Ana Tereza de Abreu Lima

Resposta Dinâmica de Camadas Magnéticas Acopladas

Fortaleza – CE Julho / 2007

Ana Tereza de Abreu Lima

Resposta Dinâmica de Camadas Magnéticas Acopladas

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Dr. Nilson Sena de Almeida

Mestrado em Física Departamento de Física Centro de Ciências Universidade Federal do Ceará

Fortaleza – CE Julho/ 2007

Dissertação de Mestrado sob o título *Resposta Dinâmica de Camadas Magnéticas Acopladas*, defendida por Ana Tereza de Abreu Lima e aprovada em 17 de Julho de 2007, em Fortaleza, Ceará, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

> Dr. Nilson Sena de Almeida Departamento de Física - Universidade Federal do Ceará Orientador

> Dr. Gil de Aquino Farias Departamento de Física - Universidade Federal do Ceará

Dra. Ana Lúcia Dantas Departamento de Física - Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

Dedicatória

Para minha mãe, Terezinha de Abreu Lima, Para meu pai, José de Araújo Lima (in memoriam) E para meus irmãos que são, todos, co-responsáveis Pela pessoa que sou hoje.

Agradecimentos

- Ao Prof. Dr. Nilson Sena de Almeida, pela dedicada e paciente orientação;

 Ao Prof. Dr. Raimundo Nogueira Costa Filho pelo apoio e incentivo desde a graduação;

– Aos muitos amigos que fiz aqui nesse departamento de Física, alguns dos quais foram da minha turma de graduação e outros que conheci e convivi durante o mestrado. Agradecimento especial à Alexandre Paschoal, pelo apoio incondicional nessa aventura, aos amigos José Junior (J. J.), George (Bush), Sérgio Gomes, Pablo Abreu (Piteko), Erneson, Márcio (Ney), Eduardo Girão, Acrísio, Abraão, Antônio Neves, Nuno, Leandro, Hudson e Janduy pelas longas horas de estudo e de descontração e brincadeiras, especialmente na graduação. Aos colegas da minha turma de mestrado Roner, Damasceno, Ivan (Brother), João Cláudio e Nizomar. Aos queridos companheiros desde departamento Eveline, Éder, Daniela, Apiano, Roberto Sena, Tayroni, Luis Araripe, Clenilton, Bartolomeu, e Hermínio.

 Ao Departamento de Física e à pós-graduação, por ter me acolhido tão bem e tornado possível o desenvolvimento desta dissertação;

- À CAPES pelos financiamentos que contribuíram para a execução deste trabalho.

Resumo

Estudamos o comportamento dinâmico de sistemas constituídos de dois filmes magnéticos acoplados. Para isso, consideramos que o acoplamento dos filmes pode ser representado por uma interação do tipo Heisenberg para obter a susceptibilidade magnética de cada um dos meios levando em conta a presença da camada vizinha. Através do cálculo da magnetização do sistema, obtivemos uma expressão para a susceptibilidade do conjunto acoplado que pode ser vista como a média ponderada das susceptibilidades dos meios que compõem o sistema. Nossos resultados podem ser utilizados para obter o comportamento dinâmico de qualquer bicamada magnética. Utilizamos os resultados obtidos para calcularmos a relação de dispersão dos poláritons que se propagam em uma bicamada magnética constituída por um filme antiferromagnético crescido em contato com um filme ferromagnético. Resultados numéricos, para diferentes percentuais de composição da bicamada, foram obtidos considerando que o material antiferromagnético é o MnF_2 e o ferromagnético é o Fe. Os resultados da relação de dispersão são confirmados através do cálculo da refletividade na simulação de um experimento de Reflexão Total Atenuada (ATR).

Abstract

We study the dynamical behavior of systems constituted of two coupled magnetic films. We consider that the coupling of the films can be represented by an interaction like Heisenberg to have the magnetic susceptibility of each medium, taking into account the presence of interface effect and the neighboring layer. Through the calculation of the magnetization of the system, we found an expression for the susceptibility of the coupled system, which can be understood as a weighed mean of the susceptibility of the media that compose the system. Our results can be used to have the dynamic behavior of any magnetic bilayer. We use the result to calculate the dispersion relation of polaritons propagating in a magnetic film. Numerical results were obtained for a system where the antiferromagnetic material is MnF_2 and the ferromagnetic is Fe. The results of the dispersion relation are confirmed through the calculation of the reflectivity of a Attenuated Total Reflexion (ATR) experiment.

$Sum{{\acute{a}}rio}$

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Intr	oduçã	0	p. 13
	1.1	Aspec	tos gerais	p. 13
	1.2	Classif	ficação dos materiais magnéticos	p.14
2	$\mathbf{A} \mathbf{s}$	uscept	ibilidade de sistemas acoplados	p. 19
	2.1	Introd	ução	p.19
	2.2	O cálc	ulo da susceptibilidade	p. 21
		2.2.1	Energia Magnética	p. 22
			2.2.1.1 Interação de Troca	p. 22
			2.2.1.2 Anisotropias	p. 23
		2.2.2	Susceptibilidade de Materiais Ferromagnéticos	p. 24
		2.2.3	Susceptibilidade de Materiais Antiferromagnéticos	p.26
		2.2.4	Susceptibilidade do Sistema Acoplados	p. 28
3	Rela	ação d	e dispersão dos poláritons	p.33
	3.1	Introd	ução	p.33
	3.2	Relaçã	io de dispersão	p.34
		3.2.1	Vácuo	p.35
		3.2.2	Meio magnético	p.36

		3.2.3	Substrato	p.37
		3.2.4	A relação de dispersão	p.38
4	A r	efletivi	dade do sistema acoplado	p.47
	4.1	Introd	ução	p.47
	4.2	Cálcul	o da refletividade	p.49
		4.2.1	Determinação dos campos	p. 52
5	Con	ıclusõe	S	p. 57
\mathbf{R}	eferê	ncias		p. 59

Lista de Figuras

1	Representação de domínios magnéticos em um material	p. 14
2	Exemplos de ordenamento magnético. a)Momentos magnéticos paralelos e com mesma magnitude ($\vec{M} \neq 0$). b)Momentos magnéticos antiparalelos e com mesma magnitude ($\vec{M} = 0$). c)Momentos magnéticos antiparale- los, com magnitudes diferentes ($\vec{M} \neq 0$)	p.15
3	Ciclo de histerese. Representação da variação da magnetização de um material sob ação de um campo magnético \vec{H}	p. 16
4	Flutuação da magnetização sob efeito de um campo externo \vec{H} . \vec{M} representa a magnetização resultante e \vec{m}_s é a magnetização de equilíbrio.	p. 21
5	Comportamento da magnetização espontânea em materiais ferromagnéti- cos como função da temperatura.	p. 24
6	Célula unitária de um antiferromagneto - A magnetização de equilíbrio é considerada no eixo \hat{z} , o eixo fácil. Uma subrede possui orientação $+\hat{z}$ (up) e a outra subrede $-\hat{z}$ (down)	p. 27
7	Geometria considerada nesse trabalho. A anisotropia (H_a) e o campo externo estático (H_o) estão ao longo da direção \hat{z}	p. 29
8	Geometria para o cálculo da relação de dispersão. A superfície da bica- mada é paralela ao no plano xz. A interface filme/vácuo está localizada em $y=0$ e a interface filme/substrato em $y=d$	p. 35
9	Relação de dispersão dos poláritons para MnF_2 (Filme puro). $\theta = 0$, $M_s = 0.6 \ KG, H_e = 0.0 \ KG, \ H_a = 0.0 \ KG \ \ldots \ $	p. 41
10	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou	
	seja, He=0 e Had=0.	p. 42

11	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, $He=0$ e $Had=0$	p. 42
12	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, $He=0$ e $Had=0$	p. 43
13	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, $He=0$ e $Had=0$	p. 43
14	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada anti- ferromagnética é 90% ($f_2 = 0.90$). A reta em ω/ω_o se refere à analise ATR feita no capitulo 4	p.44
15	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada anti- ferromagnética é 75% ($f_2 = 0.75$)	p.44
16	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada anti- ferromagnética é 50% ($f_2 = 0.50$)	p.45
17	Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada anti- ferromagnética é 25% ($f_2 = 0.25$)	p. 45
18	Desenho esquemático dos fenômemos de reflexão e transmissão	p.47
19	Reflexão total atenuada. A onda se propaga na direção \hat{x} e decai expo- nencialmente na direção \hat{y} , podendo ser absorvido pelo meio 3	p. 48
20	Para y=-s temos a interface prisma/vácuo, para y=0 a interface vácuo/filme	
	$e \ para \ y=d \ a \ filme/substrato.$	p.49
21	Espectro ATR: Coeficiente de reflexão para $k_{ } = 3.0 \ \omega/\omega_o$ no sistema MnF_2/Fe . Os picos observados se referem aos pontos dos ramos da re-	
	lação de dispersão assinalados na figura 22	p. 54

22	$Relação \ de \ dispersão \ dos \ poláritons \ para \ uma \ bicamada \ magnética \ MnF_2/Fe.$	
	$A\ correção\ na\ susceptibilidade\ dos\ filmes\ foi\ considerada\ igual\ a\ zero,\ ou$	
	$seja, He=0 e Had=0. \ldots \ldots$	p. 55
23	Espectro ATR: Coeficiente de reflexão para $k_{ }$ = 3.0 ω/ω_o no sistema	
	MnF_2/Fe . Os picos observados se referem aos pontos dos ramos da re-	
	lação de dispersão assinalados na figura 24	p. 55
24	$Relação \ de \ dispersão \ dos \ poláritons \ para \ uma \ bicamada \ magnética \ MnF_2/Fe.$	
	Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada anti-	
	ferromagnética é 90% ($f_2 = 0.90$).	p. 56

Lista de Tabelas

1	Dados de materiais ferromagnéticos no sistema CGS. Tabela extraída do	
	livro "Materiais e Dispositivos Eletrônicos"(1)	p. 25

1 Introdução

1.1 Aspectos gerais

Os fenômenos magnéticos são amplamente utilizados nas atividades diárias de quase todas as sociedades. Eles estão presentes nos sistemas de geração e distribuição de energia, telecomunicação, sensoriamento, informática, automação industrial, etc. A utilização dos efeitos magnéticos no desenvolvimento de tecnologias ocorreu graças a compreensão das propriedades magnéticas dos materiais, assim como o domínio de técnicas de fabricação que permitem a produção de materiais com elevado controle na sua composição. Isso foi possível devido ao melhor entendimento dos fenômenos que acontecem em escala macroscópica, bem como daqueles que necessitam do uso da teoria quântica e da mecânica estatística para descrevê-los adequadamente.

A utilização dos materiais magnéticos em aplicações tecnológicas se proliferou no final do século XIX, quando diversos fenômemos eletromagnéticos já eram conhecidos. Entre essas aplicações podem ser citadas o motor e o gerador elétrico. A geração e a distribuição de energia e a iluminação com lâmpadas elétricas, inventada em 1879 por Thomas Edison, tornou-se bastante comum. Posteriormente, um maior domínio das propriedades magnéticas também possibilitou o avanço da telecomunicação, através do uso dos relés do telegráfo, dos fones e microfones da telefonia.

Até o final das duas primeiras décadas do século XX apenas uma dúzia de materiais magnéticos eram conhecidos, sendo todos eles ligas de ferro, níquel, cobalto em diferentes concentrações. A partir da década de trinta muitos materiais foram descobertos sendo as ligas de Alnico (alumínio, níquel e cobalto) inventada pelos japoneses, uma das principais. A melhor compreensão das propriedades dos materiais (devido ao surgimento da mecânica quântica), o desenvolvimento de novos materiais e o aperfeiçoamento de técnicas de fabricação possibilitou a massificação do uso dos materiais magnéticos em vários segmentos da indústria e ampliou a importância deles na vida cotidiana (2).

1.2 Classificação dos materiais magnéticos

Materiais magnéticos são aqueles que possuem um ordenamento de seus momentos magnéticos. Esta ordem magnética pode ocorrer sob determinadas circunstâncias de modo que o momento magnético por unidade de volume (magnetização) pode apresentar valor não nulo mesmo na ausência de um campo externo. Neste caso, a magnetização resulta de uma forte interação entre os momentos vizinhos que tende a mantê-los alinhados com um ordenamento específico dentro de regiões chamadas domínios (figura 1). Entretanto, normalmente os materiais magnéticos não apresentam magnetização espontânea, porque apesar de dentro de cada domínio os momentos apontarem em uma mesma direção, de um domínio para outro não existe correlação entre os alinhamentos e os mesmos podem ter direções diferentes. Isso faz com que o momento magnético médio, e consequentemente a magnetização, seja zero.



Figura 1: Representação de domínios magnéticos em um material

Quanto ao seu ordenamento magnético os materiais podem ser classificados em:

Diamagnéticas, são materiais cuja resposta magnética (magnetização) a um campo externo é oposta ao campo aplicado, isto é, possui susceptibilidade (a susceptibilidade mede a resposta do material a um campo externo) negativa e de ordem de grandeza 10^{-5} . Neste caso, o campo magnético produzido pelo material se combina com o campo externo diminuindo-o. A origem do diamagnetismo está na variação do momentum angular orbital dos elétrons induzida pela ação do campo externo, ou seja, pode ocorrer em todos os materiais. A explicação clássica para este fenômeno vem da lei de Lenz, na qual uma variação de campo magnético resulta numa corrente elétrica induzida que tende a se opor a esta variação, criando um campo magnético oposto ao aplicado (3). Como este efeito é fraco, ele só aparece quando no material não há dipolos magnéticos permanentes que produzam efeitos mais pronunciados (Ex: gases nobres, KBr, LiF);

Paramagnéticos, são materiais que apesar de possuírem momentos magnéticos permanentes, eles são orientados em direções distribuídas ao acaso, tendo assim momento magnético médio igual a zero e na ausência de um campo externo magnetização nula. A aplicação de um campo externo tende a alinhar os dipolos produzindo uma magnetização na direção do campo aplicado. Portanto, os materiais paramagnéticos possuem susceptibilidade positiva, com ordem de grandeza de 10^{-5} a 10^{-3} , de forma que o campo externo e o produzido pelo material somam-se produzindo um campo total maior que o campo externo.

Ferromagnéticos, são aqueles materiais que mesmo na ausência de um campo magnético possui magnetização, chamada de magnetização espontânea. Ela resulta de uma interação entre momentos magnéticos vizinhos que favorece o alinhamento paralelo entre eles [Fig. 2a].

Antiferromagnéticos, são aqueles que, apesar de apresentarem ordenamento magnético, na ausência de campo magnético externo possuem magnetização zero. Isso ocorre por que apesar de os momentos magnéticos serem iguais em módulo, a interação de troca favorece o alinhamento antiparalelo [Fig. 2b].

Ferrimagnéticos, são materiais que têm uma ordem magnética semelhante a dos antiferromagnéticos mas devido a diferença entre os módulos dos momentos magnéticos o material exibe uma magnetização finita mesmo na ausência de uma campo externo [Fig. 2c].



(a) Ferromagneto

(b) Antiferromagneto



(c) Ferrimagneto

Figura 2: Exemplos de ordenamento magnético. a)Momentos magnéticos paralelos e com mesma magnitude $(\vec{M} \neq 0)$. b)Momentos magnéticos antiparalelos e com mesma magnitude $(\vec{M} = 0)$. c)Momentos magnéticos antiparalelos, com magnitudes diferentes $(\vec{M} \neq 0)$

As aplicações dos materiais magnéticos são determinadas, principalmente, pelo seu

ciclo de histerese, que é o comportamento da magnetização \vec{M} em função do campo magnético aplicado (ver figura 3). Se ao material desmagnetizado for aplicado uma campo magnético, ele segue inicialmente uma curva de magnetização como $O \rightarrow A$, até que atinge a magnetização de saturação m_s (4). Entretanto, se diminuirmos **H** a partir de A, **M** não volta pelo mesmo caminho $A \rightarrow O$; ela decresce pela curva $A \rightarrow C$. No ponto C, em que $\mathbf{H}=0$, \mathbf{M} é diferente de zero, isto é, o material permanece magnetizado na ausência de campo magnetizante externo. O valor de **M** no ponto C é chamada *magnetização* remanente, e o fenômeno é conhecido como remanência. Aumentado o módulo de **H**, a magnetização segue o trajeto $C \rightarrow D$, até que **M** volta a se anular. O valor de $|\mathbf{H}|$ no ponto D mede a coercividade do material. Continuando a aumentar $|\mathbf{H}|$ neste sentido, $|\mathbf{M}|$ satura na direção oposta como mostrado no ponto E. Repetindo o ciclo no sentido inverso a partir de E, a magnetização segue o caminho $E \rightarrow F \rightarrow G$ da figura 3 e daí volta para A, fechando o ciclo.



Figura 3: Ciclo de histerese. Representação da variação da magnetização de um material sob ação de um campo magnético \vec{H} .

Assim, quanto a sua utilização os materiais magnéticos podem ser divididos em três categorias principais:

1. Imãs permanentes . Esses materiais são responsáveis pela mais antiga das aplicações dos materiais magnéticos (a bússola). A propriedade principal desses materiais é a de criar campos magnéticos constantes. Para ser um bom ímã o material deve ter altos valores de campo coercivo e de magnetização remanente $'M'_r$. Atualmente, os ímãs permanentes são usados em dispositivos eletromagnéticos (geradores e motores elétricos, eletrodomésticos), em robótica (micromotores, sensores, etc), dispositivos eletroacústicos (alto-falantes, microfones, etc) dentre outros equipamentos. 2. *Materiais doces ou permeáveis*. São os materiais capazes de criar um alto fluxo magnético a partir de uma corrente elétrica ou produzem uma grande indução magnética devido a um campo externo. Os materiais doces possuem um ciclo de histerese estreito (baixa coercividade) e são usados em transformadores, sensores, etc.

3. Gravação magnética. A gravação magnética é utilizada desde a década de 40, no entanto, o avanço da indústria de informática está exigindo dos pesquisadores um contínuo esforço para a obtenção de dispositivos com grande densidade de gravação e tempo de acesso menores. Há duas formas básicas de codificação da informação gravada: a *digital* e a *analógica*. No processo digital, a informação é codificada em números binários (zero e um): nas partes correspondentes ao número zero o material é magnetizado com uma orientação e nas partes correspondentes ao um é utilizada uma orientação oposta. Isso é útil para armazenar números como ocorre nos computadores e nos cartões magnéticos. No processo analógico, a magnetização é proporcional ao sinal elétrico gerado, por exemplo, pelo sinal de áudio ou vídeo. Um som mais forte é gravado com um valor maior da magnetização e sons mais agudos com variações mais abruptas da magnetização. O sucesso da tecnologia de gravação magnética decorre de vários fatores: a variedade de formatos (fitas, cartões, folhas, discos rígidos ou flexíveis, etc); baixo custo, não-volatidade e capacidade quase ilimitada de gravar e regravar informações.

Nos últimos anos a evolução da gravação magnética está profundamente ligada ao estudo e ao aperfeiçoamento das técnicas de fabricação dos filmes magnéticos finos. O método de preparação dos filmes finos depende da sua composição e da sua espessura. No entanto, todos os métodos se baseiam na deposição gradual de átomos ou moléculas do material desejado sobre uma superfície de outro material que serve de apoio, chamado substrato. Segundo S. M. Rezende em seu livro "Materiais e dispositivos eletrônicos" (1) dentre os métodos mais usados estão a deposição em alto vácuo, para filmes mais finos (de algumas camadas até 1000 Å), a deposição eletroquímica, a deposição química de vapor e a epitaxia de fase líquida, para filmes mais espessos. Esta variedade de técnica possibilita a fabricação de estruturas com propriedades magnéticas muito diferentes das tradicionais, cuja compreensão microscópica exige conhecimento detalhado dos filmes, das interfaces e das superfícies. Além disso, a capacidade de fabricação de filmes de espessura nanométrica possibilitou o surgimento de um novo ramo de estudos, chamado de spintrônica, onde as propriedades de transporte são influenciadas pelo spin dos portadores (5, 6). Devido a suas características os filmes magnéticos podem ser utilizados tanto na gravação magnética como em sensores magnéticos.

Além deste, vários outros fenômenos foram descobertos nos últimos anos: diferentes acoplamentos entre camadas vizinhas (7, 8), o efeito túnel, entre outros. O surgimento desses fenômenos tem gerado grande interesse e motivado o desenvolvimento de esforços no sentido de compreendê-los. Assim, o objetivo geral desse trabalho foi buscar a compreensão do comportamento dinâmico de sistemas constituídos por camadas magnéticas que interagem entre si.

Consideramos que os filmes magnéticos são acoplados através de uma interação tipo Heisenberg. Essa interação corresponde a energia de troca entre os momentos magnéticos localizados na superfície dos filmes. Esta interação modifica as propriedades da interface e depende do tratamento térmico a qual a amostra foi submetida. Consideramos ainda, que o sistema possui uma anisotropia unidirecional na interface possuindo, portanto, uma direção diferenciada. Nosso estudo foi realizado através do uso de uma teoria semi-clássica onde cada filme foi representado, macroscopicamente, por um vetor magnetização e da análise do comportamento óptico do sistema.

No Capítulo 2 estudamos como as propriedades dinâmicas de cada filme é afetada pelas características da interface e pela presença do filme vizinho, considerando que eles interagem através de um acoplamento tipo Heisenberg. Para isso analisamos o comportamento dinâmico do sistema através dos efeitos da interação de interface e da susceptibilidade (χ) do sistema. Para obtermos a susceptibilidade efetiva do sistema, modificada pela correção gerada pela interação entre os filmes, utilizamos um modelo no qual a magnetização do sistema é a média ponderada da magnetização de cada filme isolado. Por razões didáticas calculamos a susceptibilidade de um meio ferromagnético, de um antiferromagnético isoladamente e em seguida a do sistema acoplado. No Capítulo 3 mostramos, com detalhes, a obtenção da relação de dispersão dos poláritons com polarização TE. Analisamos o caso em que o campo estático aplicado é na direção da anisotropia e comparamos os resultados para diferentes sistemas buscando relacionar os efeitos da interface com as propriedades ópticas. No Capítulo 4 calculamos a refletividade na simulação de um experimento de Reflexão Total Atenuada (ATR), que é um técnica bastante utilizada na caracterização de materiais opacos. Analisamos o comportamento da refletividade do sistema como função dos modos normais dos filmes acoplados levando em conta sua composição. No Capítulo final é feita uma síntese dos principais resultados obtidos, bem como uma discussão das conclusões sugeridas.

2 A susceptibilidade de sistemas acoplados

2.1 Introdução

A susceptibilidade magnética relaciona uma perturbação externa com o efeito produzido no sistema. Em geral esta quantidade depende da geometria e das propriedades físicas do sistema e pode ser usada para a caracterização de um meio magnético. Além da susceptibilidade, a magnetização é outra propriedade que fornece importantes informações sobre o comportamento e a estrutura dos meios materiais. Em geral mede-se a magnetização em função do campo magnético aplicado a uma temperatura constante [isotermas de magnetização ($\vec{M} \times \vec{H}$)_T]. A susceptibilidade é a relação entre a magnetização e o campo aplicado. A susceptibilidade como função da temperatura é uma das propriedades utilizadas para caracterizar os sistemas magnéticos.

A susceptibilidade magnética $\overleftarrow{\chi}$ mede a resposta do material ao ser submetido a um campo magnético externo \vec{H} . Esta quantidade depende da temperatura e das características cristalográficas do material. Se o campo externo é constante no tempo (\vec{H}_o) a susceptibilidade do material é chamada estática e é representada por

$$\vec{M} = \overleftarrow{\chi} \vec{H}_o, \tag{2.1}$$

onde $\overleftrightarrow{\chi}$ é um tensor que depende das características do material. Para materiais diamagnéticos ($\chi < 0$) e paramagnéticos ($\chi > 0$), os valores típicos da susceptibilidade são da ordem de 10⁻³ a 10⁻⁵, ou seja, a aplicação de um campo externo produz efeitos magnéticos muito pequenos. Para meios ferromagnéticos a susceptibilidade assume valores da ordem de 10⁶.

Se o campo externo aplicado varia com o tempo, $\vec{h}(t)$, podemos relacionar a dependência temporal da magnetização com $\vec{h}(t)$, sendo esta relação denominada resposta dinâmica ou susceptibilidade dinâmica do material. Assim, o campo \vec{h} e a magnetização \vec{M} estão relacionados através de:

$$\vec{M} = \sum_{j} \chi_{ij}(\omega) h_j(t).$$
(2.2)

Por outro lado, os efeitos magnéticos podem se expressos por duas grandezas diferentes: o vetor intensidade de campo magnético \vec{H} (devido à correntes de cargas elétricas) e o vetor indução magnética \vec{B} , que depende tanto da corrente elétrica quanto das propriedades magnéticas do meio. A relação entre os vetores \vec{B} e \vec{H} depende das características do meio e é escrita como,

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} \tag{2.3}$$

ou

$$\vec{B} = \overleftarrow{\mu} \cdot \vec{H}, \tag{2.4}$$

onde $\overleftarrow{\mu}$ é a permeabilidade magnética. Utilizando as equações de Maxwell podemos encontrar uma relação entre e $\overleftarrow{\chi}$ e $\overleftarrow{\mu}$, de forma que:

$$\overleftarrow{\mu} = \overleftarrow{1} + 4\pi \overleftarrow{\chi}. \tag{2.5}$$

Neste trabalho, estamos interessados em estudar o comportamento de bicamadas acopladas submetidas a um campo oscilante. Para isso calculamos a susceptibilidade dinâmica de cada camada individualmente. Este cálculo foi feito considerando que o material é constituído por vários sítios equivalentes representados, cada um, por um momento de dipolo magnético que é resultante dos momentos angulares intrínseco e extrínseco existente na matéria. Macroscopicamente o estado magnético de um material é representado pelo vetor magnetização \vec{M} , definido como o momento de dipolo magnético por unidade de volume

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i} \vec{\nu}_i, \qquad (2.6)$$

onde o somatório é feito sobre todos os sítios onde existem momentos de dipolo $\vec{\nu}_i$, no volume V. O volume é escolhido suficientemente grande para que haja uma boa média

macroscópica, porém pequeno em relação ao tamanho da amostra para que \vec{M} represente a propriedade magnética local.

2.2 O cálculo da susceptibilidade

Para calcular a resposta do meio a uma excitação externa, consideramos que os momentos magnéticos $\vec{\nu}$ estão sob ação de um campo estático \vec{H} . Na situação de equilíbrio, os momentos estão alinhados na direção de \vec{H} , pois esta é a situação onde a energia é mínima

$$E = -\vec{\nu} \cdot \vec{H}. \tag{2.7}$$

O torque que o campo exerce sobre o momento é dado por

$$\vec{\tau} = \vec{\nu} \times \vec{H}.\tag{2.8}$$

Se o momento magnético for desviado da situação de equilíbrio por uma perturbação, ele passará precessionar, como mostrado na Figura 4, em torno de \vec{H} .



Figura 4: Flutuação da magnetização sob efeito de um campo externo \vec{H} . \vec{M} representa a magnetização resultante e \vec{m}_s é a magnetização de equilíbrio.

A equação de movimento de um momento angular \vec{J} submetido a um torque $\vec{\tau}$ é

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\tau}.$$
(2.9)

Considerando que $\vec{J} = \hbar \vec{S}$ e $\vec{\nu} = g\mu_B \vec{S}$, onde \vec{S} está associado ao spin, g é o fator de Landé e μ_B é o magneton de Bohr, podemos reescrever a equação 2.9 como

$$\frac{dS}{dt} = \gamma \vec{S} \times \vec{H}, \qquad (2.10)$$

onde $\gamma = g\mu_B/\hbar \ e \ \vec{H}$ é o campo sentido por \vec{S} . Se escrevermos a magnetização (Equação 2.6) em termos de \vec{S} como,

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i} g\mu_B \vec{S}_i, \qquad (2.11)$$

teremos:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{H}.$$
(2.12)

Esta expressão é chamada de equação de Bloch ou equação do torque e pode ser utilizada para obtermos informações de como a magnetização de um material varia quando é submetido a um campo. Se derivarmos a energia do sistema em relação à \vec{M} podemos escrever que

$$\vec{H}_{ef} = -\nabla_{\vec{M}} E. \tag{2.13}$$

onde \vec{H}_{ef} o campo magnético efetivo sobre o sistema, que contém além dos campos externos aplicados, um campo que representa os efeitos internos (as anisotropias e interações entre sítios vizinhos) que atuam sobre os momentos magnéticos e $E(\vec{M})$ é a energia livre total por unidade de volume.

2.2.1 Energia Magnética

A energia associada a um sistema magnético pode ser escrita como a soma de vários termos independentes, cada um deles representando interações entre os componentes ou com o meio onde o sistema se encontra. Nesta Seção serão discutidos os aspectos gerais das interações consideradas neste trabalho.

2.2.1.1 Interação de Troca

A interação de troca foi proposta em 1928, por Werner Heisenberg, quando ele desenvolveu um modelo que era uma combinação do princípio de exclusão de Pauli e da superposição das funções de onda dos elétrons. Assim, ele sugeriu que o forte alinhamento dos spins (característica dos ferromagnetos) era conseqüência de uma energia de troca (exchange) entre o spin de um elétron e seus vizinhos mais próximos. Essa interação é de natureza quântica e origem eletrostática, sem analogia clássica. Ela resulta da diferença entre as energias eletrostáticas de dois férmions quando seus spins estão paralelos e antiparalelos. Sejam dois spins vizinhos representados por $\vec{S_1} \in \vec{S_2}$, o princípio de exclusão de Pauli impõe que a função de onda total dos dois elétrons seja anti-simétrica. A função de onda total é dada pelo produto da função espacial pela função de onda do spin. Quando a função espacial é simétrica, os spins devem ser antiparalelos para que o produto das duas seja anti-simétrico. Da mesma forma, quando a função espacial é anti-simétrica os spins dever ser paralelos. Como a energia eletrostática total do conjunto depende da distribuição espacial das cargas elétricas, ela é diferente nos dois casos. Portanto, a energia de troca depende dos estados dos spins e assim Heisenberg sugeriu que ela tivesse a forma

$$E_{12} = -2J_{12}\vec{S_1} \cdot \vec{S_2},\tag{2.14}$$

onde J_{12} é função da distribuição eletrônica dos átomos e da dependência espacial da função de onda. Como a interação eletrostática diminui com a distância, J_{12} diminui rapidamente à medida que os átomos se afastam. Macroscopicamente podemos escrever

$$\vec{M} = \sum_{i} \frac{g\mu_B}{V} \vec{S}_i \tag{2.15}$$

e a interação de troca em termos da magnetização dos meios materiais como

$$E_{12} = -\frac{H_e}{\langle M \rangle} (\vec{M_i} \cdot \vec{M_j}), \qquad (2.16)$$

onde H_e é uma constante característica do sistema que leva em consideração J_{12} e $g\mu_B/V$.

2.2.1.2 Anisotropias

A anisotropia é uma característica intrínseca do sistema e depende da história térmica dos materiais. Ela descreve a existência de direções ou planos na qual o sistema possui comportamento singular e portanto, está profundamente relacionada com sua estabilidade. Neste trabalho são consideradas anisotropias unidirecional e uniaxial.

A anisotropia uniaxial representa a energia necessária para que a magnetização de um

sítio ou sub-rede seja deslocada do eixo preferido. Sua forma geral é

$$\frac{-H_a}{m_s} (M_i^{\mu})^2, \tag{2.17}$$

onde m_s representa a magnetização de referência do sistema e M_i^{μ} a componente da magnetização na direção do eixo fácil $\hat{\mu}$. H_a é uma medida da energia necessária para girar a magnetização em 90⁰ em relação ao eixo $\hat{\mu}$.

A anitrosopia unidirecional mede a energia necessária para a magnetização ser deslocada da direção positiva para a negativa do eixo μ em 180⁰. Ela é escrita como

$$-H_{ad}M_i^{\mu}.$$
 (2.18)

2.2.2 Susceptibilidade de Materiais Ferromagnéticos

Os materiais ferromagnéticos são caracterizados por possuírem, mesmo na ausência de um campo externo, uma magnetização espontânea. No final do século XIX, Pierre Curie verificou que essa magnetização diminui com o aumento da temperatura e torna-se nula acima de um certo valor T_c , chamado depois, de temperatura de Curie. A forma qualitativa da variação da magnetização espontânea M com a temperatura está mostrada na figura 5, onde a sua inclinação a medida que a temperatura aumenta, se deve à agitação térmica dos momentos. Para T > T_c a energia térmica predomina sobre a energia de ordenamento, de modo que o material passa a ter comportamento paramagnético (M=0).



Figura 5: Comportamento da magnetização espontânea em materiais ferromagnéticos como função da temperatura.

A Tabela 1 apresenta os valores de T_c e da magnetização espontânea em T=0K e T=300K para alguns ferromagnetos simples. Pode-se observar que vários materiais têm $T_c < 300$ K, e portanto não possuem magnetização espontânea à temperatura ambiente. Outra observação importante é que os materiais que têm maior magnetização, não possuem necessariamente maior temperatura de Curie. A razão disto é que o valor de M depende do momento magnético atômico, enquanto T_c depende da interação entre os momentos.

Material	T_c	$4\pi M(0K)$	$4\pi M(300K)$
	Κ	G	G
Fe	1043	22.016	21.450
Со	1394	18.171	17.593
Ni	631	6.409	6.095
Gd	293	24.881	0
$CrBr_3$	37	3.939	0
EuO	77	24.002	0
EuS	$16,\!95$	14.878	0

Tabela 1: Dados de materiais ferromagnéticos no sistema CGS. Tabela extraída do livro "Materiais e Dispositivos Eletrônicos" (1)

Para o cálculo da resposta dinâmica do meio ferromagnético consideramos que o material possui uma anisotropia unidirecional, H_{ad} , que determina a direção preferencial de orientação dos momentos magnéticos, chamado sentido fácil. Além disso, ele está submetido à campos magnéticos externos \vec{H}_o (campo estático na direção do eixo fácil) e $\vec{h}(t)$ (perturbação externa). Deste modo a energia do meio ferromagnético é escrita como:

$$E = H_{ad}\hat{z} \cdot \vec{M} + H_o\hat{z} \cdot \vec{M} + \vec{h}(t) \cdot \vec{M}.$$
(2.19)

De acordo com a equação 2.13, devemos calcular o gradiente da energia para determinarmos o campo magnético efetivo sobre o filme. Assim,

$$\vec{H_{ef}} = (H_{ad} + H_o)\hat{z} + \vec{h}(t)$$
(2.20)

O campo magnético estático foi considerado na direção da anisotropia e ambos estão orientados na direção \hat{z} , logo a magnetização de equilíbrio $\vec{m_s}$ também é direção \hat{z} . Da figura 4 podemos escrever que $\vec{M} = \vec{m_s} + \vec{m}(t)$, onde $\vec{m}(t)$ é a flutuação da magnetização devido ao campo oscilante. Deste modo a equação de Bloch é reescrita, como:

$$\frac{d\vec{m_s} + \vec{m}(t)}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{H_{ef}}.$$
(2.21)

Como estamos interessados na resposta harmônica, ou seja, flutuações proporcionais a exp (-i Ω t), podemos reescrever a equação de Bloch em termos de suas componentes, de modo que:

$$i\Omega m_x = \gamma H'_o m_y - \gamma m_s h_y \tag{2.22}$$

е

$$i\Omega m_y = -\gamma H'_o m_x + \gamma m_s h_x, \qquad (2.23)$$

que na forma matricial é escrita com

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \frac{\Omega_s}{\Omega_o^2 - \Omega^2} \begin{pmatrix} \Omega_o & i\Omega \\ -i\Omega & \Omega_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}$$
(2.24)

onde $H_{ad} + H_o = H'_o, \ \gamma m_s = \Omega_s$
e $\gamma \ H'_o = \Omega_o$

No entanto, a resposta do material ao campo externo pode ser escrita em termos da susceptibilidade, como: $m_i^k = \sum_i \chi_{kj} h_y$ assim,

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\Omega_s \Omega_o}{\Omega_o^2 - \Omega^2}; \qquad \chi_{xy}^* = \chi_{yx} = \frac{-i\Omega_s \Omega}{\Omega_o^2 - \Omega^2}; \qquad \chi_{zz} = 0$$
(2.25)

2.2.3 Susceptibilidade de Materiais Antiferromagnéticos

Um material antiferromagnético padrão (como o MnF_2 ou FeF_2) é um cristal com uma estrutura tetragonal de corpo centrado (9, 10) que tem a distribuição de momentos magnéticos como mostrado na figura 6. Este arranjo pode ser descrito considerando que sítios magnéticos estão distribuídos em duas sub-redes idênticas que se interpenetram. Em temperaturas suficientemente baixas a magnetização de cada sub-rede está saturada e na ausência de um campo externo seus momentos magnéticos estão alinhados em uma mesma direção mas em sentidos opostos. Esta ordem magnética é estabelecida através da interação de troca e é bem descrita considerando apenas a interação entre os primeiros vizinhos. A visão simplificada da rede mostrada na figura 6 considera uma célula unitária na condição de equilíbrio.

A energia do sistema é dada por:



Figura 6: Célula unitária de um antiferromagneto - A magnetização de equilíbrio é considerada no eixo \hat{z} , o eixo fácil. Uma subrede possui orientação $+\hat{z}$ (up) e a outra subrede $-\hat{z}$ (down)

$$E = \frac{H_e}{m_s} \sum_{A,B} \vec{M}_A \cdot \vec{M}_B - \frac{H_a}{m_s} \sum_{A,B} [(M_A^z)^2 + (M_B^z)^2] - H_o \sum_{A,B} [M_A^z + M_B^z] - \vec{h} \sum_{A,B} [\vec{M}_A + \vec{M}_B],$$
(2.26)

Os índices A e B representam as duas sub-redes do cristal. O primeiro termo se refere a interação de troca entre os sítios vizinhos; o segundo termo representa a anisotropia uniaxial e os dois últimos representam a interação Zeeman, isto é, se referem a interação dos momentos magnéticos com os campos externos.

Como $\vec{H}_{ef} = -\nabla_m E$, o campo efetivo sobre cada sítio da rede é dado por:

$$\vec{H}_{ef}^{A} = -\frac{H_e}{m_s} \sum_{B=1}^{8} \vec{M}_B + \frac{2H_a}{m_s} (M_A^z) \hat{z} + H_o \hat{z} + \vec{h}(t).$$
(2.27)

Considerando que $\vec{M}_A = m_s \hat{z} + \vec{m}_A$ e $\vec{M}_B = -m_s \hat{z} + \vec{m}_B$ e que todos os sítios de cada sub-rede são equivalentes, temos:

$$\vec{H}_{ef}^{A} = -\frac{8H_{e}}{m_{s}}(m_{s}\hat{z} + \vec{m}_{B}) + \frac{2H_{a}}{m_{s}}(-m_{s})\hat{z} + H_{o}\hat{z} + \vec{h}(t).$$
(2.28)

O campo efetivo pode ser dividido em uma parte estática e uma parte dinâmica, de modo que:

$$\vec{H}_{ef}^{A} = H'_{o}\hat{z} - \frac{H_{E}}{m_{s}}\vec{m}_{B}(t) + \vec{h}(t).$$
(2.29)

onde $H_E = 8H_e$

Para a sub-rede 'B':

$$\vec{H}_{ef}^{B} = H_{o}''\hat{z} - \frac{H_{E}}{m_{s}}\vec{m}_{A}(t) + \vec{h}(t), \qquad (2.30)$$

onde $H'_o = H_E + 2H_a + H_o$ e $H''_o = -H_E - 2H_a + H_o$

Reescrevendo a equação de Bloch para os sítios A e B e buscando as soluções harmônicas, temos:

$$i\Omega m_A^x = -\gamma H'_o m_B^y + \gamma m_s h_y + \gamma m_A^y, \qquad (2.31)$$

$$i\Omega m_A^y = \gamma H'_o m_B^Y - \gamma m_s h_y - \gamma m_A^y, \qquad (2.32)$$

$$i\Omega m_B^x = \gamma H_o'' m_A^y - \gamma m_s h_y + \gamma m_B^y, \qquad (2.33)$$

$$i\Omega m_B^y = -\gamma H_o'' m_A^y + \gamma m_s h_y - \gamma m_B^y.$$
(2.34)

As componentes do tensor susceptibilidade magnética são encontradas através da solução dessas equações se considerarmos o momento magnético total induzido na direção i devido a *j*th componente do campo magnético externo \vec{h} . Assim, se considerarmos que

$$m_T^i = m_A^i + m_B^i (2.35)$$

 \mathbf{e}

$$m_T^i = \sum_j \chi_{ij}(\Omega) h_j, \qquad (2.36)$$

obtemos as seguintes expressões:

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\Omega_s^2}{8\pi} \left(\frac{1}{\Omega_o^2 - (\omega + \gamma H_o)} + \frac{1}{\Omega_o^2 - (\omega - \gamma H_o)} \right), \tag{2.37}$$

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{i\Omega_s^2}{8\pi} \left(\frac{1}{\Omega_o^2 - (\omega + \gamma H_o)} - \frac{1}{\Omega_o^2 - (\omega - \gamma H_o)} \right),$$
 (2.38)

onde $\Omega_s^2 = 8\pi \gamma^2 H_a M_s$ e $\Omega_o^2 = \gamma^2 (2H_E H_a + H_a)$

2.2.4 Susceptibilidade do Sistema Acoplados

O sistema que estamos interessados é constituídos por dois filmes finos,1 e 2, acoplados por uma interação do tipo Heisenberg que possui na interface uma anisotropia unidirecional (como mostrado na figura 7).



Figura 7: Geometria considerada nesse trabalho. A anisotropia (H_a) e o campo externo estático (H_o) estão ao longo da direção \hat{z} .

Consideramos que a anisotropia possui a forma abaixo, onde definimos a direção $+\hat{z}$ paralela ao eixo fácil do sistema.

$$-H_{ad}(M_i^z + M_i^z), (2.39)$$

 H_{ad} mede a dificuldade de se retirar o sistema da direção $+\hat{z}$ e i,j=1,2.

A energia total do sistema é escrita como:

$$E = E_1 + E_2 - \frac{H_e}{\langle M_2 \rangle} (\vec{M_1} \cdot \vec{M_2}) - H_{ad} (M_1^z + M_2^z), \qquad (2.40)$$

onde H_e mede a energia necessária para girar de 180⁰ os momentos magnéticos de um dos filmes em relação aos do outro filme. Se H_e for maior que zero as magnetizações dos filmes tendem a se alinhar paralelamente, de modo a minimizar a energia do sistema. Se H_e for negativo o alinhamento é antiparalelo. $\langle M \rangle$ é a magnetização média do sistema. E_1 e E_2 representam as energias dos filmes 1 e 2 isolados, respectivamente e o último termo se refere a anisotropia unidirecional.

Sabendo que o campo magnético efetivo é igual ao gradiente da energia em relação à magnetização (equação 2.13)63 temos que o campo efetivo sentido por $\vec{M_i}$ é

$$\vec{H}_{i}^{(ef)} = -\nabla_{m_{i}} E_{i} + \frac{H_{e}}{\langle M \rangle} \vec{M}_{j} + H_{ad} \hat{z}.$$
(2.41)

Da equação de Bloch (eq. 2.12), temos que:

$$\frac{d\vec{M}_i}{dt} = \gamma \vec{M}_i \times \vec{H}_i^{(ef)}.$$
(2.42)

que pode ser reescrita como:

$$\frac{d\vec{M}_i}{dt} = -\gamma \vec{M}_i \times \nabla_{m_i} E_i + \gamma \vec{M}_i \times \left[\frac{H_e}{\langle M \rangle} \vec{M}_j + H_{ad} \hat{z}\right].$$
(2.43)

Considerando que $\vec{M}_i = \vec{M}_i + \vec{m}_i(t)$, ou seja, a magnetização de cada filme é a soma vetorial da sua magnetização de equilíbrio e da flutuação decorrente da excitação externa, obtemos que a magnetização de equilíbrio é na direção \hat{z} e a flutuação da magnetização $\vec{m}_i(t)$ tem duas contribuições: uma que é devida aos efeitos das interações na interface $(\vec{\eta}_i)$ e outra que tem sua origem nos efeitos do filme isolado (\vec{m}_i^o) . Assim,

$$\vec{m}_i(t) = \vec{m}_i^o + \vec{\eta}_i. \tag{2.44}$$

O termo $-\gamma \vec{M}_i \times \nabla_{m_i} E_i$ é flutuação da magnetização devido aos efeitos do filme isolado (\vec{m}_i^o) . Por outro lado, a derivada do lado esquerdo da equação 2.43 possui um termo que se refere a flutuação do magnetização do filme isolado e outro que representa a interação com o filme vizinho e os efeitos da interface $(\vec{\eta}_i)$. Assim:

$$-i\Omega\vec{\eta_i} = \gamma[\vec{M_i} \times (\frac{H_e}{\langle M \rangle}\vec{M_j} + H_{ad})]$$
(2.45)

Podemos reescrever a equação de Bloch em termos de suas componentes, como:

$$-i\Omega\eta_i^x = -\Omega_e\delta^i m_j^y + \Omega_e\delta^i m_i^y + \Omega_{ad}m_i^y + \eta_i^y(\Omega_e\delta^j + \Omega_{ad}), \qquad (2.46)$$

$$-i\Omega\eta_i^y = \Omega_e \delta^i m_j^x - \Omega_e \delta^i m_i^x - \Omega_{ad} m_i^x - \eta_i^x (\Omega_e \delta^j + \Omega_{ad}).$$
(2.47)

Onde: $\delta^i = \frac{2M_i^o}{M_1^o + M_2^o}$, $\Omega_e = \gamma H_e$, $\Omega_{ad} = \gamma H_{ad}$.

Observa-se que a correção na magnetização de um filme é função da magnetização do filme vizinho. Considerando correções de primeira ordem, isto é, os efeitos de \vec{m}_i sobre \vec{m}_j dependem apenas de \vec{m}_i temos:

$$\begin{pmatrix} \eta_i^x \\ \eta_j^y \end{pmatrix} = \frac{1}{(\Omega_j^o)^2 - \Omega^2} \begin{pmatrix} -i\Omega & -\Omega_j^o \\ \Omega_j^o & -i\Omega \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_e \delta^i \\ \Omega_e \delta^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^j & \chi_{22}^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \Omega_j^o \\ -\Omega_j^o & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^i & \chi_{22}^i \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} h^x \\ h^y \end{pmatrix}.$$

$$(2.48)$$

Onde $\Omega_e \delta^j + \Omega_{ad} = \Omega_j^o$. Essa é a correção introduzida na flutuação da magnetização do filme i pela interação entre os filmes. Como pode ser observado se H_e e H_a forem iguais a zero a correção também será zero. Além disso, se $\vec{M_1}$ for perpendicular a $\vec{M_2}$, isto é, $\frac{H_e}{\langle M \rangle}(\vec{M_1} \cdot \vec{M_2}) = 0$, a correção é função apenas de H_{ad} e conseqüentemente a correção na susceptibilidade depende apenas dos efeitos da anisotropia unidirecional sobre suas características individuais.

Calculadas as correções podemos determinar o valor total da flutuação da magnetização de cada filme:

$$\begin{pmatrix} m_x^i \\ m_y^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^i & \chi_{22}^i \end{pmatrix}^I \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} + \frac{1}{(\Omega_j^o)^2 - \Omega^2} \begin{pmatrix} -i\Omega & -\Omega_j^o \\ \Omega_j^o & -i\Omega \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_e \delta^i \\ \Omega_e \delta^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^j & \chi_{22}^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \Omega_j^o \\ -\Omega_j^o & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^i & \chi_{22}^i \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix},$$

$$(2.49)$$

onde $\begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^i & \chi_{22}^i \end{pmatrix}^I$ é a susceptibilidade do filme isolado.

Portanto a susceptibilidade do meio i é dada por:

$$\begin{pmatrix} \chi_{11}^{i} & \chi_{12}^{i} \\ \chi_{21}^{i} & \chi_{22}^{i} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} \chi_{11}^{i} & \chi_{12}^{i} \\ \chi_{21}^{i} & \chi_{22}^{i} \end{pmatrix} + \frac{1}{(\Omega_{j}^{o})^{2} - \Omega^{2}} \begin{pmatrix} -i\Omega & -\Omega_{j}^{o} \\ \Omega_{j}^{o} & -i\Omega \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{e}\delta^{i} \\ \Omega_{e}\delta^{i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^{i} & \chi_{12}^{i} \\ \chi_{21}^{j} & \chi_{22}^{j} \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{j}^{o} \\ -\Omega_{j}^{o} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}^{i} & \chi_{12}^{i} \\ \chi_{21}^{i} & \chi_{22}^{i} \end{pmatrix},$$

$$(2.50)$$

onde $\begin{pmatrix} \chi_{11}^i & \chi_{12}^i \\ \chi_{21}^i & \chi_{22}^i \end{pmatrix}^T$ é a susceptibilidade total corrigida de cada filme.

O momento magnético total é:

$$\vec{\eta}_t = \vec{\eta}_1 + \vec{\eta}_2 \tag{2.51}$$

1	-
s	
	-

$$\vec{\eta} = V\vec{m},\tag{2.52}$$

onde V é o volume do filme e \vec{m} a sua magnetização. Portanto,

$$\vec{m}_t = \frac{\vec{\eta}_t}{V_1 + V_2} = \frac{\eta_1}{V_1 + V_2} + \frac{\eta_2}{V_1 + V_2},$$
(2.53)

que pode ser reescrita como,

$$\vec{m}_t = f_1 \vec{m}_1 + f_2 \vec{m}_2, \tag{2.54}$$

ou

$$\vec{\chi_t} = \overleftarrow{\chi_1} + \overleftarrow{\chi_2} \tag{2.55}$$

Assim, conhecendo a magnetização de cada filme calculamos a susceptibilidade do sistema acoplado como a média ponderada das susceptibilidades dos filmes constituintes. O fator de ponderação é o volume de cada filme $(f_i = \frac{V_i}{V_1 + V_2})$, onde f_i representa a razão entre o volume do filme i e o volume total do sistema.

$$\begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} \\ \chi_{21} & \chi_{22} \end{pmatrix}^{A} = f_{1} \begin{pmatrix} \chi_{11}^{1} & \chi_{12}^{1} \\ \chi_{21}^{1} & \chi_{22}^{1} \end{pmatrix} + f_{2} \begin{pmatrix} \chi_{11}^{2} & \chi_{12}^{2} \\ \chi_{21}^{2} & \chi_{22}^{2} \end{pmatrix},$$
(2.56)
onde $\begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} \\ \chi_{21} & \chi_{22} \end{pmatrix}^{A}$ representa a susceptibilidade dos filmes acoplados.

Possuindo essa expressão podemos estudar os efeitos do acoplamento e da interface em bicamadas formadas por diferentes percentuais de materiais ferromagnéticos e antiferromagnéticos. Isso é feito nos Capítulos 3 e 4 com o cálculo e a análise da relação de dispersão e da refletividade de diversos sistemas.

3 Relação de dispersão dos poláritons

3.1 Introdução

A propagação de ondas eletromagnéticos nos meios materiais é uma importante ferramenta de análise das propriedades e da estrutura interna dos materiais (11–16). A excitação dos momentos magnéticos provocada pela interação com a radiação eletromagnética é responsável pelo surgimento de flutuações na magnetização que por sua vez modificam os campos eletromagnéticos dentro do material. Esses campos se propagam e carregam consigo informações sobre o material, já que suas características estão relacionadas com sua estrutura e simetria e podem ser usadas para extrair informações desses sistemas.

Os campos elétricos e magnéticos em um meio opticamente ativo resulta do acoplamento da onda eletromagnética incidente com os modos normais de vibração do material. Estes modos acoplados ou modos mistos são chamados de poláritons. Em materiais que apresentam perda de simetria translacional induzida pela presença de interfaces estes modos podem estar localizados nas superfícies, interfaces ou no interior do volume (*Guided modes*), aqui chamados modos confinados. Os poláritons confinados têm amplitude de propagação constante e possuem características distintas daqueles de superfície, entre elas o fato de que estes modos apresentam comportamento recíproco, ou seja, $\omega(\vec{k}) = \omega(-\vec{k})$. Em outras palavras, estas excitações se propagam com a mesma freqüência na direção de \vec{k} e de $-\vec{k}$, onde \vec{k} é o vetor de onda da propagação. Por outro lado, os modos de superfície podem apresentar comportamento não recíproco, $\omega(\vec{k}) \neq \omega(-\vec{k})$, induzido pelas características físicas do material e pela perda de simetria.

Os poláritons magnéticos correspondes a ondas resultantes do acoplamento entre o campo eletromagnético e as excitações magnéticas do material e suas caracterísiticas físicas podem ser analisadas através do estudo da relação de dispersão ($\omega(\vec{k})$). Apesar do maior volume de informações encontradas na literatura ser sobre o comportamento dos poláritons em meios dielétricos, nas últimas décadas houve um aumento considerável no interesse pelos poláritons magnéticos, especialmente pelo fato destes modos apresentarem comportamento distinto daquele observado em meios dielétricos. Um exemplo é o caso dos modos magnetostáticos de superfície observados em ferromagnetos. Estes modos possuem amplitude que decresce exponencialmente com a distância à superfície e além de comportamento não recíproco $[\omega(\vec{k}) \neq \omega(-\vec{k})]$ se propagam apenas em uma região limitada de valores de \vec{k} na superfície. Estes modos são conhecidos como "modos de Damon-Eshbach". Em 1977, Scott e Mills (17), usando argumentos de simetria, apresentaram uma explicação satisfatória para este comportamento. Deve ser ressaltado que, devido ao comprimento de onda destas excitações nestes materiais, é possível estudá-los utilizando uma teoria clássica, onde é suposto que cada sítio está submetido a um campo efetivo que resulta da soma dos campos que descrevem a interação com os sítios vizinhos (campo de troca), das anisotropias do sistema e os campos externos.

3.2 Relação de dispersão

A propagação de ondas em um meio material depende da freqüência e da sua polarização. Quanto a polarização os modos cujo vetor campo elétrico é perpendicular ao vetor de onda \vec{k} são denominados TE (*transverse eletric*), enquanto aqueles que tem o campo magnético perpendicular à \vec{k} são chamados modos TM (*transverse magnetic*). Com a finalidade de analisar o comportamento óptico de sistemas magnéticos acoplados (como descrito no Capítulo 2) estudaremos os modos TE nestes materiais. Assim, usando o resultado do capítulo anterior (a susceptibilidade do sistema acoplado) obteremos a relação de dispersão de poláritons em uma bicamada acoplada. No cálculo que se segue será considerada a seguinte geometria (ver figura 8): a bicamada magnética tem espessura "d" e é colocada sobre um substrato não magnético localizado na região y >d, estando todo o sistema em uma região óptica inativa (vácuo). A magnetização de equilíbrio e a anisotropia uniaxial são paralelas entre si e à superfície do filme, apontando no sentido positivo do eixo z.

As equações de Maxwell são resolvidas em cada um dos meios e a continuidade das componentes paralelas de \vec{H} e de \vec{E} nos permite obter um conjunto de equações homogêneas que relaciona os campos em cada meio. A condição de existência da solução não trivial dessas equações nos leva à relação de dispersão das excitações.

Portanto, nossa tarefa é resolver:



Figura 8: Geometria para o cálculo da relação de dispersão. A superfície da bicamada é paralela ao no plano xz. A interface filme/vácuo está localizada em y=0 e a interface filme/substrato em y=d.

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \tag{3.1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t},\tag{3.2}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \tag{3.3}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$
(3.4)

onde o vetor deslocamento $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi P$ e o vetor indução magnética \vec{B} estão relacionados com o campo elétrico \vec{E} e o campo magnético \vec{H} , através de

$$\vec{D} = \overleftarrow{\epsilon} \cdot \vec{E},\tag{3.5}$$

$$\vec{B} = \overleftarrow{\mu} \cdot \vec{H}, \tag{3.6}$$

sendo $\overleftarrow{\epsilon}$ e $\overleftarrow{\mu}$ os tensores que representam as permeabilidades elétrica e magnética.

3.2.1 Vácuo

Devido a ausência de meio material no vácuo as permebilidades elétricas e magnéticas são iguais a identidade e as equações se reduzem a:

$$\vec{D} = \vec{E},\tag{3.7}$$

$$\vec{B} = \vec{H}.\tag{3.8}$$

Para o caso TE propagando-se no plano xz, temos que:

$$\vec{E} = e^{i(\vec{k_{\parallel}}\vec{r} - \omega t)} e^{\alpha_{<}y} (\cos\theta\hat{z} - sen\theta\hat{x}) E^{v}, \tag{3.9}$$

onde θ é o ângulo entre a componente paralela à superfície do vetor de onda e a direção \hat{x} e $\alpha_{<}$ é a componente perpendicular ao plano xz do vetor de onda do poláriton. Portanto,

$$\vec{H} = \frac{c}{i\omega} [\cos\theta\alpha_{<}\hat{x} - ik_{\parallel}\hat{y} + \sin\theta\alpha_{<}\hat{z}]e^{i(\vec{k}_{\parallel}\vec{r} - \omega t)}e^{\alpha_{<}y}E^{v}$$
(3.10)

com
o $\nabla\times\vec{H}=(-\mathrm{i}\omega/c)\vec{E},$ temos que

$$\frac{c^2}{\omega^2} [(\alpha_v^2 sen\theta - k_{\parallel}^2 sen\theta)\hat{x} + (-\alpha_v^2 cos\theta + k_{\parallel}^2 cos\theta)\hat{y}] = -sen\theta\hat{x} + cos\theta\hat{y}$$
(3.11)

Assim, a componente perpendicular do vetor de onda (α_v) no vácuo possui a forma:

$$\alpha_v^2 = k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}.$$
 (3.12)

3.2.2 Meio magnético

O campo elétrico TE no material magnético pode ser escrito como:

$$\vec{E} = e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} (E^f_+ e^{-\alpha_f y} + E^f_- e^{\alpha_f y}) (\cos\theta \hat{z} - \sin\theta \hat{x})$$
(3.13)

onde α_f representa a componente perpendicular ao plano xz do vetor de onda do poláriton.

Estamos interessados em estudar sistemas cujos tensores que representam as permeabilidades elétrica e magnética possuem a seguinte forma

$$\overleftarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0\\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \qquad (3.14)$$

е

$$\overleftarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1(\omega) & i\mu_2(\omega) & 0\\ -i\mu_2(\omega) & \mu_1(\omega) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
(3.15)

Conhecendo a expressão do campo elétrico podemos calcular o campo magnético usando a expressão:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{-i\omega}{c} \overleftarrow{\epsilon} \vec{E}.$$
(3.16)

Assim, temos que:

$$\frac{c}{i\omega(\mu_{1}^{2}-\mu_{2}^{2})} [[\alpha_{f}^{2}(\mu_{1}^{2}-\mu_{2}^{2})sen\theta E_{+}^{f}-\alpha_{f}\mu_{2}k_{\parallel}cos\theta sen\theta E_{-}^{f}-\mu_{1}k_{\parallel}sen\theta E_{+}^{f}]\hat{x} + [i\alpha_{f}\mu_{1}k_{\parallel}sen\theta cos\theta E_{-}^{f}+i\mu_{2}k_{\parallel}cos\theta sen\theta(\mu_{1}^{2}-\mu_{2}^{2})\alpha_{f}E_{-}^{f}]\hat{y} + [\alpha_{f}\mu_{2}k_{\parallel}\theta^{2}E_{-}^{f}+\mu_{1}k_{\parallel}cos\theta E_{+}^{f}-\alpha_{f}^{2}\mu_{1}cos\theta E_{+}^{f}-\mu_{2}\alpha_{f}k_{\parallel}E_{-}^{f}]\hat{z}] = \frac{-i\omega}{c}(-\epsilon_{\perp}sen\theta\hat{x}+\epsilon_{\parallel}\hat{z}).$$

$$(3.17)$$

Resolvendo essa equação na direção \hat{x} temos que:

$$\alpha_{f}^{2} = \frac{1}{\mu_{1}cos^{2}\theta + (\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})sen^{2}\theta} \left[\mu_{1}^{2}k_{\parallel}^{2}sen^{2}\theta - \frac{\omega^{2}}{c^{2}}(\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})(\epsilon_{\perp}sen^{2}\theta + \epsilon_{\parallel}cos^{2}\theta) + \mu_{1}k_{\parallel}^{2}cos^{2}\theta \right]$$

$$(3.18)$$

Os campos neste meio são completamente determinados pelas constantes E^f_+ e $E^f_-.$

3.2.3 Substrato

No substrato o campo elétrico é escrito como:

$$\vec{E} = e^{i(\vec{k_{\parallel}}\vec{r}-\omega t)}e^{-\alpha_s y}(\cos\theta\hat{z}-\sin\theta\hat{x})E^s$$
(3.19)

Com α_s é a componente perpendicular ao plano xz do veotr de onda do poláriton. As permeabilidades elétrica e magnética do substrato possuem a forma abaixo:

$$\overrightarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{11}^s & 0 & 0\\ 0 & \mu_{22}^s & 0\\ 0 & 0 & \mu_{33}^s \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^s & 0 & 0\\ 0 & \epsilon_{22}^s & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^s \end{pmatrix}.$$

Seguindo o mesmo procedimento usado para o vácuo e para o meio magnético (resolvendo a eq. 3.16) temos que:

$$\begin{aligned} & [\alpha_s^2 sen\theta(\mu_{33}^s)^{-1} - k_{\parallel}^2 sen\theta(\mu_{22}^s)^{-1}]\hat{i} + [-ik_{\parallel}\alpha_s cos\theta^2(\mu_{11}^s)^{-1} - (\mu_{33}^s)^{-1} sen\theta cos\theta\alpha_s]\hat{y} \\ & + [-k_{\parallel}^2 cos\theta(\mu_{22}^s)^{-1} - \alpha_s^2 cos\theta(\mu_{11}^s)^{-1}]\hat{z} = \frac{\omega^2}{c^2} [-\epsilon_{11}^s sen\theta\hat{x} + \epsilon_{33}^2 cos\theta\hat{z}] \end{aligned}$$
(3.20)

de onde podemos determinar o valor de α_s . Assim,

$$\alpha_s^2 = \mu_{33}^s \left[\frac{k_{\parallel}^2}{\mu_{22}^s} - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{11}^s \right]$$
(3.21)

Conhecendo as expressões que representam α_f , $\alpha_s \in \alpha_v$, ou seja, sabendo como a onda se comporta em cada meio, podemos calcular a relação de dispersão do sistema.

3.2.4 A relação de dispersão

Para obtermos a relação entre ω e k é necessário determinarmos as constantes das equações 3.9, 3.13 e 3.19. Para isso aplicamos as condições de contorno nas interfaces, ou seja, usando a continuidade das componentes paralelas às superfícies dos campos elétrico (\vec{E}) e magnético (\vec{H}) ser contínuas, temos que:

$$E_i^{||} = E_j^{||} \qquad e \qquad H_i^{||} = H_j^{||},$$
(3.22)

e

onde usamos || para representar as componentes dos campos paralelas à superfície. Assim,

• Na interface filme/vácuo, ou seja, em y = 0 $E_1^{||}{=}E_2^{||}$

$$E^v = E^f_+ + E^f_-, (3.23)$$

 $H_1^{||} = H_2^{||}$

$$\cos\theta\alpha_v = \alpha_f \mu_1 \cos\theta (E_+^f - E_-^f) + \mu_2 k_{\parallel} (E_+^f + E_-^f).$$
(3.24)

 \bullet Na interface filme/substrato, ou seja, em y = d

 $E_2^{||} = E_3^{||}$

$$E_{+}^{f}e^{\alpha_{f}d} + E_{-}^{f}e^{-\alpha_{f}d} = E^{s}, \qquad (3.25)$$

 $H_2^{||} = H_3^{||}$

$$\frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} [\alpha_f \mu_1 \cos\theta (E_+^f e^{\alpha_f d} - E_-^f e^{-\alpha_f d}) + \mu_2 k_{\parallel} (E_+^f e^{\alpha_f d} + E_-^f e^{-\alpha_f d})] = \frac{1}{\mu_{11}^s} \alpha_s \cos\theta (E_+^f e^{\alpha_f d} + E_-^f e^{-\alpha_f d})$$
(3.26)

Das equações 3.23, 3.24, 3.25 e 3.26 podemos escrever que

$$E_{+}^{f}[(\alpha_{v}(\mu_{1}^{2}-\mu_{2}^{2})\cos\theta-\mu_{1}\alpha_{f}\cos\theta-\mu_{2}k_{\parallel})]+$$

$$E_{-}^{f}[(\alpha_{v}(\mu_{1}^{2}-\mu_{2}^{2})\cos\theta+\mu_{1}\alpha_{f}\cos\theta-\mu_{2}k_{\parallel})]=0$$
(3.27)

\mathbf{n}	
	l
L.	,

$$E_{-}^{f}e^{\alpha_{f}d}[(\mu_{2}k_{\parallel} - \alpha_{f}\mu_{1}\cos\theta + (\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})(\mu_{11}^{s})^{-1}\alpha_{s}\cos\theta)] + E_{+}^{f}e^{\alpha_{f}d}[(\mu_{2}k_{\parallel} + \alpha_{f}\mu_{1}\cos\theta + (\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})(\mu_{11}^{s})^{-1}\alpha_{s}\cos\theta)] = 0$$
(3.28)

cuja condição para a existência da solução não trivial para E_+^f e E_-^f fornece a relação de dispersão implícita, através da relação entre ω e as componentes μ_{ij} . Assim,

$$\frac{g_{+} - \alpha_{v} \cos\theta(\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})}{g_{-} - \alpha_{v} \cos\theta(\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})} e^{-\alpha_{f}d} = \frac{g_{+} + \alpha_{s}(\mu_{11}^{s})^{-1} \cos\theta(\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})}{g_{-} + \alpha_{s}(\mu_{11}^{s})^{-1} \cos\theta(\mu_{1}^{2} - \mu_{2}^{2})} e^{\alpha_{f}d}.$$
(3.29)

onde

$$g_{\pm} = \mu_2 k_{\parallel} \pm \mu_1 \alpha_f$$

O resultado acima pode ser reescrita como

$$[(\mu_{11}^s)^{-1}\alpha_s\alpha_v(\mu_1^2 - \mu_2^2) - \mu_2 k_{\parallel}(\alpha_s(\mu_{11}^s)^{-1} - \alpha_v) + k^2]tanh(\alpha_f d) + \alpha_f \mu_1((\mu_{11}^s)^{-1}\alpha_s\alpha_v(\mu_1^2 - \mu_2^2) = 0,$$
(3.30)

 com

$$k^2 = k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_1 2\epsilon_{\parallel}.$$

Podemos observar que no limite em que $d \rightarrow \infty$ (meios semi-infinitos), $\theta=0$ (propagação da onda na direção \hat{x}) a equação 3.30 se torna

$$\alpha_v + \frac{\alpha_f \mu_1 - \mu_2 k_{\parallel}}{\mu_1^2 - \mu_2^2} = 0 \tag{3.31}$$

isto é, tem a forma obtida para um meio semi-infinito por R.E. Camley e D. L. Mills (18).

Observando que α_f pode assumir valores reais ou imaginários e que α_v e α_s tem valores reais e positivos, concluímos que há dois tipos de soluções possíveis. Na primeira, α_f é imaginário e k_y ($k_y = \pm i\alpha_f$) é real, logo a amplitude da onda apresenta um decaimento exponencial a medida que se propaga no meio, são os modos de superfície. Na outra solução, α_f é real e k_y é complexa, a onda possui caráter oscilatório em todo o volume do filme, sendo por isso chamadas modos de volume ou modos confinados.

Para ilustrar a correlação entre as propriedades ópticas e as propriedades de interface obtivemos resultados numéricos para bicamadas FM/AFM com diferentes percentuais de composição e analisamos a influência das propriedades da interface sobre as características ópticas do sistema.

Na figura 9 mostramos a relação de dispersão para um filme antiferromagnético puro Mn F_2 (H_e =550.0 KG, H_a =3.8 KG, M_s =0.6 KG), que será usado como padrão comparativo para avaliarmos a influência da interação entre os filmes na relação de dispersão do sistema. Para a camada ferromagnética consideramos que M_s = 20 KG. Os gráficos representam a freqüência contra a componente paralela à superfície do vetor de onda, ambos

A análise foi feita aumentando-se, gradativamente, o percentual do filme ferromagnético presente no sistema. Nas figuras 10 a 13 os valores de H_e e H_{ad} foram considerados iguais a zero, isso implica que a correção introduzida pela interação entre os filmes é zero. Neste caso, observa-se que os efeitos da presença do filme ferromagnético só são observados para percentuais maiores ou iguais a 50 %. Isso pode ser percebido pelo aparecimento e/ou desdobramento dos modos já existentes, além de uma queda na freqüência de resposta do material. Nas figuras 14 a 17 foram considerados os efeitos do acoplamento e da interface, ou seja, foi introduzida a correção η . Pode-se notar que os efeitos já são sentidos para pequenos percentuais do filme ferromagnético, em torno de 10. Como era de se esperar, o acréscimo de material ferromagnético provoca uma queda na freqüência dos modos. Isso ocorre por que os materias ferromagnéticos respondem em uma freqüência mais baixa devido a ausência da anisotropia uniaxial, presente nos antiferromagnéticos. A não existência dessa anisotropia permite uma mobilidade maior dos momentos magnéticos, permitindo que energias mais baixas provoquem efeitos sobre os materiais. Além disso a presença de um filme provoca um desdobramento e um deslocamento nos modos e uma pequena assimetria em torno da freqüência 1.005.

de todos os filmes é igual a $0.05\omega_o/c$ e o campo externo aplicado é igual a 0.2 KG.



Figura 9: Relação de dispersão dos poláritons para MnF_2 (Filme puro). $\theta=0, M_s=0.6$ $KG, H_e=0.0 KG, H_a=0.0 KG$



Figura 10: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, He=0 e Had=0.



Figura 11: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, He=0 e Had=0.



Figura 12: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, He=0 e Had=0.



Figura 13: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, He=0 e Had=0.



Figura 14: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada antiferromagnética é 90% ($f_2 = 0.90$). A reta em ω/ω_o se refere à analise ATR feita no capitulo 4



Figura 15: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada antiferromagnética é 75% ($f_2 = 0.75$).



Figura 16: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada antiferromagnética é 50% ($f_2 = 0.50$).



Figura 17: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada antiferromagnética é 25% ($f_2 = 0.25$).

Analisando os gráficos mostrados observamos que a existência do acoplamento entre as camadas que compõem o filme afetam significativamente os modos de propagação dos poláritons causando desdobramento dos modos já existentes, assim como os surgimento de outros. No capítulo 4 foi feita a comprovação da existência dos poláritons propagando-se no sistema magnético através da ATR.

4 A refletividade do sistema acoplado

4.1 Introdução

A reflexão total atenuada (ATR) é uma técnica utilizada para a determinação de propriedades ópticas dos materiais (19–21). Ela é especialmente adequada para análise de materiais espessos, fortemente absorventes e/ou difíceis de serem analisados por técnicas como a transmissão.

Para que possamos entender a ATR analisemos o comportamento da radiação ao incidir sobre a interface de dois meios: para isso consideremos dois meios 1 e 2 caracterizados pelos índices de refração $n_1 e n_2$, respectivamente (Figura 18). Quando a radiação incide sobre a interface dos dois meios ocorrem dois fenômenos: a reflexão e a refração. A experiência mostra que o raio incidente (I) dá origem a um raio refletido (R) que volta para o meio 1 e forma com a direção normal á superfície de interface um ângulo θ_1 e um raio refratado (T) transmitido para o meio 2, que forma com a normal um ângulo θ_2 , o ângulo de refração.



Figura 18: Desenho esquemático dos fenômemos de reflexão e transmissão

A lei da reflexão diz que o raio refletido pertence ao plano formado pelo raio incidente e a normal à superfície (plano de incidência), e que o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência. A lei da refração, descoberta por Willebrord Snell em 1621, afirma que o raio refratado também pertence ao plano de incidência, e que

$$n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2. \tag{4.1}$$

Se n_2 é maior que n_1 diz-se que o meio 2 é mais refringente que o 1, e o raio refratado se aproxima da normal; se n_2 é menor que n_1 o raio refratado se afasta da normal e diz-se que o meio 2 é menos refringente que o 1.

Experimentalmente, verifica-se que as intensidades de reflexão e refração variam com o ângulo de incidência θ_1 . Consideremos o que acontece com a luz quando ela passa de um meio mais refringente para um menos refringente. Neste caso, o raio refratado se afastaria da normal até que θ_2 se torna $\frac{\pi}{2}$, isto é sen $\theta_2=1$. Isto ocorre para um ângulo de incidência $\theta_1 = \theta_c$ tal que

$$sen\theta_1 = sen\theta_c = \frac{n_2}{n_1}.$$
(4.2)

Se usarmos a lei de Snell para $\theta > \theta_c$ temos que sen θ_2 maior que 1, o que indica que θ é um número imaginário. Nessas condições, observa-se que ocorre a reflexão total da luz incidente.

Se um campo eletromagnético incidir sobre o meio 1 (veja fig. 19) com um ângulo tal que proporciona a reflexão total, a onda que penetra no vácuo (chamada onda evanescente, pois sua amplitude diminui com a distância) pode também penetrar no meio 3, se d for suficientemente pequeno. Se a freqüência (ω) e o vetor de onda (k_{\parallel}) da radiação é tal que coincide com a de alguma excitação do meio há absorção de energia no material e a conseqüente queda na refletividade



Figura 19: Reflexão total atenuada. A onda se propaga na direção \hat{x} e decai exponencialmente na direção \hat{y} , podendo ser absorvido pelo meio 3.

4.2 Cálculo da refletividade

Consideremos o arranjo mostrado na figura 20, onde o meio 1 é um prisma com alto índice de refração, o meio 2 é o vácuo, o meio 3 é o material magnético e o 4 é o substrato onde o sistema foi depositado. A superfície do filme é paralela ao plano xz (veja figura 8 do capítulo anterior) e a radiação incide sobre a superfície plana do prisma com um ângulo θ em relação a normal. Se θ é maior que o ângulo crítico do cristal ocorrerá a reflexão total.



Figura 20: Para y=-s temos a interface prisma/vácuo, para y=0 a interface vácuo/filme e para y=d a filme/substrato.

Seguindo, basicamente, o mesmo procedimento usado para o cálculo da relação de dispersão analisamos o comportamento da radiação incidente com polarização TE. Assim, para cada meio temos:

• Prisma (Meio 1) As equações de Maxwell são escritas como:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \tag{4.3}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\tag{4.4}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \tag{4.5}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}.$$
(4.6)

O campo elétrico na configuração TE pode ser escrito como

$$\vec{E}^p = e^{i(\vec{k}_{\parallel}\vec{r}-\omega t)} (e^{iK_{\perp}(y+s)} + Re^{-iK_{\perp}(y+s)}) (\cos\theta\hat{z} - sen\theta\hat{x})E_o,$$
(4.7)

onde $\hat{x} \in \hat{z}$ são os vetores unitários nas direções x e z, respectivamente, \vec{E}^p é o campo elétrico no prisma. θ é o ângulo de incidência, R é a amplitude da onda refletida.

Conhecendo a forma do campo elétrico podemos calcular o campo magnético \vec{H} . Consideramos que $\overleftarrow{\mu}$ para o prisma é igual a um. Portanto, usando a equação 4.7 obtemos

$$\vec{H}^{p} = \frac{c}{i\omega} [ik_{\perp}cos\theta(e^{iK_{\perp}(y+s)} - Re^{-iK_{\perp}(y+s)})\hat{i} - ik_{\parallel}(e^{iK_{\perp}(y+s)} + Re^{-iK_{\perp}(y+s)})\hat{y} + sen\theta(e^{iK_{\perp}(y+s)} - Re^{-iK_{\perp}(y+s)})\hat{z}]e^{(i\vec{k}_{\parallel}\vec{r} - \omega t)}$$
(4.8)

• Vácuo (Meio 2)

O campo elétrico no vácuo é dado por:

$$\vec{E}^{v} = e^{i(\vec{k}_{\parallel}\vec{r}-\omega t)} (Ae^{\alpha_{v}y} + Be^{-\alpha_{v}y}) (\cos\theta\hat{z} - \sin\theta\hat{x})E_{o}, \qquad (4.9)$$

onde α_v representa a componente do vetor de onda na direção \hat{y} . O campo magnético \vec{H} é igual a

$$\vec{H}^{v} = \frac{c}{i\omega} [\alpha_{v} (A^{\alpha_{v}y} - B^{-\alpha_{v}y})\hat{x} - ik_{\parallel} (A^{\alpha_{v}y} + B^{-\alpha_{v}y})\hat{y} + \alpha_{v} sen\theta (A^{\alpha_{v}y} - B^{-\alpha_{v}y})\hat{z}]e^{(i\vec{k}_{\parallel}\vec{r} - \omega t)}.$$

$$(4.10)$$

• Meio magnético (Meio 3)

As relações constitutivas do meio magnético são dadas por:

$$\vec{D} = \overleftarrow{\epsilon}(\omega) \vec{E}, \tag{4.11}$$

onde:

$$\overleftarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0\\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}$$
(4.12)

$$\vec{B} = \overleftarrow{\mu}\vec{H},\tag{4.13}$$

onde:

$$\overleftarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1(\omega) & i\mu_2(\omega) & 0\\ -i\mu_2(\omega) & \mu_1(\omega) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (4.14)$$

O campo elétrico no material magnético é

$$\vec{E}^F = e^{i(\vec{k}_{\parallel}\vec{r}-\omega t)} (De^{\alpha_f y} + Ee^{-\alpha_f y}) (\cos\theta \hat{z} - sen\theta \hat{x}) E_o, \qquad (4.15)$$

A componente do campo magnético paralela à superfície é

$$H_x^f = \frac{c}{i\omega} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1^2 - \mu_2^2}\right) \left[\alpha_f \cos\theta \mu_1 / \mu_2 (De^{\alpha_f y} - Ee^{-\alpha_f y}) - k_{\parallel} (De^{\alpha_f y} - Ee^{-\alpha_f y}) \right].$$
(4.16)

Finalmente para o meio 4,

• Substrato (Meio 4)

Consideramos que as permeabilidades elétrica e magnética do substrato possuem a forma abaixo:

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{\mu} &= \begin{pmatrix} \mu_{11}^s & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33}^s \end{pmatrix} \\ \overleftrightarrow{\epsilon} &= \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^s & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^s \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

е

Portanto, o campo elétrico nesse meio possui a forma;

$$\vec{E}^s = e^{i(\vec{k}_{\parallel}\vec{r}-\omega t)} (Fe^{-\alpha_s y}) (\cos\theta \hat{z} - \sin\theta \hat{x}) E_o.$$
(4.17)

e assim, a componente paralela à superfície do campo magnético \vec{H} é

$$H_x^s = \frac{-c\alpha_s F cos\theta e^{-\alpha_s(y-d)}}{i\omega\mu_{11}^s}.$$
(4.18)

Conhecendo os campos que descrevem a radiação nos 4 meios, para encontrarmos a relação entre as constantes que representam as amplitudes dos campos usamos as condições de contorno nas superfícies de interface, isto é, na interface dos meios $i \in j$ (i,j= prisma, vácuo, meio magnético e substrato) assim temos,

$$E_i^{||} = E_j^{||} \qquad e \qquad H_i^{||} = H_j^{||}. \tag{4.19}$$

4.2.1 Determinação dos campos

• Para y=-s: $E_1^{||} = E_2^{||},$ $1 + R = Ae^{-\alpha_v s} + Be^{\alpha_v s}.$ (4.20) $H_1^{||} = H_2^{||},$

$$ik_{\perp}(1-R) = \alpha_v (Ae^{-\alpha_s} - Be^{\alpha_s}). \tag{4.21}$$

• Para y=0: $E_2^{||} = E_3^{||},$

$$A + B = D + E. \tag{4.22}$$

 $H_2^{||} = H_3^{||},$

$$\alpha_v \cos\theta(A-B) = \frac{\mu_2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} (\alpha_f \cos\theta \mu_1 / \mu_2 (D-E) - k_{\parallel} (D+E)).$$
(4.23)

• Para y=d: $E_3^{||} = E_4^{||},$

$$De^{\alpha_s d} + Ee^{-\alpha_s d} = F. \tag{4.24}$$

 $H_3^{||} = H_4^{||},$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} [\alpha_f \mu_1 / \mu_2 (De^{\alpha_f d} - Ee^{-\alpha_f d}) - k_{\parallel} (De^{\alpha_f d} + Ee^{-\alpha_s d})] = \frac{-\alpha_s cos\theta F}{\mu_{11}^s}.$$
 (4.25)

As condições de contorno nos permite construir um conjunto de equações homogêneas a partir das quais podemos obter R que representa o coeficiente de reflexão da radiação. Para o sistema em estudo |R| é dada por

$$\mid R \mid = \frac{\mid \varphi - 1 \mid}{\mid \varphi + 1 \mid},\tag{4.26}$$

 com

$$\varphi = \frac{L}{J} - i \frac{k_{\perp}}{\alpha_v},\tag{4.27}$$

$$J = \alpha_v [(e^{-2\alpha_v} + 1)(\alpha_v \cos\theta + \eta - k_{\parallel})(\eta + k_{\parallel} - \frac{\alpha_s \cos\theta}{\mu_1 1^s}) + (\eta + k_{\parallel} + \frac{\alpha_s \cos\theta}{\mu_1 1^s}) (\alpha_v \cos\theta + \eta - k_{\parallel})e^{2\alpha_f d})] - 2\alpha_v^2 \cos\theta(\eta + k_{\parallel} - \frac{\alpha_s \cos\theta}{\mu_1 1^s} + \eta - k_{\parallel} + \frac{\alpha_s \cos\theta}{\mu_1 1^s}e^{2\alpha_f d}),$$

$$(4.28)$$

$$L = 2ik_{\perp}e^{-2\alpha_{v}}[(\alpha_{v}\cos\theta + \eta - k_{\parallel})(\eta + k_{\parallel} - \frac{\alpha_{s}\cos\theta}{\mu_{1}1^{s}}) + (\eta + k_{\parallel} + \frac{\alpha_{s}\cos\theta}{\mu_{1}1^{s}})$$

$$(\alpha_{v}\cos\theta + \eta - k_{\parallel})e^{2\alpha_{f}d})]$$

$$(4.29)$$

е

$$\eta = \frac{\mu_1 \alpha_f \cos\theta}{\mu_1^2 - \mu_2^2}.\tag{4.30}$$

A atenuação da onda incidente ocorre quando existe transferência de energia para o material o que acontece quando algum de seus modos é excitado. Portanto a análise da refletividade permite que possamos determinar a freqüência e o vetor de onda da excitação do material. Para ilustrar esse procedimento mostramos nas figuras 21 e 23 o comportamento da refletividade do sistema MnF_2/Fe , relacionadas com a relação de dispersão mostrada nas figuras 22 e 24.

As figuras 21, 23 mostram o comportamento |R| em relação a freqüência. Nelas, observa-se que para determinadas freqüências existe uma queda no coeficiente de reflexão do experimento (indicado pelo picos), demonstrando que nessas regiões existe absorção de energia e conseqüentemente a existência de poláritons.

A fig. 21 mostra o comportamento da refletividade num sistema onde o acoplamento entre os filmes não foi considerado. Percebe-se que os picos existentes correspondem às freqüências de propagação dos poláritons do sistema sem acoplamento mostrado na fig. 22. A figura 23 se refere ao sistema onde os efeitos de interface e a interação de troca são consideradas. Observamos, na fig. 24, o surgimento de novos picos condizente com o aparecimento de novos modos na relação de dispersão.

A análise da refletividade foi feita a partir do cálculo da relação de dispersão, mostrada no capítulo anterior, demonstrando a coerência dos resultados obtidos nesse trabalho.



Figura 21: Espectro ATR: Coeficiente de reflexão para $k_{||} = 3.0 \ \omega/\omega_o$ no sistema MnF_2/Fe . Os picos observados se referem aos pontos dos ramos da relação de dispersão assinalados na figura 22



Figura 22: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . A correção na susceptibilidade dos filmes foi considerada igual a zero, ou seja, He=0 e Had=0.



Figura 23: Espectro ATR: Coeficiente de reflexão para $k_{||} = 3.0 \ \omega/\omega_o$ no sistema MnF_2/Fe . Os picos observados se referem aos pontos dos ramos da relação de dispersão assinalados na figura 24



Figura 24: Relação de dispersão dos poláritons para uma bicamada magnética MnF_2/Fe . Os efeitos de interface são considerados e o percentual da camada antiferromagnética é 90% ($f_2 = 0.90$).

5 Conclusões

Nesse trabalho estudamos os efeitos de interface nas propriedades ópticas de um sistema de bicamadas acopladas. Através da solução das equações de movimento para as magnetizações de cada camada componente, obtivemos suas susceptibilidades dinâmicas que passaram a ter uma dependência explícita nas características da interface, bem como dos efeitos produzidos pela camada vizinha. Esses efeitos foram devidos a presença, na energia do sistema, de um termo referente a anisotropia uniaxial, assim como de um termo relacionado à interação entre as camadas. Calculamos o momento magnético médio da bicamada e a partir daí, obtivemos a susceptibilidade efetiva do sistema. Nosso resultado é similar ao obtido por A. L. Dantas et al para um aglomerado de partículas, (22). A susceptibilidade magnética efetiva do sistema é a média ponderada da susceptibilidade de cada um dos componentes, sendo o peso igual a razão entre seu volume e o volume total da amostra. A susceptibilidade efetiva foi utilizada para obter a relação de relação de dispersão dos poláritons que se propagam no sistema, verficamos que essas excitações dependem das características do meio, em particular da interação interfilme e da anisotropia induzida na interface e estudamos o comportamento dos ramos da relação de dispersão para diversos sistemas (conjunto de parâmetros que os caracterizam). Essa análise mostrou que a presença da interação de troca e da anisotropia provoca mudanças significativas na resposta do sistema. Isso fica claro quando observamos o aparecimento de novos modos de propagação, bem como uma queda na freqüência de resposta do material. Portanto, análise das propriedades destes sistemas pode ser usada para obter informações precisas das características da interface e de toda amostra.

Com a finalidade de descrever e verificar nossos resultados, estudamos o comportamento da refletividade em um experimento de Reflexão Total Atenuada. Os resultados encontrados para o caso TE foram comparados com os obtidos para a relação de dispersão do mesmo sistema e mostraram a consistência dos nossos resultados. Observamos que para as freqüências de propagação dos poláritons, no gráfico da relação de dispersão, há uma queda na refletividade do sistema, representado pelos picos nos gráficos de $|\mathbf{R}|$, demonstrando que para essas regiões existiu absorção de energia pela bicamada.

Em resumo, obtivemos resultados que mostram que através da análise do comportamento óptico das bicamadas acopladas é possível determinar características da interface do sistema. Esperamos que estes resultados possam incentivar experimentais a buscarem a continuação dos nossos cálculos.

O formalismo que desenvolvemos neste trabalho poderá ser utilizado para estudar o comportamento físico de bicamadas magnéticas constituídas por diversos materiais (FM-FM ou AFM-AFM, por exemplo). A presença de diferentes materiais pode introduzir novos efeitos, como a interação biquadrada. Por outro lado, este estudo estará mais completo com a obtenção da densidade espectral que, no momento, está sendo calculada. Este cálculo permitirá uma melhor comparação entre os resultados teóricos e aqueles que poderão ser obtidos em laboratório.

Referências

1 REZENDE, S. M. Materiais e Dispositvos Eletrônicos. [S.I.]: Editora da USP, 1999.

2 REZENDE, S. M. Magnetismo na terra brasilis. *Revista Brasileira do Ensino de Física*, v. 22, p. 293–298, 2000.

3 MACHADO, K. D. Teoria do Eletromagnetismo. 1. ed. [S.l.]: Editora da Usp, 1999.

4 NUSSENZVEIG, M. H. *Curso de Física Básica*. [S.l.]: Editora Edgard Blucher Ltda, 1998.

5 LIVESEY, K. L.; CREW, D. C.; STAMPS, R. L. Spin wave value in an exchange spring bilayer. *Physical Review B*, v. 73, n. 184432, 2006.

6 RODRIGUEZ-SUAREZ, R. L.; REZENDE, S. M.; AZEVEDO, A. Ferromagnetic resonance investigation of the residual coupling in spin-valve systems. *Physical Review B*, v. 71, n. 224406, 2005.

7 SCHUERMANN, K. C. et al. Exchange-coupling effects in perpendicular composite materials. *Journal of Applied Physics*, v. 99, n. 08Q904, 2006.

8 RONG, J. H. et al. Ferromagnetic resonance and stress anisotropy in a ferromagnetic/antiferromagnetic bilayer. *Journal of Applied Physics*, v. 100, n. 083901, 2006.

9 ALMEIDA, N. S.; MILLS, D. L. Effective-medium theory of long-wavelength spin-waves in magnetic superlattices. *Physical Review B*, v. 38, n. 10, p. 6698–6710, 1988.

10 MILLS, D. L.; BURSTEIN, E. Polaritons - electromagnetic modes of media. *Reports* on Progress in Physics, v. 37, n. 7, p. 817–926, 1974.

11 KEFFER, F.; KITTEL, C. Theory of antiferromagnetic resonance. *Physical Review*, v. 85, n. 2, p. 329–337, 1952.

12 KOTTHAUS, J. P.; V., J. Antiferromagnetic-resonance linewidths in mnf2. *Physical Review Letters*, v. 28, n. 25, p. 1649–1652, 1972.

13 BARAK, J. et al. Parallel-pumping studies of magnon damping in mnf2. *Physical Review B*, v. 21, n. 7, p. 3015–3026, 1980.

14 CAMLEY, R. E.; MILLS, D. L. Surface response of exchange-coupled and dipolar-coupled ferromagnets - application to light-scattering from magnetic surfaces. *Physical Review B*, v. 18, n. 9, p. 4821–4841, 1978.

15 SHU, C.; CAILLE, A. Surface magnetic polaritons on uniaxial antiferromagnets. Solid State Communications, v. 42, n. 3, p. 233–238, 1982. 16 CAMLEY, R. E.; RAHMAN, T. S.; MILLS, D. L. Theory of light-scattering by the spin-wave excitations of thin ferromagnetic-films. *Physical Review B*, v. 23, n. 3, p. 1226–1244, 1981.

17 SCOTT, R. Q.; MILLS, D. L. Propagation of surface magnetoelastic waves on ferromagnetic crystal substrates. *Physical Review B*, v. 15, n. 7, p. 3545–3557, 1977.

18 CAMLEY, R. E.; MILLS, D. L. Surface-polaritons on uniaxial antiferromagnets. *Physical Review B*, v. 26, n. 3, p. 1280–1287, 1982.

19 OLIVEROS, M. C. et al. Magnetostatic modes and polaritons in antiferromagnetic nonmagnetic superlattices. *Journal of Physics-Condensed Matter*, v. 4, n. 44, p. 8497–8510, 1992.

20 FONSECA, T. L.; CARRICO, A. S.; ALMEIDA, N. S. Polaritons in modified antiferromagnets. *Physical Review B*, v. 46, n. 18, p. 11626–11631, 1992.

21 ELMZUGHI, F. G.; CAMLEY, R. E. Theory of electromagnetic modes of magnetic effective-medium films. *Journal of Physics-Condensed Matter*, v. 9, n. 5, p. 1039–1048, 1997.

22 DANTAS, A. L.; CARRICO, A. S.; ALMEIDA, N. S. Physical properties of magnetic grains dispersed in anisotropic media. *European Physical Journal B*, v. 50, n. 4, p. 581–585, 2006.