e largura 1 ps.  $\kappa = 5 \times 10^{-5}$ . (a) estado  $\uparrow$  e (b) estado  $\downarrow$ .

figuras 4.11 (a)-(d) e 4.11 (c)-(d) no estado de chaveamento  $\downarrow$  é perceptível. Vale lembrar que a diferença entre a intensidade das entradas é de apenas 1.25. Para intensidade do pulso de entrada  $I = 4$ , figura 4.11 (e), a forma do pulso no estado  $\downarrow$  é semelhante a da entrada  $I = 1$ . Isto se deve ao fato da região de bistabilidade estar entre estes valores de intensidade.

#### 4.4 Procedimento Numérico

O procedimento numérico para tratar a transmissão e reflexão de pulsos ultracurtos em grades de Bragg não-lineares depende fortemente dos procedimentos utilizados para a obtenção das características de transmissão e reflexão de um sinal CW na seção 3.4. Uma vez que a reflectividade e a transmissividade podem ser calculadas de (3-34)–(3-35), é fácil encontrar a transmissão de uma componente CW incidindo na grade para aquela potência de entrada. Para o procedimento numérico com pulsos ultracurtos considera-se como entrada cada componente espectral do pulso.

Entretanto, uma vez que se quer o valor tão mais preciso quanto se puder da transmissividade, se faz necessário aumentar o número de passos na variação da intensidade. Este requerimento não era de importância fundamental para o cálculo das respostas de transmissão, uma vez que, como apresentado na seção 3.4, uma interpolação foi feita para se calcular a intensidade de entrada. Aqui não estamos interessados apenas com as intensidades de entrada, mas sim com suas amplitudes e fases adquiridas na transmissão e reflexão pela grade. Assim, para cada componente espectral do pulso de entrada

$$\mathcal{F}(f(\delta\beta)) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} f_0 e^{-\pi^4 \frac{c^2}{\ln 2} \frac{\delta\beta_{\text{FWHM}}}{\lambda_B}^2}, \quad (4-13)$$

vão haver campos transmitidos e refletidos, não havendo, portanto, a necessi-

dade de se calcular a reflectividade e a transmissividade da grade para aquele pulso. Deste modo, as equações (4-7) ficam melhor escritas na forma

$$\begin{aligned} E^T(t, \downarrow) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{P}}(\omega, L) e^{-i\omega t} d\omega, \\ E^R(t, \downarrow) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{C}}(\omega, 0) e^{-i\omega t} d\omega, \end{aligned} \quad (4-14)$$

para seu uso com este procedimento numérico.

## 4.5

### Aplicações

As aplicações da reflexão e transmissão de pulsos ultra-curtos em grades de Bragg lineares já está bastante fundamentada teoricamente (Benjamin). Aplicações possíveis são codificação de pulsos para esquemas CDMA, uma vez que o CDMA óptico explora a possibilidade para gerar pulsos luminosos ultra-curtos ( $\sim 1$  ps) para codificar cada bit dos dados dos nós da fonte num trem de pulsos com um padrão único, chamado de código CDMA ou seqüência de endereçamento. O sinal de CDMA óptico emitido por cada nó ocupa uma largura de banda em excesso se comparado com a largura de banda mínima necessário para enviar a informação. Considerando que cada grade linear tem uma assinatura própria (frequência de ressonância própria  $\omega_B$ , e, largura de banda e pico de reflectividade associados com  $\kappa$ ) a codificação de um sinal de banda larga ao passar por uma grade adquire uma forma própria.

Pulsos ultracurtos em grades não-lineares ainda não tinham sido estudados numericamente e foram a principal motivação desta dissertação de mestrado. As aplicações encontram-se basicamente no chaveamento não-linear da energia incidente numa grade.

## 5

### Conclusões e Trabalhos Futuros

#### 5.1

##### Conclusões

Este trabalho foi focado na solução das equações provenientes da Teoria do Modo-Acoplado. Não-linearidades cúbicas foram consideradas, resultando num modelo amplamente conhecido para descrição de grades de Bragg não-lineares de fibras ópticas. Grades lineares foram estudadas com o único propósito de obtenção das características no limite assintótico de intensidades fracas. Deste modo, foi realizado o estudo tanto das características de um sinal de onda contínua incidindo nestas grades como também sinais ultracurtos. Grades apodizadas foram consideradas, uma vez que aplicações em telecomunicações requerem alta rejeição da luz não-ressonante.

O enfoque da investigação das grades não-lineares operando em regime de onda contínua foi o entendimento de como se comportam as características de transmissão e reflexão nos diferentes estados estáveis do dispositivos (Bi- e Multistabilidade). Ainda, foram realizadas investigações a respeito da variação periódica do índice de refração não-linear e o comportamento das intensidades críticas de chaveamento não-linear, resultando em dispositivos interessantes, dentre os quais o mais interessante, vislumbrado até o momento, foi uma grade não-linear não-uniforme que pode servir à aplicações de CDMA. Foi mostrado que grades não-lineares apodizadas preservam a função de apodização, sendo possíveis candidatas às chaves não-lineares totalmente ópticas feitas de fibras.

Quando pulsos ultracurtos foram considerados no capítulo 4, o objetivo desta dissertação foi alcançado. Grades lineares foram estudadas, seção 4.2, para o melhor entendimento do efeito das não-linearidades na seção 4.3. Ainda na seção 4.2, foi concluído que pulsos gaussianos ultracurtos incidentes em grades apodizadas mantém uma forma bem comportada quando a profundidade máxima da modulação é menor que forte ( $\kappa_{max} \sim 15 \times 10^{-5}$ ). A partir destes valores, tanto o pulso refletido quanto o transmitido se quebram tornando-se um trem de pulsos curtos. Na seção 4.3, foi conseguido mostrar a dependência da intensidade de entrada de um pulso gaussiano ultracurto passando por

grades de Bragg não-lineares, bem como a dependência da profundidade de modulação da grade e do índice não-linear. Foi mostrado, ainda, que para pulsos pouco intensos, as formas temporais dos pulsos transmitidos e refletidos se aproximam assintoticamente das formas das grades lineares. Em todos os casos estudados na transmissão e reflexão de pulsos ultracurtos em grades não-lineares ficou evidente a função do chaveamento não-linear.

## 5.2 Perspectivas

A continuação natural deste trabalho seria o arranjo de dispositivos de fibras ópticas tais como acopladores direcionais na construção teórica de moduladores e portas lógicas altamente eficientes. Outra pretensão a ser seguida é o estudo da modulação periódica da não-linearidade, realizada para operação em onda contínua nesta dissertação (seção 3.3.4), usando pulsos ultra-curtos. Aplicações em CDMA, certamente, serão consideradas usando tanto grades lineares quanto não-lineares, apodizadas e/ou com modulação do índice não-linear. Grades não-lineares chirpadas estão sendo já simuladas para apresentação em trabalhos futuros. Ainda, está sendo realizada a simulação de pulsos ultracurtos de 2 ps de duração para comparação com os casos apresentados na seção 4.3.

Existe a pretensão de se estudar exaustivamente a passagem do regime linear para o regime não-linear devido a intensidade de um pulso incidente nas grades fracamente não-lineares. Um estudo das características de transmissão e reflexão de pulsos ultra-curtos de várias formas será complementar a este trabalho.

Por se tratar de um assunto ainda não estudado, o leque de possibilidades para trabalhos futuros é bastante grande, envolvendo ainda estudos numéricos a respeito de sensores de temperatura e pressão usando grades não-lineares. A inclusão de efeitos não-lineares quadráticos pode ser usada para incluir grades fabricadas com materiais como  $\text{LiNbO}_3$ .

## Referências Bibliográficas

- [Agrawal] AGRAWALL, G. P.. **Nonlinear Fiber Optics**. Academic Press, New York, 1995. 2.3
- [Armitage] KASHYAP, R. E. A.. **All-fibre narrowband reflection gratings at 1550 nm**. *Electronics Letters*, 26(11):730, 1990. 1.2
- [Ball] BALL, B. A. E. A.. **Standing-wave monomode erbium fiber laser**. *IEEE Photonics Technology Letters*, 3(1):613–615, 1991. 3.5
- [Benjamin] CHEN, L. R. E. A.. **Applications of Ultrashort Pulse Propagation in Bragg Gratings for Wavelength-Division Multiplexing and Code-Division Multiple Access**. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 34(11):2117–2129, Nov. 1998. 4.5
- [Boyce] BOYCE, D.. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. LTC, 8 edition, 2002. 3.1.1, 3.4
- [Brady] BRADY, G. P., E. A.. **Extended range, coherence tuned, dual wavelength interferometry using a superfluorescent fibre source and chirped fibre bragg gratings**. *Optics Communications*, 134(1):341–346, 1997. 3.2.1
- [Bracewell] BRACEWELL, R.. **Rectangle Function of Unit Height and Base,  $\Pi(x)$ : *In The Fourier Transform and Its Applications***. McGraw-Hill, New York, 1999. 3.2.2
- [Bures] BURES, J. E. A.. **Bragg reflector iduced by photosensitivity in an optical fibre: model of growth and frequency response**. *Applied Optics*, 21(19):3052, 1982. 1.2
- [Chen] CHEN, L. R. E. A.. **Ultrashort pulse reflection from fiber bragg gratings: A numerical investigation**. *IEEE Journal of Lightwave Technology*, 15(1):1503–1512, 1997. 4.1, 4.2
- [Chi] CHI, S.; LUO, B. T. H. Y.. **Ultrashort bragg soliton in a fiber bragg grating**. *Opt. Comm.*, (206):115–121, 2002. 4.3

- [Farries] FARRIES, M. C. E. A.. **Second harmonic generation in an optical fiber by self-written  $\chi^{(2)}$  grating.** *Electronic Letters*, 23(1):322–323, 1987. 1.2
- [Felber] FELBER, F. S.; MARBURGER, J. H.. *Applied Physics Letters*, 28:731. 3.3.1
- [Figueiredo] FIGUEIREDO, D. G.. **Equações Diferenciais Aplicadas.** IMPA, Rio de Janeiro, 1991. 4.1
- [Fiori] FIORI, C.; DEVINE, R. A. B.. **Evidence for a wide continuum of polymorphs in  $\alpha$ -SiO<sub>2</sub>.** *Physical Review B*, 33(1):2972–2974, 1986. 1.4
- [Fleming] FLEMING, J.. **Dispersion in GeO<sub>2</sub> – SiO<sub>2</sub> glasses.** *Applied Optics*, 23(14):4486, 1984. 1.4
- [Forsythe] FORSYTHE, G. E. E. A.. **Computer Methods for Mathematical Computations**, chapter 6. 3.4
- [Fuji] FUJI, Y. E. A.. **Sum frequency generation in optical fibers.** *Optics Letters*, 50(1):48–50, 1980. 1.2
- [Gibbs] GIBBS, H. M.. **Optical Bistability: controlling light with light**, chapter 1. 1985. 3.3.1, 3.5
- [Hill] HILL, K. O. E. A.. **Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection fiber fabrication.** *Applied Physics Letters*, 32(1):647–649, 1978. 1.2
- [Hillmer] HILLMER, H.. **Novel tunable semiconductor lasers using continuously chirped distributed feedback gratings with ultrahigh spatial precision.** *Applied Physics Letters*, 65(1):2130–2132, 1994. 3.5
- [Hopf] HOPF, F. A.; STEGEMAN, G. I.. **Applied Classical Electrodynamics: Non-linear optics.**, volumen 2. Wiley, 1985. 3.3.1
- [Hui] HUI, J. Y.. **Pattern code modulation and optical decoding – A novel code-division multiplexing technique for multifiber networks.** *IEEE J. Selected Areas of Communications*, (6):916–927, 1985. 3.5
- [Jackson] JACKSON, J. D.. **Classical Electrodynamics.** John Wiley & Sons, New York, 1962. 1.4, 2.1, A.1.1
- [Kersey] KERSEY, A. D. E. A.. **Fiber grating sensors.** *IEEE Journal of Lightwave Technology*, 15(1):1442–1463, 1997. 3.5

- [Lam] LAM, D. E. A.. **Characterization of single-mode optical fibre filters.** Applied Optics, 20(3):440, 1981. 1.2
- [Lee] LEE, H.; AGRAWALL, G. P.. **Nonlinear switching of optical pulses in fiber bragg gratings.** IEEE J. Quantum Elect., 39(3):508–515, 2003. 4.3
- [Lemaire] LEMAIRE, P. E. A.. **High pressure H<sub>2</sub> loading as a technique for achieving ultrahigh uv photosensitivity and thermal sensitivity in GeO<sub>2</sub> doped optical fibres.** Electronics Letters, 29(13):1191, 1993. 1.5
- [Lines] LINES, M. E.. **Ultra low loss glasses.** Technical report, AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, NJ, 1985. 1.3
- [Maliston] MALISTON, I. H.. **Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica.** Journal of Optical Society of America, 15(10):1205–1209, 1965. 1.4
- [Marburger] MARBURGER, J. H.; FELBER, F. S.. Physical Review A, 17:335, 1978. 3.3.1
- [Margulis] ÖSTERBERG, U.; MARGULIS, W.. **Wwb1.** In: TECHNICAL DIGEST OF XIV INTERNAT QUANTUM ELECTRONICS CONFERENCE, 1986. 1.2
- [Mccall] GIBBS, H. M. E. A.. Physical Review Letters, 36:1135, 1976. 3.3.1
- [Mcdonald] MCDONALD, R. L.; LAWANDY, N. M.. **Efficient second harmonic generation into the uv using optically encoded silicate glasses.** Optics Letters, 18(8):595–597, 1993. 1.3
- [Meltz] MELTZ, G. E. A.. **Formation of bragg gratings in optical fibres by transverse holographic method.** Optics Letters, 14(15):823, 1989. 1.2
- [Mills] MILLS, D. L.. **Nonlinear Optics: Basic Concepts.** Springer, 1998. 2.1
- [Norton] NORTON, R. H.; BEER, R.. **New apodizing functions for fourier spectroscopy.** Journal of Optical Society of America, 66(1):259–264, 1976. 3.2.2, 3.5
- [Ohmori] OHMORI, Y. S. Y.. **Phase matched sum frequency generation in optical fibers.** Applied Physics Letters, 39(1):466–468, 1981. 1.2

- [Okuda] OKUDA, M. E. A.. **Saturable optical resonators with distributed Bragg-reflectors**. Optics Communications, 19(1):138–142, 1976. 3.3.1
- [Othonos] OTHONOS, A.; KALLI, K.. **Fiber Bragg Gratings: Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing**. Artech House, London, 1999. 1.4, 1.4, 2.3
- [Ouellete] OUELLETTE, F.. **Dispersion cancellation using linearly chirped bragg gratings filters in optical waveguides**. Optics Letters, 12(1):847–849, 1987. 3.2.1
- [Stegeman] HOPF, F. A.; STEGEMAN, G. I.. **Applied Classical Electrodynamics: Linear Optics**, volumen 1. Wiley, 1985. 2.2
- [Sterke] DE STERKE, C. M.. **Nonlinear coupled mode equations on a finite interval: a numerical procedure**. J. Optical Society of America B, 8(2):403–412, 1991. 4.1
- [Stolen] STOLEN, R. H.; TOM, H. W. K.. **Self-organized phase-matched harmonic generation in optical fibers**. Optics Letters, 12(1):585–587, 1987. 1.2
- [Stone] STONE, J.. **Photorefractivity in GeO<sub>2</sub>-doped silica fibers**. Journal of Applied Physics, 62(11):4371, 1987. 1.2
- [Winful] WINFUL, H. G. E. A.. **Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures**. Applied Physics Letters, 35(5):379–381, 1979. 2.3, 3.3.1
- [Yeun] YEUN, M. J.. **Ultraviolet absorption studies in germanium silicate glasses**. Applied Optics, 21(1):136–140, 1982. 1.3

# A

## Óptica Básica

### A.1 Resposta Dielétrica Linear

A relação entre  $\vec{P}$  e  $\vec{E}$  pode ser escrita como:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \chi \vec{E}(\vec{r}, t). \quad (\text{A-1})$$

Esta relação, que provê a base para teoria dielétrica elementar, é claramente não-física se tomada ao pé da letra. O campo macroscópico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  pode ser visto como um campo guia para os elétrons e núcleos na resposta do material. O resultado é o momento de dipolo induzido  $\vec{P}(\vec{r}, t)$ . A relação (A-1) assume que o sistema responde instantaneamente ao campo aplicado. Em qualquer sistema físico, um tempo finito é requerido para o sistema responder ao campo externo. O momento de dipolo medido num tempo  $t$  é consequência da resposta do sistema ao campo elétrico sobre um intervalo de tempo característico  $\tau$ . A relação (A-1) deve ser generalizada para incorporar o tempo de resposta do sistema:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt', \quad (\text{A-2})$$

onde  $\chi(t-t')$  é uma função que é diferente de zero para valores de  $t-t'$  da ordem da resposta característica do sistema  $\tau$ . A polarização medida no tempo  $t$  claramente é uma consequência da presença do campo elétrico num tempo anterior; o sistema obviamente não reponde ao comportamento futuro do campo elétrico. Então, para qualquer sistema físico, têm-se

$$\chi(t-t') \equiv 0, \quad \forall \quad t' > t. \quad (\text{A-3})$$

O significado físico de  $\chi(t-t')$  pode ser apreciado supondo que o sistema têm sido sujeito a um campo elétrico impulsivo aplicado num tempo  $t_0$ :

$$\vec{E}(\vec{r}, t') = \vec{E}^0(t-t_0). \quad (\text{A-4})$$

De modo que

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \chi(t-t') \vec{E}^0, \quad \forall \quad t > t_0. \quad (\text{A-5})$$

A função  $\chi(t - t')$  então descreve a variação temporal do momento de dipolo, antes do sistema ter sido sujeitado a uma intensa excitação. Depois de tal excitação, a polarização decairá a zero, possivelmente oscilando no processo. Para qualquer sistema físico, uma teoria microscópica é requerida para prover uma descrição de  $\chi(t - t')$ . A equação (A-2) pode ser reescrita, usando (A-3), na forma

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \int_0^\infty \chi(t'') \vec{E}(\vec{r}, t - t'') dt'', \quad (\text{A-6})$$

onde  $\chi(t'')$  vai a zero quando  $t'' \gg \tau$ .

Supondo que  $\vec{E}(\vec{r}, t - t'')$  varie lentamente com  $t''$ , na escala de tempo de  $\tau$ . Pode-se trocar  $\vec{E}(\vec{r}, t - t'')$  simplesmente por  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  em excelente aproximação, e (A-6) fica reduzido a (A-1), com

$$\chi = \int_0^\infty \chi(t'') dt''. \quad (\text{A-7})$$

A relação básica da teoria dielétrica elementar, se o campo elétrico aplicado varia suficientemente lento no tempo, pode ser aplicada. Estes campos são referidos como quasi-estáticos na natureza.

Em qualquer material real, o momento de dipolo  $P(\vec{r}, t)$  num ponto  $\vec{r}$  depende não apenas do material dielétrico precisamente no ponto  $\vec{r}$ , mas do campo elétrico em outros pontos da vizinhança do ponto  $\vec{r}$ . A figura A.1 mostra o esquema microscópico da matéria condensada. Este esquema é uma rede cristalina formada por moléculas colocadas em uma rede regular. As moléculas estão presas por ligações químicas, com sua origem no cruzamento das funções de onda eletrônicas associadas com as moléculas da vizinhança.

Supondo que um campo elétrico, que é bem localizado no espaço, seja aplicado ao sistema. Suponha, também que o campo elétrico é diferente de zero apenas dentro da caixa pontilhada, na qual uma das moléculas está localizada. Os elétrons dentro desta molécula serão redistribuídos e a posição dos núcleos irá mudar. Uma conseqüência é que a molécula adquire um momento de dipolo elétrico. Desde que a molécula está presa às ligações químicas por suas vizinhas, o rearranjoamento eletrônico irá induzir modificações na estrutura e posição nuclear das moléculas vizinhas. Então, as moléculas vizinhas também irão adquirir um momento de dipolo elétrico.

A relação entre o campo elétrico e o momento de dipolo por unidade de volume deve ser não-local no espaço, *ide est*, o momento de dipolo  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  no ponto  $\vec{r}$  depende não apenas do comportamento do campo elétrico no ponto  $\vec{r}$ , mas também da natureza do campo elétrico nas regiões vizinhas. Reescrevendo (B-2) com as características tensoriais da resposta dielétrica, têm-se

$$P_\alpha(\vec{r}, t) = \sum_\beta \int_0^\infty \chi_{\alpha\beta}(\vec{r} - \vec{r}', t - t') E_\beta(\vec{r}', t') dt' d^3r'. \quad (\text{A-8})$$

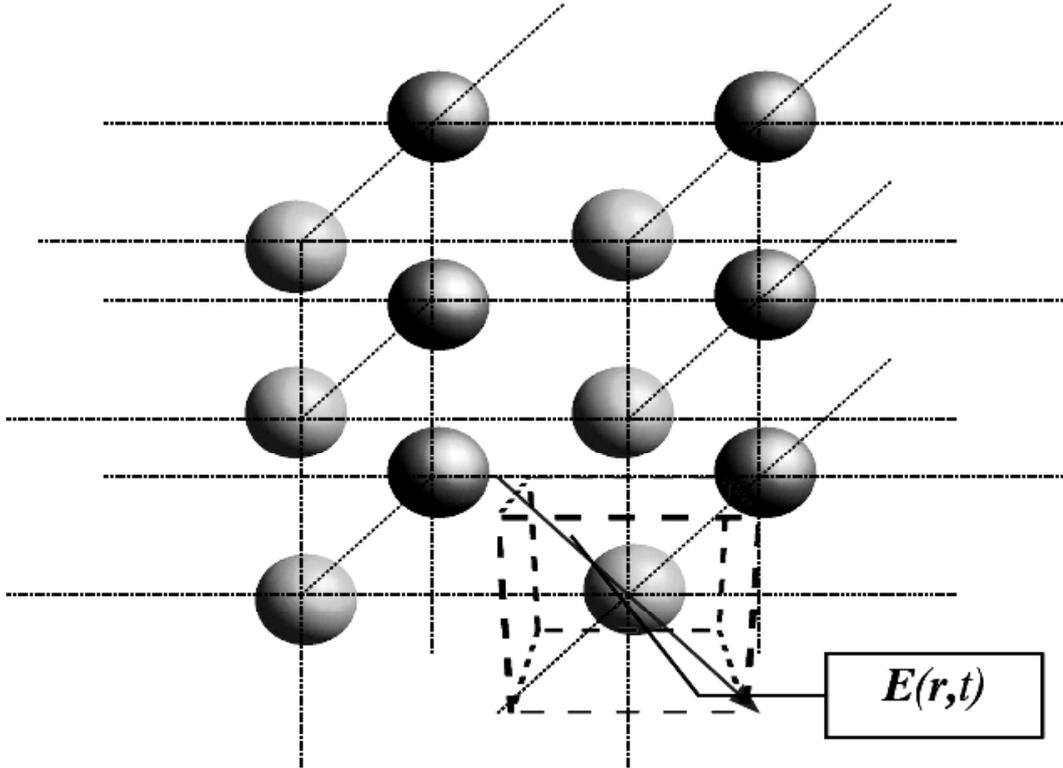


Figura A.1: Um esquema 3D de uma rede cristalina regular com um campo elétrico aplicado na região tracejada.

Se o meio for homogêneo, então  $\chi_{\alpha\beta}$  depende apenas da diferença  $\vec{r} - \vec{r}'$ . Se o campo elétrico exibe uma variação lenta no espaço e no tempo, pode-se trocar  $E_{\beta}(\vec{r}', t')$  por  $E_{\beta}(\vec{r}, t)$ . Agora

$$\begin{aligned}\chi_{\alpha\beta} &= \int \chi_{\alpha\beta}(\vec{r} - \vec{r}', t - t') dt' d^3r' \\ &= \int \chi_{\alpha\beta}(\vec{r}'', t'') dt'' d^3r''.\end{aligned}\quad (\text{A-9})$$

Usando uma decomposição de Fourier, segue de (A-8) que pode-se escrever

$$P_{\alpha}(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int P_{\alpha}(\vec{k}, \omega) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t} d^3k d\omega, \quad (\text{A-10})$$

onde

$$P_{\alpha}(\vec{k}, \omega) = \sum_{\beta} \chi_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) E_{\beta}(\vec{k}, \omega) \quad (\text{A-11})$$

e

$$\chi_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) = \int \chi_{\alpha\beta}(\vec{r}, t) e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} d^3r dt. \quad (\text{A-12})$$

É útil considerar a relação entre o vetor de deslocamento de Maxwell  $\vec{D}$  e o campo elétrico  $\vec{E}$ , desde que ele entra nas equações de Maxwell-Hertz diretamente. Das relações constitutivas da seção 2.1, tem-se

$$D_\alpha(\vec{k}, \omega) = \sum_\beta \varepsilon_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) E_\beta(\vec{k}, \omega), \quad (\text{A-13})$$

onde

$$\varepsilon_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) = \delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) \quad (\text{A-14})$$

é o tensor dielétrico do meio. A expressão (A-14) diz que se a propagação de uma onda plana de frequência  $\omega$  e vetor de onda  $\vec{k}$  for considerada no material, o tensor dielétrico depende separadamente da frequência e do vetor de onda da perturbação.

Qualquer sistema físico contém frequências características e escalas de tempo. Para um átomo, têm-se as frequências  $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$  que estão associadas com a transição entre os estados quânticos de energia  $E_m$  e  $E_n$ . Estas frequências geralmente estão na faixa que vai do visível ao ultravioleta. Numa molécula, têm-se ainda os modos normais de vibração, que estão na região do infra-vermelho. Na matéria condensada, a coleção de modos normais de vibração e transições eletrônicas formam bandas contínuas que estão aproximadamente na mesma região espectral daquelas associadas com seus constituintes microscópicos. As frequências das ondas de interesse são comparáveis àquelas características dos graus de liberdade internos do meio no qual a onda se propaga. Dessa maneira, deve-se levar em conta a dependência na frequência do tensor dielétrico.

### A.1.1

#### Dependência da Frequência

Num material isotrópico caracterizado por uma função dielétrica escalar simples  $\varepsilon(\omega)$  a relação entre  $\vec{D}(\vec{r}, t)$  e  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  é da forma

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt', \quad (\text{A-15})$$

onde

$$\varepsilon(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau, \quad (\text{A-16})$$

e, como discutido anteriormente,  $\varepsilon(\tau) = 0$  para  $\tau < 0$ .

Desde que  $\vec{D}$  e  $\vec{E}$  são reais, segue que  $\varepsilon(\tau)$  é puramente real. Todavia,  $\varepsilon(\omega)$ , em geral, é complexo. Costumeiramente é escrito

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega), \quad (\text{A-17})$$

onde  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  são reais.

A parte imaginária claramente têm interpretação física. Suponha que o sistema está submetido a um campo puramente harmônico de frequência  $\omega$ :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \vec{E}_\omega^*(\vec{r}) e^{i\omega t}. \quad (\text{A-18})$$

Então,

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon(\omega) \vec{E}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \varepsilon^*(\omega) \vec{E}_\omega^*(\vec{r}) e^{i\omega t}, \quad (\text{A-19})$$

onde  $\varepsilon(-\omega) = \varepsilon^*(\omega)$ .

Se  $U_E$  for a densidade de energia armazenada no campo elétrico e na polarização que induz no meio, então a média temporal da mudança de  $U_E$  é dada por

$$\frac{\partial U_E}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{E}. \quad (\text{A-20})$$

Um pequeno cálculo dá a seguinte expressão para a média temporal da variação da densidade de energia, que é a taxa na qual a energia é dissipada na presença do campo elétrico:

$$\left\langle \frac{\partial U_E}{\partial t} \right\rangle = -i\omega [\varepsilon(\omega) - \varepsilon^*(\omega)] |\vec{E}_\omega|^2, \quad (\text{A-21})$$

ou

$$\left\langle \frac{\partial U_E}{\partial t} \right\rangle = 2\omega \varepsilon_2(\omega) |\vec{E}_\omega|^2. \quad (\text{A-22})$$

A presença da parte imaginária da constante dielétrica tem a consequência de que a energia é absorvida pelo meio, quando um campo elétrico dependente do tempo está presente.

A causalidade requer que  $\varepsilon(\tau)$  desapareça quando  $\tau < 0$ , para qualquer sistema físico simples. (A-16) diz que  $\varepsilon(\omega)$  pode ser considerado como uma nova função de frequência complexa. Esta simples propriedade leva a um conjunto de relações para  $\varepsilon_1(\omega)$  e  $\varepsilon_2(\omega)$ , chamadas de relações de Kramers-Kronig (Jackson).

## A.2

### Aproximação de Envelope Variando Lentamente

A maioria dos problemas em eletrodinâmica envolve casos nos quais o fenômeno de interesse produz uma pequena perturbação na susceptibilidade. É útil que tais efeitos fracos requerem distâncias de propagação grandes se comparadas ao comprimento de onda óptico. Em cada caso, a polarização do meio pode ser separada em dois termos. Um está associado com a resposta do meio na ausência da perturbação e o segundo é resultante direto da perturbação. Nesta seção, é desenvolvida a chamada aproximação de envelope variando lentamente (SVEA<sup>1</sup>).

#### A.2.1

##### Aproximação da Fase e da Amplitude Variando Lentamente

A SVEA é uma técnica poderosa no tratamento de uma série de problemas. Infelizmente, não é uma aproximação entendida completamente, e pode

<sup>1</sup>Assincrônimo do Inglês: *Slowly Varying Envelope Approximation*.

produzir resultados errôneos mesmo em regimes onde parece ser aplicável facilmente. É por isso que esta seção de apêndice se faz importante nesta dissertação de Mestrado. Assumindo que uma polarização macroscópica possa ser escrita como a soma de dois termos

$$\vec{P} = \vec{P}_F + \vec{P}_P, \quad (\text{A-23})$$

onde  $\vec{P}_F$  é a polarização forte. Já,  $\vec{P}_P$  é a polarização fraca e pode surgir de vários tipos de interações separadas, por exemplo: atividade óptica, magneto-óptica, eletro-óptica...

Considerando a equação de onda facilmente encontrada em (2-5)

$$\nabla^2 \vec{D} = \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{D} - \nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{P}_F) - \nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{P}_P). \quad (\text{A-24})$$

a contribuição de  $\vec{P}_F$  não pode ser aproximada. Ao invés disto, é assumido que  $\vec{D}$  é aproximadamente um autovetor de onda plana da equação de onda, tal que o índice de refração é bem definido. Deste modo a equação de onda escrita acima torna-se

$$\nabla^2 \vec{D} = \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{D} - \nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{P}_P). \quad (\text{A-25})$$

A amplitude do autovetor é feita ser fracamente dependente da direção de propagação, a qual é denotada nesta dissertação pelo eixo- $z$ . A relação entre os eixos principais 1, 2 e 3 a as coordenadas de propagação é ilustrada na figura A.2 para um cristal uniaxial ou para uma fibra. Neste caso, ondas da forma  $(D_x, 0, 0)$  e  $(0, D_y, 0)$  correspondem a configuração dos autovetores  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{o}$ , respectivamente. Neste sistema de eixos, o vetor de onda é  $\vec{k} = (0, 0, k)$ .

A amplitude variando lentamente é definida como

$$\vec{D} = \frac{1}{2} D(z, \omega, \vec{k}) e^{i(kz - \omega t)} + cc. \quad (\text{A-26})$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2} E(z, \omega, \vec{k}) e^{i(kz - \omega t)} + cc. \quad (\text{A-27})$$

Da equação (A-25), é possível ver que o termo de polarização fraca atua como uma fonte para a equação de onda. A fonte de polarização é forçada por alguma interação na frequência  $\omega$  com um vetor de onda característico  $\vec{k}_p$ . Este vetor de onda não necessita corresponder ao vetor de onda associado com as soluções da equação de onda homogênea na frequência  $\omega$ . A polarização fraca é, então, escrita como

$$\vec{P}_P = \frac{1}{2} P_P(z, \omega, \vec{k}_p) e^{i(k_p z - \omega t)} + cc. \quad (\text{A-28})$$

Embora  $\vec{k}$  não seja necessariamente igual em magnitude a  $\vec{k}_p$ , a equação acima define a direção de  $\hat{k}$

<sup>2</sup>O índice  $P$  foi usado como abreviação da palavra italiana *piano*, *ide est*, fraca.

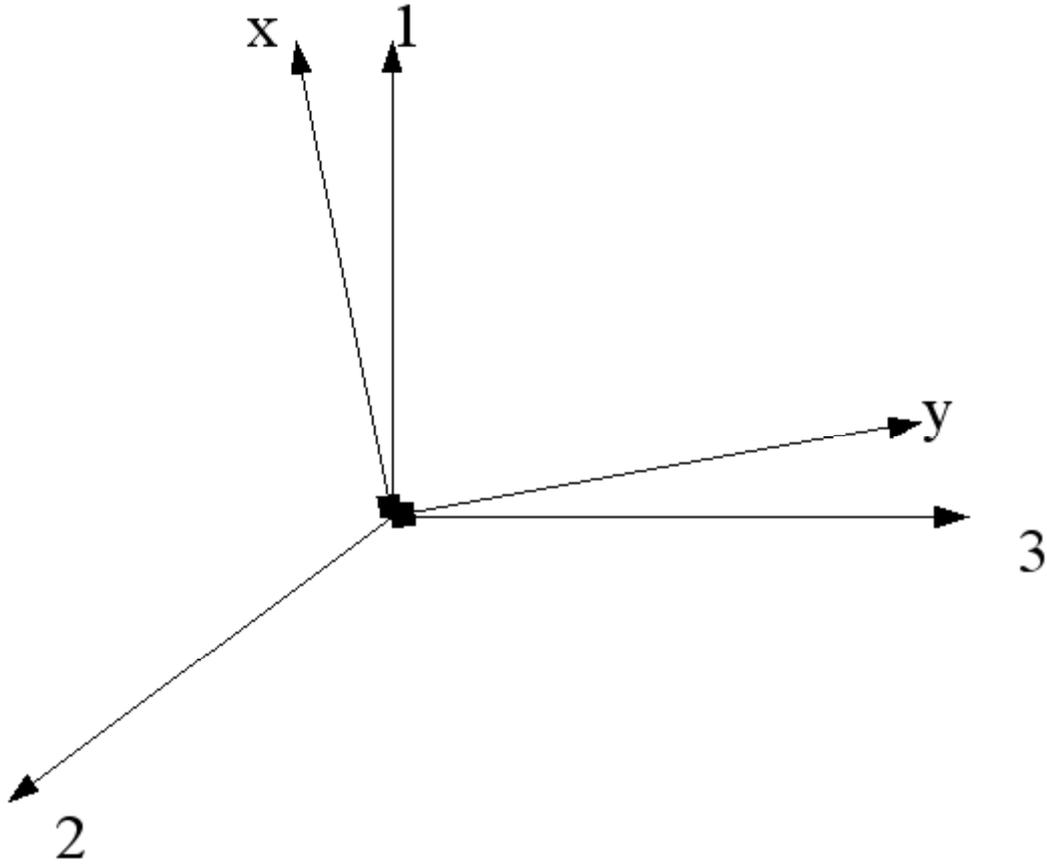


Figura A.2: Eixos de propagação,  $x$ ,  $y$  e  $z$  no sistema de eixos principal 1, 2 e 3.

$$\hat{k} = \hat{k}_p. \quad (\text{A-29})$$

A condição de variação lenta é definida como

$$\left| \partial_z D(z, \omega, \vec{k}) \right| \ll k \left| D(z, \omega, \vec{k}) \right|. \quad (\text{A-30})$$

A equação A-30 requer que as amplitudes do campo eletromagnético variem lentamente sobre distâncias comparáveis ao comprimento de onda óptico. Para a equação A-30 ser válida, não é necessário que  $\vec{P}_P$  varie lentamente, mas é necessário que qualquer susceptibilidade associada com a polarização fraca deve ser muito menor que 1. Todavia, para todos os casos de interesse em óptica,  $\vec{P}_P$  varia lentamente e pode ser escrito

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{P}_P) = \frac{1}{2} k_p^2 \check{O}(\hat{k}_p) \cdot \left[ P_P(z, \omega, \vec{k}_p) e^{i(k_p z - \omega t)} + cc \right]. \quad (\text{A-31})$$

O operador  $\check{O}$  projeta a componente de  $P_P$  no plano ortogonal a  $\hat{k}_p$ . Obviamente, esta componente afeta os auto-modos.

O lado esquerdo da equação (A-25) é calculado substituindo a equação (A-31) em (A-30) para dar

$$\nabla^2 \vec{D} = \frac{n^2}{c^2} \partial_t^2 \vec{D} + \frac{1}{2} \left[ \partial_z^2 \vec{D} + 2ik \partial_z \vec{D} + \left( \omega^2 \frac{n^2}{c^2} - k^2 \right) \vec{D} \right] e^{i(kz - \omega t)} + cc. \quad (\text{A-32})$$

Os termos que possuem  $k^2$  e  $n^2 \omega^2 / c^2$  são grandes e devem ser eliminados completamente. Definindo  $k = n\omega/c$  estes termos podem ser ignorados. Se a equação a derivada da amplitude for pequena, segue que  $\left| \partial_z^2 \vec{D} \right|$  é pequeno comparado a  $\left| 2ik \partial_z \vec{D} \right|$ . Vale lembrar que as derivadas são números complexos e não faz sentido dizer que um número complexo é muito maior em amplitude que outro. Entretanto, pode-se dizer que a parte real de um número é muito maior que a de outro e o mesmo pensamento pode ser feito com as partes imaginárias. A aproximação SVEA pode ser escrita como

$$\nabla^2 \vec{D} \simeq \frac{n^2}{c^2} \partial_t^2 \vec{D} + \frac{1}{2} \left[ 2ik \partial_z \vec{D} \right] e^{i(kz - \omega t)} + cc. \quad (\text{A-33})$$

Esta não é uma consequência lógica da equação de onda, então deve ser usada com o máximo de cuidado. Substituindo a equação (A-30) na equação (A-24), resulta em

$$2ik \partial_z \vec{D} = k_p^2 \vec{O}(\hat{k}) \cdot \vec{P}_p e^{i(k_p - k)z}. \quad (\text{A-34})$$

A condição de casamento de fase restringe os casos de interesse aqueles em que  $k_p \simeq k$ . Então, troca-se  $k_p^2$  por  $k^2$  no coeficiente multiplicador do lado direito da equação (A-34). Definindo

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}_p - \vec{k} = (k_p - k) \hat{z} = \Delta k \hat{z}. \quad (\text{A-35})$$

e reescrevendo (A-34), tem-se

$$\partial_z \vec{D} = i \frac{n_a \omega}{2c} \vec{O}(\vec{k}) \cdot \vec{P}_p e^{i\Delta k z}. \quad (\text{A-36})$$

Sempre existem dois autovetores ortogonais para  $\vec{D}$  com vetores unitários  $\hat{e}_a$  e  $\hat{e}_b$ . Então, o lado direito da equação de (A-36) pode ser sempre decomposto ao longo das direções de  $\hat{e}_a$  e  $\hat{e}_b$ , que resulta nos dois autovetores  $\vec{D}_a$  e  $\vec{D}_b$  sendo gerados. Então em função dos campos  $\vec{E}$

$$\partial_z E_a = i \frac{\omega}{2n_a \epsilon_0 c} \hat{e}_a \cdot \vec{O}(\vec{k}) \cdot \vec{P}_p e^{i\Delta k_a z}, \quad (\text{A-37})$$

$$\partial_z E_b = i \frac{\omega}{2n_b \epsilon_0 c} \hat{e}_b \cdot \vec{O}(\vec{k}) \cdot \vec{P}_p e^{i\Delta k_b z}. \quad (\text{A-38})$$

As equações (A-37) e (A-38) correspondem ao uso padrão na literatura.

## B

### Efeitos Não-lineares Estudados

Os fenômenos não-lineares considerados na propagação do campo elétrico nas grades de Bragg desta dissertação são apenas a auto-modulação de fase e a modulação cruzada de fase. Neste apêndice são descritas as principais conseqüências destes fenômenos na propagação de um campo numa fibra óptica.

#### B.1

##### Auto-Modulação de Fase

Um fenômeno interessante da dependência da intensidade do índice de refração em meios não-lineares ocorre através da auto-modulação de fase (SPM), um fenômeno que leva ao alargamento espectral do pulso óptico. Uma descrição geral do SPM em fibras ópticas requer soluções numéricas das equações de propagação obtidas no capítulo 2. Se os efeitos da dispersão da velocidade de grupo puderem ser desprezados, tal que os termos  $\beta_1$  e  $\beta_2$  nas equações (2-48)–(2-49) podem ser tomados como zero. Desconsiderando o acoplamento entre os modos propagante e contra-propagante na grade de Bragg, será analisado apenas a onda propagante. A equação de propagação mais simples incluindo o termo de SPM é:

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z} = i\gamma |\mathcal{P}|^2 \mathcal{P}. \quad (\text{B-1})$$

A equação acima é facilmente resolvida para dar

$$\mathcal{P}(z, t) = \mathcal{P}(0, t) e^{i\gamma |\mathcal{P}(0, t)|^2 z}, \quad (\text{B-2})$$

onde  $\mathcal{P}(0, t)$  é a amplitude de campo em  $z = 0$ .

A equação (B-2) mostra que a SPM faz surgir um desvio de fase dependente da intensidade, enquanto que a forma do pulso que é governada por  $|\mathcal{P}(0, t)|^2$  permanece inalterada. Para obter a forma espectral do pulso basta aplicar uma transformada inversa de Fourier e tomar o seu módulo ao quadrado:

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(0, t) e^{i\gamma |\mathcal{P}(0, t)|^2 z + i(\omega - \omega_0)t} dt \right|^2. \quad (\text{B-3})$$

Em geral, o espectro depende não apenas da forma do pulso, mas também do *chirp* inicial imposto no pulso.

## B.2 Modulação Cruzada de Fase

Quando duas ou mais onda ópticas propagam juntas no interior de uma fibra, elas podem interagir umas com as outras através da não-linearidade da fibra. Em geral, tal interação pode gerar novas ondas sob condições apropriadas através de uma variedade de fenômenos não-lineares, tais como espalhamento Raman e Brillouin, geração de harmônicos e mistura de quatro ondas. A não-linearidade da fibra, todavia, também provê um acoplamento entre as ondas incidentes através de um fenômeno referido como modulação cruzada de fase (XPM). XPM está sempre acompanhada da SPM e ocorre por causa do índice de refração efetivo de uma onda depender não apenas da intensidade daquela onda, mas também da intensidade de outra onda co- ou contra-propagante.

Numa aproximação quasi-monocromática, é útil separar a parte variando rapidamente do campo elétrico escrevendo-a na forma

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t}] + cc, \quad (\text{B-4})$$

onde  $\hat{x}$  é o vetor unitário de polarização,  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são as frequências centrais dos dois pulsos, e as amplitudes correspondentes  $E_1$  e  $E_2$  são assumidas ser funções variando lentamente com o tempo numa escala de tempo de  $\omega_1$  e  $\omega_2$ . Isto é o mesmo que assumir que  $\Delta\omega_j \ll \omega_j$ , onde  $\Delta\omega_j$  é a largura espectral, e vale para pulsos maiores que 100 fs. A evolução das amplitudes variando lentamente  $E_1$  e  $E_2$  é governada pela equação de onda (2-6) com as partes linear e não-linear da polarização induzida dadas por (2-11) e (2-27).

Para notar a origem da XPM, (B-4) é substituída em (B-3) e encontra-se que

$$\begin{aligned} \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = & \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\omega_1) e^{-i\omega_1 t} + P_{NL}(\omega_2) e^{-i\omega_2 t} + P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) e^{-i(2\omega_1 - \omega_2)t} \\ & + P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) e^{-i(2\omega_2 - \omega_1)t}] + cc, \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

onde

$$P_{NL}(\omega_1) = \chi_{efe} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) E_1, \quad (\text{B-6})$$

$$P_{NL}(\omega_2) = \chi_{efe} (|E_2|^2 + 2|E_1|^2) E_2, \quad (\text{B-7})$$

$$P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) = \chi_{efe} E_1^2 E_2^*, \quad (\text{B-8})$$

$$P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) = \chi_{efe} E_2^2 E_1^*, \quad (\text{B-9})$$

$$(\text{B-10})$$

e

$$\chi_{efe} = \frac{3}{4}\epsilon_0\chi_{xxxx}^{(3)}. \quad (\text{B-11})$$

A dependência explícita da frequência de  $\chi_{xxxx}^{(3)}$  não é mostrada, desde que sua dispersão foi ignorada.

A polarização não-linear induzida da equação (B-5) possui termos oscilantes em novas frequências  $2\omega_1 - \omega_2$  e  $2\omega_2 - \omega_1$ . Estes termos resultam do fenômeno de mistura de quatro ondas. É necessário satisfazer a condição de casamento de fase se as novas componentes de frequência forem significantes, uma condição não satisfeita na prática a menos que um arranjo especial seja feito. Os termos de mistura de quatro de ondas são ignorados nesta dissertação assumindo que a condição de casamento de fase para a mistura de quatro ondas não ocorre.

Escrevendo  $P_{NL}(\omega_j)$  na forma

$$P_{NL}(\omega_j) = \epsilon_0\epsilon_j^{NL}E_j, \quad (\text{B-12})$$

e combinando com a parte linear, tal que a polarização induzida total seja dada por

$$P(\omega_j) = \epsilon_0\epsilon_j E_j, \quad (\text{B-13})$$

onde

$$\epsilon_j = \epsilon_j^L + \epsilon_j^{NL} = (n_j^L + \Delta n_j)^2, \quad (\text{B-14})$$

onde  $n_j^L$  é a parte linear do índice de refração e  $\Delta n_j$  é a mudança induzida pelos efeitos não-lineares cúbicos. Usando a aproximação  $\Delta n_j \ll n_j^L$ , a parte não-linear do índice de refração é dada por

$$\Delta n_j \approx \frac{\epsilon_j^{NL}}{2n_j} \approx n_2 (|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2), \quad (\text{B-15})$$

onde o coeficiente do índice não-linear.

A equação acima mostra que o índice de refração de uma onda óptica depende não apenas da intensidade daquela onda, mas também da intensidade de outras ondas co- e contra-propagantes. Quando a onda propaga dentro da fibra ela adquire uma fase não-linear dependente da intensidade dada por

$$\phi_j^{NL} = \frac{\omega_j}{c}z\Delta n_j = \frac{\omega_j}{c}zn_2 (|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2), \quad (\text{B-16})$$

com  $j = 1$  ou  $2$ . O primeiro termo é o responsável pela SPM, discutida na seção C.1. O segundo termo resulta da modulação de fase de uma onda pela onda co- ou contra-propagante. O fator de 2 mostra que a XPM é duas vezes mais efetiva que a SPM para a mesma intensidade.

## C Métodos Aproximativos

Suponha que os campos elétricos das ondas propagante e contrapropagante possam ser escritos em termos de uma soma de campos auxiliares,  $\mathcal{P} = \sum_{j'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{j'}$  e  $\mathcal{C} = \sum_{j'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{j'}$ . De modo que quando este tratamento é aplicado ao conjunto de equações (3-1)–(3-2) com acoplamento constante e livre de perdas por propagação, têm-se:

$$\partial_{\zeta} \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'} = i\kappa \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'} e^{2i\delta\beta\zeta} + i\gamma \left[ \left| \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'} \right|^2 + 2 \left| \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'} \right|^2 \right] \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'} \quad (\text{C-1})$$

$$\partial_{\zeta} \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'} = -i\kappa \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'} e^{-2i\delta\beta\zeta} - i\gamma \left[ \left| \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'} \right|^2 + 2 \left| \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{P}_{n'} \right|^2 \right] \sum_{n'=1}^{\infty} \mathcal{C}_{n'} \quad (\text{C-2})$$

Que, sem perda de rigor, podem ser escritas da seguinte forma

$$\partial_{\zeta} \mathcal{P}_1 = i\kappa \mathcal{C}_1 e^{2i\delta\beta\zeta}, \quad (\text{C-3})$$

$$\partial_{\zeta} \mathcal{C}_1 = -i\kappa \mathcal{P}_1 e^{-2i\delta\beta\zeta}, \quad (\text{C-4})$$

$$\partial_{\zeta} \mathcal{P}_2 = i\kappa \mathcal{C}_2 e^{2i\delta\beta\zeta} + i\gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1, \quad (\text{C-5})$$

$$\partial_{\zeta} \mathcal{C}_2 = -i\kappa \mathcal{P}_2 e^{-2i\delta\beta\zeta} - i\gamma [2|\mathcal{P}_1|^2 + |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{C}_1, \quad (\text{C-6})$$

$$\begin{aligned} \partial_{\zeta} \mathcal{P}_3 = & i\kappa \mathcal{C}_3 e^{2i\delta\beta\zeta} + i\gamma [|\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2|^2 - |\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2|^2 - 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 \\ & + i\gamma [|\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_2, \end{aligned} \quad (\text{C-7})$$

$$\begin{aligned} \partial_{\zeta} \mathcal{C}_3 = & -i\kappa \mathcal{P}_3 e^{-2i\delta\beta\zeta} - i\gamma [|\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2|^2 - |\mathcal{C}_1|^2 + 2|\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2|^2 - 2|\mathcal{P}_1|^2] \mathcal{C}_1 \\ & - i\gamma [|\mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_1|^2 + 2|\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_1|^2] \mathcal{C}_2, \end{aligned} \quad (\text{C-8})$$

⋮

A solução das equações (C-3)–(C-4) é imediata e conhecida de (3-30)–(3-31). Uma equação para  $\mathcal{P}_2$  pode ser obtida das equações (C-5)–(C-6) derivando

(C-5) e aplicando a solução de (C-3)–(C-4):

$$\begin{aligned} \partial_\zeta^2 \mathcal{P}_2 = & \quad i\kappa \partial_\zeta \mathcal{C}_2 e^{2i\delta\beta\zeta} - 2\kappa\delta\beta \mathcal{C}_2 e^{2i\delta\beta\zeta} + i\partial_\zeta \gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 \\ & + i\gamma [\partial_\zeta |\mathcal{P}_1|^2 + 2\partial_\zeta |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 + i\gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \partial_\zeta \mathcal{P}_1 \end{aligned} \quad (\text{C-9})$$

Os termos que contém  $\mathcal{C}_2$  e  $\partial_\zeta \mathcal{C}_2$  podem ser obtidos de (C-5)–(C-6):

$$\begin{aligned} \partial_\zeta^2 \mathcal{P}_2 = & \quad \kappa^2 \mathcal{P}_2 + \kappa\gamma [2|\mathcal{P}_1|^2 + |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{C}_1 e^{2i\delta\beta\zeta} + i\gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \partial_\zeta \mathcal{P}_1 \\ & + i\partial_\zeta \gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 + i\gamma [\partial_\zeta |\mathcal{P}_1|^2 + 2\partial_\zeta |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 \quad (\text{C-10}) \\ & + 2\delta\beta \{i\partial_\zeta \mathcal{P}_2 + \gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1\} \end{aligned}$$

que pode ser escrita como uma equação diferencial de segunda ordem não-homogênea podendo ser resolvida pelo método da variação dos parâmetros:

$$\partial_\zeta^2 \mathcal{P}_2 - 2i\delta\beta \partial_\zeta \mathcal{P}_2 - \kappa^2 \mathcal{P}_2 = f(\mathcal{C}_1, \mathcal{P}_1, \zeta), \quad (\text{C-11})$$

onde

$$\begin{aligned} f(\mathcal{C}_1, \mathcal{P}_1, \zeta) = & \quad \kappa\gamma [2|\mathcal{P}_1|^2 + |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{C}_1 e^{2i\delta\beta\zeta} + (2\delta\beta\gamma + i\partial_\zeta \gamma) [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 \\ & + i\gamma [\partial_\zeta |\mathcal{P}_1|^2 + 2\partial_\zeta |\mathcal{C}_1|^2] \mathcal{P}_1 + i\gamma [|\mathcal{P}_1|^2 + 2|\mathcal{C}_1|^2] \partial_\zeta \mathcal{P}_1 \end{aligned} \quad (\text{C-12})$$

Assim, a solução de (C-11) é a solução da equação homogênea mais a solução da equação não-homogênea:

$$\mathcal{P}_2(\zeta) = p_{01}\phi_1(\zeta) + p_{02}\phi_2(\zeta) + p_{11}(\zeta)\phi_1(\zeta) + p_{12}(\zeta)\phi_2(\zeta), \quad (\text{C-13})$$

onde  $p_{01}$  e  $p_{02}$  são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno,  $\phi_1(\zeta)$  e  $\phi_2(\zeta)$  são soluções da equação homogênea associada a (3-26) e aparecem em (3-30)–(3-31). Os parâmetros  $p_{11}(\zeta)$  e  $p_{12}(\zeta)$  são

$$p_{11}(\zeta) = - \int \frac{\phi_2(\zeta') f(\mathcal{C}_1, \mathcal{P}_1, \zeta')}{\mathbb{W}(\zeta')} d\zeta', \quad (\text{C-14})$$

$$p_{12}(\zeta) = \int \frac{\phi_1(\zeta') f(\mathcal{C}_1, \mathcal{P}_1, \zeta')}{\mathbb{W}(\zeta')} d\zeta', \quad (\text{C-15})$$

onde  $\mathbb{W} = \phi_1 \partial_\zeta \phi_2 - \phi_2 \partial_\zeta \phi_1$  é o Wronskiano das soluções.

As soluções destas equações podem ser úteis no estudo da dependência aproximada dos parâmetros das constantes de acoplamento e não-linearidade na propagação do campo nas grades de Bragg.

## D

### Figuras Adicionais

A figura D-1 mostra as transmissões teóricas calculadas para várias entradas de intensidade CW em grades onde existe um perfil descrevendo função de não-linearidade sobre cada ponto de  $z$  na grade. Na figura D-1 (a), uma grade não-linear sem perfil de  $\gamma$  é apresentada. Na figura D-1 (b), uma grade não-linear com perfil de  $\gamma = \gamma_0\zeta$  é apresentada. Na figura D-1 (c), uma grade não-linear com perfil de  $\gamma = \gamma_0\text{sen}(\pi\zeta)$  é apresentada. Na figura D-1 (d), uma grade não-linear com perfil de  $\gamma = \gamma_0\text{sen}^2(\pi\zeta)$  é apresentada.

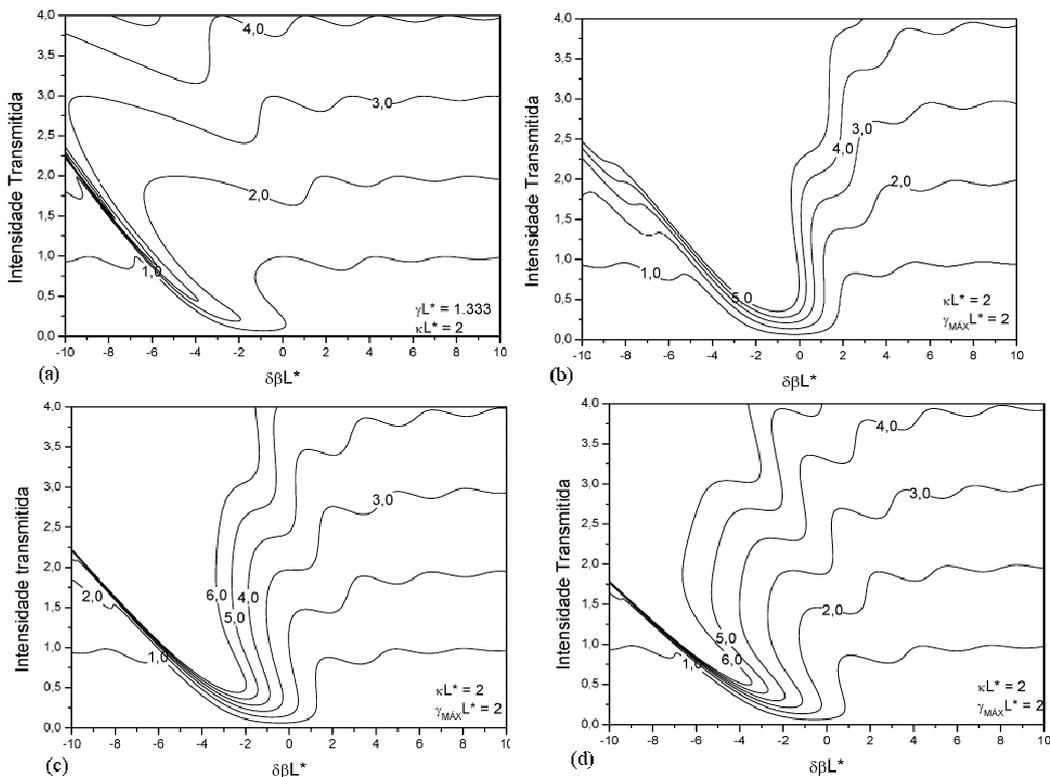


Figura D.1: Respostas de transmissão teóricas calculadas para algumas grades com perfil de não-linearidade para diferentes valores de intensidade de entrada. (a) sem perfil, (e) perfil linear, (c) perfil senoidal e (d) perfil senoidal ao quadrado.

## **E**

### **Publicações**

#### **E.0.1**

##### **Eventos Nacionais**

Um trabalho decorrente do estudo realizado na seção 3.3.4 foi apresentado no **XXIX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada**, realizado entre os dias 09 e 13 de Maio de 2006, em São Lourenço, MG. Foi submetido um resumo estendido (4 páginas) publicado no *Optical Technical Digest* do Evento intitulado:

*Numerical Investigation on the Modulation of Nonlinearity in Fiber Bragg Gratings*

de autores (em ordem): A. F. de Moraes Neto e A. S. B. Sombra.

#### **E.0.2**

##### **Eventos Internacionais**

Um trabalho decorrente do estudo realizado na seção 4.3 foi submetido ao **International Telecommunications Symposium 2006**, a ser realizado entre os dias 03 e 06 de Setembro de 2006, em Fortaleza, CE, Brasil. Foi submetido um resumo estendido (4 páginas) intitulado:

*Ultrashort Pulse Reflection through Nonlinear Fiber Bragg Gratings*

de autores (em ordem): A. F. de Moraes Neto, C. S. Sobrinho, A. F. G. Furtado Filho, J. W. M. Menezes e A. S. B. Sombra.

#### **E.0.3**

##### **Periódicos Internacionais**

Um trabalho decorrente do estudo realizado na seção 3.4.3 foi submetido ao periódico internacional *Optics Communications*. O trabalho é intitulado

*Periodic Modulation of Nonlinearity in fiber Bragg Gratings: A numerical investigation.*

de autores (em ordem): A. F. de Moraes Neto, C. S. Sobrinho, A. F. G. Furtado Filho, J. W. M. Menezes e A. S. B. Sombra; cujo resumo pode ser apreciado na figura E.1.

## Periodic Modulation of Nonlinearity in a Fiber Bragg Grating: A numerical investigation.

A. F. de Moraes Neto<sup>a</sup> C. S. Sobrinho<sup>b</sup> A. F. G. F. Filho<sup>b</sup>  
J. W. M. Menezes<sup>a</sup> A. S. B. Sombra<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Physics Department, Federal University of Ceará, Brazil.*

<sup>b</sup>*Tele-informatics Engineering Department, Federal University of Ceará, Brazil.*

<sup>c</sup>*Telecommunications and Materials Science and Engineering Laboratory  
(LOCEM), Campus do Pici - Bloco 990 CEP(CIP code): 60455-760. P. O. box  
60390, Fortaleza-CE, Brazil. e-mail: locem@fisica.ufc.br*

---

### Abstract

We discuss numerical studies on the bistability characteristics when third order nonlinear effects have periodic variations along the fiber Bragg grating (FBG) operating in the continuous wave regime. This study was done taking account into the asymmetry brought by the nonharmonic modulation of the nonlinearity, leading to different reflection and transmission characteristics depending on the direction of propagation in that modulated nonlinear FBG. This phenomenon may be useful for applications like an optic insulator. It was found that for a set of modulation parameters values FBG can exhibit multistable states. We found there is no loss of apodization effort in modulated Gaussian apodized gratings.

*Key words:* Bragg gratings, Nonlinearity Modulation, Optical Bistability, Nonlinear Switching.

---

<sup>1</sup> This work was supported by the Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq. A. F. de Moraes Neto, J. W. Menezes and A. S. B. Sombra are with the Physics Department, Federal University of Ceará, Brazil. A. F. G. Furtado Filho and C. S. Sobrinho are with the Tele-Informatics Engineering Department, Federal University of Ceará, Brazil. All authors are with Telecommunications and Materials Science and Engineering Laboratory (LOCEM) at the Physics Department at Federal University of Ceará. The main interest areas includes research and development in optical fiber and planar devices for optical networks. They are also involved in the study of electric, dielectric and piezoelectric properties of new ceramics and films for microwave and radio-frequency applications.

*Preprint submitted to Elsevier Science*

10 July 2006

Figura E.1: *Periodic Modulation of Nonlinearity in a fiber Bragg Grating: A numerical investigation.* - Página 1.