



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
MESTRADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

JOÃO VICTOR FONSECA SOMBRA

**MODELO DE PARIDADE E HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DO CAMINHO
POSITIVO MÍNIMO**

FORTALEZA

2026

JOÃO VICTOR FONSECA SOMBRA

MODELO DE PARIDADE E HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DO CAMINHO
POSITIVO MÍNIMO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciência da Computação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ciência da Computação. Área de Concentração: Teoria da Computação

Orientador: Prof. Dr. Rafael Castro de Andrade

FORTALEZA

2026

JOÃO VICTOR FONSECA SOMBRA

MODELO DE PARIDADE E HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DO CAMINHO
POSITIVO MÍNIMO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciência da Computação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ciência da Computação. Área de Concentração: Teoria da Computação

Aprovada em: 12 de Junho de 2026

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Rafael Castro de Andrade (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Manoel Bezerra Campêlo Neto
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Rosa Maria Videira de Figueiredo
Université d'Avignon, França

Prof. Dr. Phablo Fernando Soares Moura
Katholieke Universiteit Leuven, Bélgica

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por me guiar todos os dias.

Ao Prof. Dr. Rafael Castro de Andrade pela confiança em meu trabalho e pela orientação ao longo de todo o mestrado.

Ao Prof. Dr. Manoel Bezerra Campêlo Neto por me proporcionar a base de conhecimento necessária e pelo apoio no desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. Arnaud Knippel por apresentar problemáticas que nos guiaram a uma nova formulação extremamente eficiente.

Aos demais professores pelos ensinamentos cruciais para minha formação acadêmica.

Aos Prof. Dr. Rafael Castro de Andrade, Prof. Dr. Manoel Bezerra Campêlo Neto, Prof. Dra. Rosa Maria Videira de Figueiredo e Prof. Dr. Phablo Fernando Soares Moura pelo tempo dedicado na avaliação deste trabalho. Seus comentários e críticas são essenciais para o aprimoramento deste projeto.

A toda minha família pelo auxílio e incentivo a seguir meu caminho, nunca me abandonando ou me deixando sozinho.

Aos meus amigos e a todos os integrantes do grupo *ParGo* pelo apoio e auxílio nos momentos de dificuldade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e 88887.961843/2024-00.

"O prêmio pela sua dedicação diária, quem diria, é ver o amor nos olhos de quem você mais queria."

(Kuffel, Caciano)

RESUMO

Dado um digrafo $G = (V, A)$ de arcos ponderados e rotulados com sinal positivo ou negativo, o problema do Caminho Positivo Mínimo (do inglês *Shortest Positive Path* (SPP)) busca o caminho de custo mínimo entre um par de vértices em G , sujeito à restrição de que o caminho contenha um número par de arcos negativos. Frequentemente aplicado em redes sociais para estabelecer conexões entre indivíduos ou avaliar sua compatibilidade, o problema também aparece em estudos de relações e influências entre entidades biológicas. Este trabalho propõe novas formulações de Programação Linear Inteira, aprimora as existentes por meio de desigualdades válidas, restrições derivadas de relaxações lineares e introduz duas heurísticas para o problema. As novas abordagens de resolução foram avaliadas em instâncias sintéticas de pequeno, médio e grande porte, bem como em instâncias do mundo real. Para instâncias com pesos reais arbitrários, a formulação (SP_+) supera os modelos da literatura em tempo de execução e possibilita a obtenção de soluções ótimas em digrafos de maior escala, especialmente quando combinada com a heurística *bucket*. Para instâncias com pesos estritamente positivos, o novo modelo de paridade (SP_{xor}) , baseado em um digrafo expandido, apresentou o melhor desempenho computacional em todos os experimentos realizados, sendo em média 94% mais rápido que os modelos presentes na literatura para as instâncias sintéticas consideradas. Além disso, a incorporação das heurísticas propostas em formulações preexistentes resultou em melhoras relevantes no tempo de resolução, reforçando sua robustez e aplicabilidade geral. Os resultados obtidos permitem tratar instâncias do SPP de grande escala com tempos computacionais significativamente menores do que os reportados na literatura.

Palavras-chave: Caminho mínimo; Grafos; Grafo de sinais; Caminho em grafos de sinais.

ABSTRACT

Given a digraph $G = (V, A)$ with weighted arcs labeled with positive or negative signs, the Minimum Positive Path problem (Shortest Positive Path, SPP) seeks the minimum-cost path between a pair of vertices in G , subject to the constraint that the path contains an even number of negative arcs. Frequently applied in social networks to establish connections between individuals or assess their compatibility, the problem also appears in studies of relationships and influences among biological entities. This work proposes new Integer Linear Programming formulations, improves existing ones through valid inequalities and constraints derived from linear relaxations, and introduces two heuristics for the problem. The new solution approaches were evaluated on synthetic instances of small, medium, and large scale, as well as on real-world instances. For instances with arbitrary real weights, the (SP_+) formulation outperforms the models in the literature in terms of running time and enables obtaining optimal solutions on larger-scale digraphs, especially when combined with the *bucket* heuristic. For instances with strictly positive weights, the new parity model (SP_{xor}) , based on an expanded digraph, achieved the best computational performance across all experiments conducted, being on average 94% faster than the models in the literature for the synthetic instances considered. Furthermore, incorporating the proposed heuristics into preexisting formulations consistently reduced solving times, reinforcing their robustness and general applicability. The results obtained allow large-scale *SPP* instances to be handled with significantly shorter computational times than those reported in the literature.

Keywords: Shortest path; Graphs; Signed Graphs; Shortest path in signed graph.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Digrafo G_0	11
Figura 2 – Exemplo de digrafo com pesos reais quaisquer.	17
Figura 3 – Digrafo G_1	19
Figura 4 – Uma solução viável de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado em f	20
Figura 5 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdade (4.1).	20
Figura 6 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdade (4.2).	21
Figura 7 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdades (4.4)–(4.6).	22
Figura 8 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdades (4.7)–(4.9).	22
Figura 9 – Solução de G_1 com o (SP_{mtz}) relaxado em f e z + desigualdades (4.7)–(4.10).	23
Figura 10 – Exemplo de transformação de um digrafo.	26
Figura 11 – Digrafo G_2	28
Figura 12 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado em f	28
Figura 13 – Exemplo de ciclo, bifurcação, arcs inalcançáveis e triângulo.	28
Figura 14 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + Etapa 1.	29
Figura 15 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + Etapa 2 e Etapa 3.	30
Figura 16 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{z+}) relaxado em f e z	30
Figura 17 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{z+}) relaxado + Etapa 4.	30
Figura 18 – Caminho $P(sut)$ em vermelho e caminho $P(svt)$ em azul.	32
Figura 19 – Tempo de execução (heurística + solver) por instância e modelo.	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros para as instâncias de arcos com pesos reais.	35
Tabela 2 – Parâmetros para as instâncias aleatórias com arcos de pesos positivos. . . .	35
Tabela 3 – Parâmetros para as instâncias reais.	36
Tabela 4 – Resultados para instâncias aleatórias com arcos de pesos reais quaisquer. . .	38
Tabela 5 – Melhores resultados para instâncias aleatórias com arcos de peso real positivo.	40
Tabela 6 – Resultados para instâncias do mundo real.	43
Tabela 7 – Resultados completos para instâncias aleatórias com arcos de peso real positivo.	48
Tabela 8 – Resultados completos para instâncias do mundo real.	49
Tabela 9 – Resultados individuais para instâncias com arcos de pesos reais quaisquer. .	49
Tabela 10 – Resultados individuais para instâncias com arcos de pesos reais positivos. .	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAR	Critical Arc Removal
ETC	X Encontro de Teoria da Computação
ISCO	<i>9th International Symposium on Combinatorial Optimization</i>
MTZ	Miller-Tucker-Zemlin
PLI	Programação Linear Inteira
SPP	Shortest Positive Path
TFP	Team Formation Problem

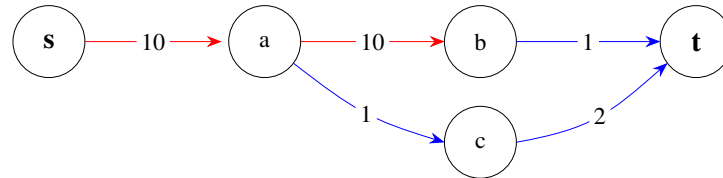
SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONCEITOS PRELIMINARES	14
3	CAMINHO POSITIVO MÍNIMO	15
3.1	Definição do problema	15
3.2	Complexidade computacional	15
3.3	Modelos matemáticos da literatura	16
4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	19
4.1	Desigualdades válidas	19
4.2	Novas formulações	23
4.3	Outras desigualdades válidas baseadas em relaxação linear	27
4.4	Novas heurísticas	31
4.4.1	<i>Heurística CAR</i>	31
4.4.2	<i>Heurística bucket</i>	32
5	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	34
5.1	Resultados numéricos para instâncias com pesos reais quaisquer	37
5.2	Resultados numéricos para instâncias com pesos reais positivos	39
5.3	Resultados numéricos para instâncias reais	42
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	45
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICES	48
	APÊNDICE A – RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS	48

1 INTRODUÇÃO

O Problema do Caminho Positivo Mínimo (Shortest Positive Path (SPP)) em digrafos de sinais busca determinar o caminho de menor custo entre dois vértices em um digrafo de sinais ponderado G . Para ilustrar o SPP, considere o digrafo G_0 (apresentado na Figura 1), no qual os vértices representam comunidades de uma rede social. Os arcos azuis e vermelhos indicam, respectivamente, relações positivas e negativas entre as comunidades, e os valores associados a cada arco correspondem ao índice de negatividade da relação, ou seja, quanto maior o valor, maior o desgosto de uma comunidade pela outra.

Figura 1 – Digrafo G_0 .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Suponha que desejamos estabelecer uma relação positiva entre as comunidades s e t , minimizando o índice de negatividade total do caminho que as conecta. O caminho de menor custo de s a t em G_0 é composto pelos vértices (s, a, c, t) com índice de negatividade total igual a 13. Entretanto, esse caminho contém um número ímpar de arcos negativos, o que, pela teoria do balanço estrutural (detalhada no paragrafo seguinte), resulta em uma relação negativa entre s e t , tornando-o inviável. O caminho positivo mínimo é composto pelos vértices (s, a, b, t) com índice de negatividade total igual a 21. Embora possua um custo mais elevado, o caminho é o mínimo que contém um número par de arcos negativos, estabelecendo, dessa forma, uma relação positiva entre as comunidades.

O SPP, introduzido por Hansen (1984), une conceitos de otimização combinatória com a “Teoria do Balanço Estrutural” das ciências sociais. Nessa teoria, proposta por Heider (1946), as relações diretas entre entidades são consideradas positivas em casos de amizade ou cooperação e negativas em casos de inimizade ou conflito. Para estabelecer relações indiretas, o autor utiliza os princípios de que “um amigo do meu amigo é meu amigo”, “um inimigo do meu amigo é meu inimigo” e “um inimigo do meu inimigo é meu amigo”. Posteriormente, Cartwright e Harary (1956) generalizam essa teoria ao introduzirem o conceito de grafos de sinais. Segundo os autores, um grafo de sinais é classificado como “balanceado” quando todos os seus ciclos possuem o produto dos sinais de seus arcos positivo e, como “desbalanceado”, quando

ao menos um ciclo apresenta produto dos sinais de seus arcos negativo. Visando generalizar essa estrutura para grafos maiores e ponderados, Hansen (1984) definiu o problema do caminho positivo/negativo mínimo em digrafos de sinais ponderados e apresentou o algoritmo de rótulo duplo (*Double-Label Algorithm*) para encontrar a trilha de custo mínimo entre dois vértices, permitindo repetição de vértices. Além disso, observou que, ao restringir o problema a caminhos simples (sem ciclos), este se torna NP-completo. Desde então, o SPP tem sido estudado por meio de métodos de Programação Linear Inteira (PLI), como nos trabalhos de (COSTA *et al.*, 2023), (ALBUQUERQUE, 2023) e (SOMBRA *et al.*, 2025).

O SPP é uma etapa crucial para o Team Formation Problem (TFP). Definido por Lappas *et al.* (2009), o TFP considera que o sucesso de uma equipe depende da comunicação efetiva entre seus membros, quantificada pela distância do caminho mais curto na rede de indivíduos, onde os vértices representam entidades e as arestas representam suas relações. No entanto, os autores assumem que todas as relações entre indivíduos são positivas. Posteriormente, Kouvatlis *et al.* (2020) expandiram esse trabalho ao introduzir redes de sinais, nas quais as relações podem ser positivas (representando amizade) ou negativas (representando hostilidade). Nesse contexto, a compatibilidade entre pares de usuários é definida por meio da “Teoria do Balanço Estrutural” (HEIDER, 1946), isto é, a existência de caminhos positivos (caminhos com número par de arestas negativas) entre pares de membros é crucial para garantir a sinergia da equipe. Com base nisso, Albuquerque (2023) apresenta uma nova formulação matemática para o SPP e a compara com a proposta por Costa *et al.* (2023). O objetivo central do autor é formar grupos disjuntos de indivíduos que cubram as habilidades requeridas e minimizem a distância de compatibilidade entre seus membros, em digrafos de sinais orientados ou não orientados. O SPP é utilizado para determinar o custo de compatibilidade entre cada par de indivíduos, etapa fundamental para viabilizar essa formação.

Outro trabalho relacionado ao SPP é o de Klamt e Kamp (2009). Nesse estudo, os autores aplicam o problema a grafos de interação, os quais são digrafos de sinais utilizados para modelar redes celulares. Nesse contexto, o SPP mede a propagação de influência entre entidades biológicas e o sinal do caminho mais curto permite prever aspectos da dinâmica do sistema como, por exemplo, identificar se uma molécula atua como ativadora ou inibidora de outra.

O presente trabalho apresenta um estudo aprofundado sobre o SPP e suas formulações matemáticas mais recentes. Como contribuições originais, propomos novas formulações de PLI, introduzimos desigualdades válidas, desenvolvemos restrições derivadas de relaxações lineares e

apresentamos duas heurísticas para o problema. Essas contribuições permitem obter soluções ótimas de forma mais eficiente, especialmente em instâncias de maior escala.

Ressaltamos que, como valorização desta dissertação, parte dos resultados sobre alguns modelos e desigualdades válidas foram apresentados no X Encontro de Teoria da Computação (ETC) (SOMBRA *et al.*, 2025), enquanto um artigo com variantes desses modelos e as novas heurísticas foram aceitas na *9th International Symposium on Combinatorial Optimization (ISCO)* (SOMBRA; ANDRADE, 2026).

O restante do trabalho é organizado como segue. No Capítulo 2, apresentamos os conceitos e definições utilizados ao longo do texto. No Capítulo 3, aprofundamos o estudo do problema com sua definição formal e análise de complexidade. No Capítulo 4, detalhamos as novas desigualdades válidas, as restrições derivadas de relaxações lineares, os novos modelos matemáticos e as heurísticas propostas. No Capítulo 5, descrevemos os experimentos computacionais e analisamos os resultados obtidos. Por fim, no Capítulo 6, apresentamos as conclusões e possibilidades de extensão como trabalhos futuros.

2 CONCEITOS PRELIMINARES

Neste capítulo, apresentamos os conceitos e definições utilizados nesse trabalho.

Um grafo é representado por $G = (V, A)$, onde V representa o conjunto de vértices e A representa o conjunto de arestas, com $A \subseteq \{(u, v) \mid u, v \in V, u \neq v\}$. Usaremos $V(G)$ e $A(G)$ para indicar explicitamente a qual grafo os conjuntos se referem. Chamamos de digrafo (ou grafo direcionado) um grafo cujas conexões, denominadas arcos, são pares ordenados. Nesse contexto, definimos a vizinhança positiva de um vértice $v \in V$ como $N^+(v) = \{q \in V \mid (v, q) \in A\}$ e sua vizinhança negativa como $N^-(v) = \{p \in V \mid (p, v) \in A\}$. Além disso, podem ser adicionados atributos às arestas (ou arcos) do grafo. Dizemos que G é ponderado quando uma função peso $w : A \rightarrow \mathbb{R}$ é associada aos arcos. Dizemos que G é um grafo de sinais (ou grafo assinado) quando atribuímos um sinal $\{+, -\}$ a cada arco, de modo que $A = A^+ \cup A^-$, onde A^+ e A^- são os conjuntos disjuntos de arcos positivos e negativos, respectivamente.

Dado um digrafo G , definimos um (s, t) -caminho como uma sequência de vértices $P_{s,t} = \{s, v_1, v_2, \dots, v_k, t\}$, na qual nenhum vértice se repete. Os vértices s e t representam, respectivamente, o início e o fim do caminho, e as condições $(s, v_1) \in A$, $(v_k, t) \in A$ e $(v_i, v_{i+1}) \in A$ para todo i são satisfeitas. Para um digrafo ponderado, o custo de um (s, t) -caminho é definido como a soma dos pesos de todos os arcos que o compõem; para um digrafo não ponderado, o custo corresponde ao número de arcos do caminho.

Um caminho que parte de um vértice e retorna a ele mesmo é chamado de ciclo e denotado por C . Um digrafo sem ciclos é chamado acíclico. Denomina-se corda de um ciclo C um arco que não pertence a C , mas cujas extremidades são vértices de C . Denominamos como ciclo negativo aquele que possui um número ímpar de arcos com sinal negativo. Um digrafo que não possui nenhum ciclo negativo é chamado de balanceado; caso contrário, é chamado de desbalanceado.

Para mais informações sobre teoria dos grafos, consulte (WEST, 2001). Para mais definições formais relativas a grafos de sinais, recomenda-se a leitura de (HARARY, 1953).

3 CAMINHO POSITIVO MÍNIMO

Neste capítulo, aprofundamos o estudo do SPP. Inicialmente, na Seção 3.1, apresentamos a definição formal do problema. Na Seção 3.2, discutimos sua complexidade computacional e, por fim, na Seção 3.3, descrevemos os modelos matemáticos mais relevantes da literatura.

3.1 Definição do problema

Consideramos um digrafo sinalizado $G = (V, A = A^+ \cup A^-)$, onde V é o conjunto de vértices, e A^+ e A^- representam, respectivamente, os conjuntos disjuntos de arcos positivos e negativos. Além disso, incorporamos uma função de custo $w: A \rightarrow \mathbb{R}$ aos arcos do digrafo.

Conforme descrito por Hansen (1984), dado um digrafo sinalizado e ponderado G e dois vértices distintos $s, t \in V$, um (s, t) -caminho é dito *positivo* quando contém um número par de arcos negativos. O objetivo do SPP é, portanto, determinar, dentre todos os (s, t) -caminhos positivos, aquele de menor custo, chamado de (s, t) -caminho positivo mínimo.

3.2 Complexidade computacional

Diversos estudos discutem a complexidade computacional do SPP, revelando que sua dificuldade computacional varia de acordo com características específicas da instância considerada.

Para grafos não orientados, o SPP é resolvido em tempo polinomial por meio de uma redução ao problema de *T-join*¹, conforme demonstrado por Hansen (1984). Para digrafos balanceados, o problema também admite solução em tempo polinomial por meio de uma adaptação do algoritmo de *Dijkstra*, como apresentado por Albuquerque (2023).

Por outro lado, quando o digrafo é desbalanceado, decidir se existe um (s, t) -caminho positivo entre dois vértices distintos torna-se NP-completo. Esse resultado foi demonstrado por Fortune *et al.* (1980) e por Albuquerque (2023), através de uma redução ao problema de decidir a existência de um (s, t) -caminho que passe por um vértice intermediário m , chamado (s, m, t) -path problem (DREYFUS, 1969).

¹ Um *T-join* em um grafo G é um conjunto de arestas $J \subseteq E$ tal que o conjunto de vértices de grau ímpar em J é exatamente T . A redução de Hansen (1984) transforma o SPP em um problema de *T-join* de custo mínimo, resolúvel em tempo polinomial.

3.3 Modelos matemáticos da literatura

Nesta seção, apresentamos os dois modelos de referência da literatura para o SPP em digrafos de sinais, que servirão de base para as contribuições deste trabalho.

No trabalho de Costa *et al.* (2023), os autores propõem três variações de modelo para resolver o SPP de um vértice s para um vértice t . Dentre elas, este trabalho analisa a formulação que apresenta o melhor desempenho computacional e que garante a obtenção de um caminho elementar. A formulação combina restrições de fluxo com variáveis de decisão μ , responsáveis por rastrear o sinal do caminho de s até cada vértice. As variáveis do modelo são:

$$f_{pq} \in \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (p, q) \text{ pertence ao } (s, t)\text{-caminho,} \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad \forall (p, q) \in A,$$

$$\mu_p \in \begin{cases} 1, & \text{se o sinal do caminho de } s \text{ à } p \text{ é positivo,} \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad \forall p \in V.$$

A formulação, denominada (SP_{sign}) , é dada por (COSTA *et al.*, 2023):

$$(SP_{sign}) \quad \min \quad \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \quad (3.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{q \in N^+(s)} f_{sq} = 1, \quad (3.2)$$

$$\sum_{p \in N^-(q)} f_{pq} - \sum_{p \in N^+(q)} f_{qp} = 0, \quad q \in V \setminus \{s, t\}, \quad (3.3)$$

$$\sum_{p \in N^-(t)} f_{pt} = 1, \quad (3.4)$$

$$\mu_q \geq f_{pq} - \mu_p, \quad (p, q) \in A^-, \quad (3.5)$$

$$\mu_q \leq 2 - f_{pq} - \mu_p, \quad (p, q) \in A^-, \quad (3.6)$$

$$\mu_q \geq f_{pq} + \mu_p - 1, \quad (p, q) \in A^+, \quad (3.7)$$

$$\mu_q \leq 1 - f_{pq} + \mu_p, \quad (p, q) \in A^+, \quad (3.8)$$

$$\mu_s = 1, \quad \mu_t = 1, \quad (3.9)$$

$$f_{pq} \in \{0, 1\}, \quad (p, q) \in A, \quad (3.10)$$

$$\mu_p \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in V \setminus \{s, t\}. \quad (3.11)$$

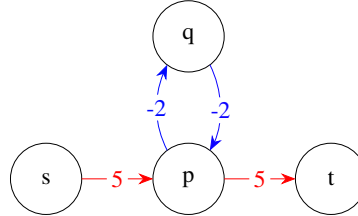
As restrições (3.2)–(3.4) garantem um fluxo unitário de s a t . As restrições (3.5)–(3.9) asseguram que, para cada vértice p no caminho, a variável μ_p assume valor 1 caso o sinal

do (s,p) -caminho seja positivo e 0 caso contrário. Note que o valor de μ alterna entre $\{0, 1\}$ apenas ao atravessar um arco negativo. Assim, como $\mu_s = \mu_t = 1$, o número de arcos negativos é necessariamente par, garantindo um caminho positivo. As restrições (3.10)–(3.11) definem os domínios das variáveis e, por fim, a função objetivo (3.1) minimiza o custo total do caminho.

Vale destacar que, segundo Albuquerque (2023), ao relaxarmos a integralidade das variáveis f para $f_{pq} \in [0, 1]$, a solução do modelo permanece inteira, mas relaxando também as variáveis μ , o modelo perde essa propriedade, apresentando valores fracionários em sua solução.

Além disso, esse modelo garante uma solução ótima apenas quando a função de peso associada aos arcos é estritamente positiva, ou seja, $w : A \rightarrow \mathbb{R}_+$. Para exemplificar essa afirmação, considere o digrafo ilustrado na Figura 2, em que as cores azul e vermelho representam, respectivamente, os sinais positivo e negativo dos arcos, enquanto os valores indicam seus custos. A solução ótima do caminho de s até t para essa instância é o caminho constituído pelos vértices $\{s, p, t\}$; entretanto, o modelo (SP_{sign}) retorna uma solução que inclui o ciclo formado pelos vértices $\{p, q\}$. Isso ocorre porque, na presença de arcos com custos negativos, o modelo permite a formação de ciclos de custo negativo, os quais inviabilizam a solução ótima.

Figura 2 – Exemplo de digrafo com pesos reais quaisquer.



Fonte: Elaborado pelo autor

O segundo modelo, proposto por Albuquerque (2023), considera pesos reais associados aos arcos $w : A \rightarrow \mathbb{R}$. A formulação combina restrições de fluxo com as restrições de quebra de ciclo de Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) (MILLER *et al.*, 1960). Usaremos as variáveis f em conjunto com:

$\pi_p \geq 0, \forall p \in V$: posição do vértice p no (s,t) -caminho.

$\lambda \in \mathbb{N}$: metade do número de arcos negativos no (s,t) -caminho.

A formulação, denominada (SP_{mtz}) , é dada por (ALBUQUERQUE, 2023):

$$(SP_{mtz}) \quad \min \quad \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \quad (3.12)$$

$$\text{s.a.} \quad (3.2) - (3.4),$$

$$\pi_p - \pi_q + |V| f_{pq} \leq |V| - 1, \quad \forall (p, q) \in A, \quad (3.13)$$

$$\sum_{(p,q) \in A^-} f_{pq} - 2\lambda = 0, \quad (3.14)$$

$$\pi_s = 0, \quad \pi_p \geq 0, \quad \forall p \in V \setminus \{s\}, \quad (3.15)$$

$$\lambda \in \mathbb{Z}_+, \quad f_{pq} \in \{0, 1\}, \quad \forall (p, q) \in A. \quad (3.16)$$

As restrições (3.2)-(3.4) impõem fluxo unitário partindo de s a t . As restrições MTZ (3.13) são responsáveis por impedir a formação de ciclos ao longo do caminho. A restrição (3.14) garante que o número de arcos negativos seja par. Os domínios das variáveis são definidos em (3.15) e (3.16), e a função objetivo (3.12) minimiza o custo total do caminho.

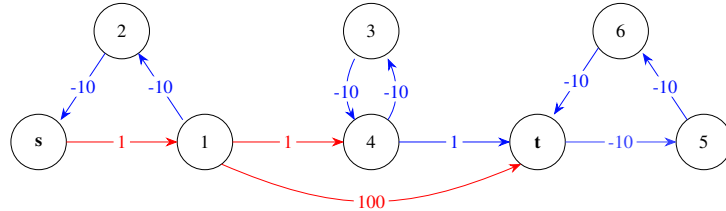
4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Neste capítulo, apresentamos as contribuições deste trabalho. Na Seção 4.1, introduzimos desigualdades válidas para o problema. Na Seção 4.2, propomos novas formulações matemáticas. Na Seção 4.3, utilizamos técnicas de relaxação linear para gerar desigualdades válidas adicionais. Por fim, na Seção 4.4, apresentamos heurísticas para o SPP.

4.1 Desigualdades válidas

Ao analisarmos os modelos da literatura para o SPP, vistos na Seção 3.3, identificamos restrições adicionais, algumas já conhecidas na literatura, que podem ser incorporadas. Cada desigualdade é satisfeita por toda solução inteira viável do problema e, ao ser incorporada às formulações, contribui para o fortalecimento da relaxação linear. Para ilustrar o efeito de cada desigualdade, utilizamos o digrafo G_1 , representado na Figura 3, onde os arcos azuis e vermelhos representam, respectivamente, sinais positivos e negativos, e os valores indicam os custos dos arcos.

Figura 3 – Digrafo G_1 .

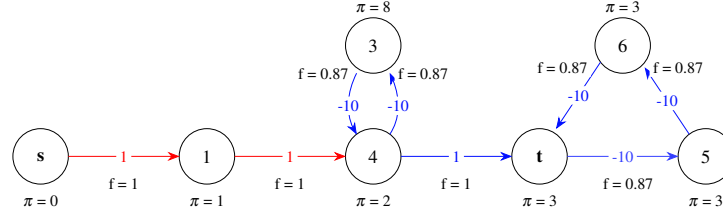


Fonte: Elaborado pelo autor

Ao buscarmos o caminho positivo mínimo do vértice s ao vértice t utilizando o modelo (SP_{mtz}) com as variáveis f relaxadas para $f_{pq} \in [0, 1]$, obtemos a solução apresentada na Figura 4. Os valores π aparecem próximos de cada vértice e os valores das variáveis f aparecem próximos aos arcos correspondentes. Essa solução contém dois ciclos, um entre os vértices $\{3, 4\}$ e outro entre os vértices $\{t, 5, 6\}$, e possui o valor de solução igual a -40.50 . Vale destacar que a solução ótima inteira para esse digrafo é formada pelos vértices $\{s, 1, 4, t\}$ e possui o valor de solução ótima igual a 3.

Inicialmente, notamos que, como todo caminho parte do vértice s e chega ao vértice t , não podem existir arcos entrando em s , nem arcos saindo de t . A restrição (4.1) atua como

Figura 4 – Uma solução viável de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado em f .



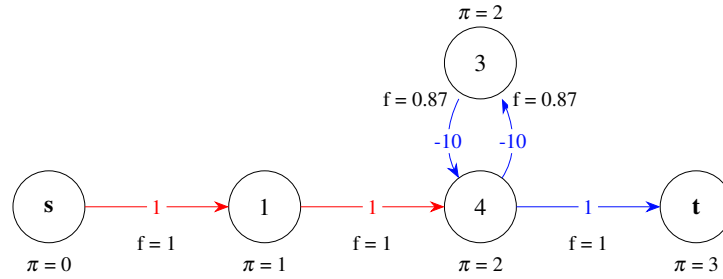
Fonte: Elaborado pelo autor.

pré-processamento, forçando que nenhum arco entre em s ou saia de t .

$$\sum_{v \in N^-(s)} f_{vs} + \sum_{v \in N^+(t)} f_{tv} = 0. \quad (4.1)$$

Ao incorporarmos essa desigualdade ao modelo (SP_{mtz}) e reotimizarmos, mantendo as variáveis f relaxadas, obtemos a solução apresentada na Figura 5. O ciclo formado pelos vértices $\{t, 5, 6\}$ foi removido da solução e o novo valor ótimo passa a ser -14.39 .

Figura 5 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdade (4.1).



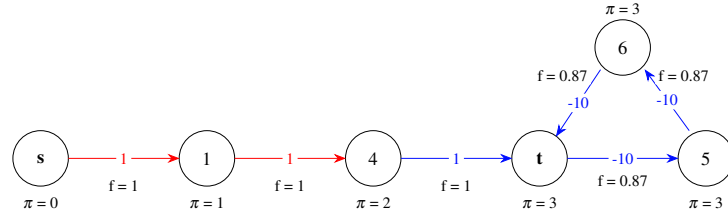
Fonte: Elaborado pelo autor.

As restrições de fluxo dos modelos existentes garantem que o número de arcos entrando em um vértice p seja igual ao número de arcos saindo dele, mas não limitam essa quantidade. Podemos observar, por exemplo, o vértice 4 da Figura 4: nele existe um fluxo entrando e saindo de 1.87. Dessa forma, as restrições (4.2) garantem um fluxo máximo igual a 1 em cada vértice, impedindo a formação de ciclos com pesos negativos ao longo do caminho. Entretanto, elas não eliminam a possibilidade de ciclos desconexos do caminho principal, isto é, ciclos formados por arcos que não se conectam ao caminho de s a t .

$$\sum_{p \in N^-(v)} f_{pv} \leq 1, \quad \forall v \in V \setminus \{s\}. \quad (4.2)$$

Incorporando essas desigualdades ao modelo (SP_{mtz}) e buscando novamente o caminho de s a t em G_1 , conseguimos a nova solução apresentada na Figura 6. Veja que o ciclo composto pelos vértices $\{3, 4\}$ foi removido e obtemos -23.09 como o novo valor de solução.

Figura 6 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdade (4.2).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em (SOMBRA *et al.*, 2025), as restrições (4.1) e (4.2) foram incorporadas juntamente ao fortalecimento do *MTZ* de Desrochers e Laporte (1991), apresentada em (4.3). Essas desigualdades se mostraram eficientes na resolução das instâncias do problema.

$$\pi_p - \pi_q + |V|f_{pq} + (|V| - 2)f_{qp} \leq |V| - 1, \quad \forall (p, q) \in A. \quad (4.3)$$

Visando fortalecer os limites das variáveis π , introduzimos três restrições adicionais. A restrição (4.4) define o valor da variável π_t como o número de arcos no (s, t) -caminho. Para cada vértice $v \in V \setminus \{s\}$, seja m_v o número mínimo de arcos em um (s, v) -caminho em G , desconsiderando pesos e sinais. A desigualdade (4.5) impõe $\pi_v \geq m_v$. Por fim, a desigualdade (4.6) estabelece um limite superior $\pi_v \leq |V| - 1$.

$$\sum_{(p,q) \in A} f_{pq} - \pi_t = 0, \quad (4.4)$$

$$\pi_v \geq m_v, \quad \forall v \in V \setminus \{s\}, \quad (4.5)$$

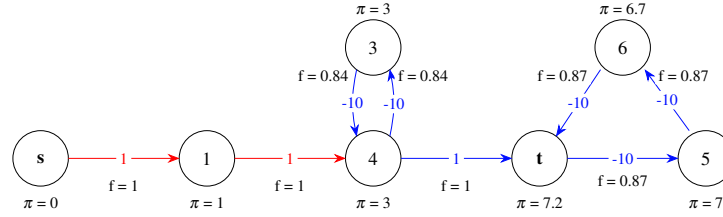
$$\pi_v \leq |V| - 1, \quad \forall v \in V \setminus \{s, t\}. \quad (4.6)$$

Incorporando as desigualdades (4.4)–(4.6) ao modelo (SP_{mtz}) relaxado e buscando o caminho positivo mínimo de s a t em G_1 , obtemos a solução apresentada na Figura 7. Essa solução é aparentemente idêntica a solução do (SP_{mtz}) (Figura 4), entretanto possui uma variação nas variáveis π associada aos vértices do digrafo e nas variáveis f dos arcos $(3, 4)$ e $(4, 3)$. Dessa forma, o novo valor de solução ótima passa a ser de -39.90 quando avaliamos o impacto da adição somente dessas desigualdades ao modelo original.

Para as desigualdades seguintes, introduzimos a variável binária z , que indica a presença ou ausência de um vértice $v \in V$ no (s, t) -caminho, ou seja:

$$z_v \in \begin{cases} 1, & \text{caso vértice } (v) \text{ pertença ao } (s, t)\text{-caminho,} \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad \forall v \in V.$$

Figura 7 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdades (4.4)–(4.6).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para garantir que a variável z_v assuma os valores corretos, são necessárias restrições de consistência com as variáveis de fluxo f . As restrições (4.7) fixam $z_s = z_t = 1$, assegurando que origem e destino sempre pertençam ao caminho. As restrições (4.8) garantem que z_v só pode ser 1 se ao menos um predecessor e um sucessor de v também pertencerem ao caminho. Por fim, as restrições (4.9) garantem que z_v seja igual ao fluxo que entra em v , assegurando $z_v = 1$ exatamente quando v é visitado.

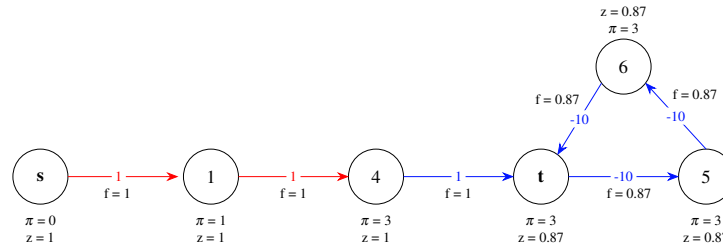
$$z_s = 1, z_t = 1, \quad (4.7)$$

$$z_v - \sum_{p \in N^-(v)} z_p \leq 0, \quad z_v - \sum_{q \in N^+(v)} z_q \leq 0, \quad \forall v \in V \setminus \{s, t\}, \quad (4.8)$$

$$z_v - \sum_{p \in N^-(v)} f_{pv} = 0, \quad \forall v \in V \setminus \{s, t\}. \quad (4.9)$$

Incorporando as variáveis de decisão z juntamente com as desigualdades (4.7)–(4.9) ao modelo (SP_{mtz}) , relaxamos as variáveis f e z e buscamos a solução do SPP do vértice s ao vértice t em G_1 . A solução obtida possui o valor de -23.09 e está representada na Figura 8.

Figura 8 – Solução de G_1 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + desigualdades (4.7)–(4.9).



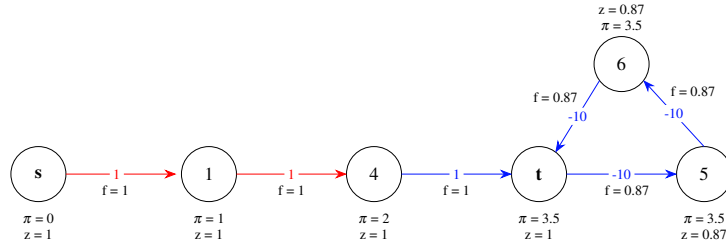
Fonte: Elaborado pelo autor.

Também podemos refinar a restrição (4.5) de modo que π_v assumo o limite inferior 0 quando o vértice v não for visitado. Para isso, multiplicamos m_v por z_v , obtendo (4.10). Vale ressaltar que essa variação reduziu o tempo computacional necessário para a obtenção de soluções ótimas nas instâncias consideradas, quando comparada à desigualdade (4.5).

$$\pi_v \geq m_v z_v, \quad \forall v \in V \setminus \{s\}. \quad (4.10)$$

Incorporamos as desigualdades (4.7)–(4.10) ao modelo (SP_{mtz}) e relaxamos as variáveis f e z , permitindo-as assumirem valores reais entre 0 e 1. A solução obtida pela busca do caminho positivo mínimo do vértice s ao vértice t em G_1 , representada na Figura 9, mantém o valor de solução ótima igual à -23.09 , entretanto ajusta os valores das variáveis π e z .

Figura 9 – Solução de G_1 com o (SP_{mtz}) relaxado em f e z + desigualdades (4.7)–(4.10).



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 Novas formulações

Com base nas desigualdades válidas introduzidas na seção anterior, propomos seis novas formulações para o SPP. As primeiras cinco exploram diferentes combinações das restrições de fortalecimento de fluxo e das variantes da desigualdade MTZ, enquanto a sexta baseia-se em uma transformação estrutural do digrafo de entrada.

A primeira formulação baseia-se no modelo (SP_{sign}) e, portanto, requer que os pesos associados aos arcos sejam reais positivos. Incorporando as restrições de fortalecimento de fluxo (4.1) e (4.2) à formulação (SP_{sign}) , obtemos o modelo denominado (SP_{sign+}) . Assim como (SP_{sign}) (ALBUQUERQUE, 2023), essa formulação possui a propriedade de que a relaxação linear das variáveis f produz soluções inteiras.

$$\begin{aligned}
 (SP_{sign+}) \quad & \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \\
 \text{s.a.} \quad & (3.2) - (3.11), (4.1) - (4.2).
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Para as formulações seguintes, permitimos que os pesos associados aos arcos assumam valores reais quaisquer. A segunda formulação, apresentada em (SOMBRA *et al.*, 2025), combina o modelo (SP_{mtz}) com as desigualdades de fortalecimento de fluxo (4.1)–(4.2) e a variante da restrição MTZ definida em (4.3). Chamaremos esse modelo por (SP_{dlmtz}) .

$$\begin{aligned}
(SP_{dlmtz}) \quad & \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \\
\text{s.a.} \quad & (3.2) - (3.4), (3.14) - (3.16), (4.1) - (4.3).
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Vale mencionar que, inspirados no trabalho de Akgün e Tansel (2011), estudos e experimentos mostraram que a variação do MTZ em (3.13), utilizada no modelo (SP_{mtz}) , torna-se mais eficiente quando descartamos os arcos que saem de t . Essa variação apresentou uma redução no número de restrições geradas sem afetar a relaxação linear do modelo. Utilizaremos essa variante nas próximas formulações.

A terceira formulação, denominada (SP_+) , consiste em uma adaptação de (SP_{mtz}) que incorpora as restrições de fortalecimento de fluxo (4.1)–(4.2), as restrições associadas à variável π definidas em (4.4)–(4.5), e a variante da restrição MTZ citada no parágrafo anterior.

$$\begin{aligned}
(SP_+) \quad & \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \\
\text{s.a.} \quad & (3.2) - (3.4), (3.13) - (4.2), (4.4) - (4.5).
\end{aligned} \tag{4.13}$$

A quarta formulação, denominada $(SP_{mtzsign})$, estende o modelo (SP_{sign+}) ao incorporar a variante da desigualdade MTZ, o que permite tratar instâncias com pesos reais arbitrários. De forma análoga a (SP_{sign+}) , essa formulação também preserva a integralidade das soluções quando as variáveis f são relaxadas.

$$\begin{aligned}
(SP_{mtzsign}) \quad & \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \\
\text{s.a.} \quad & (3.2) - (3.11), (3.13), (3.15), (4.1) - (4.2), (4.4) - (4.5).
\end{aligned} \tag{4.14}$$

A quinta formulação, intitulada (SP_{z+}) , combina a modelagem (SP_+) com o limite superior para as variáveis π , apresentado em (4.6), além das variáveis binárias z e suas respectivas restrições, apresentadas em (4.7)–(4.10). Dessa forma, obtemos a modelagem a seguir.

$$\begin{aligned}
(SP_{z+}) \quad & \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \\
\text{s.a.} \quad & (3.2) - (3.4), (3.13) - (4.2), (4.4), (4.6) - (4.10).
\end{aligned} \tag{4.15}$$

A sexta e última formulação desta seção, denominada (SP_{xor}) , será empregada para o caso em que os pesos dos arcos sejam reais positivos e fundamenta-se em uma transformação

do digrafo original G em um digrafo expandido G' , descrita a seguir. Vale destacar que a transformação pode ser aplicada a digrafos de peso real quaisquer.

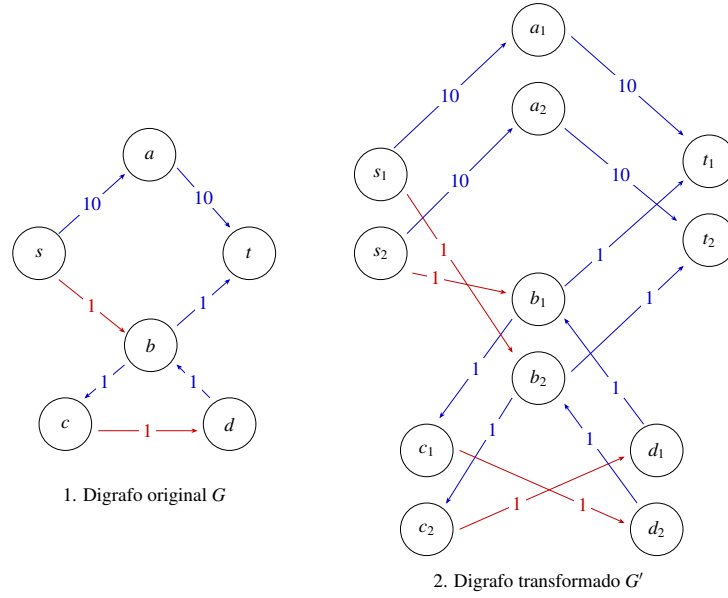
Para cada vértice $v \in V(G)$, criamos duas cópias correspondentes v_1 e v_2 em G' . Para cada arco $(p, q) \in A(G)$, caso o sinal seja positivo, adicionamos a G' os arcos (p_1, q_1) e (p_2, q_2) ; caso contrário, adicionamos (p_1, q_2) e (p_2, q_1) . O custo de cada arco em G é preservado em seus correspondentes em G' . Essa transformação garante que, para qualquer vértice intermediário u_i em um (s_1, t_1) -caminho de G' , o índice i indica o sinal acumulado, ou seja, se $i = 1$, o subcaminho de s_1 até u_1 é positivo; se $i = 2$, ele contém um número ímpar de arcos negativos. Portanto, qualquer caminho de s_1 a t_1 em G' que não passe por duas cópias de um mesmo vértice de G corresponde a um caminho positivo desse digrafo. Vale destacar que, considerando digrafos balanceados, basta buscar o caminho mínimo entre s_1 e t_1 em G' via algoritmo de *Dijkstra*. A ausência de ciclos negativos em G garante que o caminho encontrado em G' não conterá repetições de vértices.

Para entendermos melhor essa transformação e as condições a serem respeitadas para o caminho no digrafo transformado ser viável, apresentamos um exemplo na Figura 10. À esquerda temos um digrafo G desbalanceado. À direita, o digrafo G' resultante da transformação obtida como indicado anteriormente. Os arcos azuis e vermelhos representam os sinais positivos e negativos, respectivamente, e os valores indicam os custos dos arcos. Perceba que, ao buscar o caminho mínimo de s até t no digrafo original, por meio do algoritmo de *Dijkstra*, obtemos o caminho mínimo $\{s, b, t\}$, que é inválido por conter um número ímpar de arcos negativos.

Ao aplicarmos o algoritmo de *Dijkstra* ao digrafo G' , obtemos o caminho $\{s_1, b_2, c_2, d_1, b_1, t_1\}$. Observe que esse caminho corresponde à sequência de vértices $\{s, b, c, d, b, t\}$ em G , que contém ciclo induzido pelos vértices $\{b, c, d\}$, ou seja, é uma solução inviável para o SPP. Isso ocorre porque os vértices b_1 e b_2 aparecem simultaneamente no caminho em G' . Para eliminar essa possibilidade, propomos a formulação (SP_{xor}) , na qual impomos que, no máximo, uma das cópias de cada vértice pertença à solução.

Por fim, apresentamos nosso último modelo para o SPP com base na ideia de controle de paridade de sinal negativo. Esse modelo é original e, como veremos em nossos experimentos computacionais, mostrou-se muito eficiente para resolver instâncias do problema com pesos positivos. Vale destacar que a versão para tratar pesos reais não foi explorada por restrição de tempo para conclusão do trabalho. O objetivo do modelo (SP_{xor}) é determinar o caminho mínimo entre s_1 e t_1 em G' evitando passar pelas duas cópias de qualquer um dos demais vértices.

Figura 10 – Exemplo de transformação de um digrafo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$(SP_{xor}) \quad \min \sum_{(p,q) \in A} w_{pq} f_{pq} \quad (4.16)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{q \in N^+(s_1)} f_{s_1 q} = 1, \quad (4.17)$$

$$\sum_{p \in N^-(t_1)} f_{p t_1} = 1, \quad (4.18)$$

$$\sum_{q \in N^+(s_2)} f_{s_2 q} + \sum_{p \in N^-(s_2)} f_{p s_2} = 0, \quad (4.19)$$

$$\sum_{q \in N^+(t_2)} f_{t_2 q} + \sum_{p \in N^-(t_2)} f_{p t_2} = 0, \quad (4.20)$$

$$\sum_{p \in N^-(q)} f_{p q} - \sum_{p \in N^+(q)} f_{q p} = 0, \quad q \in V(G') \setminus \{s_1, t_1, s_2, t_2\}, \quad (4.21)$$

$$\sum_{p \in N_{G'}^-(q_1)} f_{p q_1} + \sum_{p \in N_{G'}^-(q_2)} f_{p q_2} \leq 1, \quad q \in V(G) \setminus \{s, t\}, \quad (4.22)$$

$$f_{pq} \in \{0, 1\}, \quad (p, q) \in A(G'). \quad (4.23)$$

As restrições (4.17) e (4.18) garantem, respectivamente, que exatamente 1 arco saia de s_1 e que exatamente 1 arco entre em t_1 . As restrições (4.19) e (4.20) funcionam como pré-processamento, pois impedem que os vértices s_2 e t_2 façam parte do caminho. As restrições (4.21) asseguram que o número de arcos entrando em um vértice de G' , distinto de s_1 e t_1 , seja igual ao número de arcos saindo dele. As desigualdades (4.22) limitam a 1 o número total de arcos que entram e saem do par de cópias $\{v_1, v_2\}$ de cada vértice $v \in V(G) \setminus \{s, t\}$. Essas restrições

impedem que v_1 e v_2 sejam visitados simultaneamente, o que, como visto anteriormente no caminho mínimo do digrafo G' da Figura 10, configura um ciclo no digrafo original. Por fim, (4.23) define os domínios das variáveis f .

Proposição 1. *A ausência das desigualdades (4.22) pode ocasionar a ocorrência de ciclos no caminho correspondente à solução do digrafo original.*

Considerando o digrafo apresentado na Figura 2, observa-se que, na ausência das desigualdades (4.22), a solução obtida inclui o ciclo formado pelos vértices $\{p, q\}$, o que confirma a ocorrência de ciclos na solução do digrafo original.

Vale destacar que o modelo (SP_{xor}) apresentou soluções inteiras para todas as instâncias consideradas neste trabalho com arcos de pesos positivos, mesmo quando a variável f foi relaxada para $f_{pq} \in [0, 1]$. Esse comportamento indica que a formulação possui uma estrutura particularmente forte.

4.3 Outras desigualdades válidas baseadas em relaxação linear

Nesta seção, apresentamos uma estratégia para fortalecer formulações de PLI por meio do fortalecimento iterativo da relaxação linear. Dado um modelo escolhido, resolvemos sua relaxação linear e identificamos, na solução obtida, estruturas que não podem pertencer a nenhuma solução inteira viável. Cada estrutura identificada origina uma desigualdade válida que, ao ser adicionada ao modelo, reduz o espaço de soluções fracionárias sem eliminar qualquer solução inteira. O modelo é então reotimizado com as novas restrições.

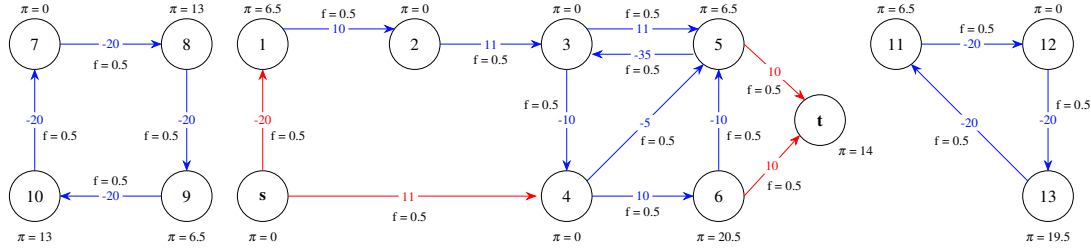
Formalmente, resolvemos a relaxação linear do modelo escolhido e definimos $\bar{A}$ como o conjunto de arcos cujo valor de f na solução relaxada é estritamente positivo. As desigualdades são geradas a partir dos arcos em $\bar{A}$ e adicionadas ao modelo original antes da reotimização.

Para facilitar a compreensão de cada etapa, utilizamos o digrafo G_2 , apresentado na Figura 11, onde arcos azuis e vermelhos representam sinais positivos e negativos, respectivamente, e os valores sobre os arcos indicam seus custos.

Aplicamos a estratégia ao modelo (SP_{mtz}) com as variáveis f relaxadas, buscando o caminho positivo mínimo de s a t em G_2 . A solução relaxada, apresentada na Figura 12, possui o valor -165.49 e descarta apenas o arco $(6, t)$, distribuindo as variáveis f e π de forma

dois façam parte da solução simultaneamente. No caso (b), impede que dois arcos sem conexão possível coexistam na solução. Por exemplo, ao incorporar as desigualdades da Etapa 1, foram adicionadas 101 restrições ao modelo, e a solução reotimizada, apresentada na Figura 14, passa a ter valor de solução igual a -73.5 . Observamos que o ciclo entre os vértices $\{1, 2\}$ é eliminado e todos os valores de f assumem o valor 0.5.

Figura 14 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + Etapa 1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Etapa 2. Essa etapa trata triângulos em $\bar{A}$: para cada par $(p, q), (i, j) \in \bar{A}$ com $p \neq j, q = i$, e existe um arco $(j, p) \in \bar{A}$ (Figura 13, digrafo 4), ou com $p \neq i, q = j$, e existe pelo menos um arco (p, i) ou (i, p) em $\bar{A}$ (Figura 13, digrafo 2), adicionamos $f_{pq} + f_{ij} + f_{jp} + f_{qp} + f_{pj} + f_{ji} \leq 2$. Nessa restrição, apenas as variáveis de fluxo do triângulo cujos arcos correspondentes existem em $\bar{A}$ são incluídos na soma (SECs de tamanho 3).

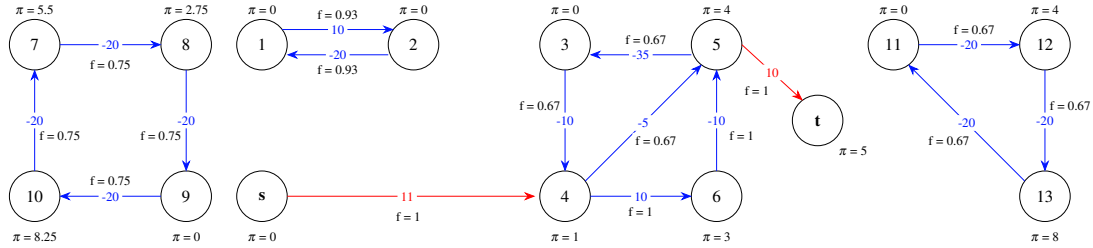
Etapa 3. Essa etapa trata os ciclos sem cordas de comprimento maior ou igual a quatro em $\bar{A}$: para cada ciclo S encontrado, adicionamos $\sum_{(p,q) \in S} f_{pq} \leq |S| - 1$. Optamos por ciclos sem cordas com pelo menos quatro vértices para evitar redundâncias com as desigualdades das etapas anteriores e reduzir o número de restrições geradas (SECs com mais de 4 vértices).

Continuando o exemplo, ao incorporar apenas as Etapas 2 e 3 ao modelo (SP_{mtz}) , geramos três desigualdades: a primeira para o triângulo formado pelos vértices $\{3, 4, 5\}$, a segunda para o ciclo formado pelos vértices $\{7, 8, 9, 10\}$ e a terceira para o triângulo formado pelos vértices $\{11, 12, 13\}$. A solução reotimizada, ilustrada na Figura 15, alcança o valor de solução -122.00 . Embora os ciclos desconexos não sejam completamente eliminados, os valores de f são significativamente ajustados, melhorando a relaxação linear.

Etapa 4. Essa etapa é exclusiva do modelo (SP_{z+}) . Quando dois arcos $(p, q), (i, j) \in \bar{A}$ são disjuntos e não existem caminhos entre nenhum par de vértices de $\{p, q, i, j\}$, ou seja, os arcos são completamente inalcançáveis no digrafo G_2 , os quatro vértices envolvidos não podem pertencer simultaneamente ao caminho. Adicionamos, portanto, a restrição $z_p + z_q + z_i + z_j \leq 2$.

Em nosso exemplo, a solução do modelo (SP_{z+}) com as variáveis f e z relaxadas,

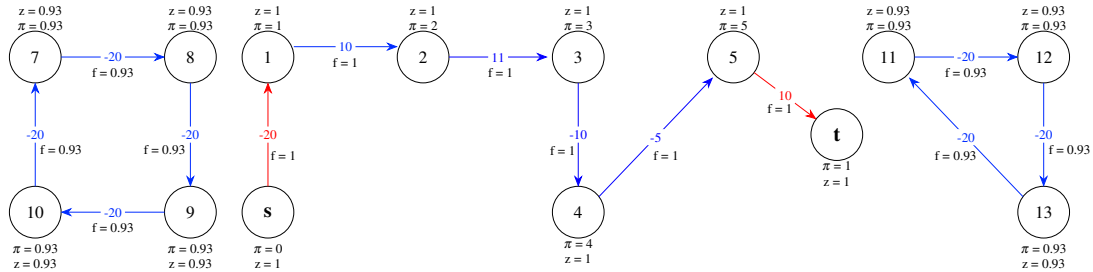
Figura 15 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{mtz}) relaxado + Etapa 2 e Etapa 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

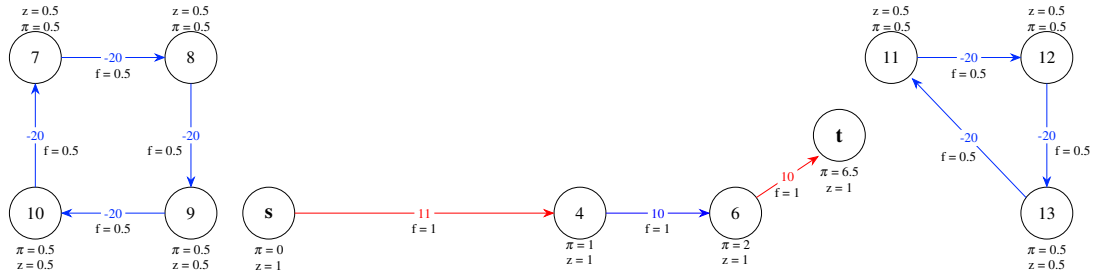
ilustrada na Figura 16, possui valor -134.20 . Ao aplicarmos apenas a Etapa 4 ao modelo (SP_{z+}) relaxado, 54 desigualdades são adicionadas e a solução após a incorporação das desigualdades, ilustrada na Figura 17, alcança o valor -39.00 .

Figura 16 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{z+}) relaxado em f e z .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Solução de G_2 com o modelo (SP_{z+}) relaxado + Etapa 4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As desigualdades das Etapas 1–3 são incorporadas aos modelos (SP_{mtz}) , (SP_{dlmtz}) e (SP_{+}) , identificadas com o sufixo rx , respectivamente: $(SP_{mtz_{rx}})$, $(SP_{dlmtz_{rx}})$ e (SP_{+rx}) . Essa técnica não é aplicada aos modelos $(SP_{mtz_{sign}})$, (SP_{sign}) , (SP_{sign+}) e (SP_{xor}) , pois a relaxação linear desses modelos produziu soluções inteiras em nossos experimentos, tornando a geração de cortes desnecessária. Para o modelo (SP_{z+}) , aplicam-se as Etapas 1–4, originando o modelo (SP_{z+rx}) .

4.4 Novas heurísticas

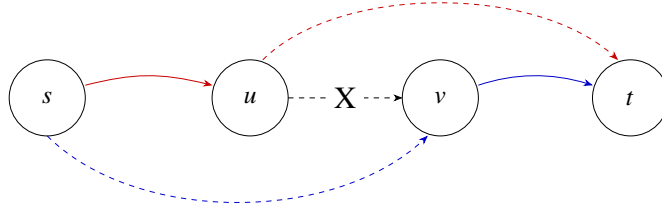
Nesta seção, apresentamos duas heurísticas para o problema. A primeira, denominada Critical Arc Removal (CAR), constrói um caminho viável e tenta melhorá-lo iterativamente. A segunda busca soluções viáveis a partir da relaxação linear do problema. Denominamos essa heurística *bucket*.

4.4.1 Heurística CAR

Dado um digrafo $G = (V, A^+ \cup A^-)$ com pesos estritamente positivos, ou seja, $w : A \rightarrow \mathbb{R}_+$, a heurística CAR funciona da seguinte forma:

- Etapa 1:** Aplicamos o algoritmo de *Dijkstra* para encontrar o caminho mínimo do vértice s a t em G , desconsiderando os sinais dos arcos. Chamamos esse caminho de $\bar{P}(st)$. Se ele for viável (número par de arcos negativos), retornamos $\bar{P}(st)$ como resultado (chamado *Incumbent-Path*). Caso contrário, prosseguimos para a Etapa 2.
- Etapa 2:** Descartando o arco (u, v) de maior custo em $\bar{P}(st)$, procedemos da seguinte forma: denotamos por $P(su)$ e $P(vt)$ os subcaminhos de $\bar{P}(st)$ que partem de s até u e de v até t , respectivamente. Seja $\bar{P}(sv)$ o caminho mínimo de s a v em G que não utiliza o arco (u, v) nem os arcos de $P(vt)$. Concatenamos $\bar{P}(sv)$ e $P(vt)$ para obter o caminho $P(svt)$ de s até t (veja na Figura 18). Analogamente, seja $\bar{P}(ut)$ o caminho mínimo de u a t em G que não utiliza o arco (u, v) nem os vértices de $P(su)$. Concatenamos $P(su)$ e $\bar{P}(ut)$ para formar o caminho $P(sut)$. Em seguida, verificamos a viabilidade de $P(sut)$ e de $P(svt)$ e retornamos como resultado o caminho viável de menor custo. Caso ambos sejam inviáveis, prosseguimos para a Etapa 3.
- Etapa 3:** Sejam $G^+ = (V, A^+)$ e $G^- = (V, A^-)$ os subgrafos de G induzidos pelos arcos positivos e negativos, respectivamente. Buscamos o caminho mínimo de s a t em G^+ e em G^- , chamamos tais caminhos por $\bar{P}^+(st)$ e $\bar{P}^-(st)$, respectivamente, quando existirem. Se ao menos um deles for viável, prosseguimos para a Etapa 4. Caso contrário, a heurística é encerrada sem uma solução válida.
- Etapa 4:** Para cada caminho viável obtido na Etapa 3, definimos $\bar{P}^\sigma(st) \in \{\bar{P}^+(st), \bar{P}^-(st)\}$. De forma análoga à Etapa 2, buscamos o arco (u, v) de maior custo em $\bar{P}^\sigma(st)$, porém não o ignoramos. Denotamos por $P^\sigma(su)$ e $P^\sigma(vt)$ os subcaminhos de $\bar{P}^\sigma(st)$ partindo de s a u e de v a t , respectivamente. Seja $\bar{P}^\sigma(sv)$ o caminho mínimo de s até

Figura 18 – Caminho $P(sut)$ em vermelho e caminho $P(svt)$ em azul.



Fonte: Elaborado pelo autor.

v em G que não utiliza os vértices de $P^\sigma(vt)$. Concatenamos $\bar{P}^\sigma(sv)$ e $P^\sigma(vt)$ para formar o caminho $P^\sigma(svt)$ de s até t em G . Analogamente, buscamos o caminho mínimo $\bar{P}^\sigma(ut)$ de u a t em G sem utilizar os vértices em $P^\sigma(su)$. Concatenamos $P^\sigma(su)$ e $\bar{P}^\sigma(ut)$ para formar o caminho $P^\sigma(sut)$ de s até t em G . Verificamos a viabilidade dos caminhos $P^\sigma(svt)$ e $P^\sigma(sut)$. Caso ao menos um deles seja viável, definimos como *Incumbent-Path* o caminho viável de menor custo. Para cada caminho existente em $\{P^\sigma(svt), P^\sigma(sut)\}$, procedemos da seguinte forma:

- Se o caminho $P^\sigma(svt)$ for viável, denotamos por $P^\sigma(sv)$ o subcaminho de $P^\sigma(svt)$ partindo de s até v . Buscamos o caminho mínimo $\bar{P}^\sigma(vt)$ de v a t em G sem utilizar os vértices de $P^\sigma(sv)$. Concatenamos $P^\sigma(sv)$ e $\bar{P}^\sigma(vt)$, obtendo o caminho $\hat{P}^\sigma(svt)$ de s a t em G . Verificamos a viabilidade de $\hat{P}^\sigma(svt)$. Se $\hat{P}^\sigma(svt)$ for viável e seu custo for inferior ao do *Incumbent-Path* atual, ele passa a ser o novo *Incumbent-Path*.
- Se o caminho $P^\sigma(sut)$ for viável, chamaremos de $P^\sigma(ut)$ o subcaminho de $P^\sigma(sut)$ partindo de u até t . Buscamos então o caminho mínimo $\bar{P}^\sigma(su)$ de s a u em G sem utilizar os vértices de $P^\sigma(ut)$. Concatenamos $\bar{P}^\sigma(su)$ com $P^\sigma(ut)$ para construir o caminho $\hat{P}^\sigma(sut)$ partindo de s a t em G . Verificamos a viabilidade de $\hat{P}^\sigma(sut)$. Se $\hat{P}^\sigma(sut)$ for viável e seu custo for inferior ao do *Incumbent-Path* atual, ele passa a ser o novo *Incumbent-Path*.

Etapa 5: Retornamos, por fim, o *Incumbent-Path*, caso ele exista. Caso contrário, a heurística é encerrada sem uma solução válida.

4.4.2 Heurística bucket

A heurística *bucket* baseia-se em uma adaptação da técnica *Feasibility Pump*, denominanda *Kernel Pump*, apresentada por Assunção *et al.* (2025). Seu objetivo é identificar uma solução viável explorando subconjuntos promissores de variáveis organizadas em *buckets*

de acordo com uma estimativa (métrica) de pertencerem a uma solução viável. Descrevemos a heurística nas etapas a seguir:

- Etapas 1:** Primeiramente, resolvemos a relaxação linear do modelo escolhido e denotamos por $\bar{f}$ o vetor de valores relaxados das variáveis de decisão f . Definimos onze *buckets*, denotados por $bucket_{00}$, $bucket_{01}$, $bucket_{02}$, $\dots$, e $bucket_{10}$, nos quais distribuiremos as variáveis com $\bar{f}_i \geq 0.001$, de acordo com seus valores arredondados para uma casa decimal, ou seja, 0.0, 0.1, 0.2, $\dots$, 0.9, e 1.0.
- Etapas 2:** Para cada $\bar{f}_i \in \bar{f}$, $i = 1 : |A|$, realizamos o arredondamento para uma casa decimal segundo a convenção *ties to even* e alocamos a variável ao *bucket* correspondente¹.
- Etapas 3:** Após a distribuição das variáveis $\bar{f}$ em seus respectivos *buckets*, consideramos inicialmente o sub-digrafo induzido apenas pelos arcos no $bucket_{10}$, verificamos todos os (s,t) -caminhos por meio do algoritmo de *Dijkstra* e determinamos aquele viável de menor custo, caso exista. Se nenhuma solução viável for encontrada, expandimos o sub-digrafo incorporando os arcos do $bucket_{09}$ e repetimos o processo. Continuamos adicionando os *buckets* subsequentes, um por vez, até encontrar o primeiro (s,t) -caminho viável de menor custo ou até todos os *buckets* serem considerados.

Incorporamos as heurísticas CAR e *bucket* aos modelos (SP_{mtz}) , (SP_{dlmtz}) , (SP_+) e (SP_{z+}) , fornecendo ao *solver* o vetor f correspondente à solução encontrada. Aos modelos $(SP_{mtzsign})$, (SP_{sign}) e (SP_{sign+}) , incorporamos apenas a heurística CAR, pois a relaxação linear da variável f nesses modelos apresenta soluções inteiras, inviabilizando o uso da heurística *bucket*. O modelo (SP_{xor}) , por operar sobre um digrafo expandido e também produzir soluções inteiras na relaxação linear, não foi propício ao uso de nenhuma das heurísticas propostas. Para identificar as variantes com heurísticas, adicionamos os sufixos *car* e *bk* aos nomes dos modelos, resultando em: (SP_{mtz_car}) , (SP_{mtz_bk}) , (SP_{dlmtz_car}) , (SP_{dlmtz_bk}) , (SP_{+car}) , (SP_{+bk}) , (SP_{z+car}) , (SP_{z+bk}) , $(SP_{mtzsign_car})$, (SP_{sign_car}) e, por fim, $(SP_{sign+car})$.

Também combinamos as variações (SP_{mtz_rx}) , (SP_{dlmtz_rx}) , (SP_{+rx}) e (SP_{z+rx}) , obtidas a partir da geração de desigualdades via relaxação linear, com as heurísticas CAR e *bucket*, adicionando novamente os sufixos *car* e *bk*, obtendo: (SP_{mtz_rxcar}) , (SP_{mtz_rxbk}) , (SP_{dlmtz_rxcar}) , (SP_{dlmtz_rxbk}) , (SP_{+rxcar}) , (SP_{+rxbk}) , $(SP_{z+rxcar})$ e, por fim, (SP_{z+rxbk}) .

¹ Por exemplo: 0.35 é arredondado para 0.4 e alocado ao $bucket_{04}$; o valor 0.04 é arredondado para 0.0 e alocado no $bucket_{00}$; enquanto o valor 0.95 é arredondado para 1.0 e alocado ao $bucket_{10}$.

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Para realizar os experimentos computacionais, adotamos a linguagem *Python* para codificar nossos modelos. Utilizamos a biblioteca *Python-MIP* em conjunto com o solver *CBC*. Executamos os experimentos em um PC equipado com um processador *Ryzen 5 3600*, 32 GB de memória RAM e armazenamento SSD *M.2* de 1 TB, operando sob o sistema operacional *Windows 11*.

Esses experimentos foram realizados considerando instâncias sintéticas geradas aleatoriamente, bem como algumas instâncias do mundo real. O número de vértices para as instâncias sintéticas variam de 10 a 500, enquanto para as instâncias reais, de 19 a 35776. Já a densidade de arcos das instâncias aleatórias variam de 25% a 100%, enquanto para as instâncias reais, de 0.01% a 55%.

Construímos instâncias sintéticas $G = (V, A)$ da seguinte forma: usamos uma lista de $|V|(|V| - 1)$ arcos candidatos para pertencerem a G ; definimos o número de arcos $|A|$ e os selecionamos aleatoriamente dessa lista; atribuímos sinais aos arcos arbitrariamente com igual probabilidade; por fim, descartamos instâncias nas quais o caminho mais curto trivial entre s e t já satisfaz o SPP, uma vez que essa filtragem evita instâncias excessivamente simples, que não contribuem para a avaliação comparativa dos modelos.

Produzimos dois grupos de instâncias aleatórias: no primeiro grupo, os custos dos arcos pertencem ao intervalo $[-100, 0) \cup (0, 100]$; no segundo grupo, os custos dos arcos pertencem ao intervalo $[1, 100]$. Cada grupo é composto por 36 digrafos, totalizando 72 instâncias sintéticas. Os vértices s e t correspondem, respectivamente, aos vértices 0 e $V - 1$.

Na Tabela 1, apresentamos as características estruturais das instâncias de arcos com pesos reais. A linha **Inst.** identifica cada instância, nomeada no formato $|V|_{d'} - i$, onde $|V|$ é o número de vértices, $d' \in \{1, 2, 3\}$ representa a densidade relativa dentro do grupo (do menor para maior) e i diferencia instâncias com mesma configuração; a linha **Dens.** representa a densidade de arcos; a linha $|A|$ indica o número de arcos; e, finalmente, as linhas $|A^+|$ e $|A^-|$ indicam, respectivamente, a quantidade de arcos positivos e negativos, bem como suas porcentagens. Vale destacar que a densidade dos arcos foi definida de forma arbitrária.

Observe que as instâncias mantêm uma distribuição de arcos positivos e negativos constante de aproximadamente 50%. Entretanto, algumas instâncias apresentam uma distribuição particular: as instâncias 150_2-3 e 150_3-3 possuem, aproximadamente, 92% de seus arcos positivos; enquanto as instâncias 150_2-4 e 150_3-4 possuem aproximadamente 88% de arcos com

sinal negativo.

Tabela 1 – Parâmetros para as instâncias de arcos com pesos reais.

Inst.	10 ₁ -1	10 ₁ -2	10 ₁ -3	10 ₁ -4	10 ₂ -1	10 ₂ -2	10 ₂ -3	10 ₂ -4	10 ₃ -1	10 ₃ -2	10 ₃ -3	10 ₃ -4
Dens.	0.66	0.66	0.66	0.66	0.77	0.77	0.77	0.77	1.00	1.00	1.00	1.00
A	60	60	60	60	70	70	70	70	90	90	90	90
A ⁺ (%)	35 (58.3%)	35 (58.3%)	40 (66.7%)	34 (56.7%)	35 (50.0%)	47 (67.1%)	39 (55.8%)	36 (51.4%)	44 (48.9%)	47 (52.2%)	44 (48.9%)	48 (53.3%)
A ⁻ (%)	25 (41.7%)	25 (41.7%)	20 (33.3%)	26 (43.3%)	35 (50.0%)	23 (32.9%)	31 (44.2%)	34 (48.6%)	46 (51.1%)	43 (47.8%)	46 (51.1%)	42 (46.7%)

Inst.	75 ₁ -1	75 ₁ -2	75 ₁ -3	75 ₁ -4	75 ₂ -1	75 ₂ -2	75 ₂ -3	75 ₂ -4	75 ₃ -1	75 ₃ -2	75 ₃ -3	75 ₃ -4
Dens.	0.40	0.40	0.40	0.40	0.75	0.75	0.75	0.75	1.00	1.00	1.00	1.00
A	2275	2275	2275	2275	4162	4162	4162	4162	5550	5550	5550	5550
A ⁺ (%)	1129 (49.6%)	1147 (50.5%)	1193 (52.4%)	1188 (52.3%)	2017 (48.4%)	2109 (50.7%)	2120 (50.9%)	2143 (51.5%)	2731 (49.2%)	2776 (50.1%)	2799 (50.4%)	2856 (51.4%)
A ⁻ (%)	1146 (50.4%)	1128 (49.5%)	1082 (47.6%)	1087 (47.7%)	2145 (51.6%)	2053 (49.3%)	2042 (49.1%)	2019 (48.5%)	2819 (50.8%)	2774 (49.9%)	2751 (49.6%)	2694 (48.6%)

Inst.	150 ₁ -1	150 ₁ -2	150 ₁ -3	150 ₁ -4	150 ₂ -1	150 ₂ -2	150 ₂ -3	150 ₂ -4	150 ₃ -1	150 ₃ -2	150 ₃ -3	150 ₃ -4
Dens.	0.60	0.60	0.60	0.60	0.80	0.80	0.80	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00
A	13410	13410	13410	13410	17880	17880	17880	17880	22350	22350	22350	22350
A ⁺ (%)	6699 (49.9%)	6883 (51.4%)	6719 (50.2%)	6743 (50.3%)	8878 (50.5%)	9016 (49.7%)	16271 (91.1%)	2146 (12.1%)	11220 (50.5%)	11268 (50.3%)	20786 (93.1%)	2682 (12.0%)
A ⁻ (%)	6711 (50.1%)	6527 (48.6%)	6691 (49.8%)	6667 (49.7%)	9002 (49.5%)	8864 (50.3%)	1609 (8.9%)	15734 (87.9%)	11130 (49.5%)	11082 (49.7%)	1564 (6.9%)	19668 (88.0%)

A Tabela 2 apresenta as características estruturais das instâncias de arcos com pesos reais positivos. A densidade dos arcos também foi definida de forma arbitrária. Observe que esse grupo de instâncias também mantém uma distribuição de arcos positivos e negativos constante de aproximadamente 50%; entretanto, as instâncias 100_1-1 , 200_1-1 , 500_2-1 e 500_3-1 possuem, aproximadamente, 94% de seus arcos com sinal negativo.

Tabela 2 – Parâmetros para as instâncias aleatórias com arcos de pesos positivos.

Inst.	100 ₁ -1	100 ₁ -2	100 ₁ -3	100 ₁ -4	100 ₂ -1	100 ₂ -2	100 ₂ -3	100 ₂ -4	100 ₃ -1	100 ₃ -2	100 ₃ -3	100 ₃ -4
Dens.	0.66	0.66	0.66	0.66	0.75	0.75	0.75	0.75	1.00	1.00	1.00	1.00
A	6600	6600	6600	6600	7725	7425	7425	7425	9900	9900	9900	9900
A ⁺ (%)	660 (10.0%)	3432 (52.0%)	3324 (50.3%)	3337 (50.6%)	3767 (50.7%)	3899 (52.6%)	3787 (51.1%)	3729 (50.3%)	4922 (49.7%)	4975 (50.3%)	5050 (51.0%)	4969 (50.2%)
A ⁻ (%)	5940 (90.0%)	3168 (48.0%)	3276 (49.7%)	3263 (49.4%)	3658 (49.3%)	3658 (49.3%)	3638 (48.9%)	3696 (49.7%)	4978 (50.3%)	4925 (49.7%)	4850 (49.0%)	4931 (49.8%)

Inst.	200 ₁ -1	200 ₁ -2	200 ₁ -3	200 ₁ -4	200 ₂ -1	200 ₂ -2	200 ₂ -3	200 ₂ -4	200 ₃ -1	200 ₃ -2	200 ₃ -3	200 ₃ -4
Dens.	0.50	0.50	0.50	0.50	0.75	0.75	0.75	0.75	1.00	1.00	1.00	1.00
A	19900	19900	19900	19900	29850	29850	29850	29850	39800	39800	39800	39800
A ⁺ (%)	995 (5.0%)	10036 (50.4%)	10094 (50.8%)	10128 (50.7%)	15026 (50.4%)	15009 (50.3%)	14993 (50.2%)	14929 (50.1%)	19895 (49.9%)	19991 (50.3%)	19947 (50.1%)	20073 (50.5%)
A ⁻ (%)	18905 (95.0%)	9864 (49.6%)	9806 (49.2%)	9772 (49.1%)	14824 (49.6%)	14841 (49.7%)	14857 (49.8%)	14921 (49.9%)	19905 (50.1%)	19809 (49.7%)	19853 (49.9%)	19727 (49.5%)

Inst.	500 ₁ -1	500 ₁ -2	500 ₁ -3	500 ₁ -4	500 ₂ -1	500 ₂ -2	500 ₂ -3	500 ₂ -4	500 ₃ -1	500 ₃ -2	500 ₃ -3	500 ₃ -4
Dens.	0.25	0.25	0.25	0.25	0.33	0.33	0.33	0.33	0.50	0.50	0.50	0.50
A	62375	62375	62375	62375	83166	83166	83166	83166	124750	124750	124750	124750
A ⁺ (%)	31233 (50.1%)	31483 (50.5%)	31528 (50.6%)	31311 (50.2%)	4990 (6.0%)	41701 (50.2%)	41847 (50.4%)	41865 (50.5%)	6238 (5.1%)	62203 (49.9%)	62728 (50.4%)	62725 (50.3%)
A ⁻ (%)	31142 (49.9%)	30892 (49.5%)	30847 (49.4%)	31064 (49.8%)	78176 (94.0%)	41465 (49.8%)	41319 (49.6%)	41301 (49.5%)	118512 (94.9%)	62547 (50.1%)	62022 (49.6%)	62025 (49.7%)

Além das instâncias arbitrárias, também utilizamos as seguintes instâncias reais nos experimentos:

- **BitcoinOTC**: esse digrafo possui 19 vértices e 148 arcos. Representa uma rede de confiança/desconfiança entre membros de uma plataforma de negociação de *Bitcoin* (AL-BUQUERQUE, 2023; KUMAR *et al.*, 2018b; KUMAR *et al.*, 2016). Nessa rede, o custo associado a cada relacionamento (arco) não pode ser nulo e varia no intervalo inteiro de -10 (desconfiança total) a $+10$ (confiança total). O sinal $+1$ foi atribuído quando o custo é positivo (confiança) e um sinal -1 quando o custo é negativo (desconfiança). Nessa instância, para um arco possuir sinal negativo (ou positivo), seu custo também deve ser negativo (ou positivo). Para essa rede, consideramos os caminhos entre todos os pares de origem e destino. Vale destacar que dos 342 pares ordenados (s, t) com $s \neq t$, apenas 148

admitem um caminho positivo mínimo.

- **Epinions**: esse digrafo possui 25 vértices e 331 arcos. Representa relações de confiança e desconfiança em uma rede social (ALBUQUERQUE, 2023; LESKOVEC *et al.*, 2010). Os sinais $+1$ e -1 são atribuídos aos arcos para indicar confiança e desconfiança, respectivamente, enquanto os custos dos arcos são todos iguais a 1. Também consideramos os caminhos entre todos os pares de origem e destino. Vale destacar que, dos 600 pares ordenados (s, t) com $s \neq t$, apenas 329 admitem um caminho positivo mínimo.
- **Reddit**: esse digrafo contém 35776 vértices e 137821 arcos. Representa interações entre grupos na plataforma social *Reddit* (KUMAR *et al.*, 2018a). Cada arco representa uma mensagem positiva (sinal $+1$) ou negativa (sinal -1) enviada em um grupo mencionando outro. Além disso, cada mensagem (arco) possui um “índice de negatividade”, representado por um valor real no intervalo $[0, 1]$, que cresce conforme a mensagem apresenta aspectos negativos. Por exemplo, mensagens de ódio apresentam sinal negativo e alto índice de negatividade, enquanto mensagens neutras ou positivas possuem sinal positivo e baixo índice. Visando preservar o maior número de relações, quando o índice de negatividade de um arco era igual a 0, o definimos para 0.001, de modo a garantir pesos estritamente positivos no digrafo. Quando múltiplos arcos ocorriam entre o mesmo par de vértices, apenas aquele com o maior índice de negatividade foi mantido. Cada vértice é identificado pelo nome da comunidade correspondente. Nos experimentos, consideramos o vértice inicial *nfl* e o vértice final *nietzsche*.

A Tabela 3 apresenta as características estruturais das instâncias reais. Observamos que todas as instâncias reais consideradas possuem uma quantidade extremamente baixa de arcos negativos (abaixo de 1%) e a instância *Reddit* possui uma densidade baixíssima de arcos.

Tabela 3 – Parâmetros para as instâncias reais.

Inst.	<i>BitcoinOTC</i>	<i>Epinions</i>	<i>Reddit</i>
Dens.	0.43	0.55	0.0001
$ A $	148	331	137821
$ A^+ (\%)$	142 (99.96%)	259 (99.79%)	123308 (99.90%)
$ A^- (\%)$	6 (0.04%)	72 (0.21%)	14513 (0.10%)

A seguir, apresentamos os resultados computacionais obtidos para as instâncias descritas anteriormente.

As tabelas utilizadas seguem um formato padronizado, no qual os melhores resultados de cada coluna em cada tabela estão destacados em negrito. Nas Tabelas 4, 5 e 6, os campos

$\mathbf{z}$, $\mathbf{z}_r$ e $\mathbf{h}$ denotam o valor médio das soluções ótimas, o valor médio da relaxação linear e o valor médio somente das soluções encontradas pelas heurísticas, respectivamente. A coluna $\mathbf{h}_o$ indica o número de instâncias em que a solução heurística coincide com a solução ótima. As colunas $\mathbf{G}_h$ e $\mathbf{G}_i$ correspondem, respectivamente, aos gaps médios, em porcentagem, entre as soluções heurísticas $\mathbf{h}$ e os valores de solução ótima $\mathbf{z}$, bem como os gaps entre as soluções da relaxação linear $\mathbf{z}_r$ e das soluções ótimas $\mathbf{z}$. Essas métricas são calculadas como:

$$G_h = \left| 100 \cdot \frac{h - z}{z} \right| \quad \text{e} \quad G_i = \left| 100 \cdot \frac{z - z_r}{z_r} \right|.$$

A coluna $\mathbf{T}_h$ indica o tempo total gasto pelas heurísticas, em segundos, incluindo, quando aplicável, o tempo de geração de desigualdades adicionais a partir da relaxação linear (modelos com sufixo *rx*). Finalmente, a coluna $\mathbf{T}$ apresenta o tempo total, em segundos de execução do *solver* para os respectivos modelos matemáticos¹.

5.1 Resultados numéricos para instâncias com pesos reais quaisquer

Para esse grupo, executamos experimentos com os modelos que admitem o uso de pesos reais quaisquer associados aos arcos: (SP_{mtz}) , (SP_{dlmtz}) , $(SP_{mtzsign})$, (SP_+) e (SP_{z+}) , bem como com suas variações *rx*, *bk* e *rxbk*, quando aplicáveis.

A Tabela 4 apresenta os valores médios obtidos para cada grupo com mesma cardinalidade de vértices. A primeira coluna identifica o modelo avaliado. As colunas com mesma cardinalidade de vértices $|V|$ apresentam os resultados computacionais para 36 instâncias aleatórias com densidade de arcos arbitrária, organizadas em 3 grupos de 12 instâncias. Esses grupos possuem 10, 75 e 150 vértices. Para o grupo com $|V| = 10$, temos instâncias com 60, 70 e 90 arcos (4 instâncias por quantidade de arcos). Para $|V| = 75$, as instâncias apresentam 2275, 4162 e 5550 arcos (4 por quantidade de arcos). Finalmente, para $|V| = 150$, as instâncias contêm 13410, 17880 e 22350 arcos (4 por quantidade de arcos). Adotamos um limite de tempo de 1800 segundos para a execução das heurísticas e de 600 segundos para o *solver* resolver o modelo matemático correspondente. Vale destacar que esses tempos se mostraram suficientes para praticamente todos os modelos avaliados.

¹ Os resultados numéricos de cada instância individual estão presentes nos anexos.

Tabela 4 – Resultados para instâncias aleatórias com arcos de pesos reais quaisquer.

Modelo	V = 10								V = 75								V = 150							
	Solução				gap(%)				Tempo(s)				Solução				gap(%)				Tempo(s)			
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-494.2	-1301.8	—	—	62.0	—	26.11	*	-61816.7	—	—	—	*	—	X	*	-252555.4	—	—	—	*	—	X	X
(SP _{mtz_rx})	-494.2	-906.5	—	—	45.4	0.04	8.63	*	-43218.2	—	—	—	*	10.76	X	*	-195180.4	—	—	—	*	X	X	X
(SP _{mtz_bk})	-494.2	-1262.6	-138.1	0	72.0	60.8	0.02	14.44	*	-61217.7	-4225.5	0	—	92.4	X	X	*	-224300.5	*	0	—	*	X	X
(SP _{mtz_rxbk})	-494.2	-906.5	-138.1	0	72.0	45.4	0.02	9.35	*	-43218.2	-4225.5	0	—	89.6	X	X	*	-195180.4	*	0	—	*	X	X
(SP _{llmtz})	-494.2	-517.0	—	—	4.4	—	0.07	-6894.3	-6899.0	—	—	—	0.06	—	13.24	-14553.9	-14556.7	—	—	—	0.019	—	105.84	
(SP _{llmtz_rx})	-494.2	-514.9	—	—	4.0	0.02	0.09	-6894.3	-6897.4	—	—	—	0.04	2.41	10.40	-14553.9	-14554.7	—	—	—	0.005	8.19	75.73	
(SP _{llmtz_bk})	-494.2	-517.0	-383.5	5	22.3	4.4	0.90	0.07	-6894.3	-6899.0	-3702.5	1	46.2	0.06	2.59	13.48	-14553.9	-14555.6	-9008.1	0	38.1	0.011	59.63	69.71
(SP _{llmtz_rxbk})	-494.2	-514.9	-383.5	5	22.3	4.0	0.02	0.07	-6894.3	-6897.4	-3650.9	1	47.0	0.04	2.52	21.71	-14553.9	-14554.7	-9578.0	0	34.1	0.005	777.09	93.03
(SP _{mtzsign})	-494.2	-508.8	—	—	2.8	—	0.11	-6894.3	-6897.2	—	—	—	0.04	—	59.03	-14461.0	-14547.7	—	—	—	0.042	—	527.51	
(SP ₊)	-494.2	-522.9	—	—	5.4	—	0.06	-6894.3	-6900.5	—	—	—	0.08	—	13.11	-14553.9	-14556.2	—	—	—	0.015	—	104.84	
(SP ₊ rx)	-494.2	-515.1	—	—	4.0	0.02	0.07	-6894.3	-6897.4	—	—	—	0.04	1.15	9.05	-14553.9	-14554.7	—	—	—	0.005	6.69	93.16	
(SP ₊ bk)	-494.2	-522.9	-355.3	4	28.1	5.4	0.02	0.05	-6894.3	-6900.5	-3496.4	0	49.2	0.08	1.21	9.93	-14553.9	-14556.2	-7254.5	0	50.1	0.015	7.91	74.16
(SP ₊ rxbk)	-494.2	-515.1	-355.3	4	28.1	4.0	0.02	0.05	-6894.3	-6897.4	-3385.1	0	50.9	0.04	1.21	9.97	-14553.9	-14554.7	-8964.8	0	38.4	0.005	8.34	96.43
(SP ₊ +	-494.2	-520.4	—	—	5.0	—	0.10	-6894.3	-6900.5	—	—	—	0.08	—	17.82	-14553.9	-14556.2	—	—	—	0.015	—	169.21	
(SP ₊ rx)	-494.2	-511.9	—	—	3.4	0.03	0.09	-6894.3	-6897.4	—	—	—	0.04	1.76	11.99	-14553.9	-14554.8	—	—	—	0.006	16.5	122.35	
(SP ₊ bk)	-494.2	-520.4	-337.5	4	31.7	5.0	0.03	0.10	-6894.3	-6900.5	-3613.8	1	47.5	0.08	1.71	13.09	-14553.9	-14556.2	-7639.0	0	47.5	0.015	17.77	86.50
(SP ₊ rxbk)	-494.2	-511.9	-337.5	4	31.7	3.4	0.03	0.08	-6894.3	-6897.4	-3613.8	1	47.5	0.04	1.80	12.96	-14553.9	-14554.8	-7639.0	0	47.5	0.006	18.21	101.71

Os campos '—' indicam que nenhuma heurística foi empregada para esse modelo.

Os campos '*' indicam que o modelo não conseguiu encontrar uma solução viável para essas instâncias.

Os campos 'X' indicam que o modelo atingiu o tempo limite de 1800s para a heurística ou de 600s para o solver.

Para a análise dos resultados apresentados na Tabela 4, inicialmente destacamos que todos os modelos foram capazes de encontrar soluções ótimas para as instâncias com $|V| = 10$, atingindo um valor ótimo médio de -494.2 . Além disso, todos os modelos apresentaram tempos de execução extremamente inferiores aos tempos do modelo (SP_{mtz}). Para as instâncias com $|V| = 75$, o modelo (SP_{mtz}) não foi capaz de encontrar nenhuma solução viável dentro do limite de tempo estabelecido e apresentou valores de relaxação linear muito ruins quando comparado aos demais modelos. A heurística bk , embora também limitada pelo tempo, foi capaz de fornecer uma solução viável inicial, que pôde ser explorada pelo solver para resolver esse modelo. Os demais modelos obtiveram gaps de integralidade (G_i) inferiores a 1% e resolveram todas as instâncias de forma ótima, obtendo o valor ótimo médio de -6894.3 . Para as instâncias de maior porte, com $|V| = 150$, o modelo (SP_{mtz}) novamente não obteve nenhuma solução viável no tempo limite de 600 segundos, e, diferente do caso anterior, a heurística não foi capaz de fornecer uma solução inicial. Além disso, modelo ($SP_{mtzsign}$) obteve a solução ótima apenas em 3 das 12 instâncias desse grupo; para as outras 9 instâncias, foram identificadas apenas soluções viáveis, obtendo o valor de solução médio de -14461.0 . Em contraste, todos os demais modelos mantiveram desempenho robusto, alcançando todas as soluções ótimas com valores médios de -14553.9 .

Mediante os resultados apresentados na Tabela 4, observamos que os modelos que fizeram uso da geração de desigualdades por meio da relaxação linear (modelos com sufixo rx) obtiveram melhorias em seus valores relaxados a um baixo custo de tempo. A heurística $bucket$ contribuiu significativamente para a redução do tempo computacional em todos os modelos, especialmente em instâncias de maior porte. Em particular, para $|V| = 150$, essa

heurística reduz substancialmente o tempo de execução do *solver*, chegando a, em alguns casos, reduzir aproximadamente pela metade. Entre as variantes avaliadas, o modelo (SP_{+bk}) apresenta, consistentemente, o melhor desempenho computacional em todas as instâncias testadas, até mesmo quando comparado aos modelos que aplicaram a combinação das variações rx e bk .

Além disso, observamos nesses experimentos computacionais que a heurística *bucket* apresentou uma variação na quantidade das soluções obtidas. Para instâncias com $|V| = 10$, foram encontradas, em média, 5.0 soluções viáveis das 12 instâncias consideradas, das quais 1.5 coincidiram com a solução ótima, com aproximadamente 11.4 arcos distribuídos entre os *buckets*. Para instâncias com $|V| = 75$, a heurística identificou, em média, 5.4 soluções viáveis, sendo 1.6 ótimas, com cerca de 89.7 arcos distribuídos. Por fim, para instâncias com $|V| = 150$, foram obtidas, em média, 4.1 soluções viáveis, nenhuma delas ótima, com aproximadamente 185.9 arcos distribuídos entre os *buckets*. Esses resultados indicam que, o número de arcos atribuídos aos *buckets* cresce com o tamanho da instância. Adicionalmente, quanto ao número de desigualdades válidas geradas via relaxação linear (modelos com sufixo rx), observamos, em média, 26.70 desigualdades para instâncias com $|V| = 10$, 13.77 para $|V| = 75$ e 101.24 para $|V| = 150$.

Por fim, observa-se que, mesmo as instâncias 150_2-3 , 150_2-4 , 150_3-3 e 150_3-4 apresentando uma distribuição particular dos sinais (onde a porcentagem de arcos negativos varia de, aproximadamente, 9% a 88%), o desempenho dos modelos avaliados manteve-se estável em todas as instâncias, sem impacto perceptível nos resultados.

5.2 Resultados numéricos para instâncias com pesos reais positivos

Para esse grupo, realizamos experimentos com os modelos (SP_{mtz}), (SP_{dlmtz}), ($SP_{mtzsign}$), (SP_{+}), (SP_{sign}), (SP_{sign+}), (SP_{z+}) e (SP_{xor}), bem como com suas variações rx , bk , car , $rxbk$ e $rxcar$, quando aplicáveis.

A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos para 36 instâncias nas quais todos os arcos possuem pesos estritamente positivos. Há 12 instâncias para cada número de vértices $|V| = 100$, $|V| = 200$ e $|V| = 500$. Para $|V| = 100$, foram consideradas instâncias com 6600, 7425 e 9900 arcos; para $|V| = 200$, os digrafos possuem 19900, 29850 e 39800 arcos; e, para $|V| = 500$, utilizamos instâncias com 62375, 83166 e 124750 arcos. Em todos os casos, foram geradas quatro instâncias para cada valor de $|A|$. Com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados, a Tabela 5 apresenta apenas os resultados computacionais dos modelos da literatura e

dos modelos que obtiveram o melhor desempenho computacional. A tabela completa pode ser vista no Apêndices A (Tabela 7).

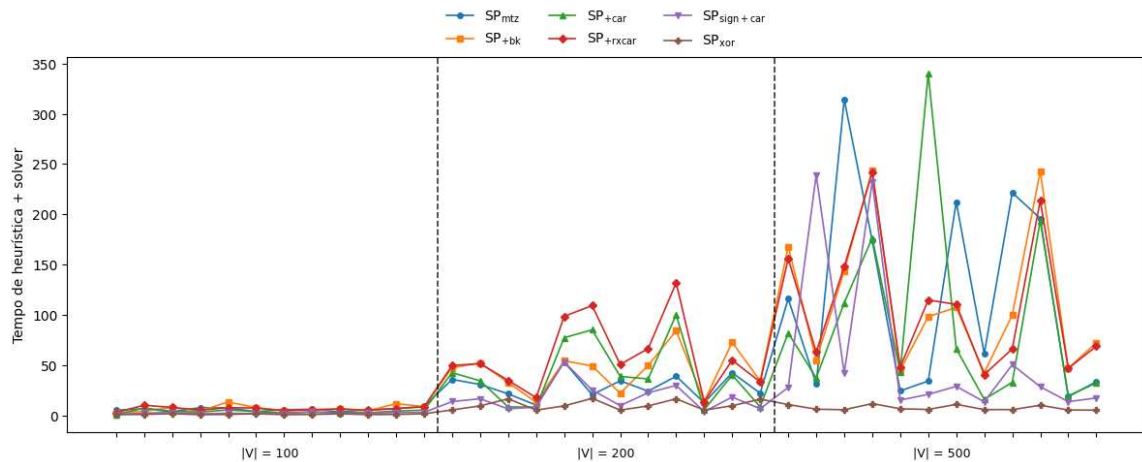
A Figura 19 apresenta o tempo total de execução (tempo de resolução da heurística somada ao tempo do solver) dos modelos da literatura e dos melhores modelos propostos, para cada instância desse grupo. Observa-se um crescimento consistente do tempo de execução à medida que o tamanho das instâncias aumenta. Em contraste, o modelo (SP_{xor}) mantém um tempo de execução estável em todas as instâncias.

Tabela 5 – Melhores resultados para instâncias aleatórias com arcos de peso real positivo.

Modelo	V = 100								V = 200								V = 500							
	Solução				gap(%)				Tempo(s)				Solução				gap(%)				Tempo(s)			
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP_{mtz})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	—	5.99	8.0	6.7	—	—	—	19.4	—	28.95	8.83	8.03	—	—	—	9.9	—	119.83
(SP_{dltmtz_car})	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	0.07	4.93	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	0.20	60.71	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	0.74	190.3
(SP_{dltmtz_rxcar})	10.5	8.6	13.0	3	23.8	22.0	3.13	4.79	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	21.49	61.47	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	41.62	179.26
($SP_{mtzsign_car}$)	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.08	4.65	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.18	29.86	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.74	86.14
(SP_{+})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	—	4.20	8.0	6.7	—	—	—	24.9	—	30.91	17.50	8.03	—	—	—	117.9	—	123.39
(SP_{+bk})	10.5	8.6	9.7	3	7.6	22.0	2.74	4.12	8.0	6.7	7.8	5	2.5	24.9	16.78	27.10	8.83	8.03	9.87	4	11.7	9.9	40.71	73.16
(SP_{+car})	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	0.04	3.81	8.0	6.7	16.3	6	103.7	24.9	0.21	40.30	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	0.71	95.33
(SP_{+rxcar})	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	2.89	3.73	8.0	6.7	16.3	6	103.7	24.9	17.62	41.79	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	41.63	68.24
(SP_{sign})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	3.03	8.0	8.0	—	—	—	0	—	20.25	10.00	8.83	—	—	—	13.2	—	151.92
(SP_{sign_car})	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.05	2.09	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.19	14.41	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.73	34.41
($SP_{sign+car}$)	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.05	2.25	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.19	17.73	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.72	60.18
(SP_{xor})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	1.18	8.0	8.0	—	—	—	0	—	10.52	8.83	8.83	—	—	—	0	—	7.58

Os campos '—' indicam que nenhuma heurística foi empregada para esse modelo.

Figura 19 – Tempo de execução (heurística + solver) por instância e modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nos resultados apresentados nas Tabelas 5 e 7, observa-se que, para aquelas instâncias com $|V| = 100$ e $|V| = 200$, todos os modelos alcançaram a solução ótima, com valores ótimos médios de 10.50 e 8.00, respectivamente. No entanto, para o conjunto de instâncias com $|V| = 500$, identificamos um comportamento distinto. Em particular, a instância 500_2-1

(detalhada na Tabela 2) apresentou maior dificuldade computacional devido a alta porcentagem de arcos com sinal negativo. Para essa instância, os modelos (SP_+) , (SP_{+rx}) e (SP_{sign}) foram capazes de encontrar soluções viáveis, mas não alcançaram a otimalidade dentro do tempo limite, com valores de *gap* reportados pelo *solver* de 0.95, 0.92 e 0.71, respectivamente; o modelo $(SP_{mtzsign})$ não conseguiu obter nenhuma solução viável dentro do limite de tempo imposto. As demais instâncias desse grupo com $|V| = 500$ foram resolvidas de forma ótima por todos os modelos. Vale destacar que o uso da heurística *bucket* no modelo (SP_+) e da heurística CAR nos modelos (SP_+) , (SP_{sign}) e $(SP_{mtzsign})$ possibilitou a obtenção da solução ótima para a instância 500_2-1 , evidenciando o impacto dessas estratégias na melhoria do desempenho computacional.

A análise detalhada dos resultados, com base nas características dos digrafos apresentados na Tabela 2, sugere que uma proporção elevada de arcos negativos em digrafos com pesos reais positivos desempenha um papel relevante na dificuldade do problema. Em particular, as instâncias 500_2-1 e 500_3-1 apresentaram os piores tempos computacionais, possuindo aproximadamente 94% e 95% de arcos com sinal negativo, enquanto as demais mantêm uma média próxima de 50%. Além disso, observando a Figura 19, reparamos que tal porcentagem parece não afetar o tempo computacional do modelo (SP_{xor}) , que mantém tempos de execução relativamente estáveis mesmo em instâncias com alta predominância de arcos negativos.

Para as instâncias com $|V| = 500$, os modelos (SP_+) , (SP_{+rx}) e (SP_{sign}) apresentaram valores ótimos médios de 17.50, 14.42 e 10.00, respectivamente; o modelo $(SP_{mtzsign})$ apresenta o valor ótimo médio de 8.82. Os demais modelos alcançaram a otimalidade em todas as instâncias, com um valor ótimo médio de 8.83.

O modelo (SP_{xor}) apresenta um desempenho computacional médio significativamente superior aos demais, destacando-se tanto em termos de tempo de execução, quanto de robustez. Ao considerar o impacto do uso das heurísticas, observamos que a abordagem *bucket*, embora capaz de reduzir os tempos de execução, não produz melhorias significativas. Por outro lado, a heurística CAR oferece benefícios substanciais, proporcionando excelente tempo de execução e auxiliando significativamente a obtenção da solução ótima. Ainda assim, o modelo (SP_{xor}) mantém o melhor desempenho geral, apresentando os menores tempos de execução em todas as instâncias avaliadas. Além disso, baseando-se nas instâncias avaliadas, o (SP_{xor}) não apresentou um aumento no tempo de solução quando comparamos as instâncias de tamanho médio e grande.

Por fim, observamos que, para instâncias com $|V| = 100$, a heurística CAR encontrou

soluções viáveis para todas as 12 instâncias consideradas, das quais, em média, 6.3 coincidiram com a solução ótima. Por outro lado, a heurística *bucket* encontrou, em média, 7 soluções viáveis, das quais 6.3 coincidiram com a solução ótima, distribuindo aproximadamente 7.1 arcos entre os *buckets*. Para instâncias com $|V| = 200$, a heurística *CAR* obteve, em média, 11.0 soluções viáveis, das quais 6.4 coincidiram com a solução ótima. Já a heurística *bucket* encontrou, em média, 8.9 soluções viáveis, com 7.6 coincidindo com a solução ótima e distribuindo, em média, 5.2 arcos distribuídos entre os *buckets*. Por fim, para instâncias com $|V| = 500$, a heurística *CAR* encontrou soluções viáveis em todas as 12 instâncias, das quais, em média, 7.3 coincidiram com a solução ótima. Além disso, a heurística *bucket* obteve, em média, 7.5 soluções viáveis, das quais 5.2 coincidiram com a solução ótima, distribuindo aproximadamente 7.7 arcos entre os *buckets*. Complementarmente, quanto ao número de desigualdades válidas geradas via relaxação linear, observamos apenas 1.28 desigualdades, em média, para todas as instâncias desse grupo.

5.3 Resultados numéricos para instâncias reais

Finalmente, a Tabela 6 resume os resultados para redes reais. Para os digrafos *BitcoinOTC* e *Epinions*, o SPP é resolvido considerando todos os pares de vértices origem–destino. Em contraste, para o digrafo *Reddit*, devido ao seu maior porte, os experimentos consideram apenas o vértice *nfl* como a origem e o vértice *nietzsche* como o destino. A tabela de resultados completa pode ser vista no Apêndice A (Tabela 8).

Tabela 6 – Resultados para instâncias do mundo real.

Modelo	BitcoinOTC								Epinions								Reddit							
	Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)	
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-2.67	-21.3	—	—	—	87.5	—	X	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	103.66	0.05	0.05	—	—	0	—	—	139.52
(SP _{dlimtz})	-1.91	-2.4	—	—	—	21.3	—	53.71	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	38.84	0.05	0.05	—	—	0	—	—	75.91
(SP _{dlimtz_bk})	-1.91	-2.4	-1.20	97	37.1	21.5	6.37	54.06	1.29	1.21	1.21	279	6.2	5.9	20.38	37.97	0.05	0.05	0.05	1	0	0	392.41	68.13
(SP _{dlimtz_rxbk})	-1.91	-2.3	-1.20	97	37.1	19.5	6.47	94.09	1.29	1.21	1.21	279	6.2	5.9	20.52	36.27	0.05	0.05	0.05	1	0	0	387.98	69.69
(SP _{mtzsign_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	0	0.37	43.78	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.40	252.18
(SP ₊)	-1.91	-4.3	—	—	—	56.1	—	49.62	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	24.40	0.05	0.06	—	—	—	8.9	—	45.93
(SP _{z+rx})	-1.91	-2.4	—	—	—	21.2	5.34	57.57	1.29	1.21	—	—	—	5.9	17.86	23.73	0.05	0.06	—	—	—	8.9	466.13	48.02
(SP _{z+bk})	-1.91	-4.3	-0.28	68	85.3	56.1	5.40	49.56	1.29	1.21	1.05	258	18.6	5.9	17.94	35.50	0.05	0.06	0.05	1	0	8.9	438.48	37.56
(SP _{z+car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	0.31	23.51	0.05	0.06	0.09	0	66.6	8.9	1.20	47.40
(SP _{z+rbk})	-1.91	-2.4	-0.28	68	85.3	21.2	5.52	58.29	1.29	1.21	1.05	258	18.6	5.9	18.65	24.05	0.05	0.06	0.05	1	0	8.9	440.68	35.40
(SP _{z+rxcar})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	18.54	23.44	0.05	0.06	0.09	0	66.6	8.9	437.01	46.00
(SP _{sign})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	—	—	—	0	—	9.38	0.05	0.05	—	—	—	0	—	58.11
(SP _{sign_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	0	0.33	8.71	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.28	64.26
(SP _{sign+})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.78	—	—	—	27.5	—	14.58	0.05	0.05	—	—	—	0	—	60.93
(SP _{sign+car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	27.5	0.34	12.99	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.27	78.37
(SP _{z+})	-1.91	-3.2	—	—	—	40.8	—	114.99	1.29	1.28	—	—	—	0.2	—	125.65	*	*	—	—	*	—	—	X
(SP _{z+rx})	-1.91	-1.8	—	—	—	12.2	39.49	128.41	1.29	1.28	—	—	—	0.2	39.99	128.29	*	*	—	—	*	—	X	X
(SP _{z+bk})	-1.91	-3.2	0.01	51	100.5	40.8	39.44	103.53	1.29	1.28	1.22	327	5.4	0.2	38.29	109.59	*	*	*	0	*	*	X	X
(SP _{z+car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.28	1.13	287	12.4	0.2	0.36	108.83	*	*	0.09	0	*	*	X	X
(SP _{xor})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	—	—	—	0	—	7.73	0.05	0.05	—	—	0	—	—	44.87

Os campos '—' indicam que nenhuma heurística foi empregada para esse modelo.

Os campos '*' indicam que o modelo não conseguiu encontrar uma solução viável para essas instâncias.

Os campos 'X' indicam que o modelo atingiu o tempo limite de 1800s para a heurística ou de 600s para o solver.

Os campos 'n/a' indicam que o modelo não foi aplicado para essa instância.

A instância do *BitcoinOTC* foi avaliada apenas com formulações capazes de lidar com custos de arco negativos. De acordo com as Tabelas 6 e 8, o modelo (SP_+) apresentou o melhor tempo computacional médio para essa instância. Embora a adição da heurística *bucket* contribua para a redução do tempo de execução, ela não resulta em uma melhoria significativa no tempo global (tempo da heurística somado ao tempo de execução do *solver*). Em relação a resultados adicionais não relatados na tabela, o modelo (SP_{mtz}) e sua variação (SP_{mtz_bk}) encontraram soluções ótimas para apenas 3 pares origem–destino dentro do tempo limite, com o valor de -2.67 como média das soluções ótimas. As variações (SP_{mtz_rxbk}) e (SP_{mtz_rx}) resolveram 5 e 6 pares, respectivamente, dentro do limite de tempo, obtendo os valores médios de solução ótima iguais a -2.60 e -2.67. O modelo ($SP_{mtzsign}$) apresentou melhora significativa em comparação ao (SP_{mtz}), resolvendo 125 pares com o valor médio de solução ótima igual a -2.22. Por fim, os demais modelos e suas variações obtiveram soluções ótimas para todos os 148 pares origem–destino, com um valor médio de solução ótima de -1.91. Além disso, a heurística *bucket* encontrou soluções viáveis para, em média, 98.5 pares origem–destino, com 54.2 soluções coincidindo com a solução ótima. Por fim, o número médio de arcos atribuídos aos *buckets* foi de 18.5 para os modelos (SP_{mtz_bk}) e (SP_{mtz_rxbk}), de 8.75 para os modelos (SP_{dlimtz_bk}) e (SP_{dlimtz_rxbk}), de 8.62 para (SP_{z+bk}) e (SP_{z+rbk}), e, finalmente, de 8.03 para (SP_{z+bk}) e (SP_{z+rbk}).

Para a instância *Epinions*, o modelo (SP_{xor}) se destacou, alcançando os melhores tempos computacionais. De forma geral, as heurísticas proveram melhorias modestas no tempo

computacional para essa instância, com destaque para a heurística *CAR*, que apresentou tempos de execução particularmente baixos. Todos os modelos foram capazes de encontrar soluções ótimas para os 329 pares origem–destino que admitem uma solução para o SPP, com o valor médio de solução ótima igual a 1.29. Vale destacar que, a heurística *CAR* encontrou soluções viáveis para, em média, 291 pares origem–destino, com 287 soluções coincidindo com a solução ótima. Enquanto isso, para a heurística *bucket* encontrou soluções viáveis para, em média, 287.2 pares origem–destino, com 279.7 soluções coincidindo com a solução ótima. Por fim, foram distribuídos, em média, 1.75 arcos entre os *buckets* do modelo (SP_{mtz}), 1.88 arcos entre os *buckets* do modelo (SP_{dlmtz}), 1.44 arcos para o modelo (SP_+), e 1.34 arcos para o modelo (SP_{z+}).

A instância *Reddit* apresentou um comportamento particular. O modelo (SP_{z+}) e suas variações não foram capazes de obter soluções viáveis dentro do tempo limite. A heurística *bucket* foi capaz de identificar o caminho ótimo, porém com um tempo de execução extremamente alto, enquanto a heurística *CAR* produziu uma solução com menor G_h , não suficiente para contribuir significativamente para a resolução do modelo. Os modelos (SP_{xor}) e (SP_+) apresentaram os melhores tempos de execução, enquanto o ($SP_{mtzsign}$) obteve o pior desempenho. O valor da solução ótima para esta instância é de 0.05 e, em média, foram atribuídos 5 arcos aos *buckets* para os modelos considerados.

A Tabela 3, que apresenta as características das instâncias reais, revela que os digrafos possuem densidade extremamente baixa e elevada predominância de arcos positivos (superior a 99%). Essas características, em contraste com instâncias como *500₂-1* e *500₃-1*, sugerem um cenário estrutural mais simples, o que tende a facilitar a resolução do problema e, em alguns casos, reduzir a efetividade das heurísticas.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, investigamos formulações existentes para o problema do caminho positivo mínimo (SPP) em digrafos de sinais com arcos ponderados. Propusemos novas desigualdades válidas e novas modelagens matemáticas, que se mostraram eficazes na resolução de instâncias sintéticas e reais. Igualmente, desenvolvemos duas novas soluções heurísticas que contribuíram significativamente para o desempenho dos modelos.

Os experimentos computacionais mostram que, para todas as instâncias com custos reais quaisquer nos arcos, o modelo (SP_+), quando combinado com a heurística *bucket*, supera as abordagens existentes em todos os experimentos realizados, possibilitando a resolução do SPP em digrafos de maior escala. De maneira geral, as heurísticas propostas consistentemente apresentaram os menores tempos computacionais para alcançar a otimalidade, mesmo quando incorporadas em formulações preexistentes (com exceção de casos específicos, como a instância da rede *Reddit*), destacando, assim, sua robustez e aplicabilidade geral. Para instâncias com custos estritamente positivos, o modelo (SP_{xor}) se destaca apresentando os melhores tempos de execução de forma consistente e sendo capaz de obter a solução ótima em média 94% mais rápido do que os modelos da literatura (para as instâncias arbitrárias). Os resultados também sugerem que o desempenho dos modelos está fortemente relacionado às características estruturais das instâncias, como a densidade dos digrafos e a distribuição dos sinais dos arcos em digrafos com custos positivos.

Como trabalhos futuros, pretendemos investigar mais profundamente o comportamento do modelo (SP_{xor}), inclusive sua adaptação para tratar instâncias com arcos de pesos reais, além de desenvolver heurísticas específicas para essa modelagem. Pretendemos, também, incorporar estratégias de planos de corte durante a árvore de busca *branch-and-bound*, aplicar a decomposição automática de Benders do *CPLEX* aos modelos e estudar mais detalhadamente como a topologia de digrafos do mundo real influenciam o comportamento e a eficácia dos modelos e heurísticas.

Por fim, como forma de valorização e divulgação dos resultados alcançados, vale destacar que resultados preliminares deste trabalho foram apresentados no ETC (SOMBRA *et al.*, 2025), bem como os recentes resultados heurísticos foram aceitos como artigo completo no ISCO (SOMBRA; ANDRADE, 2026).

REFERÊNCIAS

- AKGÜN, İ.; TANSEL, B. Ç. New formulations of the hop-constrained minimum spanning tree problem via Miller–Tucker–Zemlin constraints. **European Journal of Operational Research**, [s.l.], v. 212, n. 2, p. 263–276, 2011. ISSN 0377-2217.
- ALBUQUERQUE, F. **Problema de formação de equipes com caminhos positivos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil, 2023. 72 f.
- ASSUNÇÃO, L.; URRUTIA, S.; SANTOS, A. C. Enhancing the convergence of the Feasibility Pump through variable decomposition. In: **34th European Conference on Operational Research (EURO 2025)**. Leeds, England, United Kingdom: [s.n.], 2025.
- CARTWRIGHT, D.; HARARY, F. Structural balance: a generalization of Heider’s theory. **Psychological Review**, American Psychological Association, [s.l.], v. 63, n. 5, p. 277–293, 1956. ISSN 19391471.
- COSTA, I. S.; FIGUEIREDO, R.; REQUEJO, C. The shortest path in signed graphs. In: **Operational Research**. Cham: Springer International Publishing, 2023. p. 53–71. ISBN 978-3-031-20788-4.
- DESROCHERS, M.; LAPORTE, G. Improvements and extensions to the Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints. **Operations Research Letters**, [s.l.], v. 10, n. 1, p. 27–36, 1991. ISSN 0167-6377.
- DREYFUS, S. E. An appraisal of some shortest-path algorithms. **Operations Research, INFORMS**, [s.l.], v. 17, n. 3, p. 395–412, 1969. ISSN 0030364X, 15265463.
- FORTUNE, S.; HOPCROFT, J.; WYLLIE, J. The directed subgraph homeomorphism problem. **Theoretical Computer Science**, [s.l.], v. 10, n. 2, p. 111–121, 1980. ISSN 0304-3975.
- HANSEN, P. Shortest paths in signed graphs. In: BURKARD, R.; CUNINGHAME-GREEN, R.; ZIMMERMANN, U. (Ed.). **Algebraic and Combinatorial Methods in Operations Research**. [s.l.]: North-Holland, 1984, (North-Holland Mathematics Studies, v. 95). p. 201–214.
- HARARY, F. On the notion of balance of a signed graph. **Michigan Mathematical Journal**, University of Michigan, Department of Mathematics, [s.l.], v. 2, n. 2, p. 143 – 146, 1953.
- HEIDER, F. Attitudes and cognitive organization. **The Journal of Psychology**, Routledge, [s.l.], v. 21, n. 1, p. 107–112, 1946. PMID: 21010780.
- KLAMT, S.; KAMP, A. Computing paths and cycles in biological interaction graphs. **BMC Bioinformatics**, [s.l.], v. 10, p. 181, jun. 2009.
- KOUVATIS, I.; SEMERTZIDIS, K.; ZERVA, M.; PITOURA, E.; TSAPARAS, P. Forming compatible teams in signed networks. In: **Proceedings of the 23rd International Conference on Extending Database Technology (EDBT)**. [s.l.]: OpenProceedings.org, 2020.
- KUMAR, S.; HAMILTON, W. L.; LESKOVEC, J.; JURAFSKY, D. Community interaction and conflict on the web. In: **Proceedings of the 2018 World Wide Web Conference**. Republic and Canton of Geneva, CHE: International World Wide Web Conferences Steering Committee, 2018. (WWW ’18), p. 933–943. ISBN 9781450356398.

KUMAR, S.; HOOI, B.; MAKHIJA, D.; KUMAR, M.; FALOUTSOS, C.; SUBRAHMANIAN, V. Rev2: Fraudulent user prediction in rating platforms. In: **Proceedings of the Eleventh ACM International Conference on Web Search and Data Mining**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2018. (WSDM '18), p. 333–341. ISBN 9781450355810.

KUMAR, S.; SPEZZANO, F.; SUBRAHMANIAN, V. S.; FALOUTSOS, C. Edge weight prediction in weighted signed networks. In: **2016 IEEE 16th International Conference on Data Mining (ICDM)**. [s.l.]: [s.n.], 2016. p. 221–230.

LAPPAS, T.; LIU, K.; TERZI, E. Finding a team of experts in social networks. In: **Proceedings of the 15th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2009. (KDD '09), p. 467–476. ISBN 9781605584959.

LESKOVEC, J.; HUTTENLOCHER, D.; KLEINBERG, J. Signed networks in social media. In: **Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2010. (CHI '10), p. 1361–1370. ISBN 9781605589299.

MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Integer programming formulation of traveling salesman problems. **Journal of the ACM**, Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, v. 7, n. 4, p. 326–329, oct 1960. ISSN 0004-5411.

SOMBRA, J.; ANDRADE, R. Reformulations and heuristics for the shortest positive path problem in signed digraphs. In: **9th International Symposium on Combinatorial Optimization**. Kuşadası, Türkiye: ISCO, 2026.

SOMBRA, J.; ANDRADE, R.; CAMPÊLO, M. Desigualdades válidas para o problema do caminho positivo mínimo em digrafos de sinais. In: **Anais do X Encontro de Teoria da Computação**. Porto Alegre, RS, Brasil: SBC, 2025. p. 21–25. ISSN 2595-6116.

WEST, D. **Introduction to Graph Theory**. [s.l.]: Prentice Hall, 2001. (Featured Titles for Graph Theory). ISBN 9780130144003.

APÊNDICE A – RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela 7 – Resultados completos para instâncias aleatórias com arcos de peso real positivo.

Modelo	V = 100								V = 200								V = 500							
	Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)	
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	—	5.99	8.0	6.7	—	—	—	19.4	—	28.95	8.83	8.03	—	—	—	9.9	—	119.83
(SP _{mtz_rx})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	2.48	5.82	8.0	6.7	—	—	—	19.4	16.12	35.25	8.83	8.03	—	—	—	9.9	—	34.78 152.86
(SP _{mtz_bk})	10.5	8.6	9.2	4	12.3	22.0	2.44	5.28	8.0	6.7	7.7	6	3.7	19.4	15.99	33.82	8.83	8.03	9.71	3	9.9	9.9	33.89	122.07
(SP _{mtz_car})	10.5	8.6	13.0	6	23.8	22.0	0.05	5.47	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	0.19	32.67	8.83	8.03	10.17	7	15.1	12.0	0.75	88.95
(SP _{mtz_rxbk})	10.5	8.6	9.2	4	12.3	22.0	2.45	5.44	8.0	6.7	7.7	6	3.7	19.4	16.06	30.68	8.83	8.03	9.71	3	9.9	9.9	33.7	122.98
(SP _{mtz_rxcar})	10.5	8.6	13.0	6	23.8	22.0	2.48	5.45	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	16.23	35.10	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	34.04	105.93
(SP _{dltz})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	—	5.06	8.0	6.7	—	—	—	19.4	—	75.68	8.83	8.03	—	—	—	9.9	—	209.12
(SP _{dltz_rx})	10.5	8.6	—	—	—	22.0	3.06	4.84	8.0	6.7	—	—	—	19.4	21.21	39.53	8.83	8.03	—	—	—	9.9	41.25	264.42
(SP _{dltz_bk})	10.5	8.6	9.7	3	7.6	22.0	3.09	4.73	8.0	6.7	7.7	6	3.7	19.4	21.18	69.90	8.83	8.03	9.87	4	11.7	9.9	40.30	181.46
(SP _{dltz_car})	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	0.07	4.93	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	0.20	60.71	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	0.74	190.3
(SP _{dltz_rxbk})	10.5	8.6	9.2	4	12.3	22.0	3.12	4.61	8.0	6.7	7.7	6	3.7	19.4	21.30	33.66	8.83	8.03	9.87	4	11.7	9.9	40.85	229.93
(SP _{dltz_rxcar})	10.5	8.6	13.0	3	23.8	22.0	3.13	4.79	8.0	6.7	16.3	6	103.7	19.4	21.49	61.47	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	41.62	179.26
(SP _{mtzsign})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	6.23	8.0	8.0	—	—	—	0	—	33.27	8.82	9.00	—	—	—	1.88	—	222.14
(SP _{mtzsign_car})	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.08	4.65	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.18	29.86	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.74	86.14
(SP ₊)	10.5	8.6	—	—	—	22.0	—	4.20	8.0	6.7	—	—	—	24.9	—	30.91	17.50	8.03	—	—	—	117.9	—	123.39
(SP ₊ rx)	10.5	8.6	—	—	—	22.0	2.85	3.96	8.0	6.7	—	—	—	24.9	17.63	33.00	14.42	8.03	—	—	—	79.59	41.22	124.51
(SP ₊ bk)	10.5	8.6	9.7	3	7.6	22.0	2.74	4.12	8.0	6.7	7.8	5	2.5	24.9	16.78	27.10	8.83	8.03	9.87	4	11.7	9.9	40.71	73.16
(SP ₊ car)	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	0.04	3.81	8.0	6.7	16.3	6	103.7	24.9	0.21	40.30	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	0.71	95.33
(SP ₊ rxbk)	10.5	8.6	9.7	3	7.6	22.0	2.85	3.77	8.0	6.7	7.8	5	2.5	24.9	17.49	29.10	8.83	8.03	8.85	4	0.2	9.9	41.07	80.52
(SP ₊ rxcar)	10.5	8.6	13.0	5	23.8	22.0	2.89	3.73	8.0	6.7	16.3	6	103.7	24.9	17.62	41.79	8.83	8.03	10.17	7	15.1	9.9	41.63	68.24
(SP _{sign})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	3.03	8.0	8.0	—	—	—	0	—	20.25	10.00	8.83	—	—	—	13.2	—	151.92
(SP _{sign_car})	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.05	2.09	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.19	14.41	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.73	34.41
(SP _{sign+})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	3.19	8.0	8.0	—	—	—	0	—	23.07	8.83	8.83	—	—	—	0	—	118.53
(SP _{sign+car})	10.5	10.5	13.0	6	23.8	0	0.05	2.25	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0	0.19	17.73	8.83	8.83	10.17	7	15.1	0	0.72	60.18
(SP _{z+})	10.5	10.1	—	—	—	3.9	—	16.82	8.0	7.8	—	—	—	2.6	—	64.28	8.83	10.06	—	—	—	12.2	—	186.22
(SP _{z+rx})	10.5	10.4	—	—	—	0.9	14.38	15.32	8.0	7.9	—	—	—	1.9	187.29	60.51	8.83	10.06	—	—	—	12.2	542.43	190.97
(SP _{z+bk})	10.5	10.1	28.2	9	168.5	3.9	14.37	12.64	8.0	7.9	26.8	9	235.0	2.2	186.65	46.76	8.83	10.06	7.40	5	16.1	12.2	539.51	181.83
(SP _{z+car})	10.5	10.1	13.0	6	23.8	3.9	0.05	14.64	8.0	7.9	16.3	6	103.7	2.2	0.21	72.41	8.83	10.06	10.17	7	15.1	12.2	0.75	110.29
(SP _{z+rxbk})	10.5	10.4	28.2	9	168.5	0.9	14.37	12.08	8.0	8.0	26.8	9	235.0	0.6	187.60	41.78	8.83	10.06	7.40	5	16.1	12.2	539.00	180.13
(SP _{z+rxcar})	10.5	10.4	13.0	6	23.8	0.9	14.41	14.36	8.0	8.0	16.3	6	103.7	0.6	187.62	70.03	8.83	10.06	10.17	7	15.1	12.2	537.37	107.77
(SP _{xor})	10.5	10.5	—	—	—	0	—	1.18	8.0	8.0	—	—	—	0	—	10.52	8.83	8.83	—	—	—	0	—	7.58

Os campos '—' indicam que nenhuma heurística foi empregada para esse modelo.

Tabela 8 – Resultados completos para instâncias do mundo real.

Modelo	BitcoinOTC								Epinions								Reddit							
	Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)	
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-2.67	-21.3	—	—	—	87.5	—	X	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	103.66	0.05	0.05	—	—	—	0	—	139.52
(SP _{mtz_rx})	-2.67	-18.4	—	—	—	85.5	X	X	1.29	1.21	—	—	—	5.9	14.89	125.68	0.05	0.05	—	—	—	0	—	507.34
(SP _{mtz_bk})	-2.67	-21.3	1.00	1	137.4	87.5	X	X	1.29	1.21	1.20	272	6.9	5.9	13.55	106.92	0.05	0.05	0.05	1	0	0	551.79	90.48
(SP _{mtz_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	0.32	103.01	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.15	164.11
(SP _{mtz_rxbk})	-2.60	-18.4	1.00	1	138.4	85.9	X	X	1.29	1.21	1.20	272	6.9	5.9	13.43	102.87	0.05	0.05	0.05	1	0	0	550.54	81.52
(SP _{mtz_rxcar})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	13.26	102.13	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	551.64	155.98
(SP _{dltmtz})	-1.91	-2.4	—	—	—	21.3	—	53.71	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	38.84	0.05	0.05	—	—	—	0	—	75.91
(SP _{dltmtz_rx})	-1.91	-2.3	—	—	—	19.5	6.40	92.65	1.29	1.21	—	—	—	5.9	20.53	37.59	0.05	0.05	—	—	—	0	386.88	77.54
(SP _{dltmtz_bk})	-1.91	-2.4	-1.20	97	37.1	21.5	6.37	54.06	1.29	1.21	1.21	279	6.2	5.9	20.38	37.97	0.05	0.05	0.05	1	0	0	392.41	68.13
(SP _{dltmtz_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	0.32	37.09	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.32	80.25
(SP _{dltmtz_rxbk})	-1.91	-2.3	-1.20	97	37.1	19.5	6.47	94.09	1.29	1.21	1.21	279	6.2	5.9	20.52	36.27	0.05	0.05	0.05	1	0	0	387.98	69.69
(SP _{dltmtz_rxcar})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	20.75	34.05	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	392.04	83.38
(SP _{mtzsign})	-2.22	-2.5	—	—	—	11.6	—	X	1.29	1.29	—	—	—	0	—	45.66	0.05	0.05	—	—	—	0	—	258.58
(SP _{mtzsign_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	0	0.37	43.78	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.40	252.18
(SP ₊)	-1.91	-4.3	—	—	—	56.1	—	49.62	1.29	1.21	—	—	—	5.9	—	24.40	0.05	0.06	—	—	—	8.9	—	45.93
(SP ₊ rx)	-1.91	-2.4	—	—	—	21.2	5.34	57.57	1.29	1.21	—	—	—	5.9	17.86	23.73	0.05	0.06	—	—	—	8.9	466.13	48.02
(SP ₊ bk)	-1.91	-4.3	-0.28	68	85.3	56.1	5.40	49.56	1.29	1.21	1.05	258	18.6	5.9	17.94	35.50	0.05	0.06	0.05	1	0	8.9	438.48	37.56
(SP ₊ car)	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	0.31	23.51	0.05	0.06	0.09	0	66.6	8.9	1.20	47.40
(SP ₊ rxbk)	-1.91	-2.4	-0.28	68	85.3	21.2	5.52	58.29	1.29	1.21	1.05	258	18.6	5.9	18.65	24.05	0.05	0.06	0.05	1	0	8.9	440.68	35.40
(SP ₊ rxcar)	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.21	1.13	287	12.4	5.9	18.54	23.44	0.05	0.06	0.09	0	66.6	8.9	437.01	46.00
(SP _{sign})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	—	—	—	0	—	9.38	0.05	0.05	—	—	—	0	—	58.11
(SP _{sign_car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	0	0.33	8.71	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.28	64.26
(SP _{sign+})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.78	—	—	—	27.5	—	14.58	0.05	0.05	—	—	—	0	—	60.93
(SP _{sign+car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	1.13	287	12.4	27.5	0.34	12.99	0.05	0.05	0.09	0	66.6	0	1.27	78.37
(SP _{z+})	-1.91	-3.2	—	—	—	40.8	—	114.99	1.29	1.28	—	—	—	0.2	—	125.65	*	*	—	—	—	*	—	X
(SP _{z+rx})	-1.91	-1.8	—	—	—	12.2	39.49	128.41	1.29	1.28	—	—	—	0.2	39.99	128.29	*	*	—	—	—	*	X	X
(SP _{z+bk})	-1.91	-3.2	0.01	51	100.5	40.8	39.44	103.53	1.29	1.28	1.22	327	5.4	0.2	38.29	109.59	*	*	*	0	*	*	X	X
(SP _{z+car})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.28	1.13	287	12.4	0.2	0.36	108.83	*	*	*	0	*	*	X	X
(SP _{z+rxbk})	-1.91	-1.8	0.01	51	100.5	12.2	39.85	121.50	1.29	1.28	1.22	327	5.4	0.2	37.51	104.20	*	*	*	0	*	*	X	X
(SP _{z+rxcar})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.28	1.13	287	12.4	0.2	0.36	108.83	*	*	*	0	*	*	X	X
(SP _{xor})	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	1.29	1.29	—	—	—	0	—	7.73	0.05	0.05	—	—	—	0	—	44.87

Os campos '—' indicam que nenhuma heurística foi empregada para esse modelo.

Os campos '*' indicam que o modelo não conseguiu encontrar uma solução viável para essas instâncias.

Os campos 'X' indicam que o modelo atingiu o tempo limite de 1800s para a heurística ou de 600s para o solver.

Os campos 'n/a' indicam que o modelo não foi aplicado para essa instância.

Tabela 9 – Resultados individuais para instâncias com arcos de pesos reais quaisquer.

Modelo	10 ₁ -1								10 ₂ -1								10 ₃ -1							
	Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)		Solução				gap(%)		Tempo(s)	
	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-429.0	-1267.2	—	—	—	66.1	—	5.40	-731.0	-1563.0	—	—	—	53.2	—	6.05	-517.0	-1870.9	—	—	—	72.4	—	43.10
(SP _{mtz_rx})	-429.0	-939.4	—	—	—	54.3	0.21	4.76	-731.0	-1088.0	—	—	—	32.8	0.02	1.54	-517.0	-1250.8	—	—	—	58.7	0.02	49.13
(SP _{mtz_bk})	-429.0	-1220.0	-86.0	0	80.0	64.8	0.01	8.36	-731.0	-1505.8	-132.0	0	81.9	51.5	0.01	25.85	-517.0	-1824.2	-167.0	0	67.7	71.7	0.01	51.96
(SP _{mtz_rxbk})	-429.0	-939.4	-86.0	0	80.0	54.3	0.01	4.89	-731.0	-1088.0	-132.0	0	81.9	32.8	0.02	2.54	-517.0	-1250.8	-167.0	0	67.7	58.7	0.02	28.76
(SP _{dltmtz})	-429.0	-513.5	—	—	—	16.5	—	0.46	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	—	0.01	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	—	0.07
(SP _{dltmtz_rx})	-429.0	-509.2	—	—	—	15.7	0.06	0.42	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	0.01	0.01	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	0.01	0.13
(SP _{dltmtz_bk})	-429.0	-513.5	-86.0	0	80.0	16.5	0.99	0.34	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.85	0.01	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.83	0.08
(SP _{dltmtz_rxbk})	-429.0	-509.2	-86.0	0	80.0	15.7	0.06	0.33	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.01	0.01	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.01	0.08
(SP _{mtzsign})	-429.0	-500.6	—	—	—	14.3	—	0.49	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	—	0.01	-517.0	-547.5	—	—	—	5.6	—	0.15
(SP ₊)	-429.0	-527.7	—	—	—	18.7	—	0.36	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	—	0.01	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	—	0.09
(SP ₊ rx)	-429.0	-509.2	—	—	—	15.7	0.03	0.28	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	0.01	0.01	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	0.01	0.25
(SP ₊ bk)	-429.0	-527.7	-86.0	0	80.0	18.7	0.01	0.25	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.01	0.01	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.01	0.07
(SP ₊ rxbk)	-429.0	-509.2	-86.0	0	80.0	15.7	0.02	0.29	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.01	0.01	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.01	0.07
(SP _{z+})	-429.0	-520.2	—	—	—	17.5	—	0.46	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	—	0.03	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	—	0.13
(SP _{z+rx})	-429.0	-491.2	—	—	—	12.7	0.10	0.33	-731.0	-731.0	—	—	—	0.0	0.01	0.03	-517.0	-554.0	—	—	—	6.7	0.01	0.13
(SP _{z+bk})	-429.0	-520.2	-86.0	0	80.0	17.5	0.10	0.38	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.01	0.21
(SP _{z+rxbk})	-429.0	-491.2	-86.0	0	80.0	12.7	0.10	0.36	-731.0	-731.0	-731.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-517.0	-554.0	-410.0	0	20.7	6.7	0.01	0.21

Modelo	10 ₁ -2								10 ₂ -2								10 ₃ -2							
	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-344.0	-730.3	—	—	—	52.9	—	0.23	-459.0	-1067.1	—	—	—	57.0	—	3.19	-530.0	-1469.3	—	—	—	63.9	—	179.73
(SP _{mtz_rx})	-344.0	-548.1	—	—	—	37.2	0.02	0.09	-459.0	-787.8	—	—	—	41.7	0.03	1.79	-530.0	-988.3	—	—	—	46.4	0.03	10.29
(SP _{mtz_bk})	-344.0	-707.7	-256.0	0	25.6	51.4	0.02	0.16	-459.0	-1025.1	-261.0	0	43.1	55.2	0.02	1.96	-530.0	-1442.5	-49.0	0	90.8	63.3	0.03	23.38
(SP _{mtz_rxbk})	-344.0	-548.1	-256.0	0	25.6	37.2	0.02	0.17	-459.0	-787.8	-261.0	0	43.1	41.7	0.03	1.66	-530.0	-988.3	-49.0	0	90.8	46.4	0.03	18.95
(SP _{dltmtz})	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	—	0.02	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	—	0.03	-530.0	-545.6	—	—	—	2.9	—	0.09
(SP _{dltmtz_rx})	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	0.02	0.02	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	0.02	0.02	-530.0	-545.6	—	—	—	2.9	0.03	0.12
(SP _{dltmtz_bk})	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.85	0.02	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.84	0.02	-530.0	-545.6	-106.0	0	80.0	2.9	0.92	0.12
(SP _{dltmtz_rxbk})	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.02	0.02	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.02	0.02	-530.0	-545.6	-106.0	0	80.0	2.9	0.03	0.09
(SP _{mtzsign})	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	—	0.02	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	—	0.02	-530.0	-549.4	—	—	—	3.5	—	0.16
(SP ₊)	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	—	0.01	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	—	0.01	-530.0	-549.4	—	—	—	3.5	—	0.06
(SP ₊ rx)	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	0.01	0.01	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	0.02	0.01	-530.0	-545.8	—	—	—	2.9	0.02	0.07
(SP ₊ bk)	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.02	0.01	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.02	0.01	-530.0	-549.4	-106.0	0	80.0	3.5	0.03	0.04
(SP ₊ rxbk)	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.01	0.01	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.02	0.01	-530.0	-545.8	-106.0	0	80.0	2.9	0.03	0.04
(SP _{z+})	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	—	0.02	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	—	0.02	-530.0	-548.6	—	—	—	3.4	—	0.11
(SP _{z+rx})	-344.0	-344.0	—	—	—	0.0	0.01	0.02	-459.0	-459.0	—	—	—	0.0	0.01	0.02	-530.0	-543.0	—	—	—	2.4	0.02	0.09
(SP _{z+bk})	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-530.0	-548.6	-106.0	0	80.0	3.4	0.02	0.06

Tabela 9 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{z+rsbk})	-344.0	-344.0	-344.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-459.0	-459.0	-459.0	1	0.0	0.0	0.01	0.02	-530.0	-543.0	-106.0	0	80.0	2.4	0.02	0.05

10 ₁₋₃								10 ₂₋₃								10 ₃₋₃								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-476.0	-1088.8	—	—	—	56.3	—	1.02	-458.0	-1236.7	—	—	—	63.0	—	7.63	-623.0	-1593.9	—	—	—	60.9	—	12.35
(SP _{mtz-rx})	-476.0	-717.4	—	—	—	33.7	0.02	0.84	-458.0	-809.5	—	—	—	43.4	0.01	4.54	-623.0	-1109.3	—	—	—	43.8	0.04	5.56
(SP _{mtz-bk})	-476.0	-1023.1	0.0	0	100.0	53.5	0.02	1.56	-458.0	-1181.7	-71.0	0	84.5	61.2	0.01	6.26	-623.0	-1567.7	-133.0	0	78.7	60.3	0.03	23.77
(SP _{mtz-rsbk})	-476.0	-717.4	0.0	0	100.0	33.7	0.02	0.70	-458.0	-809.5	-71.0	0	84.5	43.4	0.01	4.12	-623.0	-1109.3	-133.0	0	78.7	43.8	0.05	7.69
(SP _{lmtz})	-476.0	-500.7	—	—	—	4.9	—	0.03	-458.0	-538.0	—	—	—	14.9	—	0.07	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	—	0.03
(SP _{lmtz-rx})	-476.0	-482.0	—	—	—	1.2	0.01	0.03	-458.0	-535.4	—	—	—	14.5	0.01	0.04	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	0.03	0.03
(SP _{lmtz-bk})	-476.0	-500.7	-365.0	0	23.3	4.9	0.89	0.02	-458.0	-538.0	0.0	0	100.0	14.9	0.96	0.08	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.92	0.03
(SP _{lmtz-rsbk})	-476.0	-482.0	-365.0	0	23.3	1.2	0.01	0.02	-458.0	-535.4	0.0	0	100.0	14.5	0.01	0.05	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.03	0.02
(SP _{mtzsign})	-476.0	-518.4	—	—	—	8.2	—	0.05	-458.0	-458.0	—	—	—	0.0	—	0.12	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	—	0.01
(SP ₊)	-476.0	-518.4	—	—	—	8.2	—	0.02	-458.0	-540.2	—	—	—	15.2	—	0.06	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	—	0.02
(SP ₊ -rx)	-476.0	-482.0	—	—	—	1.2	0.01	0.01	-458.0	-538.0	—	—	—	14.9	0.01	0.05	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	0.02	0.02
(SP ₊ -bk)	-476.0	-518.4	-365.0	0	23.3	8.2	0.01	0.01	-458.0	-540.2	0.0	0	100.0	15.2	0.01	0.06	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.03	0.02
(SP ₊ -rsbk)	-476.0	-482.0	-365.0	0	23.3	1.2	0.01	0.01	-458.0	-538.0	0.0	0	100.0	14.9	0.01	0.05	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.02	0.02
(SP _{z+})	-476.0	-507.2	—	—	—	6.2	—	0.09	-458.0	-535.0	—	—	—	14.4	—	0.17	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	—	0.03
(SP _{z+} -rx)	-476.0	-476.5	—	—	—	0.1	0.03	0.02	-458.0	-532.1	—	—	—	13.9	0.02	0.15	-623.0	-623.0	—	—	—	0.0	0.01	0.03
(SP _{z+} -bk)	-476.0	-507.2	-365.0	0	23.3	6.2	0.03	0.03	-458.0	-535.0	-183.0	0	60.0	14.4	0.02	0.09	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.01	0.03
(SP _{z+} -rsbk)	-476.0	-476.5	-365.0	0	23.3	0.1	0.03	0.03	-458.0	-532.1	-183.0	0	60.0	13.9	0.02	0.12	-623.0	-623.0	-623.0	1	0.0	0.0	0.01	0.03

10 ₁₋₄								10 ₂₋₄								10 ₃₋₄								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	-391.0	-877.3	—	—	—	55.4	—	1.61	-424.0	-1200.6	—	—	—	64.7	—	1.85	-549.0	-1657.1	—	—	—	66.9	—	51.12
(SP _{mtz-rx})	-391.0	-730.0	—	—	—	46.4	0.01	0.07	-424.0	-835.3	—	—	—	49.2	0.01	2.12	-549.0	-1074.0	—	—	—	48.9	0.04	21.80
(SP _{mtz-bk})	-391.0	-850.6	-33.0	0	91.6	54.0	0.01	1.70	-424.0	-1158.1	-315.0	0	25.7	63.4	0.01	2.38	-549.0	-1645.4	-17.0	0	96.9	66.6	0.03	25.98
(SP _{mtz-rsbk})	-391.0	-730.0	-33.0	0	91.6	46.4	0.01	1.26	-424.0	-835.3	-315.0	0	25.7	49.2	0.01	1.79	-549.0	-1074.0	-17.0	0	96.9	48.9	0.04	39.68
(SP _{lmtz})	-391.0	-394.3	—	—	—	0.8	—	0.04	-424.0	-452.0	—	—	—	6.2	—	0.02	-549.0	-549.0	—	—	—	0.0	—	0.02
(SP _{lmtz-rx})	-391.0	-394.3	—	—	—	0.8	0.03	0.06	-424.0	-452.0	—	—	—	6.2	0.01	0.15	-549.0	-549.0	—	—	—	0.0	0.03	0.02
(SP _{lmtz-bk})	-391.0	-394.3	-162.0	0	58.6	0.8	0.88	0.02	-424.0	-452.0	0.0	0	100.0	6.2	0.94	0.02	-549.0	-549.0	-549.0	1	0.0	0.0	0.92	0.03
(SP _{lmtz-rsbk})	-391.0	-394.3	-162.0	0	58.6	0.8	0.02	0.02	-424.0	-452.0	0.0	0	100.0	6.2	0.01	0.15	-549.0	-549.0	-549.0	1	0.0	0.0	0.03	0.02
(SP _{mtzsign})	-391.0	-391.0	—	—	—	0.0	—	0.06	-424.0	-424.0	—	—	—	0.0	—	0.06	-549.0	-559.4	—	—	—	1.9	—	0.14
(SP ₊)	-391.0	-414.9	—	—	—	5.8	—	0.02	-424.0	-452.0	—	—	—	6.2	—	0.02	-549.0	-561.8	—	—	—	2.3	—	0.04
(SP ₊ -rx)	-391.0	-394.3	—	—	—	0.8	0.01	0.03	-424.0	-452.0	—	—	—	6.2	0.01	0.02	-549.0	-549.0	—	—	—	0.0	0.03	0.02
(SP ₊ -bk)	-391.0	-414.9	-283.0	0	27.6	5.8	0.01	0.02	-424.0	-452.0	0.0	0	100.0	6.2	0.01	0.02	-549.0	-561.8	-146.0	0	73.4	2.3	0.03	0.03
(SP ₊ -rsbk)	-391.0	-394.3	-283.0	0	27.6	0.8	0.01	0.02	-424.0	-452.0	0.0	0	100.0	6.2	0.01	0.02	-549.0	-549.0	-146.0	0	73.4	0.0	0.03	0.03
(SP _{z+})	-391.0	-414.9	—	—	—	5.8	—	0.04	-424.0	-446.0	—	—	—	4.9	—	0.06	-549.0	-561.8	—	—	—	2.3	—	0.06
(SP _{z+} -rx)	-391.0	-394.3	—	—	—	0.8	0.02	0.15	-424.0	-446.0	—	—	—	4.9	0.07	0.06	-549.0	-549.0	—	—	—	0.0	0.02	0.03
(SP _{z+} -bk)	-391.0	-414.9	-283.0	0	27.6	5.8	0.02	0.03	-424.0	-446.0	-315.0	0	25.7	4.9	0.10	0.29	-549.0	-561.8	-146.0	0	73.4	2.3	0.02	0.04
(SP _{z+} -rsbk)	-391.0	-394.3	-283.0	0	27.6	0.8	0.02	0.04	-424.0	-446.0	-315.0	0	25.7	4.9	0.09	0.05	-549.0	-549.0	-146.0	0	73.4	0.0	0.02	0.04

75 ₁₋₁								75 ₂₋₁								75 ₃₋₁								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	—	-41219.8	—	—	—	*	—	X	—	-61944.5	—	—	—	*	—	X	—	-82104.6	—	—	—	*	—	X
(SP _{mtz-rx})	—	-30735.5	—	—	—	5.35	X	—	—	-43361.5	—	—	—	*	10.52	X	—	-55184.0	—	—	—	*	—	X
(SP _{mtz-bk})	-4211.0	-40446.1	-4211.0	1	0.0	89.6	X	X	-4502.0	-61383.4	-4502.0	1	0.0	92.7	X	X	-4289.0	-81688.8	-4289.0	1	0.0	94.7	X	X
(SP _{mtz-rsbk})	-4211.0	-30735.5	-4211.0	1	0.0	86.3	X	X	-4502.0	-43361.5	-4502.0	1	0.0	89.6	X	X	-4289.0	-55184.0	-4289.0	1	0.0	92.2	X	X
(SP _{lmtz})	-6716.0	-6730.7	—	—	—	0.2	—	46.12	-6992.0	-6996.0	—	—	—	0.1	—	11.71	-7065.0	-7070.7	—	—	—	0.1	—	16.29
(SP _{lmtz-rx})	-6716.0	-6720.3	—	—	—	0.1	0.86	9.02	-6992.0	-6995.2	—	—	—	0.0	2.04	10.22	-7065.0	-7067.9	—	—	—	0.0	3.17	39.92
(SP _{lmtz-bk})	-6716.0	-6730.7	-838.0	0	87.5	0.2	0.88	37.34	-6992.0	-6996.0	-1612.0	0	76.9	0.1	2.41	16.74	-7065.0	-7070.7	-4492.0	0	36.4	0.1	3.33	15.94
(SP _{lmtz-rsbk})	-6716.0	-6720.3	-838.0	0	87.5	0.1	0.87	110.09	-6992.0	-6995.2	-1612.0	0	76.9	0.0	2.15	6.69	-7065.0	-7067.9	-4492.0	0	36.4	0.0	3.21	55.19
(SP _{mtzsign})	-6716.0	-6727.6	—	—	—	0.2	—	131.33	-6992.0	-6992.0	—	—	—	0.0	—	77.64	-7065.0	-7073.9	—	—	—	0.1	—	159.99
(SP ₊)	-6716.0	-6730.3	—	—	—	0.2	—	4.95	-6992.0	-6999.8	—	—	—	0.1	—	12.82	-7065.0	-7074.5	—	—	—	0.1	—	29.77
(SP ₊ -rx)	-6716.0	-6720.0	—	—	—	0.1	0.48	3.58	-6992.0	-6995.2	—	—	—	0.0	0.96	16.06	-7065.0	-7067.9	—	—	—	0.0	1.16	32.59
(SP ₊ -bk)	-6716.0	-6730.3	-838.0	0	87.5	0.2	0.55	3.52	-6992.0	-6999.8	-6043.0	0	13.6	0.1	0.87	11.15	-7065.0	-7074.5	-655.0	0	90.7	0.1	1.11	24.84
(SP ₊ -rsbk)	-6716.0	-6720.0	-838.0	0	87.5	0.1	0.53	4.69	-6992.0	-6995.2	-6043.0	0	13.6	0.0	0.92	4.87	-7065.0	-7067.9	-655.0	0	90.7	0.0		

Tabela 9 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _z)	-6568.0	-6583.5	—	—	—	0.2	—	17.68	-6926.0	-6927.0	—	—	—	0.0	—	9.76	-7087.0	-7089.8	—	—	—	0.0	—	18.89
(SP _{z+rx})	-6568.0	-6583.0	—	—	—	0.2	0.87	20.03	-6926.0	-6926.3	—	—	—	0.0	1.63	8.11	-7087.0	-7088.0	—	—	—	0.0	2.37	8.72
(SP _{z+bk})	-6568.0	-6583.5	0.0	0	100.0	0.2	0.87	17.27	-6926.0	-6927.0	-3200.0	0	53.8	0.0	1.58	7.43	-7087.0	-7089.8	-3831.0	0	45.9	0.0	2.31	8.27
(SP _{z+rx+bk})	-6568.0	-6583.0	0.0	0	100.0	0.2	0.92	20.80	-6926.0	-6926.6	-3200.0	0	53.8	0.0	1.74	6.10	-7087.0	-7088.0	-3831.0	0	45.9	0.0	2.48	6.72

75 ₁₋₄								75 ₂₋₄								75 ₃₋₄								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	—	-39282.5	—	—	—	*	—	X	—	-63696.2	—	—	—	*	—	X	—	-82735.4	—	—	—	*	—	X
(SP _{mtz rx})	—	-29884.2	—	—	—	*	4.80	X	—	-44230.7	—	—	—	*	11.78	X	—	-55257.8	—	—	—	*	15.90	X
(SP _{mtz bk})	-3896.0	-38531.2	-3896.0	1	0.0	89.9	X	X	-3962.0	-63100.1	-3962.0	1	0.0	93.7	X	X	-4053.0	-82138.5	-4053.0	1	0.0	95.1	X	X
(SP _{mtz rx+bk})	-3896.0	-29884.2	-3896.0	1	0.0	87.0	X	X	-3962.0	-44230.7	-3962.0	1	0.0	91.0	X	X	-4053.0	-55257.8	-4053.0	1	0.0	92.7	X	X
(SP _{lmtz})	-6525.0	-6525.9	—	—	—	0.0	—	1.63	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	—	4.16	-7081.0	-7083.0	—	—	—	0.0	—	6.02
(SP _{lmtz rx})	-6525.0	-6525.0	—	—	—	0.0	0.72	1.40	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	3.47	1.77	-7081.0	-7082.9	—	—	—	0.0	3.31	4.64
(SP _{lmtz bk})	-6525.0	-6525.9	-6087.0	0	6.7	0.0	0.76	1.71	-6948.0	-6948.0	-6948.0	1	0.0	0.0	3.68	1.58	-7081.0	-7083.0	-3946.0	0	44.3	0.0	3.06	15.81
(SP _{lmtz rx+bk})	-6525.0	-6525.0	-6087.0	0	6.7	0.0	0.75	1.53	-6948.0	-6948.0	-6948.0	1	0.0	0.0	3.68	1.45	-7081.0	-7082.9	-3946.0	0	44.3	0.0	3.10	31.01
(SP _{mtzsign})	-6525.0	-6525.9	—	—	—	0.0	—	17.51	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	—	6.23	-7081.0	-7081.9	—	—	—	0.0	—	33.84
(SP ₊)	-6525.0	-6525.9	—	—	—	0.0	—	1.29	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	—	4.38	-7081.0	-7083.0	—	—	—	0.0	—	10.49
(SP _{z+rx})	-6525.0	-6525.0	—	—	—	0.0	0.44	0.40	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	2.08	2.95	-7081.0	-7082.9	—	—	—	0.0	1.11	8.59
(SP _{z+bk})	-6525.0	-6525.9	-6087.0	0	6.7	0.0	0.42	0.58	-6948.0	-6948.0	-4046.0	0	41.8	0.0	2.35	1.16	-7081.0	-7083.0	-3946.0	0	44.3	0.0	1.33	4.11
(SP _{z+rx+bk})	-6525.0	-6525.0	-6087.0	0	6.7	0.0	0.45	0.53	-6948.0	-6948.0	-2822.0	0	59.4	0.0	2.37	1.88	-7081.0	-7082.9	-3946.0	0	44.3	0.0	1.12	8.95
(SP _{z+})	-6525.0	-6525.9	—	—	—	0.0	—	4.45	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	—	9.22	-7081.0	-7083.0	—	—	—	0.0	—	22.61
(SP _{z+rx})	-6525.0	-6525.0	—	—	—	0.0	0.90	4.29	-6948.0	-6948.0	—	—	—	0.0	1.63	5.66	-7081.0	-7082.9	—	—	—	0.0	2.42	13.10
(SP _{z+bk})	-6525.0	-6525.9	-6087.0	0	6.7	0.0	0.82	4.69	-6948.0	-6948.0	-6948.0	1	0.0	0.0	1.56	4.96	-7081.0	-7083.0	-3946.0	0	44.3	0.0	2.52	18.79
(SP _{z+rx+bk})	-6525.0	-6525.0	-6087.0	0	6.7	0.0	0.87	4.50	-6948.0	-6948.0	-6948.0	1	0.0	0.0	1.61	4.96	-7081.0	-7082.9	-3946.0	0	44.3	0.0	2.66	18.83

150 ₁₋₁								150 ₂₋₁								150 ₃₋₁								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	—	-194839.9	—	—	—	*	—	X	—	-247853.0	—	—	—	*	—	X	—	-310500.9	—	—	—	*	—	X
(SP _{mtz rx})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{mtz bk})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{mtz rx+bk})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{lmtz})	-14458.0	-14459.9	—	—	—	0.0	—	75.31	-14559.0	-14561.0	—	—	—	0.0	—	74.77	-14623.0	-14625.9	—	—	—	0.0	—	84.45
(SP _{lmtz rx})	-14458.0	-14458.8	—	—	—	0.0	4.56	119.78	-14559.0	-14560.0	—	—	—	0.0	9.12	251.39	-14623.0	-14623.3	—	—	—	0.0	9.38	10.54
(SP _{lmtz bk})	-14458.0	-14459.9	-7264.0	0	49.8	0.0	5.11	113.37	-14559.0	-14561.0	-14268.0	0	2.0	0.0	8.36	27.09	-14623.0	-14625.9	0.0	0	100.0	0.0	66.39	84.41
(SP _{lmtz rx+bk})	-14458.0	-14458.8	-7264.0	0	49.8	0.0	4.91	234.04	-14559.0	-14560.0	-14268.0	0	2.0	0.0	9.33	108.92	-14623.0	-14623.3	-8705.0	0	40.5	0.0	X	9.19
(SP _{mtzsign})	-14012.0	-14453.6	—	—	—	3.1	—	X	-14556.0	-14557.0	—	—	—	0.0	—	X	-14461.0	-14624.8	—	—	—	1.1	—	X
(SP ₊)	-14458.0	-14459.9	—	—	—	0.0	—	165.53	-14559.0	-14561.0	—	—	—	0.0	—	110.25	-14623.0	-14626.7	—	—	—	0.0	—	45.67
(SP _{z+rx})	-14458.0	-14458.8	—	—	—	0.0	3.66	90.46	-14559.0	-14560.0	—	—	—	0.0	6.09	90.97	-14623.0	-14623.5	—	—	—	0.0	9.07	166.45
(SP _{z+bk})	-14458.0	-14459.9	-9483.0	0	34.4	0.0	3.80	65.26	-14559.0	-14561.0	-6834.0	0	53.1	0.0	5.66	70.36	-14623.0	-14626.7	-11772.0	0	19.5	0.0	10.96	19.16
(SP _{z+rx+bk})	-14458.0	-14458.8	-9483.0	0	34.4	0.0	3.77	172.80	-14559.0	-14560.0	-14268.0	0	2.0	0.0	6.35	102.45	-14623.0	-14623.5	-11772.0	0	19.5	0.0	10.53	341.99
(SP _{z+})	-14458.0	-14459.9	—	—	—	0.0	—	100.06	-14559.0	-14561.0	—	—	—	0.0	—	103.46	-14623.0	-14626.7	—	—	—	0.0	—	136.37
(SP _{z+rx})	-14458.0	-14458.8	—	—	—	0.0	15.09	120.16	-14559.0	-14560.0	—	—	—	0.0	16.11	99.64	-14623.0	-14623.5	—	—	—	0.0	20.74	71.55
(SP _{z+bk})	-14458.0	-14459.9	-9571.0	0	33.8	0.0	12.48	70.26	-14559.0	-14561.0	-12117.0	0	16.8	0.0	15.03	95.81	-14623.0	-14626.7	-11772.0	0	19.5	0.0	22.21	121.07
(SP _{z+rx+bk})	-14458.0	-14458.8	-9571.0	0	33.8	0.0	13.24	73.54	-14559.0	-14560.0	-12117.0	0	16.8	0.0	15.92	69.24	-14623.0	-14623.5	-11772.0	0	19.5	0.0	24.31	36.35

150 ₁₋₂								150 ₂₋₂								150 ₃₋₂								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	—	-192997.8	—	—	—	*	—	X	—	-251455.3	—	—	—	*	—	X	—	-310346.5	—	—	—	*	—	X
(SP _{mtz rx})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{mtz bk})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{mtz rx+bk})	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X	—	-193744.9	—	—	—	*	X	X
(SP _{lmtz})	-14417.0	-14418.0	—	—	—	0.0	—	10.41	-14554.0	-14557.0	—	—	—	0.0	—	415.94	-14644.0	-14644.0	—	—	—	0.0	—	24.93
(SP _{lmtz rx})	-14417.0	-14417.0	—	—	—	0.0	4.67	6.91	-14554.0	-14555.9	—	—	—	0.0	7.06	114.01	-14644.0	-14644.0	—	—	—	0.0	9.54	52.87
(SP _{lmtz bk})	-14417.0	-14418.0	-12095.0	0	16.1	0.0	4.60	8.07	-14554.0	-14557.0	-5842.0	0	59.9	0.0	7.17	106.66	-14644.0	-14644.0	-12196.0	0	16.7	0.0	12.16	9.34
(SP _{lmtz rx+bk})	-14417.0	-14417.0	-12095.0	0	16.1	0.0	4.85	7.40	-14554.0	-14555.9	-5842.0	0	59.9	0.0	7.30	154.92	-14644.0	-14644.0	-11884.0	0	18.8	0.0	20.52	11.05
(SP _{mtzsign})	-14417.0	-14417.3	—	—	—	0.0	—	168.38	-14424.0	-14545.9	—	—	—	0.8	—	X	-14644.0	-14633.8	—	—	—	0.1	—	194.65
(SP ₊)	-14417.0	-14418.0	—	—	—	0.0	—	16.95	-14554.0	-14557.0	—	—	—	0.0	—	279.19	-14644.0	-14644.0	—	—	—	0.0	—	66.95
(SP _{z+rx})	-																							

Tabela 9 – continuação

Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP ₊ rx)	-14478.0	-14480.2	—	—	—	0.0	3.91	102.45	-14570.0	-14570.5	—	—	—	0.0	15.34	107.04	-14663.0	-14663.0	—	—	—	0.0	8.01	29.83
(SP ₊ bk)	-14479.0	-14483.0	-7949.0	0	45.1	0.0	3.38	70.70	-14570.0	-14571.0	-384.0	0	97.4	0.0	16.55	91.15	-14663.0	-14663.0	-10942.0	0	25.4	0.0	7.62	8.89
(SP ₊ rxbk)	-14479.0	-14480.2	-8654.0	0	40.2	0.0	3.98	12.96	-14570.0	-14570.5	-384.0	0	97.4	0.0	17.32	29.51	-14663.0	-14663.0	-10942.0	0	25.4	0.0	8.56	9.24
(SP ₊ z)	-14479.0	-14483.0	—	—	—	0.0	—	133.16	-14570.0	-14571.0	—	—	—	0.0	—	193.32	-14663.0	-14663.0	—	—	—	0.0	—	26.50
(SP ₊ z+rx)	-14479.0	-14480.5	—	—	—	0.0	12.84	115.07	-14570.0	-14570.5	—	—	—	0.0	17.75	150.96	-14663.0	-14663.0	—	—	—	0.0	19.80	45.23
(SP ₊ z+bk)	-14479.0	-14483.0	-5070.0	0	65.0	0.0	20.59	80.62	-14570.0	-14571.0	-384.0	0	97.4	0.0	19.23	79.79	-14663.0	-14663.0	-9261.0	0	36.8	0.0	18.61	18.43
(SP ₊ z+rxbk)	-14478.0	-14480.5	-5070.0	0	65.0	0.0	21.02	490.98	-14570.0	-14570.5	-384.0	0	97.4	0.0	19.08	100.92	-14663.0	-14663.0	-9261.0	0	36.8	0.0	19.44	19.30

Os campos "—" indicam ausência de valor.

Os campos "*" indicam que o modelo não conseguiu encontrar uma solução viável para essa instância.

Os campos "X" indicam que o modelo atingiu o tempo limite de 1800s para a heurística ou de 600s para o solver.

Tabela 10 – Resultados individuais para instâncias com arcos de pesos reais positivos.

Modelo	100 ₁ -1								100 ₂ -1								100 ₃ -1							
	Solução				gap(%)				Tempo(s)				Solução				gap(%)				Tempo(s)			
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	5.29	10.0	8.5	—	—	—	17.6	—	6.67	9.0	8.5	—	—	—	5.9	—	3.68
(SP _{mtz} _rx)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	1.84	5.31	10.0	8.5	—	—	—	17.6	2.32	6.88	9.0	8.5	—	—	—	5.9	3.27	4.37
(SP _{mtz} _bk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	1.61	3.79	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.16	6.86	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.30	5.01
(SP _{mtz} _car)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.02	3.82	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	0.03	13.20	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	0.04	3.49
(SP _{mtz} _rxbk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	1.57	3.82	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.22	6.84	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.33	4.34
(SP _{mtz} _rxcar)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	1.67	3.81	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	2.17	12.93	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	3.43	3.54
(SP _{dltmtz})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	2.40	10.0	8.5	—	—	—	17.6	—	3.07	9.0	8.5	—	—	—	5.9	—	5.74
(SP _{dltmtz} _rx)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	2.28	2.37	10.0	8.5	—	—	—	17.6	2.87	3.05	9.0	8.5	—	—	—	5.9	3.81	7.67
(SP _{dltmtz} _bk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	2.30	1.61	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.84	3.12	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.81	5.54
(SP _{dltmtz} _car)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.02	1.67	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	0.03	11.06	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	0.14	4.40
(SP _{dltmtz} _rxbk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	2.39	1.65	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.82	3.05	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.99	7.93
(SP _{dltmtz} _rxcar)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	2.37	1.83	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	2.84	11.84	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	3.99	4.95
(SP _{mtzsign+})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	2.57	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	4.00	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	9.70
(SP _{mtzsign+car})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.02	1.61	10.0	10.0	10.0	0	10.0	0.0	0.03	3.98	9.0	9.0	14.0	0	55.6	0.0	0.04	7.29
(SP ₊)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	1.31	10.0	8.5	—	—	—	17.6	—	1.75	9.0	8.5	—	—	—	5.9	—	4.24
(SP ₊ rx)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	2.05	1.30	10.0	8.5	—	—	—	17.6	2.75	2.85	9.0	8.5	—	—	—	5.9	3.78	4.15
(SP ₊ bk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	1.90	0.88	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.41	1.77	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.74	4.20
(SP ₊ car)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.02	0.96	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	0.03	7.38	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	0.04	4.18
(SP ₊ rxbk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	2.13	0.89	10.0	8.5	0.0	0	100.0	17.6	2.54	2.62	9.0	8.5	0.0	0	100.0	5.9	3.83	4.14
(SP ₊ rxcar)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	2.11	0.89	10.0	8.5	10.0	0	10.0	17.6	2.48	7.69	9.0	8.5	14.0	0	55.6	5.9	3.88	4.10
(SP _{sign})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	1.54	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	2.13	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	3.45
(SP _{sign} _car)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.04	0.93	10.0	10.0	10.0	0	10.0	0.0	0.08	2.13	9.0	9.0	14.0	0	55.6	0.0	0.04	2.65
(SP _{sign+})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	1.68	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	2.31	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	3.76
(SP _{sign+car})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.03	1.06	10.0	10.0	10.0	0	10.0	0.0	0.03	2.35	9.0	9.0	14.0	0	55.6	0.0	0.10	2.90
(SP _z)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	7.16	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	25.77	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	23.20
(SP _z +rx)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	3.67	7.00	10.0	10.0	—	—	—	0.0	5.11	25.75	9.0	9.0	—	—	—	0.0	7.76	23.15
(SP _z +bk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	3.91	5.80	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	5.12	9.86	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	7.77	12.52
(SP _z +car)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.03	5.81	10.0	10.0	10.0	0	10.0	0.0	0.03	53.11	9.0	9.0	14.0	0	55.6	0.0	0.04	13.67
(SP _z +rxbk)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	3.73	5.84	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	5.13	9.56	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	7.77	12.52
(SP _z +rxcar)	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	3.79	6.22	10.0	10.0	10.0	0	10.0	0.0	5.24	50.10	9.0	9.0	14.0	0	55.6	0.0	7.96	13.61
(SP _{xor})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	0.84	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	1.05	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	1.71

Modelo	100 ₁ -2								100 ₂ -2								100 ₃ -2							
	Solução				gap(%)				Tempo(s)				Solução				gap(%)				Tempo(s)			
	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	12.0	10.0	—	—	—	20.0	—	7.83	11.0	4.3	—	—	—	153.8	—	7.43	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	3.83
(SP _{mtz} _rx)	12.0	10.0	—	—	—	20.0	1.76	6.18	11.0	4.3	—	—	—	153.8	2.13	7.49	7.0	7.0	—	—	—	0.0	3.39	3.78
(SP _{mtz} _bk)	12.0	10.0	0.0	0	100.0	20.0	1.76	6.63	11.0	4.3	0.0	0	100.0	153.8	2.06	7.32	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	3.47	3.34
(SP _{mtz} _car)	12.0	10.0	18.0	0	50.0	20.0	0.06	5.36	11.0	4.3	11.0	1	0.0	153.8	0.03	7.05	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	0.04	3.36
(SP _{mtz} _rxbk)	12.0	10.0	0.0	0	100.0	20.0	1.77	6.12	11.0	4.3	0.0	0	100.0	153.8	2.10	7.40	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	3.46	3.32
(SP _{mtz} _rxcar)	12.0	10.0	18.0	0	50.0	20.0	1.83	5.09	11.0	4.3	11.0	1	0.0	153.8	2.10	7.28	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	3.48	3.29
(SP _{dltmtz})	12.0	10.0	—	—	—	20.0	—	7.22	11.0	4.3	—	—	—	153.8	—	8.62	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	4.57
(SP _{dltmtz} _rx)	12.0	10.0	—	—	—	20.0	2.45	4.06	11.0	4.3	—	—	—	153.8	3.21	6.70	7.0	7.0	—	—	—	0.0	3.63	4.47
(SP _{dltmtz} _bk)	12.0	10.0	0.0	0	100.0	20.0	2.48	7.16	11.0	4.3	0.0	0	100.0	153.8	3.25	8.41	7.0	7.0	9.0	0	28.6	0.0	3.74	4.32
(SP _{dltmtz} _car)	12.0	10.0	18.0	0	50.0	20.0	0.06	5.29	11.0	4.3	11.0	1	0.0	153.8										

Tabela 10 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	11.0	10.3	—	—	—	6.5	—	5.78	10.0	9.5	—	—	—	5.3	—	6.18	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	3.55
(SP _{mtz_rx})	11.0	10.3	—	—	—	6.5	1.91	5.61	10.0	9.5	—	—	—	5.3	2.21	6.42	10.0	10.0	—	—	—	0.0	3.47	3.74
(SP _{mtz_bk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	1.96	4.74	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	2.19	6.10	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.29	2.25
(SP _{mtz_car})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	0.02	4.94	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	0.08	5.58	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	2.25
(SP _{mtz_rxbk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	1.90	4.78	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	2.21	6.37	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.19	2.26
(SP _{mtz_rxcar})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	1.94	4.95	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	2.27	5.58	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.26	2.23
(SP _{dltmtz})	11.0	10.3	—	—	—	6.5	—	2.95	10.0	9.5	—	—	—	5.3	—	3.57	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	4.08
(SP _{dltmtz_rx})	11.0	10.3	—	—	—	6.5	2.64	3.17	10.0	9.5	—	—	—	5.3	2.92	3.24	10.0	10.0	—	—	—	0.0	3.72	4.03
(SP _{dltmtz_bk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	2.72	2.68	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	2.96	3.57	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.80	2.38
(SP _{dltmtz_car})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	0.03	2.98	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	0.07	3.38	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	2.33
(SP _{dltmtz_rxbk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	2.61	2.64	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	2.93	3.22	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.77	2.51
(SP _{dltmtz_rxcar})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	2.68	2.93	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	3.01	3.41	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.73	2.41
(SP _{mtzsign+})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	5.01	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	6.52	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	7.48
(SP _{mtzsign+car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.03	4.58	10.0	10.0	21.0	0	110.0	0.0	0.14	5.83	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.13	2.96
(SP ₊)	11.0	10.3	—	—	—	6.5	—	2.52	10.0	9.5	—	—	—	5.3	—	2.85	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	4.02
(SP _{+rx})	11.0	10.3	—	—	—	6.5	2.18	2.37	10.0	9.5	—	—	—	5.3	2.76	3.10	10.0	10.0	—	—	—	0.0	3.86	3.91
(SP _{+bk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	2.17	2.30	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	2.59	2.80	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.62	2.82
(SP _{+car})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	0.02	2.56	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	0.07	3.00	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	2.79
(SP _{+rxbk})	11.0	10.3	11.0	1	0.0	6.5	2.15	2.27	10.0	9.5	0.0	0	100.0	5.3	3.23	2.90	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.74	2.72
(SP _{+rxcar})	11.0	10.3	14.0	0	27.3	6.5	2.38	2.51	10.0	9.5	21.0	0	110.0	5.3	2.80	2.96	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	3.79	2.78
(SP _{sign})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	1.58	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	3.13	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	2.69
(SP _{sign_car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.03	1.58	10.0	10.0	21.0	0	110.0	0.0	0.07	2.56	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	1.54
(SP _{sign+})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	1.75	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	3.19	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	2.90
(SP _{sign+car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.03	1.75	10.0	10.0	21.0	0	110.0	0.0	0.07	3.77	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	1.69
(SP ₊)	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	9.34	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	12.69	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	12.78
(SP _{+rx})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	4.07	9.60	10.0	10.0	—	—	—	0.0	5.45	11.64	10.0	10.0	—	—	—	0.0	6.61	12.95
(SP _{+bk})	11.0	11.0	11.0	1	0.0	0.0	4.17	9.12	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	5.48	10.10	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	6.59	10.10
(SP _{+car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.03	9.72	10.0	10.0	21.0	0	110.0	0.0	0.15	10.57	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	9.98
(SP _{+rxbk})	11.0	11.0	11.0	1	0.0	0.0	4.28	9.31	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	5.48	10.02	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	6.68	9.92
(SP _{+rxcar})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	4.28	9.57	10.0	10.0	21.0	0	110.0	0.0	5.58	10.61	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	6.82	9.95
(SP _{xor})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	0.82	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	0.98	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	1.65

100 ₁ -4								100 ₂ -4								100 ₃ -4								
Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	15.0	13.0	—	—	—	15.4	—	5.75	12.0	7.6	—	—	—	57.9	—	6.81	10.0	5.5	—	—	—	81.8	—	9.06
(SP _{mtz_rx})	15.0	13.0	—	—	—	15.4	1.83	5.78	12.0	7.7	—	—	—	55.6	2.37	6.86	10.0	5.5	—	—	—	81.8	3.27	7.42
(SP _{mtz_bk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	1.81	5.31	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	2.43	6.83	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.27	5.14
(SP _{mtz_car})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	0.03	4.76	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	0.09	7.91	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	0.09	3.94
(SP _{mtz_rxbk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	1.89	5.71	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	2.37	6.90	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.33	7.43
(SP _{mtz_rxcar})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	1.84	4.81	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	2.39	7.98	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	3.34	3.94
(SP _{dltmtz})	15.0	13.0	—	—	—	15.4	—	3.41	12.0	7.7	—	—	—	55.6	—	9.50	10.0	5.5	—	—	—	81.8	—	5.53
(SP _{dltmtz_rx})	15.0	13.0	—	—	—	15.4	2.73	3.55	12.0	7.7	—	—	—	55.6	3.12	10.22	10.0	5.5	—	—	—	81.8	3.34	5.51
(SP _{dltmtz_bk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	2.67	3.26	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	3.09	9.33	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.40	5.35
(SP _{dltmtz_car})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	0.03	3.24	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	0.12	8.08	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	0.19	5.06
(SP _{dltmtz_rxbk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	2.72	3.82	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	3.24	10.17	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.42	5.51
(SP _{dltmtz_rxcar})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	2.83	3.30	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	3.14	5.42	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	3.43	5.43
(SP _{mtzsign+})	15.0	15.0	—	—	—	0.0	—	4.87	12.0	12.0	—	—	—	0.0	—	7.00	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	11.72
(SP _{mtzsign+car})	15.0	15.0	20.0	0	33.3	0.0	0.12	4.73	12.0	12.0	13.0	0	8.3	0.0	0.03	5.90	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.16	8.03
(SP ₊)	15.0	13.0	—	—	—	15.4	—	2.56	12.0	7.7	—	—	—	55.6	—	7.91	10.0	5.5	—	—	—	81.8	—	5.36
(SP _{+rx})	15.0	13.0	—	—	—	15.4	2.47	2.81	12.0	7.7	—	—	—	55.6	2.90	5.58	10.0	5.5	—	—	—	81.8	3.32	5.41
(SP _{+bk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	2.21	2.49	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	2.73	9.03	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.42	5.38
(SP _{+car})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	0.03	2.66	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	0.08	4.35	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	0.08	5.21
(SP _{+rxbk})	15.0	13.0	0.0	0	100.0	15.4	2.36	2.78	12.0	7.7	0.0	0	100.0	55.6	2.81	5.49	10.0	5.5	0.0	0	100.0	81.8	3.30	5.38
(SP _{+rxcar})	15.0	13.0	20.0	0	33.3	15.4	2.45	2.67	12.0	7.7	13.0	0	8.3	55.6	2.96	3.90	10.0	5.5	10.0	1	0.0	81.8	3.40	5.20
(SP _{sign})	15.0	15.0	—	—	—	0.0	—	2.14	12.0	12.0	—	—	—	0.0	—	4.37	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	6.31
(SP _{sign_car})	15.0	15.0	20.0	0	33.3	0.0	0.03	2.15	12.0	12.0	13.0	0	8.3	0.0	0.03	2.60	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.09	3.05
(SP _{sign+})	15.0	15.0	—	—	—	0.0	—	2.85	12.0	12.0	—	—	—	0.0	—	5.42	10.							

Tabela 10 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{sign+})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	19.62	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	16.38	6.0	6.0	—	—	0.0	0.0	—	25.82
(SP _{sign+car})	10.0	10.0	87.0	0	770.0	0.0	0.18	13.66	7.0	7.0	0.0	0	100.0	0.0	0.26	16.34	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.24	6.32
(SP ₊)	10.0	10.0	—	—	—	0.1	—	162.01	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	94.50	6.0	6.0	—	—	0.0	0.0	—	19.81
(SP _{z+rx})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	244.00	138.43	7.0	7.0	—	—	—	0.0	228.97	92.49	6.0	6.0	—	—	0.0	0.0	21.44	19.63
(SP _{z+bk})	10.0	10.0	108.0	0	980.0	0.1	238.64	136.29	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	222.58	36.00	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	21.38	16.51
(SP _{z+car})	10.0	10.0	87.0	0	770.0	0.1	0.24	106.42	7.0	7.0	0.0	0	100.0	0.0	0.22	93.39	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.26	16.51
(SP _{z+rbk})	10.0	10.0	108.0	0	980.0	0.0	242.54	87.47	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	224.96	35.93	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	21.53	16.38
(SP _{z+rcar})	10.0	10.0	87.0	0	770.0	0.0	237.22	129.50	7.0	7.0	0.0	0	100.0	0.0	228.57	94.17	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	21.46	16.34
(SP _{xor})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	5.51	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	9.55	6.0	6.0	—	—	0.0	0.0	—	16.58

200 ₁₋₂								200 ₂₋₂								200 ₃₋₂								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	10.26	9.0	8.0	—	—	—	12.5	—	53.29	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	20.63
(SP _{mtz_rx})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	8.17	10.18	9.0	8.0	—	—	—	12.5	14.93	55.25	7.0	7.0	—	—	—	0.0	25.20	20.78
(SP _{mtz_bk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	8.19	4.08	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	14.98	51.49	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	25.20	20.14
(SP _{mtz_car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.25	8.08	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	0.12	79.02	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.19	68.98
(SP _{mtz_rxbk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	8.30	4.07	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	15.08	55.17	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	25.24	20.17
(SP _{mtz_rcar})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	8.45	8.06	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	15.18	84.08	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	25.40	69.48
(SP _{dltmtz})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	23.63	9.0	8.0	—	—	—	12.5	—	64.92	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	27.11
(SP _{dltmtz_rx})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	12.59	24.05	9.0	8.0	—	—	—	12.5	20.32	29.93	7.0	7.0	—	—	—	0.0	31.55	26.40
(SP _{dltmtz_bk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	11.85	16.75	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	20.35	64.82	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	31.25	25.50
(SP _{dltmtz_car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.28	24.37	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	0.13	133.32	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.17	121.12
(SP _{dltmtz_rxbk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	12.68	16.56	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	20.43	29.85	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	31.33	25.94
(SP _{dltmtz_rcar})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	12.80	24.48	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	20.50	104.80	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	31.61	121.46
(SP _{mtzsign+})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	16.61	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	51.76	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	17.50
(SP _{mtzsign+car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.20	16.85	9.0	9.0	9.0	0	11.1	0.0	0.12	51.15	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.21	17.12
(SP ₊)	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	7.79	9.0	8.0	—	—	—	12.5	—	38.83	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	23.28
(SP _{z+rx})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	9.60	7.59	9.0	8.0	—	—	—	12.5	16.36	37.65	7.0	7.0	—	—	—	0.0	30.63	28.38
(SP _{z+bk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	9.30	3.82	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	15.79	38.60	7.0	7.0	0.0	0	100.0	0.0	25.95	23.31
(SP _{z+car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.25	7.99	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	0.18	77.19	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.17	84.99
(SP _{z+rbk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	9.55	3.60	9.0	8.0	0.0	0	100.0	12.5	16.38	37.65	7.0	7.0	9.0	0	28.6	0.0	28.73	24.03
(SP _{z+rcar})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	9.82	7.92	9.0	8.0	9.0	0	11.1	12.5	16.44	82.14	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	29.71	79.59
(SP _{sign})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	7.15	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	32.66	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	25.61
(SP _{sign_car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.26	7.18	9.0	9.0	9.0	0	11.1	0.0	0.22	22.07	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.17	24.92
(SP _{sign+})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	8.03	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	53.75	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	26.58
(SP _{sign+car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.20	8.18	9.0	9.0	9.0	0	11.1	0.0	0.13	53.12	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.26	25.02
(SP _{z+})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	30.05	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	48.87	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	19.15
(SP _{z+rx})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	19.16	29.76	9.0	9.0	—	—	—	0.0	400.96	48.68	7.0	7.0	—	—	—	0.0	21.97	20.86
(SP _{z+bk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	19.13	17.99	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	400.87	35.04	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	23.01	18.91
(SP _{z+car})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	0.26	32.98	9.0	9.0	9.0	0	11.1	0.0	0.12	50.28	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	0.24	22.83
(SP _{z+rbk})	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	19.23	17.96	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	402.61	35.10	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	23.18	20.44
(SP _{z+rcar})	9.0	9.0	13.0	0	44.4	0.0	19.45	32.97	9.0	9.0	9.0	0	11.1	0.0	412.74	53.72	7.0	7.0	11.0	0	57.1	0.0	22.23	22.18
(SP _{xor})	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	5.36	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	9.52	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	17.03

200 ₁₋₃								200 ₂₋₃								200 ₃₋₃								
Modelo	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h ₀	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	11.0	8.0	—	—	—	37.5	—	34.48	9.0	6.6	—	—	—	36.4	—	24.20	7.0	3.0	—	—	—	133.3	—	39.03
(SP _{mtz_rx})	11.0	8.0	—	—	—	37.5	8.06	32.13	9.0	6.6	—	—	—	36.4	16.61	41.29	7.0	3.0	—	—	—	133.3	24.78	78.22
(SP _{mtz_bk})	11.0	8.0	0.0	0	100.0	37.5	8.08	35.66	9.0	6.6	9.0	1	0.0	36.4	15.79	20.16	7.0	3.0	0.0	0	100.0	133.3	24.73	147.72
(SP _{mtz_car})	11.0	8.0	11.0	0	27.3	37.5	0.07	57.36	9.0	6.6	11.0	0	22.2	36.4	0.32	20.86	7.0	3.0	7.0	1	0.0	133.3	0.23	37.21
(SP _{mtz_rxbk})	11.0	8.0	0.0	0	100.0	37.5	8.02	31.51	9.0	6.6	9.0	1	0.0	36.4	15.90	34.59	7.0	3.0	0.0	0	100.0	133.3	24.80	78.43
(SP _{mtz_rcar})	11.0	8.0	11.0	0	27.3	37.5	8.25	54.35	9.0	6.6	11.0	0	22.2	36.4	15.87	36.91	7.0	3.0	7.0	1	0.0	133.3	24.93	40.20
(SP _{dltmtz})	11.0	8.0	—	—	—	37.5	—	42.46	9.0	6.6	—	—	—	36.4	—	30.72	7.0	3.0	—	—	—	133.3	—	51.44
(SP _{dltmtz_rx})	11.0	8.0	—	—	—	37.5	12.03	39.58	9.0	6.6	—	—	—	36.4	21.84	34.64	7.0	3.0	—	—	—	133.3	29.41	63.66
(SP _{dltmtz_bk})	11.0	8.0	0.0	0	100.0	37.5	11.85	42.49	9.0	6.6	9.0	1	0.0	36.4	21.80	30.21	7.0	3.0	0.0	0	100.0	133.3	29.65	51.61
(SP _{dltmtz_car})	11.0	8.0	11.0	0	27.3	37.5	0.07	180.87	9.0	6.6	11.0	0	22.2	36.4	0.28	63.39	7.0	3.0	7.0	1	0.0	133.3	0.16	77.53
(SP _{dltmtz_rxbk})	11.0	8.0	0.0	0	100.0	37.5	12.09	39.24	9.0	6.6	9.0	1	0.0	36.4	22.19	49.49	7.0	3.0	0.0	0	100.0	133.3	29.58	63.83
(SP _{dltmtz_rcar})	11.0	8.0	11.0	0	27.3	37.5	12.54	185.69	9.0	6.6														

Tabela 10 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{dmz_car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.03	16.15	6.0	5.0	10.0	0	66.7	20.0	0.37	25.24	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.26	5.64
(SP _{dmz_rxbk})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	11.84	15.81	6.0	5.0	0.0	0	100.0	20.0	20.13	55.97	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	30.49	5.25
(SP _{dmz_rxcar})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	11.96	15.81	6.0	5.0	10.0	0	66.7	20.0	20.49	24.33	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	30.36	5.23
(SP _{dmzsign+})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	16.06	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	77.28	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	15.44
(SP _{dmzsign+car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.03	7.10	6.0	6.0	10.0	0	66.7	0.0	0.33	68.66	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.15	15.17
(SP ₊)	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	8.91	6.0	5.0	—	—	—	20.0	—	56.41	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	24.70
(SP ₊ rx)	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	9.03	8.84	6.0	5.0	—	—	20.0	16.27	53.64	5.0	5.0	—	—	—	0.0	25.35	22.95
(SP ₊ b _k)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	9.21	4.80	6.0	5.0	0.0	0	100.0	20.0	15.42	57.37	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	25.99	8.34
(SP ₊ car)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.04	5.62	6.0	5.0	10.0	0	66.7	20.0	0.46	39.71	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.25	8.38
(SP ₊ r _b k)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	9.09	4.67	6.0	5.0	0.0	0	100.0	20.0	16.18	53.74	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	25.41	7.85
(SP ₊ r _{car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	9.04	4.65	6.0	5.0	10.0	0	66.7	20.0	16.53	38.38	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	25.51	7.87
(SP _{sign})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	7.51	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	32.75	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	22.15
(SP _{sign_car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.03	3.07	6.0	6.0	10.0	0	66.7	0.0	0.33	18.27	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.16	5.82
(SP _{sign+})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	8.50	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	27.58	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	23.11
(SP _{sign+car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.03	3.78	6.0	6.0	10.0	0	66.7	0.0	0.34	17.92	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.23	6.49
(SP ₊ z)	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	31.39	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	104.81	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	17.75
(SP ₊ rx)	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	19.26	31.30	6.0	6.0	—	—	0.0	49.93	104.57	5.0	5.0	—	—	—	0.0	19.38	17.77
(SP ₊ b _k)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	19.13	18.53	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	49.89	35.27	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	19.13	16.43
(SP ₊ car)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.03	18.61	6.0	6.0	10.0	0	66.7	0.0	0.33	72.50	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.24	16.46
(SP ₊ r _b k)	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	19.21	18.61	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	50.07	35.28	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	19.36	16.53
(SP ₊ r _{car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	19.23	18.52	6.0	6.0	10.0	0	66.7	0.0	50.23	72.34	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	19.60	16.40
(SP _{xor})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	5.29	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	9.69	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	16.24

500 ₁₋₁								500 ₂₋₁								500 ₃₋₁									
Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	
(SP _{dmz})	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	31.26	9.0	5.7	—	—	—	57.5	—	314.38	9.0	8.7	—	—	—	3.8	—	116.11	
(SP _{dmz_rx})	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	19.76	46.38	9.0	5.7	—	—	57.5	36.79	427.71	9.0	8.7	—	—	—	3.8	—	75.81	411.97
(SP _{dmz_bk})	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	19.73	13.87	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	35.74	327.22	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	74.23	163.97	
(SP _{dmz_car})	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	0.38	33.58	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	1.40	363.45	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	0.77	184.14	
(SP _{dmz_rxbk})	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	19.81	20.07	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	35.76	325.97	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	69.08	364.55	
(SP _{dmz_rxcar})	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	20.07	35.28	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	36.30	319.21	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	68.85	312.30	
(SP _{dmz})	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	257.95	9.0	5.7	—	—	—	57.5	—	208.00	9.0	8.7	—	—	—	3.8	—	326.52	
(SP _{dmz_rx})	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	28.46	218.33	9.0	5.7	—	—	57.5	57.53	560.16	9.0	8.7	—	—	—	3.8	77.53	303.61	
(SP _{dmz_bk})	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	30.11	168.04	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	52.51	241.56	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	77.16	243.88	
(SP _{dmz_car})	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	0.40	212.91	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	1.14	206.44	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	0.75	239.71	
(SP _{dmz_rxbk})	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	28.64	161.03	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	57.63	359.65	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	73.91	232.30	
(SP _{dmz_rxcar})	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	28.92	204.13	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	61.59	254.90	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	74.14	233.53	
(SP _{dmzsign+})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	289.15	*	11.0	—	—	—	*	—	X	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	395.11	
(SP _{dmzsign+car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.38	178.50	9.0	9.0	12.0	0	33.3	0.0	1.16	65.31	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.82	97.13	
(SP ₊)	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	33.11	113.0	5.7	—	—	—	1877.5	—	X	9.0	8.7	—	—	—	3.8	—	117.32	
(SP ₊ rx)	11.0	9.7	—	—	—	13.8	—	27.14	33.65	76.0	5.7	—	—	1230.0	45.43	X	9.0	8.7	—	—	—	3.8	78.99	93.80	
(SP ₊ b _k)	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	24.25	30.97	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	41.86	101.98	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	84.13	83.87	
(SP ₊ car)	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	0.36	36.97	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	1.10	110.90	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	0.77	81.33	
(SP ₊ r _b k)	11.0	9.7	11.0	1	0.0	13.8	27.21	31.06	9.0	5.7	10.0	0	11.1	57.5	43.13	189.68	9.0	8.7	10.0	0	11.1	3.8	78.95	80.46	
(SP ₊ r _{car})	11.0	9.7	14.0	0	27.3	13.8	27.42	35.69	9.0	5.7	12.0	0	33.3	57.5	44.02	103.97	9.0	8.7	9.0	1	0.0	3.8	79.56	76.40	
(SP _{sign})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	132.83	23.0	9.0	—	—	—	155.6	—	X	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	360.80	
(SP _{sign_car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.36	166.32	9.0	9.0	12.0	0	33.3	0.0	1.16	34.80	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.78	23.56	
(SP _{sign+})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	77.35	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	584.98	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	324.48	
(SP _{sign+car})	11.0	11.0	14.0	0	27.3	0.0	0.34	238.98	9.0	9.0	12.0	0	33.3	0.0	1.12	40.97	9.0	9.0	9.0	1	0.0	0.0	0.80	27.02	
(SP ₊ z)	11.0	14.0	—	—	—	21.4	—	194.52	9.0	10.3	—	—	—	12.7	—	445.35	9.0	11.0	—	—	—	18.2	—	379.29	
(SP ₊ rx)	11.0	14.0	—	—	—	21.4	725.11	202.31	9.0	10.3	—	—	—	12.7	756.21	496.35	9.0	11.0	—	—	—	18.2	732.97	379.72	
(SP ₊ b _k)	11.0	14.0	0.0	0	100.0	21.4	695.61	190.56	9.0	10.3	0.0	0	100.0	12.7	753.66	508.81	9.0	11.0	0.0	0	100.0	18.2	732.28	378.85	
(SP ₊ car)	11.0	14.0	14.0	0	27.3	21.4	0.35	67.20	9.0	10.3	12.0	0	33.3	12.7	1.26	362.87	9.0	11.0	9.0	1	0.0	18.2	0.72	110.91	
(SP ₊ r _b k)	11.0	14.0	0.0	0	100.0	21.4	695.72	191.21	9.0	10.3	0.0	0	100.0	12.7	739.81	481.32	9.0	11.0	0.0	0	100.0	18.2	733.22	379.93	
(SP ₊ r _{car})	11.0	14.0	14.0	0	27.3	21.4	716.20	72.16	9.0	10.3	12.0	0	33.3	12.7	740.49	315.38	9.0	11.0	9.0	1	0.0	18.2	733.03	110.05	
(SP _{xor})	11.0	11.0	—	—	—	0.0	—	6.25	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	5.68	9.0	9.0	—	—	—	0.0	—	10.87	

500 ₁₋₂			
--------------------	--	--	--

Tabela 10 – *continuação*

Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
500 ₁₋₃								500 ₂₋₃								500 ₃₋₃								
Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	10.0	9.0	—	—	—	11.1	—	61.45	8.0	5.8	—	—	—	37.9	—	221.61	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	212.31
(SP _{mtz_rx})	10.0	9.0	—	—	—	11.1	20.02	27.68	8.0	5.8	—	—	—	37.9	28.07	187.86	5.0	5.0	—	—	—	0.0	37.32	171.40
(SP _{mtz_bk})	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	19.92	38.54	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	28.00	54.54	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	37.18	122.72
(SP _{mtz_car})	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	0.35	13.70	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	0.46	29.00	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.57	122.36
(SP _{mtz_rxbk})	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	19.98	27.63	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	28.05	61.80	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	37.30	129.27
(SP _{mtz_rxcar})	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	20.31	13.88	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	28.41	43.68	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	37.71	128.38
(SP _{dltmtz})	10.0	9.0	—	—	—	11.1	—	159.06	8.0	5.8	—	—	—	37.9	—	314.85	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	310.61
(SP _{dltmtz_rx})	10.0	9.0	—	—	—	11.1	28.24	261.40	8.0	5.8	—	—	—	37.9	42.87	207.97	5.0	5.0	—	—	—	0.0	39.40	245.10
(SP _{dltmtz_bk})	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	26.64	161.82	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	46.75	205.19	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	37.93	188.17
(SP _{dltmtz_car})	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	0.41	150.35	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	0.52	106.40	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.71	295.32
(SP _{dltmtz_rxbk})	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	28.38	286.06	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	40.51	158.68	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	39.49	273.75
(SP _{dltmtz_rxcar})	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	28.66	148.93	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	40.74	103.56	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	40.03	277.80
(SP _{mtzsign+})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	95.42	8.0	8.0	—	—	—	0.0	—	322.38	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	222.68
(SP _{mtzsign+car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.37	37.27	8.0	8.0	8.0	1	0.0	0.0	0.43	80.65	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.68	89.92
(SP ₊)	10.0	9.0	—	—	—	11.1	—	19.35	8.0	5.8	—	—	—	37.9	—	127.14	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	70.98
(SP ₊ rx)	10.0	9.0	—	—	—	11.1	24.04	30.99	8.0	5.8	—	—	—	37.9	34.66	134.89	5.0	5.0	—	—	—	0.0	45.14	71.62
(SP ₊ bk)	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	23.11	19.30	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	34.95	65.01	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	43.21	64.19
(SP ₊ car)	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	0.28	15.77	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	0.45	32.55	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.63	65.75
(SP ₊ rxbk)	10.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	24.11	31.12	8.0	5.8	9.0	0	12.5	37.9	34.58	54.45	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	45.38	64.57
(SP ₊ rxcar)	10.0	9.0	10.0	1	0.0	11.1	24.37	16.33	8.0	5.8	8.0	1	0.0	37.9	34.96	31.21	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	45.66	64.79
(SP _{sign})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	94.68	8.0	8.0	—	—	—	0.0	—	112.59	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	29.47
(SP _{sign_car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.36	10.99	8.0	8.0	8.0	1	0.0	0.0	0.50	46.49	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.58	24.56
(SP _{sign+})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	19.59	8.0	8.0	—	—	—	0.0	—	238.03	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	33.93
(SP _{sign+car})	10.0	10.0	10.0	1	0.0	0.0	0.29	13.30	8.0	8.0	8.0	1	0.0	0.0	0.41	50.13	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.70	28.23
(SP _{z+})	10.0	13.0	—	—	—	23.1	—	228.44	8.0	9.0	—	—	—	11.1	—	275.39	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	122.77
(SP _{z+rx})	10.0	13.0	—	—	—	23.1	699.08	228.53	8.0	9.0	—	—	—	11.1	698.46	272.43	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	119.29
(SP _{z+bk})	10.0	13.0	0.0	0	100.0	23.1	699.03	230.58	8.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	697.60	272.09	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	—	124.20
(SP _{z+car})	10.0	13.0	10.0	1	0.0	23.1	0.36	95.43	8.0	9.0	8.0	1	0.0	11.1	0.50	61.91	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	0.66	79.77
(SP _{z+rxbk})	10.0	13.0	0.0	0	100.0	23.1	699.31	233.65	8.0	9.0	0.0	0	100.0	11.1	698.04	272.90	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	—	80.42
(SP _{z+rxcar})	10.0	13.0	10.0	1	0.0	23.1	699.67	94.71	8.0	9.0	8.0	1	0.0	11.1	698.70	61.88	5.0	5.0	5.0	1	0.0	0.0	—	79.29
(SP _{xor})	10.0	10.0	—	—	—	0.0	—	5.88	8.0	8.0	—	—	—	0.0	—	5.81	5.0	5.0	—	—	—	0.0	—	11.05
500 ₁₋₄								500 ₂₋₄								500 ₃₋₄								
Modelo	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T	z	z _r	h	h _o	G _h	G _i	T _h	T
(SP _{mtz})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	—	18.72	7.0	6.5	—	—	—	7.7	—	33.59	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	195.99
(SP _{mtz_rx})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	21.87	28.66	7.0	6.5	—	—	—	7.7	30.42	51.44	6.0	6.0	—	—	—	0.0	42.26	225.21
(SP _{mtz_bk})	13.0	13.0	17.0	0	30.8	0.0	22.04	19.63	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	30.28	34.98	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	37.76	158.43
(SP _{mtz_car})	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	1.25	15.76	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	0.49	28.46	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.25	126.03
(SP _{mtz_rxbk})	13.0	13.0	17.0	0	30.8	0.0	23.21	28.28	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	30.17	54.55	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	38.00	208.40
(SP _{mtz_rxcar})	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	23.40	23.56	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	30.58	44.43	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	38.13	126.71
(SP _{dltmtz})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	—	158.90	7.0	6.5	—	—	—	7.7	—	103.30	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	216.43
(SP _{dltmtz_rx})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	23.09	154.19	7.0	6.5	—	—	—	7.7	42.55	305.45	6.0	6.0	—	—	—	0.0	38.23	204.10
(SP _{dltmtz_bk})	13.0	13.0	17.0	0	30.8	0.0	23.08	164.04	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	37.25	102.65	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	37.57	250.17
(SP _{dltmtz_car})	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	1.25	153.36	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	0.40	91.54	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.25	297.28
(SP _{dltmtz_rxbk})	13.0	13.0	17.0	0	30.8	0.0	23.25	155.67	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	41.87	228.60	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	38.53	201.92
(SP _{dltmtz_rxcar})	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	24.31	147.88	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	42.38	92.75	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	38.69	203.29
(SP _{mtzsign+})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	—	64.51	7.0	7.0	—	—	—	0.0	—	49.90	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	259.53
(SP _{mtzsign+car})	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	1.30	36.46	7.0	7.0	7.0	1	0.0	0.0	0.41	45.63	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.28	204.37
(SP ₊)	13.0	13.0	—	—	—	0.0	—	20.28	7.0	6.5	—	—	—	7.7	—	36.43	6.0	6.0	—	—	—	0.0	—	194.47
(SP ₊ rx)	13.0	13.0	—	—	—	0.0	27.03	19.66	7.0	6.5	—	—	—	7.7	37.93	34.20	6.0	6.0	—	—	—	0.0	43.82	175.40
(SP ₊ bk)	13.0	13.0	17.0	0	30.8	0.0	26.90	19.90	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	35.77	36.65	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	39.13	203.85
(SP ₊ car)	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	1.20	18.25	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	0.46	31.94	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	0.24	193.60
(SP ₊ rxbk)	13.0	13.0	0.0	0	100.0	0.0	27.14	19.75	7.0	6.5	0.0	0	100.0	7.7	37.87	34.12	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	43.79	174.65
(SP ₊ rxcar)	13.0	13.0	13.0	1	0.0	0.0	28.12	18.69	7.0	6.5	7.0	1	0.0	7.7	38.35	30.52	6.0	6.0	6.0	1	0.0	0.0	43.85	169.95
(SP _{sign})	13.0	13.0	—	—	—	0.0	—	11.84	7.0	7.0	—	—	—											