



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE SOBRAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E
COMPUTAÇÃO
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO

JOÃO PEDRO DA SILVA RODRIGUES

DESACOPLAMENTO DE CONTROLE LONGITUDINAL E LATERAL EM
VEÍCULOS AUTÔNOMOS USANDO CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM
MODELO: VALIDAÇÃO USANDO O SIMULADOR CARLA

SOBRAL

2025

JOÃO PEDRO DA SILVA RODRIGUES

DESACOPLAMENTO DE CONTROLE LONGITUDINAL E LATERAL EM VEÍCULOS
AUTÔNOMOS USANDO CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO:
VALIDAÇÃO USANDO O SIMULADOR CARLA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica e Computação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação do Campus de Sobral da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Informação

Orientador: Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana

SOBRAL

2025

JOÃO PEDRO DA SILVA RODRIGUES

DESACOPLAMENTO DE CONTROLE LONGITUDINAL E LATERAL EM VEÍCULOS
AUTÔNOMOS USANDO CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO:
VALIDAÇÃO USANDO O SIMULADOR CARLA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica e Computação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação do Campus de Sobral da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Informação

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Vandilberto Pereira Pinto
Universidade da Integração Internacional da
Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

Prof. Dr. Marcelo Marques Simões de Souza
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por todo o suporte ao longo da minha vida.

Ao Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana, pela oportunidade de trabalhar com o tema, assim como pelo apoio e paciência na elaboração do trabalho.

Agradeço também a todos os professores que participaram de alguma forma da minha formação. Por fim, agradeço a todos que, por um motivo ou outro, não tenham sido citados, mas que contribuíram para a realização desta dissertação.

“O maior desafio para qualquer pensador é enunciar o problema de tal modo que possa permitir uma solução.”

(Bertrand Russell)

RESUMO

Essa Dissertação traz a comparação e validação de duas estratégias de controle de trajetória para veículos autônomos dentro de uma arquitetura hierárquica de planejamento e controle. Na primeira, de controle acoplado, um módulo de controle preditivo baseado em modelo (*Model Predictive Controller*, MPC) realiza simultaneamente as ações de controle lateral e longitudinal, enquanto na segunda estratégia de controle desacoplado, o controlador preditivo realiza o controle lateral e um controlador proporcional-integral (PI) controla a dinâmica longitudinal do veículo. Em ambos os casos, o controle preditivo baseia-se no modelo dinâmico de bicicleta. O controle lateral mantém o veículo na trajetória desejada, enquanto o controlador longitudinal mantém o veículo com uma velocidade fixa pré-estabelecida, gerando aceleração conforme a velocidade longitudinal de referência. As trajetórias e a velocidade de referência são geradas por um planejador de trajetórias que utiliza uma estratégia de controle com horizonte-retrocedente baseado em programação quadrática inteira mista. A validação é realizada em co-simulação nos ambientes MATLAB e CARLA, sendo os controladores implementados no MATLAB e o modelo do veículo no CARLA, um simulador de código aberto de alta fidelidade para pesquisa em condução autônoma. Os experimentos de simulação consideram dois cenários distintos. No primeiro cenário, avalia-se a manobra de um veículo que se desloca ao longo de uma estrada de mão única na presença de um obstáculo estático. No segundo cenário, avalia-se a manobra para um obstáculo dinâmico, que se desloca com velocidade longitudinal constante. Os resultados mostram que a estratégia acoplada rastreia melhor a trajetória lateral, sobretudo em altas velocidades, apresentando erro quadrático médio (Root Mean Square Error, RMSE) de 0,084m contra 0,089m do método desacoplado. No entanto, ela é menos precisa no controle da velocidade longitudinal, com RMSE de 1,32m contra 1,21m. A análise de desempenho computacional indica que ambas as abordagens atendem a requisitos de desempenho computacional e são viáveis em tempo real, com o método desacoplado exibindo tempo de solução ligeiramente menor (2,6 ms contra 2,7 ms).

Palavras-chave: veículos autônomos; controle preditivo baseado em modelo; controle proporcional-integral; programação inteira mista; controle de trajetória; controle longitudinal; CARLA.

ABSTRACT

This dissertation presents the comparison and validation of two trajectory control strategies for autonomous vehicles within a hierarchical planning and control architecture. In the first approach, referred to as coupled control, a Model Predictive Controller (MPC) simultaneously performs both lateral and longitudinal control actions, while in the second approach, referred to as decoupled control, the predictive controller is responsible for lateral control and a proportional–integral (PI) controller governs the vehicle’s longitudinal dynamics. In both cases, the predictive control is based on the dynamic bicycle model. The lateral controller ensures that the vehicle follows the desired trajectory, while the longitudinal controller maintains the vehicle at a predefined constant speed by generating acceleration based on the longitudinal reference velocity. The reference trajectories and velocity are generated by a trajectory planner that employs a receding-horizon control strategy based on mixed-integer quadratic programming. Validation is carried out through co-simulation in MATLAB and CARLA environments, where the controllers are implemented in MATLAB and the vehicle model is simulated in CARLA, an open-source high-fidelity simulator for autonomous driving research. The simulation experiments consider two distinct scenarios. In the first scenario, the maneuver of a vehicle traveling along a one-way road in the presence of a static obstacle is evaluated. In the second scenario, the maneuver is evaluated in the presence of a dynamic obstacle moving at a constant longitudinal speed. The results show that the coupled strategy achieves better lateral trajectory tracking, especially at higher speeds, with a root mean square error (RMSE) of 0.084 m compared to 0.089 m for the decoupled method. However, it is less accurate in longitudinal speed control, with an RMSE of 1.32 m compared to 1.21 m. The computational performance analysis indicates that both approaches meet real-time requirements and are computationally feasible, with the decoupled method exhibiting a slightly lower solution time (2.6 ms versus 2.7 ms).

Keywords: autonomous vehicles; model predictive control; proportional-integral control; mixed-integer programming; tracking control; longitudinal control; CARLA.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Arquitetura de um veículo autônomo, com módulos de percepção, localização, planejamento e controle.	20
Figura 2 – Modelo de bicicleta.	29
Figura 3 – Forças Longitudinal e Lateral para diferentes valores do coeficiente de fricção.	32
Figura 4 – Diagrama da arquitetura de controle do veículo. (a) Controle acoplado. (b). Controle desacoplado.	35
Figura 5 – Estrutura do sistema de controle de cruzeiro.	38
Figura 6 – Diagrama de blocos do controle longitudinal.	40
Figura 7 – Controle de Horizonte Retrocedente para rastreamento da referência $r(k)$	43
Figura 8 – Estratégia de controle preditivo para regulação no ponto de equilíbrio desejado x e com realimentação de estados.	44
Figura 9 – Resposta ao degrau do controlador PI para 3 valores diferentes de K_p	48
Figura 10 – Sistema em malha fechada com o controlador PI.	49
Figura 11 – Configuração do ambiente de co-simulação entre MATLAB e CARLA.	51
Figura 12 – Manobra realizada pelo veículo para o desvio de obstáculo no simulador CARLA.	54
Figura 13 – Trajetória do veículo usando controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.	55
Figura 14 – Trajetória do veículo usando controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.	55
Figura 15 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.	56
Figura 16 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.	56
Figura 17 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador desacoplado.	57
Figura 18 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador acoplado.	57
Figura 19 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador desacoplado.	58
Figura 20 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador desacoplado.	58
Figura 21 – Comandos de <i>throttle</i> e <i>brake</i> enviados ao CARLA para o controlador desacoplado.	59

Figura 22 – Comandos de <i>throttle</i> e <i>brake</i> enviados ao CARLA para o controlador acoplado.	59
Figura 23 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_l - \bar{Y}_l$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador desacoplado.	60
Figura 24 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_l - \bar{Y}_l$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador acoplado.	61
Figura 25 – Trajetória do veículo usando o controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.	62
Figura 26 – Trajetória do veículo usando o do controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.	62
Figura 27 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.	63
Figura 29 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador desacoplado no cenário com obstáculo dinâmico.	63
Figura 28 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.	64
Figura 30 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador acoplado no cenário com obstáculo dinâmico.	64
Figura 31 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.	65
Figura 32 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.	65
Figura 33 – Comandos de <i>throttle</i> e <i>brake</i> enviados ao CARLA para o controlador desacoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.	66
Figura 34 – Comandos de <i>throttle</i> e <i>brake</i> enviados ao CARLA para o controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.	66
Figura 35 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_l - \bar{Y}_l$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador desacoplado para o cenário com desvio de obstáculo dinâmico.	67
Figura 36 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_l - \bar{Y}_l$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador acoplado para o cenário com desvio de obstáculo dinâmico.	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do MPC para planejamento de trajetória	52
Tabela 2 – Parâmetros de controle para os cenários Desacoplado e Acoplado	52
Tabela 3 – Parâmetros do Veículo	53
Tabela 4 – Parâmetros do controlador PI para o controle longitudinal	53
Tabela 5 – Comparação de erros de desvio lateral de velocidade longitudinal entre o controlador desacoplado e acoplado.	61
Tabela 6 – Comparação de erros de desvio lateral e de velocidade longitudinal entre o controlador desacoplado e o acoplado.	68
Tabela 7 – Comparação de tempo de solução do MPC entre a estratégia desacoplada e acoplada.	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AV	Autonomous Vehicle
SAE	Society of Automotive Engineers
CMU	Carnegie Mellon University
DARPA	Defense Advanced Research Projects Agency
MPC	Model-based Predictive Control
MIP	Mixed Integer Programming
MILP	Mixed Integer Linear Programming
MIQP	Mixed Integer Quadratic Programming
DF	Degree of Freedom
CG	Centro de Gravidade
IDCOM	Identification and Command
DMC	Dynamic Matrix Control
RMSE	Root Mean Square Error

LISTA DE SÍMBOLOS

$\dot{X}$	Derivada temporal do vetor de estados
$f_c(X, U)$	Função que representa a dinâmica contínua não-linear do sistema
v_x	Velocidade longitudinal no CG do veículo
ψ	Ângulo de guinada relativo às coordenadas globais
v_y	Velocidade lateral no CG do veículo
ω	Velocidade de guinada (taxa de variação do ângulo de guinada)
m	Massa total do veículo
$F_{y,f}$	Força lateral do pneu nos pneus dianteiros
δ_f	Ângulo de direção na roda dianteira
$F_{y,r}$	Força lateral do pneu nos pneus traseiros
Θ	Momento de inércia do veículo
l_f	Distância longitudinal dos pneus dianteiros para o CG
l_r	Distância longitudinal dos pneus traseiros para o CG
X	Vetor de estados do sistema
r_x	Coordenada longitudinal do centro de massa em referencial inercial
r_y	Coordenada lateral do centro de massa em referencial inercial
U	Vetor de entradas de controle
$F_{x,r}$	Força longitudinal do pneu nos pneus traseiros
$a_{x,r}$	Aceleração longitudinal na roda traseira
a_x	Aceleração inercial na direção longitudinal
a_y	Aceleração inercial na direção lateral
$\dot{\psi}$	Velocidade de guinada (taxa angular de guinada)
$\ddot{x}$	Aceleração longitudinal do veículo
$\ddot{y}$	Aceleração lateral do veículo
$\ddot{\psi}$	Aceleração angular de guinada
α_f	Ângulo de escorregamento nos pneus dianteiros

$\theta_{V,f}$	Ângulo que o vetor velocidade da roda dianteira faz com o eixo longitudinal
α_r	Ângulo de escorregamento nos pneus traseiros
$C_{a,f}$	Rigidez em curva dos pneus dianteiros
$C_{a,r}$	Rigidez em curva dos pneus traseiros
$\theta_{V,r}$	Ângulo que o vetor velocidade da roda traseira faz com o eixo longitudinal
$\dot{y}$	Velocidade lateral no CG do veículo (derivada temporal de y)
$\dot{r}_x$	Derivada temporal da coordenada longitudinal
$\dot{r}_y$	Derivada temporal da coordenada lateral
X_e	Estado no ponto de equilíbrio
U_e	Entrada de controle no ponto de equilíbrio
$\Delta \dot{X}$	Variação da derivada do estado em relação ao equilíbrio
ΔX	Variação do estado em relação ao equilíbrio
ΔU	Variação da entrada de controle em relação ao equilíbrio
$V_{x,e}$	Velocidade longitudinal no ponto de equilíbrio
A	Matriz de dinâmica do sistema linearizado
B	Matriz de entrada do sistema linearizado
x	Posição longitudinal do veículo em referencial inercial (controle longitudinal)
τ	Constante de tempo do atraso do atuador
s	Variável complexa da Transformada de Laplace
$\ddot{x}_{des}$	Aceleração longitudinal desejada
$e(t)$	Erro entre a velocidade longitudinal de referência e a velocidade medida
K_p	Ganho proporcional do controlador PI
K_i	Ganho integral do controlador PI
x_{des}	Posição longitudinal desejada
v_{ref}	Velocidade de referência
$P(s)$	Função de transferência da planta
$V(s)$	Transformada de Laplace da velocidade

$U(s)$	Transformada de Laplace da entrada de controle
$l[\bullet, \bullet]$	Função custo genérica
$F(\bullet)$	Custo terminal de estado
$\mathbb{U}$	Conjunto de restrições das variáveis de controle
$\mathbb{X}$	Conjunto de restrições das variáveis de estado
$\mathbb{X}_N$	Conjunto terminal de estado
p	Vetor de parâmetros do problema de otimização
$g(z, p)$	Vetor de funções de restrição
g_{lb}	Limites inferiores das restrições
g_{ub}	Limites superiores das restrições
$x(k)$	Estado medido no instante k
$\mathbf{U}^*(k)$	Sequência ótima de entradas de controle
$\hat{U}^*(k k)$	Primeira entrada de controle da sequência ótima
$U(k)$	Entrada de controle aplicada ao sistema no instante k
$\bar{\mathbf{r}}_t^{(e)}$	Trajetória de referência gerada pelo planejador para o veículo ego
$\dot{r}_x$	Derivada temporal da posição longitudinal
$\dot{v}_x$	Derivada temporal da velocidade longitudinal (aceleração)
a_x	Aceleração longitudinal
$\dot{r}_y$	Derivada temporal da posição lateral
$\dot{v}_y$	Derivada temporal da velocidade lateral
a_y	Aceleração lateral
$r_{p,x}$	Posição longitudinal do modelo de ponto de massa
$v_{p,x}$	Velocidade longitudinal do modelo de ponto de massa
$r_{p,y}$	Posição lateral do modelo de ponto de massa
$v_{p,y}$	Velocidade lateral do modelo de ponto de massa
$a_{p,x}$	Aceleração longitudinal do modelo de ponto de massa
$a_{p,y}$	Aceleração lateral do modelo de ponto de massa
X_{k+1}	Estado do sistema no instante $k + 1$

A_d	Matriz de dinâmica do sistema em tempo discreto
X_k	Estado do sistema no instante k
B_d	Matriz de entrada do sistema em tempo discreto
U_k	Entrada de controle no instante k
Y_k	Vetor de saídas no instante k
C_d	Matriz de saída do sistema em tempo discreto
k	Instante de amostragem discreto
$J(X, U)$	Função de custo a ser minimizada
N	Horizonte de predição
$X(k + j k)$	Predição do estado no instante $k + j$ a partir de k
$\bar{X}$	Estado de referência
Q	Matriz de peso dos estados na função de custo
M	Horizonte de controle ou Constante do Big-M
$\Delta U(k + j - 1 k)$	Variação da entrada de controle
R	Matriz de peso das entradas de controle
$r_{p,x}^{(e)}$	Posição longitudinal do veículo ego
$r_{p,y}^{(e)}$	Posição lateral do veículo ego
L	Comprimento da extremidade do obstáculo ao seu centro
W	Largura da extremidade do obstáculo ao seu centro
t_f	Instante de tempo final
r_p	Variável de decisão da posição do veículo
$r^{(o)}$	Posição do obstáculo (o)
$b_p^{(i,o)}(k)$	Variável binária para desvio de obstáculo
$r_{p,x}^{(o)}(k)$	Posição longitudinal do obstáculo o no instante k
$r_{p,y}^{(o)}(k)$	Posição lateral do obstáculo o no instante k
$U_{k k}^*$	Vetor de controle ótimo calculado no instante k
$J(k)$	Função de custo a ser minimizada no instante k
$Y_{k+j k}$	Predição da saída no instante $k + j$ a partir de k

$\bar{Y}_{k+j k}$	Saída de referência no instante $k + j$
$\Delta U_{k+j-1 k}$	Incremento da ação de controle no instante $k + j - 1$
$U_{\min}$	Limite inferior das entradas de controle
$U_{\max}$	Limite superior das entradas de controle
$\underline{F}_{x,r}$	Limite inferior da força longitudinal (entrada de controle do MPC)
$\underline{\delta}_f$	Limite inferior do ângulo de direção (entrada de controle do MPC)
$\bar{\delta}_f$	Limite superior do ângulo de direção (entrada de controle do MPC)
$\bar{F}_{x,r}$	Limite superior da aceleração longitudinal (entrada de controle do MPC)
$\bar{Y}$	Vetor de saídas de referência
$\bar{r}_{t,x}^{(e)}$	Posição longitudinal de referência do veículo ego
$\bar{r}_{t,y}^{(e)}$	Posição lateral de referência do veículo ego
$\bar{v}_{t,x}^{(e)}$	Velocidade longitudinal de referência do veículo ego
T	Tempo de amostragem (passo de tempo)
η	Vetor de pesos das saídas de controle
ρ	Vetor de pesos das entradas de controle
$\underline{a}_{p,x}$	Limite inferior da aceleração longitudinal (entrada de controle do planejador de trajetória)
$\underline{a}_{p,y}$	Limite inferior da aceleração lateral (entrada de controle do planejador de trajetória)
$\bar{a}_{p,x}$	Limite superior da aceleração longitudinal (entrada de controle do planejador de trajetória)
$\bar{a}_{p,y}$	Limite superior da aceleração lateral (entrada de controle do planejador de trajetória)
<i>steering</i>	Comando normalizado do ângulo de direção
$\delta_{f,max}$	Ângulo máximo de direção da roda externa frontal
<i>throttle</i>	Comando normalizado do acelerador
<i>brake</i>	Comando normalizado de frenagem
$\ddot{x}_{max}$	Aceleração longitudinal máxima do veículo

$\ddot{x}_{min}$	Aceleração longitudinal mínima do veículo (desaceleração máxima)
ω_n	Frequência natural do sistema
T_s	Tempo de subida
ζ	Fator de amortecimento
M_p	Sobressinal máximo
C	Função de transferência do controlador PI
z	zero do controlador PI
v_x	Perfil de velocidade longitudinal ou velocidade longitudinal do veículo
Y	Posição lateral do veículo
$\bar{v}_x$	Velocidade longitudinal de referência
X_i	Posição longitudinal do veículo em um referencial inercial
$\hat{Y}_i$	Posição lateral do veículo em um referencial inercial

SUMÁRIO

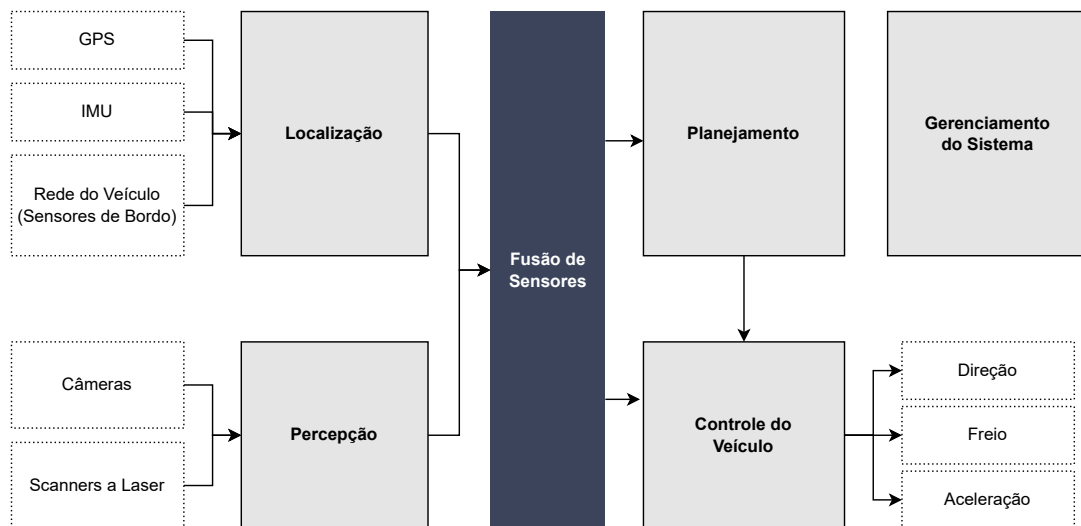
1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Motivação	21
1.2	Simuladores de Veículo Autônomos	22
1.3	Revisão Bibliográfica	23
1.4	Objetivos	26
1.5	Organização	26
1.6	Contribuições Esperadas	27
2	MODELO DO VEÍCULO	28
2.1	Introdução	28
2.2	Modelo de Bicicleta	28
2.3	Linearização	33
3	METODOLOGIA PARA PROJETO DOS CONTROLADORES	35
3.1	Estrutura do Controlador	35
3.2	Controle do Veículo — Visão Geral	36
3.2.1	<i>Controle Lateral</i>	<i>36</i>
3.2.2	<i>Controle Longitudinal</i>	<i>37</i>
3.3	Fundamentos de Controle Preditivo baseado em Modelo	40
3.3.1	<i>Perspectiva Histórica</i>	<i>41</i>
3.3.2	<i>Aspectos Teóricos</i>	<i>42</i>
3.4	Planejamento de Trajetória com Programação Inteira Mista	45
3.5	MPC para Rastreamento de Trajetória	47
3.6	Projeto do Controlador PI	47
4	RESULTADOS E CONFIGURAÇÃO CARLA	50
4.1	Co-Simulação entre os Softwares MATLAB e CARLA	50
4.2	Parâmetros de Simulação	52
4.3	Resultados de Simulação	53
4.3.1	<i>Cenário 1: Desvio de Obstáculo Estático</i>	<i>53</i>
4.3.2	<i>Cenário 2: Desvio de Obstáculo Dinâmico</i>	<i>61</i>
4.3.3	<i>Avaliação Computacional</i>	<i>68</i>
5	CONCLUSÕES	70

5.1	Trabalhos Futuros	70
	REFERÊNCIAS	71

1 INTRODUÇÃO

Veículos Autônomos (*Autonomous Vehicles*, AVs) são definidos como veículos capazes de realizar a navegação com mínima ou nenhuma intervenção humana. No escopo deste estudo, o termo será aplicado especificamente às tecnologias de robôs móveis com rodas, cuja estrutura é constituída fundamentalmente pelos módulos de percepção, localização, planejamento e controle (CHENG, 2011). Um diagrama com todos os módulos de um AV é mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Arquitetura de um veículo autônomo, com módulos de percepção, localização, planejamento e controle.



Fonte: adaptado de Jo *et al.* (2015)

Os módulos de percepção e localização obtêm dados a partir de uma integração de sensores, incluindo câmeras, radares, GPS, odômetros, entre outros. Essa integração permite que o veículo compreenda seu ambiente e neste situe-se. As informações sensoriais obtidas são então transmitidas ao módulo de planejamento, responsável pela tomada de decisões e geração de trajetórias, bem como ao sistema de controle, que realiza a coordenação dos controles de freio e direção do veículo. Esse conjunto de processos possibilita ao veículo deslocar-se autonomamente, executando tarefas como seguir a trajetória estabelecida, evitar obstáculos e identificar sinalizações de trânsito, por exemplo (YAO *et al.*, 2020)

Quanto à autonomia, veículos podem ser classificados em 6 níveis, segundo a *SAE International* (SAEJ3016, 2018):

- Nível 0: não há automação e o motorista tem total controle sobre o veículo.
- Nível 1: o motorista ainda tem total controle sobre o veículo, mas recebe assistência em tarefas como aceleração, controle *cruise* ou frenagem — mas apenas em uma tarefa por vez.
- Nível 2: tanto a aceleração como a velocidade podem ser controladas pelo sistema de controle do veículo, mas o motorista ainda deve monitorar o ambiente e supervisionar algumas funções.
- Nível 3: o veículo consegue operar por conta própria, mas o motorista deve estar preparado para intervir quando requerido.
- Nível 4: o veículo consegue dirigir autonomamente com segurança em regiões limitadas ou circunstâncias especiais; fora dessas áreas ou circunstâncias, o veículo deve conseguir abortar a viagem com segurança, reduzindo a velocidade e estacionando o carro, se o motorista não retomar o controle, por exemplo.
- Nível 5: o veículo é totalmente autônomo e nenhuma intervenção humana é requerida.

A ideia de um veículo autônomo remonta, pelo menos, à década de 20 (TIME, 1925). As primeiras implementações só ocorreram na década de 80 através da instituição pioneira em AVs, *Carnegie Mellon University* (CMU) (AMER *et al.*, 2017). O desenvolvimento de pesquisas na área nas últimas décadas em veículos autônomos devem-se muito às competições promovidas pela Agência de Projetos de Pesquisa Avançada de Defesa (*Defense Advanced Research Projects Agency*, DARPA), que ajudaram a avançar as tecnologias necessárias para o projeto de um veículo autônomo. Como resultado, nos últimos anos, AVs têm sido alvo de intensa pesquisa na área automotiva, com muitas importantes fabricantes de automóveis e empresas de tecnologia, como Tesla e Waymo, realizando pesquisas e avanços tecnológicos na produção desses veículos (CHENG, 2011; KONG *et al.*, 2015; AUTONOMOUS..., 2020).

1.1 Motivação

Com o rápido desenvolvimento da engenharia automotiva, inteligência artificial e técnicas avançadas de controle, os AVs têm recebido cada vez mais atenção da comunidade científica. A tecnologia de AVs pretende reduzir acidentes de trânsito, congestionamentos, assim como aumentar o conforto dos motoristas. Além disso, esse tipo de tecnologia possui aplicações militares, agrícolas e industriais.

Na agricultura, AVs podem ser utilizados para o controle de navegação automática,

melhorando a eficiência operacional e reduzindo o uso de mão de obra. Na indústria, AVs podem auxiliar na logística de armazéns automatizados. Por fim, no campo militar, esse tipo de tecnologia pode ser aplicado para acesso remoto do campo de batalha e na exploração espacial.

1.2 Simuladores de Veículo Autônomos

A viabilidade da tecnologia de AVs depende de métodos de teste confiáveis e rigorosos, que considerem situações comumente encontradas em vias públicas. No entanto, testes físicos são custosos, perigosos e de difícil reprodução. Por essa razão, simuladores de AVs ganharam um papel fundamental na validação de arquiteturas de controle de AVs. Entre os principais simuladores de AVs, destacam-se o CarSim (BENEKOHAL; TREITERER, 1988), CARLA (DOSOVITSKIY *et al.*, 2017), Gazebo (KOENIG; HOWARD, 2004) e Webots (WEBOTS, 2025). O primeiro é um simulador comercial, que dispõe de uma série de modelos matemáticos para a validação de arquiteturas de controle e planejamento de trajetória de AVs, e uma ótima integração com *softwares* como MATLAB/Simulink. Embora usado extensivamente na indústria e em pesquisa, CarSim é um *software* comercial, o que faz com que nem sempre esteja disponível para pesquisadores. Neste contexto, a utilização de simuladores *open-source* é uma alternativa importante para a difusão de pesquisas em condução autônoma.

A alternativa open-source mais popular para simulação de AVs é o CARLA(DOSOVITSKIY *et al.*, 2017). Desenvolvido para pesquisa em condução autônoma, esse simulador tem como base o motor de jogos Unreal Engine(Epic Games, 2019) e pode ser usada para o teste e validação de sistemas avançados de assistência ao motorista (ADAS, *Advanced Driver Assistance Systems*) e veículos autônomos. Desse modo, o CARLA tenta atender aos requisitos de diversos casos de uso de ADAS, como o treinamento de algoritmos de percepção ou aprendizado de políticas de condução. Além disso, o simulador aproveita o padrão OpenDRIVE para definir estradas e cenários urbanos, e conta com uma API em Python personalizável, que oferece controle aos usuários sobre a simulação.

CARLA possui uma arquitetura cliente-servidor, na qual as tarefas relacionadas à simulação são executadas no servidor, incluindo as atualizações do estado do mundo e seus atores, renderização de sensores e cálculos físicos, entre outros. Para gerar resultados realistas, o servidor deve operar com uma GPU dedicada. O lado cliente consiste em alguns módulos que controlam a lógica dos agentes que aparecem na cena, incluindo pedestres, veículos, bicicletas e motocicletas. Além disso, os módulos do cliente são responsáveis pelas configurações das condições do mundo.

A configuração de todos os módulos clientes é feita usando a API do simulador. Os veículos, edifícios e layouts urbanos são alguns dos ativos digitais abertos oferecidos. Além disso, ele suporta condições ambientais, como diferentes condições climáticas e especificações flexíveis de conjuntos de sensores.

Por fim, o CARLA pode ser utilizado em conjunto com outras ferramentas, como o Carsim, para a realização de simulações físicas mais realistas, e o Sumo (KRAJZEWICZ *et al.*, 2002), um simulador de código aberto de tráfego urbano, que pode ser usado para controlar outros veículos dentro do ambiente de simulação. Todas essas características tornam o simulador uma escolha atrativa para teste em cenários mais complexos.

1.3 Revisão Bibliográfica

Uma abordagem comum e pragmática de planejamento e controle consiste em usar estruturas hierárquicas, com um planejador na camada superior, responsável por gerar trajetórias livres de obstáculos, e um controlador de trajetória na camada inferior, cujo objetivo é seguir as trajetórias de referência (PADEN *et al.*, 2016; BAUTISTA *et al.*, 2015; REDA *et al.*, 2024a).

As abordagens propostas para o planejamento de trajetórias livres de obstáculos podem ser categorizadas nos métodos baseados em grafos, amostragem, gradientes e otimização (REDA *et al.*, 2024b). Esta última categoria inclui o Controle Preditivo baseado em Modelo (*Model Predictive Control*, MPC), que se destaca devido à sua capacidade de considerar a dinâmica do veículo e incluir restrições na lei de controle.

Muitas abordagens baseadas em MPC para planejamento de trajetória são formuladas como problemas de programação não linear (*Nonlinear Programming*, NLP) (YU *et al.*, 2021; LIU *et al.*, 2017; MICHELI *et al.*, 2023; ARRIGONI *et al.*, 2021). Nesse caso, os obstáculos são tipicamente modelados como círculos ou elipses (MICHELI *et al.*, 2023; ARRIGONI *et al.*, 2021). Embora reduzam o tempo computacional e utilizem modelos de predição não lineares, tais abordagens dependem geralmente de soluções aproximadas ou locais, como programação quadrática sequencial. Isso pode introduzir erros de linearização ou convergência para uma solução ótima local em vez de global (GRATZER *et al.*, 2024). Desse modo, muitos trabalhos formulam o problema usando programação inteira mista (*Mixed-Integer Programming*, MIP), na qual os obstáculos são aproximados como regiões poligonais convexas. Esta formulação fornece soluções globalmente ótimas para o problema de planejamento de trajetória com desvio de obstáculos (GRATZER *et al.*, 2024). Embora problemas desse tipo sejam NP-completos, bons

solvers existem para tipos específicos de MIP, como Programação Linear Inteira Mista (*Mixed-Integer Linear Programming*, MILP) e Programação Quadrática Inteira Mista (*Mixed-Integer Quadratic Programming*, MIQP) (IBM, 2009; Gurobi Optimization, LLC, 2024; APS, 2019). Além disso, a natureza combinatória da condução a torna uma abordagem adequada para tarefas de planejamento de trajetória (QIAN *et al.*, 2016).

Tanto MILP quanto MIQP já foram utilizadas com sucesso em tarefas de planejamento de trajetória (RICHARDS *et al.*, 2002; QIAN *et al.*, 2016; QUIRYNEN *et al.*, 2023). Qian *et al.* (2016) formula o problema de trajetória para veículos autônomos utilizando MIP para diferentes manobras, como desvio de obstáculos, mudança de faixa e ultrapassagem. Em Viana *et al.* (2021), empregou um MPC não linear é empregado para resolver o problema de planejamento cooperativo de trajetória. O referido autor decompôs o problema de controle em duas camadas: uma camada superior de planejamento de trajetória, com um MPC baseado em Programação Quadrática Inteira mista (MIQP) que calcula uma trajetória livre de colisões, e uma camada inferior, que segue a trajetória planejada pela camada superior para o modelo não linear do veículo. Quirynen *et al.* (2023) desenvolve um sistema de tomada de decisão em tempo real para veículos autônomos que, através do MIQP, formula as restrições para manobras de mudança de faixa. Assim, o autor propôs e avaliou um *solver* de MIQP customizado para planejamento de trajetória, que apresenta bom desempenho quando comparado a *solvers* comerciais.

Para garantir que o veículo siga a trajetória gerada pelo módulo de planejamento, um controlador de trajetória é essencial. O módulo de controle de trajetória pode ser dividido em controle lateral e longitudinal. O controle lateral visa manter o veículo na trajetória desejada, e o controlador longitudinal manter o veículo a uma velocidade longitudinal desejada. Vários métodos foram propostos para o controle lateral, como os controladores geométricos, Pure Pursuit (WALLACE *et al.*, 1985), o método de Stanley (HOFFMANN *et al.*, 2007) e os métodos que usam controle clássico (MARINO *et al.*, 2011). A estratégia de controle pode ou não depender de uma representação explícita da dinâmica do veículo. Controladores baseados em modelo recorrem a formulações matemáticas, como os modelos cinemático e de bicicleta, para descrever e prever o comportamento do veículo. Por outro lado, controladores sem modelo, como o Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e o controle Fuzzy, operam sem a necessidade de um modelo explícito do veículo (POLACK *et al.*, 2017). Zhao *et al.* (2012) propôs um controlador PID adaptativo, no qual o modelo dinâmico de uma bicicleta foi usado para aproximar o comportamento do veículo. O controlador proposto adapta seus parâmetros conforme as

mudanças no ambiente, tendo resultados satisfatórios mesmo em altas velocidades. A proposta de Dominguez *et al.* (2016) compara o erro de velocidade lateral entre três métodos clássicos de controle lateral (*Pure Pursuit*, método de Stanley e um controlador de direção cinemática simplificado), além de um controlador baseado em velocidade lateral proposto pelo próprio autor. O controlador proposto apresenta a melhor precisão em baixas velocidades.

Nesse contexto, o MPC ganhou força como uma alternativa atraente, oferecendo a capacidade de prever o comportamento futuro, incorporar explicitamente a dinâmica do veículo e impor restrições de segurança em uma única estrutura de otimização. Implementações baseadas em MPC que incorporam modelos dinâmicos de veículos, incluindo a dinâmica de deslizamento de pneus, demonstraram desempenho de rastreamento de trajetória superior em comparação a controladores geométricos, particularmente em condições de alta velocidade e elevado ângulo de deslizamento (LU *et al.*, 2018). Em geral, a maioria das abordagens baseadas em MPC difere na complexidade do modelo do veículo e no método de otimização. A abordagem mais comum é usar um modelo de bicicleta não linear ou linearizado, incluindo formulações com modelos lineares e invariantes no tempo (LIT), modelos lineares e variantes no tempo (LVT) e modelos lineares com parâmetros variantes no tempo (LPV). Uma visão geral detalhada das abordagens recentes baseadas em MPC para rastreamento de trajetória de veículos pode ser encontrada em (STANO *et al.*, 2023).

Para o controle longitudinal, os controladores PID e PI são usados amplamente na indústria por sua simplicidade e por não exigirem um modelo preciso do veículo (DEQUAN *et al.*, 2025). Também são encontradas estratégias de como controle fuzzy (SHAOUT; AMR, 2025) e MPC (DEQUAN *et al.*, 2025; GUO *et al.*, 2020)s. Em Dequan *et al.* (2025), o PID é comparado ao MPC para o controle longitudinal. Embora ambos os métodos tenham mostrado bom desempenho na tarefa de rastreamento da velocidade longitudinal de referência, o PID apresentou respostas mais rápidas em regime transitório, enquanto o MPC apresentou tempos de resposta mais lentos.

Embora a dinâmica de AVs seja acoplada, poucos trabalhos sobre controle de trajetória abordam o controle lateral e longitudinal de AVs conjuntamente. No caso do controle lateral, grande parte dos trabalhos presume que o veículo segue uma velocidade constante. Já os trabalhos que abordam o controle longitudinal de AVs não considera o controle lateral. Desse modo, apesar da capacidade do MPC de lidar com sistemas multivariáveis, poucos estudos comparativos entre abordagens acopladas e desacopladas existem. Entre eles, pode-se citar Matute *et*

al. (2019), que realiza uma comparação entre uma estratégia acoplada e desacoplada baseada em MPC para AVs, em que a abordagem desacoplada utiliza uma estratégia com controlador de curvatura proporcional dupla para o controle lateral e o MPC para controle longitudinal.

1.4 Objetivos

A ênfase dessa Dissertação é o desacoplamento da malha inferior da arquitetura hierárquica de planejamento de trajetórias, que se baseia na estratégia com horizonte-retrocedente e programação inteira mista, como proposto em Viana et al. (2021). Assim, o objetivo geral do trabalho é desacoplar a malha de controle de trajetória separando em controle lateral e longitudinal do veículo.

Para alcançar este objetivo, são listados os objetivos específicos do projeto.

- Comparar as estratégias de controle acoplado e desacoplado.
- Configurar um ambiente de co-simulação entre a ferramenta MATLAB/Simulink e o simulador de AVs CARLA para desenvolvimento e teste dos controladores propostos no trabalho, que poderá ser utilizado em futuras pesquisas relacionadas.

1.5 Organização

O Capítulo 2 apresenta a modelagem matemática do modelo de bicicleta. O modelo apresentado será utilizado na metodologia de projeto dos controladores de trajetória. Além disso, é feita uma breve revisão sobre diferentes modelos utilizados para o projeto de controladores para veículos autônomos, além de uma breve explicação sobre a importância da utilização de um modelo e a justificativa para a escolha do modelo de bicicleta.

O Capítulo 3 é dedicado à metodologia empregada no projeto dos controladores para o planejamento e rastreamento de trajetória. Para isso, será feita uma breve introdução ao problema de controle de veículos autônomos. Além disso, será apresentada a metodologia para a implementação do controle longitudinal e a estrutura de controle desacoplada. Em seguida, será feita uma introdução aos fundamentos do Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC), detalhando, por fim, as formulações matemáticas tanto do planejador de trajetória baseado em Programação Inteira Mista quanto do controlador MPC para o rastreamento de trajetória.

O Capítulo 4 é destinado à apresentação do simulador CARLA e dos resultados obtidos com o método proposto por meio de simulações numéricas. Serão analisados resultados

em cenários com manobras para a prevenção de colisões.

O Capítulo 5 dedica-se às conclusões e às perspectivas de trabalhos futuros.

1.6 Contribuições Esperadas

A principal contribuição desta Dissertação consiste na análise comparativa entre as arquiteturas acoplada e desacoplada, estabelecendo referenciais de desempenho para manobras de desvio de obstáculos em diferentes perfis de velocidade. Ademais, a configuração de uma plataforma de co-simulação para o desenvolvimento e teste de AVs, integrando diferentes ferramentas como *MATLAB* e *CARLA*, também pode ser considerada em si uma das contribuições da Dissertação, pois permite a integração entre uma ferramenta amplamente utilizada para o projeto de controladores com um simulador realístico *open-source* extensamente utilizado pela comunidade de pesquisa envolvida com o desenvolvimento de AVs e sistemas ADAS. Até o momento, este trabalho foi publicado no evento abaixo:

- VIANA, I. B.; RODRIGUES, J. P. S.; ROCHA, A. M. da; SOUZA, M. M. S. de. Desacoplamento de controle longitudinal e lateral em veículos autônomos usando controle preditivo baseado em modelo. In: **Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente / X Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. SBA Sociedade Brasileira de Automática**, 2023. (SBAI2023 / SBSE2023). ISSN 2177-6164. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.20906/SBAI-SBSE-2023/3947>.

2 MODELO DO VEÍCULO

Este Capítulo dedica-se à modelagem da dinâmica do veículo. A Seção 2.1, dedica-se a uma breve introdução teórica à modelagem de AVs. Na Seção 2.2, um modelo de bicicleta dinâmico não-linear (referido a partir de agora apenas como modelo de bicicleta) é descrito. Por fim, a Seção 2.3 trata da linearização do modelo.

2.1 Introdução

Em geral, robôs móveis, como AVs, podem ser categorizados como sistemas não-holonômicos. Sistemas holonômicos caracterizam-se por apresentarem o número de graus de liberdade (*Degrees of Freedom*, DF) controláveis igual ao número de DF do sistema, ao passo que no sistema não-holonômico quando o número de DF controláveis é menor que o número de DF total. De maneira resumida, um AV é considerado não-holonômico porque, embora possua quatro DF (os movimentos nas duas direções da coordenada Cartesiana, a orientação e a posição), apenas duas podem ser controladas (direção longitudinal e lateral).

O modelo do veículo assume geralmente a estrutura do veículo como um corpo rígido com massa suspensa concentrada no Centro de Gravidade (CG). A abordagem mais comum encontrada na literatura consiste em simplificar um veículo de quatro rodas como um veículo de duas rodas, com uma roda traseira e uma dianteira. Esses modelos são conhecidos como modelos de bicicleta, que podem ser do tipo cinemático ou dinâmico. O modelo cinemático, que considera apenas os parâmetros geométricos do veículo e da via, é suficiente somente para baixas velocidades. Na modelagem de veículos em altas velocidades ou em condições de irregularidades do pavimento e instabilidade devido a derrapagens, um modelo dinâmico é necessário. Esse último considera todos os componentes do veículo, as forças e os momentos de inércia envolvendo o veículo e a via (YOSHIOKA, 2020).

2.2 Modelo de Bicicleta

Para um referencial inercial, uma representação em espaço de estados de tempo contínuo não-linear que descreve um modelo de bicicleta (PACEJKA, 2005; VIANA *et al.*, 2021) é dado por

$$\dot{X} = f_c(X, U), \quad (2.1)$$

com,

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} v_x \cos \psi - v_y \sin \psi \\ v_x \sin \psi + v_y \cos \psi \\ \omega \\ \frac{1}{m}(F_{x,r} - F_{y,f} \sin \delta_f + m v_y \omega) \\ \frac{1}{m}(F_{y,r} + F_{y,f} \cos \delta_f + m v_x \omega) \\ \frac{1}{\Theta}(F_{y,f} l_f \cos \delta_f - F_{y,r} l_r) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

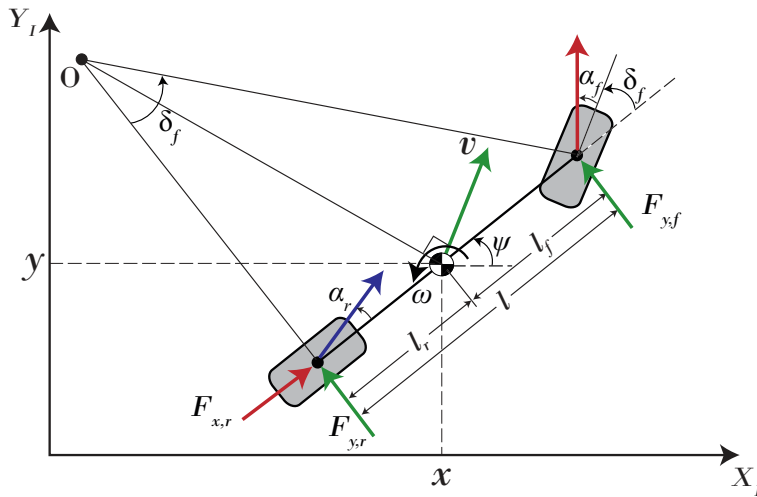
O vetor de estado X e o vetor de entrada de controle U é definido como

$$X \triangleq [r_x \ r_y \ \psi \ v_x \ v_y \ \omega]^T \in \mathbb{R}^n, \ U \triangleq [F_{x,r} \ \delta_f]^T \in \mathbb{R}^m. \quad (2.3)$$

No modelo do veículo dado na Equação (2.2), r_x e r_y são as coordenadas do centro de massa em um referencial inercial, v_x e v_y são as velocidades do veículo em um sistema de coordenadas fixo no corpo. Além disso, ψ é o ângulo de guinada do veículo que muda a uma taxa de ω . Os parâmetros geométricos l_r e l_f descrevem a distância do centro de gravidade dos veículos ao eixo traseiro e dianteiro, respectivamente.

O vetor de controle U é composto pela força longitudinal $F_{x,r}$ na roda traseira e o ângulo de direção δ_f da roda dianteira, assumindo tração traseira. $F_{y,f}$ e $F_{y,r}$ denotam as forças laterais do pneu nas rodas dianteiras e traseiras, respectivamente.

Figura 2 – Modelo de bicicleta.



Fonte: Viana *et al.* (2021).

Para o desenvolvimento do modelo de bicicleta, são feitas algumas suposições:

- No modelo bicicleta, os dois pneus direcionais, direito e esquerdo, são representados por uma única roda, supondo que o ângulo de direção das duas rodas são aproximadamente iguais.
- O movimento da suspensão, a inclinação da superfície e as influências aerodinâmicas são desprezadas.

Aplicando a segunda Lei de Newton, o equilíbrio de forças é dado por:

$$ma_x = F_{x,f} \cos \delta_f + F_{x,r} - F_{y,f} \sin \delta_f \quad (2.4)$$

$$ma_y = F_{x,f} \sin \delta_f + F_{y,f} \cos \delta_f + F_{y,r} \quad (2.5)$$

onde $a_x = (\frac{d^2x}{dt^2})_{inercial}$ é a aceleração inercial na direção do eixo x e $a_y = (\frac{d^2y}{dt^2})_{inercial}$ é a aceleração inercial na direção do eixo y ; $F_{x,f}$ e $F_{x,r}$ são as forças longitudinais e $F_{y,f}$ e $F_{y,r}$, as forças laterais, aplicadas sobre as rodas dianteiras (*front*) e traseiras (*rear*), respectivamente; δ_f é o ângulo de direção. As acelerações longitudinal e lateral, em um referencial inercial, podem ser escritas como:

$$a_x = \ddot{x} - v_y \dot{\psi} \quad (2.6)$$

$$a_y = \ddot{y} + v_x \dot{\psi} \quad (2.7)$$

onde $\ddot{x}$ e $\ddot{y}$ são as acelerações ao longo dos eixos x e y , respectivamente, enquanto $v_y \dot{\psi}$ e $v_x \dot{\psi}$ são as acelerações centrípetas.

Substituindo as Equações (2.6) e (2.7) em (2.4) e (2.5), temos

$$m(\ddot{x} - v_y \dot{\psi}) = F_{x,f} \cos \delta_f + F_{x,r} - F_{y,f} \sin \delta_f \quad (2.8)$$

$$m(\ddot{y} + v_x \dot{\psi}) = F_{x,f} \sin \delta_f + F_{y,f} \cos \delta_f + F_{y,r} \quad (2.9)$$

Para descrever a dinâmica de guinada do veículo, utiliza-se o equilíbrio de torques, dado por

$$\Theta \ddot{\psi} = l_f F_{x,f} \sin \delta_f + l_f F_{y,f} \cos \delta_f - l_r F_{y,r} \quad (2.10)$$

onde Θ é o momento de inércia em relação ao eixo vertical, ψ é o ângulo de guinada e l_f e l_r são as distâncias dos pneus dianteiro e traseiro, respectivamente, do centro de gravidade (CG) do veículo.

As Eqs. (2.4), (2.5) e (2.10) descrevem as leis de conservação e dependem tanto do ângulo de direção δ_f quanto das forças aplicadas sobre os pneus. As forças F_x e F_y são geradas pelos pneus. A força lateral do pneu é dado por uma função não-linear do ângulo de escorregamento (ver Fig. 3). Existem muitas abordagens para descrever essa não-linearidade, sendo a fórmula mágica de Pacejka (PACEJKA, 2005) a mais conhecida. Conforme Rajamani (2006), resultados experimentais mostram que, para pequenos valores do ângulo de escorregamento, a força lateral de um pneu é proporcional ao ângulo de escorregamento. O ângulo de escorregamento de um pneu pode ser definido como o ângulo entre a orientação do pneu e a orientação do vetor velocidade da roda. O ângulo de escorregamento da roda dianteira é descrito por:

$$\alpha_f = \delta_f - \theta_{V,f} \quad (2.11)$$

onde $\theta_{V,f}$ é o ângulo que o vetor velocidade faz com o eixo longitudinal do veículo e δ_f é o ângulo de direção da roda dianteira. Analogamente, o ângulo de escorregamento da roda traseira é dado por:

$$\alpha_r = -\theta_{V,r} \quad (2.12)$$

Logo, a força lateral do pneu das rodas dianteiras do veículo é dada por:

$$F_{y,f} = C_{a,f} \delta_f - \theta_{V,f} \quad (2.13)$$

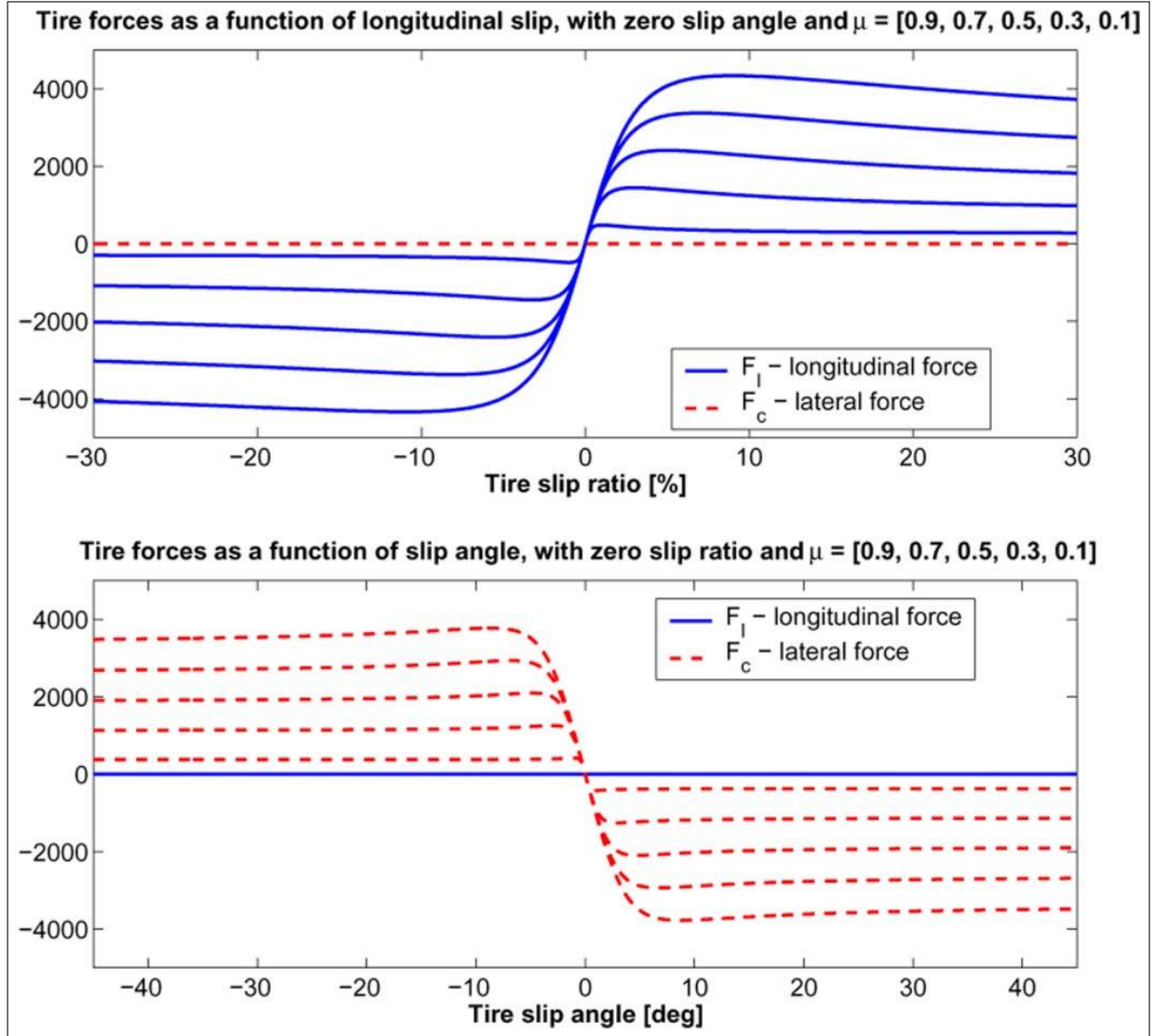
onde a constante $C_{a,f}$ é a rigidez em curva de cada pneu. A força lateral do pneu nas rodas dianteiras, por sua vez, pode ser escrita como:

$$F_{y,r} = C_{a,r} (-\theta_{V,r}) \quad (2.14)$$

As seguintes relações podem ser usadas para calcular $\theta_{V,f}$ e $\theta_{V,r}$.

$$\tan(\theta_{V,f}) = \frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.15)$$

Figura 3 – Forças Longitudinal e Lateral para diferentes valores do coeficiente de fricção.



Fonte: Falcone *et al.* (2007).

$$\tan(\theta_{V,r}) = \frac{v_y + l_r \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.16)$$

Usando $v_y = \dot{y}$,

$$\theta_{V,f} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.17)$$

$$\theta_{V,r} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.18)$$

Logo, substituindo as Equações (2.17) e (2.18) em (2.11) e (2.12), temos

$$\alpha_f = \delta_f - \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.19)$$

$$\alpha_r = -\tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.20)$$

A posição do veículo expressa em relação às coordenadas globais é dada por

$$\dot{r}_x = \dot{x} \cos \psi - \dot{y} \sin \psi \quad (2.21)$$

$$\dot{r}_y = \dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi \quad (2.22)$$

$$\omega = \dot{\psi} \quad (2.23)$$

Logo, denotando as posições do veículo em relação às coordenadas em um referencial inercial e adotando $[r_x \ r_y \ \psi \ v_x \ v_y \ \dot{\psi}]$ como as variáveis de estado, podemos descrever o modelo de bicicleta não linear reescrevendo as Eqs. (2.21), (2.22), (2.23), (2.4), (2.5) e (2.10)

$$f_c(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \begin{cases} \dot{r}_x = \dot{x} \cos \psi - \dot{y} \sin \psi \\ \dot{r}_y = \dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi \\ \omega = \dot{\psi} \\ m(\ddot{x} - v_y \dot{\psi}) = F_{x,f} \cos \delta_f + F_{x,r} - F_{y,f} \sin \delta_f \\ m(\ddot{y} + v_x \dot{\psi}) = F_{x,f} \sin \delta_f + F_{y,f} \cos \delta_f + F_{y,r} \\ \Theta \omega = l_f F_{x,f} \sin \delta_f + l_f F_{y,f} \cos \delta_f - l_r F_{y,r} \end{cases} \quad (2.24)$$

Para encontrar o modelo mostrado na Equação (2.2), desprezamos as forças longitudinais externas sobre os pneus dianteiros. A entrada de força longitudinal é então convertida em uma aceleração desejada para o veículo.

2.3 Linearização

O controle MPC requer que o modelo seja linearizado e discretizado. A linearização se dá pela expansão da Equação do modelo em série de Taylor em torno de um ponto de equilíbrio. Dado o sistema dinâmico na forma de $\dot{X} = f_c(X, U)$, onde as variáveis de estado são $X = [r_x \ r_y \ \psi \ v_x \ v_y \ \dot{\psi}]$ e as entradas são $U = [\delta_f]$. Caso o objetivo seja integrar o controle de trajetória com o controle de velocidade longitudinal, podemos também considerar $U = [F_{x,r} \ \delta_f]$.

O modelo dinâmico da Equação (2.2) é, então, linearizado em torno de um ponto de equilíbrio (X_e, U_e) :

$$\dot{X}_e + \Delta \dot{X} = f(X_e, U_e) + \frac{\partial f}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial f}{\partial U} \Delta U, \quad (2.25)$$

em que as matrizes do sistema linear invariante no tempo são obtidas a partir da matriz jacobiana,

$$A \triangleq \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\substack{X=X_e \\ U=U_e}} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B \triangleq \left. \frac{\partial f}{\partial U} \right|_{\substack{X=X_e \\ U=U_e}} \in \mathbb{R}^{n \times m}. \quad (2.26)$$

O modelo linearizado é obtido numericamente com a função `lin()` no MATLAB. Como exemplo, quando $U = [F_{x,r} \ \delta_f]$ são as entradas de controle, podemos linearizar o sistema considerando o sinal de entrada $U^* = [0 \ 0]$ e $X^* = [0 \ 0 \ 0 \ 15 \ 0 \ 0]$, se considerarmos que o veículo tem velocidade constante de $15m/s$. As matrizes A e B , então, são dadas por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2,6667 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -7,6 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,0006 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 24 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

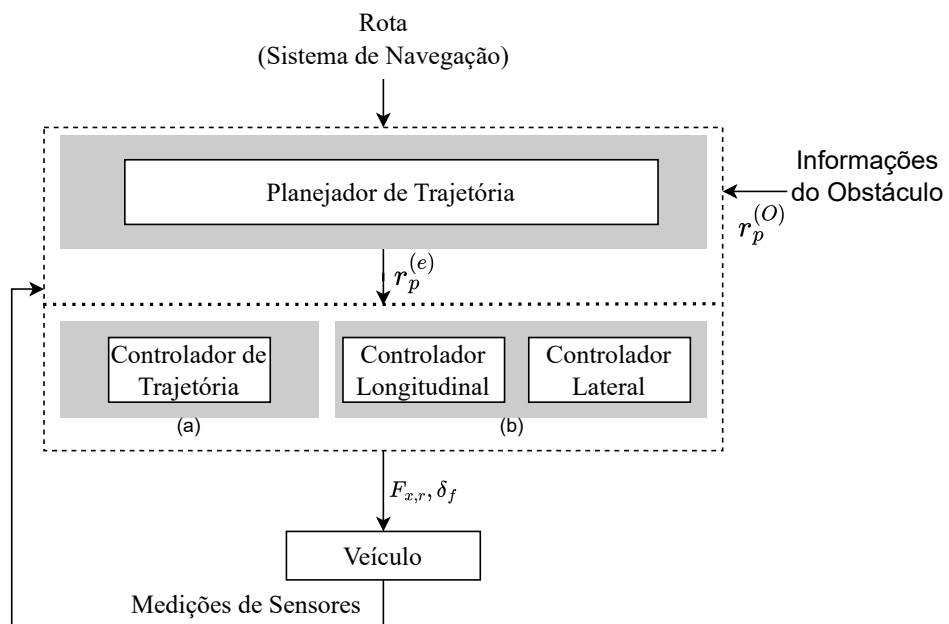
3 METODOLOGIA PARA PROJETO DOS CONTROLADORES

Este capítulo descreve a metodologia dos controladores. A Seção 3.1 detalha a estrutura e as estratégias acoplada e desacoplada, enquanto a Seção 3.2 define as malhas lateral e longitudinal. A Seção 3.3 introduz os fundamentos do MPC, servindo de base para o planejamento via MIQP na Seção 3.4. Por fim, as Seções 3.5 e 3.6 apresentam a implementação do MPC de rastreamento e do controlador PI longitudinal.

3.1 Estrutura do Controlador

Em controle automotivo, a cinemática e a dinâmica do modelo do veículo são acopladas, o que significa que as dinâmicas laterais e longitudinais do veículo se influenciam mutuamente. Entretanto, é comum tratar cada controle separadamente, de modo a reduzir a complexidade do problema. Essa estratégia permite dividir um sistema com múltiplas variáveis (*Multiple Inputs Multiple Outputs*, MIMO) em malhas de controle separadas. Assim, projeta-se um controlador dedicado à dinâmica látero-direcional e outro à dinâmica longitudinal. Do mesmo modo, é possível utilizar um controlador MPC, que lida com sistemas multivariáveis, gerando ambas as ações de controle. A arquitetura da estratégia de controle está apresentada no esquema mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Diagrama da arquitetura de controle do veículo. (a) Controle acoplado. (b). Controle desacoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

A referência dos controladores desacoplado e acoplado é gerada pelo planejador de trajetória. O planejador de trajetória gera trajetórias bidimensionais $\mathbf{r}_p^{(e)} \triangleq [r_{p,x}^{(e)} \ v_{p,x}^{(e)} \ r_{p,y}^{(e)} \ v_{p,y}^{(e)}]^T \in \mathbb{R}^4$ de um veículo principal *ego* e de acordo com um plano pré-determinado (VIANA *et al.*, 2023a).

3.2 Controle do Veículo — Visão Geral

O controle do veículo pode ser desacoplado em lateral e longitudinal. O primeiro refere-se ao controle da dinâmica látero-direcional do veículo, sendo normalmente implementado a partir da manipulação do ângulo de direção. Assim, o controlador lateral ajusta o ângulo de direção do veículo para mantê-lo em uma trajetória ou caminho desejado, enquanto monitora as forças laterais que emergem devido às manobras necessárias para realizar curvas. Já o controle longitudinal refere-se ao controle da dinâmica longitudinal, normalmente realizado a partir do ajuste da aceleração, torque ou força longitudinal, de modo a mantê-lo a uma velocidade longitudinal desejada. Um exemplo de controle longitudinal já encontrado em muitos veículos é o controle *cruise*, em que o motorista define uma velocidade desejada e o sistema de controle, então, a mantém manipulando os comandos de aceleração. Embora os dois tipos de controle se influenciem, eles exigem níveis diferentes de complexidade, sendo comum encontrá-los na literatura abordados separadamente (RAJAMANI, 2006; DOMINGUEZ *et al.*, 2016).

3.2.1 Controle Lateral

No contexto de robôs móveis, o controle lateral pode ser convenientemente classificado segundo o propósito do controlador. Em Luca *et al.* (1998), o controle geral de trajetória é separado em três tarefas: movimento ponto a ponto (*point-to-point motion*), seguimento de caminho (*path following*) e rastreamento de trajetória (*trajectory tracking*). O movimento ponto a ponto consiste em atingir um ponto alvo estabelecido a partir de um ponto de partida inicial, que independe do caminho e da trajetória. O seguimento de caminho, por sua vez, consiste em alcançar e seguir uma trajetória geométrica no espaço cartesiano a partir de uma determinada configuração inicial (dentro ou fora do caminho). Já o rastreamento de trajetória tem por objetivo alcançar e seguir uma trajetória no espaço cartesiano (ou seja, um caminho geométrico com uma lei de temporização associada) a partir de uma dada configuração inicial (dentro ou fora da trajetória). Em outras palavras, enquanto o movimento ponto-a-ponto objetiva ir de um ponto

ao outro, no seguimento de caminho e no rastreamento de trajetória, o objetivo é seguir uma sequência de pontos de referência com o menor erro possível. A diferença entre o seguimento de caminho e o rastreamento de trajetória, no entanto, é que, no primeiro caso, a tarefa consiste em alcançar cada ponto em um tempo específico.

A escolha do controlador depende da tarefa a ser desempenhada. No caso de tarefas que requerem apenas que o robô se mova de uma posição para a outra, sem necessidade de muita precisão entre esses pontos, podem ser escolhidos controladores reguladores. O controle lateral, no entanto, pode ser entendido como uma tarefa de seguimento de caminho, com o objetivo de minimizar um erro de desvio lateral. Neste trabalho, o controle de trajetória é a combinação entre os controles lateral e longitudinal.

Na implementação de um controlador de trajetória, assume-se que a trajetória desejada obedece aos limites dos atuadores, ou seja, a velocidade e aceleração associadas à trajetória desejada devem obedecer aos limites de velocidade e aceleração dos atuadores. Na prática, a capacidade dos atuadores é definida pelos limites de torque, resultando em restrições de aceleração que são complexas e dependentes dos estados do veículo (CHUNG *et al.*, 2008).

3.2.2 Controle Longitudinal

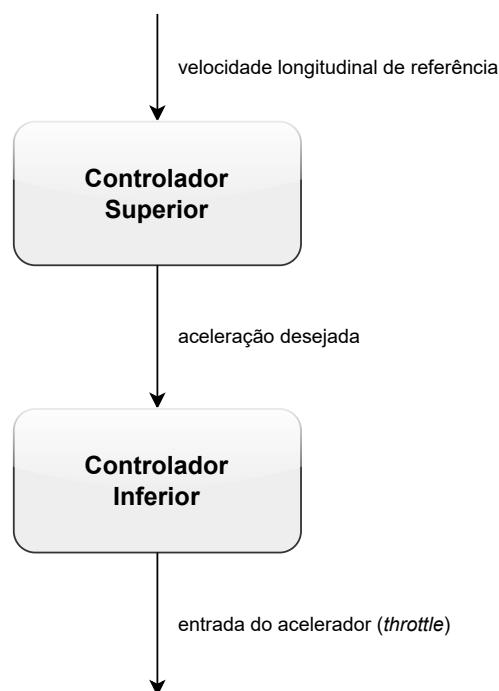
Controle longitudinal diz respeito a qualquer sistema que controla o movimento longitudinal do veículo. Isso pode se referir ao controle da velocidade longitudinal do veículo, da sua aceleração ou da distância para outro veículo em uma mesma faixa. O acelerador e os freios são os atuadores utilizados para a implementação do controlador longitudinal (RAJAMANI, 2006).

Um exemplo muito familiar de controle longitudinal é o sistema de controle de cruzeiro (*cruise control*), disponível na maioria dos veículos atualmente. Com um sistema de controle tradicional, o motorista define uma velocidade constante desejada. O sistema de controle, então, controla, manipula o acelerador para manter a velocidade desejada. Neste caso, é responsabilidade do motorista decidir se o veículo pode viajar na velocidade definida. Em certas situações (por exemplo, veículo à frente conduzindo a uma velocidade inferior), o motorista deve agir e, se necessário, acionar os freios do veículo para evitar a colisão. O acionamento dos freios desativa o sistema de controle de cruzeiro, retornando o controle do acelerador ao condutor (RAJAMANI, 2006).

O objetivo do controle longitudinal, neste caso, é manter a velocidade do veículo

constante mesmo na presença de perturbações externas, como mudanças no vento, inclinação da superfície, etc. Isso é feito através de um controle com realimentação, onde a velocidade do veículo é medida e comparada com uma velocidade desejada ou de referência. A aceleração, então, é ajustada para manter a velocidade. Para isso, o controlador de cruzeiro é normalmente projetado com uma estrutura hierárquica, com um controle na camada superior e um controlador na camada inferior, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Estrutura do sistema de controle de cruzeiro.



Fonte: adaptado de Rajamani (2006).

O controlador da camada superior determina a aceleração desejada, enquanto o controlador da camada inferior determina o sinal de entrada do acelerador para seguir a aceleração desejada. Essa última deve ser, então, mapeada para a aceleração real do veículo pela camada inferior. O controlador da camada superior irá gerar a aceleração, e a partir da aceleração, um comando de *throttle* ou *brake* normalizados é enviado ao veículo controlado no ambiente de simulação.

Para o projeto do controlador da camada superior, a planta utilizada é dada por:

$$\ddot{x} = e^{-\tau s} \ddot{x}_{des} \quad (3.1)$$

onde x é a posição longitudinal do veículo em um referencial inercial. O atraso é incluído para simular a latência de resposta do atuador. O termo relativo ao atraso na Equação 3.1 pode ser aproximado para:

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1}{\tau s + 1} \quad (3.2)$$

Logo, podemos reescrever a Equação 3.1 como

$$\ddot{x} = \frac{1}{\tau s + 1} \ddot{x}_{des} \quad (3.3)$$

Assim, assumimos que a aceleração do veículo segue a aceleração desejada gerada pelo controlador da camada superior com uma constante de tempo τ . A Equação 3.3 será usada como planta para o projeto do controle longitudinal. Embora o ideal seja que a camada inferior mapeie a aceleração desejada para a aceleração real do veículo, espera-se que a aceleração seja rastreada de maneira imprecisa. Por essa razão, o modelo da camada superior incorpora o atraso no rastreamento da aceleração desejada.

Se o objetivo é usar o erro de velocidade em uma malha de realimentação, um controlador PI pode ser empregado

$$\ddot{x}_{des} = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt \quad (3.4)$$

onde $e(t)$ é o erro entre a velocidade de referência e a velocidade desejada.

A posição desejada pode ser definida como:

$$x_{des} = \int_0^t v_{ref} d\tau \quad (3.5)$$

onde x_{des} é a posição desejada e v_{ref} é a velocidade referência. Logo,

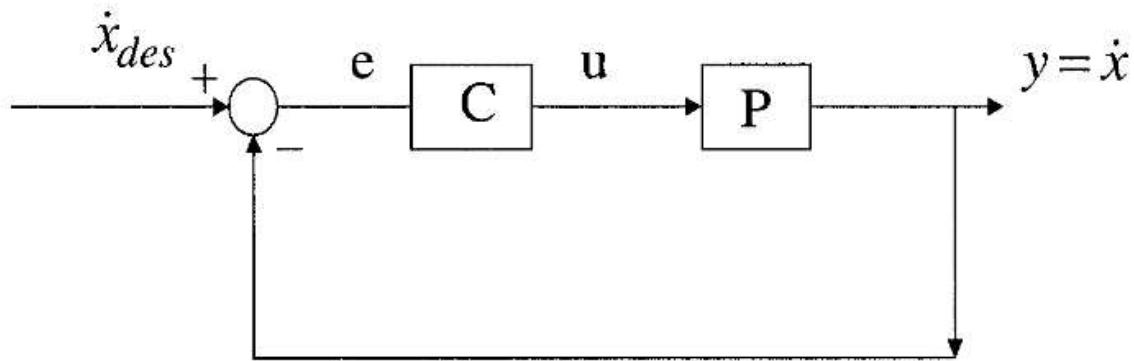
$$\ddot{x}_{des} = K_p (\dot{x}_{des} - \dot{x}) + K_i (x_{des} - x) \quad (3.6)$$

Alternativamente, utilizando a transformada de Laplace da Equação 3.5 e assumindo condições iniciais nulas, podemos encontrar uma função de transferência onde a entrada é a aceleração e a saída é a velocidade:

$$P(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(\tau s + 1)} \quad (3.7)$$

O diagrama de blocos da malha de controle com realimentação é mostrada na Figura

Figura 6 – Diagrama de blocos do controle longitudinal.



Fonte: Rajamani (2006).

3.3 Fundamentos de Controle Preditivo baseado em Modelo

Controle preditivo baseado em modelo (MPC), diz respeito a uma família de estratégias de controle que fazem uso explícito de um modelo do sistema para a obtenção da lei de controle através da minimização de uma função objetivo (CAMACHO; BORDONS, 2004). Essa estratégia de controle busca resolver numericamente um problema de otimização a cada instante de tempo. Dado seu alto custo computacional, o MPC foi originalmente aplicado para processos de dinâmica lenta, como processos químicos industriais. A evolução tecnológica, o desenvolvimento de algoritmos de otimização, e o aumento da capacidade computacional, viabilizou o MPC para uma gama cada vez maior de problemas.

As estratégias de controle filiadas ao MPC fazem uso, em maior ou menor grau, de um mesmo conjunto de ideias. MPC faz uso explícito de um modelo para a predição de estados futuros do sistema num determinado horizonte de predição, a obtenção de um conjunto ótimo de entradas de controle através da minimização de uma função custo (considerando as restrições) a cada instante de tempo, e a aplicação do primeiro sinal de controle calculado (no horizonte de controle), descartando o resto. Assim, o controlador gera um sinal de entrada baseado em um horizonte de predição finito e móvel. Essa estratégia é também conhecida como controle preditivo de horizonte retrocedente.

Segundo Camacho e Bordons (2004), a estratégia utilizada pelo MPC é comparada a dirigir um automóvel. O motorista sabe a trajetória de referência desejada para um horizonte finito, definido pelo seu campo de visão da estrada. Tendo em consideração um "modelo mental do carro" (limites de aceleração e outras características) bem como possíveis obstáculos na estrada, ele decidirá a ação a ser tomada (como aumentar ou diminuir a velocidade, girar o

volante para um lado ou outro de modo que a trajetória desejada seja percorrida). Esta ação de controle é então aplicada por um curto espaço de tempo, com o procedimento se repetindo para a próxima ação de controle, agora com o seu campo de visão atualizado. Observa-se que, utilizando o modelo do carro, previsões de comportamento são utilizadas, sendo baseadas no que o motorista enxerga à sua frente. A analogia ilustra bem a adequação do MPC para o controle de trajetória de um veículo.

Além da evidente adequação da estratégia de controle retrocedente para a tarefa de controle veicular, o MPC também se mostra popular em aplicações relacionadas a veículos autônomos pelos seguintes motivos: (SAMAK *et al.*, 2020).

- Ele pode lidar com sistemas multivariáveis que possuem interações entre as entradas e saídas, o que se adapta muito bem ao problema de controle de trajetória.
- Considera restrições ou limites para calcular ações de controle ideais. Esse aspecto possibilita que o MPC lide mais facilmente com as restrições impostas pelos limites dos atuadores do veículo, limites de conforto e considerações de segurança; que, caso violados, podem levar a cenários potencialmente incontroláveis, desconfortáveis ou inseguros.
- Assim como o controle de malha fechada, pode incorporar informações de referência futuras no problema de controle para melhorar o desempenho e permitir uma transição de estado mais suave.
- O MPC usa um modelo para prever a evolução do sistema, o que possibilita incorporar qualquer atraso de transporte no modelo do sistema para modelagem da latência dos atuadores.

3.3.1 *Perspectiva Histórica*

O princípio de horizonte retrocedente foi inicialmente proposta por Propoi (1963). A primeira aplicação de MPC foi descrita em Richalet *et al.* (1978), sendo apresentada inicialmente com o nome IDCOM (*Identification and Command*). O modelo de previsão era definido pela resposta ao impulso da planta. Era utilizado um índice de desempenho quadrático em um horizonte de previsão finito e o comportamento da saída futura da planta era especificado por uma trajetória de referência. As restrições de entrada e saída eram definidas *ad hoc*, enquanto o problema de otimização para obtenção dos sinais de controle era resolvido por um algoritmo de heurística iterativa. Em 1973, engenheiros da *Shell Oil* desenvolveram uma estratégia de MPC multivariável sem restrições, denominada Dynamic Matrix Control (DMC) (CUTLER;

RAMAKER, 1980). Essa estratégia utilizava um modelo de predição obtido a partir da resposta ao degrau do sistema, e o controle era obtido a partir da resolução de um problema de mínimos-quadrados.

Vários métodos e estratégias similares foram propostos. Esses métodos tinham uma estrutura em comum: um modelo da planta e um procedimento de otimização de obtenção uma ação de controle ao longo da evolução das predições das respostas do sistema. Embora os algoritmos IDCOM e DMC mostrarem um bom desempenho para o controle de sistemas multivariáveis sem restrições, o tratamento das restrições ainda era feito de maneira indireta. Esse último aspecto foi resolvido quando engenheiros da *Shell Oil* reformularam, em 1973, o algoritmo do DMC na forma de programação quadrática com restrições de entrada e saída (CUTLER *et al.*, 1983), resultando no controlador QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control).

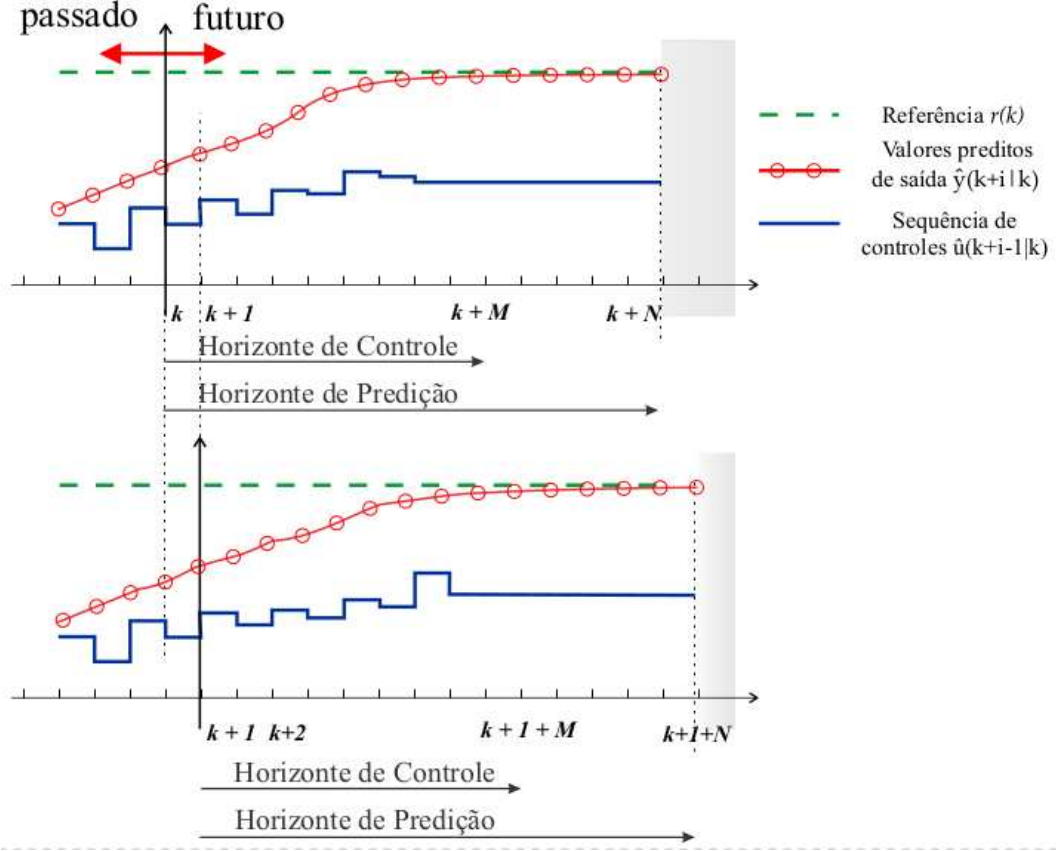
Na década de 1990, amplo esforço teórico foi dedicado a fornecer condições de garantia da viabilidade de muitas abordagens de MPC robustas e tratáveis. Foram desenvolvidas variações do MPC, tais como MPC não-linear e híbrido e MPC para sistemas rápidos. Na última década, variantes como MPC estocástico, MPC distribuído em larga escala e MPC econômico também foram desenvolvidas.

3.3.2 Aspectos Teóricos

As principais características do controle MPC estão ilustradas na Figura 7 (CAMA-CHO; BORDONS, 2004). A predição da saída e do estado futuro do sistema é feita N instantes de tempo do momento atual k através do o modelo do processo, sendo esse intervalo conhecido como horizonte de predição. A saída futura $\hat{y}(k+i | k)$, ou estado futuro $\hat{x}(k+i | k)$, $i = 1, \dots, N$, dependem da saída atual $y(k)$ ou do estado atual $x(k)$, enquanto um estímulo de controle futuro é aplicado à planta a partir do momento k , denotado $\hat{U}(k+i-1 | k)$, $i = 1, \dots, M$. Um valor de $M \leq N$ é frequentemente usado para reduzir o número de variáveis de decisão do problema de otimização e, assim, reduzir o custo computacional associado à obtenção de uma solução. Logo, supõe-se que o sinal de controle se mantém constante após M instantes. Ou seja, $\hat{U}(k+i-1 | k) = U(k+M-1 | k)$, $M < i \leq N$, que equivale a $\Delta \hat{U}(k+i-1 | k) = 0$, $M < i \leq N$ (VIEIRA, 2013).

A ação de controle é determinada por uma função custo, minimizada para a obtenção de um conjunto de ações de controle ótimas. Essa função é formulada para manter a saída do processo o mais próxima possível de uma referência $r(k)$, ou para ajustar o estado do sistema

Figura 7 – Controle de Horizonte Retrocedente para rastreamento da referência $r(k)$.



Fonte: Vieira (2013).

para um ponto de equilíbrio desejado x_e , com penalização no esforço de controle (ou em algumas abordagens mais práticas, penalizando a variação entre as entradas de controle a cada instante de tempo). Uma forma geral do problema de otimização relacionado à regulação em um ponto de equilíbrio desejado x_e , com controle de equilíbrio associado U_e , é dada por

$$\min_{\mathbf{U}(k)} J(k) = F[\hat{x}(k+N|k) - x_e] + \sum_{i=1}^N l[\hat{x}(k+i|k) - x_e, \hat{U}(k+i-1|k) - U_e] \quad (3.8)$$

$$\hat{x}(k+i|k) = f[\hat{x}(k+i-1|k), \hat{U}(k+i-1|k)], \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.9)$$

$$\hat{U}(k+i-1|k) \in \mathbb{U}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.10)$$

$$\hat{U}(k+i-1|k) = \hat{U}(k+M-1|k) \quad i = M, \quad M+1, \dots, N \quad (3.11)$$

$$\hat{x}(k+i|k) \in \mathbb{X}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.12)$$

$$\hat{x}(k+N|k) \in \mathbb{X}_N \quad (3.13)$$

$$\hat{x}(k|k) = x(k) \quad (3.14)$$

sendo $l[\bullet, \bullet]$ a função positiva definida e $F(\bullet)$ o termo que penaliza o erro de regulação ao final do horizonte de predição, denominado custo terminal de estado. As Equações

(3.9) e (3.11) referenciam as restrições sobre as variáveis de controle e estado, respectivamente. A Equação (3.13) é a restrição terminal de estado, que se relaciona à garantia de estabilidade nominal. Os conjuntos $\mathbb{U}$ e $\mathbb{X}$ associados às variáveis de controle e estado, são normalmente definidos por Equações da forma (3.15) e (3.16). Em geral, o conjunto terminal de estado $\mathbb{X}_N$, é expresso na forma da Equação (3.17) (VIEIRA, 2013).

$$\mathbb{U} = \{U \in \mathbb{R}^m : U_{\min} \leq U \leq U_{\max}\} \quad (3.15)$$

$$\mathbb{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : x_{\min} \leq x \leq x_{\max}\} \quad (3.16)$$

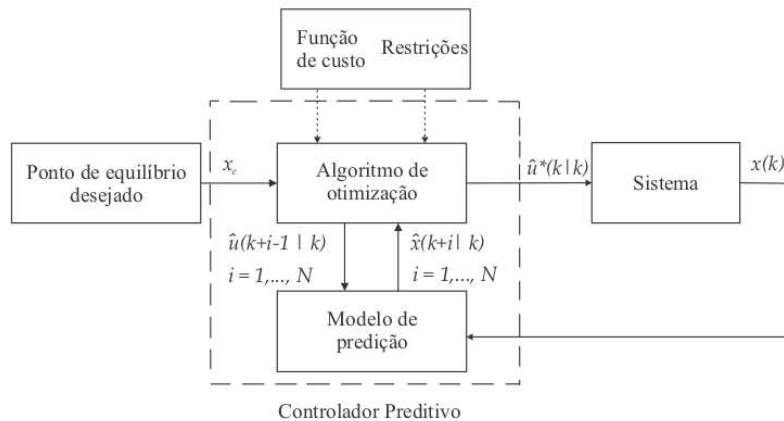
$$\mathbb{X}_N = \{x \in \mathbb{R}^n : Gx \leq H\} \quad (3.17)$$

Assumindo que todas as variáveis de estado podem ser mensuradas, a Equação (3.14) sugere que as predições são iniciadas a partir do estado medido a cada instante de tempo. Como resultado da minimização da função de custo, obtém-se a sequência de entradas de controle,

$$\mathbf{U}^*(k) = \begin{bmatrix} \hat{U}^*(k | k) \\ \hat{U}^*(k+1 | k) \\ \vdots \\ \hat{U}^*(k+N-1 | k) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Para o primeiro termo da sequência de controle calculada pelo algoritmo de otimização ao sistema, temos $U(k) = \hat{U}^*(k | k)$. No instante seguinte de amostragem o processo se repete e $U(k+1) = \hat{U}^*(k+1 | k+1)$. O horizonte de predição dos estados futuros é fixo e é apenas deslocado um instante de amostragem. A Figura 8 mostra os elementos de um controlador preditivo com modelo de realimentação de estado.

Figura 8 – Estratégia de controle preditivo para regulação no ponto de equilíbrio desejado x e com realimentação de estados.



Fonte: Vieira (2013).

3.4 Planejamento de Trajetória com Programação Inteira Mista

Nesta pesquisa, o planejador de trajetória baseia-se em uma estratégia com horizonte-retrocedente usando programação quadrática inteira mista (VIANA *et al.*, 2021). A trajetória ótima calculada por este planejador é utilizada como referência pelo controlador de trajetória da camada inferior.

Para simplificar o planejamento de trajetória, supõe-se que a curvatura da via seja pequena, um cenário comumente encontrado em rodovias. Assim, uma estrada em linha reta pode ser considerada. A partir dessa suposição, um modelo duplo integrador pode ser utilizado (VIANA *et al.*, 2021):

$$\dot{r}_x = v_x, \dot{v}_x = a_x, \dot{r}_y = v_y, \dot{v}_y = a_y. \quad (3.19)$$

A discretização no domínio do tempo deste modelo resulta em uma representação em espaço de estados linear e invariante no tempo (VIANA *et al.*, 2021):

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_d X_k + B_d U_k \\ Y_k &= C_d X_k \end{aligned} \quad (3.20)$$

O vetor de estados $X \triangleq [r_{p,x} \ v_{p,x} \ r_{p,y} \ v_{p,y}]^T \in \mathbb{R}^4$ descreve a posição e a velocidade do veículo no referencial inercial, enquanto o vetor de controle $U \triangleq [a_{p,x} \ a_{p,y}]^T \in \mathbb{R}^2$ corresponde às acelerações longitudinais e laterais.

A função objetivo a ser minimizada é (VIANA *et al.*, 2021):

$$\begin{aligned} J(X, U) &= \sum_{j=1}^N [X(k+j|k) - \bar{X}]^T Q [X(k+j|k) - \bar{X}] \\ &\quad + \sum_{j=1}^M [\Delta U(k+j-1|k)]^T R [\Delta U(k+j-1|k)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

ao longo de um horizonte de predição de tamanho N e ao longo de um horizonte de controle de tamanho M . $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$ são matrizes simétricas, com $Q \succeq 0$ e $R \succ 0$.

Para planejar trajetórias livres de colisões, os obstáculos podem ser modelados como polígonos convexos de qualquer número de lados. Seguindo a formulação de Viana *et al.* (2021), os obstáculos são modelados como retângulos. Aqui, obstáculo refere-se a qualquer região não controlável que o veículo deve evitar. A colisão com um obstáculo retangular é evitada se, para cada instante de tempo k , as coordenadas $r_{p,x}^{(e)}, r_{p,y}^{(e)}$ do veículo autônomo estiverem fora da região que define o obstáculo. Considerando um retângulo delimitador

$\left[r_{p,x}^{(o)} - L^{(o)}, r_{p,x}^{(o)} + L^{(o)} \right] \times \left[r_{p,y}^{(o)} - W^{(o)}, r_{p,y}^{(o)} + W^{(o)} \right]$, esta condição é melhor descrita pelo seguinte conjunto de restrições lógicas:

$$\begin{aligned} \forall k \in \{1, \dots, t_f - 1\} : \\ \left| r_{p,x}^{(e)}(k) - r_{p,x}^{(v)}(k) \right| \geq L \\ \text{OR } \left| r_{p,y}^{(e)}(k) - r_{p,y}^{(v)}(k) \right| \geq W, \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde $r_p^{(i)}$ é a variável de decisão do processo de otimização que integrará o planejador de trajetória MPC e $r^{(o)}$ é a posição do obstáculo (o). É importante ressaltar, que para garantir que não haja colisão entre o veículo e o obstáculo, é necessário alargar as dimensões do obstáculo com as dimensões do veículo mais uma margem de segurança.

Essa condição lógica faz com que a região de factibilidade seja definida por um conjunto não-convexo. Embora o problema seja não-convexo, ao transformá-lo em um MIQP, torna-se possível utilizar *solvers* especializados (que geralmente utilizam algoritmos baseados em *branch-and-bound*), que exploram a convexidade da parte contínua do problema e garantem a obtenção de uma solução globalmente ótima para o problema de otimização (HESPANHOL *et al.*, 2019). Isso pode ser feito empregando o método big-M (WILLIAMS; BRAILSFORD, 1996) para reescrever as restrições de desvio de obstáculos em termos de variáveis binárias $b_p^{(i,o)}(k)$ para cada obstáculo estático $o \in \mathcal{O}$, resultando em

$$\begin{aligned} \forall k \in \{1, \dots, t_f - 1\}, \forall o \in \mathcal{O} : \\ r_{p,x}^{(e)}(k) \leq r_{p,x}^{(o)}(k) - L^{(o)} + M b_1^{(e,o)}(k) \\ \text{AND, } r_{p,x}^{(e)}(k) \geq r_{p,x}^{(o)}(k) + L^{(o)} - M b_2^{(e,o)}(k) \\ \text{AND, } r_{p,y}^{(e)}(k) \leq r_{p,y}^{(o)}(k) - W^{(o)} + M b_3^{(e,o)}(k), \\ \text{AND, } r_{p,y}^{(e)}(k) \geq r_{p,y}^{(o)}(k) + W^{(o)} - M b_4^{(e,o)}(k) \\ \text{AND, } \sum_{p=1}^4 b_p^{(e,o)}(k) \leq 3 \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde $M \gg 0$ é uma constante suficientemente grande. Um conjunto de variáveis binárias $b_p^{(i,o)}(k) \in \{0, 1\}$ é adicionado ao problema a cada instante de tempo k . As variáveis binárias tornam-se as variáveis de decisão adicionais do problema de otimização. Se $b_p = 0$, então a p -ésima restrição da Expressão (3.23) é ativada. No entanto, se $b_p = 1$, isso significa que a restrição é relaxada, pois a constante M coloca o limite superior fora do espaço de solução

(VIANA *et al.*, 2021). A última restrição na Expressão (3.23) garante que pelo menos uma forma original da condição OR de (3.22) seja ativada.

A formulação também pode ser estendida para incluir obstáculos dinâmicos, o que pode ser útil para modelar veículos não cooperativos. Para solução deste problema MIQP, utilizou-se a versão acadêmica do pacote de otimização CPLEX (IBM, 2009).

3.5 MPC para Rastreamento de Trajetória

O modelo linearizado no Capítulo 2 é a base para a implementação do controlador de trajetória.

O vetor de controle ótimo $U_{k|k}^*$ na camada de controle de rastreamento é adquirido com:

$$\min_{U,x} J(k) = \sum_{j=1}^N \|Y_{k+j|k} - \bar{Y}_{k+j|k}\|_Q + \sum_{j=1}^M \|\Delta U_{k+j-1|k}\|_R, \quad (3.24)$$

sujeito a

$$U_{\min} \leq U \leq U_{\max} \quad (3.25)$$

onde $U_{\min}$ e $U_{\max}$ são os limites superior e inferior sobre os comandos de controle, dado por:

$$U_{\min} = [\underline{\delta}_f]^T, U_{\max} = [\bar{\delta}_f]^T \quad (3.26)$$

Para o controle desacoplado, uma versão do modelo apresentado na Equação 2.2 discretizado é utilizado. Logo, $X \triangleq [r_y \ \psi \ v_y \ \omega]^T$, $U \triangleq [\delta_f]^T$.. Desse modo, o modelo de predição usa o vetor de controle $U \in \mathbb{R}^1$ e o vetor de estado $X \in \mathbb{R}^4$, com a referência dada por $\bar{Y} \triangleq [\bar{r}_{t,y}^{(e)}]^T$.

3.6 Projeto do Controlador PI

Para projetar de um controlador longitudinal, considera-se a função de transferência obtida na Equação 3.7. Para este projeto, considera-se $\tau = 0, 1$. Para isso é importante estabelecer parâmetros para que não haja erro em estado estacionário, que o tempo de subida seja razoável, e que o sobressinal não seja muito grande. Considerando uma velocidade de $10m/s$, por exemplo,

o tempo de subida deve ser no máximo 5s, e o sobressinal no máximo 20%. O tempo de subida e o sobressinal desejado, depende da frequência natural e do fator de amortecimento, conforme as seguintes Equações:

$$\omega_n \approx \frac{1.8}{T_s} \quad (3.27)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{(\frac{\ln M_p}{\pi})^2}{1 + (\frac{\ln M_p}{\pi})^2}} \quad (3.28)$$

onde ω_n é a frequência natural, T_s é o tempo de subida, ζ é o fator de amortecimento e M_p é o sobressinal. No caso de $T_s = 5$ e $M_p = 0,2$, temos $\omega_n = 0,36$ e $\zeta = 0,46$.

Optou-se pelo controle da planta por um controlador PI, sendo a função de transferência desse último:

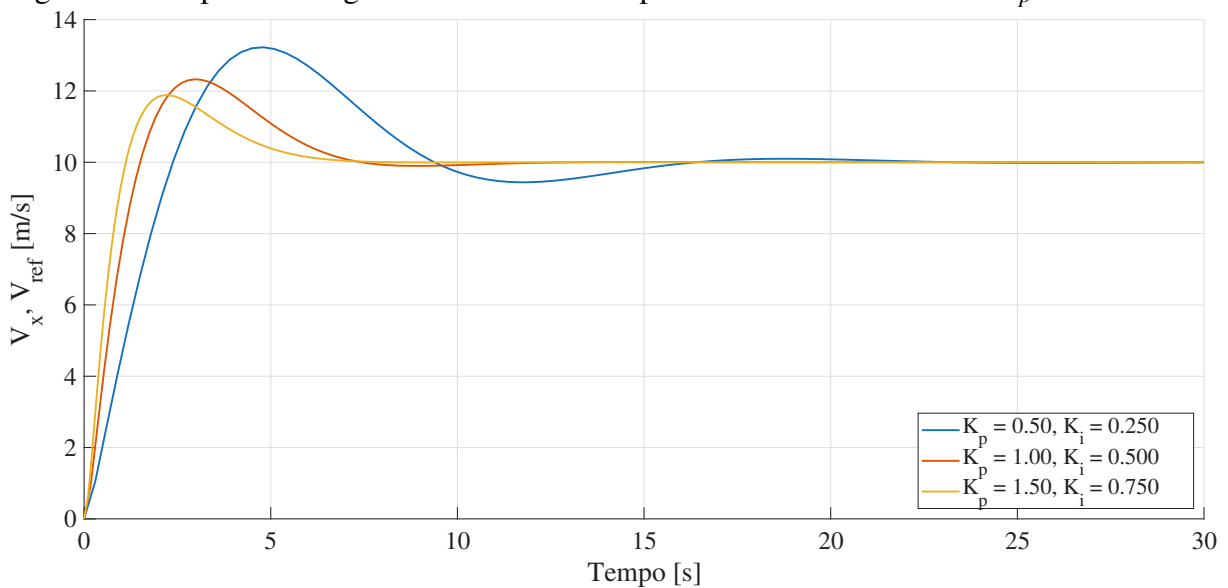
$$C = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (3.29)$$

No sistema em malha fechada,

$$\frac{v_x}{V_{ref}} = \frac{PC}{1 + PC} = \frac{K_p s + K_i}{\tau s^3 + s^2 + K_p s + K_i} \quad (3.30)$$

onde K_i é mantido em função de K_p com $\frac{K_p}{K_i}$ fixado em 2. A Figura 9 mostra os resultados para três valores diferentes de K_p : 0,5, 1 e 1,5.

Figura 9 – Resposta ao degrau do controlador PI para 3 valores diferentes de K_p .



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Podemos observar pelos resultados que $K_p = 1.5$ satisfaz os critérios do projeto.

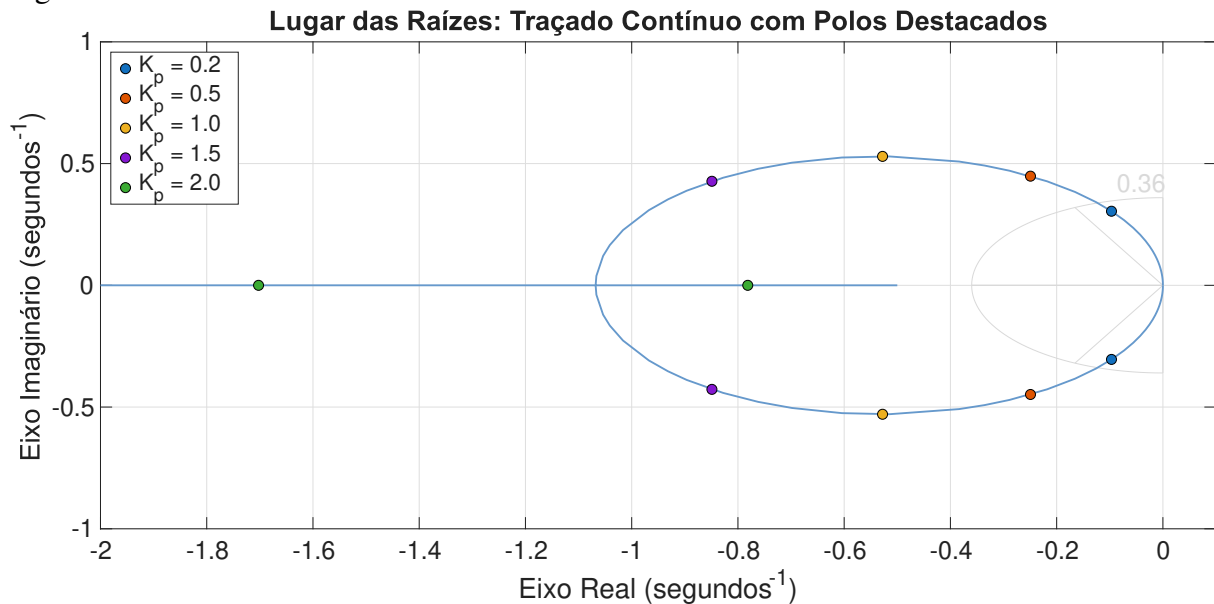
Em seguida, utilizou-se o método do lugar das raízes para encontrar o ganho K_p . Considerando o controlador PI como um caso especial do controle por atraso de fase, podemos reescrever a Equação 3.29 como (OGATA, 2011):

$$C = K_p \frac{s+z}{s} \quad (3.31)$$

onde z é o zero a ser adicionado. Neste caso, o valor de z é fixado em $\frac{1}{4}$.

O lugar das raízes do sistema em malha fechada é mostrado na Figura 10. Podemos observar pela Figura 10 que o sistema em malha fechada é estável para todos os valores não-nulos de K_p .

Figura 10 – Sistema em malha fechada com o controlador PI.



As duas linhas tracejadas indicam o fator de amortecimento desejado. O fator de amortecimento é maior que 0,46 entre essas linhas e menor que 0,46 fora delas. A semi-elipse descreve a localização da constante da frequência natural. Essa constante é maior que 0,36 quando fora da elipse e menor dentro dela. Observa-se que $K_p = 1,5$ e $K_p = 2$ satisfazem os requisitos do projeto. É importante salientar que esses valores de ganho são uma estimativa inicial, sendo a sintonia final realizada a partir de simulações com o CARLA.

4 RESULTADOS E CONFIGURAÇÃO CARLA

Neste capítulo, os resultados da avaliação entre as estratégias de controle acoplado e desacoplado são apresentados para diferentes cenários de simulação. Inicialmente, a Seção 4.1 é dedicada à configuração do ambiente de co-simulação entre MATLAB e CARLA. A Seção 4.2 apresenta os parâmetros de simulação. A Seção 4.3 mostra os resultados obtidos. As simulações são realizadas em dois cenários diferentes. No primeiro cenário, é feita a avaliação do método em um cenário de manobra com desvio de obstáculos. No segundo, os resultados são estendidos para um obstáculo dinâmico com velocidade longitudinal constante.

4.1 Co-Simulação entre os Softwares MATLAB e CARLA

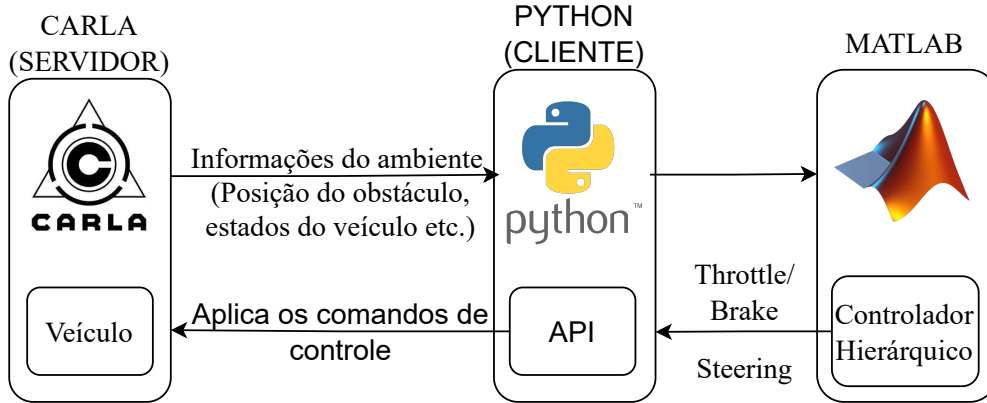
A comunicação entre MATLAB e CARLA funciona em um sistema cliente-servidor. O simulador CARLA opera do lado do servidor, gerenciando um ambiente virtual 3D, que inclui mapas urbanos, atores (o que inclui pedestres, objetos, outros veículos e sensores) e condições climáticas. A interação entre o simulador e o MATLAB é realizada através da API em Python fornecida pelo simulador. O servidor envia desde informações dos atores envolvidos na simulação (como posição, velocidade, aceleração, parâmetros dos veículos, informações sobre a física da simulação, etc), até dados brutos de sensores diretamente para a aplicação cliente. A API também permite o controle de certos aspectos da simulação, como adicionar e destruir atores, carregar determinados mapas, mudar as condições climáticas ou parâmetros de simulação, entre outros aspectos. Assim, o MATLAB envia comandos e processa os dados recebidos do simulador via protocolo TCP.

A comunicação é feita através da funcionalidade *python engine* do MATLAB, que permite chamar código em Python dentro do ambiente MATLAB. Para as simulações, são utilizadas as versões CARLA 0.9.15 e Python 3.9. A biblioteca fornecida pelo simulador permite passar aos veículos os comandos de *steering* (ângulo de direção), *throttle* (aceleração) e *brake* (frenagem).

O ângulo de direção é normalizado conforme o ângulo máximo que cada uma das rodas dianteiras pode assumir, que é de 70° (ou 1,22 rad, aproximadamente). Logo, o valor do comando de *steering* é dado por:

$$steering = \frac{\delta_f}{\delta_{f,max}} \quad (4.1)$$

Figura 11 – Configuração do ambiente de co-simulação entre MATLAB e CARLA.



Fonte: elaborada pelo próprio autor (2025)

onde $\delta_{f,max}$ é o ângulo máximo de direção da roda externa frontal do veículo (a roda frontal para o lado no qual o veículo está realizando manobra).

O comando de *throttle* é normalizado entre 0 e 1, sendo proporcional ao valor máximo de torque transmitido às rodas do veículo. Se o valor do *throttle* é 1, por exemplo, significa que 100% do torque é passado ao motor. O valor do torque depende do veículo, do tipo de motor (se a combustão, elétrico ou híbrido) e do sistema de transmissão, sendo adotado nesta pesquisa, um modelo de veículo elétrico.

Para a conversão da aceleração desejada em comandos de *throttle* e *brake*, assumimos a seguinte relação linear:

$$throttle = \begin{cases} \max\left(\frac{\ddot{x}_{des}}{\ddot{x}_{max}}, 1\right) & \text{se } \ddot{x}_{des} > 0 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.2)$$

onde $\ddot{x}_{des}$ é a aceleração longitudinal desejada do veículo e $\ddot{x}_{max}$ a aceleração longitudinal máxima do veículo, obtida a partir de dados coletados em simulações. Analogamente, temos para o comando *brake*:

$$brake = \begin{cases} \max\left(\frac{\ddot{x}_{des}}{\ddot{x}_{min}}, 1\right) & \text{se } \ddot{x}_{des} < 0 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.3)$$

4.2 Parâmetros de Simulação

A simulação é executado com um passo de tempo $T = 0,01s$. Os parâmetros ajustados para o MPC para planejamento de trajetória são observados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros do MPC para planejamento de trajetória

Variáveis	Valores
Horizonte de predição	$N = 20$
Horizonte de controle	$M = 5$
Tempo de amostragem	$T = 0,1 \text{ s}$
Pesos das saídas de controle	$\eta = [1 \ 1 \ 1]^T$
Pesos das entradas de controle	$\rho = [20 \ 20]^T$
Restrições nas entradas de controle	$\underline{a}_{p,x} = -15m/s^2, \underline{a}_{p,y} = -1m/s^2$ $\bar{a}_{p,x} = 15m/s^2, \bar{a}_{p,y} = 1m/s^2$
Comprimento do obstáculo	$L = 4,5m$
Largura do obstáculo	$W = 2,1m$

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

O controlador de trajetória é executado em uma frequência mais alta, com um tempo de amostragem de $T = 0,02s$. Para um controle menos agressivo, que gere movimentos mais suaves do veículo, um horizonte de predição relativamente grande ($N = 20$) e um horizonte de controle relativamente pequeno ($M = 5$) são usados, conforme visto na Tabela 1. Esses parâmetros são adotados tanto para o controle desacoplado como para o acoplado, e têm como base os valores utilizados por Viana *et al.* (2021). Para resolver o problema de otimização embutido no algoritmo MPC, utiliza-se a função *quadprog* disponível no MATLAB, com o método *Interior-Point*. Os parâmetros do veículo são vistos na Tabela 3 e os do controlador PI são apresentados na Tabela 4.

Tabela 2 – Parâmetros de controle para os cenários Desacoplado e Acoplado

Variáveis	MPC Desacoplado	MPC Acoplado
Horizonte de predição		$N = 20$
Horizonte de controle		$M = 5$
Tempo de amostragem		$T = 0,02 \text{ s}$
Pesos das saídas (η)	$[1]^T$	$[1 \ 1 \ 1]^T$
Pesos das entradas (ρ)	$[20]^T$	$[20]^T$
Restrições nas entradas	$\underline{\delta}_f = -5^\circ$ $\bar{\delta}_f = 5^\circ$	$\underline{F}_{r,x} = -9225 \text{ N}, \underline{\delta}_f = -5^\circ$ $\bar{F}_{r,x} = 9225 \text{ N}, \bar{\delta}_f = 5^\circ$

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Tabela 3 – Parâmetros do Veículo

Variáveis	Valores
Massa, m	1845 kg
Momento de Inércia, Θ	2747 kg m ²
Distância do eixo dianteiro ao CG, l_f	1,168 m
Distância do eixo traseiro ao CG, l_r	1,836 m
Rigidez em curva, $C_{a,f}, C_{a,r}$	70375 N/rad

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Tabela 4 – Parâmetros do controlador PI para o controle longitudinal

Variáveis	Valores
Ganho proporcional K_p	1,5
Ganho integral K_i	0,75

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

4.3 Resultados de Simulação

Nesta seção, comparamos os resultados da arquitetura de controle desacoplada, na qual os módulos lateral e longitudinal são tratados separadamente, com os da arquitetura acoplada, em que as ações de controle são otimizadas de forma conjunta. Os vídeos para cada cenário de simulação, estão disponibilizados no *YouTube* nos seguintes links:

- Cenário 1: <https://youtu.be/JLcHmK1whEc>
- Cenário 2: <https://youtu.be/d2spY7oXgC0?si=Gh-ONC5d0ddFIL4Z>

4.3.1 Cenário 1: Desvio de Obstáculo Estático

Aqui, investigamos o desempenho dos controladores de trajetória em diferentes perfis de velocidade longitudinal num cenário com desvio de obstáculo, comparando-os com respeito aos erros de desvio lateral e de velocidade longitudinal pela métrica RMSE. A abordagem desacoplada trata as dinâmicas lateral e longitudinal separadamente, enquanto a acoplada considera a interação entre essas dinâmicas. As trajetórias e as velocidades de referência foram geradas pelo planejador desenvolvido na Seção 3.3.4. Um obstáculo retangular é colocado no trajeto e centrado em $O = [80 \quad 4]^T m$. As simulações são realizadas para os perfis de velocidade $v_x = [10 \ 15 \ 20]^T m/s$. A escolha desses perfis de velocidade justifica-se pela necessidade de estudar o comportamento dos controladores desenvolvidos em cenários de alta velocidade, em que manobras de ultrapassagens são mais comuns. A Figura 12 mostra a manobra realizada pelo veículo no simulador CARLA.

Figura 12 – Manobra realizada pelo veículo para o desvio de obstáculo no simulador CARLA.



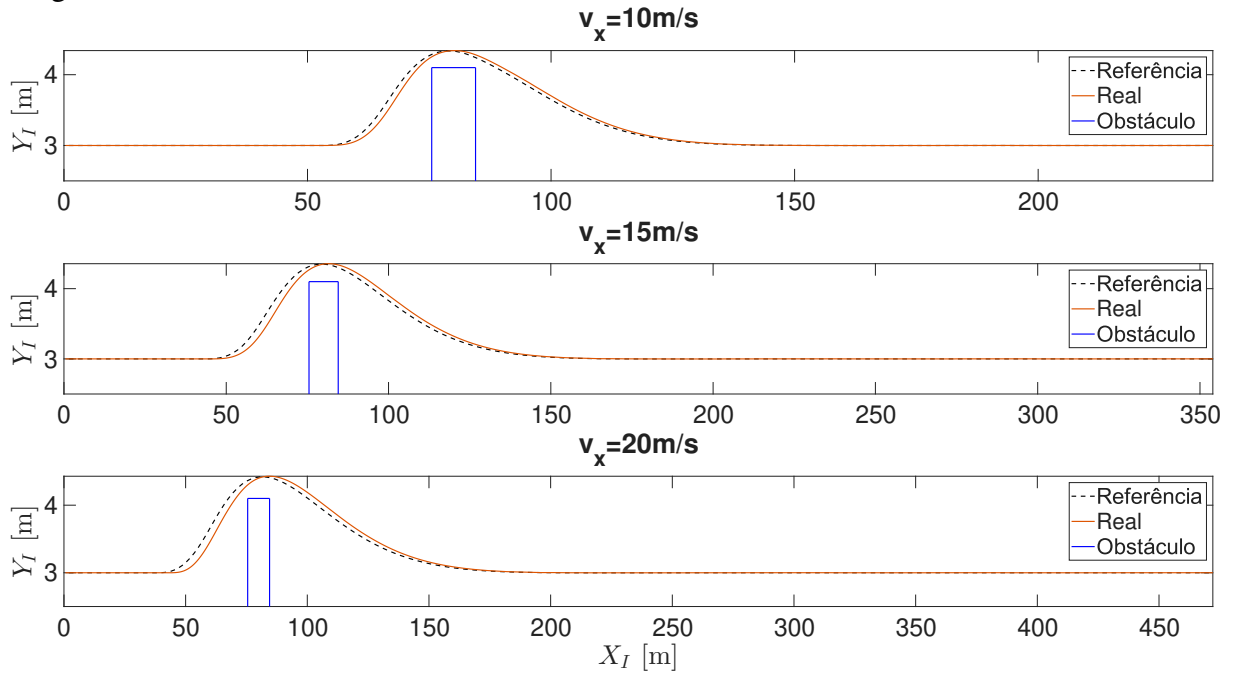
Fonte: elaborada pelo autor (2025).

A utilização de diferentes perfis de velocidade longitudinal permite estudar o comportamento do controlador em diferentes situações. Podemos interpretar o perfil de menor velocidade como aquele que o veículo trafega em ambientes urbanos. Neste caso, o esperado é que o veículo não exceda 40km/h . O segundo perfil de velocidade pode ser associado a cenários comumente encontrados em vias arteriais ou de trânsito rápido. O perfil de maior velocidade permite estudar o comportamento em vias interurbanas, onde a velocidade frequentemente ultrapassa os 70km/h .

A trajetória do veículo para cada perfil de velocidade longitudinal é observada na Figura 13, para o controlador desacoplado, e na Figura 14 para a estratégia acoplada. No momento em que o obstáculo é detectado, o veículo procede à mudança de faixa e, subsequentemente, retorna à faixa original. Pode-se observar como o veículo reage à presença do obstáculo e consegue seguir a trajetória de referência para ambos os controladores. No entanto, nota-se uma maior precisão para $v_x = 10\text{m/s}^2$. Isso ocorre, pois a desaceleração máxima do veículo é insuficiente para seguir o perfil de velocidade planejado.

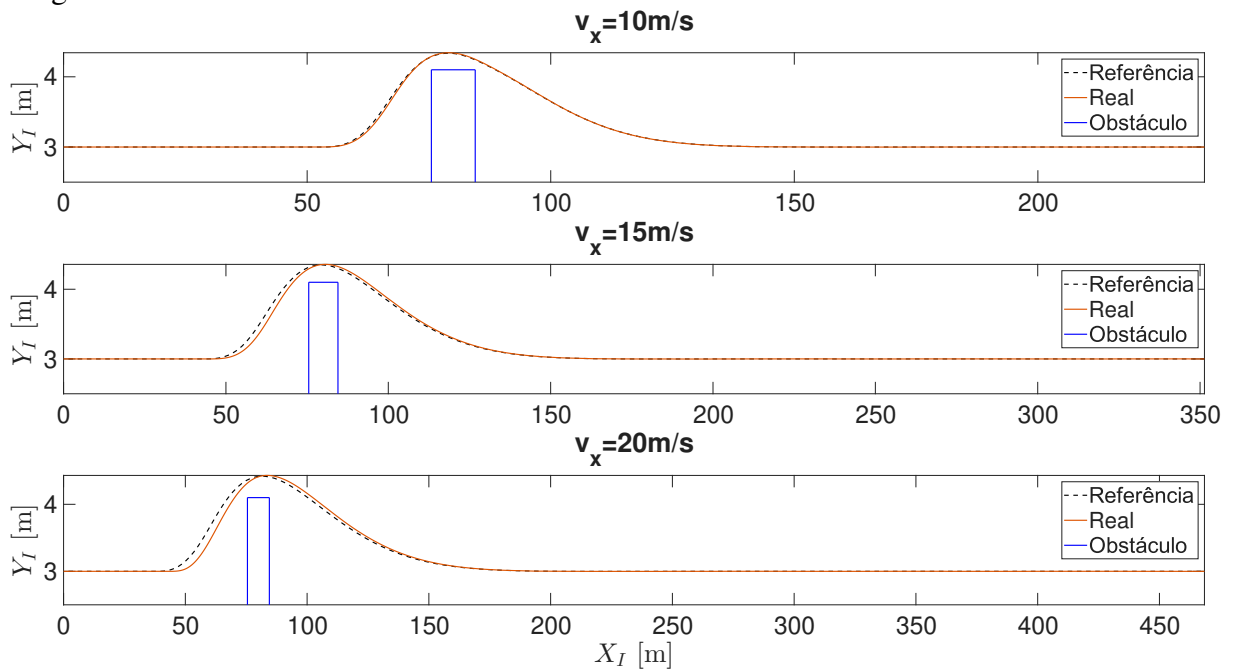
As Figuras 15 e 16 apresentam as respostas dos controladores para a velocidade

Figura 13 – Trajetória do veículo usando controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 14 – Trajetória do veículo usando controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.

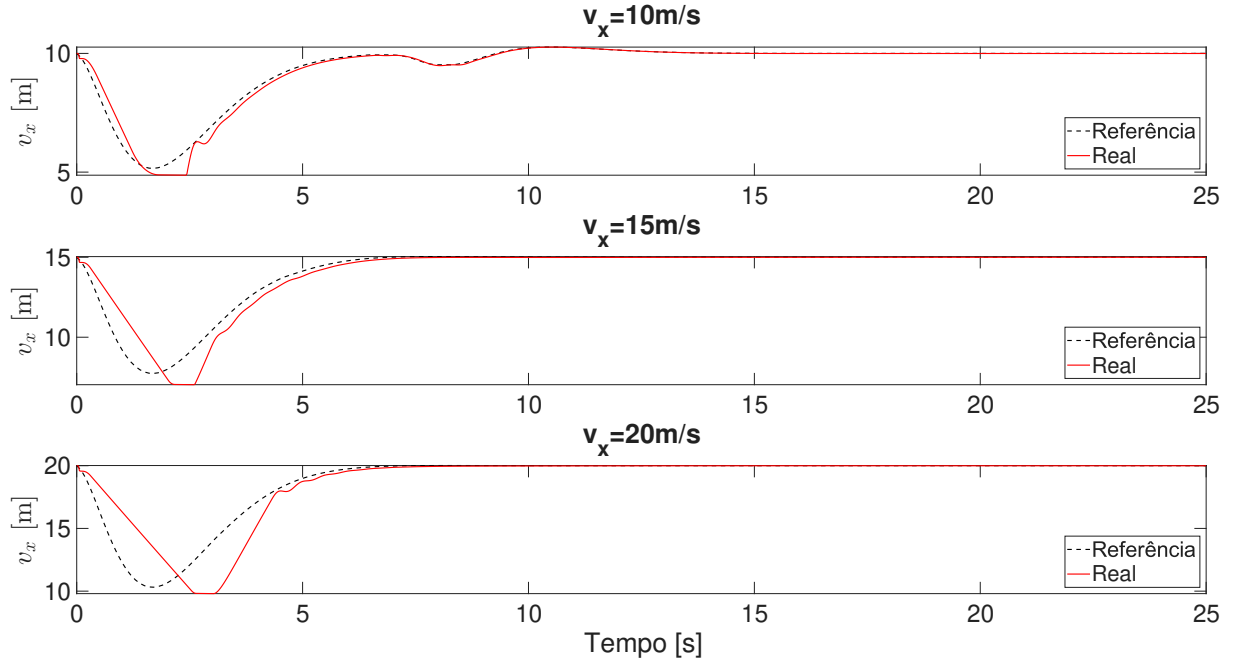


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

longitudinal. Observa-se da mesma maneira que o veículo reduz a velocidade à medida que se aproxima do obstáculo, e a aumenta após ultrapassá-lo, retornando então à velocidade de referência. Novamente, nota-se uma maior precisão para o perfil de velocidade mais baixo.

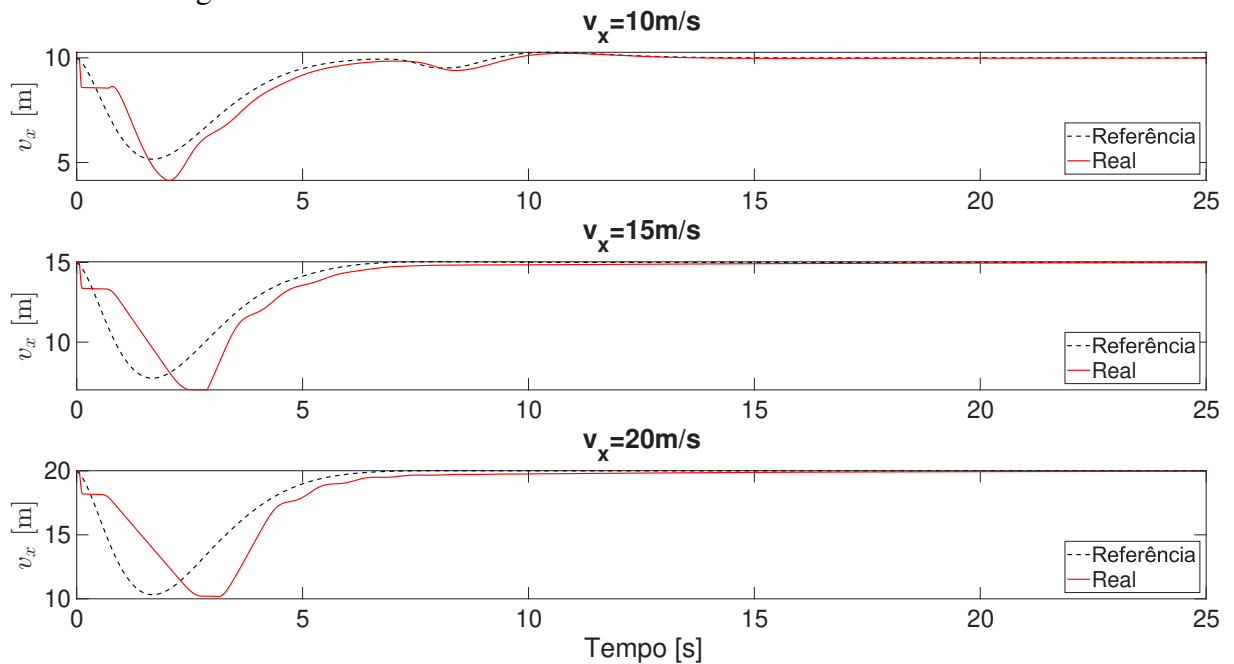
Nas Figuras 17 e 18, observa-se o comportamento de ψ , v_y e ω . Em relação à

Figura 15 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 16 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência.

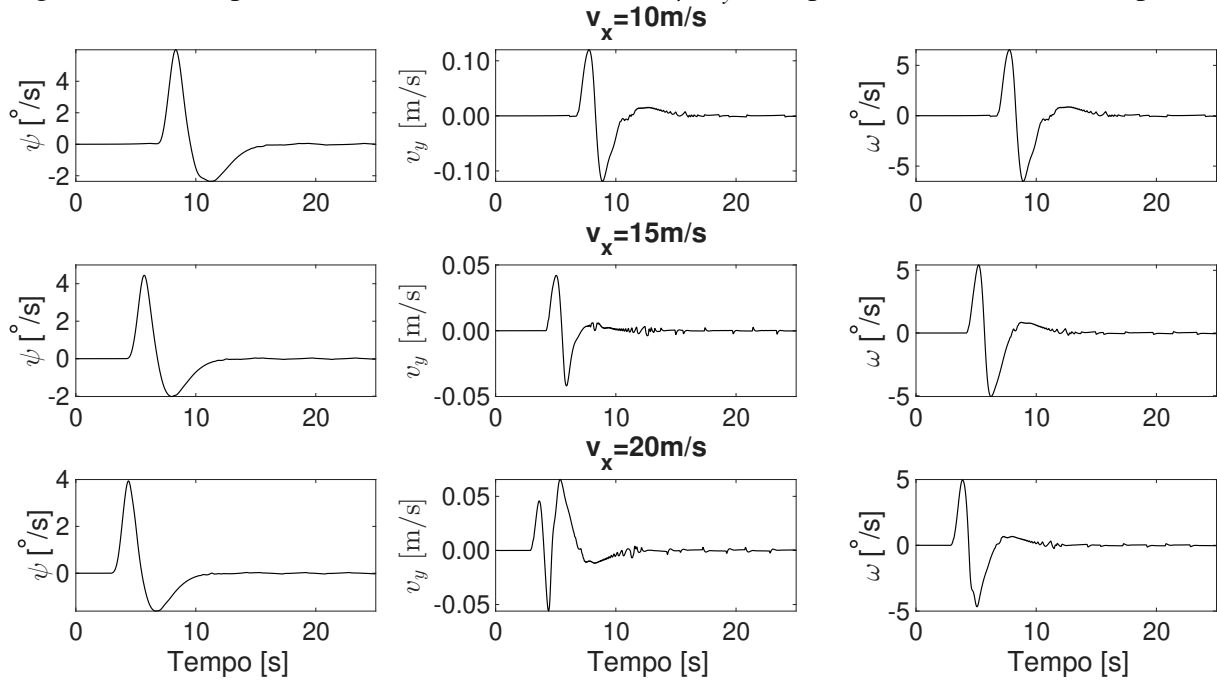


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

velocidade de guinada (taxa de variação do ângulo de guinada), nota-se que ela varia no momento da manobra de desvio de obstáculo. O mesmo comportamento é observado para a velocidade lateral v_y e o ângulo de guinada ψ . O comportamento dos dois controladores para os três perfis de velocidade longitudinal é similar. No entanto, nota-se uma variação menor nesses sinais com

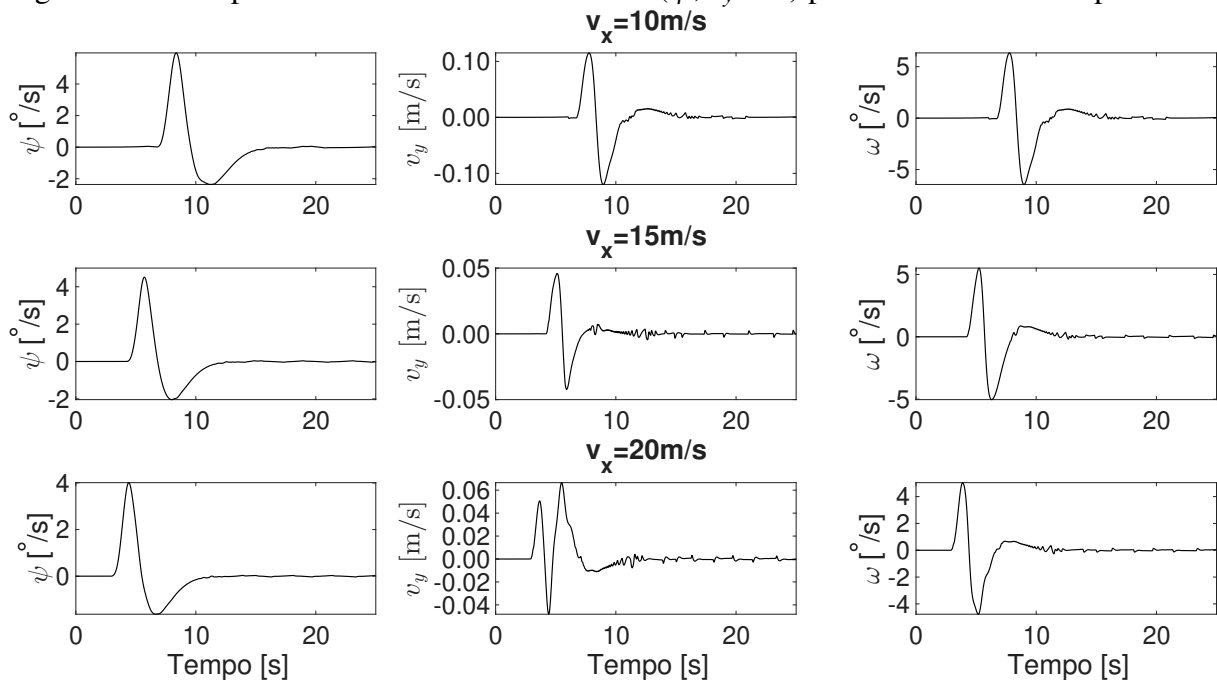
o aumento da velocidade longitudinal. Esse comportamento é esperado, uma vez que a variação na posição lateral depende, além da velocidade lateral e do ângulo de guinada, da velocidade longitudinal. Logo, para valores maiores de v_x , são necessários valores menores de ψ e v_y para a mesma variação na posição lateral comparado a perfis de velocidade longitudinais menores.

Figura 17 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador desacoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

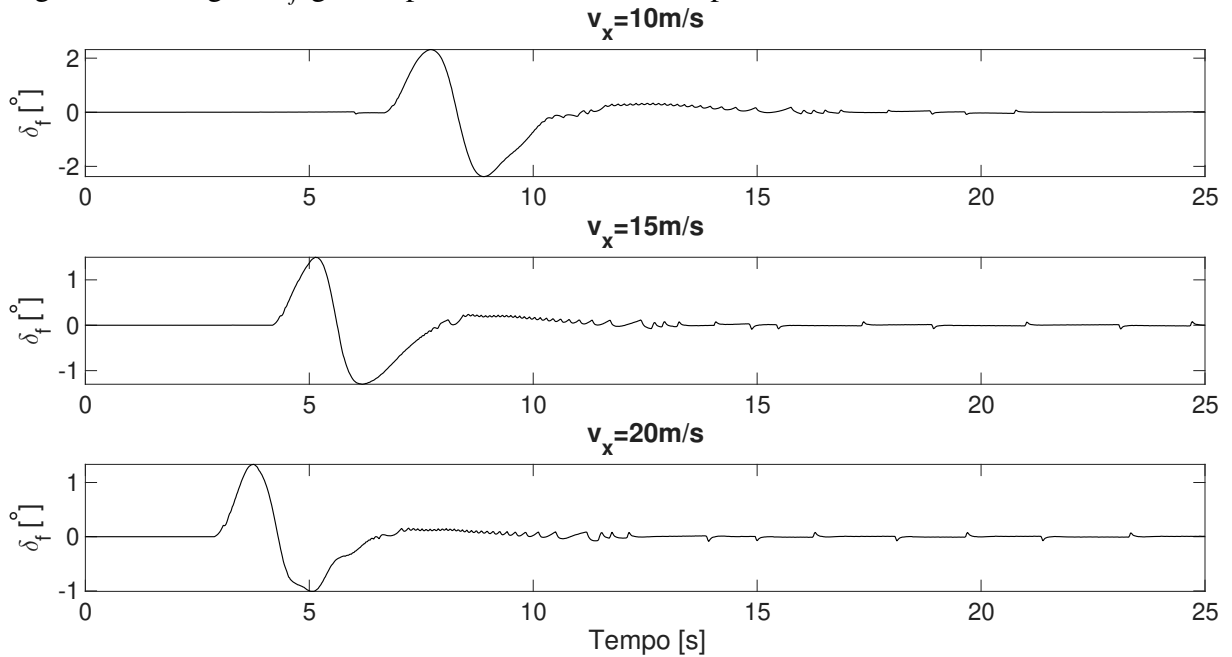
Figura 18 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador acoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

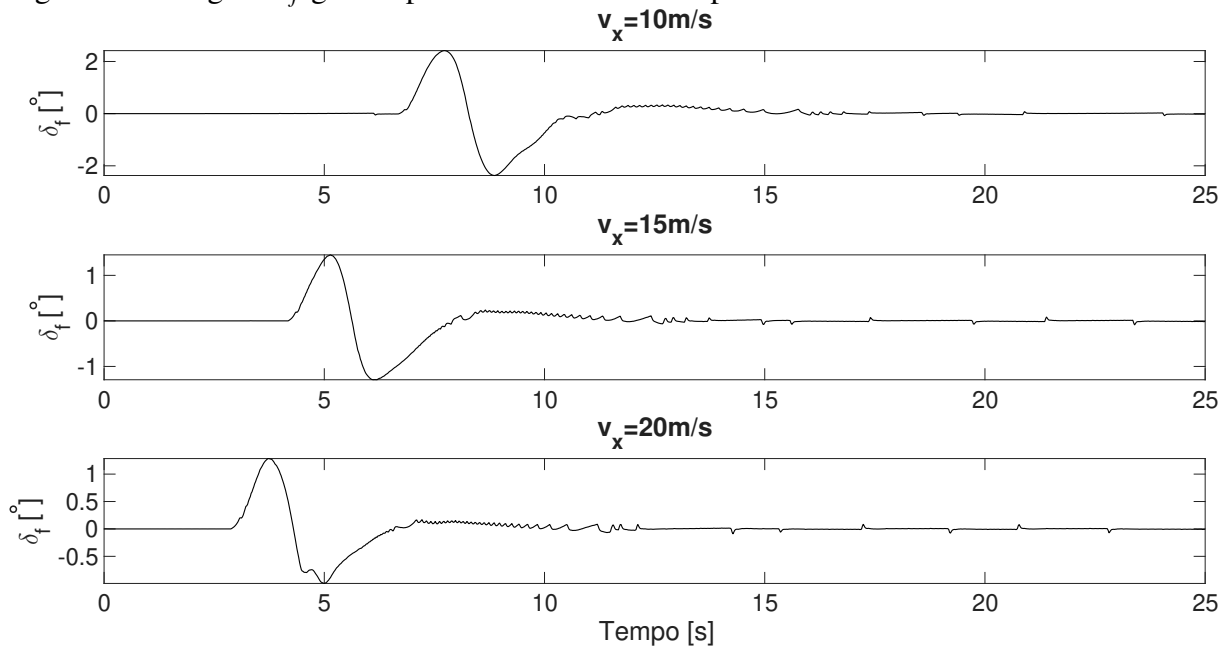
As Figuras 19 e 20 mostram o ângulo de direção gerado pelos controladores desacoplado e acoplado, o qual estão diretamente relacionados aos comandos de *steering* enviados ao CARLA. O *steering* apresenta um comportamento similar à velocidade angular de guinada, variando apenas no momento da manobra para o desvio de obstáculo.

Figura 19 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador desacoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 20 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador desacoplado.

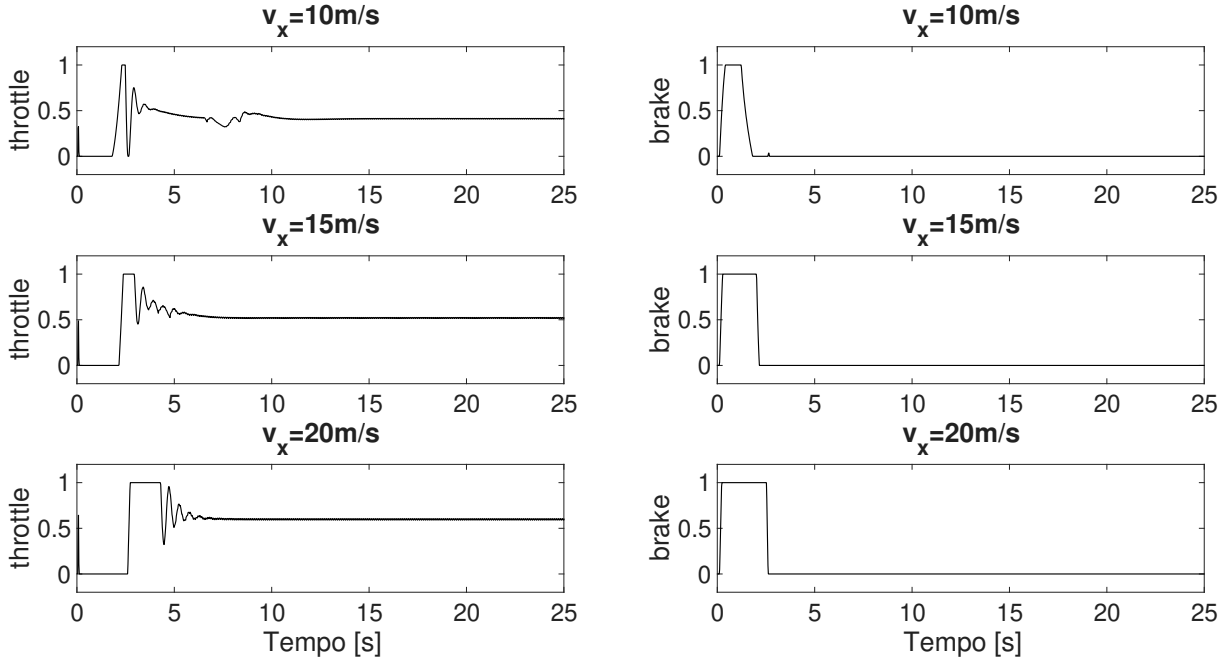


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

As Figuras 21 e 22 mostram os comandos de *throttle*, *brake* enviados ao veículo.

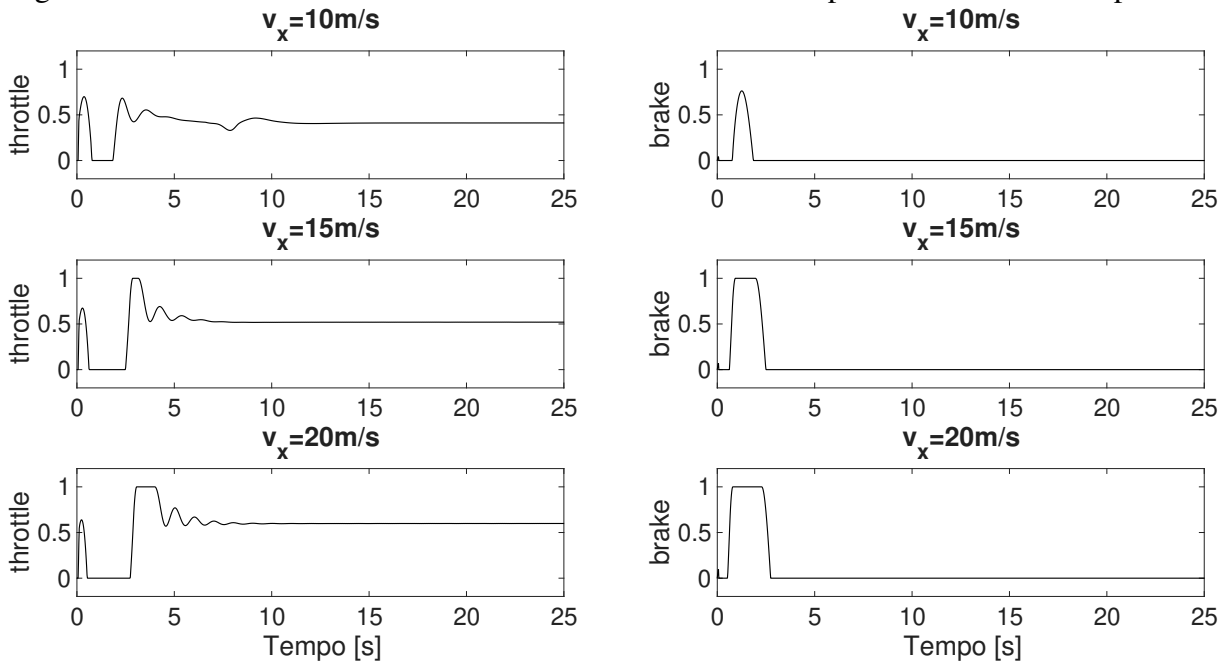
Quando o valor da aceleração longitudinal é positivo, um sinal de *throttle* é enviado, enquanto o sinal de *brake* é mantido nulo. Quando o sinal da aceleração longitudinal gerado pelo MPC da camada inferior é negativo, o comando de *brake* é positivo, e o de *throttle* nulo.

Figura 21 – Comandos de *throttle* e *brake* enviados ao CARLA para o controlador desacoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 22 – Comandos de *throttle* e *brake* enviados ao CARLA para o controlador acoplado.

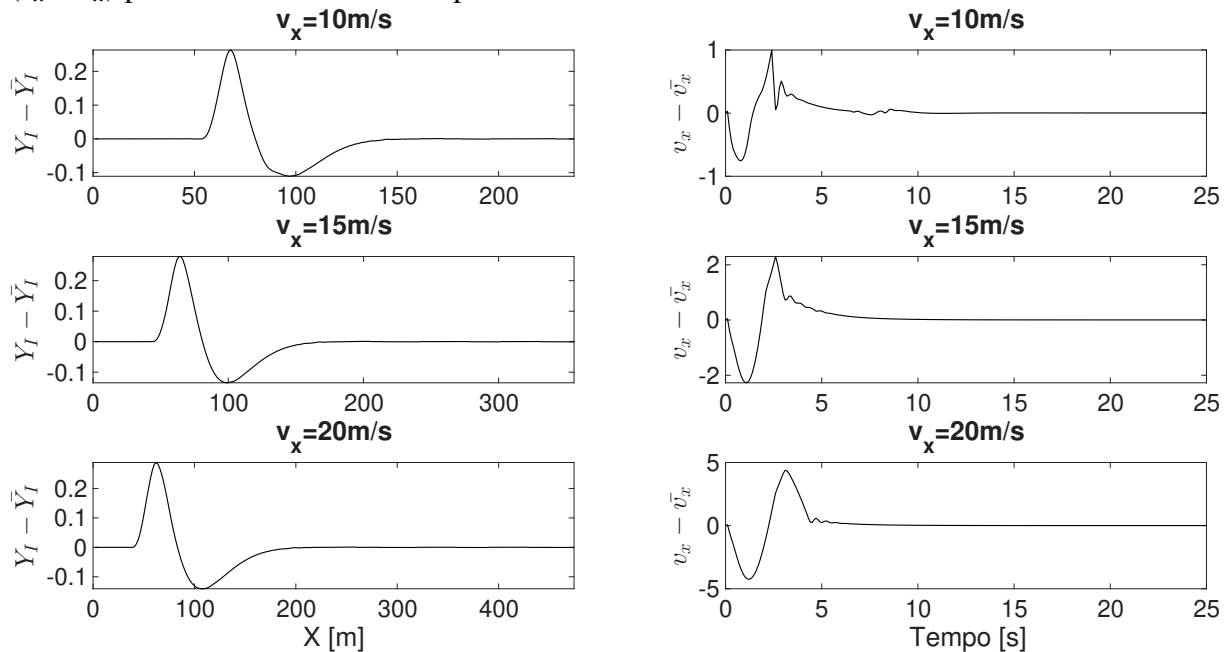


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

No início da manobra, o sinal de *brake* é mais alto, mantendo-se nulo à medida que o

veículo acelera. O valor do *throttle*, por sua vez, é nulo no início da manobra, aproximando-se de 1 quando o veículo começa a acelerar, estabilizando-se posteriormente em um valor intermediário ao atingir a velocidade longitudinal de referência. Os comandos de controle são muito similares para os controladores desacoplado e acoplado nos dois primeiros perfis de velocidade longitudinal para ambos controladores. No caso do último perfil de velocidade longitudinal, notamos uma maior variação no comando *throttle*. Nas Figuras 23 e 24, estão ilustrados os gráficos dos erros na posição lateral e velocidade longitudinal. Através desses gráficos, é possível obter uma melhor perspectiva dos resultados para cada perfil de velocidade. É notório que os erros na posição lateral são maiores durante a manobra de desvio de obstáculo.

Figura 23 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_I - \bar{Y}_I$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador desacoplado.

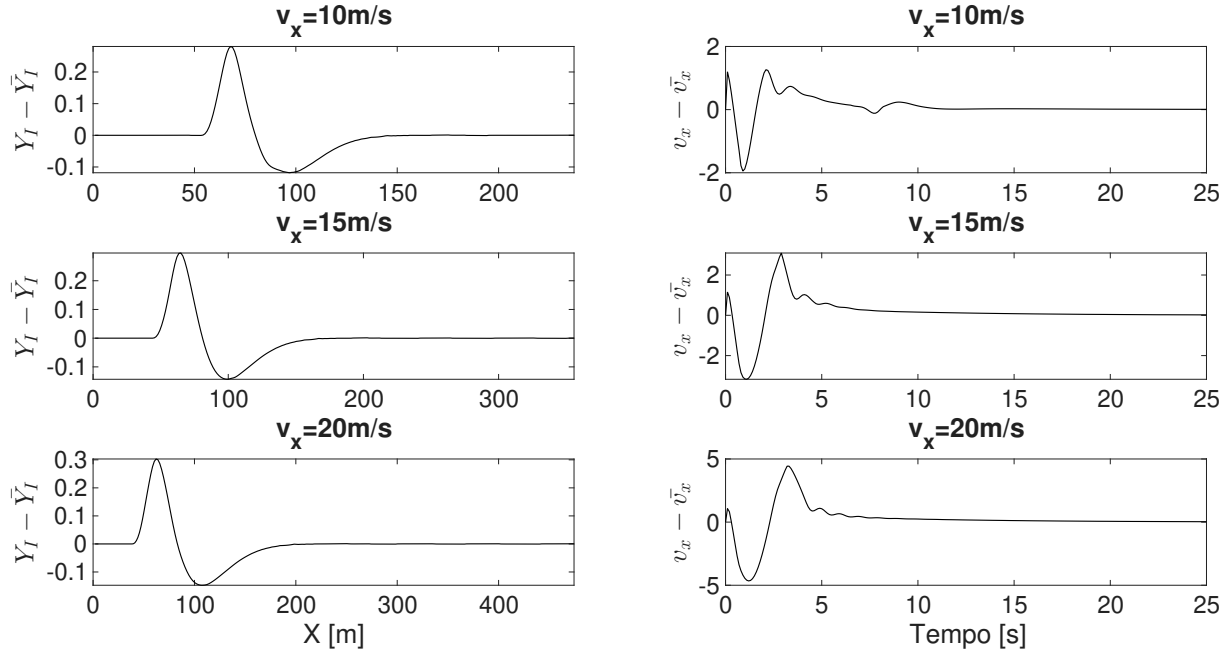


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

É apresentado na Tabela 5 a raiz do erro quadrático médio (*Root Mean Square Error*, RMSE) também pode ser observada, assim como o erro máximo para cada perfil de velocidade. Observa-se que o erro na posição lateral aumenta com a velocidade longitudinal de referência.

Com relação ao erro de posição lateral, o controlador acoplado apresenta um melhor resultado para os dois perfis de maior velocidade longitudinal, tanto em relação ao RMSE como para o erro máximo. No entanto, o controlador desacoplado apresenta um erro de velocidade longitudinal inferior em todos os casos. Isso sugere que, para a dinâmica acoplada, o MPC encontra uma solução com melhor equilíbrio entre objetivos conflitantes. Em situações com curvas acentuadas, onde as dinâmicas longitudinal e lateral se influenciam fortemente, o controlador

Figura 24 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_I - \bar{Y}_I$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador acoplado.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Tabela 5 – Comparação de erros de desvio lateral de velocidade longitudinal entre o controlador desacoplado e acoplado.

Perfil (v_x)	Erro Lateral (m)		Erro Vel. Longit. (m/s)	
	RMSE	Máx	RMSE	Máx
Controlador Desacoplado				
10 m/s	0,065873	0,28041	0,18809	0,9997
15 m/s	0,070468	0,30329	0,56642	2,299
20 m/s	0,07426	0,31559	1,2188	4,3907
Controlador Acoplado				
10 m/s	0.066082	0.28054	0,39637	1,9464
15 m/s	0,06873	0,29663	0,82513	3,1758
20 m/s	0,070913	0,30306	1,3234	4,6583

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

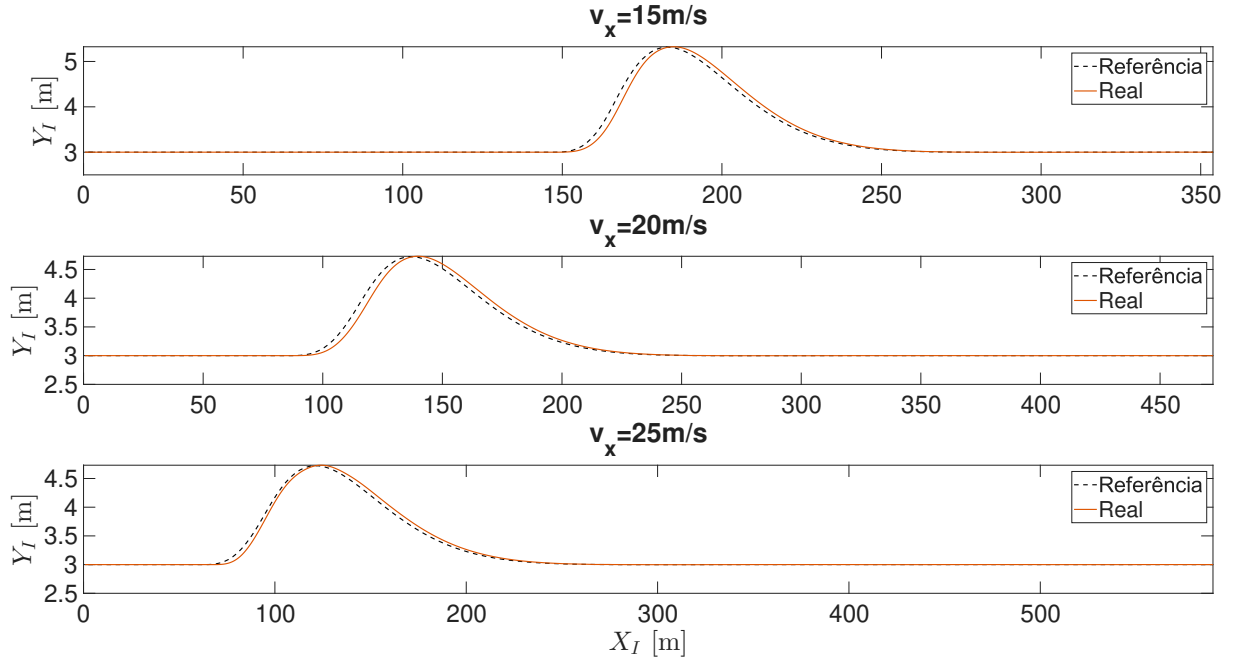
acoplado prioriza a estabilidade lateral. Isso indica que, para velocidades longitudinais elevadas ou cenários com curvas acentuadas, a estratégia desacoplada talvez degrade em desempenho, sendo mais adequada para cenários de baixa e média velocidade longitudinal.

4.3.2 Cenário 2: Desvio de Obstáculo Dinâmico

Neste cenário, os resultados são estendidos para simulações com desvio de obstáculo dinâmico. Considera-se nesse caso um obstáculo retangular com velocidade longitudinal cons-

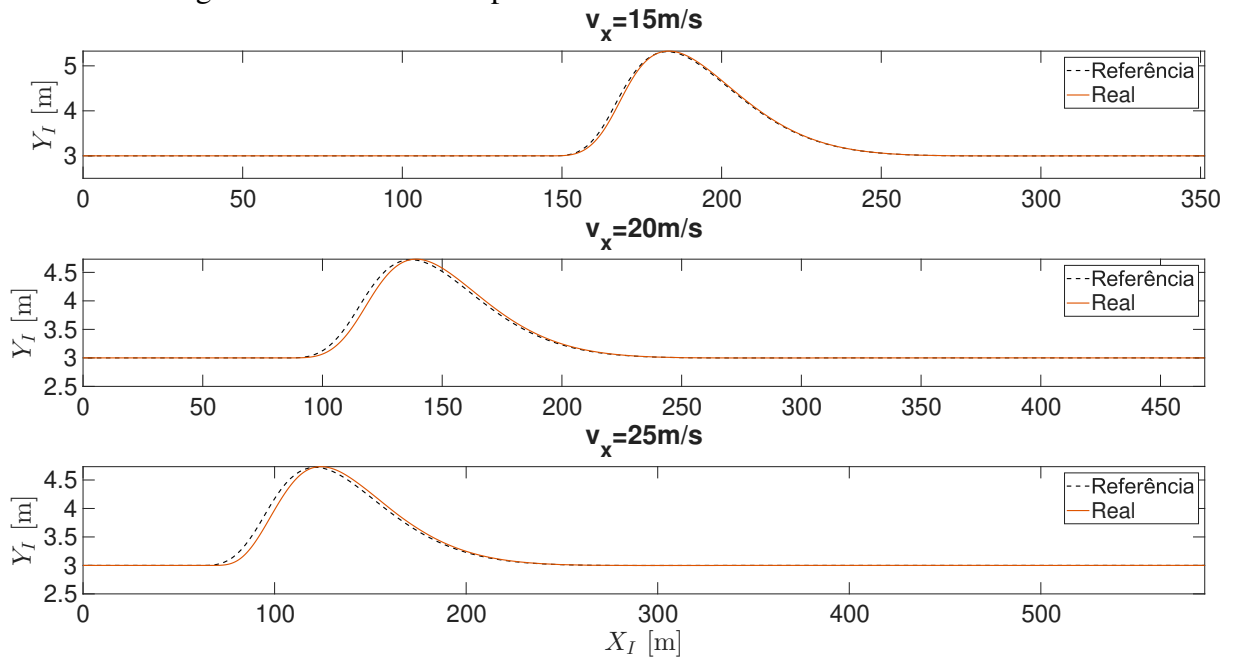
tante de 10m/s com posição inicial centrada em $O = [40\ 2]^T\text{m}$. Os resultados são gerados para três perfis de velocidade de $v_x = [15\ 20\ 25]\text{m/s}$, valores comumente encontrados em rodovias. As trajetórias do veículo para cada caso estão ilustradas nas Figuras 25 e 26.

Figura 25 – Trajetória do veículo usando o controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

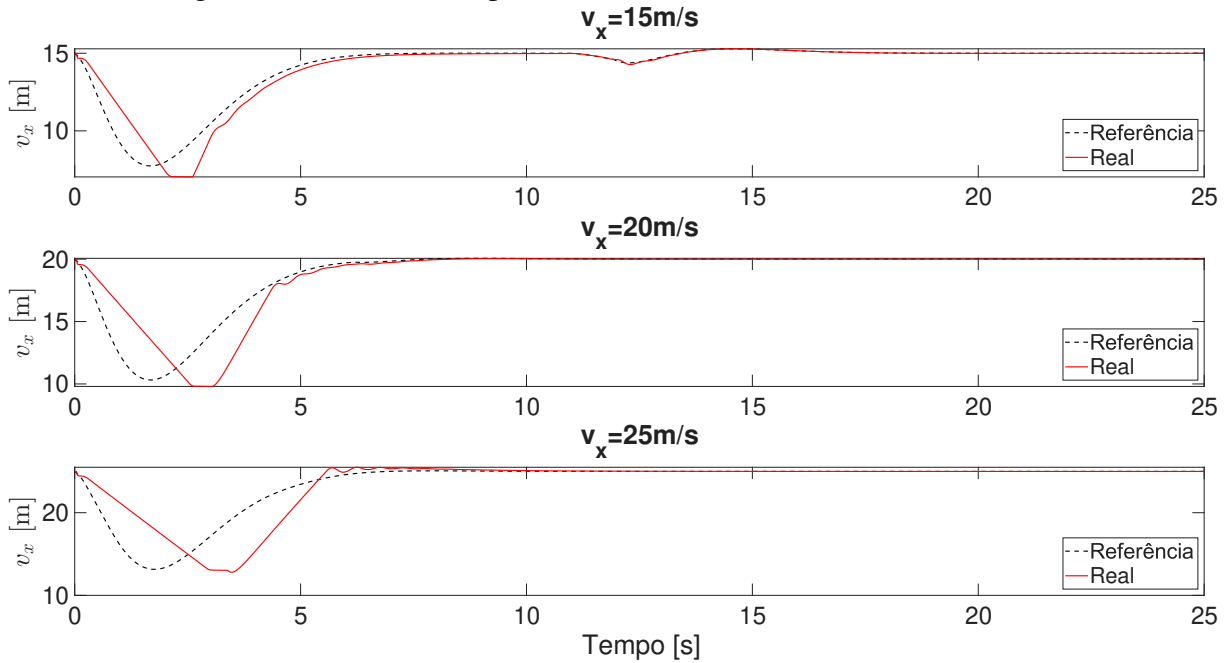
Figura 26 – Trajetória do veículo usando o do controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

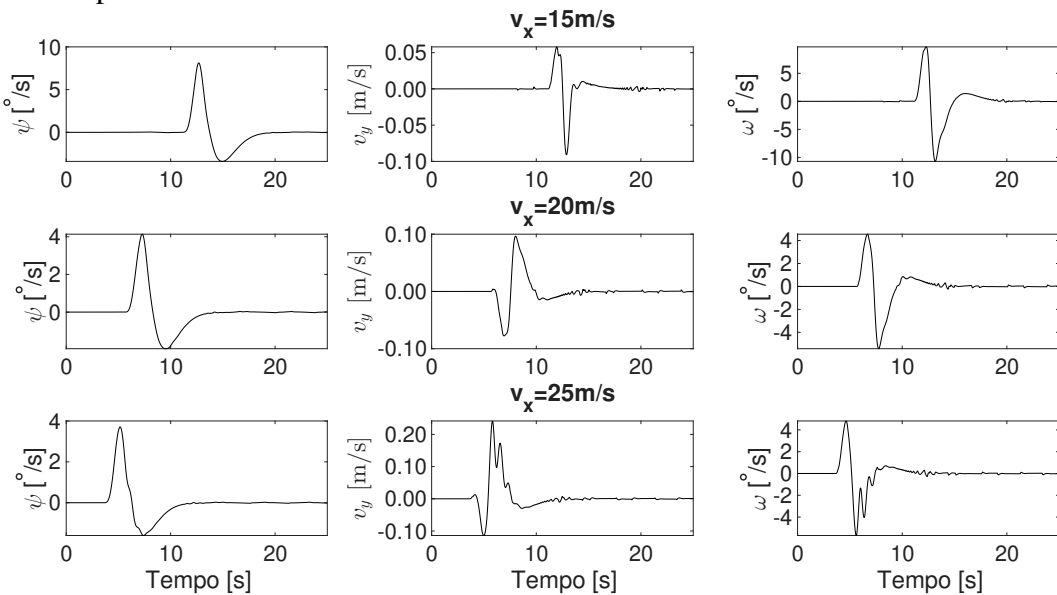
As respostas dos controladores desacoplado e acoplado relativas à velocidade longitudinal podem ser vistas nas Figuras 27 e 28. O comportamento do ângulo de guinada, velocidade lateral e velocidade angular de guinada são apresentados nas Figuras 29 e 30, e o ângulo de direção para o controle desacoplado nas Figuras 31, e na 32.

Figura 27 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador desacoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.



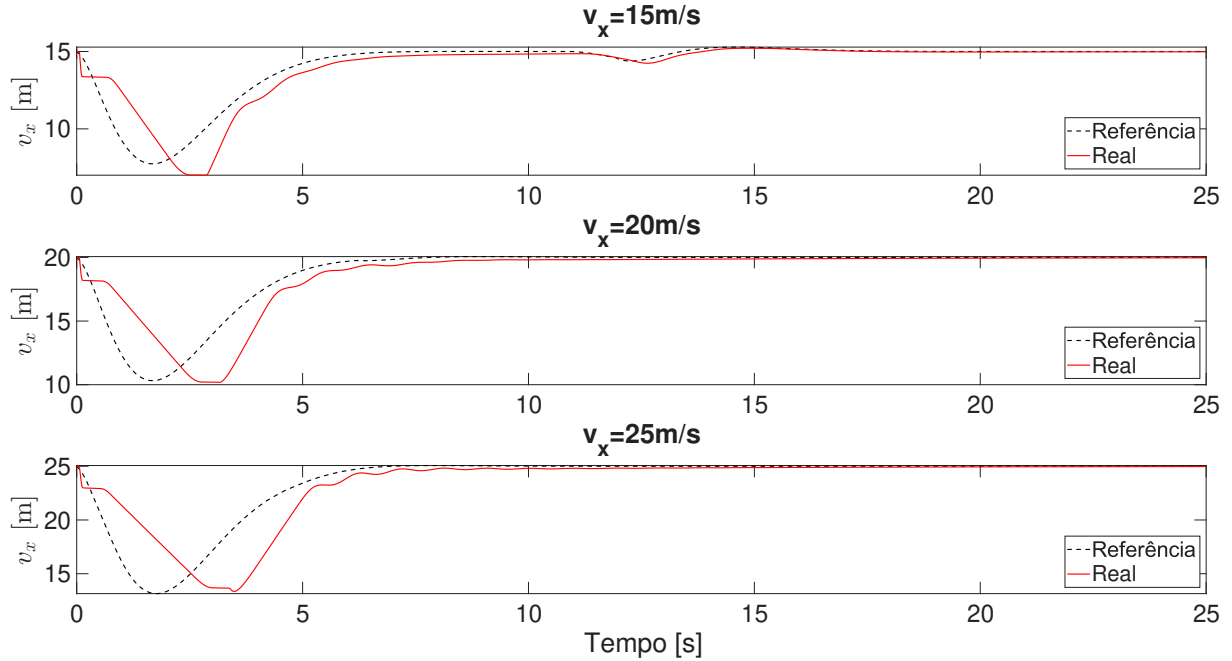
Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 29 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador desacoplado no cenário com obstáculo dinâmico.



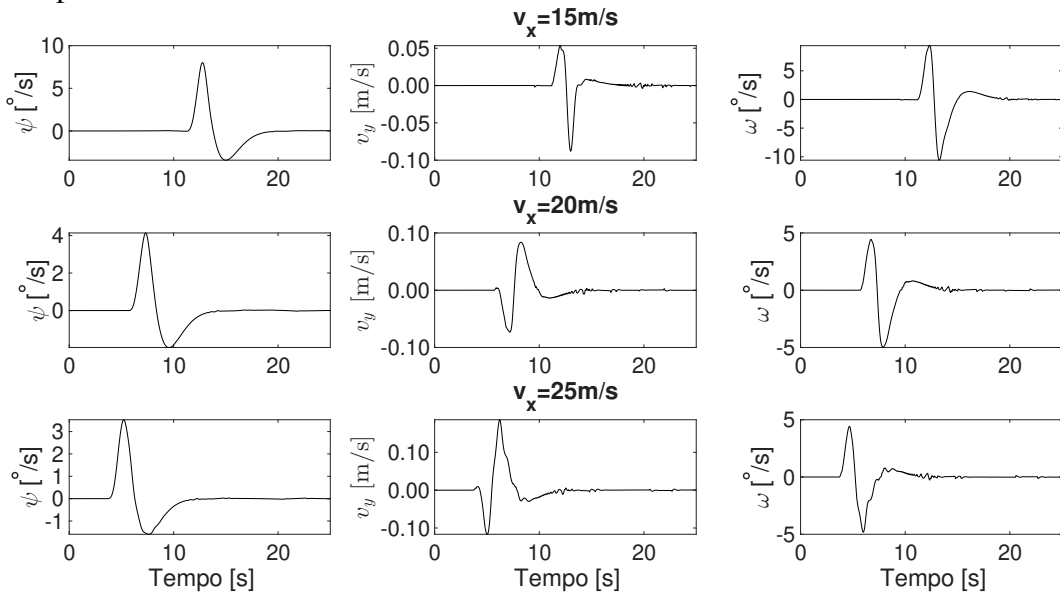
Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 28 – Resposta de velocidade longitudinal do controlador acoplado para cada perfil de velocidade longitudinal de referência para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

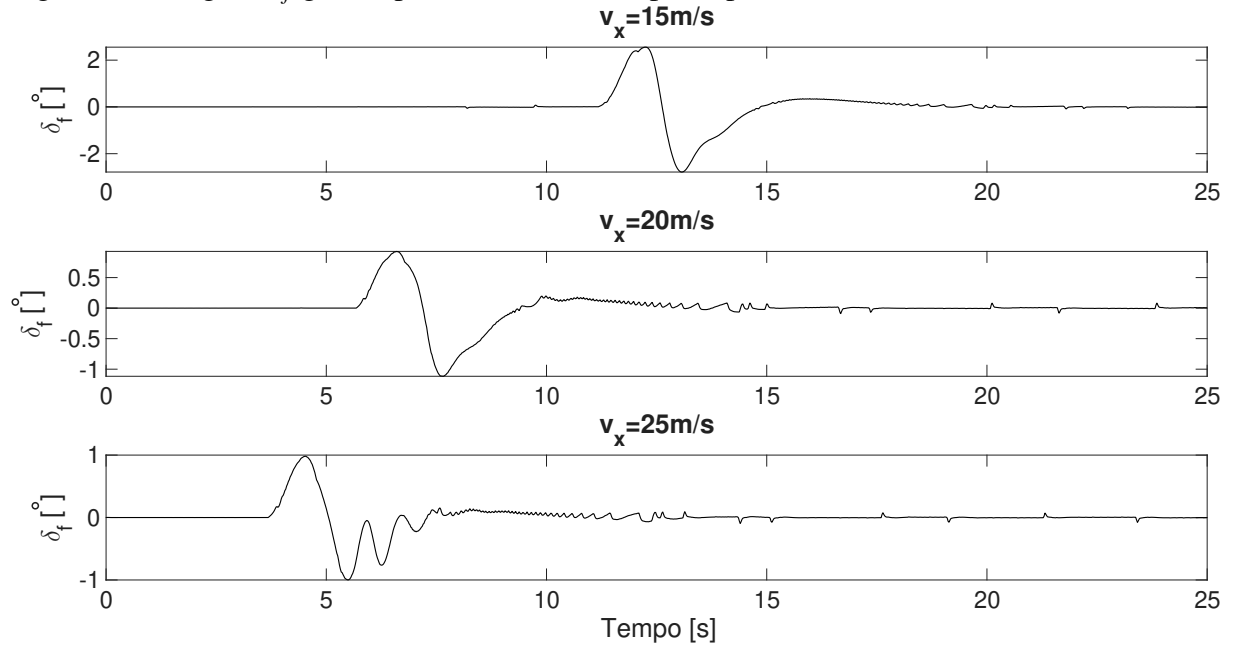
Figura 30 – Comportamento dos estados restantes (ψ , v_y e ω) para o controlador acoplado no cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

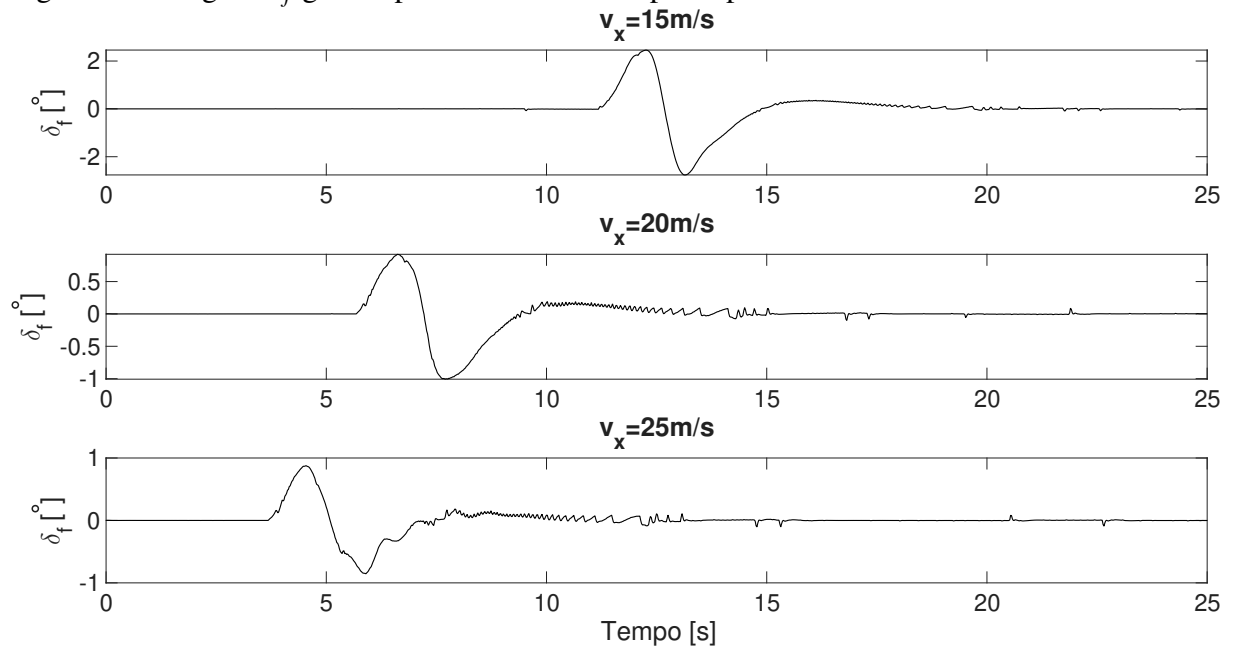
O veículo é capaz de desviar o obstáculo dinâmico analogamente ao cenário anterior, inicialmente desacelerando, mudando de faixa, e acelerando novamente para realizar a manobra de ultrapassagem. Neste cenário, a velocidade de referência, gerada pelo planejador de trajetória, apresenta uma variação maior no momento da manobra de desvio de obstáculo. Os dois controladores, desacoplado e acoplado, apresentam uma resposta similar.

Figura 31 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 32 – Ângulo δ_f gerado pelo controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.

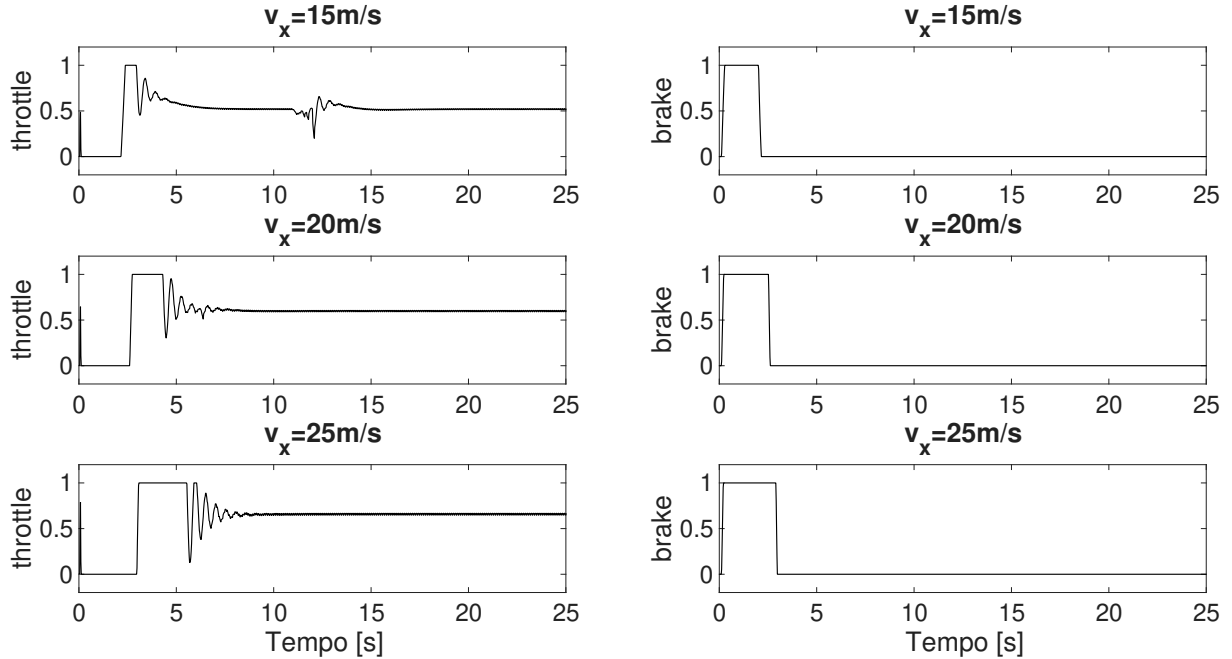


Fonte: elaborado pelo autor (2025).

O comportamento de δ_f é coerente com os dos estados restantes, que descrevem a dinâmica látero-direcional do veículo. Entretanto, uma maior oscilação é observada, dada a maior duração da manobra. Nas Figuras 33 e 34 estão ilustrados os comandos de controle enviados ao CARLA, e os erros laterais são observados nas Figuras 35 e 36.

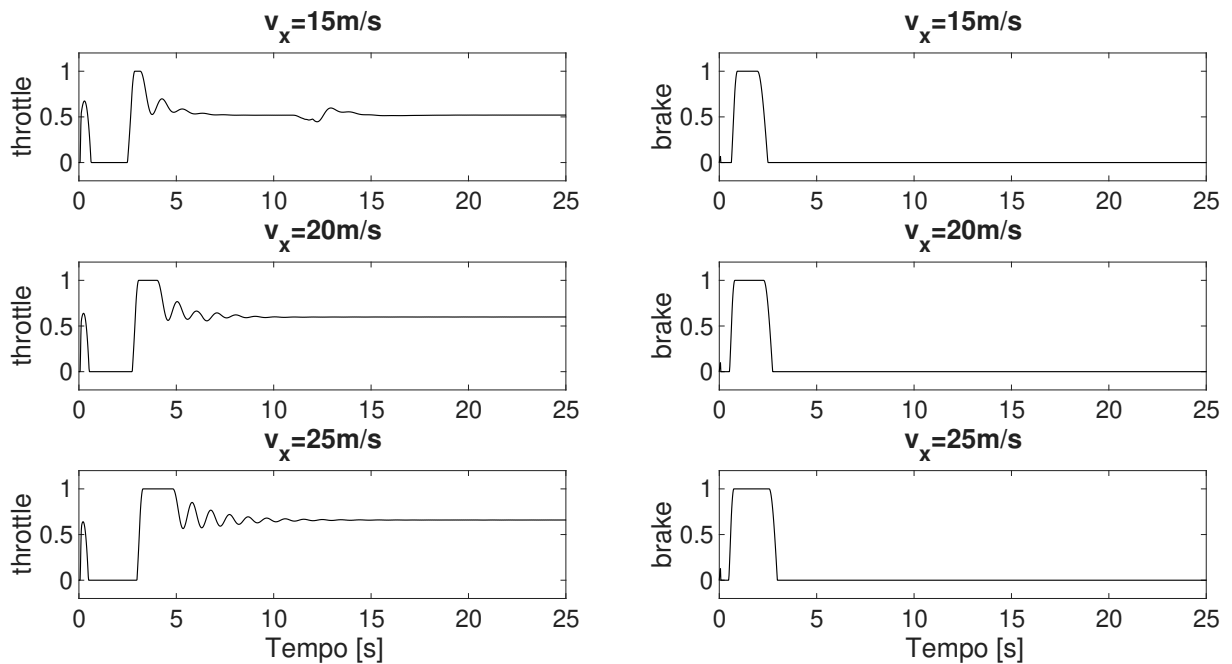
Em relação ao cenário anterior, observa-se um maior erro RMSE e máximo (Tabela 6) para os dois perfis de velocidade longitudinal compartilhados. No entanto, o erro lateral reduz

Figura 33 – Comandos de *throttle* e *brake* enviados ao CARLA para o controlador desacoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Figura 34 – Comandos de *throttle* e *brake* enviados ao CARLA para o controlador acoplado para o cenário com obstáculo dinâmico.



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

conforme se aumenta a velocidade longitudinal, o que pode ser explicado pela menor duração da manobra de desvio de obstáculo para velocidades mais altas. Durante a manobra, o modelo de bicicleta, linearizado ao redor do ponto de operação, possui menor acurácia, resultando em maiores desvios em relação à posição lateral desejada.

Esse mesmo comportamento é observado para velocidades longitudinais. Em ambos

Figura 35 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_I - \bar{Y}_I$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador desacoplado para o cenário com desvio de obstáculo dinâmico.

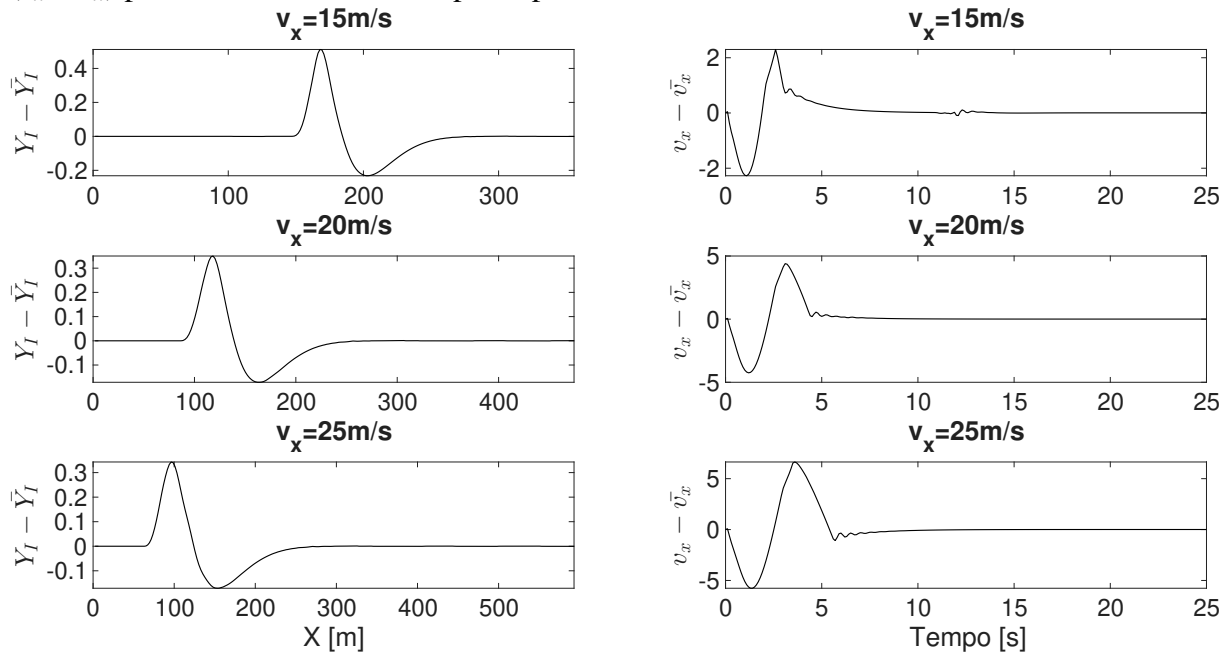
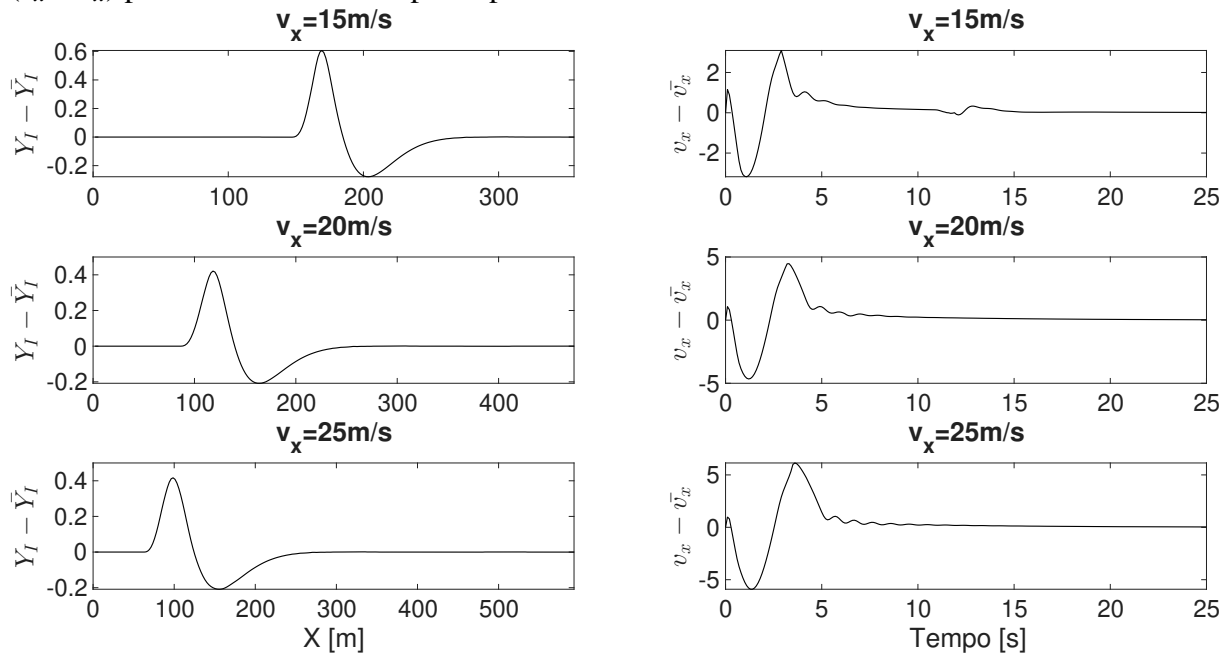


Figura 36 – Comportamento do erro de posição lateral ($Y_I - \bar{Y}_I$) e de velocidade longitudinal ($v_x - \bar{v}_x$) para o controlador acoplado para o cenário com desvio de obstáculo dinâmico.



os cenários, a estratégia acoplada apresenta um menor erro lateral e um maior erro de velocidade longitudinal do que a estratégia desacoplada, exceto para $Vx = 15\text{m/s}$, quando o controlador desacoplado demonstra um erro lateral inferior, tanto com relação ao RMSE como para o valor máximo. No entanto, essa diferença é pequena, podendo ambos controladores serem considerados equivalentes em termos de desempenho.

Tabela 6 – Comparação de erros de desvio lateral e de velocidade longitudinal entre o controlador desacoplado e o acoplado.

Perfil (v_x)	Erro Lateral (m)		Erro Vel. Longit. (m/s)	
	RMS	Máx	RMS	Máx
Controlador Desacoplado				
15 m/s	0,12309	0,55231	0,56663	2,299
20 m/s	0,089796	0,38373	1,2232	4,3981
25 m/s	0,089615	0,37995	1,9357	6,6394
Controlador Acoplado				
15 m/s	0,12009	0,54167	0,82695	3,1758
20 m/s	0,08572	0,36815	1,3276	4,6583
25 m/s	0,084394	0,3545	1,8562	6,1395

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

4.3.3 Avaliação Computacional

A Tabela 7 apresenta os tempos de solução obtidos para as estratégias de controle desacoplada e acoplada, considerando a média e os valores de pico (máximos) observados durante as simulações.

Tabela 7 – Comparação de tempo de solução do MPC entre a estratégia desacoplada e acoplada.

Cenário	Vx (m/s)	Acoplado (s)		Desacoplado (s)	
		Média	Máx	Média	Máx
Cenário 1	10	0.001677	0.016677	0.001567	0.005315
	15	0.001615	0.003211	0.001572	0.019248
	20	0.001630	0.003548	0.001577	0.003621
<i>Média/Máx</i>		0.001641	0.016677	0.001572	0.019248
Cenário 2	15	0.003874	0.013818	0.003673	0.006731
	20	0.003786	0.017592	0.003761	0.008898
	25	0.003719	0.007370	0.003615	0.008370
<i>Média/Máx</i>		0.003793	0.017592	0.003683	0.008898
MÉDIA/MÁX GERAL		0.002717	0.017592	0.002627	0.019248

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Inicialmente, podemos observar que ambas as estratégias apresentaram tempos médios de execução reduzidos, entre 2,6 ms e 2,7 ms, sendo o menor tempo médio para o cenário

1. Embora a formulação do MPC acoplado envolva mais variáveis de decisão que o controlador desacoplado, o acréscimo no tempo médio de computação foi apenas 3,4% superior à arquitetura de controle desacoplada.

No que diz respeito aos valores máximos, o controlador desacoplado registrou o maior pico no tempo de solução (0,0192 s) em comparação ao controlador acoplado (0,0167 s). Embora contraintuitivo, o resultado pode ser atribuído a instabilidades numéricas pontuais ou à sobrecarga em certos momentos da simulação.

É importante salientar que ambos os tempos máximos foram menor que 20 ms. Isso sugere que as arquiteturas propostas podem operar em frequências de controle de até 50 Hz, como foi escolhido para este caso, satisfazendo o requisito para operação em tempo real. No entanto, pela proximidade do tempo máximo de solução e o período de amostragem estabelecido nas simulações ($T = 0,02s$), é recomendável a utilização de taxas de amostragem ligeiramente superiores, uma vez que se considera o tempo necessário para a obtenção de dados dos sensores.

5 CONCLUSÕES

Esta Dissertação apresentou a comparação entre as estratégias de controle de trajetória desacoplada e acoplada, obtendo resultados satisfatórios no desvio de obstáculos estáticos e móveis. A estratégia desacoplada apresentou menor erro na tarefa de rastreo da velocidade longitudinal, mostrando-se adequada para baixas e médias velocidades. Em contrapartida, a estratégia acoplada demonstrou maior precisão no rastreamento lateral, apresentando-se superior em cenários de alta velocidade. Ambas as estratégias mostraram-se viáveis para aplicações em tempo real, sendo importante ressaltar que a vantagem computacional do método desacoplado tende a ser mais significativa para horizontes de predição mais longos.

5.1 Trabalhos Futuros

Trabalhos futuros podem melhorar e estender a presente Dissertação. Aqui, optou-se por um modelo de bicicleta dinâmico linearizado, de modo a evitar um aumento dos custos computacionais. A adoção de um modelo de veículo de 4 rodas para o MPC, ou de qualquer modelo que considere a transferência de carga e o comportamento não linear das forças laterais que atuam sobre os pneus, permitiria capturar melhor o comportamento do veículo nos limites dos atuadores. Além disso, aspectos como a força de resistência (força contrária do vento, força de atrito da superfície pela qual o veículo trafega) podem ser considerados na modelagem da dinâmica longitudinal.

Outro caminho possível para trabalhos futuros é considerar as variações dos parâmetros do modelo adotado, como massa, rigidez em curva dos pneus ou coeficiente de fricção. Para isso, pode-se utilizar técnicas de controle adaptativo, o que permitiria estimar e atualizar os parâmetros do modelo para cada situação. Por fim, pretende-se caminhar na direção de arquiteturas embarcadas, visando a validação da estratégia adotada em um veículo real.

REFERÊNCIAS

- AMER, N.; ZAMZURI, H.; HUDHA, K.; KADIR, Z. Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles: A review of state of the art and challenges. **Journal of Intelligent Robotic Systems**, v. 86, p. 1–30, 05 2017.
- APS, M. **The MOSEK optimization toolbox for MATLAB manual. Version 9.0.** [S. l.], 2019. Disponível em: <http://docs.mosek.com/9.0/toolbox/index.html>.
- ARRIGONI, S.; BRAGHIN, F.; CHELI, F. Mpc trajectory planner for autonomous driving solved by genetic algorithm technique. **Vehicle System Dynamics**, Informa UK Limited, v. 60, n. 12, p. 4118–4143, dez. 2021. ISSN 1744-5159. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/00423114.2021.1999991>.
- AUTONOMOUS Vehicles & Car Companies | CB Insights. 2020. Disponível em: <https://www.cbinsights.com/research/autonomous-driverless-vehicles-corporations-list/>.
- BAUTISTA, D. G.; RASTELLI, J. P.; MILANES, V.; NASHASHIBI, F. A review of motion planning techniques for automated vehicles. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 17, p. 1–11, 11 2015.
- BENEKOHAL, R.; TREITERER, J. Carsim. car-following model for simulation of traffic in normal and stop-and-go conditions. **Transportation Research Record**, p. 99–111, 01 1988.
- CAMACHO, E.; BORDONS, C. **Model Predictive Control.** [S. l.: s. n.], 2004. v. 13. ISBN 978-0-85729-398-5.
- CHENG, H. **Autonomous Intelligent Vehicles: Theory, Algorithms, and Implementation.** Springer London, 2011. (Advances in Computer Vision and Pattern Recognition). ISBN 978-1-4471-2279-1. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=LStrkgEACAAJ>.
- CHUNG, W.; FU, L.-C.; HSU, S.-H. Motion Control. In: SICILIANO, B.; KHATIB, O. (Ed.). **Springer Handbook of Robotics.** Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. p. 133–159. ISBN 978-3-540-30301-5. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5_7.
- CUTLER, C.; MORSHEDI, A.; HAYDEL, J. An industrial perspective on advanced control”. Washington, DC, 1983.
- CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control: A computer control algorithm. **Joint Automatic Control Conference**, v. 17, p. 72, 1980.
- DEQUAN, Z.; PAN, S.; YU, Y.; HU, Y.; YANG, J.; ZHANG, P.; XIONG, I.; CARBONE, G.; GAO, L. A comparative study on trajectory tracking control methods for automated vehicles. **Scientific Reports**, v. 15, 05 2025.
- DOMINGUEZ, S.; ALI, A.; GARCIA, G.; MARTINET, P. Comparison of lateral controllers for autonomous vehicle: Experimental results. p. 1418–1423, 2016.
- DOSOVITSKIY, A.; ROS, G.; CODEVILLA, F.; LÓPEZ, A.; KOLTUN, V. Carla: An open urban driving simulator. 11 2017.
- Epic Games. **Unreal Engine.** 2019. Disponível em: <https://www.unrealengine.com>.

FALCONE, P.; BORRELLI, F.; ASGARI, J.; TSENG, E.; HROVAT, D. Predictive active steering control for autonomous vehicle systems. **Control Systems Technology, IEEE Transactions on**, v. 15, p. 566 – 580, 06 2007.

GRATZER, A. L.; BROGER, M. M.; SCHIRRE, A.; JAKUBEK, S. Two-layer mpc architecture for efficient mixed-integer-informed obstacle avoidance in real-time. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 25, n. 10, p. 13767–13784, 2024.

GUO, L.; GE, P.; SUN, D.; QIAO, Y. Adaptive cruise control based on model predictive control with constraints softening. **Applied Sciences**, v. 10, p. 1635, 02 2020.

Gurobi Optimization, LLC. **Gurobi Optimizer Reference Manual**. 2024. Disponível em: <https://www.gurobi.com>.

HESPAHOL, P.; QUIRYNEN, R.; CAIRANO, S. D. **A Structure Exploiting Branch-and-Bound Algorithm for Mixed-Integer Model Predictive Control**. 2019. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1903.09117>.

HOFFMANN, G. M.; TOMLIN, C. J.; MONTEMERLO, M.; THRUN, S. Autonomous automobile trajectory tracking for off-road driving: Controller design, experimental validation and racing. p. 2296–2301, 2007.

IBM. **IBM ILOG CPLEX V12.1: user's Manual for CPLEX**. [S. l.], 2009.

JO, K.; KIM, J.; KIM, D.; JANG, C.; SUNWOO, M. Development of autonomous car—part ii: A case study on the implementation of an autonomous driving system based on distributed architecture. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, p. 5119–5132, 2015.

KOENIG, N.; HOWARD, A. Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator. v. 3, p. 2149–2154, 2004.

KONG, J.; PFEIFFER, M.; SCHILDBACH, G.; BORRELLI, F. Kinematic and dynamic vehicle models for autonomous driving control design. IEEE, Seoul, South Korea, p. 1094–1099, jun. 2015. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7225830/>.

KRAJZEWICZ, D.; HERTKORN, G.; FELD, C.; WAGNER, P. Sumo (simulation of urban mobility); an open-source traffic simulation. **4th Middle East Symposium on Simulation and Modelling (MESM2002)**, p. 183–187, 01 2002.

LIU, C.; LEE, S.; VARNHAGEN, S.; TSENG, H. E. Path planning for autonomous vehicles using model predictive control. p. 174–179, 2017.

LU, Z.; SHYROKAU, B.; BOULKROUNE, B.; AALST, S. van; HAPPEE, R. Performance benchmark of state-of-the-art lateral path-following controllers. In: . [S. l.: s. n.], 2018.

LUCA, A. D.; ORIOLO, G.; SAMSON, C. Feedback control of a nonholonomic car-like robot. 1998.

MARINO, R.; SCALZI, S.; NETTO, M. Nested pid steering control for lane keeping in autonomous vehicles. **Control Engineering Practice - CONTROL ENG PRACTICE**, v. 19, p. 1459–1467, 12 2011.

MATUTE, J. A.; LATTARULO, R.; ZUBIZARRETA, A.; PEREZ, J. A comparison between coupled and decoupled vehicle motion controllers based on prediction models. In: **2019 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)**. [S. l.: s. n.], 2019. p. 1843–1848.

MICHELI, F.; BERSANI, M.; ARRIGONI, S.; BRAGHIN, F.; CHELI, F. Nmpc trajectory planner for urban autonomous driving. **Vehicle System Dynamics**, v. 61, p. 1387–1409, 06 2023.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Pearson Prentice Hall, 2011. ISBN 9788576058106. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=iL3FYgEACAAJ>.

PACEJKA, H. **Tire and Vehicle Dynamics**. [S. l.]: Elsevier, 2005.

PADEN, B.; CAP, M.; YONG, S. Z.; YERSHOV, D.; FRAZZOLI, E. **A Survey of Motion Planning and Control Techniques for Self-driving Urban Vehicles**. 2016. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1604.07446>.

POLACK, P.; ALTCHÉ, F.; NOVEL, B.; FORTELLE, A. de L. **The kinematic bicycle model: A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles?** 2017. 812-818 p.

PROPOI, A. Application of linear programming methods for the synthesis of automatic sampled-data systems”. **Avtomat. i Telemekh**, v. 24, n. 7, p. 912–920, 1963.

QIAN, X.; ALTCHÉ, F.; BENDER, P.; STILLER, C.; FORTELLE, A. de L. Optimal trajectory planning for autonomous driving integrating logical constraints: An miqp perspective. p. 205–210, 2016.

QUIRYNEN, R.; SAFAOUI, S.; CAIRANO, S. D. **Real-time Mixed-Integer Quadratic Programming for Vehicle Decision Making and Motion Planning**. 2023. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2308.10069>.

RAJAMANI, R. **Vehicle Dynamics and Control**. [S. l.: s. n.], 2006. ISBN 0-387-26396-9.

REDA, M.; ONSY, A.; HAIKAL, A. Y.; GHANBARI, A. Path planning algorithms in the autonomous driving system: A comprehensive review. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 174, p. 104630, 2024. ISSN 0921-8890. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889024000137>.

REDA, M.; ONSY, A.; HAIKAL, A. Y.; GHANBARI, A. Path planning algorithms in the autonomous driving system: A comprehensive review. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 174, p. 104630, 2024. ISSN 0921-8890. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889024000137>.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. **Automatica**, v. 14, n. 5, p. 413–428, 1978. ISSN 0005-1098. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109878900018>.

RICHARDS, A.; FERON, E.; HOW, J.; SCHOUWENAARS, T. Spacecraft trajectory planning with avoidance constraints using mixed-integer linear programming. **Journal of Guidance Control and Dynamics - J GUID CONTROL DYNAM**, v. 25, 07 2002.

SAEJ3016. **Taxonomy and Definitions for Terms Related to Driving Automation Systems for On-Road Motor Vehicles**. SAE International, 2018. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=AJDQvQEACAAJ>.

SAMAK, C. V.; SAMAK, T. V.; KANDHASAMY, S. **Control Strategies for Autonomous Vehicles**. arXiv, 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2011.08729>.

SHAOUT, A.; AMR, M. A comparative study in fuzzy control systems for cruise control vehicles. **Journal of Engineering Research and Reviews**, p. 1, 01 2025.

STANO, P.; MONTANARO, U.; TAVERNINI, D.; TUFO, M.; FIENGO, G.; NOVELLA, L.; SORNIOTTI, A. Model predictive path tracking control for automated road vehicles: A review. **Annual Reviews in Control**, v. 55, p. 194–236, 2023. ISSN 1367-5788. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578822001377>.

TIME. Science: Radio Auto. **Time**, ago. 1925. ISSN 0040-781X. Disponível em: <https://content.time.com/time/subscriber/article/0,33009,720720,00.html>.

VIANA, I.; KANCHWALA, H.; AHISKA, K.; AOUE, N. A comparison of trajectory planning and control frameworks for cooperative autonomous driving. **Journal of Dynamic Systems Measurement and Control**, v. 143, 01 2021.

VIANA, I. B.; RODRIGUES, J. P. S.; ROCHA, A. M.; SOUZA, M. M. S. Desacoplamento de controle longitudinal e lateral em veículos autônomos usando controle preditivo baseado em modelo. **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI**, v. 1, 10 2023.

VIANA, I. B.; RODRIGUES, J. P. S.; ROCHA, A. M. da; SOUZA, M. M. S. de. Desacoplamento de controle longitudinal e lateral em veículos autônomos usando controle preditivo baseado em modelo. In: **Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente / X Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**. SBA Sociedade Brasileira de Automática, 2023. (SBAI2023 / SBSE2023). ISSN 2177-6164. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.20906/SBAI-SBSE-2023/3947>.

VIEIRA, J. P. **Controle Preditivo Para Sistemas Com Degradação De Atuadores: Uma Abordagem Utilizando Modelos Híbridos**. Dissertação (Mestrado) – Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 2013.

WALLACE, R.; STENTZ, A.; THORPE, C.; MARAVEC, H.; WHITTAKER, W.; KANADE, T. First results in robot road-following. p. 1089–1095, 01 1985.

WEBOTS. <http://www.cyberbotics.com>. 2025. Open-source Mobile Robot Simulation Software. Disponível em: <http://www.cyberbotics.com>.

WILLIAMS, H. P.; BRAILSFORD, S. C. Computational logic and integer programming. In: BEASLEY, J. E. (Ed.). **Advances in Linear and Integer Programming**. Oxford University Press/Oxford, 1996. p. 249–282. ISBN 978-0-19-853856-1 978-1-383-02643-6. Disponível em: <https://academic.oup.com/book/53989/chapter/422203352>.

YAO, Q.; TIAN, Y.; WANG, Q.; WANG, S. Control strategies on path tracking for autonomous vehicle: State of the art and future challenges. **IEEE Access**, v. 8, p. 161211–161222, 2020.

YOSHIOKA, L. **Modelamento cinemático e dinâmico**. 2020. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5018896/mod_resource/content/2/Aula\%203\%20-\%20Ve\%C3\%ADculos\%20Aut\%C3\%B4nomos\%202019_11_19.pdf.

YU, S.; SHEN, C.; ERSAL, T. Nonlinear model predictive planning and control for high-speed autonomous vehicles on 3d terrains. **IFAC-PapersOnLine**, v. 54, n. 20, p. 412–417, 2021. ISSN 2405-8963. Modeling, Estimation and Control Conference MECC 2021. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896321022527>.

ZHAO, P.; CHEN, J.; SONG, Y.; TAO, X.; XU, T.; MEI, T. Design of a control system for an autonomous vehicle based on adaptive-pid. **International Journal of Advanced Robotic Systems**, v. 9, p. 1, 07 2012.