



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DOUTORADO EM ECONOMIA

ANTONIO KASSYO MONTEIRO COSTA

ENSAIOS SOBRE TEMPO DE CONTRATOS

FORTALEZA

2026

ANTONIO KASSYO MONTEIRO COSTA

ENSAIOS SOBRE TEMPO DE CONTRATOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Economia.
Área de Concentração: Teoria Econômica

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Melo
Jorge Neto

FORTALEZA

2026

ANTONIO KASSYO MONTEIRO COSTA

ENSAIOS SOBRE TEMPO DE CONTRATOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Economia.
Área de Concentração: Teoria Econômica

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo de Melo Jorge
Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Francisco Gildemir Ferreira da Silva
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Leandro de Almeida Rocco
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Maurício Benegas
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Roberto Ferreira Tatiwa
Universidade Federal do Ceará (UFC)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Gerlinda Monteiro e Dinajar Costa, ao me ensinarem o caráter para seguir uma vida com honestidade e determinação e por me darem toda a orientação necessária para meu desenvolvimento como pessoa.

A minha companheira Camila Guedes Corrêa, por me guiar de forma incondicional, pelo amor, pela presença constante, incentivo e paciência.

Ao CAEN e todos os funcionários e seu corpo docente que auxiliaram na conquista deste passo universitário e ampliaram minha visão de mundo nessa extraordinária formação universitária.

Meus agradecimentos aos participantes da banca examinadora professores Francisco Gildemir Ferreira da Silva, Leandro de Almeida Rocco, Maurício Benegas e Roberto Ferreira Tatiwa pelas preciosas colaborações e sugestões.

Para finalizar gostaria de agradecer em especial ao professor Paulo Neto, pela sua celebre orientação e predisposição a auxiliar na construção deste trabalho. Com sua incomparável paciência em me ensinar o valor do uso da lógica e procurar as melhores soluções para os problemas enfrentados. Além disso, este trabalho é muito devido as suas valorosas contribuições.

RESUMO

A presente tese, consiste em dois artigos. O primeiro propõe um modelo teórico que analisa o problema de desenho de contratos ótimos de incentivo em tempo contínuo, a fim de determinar a duração do contrato, no qual um Principal neutro ao risco contrata um Agente avesso ao risco. O contrato é definido de forma rígida no momento inicial, incluindo o esquema de incentivos lineares e o horizonte contratual. A duração ótima do contrato emerge da interação entre o fator de desconto intertemporal e a restrição de participação do Agente, sendo o nível de utilidade de reserva o elemento central desse mecanismo, mostrando que a continuidade do contrato é em grande medida determinada pelas condições de participação exigidas pelo Agente no momento inicial da contratação. O segundo artigo analisa os fatores associados à variação nos resultados contratuais de Parcerias Público-Privadas (PPPs), com ênfase específica na duração do contrato como variável central de análise. A investigação concentra-se em como o tempo contratual influencia o log razão de probabilidade de diferentes desfechos, sendo estes, sucesso (concluídos) ou fracasso (cancelados ou *distressed*). Para isso, utiliza-se um modelo logit multinomial, adequado para tratar variáveis dependentes categóricas com múltiplas categorias. Os resultados testam a hipótese de que existe um tempo ótimo de contrato, evidenciado pela forma de “U” invertido estimada, as estimativas corroboram a hipótese para a forma de “U”, contudo para o *status* cancelado não foi encontrado significância estatística. A hipótese foi testada também usando as probabilidades marginais e as estimativas sugerem que a forma de “U” existem apenas para os contratos que estão tecnicamente em atividade. Os achados oferecem contribuições relevantes para o aprimoramento do desenho contratual em projetos de infraestrutura, auxiliando gestores públicos e formuladores de políticas na definição de prazos contratuais mais eficientes.

Palavras-chave: problemas de agente-principal. risco moral. tempo ótimo. parcerias público-privadas. logit multinomial

ABSTRACT

The first proposes a theoretical model that analyzes the problem of designing optimal incentive contracts in continuous time.

This thesis consists of two articles. The first proposes a theoretical model that analyzes the problem of designing optimal incentive contracts in continuous time, in order to determine the contract duration, in which a risk-neutral Principal contracts a risk-averse Agent subject. The contract is rigidly defined at the initial moment, including the linear incentive scheme and the contractual horizon. The optimal duration of the contract emerges from the interaction between the intertemporal discount factor and the agent's participation constraint, with the reservation utility level being the central element of this mechanism, showing that contract continuity is largely determined by the participation conditions required by the Agent at the initial stage of contracting. The second article analyzes the factors associated with variation in contractual outcomes of Public-Private Partnerships (PPPs), with specific emphasis on contract duration as a central variable of analysis. The investigation focuses on how contractual duration influences the log odds of different outcomes, namely success (concluded) or failure (canceled or distressed). For this purpose, a multinomial logit model is used, suitable for handling categorical dependent variables with multiple categories. The results test the hypothesis that there exists an optimal contract duration, evidenced by the estimated inverted "U" shape, the estimates corroborate the hypothesis for the "U" shape, however, for the canceled status, no statistical significance was found. The hypothesis was also tested using marginal probabilities, and the estimates suggest that the "U" shape exists only for contracts that are technically active. The findings offer relevant contributions to the improvement of contractual design in infrastructure projects, assisting public managers and policymakers in defining more efficient contractual deadlines.

Keywords: principal-agent problems. moral hazard. optimal time. public-private partnerships. multinomial logit.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Análise da Condição $\left(r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})\right)$, $\bar{u} = -0.5$	34
Figura 2 – Análise de Condição $\left(r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})\right)$, com $\bar{u} = -2.5$	35
Figura 3 – Análise da condição $\left(r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})\right)$ Sob expansão de ρ e menor σ^2	36
Figura 4 – Análise da Duração do Contrato, $K = r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta}{2} - 1) \approx 0.44$	37
Figura 5 – Análise da Duração do Contrato, $K = r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta}{2} - 1) \approx 0.63$	38
Figura 6 – Análise de Concavidade $\left(r(-\bar{u}) \approx \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})\right)$	39
Figura 7 – Sensibilidade do horizonte T aos termos exógenos do contrato.	41
Figura 8 – Superfície do Horizonte Ótimo $T^*(\rho, \sigma^2)$	42
Figura 9 – Média do tempo de contrato em anos por <i>status</i>	59
Figura 10 – Cancelamentos por setor	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cancelados e concluídos por região	58
Tabela 2 – Tabela de frequência de status América Latina e Caribe	58
Tabela 3 – Projetos de PPP por setor	61
Tabela 4 – Abreviações das Variáveis de Região	66
Tabela 5 – Estatísticas Descritivas das variáveis numéricas	67
Tabela 6 – Estatísticas das variáveis categóricas	67
Tabela 7 – Resultados do Modelo Multinomial Estimado	68
Tabela 8 – Efeitos Marginais da Variável (t)	69
Tabela 9 – Efeitos Marginais da Variável (t^2)	69
Tabela 10 – Teste de Razão de Verossimilhança	71
Tabela 11 – Teste de Hausman–McFadden para a Hipótese de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA)	71
Tabela 12 – Estatísticas das variáveis categóricas (amostra modificada)	86
Tabela 13 – Estatísticas Descritivas das variáveis numéricas	86
Tabela 14 – Distribuição de Projetos por Região: Amostra Original vs. Amostra Modificada	86
Tabela 15 – Distribuição de projetos por ano de Investimento	87
Tabela 16 – Resultados do Modelo Multinomial Estimado (amostra modificada)	88
Tabela 17 – Efeitos Marginais da Variável (t) — Amostra Modificada	88
Tabela 18 – Efeitos Marginais da Variável (t^2) — Amostra Modificada	89
Tabela 19 – Teste de Razão de Verossimilhança (amostra modificada)	89
Tabela 20 – Teste de Hausman–McFadden para a Hipótese de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA) (amostra modificada)	89
Tabela 21 – Efeitos Fixos de Ano estimados (amostra original)	90
Tabela 22 – Efeitos Fixos de Ano estimados (amostra modificada)	91

SUMÁRIO

1	ESCOLHA DE TEMPO ÓTIMO EM CONTRATOS	10
1.1	Introdução	10
1.2	O Modelo	14
1.2.1	<i>Contrato Ótimo</i>	15
1.2.1.1	<i>Restrição de Participação</i>	16
1.2.1.2	<i>Restrição de Incentivo</i>	17
1.2.1.3	<i>Otimização do Principal</i>	18
1.3	Contrato Repetido em T períodos	20
1.3.1	<i>Contrato Ótimo Repetido em T Períodos</i>	21
1.3.1.1	<i>Restrição de Participação em Valor Presente</i>	22
1.3.1.2	<i>Restrição de Incentivo Repetida em Valor Presente</i>	23
1.3.1.3	<i>Otimização do Principal em Valor Presente</i>	25
1.3.2	<i>Escolha do Tempo</i>	26
1.3.2.1	<i>Caracterização do Tempo Ótimo</i>	32
1.3.2.2	<i>Estática Comparativa do Horizonte Ótimo</i>	40
1.4	Conclusão	43
2	QUALQUER COISA QUE POSSA OCORRER MAL, OCORRERÁ: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE COMO O PRAZO DE CONTRATO INFLUENCIA EM CONTINGÊNCIAS.	45
2.1	Introdução	45
2.2	Referencial Teórico	47
2.2.1	<i>O Contrato de Longo Prazo</i>	47
2.2.2	<i>Seleção Adversa Pelo Investimento</i>	52
2.3	Metodologia	54
2.3.1	<i>Hipótese da não-linearidade (Forma de U invertido)</i>	54
2.3.2	<i>Descrição da Estratégia Empírica</i>	55
2.3.3	<i>Dados do Banco Mundial e a Literatura Empírica</i>	57
2.3.4	<i>Definição das Variáveis</i>	62
2.4	Análise e Discussão dos Resultados	66
2.4.1	<i>Logit Multinomial</i>	68

2.4.1.1	<i>Efeitos Marginais</i>	69
2.4.1.2	<i>Análise da especificação do modelo empírico</i>	70
2.4.2	<i>Curva de Contrato</i>	72
2.4.3	<i>Robustez</i>	73
2.5	Conclusão	74
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICES	79
	APÊNDICE A – Demonstração da Utilidade Esperada	79
	APÊNDICE B – Prova do Teorema 1	83
	APÊNDICE C – Teste de Robustez	86

1 ESCOLHA DE TEMPO ÓTIMO EM CONTRATOS

1.1 Introdução

A literatura de contratos sob risco moral tradicionalmente concentra-se na determinação da estrutura ótima de incentivos, investigando como pagamentos e esforços devem ser organizados ao longo do tempo diante da presença de informação assimétrica (BOLTON; DEWATRIPONT, 2005). Em modelos dinâmicos, a trajetória temporal dos incentivos desempenha papel central, especialmente quando os contratos podem ser renegociados ou quando o histórico de desempenho afeta os pagamentos futuros. Entretanto, embora o tempo esteja presente como dimensão fundamental nesses modelos, a duração total do contrato normalmente é tratada como exógena.

O objetivo deste artigo é analisar a escolha ótima da duração de um contrato em um ambiente de risco moral. Em particular, investigamos como o horizonte contratual pode ser determinado endogenamente pelo Principal quando os termos do contrato são definidos integralmente no instante inicial e permanecem fixos ao longo do tempo. Diferentemente da literatura de contratos dinâmicos com renegociação ou incentivos dependentes do histórico, nosso foco não está na trajetória intertemporal do esforço ou da remuneração, mas na determinação do período ótimo de duração do vínculo contratual.

O ambiente considerado neste artigo parte de uma estrutura contratual em que os termos do contrato são definidos de forma rígida no instante inicial e permanecem inalterados ao longo de todo o horizonte contratual. O contrato é plenamente comprometido *ex ante*, incluindo não apenas o esquema de incentivos, mas também sua duração. Essa abordagem elimina, por construção, problemas clássicos associados à renegociação futura e à falta de comprometimento intertemporal. Essa estrutura rígida serve como intuição para contratos em que são firmados *ex ante* a estrutura de esforço e incentivo que permanecerá constante ao longo do tempo, muito comum em contratos de trabalho, onde o empregador oferece ao Agente uma estrutura conhecida desde o início.

Nosso objeto de otimização é um contrato submetido ao clássico problema de risco moral, estruturado de forma que o Principal e o Agente interagem ao longo do tempo, contudo as regras do contrato são determinadas no início, não cabendo renegociação ou mudança nos mecanismos. Utilizamos a abordagem de independência temporal dos pagamentos, pois permite que a formulação do modelo seja estática. Em vez de assumir uma duração pré-fixada, tornamos

o horizonte de contrato uma variável endógena da otimização do Principal, permitindo uma análise focada na determinação do tempo ótimo.

O modelo preserva a estrutura clássica de incentivos lineares sob utilidade exponencial de Holmstrom e Milgrom (1987) e choques normalmente distribuídos feita pela extensão desse modelo em Levitt (1995). Em particular, a duração do contrato afeta o problema do Principal por meio do fator de desconto e de seu impacto sobre a restrição de participação do Agente, uma vez que ambos dependem explicitamente do horizonte contratual.

Como destaca Bolton e Dewatripont (2005), a literatura sobre risco moral dinâmica não considera uma configuração comum. Em particular, diferentes suposições sobre o desenho do contrato tem como consequência a dificuldade de relacionar os diferentes trabalhos entre si. A literatura que se segue aborda o tempo sob perspectivas distintas, dependência temporal dos pagamentos, renegociação, compartilhamento de risco, mas em apenas um desses casos a duração do contrato emerge como escolha do Principal, ainda que por um mecanismo distinto do aqui proposto.

Rogerson (1985b), por exemplo, desenvolve um modelo de contrato dinâmico em que os resultados obtidos em um dado período afetam não apenas o pagamento corrente ao agente, mas também os incentivos e recompensas nos períodos subsequentes. Uma implicação central de seu trabalho é que o esforço realizado pelo agente em um período t está condicionado ao desempenho observado no período anterior $t-1$, evidenciando a interdependência temporal dos resultados. Assim, o esforço ótimo é assegurado por um plano de recompensa em que a memória intertemporal vincula pagamentos futuros aos desempenhos passados, impedindo que o agente manipule a alocação de suas ações ao longo do tempo e garantindo o alinhamento contínuo dos incentivos de longo prazo.

Admitindo-se a validade da condição de Razão de Verossimilhança Monótona (RVM), conhecida como condição de Mirrlees-Rogerson, conforme estabelecido por Rogerson (1985a), conclui-se que a observação de um nível elevado de produto permite inferir estatisticamente que o Agente exerceu um esforço maior, no sentido de dominância estocástica. Ademais, Dewatripont *et al.* (1999) estendem a validade dessa condição para ambientes dinâmicos, mostrando que a estrutura de dominância estocástica se mantém ao longo do tempo. A partir disso, os autores concluem que o esforço ótimo não é imposto por um contrato formal, mas sim induzido estrategicamente pelo arranjo informativo que maximiza a motivação marginal do Agente. Nesse arranjo, o Agente aloca suas ações estrategicamente para influenciar a percepção de longo prazo

sobre sua produtividade, de modo que a introdução ou o agrupamento de novas métricas de desempenho pode tanto amplificar quanto atenuar sua motivação marginal.

Em uma dicotomia entre contratos de curto prazo e contratos de longo prazo, Fudenberg *et al.* (1990) demonstram que os incentivos seguem um princípio no qual os contratos podem assumir sequências eficientes ou ineficientes. A ineficiência ocorre, em particular, quando há possibilidade de renegociação ao longo do contrato, o que compromete os incentivos estabelecidos nos períodos iniciais. Os autores destacam como principal contribuição a identificação de que, em um ambiente de informação privada por parte do Agente, o período durante o qual essa assimetria informacional persiste é determinante para o valor de longo prazo dos contratos. Se nos momentos de potencial renegociação o Principal e o Agente compartilham crenças comuns, então não há vantagem adicional em manter contratos de longo prazo, e uma sucessão de contratos de curto prazo pode ser suficiente para atingir a eficiência.

Esse ambiente presume que os contratos não devem ser escritos com incentivos intertemporais. Levin (2003) chama de contratos estacionários aqueles cujos termos permanecem constantes ao longo do tempo, independentemente do histórico de interações. No entanto, uma limitação importante desse tipo de contrato é a ausência de mecanismos formais de comprometimento ao longo de uma sequência de renovações de curto prazo. Em contraste com essa literatura, o presente artigo parte de um ambiente sem espaço para revisões ou ajustes contingentes ao histórico.

Na mesma direção Holmstrom e Milgrom (1987) apresentam um modelo dinâmico em que o resultado Principal é estacionário, dessa forma a trajetória do esforço ótimo deve ser constante ao longo do tempo de duração do contrato, o que implica que o incentivo associado ao esforço também deve ser linear, eliminando a dinâmica do problema como Bolton e Dewatripont (2005) enfatiza. O trabalho de Levitt (1995), embora não seja um problema de agente-principal dinâmico, estende essa abordagem para um modelo de múltiplos Agentes e mostra a robustez desses resultados.

Existem outros trabalhos que tratam da dinâmica da contratação ótima em abordagens diferentes da adotada aqui, que levam em conta a dinâmica da trajetória dos esforços e incentivos como principal objeto de investigação. Em Sannikov (2008), o contrato é modelado em tempo contínuo como um problema de desempenho, no qual a trajetória estocástica do produto determina a evolução do valor de continuação do Agente até que atinja um limiar que desencadeia a aposentadoria ou outras transições, como demissão ou promoção. Cvitanic

et al. (2006) apresenta uma abordagem sobre contratos dinâmicos com informação completa, como *benchmark* de *first-best* para problemas dinâmicos. Sung (2005) utiliza uma abordagem com menu de contratos para volatilidade observada ou controlada em seleção adversa, em um resultado complexo de atribuir controle da volatilidade do resultado para o Agente. Miao e Rivera (2016) mostra o modelo com fluxo de caixa seguindo um movimento browniano padrão, em que o Principal possui crenças ambíguas e projeta um contrato robusto para maximizar o lucro no pior cenário.

Ely *et al.* (2025) demonstram que, mesmo com uma duração contratual exógena, a estrutura temporal dos incentivos pode ser desenhada de forma eficiente por meio de uma política em duas fases: uma fase inicial de silêncio, em que o Agente trabalha continuamente sem *feedback*, seguida por uma fase de transparência total, na qual ele para de trabalhar assim que atinge a meta. O ponto central é que existe um tempo ótimo interno no qual a política de incentivos deve se transformar, como um limiar.

O artigo que mais se aproxima dos objetivos pretendidos aqui é Poutvaara *et al.* (2017), em que os autores analisam a duração ótima de contratos sob risco moral e seleção adversa, demonstrando que o horizonte temporal atua como mecanismo de triagem: contratos iniciais curtos identificam a habilidade do Agente, enquanto a promessa de renovações mais longas incentiva o esforço. O estudo destaca um *trade-off* entre a extração de excedente e a oferta de rendas informacionais, evidenciando uma relação não monotônica entre o valor do projeto e a duração ideal do contrato, onde o tempo atua como escolha do tipo de Agente.

Nosso modelo se diferencia ao considerar que a duração ótima é determinada pela estrutura de custo fixo associada à participação do Agente em uma estrutura de contrato rígida, assim, a dimensão temporal não surge da evolução dos incentivos ao longo do contrato, mas da própria escolha do horizonte contratual, onde o tempo é endogenamente escolhido no momento inicial do contrato para satisfazer a participação do Agente.

Diferentemente da maior parte da literatura, que toma o horizonte contratual como dado, mostramos que o tempo pode ser tratado como variável de escolha do Principal, produzindo uma solução ótima interior para a duração do contrato. Com isso, o modelo contribui para a literatura ao isolar o papel da estrutura temporal em contratos rígidos e plenamente comprometidos *ex ante*.

Nossos resultados destacam que a duração ótima do contrato é fortemente determinada pela estrutura de custo fixo associada à participação do Agente, sendo a restrição de

participação o elemento central desse mecanismo: o nível de utilidade de reserva no tempo define o custo mínimo necessário para viabilizar o contrato, e, como esse custo é incorporado à remuneração fixa, ele se prolonga ao longo de todo o horizonte contratual em termos de valor presente, dessa forma emerge um custo endógeno do Principal para remunerar o Agente sob o seu comprometimento temporal. Nesse contexto, a decisão de estender o contrato implica sustentar esse custo fixo por mais períodos, de modo que, quanto maior a exigência do Agente, isto é, quanto mais elevada sua utilidade de reserva, maior será o peso desse custo ao longo do tempo, limitando a duração ótima do contrato, por outro lado, quando o agente possui baixa utilidade de reserva, o custo de mantê-lo no contrato torna-se relativamente pequeno, permitindo horizontes mais longos. Assim, o horizonte ótimo emerge diretamente da interação entre o fator de desconto e o custo fixo de participação, evidenciando que a continuidade do contrato é, em grande medida, determinada pelas condições exigidas pelo Agente no momento inicial.

Além desta introdução, este capítulo está organizado da seguinte forma: a próxima seção apresenta o modelo teórico e suas hipóteses fundamentais, sendo dividido em uma parte que não leva em conta o tempo e outra que leva em conta a duração do modelo em tempo contínuo, na terceira seção é apresentada as conclusões do trabalho.

1.2 O Modelo

Inicialmente considere um problema de Agente-Principal de um único período. O Principal é neutro ao risco e o Agente é avesso ao risco e busca maximizar sua utilidade esperada, com função utilidade CARA (*Constant Absolute Risk Aversion*)¹, dada por $u(x) = -e^{-\rho x}$, onde $\rho > 0$ é o coeficiente de aversão ao risco. A função utilidade está definida para todo $x \in \mathbb{R}$, com imagem dada por $(-\infty, 0)$. O uso dessa função utilidade decorre da sua aversão ao risco ser constante e não se modificando com efeito renda, simplificando os resultados pretendidos.

Adotamos uma estrutura onde o esforço e é uma variável contínua, $e \in [0, \infty)$, com custo de esforço quadrático dado por $k(e) = \frac{e^2}{2}$. O resultado do Principal é dependente do um esforço não observado do Agente, e , e a um termo estocástico normalmente distribuído $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, assim, denotamos o resultado estocástico do Principal como

$$Y = e + \varepsilon$$

O Principal oferece um contrato linear ao Agente condicionado ao resultado público

¹ Em português: Aversão ao risco absoluta constante

observado Y . O contrato linear possui uma parte fixa, w_0 , e o termo variável que depende do resultado do Principal observado, β , onde $\beta \in (0, 1)$, denotamos, assim

$$C(Y) = w_0 + \beta Y$$

A adoção dessa regra de pagamento não é arbitrária, decorre do resultado demonstrado inicialmente por Holmstrom e Milgrom (1987). Como enfatizado também por Levitt (1995), no caso de um único Agente, essa linearidade emerge de forma robusta, o problema dinâmico de controle pode ser reduzido a uma escolha estática de ação, e contratos lineares são suficientes para implementar o incentivo ótimo. Intuitivamente, a linearidade reflete o fato de que o Principal não observa diretamente o esforço, mas apenas uma estatística suficiente, o produto observado Y .

1.2.1 Contrato Ótimo

O problema do Principal consiste em escolher os parâmetros do contrato (w_0, β) para maximizar seu lucro esperado, sujeito às restrições de racionalidade e incentivos do agente. A restrição de incentivo assegura que o nível de esforço e escolhido pelo Agente seja aquele que maximiza sua própria utilidade marginal, de acordo a abordagem de primeira ordem desenvolvida por Rogerson (1985a).

A programação do principal é dada por:

$$\Pi = \max_{w_0, \beta} \mathbb{E}[Y - C(Y)] \text{ sujeito à:} \quad (1.1)$$

$$E[u(C(Y) - k(e))] \geq \bar{u} \quad (IR) \quad (1.2)$$

$$e \in \operatorname{argmax}_{e^*} \mathbb{E}[u(C(Y) - k(e))] \quad (IC) \quad (1.3)$$

A programação do Principal em (1.1) que é sujeita as restrições de participação e incentivos descritas em (1.2) e (1.3). A estratégia de solução segue a abordagem padrão da literatura de contratos com ação não observável. Inicialmente vamos resolver a restrição de participação do Agente, onde o Principal deve satisfazer a motivação do Agente em assinar o contrato, quando consideramos aversão ao risco do Agente. Em seguida, o Agente escolhe o nível de esforço ótimo para o contrato que lhe é oferecido. Substituímos as restrições na função lucro do Principal para escolher o incentivo ótimo e o valor ótimo de remuneração fixa do Agente.

1.2.1.1 Restrição de Participação

A restrição de participação (IR) dada pela equação (1.2), garante que a utilidade esperada do contrato seja superior à utilidade de reserva $\bar{u}$. A equação (1.2) pode ser reescrita utilizando a função utilidade CARA, da seguinte forma,

$$E[-e^{-\rho(C(Y)-k(e))}] \geq \bar{u},$$

como o Principal oferece um contrato linear, temos,

$$E[-e^{-\rho(w_0+\beta Y-k(e))}] \geq \bar{u} \quad (1.4)$$

Considerando a aversão ao risco do Agente. Da equação (1.4) podemos escrever a restrição de participação calculando a utilidade esperada em termos do Certo Equivalente (CE) do agente como $u(CE) = E[u(C)]$. Separando a parte determinística da estocástica, temos:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[-e^{-\rho(w_0+\beta Y-k(e))}] &\geq \bar{u} \\ -e^{-\rho(w_0-k(e))} \mathbb{E}[e^{-\rho\beta Y}] &\geq \bar{u} \\ -e^{-\rho(w_0-k(e))} \cdot e^{-\rho(\beta e - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)} &\geq \bar{u} \\ -e^{-\rho(w_0+\beta e-k(e)-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)} &\geq \bar{u} \end{aligned}$$

O termo $\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2$ representa o prêmio do risco, que é uma dedução na utilidade do Agente, e emerge diretamente da interação entre suas preferências de risco (ρ) e a estrutura de risco do contrato ($\beta^2\sigma^2$). Essa derivação é detalhada no Apêndice A.

Como $u(CE) = E[-e^{-CE}]$, linearizando a expressão em ambos os lados com o logaritmo natural da equação de restrição de participação, assim temos $-\rho \cdot CE \leq \ln(-\bar{u})$, portanto:

$$w_0 + \beta e - k(e) - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 \geq -\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u}) \quad (1.5)$$

Devido à utilidade CARA e à normalidade dos choques, podemos utilizar a abordagem do Equivalente de Certeza (CE). O CE do agente para um dado esforço e e contrato (w_0, β) é dado pela receita esperada menos o custo do esforço e o prêmio de risco.

Agora que sabemos o impacto do risco sobre a participação do agente, vamos isolar qual a remuneração mínima para o Agente participar do contrato. O custo total do risco para o agente no contrato, $\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2$, é o que o agente exige para compensar a variância do seu pagamento. Assim, para que o agente aceite o contrato (satisfazer a restrição IR), seu bem-estar líquido final tem que ser no mínimo $-\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u})$, em termos monetários. Como a “dor” do risco diminui o bem-estar, o principal é forçado a aumentar outra parte do pagamento para anular esse efeito. Essa outra parte é o salário fixo w_0 .

No ótimo a IR será vinculativa e terá uma igualdade, assim, podemos isolar w_0 para ver como ele é determinado:

$$w_0 = -\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u}) - \beta e + k(e) + \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 \quad (1.6)$$

Observe o salário base precisa ser alto o suficiente para compensar o custo do esforço $k(e)$ e precisa ser ainda maior para compensar o prêmio de risco, além disso o salário base ótimo do agente é determinado pela escolha ótima de esforço dada na (IC), equação (1.3).

O termo $-\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u})$ incorpora a utilidade de reserva $\bar{u}$ do Agente a remuneração fixa. Como a função utilidade adotada é negativa, tem-se $\bar{u} < 0$, o que garante $-\bar{u} > 0$ e, portanto, o logaritmo é um número real. Quando $\bar{u} \in (-1, 0)$, tem-se $-\bar{u} \in (0, 1)$, de modo que $\ln(-\bar{u}) < 0$. Com o sinal negativo à frente, o termo $-\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u})$ torna-se positivo, elevando w_0 . Um valor de $\bar{u}$ próximo de zero indica um Agente com alta exigência, sua utilidade de reserva está perto do limite superior, para atraí-lo, o Principal precisa oferecer um salário fixo maior, de forma a satisfazer a restrição de participação.

Quando $\bar{u} < -1$, tem-se $-\bar{u} > 1$, de modo que $\ln(-\bar{u}) > 0$, e o termo $-\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u})$ torna-se negativo, reduzindo w_0 . Portanto, um $\bar{u}$ muito negativo representa um Agente com poucas alternativas no mercado, sua situação fora do contrato é ruim. O Principal, ciente disso, pode oferecer um salário fixo menor, pois o Agente aceitará o contrato mesmo com uma remuneração reduzida, já que qualquer coisa é preferível à sua opção de reserva.

1.2.1.2 Restrição de Incentivo

Para encontrar o valor do salário w_0 ótimo do Agente é necessário encontrar o esforço ótimo e^* que soluciona a equação (1.3). O agente escolhe e para maximizar seu ganho esperado, podemos reescrever (1.3) utilizando a função utilidade CARA

$$\max_e \mathbb{E}[-e^{-p(w_0 + \beta Y - k(e))}]$$

tomando o valor da desutilidade do esforço como $k(e) = \frac{e^2}{2}$, a esperança resulta em

$$\max_e [-e^{-p(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)}]$$

a Condição de Primeira Ordem (CPO) em relação a e , considerando a regra da cadeia, é

$$f(e) = -e^{g(e)}$$

$$g(e) = -p(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)$$

a derivada $f'(e) = -e^{g(e)} \cdot g'(e)$, onde $g'(e) = -p(\beta - e)$, portanto,

$$-e^{-p(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)} \cdot (-p(\beta - e)) = 0$$

Como o termo da exponencial $e^{(\cdot)}$ é estritamente positiva para qualquer valor real, e $p > 0$, o único fator que pode ser igual a zero é $\beta - e$, portanto

$$e^* = \beta \quad (1.7)$$

O resultado (1.7) indica que, com custo quadrático, o agente equaliza seu esforço marginal à intensidade do incentivo².

1.2.1.3 Otimização do Principal

Da equação (1.1) tem-se $\Pi = \max \mathbb{E}[Y - C(Y)]$, tendo a premissa do contrato em que o resultado público $Y = e + \varepsilon$, onde o termo estocástico é normalmente distribuído com $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, considerando também o esquema de compensação linear, $C(Y) = w_0 + \beta Y$, o termo da esperança dado em (1.1), pode ser resolvido como

$$\Pi = \max_{w_0, \beta} [e - (w_0 + \beta e)]$$

Assim, podemos substituir a determinação do salário fixo do Agente w_0 (1.6) e reescrever a função lucro do principal,

$$\Pi = \left[e - \underbrace{\left(-\frac{1}{\rho} \ln(\bar{u}) - \beta e + k(e) + \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 + \beta e \right)}_{w_0} \right]$$

com $k(e) = \frac{e^2}{2}$, portanto,

$$\Pi = \left[e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) \right] \quad (1.8)$$

² Este resultado é semelhante ao encontrado por Levitt (1995).

Agora, o principal antecipa que o agente escolherá $e^* = \beta$ determinado pela IC, na solução dada em (1.7). Substituindo $e^* = \beta$ na função de lucro reduzida (1.8), o problema do principal torna-se uma maximização irrestrita em relação a β :

$$\max_{\beta} \Pi(\beta) = \left[\beta - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) \right] \quad (1.9)$$

A condição de primeira ordem para o principal é:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = 1 - \beta - \rho \beta \sigma^2 = 0$$

Portanto, a intensidade ótima do incentivo é dada por:

$$\beta^* = \frac{1}{1 + \rho \sigma^2} \quad (1.10)$$

O resultado (1.10) recupera a solução clássica do modelo estático de risco moral: o poder do incentivo é decrescente na aversão ao risco do agente (ρ) e na variância do produto (σ^2).

Em síntese, o principal enfrenta um *trade-off* ao decidir o tamanho de β . O benefício de aumentar β produz um incentivo mais forte que aumenta a probabilidade de o agente se esforçar, o que gera mais lucro para o principal. No entanto, há um custo de aumentar β , dado que o aumento do incentivo gera um aumento do prêmio de risco $\frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2$, assim o principal tem que cobrir com pagamentos mais altos.

É possível substituir o resultado da equação (1.10) na expressão (1.6), e obtemos,

$$w_0^* = -\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) + \frac{\rho \sigma^2 - 1}{2(1 + \rho \sigma^2)} \quad (1.11)$$

Dado o contrato linear do Agente, $\mathbb{E}[C(Y)] = w_0 + \beta e$,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[C(Y)] &= -\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) + \frac{\rho \sigma^2 - 1}{2(1 + \rho \sigma^2)^2} + \frac{1}{(1 + \rho \sigma^2)^2}, \\ &= -\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) + \frac{\rho \sigma^2}{2(1 + \rho \sigma^2)^2} \end{aligned}$$

Até este ponto, os resultados replicam os de Levitt (1995). A etapa seguinte consiste em introduzir uma estrutura intertemporal, permitindo a agregação do problema ao longo do tempo e a caracterização do horizonte ótimo de duração contratual.

1.3 Contrato Repetido em T períodos

Considerando um modelo de Agente-Principal em um horizonte contratual $T \geq 0$, que é escolhido *ex ante* pelo Principal. O tempo é utilizado apenas como dispositivo de agregação do resultado produtivo ao longo do contrato, não havendo decisões intertemporais, contudo o Principal escolhe o tamanho de T .

Assim como na abordagem sem qualquer período, o Principal é neutro ao risco e escolhe os termos do contrato, incluindo sua duração T , para maximizar o lucro esperado em valor presente. O Agente é avesso ao risco e busca maximizar sua utilidade esperada.

O esforço é escolhido uma única vez no início do contrato e mantido constante até T . Assim, a análise reduz-se a um problema de escolha ótima de contrato e sua duração determinística do tempo T . É um problema estático com agregação no tempo.

A principal hipótese é que o Agente escolhe o nível de esforço em $t = 0$ e o mantém constante ao longo de todo o horizonte contratual, de modo que $e_0 = e_1 = \dots = e_t = \dots = e_T$, isso continuamente.

Formalmente, assume-se que o Agente escolhe o nível de esforço no instante $t = 0$ e o mantém constante para todo $t \in [0, T]$, isto é,

$$e(t) = e, \quad \forall t \in [0, T].$$

Podemos interpretar essa estrutura como um ambiente em que o Agente escolhe o nível de esforço apenas no período inicial. Por exemplo, um vendedor que negocia com o Principal um contrato com horário fixo de trabalho, no qual tanto o esforço quanto os incentivos são definidos *ex ante* e permanecem rígidos ao longo do horizonte contratual.

O resultado público do Principal ao longo do tempo é dado por,

$$Y_t = e + \varepsilon_t,$$

conforme nossa hipótese, o nível de esforço e é escolhido uma única vez no instante inicial e permanece constante ao longo de todo o horizonte contratual. O termo ε_t é um choque estocástico instantâneo, independente, identicamente e normalmente distribuído, $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Dessa forma, embora o resultado seja observado continuamente no tempo, a estrutura do problema é estática, correspondendo a uma repetição independente de um mesmo ambiente em cada instante. Assim, a utilidade esperada e o lucro são obtidos pela agregação desses fluxos instantâneos independentes ao longo do horizonte T , utilizando o fator de desconto intertemporal.

O principal oferece um contrato linear no resultado,

$$C(Y_t) = w_0 + \beta Y_t,$$

onde w_0 é um salário fixo e $\beta \in [0, 1)$ mede a intensidade do incentivo.

1.3.1 Contrato Ótimo Repetido em T Períodos

O problema do Principal consiste em escolher os parâmetros do contrato (w_0, β, T) para maximizar seu lucro esperado, sujeito às restrições de racionalidade e incentivos do agente. A restrição de incentivo assegura que o nível de esforço e escolhido pelo agente seja aquele que maximiza sua própria utilidade esperada. O Principal e o Agente descontam uma taxa de juros $r > 0$.

A programação do principal em valor presente é dada por:

$$\Pi = \max_{w_0, \beta, T} \mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [Y_t - C(Y_t)] dt \right] \text{ sujeito à:} \quad (1.12)$$

$$\mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [u(C(Y_t) - k(e))] dt \right] \geq \bar{u} \quad (IR) \quad (1.13)$$

$$e \in \arg \max_{e^*} \mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [u(C(Y_t) - k(e))] dt \right] \quad (IC) \quad (1.14)$$

A extensão do modelo para o ambiente intertemporal, conforme a programação (1.12) sujeita à (1.13) e (1.14), preserva a mesma estratégia de solução adotada no caso de único período. A principal diferença reside na agregação em valor presente dos fluxos de utilidade e lucro ao longo do tempo, descontados à taxa $r > 0$, bem como na introdução do horizonte contratual T como variável de escolha do Principal.

Nesse contexto, inicialmente caracterizamos a restrição de participação para determinar o nível mínimo de remuneração fixa compatível com a aceitação do contrato. Em seguida, caracterizamos a resposta ótima do Agente por meio da restrição de incentivo, obtendo o esforço como função dos parâmetros contratuais. Por fim, substituímos essas condições na função objetivo do Principal, reduzindo o problema a uma escolha sobre (β, T) , o que permite analisar conjuntamente a intensidade ótima de incentivos e a duração ótima do contrato, sem alterar a lógica fundamental de solução do modelo.

Cabe um destaque sobre a equação (1.13). Como o Agente se compromete em $t = 0$ com uma relação de duração T , a comparação relevante no momento da adesão é entre o valor

presente da utilidade gerada pelo contrato e o valor presente de sua melhor alternativa externa. Portanto, $\bar{u}$ representa o valor presente total da opção externa do Agente, avaliado *ex ante* em $t = 0$, e é naturalmente comparado ao valor presente da utilidade descontada acumulada, ou seja, o lado direito de (1.13) é a utilidade total mínima exigida pelo Agente para aceitar o contrato, assim, $\bar{u}$ não se trata de uma utilidade de reserva de fluxo, mas sim uma utilidade de reserva agregada.

Essa especificação difere de uma formulação em que a utilidade de reserva é tratada como fluxo, caso em que o lado direito da restrição seria proporcional a $\int_0^T e^{-rt} dt \cdot \bar{u}_f$, onde $\bar{u}_f$ é a utilidade de reserva por unidade de tempo. Aqui, por hipótese, $(\bar{u})$ é uma opção externa avaliada como valor total no instante inicial, independente de T , o que é consistente com a decisão de adesão ser tomada uma única vez em $t = 0$.

1.3.1.1 Restrição de Participação em Valor Presente

A restrição de participação (IR) dada pela equação (1.13), garante que a utilidade esperada do contrato para os T períodos seja superior à utilidade de reserva agregada $\bar{u}$, a restrição de participação é especificada em termos de utilidade total descontada, como uma meta de utilidade. Especificamente, $\bar{u}$ é interpretado como uma utilidade de reserva em termos de valor total do relacionamento, avaliada *ex ante*, no instante inicial do contrato.

A utilidade de reserva agregada preserva o mesmo domínio da utilidade de reserva pontual porque resulta da soma descontada de fluxos de utilidade CARA, os quais pertencem a $(-\infty, 0)$, como a agregação intertemporal por pesos positivos não altera o sinal negativo nem o limite superior nulo da utilidade, tem-se $\bar{u} \in (-\infty, 0)$.

A equação (1.13) pode ser reescrita utilizando a função utilidade CARA, da seguinte forma,

$$\mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [-e^{-\rho(C(Y_t) - k(e))}] dt \right] \geq \bar{u},$$

como o Principal oferece um contrato linear, temos,

$$\mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [-e^{-\rho(w_0 + \beta Y_t - k(e))}] dt \right] \geq \bar{u} \quad (1.15)$$

Assim como no problema anterior, considerando a aversão ao risco do Agente. Da equação (1.15) podemos escrever a restrição de participação calculando a utilidade esperada em termos do Certo Equivalente (CE) do agente como $u(CE) = E[u(C)]$. Separando a parte

determinística da estocástica, e usando a propriedade da linearidade da esperança temos:

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{-rt} dt \mathbb{E}[-e^{-\rho(w_0 + \beta Y_t - k(e))}] &\geq \bar{u} \\ \int_{t=0}^T e^{-rt} dt (-e^{-\rho(w_0 - k(e))} \mathbb{E}[e^{-\rho \beta Y_t}]) &\geq \bar{u} \\ \int_0^T e^{-rt} dt (-e^{-\rho(w_0 - k(e))} \cdot e^{-\rho(\beta e) - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2}) &\geq \bar{u} \end{aligned}$$

Como termo onde foi tirando a expectativa é uma constante podemos reescrever a integração dos fatores de desconto pelo resultado abaixo,

$$-\frac{(1 - e^{-rT})}{r} \cdot (e^{-\rho(w_0 + \beta e - k(e) - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)}) \geq \bar{u}$$

Como $u(CE) = E[-e^{-CE}]$, linearizando a expressão em ambos os lados com o logaritmo natural da equação de restrição de participação e multiplicando por -1 em ambos os lados, assim temos $-\rho \cdot CE + \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \leq \ln(-\bar{u})$, portanto:

$$w_0 + \beta e - k(e) - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 \geq -\frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u}) + \frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \quad (1.16)$$

Assim como no contrato que não leva em conta os períodos a IR será vinculativa no ótimo, podemos assim determinar a parte fixa paga ao Agente w_0 .

$$w_0 = -\beta e + k(e) + \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{1}{\rho}\ln(-\bar{u}) + \frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \quad (1.17)$$

Diferente do que acontece na equação (1.6), que não há determinação de tempo, a equação de w_0 em (1.17) captura o efeito do horizonte temporal do contrato via o termo $\ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right)$, podemos dizer que esse termo captura o efeito de permanência do Agente no contrato, esse termo é crescente em T . Em termos de incentivos, esse termo não afeta diretamente a escolha ótima de esforço ou a intensidade de incentivos β , mas desloca o nível do pagamento fixo.

1.3.1.2 Restrição de Incentivo Repetida em Valor Presente

O Agente escolhe o esforço ótimo no horizonte temporal de contrato sob a hipótese de rigidez da escolha de esforço, ou seja, é considerado que o acordo firmado entre o Agente e o Principal em $t = 0$ torna-se rígido, de forma que o esforço escolhido em $t = 0$ é executado em

todos os períodos t . Em particular, o acordo firmado entre o Agente e o Principal é plenamente vinculante, de modo que, conseqüentemente, tem-se $e_t = e$ para todo t , assim, espera-se também que o incentivo permaneça constante ao longo do horizonte de contrato.

A equação (1.14) pode ser reescrita usando a função utilidade CARA e a desutilidade do esforço $k(e) = \frac{e^2}{2}$,

$$e \in \arg \max_{e^*} \mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [-e^{-\rho(w_0 + \beta Y_t - \frac{e^2}{2})}] dt \right]$$

Usando a propriedade da linearidade da esperança e calculando a esperança, tem-se

$$\max_e \left[\int_0^T e^{-rt} dt [-e^{-\rho(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)}] \right]$$

Calculando a integral dos descontos, tem-se

$$\max_e \left[-\frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot (e^{-\rho(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)}) \right] \quad (1.18)$$

A escolha do esforço máximo do Agente, dada por $\frac{\partial IC}{\partial e} = 0$ em (1.18), assim, a Condição de Primeira Ordem (CPO) em relação a e , considerando a regra da cadeia, é

$$f(e) = -\frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot e^{g(e)}$$

$$g(e) = -\rho(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)$$

a derivada $f'(e) = -\frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot e^{g(e)} \cdot g'(e) = 0$, onde $g'(e) = -\rho(\beta - e)$, portanto,

$$-\frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot e^{-\rho(w_0 + \beta e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2)} \cdot (-\rho(\beta - e)) = 0$$

Como o termo da exponencial $e^{(\cdot)}$ é estritamente positiva para qualquer valor real, considerando $\rho > 0$, e como $\int_0^T e^{-rt} dt > 0$, o único fator que pode ser igual a zero é $\beta - e$, portanto

$$e^* = \beta \quad (1.19)$$

Nota-se que o esforço ótimo é idêntico ao resultado do modelo de período único, evidenciando que a introdução de múltiplos períodos não altera a escolha do esforço do Agente. Isso é uma consequência direta da hipótese de rigidez do esforço. A extensão do modelo para múltiplos períodos não afeta a escolha ótima do agente, pois os termos de agregação intertemporal entram apenas como fatores multiplicativos positivos, não alterando a condição de primeira ordem e preservando $e^* = \beta$.

1.3.1.3 Otimização do Principal em Valor Presente

Da equação (1.12) tem-se $\Pi = \max \mathbb{E} \left[\int_0^T e^{-rt} [Y_t - C(Y_t)] dt \right]$, tendo a premissa do contrato em que o resultado público $Y_t = e + \varepsilon_t$, onde o termo estocástico é independente e normalmente distribuído com $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, considerando também o esquema de compensação linear, $C(Y_t) = w_0 + \beta Y_t$, o termo da esperança dado em (1.12), pode ser resolvido, considerando a hipótese de rigidez no esforço $e_t = e$, como

$$\Pi = \max_{w_0, \beta, T} \int_0^T e^{-rt} dt \left[e - (w_0 + \beta e) \right]$$

Assim, podemos substituir a determinação do salário fixo do Agente w_0 e o termo da desutilidade do esforço $k(e) = \frac{e^2}{2}$ (1.17) e reescrever a função lucro do principal,

$$\Pi = \int_0^T e^{-rt} dt \left[e - \underbrace{\left(-\beta e + \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 - \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) + \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \right)}_{w_0} - \beta e \right]$$

Substituindo o resultado da escolha de esforço do Agente ($e^* = \beta$) no lucro do Principal e expandindo a soma da taxa de desconto, tem-se

$$\max_{\beta, T} \Pi = \frac{1 - e^{-rT}}{r} \left[\beta - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \right] \quad (1.20)$$

A fim de determinar o incentivo ótimo, a condição de primeira ordem para o Principal em relação a β :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = \frac{1 - e^{-rT}}{r} (1 - \beta - \beta \rho \sigma^2) = 0$$

Assim como no modelo sem horizonte temporal, a intensidade ótima do incentivo é dada por:

$$\beta^* = \frac{1}{1 + \rho \sigma^2} \quad (1.21)$$

Esse resultado evidencia que, sob a hipótese de rigidez do esforço, a introdução da agregação intertemporal não altera a determinação da intensidade ótima de incentivos, uma vez que o fator de desconto atua como um multiplicador da função lucro, não afetando a condição de primeira ordem do Principal e preservando a estrutura de incentivos do modelo em período único.

Podemos ainda substituir o valor da escolha do incentivo no valor fixo pago ao Agente, e obtemos,

$$w_0^* = \frac{\rho\sigma^2 - 1}{2(1 + \rho\sigma^2)^2} - \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) + \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \quad (1.22)$$

O comportamento do termo $-\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u})$ sobre o salário fixo ótimo w_0^* revela uma relação assimétrica entre o poder de barganha do Agente e sua remuneração de reserva agregada. Quando $\bar{u} \in (-1, 0)$, tem-se $-\bar{u} \in (0, 1)$, de modo que $\ln(-\bar{u}) < 0$ e, conseqüentemente, $-\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) > 0$, elevando w_0^* . Nesse cenário, o Agente possui utilidade de reserva próxima de zero, o limite superior da escala da utilidade, sinalizando que dispõe de alternativas externas relativamente atrativas. Para satisfazer a restrição de participação, o Principal é obrigado a oferecer um salário fixo mais elevado, compensando o custo de oportunidade do Agente. Em contrapartida, quando $\bar{u} \in (-\infty, -1)$, tem-se $-\bar{u} > 1$, de modo que $\ln(-\bar{u}) > 0$ e o termo $-\frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) < 0$ passa a reduzir w_0^* .

Para valores suficientemente negativos de $\bar{u}$, essa redução pode ser expressiva o bastante para tornar $w_0^* < 0$, configurando a situação em que o Agente efetivamente paga para participar do contrato. Tal resultado não constitui uma anomalia do modelo, mas antes uma consequência coerente da restrição de participação sob a especificação de utilidade negativa, um Agente com alternativas externas suficientemente ruins atribui valor superior ao vínculo contratual mesmo quando confrontado com um salário fixo negativo, pois o contrato ainda lhe oferece uma perspectiva superior à sua opção de reserva, isso porque não estamos considerando a hipótese de responsabilidade limitada. Assim, o sinal de w_0^* funciona como um indicador do poder de barganha relativo entre as partes: quanto pior a situação externa do Agente, menor a compensação que o Principal precisa oferecer para garantir sua adesão ao contrato, nesse cenário o fator que depende de T em w_0 atua o custo de se comprometer com o contrato ao longo do tempo, dado que é um contrato de comprometimento.

1.3.2 Escolha do Tempo

A determinação de T^* permite ao Principal escolher a duração contratual que equilibra o ganho produtivo ao longo do tempo com os custos associados ao desconto e do custo de risco.

Dada a estrutura do modelo, a duração ótima do contrato T^* é determinada *ex ante* pelo Principal, no momento da oferta do contrato, em conjunto com os demais parâmetros contratuais. Como não há decisões intertemporais nem possibilidade de revisão ao longo do tempo, T é escolhido uma única vez e permanece fixo até o término do contrato.

Considerando o incentivo ótimo, $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$, a função lucro pode ser escrita como,

$$\Pi(T) = \frac{1 - e^{-rT}}{r} \left[\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \right], \quad (1.23)$$

Com $r > 0$, $\rho > 0$, $\sigma^2 > 0$ e $\bar{u} \in (-\infty, 0)$ é possível determinar o tempo de duração ótima do contrato. A partir da equação (1.23), podemos determinar a escolha de T^* pelo Teorema 1, que é provada formalmente no Apêndice B.

Teorema 1. (Caracterização do Horizonte Ótimo). *O horizonte ótimo de contrato T^* é caracterizado por:*

$$T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right) \right) \quad (1.24)$$

Em particular, existe uma solução interior finita $T^* > 0$ se, e somente se,

$$0 < r(-\bar{u}) \exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right) < 1. \quad (1.25)$$

Caso,

$$r(-\bar{u}) \exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right) > 1 \Rightarrow T^* \notin \mathbb{R}.$$

A existência de uma solução interior para a duração ótima do contrato requer que o termo, $r(-\bar{u}) \exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right)$, pertença ao intervalo $(0, 1)$. Caso contrário, o problema deixa de admitir uma solução com $T^* > 0$ finito.

Outra condição caracterizada no Teorema 1 define uma fronteira de viabilidade no espaço de parâmetros, dada por $r(-\bar{u}) \exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right) \rightarrow 1$. Para compreender melhor a localização dessa fronteira e sua sensibilidade aos parâmetros, definimos o Lema 1.

Observação 1. *O termo $\exp \left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1 \right)$ presente na solução de T^* dada pela equação (1.24), pode ser reescrito usando o resultado do incentivo dado ao Agente, dado por $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$, então o termo do exponencial pode ser reescrita, como*

$$\exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right),$$

dessa forma é possível reescrever também a escolha de T^* :

$$T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp \left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1 \right) \right) \quad (1.26)$$

O termo do exponencial reescrito resume a interação entre risco e intensidade ótima do contrato.

Lema 1. (Caracterização do domínio do horizonte ótimo). *Seja a escolha de T^* dada por (1.26), o Teorema 1 assegura que a região que T^* é definido é dado pela condição (1.25), assim, para que T^* seja único e finito deve satisfazer*

$$r(-\bar{u}) < \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right), \quad (1.27)$$

Em particular se:

$$r(-\bar{u}) \rightarrow \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right), \text{ tem-se } T^* \rightarrow \infty. \quad (1.28)$$

Prova. O caso onde T^* possui solução interior finita pode ser reescrita usando a equação (1.26), assim,

$$0 < r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right) < 1. \quad (1.29)$$

Vamos definir $K \equiv r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right)$, de modo que $T^* = -\frac{1}{r} \ln(1 - K)$, portanto a condição de existência de T^* é $K \in (0, 1)$.

A partir da condição (1.29), podemos considerar que,

$$r(-\bar{u}) < \frac{1}{\exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right)},$$

assim,

$$r(-\bar{u}) < e^{-\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right)},$$

portanto,

$$r(-\bar{u}) < \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right),$$

Essa condição demonstra a situação que $(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1)) \in (0, 1)$ que satisfaz $T^* > 0$ pelo Teorema 1.

No caso em que,

$$r(-\bar{u}) \approx \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right),$$

$$r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right) \approx 1, \text{ ou}$$

$$K \approx 1,$$

Definindo T^* em termos de K ,

$$T^* = -\frac{1}{r} \ln(1 - K),$$

quando $K \rightarrow 1^-$ tem-se $1 - K \rightarrow 0^+$. Como, $\ln(x) \rightarrow -\infty$ quando $x \rightarrow 0^+$, temos que, $\ln(1 - K) \rightarrow -\infty$ quando $K \rightarrow 1^-$, segue que:

$$T^* = -\frac{1}{r} \ln(1 - K) \text{ com } 1 - K \rightarrow 0^+$$

$$T^* \rightarrow \infty.$$

O cenário em que,

$$r(-\bar{u}) > \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right),$$

$$r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1\right) > 1,$$

portanto $K > 1$, assim,

$$(1 - K) < 0 \Rightarrow \ln(1 - K) \notin \mathbb{R},$$

portanto, $T^* \notin \mathbb{R}$.

■

O Lema 1 mostra as condições em que o Principal escolhe o T^* para o contrato, que é balanceado pelos termos que representa o produto da utilidade de reserva com a taxa de juros, a utilidade de reserva mede o custo de oportunidade do Agente o que reflete as opções externas do Agente fora do contrato, quando multiplicada pela taxa de juros ($r(-\bar{u})$), mede a exigência de participação do Agente (em termos de valor presente).

Podemos interpretar a condição $r(-\bar{u}) < \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right)$ de maneira detalhada: O termo $r(-\bar{u})$ captura a intensidade intertemporal da restrição de participação do agente, enquanto $\exp(1 - \rho\beta^*/2)$ reflete a capacidade do contrato, determinada pela interação entre aversão ao risco e incentivos ótimos, de sustentar um horizonte contratual finito.

O termo $\exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right)$ representa o limite máximo do custo de oportunidade descontado que o ambiente contratual, dado pela interação entre aversão ao risco ρ e incentivo ótimo β^* , consegue acomodar para que exista um horizonte finito ótimo. Quando $r(-\bar{u})$ ultrapassa esse limite, nenhum T finito é suficiente para satisfazer simultaneamente a restrição de participação

e maximizar o lucro do Principal. É o lado da relação que o Principal controla via desenho do contrato, enquanto $r(-\bar{u})$ é o lado que o Principal toma como dado do mercado.

Analisando agora o caso limite em que o horizonte ótimo colapsa, isto é, $T^* \rightarrow 0$, situação em que o Principal não encontra incentivo para estabelecer qualquer relação contratual duradoura com o Agente.

Lema 2. *Considere T^* determinado pelo Teorema 1. Então T^* é decrescente na utilidade de reserva do Agente em valor presente $\bar{u}$, no sentido de que, quanto menos negativa for $\bar{u}$ menor será a duração ótima do contrato. Isto é, quanto mais atrativas forem suas alternativas externas, menor será a duração ótima do contrato. Quando a utilidade de reserva se aproxima de seu limite superior admissível, tem-se:*

$$\lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} T^* \rightarrow 0.$$

Prova. Considere a expressão de T^* reescrita na equação (1.26). Queremos calcular o limite de T^* quando $\bar{u} \rightarrow 0^-$. Como $\bar{u} < 0$, temos $-\bar{u} > 0$. Além disso, $\lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} (-\bar{u}) = 0^+$.

Semelhante ao que definimos na prova do Lema 1, seja $K(\bar{u}) \equiv r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1)$, portanto, T^* pode ser reescrito como,

$$T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln(1 - K(\bar{u}))$$

Note que, $\lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} K(\bar{u}) = 0$. Logo,

$$\lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} T^* = \lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} \left[-\frac{1}{r} \ln(1 - K(\bar{u})) \right].$$

Pela continuidade da função logarítmica em 1, segue que:

$$\ln(1 - K(\bar{u})) \rightarrow \ln(1).$$

Como $\ln(1) = 0$, conclui-se que:

$$\lim_{\bar{u} \rightarrow 0^-} T^* = 0.$$

■

Esse resultado mostra que, quando a utilidade de reserva agregada do Agente se aproxima de seu limite superior admissível, isto é, quando $\bar{u} \rightarrow 0^-$, a duração ótima do contrato converge para zero. Economicamente, quanto maior for a utilidade mínima exigida pelo Agente para aceitar o contrato, menor será o horizonte contratual compatível com a maximização do

lucro do Principal. Isso significa que um Agente que exige maior participação é caro para o Principal sustentar por maiores períodos.

Com a função lucro expressa em termos do horizonte contratual T^* , o próximo passo consiste em verificar a natureza do ponto crítico obtido a partir da condição de segunda ordem.

Proposição 1. (Máximo local estrito do horizonte ótimo).

Considere o contrato com incentivo ótimo $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$ e a função lucro

$$\Pi(T) = \frac{1 - e^{-rT}}{r} \left[\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \right],$$

com $r > 0$, $\rho > 0$, $\sigma^2 > 0$ e $\bar{u} \in (-\infty, 0)$.

Se existir uma solução interior finita $T^* > 0$, então:

1. O ponto crítico T^* satisfaz a condição de primeira ordem dada por (1.24).
2. A derivada de segunda ordem no ponto crítico satisfaz

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2} \Big|_{T^*} < 0.$$

Consequentemente, T^* constitui um máximo local estrito.

Prova. A estrutura da primeira derivada é:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T} = \underbrace{e^{-rT}}_{A(T)} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) - \frac{1}{\rho} \right]}_{B(T)}$$

onde chamamos a primeira parte de $A(T)$ e a segunda parte de $B(T)$, para calcularmos a regra do produto dada por: $A'(T) \cdot B(T) + A(T) \cdot B'(T)$.

Seja,

$$A'(T) = -e^{-rT} \cdot r \quad \text{e} \quad B'(T) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{r \cdot e^{-rT}}{1 - e^{-rT}}$$

Como, $e^{-rT} > 0$ e $1 - e^{-rT} > 0$ para todo $r > 0$ e $T > 0$, $A'(T) < 0$ e $B'(T) < 0$.

Montando a regra do produto,

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2} = \underbrace{-re^{-rT}}_{A'(T) < 0} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) - \frac{1}{\rho} \right]}_{B(T)} + \underbrace{e^{-rT}}_{A(T) > 0} \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{\rho} \frac{re^{-rT}}{1 - e^{-rT}} \right)}_{B'(T) < 0}$$

No ponto crítico, a CPO exige que $\frac{\partial \Pi}{\partial T} = 0$. Como $A(T) \neq 0$, temos obrigatoriamente $B(T^*) = 0$. Avaliando $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2}$ no ótimo, o ponto crítico T^* satisfaz $B(T^*) = 0$, assim, o termo resultante da derivada de segunda ordem será $A(T^*) \cdot B'(T^*)$,

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2} \Big|_{T^*} = e^{-rT^*} \cdot \left[-\frac{1}{\rho} \frac{re^{-rT^*}}{1 - e^{-rT^*}} \right]$$

Como $\rho > 0$, $r > 0$, $e^{-rT} > 0$, $e^{-2rT^*} > 0$ e $(1 - e^{-rT}) > 0$ para qualquer $T > 0$, temos:

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2} \right|_{T^*} = -\frac{re^{-2rT^*}}{\rho(1 - e^{-rT^*})} < 0$$

Pela avaliação dada, temos que $A(T) > 0$ e $B'(T) < 0$, consequentemente, $\left. \frac{\partial^2 \Pi}{\partial T^2} \right|_{T^*} < 0$. Concluimos que o ponto crítico T^* é um máximo local estrito

■

1.3.2.1 Caracterização do Tempo Ótimo

Nos Lema 1 e 2 estabelecemos as condições que determinam T^* , assim a partir da condição estabelecida para existência ($r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$), sempre que a utilidade de reserva agregada descontada pela taxa de juros for estritamente menor que a relação risco incentivo. Vamos discutir essa relação.

Na restrição de participação dada pela equação (1.15), é definida pela utilidade esperada total em valor presente, portanto, $\bar{u}$, com IR ativa já é o valor presente total da utilidade de reserva avaliada no instante inicial, o custo instantâneo que o Principal paga para manter o Agente no contrato a cada instante. Multiplicar por r converte esse valor presente em um equivalente em fluxo de custo de oportunidade, ou seja, o quanto o Agente exige por unidade de tempo para permanecer no contrato em vez de exercer sua melhor alternativa externa. Portanto, $r(-\bar{u})$ é o custo de participação do Agente por unidade de tempo, expressa em termos de taxa, análogo a uma taxa de retorno mínima que o contrato precisa oferecer instantaneamente para reter o Agente.

Agora analisando o lado direito da condição de existência de T^* , a partir da expressão (1.27), onde temos o expoente $(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$ que é um índice composto que emerge da estrutura CARA e da distribuição normal dos choques aleatórios e com desutilidade quadrática do esforço, refletindo conjuntamente o ambiente de risco e o incentivo ótimo. O termo $\frac{\rho\beta^*}{2}$ captura a interação entre aversão ao risco (ρ) e à implementação do incentivo ótimo nesse ambiente CARA.

Esse termo é originado da CPO do Principal em relação a T , especificamente do colchete que se anula na derivada $\frac{\partial \Pi}{\partial T} = 0$. O termo do expoente $(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$, quando comparado com o termo $r(-\bar{u})$ na condição do Lema 1, determina a região de parâmetros sob a qual o contrato admite uma solução com horizonte finito, sintetizando os efeitos combinados de aversão

ao risco, volatilidade e custo de esforço.

Como $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$, aumentos em ρ ou σ^2 reduzem a intensidade ótima do incentivo, afetando diretamente o custo de risco implícito no contrato. Portanto, o termo $\frac{\rho\beta^*}{2}$ incorpora um *trade-off* risco-incentivo, aumentos em ρ ou σ^2 reduzem β^* e alteram esse termo de forma não linear.

A função exponencial transforma esse expoente em um fator multiplicativo que entra na condição de viabilidade do contrato. Quando $1 - \frac{\rho\beta^*}{2} > 0$, esse fator é maior que 1, ampliando a margem de viabilidade do contrato, distanciando o lado direito do custo de participação. Quando $1 - \frac{\rho\beta^*}{2} < 0$, o fator é menor que 1, comprimindo essa margem, aproximando o lado direito do custo de participação. Portanto, $\exp(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$ pode ser interpretado como a capacidade do contrato de sustentar sua viabilidade econômica sob o *trade-off* entre risco e incentivos.

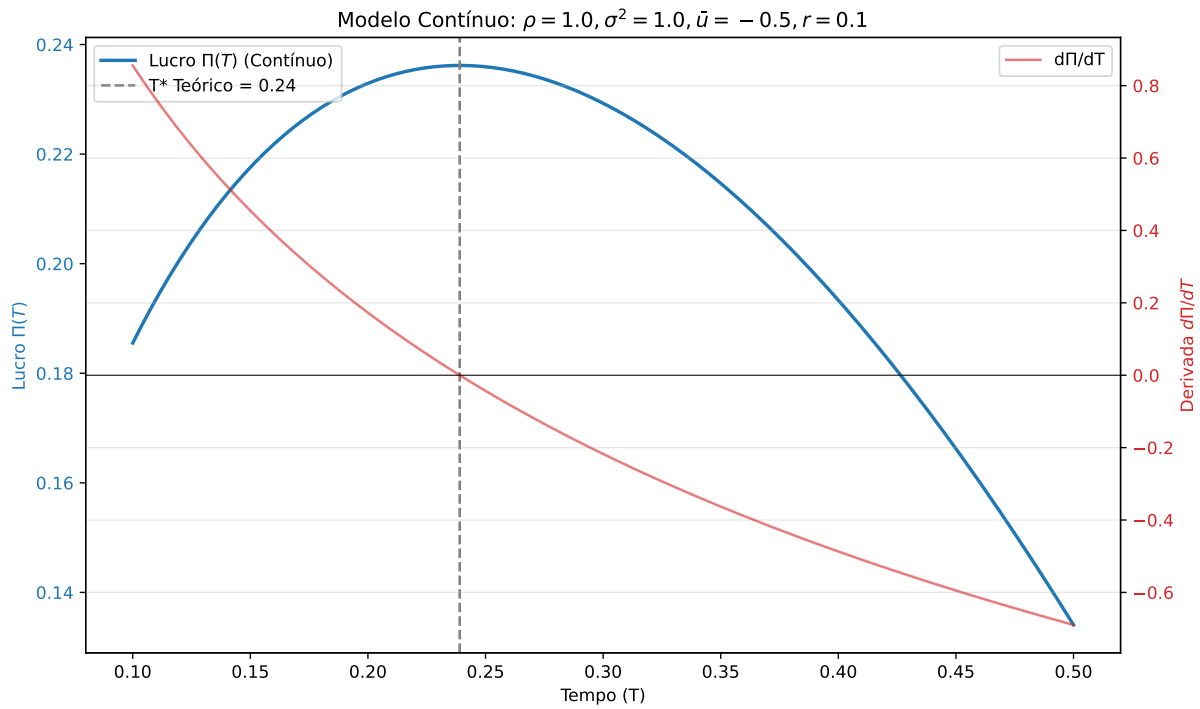
À medida que o lado direito da desigualdade ($r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$) for estritamente maior que o lado esquerdo o contrato deverá possuir períodos curtos, a medida que os valores se aproximam o contrato deverá ter períodos maiores. Economicamente, a distância entre os dois lados da condição mede a folga com que o contrato satisfaz a restrição de participação. Quando $r(-\bar{u})$ se aproxima de $\exp(1 - \frac{\rho\beta^*}{2})$, a exigência de participação torna-se menor em relação à capacidade de sustentação do contrato. O contrato, então, pode possuir um horizonte mais longo para distribuir no tempo os ganhos da relação e acomodar a participação do Agente. No limite, quando os dois lados se igualam, a margem de folga desaparece e a duração ótima tende ao infinito.

Quando a utilidade de reserva agregada do Agente ($\bar{u}$) é menos negativo, o Agente dispõe de alternativas externas relativamente atrativas ($\bar{u}$ próximo de 0), o Principal consegue satisfazer a restrição de participação, mas o custo de reter o Agente é elevado, resultando em T^* pequeno. Em contrapartida, quando ($\bar{u}$) é mais negativo, ou seja, ($\bar{u}$ mais longe de zero), Agente com alternativas externas ruins, o custo de reter o Agente é menor e o Principal pode extrair excedente em um horizonte mais longo, expandindo T^* , pois o Agente tem poucos incentivos para não se comprometer com o contrato. No lado esquerdo da desigualdade, essa relação também é impactada pelo parâmetro de juros r , onde T será maior a medida que aumenta r .

Apresentamos nas figuras (1 e 2), a seguir, os resultados numéricos do Teorema 1, considerando a existência de um tempo ótimo finito pela condição estabelecida no Lema 1, $r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})$, onde o resultado mostra uma função lucro estritamente côncava em relação a duração do contrato T . O resultado da Figura 1 mostra o cenário $r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})$

para um caso de um $(\bar{u})$ menos negativo, onde o lado direito da desigualdade é maior que o lado esquerdo, e a Figura 2 mostra o mesmo cenário de parâmetros de juros, risco e volatilidade com $(\bar{u})$ mais negativo.

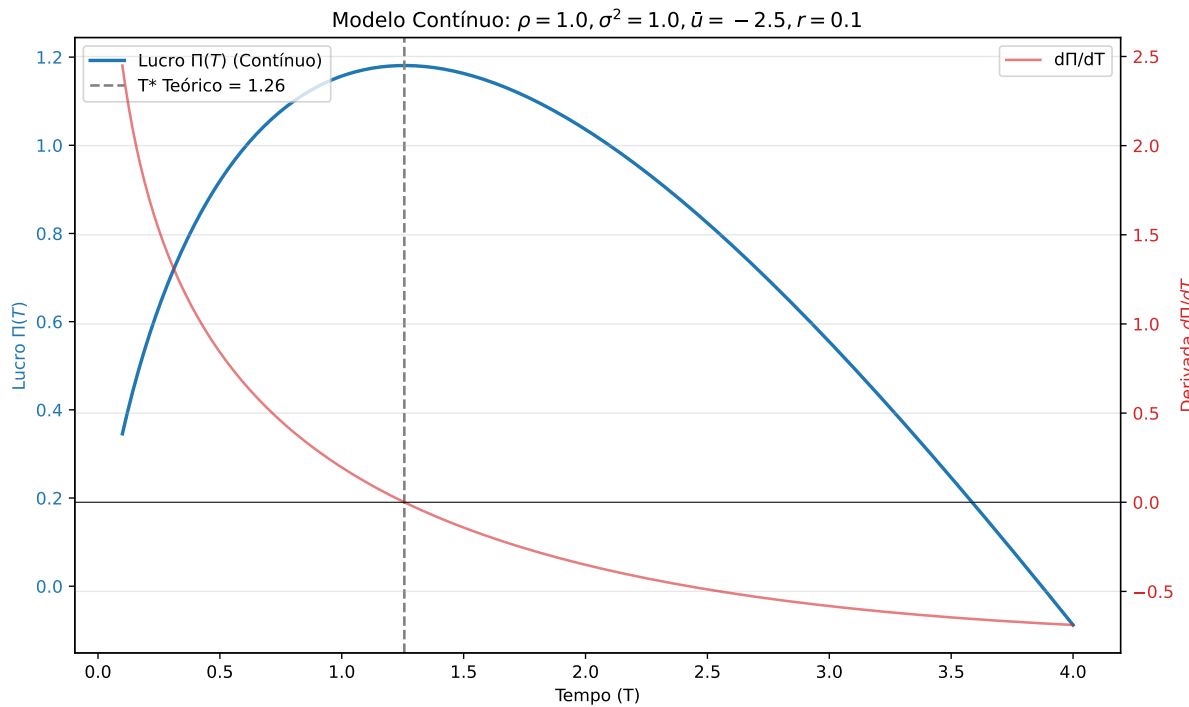
Figura 1 – Análise da Condição $\left(r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})\right)$, $\bar{u} = -0.5$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -0.5, \rho = 1, \sigma^2 = 1$ e $r = 0.1$.

Figura 2 – Análise de Condição $\left(r(-\bar{u}) < \exp\left(1 - \frac{\rho\beta}{2}\right)\right)$, com $\bar{u} = -2.5$



Fonte: Elaborado pelo autor.

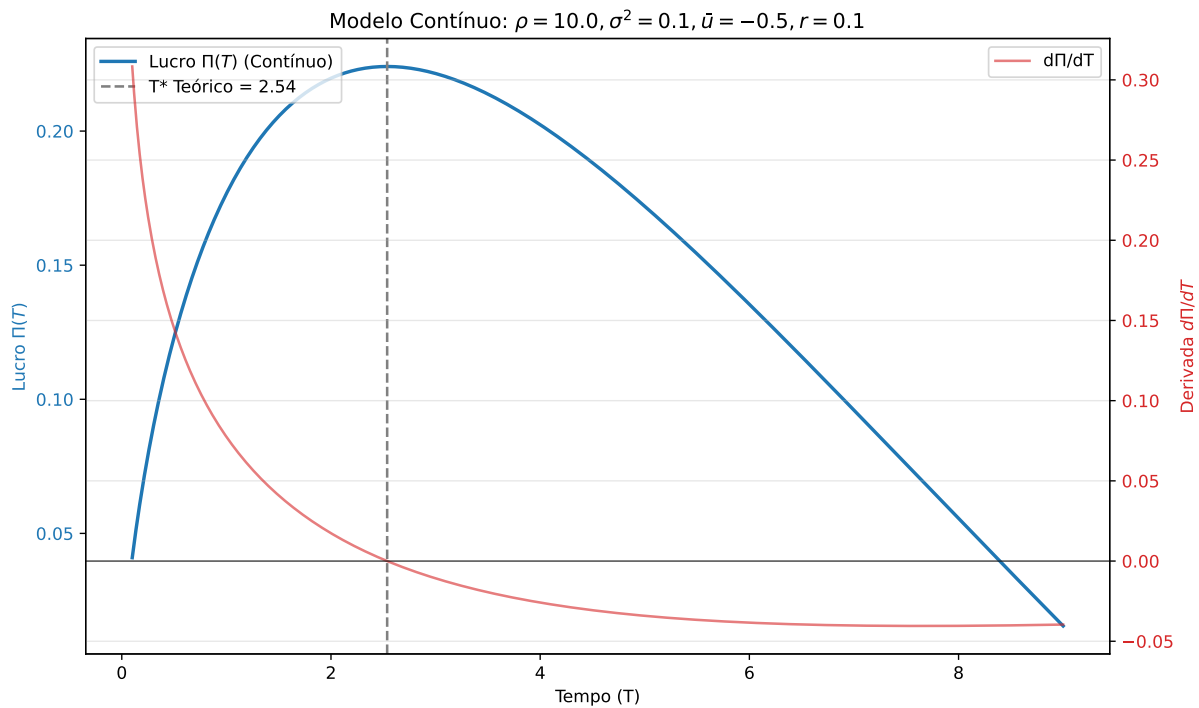
Parametrização. $\bar{u} = -2.5, \rho = 1, \sigma^2 = 1$ e $r = 0.1$.

Assim, com todos os parâmetros constantes, a comparação entre um Agente com $\bar{u}$ menos negativo, próximo de zero e um Agente com $\bar{u}$ mais negativo, longe de zero é: o Agente com $\bar{u}$ menos negativo vai ser mais caro de ser mantido ao longo do tempo, e o Agente com $\bar{u}$ mais negativo se torna mais barato de ser mantido pelo Principal, satisfazendo as condição estabelecida no Lema 1 da caracterização de T^* , assim a medida que a distância entre as desigualdades diminui o tempo de contrato aumenta. Além disso, a comparação entre as Figuras 1 e 2 mostra como T^* é decrescente em $\bar{u}$ no sentido de que quanto menos negativa for a utilidade de reserva do Agente, menor será a duração do contrato, condição estabelecida no Lema 2.

Em ambos os cenário os parâmetros são idênticos, a única diferença reside na utilidade de reserva do Agente. Na Figura 1 mostramos a concavidade da função lucro em relação a duração de contrato para um Agente com alta utilidade de reserva ($\bar{u} = -0.5$), ou seja, nesse cenário o Agente que possui muitas opções externas se torna caro para o Principal manter sob longos períodos, assim, o contrato possui uma duração determinada, com a parametrização selecionada, foi encontrado $T^* = 0.24$. Enquanto na Figura 2 um Agente com utilidade de reserva inferior ($\bar{u} = -2.5$) produz um período de contrato superior ao do cenário anterior, $T^* = 1.26$.

Até então fizemos a comparação dos parâmetros considerando o lado esquerdo da desigualdade, pelo custo de participação do Agente, considerando agora um ajuste pelo lado do risco incentivo. Supondo uma situação em que o lado direito da desigualdade esteja reduzido, por um aumento no parâmetro de risco do Agente (ρ) combinado com uma redução na volatilidade (σ^2), com um cenário em que o expoente seja $(1 - \frac{\rho\beta}{2} < 0)$, assim, $\exp(1 - \frac{\rho\beta}{2}) < 1$ a margem de viabilidade se aproxima do lado esquerdo, com $r = 0.1$ e $\bar{u} = -0.5$, o cenário descrito Figura 1, na Figura 3 abaixo mostramos o cenário onde o Principal tem que satisfazer o custo de participação com uma aversão ao risco maior, mas em um ambiente de baixa volatilidade.

Figura 3 – Análise da condição $(r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2}))$ Sob expansão de ρ e menor σ^2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -0.5, \rho = 10, \sigma^2 = 0.1$ e $r = 0.1$.

No cenário descrito na Figura 3 o contrato reage ao risco alto e volatilidade baixa com mais tempo de contrato, nesse cenário o contrato precisa percorrer um período maior para satisfazer a restrição de participação do Agente, para os parâmetros selecionados $T^* = 2.54$.

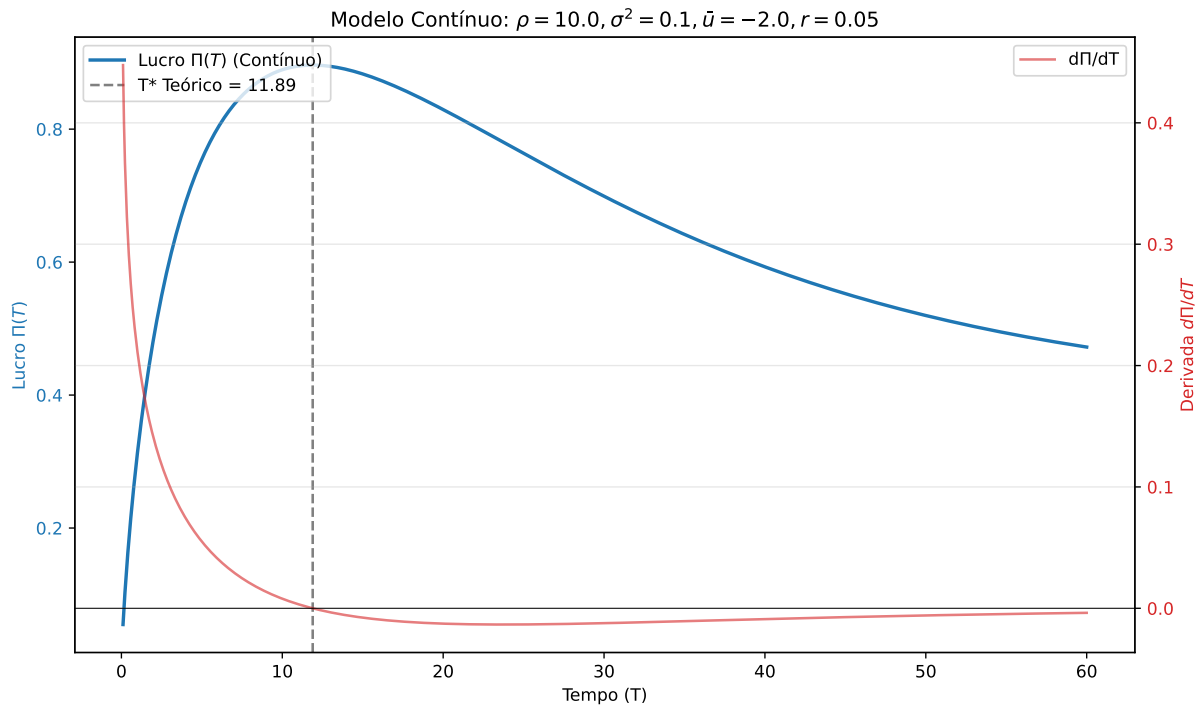
Até então analisamos a duração do contrato apenas sob a ótica de satisfazer a existência de T^* via a condição estabelecida no Lema 1 ($r(-\bar{u}) < \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})$). A partir de agora, o objetivo é avançar além dessa condição, examinando como variações nos parâmetros do modelo afetam quantitativamente a duração ótima do contrato.

Vamos considerar alguns cenários para analisar como variações nos parâmetros

afetam a duração ótima do contrato. Para isso, é conveniente reescrever a condição de existência de T^* em termos do parâmetro $K \equiv r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1)$, termo usado na prova do Lema 1, definido como o produto entre o custo de participação ajustado, $r(-\bar{u})$, e o termo exponencial que captura o *trade-off* entre risco e incentivos. A condição original de existência pode ser descrita de forma equivalente como $K < 1$. Essa reparametrização é útil porque a duração ótima do contrato é crescente em K assim, quando mais K se aproxima de 1 maior será o horizonte de contrato.

Considere inicialmente um cenário com $\bar{u} = -2.0$, $r = 0.05$, assim o lado esquerdo da desigualdade será $r(-\bar{u}) = 0.1$. Considere que $\rho = 10$, $\sigma^2 = 0.1$, e o termo $\exp(1 - \frac{\rho\beta}{2}) = 4.48$, assim, o termo $K = 0.44$ e a determinação da duração produz $T^* = 11.89$, simulamos esse cenário na Figura 4 abaixo. Note que, a medida que aproximamos K de 1 a concavidade da função lucro vai perdendo sua forma.

Figura 4 – Análise da Duração do Contrato, $K = r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta}{2} - 1) \approx 0.44$.

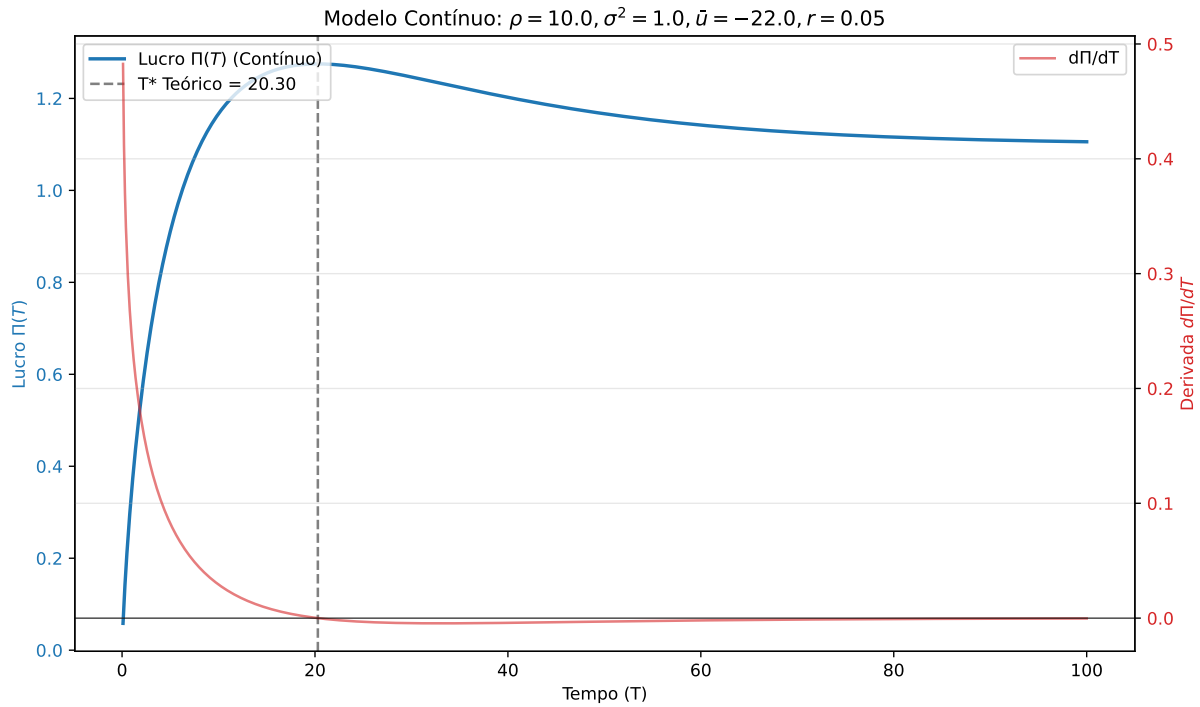


Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -2.0$, $\rho = 10$, $\sigma^2 = 0.1$ e $r = 0.05$.

Considere agora $\bar{u} = -22$, $r = 0.05$, assim $r(-\bar{u}) = 1.1$, e mantendo do lado direito da desigualdade $\rho = 10$ e $\sigma = 1.0$, o termo $\exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1) \approx 0.63$, assim, $K \approx 0.63$ que produz uma duração ótima $T^* = 20.30$, conforme a simulação da Figura 5.

Figura 5 – Análise da Duração do Contrato, $K = r(-\bar{u}) \cdot \exp(\frac{\rho\beta}{2} - 1) \approx 0.63$.

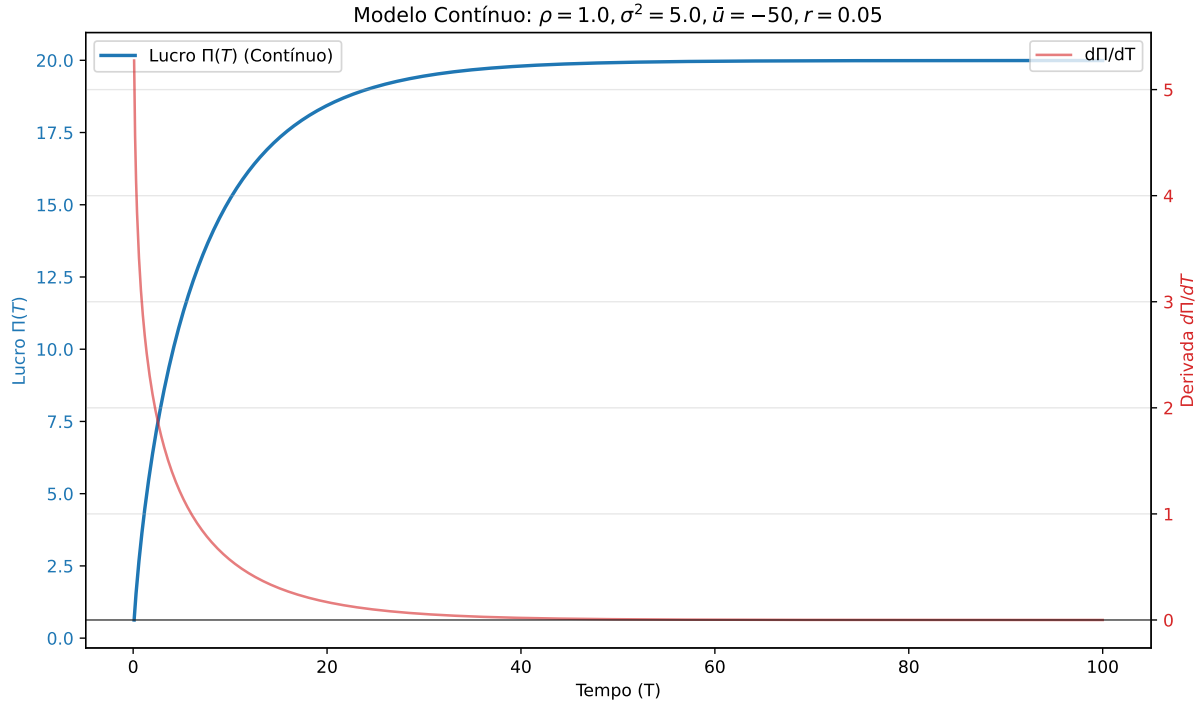


Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -22.0, \rho = 10, \sigma^2 = 1.0$ e $r = 0.05$.

A Figura 6 apresenta para um Agente com baixa utilidade de reserva agregada, mais negativa ainda, ($\bar{u} = -50$), ou seja, um Agente com poucas opções externas, nesse cenário o Agente possui um valor fixo suficiente baixo que o Principal consegue satisfazer sob longos períodos, assim, o lucro do Principal não apresenta concavidade em relação ao tempo, o lucro do Principal é sempre positivo para todos os períodos. No cenário determinado tem-se $r(-\bar{u}) = 2.5$ e o termo exponencial $\exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1) \approx 0.399$, assim, $K \approx 0.999$. Ou considerando pelo termo do Lema 1 ($r(-\bar{u}) \approx \exp(1 - \frac{\rho\beta}{2})$) com o termo da direita $\exp(1 - \frac{\rho\beta}{2}) \approx 2.5009$.

Figura 6 – Análise de Concavidade $\left(r(-\bar{u}) \approx \exp\left(1 - \frac{\rho\beta}{2}\right)\right)$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -50, \rho = 1, \sigma^2 = 5$ e $r = 0.05$.

Nesse cenário, os lados da condição da desigualdade possuem valores muito aproximados $r(-\bar{u}) \approx \exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right)$, isso nos diz que o Principal sempre vai ter a capacidade de satisfazer a restrição de participação do Agente ao longo do tempo. A situação onde $T^* \rightarrow \infty$, produz um lucro sempre positivo na função

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \Pi(T) = \frac{1 - e^{-rT}}{r} \left[\frac{1}{2(1 + \rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1 - e^{-rT}}{r}\right) \right] > 0$$

A comparação das figuras evidencia numericamente a fronteira entre os dois regimes estabelecidos pelo Lema 1. Portanto, a duração do contrato não é escolha exógena nem puramente endógena, ela emerge do regime econômico estabelecido no Lema 1.

Portanto, concluímos que a escolha de T^* é determinada pela condição dada pelo Lema 1, $r(-\bar{u}) < \exp\left(1 - \frac{\rho\beta}{2}\right)$. Nesse sentido, a medida que os lados da desigualdade se aproximam, T^* tende a aumentar (K se aproximando de 1), quando os valores são mais distantes T^* tende a se reduzir.

1.3.2.2 Estática Comparativa do Horizonte Ótimo

A Figura (7a) ilustra a relação entre o horizonte ótimo do contrato T^* e a utilidade de reserva agregada do Agente $\bar{u}$. Observa-se uma relação monotonicamente decrescente: à medida que $\bar{u}$ aumenta (torna-se menos negativa), o horizonte ótimo diminui, o que analiticamente implica em $\frac{\partial T^*}{\partial \bar{u}} < 0$. Intuitivamente, uma utilidade de reserva mais elevada impõe uma restrição de participação mais exigente, aumentando o custo total do contrato para o Principal. Como consequência, a extensão temporal do contrato torna-se menos atrativa, levando à redução do horizonte ótimo. Em contraste, valores mais baixos de $\bar{u}$ relaxam a restrição de participação, permitindo ao Principal prolongar a duração do contrato e extrair ganhos ao longo de um período mais extenso, isso respeitando a condição estabelecida pelo Lema 1.

A relação entre o horizonte ótimo T^* e o grau de aversão ao risco do agente, representado por ρ , é apresentada na Figura (7b). Observa-se uma relação crescente entre T^* e ρ , assim, maiores níveis de aversão ao risco estão associados a contratos mais longos. Usando a formulação de T^* obtida da Observação 1, o termo que contém ρ presente no termo exponencial $\exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1)$ é crescente em ρ .

Esse resultado decorre do fato de que o aumento de ρ reduz a intensidade ótima dos incentivos, β . Com um β^* menor, o esforço do Agente (que é proporcional ao incentivo) diminui, isso reduz o lucro que o Principal extrai em cada instante de tempo. Como o lucro gerado em cada período agora é menor, devido ao esforço reduzido e ao prêmio de risco ajustado, o Principal precisa de um horizonte temporal mais longo T^* para acumular o excedente necessário para satisfazer a restrição de participação do Agente e ainda obter seu retorno. Além disso, é possível observar essa comparação ao visualizar a equação (1.22), nesse caso o Principal consegue diminuir o termo que divide o termo de custo temporal ao longo do tempo, $\frac{1}{\rho} \ln(f(T))$.

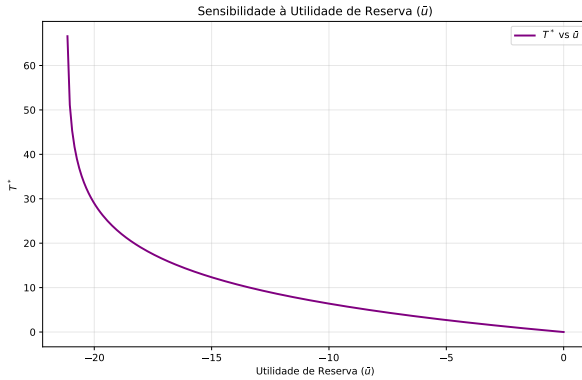
A Figura (7c) ilustra o efeito da incerteza, medida pela variância σ^2 , sobre o horizonte ótimo T^* . A relação observada é monotonicamente decrescente, portanto, aumentos na volatilidade reduzem a duração ótima do contrato. Esse resultado reflete o fato de que maior incerteza amplifica o risco associado ao desempenho, como o Agente é mais arriscado espera-se maior pagamento de prêmio de risco. Note que, na função lucro do Principal em (1.23), o aumento de σ^2 diminui o valor do lucro do Principal, e aumenta o valor fixo pago ao Agente em w_0 , na equação (1.22), assim, na formulação T^* , o valor extraído por unidade de tempo cai mais rápido do que a capacidade do Principal de amortizar a utilidade de reserva.

O termo de r tem uma relação complexa com T^* na equação que determina a

existência da duração ótima, r está presente no denominador fora da expressão do logaritmo e como efeito multiplicador no logaritmo, a Figura (7d) mostra que o efeito multiplicador domina essa relação. Observa-se uma relação positiva, assim, aumentos na taxa de juros estão associados a contratos mais longos.

Figura 7 – Sensibilidade do horizonte T aos termos exógenos do contrato.

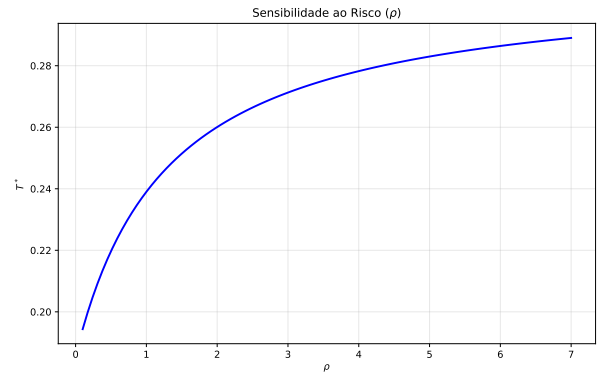
(a) Relação de T^* com $\bar{u}$



Fonte: Elaboração do autor.

Parametrização: $\rho = 1$, $\sigma^2 = 1$ e $r = 0.1$.

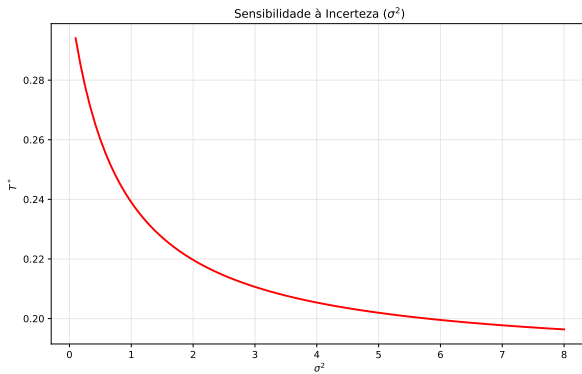
(b) Relação de T^* com ρ



Fonte: Elaboração do autor.

Parametrização: $\bar{u} = -0.5$, $\sigma^2 = 1$ e $r = 0.1$.

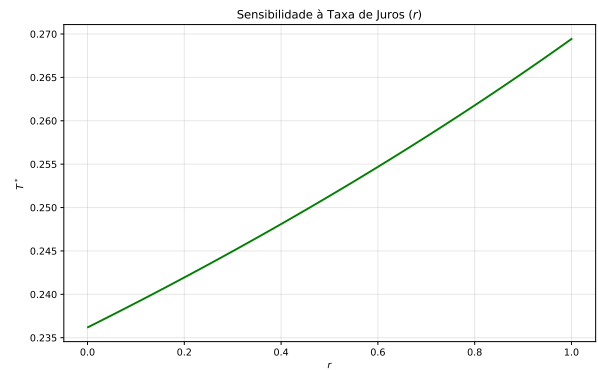
(c) Relação de T^* com σ^2



Fonte: Elaboração do autor.

Parametrização: $\bar{u} = -0.5$, $\rho = 1$, e $r = 0.1$.

(d) Relação de T^* com r



Fonte: Elaboração do autor.

Parametrização: $\bar{u} = -0.5$, $\rho = 1$ e $\sigma^2 = 1$.

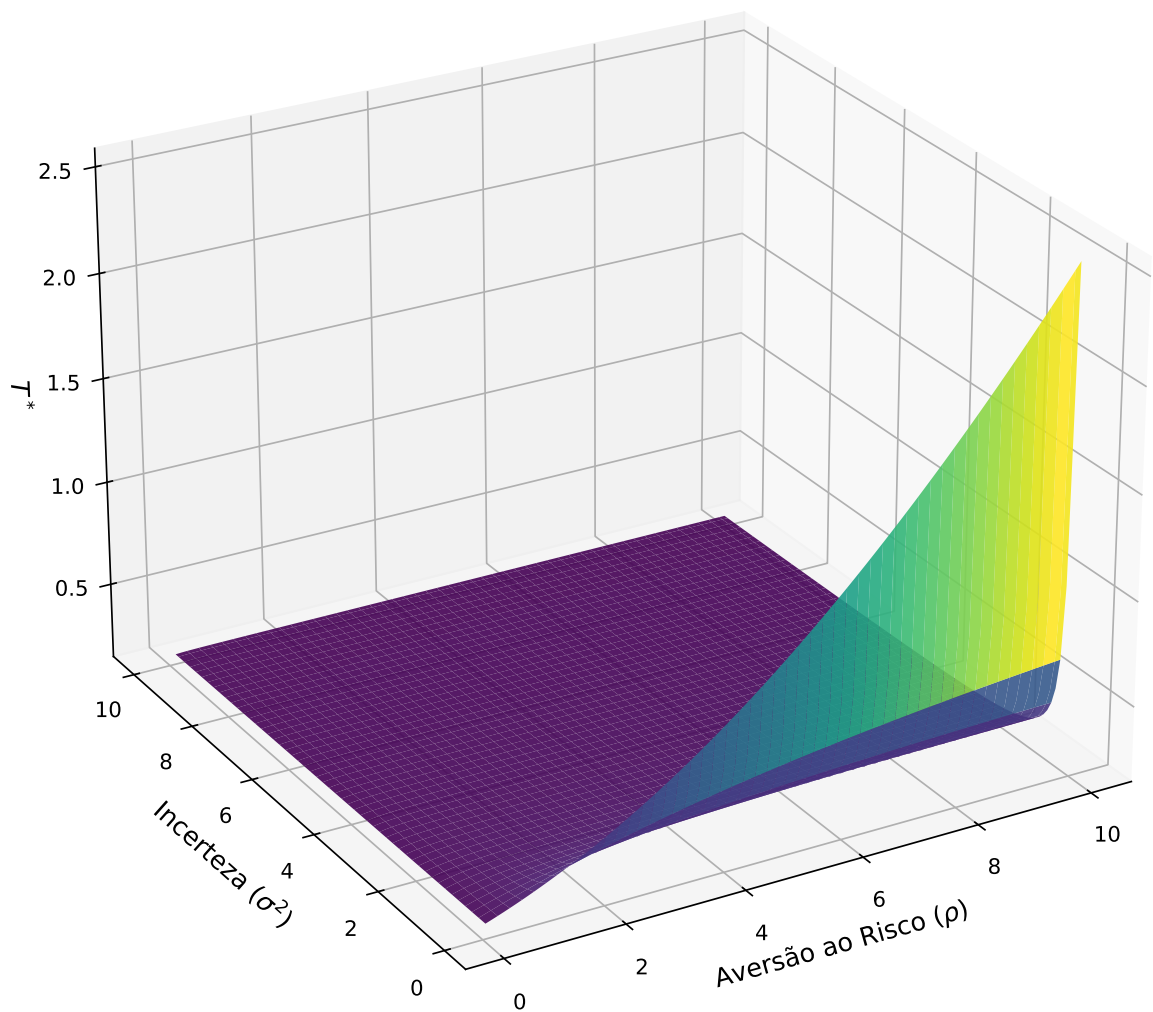
Podemos interpretar essa relação (r e T) a partir do efeito do desconto sobre o valor presente dos fluxos futuros. Um aumento em r reduz o peso relativo dos pagamentos futuros ao agente, diminuindo o custo intertemporal do contrato, como consequência, o Principal pode sustentar contratos mais longos, ampliando o horizonte ótimo.

Em conjunto, a estática comparativa revela que o horizonte ótimo T^* é determinado pelo equilíbrio entre o custo de oportunidade descontado do Agente, $r(-\bar{u})$, e a capacidade do ambiente contratual de sustentar esse custo, capturada por $\exp\left(1 - \frac{\rho\beta^*}{2}\right)$, ou seja, a relação

dada no Lema 1. Parâmetros que ampliam $r(-\bar{u})$, como utilidades de reserva mais negativas ou, para certas parametrizações, taxas de desconto mais elevadas, aproximam o sistema do limiar de contrato mais longo ou da inviabilidade. Enquanto ambientes de menor volatilidade σ^2 preservam incentivos mais intensos e favorecem horizontes mais longos. A aversão ao risco ρ , por sua vez, atua sobre T^* tanto via incentivo β^* como pelo efeito temporal via o custo temporal presente no pagamento fixo do Agente.

Como o termo $\exp(\frac{\rho\beta^*}{2} - 1)$ presente na formulação de T^* requer uma combinação dos termos de ρ e σ^2 , considere a Figura 8 abaixo para visualizar a interação dos termos dos dois parâmetros com T^* .

Figura 8 – Superfície do Horizonte Ótimo $T^*(\rho, \sigma^2)$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Parametrização. $\bar{u} = -0.5$, $\rho = 0.1 - 10$, $\sigma^2 = 0.1 - 10$ e $r = 0.1$.

A superfície da Figura 8 evidencia que ρ domina a relação entre risco e incentivo na determinação de T^* , variações na aversão ao risco geram efeitos expressivos sobre o horizonte ótimo, especialmente em ambientes de baixa volatilidade, enquanto aumentos em σ^2 mantendo ρ fixo produzem efeitos relativamente modestos. Esse resultado é consistente com a estrutura não linear de $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$, na qual ρ exerce influência preponderante sobre o *trade-off* risco–incentivo capturado pelo expoente $\frac{\rho\beta^*}{2}$.

Em termos econômicos, quando o ambiente é pouco volátil, o impacto da aversão ao risco sobre o custo do contrato é atenuado, o que amplia a capacidade de satisfazer a restrição de participação do Agente ao longo do tempo. A Figura 8 revela é que o objeto relevante não é ρ isoladamente, mas a interação $\rho\sigma^2$, que controla o custo efetivo do risco no contrato.

1.4 Conclusão

Neste trabalho investigamos a determinação da duração ótima de contratos em um ambiente com risco moral, no qual o Principal e o Agente firmam um contrato com regras fixas ao longo do tempo e comprometimento pleno *ex ante*. Diferentemente da literatura de contratos dinâmicos, não modelamos a evolução intertemporal dos incentivos ou do esforço, tomando como dada a estrutura de incentivos, em linha com os resultados clássicos de Holmstrom e Milgrom (1987), que garantem a linearidade ótima sob utilidade CARA e choques normalmente distribuídos. Nesse contexto, o problema central consiste em determinar o horizonte contratual que maximiza o valor do Principal.

A pergunta inicial era se havia um tempo ideal para os contratos existirem, estabelecemos a existência desse tempo ótimo de duração, e posteriormente quais são as condições que determinam a existência de um tempo ótimo de contrato. O resultado emerge da interação entre o fator de desconto e a estrutura de custos associada à restrição de participação do Agente. Em particular, a utilidade de reserva do agente agregada atua como um custo fixo incorporado à remuneração, que se prolonga ao longo de todo o horizonte contratual em termos de valor presente. Como consequência, a extensão da duração do contrato implica sustentar esse custo por mais períodos, o que impõe um limite ótimo à sua duração.

As contribuições teóricas do trabalho destacam que a duração contratual não é neutra, mesmo na ausência de mecanismos dinâmicos de ajuste de incentivos. Pelo contrário, ela desempenha papel central na determinação da eficiência do contrato, sendo diretamente influenciada pelas condições iniciais de participação do agente. Em particular, mostramos que

níveis mais elevados de utilidade de reserva reduzem a duração ótima do contrato, enquanto valores mais baixos permitem relações contratuais mais longas, evidenciando que a continuidade do contrato é, em grande medida, determinada pelas exigências iniciais do Agente.

As soluções numéricas obtidas reforçam esses resultados teóricos, permitindo visualizar como diferentes parametrizações afetam a duração ótima do contrato. Em especial, observamos que variações na utilidade de reserva do Agente geram mudanças significativas no horizonte contratual, enquanto a estrutura de incentivos permanece inalterada. Esses resultados evidenciam que o principal canal de ajuste no modelo não ocorre via incentivos, mas sim via a escolha da duração do contrato.

Por fim, o trabalho abre espaço para extensões relevantes. Em particular, a introdução de estruturas de custo mais gerais, a endogeneização de componentes adicionais da remuneração ou a incorporação de ambientes com renegociação poderiam enriquecer a análise, permitindo avaliar como a interação entre duração contratual e mecanismos dinâmicos de incentivo afeta a eficiência dos contratos em contextos mais amplos.

2 QUALQUER COISA QUE POSSA OCORRER MAL, OCORRERÁ: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE COMO O PRAZO DE CONTRATO INFLUENCIA EM CONTINGÊNCIAS.

2.1 Introdução

O longo tempo de contrato em projetos de infraestrutura pode ser uma fonte significativa de problemas futuros. Quando os contratos são assinados para períodos extensos, frequentemente de 20 a 30 anos (BENNETT; IOSSA, 2006), a previsão de demandas e condições econômicas tornam-se desafiadoras. Esses contratos de longa duração são comuns em parcerias público-privadas (PPP) e concessões de serviços públicos, onde a estabilidade e a previsibilidade de receitas são cruciais para atrair investimentos privados. No entanto, essa prática pode gerar diversas complicações ao longo do tempo.

Primeiramente, os contratos de longa duração são frequentemente baseados em projeções de demanda e condições de mercado que podem mudar drasticamente. Mudanças tecnológicas, alterações no comportamento dos consumidores, evoluções regulatórias e flutuações econômicas são apenas algumas das variáveis que podem transformar completamente o cenário original previsto no contrato. Por exemplo, no setor de telecomunicações, a rápida evolução tecnológica pode tornar obsoletos os termos de um contrato de 25 anos, criando dificuldades para ambas as partes envolvidas.

Além disso, a rigidez inerente a esses contratos pode limitar a capacidade de adaptação a novas realidades (NÓBREGA *et al.*, 2023). Os termos contratuais definidos no início do projeto podem não permitir ajustes flexíveis para lidar com mudanças imprevistas, resultando em uma operação ineficiente e, possivelmente, na necessidade de renegociação. Esses processos de renegociação podem ser complexos e onerosos, frequentemente envolvendo disputas legais e implicações financeiras significativas.

Nos contratos de longa duração em infraestrutura é destacado vários casos onde a inflexibilidade contratual levou a problemas consideráveis. Athias e Saussier (2007) indica que muitos projetos enfrentaram dificuldades devido à inadequação das previsões iniciais e à incapacidade de adaptação às novas condições alternativas para o ambiente. Por exemplo, parcerias público-privadas no setor rodoviário mostraram que muitos contratos tiveram que ser revisados ou cancelados devido a projeções de tráfego excessivamente otimistas que não se concretizaram, resultando em perdas financeiras para os investidores e a necessidade de

intervenção governamental.

As alterações e cancelamentos são questões críticas, dada a complexidade e a longa duração desses acordos. Alterações contratuais podem ser necessárias para acomodar mudanças nas condições econômicas, tecnológicas ou legais que afetam a execução do projeto. Isso pode incluir aditamentos que ajustam prazos, escopo de trabalho ou mecanismos de pagamento, como o proposto em Costa e Neto (2025) que considera que o mecanismo de pagamento pode ser o controle para o comportamento oportunista que surge na renegociação do contrato.

Do ponto de vista aplicado, contratos muito curtos e muito longos envolvem desvantagens relevantes. Contratos curtos tendem a gerar subinvestimento, o problema do *hold-up*, pois o agente não vislumbra horizonte suficiente para recuperar seus retornos, reduzindo esforço, comprometimento e o montante de investimento. Contratos longos mitigam esse problema ao oferecer maior segurança, mas enfrentam limitações próprias: à medida que se prolongam, aumentam os riscos de renegociação, os custos administrativos e a perda de flexibilidade diante de mudanças econômicas, tecnológicas ou institucionais, reflexo direto da incompletude contratual. Assim, a proposta deste trabalho se concerne a seguinte hipótese: determinar se a duração dos contratos de parcerias público-privadas (PPPs) apresenta uma relação de “U” invertido com o status do contrato, que pode ser categorizado como Ativo, Cancelado, Concluído e Distressed (problemático) em um modelo logit multinomial. Especificamente, propomos que a probabilidade de um contrato estar em qualquer um desses status varia de forma não-linear com o período do contrato¹. A forma de U demonstra ainda que existe um tempo de contrato ótimo para os status contratual que estão em atividade.

O modelo quantitativo proposto consegue testar a hipótese de que o período de contrato das PPPs segue um formato de “U” invertido em relação ao status do contrato (Ativos, Cancelados, Concluídos e Distressed) para o modelo estimado. Ao mostrar os coeficientes estimados para o período de contrato (t) como positiva e seu quadrado (t^2) como negativa, o modelo captura a relação não-linear entre o tempo e o status do contrato. Contudo, a variável período de contrato e sua transformação quadrática analisada via efeitos marginais, só consegue demonstrar essa relação para os contratos em atividade (ativos e distressed).

A análise evidencia que contratos com períodos mais longos tendem a apresentar maior probabilidade de cancelamento ou classificação como distressed. Isso se confirma pela derivada da função estimada em relação ao período do contrato (t), que aponta o período de

¹ O período do contrato é o tempo que o contrato deveria durar em sua assinatura.

cancelamento acontece justamente em durações mais longas. Ou seja, o modelo capta que, à medida que o tempo de contrato aumenta, crescem também os riscos de fracasso contratual. Essa dinâmica sugere a existência de um ponto ótimo de duração, no qual a assinatura do contrato se daria com menor exposição a esses riscos.

A análise evidencia que o prolongamento da duração contratual aumenta significativamente a probabilidade de os projetos serem cancelados ou classificados como distressed em comparação à sua conclusão. No entanto, a relação não linear do período de contrato da função estimada revela que esse risco de insucesso cresce até um limiar crítico de maturação, a partir do qual a razão de probabilidade de problemas nos contratos tende a declinar em comparação ao contrato ser concluído. Esse comportamento sugere que projetos que ultrapassam estágios avançados de execução, apesar de estarem sujeitos a uma maior inércia, possuem uma tendência de busca pela conclusão devido ao acúmulo de custos irrecuperáveis.

A análise dos coeficientes e a significância estatística das variáveis permitem validar essa hipótese (com atenção ao coeficiente estimado não linear para o status cancelado que não foi significativo a 10%), mostrando que o comportamento do contrato ao longo do tempo é consistente com a forma de U invertido prevista. Portanto, o modelo proposto demonstra empiricamente que os contratos de PPP enfrentam desafios significativos em termos de estabilidade e previsibilidade, validando a hipótese.

O trabalho está organizado da seguinte forma: a próxima seção apresenta uma revisão sobre a literatura que trata da adoção de contratos de longo prazo e seus desafios, a terceira seção descreve a metodologia adotada para investigar as hipóteses propostas, na quarta seção é apresentada uma discussão sobre os resultados, por fim é apresentada sua conclusão.

2.2 Referencial Teórico

2.2.1 *O Contrato de Longo Prazo*

A teoria econômica tradicionalmente aceita que os mercados estão em equilíbrio ou são levados a ele por forças internas, como a mão invisível dita por Adam Smith. Outro pressuposto comum é a linearidade, que torna os fenômenos econômicos previsíveis sob certas condições: o futuro segue uma distribuição de probabilidade originada no passado e o tempo não influencia as variáveis econômicas. A teoria assume que o mundo real é ergódico, seguindo um processo estocástico que permite prever todos os estados futuros do sistema a partir das

condições iniciais e das leis de movimento (GODINHO, 2002).

A relação público-privada celebrada em contratos é uma extensão ao problema clássico de Coase (1937) da integração vertical das firmas. As relações de parcerias público-privadas são vistas como uma integração vertical do governo ao setor privado. Contratos completos “são contratos onde tudo o que pode acontecer está escrito. Pode haver algumas restrições de incentivo decorrentes de risco moral ou informação assimétrica, mas não há contingências imprevistas” (HART, 2017).

Williamson (2000) admite que os atores humanos que consideram um cenário futuro em que haja perigos potenciais têm vantagem sobre aqueles que são míopes e que sobretudo, os agentes econômicos envolvidos no contrato não são apenas confrontados apenas com necessidade de adaptação a contingências imprevistas (devido a racionalidade limitada), mas também por efeitos de comportamento estratégico ou comportamento oportunista.

A literatura de contratos incompletos aborda os custos de transação e inclui elementos principais como contingências imprevistas, custo de escrever contratos e custo de execução judicial (TIROLE, 1999). Devido às contingências imprevistas, as partes não conseguem definir todas as possíveis situações ou ações futuras, resultando em contratos sem menção explícita a essas contingências. Tentar incluir essas contingências aumentaria os custos, desincentivando essa prática. A ausência de detalhes precisos no contrato dificulta a tomada de decisão judicial, pois muitas cláusulas permanecem em aberto.

A incompletude dos contratos decorre da impossibilidade de se redigir um contrato completo devido à racionalidade limitada e aos elevados custos de transação. Nesse contexto, costuma-se afirmar que os contratos de longo prazo possuem uma incompletude deliberada. No atestamento de um horizonte de tempo amplo, existe um ambiente não ergódico, em que não é possível determinar as condições descritas em contrato, assim, verifica-se a incompletude contratual (NÓBREGA *et al.*, 2023).

Na abordagem dada por Nóbrega *et al.* (2023) os contratos reais não são completos no mundo real. Uma questão fundamental em contratos incompletos é determinar quem possui o direito de decidir sobre os aspectos não previstos no contrato, definido por Grossman e Hart (1986) como direito de controle residual ou direito de decisão, ou seja, a autoridade de decisão dada ao proprietário quando ocorre uma contingência imprevista. Nesse contexto, o contratado inclui no preço os "custos adaptativos".

Os contratos de infraestrutura como os de PPPs são de longo prazo, podendo durar

décadas, e diferem dos contratos de curto prazo, podendo ser descritos como jogos repetidos, dessa forma um componente de reputação é importante no mecanismo de leilão de projetos. Para esse tipo de relacionamento duradouro, há ampla evidência de que os contratados e as autoridades públicas geralmente esperam uma certa quantidade de adaptações *ex post*, independentemente de quão bem o projeto foi planejado e executado (Nóbrega *et al.*, 2023).

A contratação incompleta tem natureza endógena, e não exógena, ou seja, os contratos não têm capacidade de modificar o ambiente econômico, mas apenas surgem em resposta a comportamentos maximizadores de utilidade que resultam em pactos que conduzem à eficiência paretiana da economia (Nóbrega *et al.*, 2023). Contratos de longo prazo são afetados pela incerteza devido ao extenso horizonte temporal, não há como prever cenários futuros nos quais mudanças no ambiente afetam as decisões dos agentes, assim, como há um espaço maior para que ocorra contingências é presumível que a probabilidade de ocorrer uma contingência seja maior. O contrato como uma relação de longo prazo tem uma intrínseca ligação entre as partes por conta dos sunk costs (custos irrecuperáveis), o que também possibilita comportamentos oportunistas. Os agentes agem com estratégias complexas de adaptação. O objetivo é de preservar o contrato, considerando os elevados custos de transação envolvidos na ruptura contratual (Nóbrega *et al.*, 2023). Os autores concluem que se há validade na ideia de manter o contrato por conta dos custos irrecuperáveis, haverá oportunidade para renegociação, tendo em vista o elevado custo ao contratante caso este permitisse a falência do concessionário.

Para superar o comportamento oportunista na condição de riscos adversos ou contingências imprevistas dadas as condições econômicas e políticas o chamado “estado de natureza”, Nóbrega *et al.* (2023) sugere a introdução de bandas de variação da demanda sob responsabilidade do concessionário, especialmente quando as variações decorrem de fatores macroeconômicos, institucionais ou sanitários, como a pandemia de COVID-19. Essa medida isola grandes riscos exógenos à ação do concessionário, resultando em ofertas menos propensas à seleção adversa de licitantes.

O proposto pelos autores se assimila ao mecanismo de adaptabilidade contratual explícita *ex ante*, como em Costa e Neto (2025), em vez de regras rígidas, que são frequentemente difíceis de cumprir e não satisfazem os interesses das partes contratuais ou de terceiros, como financiadores. As partes possuem interesses antagônicos no contrato, do ponto de vista da teoria do bem-estar econômico, as partes estão em um jogo de soma zero a flexibilidade regrada evita resultados *ex post* descontrolados e reduz o potencial de oportunismo contratual.

Athias e Saussier (2007) apresenta um modelo teórico que explora o desenho dos contratos de concessão de pedágio de infraestrutura, no sentido de verificar empiricamente a melhor estrutura contratual, seja ela flexível ou rígida e seus possíveis *trade-offs*. Em particular, foi examinado o dilema entre os benefícios da flexibilidade contratual e o risco de renegociações oportunistas, sendo descoberto que contratos de rodovias, marcados por uma alta incerteza nas previsões de fluxo de tráfego, tendem a ser menos rígidos.

Os mesmos autores destacam evidências de que as características das partes contratantes influenciam o desenho do contrato. Especificamente, um aumento no número de interações anteriores entre as partes contratantes reduz a rigidez das cláusulas de reajuste de pedágio. Esses resultados destacam a importância da confiança em acordos entre o setor público e o setor privado. Ou seja, a importância da reputação² das partes, seja ela pública ou privada.

Há também a evidência de que o ambiente institucional é fundamental na concepção do modo que os contratos são elaborados. Nóbrega *et al.* (2023) diz que em ambiente institucional forte, é esperado que os contratos sejam mais flexíveis, ou pelo menos mais adaptáveis.

O desenvolvimento teórico e empírico de Athias e Saussier (2007) se resume ao entendimento que os contratos tendem a ser menos rígidos inicialmente, antecipando a renegociação para uma forma mais rígida em alguma data futura. A flexibilidade inicial pode incentivar o comportamento oportunista, na medida em que uma das partes já possui a expectativa de ajustes ao longo do tempo, assim, essa sinalização pode sugerir um comportamento oportunista a priori. Nesse sentido, a reputação de renegociação contamina o leilão alocando *players* não eficientes ao contrato.

Uma segunda característica importante dos dados analisados por Athias e Saussier (2007) é que os contratos de concessão rodoviária se tornaram substancialmente mais rígidos ao longo do tempo. Ou seja, a renegociação funciona como relação corretiva a falta de rigidez inicial e a reputação de renegociação, deve-se levar em conta os custos de renegociação versus custos de manter o contrato versus custos de cancelamento. Um questionamento que se faz é se já existe a predisposição a recorrer adaptabilidade do contrato independente de contingências imprevistas, os agentes podem tomar comportamento oportunista. Assim, deve se planejar algum mecanismo de punição associado a adaptação de contratos.

A variável que mensura o tempo no modelo logit estimado teve como característica crescente a incerteza a longos horizontes de tempo (ATHIAS; SAUSSIÉ, 2007). A verificação

² Reputação para o setor público de sempre renegociar contratos e para a parte privada de ter histórico de comportamento oportunista em renegociações.

empírica indica que contratos de maior duração tendem a favorecer processos de reajuste de pedágio mais flexíveis, embora este efeito nem sempre seja significativo nas especificações econométricas. Isso pode corroborar o modelo teórico de Athias e Saussier (2007), que sugere que contratos mais longos enfrentam maior incerteza econômica futura, dificultando a redação de contratos rígidos.

A respeito de mudanças de cenários econômicos, Ferreira (2014) identifica que a tradição jurisprudencial brasileira pressupõe que a alteração da realidade econômica não é fato imprevisível. Essa definição embora ampla, admite que fenômenos macroeconômicos, como mudança no padrão monetário, inflação, recessão econômica, planos econômicos, etc. não se enquadram em fatos imprevisíveis. Assim, em relação a cláusulas do tipo *rebus sic stantibus*³, que admitem apenas a extinção do contrato como solução para contingências imprevistas, em caso de situação de excessiva onerosidade para uma das partes. Em razão da Teoria da Imprevisão⁴, Nóbrega *et al.* (2023) manifesta que pode ser menos oneroso prosseguir com o contrato, ainda que possam haver mudanças fundamentais, do que a sua extinção, ou seja, a renegociação de um contrato pode ser menos onerosa para o contratante do que criar um novo leilão para a conclusão do projeto.

Também pode haver o cenário contrário ao prosseguimento do contrato em caso de contingências imprevistas, o chamado eficiente *breach*, que seria o descumprimento voluntário do contrato e o pagamento de indenização pela parte que incorreria em maior prejuízo ao executar o contrato. O ordenamento jurídico brasileiro entende isso no sentido de que os lucros obtidos pela parte devedora se mostrarem superiores às perdas percebidas pela parte credora. Do ponto de vista econômico, é a obtenção da eficiência de Pareto por meio da quebra de contrato.

De maneira convergente, Akaishi (2010) expõe que a solução teórica padrão para a quebra eficiente é a divisão do excedente de utilidade, e esse excedente ficaria integralmente com a parte inadimplente, e o nosso sentido de inadimplência é a não execução da obrigação contratual da parte. Como o excedente é algo negativo, a parte não inadimplente não deve sofrer a perda de utilidade, para garantir o movimento de Pareto superior.

Akaishi (2010) ainda conclui que essa perda de utilidade decorre da dificuldade de se determinar qual o melhor mecanismo de compensação *ex ante* e de se calcular *ex post* o

³ O termo "rebus sic stantibus" significa que a obrigação de cumprir um contrato depende de as condições existentes no momento da sua assinatura permanecerem as mesmas. Se essas condições mudarem de maneira significativa e imprevista, como em caso de uma guerra, o devedor pode solicitar ao juiz uma revisão ou cancelamento da obrigação contratual (GONÇALVES, 2016).

⁴ Diz respeito à possibilidade de ocorrência de fatos novos que não podiam ser previstos pelas partes nem podem ser imputados a elas.

valor real da obrigação a ser cumprida pela parte inadimplente. Se rompimento não se mostra tão vantajoso *ex ante*, para que as partes obtenham o bem-estar almejado, parece fazer mais sentido investir no eficiente cumprimento do contrato, sempre que possível. Assim, a utilização de incentivos que visam a performance do contrato de forma eficiente ganha maior importância que nos demais contratos (AKAISHI, 2010), ou seja, a renegociação entre as partes. E por se tratar de contratos de períodos muito longos existe grande probabilidade de uma das duas coisas acontecerem, devido a contingências, ou seja, rompimento ou renegociação do contrato.

Sobre a natureza do eficiente *breach* Nóbrega *et al.* (2023) entende que a quebra eficiente tenha mais aplicação direta a contratos de curto prazo e que tal disposição perca potência em função do prazo contratual. Isso ocorre porque o desligamento voluntário de um acordo de longo prazo acarreta custos indiretos significativos, como custos de *procurement*⁵ de um novo contrato, custos de transação e custos reputacionais. Esses fatores podem levar a parte que não tomou a iniciativa de romper o contrato a ceder durante a renegociação, oferecendo uma concessão para manter o contrato sem interrupções, a magnitude da concessão reflete a sua disposição em continuar o contrato tendo em vista custos. Os autores entendem que a ênfase em contratos de longo prazo deve ser colocada em procedimentos que garantam a continuidade da relação contratual, em vez de buscar um rompimento economicamente eficiente para as partes. Essa abordagem incentiva a renegociação em vez da rescisão do contrato, mesmo em cenários adversos. Espera-se que essa realidade influencie o comportamento dos agentes licitantes, que devem precificar, desde o início, o poder de barganha necessário para futuras renegociações do contrato. Assim, expressa-se que há uma racionalidade na preservação de contratos ineficientes ou que atingiram o cenário adverso.

2.2.2 Seleção Adversa Pelo Investimento

A forma como o governo realiza estudo sobre a vantagem de contratar uma PPP é chamado de *Value for Money* (VfM). O VfM é definido como uma medida em que são alcançadas economias de custo em projetos de infraestrutura em comparação com métodos tradicionais realizados pelo governo (SIEMIATYCKI; FAROOQI, 2012). O estudo faz uma comparação de custos entre a opção de PPP e a Opção pelo setor Público conhecido como *Public Sector Comparator* (PSC) (SOUZA *et al.*, 2022). Ou seja, é a decisão entre a governança unificada na forma de um contrato de concessão de longo prazo versus um conjunto de contratos

⁵ Contratos de compra, em geral contratos de longo prazo com fornecedores de bens ou serviços.

administrativos tradicionais.

De acordo com um estudo de uma assessoria técnica especializada para Prefeitura Municipal de Jaguariúna (2022), um projeto deve considerar fatores qualitativos (benefícios para a população) e quantitativos (uso adequado das finanças governamentais). O *Value for Money* é relevante nesse contexto, pois utiliza critérios objetivos e técnicos para ajudar a administração pública a decidir o modelo contratual mais adequado para o desenvolvimento do projeto. Para determinar o VfM, são feitas duas estimativas financeiras para projetar os gastos que a administração pública terá com os diferentes modelos para realização do projeto. Além disso, deve ser estimado um custo com os riscos da transferência de compromisso de um contrato tradicional para um contrato de PPP.

Segundo Nóbrega *et al.* (2023), na prática, os estudos de VfM em jurisdições menos maduras são muitas vezes pobres e simplórios na análise dos custos de transação envolvidos. Esses estudos frequentemente seguem uma lógica quase exclusivamente financeira, negligenciando aspectos econômicos significativos. Isso decorre das exigências de órgãos de controle, que preferem números resultantes de quantificações simplificadas a estudos mais aprofundados, os quais exigiriam custos elevados de consultoria e trabalhos de campo. Esse cenário, conforme argumenta os autores, leva a contratos sub-ótimos para a sociedade.

O investimento em estudos pelos potenciais licitantes é influenciado pela presença de informação assimétrica. O grau de investimento em estudos serve como um indicador do perfil de risco dos licitantes: os melhores licitantes realizam investimentos adequados, refletindo sua aversão ou neutralidade ao risco. Por outro lado, os licitantes aventureiros subinvestem em estudos e apresentam propostas menos fundamentadas, demonstrando uma maior propensão ao risco. Esses últimos frequentemente acreditam que o poder concedente será flexível nas negociações após a assinatura do contrato, facilitando reequilíbrios econômicos financeiros ou ajustes contratuais que reduzam suas obrigações ou aumentem seus ganhos em relação ao cenário inicialmente contratado (NÓBREGA *et al.*, 2023).

Esse comportamento é uma seleção adversa por parte do poder concedente entre escolher o tipo “aventureiro” e o tipo neutro ao risco para determinar a função de investimento em estudos, relativamente à complexidade do projeto. Licitantes com maior propensão a risco e menor capacidade técnica poderão vencer o certame com base em estimativas agressivas relacionadas à prática do oportunismo pós-contratual. Quando os mesmos ofertam dependendo o tipo de leilão (alto valor ou menor preço) a oferta ganhadora, para no futuro ter o comportamento

oportunista. Isso leva a uma discussão sobre a seleção dos licitantes em relação às suas curvas típicas de aversão ao risco. As não-linearidades presentes tornam os níveis de ergodicidade ainda mais complexos.

Menezes e Ryan (2013) em sua abordagem teórica sobre a eficiência dos leilões na alocação de parceiros privados, é pontuado que 50 por cento das PPPs nunca alcança o estágio de financiamento, e aquelas que chegam cerca da metade são renegociadas na fase de construção ou implementação. O autor interpreta essa informação sugerindo que os vencedores de contratos para grandes projetos enfrentam frequentemente dificuldades financeiras. Em geral, devido a falha na estimação de demanda, como é pontuado que é devido as receitas serem menores que o previsto.

O modelo teórico proposto por Menezes e Ryan (2013) indica que a inadimplência e a renegociação são resultados naturais dos leilões de PPPs. Contudo, isso não é devido a falha de alocação do leilão. No entanto, a possibilidade de renegociação faz com que as empresas apresentem propostas mais agressivas do que num cenário de responsabilidade ilimitada. Um fato curioso dos resultados encontrados pelos autores é que o problema do *hold-up* tende a se intensificar com a eficiência da empresa vencedora, ou seja, as empresas mais eficientes tendem a entrar em *bail-out* e serem resgatas com maior frequência e extraíndo uma transferência esperada mais elevada do governo quando comparadas com empresas menos eficientes.

2.3 Metodologia

2.3.1 Hipótese da não-linearidade (Forma de U invertido)

A hipótese fundamental proposta nesse estudo é que a duração dos contratos de parcerias público-privadas (PPPs) seja apresentada como uma relação de U invertido com o status do contrato, que pode ser categorizado como Ativo, Cancelado, Concluído e *Distressed* (problemático). Em particular, sugerimos que a probabilidade de um contrato estar em qualquer um desses status varia de forma não linear com o período do contrato.

Para testar essa hipótese, utilizamos um modelo logit multinomial, onde a variável dependente é o status do contrato e as variáveis independentes principais são o período do contrato (t) e seu quadrado (t^2). A forma do U invertido sugere que, em períodos mais intermediários, os contratos têm maior probabilidade de estarem Ativos ou Concluídos devido à menor exposição a incertezas e variabilidades econômicas. À medida que o período do contrato aumenta, a

probabilidade de o contrato estar em um status *Distressed* ou Cancelado cresce, devido ao aumento das incertezas e desafios associados a contratos de longa duração. No entanto, além de um certo ponto, a probabilidade de cancelamento ou *Distressed* pode diminuir, pois apenas contratos robustos e bem geridos tendem a sobreviver aos períodos mais longos, voltando a serem Ativos ou Concluídos, ou ainda por carregarem consigo um grande custo de encerramento do contrato.

O modelo logit multinomial é especificado considerando a relação não linear entre o período do contrato e seu *status*, com coeficientes que capturam a influência do tempo e a curvatura dessa relação. A justificativa teórica para a relação de *U* invertido baseia-se na natureza dos contratos de PPP, que se baseiam em contratos de longo prazo. Nos estágios iniciais, os contratos são mais gerenciáveis, com menor exposição a riscos e incertezas de longo prazo. Com o tempo, a exposição a incertezas econômicas, políticas e tecnológicas aumenta, elevando a probabilidade de problemas que possam levar ao cancelamento ou estado *Distressed*. Porém, contratos que superam esse período crítico e chegam a fases mais avançadas tendem a se estabilizar, aumentando novamente a probabilidade de serem concluídos ou permanecerem ativos.

Este modelo permite explorar a complexa dinâmica dos contratos de PPP ao longo do tempo, permitindo que formuladores de políticas e gestores de contratos compreendam melhor a estrutura de risco envolvida, considerando a duração do contrato. A identificação de uma relação de *U* invertido pode ajudar a desenvolver estratégias de gerenciamento de riscos mais eficazes e a otimizar a duração dos contratos, maximizando seu sucesso e minimizando problemas ao longo de sua vigência.

2.3.2 Descrição da Estratégia Empírica

Para lidar com o objetivo de um modelo com resposta qualitativa não ordenada, como é o caso da nossa variável explicativa (*status* de contrato) o *logit* multinomial é amplamente utilizado em estudos com essa finalidade.

De acordo com Davidson e Mackinnon (2021) o modelo *logit* multinomial é projetado para lidar com respostas $J + 1$, para $J \geq 1$. A probabilidade de qualquer uma das respostas ser observada é determinada pelo modelo de forma a captar as variações entre diferentes categorias

de resposta.

$$P(y_t = l) = \frac{\exp(\mathbf{W}_{tl}\beta^l)}{\sum_{j=0}^J \exp(\mathbf{W}_{tj}\beta^j)} \quad (2.1)$$

Onde $\mathbf{W}_{tj}$ é um vetor linha de dimensão k_j de observações sobre variáveis que pertencem ao conjunto de informações de interesse, e β_j é um vetor k_j de parâmetros, geralmente diferente para cada $j = 0, \dots, J$. O subscrito t é usado para indexar as observações de uma amostra nas definições de Davidson e Mackinnon (2021). O número total de observações, também chamado de tamanho da amostra, será denotado por n . Assim, para uma amostra de tamanho n , o subscrito t vai de 1 a n . O subscrito t é amplamente utilizado em análises de séries temporais, o que não é o caso aqui, portanto, não deve ser confundido.

A estimativa do modelo *logit* multinomial é dada pela seguinte função *logverossimilhança* sendo escrita como (DAVIDSON; MACKINNON, 2021):

$$\sum_{t=1}^n \left[\sum_{j=0}^J \mathbf{I}(y_t = j) \mathbf{W}_{tj} \beta^j - \log \left(\sum_{j=0}^J \exp(\mathbf{W}_{tj} \beta^j) \right) \right] \quad (2.2)$$

$\mathbf{I}(\cdot)$ é a função do indicador.

No modelo *logit* multinomial, cada categoria j (para $j = 1, \dots, J$) é modelada em relação a uma categoria de referência $j = 0$. Os parâmetros β^j representam os efeitos das variáveis explicativas X_t sobre a probabilidade de pertencer à categoria j . Introduce-se $\gamma_j = \beta^j - \beta^0$ como as diferenças entre os parâmetros de cada categoria não referência j e a categoria de referência. Isso simplifica a interpretação, utilizando um conjunto comum de variáveis explicativas X_t para todas as categorias j , em vez de variáveis específicas $\mathbf{W}_{tj}$ para cada categoria. As probabilidades são modeladas usando a função *logit*, onde a probabilidade de pertencer à categoria $l = 1, \dots, J$ é dada por $P(y_t = l | X_t) = \frac{\exp(X_t \gamma^l)}{1 + \sum_{k=1}^J \exp(X_t \gamma^k)}$. Esse método permite uma compreensão clara das diferenças entre as categorias em termos dos efeitos das variáveis explicativas X_t .

Fixando $\beta_0 = 0$ para identificar os parâmetros β_j (para $j = 1, \dots, J$) em um modelo *logit* multinomial. Isso significa que estamos definindo a categoria de referência com parâmetros zero, permitindo a estimação direta dos parâmetros das outras categorias. Quando $J = 1$, o modelo se reduz ao modelo *logit* binário comum, onde a função de índice é simplesmente $X_t \beta^1$, $i = t$. Nesse contexto, conforme Greene (2002) a equação (2.1) pode ser reescrita em termos da razão das probabilidades, em termos da notação que estamos usando, temos

$$\ln \left[\frac{P(y_t = l)}{P(y_t = j)} \right] = X_t \beta_j$$

Ainda de acordo com Greene (2002), os coeficientes neste modelo são difíceis de interpretar. É tentador associar β_j com o j -ésimo resultado, mas o autor afirma que tal interpretação não é automaticamente válida, assim, é comum recorrer a diferenciação de (2.1), assim descobrimos que os efeitos marginais das características sobre as probabilidades são

$$\delta_j = \frac{\partial P_j}{\partial \mathbf{x}_i} = P_j \left[\beta_j - \sum_{k=0}^J P_k \beta_k \right] = P_j [\beta_j - \bar{\beta}]. \quad (2.3)$$

Greene (2002) ainda afirma que os sinais valores estimados da razão das probabilidades podem divergir, para qualquer x_k particular, do valor de $\partial P_j / \partial x_k$.

2.3.3 Dados do Banco Mundial e a Literatura Empírica

A Base de Dados de Participação Privada em Projetos de Infraestruturas, desenvolvida pelo Grupo de Parcerias Público-Privadas do Banco Mundial, coleta e divulga informações sobre a participação privada em projetos de infraestrutura em países de baixo e médio rendimento. Com dados de mais de 10.000 projetos desde 1984 até 2023, a base destaca disposições contratuais, fontes e destinos de investimentos e informações sobre investidores principais. A base de dados apoia decisores políticos, representantes de consumidores e outras partes interessadas no debate público sobre infraestrutura privada, embora não seja totalmente abrangente, especialmente em relação a operadores locais e de pequena escala.

Seguindo a noção da importância do ambiente institucional, os fatos estilizados observados para ambientes conhecidos por não possuírem maturidade institucional, como África subsaariana, mantém destaque nas taxas de cancelamento, enquanto ambientes conhecidos por possuírem ambientes institucionais mais maduros comparativamente, como Europa e Ásia central, oriente médio e norte da África, possuem taxas de cancelamento inferiores ao total dos status. Essa descrição pode ser visualizada na Tabela 1.

Para a conclusão dos projetos deve se levar em conta outros fatores que não os institucionais, porque os fatos estilizados não são aderentes as informações sobre conclusões de projetos.

Nóbrega *et al.* (2023) cita a evidência de Guasch *et al.* (2014) sobre a baixa frequência de cancelamento de contratos ou de falência do concessionário na região da América Latina (inferior a 5%) como indicador da validade da continuidade dos contratos. Contudo, a frequência de conclusão dos contratos nos dados do PPI World Bank (2025a) é ainda inferior aos de cancelamento, como boa parte das informações sobre contratos são sobre contratos ativos, não

Tabela 1 – Cancelados e concluídos por região

Regiões	Cancelados (%)	Concluídos (%)
Leste Asiático e Pacífico	3,75%	2,01%
Europa e Ásia Central	2,69%	1,50%
América Latina e Caribe	2,75%	1,90%
Oriente Médio e Norte da África	2,86%	0,57%
Sul da Ásia	2,89%	1,02%
África Subsaariana: Leste Africano	3,40%	2,26%
África Subsaariana: Oeste e Centro	4,68%	3,51%
Total Geral	3,13%	1,79%

Fonte: Elaborado pelo autor.

há uma boa inferência sobre o que dizer dos rumos desses contratos. Essa descrição pode ser visualizada na Tabela 2.

Tabela 2 – Tabela de frequência de status América Latina e Caribe

Status	Projetos	Percentual
Concluídos	58	1,99%
Ativos	2609	89,93%
Cancelados	83	2,86%
Distressed	151	5,20%
Total	6640	100,00%

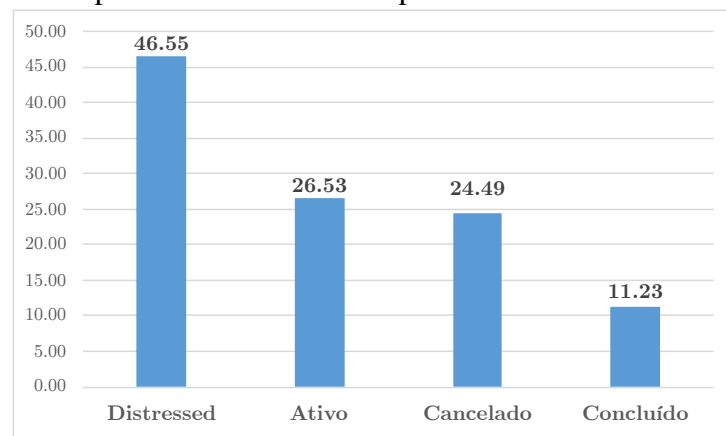
Fonte: Elaborado pelo autor.

A definição do Banco Mundial para os seguintes *status* de contrato 1) Ativo: para projetos em construção (ou prestes a iniciar a construção) ou operacionais; 2) Concluídos: projetos para os quais o período do contrato expirou e não foi renovado nem prorrogado nem pelo governo nem pelo operador; 3) Projetos cancelados: projetos dos quais o setor privado tenha saído de uma das seguintes formas: vender ou transferir sua participação econômica de volta ao governo antes de cumprir os termos do contrato; retirar toda a direção e pessoal da empresa; cessar operação, prestação de serviços ou construção por 15% ou mais do período de licença ou concessão, após a revogação da licença ou repúdio do contrato; 4) Projetos em dificuldades (*Distressed*): em que o governo ou a operadora solicitaram a rescisão do contrato ou estão em arbitragem internacional (World Bank, 2025b).

A adaptabilidade dos contratos pode explicar a baixa taxa de cancelamento de PPP's (World Bank, 2025a). Como se tratam de contratos de longo prazo não se podem inferir sobre a baixa taxa de conclusão. Contudo, é preocupante que a média dos contratos concluídos possuam um período de contrato muito inferior à média dos períodos de contrato e em comparação aos outros status de contrato (Figura 9). Assim, há evidências que a conclusão dos contratos está

conectada com a hipótese de que deve haver um período ideal para os contratos terem sucesso, sugerindo que a variabilidade e a incerteza inerentes aos contextos econômicos e institucionais ao longo do tempo afetam significativamente a capacidade de cumprir os termos contratuais originalmente estabelecidos.

Figura 9 – Média do tempo de contrato em anos por *status*



Fonte: Elaborado pelo autor com dados do World Bank (2025a).

Nesse ambiente Hodges *et al.* (2003) faz uma análise descritiva sobre os cancelamentos de projetos de PPP com dados do Banco Mundial de 1990 à 2001. Sua análise se concentra na descrição dos dados e alguma intuição sobre os ocorridos.

Diferentes fatores influenciam o cancelamento em cada setor, por exemplo, na área dos transportes, muitos projetos de estradas com pedágio foram cancelados devido à retirada do setor privado, uma vez que as estradas não conseguiram atrair o número esperado de usuários para atender às projeções otimistas de tráfego (HODGES *et al.*, 2003). Ou seja, a previsão de demanda não se concretizou. Neste cenário, a previsão pessimista não se enquadra como uma contingência imprevista, mas como um comportamento oportunista da firma administradora, por consequência disso, como dito a jurisprudência brasileira entende que alteração na realidade econômica não é fato imprevisível.

Ainda segundo Hodges *et al.* (2003), o efeito do cancelamento pode ser atribuído aos consumidores buscarem novas rotas para que não tenham o custo com o pedágio. Tal situação revela falha no estudo do desenho do projeto ao não considerar esse cenário, podendo também atribuir isso a falha na alocação do leilão, ou seja, o leilão selecionou o tipo “aventureiro” no sentido de Nóbrega *et al.* (2023). Mais da metade das estradas mexicanas com pedágio atingiram menos de cinquenta por cento dos volumes previstos (HODGES *et al.*, 2003).

Sobre o caso mexicano, Hodges *et al.* (2003) supõe que isso é devido a uma predis-

posição do governo em assumir riscos e esse comportamento pode ter reduzido a escrutínio por parte dos investidores em relação as projeções de demanda aumentando a probabilidade de os projetos não atenderem às expectativas. Como cita Hodges *et al.* (2003, p. 4):

O governo mexicano, por exemplo, ofereceu garantias indiretas aos investidores e credores envolvidos no financiamento do programa privado de estradas com pedágio. Essa postura governamental pode ter incentivado os operadores privados e os bancos a avançarem com projetos que, de outra forma, poderiam ter sido rejeitados.

Em alguns setores, os problemas que levam ao cancelamento do contrato são decorrentes da estrutura de mercado. A realidade dos projetos de água e esgoto cancelados foram controvérsias sobre aumentos de preços e dificuldades de cobrança dos consumidores. Os serviços públicos de provisão de água em geral eram mantidos abaixo dos custos e com cobrança tarifária baixa. As tentativas de aumentar os preços ou aumentar os preços ou aumentar as arrecadações com a mudança para a participação privada era enfrentada por uma oposição de consumidores e políticos (HODGES *et al.*, 2003).

Os cancelamentos ocorridos no setor de eletricidade tiveram semelhança com o setor de água, segundo Hodges *et al.* (2003) as dificuldades ocorridas foram decorrentes da política de preços, recuperação de custos e problemas na cobrança de pagamentos por consumidores ou contratos governamentais. Os problemas aconteceram tanto em projetos de distribuição quanto em geração elétrica. No setor de telecomunicações não houve grandes problemas sobre disputas sobre preços ou cobranças. Em vez disso, o problema enfrentado nesse setor, especialmente em projetos que envolvia serviços de telefonia móvel, em mercados com fornecedores alternativos, foram cancelados porque não atraíram demanda suficiente ou porque o governo decidiu alterar a estrutura do mercado (HODGES *et al.*, 2003).

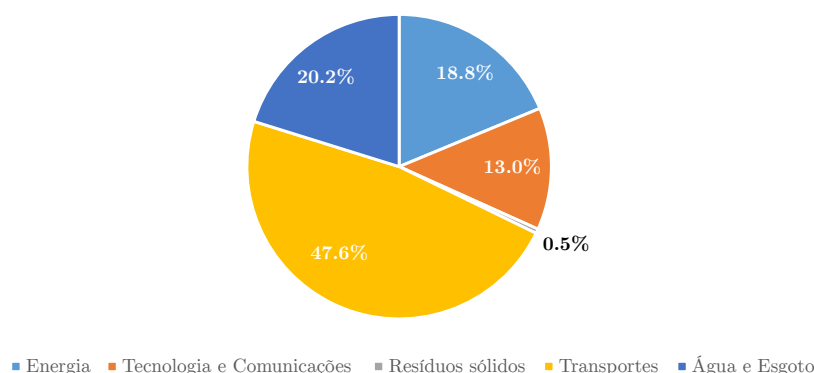
A Figura 10 descreve a dinâmica dos cancelamentos setoriais, durante o período mais abrangente da amostra. A análise considerando os setores não é algo que carrega robustez, dado que as informações de cancelamento estão atreladas as maiores proporções por quantidade de projetos por cada setor, os únicos setores que fogem a essa regra são os de Tecnologia e Comunicações e Resíduos sólidos, que de fato ambos trocam de posição, que pode ser visto na Tabela 3.

A Figura 10 apresenta a dinâmica dos cancelamentos por setor ao longo do período mais abrangente da amostra. Contudo, a análise setorial deve ser interpretada com cautela, uma vez que a incidência de cancelamentos tende a refletir, em grande medida, a própria distribuição

da quantidade total de projetos em cada setor. Em outras palavras, setores com maior participação na carteira de projetos naturalmente concentram maior número absoluto de cancelamentos, o que limita a robustez de inferências puramente comparativas.

Os setores de Tecnologia e Comunicações e de Resíduos Sólidos, conforme detalhado na Tabela 3, estes apresentam posições relativas menores a quantidade de projetos, e relacionado as menores taxas de cancelamento, indicando uma vulnerabilidade (ou resiliência) ao cancelamento que destoam da comparação com os outros setores..

Figura 10 – Cancelamentos por setor



Fonte: Elaborado pelo autor com dados do World Bank (2025a).

Tabela 3 – Projetos de PPP por setor

Setor	Nº de projetos	Percentual
Energia	3208	48,31%
Transportes	2126	32,02%
Água e Esgoto	891	13,42%
Resíduos sólidos	259	3,90%
Tecnologia e Comunicações	156	2,35%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na análise de Hodges *et al.* (2003) alguns projetos de infraestrutura tiveram grandes problemas na fase de licitação. Pelo menos quatro projetos foram vencidos através de propostas elevadas para taxas de concessão ou licença, mas, uma vez em funcionamento, não conseguiram proporcionar receitas suficientes para pagar as *canon fees*⁶ e cumprir as obrigações de investi-

⁶ Referem-se às taxas ou pagamentos periódicos que o parceiro privado deve pagar ao governo ou à entidade pública concedente. Essas taxas são um tipo de receita que a administração pública obtém em troca de conceder ao parceiro privado o direito de explorar um ativo ou serviço público.

mento. O autor atribui mais da metade dos 48 projetos cancelados a falta de competitividade no leilão, oposição política e social que culminarão na falta de transparência na adjudicação, com frequentes alegações de corrupção e impropriedade.

Hodges *et al.* (2003) conclui na sua análise que os projetos cancelados se tratam de uma pequena parte dos projetos, onde a maioria dos problemas foram resolvidos ajustando termos, por meio de renegociação de contratos ou através de outros meios que não o cancelamento. Contudo, ao observar as informações fornecidas pelo banco mundial, é prematuro afirmar que os projetos possuem boa chance de sucesso, dado que boa parte das informações se referem a projetos que ainda estão ativos (conforme Tabela 2), onde os contratos que possuem status finalizados, ou seja, concluídos ou cancelados representam uma pequena parte dessa população. O que é natural por se tratar de contratos de longa duração.

Outro trabalho que utiliza a mesma informação disponibilizada pelo Banco Mundial é Marcelo *et al.* (2019), que investiga se os países realmente aprendem com a experiência para aumentar a probabilidade de sucesso das Parcerias Público-Privadas (PPPs). Em particular, os autores verificam se a experiência influencia na redução dos casos mais extremos de falha contratual, como o cancelamento prematuro de contratos. A análise utiliza o modelo de regressão probit para testar se a experiência geral com PPPs impacta na diminuição das chances de cancelamento de contratos futuros. Os resultados confirmam que a experiência com PPPs diminui a probabilidade de cancelamento de contratos, principalmente nos primeiros acordos. Além disso, os resultados revelam que a probabilidade de cancelamento varia entre os setores, destacando uma maior complexidade em PPPs de água e esgoto em comparação com projetos de energia e transporte.

2.3.4 Definição das Variáveis

Variável dependente Categórica Multinomial (*statusm1*): Esta variável representa o status dos projetos no banco de dados de acordo com o glossário do World Bank (2025b), categorizando-os em quatro diferentes estados possíveis. Cada categoria descreve a situação atual ou final do projeto com base em critérios específicos. As categorias são as seguintes:

1. Ativo (*Act*): Esta categoria inclui projetos que estão atualmente em construção, prestes a iniciar a construção ou já operacionais. Um projeto ativo está em andamento conforme planejado, com atividades de construção ou operação acontecendo conforme os termos do contrato.

2. Concluídos (*Conc*): Projetos que foram totalmente finalizados e cujo período de contrato expirou sem renovações ou prorrogações. Esta categoria indica que o projeto foi levado a termo e não há mais obrigações contratuais em vigor para nenhuma das partes envolvidas.
3. Projetos Cancelados (*Cancel*): Inclui projetos que foram interrompidos antes de sua conclusão ou término do contrato. O cancelamento pode ocorrer sob várias circunstâncias, como:
 - a) Venda ou transferência da participação econômica do setor privado de volta ao governo antes do cumprimento total dos termos do contrato.
 - b) Retirada total da direção e do pessoal da empresa pelo setor privado.
 - c) Cessação das operações, prestação de serviços ou construção por 15% ou mais do período de licença ou concessão, especialmente após a revogação da licença ou o repúdio do contrato.
4. Projetos em Dificuldades (*Distressed*): Projetos que estão enfrentando problemas sérios que podem levar à rescisão do contrato. Isso inclui situações em que: a) O governo ou o operador privado solicitaram a rescisão do contrato; b) O projeto está atualmente em arbitragem internacional devido a disputas contratuais ou operacionais.

A categoria “Concluídos” é definida como a linha de base (baseline) para a variável categórica dependente. Esta definição permite que todas as outras categorias sejam comparadas a ela, facilitando a análise dos fatores que influenciam o status dos projetos. A escolha de “Concluídos” como baseline é estratégica, pois representa o estado ideal e final de um projeto, permitindo avaliar como outros estados (ativo, cancelado, em dificuldades) diferem em relação a este ponto de referência.

No modelo logit multinomial, utilizamos as seguintes variáveis de controle para ajustar as comparações entre categorias:

1. t (Período de Contrato): Representa o período de tempo, medido em anos, em que os termos de um contrato estão em vigor. Esta variável ajuda a capturar a duração do compromisso contratual.
2. t^2 (Período de Contrato ao Quadrado): Esta variável é o quadrado do período do contrato ($tm1$). Ela é incluída para capturar possíveis efeitos não lineares da duração do contrato nas decisões e resultados do modelo, ou seja, observa a forma da curva do status de contrato.
3. I (Investimento Total de contrato em dólares US): Esta variável representa o total de investimentos realizado ao longo do período do contrato, deflacionada pelas indicadores

de preço de U.S. Bureau of Labor Statistics (2026).

4. *Setor* (Variável Categórica): A base de dados de participação privada em projetos de infraestrutura é dividida em setores com seus correspondentes subsetores, para a definição das variáveis categóricas não ordenadas:

- a) energia (*enegr*): eletricidade e gás natural;
- b) transporte (*trp*): aeroportos, portos, ferrovias e estradas;
- c) água e esgoto (*a&e*): plantas de tratamento e serviços de água e esgoto
- d) infraestrutura de TIC (Tecnologia da Informação e Comunicação) (*Ti*);
- e) Resíduos sólidos (*res*): coleta e transporte, tratamento/disposição, gestão integrada de resíduos sólidos urbanos.

O setor de energia é definido como a linha de base (*baseline*) para a variável categórica setorial. Esta variável de controle categórica permite capturar e ajustar as diferenças entre os setores, ajudando a entender como a participação privada varia entre diferentes tipos de projetos de infraestrutura.

5. Tipo de PPI (Variável Categórica): Os tipos de contratos para a definição das variáveis categóricas não ordenadas são:

- a) Greenfield Project (*green*): A entidade privada ou uma joint venture público-privada constrói e explora uma nova instalação durante o período especificado no contrato.
- b) Brownfield (*brw*): Semelhante aos Greenfields, mas a entidade privada assume um ativo existente, faz melhorias ou expansões, e geralmente assume as operações do ativo existente antes de realizar o investimento de capital.
- c) Divestiture (*divt*): A entidade privada compra uma participação acionária em uma empresa estatal, assumindo total responsabilidade pela operação, manutenção e investimento.
- d) Management and Lease Contracts (*m&l*): A entidade privada assume a gestão de um bem público por um período fixo, enquanto as decisões de propriedade e investimento permanecem com o Estado. O tipo Greenfield é usado como a linha de base (*baseline*) para a categoria.
- e) Ano de Investimento (*YI*): O ano em que os investimentos são comprometidos no projeto. Atribuída como variável *dummy*.
- f) Região (*Rgn*): Região à qual pertence o país de baixa ou média renda ao qual o projeto foi desenvolvido, de acordo com a classificação do Banco Mundial.

Quadro 1 - Resumo das variáveis controle

Variável	Abreviação	Descrição
Período de Contrato	t	Representa o período de tempo, medido em anos, em que os termos de um contrato estão em vigor.
Período de Contrato ao Quadrado	t^2	Quadrado do período do contrato ($tm1$). Incluído para capturar possíveis efeitos não lineares da duração do contrato nas decisões e resultados do modelo.
Investimento Total do contrato	I	Representa o total de investimentos realizado ao longo do período do contrato.
Setor (Variável Categórica)	$setcat$	Dividido em setores com seus correspondentes subsectores para a definição das variáveis categóricas não ordenadas:
Energia	$eneg$	Eletricidade e gás natural - <i>Baseline</i>
Transporte	trp	Aeroportos, portos, ferrovias e estradas
Água e Esgoto	$a\&e$	Plantas de tratamento e serviços de água e esgoto
Infraestrutura de TIC	Ti	Tecnologia da Informação e Comunicação
Resíduos Sólidos	res	Coleta e transporte, tratamento/disposição, gestão integrada de resíduos sólidos urbanos
Tipo de PPI (Variável Categórica)	ppi	Tipos de contratos para a definição das variáveis categóricas não ordenadas:
<i>Greenfield Project</i>	$green$	A entidade privada ou uma <i>joint venture</i> público-privada constrói e explora uma nova instalação durante o período especificado no contrato.
<i>Brownfield</i>	brw	A entidade privada assume um ativo existente, faz melhorias ou expansões, e geralmente assume as operações do ativo existente antes de realizar o investimento de capital. - <i>Baseline</i>
<i>Divestiture</i>	$divt$	A entidade privada compra uma participação acionária em uma empresa estatal, assumindo total responsabilidade pela operação, manutenção e investimento.
<i>Management and Lease Contracts</i>	$m\&l$	A entidade privada assume a gestão de um bem público por um período fixo, enquanto as decisões de propriedade e investimento permanecem com o Estado.
<i>Ano de Investimento</i>	YI	<i>Dummy</i> do ano em que os investimentos são comprometidos.

Fonte: Elaboração do autor.

Essas variáveis de controle são incluídas no modelo para garantir que os efeitos estimados das variáveis principais sejam precisos e não sejam confundidos por fatores externos. Cada uma dessas variáveis ajuda a isolar o impacto específico dos investimentos, duração

Tabela 4 – Abreviações das Variáveis de Região

Abreviação	Região
EAP	East Asia and Pacific
ECA	Europe and Central Asia
MENA	Middle East and North Africa
SA	South Asia
SSA_E	Sub-Saharan Africa (East)
SSA_W	Sub-Saharan Africa (West)

Notas: Categoria base = Latin America and the Caribbean.

do contrato, e financiamento da dívida nas comparações entre categorias no modelo logit multinomial.

O resumo do modelo contém um bloco de coeficientes e um bloco de erros padrão. Cada um desses blocos tem três linhas de valores correspondentes às equações do modelo.

$$\ln \left(\frac{P(status = Active)}{P(status = Concluded)} \right) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3I + b_4setcat + b_5ppi + b_6YI + b_7Região;$$

$$\ln \left(\frac{P(status = Cancelled)}{P(status = Concluded)} \right) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3I + b_4setcat + b_5ppi + b_6YI + b_7Região;$$

$$\ln \left(\frac{P(status = Distressed)}{P(status = Concluded)} \right) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3I + b_4setcat + b_5ppi + b_6YI + b_7Região.$$

A primeira linha de coeficientes representa a comparação entre a primeira categoria e a categoria de referência, a segunda linha representa a comparação entre a segunda categoria e a categoria de referência, e a terceira linha representa a comparação entre a terceira categoria e a categoria de referência. Isso ajuda na interpretação dos efeitos das variáveis explicativas em relação à categoria de referência no modelo logit multinomial.

2.4 Análise e Discussão dos Resultados

O modelo logit multinomial foi escolhido devido à sua capacidade de lidar com uma variável dependente categórica com mais de duas categorias, o que é apropriado para o contexto deste estudo. O objetivo principal desta análise é representar a curva de *U* invertido para o *status* de contrato. A análise busca identificar como diferentes variáveis independentes influenciam a probabilidade de ocorrência de cada categoria do *status* de contrato.

Inicialmente, são apresentadas as estatísticas descritivas (Tabelas 5 e 6) das variáveis envolvidas, seguidas pela discussão dos coeficientes estimados pelo modelo logit multinomial.

A variável "tempo de contrato"(*t*) apresenta uma distribuição com valor mínimo de 1 ano e máximo de 99 anos. O valor mediano de 26,00 anos indica que metade dos contratos tem

Tabela 5 – Estatísticas Descritivas das variáveis numéricas

Variável	Mín.	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máx.	Desvio Padrão
(<i>t</i>)	1.00	20.00	26.00	26.69	30.00	99.00	11.23
(<i>I</i>)	0.05	39.57	117.57	351.39	327.01	48337.57	975.13

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 6 – Estatísticas das variáveis categóricas

Categoria	Tipo	Contagem	Percentual (%)
Status do Projeto	<i>Conc</i>	119	1,79
	<i>Act</i>	6145	92,55
	<i>Cancel</i>	208	3,13
	<i>Distressed</i>	168	2,53
Tipo de PPI	<i>brw</i>	2558	38,52
	<i>divt</i>	96	1,45
	<i>green</i>	3817	57,48
	<i>m&l</i>	169	2,55
Setor	<i>enegr</i>	3208	48,31
	<i>Ti</i>	156	2,35
	<i>res</i>	259	3,90
	<i>trp</i>	2126	32,02
	<i>a&e</i>	891	13,42

Fonte: Elaboração do autor.

uma duração inferior a esse valor, e a outra metade tem uma duração superior. A média é 26,69 anos, sugerindo uma distribuição relativamente simétrica.

A maioria dos projetos está ativa (92,55%). É realizado um teste de robustez extraíndo os dados dos contratos ativos, afim de verificar se o comportamento das hipóteses é garantido quando se muda a mostra dos dados. Nesse caso, existe uma readequação da distribuição dos dados.

A maioria dos projetos são do tipo *Greenfield* (57,48%), seguidos pelos projetos *Brownfield* (38,52%). Os projetos de desinvestimento e os contratos de gestão e arrendamento são menos comuns, com 1,45% e 2,55%, respectivamente.

O setor de energia é o mais representativo, com 48,31% dos projetos. Os setores de transporte e água e esgoto também possuem uma presença significativa, com 32,02% e 13,42%, respectivamente. O setor de tecnologia da informação e comunicação (ICT) e o de resíduos sólidos têm menos projetos, com 2,82% e 4,93%, respectivamente.

A Tabela 15 (No Apêndice C) apresenta a disposição categórica ano de investimento e sua respectiva contagem de projetos, é possível notar que a quantidade de projetos evolui a ao longo dos anos, aumentando a quantidade de investimentos em projetos. No Apêndice C também pode-se verificar as estatísticas descritivas para as regiões do projeto.

2.4.1 Logit Multinomial

O modelo multinomial foi ajustado para analisar o status dos projetos em relação a várias variáveis explicativas, incluindo a duração do contrato (t e t^2), o investimento total do contrato (I), o setor de concentração do projeto, tipo de PPI, região e efeitos de ano de investimento. A Tabela 7 apresenta os resultados do modelo estimado.

Tabela 7 – Resultados do Modelo Multinomial Estimado

	Ativo	Cancelado	Distressed
Intercepto	-9,480 (0,060) [0,000]	-9,557 (0,052) [0,000]	-13,714 (0,008) [0,000]
t	0,672 (0,044) [0,000]	0,598 (0,043) [0,000]	0,755 (0,044) [0,000]
t^2	-0,0041 (0,0024) [0,088]	-0,0034 (0,0024) [0,156]	-0,0044 (0,0024) [0,065]
I	0,00150 (0,00071) [0,035]	0,00174 (0,00071) [0,015]	0,00151 (0,00073) [0,038]
brw	-1,105 (0,084) [0,000]	-1,023 (0,070) [0,000]	1,328 (0,015) [0,000]
$divt$	7,706 (0,005) [0,000]	7,310 (0,005) [0,000]	-3,429 (0,000) [0,000]
$m\&l$	-0,203 (0,013) [0,000]	-0,361 (0,011) [0,000]	-7,947 (0,000) [0,000]
EAP	-0,295 (0,085) [0,001]	-0,005 (0,071) [0,947]	-1,708 (0,008) [0,000]
ECA	0,496 (0,028) [0,000]	0,378 (0,025) [0,000]	-0,378 (0,001) [0,000]
$MENA$	0,904 (0,010) [0,000]	1,190 (0,010) [0,000]	-6,749 (0,000) [0,000]
SA	2,144 (0,087) [0,000]	2,432 (0,082) [0,000]	0,950 (0,003) [0,000]
SSA_E	1,094 (0,032) [0,000]	1,650 (0,017) [0,000]	3,158 (0,014) [0,000]
SSA_W	-0,334 (0,017) [0,000]	0,571 (0,011) [0,000]	1,002 (0,006) [0,000]
Ti	3,587 (0,075) [0,000]	4,766 (0,072) [0,000]	-3,812 (0,000) [0,000]
Res	5,939 (0,002) [0,000]	6,111 (0,002) [0,000]	-3,236 (0,000) [0,000]
Trp	-0,364 (0,092) [0,000]	0,721 (0,054) [0,000]	-2,371 (0,042) [0,000]
$a\&e$	-0,477 (0,093) [0,000]	0,998 (0,077) [0,000]	-1,629 (0,012) [0,000]

Notas: Modelo multinomial. Categoria base = Concluded. PPI base = Greenfield; Região base = Latin America and the Caribbean; Setor base = Energy. Dummies de ano incluídas (1987–2024), mas não reportadas. Residual Deviance: 2501,388. AIC: 2831,388. Pseudo R2 (log Lik.): 0.4545. N=6640. Valores entre cochetes [] são os p -valor, os valores entre parenteses () são os erros padrões.

O resultados estimados da razão de probabilidades para todas as categorias (Ativo, Cancelado e Distressed), observamos o mesmo padrão de sinais nos coeficientes em relação a t e t^2 . t (Linear) é positivo e altamente significativo ($p < 0,001$), indica que, inicialmente, a passagem do tempo aumenta a probabilidade de o projeto estar em qualquer um desses estados em comparação ao estado de "Concluído". A variável t^2 (Quadrático) é negativo, o sinal negativo indica que esse aumento de probabilidade ocorre a taxas decrescentes, caracterizando a curvatura de um U invertido.

Um ponto de atenção nos resultados é o p -valor de t^2 (os valores entre colchetes), para o *status* Ativo ($p = 0,088$) e Distressed ($p = 0,065$) estão significativos ao nível de 10%. Isso sugere que a evidência de uma curvatura (o declínio tardio da probabilidade) é estatisticamente aceitável, embora menos forte que o efeito linear. Para o *status* Cancelado ($p = 0,156$) aqui o termo quadrático não atingiu significância estatística usual (superou 10%). Isso implica que, para cancelamentos, a relação com o tempo pode ser mais linear do que parabólica, ou que a "descida" da curva de cancelamento não é capturada de forma robusta pelos dados. Atestaremos o formato da implicação do tempo nos *status* de contrato usando também os efeitos marginais médios.

2.4.1.1 Efeitos Marginais

O cálculo dos efeitos marginais seguem a regra metodológica da equação (2.3). Assim, produzimos os efeitos marginais médios da variação na probabilidade de cada *status* para um aumento unitário em t (Tabela 8) e t^2 (Tabela 9), mantendo as demais variáveis contantes.

Tabela 8 – Efeitos Marginais da Variável (t)

Status	Efeito Marginal	Erro Padrão	z	p-valor	IC 95%
Concluded	-0,00420	0,00039	-10,76	<0,001	[-0,00496 ; -0,00343]
Active	0,00395	0,00054	7,30	<0,001	[0,00289 ; 0,00502]
Cancelled	-0,00131	0,00030	-4,33	<0,001	[-0,00191 ; -0,00072]
Distressed	0,00155	0,00020	7,64	<0,001	[0,00115 ; 0,00195]

Notas: Efeitos marginais médios (AME). Intervalos de confiança ao nível de 95%.

Tabela 9 – Efeitos Marginais da Variável (t^2)

Status	Efeito Marginal	Erro Padrão	z	p-valor	IC 95%
Concluded	0,0000252	0,0000156	1,61	0,107	[-0,0000054 ; 0,0000557]
Active	-0,0000334	0,0000141	-2,38	0,018	[-0,0000609 ; -0,0000058]
Cancelled	0,0000146	0,0000052	2,84	0,005	[0,0000045 ; 0,0000247]
Distressed	-0,0000064	0,0000018	-3,60	<0,001	[-0,0000099 ; -0,0000029]

Notas: Efeitos marginais médios (AME). Intervalos de confiança ao nível de 95%.

A análise conjunta das tabelas revela que apenas a categoria Ativo e em menor grau a categoria Distressed, apresentam a combinação de sinais que caracteriza o U invertido: Efeito Marginal de t positivo e Efeito Marginal de t^2 negativo. Para status ativo o tempo inicial aumenta a probabilidade de o contrato permanecer ativo (maturação), mas o termo quadrático negativo ($-0,0000334$) garante que essa probabilidade eventualmente caia. Há um ciclo de vida com "subida e descida", ou seja, para valores "pequenos" de t indica uma região de subida e para valores "grandes" de t a probabilidade do contrato permanecer ativo decresce com o tempo. Portanto, representando um formato côncavo em relação ao período do contrato. Um detalhe que deve ser destacado é que os efeitos marginais são todos significativos com 95% de confiança, em contraste com os resultados alcançados a apenas níveis de significância de 10% para a variável não linear (t^2) para o modelo estimado mostrado na Tabela 7.

Os contratos terminados (cancelados e concluídos) não apresentam essa dinâmica estrutural. Os contratos cancelados apresentam um formato de U (convexo). O efeito de t é negativo e o de t^2 é positivo ($+0,0000146$). Isso indica que o risco de cancelamento diminui após o início, mas pode voltar a subir para contratos extremamente antigos que perderam sua viabilidade.

Os resultados dos efeitos marginais revelam uma assimetria fundamental entre os status contratuais. Enquanto os contratos Ativos exibem uma dinâmica de parábola côncava (U invertido), indicando um período de maturação seguido de um declínio tardio, os status Concluídos e Cancelados não compartilham dessa trajetória, apresentando probabilidades decrescentes de ocorrência conforme o tempo avança.

2.4.1.2 Análise da especificação do modelo empírico

A fim de verificar a especificação do modelo proposto foi feita a análise da razão estatística de máxima verossimilhança (*LR statistic*) Tabela 10. O teste de razão de verossimilhança compara a verossimilhança dos dois modelos para determinar se o Modelo 1, que inclui variáveis independentes, é significativamente melhor em ajustar os dados do que o Modelo 2, que é um modelo muito mais simples sem nenhuma variável independente.

O valor de *Chisq* é a diferença nas log-verossimilhanças entre os dois modelos. O valor- p $Pr(> Chisq)$ é usado para testar a hipótese nula de que o Modelo 2 é tão bom quanto o Modelo 1 em ajustar os dados. No caso: O valor de *Chisq* é 2084. O valor p associado a este teste é menor do que $2,2 \cdot 10^{-16}$, o que indica que há uma diferença significativa entre os dois modelos.

Tabela 10 – Teste de Razão de Verossimilhança

Modelo	Df	LogLik	Df	Chisq	Pr(> Chisq)	Significância
Modelo 1	165	-1250.7				
Modelo 2	3	-2292.8	-162	2084	<2.2e-16	***

Fonte: Elaboração do autor

Legenda: Df: graus de liberdade. LogLik: Logaritmo da verossimilhança. Chisq: Estatística qui-quadrado. Níveis de significância: (*** < 0.001, ** < 0.01, * < 0.05, . < 0.1).

Portanto, com base no resultado do teste de razão de verossimilhança, podemos concluir que o Modelo 1, que inclui todas as variáveis independentes, é significativamente melhor em ajustar os dados do que o Modelo 2, que não inclui nenhuma variável independente além do intercepto. Isso sugere que pelo menos uma das variáveis independentes em Modelo 1 é significativa para explicar a variável dependente status de contrato.

Outra verificação de consistência do modelo Logit Multinomial, incluiu aplicação do teste de Hausman-McFadden (Tabela 11) para validar a premissa de Independência de Alternativas Irrelevantes (IIA). O teste comparou o modelo completo com uma especificação restrita (excluindo a categoria 'Cancelado'). O resultado apresentou uma estatística χ^2 negativa, o que, de acordo com a literatura econométrica Hausman e McFadden (1984), é interpretado como ausência de evidência para rejeitar a hipótese nula. Portanto, a propriedade IIA é satisfeita ($p = 1.00$), confirmando a adequação do modelo multinomial.

Tabela 11 – Teste de Hausman–McFadden para a Hipótese de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA)

Estatística	χ^2	gl	p-valor
Hausman–McFadden	-0,373	8	1,000

Notas: Hipótese nula (H_0): a propriedade de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA) é satisfeita. Hipótese alternativa (H_1): IIA é violada. Como o p-valor é igual a 1, não rejeitamos H_0 , sugerindo que a suposição de IIA não é violada.

O teste de Hausman–McFadden não rejeitou a hipótese nula de independência de alternativas irrelevantes ($p = 1$). Entretanto, a estatística qui-quadrado negativa sugere instabilidade numérica, de modo que os resultados devem ser interpretados com cautela. Contudo, os status são mutuamente exclusivos e qualitativamente muito diferentes, o que minimiza o risco de violação da IIA, além disso, essa comprovação é garantida no teste de robustez detalhado na seção 2.4.3, o teste de Hausman–McFadden para a robustez pode ser visto na Tabela 20 no Apêndice C.

2.4.2 Curva de Contrato

No modelo estimado, a categoria Concluído foi definida como *baseline*. Assim, os coeficientes estimados para as categorias Ativo, Cancelado e Distressed devem ser interpretados como variações na razão de probabilidades em relação à probabilidade de conclusão do contrato.

Os coeficientes associados à variável t (duração do contrato) foram positivos e estatisticamente significativos para as três categorias analisadas. Especificamente, os coeficientes estimados foram 0,672 para contratos ativos, 0,598 para cancelados e 0,755 para contratos distressed. Em termos de razão de probabilidades, isso indica que a probabilidade de um projeto permanecer ativo, cancelado ou em distressed em comparação com a conclusão, cresce durante a fase de maturação do investimento, atinge um ápice e, posteriormente, inicia uma trajetória de declínio.

A análise dos Efeitos Marginais Médios aprofunda essa interpretação ao isolar a dinâmica própria de cada categoria. Conforme observado na Tabela 8 e 9, o status "Ativo" apresenta um efeito marginal médio positivo para t (0,0039) e negativo para t^2 ($-0,000033$). Isso sugere que, na média da amostra, a maioria dos projetos ainda se encontra na fase ascendente da curva de probabilidade. O ponto de inflexão calculado ($t^* \approx 59$, calculando usando $t^* = -\frac{b_1}{2 \cdot b_2}$) situa-se em um patamar elevado, sugerindo uma forte inércia contratual para o período que o contrato deveria durar. Em termos práticos, os projetos tendem a “estacionar” no status ativo por períodos prolongados, onde os altos custos irreversíveis (*sunk costs*), conforme discutido por Nóbrega *et al.* (2023), retardam a transição para a conclusão, mesmo quando o tempo de execução já ultrapassou a janela de eficiência esperada.

Para os projetos em Dificuldade (*Distressed*), os coeficientes ($t = 0,755$; $t^2 = -0,0044$) e os efeitos marginais ($t = 0,00155$; $t^2 = -0,0000064$) também suportam o formato de U invertido. A probabilidade de estresse financeiro aumenta com o tempo de contrato até um ponto crítico, a partir do qual a probabilidade diminui, contudo o ponto em que o contrato permanece “estacionado” é ainda superior ao do *status* ativo, podendo indicar que a resolução dos problemas de litígio são muito longas.

Por outro lado, os status terminais apresentam dinâmicas distintas. Para projetos Cancelados, embora os coeficientes do modelo estimado sugiram a curvatura da hipótese de “U” invertido ($t = 0,598$; $t^2 = -0,0034$), o termo quadrático não atingiu significância estatística rigorosa ($p = 0,156$). Já o efeito marginal de t^2 para Concluídos é positivo (0,000025) mas sendo não tendo significância estatística a 10%, indicando que, ao contrário dos projetos ativos,

não há uma fase de "subida e descida" para a finalização, ou o projeto é concluído dentro de um cronograma esperado, ou a probabilidade de conclusão fenece linearmente conforme o tempo avança sem o encerramento da obra.

Do ponto de vista econômico, os resultados sugerem a existência de um ciclo de vida contratual. Na fase inicial, contratos mais longos tendem a permanecer ativos, possivelmente em razão de custos afundados, mecanismos de renegociação ou rigidez institucional. Em estágios mais avançados, entretanto, o efeito marginal do tempo diminui, indicando maior propensão à transição para estados de encerramento ou deterioração. O fato de o ponto crítico ocorrer em níveis relativamente elevados de duração pode indicar um fenômeno de inércia contratual, no qual contratos permanecem ativos por períodos prolongados antes que aumente significativamente a probabilidade de conclusão ou cancelamento.

Assim, os resultados evidenciam que a duração do contrato exerce efeito não linear sobre o status dos projetos, em particular dos contratos que estão em atividade. A dinâmica do prazo temporal não é puramente monotônica, mas apresenta formato compatível com uma curva em "U" invertido nas razões de probabilidades, refletindo um processo de maturação contratual seguido de eventual declínio.

2.4.3 Robustez

Para fortalecer a robustez da nossa análise, foi realizado um teste adicional excluindo os contratos dos setores de Transporte⁷ da amostra, mantendo a categoria dos contratos concluídos como *baseline*. No modelo original temos 6640 informações de contratos, no teste de robustez a amostra cai para 4514. Esta abordagem permite avaliar a estabilidade dos resultados obtidos com a amostra original e verificar se as conclusões permanecem consistentes mesmo com a exclusão de uma categoria significativa de contratos.

Ao ajustar o modelo multinomial com a amostra modificada, os resultados continuaram a suportar a hipótese de uma curva em "U" invertido para a relação entre a duração do contrato e o status dos projetos tanto no modelo estimado como na análise das probabilidades marginais médias, para os contratos ativos e distressed, e mantendo a estrutura convexa (em probabilidades marginais) para os contratos com *status* finalizados (concluídos e cancelados). Especificamente, os coeficientes das variáveis t e t^2 mantiveram-se consistentes com a hipótese

⁷ A escolha do setor de Transporte se dá pela forma que a dominância de uma categoria em particular como a dos cancelados, mostrado na Figura 10.

inicial no modelo estimado, a probabilidade de todos os *status*, em comparação com serem concluídos, aumentava inicialmente com a duração do contrato, mas diminuía após um ponto de inflexão.

A exclusão dos contratos de Transporte e a manutenção dos resultados fornecem evidências adicionais de que os efeitos observados não são simplesmente decorrentes da inclusão de contratos em andamento, mas sim uma característica intrínseca da dinâmica dos contratos de longo prazo.

Essa abordagem, ao testar a robustez dos resultados, fortalece a validade das conclusões apresentadas e demonstra que a relação não linear entre a duração do contrato e o status dos projetos é uma característica consistente. Os resultados dessa análise podem ser vistos no Apêndice C.

2.5 Conclusão

O presente estudo investigou como relação entre a duração dos contratos e o status dos projetos de parcerias público-privadas (PPP) utilizando um modelo logit multinomial. As hipóteses são que as categorias contratuais, definidas como: Ativo, Concluído, Cancelados e *Distressed* (Problemas), possuem uma forma de “U” invertida em relação ao período de contrato, ou seja, existe uma relação não linear do status com o período de tempo em que são firmados os contratos de PPP.

Os resultados indicaram uma relação não linear entre a duração do contrato e o status dos projetos para todos os *status* no modelo estimado com a relação log da razão de chances, corroborando a hipótese de uma curva em “U” invertido. Especificamente, os coeficientes para a duração do contrato (t) e sua quadrática (t^2) sugerem que, inicialmente, a duração mais longa dos contratos está associada a uma maior probabilidade de os projetos estarem ativos, cancelados ou em dificuldades, mas após um certo ponto, aumentos adicionais na duração dos contratos resultam em uma diminuição dessas probabilidades em favor do status concluído, que é o *baseline* definido. Isso é de acordo com a ideia apresentada por Nóbrega *et al.* (2023), que os contratos de longo prazo possuem um custo de cancelamento muito alto, contudo atestam certas ineficiências nesse processo. Dessa forma as partes envolvidas tendem a buscar renegociações para que os contratos sejam concluídos.

Os resultados dos efeitos marginais revelam uma assimetria fundamental entre os *status* contratuais. Enquanto os contratos Ativos exibem uma dinâmica de parábola côncava (“U”

invertido), indicando um período de maturação seguido de um declínio tardio, os status Concluídos e Cancelados não compartilham dessa trajetória, apresentando probabilidades decrescentes de ocorrência conforme o tempo avança. Notavelmente, o ponto de inflexão para o status Ativo situa-se em patamares temporais elevados ($t \approx 59$). Este achado é indicativo de uma inércia contratual significativa, onde a probabilidade de um projeto permanecer em execução permanece alta por períodos extensos, sugerindo dificuldades estruturais em finalizar os investimentos dentro de ciclos temporais eficientes.

À medida que o contrato avança por longos períodos, o custo de seu cancelamento se torna significativamente alto em relação a uma possível renegociação. Isso implica que, conforme os contratos se prolongam, a probabilidade de conclusão aumenta devido aos altos custos associados ao encerramento antecipado, levando as partes a preferirem renegociar e adaptar os termos contratuais para garantir a conclusão do projeto. Essa dinâmica pode ser explicada pelo conceito de custos irrecuperáveis e pela incerteza contratual. Contratos mais longos têm maiores custos associados ao seu encerramento antecipado, o que pode aumentar a probabilidade de manutenção dos projetos até certo ponto. No entanto, após esse ponto, a probabilidade de conclusão do projeto aumenta, possivelmente devido à acumulação de riscos e variáveis ao longo do tempo, refletindo a incompletude contratual conforme discutido em Nóbrega *et al.* (2023).

A robustez da análise foi testada removendo os contratos dos setores de Transporte e mantendo os contratos concluídos como *baseline*. Este teste adicional confirmou a consistência dos resultados iniciais, reforçando a validade das conclusões sobre a relação entre a duração do contrato e o status dos projetos. Assim, a análise confirma que a duração dos contratos em PPPs apresenta uma relação complexa e não linear com o status dos projetos.

Possíveis extensões a esse trabalho seria a possibilidade de investigar o impacto de diferentes políticas públicas ou mudanças regulatórias sobre a duração e o *status* dos contratos de PPP. Isso pode incluir análises antes e depois da implementação de novas políticas ou mesmo desenvolver modelos dinâmicos que possam capturar melhor a evolução dos contratos ao longo do tempo, considerando eventos como renegociações, alterações contratuais, e impactos de choques econômicos ou políticos. Além de incorporar metodologias como modelos de análise de sobrevivência ou análise de duração sobre os *status* de contrato.

REFERÊNCIAS

- AKAISHI, J. T. M. Quebra eficiente de contratos bilaterais e a teoria dos incentivos. **Economic Analysis of Law Review**, v. 1, n. 2, p. 241–253, 2010.
- ATHIAS, L.; SAUSSIÉ, S. Contractual flexibility or rigidity for public private partnerships? theory and evidence from infrastructure concession contracts. **SSRN Electronic Journal**, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.828944>>.
- BENNETT, J.; IOSSA, E. Building and managing facilities for public services. **Journal of Public Economics**, v. 90, n. 10–11, p. 2143–2160, 2006.
- BOLTON, P.; DEWATRIPONT, M. **Contract Theory**. Cambridge, MA: MIT Press, 2005. ISBN 0-262-02576-0.
- COASE, R. H. The nature of the firm. **Economica**, v. 4, n. 16, p. 386–405, 1937. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1468-0335.1937.tb00002.x>>.
- COSTA, A. K. M.; NETO, P. de M. J. Incomplete contracts in the construction and management of public facilities under private provision. Working Paper - CAEN/UFC. 2025. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/383114203_Incomplete_Contracts_in_the_Construction_and_Management_of_Public_Facilities_under_Private_Provision>.
- CVITANIC, J.; XUHU, W.; JIANFENG, Z. Optimal contracts in continuous-time models. **Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis**, v. 2006, 02 2006.
- DAVIDSON, R.; MACKINNON, J. G. **Econometric Theory and Methods**. New York: Oxford University Press, 2021.
- DEWATRIPONT, M.; JEWITT, I.; TIROLE, J. The economics of career concerns, part i: Comparing information structures. **The Review of Economic Studies**, v. 66, n. 1, p. 183–198, 1999.
- ELY, J. C.; GEORGIADIS, G.; RAYO, L. Feedback design in dynamic moral hazard. **Econometrica**, v. 93, n. 2, p. 597–621, 2025. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.3982/ECTA21871>>.
- FUDENBERG, D.; HOLMSTROM, B.; MILGROM, P. Short-term contracts and long-term agency relationships. **Journal of Economic Theory**, v. 51, n. 1, p. 1–31, 1990.
- GODINHO, M. T. **Implicações da violação da hipótese da ergodicidade nos modelos econométricos**. Tese (Tese (Magister Scientiae em Economia Aplicada)) — Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2002.
- GONÇALVES, C. R. **Direito civil: parte geral: obrigações e contratos**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.
- GREENE, W. H. **Econometric Analysis**. 5. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- GROSSMAN, S. J.; HART, O. D. The costs and benefits of ownership: A theory of vertical and lateral integration. **Journal of Political Economy**, University of Chicago Press, v. 94, n. 4, p. 691–719, 1986.

GUASCH, J. L.; BENITEZ, D.; PORTABALES, I.; FLOR, L. **The Renegotiation of PPP Contracts: An Overview of its Recent Evolution in Latin America**. [S.l.], 2014. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/p/oec/itfaab/2014-18-en.html>>.

HART, O. Incomplete contracts and control. **American Economic Review**, v. 107, n. 7, p. 1731–1752, 2017. Disponível em: <<https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.107.7.1731>>.

HAUSMAN, J.; MCFADDEN, D. Specification tests for the multinomial logit model. **Econometrica**, [Wiley, Econometric Society], v. 52, n. 5, p. 1219–1240, 1984. ISSN 00129682, 14680262. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1910997>>.

HODGES, J.; HARRIS, C.; SCHUR, M.; SHUKLA, P. **Infrastructure projects: a review of canceled private projects**. Washington, DC, USA, 2003.

HOLMSTROM, B.; MILGROM, P. Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives. **Econometrica**, [Wiley, Econometric Society], v. 55, n. 2, p. 303–328, 1987. ISSN 00129682, 14680262. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1913238>>.

LEVIN, J. Relational incentive contracts. **American Economic Review**, v. 93, n. 3, p. 835–857, 2003.

LEVITT, S. D. Optimal incentive schemes when only the agents' "best" output matters to the principal. **The RAND Journal of Economics**, [RAND Corporation, Wiley], v. 26, n. 4, p. 744–760, 1995. ISSN 07416261. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2556016>>.

MARCELO, D.; HOUSE, R. S.; MANDRI-PERROT, C.; SCHWARTZ, J. Z. Do countries learn from experience in infrastructure public–private partnerships? public–private partnerships practice and contract cancellation. **Journal of Infrastructure, Policy and Development**, v. 3, n. 1, 2019.

MENEZES, F.; RYAN, M. **Default and Renegotiation in PPP Auctions**. University of Queensland, School of Economics, 2013. (School of Economics discussion papers series). Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=hk_TzgEACAAJ>.

MIAO, J.; RIVERA, A. Robust contracts in continuous time. **Econometrica**, [Wiley, The Econometric Society], v. 84, n. 4, p. 1405–1440, 2016. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/43866471>>.

NÓBREGA, M.; VÉRAS, R.; TUROLLA, F. **Contratação incompleta de projetos de infraestrutura**. [S.l.], 2023.

POUTVAARA, P.; TAKALO, T.; WAGENER, A. **The Optimal Duration of Contracts**. [S.l.], 2017. Disponível em: <https://www.ifo.de/DocDL/cesifo1_wp6808.pdf>.

Prefeitura Municipal de Jaguariúna. **Estudos realizados em resposta ao Chamamento Público nº 01/2022, com propostas de soluções para a prestação dos serviços de iluminação pública no Município de Jaguariúna/SP, sob a forma de Parceria Público Privada. (Caderno II – Modelagem Econômico-Financeira)**. Jaguariúna, 2022.

ROGERSON, W. P. The first-order approach to principal-agent problems. **Econometrica**, v. 53, n. 6, p. 1357–1367, 1985.

ROGERSON, W. P. Repeated moral hazard. **Econometrica**, v. 53, n. 1, p. 69–76, 1985.

SANNIKOV, Y. A continuous-time version of the principal-agent problem. **The Review of Economic Studies**, v. 75, n. 3, p. 957–984, 2008. ISSN 0034-6527.

SIEMIATYCKI, M.; FAROOQI, N. Value for money and risk in public–private partnerships: Evaluating the evidence. **Journal of the American Planning Association**, v. 78, n. 3, p. 286–299, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01944363.2012.715525>>.

SOUZA, S. A. d.; SILVA, F. G. F. d.; COSTA, E. M.; SOUZA, H. N. d.; RIBEIRO, G. d. S. **Modelando Value for Money para Parcerias Público-Privadas de Infraestruturas de Entes Subnacionais no Brasil**. Fortaleza, 2022.

SUNG, J. Optimal contracts under adverse selection and moral hazard: A continuous-time approach. **The Review of Financial Studies**, [Oxford University Press, Society for Financial Studies], v. 18, n. 3, p. 1021–1073, 2005. ISSN 08939454, 14657368. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/3598085>>.

TIROLE, J. Incomplete contracts: Where do we stand? **Econometrica**, v. 67, n. 4, p. 741–781, 1999.

U.S. Bureau of Labor Statistics. **Historical Consumer Price Index for All Urban Consumers (CPI-U): U.S. city average, all items, index averages**. Washington, DC: [s.n.], 2026. Archived Consumer Price Index Supplemental Files. Acesso em: 30 jan. 2026. Disponível em: <<https://www.bls.gov/cpi/research-series/>>.

WILLIAMSON, O. E. The new institutional economics: Taking stock, looking ahead. **Journal of Economic Literature**, v. 38, n. 3, p. 595–613, 2000. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2565421>>.

World Bank. **The Private Participation in Infrastructure (PPI) Project Database**. 2025. Disponível em: <<https://ppi.worldbank.org/en/ppidata>>. Disponível em: <<https://ppi.worldbank.org/en/ppidata>>.

World Bank. **Private Participation in Infrastructure (PPI) – Glossary - Acronyms Used in the Private Participation in Infrastructure Projects Database**. 2025. Disponível em: <<https://ppi.worldbank.org/en/methodology/glossary>>. Disponível em: <<https://ppi.worldbank.org/en/methodology/glossary>>.

APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÃO DA UTILIDADE ESPERADA

A utilidade esperada do Agente, em termos da função utilidade CARA, implica que a função utilidade esperada pode ser escrita em termos de certo equivalente. Vamos mostrar como o termo de custo do risco, $\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2$, emerge diretamente das premissas fundamentais sobre as preferências do Agente e a natureza estocástica de sua remuneração.

Nosso ponto de partida são duas premissas-chave:

1. **Riqueza ou remuneração total aleatória:** A remuneração do Agente, que denotamos como $\tilde{w}$, é uma variável aleatória que segue uma distribuição normal com $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(\mu_w, \sigma_w^2)$
2. **Preferências do Agente:** A função de utilidade do Agente exibe Aversão Absoluta ao Risco Constante (CARA), dada por:

$$u(\tilde{w}) = -e^{-\rho\tilde{w}}$$

onde $\rho > 0$ é o coeficiente de aversão absoluta ao risco.

Definimos o Equivalente-Certeza (CE) como o montante garantido que provê ao Agente um nível de utilidade idêntico à utilidade esperada da remuneração arriscada. Matematicamente, o CE satisfaz a seguinte condição:

$$u(\text{CE}) = E[u(\tilde{w})] \tag{A.1}$$

O processo de derivação consiste em calcular cada lado desta equação para, então, encontrar o Prêmio de Risco (PR), que é definido como $\text{PR} = E[\tilde{w}] - \text{CE}$.

A riqueza total do agente é a soma de suas partes, fixa e variável:

$$\tilde{w} = w_0 + \beta Y$$

onde $Y = e + \varepsilon$, definimos $\varepsilon \sim (0, \sigma^2)$ como o componente estocástico do resultado que impacta na parte variável da riqueza do agente. Portanto, $Y \sim (e, \sigma^2)$. Logo, $u(\tilde{w}) = -e^{-\rho(w_0 + \beta Y)}$.

Assim, $E[\tilde{w}] = w_0 + \beta e$, que chamaremos de μ_w e $\text{Var}(\tilde{w}) = \beta^2\sigma^2$ que definimos como σ_w^2 .

O calculo do valor esperado $E[-e^{-\rho\tilde{w}}]$, onde a variável aleatória $\tilde{w}$ segue uma distribuição Normal, $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(\mu_w, \sigma_w^2)$. A derivação parte da integral fundamental que define o valor esperado:

$$E[-e^{-\rho\tilde{w}}] = \int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\rho\tilde{w}} \cdot f(x) dx$$

Onde $f(x)$ é a Função de Densidade de Probabilidade (FDP) de uma distribuição Normal:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_w)^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

Substituindo $f(x)$ na integral, o problema consiste em resolver:

$$\int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\rho x} \cdot \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_w)^2}{2\sigma_w^2}\right) dx$$

Para resolver esta integral vamos manipular o expoente para que ele se pareça com o expoente de uma nova distribuição Normal.

Passo 1 - Combinar os expoentes: Primeiro, combinamos os dois termos exponenciais em um só, movendo a constante para fora da integral:

$$E[e^{-\rho \tilde{w}}] = -\frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\rho x - \frac{(x - \mu_w)^2}{2\sigma_w^2}\right) dx$$

Passo 2 - Expandir e trabalhar algebricamente o expoente: Focamos na expressão dentro de $\exp(\dots)$ e a colocamos sob um denominador comum ($2\sigma_w^2$):

$$\begin{aligned} \text{Expoente} &= -\rho x - \frac{x^2 - 2\mu_w x + \mu_w^2}{2\sigma_w^2} \\ &= \frac{-2\sigma_w^2 \rho x - (x^2 - 2\mu_w x + \mu_w^2)}{2\sigma_w^2} \\ &= \frac{-x^2 + (2\mu_w - 2\sigma_w^2 \rho)x - \mu_w^2}{2\sigma_w^2} \\ &= -\frac{x^2 - 2(\mu_w - \rho \sigma_w^2)x + \mu_w^2}{2\sigma_w^2} \end{aligned}$$

Passo 3 - Completar o Quadrado: Esta é a etapa crucial. Adicionamos e subtraímos o termo $(\mu_w - \rho \sigma_w^2)^2$ no numerador para criar um quadrado perfeito:

$$\text{Expoente} = -\frac{\overbrace{x^2 - 2(\mu_w - \rho \sigma_w^2)x + (\mu_w - \rho \sigma_w^2)^2}^{\text{Este é o nosso quadrado perfeito}} - (\mu_w - \rho \sigma_w^2)^2 + \mu_w^2}{2\sigma_w^2}$$

Agora, agrupamos o quadrado perfeito:

$$= -\frac{(x - [\mu_w - \rho \sigma_w^2])^2 - (\mu_w - \rho \sigma_w^2)^2 + \mu_w^2}{2\sigma_w^2}$$

Passo 4 - Separar o expoente em duas partes: Separamos a fração em uma parte que depende de x e outra que é puramente constante:

$$\text{Expoente} = \underbrace{-\frac{(x - [\mu_w - \rho \sigma_w^2])^2}{2\sigma_w^2}}_{\text{Parte 1: O novo expoente Normal}} + \underbrace{\frac{(\mu_w - \rho \sigma_w^2)^2 - \mu_w^2}{2\sigma_w^2}}_{\text{Parte 2: A constante de ajuste}}$$

Passo 5: Simplificar a constante de ajuste Expandimos e simplificamos a Parte 2:

$$\begin{aligned} \text{Parte 2} &= \frac{(\mu_w^2 - 2\mu_w\rho\sigma_w^2 + \rho^2\sigma_w^4) - \mu_w^2}{2\sigma_w^2} \\ &= \frac{-2\mu_w\rho\sigma_w^2 + \rho^2\sigma_w^4}{2\sigma_w^2} \\ &= -\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2 \end{aligned}$$

É aqui que o termo $\frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2$ nasce, como consequência algébrica do reajuste do expoente.

Passo 6 - Juntar tudo e resolver a integral: Reescrevemos a integral original com o expoente separado e simplificado:

$$E[e^{-\rho\tilde{w}}] = -\frac{1}{\sigma_w\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(x - [\mu_w - \rho\sigma_w^2])^2}{2\sigma_w^2}\right) \cdot \exp\left(-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2\right) dx$$

Movemos o termo constante para fora da integral:

$$= -e^{-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_w\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - [\mu_w - \rho\sigma_w^2])^2}{2\sigma_w^2}\right) dx}_{\text{FDP de uma nova Normal}}$$

Considerando que $\mu_w - \rho\sigma_w^2 = \mu$, a integral restante é a área total sob uma FDP Normal, que é, por definição, igual a 1. Portanto, a integral inteira se simplifica para:

$$\begin{aligned} E[-e^{-\rho\tilde{w}}] &= -e^{-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2} \times 1 \\ \Rightarrow \mathbf{E}[-e^{-\rho\tilde{w}}] &= -\exp\left(-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2\right) \end{aligned}$$

Assim, calculamos o lado direito da Equação A.1:

$$E[u(\tilde{w})] = E[-e^{-\rho\tilde{w}}] = -E[e^{-\rho\tilde{w}}]$$

Portanto, a utilidade esperada do Agente é:

$$E[u(\tilde{w})] = -\exp\left(-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2\right) \quad (\text{A.2})$$

Agora vamos proceder ao cálculo do Equivalente-Certeza e do Prêmio de Risco. Igualando a utilidade do Equivalente-Certeza, $u(\text{CE}) = -e^{-\rho\text{CE}}$, ao resultado da Equação A.2:

$$-e^{-\rho\text{CE}} = -\exp\left(-\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2\right)$$

Aplicando o logaritmo natural em ambos os lados e simplificando, obtemos a expressão para o Equivalente-Certeza:

$$-\rho \cdot \text{CE} = -\rho\mu_w + \frac{1}{2}\rho^2\sigma_w^2$$

$$CE = \mu_w - \frac{1}{2}\rho\sigma_w^2$$

Este resultado demonstra que o valor certo de uma renda arriscada é seu valor esperado (μ_w) menos um desconto pelo risco. Este desconto é, por definição, o Prêmio de Risco:

$$PR = E[\tilde{w}] - CE = \mu_w - \left(\mu_w - \frac{1}{2}\rho\sigma_w^2 \right)$$

$$PR = \frac{1}{2}\rho\sigma_w^2$$

Como $\sigma_w^2 = \beta^2\sigma^2$, Prêmio de Risco será,

$$PR = \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2$$

■

O valor de CE equivale a equação 1.5, demonstrada no modelo de período único.

APÊNDICE B – PROVA DO TEOREMA 1

Abaixo segue a demonstração do Teorema 1 que caracteriza a escolha do horizonte ótimo de contrato.

Prova. Para encontrar a derivada de Π em relação a T , observe que a função é um produto de dois termos que dependem de T . Definimos a estrutura geral como $\Pi = f(T) \cdot g(T)$, onde:

$$f(T) = \frac{1 - e^{-rT}}{r}$$

$$g(T) = \left[\beta - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln \left(\frac{1 - e^{-rT}}{r} \right) \right]$$

Para resolver, utilizaremos a Regra do Produto, $\frac{\partial \Pi}{\partial T} = f'(T)g(T) + f(T)g'(T)$. Assim, temos:

$$f'(T) = e^{-rT}$$

$$g'(T) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d}{dT} [\ln(f(T))] = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{f'(T)}{f(T)}$$

assim,

$$g'(T) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{r \cdot e^{-rT}}{1 - e^{-rT}}$$

Montando a regra do produto:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T} = \underbrace{[e^{-rT}]}_{f'(T)} \cdot g(T) + \underbrace{\frac{1 - e^{-rT}}{r}}_{f(T)} \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{\rho} \frac{r \cdot e^{-rT}}{1 - e^{-rT}} \right)}_{g'(T)} = 0$$

Note que, no segundo termo, o fator $f(T) = \frac{1 - e^{-rT}}{r}$ cancela-se exatamente com o numerador e denominador de $g'(T)$. Assim, a expressão simplifica-se para:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T} = e^{-rT} \cdot \left[\beta - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln \left(\frac{1 - e^{-rT}}{r} \right) \right] - \frac{1}{\rho} e^{-rT} = 0$$

Isolando o fator em comum e^{-rT}

$$e^{-rT} \left[\beta - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \beta^2 \sigma^2 + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln \left(\frac{1 - e^{-rT}}{r} \right) - \frac{1}{\rho} \right] = 0$$

Substituindo o valor do incentivo ótimo $\beta^* = \frac{1}{1+\rho\sigma^2}$ e simplificando o termo entre colchetes temos

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T} = e^{-rT} \left[\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1-e^{-rT}}{r}\right) - \frac{1}{\rho} \right] = 0$$

Como o termo externo e^{-rT} é estritamente positivo, para qualquer $r, T > 0$ e, portanto, diferente de zero, podemos dividir ambos os lados por ele. Resta-nos a equação referente ao conteúdo dos colchetes:

$$\frac{1}{2(1+\rho\sigma^2)} + \frac{1}{\rho} \ln(-\bar{u}) - \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{1-e^{-rT}}{r}\right) - \frac{1}{\rho} = 0$$

Isolando o logaritmo que contém T e multiplicando ambos os lados por ρ ,

$$\ln\left(\frac{1-e^{-rT}}{r}\right) = \ln(-\bar{u}) + \frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1$$

Aplicando a função exponencial em ambos os lados para eliminar o logaritmo natural:

$$\frac{1-e^{-rT}}{r} = e^{\ln(-\bar{u}) + \frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1}$$

Utilizando a propriedade das potências ($e^{a+b} = e^a \cdot e^b$), e notando que $e^{\ln(-\bar{u})} = -\bar{u}$, simplificamos o lado direito:

$$\frac{1-e^{-rT}}{r} = (-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right)$$

Agora, isolamos o termo e^{-rT} :

$$\begin{aligned} 1 - e^{-rT} &= r \cdot (-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) \\ e^{-rT} &= 1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) \end{aligned}$$

Finalmente, aplicando o logaritmo em ambos os lados e utilizando a regra do expoente, obtemos o valor explícito de T^* :

$$\begin{aligned} -rT \ln(e) &= \ln(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right)) \\ T^* &= -\frac{1}{r} \cdot \ln(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right)) \end{aligned}$$

Para que T^* seja bem definido nos reais, observamos que $T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln(\cdot)$. Como o termo que multiplica o logaritmo é negativo, o sinal e a existência de T^* dependem do termo:

$$1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right)$$

1. Caso Finito ($T^* > 0$). Para que o horizonte ótimo seja real e estritamente positivo ($T^* > 0$), o argumento do logaritmo no numerador deve situar-se no intervalo $(0, 1)$. Isso ocorre quando:

$$0 < 1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) < 1$$

Quando o valor de $1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) \in (0, 1)$ o logaritmo resultante é negativo. Como o termo que multiplica o logaritmo é negativo ($-\frac{1}{r}$), o produto entre dois números negativos resulta em um $T^* > 0$ finito. A unicidade é garantida pela monotonicidade estrita da CPO, que admite apenas uma raiz para a equação de primeira ordem.

2. Caso Infinito ($T^* \rightarrow +\infty$). Se o termo de interesse for igual à unidade, ou seja:

$$r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) = 1$$

então o argumento do logaritmo torna-se menor ou igual a zero ($1 - \text{termo} = 0$). Dado que $\ln(0) = -\infty$, portanto $T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln(0) = +\infty$.

3. Caso Nulo ($T^* = 0$). No limite em que o termo de interesse é nulo, o que ocorre especificamente quando a utilidade de reserva do Agente tende assintoticamente a zero ($\bar{u} \rightarrow 0$), sabendo que $\ln(1) = 0$ a expressão simplifica-se para:

$$T^* = -\frac{1}{r} \cdot \ln(1 - 0) \rightarrow 0$$

Isso valida o limite inferior de T^* , colapsando o horizonte em $T^* \rightarrow 0$.

Quando o termo de interesse é maior que 1, ou seja,

$$r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) > 1,$$

assim,

$$1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right) < 0,$$

logo, $\ln(1 - r(-\bar{u}) \cdot \exp\left(\frac{\rho}{2(1+\rho\sigma^2)} - 1\right)) \notin \mathbb{R}$.

Como o logaritmo de um número não positivo não é definido nos Reais, a CPO nunca é satisfeita para um T finito. Portanto, nesse cenário $T^* \notin \mathbb{R}$.



APÊNDICE C – TESTE DE ROBUSTEZ

Tabela 12 – Estatísticas das variáveis categóricas (amostra modificada)

Categoria	Tipo	Contagem	Percentual (%)
Status do Projeto	<i>Conc</i>	64	1,42
	<i>Act</i>	4189	92,80
	<i>Cancel</i>	109	2,41
	<i>Distressed</i>	152	3,37
Tipo de PPI	<i>green</i>	3072	68,05
	<i>brw</i>	1239	27,45
	<i>divt</i>	83	1,84
	<i>m&l</i>	120	2,66
Setor	<i>enegr</i>	3208	71,07
	<i>Ti</i>	156	3,46
	<i>res</i>	259	5,74
	<i>a&e</i>	891	19,74

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 13 – Estatísticas Descritivas das variáveis numéricas

Variável	Mín.	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máx.	Desvio Padrão
<i>(t)</i>	1.00	20.00	30.00	27.26	30.00	95.00	11.55
<i>(I)</i>	0.051	31.95	90.19	281.10	251.80	20750.00	686.40

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 14 – Distribuição de Projetos por Região: Amostra Original vs. Amostra Modificada

Regiões	Amostra Original		Amostra Modificada	
	Contagem	Percentual (%)	Contagem	Percentual (%)
Leste Asiático e Pacífico	1891	28,48	1382	30,62
Europa e Ásia Central	334	5,03	247	5,47
América Latina e Caribe	2730	41,11	1948	43,15
Oriente Médio e Norte da África	175	2,64	140	3,10
Sul da Ásia	1074	16,17	487	10,79
África Subsaariana: Leste Africano	265	3,99	215	4,76
África Subsaariana: Oeste e Centro	171	2,58	95	2,10
Total Geral	6640	100,00	4514	100,00

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 15 – Distribuição de projetos por ano de Investimento

Categoria	Ano	Contagem	Percentual (%)	Contagem	Percentual (%)
				(amostra modificada)	
Ano do Projeto	1985	4	0,06	NA	NA
	1987	3	0,05	2	0,04
	1988	3	0,05	1	0,02
	1989	15	0,23	10	0,22
	1990	38	0,57	5	0,11
	1991	11	0,17	4	0,09
	1992	33	0,50	19	0,42
	1993	64	0,96	39	0,86
	1994	118	1,78	68	1,51
	1995	108	1,63	77	1,71
	1996	172	2,59	106	2,35
	1997	218	3,28	132	2,92
	1998	180	2,71	97	2,15
	1999	146	2,20	98	2,17
	2000	160	2,41	105	2,33
	2001	170	2,56	131	2,90
	2002	181	2,73	146	3,23
	2003	214	3,22	157	3,48
	2004	192	2,89	143	3,17
	2005	262	3,95	179	3,97
	2006	304	4,58	180	3,99
	2007	277	4,17	173	3,83
	2008	227	3,42	155	3,43
	2009	246	3,70	184	4,08
	2010	237	3,57	151	3,35
	2011	308	4,64	219	4,85
	2012	349	5,26	246	5,45
	2013	254	3,83	176	3,90
	2014	241	3,63	187	4,14
	2015	268	4,04	222	4,92
	2016	193	2,91	142	3,15
	2017	254	3,83	200	4,43
	2018	330	4,97	205	4,54
	2019	296	4,46	189	4,19
	2020	127	1,91	92	2,04
	2021	121	1,82	64	1,42
	2022	131	1,97	69	1,53
	2023	105	1,58	76	1,68
	2024	80	1,20	65	1,44

Fonte: Elaboração do autor.

Nota: NA indica ausência de observações para o respectivo ano na amostra modificada.

Tabela 16 – Resultados do Modelo Multinomial Estimado (**amostra modificada**)

	Ativo	Cancelado	Distressed
Intercepto	-14,143 (0,049) [0,000]	-13,515 (0,045) [0,000]	-19,987 (0,004) [0,000]
<i>t</i>	1,001 (0,056) [0,000]	0,919 (0,056) [0,000]	1,130 (0,056) [0,000]
<i>t</i> ²	-0,00810 (0,00335) [0,0156]	-0,00729 (0,00335) [0,0296]	-0,00879 (0,00335) [0,0087]
<i>I</i>	-0,000018 (0,00075) [0,9811]	0,000271 (0,00075) [0,7193]	0,000044 (0,00077) [0,9540]
<i>brw</i>	0,030 (0,082) [0,7173]	0,161 (0,064) [0,0119]	3,119 (0,016) [0,000]
<i>divt</i>	11,847 (0,004) [0,000]	11,645 (0,004) [0,000]	-4,049 (0,000) [0,000]
<i>m&l</i>	-0,460 (0,004) [0,000]	-0,386 (0,004) [0,000]	-10,667 (0,000) [0,000]
<i>EAP</i>	0,368 (0,092) [0,00007]	0,947 (0,079) [0,000]	-1,037 (0,011) [0,000]
<i>ECA</i>	1,667 (0,034) [0,000]	1,736 (0,032) [0,000]	0,265 (0,001) [0,000]
<i>MENA</i>	1,970 (0,004) [0,000]	1,738 (0,004) [0,000]	-7,574 (0,000) [0,000]
<i>SA</i>	3,567 (0,009) [0,000]	2,738 (0,008) [0,000]	4,085 (0,003) [0,000]
<i>SSA_E</i>	0,710 (0,012) [0,000]	1,777 (0,011) [0,000]	2,701 (0,001) [0,000]
<i>SSA_W</i>	1,023 (0,008) [0,000]	2,943 (0,008) [0,000]	2,715 (0,001) [0,000]
<i>Ti</i>	4,080 (0,079) [0,000]	5,139 (0,077) [0,000]	-8,524 (0,000) [0,000]
<i>Res</i>	7,791 (0,002) [0,000]	8,545 (0,002) [0,000]	4,166 (0,000) [0,000]
<i>a&e</i>	-1,285 (0,083) [0,000]	-0,024 (0,067) [0,726]	-2,449 (0,013) [0,000]

Notas: Modelo multinomial. Categoria base = Concluded. PPI base = Greenfield; Região base = Latin America and the Caribbean; Setor base = Energy. Dummies de ano incluídas (1988–2024), mas não reportadas. Residual Deviance: 1490,822. AIC: 1808,822. Pseudo R2 (log Lik.): 0.5052. Valores entre colchetes [] são os *p-valores*; valores entre parênteses () são erros-padrão.

Tabela 17 – Efeitos Marginais da Variável (*t*) — Amostra Modificada

Status	Efeito Marginal	Erro Padrão	z	p-valor	IC 95%
Concluded	-0,00409	0,000342	-11,95	<0,001	[-0,00476 ; -0,00342]
Active	0,00222	0,000516	4,30	<0,001	[0,00121 ; 0,00323]
Cancelled	-0,00107	0,000235	-4,56	<0,001	[-0,00153 ; -0,00061]
Distressed	0,00294	0,000316	9,28	<0,001	[0,00232 ; 0,00356]

Notas: Efeitos marginais médios (AME). Intervalos de confiança ao nível de 95%.

Tabela 18 – Efeitos Marginais da Variável (t^2) — Amostra Modificada

Status	Efeito Marginal	Erro Padrão	z	p-valor	IC 95%
Concluded	0,0000330	0,0000143	2,31	0,021	[0,0000050 ; 0,0000610]
Active	-0,0000283	0,0000130	-2,17	0,030	[-0,0000537 ; -0,0000028]
Cancelled	0,0000113	0,0000045	2,52	0,012	[0,0000025 ; 0,0000200]
Distressed	-0,0000160	0,0000027	-5,96	<0,001	[-0,0000213 ; -0,0000107]

Notas: Efeitos marginais médios (AME). Intervalos de confiança ao nível de 95%.

Tabela 19 – Teste de Razão de Verossimilhança (amostra modificada)

Modelo	Df	LogLik	Df	Chisq	Pr(>Chisq)	Significância
Modelo 1	159	-745,41				
Modelo 2	3	-1506,71	-156	1522,6	<2.2e-16	***

Fonte: Elaboração do autor.

Legenda: Df: graus de liberdade. LogLik: Logaritmo da verossimilhança. Chisq: Estatística qui-quadrado. Níveis de significância: (***) < 0.001, ** < 0.01, * < 0.05, . < 0.1).

Tabela 20 – Teste de Hausman–McFadden para a Hipótese de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA) (**amostra modificada**)

Estatística	χ^2	gl	p-valor
Hausman–McFadden	0,737	8	0,9994

Notas: Hipótese nula: validade da propriedade de Independência das Alternativas Irrelevantes (IIA). Hipótese alternativa: IIA é rejeitada.

Tabela 21 – Efeitos Fixos de Ano estimados (amostra original)

	Ativo	Cancelado	Distressed
1987	-2,593 (0,00107) [0,000]	-2,843 (0,00107) [0,000]	-14,506 (6,84e-09) [0,000]
1988	2,456 (0,00138) [0,000]	2,854 (0,00138) [0,000]	-3,439 (5,60e-07) [0,000]
1989	-1,415 (0,00325) [0,000]	-3,230 (0,00324) [0,000]	-17,312 (3,47e-11) [0,000]
1990	-1,094 (0,00863) [0,000]	-1,485 (0,00838) [0,000]	-9,879 (5,31e-07) [0,000]
1991	0,576 (0,00163) [0,000]	-0,088 (0,00158) [0,000]	-10,630 (1,04e-08) [0,000]
1992	1,177 (0,00455) [0,000]	-0,114 (0,00312) [0,000]	0,397 (0,00184) [0,000]
1993	-0,508 (0,01123) [0,000]	-1,461 (0,00684) [0,000]	-1,666 (0,00254) [0,000]
1994	0,941 (0,05719) [0,000]	-0,183 (0,04782) [0,000]	-0,181 (0,00622) [0,000]
1995	0,415 (0,01442) [0,000]	-1,384 (0,01060) [0,000]	-0,722 (0,00148) [0,000]
1996	1,232 (0,11407) [0,000]	-0,309 (0,09142) [0,0007]	-0,435 (0,01335) [0,000]
1997	2,578 (0,03024) [0,000]	0,273 (0,02316) [0,000]	0,569 (0,00573) [0,000]
1998	1,445 (0,04952) [0,000]	-0,677 (0,03288) [0,000]	-0,667 (0,00999) [0,000]
1999	1,990 (0,02951) [0,000]	0,350 (0,02230) [0,000]	-0,057 (0,00608) [0,000]
2000	4,580 (0,00861) [0,000]	2,234 (0,00685) [0,000]	2,560 (0,00186) [0,000]
2001	4,719 (0,00581) [0,000]	2,452 (0,00375) [0,000]	2,253 (0,00255) [0,000]
2002	5,070 (0,00744) [0,000]	2,782 (0,00550) [0,000]	2,227 (0,00177) [0,000]
2003	3,530 (0,00835) [0,000]	0,406 (0,00549) [0,000]	0,784 (0,00169) [0,000]
2004	4,990 (0,00560) [0,000]	1,773 (0,00437) [0,000]	2,991 (0,00125) [0,000]
2005	8,447 (0,00452) [0,000]	3,653 (0,00157) [0,000]	5,996 (0,00246) [0,000]
2006	7,287 (0,00558) [0,000]	2,551 (0,00177) [0,000]	5,484 (0,00275) [0,000]
2007	7,223 (0,00307) [0,000]	2,547 (0,00174) [0,000]	5,342 (0,00114) [0,000]
2008	11,313 (0,00167) [0,000]	6,430 (0,00055) [0,000]	8,785 (0,00148) [0,000]
2009	14,319 (0,00122) [0,000]	9,230 (0,00071) [0,000]	11,414 (0,00148) [0,000]
2010	12,556 (0,00666) [0,000]	8,935 (0,00539) [0,000]	9,920 (0,00192) [0,000]
2011	13,967 (0,00829) [0,000]	10,566 (0,00771) [0,000]	10,505 (0,00078) [0,000]
2012	12,881 (0,04698) [0,000]	10,321 (0,04589) [0,000]	8,561 (0,00110) [0,000]
2013	15,497 (0,00146) [0,000]	11,230 (0,00146) [0,000]	0,087 (2,10e-09) [0,000]
2014	11,140 (0,00060) [0,000]	6,081 (0,00060) [0,000]	-7,347 (1,37e-10) [0,000]
2015	11,913 (4,51e-06) [0,000]	-9,603 (2,20e-07) [0,000]	-2,949 (6,17e-09) [0,000]
2016	12,962 (1,12e-06) [0,000]	-1,086 (6,11e-08) [0,000]	-3,598 (1,10e-09) [0,000]
2017	11,272 (9,14e-06) [0,000]	-2,799 (1,15e-07) [0,000]	-3,514 (8,45e-09) [0,000]
2018	14,176 (0,00152) [0,000]	8,536 (0,00151) [0,000]	-0,161 (2,27e-08) [0,000]
2019	15,481 (0,00417) [0,000]	10,981 (0,00417) [0,000]	0,511 (7,29e-09) [0,000]
2020	12,515 (1,82e-06) [0,000]	-2,291 (6,44e-08) [0,000]	-5,700 (1,61e-10) [0,000]
2021	15,562 (2,50e-06) [0,000]	-3,038 (2,36e-09) [0,000]	1,944 (1,72e-08) [0,000]
2022	10,044 (3,57e-06) [0,000]	-2,841 (2,81e-07) [0,000]	-5,117 (6,53e-09) [0,000]
2023	13,583 (8,11e-06) [0,000]	0,874 (2,75e-07) [0,000]	1,359 (1,45e-07) [0,000]
2024	8,228 (1,80e-06) [0,000]	-4,079 (1,55e-07) [0,000]	-7,347 (4,61e-09) [0,000]

Notas: Categoria base do ano = 1986. Valores entre parênteses são erros-padrão. Valores entre colchetes são p-valores.

Tabela 22 – Efeitos Fixos de Ano estimados (**amostra modificada**)

	Ativo	Cancelado	Distressed
1988	-18,691 (5,67e-12) [0,000]	17,748 (1,42e-14) [0,000]	0,463 (2,28e-19) [0,000]
1989	-2,371 (0,00244) [0,000]	-5,398 (0,00199) [0,000]	-23,392 (2,74e-13) [0,000]
1990	-4,987 (0,00060) [0,000]	-26,185 (5,47e-12) [0,000]	-29,961 (6,09e-14) [0,000]
1991	9,330 (0,00068) [0,000]	8,432 (0,00068) [0,000]	-9,216 (8,49e-12) [0,000]
1992	1,343 (0,00152) [0,000]	-0,628 (0,00176) [0,000]	0,546 (0,00063) [0,000]
1993	-1,252 (0,00162) [0,000]	-3,622 (0,00031) [0,000]	-2,510 (0,00070) [0,000]
1994	2,005 (0,01071) [0,000]	0,149 (0,01037) [0,000]	0,896 (0,00119) [0,000]
1995	0,518 (0,00693) [0,000]	-1,683 (0,00609) [0,000]	-0,630 (0,00094) [0,000]
1996	1,661 (0,04423) [0,000]	-0,204 (0,03991) [0,000]	0,083 (0,00373) [0,000]
1997	2,918 (0,00653) [0,000]	0,096 (0,00534) [0,000]	0,667 (0,00127) [0,000]
1998	2,819 (0,01299) [0,000]	0,154 (0,01039) [0,000]	0,772 (0,00260) [0,000]
1999	4,278 (0,01474) [0,000]	2,182 (0,01244) [0,000]	2,077 (0,00187) [0,000]
2000	3,289 (0,00695) [0,000]	0,321 (0,00481) [0,000]	0,991 (0,00227) [0,000]
2001	4,798 (0,00573) [0,000]	1,933 (0,00493) [0,000]	2,309 (0,00077) [0,000]
2002	7,674 (0,00836) [0,000]	5,118 (0,00747) [0,000]	4,783 (0,00077) [0,000]
2003	7,569 (0,00581) [0,000]	4,278 (0,00495) [0,000]	4,710 (0,00090) [0,000]
2004	8,785 (0,00574) [0,000]	5,196 (0,00427) [0,000]	6,516 (0,00172) [0,000]
2005	11,418 (0,00136) [0,000]	5,938 (0,00080) [0,000]	8,927 (0,00073) [0,000]
2006	11,028 (0,00226) [0,000]	-10,131 (1,18e-10) [0,000]	8,881 (0,00220) [0,000]
2007	10,418 (0,00150) [0,000]	5,221 (0,00101) [0,000]	8,200 (0,00053) [0,000]
2008	15,111 (0,00098) [0,000]	-10,079 (1,62e-12) [0,000]	12,607 (0,00099) [0,000]
2009	19,037 (0,00064) [0,000]	-3,150 (3,11e-11) [0,000]	16,154 (0,00064) [0,000]
2010	15,704 (0,00097) [0,000]	-8,323 (5,14e-12) [0,000]	13,077 (0,00097) [0,000]
2011	18,501 (0,00611) [0,000]	14,955 (0,00536) [0,000]	15,086 (0,00076) [0,000]
2012	19,586 (5,07e-05) [0,000]	-1,413 (6,53e-10) [0,000]	15,372 (5,09e-05) [0,000]
2013	19,104 (0,00113) [0,000]	14,232 (0,00113) [0,000]	-6,631 (7,12e-14) [0,000]
2014	15,918 (1,41e-06) [0,000]	-7,763 (9,35e-12) [0,000]	-4,049 (1,33e-11) [0,000]
2015	16,137 (2,44e-06) [0,000]	-8,799 (2,53e-12) [0,000]	-7,211 (8,74e-13) [0,000]
2016	14,249 (1,92e-06) [0,000]	-5,893 (4,23e-10) [0,000]	-12,659 (1,50e-14) [0,000]
2017	12,670 (3,43e-05) [0,000]	-10,950 (1,79e-11) [0,000]	-9,873 (1,58e-12) [0,000]
2018	20,003 (0,00133) [0,000]	14,486 (0,00133) [0,000]	1,106 (9,85e-11) [0,000]
2019	13,496 (0,00290) [0,000]	8,571 (0,00290) [0,000]	-5,266 (4,99e-11) [0,000]
2020	21,234 (4,24e-09) [0,000]	-9,497 (1,09e-14) [0,000]	-13,995 (1,53e-18) [0,000]
2021	28,108 (1,63e-09) [0,000]	-4,726 (1,48e-15) [0,000]	-3,523 (8,76e-17) [0,000]
2022	11,247 (1,89e-06) [0,000]	-6,438 (2,32e-09) [0,000]	-8,991 (1,32e-11) [0,000]
2023	17,877 (2,28e-06) [0,000]	-4,146 (3,18e-11) [0,000]	1,211 (2,74e-10) [0,000]
2024	9,962 (1,17e-06) [0,000]	-7,942 (1,16e-09) [0,000]	-6,253 (6,19e-10) [0,000]

Notas: Categoria base do ano = 1987. Valores entre parênteses são erros-padrão. Valores entre colchetes são p-valores.