



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL

MARIANA MOHANA RODRIGUES DA SILVA

NOVO SISTEMA ESTRUTURAL PRÉ-FABRICADO PARA CONSTRUÇÃO DE
EDIFÍCIOS DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS: ANÁLISE EXPERIMENTAL E
ANALÍTICA DA LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA

FORTALEZA

2025

MARIANA MOHANA RODRIGUES DA SILVA

NOVO SISTEMA ESTRUTURAL PRÉ-FABRICADO PARA CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIOS
DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS: ANÁLISE EXPERIMENTAL E ANALÍTICA DA
LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior.

Coorientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S581n Silva, Mariana Mohana Rodrigues da.

Novo sistema estrutural pré-fabricado para construção de edifícios de múltiplos pavimentos : análise experimental e analítica da ligação semirrígida / Mariana Mohana Rodrigues da Silva. – 2026.
135 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2026.

Orientação: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior.

Coorientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

1. Estruturas Pré-fabricadas. 2. Ligações Semirrígidas. 3. Investigação Experimental. 4. Modelo Analítico.
I. Título.

CDD 624.1

MARIANA MOHANA RODRIGUES DA SILVA

NOVO SISTEMA ESTRUTURAL PRÉ-FABRICADO PARA CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIOS
DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS: ANÁLISE EXPERIMENTAL E ANALÍTICA DA
LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural.

Aprovada em: 20/08/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros
Júnior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de
Melo (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs
Escola de Engenharia de São Carlos (EESC)

Aos meus pais, Lucia Maria Mohana e Carlos Rodrigues, e à minha madrinha, Maria Vitória Mohana.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Lucia Maria Mohana e Carlos Rodrigues, e à minha madrinha, Maria Vitória Mohana, pela educação que me deram, pelo apoio constante e pelo amor incondicional.

Ao restante da minha família, em especial à minha irmã, tias e primos, por acreditarem em mim e estarem sempre presentes, mesmo à distância.

Às minhas amigas de infância, Ana Beatriz, Maria Fernanda, Ângela, Ana Paula e Laura, pela motivação, carinho e amizade.

Aos amigos que conquistei em Fortaleza, em especial ao Guilherme, Raquel, Edi e Marcos, por tornarem meus dias mais leves e fazerem desta experiência uma das melhores já vividas.

Aos meus amigos de graduação, em especial à Nathália, Eduardo, LG, Neto, Itallo, Giulia e Caio, pela motivação e incentivo.

Ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil (PEC) da Universidade Federal do Ceará (UFC), em especial ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior, ao meu coorientador Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo e ao Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque, pelo acolhimento, atenção e suporte oferecidos durante esta pesquisa.

Ao meu parceiro de pesquisa e amigo, Felipe Melo Carvalho, pela paciência, dedicação e pelo apoio constante, tanto acadêmico quanto pessoal.

Aos demais integrantes do Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV), em especial aos meus colegas de turma e amigos Pedro e Sinara, pelos auxílios, conversas e momentos de descontração compartilhados.

À equipe da T&A Pré-fabricados, em especial aos engenheiros Haroldo Gadelha, Emires Delgado e Nawdson de Moraes, pelo apoio, atenção e pelo financiamento desta pesquisa.

À equipe da Score Fôrmas, em especial ao engenheiro Luiz Wliner, pelo fornecimento das escoras.

À equipe da Impacto, em especial ao engenheiro Joaquim Caracas, pelo financiamento do graute.

À equipe do Laboratório de Materiais de Construção Civil (LMCC), pelo auxílio durante a montagem do protótipo.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

RESUMO

A ampla utilização de estruturas pré-fabricadas na construção civil proporciona maior controle de qualidade, praticidade na execução e redução do tempo de obra, além de garantir elevada resistência e durabilidade. No entanto, sua aplicação ainda apresenta desafios importantes, especialmente no que se refere ao desempenho das ligações estruturais. Ao contrário das estruturas moldadas *in loco*, em que os elementos são executados de forma contínua, os sistemas pré-fabricados são compostos por peças independentes, montadas na obra. Isso dificulta a reprodução do conceito monolítico das estruturas moldadas *in loco* e exige a utilização de elementos mais robustos e de artifícios que, em conjunto, constituam uma ligação, maximizando o custo total da obra. Diante desse cenário, o objetivo principal desta pesquisa é a análise experimental e analítica da ligação semirrígida durante a fase de montagem de um novo sistema estrutural pré-fabricado. Para isso, um protótipo em escala real foi produzido, montado e ensaiado em laboratório, em colaboração com a T&A Pré-fabricados, empresa financiadora da pesquisa. Os resultados mostraram que a ligação viga-pilar possui um bom desempenho estrutural para essa etapa de construção. As primeiras fissuras visíveis se formaram somente após um carregamento de 120 kN, enquanto a carga de serviço equivale a 104,35 kN. Além disso, a ligação apresentou comportamento semirrígido, com rigidez inicial equivalente a 126,07 MN · m/rad, rigidez secante para o Estado Limite de Serviço (ELS) de 70,187 MN · m/rad e rigidez secante para o Estado Limite Último (ELU) de 40,360 MN · m/rad. Ademais, o modelo analítico desenvolvido mostrou boa concordância com os resultados experimentais, apresentando rigidez inicial de aproximadamente 136,52 MN · m/rad, cerca de 8% superior à rigidez inicial obtida nos ensaios.

Palavras-chave: estruturas pré-fabricadas; ligações semirrígidas; investigação experimental; modelo analítico.

ABSTRACT

The widespread use of precast structures in civil construction offers significant advantages, such as improved quality control, ease of execution, and reduced construction time, in addition to ensuring high strength and durability. However, their application still presents important challenges, particularly regarding the performance of structural connections. Unlike cast-in-place structures, in which the elements are executed as a continuous unit, precast systems are composed of independent components assembled on-site. This hinders the reproduction of the monolithic concept of cast-in-place structures and requires the use of more robust elements and additional devices that, together, form a connection, ultimately increasing the overall construction cost. In light of this context, the main objective of this research is to perform an experimental and analytical investigation of a semi-rigid beam-to-column connection during the assembly stage of a new precast structural system. For this purpose, a full-scale prototype was manufactured, assembled, and tested in the laboratory in collaboration with T&A Pré-fabricados, the company sponsoring the research. The results showed that the beam-to-column connection exhibited good structural performance for this construction stage. The first visible cracks only appeared after a load of 120 kN, whereas the service load is 104.35 kN. Furthermore, the connection demonstrated semi-rigid behavior, with an initial stiffness of 126.07 MN · m/rad, a secant stiffness at the SLS of 70.187 MN · m/rad, and a secant stiffness at the ULS of 40.360 MN · m/rad. In addition, the analytical model developed showed good agreement with the experimental results, presenting an initial stiffness of approximately 136.52 MN · m/rad, about 8% higher than the initial stiffness obtained from the tests.

Keywords: precast structures; semi-rigid connections; experimental investigation; analytical model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Comparação entre sistema estrutural pré-fabricado (ligação articulada) e moldado <i>in loco</i> (ligação rígida) com pilares e vigas com dimensões de 0,40x0,40 m	17
Figura 2 – Esquema gráfico simplificado de pista de protensão	21
Figura 3 – Exemplo de estrutura pré-fabricada reticulada	22
Figura 4 – Exemplo de estrutura pré-fabricada reticulada combinada com painéis portantes	23
Figura 5 – Exemplo de sistema estrutural celular	23
Figura 6 – Rigidez secante a partir da curva momento-rotação da ligação	27
Figura 7 – Diagrama momento-rotação para os três tipos de ligação	28
Figura 8 – Fator de restrição à rotação	29
Figura 9 – Zonas de classificação das ligações metálicas	30
Figura 10 – Diagrama do momento fletor para ligações semirrígidas	31
Figura 11 – Ligação viga-pilar estudada por Soares (1998)	34
Figura 12 – Ligação viga-pilar com chumbador inclinado estudada por Baldissera (2006)	35
Figura 13 – Diagrama momento-rotação para o último ciclo de carregamento aplicado à ligação estudada por Baldissera (2006)	36
Figura 14 – Ligação viga-pilar temporária estudada por Prado (2018)	37
Figura 15 – Perspectiva isométrica do esquema do ensaio realizado por Prado (2018) . . .	38
Figura 16 – Esquema de ensaio realizado por Alva, Lacerda e Silva (2020)	39
Figura 17 – Representação da ligação semirrígida estudada por Baldissera (2006)	41
Figura 18 – Junta de argamassa entre elementos pré-fabricados	42
Figura 19 – Distribuição das tensões de aderência em barras ancoradas no concreto . . .	43
Figura 20 – Distribuição de tensões devida à transferência de forças de cisalhamento através de chumbadores	44
Figura 21 – Formação de rótulas plásticas em chumbador ancorado em dois elementos .	45
Figura 22 – Modelo mecânico proposto por Mota (2009)	46
Figura 23 – Cinemática dos deslocamentos de corpo rígido do modelo proposto por Mota (2009)	47
Figura 24 – Modelo mecânico proposto por Mota (2009) com ponto de origem arbitrário	48
Figura 25 – Sistema da Universidade do Nebraska	52
Figura 26 – Seção transversal da viga nos seus diferentes trechos	53

Figura 27 – Vista superior e em perspectiva da viga	54
Figura 28 – Características geométricas da chapa metálica fixada na viga	55
Figura 29 – Detalhes da face frontal e lateral de pilar	55
Figura 30 – Vista em perspectiva do pilar	56
Figura 31 – Características geométricas do tubo de aço vazado	57
Figura 32 – Características geométricas da chapa metálica presente no pilar	57
Figura 33 – Características geométricas do consolo metálico	58
Figura 34 – Características geométricas da cantoneira metálica	59
Figura 35 – Componentes da ligação viga-pilar do sistema proposto	59
Figura 36 – Etapas construtivas que compõem a fase 1	60
Figura 37 – Etapas construtivas que compõem a fase 2	61
Figura 38 – Etapas construtivas que compõem a fase 3	61
Figura 39 – Etapas construtivas que compõem a fase 4	62
Figura 40 – Características geométricas da cantoneira metálica 1	64
Figura 41 – Características geométricas da cantoneira metálica 2	64
Figura 42 – Características geométricas do protótipo	65
Figura 43 – Detalhamento da armadura de projeto	68
Figura 44 – Fôrma e armadura das vigas e pilar	70
Figura 45 – Concretagem das vigas e do pilar	72
Figura 46 – Procedimento de montagem do protótipo	75
Figura 47 – Ensaio para caracterização do concreto	77
Figura 48 – Ensaio para caracterização do graute	79
Figura 49 – Esquema com a disposição dos <i>strain gauges</i> na armadura de continuidade	80
Figura 50 – Processo de instalação e proteção dos <i>strain gauges</i> nas armaduras de continuidade	81
Figura 51 – Esquema com a disposição dos <i>strain gauges</i> nas cantoneiras	82
Figura 52 – Instalação dos <i>strain gauges</i> nas cantoneiras	82
Figura 53 – Esquema com a disposição dos <i>strain gauges</i> na superfície do graute	83
Figura 54 – Instalação dos <i>strain gauges</i> na superfície do graute	83
Figura 55 – Esquema com a disposição dos Transdutores de Deslocamento Variável Linear (LVDTs) no protótipo	84
Figura 56 – Instalação dos LVDTs no sistema	85

Figura 57 – Esquema do ensaio experimental	86
Figura 58 – Visão geral do ensaio experimental	87
Figura 59 – Disposição dos equipamentos utilizados em cada viga	88
Figura 60 – Curva força-deformação para os <i>strain gauges</i> das barras de aço (SG1 e SG2)	89
Figura 61 – Curva força-deformação para os <i>strain gauges</i> das cantoneiras (SG5 e SG7)	90
Figura 62 – Curva força-deformação para o <i>strain gauge</i> da superfície do graute (SG9)	91
Figura 63 – Curva força-deslocamento para o carregamento de 170 kN (etapa 2)	92
Figura 64 – Fissuração próxima à cantoneira após a aplicação de um carregamento de 170 kN (etapa 2)	93
Figura 65 – Fissuração do protótipo após a aplicação de um carregamento de 170 kN (etapa 2)	94
Figura 66 – Curva momento-rotação para o carregamento de 170 kN (etapa 2)	96
Figura 67 – Curva momento-rotação nas etapas 1 e 3	98
Figura 68 – Curva momento-rotação da ligação com rigidez inicial e rigidezes secantes (ELS e ELU)	99
Figura 69 – Vigas analisadas no <i>software</i> Ftool	100
Figura 70 – Deslocamentos na extremidade livre em mm para um carregamento de 20 kN	101
Figura 71 – Modelo mecânico da ligação	102
Figura 72 – Curvas momento-rotação da ligação obtidas através dos modelos experimen- tal e analítico	106
Figura 73 – Seção transversal da viga dimensionada	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sistema de classificação das ligações	31
Tabela 2 – Deformabilidade das juntas de argamassa e concreto	42
Tabela 3 – Parâmetros utilizados no cálculo do carregamento mínimo atuante	66
Tabela 4 – Composição do traço do concreto	71
Tabela 5 – Propriedades mecânicas do concreto utilizado na produção das vigas e do pilar	76
Tabela 6 – Resultados para a viga nº 1	77
Tabela 7 – Resultados para a viga nº 2	78
Tabela 8 – Resultados para o pilar	78
Tabela 9 – Resultados para o graute	78
Tabela 10 – Equipamentos de medição utilizados nos ensaios	79
Tabela 11 – Dados geométricos e propriedades dos componentes da ligação	104
Tabela 12 – Deslocamento na direção α_i e força aplicada na chapa por cada mola	105
Tabela 13 – Parâmetros utilizados no cálculo da armadura de protensão	114
Tabela 14 – Parâmetros utilizados no cálculo da armadura negativa da viga	122
Tabela 15 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez do chumbador	124
Tabela 16 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez do graute	126
Tabela 17 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez da armadura de continuidade	126
Tabela 18 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez das cantoneiras	127

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT NBR	Associação Brasileira de Normas Técnicas
COST C1	<i>Control of the Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections</i>
EESC-USP	Escola de Engenharia de São Carlos
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
LEST	Laboratório de Estruturas
LMCC	Laboratório de Materiais de Construção Civil
LMCV	Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização
LVDTs	Transdutores de Deslocamento Variável Linear
MEF	Método dos Elementos Finitos
PEC	Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil
UFC	Universidade Federal do Ceará

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Justificativa	17
1.2	Objetivos	18
1.2.1	<i>Objetivo geral</i>	18
1.2.2	<i>Objetivos específicos</i>	18
1.3	Organização do texto	18
2	ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO	20
2.1	Definição	20
2.2	Vantagens e desvantagens	20
2.3	Tipos de sistemas estruturais pré-fabricados	21
2.4	Processo construtivo	23
2.5	Análise estrutural	24
3	ELEMENTOS DE LIGAÇÃO EM ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS	26
3.1	Definição	26
3.2	Análise estrutural	26
3.3	Classificação	28
3.3.1	<i>NBR 9062:2017</i>	29
3.3.2	<i>Eurocode 3 (2005)</i>	30
3.3.3	<i>Ferreira et. al (2005)</i>	30
4	COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS	32
4.1	Análise experimental	32
4.1.1	<i>Procedimento</i>	32
4.1.2	<i>Pesquisas relevantes</i>	33
4.2	Análise analítica	39
4.2.1	<i>Método dos componentes</i>	40
4.2.2	<i>Mecanismos básicos de deformação</i>	41
4.2.2.1	<i>Transferência de esforços de compressão</i>	41
4.2.2.2	<i>Transferência de esforços de tração</i>	42
4.2.2.3	<i>Transferência de esforços de cisalhamento</i>	44
4.2.3	<i>Modelo mecânico proposto por Mota (2009)</i>	46

4.2.3.1	<i>Equilíbrio do modelo mecânico</i>	47
5	SISTEMA ESTRUTURAL PROPOSTO	51
5.1	Caracterização	53
5.2	Processo construtivo	60
5.2.1	<i>Fase 1</i>	60
5.2.2	<i>Fase 2</i>	60
5.2.3	<i>Fase 3</i>	61
5.2.4	<i>Fase 4</i>	61
6	PROGRAMA EXPERIMENTAL	63
6.1	Projeto do protótipo	63
6.1.1	<i>Carregamento atuante</i>	66
6.1.2	<i>Concreto e graute</i>	66
6.1.3	<i>Elementos metálicos</i>	66
6.1.4	<i>Armadura de projeto</i>	67
6.2	Produção do protótipo	69
6.2.1	<i>Fôrma e armadura</i>	69
6.2.2	<i>Concretagem</i>	71
6.3	Montagem do protótipo	73
6.4	Propriedades mecânicas dos materiais	76
6.4.1	<i>Concreto</i>	76
6.4.2	<i>Graute</i>	78
6.5	Equipamentos e instrumentação do protótipo	79
6.5.1	<i>Instrumentação interna</i>	80
6.5.2	<i>Instrumentação externa</i>	81
6.6	Procedimento de ensaio	85
7	ANÁLISE DOS RESULTADOS	89
7.1	Análise das deformações	89
7.2	Análise dos deslocamentos	91
7.3	Fissuração	93
7.4	Determinação da curva momento-rotação	94
7.4.1	<i>Curva momento-rotação para a etapa 2 (170 kN)</i>	95
7.4.2	<i>Curva momento-rotação para as etapas 1 (20 kN) e 3 (30 kN)</i>	97

7.5	Rigidez secante	98
7.6	Análise do efeito da semirrígidez	100
7.7	Modelo analítico	101
7.7.1	<i>Mecanismos básicos de deformação</i>	102
7.7.2	<i>Cálculo da rigidez</i>	103
7.8	Análise comparativa entre resultados experimentais e analíticos	106
8	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	107
8.1	Conclusões	107
8.2	Trabalhos futuros	108
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICE A –ROTINA PARA DIMENSIONAMENTO DA VIGA EM	
	T INVERTIDO	113
A.1	Cálculo da armadura de protensão	113
A.1.1	<i>Características geométricas da seção isolada (pré-fabricada)</i>	114
A.1.2	<i>Características geométricas da seção composta (com capeamento)</i>	115
A.1.3	<i>Excentricidade de protensão em relação ao centro de gravidade da viga</i>	116
A.1.4	<i>Módulos resistentes</i>	116
A.1.5	<i>Carregamentos atuantes</i>	117
A.1.6	<i>Momentos positivos atuantes</i>	118
A.1.7	<i>Tensões solicitantes na base e no topo</i>	119
A.1.8	<i>Tensões limites para compressão e tração do concreto</i>	119
A.1.9	<i>Verificação quanto aos Estados-Limites de Serviço</i>	120
A.1.10	<i>Força de protensão na cordoalha</i>	120
A.1.11	<i>Armadura de protensão</i>	121
A.2	Cálculo da armadura negativa	121
	APÊNDICE B –MODELO ANALÍTICO DA LIGAÇÃO	124
B.1	Chumbadores	124
B.1.1	<i>Rigidez longitudinal (parcela de tração)</i>	125
B.1.2	<i>Rigidez transversal (parcela de cisalhamento)</i>	125
B.2	Graute	125
B.3	Armadura de continuidade	126
B.4	Cantoneiras	127

B.5	Matriz de rigidez	127
B.6	Centro elástico	130
B.7	Matriz de flexibilidade	130
B.8	Vetor deslocamento	131
B.9	Deslocamento e força para cada mola	131
B.10	Rigidez à flexão	133

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto pré-fabricado estão entre as principais soluções estruturais utilizadas na construção civil em decorrência de suas vantagens construtivas, como a praticidade e rapidez na execução. Além disso, a utilização desse sistema contribui para o avanço da construção civil, uma vez que a racionalização e industrialização do processo construtivo permitem o aumento do grau de controle tecnológico e especialização da mão de obra no país.

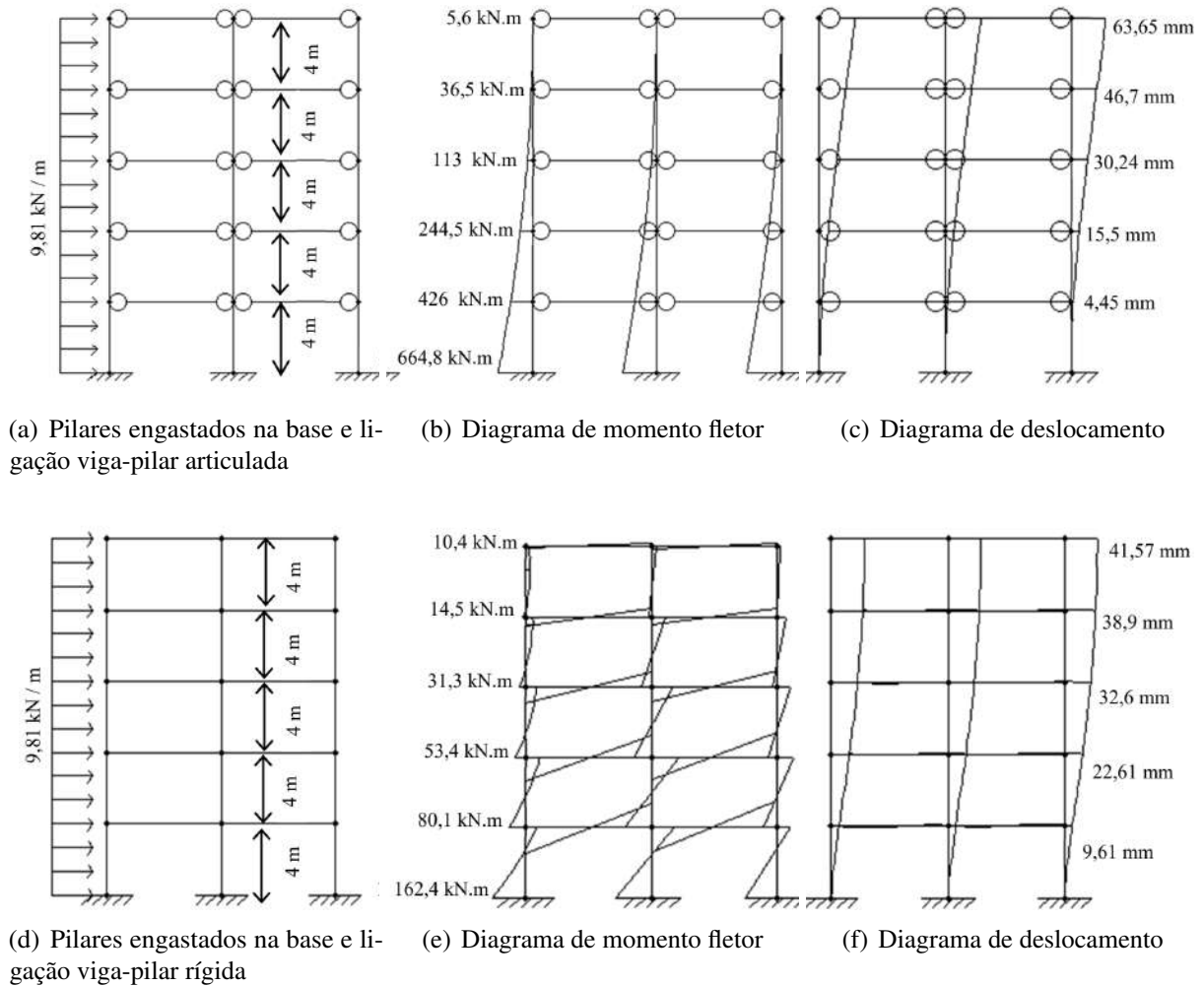
Todavia, a implementação desses sistemas exige um estudo detalhado do comportamento de suas ligações. As estruturas de concreto pré-fabricado são compostas por elementos produzidos separadamente e montados no local da obra, o que impede a reprodução integral do conceito monolítico das estruturas moldadas *in loco*. Além disso, nas estruturas de concreto pré-fabricado, é igualmente importante analisar o comportamento das ligações durante a fase de montagem e após a finalização da construção (El Debs, 2017).

Essa falta de continuidade entre os elementos estruturais reduz a rigidez da ligação, o que resulta em maior deformabilidade quando comparadas às estruturas moldadas *in loco* (Figura 1). Como consequência, torna-se necessária a adoção de elementos mais robustos e de elementos que, em conjunto, constituam uma ligação, especialmente em edificações de maior altura. Esses fatores contribuem para o aumento do tempo de execução e custo da obra, além de resultarem em problemas estéticos.

As ligações estruturais podem ser classificadas como articuladas, rígidas ou semirrígidas. As ligações articuladas permitem a rotação relativa e não transmitem momento fletor entre os elementos estruturais, enquanto as ligações rígidas impedem essa rotação e transferem integralmente os esforços de flexão entre os elementos. As ligações semirrígidas, por sua vez, proporcionam um determinado grau de engastamento à estrutura, permitindo a transferência parcial dos esforços de flexão entre vigas e pilares sem apresentar custos elevados e grandes dificuldades de execução. Por isso, essa tipologia configura uma alternativa eficaz para o aumento da rigidez e garantia de estabilidade da estrutura, sobretudo em edifícios com altura elevada (Mota, 2009).

A análise do comportamento de uma ligação estrutural exige um estudo aprofundado dos elementos que a compõem. Essa investigação pode ser conduzida por meio de ensaios experimentais em laboratório, modelos analíticos ou simulações numéricas. No entanto, o alto custo e a complexidade dessas abordagens levam muitos projetistas a optarem por soluções de ligação mais simples, o que pode representar um obstáculo à adoção de novos métodos

Figura 1 – Comparação entre sistema estrutural pré-fabricado (ligação articulada) e moldado *in loco* (ligação rígida) com pilares e vigas com dimensões de 0,40x0,40 m



Fonte: Prado, 2014

construtivos.

1.1 Justificativa

Os sistemas pré-fabricados normalmente utilizados contam com elementos estruturais robustos, o que resulta em pavimentos com grandes alturas. Essa característica, muitas vezes, limita a capacidade da estrutura de atender às exigências do projeto arquitetônico e contribui para o aumento do custo total da construção.

Algumas empresas do setor apontam limitações na aplicação de sistemas pré-fabricados em edificações residenciais ou hoteleiras, cujo pé-direito gira em torno de 3 metros. Os principais obstáculos referem-se à altura das vigas pré-fabricadas e à necessidade de consolos para seu apoio, fatores que podem comprometer o pé-direito e interferir na composição da

fachada. Essas condições dificultam a adoção de estruturas de concreto pré-fabricado nesse tipo de edificação, tornando-as menos competitivas em relação às estruturas moldadas *in loco*.

Com o intuito de superar essas limitações, este trabalho aborda o desenvolvimento de um novo sistema estrutural, constituído por vigas protendidas rasas em T invertido, pilares de múltiplos andares, lajes alveolares, consolo metálico e ligação viga-pilar semirrígida. As características geométricas desse sistema contribuem para um melhor aproveitamento do espaço arquitetônico e evitam interferências na fachada, o que reduz a altura total da edificação e, por consequência, os custos totais de construção.

Além disso, propõe-se um estudo experimental e analítico da ligação semirrígida durante a fase de montagem do sistema estrutural, com o objetivo de caracterizar o seu comportamento quando submetida a momentos fletores negativos. Espera-se que os resultados deste estudo permitam ampliar a aplicabilidade de novas estruturas de concreto pré-fabricado, tornando-as mais competitivas frente às estruturas moldadas *in loco*.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo desta pesquisa é a investigação experimental e analítica do comportamento da ligação semirrígida durante a fase de montagem de um novo sistema estrutural pré-fabricado de concreto.

1.2.2 Objetivos específicos

- a. Propor um novo sistema estrutural pré-fabricado para construção de edifícios;
- b. Caracterizar o sistema estrutural proposto, destacando os elementos que compõem a ligação viga-pilar;
- c. Determinar a rigidez à flexão da ligação quando submetida a momentos fletores negativos;
- d. Elaborar um modelo analítico para caracterização da ligação viga-pilar.

1.3 Organização do texto

A pesquisa divide-se em 8 capítulos. O Capítulo 2 trata acerca das estruturas de concreto pré-fabricado. Esta seção explora a definição, caracterização, vantagens e limitações,

processo construtivo e análise estrutural desse tipo de sistema.

O Capítulo 3 trata acerca dos elementos de ligação em estruturas de concreto pré-fabricado. Esta seção aborda a definição, análise estrutural e os principais critérios de classificação das ligações. O Capítulo 4, por sua vez, aborda o comportamento das ligações semirrígidas, trazendo informações relacionadas às metodologias de caracterização das ligações, além de apresentar um histórico com trabalhos relevantes desenvolvidos.

O Capítulo 5 aborda o sistema estrutural proposto, apresentando a caracterização dos elementos estruturais e dos dispositivos de ligação que o compõem. Além disso, são descritos o processo construtivo e os carregamentos atuantes em cada etapa da construção. O Capítulo 6, por sua vez, trata acerca do programa experimental realizado na pesquisa. Nessa seção, é possível visualizar o projeto, produção, montagem, instrumentação e ensaio do protótipo, além dos ensaios de caracterização dos materiais.

O Capítulo 7 apresenta os resultados obtidos por meio das análises experimental e analítica, assim como a comparação entre ambos. Por fim, o Capítulo 8 reúne as principais conclusões extraídas a partir desta pesquisa e sugestões de trabalhos futuros.

2 ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica acerca das estruturas em concreto pré-fabricado. Isso inclui a definição, caracterização, classificação e identificação das principais vantagens e desvantagens associadas ao uso desse tipo de solução estrutural. Além disso, este capítulo traz informações acerca do processo construtivo e análise estrutural desse tipo de estrutura.

2.1 Definição

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR) 9062:2017 distingue os elementos pré-moldados dos elementos pré-fabricados. Os elementos pré-moldados são produzidos fora do local definitivo de utilização, de acordo com as diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 14931 e ABNT NBR 12655. Por outro lado, os elementos pré-fabricados são produzidos em instalações industriais específicas, que contam com mão de obra especializada, matéria-prima de qualidade, equipamentos industriais e rigoroso controle de qualidade.

Em um sistema estrutural de concreto pré-fabricado, os elementos estruturais são produzidos industrialmente, isto é, os processos de moldagem e desmoldagem das peças, lançamento, adensamento e cura do concreto são realizados fora do local definitivo de utilização, com o auxílio de equipamentos especializados e sob um elevado controle de qualidade. Esse tipo de estrutura é aplicável a uma ampla variedade de edificações, incluindo pontes, galpões industriais, estacionamentos e edifícios comerciais e residenciais de múltiplos andares.

2.2 Vantagens e desvantagens

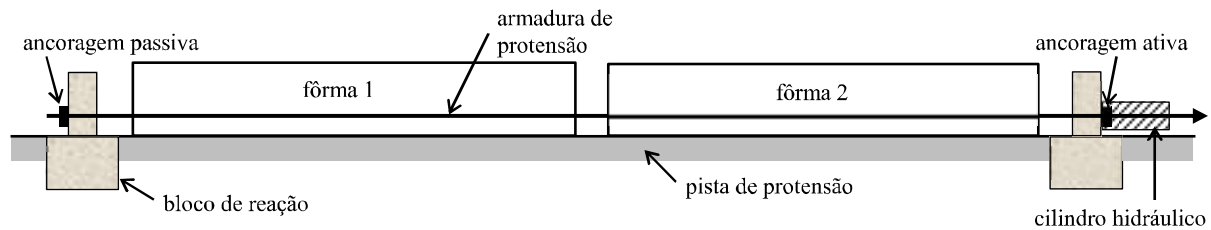
Os sistemas estruturais pré-fabricados apresentam uma série de vantagens que favorecem a sua utilização. O elevado controle de qualidade nas fábricas garante a resistência e durabilidade dos materiais aplicados, além de permitir o uso otimizado dos insumos e reutilização de fôrmas, favorecendo a produção em larga escala. Além disso, a utilização de sistemas estruturais pré-fabricados permite reduzir o tempo de execução da obra, já que o processo de montagem no local de construção é rápido e prático.

A produção industrial de elementos estruturais também possibilita o emprego da protensão com armadura pré-tracionada. Esta técnica envolve a aplicação prévia de tensões de tração no aço, gerando um estado de tensões de compressão prévio no concreto, o que reduz ou

elimina as tensões de tração atuantes em condições de serviço. Isso permite que a estrutura vença maiores vãos sem sofrer fissuração excessiva e/ou grandes deslocamentos (flechas) (Bastos, 2019).

A Figura 2 apresenta o esquema gráfico de uma pista de protensão, que consiste em uma base plana e reta, sobre a qual as peças são fabricadas em linha e sequencialmente. Nas extremidades da pista existem blocos de reação para a ancoragem (fixação) da armadura de protensão que passa por dentro das fôrmas das peças. Os fios são fixados em uma das extremidades (ancoragem passiva) e estirados na outra (ancoragem ativa) com o auxílio de um cilindro hidráulico, antes da concretagem.

Figura 2 – Esquema gráfico simplificado de pista de protensão



Fonte: Bastos, 2024

Os principais fatores que limitam a utilização desse tipo de sistema estrutural estão associados ao transporte e à montagem das peças. Apesar da praticidade de execução, a distância entre a fábrica e o local de uso, associados às dificuldades de acesso, podem resultar em custos elevados de transporte e restrições para a entrada de equipamentos de montagem.

Outro fator limitante são os elementos de ligação viga-pilar, que podem aumentar o custo e dificultar a execução da obra. Conexões mais simples, como as ligações flexíveis, embora mais econômicas e de fácil execução, não oferecem a mesma resistência às solicitações que as conexões mais rígidas. Entretanto, a utilização de ligações rígidas, que teoricamente reproduzem o conceito monolítico das estruturas moldadas *in loco*, requer maior investimento e complexidade na execução (El Debs, 2017).

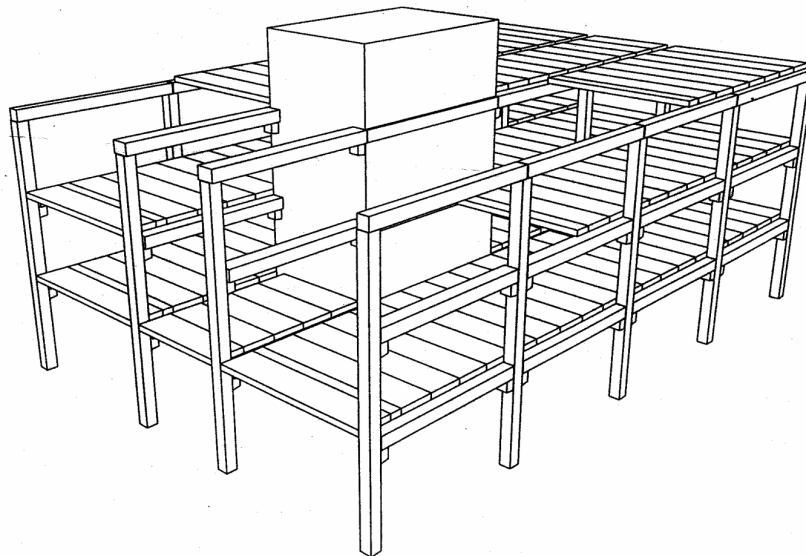
2.3 Tipos de sistemas estruturais pré-fabricados

Os elementos pré-fabricados podem ser aplicados de maneira mista, associados aos componentes pré-moldados, metálicos e moldados *in loco*, ou de maneira isolada, isto é, compondo integralmente o sistema estrutural. A quantidade de cada tipo será determinada de acordo com as especificidades do empreendimento, como a altura do edifício, esforços

solicitantes, recursos financeiros disponíveis, prazo de entrega, condições do canteiro de obras, dentre outros fatores.

Entre os principais tipos de sistemas estruturais pré-fabricados, é possível destacar os sistemas reticulados, em painéis portantes e celulares. Os sistemas reticulados são constituídos por elementos lineares (vigas e pilares) interligados (Figura 3). Esse tipo de estrutura é especialmente recomendado para projetos que exigem grande flexibilidade arquitetônica, como aqueles com espaços abertos e grandes vãos. Por serem normalmente independentes dos sistemas complementares da edificação, os sistemas reticulados facilitam mudanças e adaptações de uso (Acker, 2002).

Figura 3 – Exemplo de estrutura pré-fabricada reticulada

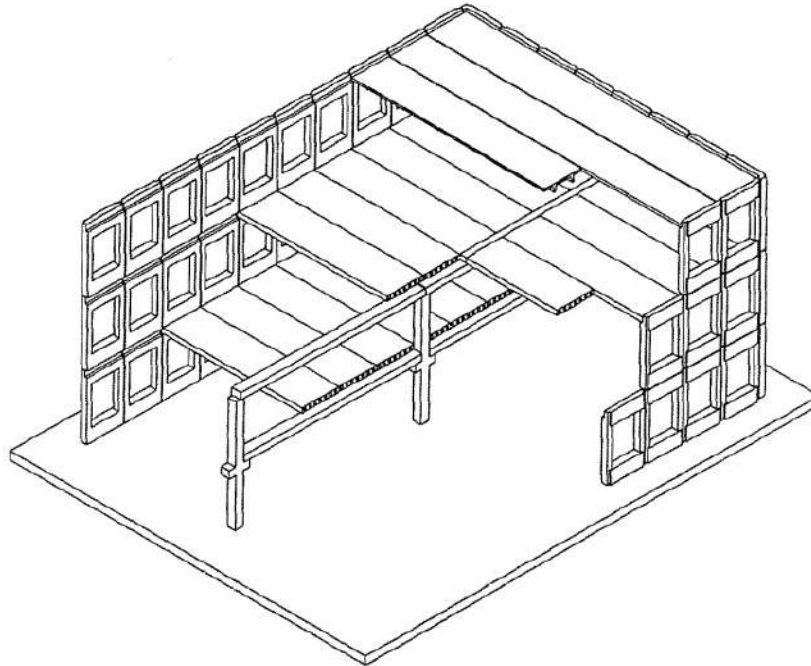


Fonte: Acker, 2002

No sistema de paredes portantes, por sua vez, as paredes atuam como os principais elementos estruturais da edificação, desempenhando simultaneamente funções estruturais e de fechamento. Esses elementos são responsáveis por suportar as cargas verticais e horizontais (contraventamento) e transferi-las para as fundações. As principais vantagens atreladas à utilização desses sistemas são a rapidez na execução, bom isolamento acústico, acabamento liso e elevada resistência ao fogo, além de permitirem modificações futuras sem custos elevados. Em geral, os sistemas de painéis portantes e os sistemas reticulados são aplicados em conjunto: as paredes externas são portantes, enquanto o sistema interno é reticulado (Figura 4) (Acker, 2002).

Já os sistemas pré-fabricados celulares são constituídos por células fechadas ou células abertas com seção U ou L (Figura 5) (Fédération Internationale Du Béton, 2008). São normalmente utilizados em partes específicas da construção, como banheiros, cozinhas

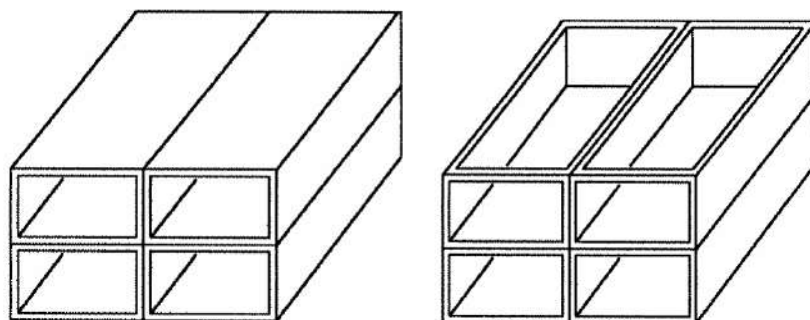
Figura 4 – Exemplo de estrutura pré-fabricada reticulada combinada com painéis portantes



Fonte: El Debs, 2017

e garagens, e apresentam vantagens relacionadas à rapidez e praticidade na execução, pois a fabricação é completamente industrializada e a montagem pode ser feita em fábrica. Todavia, o sistema apresenta pouca flexibilidade arquitetônica e o tamanho das peças pode dificultar ou inviabilizar o transporte e manuseio (Acker, 2002).

Figura 5 – Exemplo de sistema estrutural celular



(a) Elementos de célula fechada

(b) Elementos de célula aberta

Fonte: FIB, 2008

2.4 Processo construtivo

Durante a pré-fabricação, as fôrmas são consideradas elementos fundamentais, já que são responsáveis por garantir a qualidade dos elementos estruturais. O material utilizado e o

processo de montagem das fôrmas devem garantir que a geometria e as dimensões da peça sejam mantidas durante a concretagem e cura do concreto (estabilidade volumétrica). Além disso, as fôrmas devem ser confeccionadas com materiais que facilitem a limpeza e que apresentem baixa aderência com o concreto para simplificar o processo de desmoldagem.

As fôrmas são geralmente confeccionadas em aço, madeira, concreto ou plástico reforçado com fibra. Dentre esses, o aço e a madeira são os mais utilizados. As fôrmas de madeira, embora apresentem menor custo, possuem capacidade limitada de reutilização, sendo necessária a realização de manutenção. As fôrmas de aço, por sua vez, exigem um investimento financeiro maior, porém, oferecem elevada durabilidade e capacidade de reutilização (El Debs, 2017).

A produção industrial de elementos estruturais pode ser realizada com fôrma estacionária, fôrma móvel (carrossel) ou em pistas de concretagem. Na execução com fôrma estacionária, as atividades são executadas ao redor desse elemento, que permanece na mesma posição durante todo o processo. Já na execução com fôrma móvel, esse elemento se movimenta e as atividades são realizadas por equipes estacionárias. Por fim, na execução em pistas de concretagem, os elementos estruturais são produzidos ao longo de superfícies planas, em linha e sequencialmente. Em geral, as pistas de concretagem são utilizadas para a produção de painéis alveolares, executados por extrusão ou fôrmas móveis (El Debs, 2017).

Em resumo, as etapas envolvidas na pré-fabricação de elementos estruturais são:

- (a) Armazenamento e preparo dos materiais (dosagem e mistura do concreto e corte e dobra da armadura);
- (b) Preparação das fôrmas (limpeza e aplicação de desmoldante);
- (c) Posicionamento das armaduras;
- (d) Lançamento, adensamento e cura do concreto;
- (e) Desmoldagem;
- (f) Transporte interno;
- (g) Armazenamento.

2.5 Análise estrutural

Enquanto na análise estrutural de sistemas monolíticos o foco está na avaliação do comportamento da estrutura finalizada, nos sistemas estruturais de concreto pré-fabricado, independentemente do tipo, é igualmente crucial considerar o comportamento dos elementos

estruturais e elementos de ligação durante as diferentes fases de execução (situações transitórias) (El Debs, 2017).

Os procedimentos utilizados para o dimensionamento de estruturas de concreto pré-fabricado são os mesmos empregados para as estruturas moldadas *in loco*, conforme estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014 e considerando os critérios estabelecidos pela ABNT NBR 9062, ABNT NBR 6123, ABNT NBR 6120, ABNT NBR 8681 e ABNT NBR 15421.

A ABNT NBR 9062:2017 determina que, durante o dimensionamento, deve-se:

- (a) Determinar a capacidade resistente da estrutura com base na capacidade resistente dos elementos estruturais e não dos elementos de ligação;
- (b) Verificar a estrutura em relação aos graus de liberdade adicionais, ocasionados pelos elementos pré-fabricados e suas ligações;
- (c) Considerar as incertezas que podem afetar as reações entre elementos pré-fabricados e suas ligações;
- (d) Atentar-se aos detalhes construtivos, como o manuseio, transporte e montagem, de modo a reduzir a possibilidade de colapso progressivo da estrutura;
- (e) Analisar a estabilidade da estrutura em todas as fases, considerando o comportamento das ligações durante a montagem e utilizando elementos provisórios de contraventamento sempre que necessário.

3 ELEMENTOS DE LIGAÇÃO EM ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre os elementos de ligação em estruturas pré-fabricadas, abordando suas definições e os principais procedimentos para a realização da análise estrutural. Além disso, são discutidos os critérios de classificação das ligações, conforme estabelecidos pelos códigos normativos e por autores de destaque na área.

3.1 Definição

Em sistemas estruturais pré-fabricados, o desempenho das ligações interfere diretamente sobre o comportamento da estrutura, já que esses dispositivos são responsáveis pela redistribuição de esforços solicitantes entre os elementos estruturais até que o sistema atinja o equilíbrio, assegurando a solidarização e estabilidade local e global da estrutura (Mota, 2009).

A região de contato entre os elementos estruturais, onde as ligações estão posicionadas, é considerada uma região crítica devido ao elevado acúmulo de tensões. Por isso, a escolha desses elementos exige um estudo minucioso acerca das particularidades do modelo estrutural e uma análise detalhada do comportamento das ligações.

3.2 Análise estrutural

Para o projeto desses elementos, deve-se considerar principalmente a resistência, rigidez, ductilidade, durabilidade e resistência ao fogo, além de aspectos construtivos, como o custo de fabricação, disponibilidade de materiais e facilidade de montagem das peças.

Outra propriedade importante a ser considerada é a deformabilidade à flexão das ligações (D_m), que define a rotação relativa entre os elementos estruturais devida à ação do momento fletor. A deformabilidade permite que ocorram deslocamentos nas extremidades das barras, resultando na perda de rigidez, redistribuição de esforços e alterações nos deslocamentos da estrutura. Conforme mostrado em Ferreira (1993), essa propriedade é dada por:

$$D_m = \frac{\phi}{M} \quad (3.1)$$

onde, ϕ é a rotação M é o momento fletor aplicado à ligação.

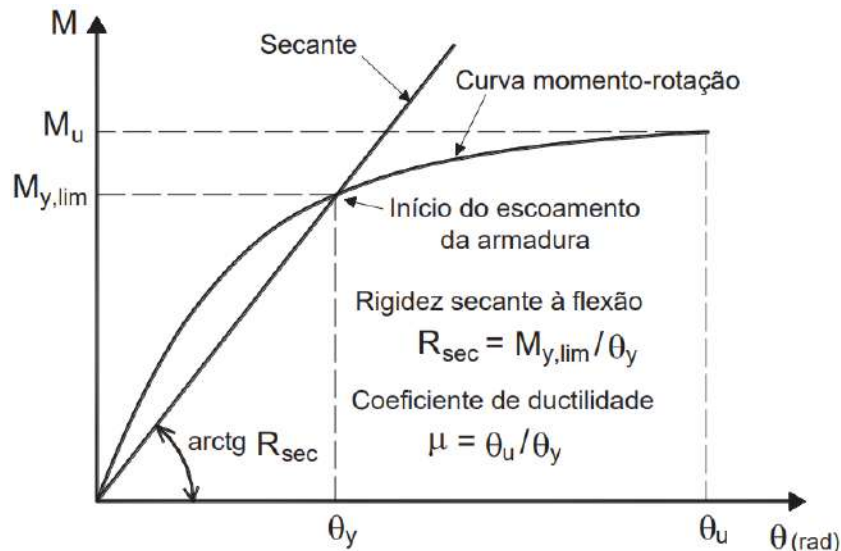
A deformabilidade e a resistência última de uma ligação são obtidas a partir da curva momento-curvatura e a rigidez (K_m) é dada pelo inverso da deformabilidade, conforme exposto

em Baldissera (2006):

$$K_m = \frac{M}{\phi} \quad (3.2)$$

Além disso, a rigidez pode ser determinada através do conceito de rigidez secante (R_{sec}), que considera o comportamento não linear, partindo do comportamento linear. Este conceito representa a rigidez média da ligação ao longo de um intervalo de deformação. A R_{sec} é determinada pela inclinação da linha reta que conecta o ponto inicial da curva, onde não há carregamento, ao ponto que indica o início do escoamento da armadura (Figura 6) (ABNT NBR 9062, 2017).

Figura 6 – Rigidez secante a partir da curva momento-rotação da ligação



Fonte: ABNT NBR 9062, 2017

A ABNT NBR 9062:2017 estabelece uma equação simplificada para o cálculo de

R_{sec} :

$$R_{sec} = k \frac{A_s E_s d^2}{L_{ed}} \quad (3.3)$$

onde, k é o coeficiente de ajustamento da rigidez secante, L_{ed} é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade, d é a altura útil da seção resistente na ligação negativa, E_s é o módulo de elasticidade e A_s é a área da armadura de continuidade negativa. No entanto, esta expressão é válida apenas para os 6 tipos de ligação especificados na norma. Em outros casos, é necessário validar experimentalmente o valor de R_{sec} .

Durante o projeto das ligações, devem ser consideradas as solicitações atuantes em serviço e durante a fase de montagem. Isso inclui os esforços provenientes da retração, fluência e

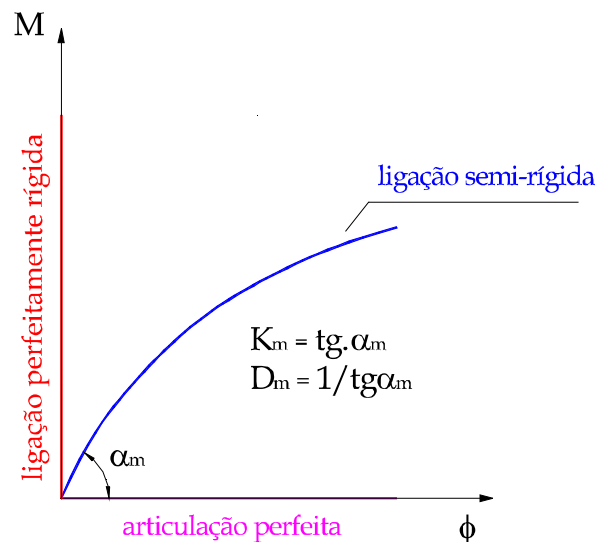
variação de temperatura. Além disso, as ligações devem ter a mesma durabilidade que os demais componentes da estrutura e, para os casos em que isso não for possível, é necessário prever em projeto a possibilidade de manutenção desses elementos (ABNT NBR 9062, 2017).

3.3 Classificação

A principal classificação para dispositivos de ligação baseia-se na vinculação das peças, podendo ser articuladas, rígidas ou semirrígidas. Nas ligações articuladas ou flexíveis não há transferência de esforços de flexão entre os elementos estruturais (condição biapoiada), enquanto nas ligações rígidas os esforços de flexão são transferidos integralmente (condição de engaste). As ligações semirrígidas, por sua vez, permitem a transferência parcial dos esforços de flexão, proporcionando um nível intermediário de engastamento à estrutura (Mota, 2009).

Esse tipo de ligação, portanto, possibilita determinado grau de rotação entre os elementos estruturais, enquanto as ligações articuladas permitem rotação livre e as ligações perfeitamente rígidas impedem totalmente a rotação. Na Figura 7, é possível visualizar o diagrama momento-curvatura, que relaciona o momento fletor aplicado (M) à rotação relativa entre os elementos estruturais (θ) para os três tipos de ligação.

Figura 7 – Diagrama momento-rotação para os três tipos de ligação



Fonte: Mota, 2009

Entre os tipos de ligação existentes, as articuladas costumam ser amplamente utilizadas devido ao baixo custo e à facilidade de instalação. No entanto, não são recomendadas para estruturas com altura elevada, já que os pilares nessas situações trabalham em balanço, apresen-

tando momentos fletores elevados. Já as ligações perfeitamente rígidas, embora apresentem bom desempenho em tais condições, são onerosas e de difícil instalação. Na prática, limitar ou liberar por completo a rotação entre elementos estruturais é uma tarefa complexa. Portanto, na maior parte dos casos, a ligação assume o comportamento semirrígido (Mota, 2009).

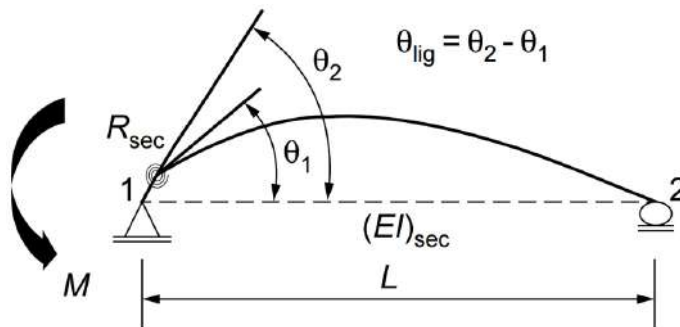
3.3.1 NBR 9062:2017

De acordo com as prescrições da norma brasileira, a classificação das ligações depende do fator de restrição à rotação (α_R). Esse parâmetro é definido como a razão entre a rotação da extremidade do elemento (θ_1) e a rotação combinada do elemento e da ligação (θ_2), ocasionadas pela ação do momento de extremidade (Figura 8):

$$\alpha_R = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \left[1 + \frac{3(EI)_{sec}}{R_{sec} L_{ef}} \right]^{-1} \quad (3.4)$$

onde, $(EI)_{sec}$ é a rigidez secante da viga considerada na análise estrutural, L_{ef} é o vão efetivo, dado pela distância entre os centros de giros dos apoios, e R_{sec} é a rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar.

Figura 8 – Fator de restrição à rotação



Fonte: ABNT NBR 9062, 2017

A ligação é considerada articulada para valores de α_R inferiores a 0.15 e rígida para valores de α_R iguais ou superiores a 0.85. Ligações com valores de α_R definidos nos demais intervalos são consideradas semirrígidas:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha_R < 0,15 & \Rightarrow \text{Ligação articulada} \\ 0,15 \leq \alpha_R < 0,85 & \Rightarrow \text{Ligação semirrígida} \\ \alpha_R \geq 0,85 & \Rightarrow \text{Ligação rígida} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

3.3.2 Eurocode 3 (2005)

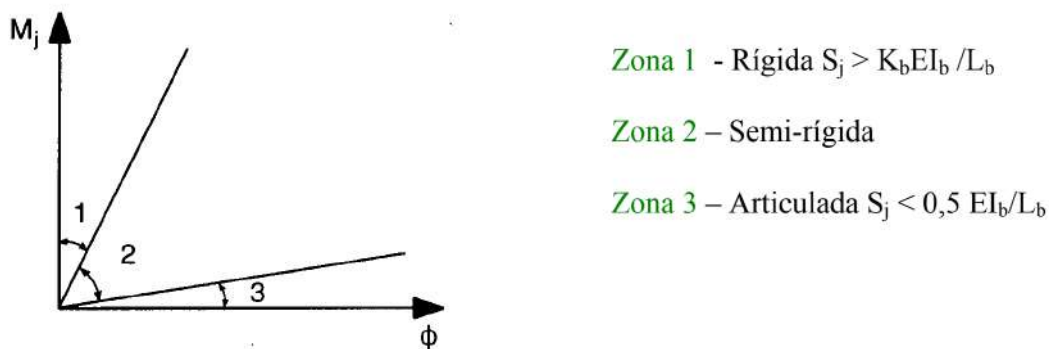
A norma europeia estabelece que para as ligações metálicas entre viga e pilar, a classificação pode ser feita a partir da rigidez inicial da ligação (S_i), equivalente a 2/3 do momento resistente de cálculo da ligação :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_i \leq 0,5 \frac{E I_v}{L_v} \Rightarrow \text{Ligação articulada} \\ S_i \geq K_b \frac{E I_v}{L_v} \Rightarrow \text{Ligação rígida} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

onde, I_v é o momento de inércia da seção transversal, E é o módulo de elasticidade do aço e L_v é o comprimento da viga conectada à ligação. O parâmetro K_b é considerado igual a 8 para estruturas indeslocáveis e igual a 25 para estruturas nas quais a relação $K_v/K_p \geq 0,1$ é satisfeita em cada andar, sendo K_v o valor médio de I_v/L_v para as vigas no topo do andar e K_p o valor médio de I_v/L_v para todos os pilares do andar. Para valores de $K_v/K_p < 0,1$, a ligação é considerada semirrígida (Baldissera, 2006).

A Figura 9 apresenta a delimitação das zonas correspondentes às ligações metálicas rígidas, articuladas e semirrígidas.

Figura 9 – Zonas de classificação das ligações metálicas



Fonte: Baldissera, 2006

3.3.3 Ferreira et. al (2005)

Ferreira et. al (2005) propuseram um sistema de classificação das ligações de estruturas de concreto pré-fabricado (Tabela 1), baseado no valor de α_R e no coeficiente de engastamento parcial, dado pela razão entre o momento fletor na ligação (M_E) e o momento fletor de engastamento perfeito (M_R).

Nesta proposta, as ligações são divididas em cinco zonas distintas com valores de α_R que variam de 0, para os casos de articulação perfeita, a 1, para os casos de engaste perfeito.

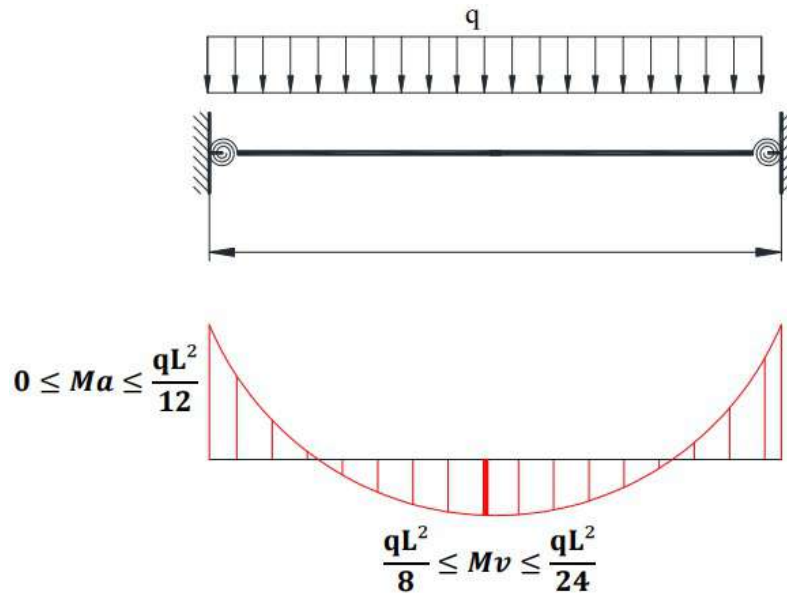
Para ligações semirrígidas (regiões 2, 3 e 4), os momentos fletores positivos (M_v) e negativos (M_a) variam de acordo com o grau de restrição da ligação, conforme apresentado na Figura 10.

Tabela 1 – Sistema de classificação das ligações

Zonas	Fator de restrição (α_R)	Engastamento parcial ($\frac{M_E}{M_R}$)	Classificação das ligações
1	$0 \leq \alpha_R < 0,14$	$0 \leq M_E/M_R < 0,2$	Articuladas
2	$0,14 \leq \alpha_R < 0,40$	$0,20 \leq M_E/M_R < 0,50$	Semirrígidas com baixa restrição
3	$0,40 \leq \alpha_R < 0,67$	$0,50 \leq M_E/M_R < 0,75$	Semirrígidas com restrição média
4	$0,67 \leq \alpha_R < 0,89$	$0,75 \leq M_E/M_R < 0,90$	Semirrígidas com restrição alta
5	$0,89 \leq \alpha_R < 1$	$0,90 \leq M_E/M_R < 1$	Perfeitamente rígidas

Fonte: Ferreira *et. al.*, 2005

Figura 10 – Diagrama do momento fletor para ligações semirrígidas



Fonte: Prado, 2014

4 COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

A análise do comportamento estrutural das ligações semirrígidas pode ser realizada por meio de ensaios experimentais, modelos numéricos e/ou métodos analíticos. Essas abordagens permitem determinar a relação momento-curvatura da ligação, a partir da qual é possível definir sua rigidez rotacional, correspondente à capacidade da ligação de resistir à rotação ocasionada pela ação do momento fletor.

A seção a seguir apresenta os principais tipos de análises realizadas para caracterizar o comportamento das ligações semirrígidas. Isso inclui os procedimentos necessários para a investigação e as pesquisas relevantes realizadas ao longo dos anos.

4.1 Análise experimental

Os ensaios experimentais em laboratório, quando realizados em condições que replicam as situações encontradas na prática, fornecem resultados altamente confiáveis e, por isso, estão entre as principais abordagens adotadas para caracterização das ligações semirrígidas. Entretanto, trata-se de uma abordagem onerosa, tornando-a geralmente restrita aos estudos científicos e pesquisas acadêmicas.

4.1.1 Procedimento

A investigação experimental é conduzida por meio da montagem, instrumentação e ensaio de protótipos em laboratório. Esse procedimento permite uma análise detalhada da capacidade resistente, rigidez, fissuração e modo de falha da ligação. Os resultados obtidos são fundamentais para a calibração dos modelos numéricos e validação dos modelos analíticos (Alva *et al.*, 2020).

Durante a análise, é necessário coletar a deformação ao longo da estrutura para cada incremento de carga aplicado até a carga final. Um dos equipamentos amplamente utilizados para essa finalidade é o extensômetro elétrico de resistência (*strain gauge*), responsável por medir deformações estáticas e dinâmicas ao longo da estrutura por meio da variação da resistência elétrica (Takeya, 2000).

Por se tratar de um instrumento pequeno, os extensômetros são considerados versáteis, além de apresentarem elevada sensibilidade e precisão. No entanto, sua utilização exige uma preparação cuidadosa da superfície onde será fixado, além de uma fixação e proteção adequadas,

já que esses equipamentos são sensíveis à umidade e às variações de temperatura.

Para a medição de deslocamentos lineares, geralmente são utilizados relógios comparadores e LVDTs, enquanto para deslocamentos angulares, empregam-se os inclinômetros. A aplicação do carregamento é normalmente realizada por meio de cilindros hidráulicos, também denominados macacos hidráulicos. Esses dispositivos são acionados por fluido sob pressão, que, ao ser injetado no cilindro por uma bomba hidráulica, desloca o pistão, aplicando a força na estrutura. A leitura e o registro dos dados, por sua vez, são efetuados por sistemas de aquisição de dados (Takeya, 2000).

4.1.2 Pesquisas relevantes

No Brasil, as pesquisas experimentais referentes às ligações em estruturas pré-fabricadas tiveram início no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP) durante a década de 90, com destaque para os trabalhos de Soares (1998) e Ferreira (1999).

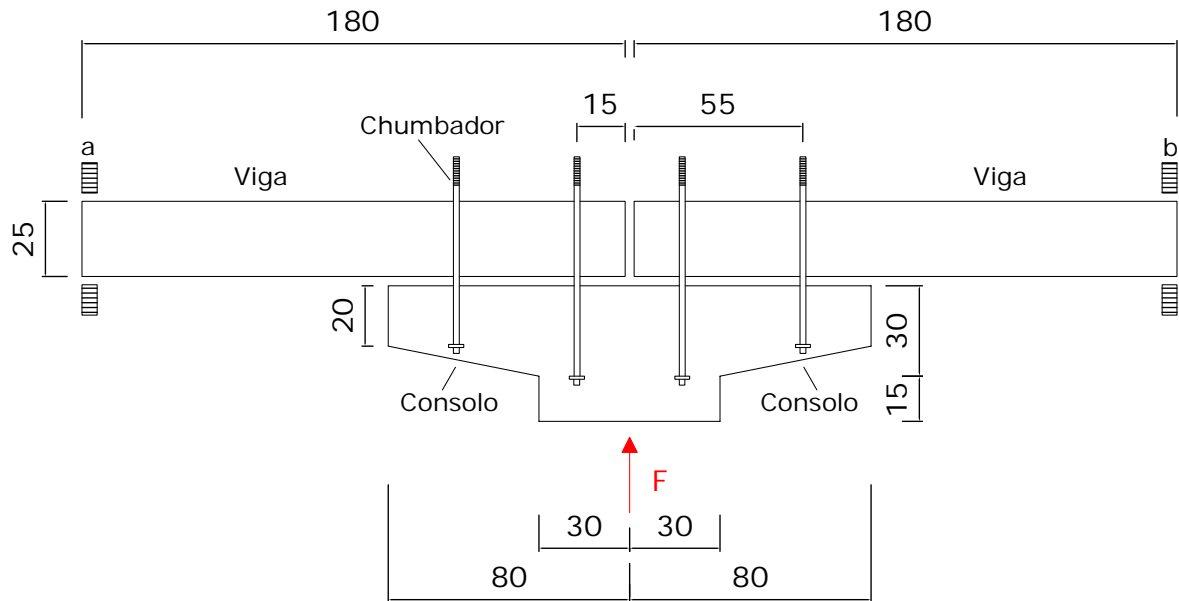
Em 1998, Soares estudou a deformabilidade à flexão de uma das ligações presentes em galpões de concreto pré-fabricado. Trata-se de uma ligação viga-pilar executada por meio de chumbador reto inserido no consolo. Para a análise, foram realizados ensaios experimentais e análises numéricas através do Método dos Elementos Finitos (MEF).

Durante o experimento, o carregamento foi aplicado de baixo para cima com o auxílio de um cilindro hidráulico com capacidade de 600 *kN*. Foram realizados quatro ciclos de carga e descarga, nos quais se atingiu 25% da carga de ruptura estimada, com o objetivo de observar o comportamento da ligação à fadiga. Em seguida, aplicou-se a carga de ruptura estimada, equivalente a 95 *kN* neste caso. A Figura 11 apresenta as características geométricas da ligação viga-pilar ensaiada.

Para a análise das deformações, extensômetros elétricos foram posicionados nos chumbadores e ao longo das armaduras transversais e longitudinais das vigas. Para a obtenção dos deslocamentos verticais e horizontais e dos deslocamentos relativos entre as vigas e consolos, foram utilizados transdutores de deslocamento e relógios comparadores na região de contato entre as vigas e os consolos.

A partir dos resultados, constatou-se que durante a fase linear, até a carga de fissuração de 26 *kN*, a rigidez inicial foi de aproximadamente 14085 *kN · m/rad*. A partir desse ponto, o aumento da força aplicada resultou em uma redução progressiva da rigidez. Assim, a rigidez

Figura 11 – Ligação viga-pilar estudada por Soares (1998)



Fonte: Soares, 1998

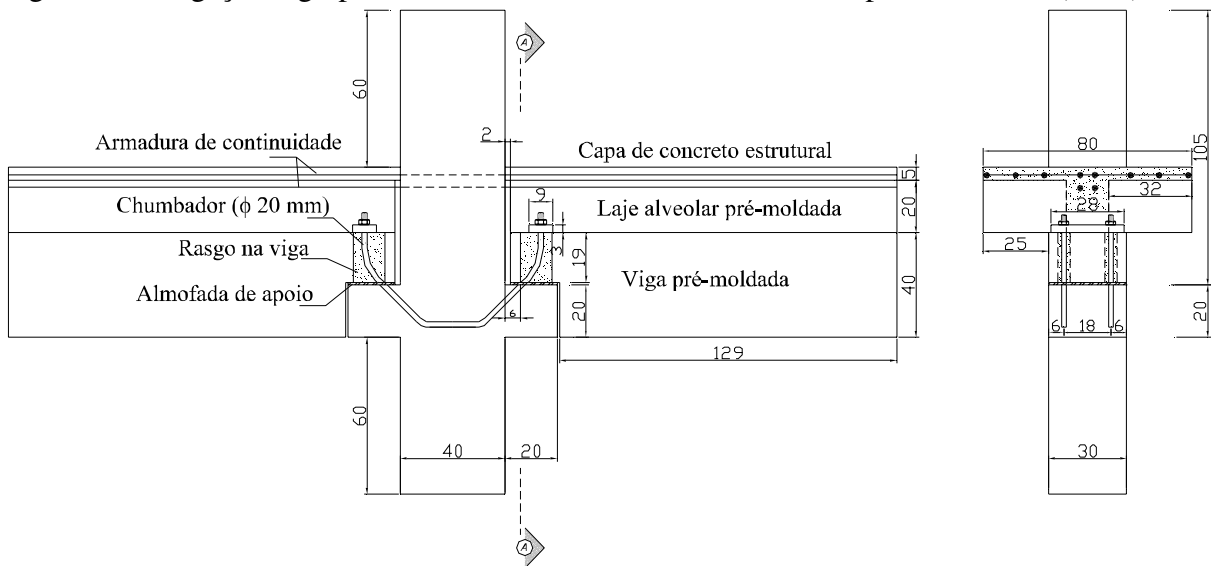
secante para o momento último foi de $8960 \text{ kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$.

Em 2006, Baldissera investigou experimentalmente o comportamento de uma ligação viga-pilar executada com dois chumbadores com trecho inclinado inseridos nos consolos. O objetivo do estudo foi obter uma ligação com maior rigidez e resistência que as ligações comumente utilizadas em estruturas multi-piso reticuladas, executadas com chumbadores retos inseridos no consolo, como a estudada por Soares (1998). Nesta pesquisa, dois modelos da ligação foram ensaiados: um representando o pilar intermediário e outro representando o pilar de extremidade. A Figura 12 ilustra a ligação viga-pilar para o caso do pilar intermediário.

Antes de iniciar o carregamento efetivo da estrutura, realizou-se a etapa de escorvamento, que consiste na aplicação de uma pequena porcentagem da carga de ruptura estimada, com o objetivo de verificar o funcionamento adequado dos equipamentos e induzir as acomodações iniciais da estrutura. Esse procedimento assegura que os resultados obtidos durante o ensaio reflitam com maior precisão o comportamento real da estrutura. Nesta pesquisa, aplicou-se uma carga equivalente a 5% da carga de ruptura estimada.

Durante o ensaio propriamente dito, o pilar foi submetido a carregamentos alternados de curta duração, aplicados de cima para baixo por meio de um atuador servo-controlado com capacidade nominal de 500 kN . Ao todo, foram realizados 21 ciclos de carregamento. Nos primeiros 20 ciclos, aplicou-se um carregamento correspondente a 60% da carga de ruptura estimada. No último ciclo, a estrutura foi levada à ruína.

Figura 12 – Ligação viga-pilar com chumbador inclinado estudada por Baldissera (2006)



Fonte: Baldissera, 2006

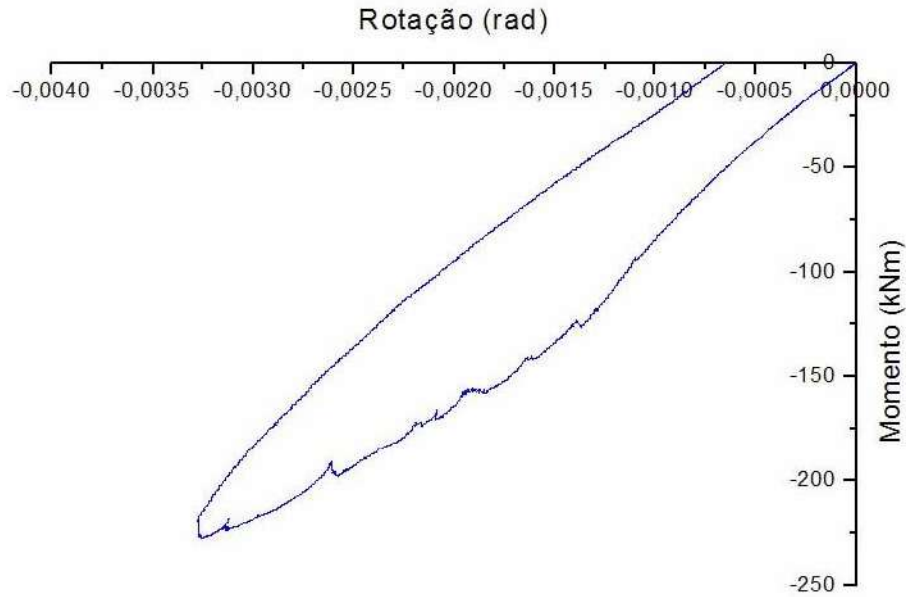
Para medição das deformações e deslocamentos, extensômetros elétricos foram instalados nos chumbadores e nas armaduras dos pilares, vigas e capa de concreto. Externamente, transdutores foram posicionados na viga e no consolo, enquanto relógios comparadores e inclinômetros foram fixados no consolo e na capa de concreto para determinação da rotação relativa entre a viga e o pilar.

A partir dos diagramas momento-rotação para o pilar intermediário, sob a ação de momento fletor negativo e positivo (Figura 13), determinou-se uma rigidez equivalente a $79,6 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ para momento fletor negativo e $28,8 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ para momento fletor positivo. A ruptura da ligação ocorreu por escoamento da armadura da capa quando solicitada por um momento fletor negativo de $227 \text{ kN} \cdot \text{m}$ e por escoamento do chumbador quando solicitada por um momento fletor positivo de $144,1 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

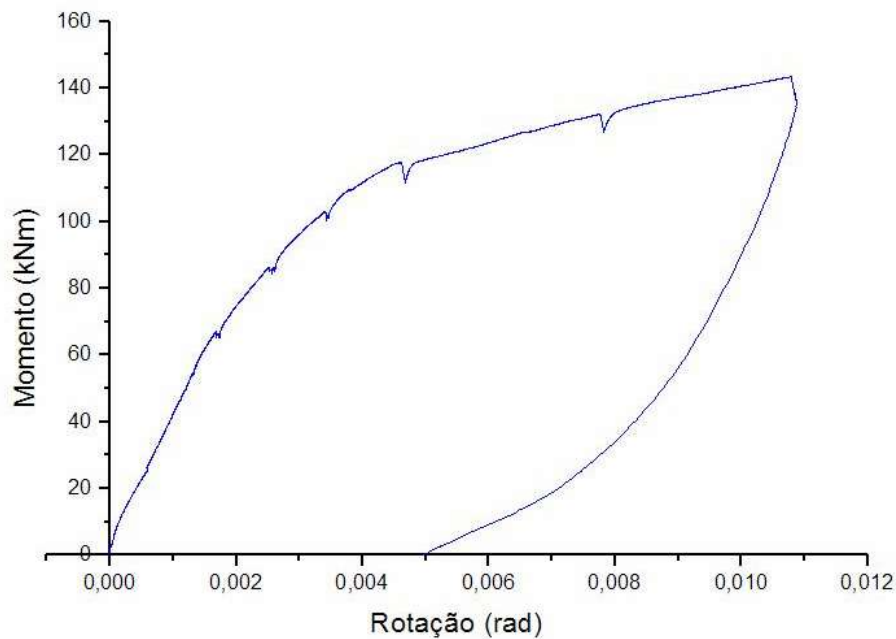
Em 2018, Prado avaliou experimentalmente e analiticamente o comportamento estrutural de uma ligação viga-pilar provisória para estruturas de concreto pré-fabricado. A ligação é constituída por um consolo metálico de seção transversal “U”, embutido no pilar, e por um dente metálico de seção transversal retangular vazada, embutido na viga. Os dois elementos são encaixados um ao outro durante a montagem (Prado; El Debs, 2018). A Figura 14 apresenta o esquema gráfico da ligação e de seus componentes.

Durante o ensaio, um carregamento estático e monotônico foi aplicado de cima para baixo em diferentes posições da viga com o auxílio de um atuador servo-controlado com capacidade nominal de 500 kN . O carregamento foi aplicado com controle de deslocamento

Figura 13 – Diagrama momento-rotação para o último ciclo de carregamento aplicado à ligação estudada por Baldissera (2006)



(a) Momento negativo



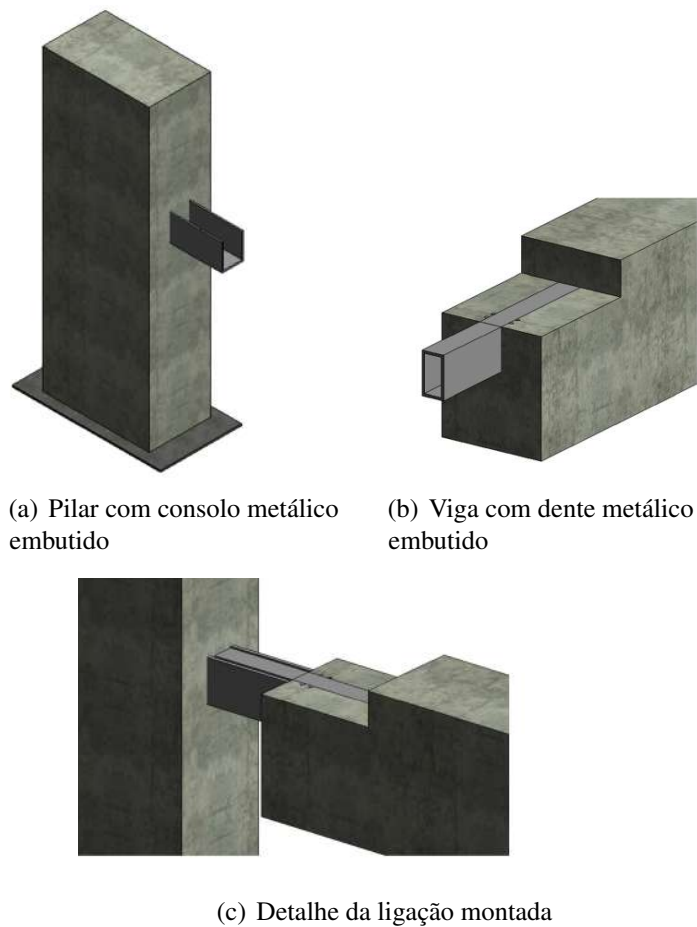
(b) Momento positivo

Fonte: Baldissera, 2006

do pistão, a uma velocidade de $0,005 \text{ mm/s}$. O objetivo foi analisar a estabilidade lateral do pórtico e a capacidade de carga dos dentes e consolos metálicos. A Figura 15 apresenta a vista em perspectiva do esquema do ensaio realizado.

Extensômetros elétricos foram instalados na parte interna dos consolos e dentes metálicos, e nos estribos da viga, com o intuito de determinar as deformações e caracterizar a

Figura 14 – Ligação viga-pilar temporária estudada por Prado (2018)



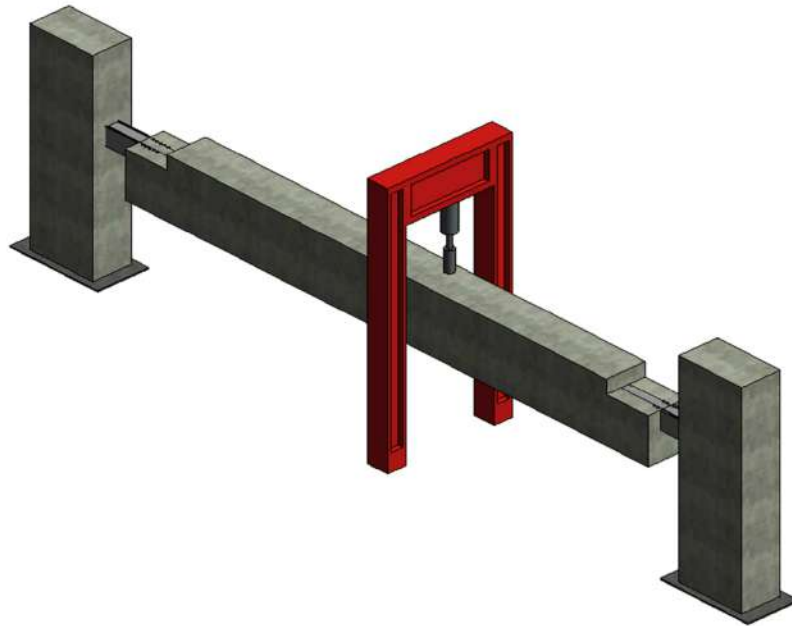
Fonte: Prado, 2018

forma de ruína da ligação. Além disso, na parte externa, transdutores de deslocamento foram posicionados nas extremidades livres dos consolos e dentes metálicos, e nos pilares, com o objetivo de determinar os deslocamentos lineares do sistema.

Conforme o modelo teórico, os principais modos de falha para o consolo metálico foram por ruptura do concreto, plastificação e cisalhamento do perfil metálico. Os resultados da análise experimental indicaram que o início do escoamento dessa peça ocorreu sob um carregamento de $163,4 \text{ kN}$ e a plastificação total da seção se deu para uma carga de $300,7 \text{ kN}$. Além disso, verificou-se um deslizamento de 10 mm do consolo metálico para fora do concreto, o que resultou no surgimento de fissuras na borda desse elemento.

Para o dente metálico, o modelo teórico mostrou que os principais modos de falha foram por escoamento do aço da cinta metálica e plastificação do perfil metálico. Os resultados experimentais apontaram que o início do escoamento desse elemento se deu após a aplicação de um carregamento de $212,65 \text{ kN}$.

Figura 15 – Perspectiva isométrica do esquema do ensaio realizado por Prado (2018)



Fonte: Prado, 2018

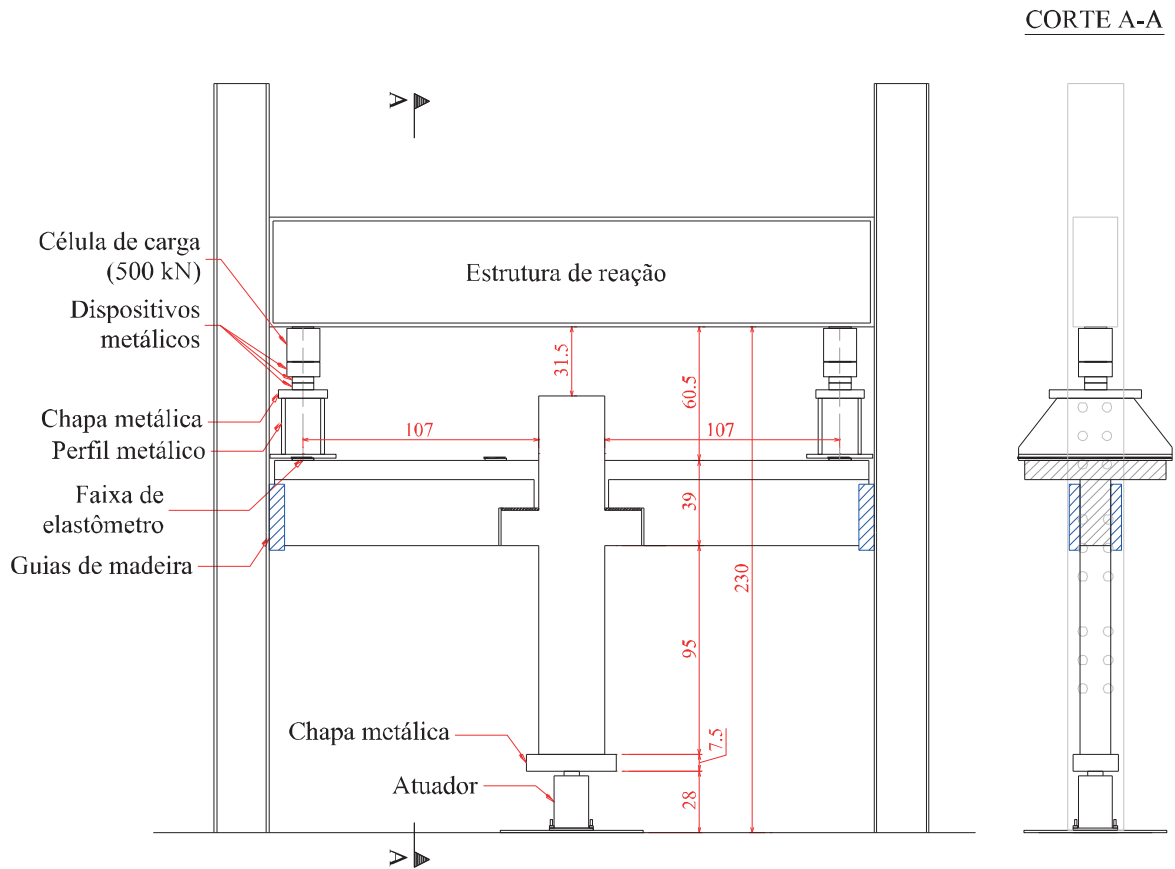
Alva, Lacerda e Silva (2020) investigaram experimentalmente o comportamento de quatro tipos de ligação viga-pilar semirrígida. O objetivo principal da pesquisa era avaliar a influência do preenchimento com graute na interface inferior entre viga e consolo, bem como o efeito do posicionamento da armadura de continuidade, considerando sua passagem exclusivamente pelo pilar ou apenas pela laje moldada *in loco*. No total, quatro protótipos foram ensaiados, sendo dois deles para cada caso.

Durante os ensaios, aplicou-se um carregamento no pilar de baixo para cima com o auxílio de atuador com capacidade nominal de 500 kN, gerando forças de reação nas extremidades das vigas (Figura 16). Transdutores de deslocamento foram posicionados nas extremidades livres das vigas, no pilar e na interface entre a viga e o consolo para obtenção dos deslocamentos.

Durante os ensaios, observou-se que a fissuração ocorreu nas interfaces pilar-laje em todos os protótipos analisados, com maior concentração na laje. Em relação à resistência ao momento fletor, verificou-se um aumento de 38% no modelo com armadura de continuidade passando pela laje e de 36% no modelo com armadura de continuidade passando pelo pilar, ambos após o preenchimento com graute.

Quanto à posição da armadura de continuidade, não foram observadas diferenças significativas. Para os modelos com preenchimento com graute, os momentos máximos no modelo com armadura de continuidade passando pela laje foram 6,6% superiores aos do modelo

Figura 16 – Esquema de ensaio realizado por Alva, Lacerda e Silva (2020)



Fonte: Alva, Lacerda e Silva, 2020

com armadura de continuidade passando pelo pilar. Já para os modelos sem preenchimento com graute, essa diferença foi de 5,3%.

Para os modelos com armadura de continuidade passando pela laje, a rigidez secante da ligação aumentou cerca de 6,5 vezes após o preenchimento com graute, enquanto para os modelos com armadura de continuidade passando pelo pilar, esse aumento foi de cerca de 4,7 vezes. Em relação ao posicionamento das armaduras, a rigidez secante para os modelos com armadura de continuidade passando pelo pilar foi cerca de 26,3% maior que para os modelos com armadura de continuidade passando pela laje, ambos com preenchimento com graute, enquanto sem o preenchimento, esse aumento foi de cerca de 72,5%.

4.2 Análise analítica

Apesar das vantagens atreladas às investigações experimentais, existem fatores que dificultam a sua realização, como o elevado custo e a especificidade dos resultados, que são válidos apenas para a ligação estudada. Assim, torna-se imprescindível utilizar os resultados

para a construção de modelos analíticos ou mecânicos simples, que permitam a caracterização do comportamento de ligações semelhantes às ensaiadas (Mota, 2009).

4.2.1 *Método dos componentes*

A construção de um modelo analítico para caracterização do comportamento das ligações semirrígidas pode ser feita por meio do método dos componentes. Essa abordagem permite o desenvolvimento de equações baseadas em um modelo simplificado da ligação, através das quais é possível descrever o comportamento dos diferentes mecanismos de transferência de força presentes, conhecidos como componentes ativos. Dessa forma, a deformabilidade final da ligação é dada pela associação das deformabilidades de cada um dos seus componentes (Mota, 2009).

O programa *Control of the Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections* (COST C1), desenvolvido entre 1991 e 1998, descreve as etapas envolvidas na aplicação dessa metodologia:

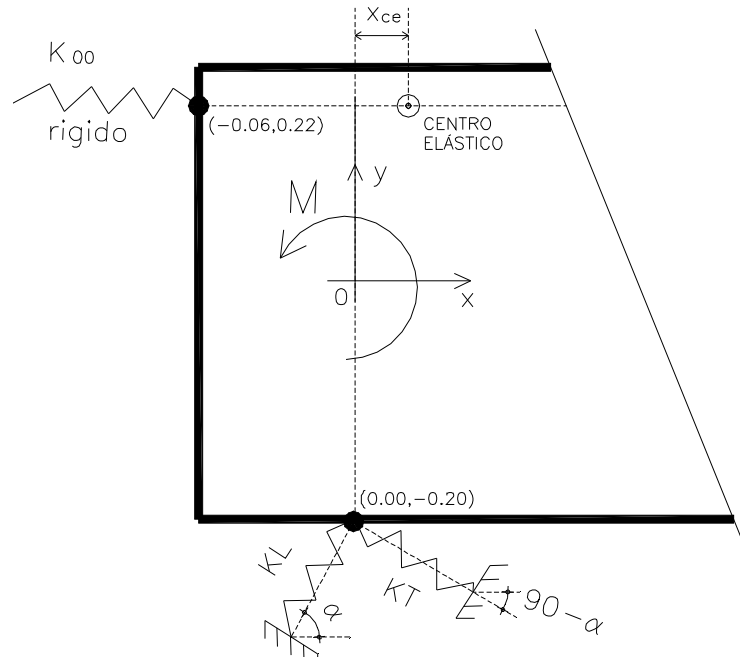
- (a) Identificação dos componentes ativos, como armaduras, placas de aço e conectores;
- (b) Avaliação do comportamento estrutural de cada componente, com foco nas características de deformação e resistência;
- (c) Associação dos componentes para a construção da ligação completa.

Para a construção do modelo mecânico, a extremidade da viga que está sobre o apoio pode ser representada por uma chapa apoiada em um centro de giro e cada componente ativo da ligação pode ser representado por uma mola com rigidez específica. As molas podem ter qualquer direção e podem estar atreladas ao modelo em qualquer ponto (Mota, 2009).

Para simplificar o modelo, as molas podem ser associadas em série ou paralelo, formando a ligação completa. Para os casos em que a ligação é solicitada por momentos fletores positivos e negativos, é necessário desenvolver dois modelos mecânicos distintos, um para cada tipo de esforço.

Na Figura 17, é possível observar o modelo mecânico para a ligação viga-pilar estudada por Baldissera (2006), discutida na seção 4.1.2, quando solicitada por momento fletor positivo. No modelo, K_{∞} é a rigidez da componente de transferência de esforço de compressão devido ao contato entre a parte superior da viga e a face do pilar, K_L é a rigidez longitudinal do chumbador (parcela de tração) e K_T é a rigidez transversal do chumbador (parcela de cisalhamento).

Figura 17 – Representação da ligação semirrígida estudada por Baldissera (2006)



Fonte: Mota, 2009

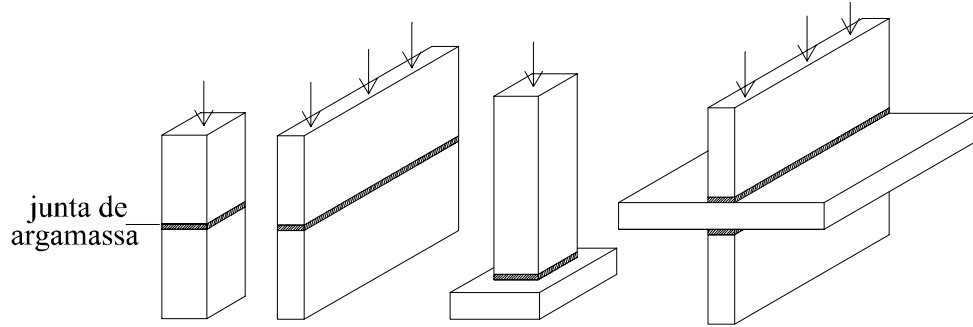
4.2.2 Mecanismos básicos de deformação

Os componentes ativos podem ser classificados de acordo com os tipos de esforços que são capazes de transferir entre os elementos estruturais. Esta seção aborda uma análise dos mecanismos de deformação presentes na ligação estudada. Essas informações serão utilizadas na elaboração do modelo analítico da ligação.

4.2.2.1 Transferência de esforços de compressão

Baldissera (2006) explica que, em elementos pré-fabricados de concreto, as forças de compressão são comumente transferidas de um elemento para outro através de juntas horizontais que, na prática, podem ser preenchidas com graute, argamassa ou concreto. A Figura 18 apresenta exemplos de juntas horizontais de argamassa utilizadas em diferentes conexões: entre segmentos de pilares, entre painéis de paredes portantes, entre pilares e lajes, e entre painéis e lajes.

Figura 18 – Junta de argamassa entre elementos pré-fabricados



Fonte: Barboza, 2001

Bjluger (1988) estabelece uma relação entre a deformabilidade das juntas de argamassa e sua resistência e características geométricas. A deformabilidade de uma ligação (λ_c) com n juntas é dada por:

$$\lambda_c = n D_j + \frac{h}{\sum_i \left(\frac{a}{n_i D_i} \right)} \quad (4.1)$$

onde, D_j é a deformabilidade da junta, h é a espessura e a é a largura da junta.

A Tabela 2 apresenta os valores para deformabilidade das juntas (D_j) preenchidas com concreto e argamassa entre painéis e pilares, dados de acordo com a resistência à compressão desses materiais.

Tabela 2 – Deformabilidade das juntas de argamassa e concreto

Tipo de junta	Material de preenchimento	Resistência à compressão do concreto/argamassa (m/MPa)		
		Até 1 MPa	5 MPa	> 10 MPa
Entre painéis	Argamassa	10^{-4}	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^{-4}$
	Concreto	-	-	$0,2 \cdot 10^{-4}$
Entre pilares	Argamassa	-	-	$0,5 \cdot 10^{-4}$
	Concreto	-	-	$0,2 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Adaptado de Bjluger (1988)

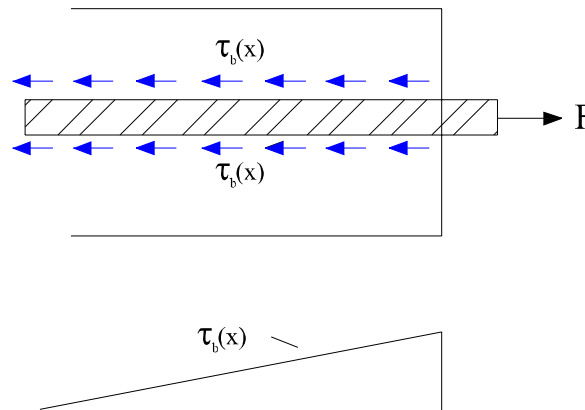
4.2.2.2 Transferência de esforços de tração

Para o caso de barras ancoradas no concreto, as forças de tração são transferidas da barra de aço para o concreto ao redor por aderência. Esse mecanismo é responsável por um certo deslizamento entre o aço e o concreto, variável ao longo da barra. Na extremidade

carregada, onde as forças de tração são resistidas exclusivamente pela barra ancorada, ocorre o maior deslizamento (Baldissera, 2006).

Ao longo da interface aço/concreto, a força passa a ser transmitida por meio das tensões de aderência (τ_b), que surgem apenas em parte do comprimento da barra, denominado comprimento de transmissão. As τ_b diminuem ao longo do comprimento de transmissão e, por isso, apresentam os valores máximos próximos à extremidade carregada e valores próximos a zero no trecho final (Fédération Internationale Du Béton, 2008). A Figura 19 apresenta o mecanismo de transferência de forças de tração descrito.

Figura 19 – Distribuição das tensões de aderência em barras ancoradas no concreto



Fonte: Baldissera, 2006

Mota (2009) descreve o procedimento de cálculo necessário para determinação da rigidez de uma barra ancorada no concreto. O valor máximo de τ_b é dado de acordo com a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) e com as condições de aderência da barra (k) por:

$$\tau_{max} = k\sqrt{f_{ck}} \quad (4.2)$$

onde, k é equivalente a 2,5 para situações de boa aderência e 1,25 para os demais casos.

O deslocamento na ponta da barra necessário para que a armadura atinja a tensão de escoamento (u_y) é dado por:

$$u_y = \left[0,288 \left(\frac{\phi f_{yk}^2}{\tau_{max} E_s} \right)^{0,714} + \frac{f_{yk}}{E_s} 2\phi \right] \quad (4.3)$$

onde, ϕ é o diâmetro da barra ancorada, f_{yk} é a tensão de escoamento do aço, τ_{max} é a máxima tensão de aderência e E_s é o módulo de elasticidade do aço.

Portanto, a rigidez (K) deste componente ativo é dada por:

$$K = \frac{f_{yk} A_s}{u_y} \quad (4.4)$$

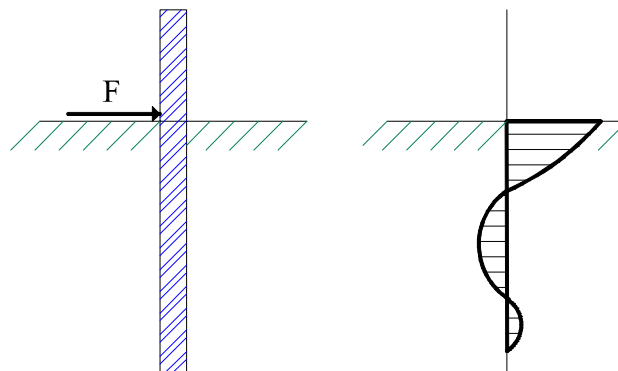
onde, A_s é a área da armadura.

4.2.2.3 Transferência de esforços de cisalhamento

Chumbadores são definidos como barras transversais ancoradas no concreto com o intuito de interligar dois elementos pré-fabricados, que podem estar em contato direto ou separados por uma almofada de elastômero ou por uma camada de graute (Mota, 2009).

Esses dispositivos são capazes de transferir forças de cisalhamento de um elemento para outro (efeito de pino), o que resulta no surgimento de um estado de tensões não uniforme no concreto circundante. Como resultado, o chumbador é submetido à flexão com momento máximo próximo à interface onde está ancorado (Baldissera, 2006). A Figura 20 ilustra a distribuição de tensões devida à transferência de forças de cisalhamento através de chumbadores.

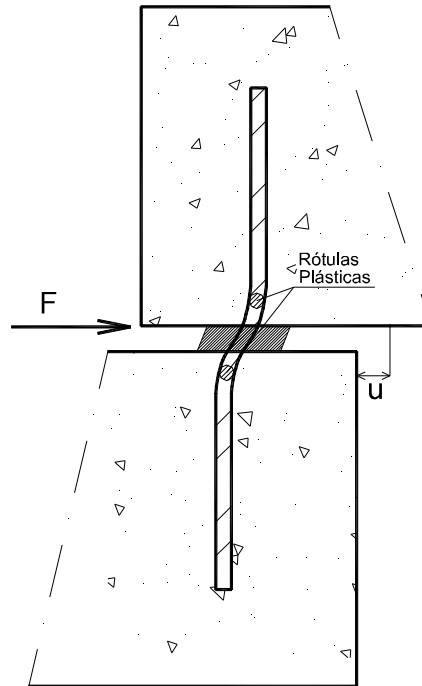
Figura 20 – Distribuição de tensões devida à transferência de forças de cisalhamento através de chumbadores



Fonte: Baldissera, 2006

Baldissera (2006) explica o modo de ruptura para os chumbadores que possuem resistência próxima a do concreto. Nesses casos, o dispositivo perde a capacidade de transferência de esforços de cisalhamento quando rótulas plásticas são formadas. Em geral, quando o chumbador está ancorado em dois elementos de mesma resistência, as rótulas plásticas são formadas simultaneamente próximas à região de momento fletor máximo. Caso contrário, a carga última é dada pela formação da segunda rótula plástica, no elemento de maior resistência. Na Figura 21, é possível visualizar a formação de rótulas plásticas para um chumbador ancorado em dois elementos, separados por uma almofada de elastômero.

Figura 21 – Formação de rótulas plásticas em chumbador ancorado em dois elementos



Fonte: Mota, 2009

Mota (2009) descreve o procedimento de cálculo necessário para a determinação da rigidez de um chumbador. O deslocamento horizontal relativo entre as superfícies dos elementos ligados pelo chumbador no momento de formação das rótulas (u_y) é dado por:

$$u_y = 0,1\phi \quad (4.5)$$

onde ϕ é o diâmetro do chumbador.

A força máxima cisalhante responsável pelo surgimento das rótulas plásticas (F_p) é dada por:

$$F_p = c_r c_e \phi^2 \sqrt{f_{yk} f_{ck}} \quad (4.6)$$

onde, c_r é o coeficiente para consideração da restrição de deslocamento e c_e é o coeficiente para consideração da excentricidade da carga aplicada no chumbador. O coeficiente c_r é igual a $\sqrt{2}$ para casos com restrição total ao movimento e $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ para casos com restrição parcial. O coeficiente c_e é dado por $c_e = \sqrt{1 + \varepsilon^2} - \varepsilon$, em que $\varepsilon = \frac{3e}{\phi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}}$ e e é igual à metade da altura da almofada de elastômero que separa os dois elementos.

A rigidez da mola (K) que representa o chumbador nos modelos analíticos é dada

por:

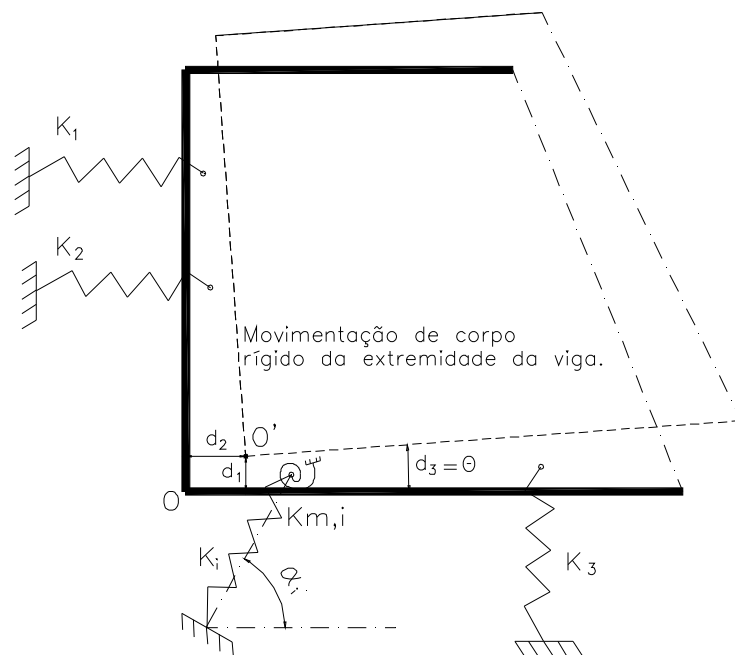
$$K = \frac{F_p}{u_y} \quad (4.7)$$

4.2.3 Modelo mecânico proposto por Mota (2009)

Mota (2009) desenvolveu uma formulação para calcular a rigidez de ligações viga-pilar semirrígidas utilizando um modelo mecânico de chapa vinculada por molas (Figura 22), baseado no método dos componentes.

Nesse modelo, assume-se que a chapa é completamente rígida em seu plano. Isso garante que, sob a ação do carregamento, o sistema apresente apenas deslocamentos de corpo rígido. Assim, têm-se três graus de liberdade: duas translações e uma rotação. Nesses casos, os deslocamentos de todos os pontos da chapa se tornam geometricamente dependentes, o que permite que as equações de equilíbrio sejam formuladas de maneira uniforme, independentemente das características específicas de cada componente (posição ou rigidez das molas).

Figura 22 – Modelo mecânico proposto por Mota (2009)



Fonte: Mota, 2009

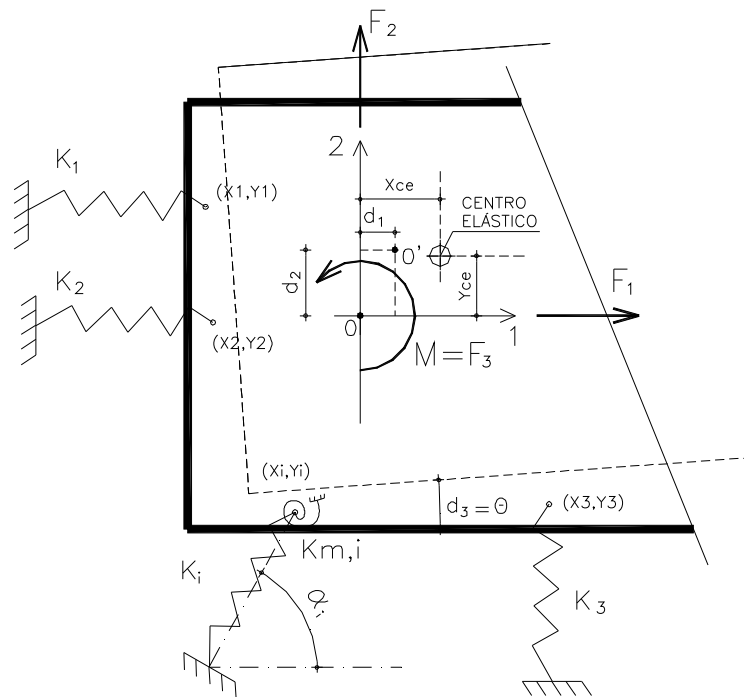
De forma análoga, o deslocamento vertical final do ponto A é dado por:

$$d_{2A} = d_2 + \delta_2 \quad (4.11)$$

$$d_{2A} = d_2 + x_A \cdot d_3$$

O modelo apresentado na Figura 24, em que se considerou o ponto O como origem e um sistema de coordenadas cartesianas nas direções 1 e 2, conta com molas i , com rigidez k_i ou k_{mi} (rigidez à rotação), vinculadas ao modelo no ponto (x_i, y_i) com uma inclinação α_i .

Figura 24 – Modelo mecânico proposto por Mota (2009) com ponto de origem arbitrário



Fonte: Mota, 2009

Após a aplicação de um carregamento $\{F_1 F_2 F_3\}$, o ponto O sofre um deslocamento de corpo rígido $\{d_1 d_2 d_3\}$. Os deslocamentos nos pontos extremos das molas são dados por:

$$d_{i,1} = d_1 - y_i \cdot d_3$$

$$d_{i,2} = d_2 + x_i \cdot d_3 \quad (4.12)$$

$$d_{i,3} = d_3$$

O deslocamento na direção α_i de cada mola pode ser determinado por:

$$d_i = d_{i,1} \cdot \cos(\alpha_i) + d_{i,2} \cdot \sin(\alpha_i) \quad (4.13)$$

Substituindo a Equação 4.12 na Equação 4.13, tem-se:

$$d_i = d_1 \cdot \cos(\alpha_i) + d_2 \cdot \sin(\alpha_i) + d_3 \cdot [x_i \cdot \sin(\alpha_i) - y_i \cdot \cos(\alpha_i)] \quad (4.14)$$

Considerando:

$$\begin{aligned} t_{i,1} &= \cos(\alpha_i) \\ t_{i,2} &= \sin(\alpha_i) \\ t_{i,3} &= x_i \cdot \sin(\alpha_i) - y_i \cdot \cos(\alpha_i) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Tem-se:

$$d_i = d_1 \cdot t_{i,1} + d_2 \cdot t_{i,2} + d_3 \cdot t_{i,3} \quad (4.16)$$

A força aplicada por cada mola na chapa é dada por:

$$F_i = k_i \cdot d_i = k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} + d_2 \cdot t_{i,2} + d_3 \cdot t_{i,3}) \quad (4.17)$$

$$M_{i,2} = k_{im} \cdot d_3 \quad (\text{molas de rotação})$$

As componentes das forças na direção 1 e 2 e o momento produzido na origem são dados por:

$$\begin{aligned} F_1 &= k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1}^2 + d_2 \cdot t_{i,1} t_{i,2} + d_3 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3}) \\ F_2 &= k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2} + d_2 \cdot t_{i,2}^2 + d_3 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3}) \\ F_3 &= k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3} + d_2 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3} + d_3 \cdot t_{i,3}^2) + k_{im} \cdot d_3 \end{aligned} \quad (4.18)$$

O somatório das componentes de forças e momentos de todas as molas no ponto O deve ser equivalente às forças externas:

$$\begin{aligned} F_{i,1} &= \sum F_{i,1} = \sum [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1}^2 + d_2 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2} + d_3 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,3})] \\ F_{i,2} &= \sum F_{i,2} = \sum [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} \cdot t_{i,2} + d_2 \cdot t_{i,2}^2 + d_3 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3})] \\ F_{i,3} &= \sum F_{i,3} = \sum [k_i \cdot (d_1 \cdot t_{i,1} t_{i,3} + d_2 \cdot t_{i,2} \cdot t_{i,3} + d_3 \cdot t_{i,3}^2) + k_{im} \cdot d_3] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Matricialmente, as equações de equilíbrio podem ser escritas como:

$$\begin{Bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

onde, $\{S\}$ é a matriz de rigidez, $\{d\}$ é o vetor de deslocamento, e $\{F\}$ é o vetor de forças externas.

Os termos da matriz de rigidez podem ser calculados por:

$$\begin{aligned} S_{p,q} &= S_{q,p} = \sum (k_i \cdot t_{i,p} \cdot t_{i,q}) \\ S_{3,3} &= \sum (k_i \cdot d_1 \cdot t_{i,3} \cdot t_{i,3} + k_{i,m}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

A determinação do centro elástico (CE) é fundamental para entender como as forças agem sobre o sistema e como o modelo responde a essas forças. Quando as forças externas passam pelo CE , o sistema experimenta apenas movimentos de translação. Por outro lado, se os momentos são aplicados no CE , o sistema sofre apenas movimentos de rotação. Portanto, quando o CE coincide com o ponto de origem, tem-se: $S_{13} = S_{23} = S_{31} = S_{32} = 0$. Além disso, as molas cujas linhas de ação passam pelo CE não contribuem para a rigidez da ligação ao momento.

As coordenadas do CE são dadas por:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \\ F_2 x_{ce} \end{Bmatrix} \Rightarrow x_{ce} = \frac{S_{11} \cdot S_{32} - S_{12} \cdot S_{31}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12} \cdot S_{21}} \quad (4.22)$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \\ -F_1 y_{ce} \end{Bmatrix} \Rightarrow y_{ce} = \frac{S_{32} \cdot S_{21} - S_{31} \cdot S_{22}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12} \cdot S_{21}} \quad (4.23)$$

A determinação da rigidez à flexão (K_ϕ) da ligação pode ser realizada adotando-se um momento M arbitrário:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} \Rightarrow K_\phi = \frac{M}{d_3} \quad (4.24)$$

Ou a partir da matriz de flexibilidade $[C]$:

$$[S]^{-1} = [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_{33} = d_3 = D_\phi \Rightarrow K_\phi = \frac{1}{D_\phi} \quad (4.26)$$

5 SISTEMA ESTRUTURAL PROPOSTO

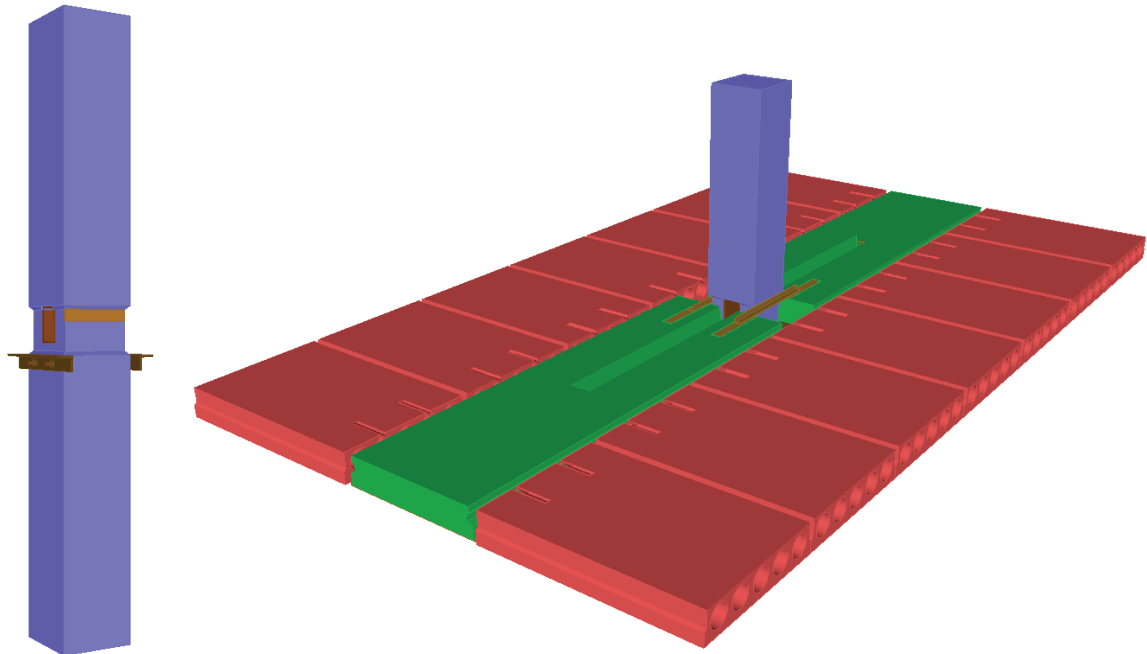
O sistema estrutural proposto é uma variação da solução desenvolvida no centro de pesquisas de infraestrutura da Universidade do Nebraska, nos Estados Unidos, em 1991 (Low, 1991). Desde o seu desenvolvimento, o sistema tem sido objeto de estudo para diversos pesquisadores, com a pesquisa mais recente sendo a desenvolvida por Henin (2012) .

Trata-se de um sistema pré-fabricado de concreto constituído por pórticos unidirecionais com vigas rasas em T invertido e pilares de múltiplos andares, ambos com vazios na região central, complementados por lajes alveolares. Nesse sistema, o único elemento moldado *in loco* é a capa das lajes.

Diferente dos sistemas pré-fabricados convencionais, que normalmente utilizam consolos de concreto, esse sistema conta com consolos metálicos, que permanecem na estrutura apenas durante o processo construtivo. Além disso, a ligação viga-pilar é do tipo semirrígida, executada por meio de armadura de continuidade, chapas e cantoneiras metálicas. A sua implementação ocorre por fases de construção, tornando-se mais rígida à medida que as etapas são concluídas.

A Figura 25 apresenta o Sistema da Universidade do Nebraska, sendo que a parte (a) mostra os consolos metálicos temporários instalados nos pilares e a parte (b) ilustra os principais elementos do sistema: vigas em verde e pilares em azul, ambos com aberturas na região central; lajes alveolares em vermelho, posicionadas sobre as vigas; e cantoneiras metálicas em marrom, utilizadas como elementos de ligação entre viga e pilar.

Figura 25 – Sistema da Universidade do Nebraska



(a) Pilar com consolo metálico temporário

(b) Vista geral do sistema durante a fase de montagem.

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A solução desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Estruturas da UFC segue os mesmos princípios do sistema original, combinando elementos pré-fabricados e moldados *in loco*. Como componentes pré-fabricados, têm-se os pilares de múltiplos andares, vigas rasas protendidas em T invertido e lajes alveolares, e como componente moldado *in loco*, tem-se a capa de concreto.

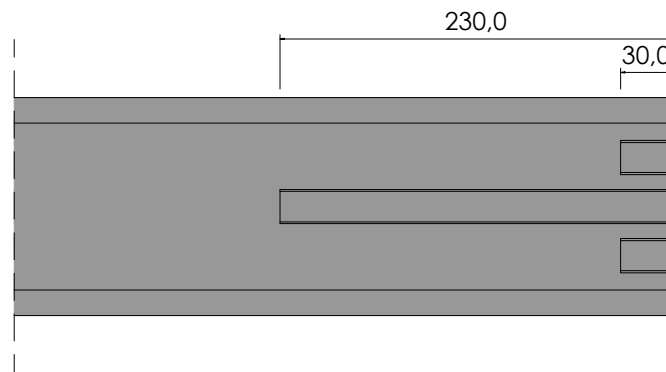
As vigas e pilares também apresentam aberturas na região central, através das quais serão posicionadas as armaduras que garantirão a continuidade do sistema. No entanto, no novo sistema, para aprimorar a ligação entre os elementos, foram incluídos chumbadores, além dos componentes presentes no projeto original.

Outra modificação importante foi a integração do consolo metálico como um elemento permanente. Essa alteração se deve à dificuldade de remover esses elementos após a montagem, associada à falta de necessidade de removê-los. No Brasil, onde é comum utilizar forros em construções, o consolo se manterá escondido por esse elemento, evitando problemas estéticos. Essas modificações foram introduzidas em resposta à colaboração com a T&A Pré-fabricados, empresa financiadora da pesquisa.

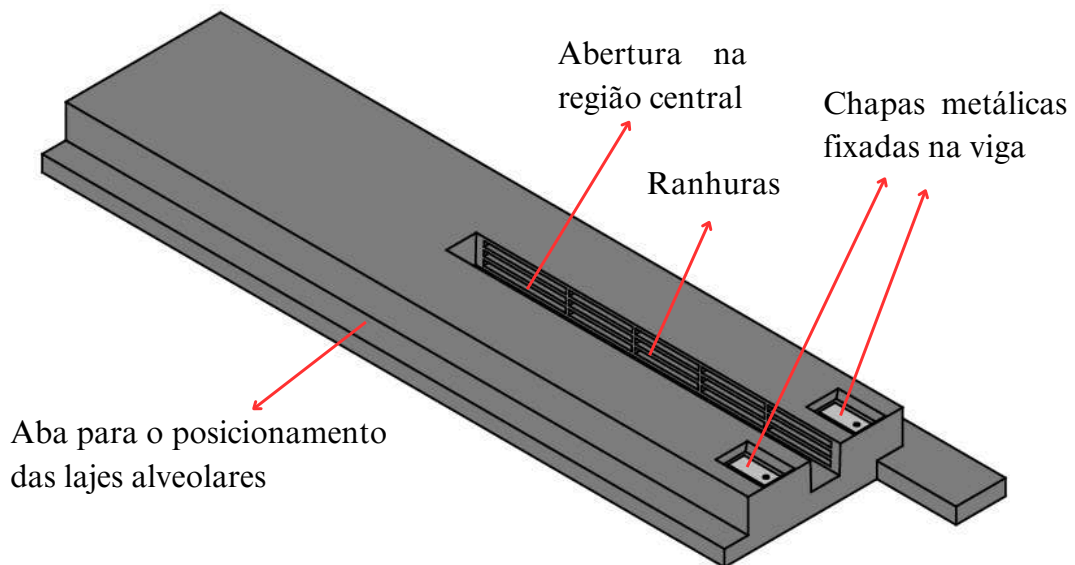
O sistema estrutural proposto é considerado vantajoso, sobretudo para edificações

à abertura. Além disso, as vigas possuem reentrâncias na face superior para a instalação das chapas metálicas, com dimensões de 10,16x27,00 cm e espessura de ½”, onde serão soldadas as cantoneiras metálicas. A Figura 27 mostra a vista em perspectiva da viga com os elementos descritos.

Figura 27 – Vista superior e em perspectiva da viga



(a) Vista superior

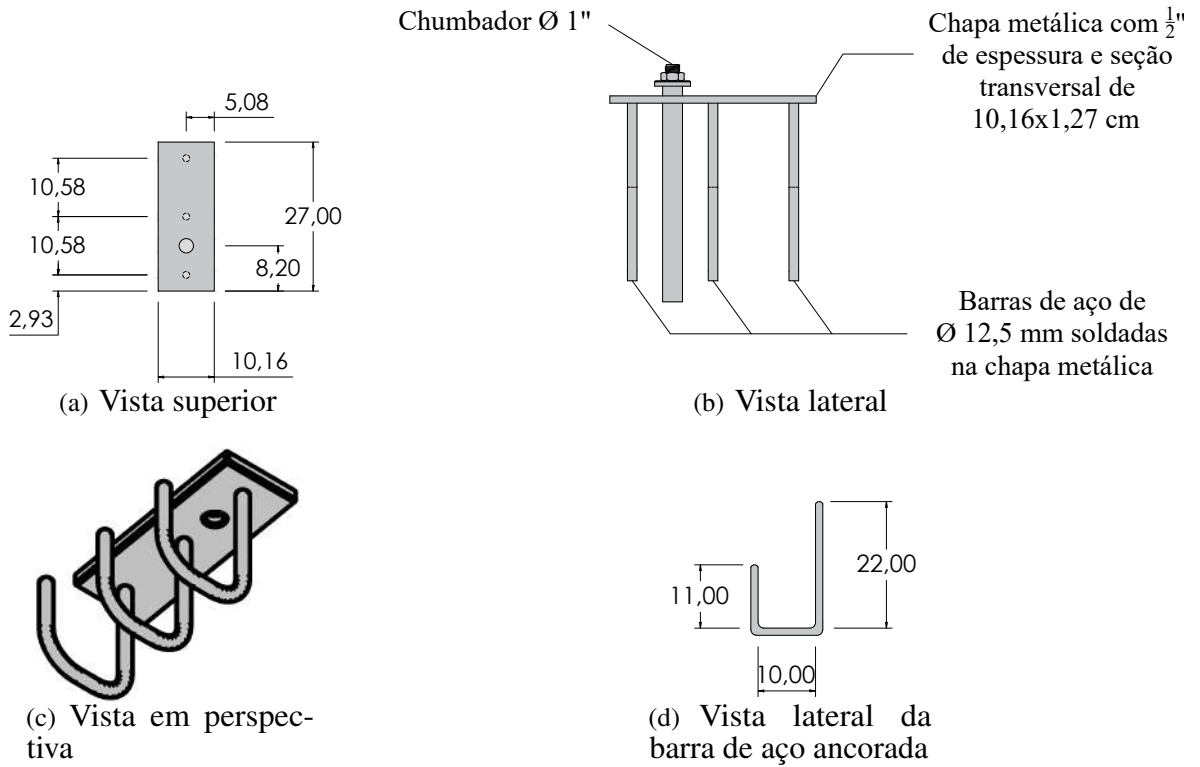


(b) Vista em perspectiva da viga

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

As chapas serão fixadas na viga com o auxílio de barras de aço com diâmetro de 12,5 mm soldadas nessas peças e ancoradas no concreto. Por fim, as vigas apresentam luvas para passagem de chumbadores com diâmetro de 1" que contribuirão para a fixação do elemento estrutural nos consolos metálicos. Esses chumbadores serão fixados no centro da cantoneira, atravessando, portanto, a chapa metálica da viga. A Figura 28 apresenta as características geométricas da chapa metálica fixada na viga.

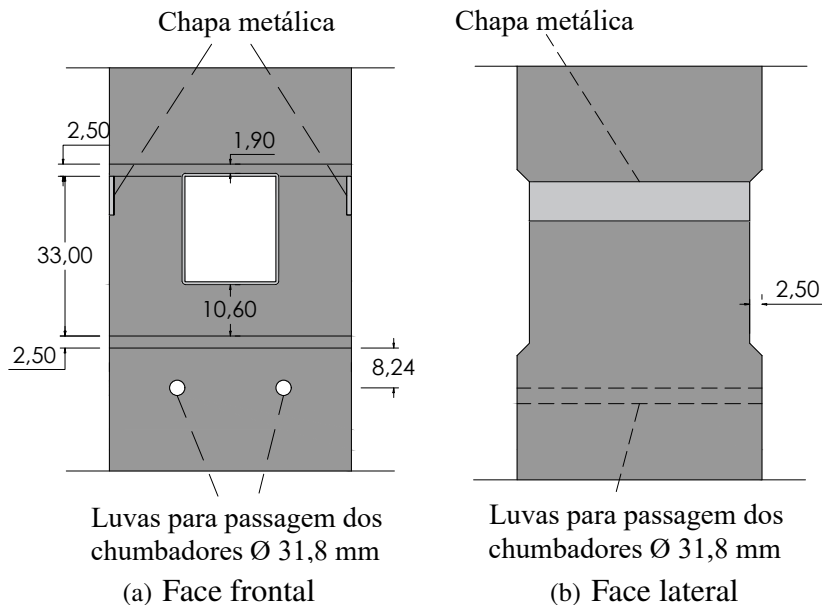
Figura 28 – Características geométricas da chapa metálica fixada na viga



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Os pilares pré-fabricados, por sua vez, são retangulares e apresentam abertura na região central, através das quais serão posicionadas as mesmas armaduras de continuidade que passam pelo vazio das vigas, conforme mostrado na Figura 29.

Figura 29 – Detalhes da face frontal e lateral de pilar

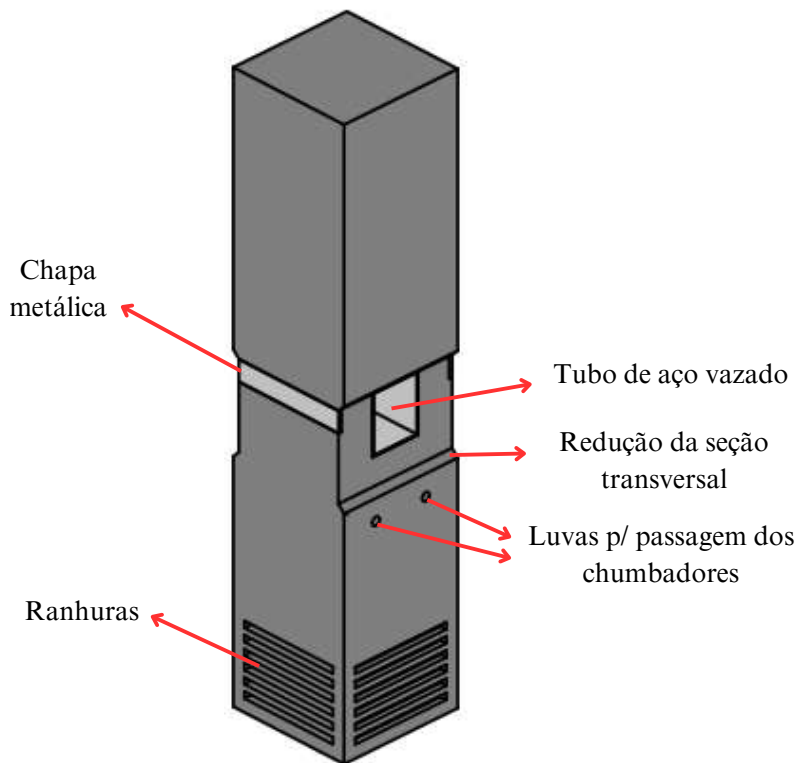


Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Por se tratarem de pilares de múltiplos andares, o vazio é envolvido por um tubo de aço vazado com 20x23 cm, comprimento de 45 cm e espessura equivalente a 6 mm, que será responsável por resistir aos esforços de cisalhamento durante a fase de montagem. Na região central das faces frontais do pilar, onde serão posicionadas as vigas, a seção transversal é reduzida para impedir que os dois elementos estruturais estejam em contato direto.

As faces laterais do pilar contam com chapas metálicas de 8,0x45,0 cm e espessura de ½”, onde serão soldadas as cantoneiras metálicas. Os pilares apresentam, ainda, luvas para passagem dos chumbadores com diâmetro de 31,8 mm que auxiliarão na fixação do consolo. Na Figura 30, é possível observar a vista em perspectiva do pilar com os elementos descritos.

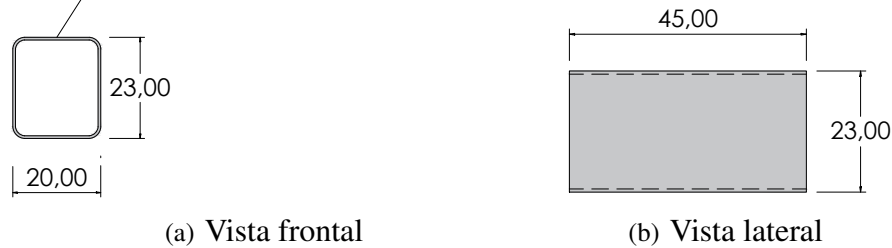
Figura 30 – Vista em perspectiva do pilar



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A Figura 31 apresenta as características geométricas do tubo metálico vazado que circunda a abertura do pilar.

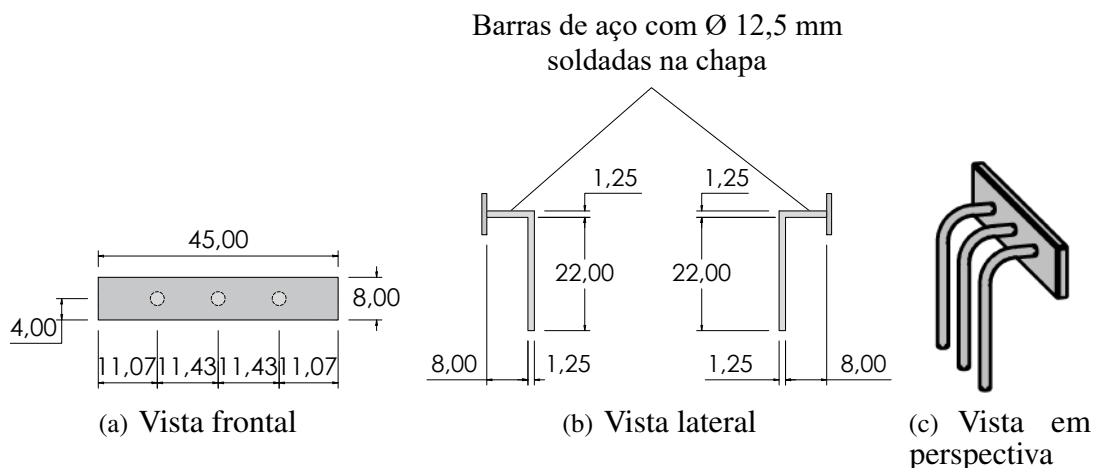
Figura 31 – Características geométricas do tubo de aço vazado
Tubo de aço vazado
com espessura de 6 mm



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

De forma similar às chapas metálicas presentes nas vigas, as chapas do pilar são fixadas por meio de barras de aço com diâmetro de 12,5 mm soldadas nessas peças e ancoradas no concreto. A Figura 32 mostra as características geométricas da chapa metálica presente no pilar.

Figura 32 – Características geométricas da chapa metálica presente no pilar

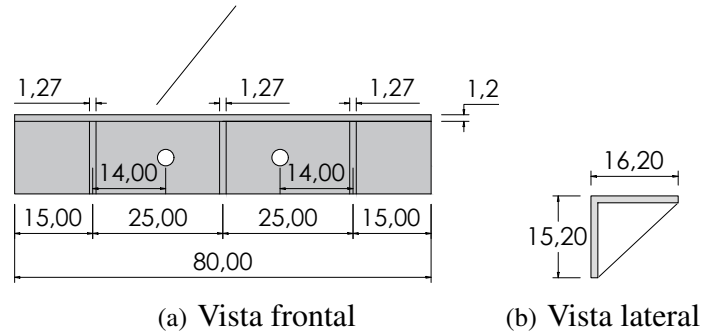


Fonte: Elaborado pela autora, 2025

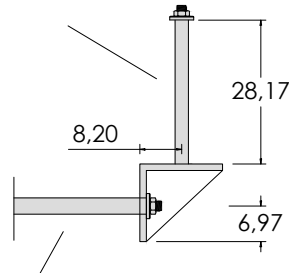
O consolo metálico presente no sistema é do tipo cantoneira de abas desiguais com 15,2x16,2 cm, comprimento de 80 cm e espessura de 1/2". Com o intuito de aumentar a rigidez e resistência dessas peças, foram adicionados enrijecedores ao longo do seu comprimento. A fixação do consolo metálico nas vigas e no pilar será realizada por meio de chumbadores com diâmetro de 1" e 31,8 mm, respectivamente. A proteção da peça metálica contra a corrosão será garantida através da aplicação de zarcão à superfície. Na Figura 33, é possível observar as características geométricas do consolo metálico.

Figura 33 – Características geométricas do consolo metálico

Cantoneira de abas desiguais com $t_f=1,27$ cm e duas aberturas circulares com diâmetro de 31,8 mm



Chumbador Ø 1" soldado no consolo



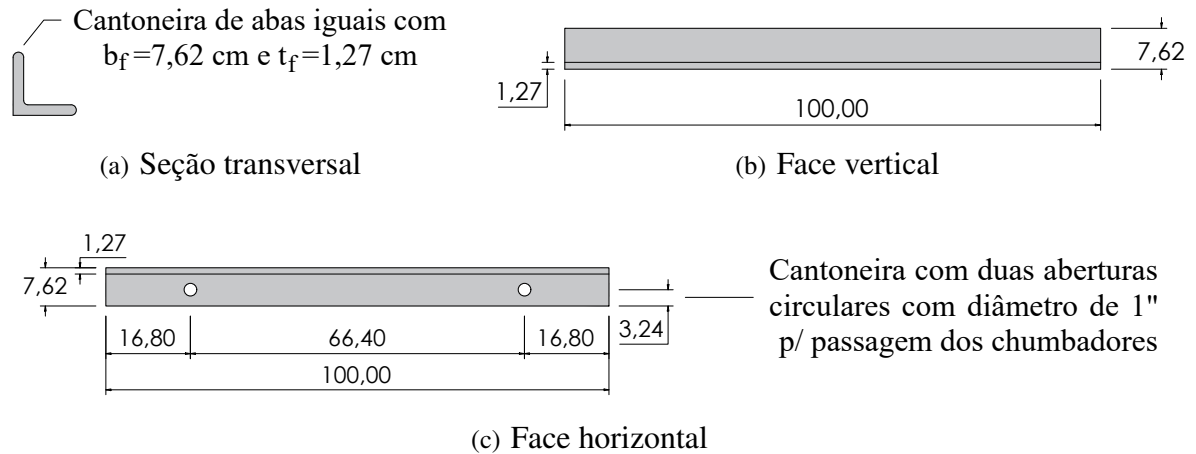
Chumbador Ø 31,8 mm encaixado no consolo

(c) Detalhe da fixação dos chumbadores

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

O sistema conta, ainda, com cantoneiras metálicas de abas iguais com 76x76 cm, 1,00 m de comprimento e espessura de $\frac{1}{2}$ " (Figura 34), que serão soldadas nas chapas metálicas presentes na face superior da viga e nas laterais do pilar. Durante a fase de montagem, esses elementos serão responsáveis por garantir a estabilidade do sistema. Com a estrutura finalizada, as cantoneiras passarão a resistir aos esforços negativos de flexão.

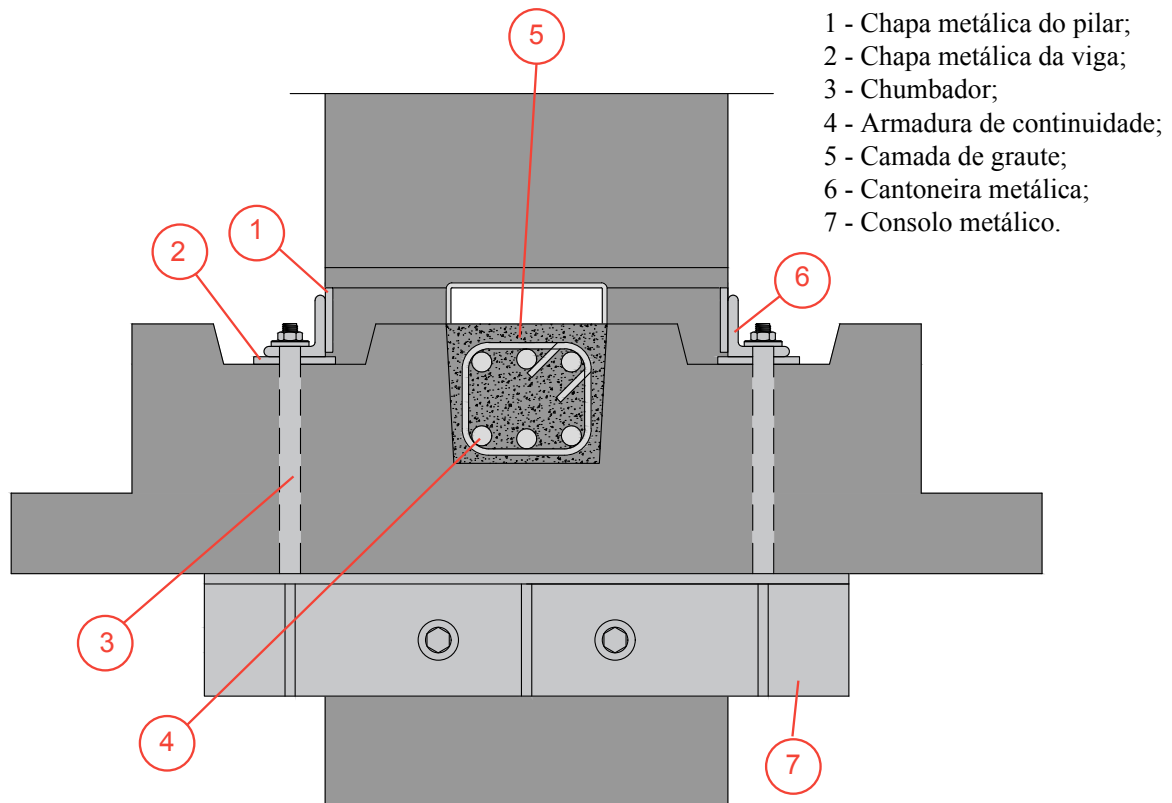
Figura 34 – Características geométricas da cantoneira metálica



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A Figura 35 apresenta todos os elementos que compõem a ligação viga-pilar do sistema. As dimensões dos elementos metálicos, como chumbadores, chapas, cantoneiras, tubos vazados e consolos metálicos, foram determinadas com base no trabalho de Henin (2012), com algumas adaptações.

Figura 35 – Componentes da ligação viga-pilar do sistema proposto



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

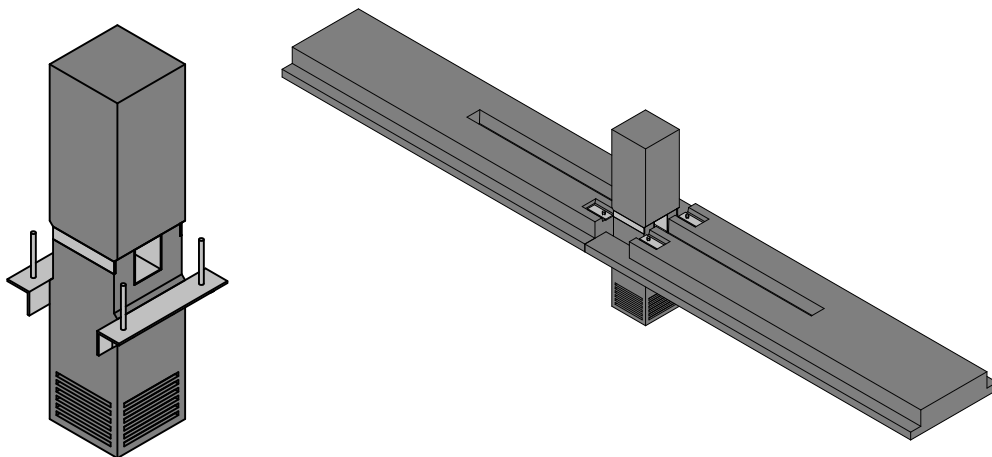
5.2 Processo construtivo

Esta seção apresenta as etapas do processo construtivo, assim como os carregamentos atuantes em cada fase de execução da ligação viga-pilar.

5.2.1 Fase 1

Durante a fase 1 de execução da ligação, os pilares são montados e fixados nos elementos de fundação. Em seguida, os consolos metálicos são instalados nos pilares, abaixo da linha da viga e, posteriormente, as vigas são posicionadas sobre os consolos metálicos, em cada lado do pilar. Nesta etapa, o único carregamento atuante no sistema é o peso próprio da viga, que se encontra biapoiada. A Figura 36 apresenta os processos executados na fase 1.

Figura 36 – Etapas construtivas que compõem a fase 1



(a) Instalação dos consolos

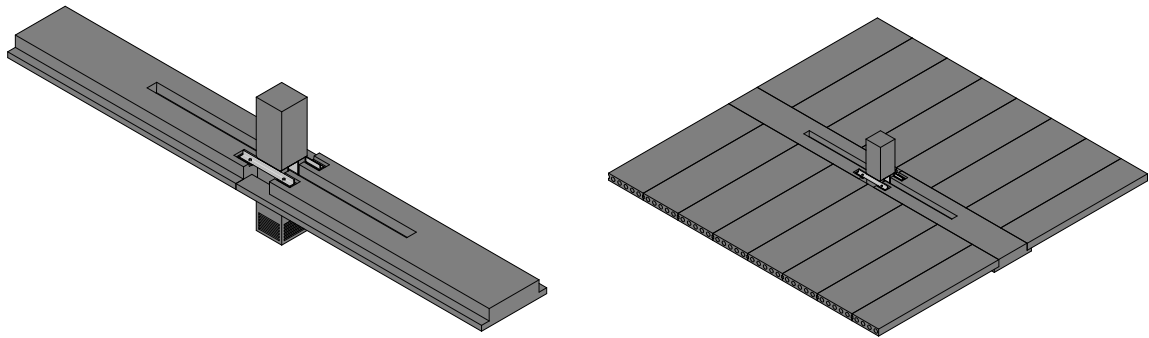
(b) Posicionamento das vigas sobre os consolos

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

5.2.2 Fase 2

Durante a fase 2 de execução da ligação, as cantoneiras metálicas são soldadas nas faces superiores das vigas e na face lateral do pilar. Neste momento, a ligação viga-pilar passa a apresentar um determinado grau de rigidez. Em seguida, as lajes alveolares são posicionadas sobre as abas de apoio das vigas e o sistema estrutural passa a suportar, também, o carregamento desses elementos estruturais. A Figura 37 apresenta as etapas que compõem a fase 2.

Figura 37 – Etapas construtivas que compõem a fase 2



(a) Soldagem das cantoneiras

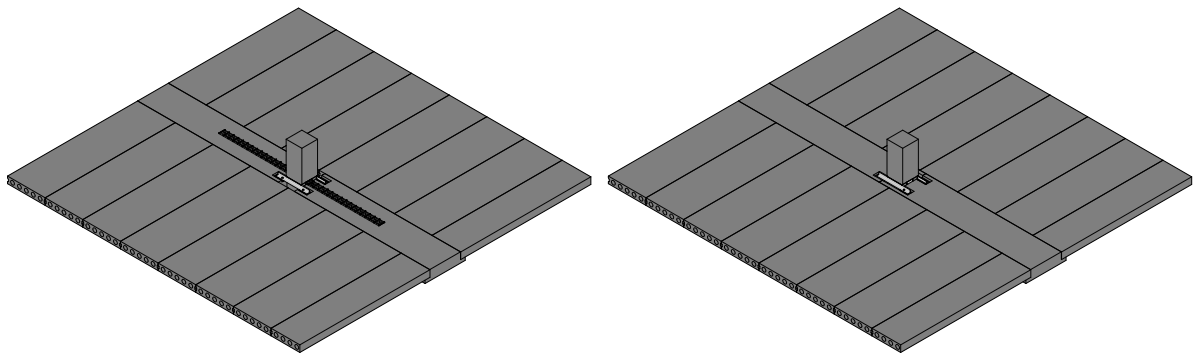
(b) Posicionamento das lajes alveolares

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

5.2.3 Fase 3

Durante a fase 3 de execução da ligação, a primeira camada de armadura de continuidade é instalada através dos vazios das vigas e do pilar. Em seguida, é feito o preenchimento total dos vazios presentes nas vigas e o preenchimento parcial do vazio presente nos pilares com graute. Após o endurecimento desse material, a ligação viga-pilar apresenta um grau de rigidez ainda maior e passará a suportar o peso próprio do concreto não endurecido da capa, que será executada durante a fase 4. A Figura 38 apresenta os processos construtivos realizados na fase 3.

Figura 38 – Etapas construtivas que compõem a fase 3



(a) Instalação da primeira camada de armadura de continuidade

(b) Preenchimento com graute: total na abertura da viga e parcial na abertura do pilar

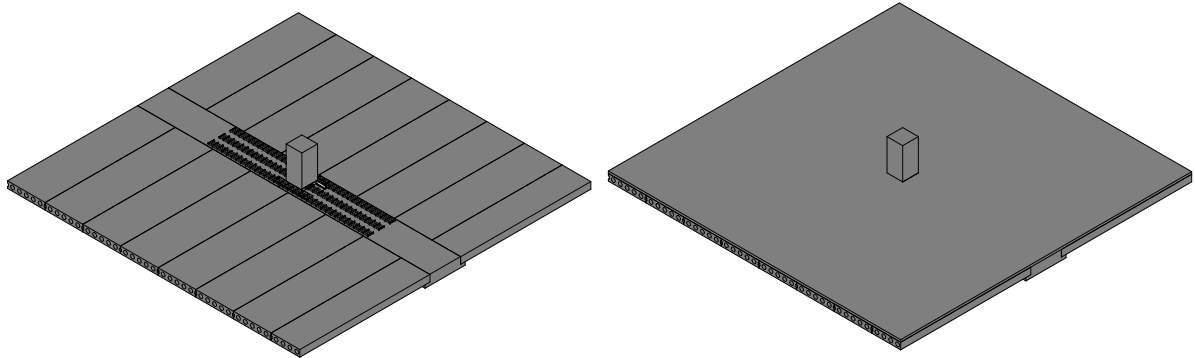
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

5.2.4 Fase 4

Durante a fase 4 de execução da ligação, uma nova camada de armadura de continuidade é instalada acima da viga e através do vazio não preenchido do pilar. Em seguida, a

armadura da capa é instalada e esse elemento estrutural é concretado. Após o endurecimento do concreto, a ligação viga-pilar atinge a sua rigidez final e o sistema estrutural poderá receber as cargas permanentes e variáveis. Na Figura 39, é possível observar as etapas construtivas que compõem a fase 4.

Figura 39 – Etapas construtivas que compõem a fase 4



(a) Instalação de uma nova camada de armadura de continuidade

(b) Execução da capa de concreto

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6 PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental realizado nesta pesquisa consiste no estudo do comportamento da ligação viga-pilar semirrígida durante a fase de montagem do sistema estrutural descrito no Capítulo 5. Para isso, um protótipo em escala real do sistema foi montado até a etapa em que as aberturas das vigas já estão completamente preenchidas e a abertura do pilar está parcialmente preenchida com graute, conforme mostrado na Figura 38-b.

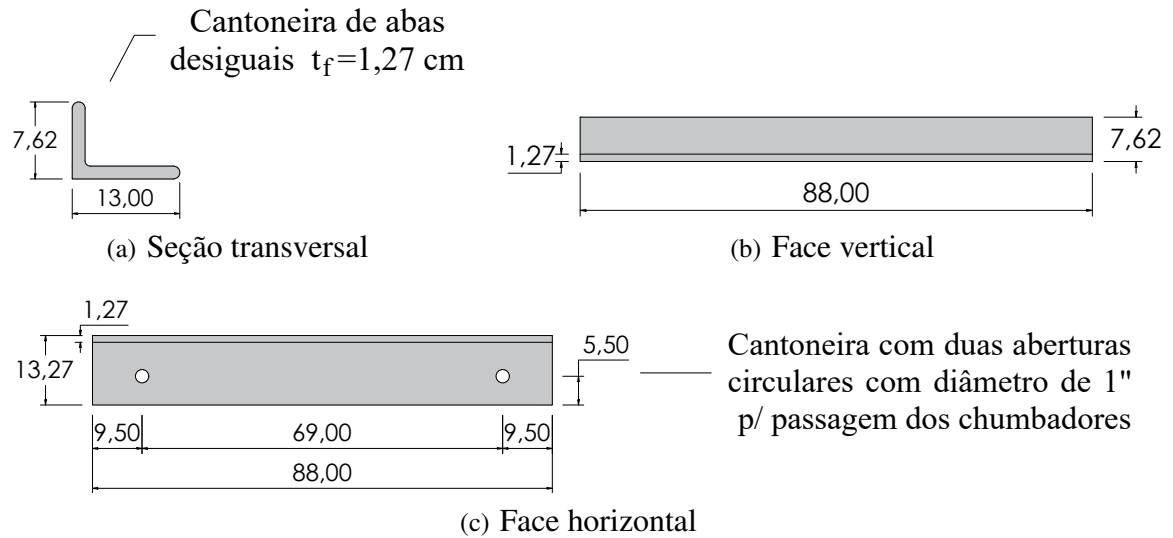
Todavia, considerando que o objetivo da pesquisa é a avaliação do desempenho da ligação quando submetida a momento fletor negativo, as vigas não apresentam as armaduras de protensão localizadas na região inferior, contando apenas com as armaduras de continuidade, estribos e porta-estribos. Além disso, o pórtico ensaiado é constituído apenas pelo pilar, fixado por um cálice de fundação do tipo sapata, trecho vazado da viga e elementos de ligação.

6.1 Projeto do protótipo

O protótipo ensaiado apresenta algumas diferenças quando comparado à estrutura projetada, resultantes de erros de execução. A redução da seção transversal na região central do pilar, prevista apenas para a face em contato com a viga, foi executada em todas as faces desse elemento. Além disso, embora o projeto indicasse um pilar com 226,8 cm de comprimento, esse elemento foi executado com um comprimento de 312 cm.

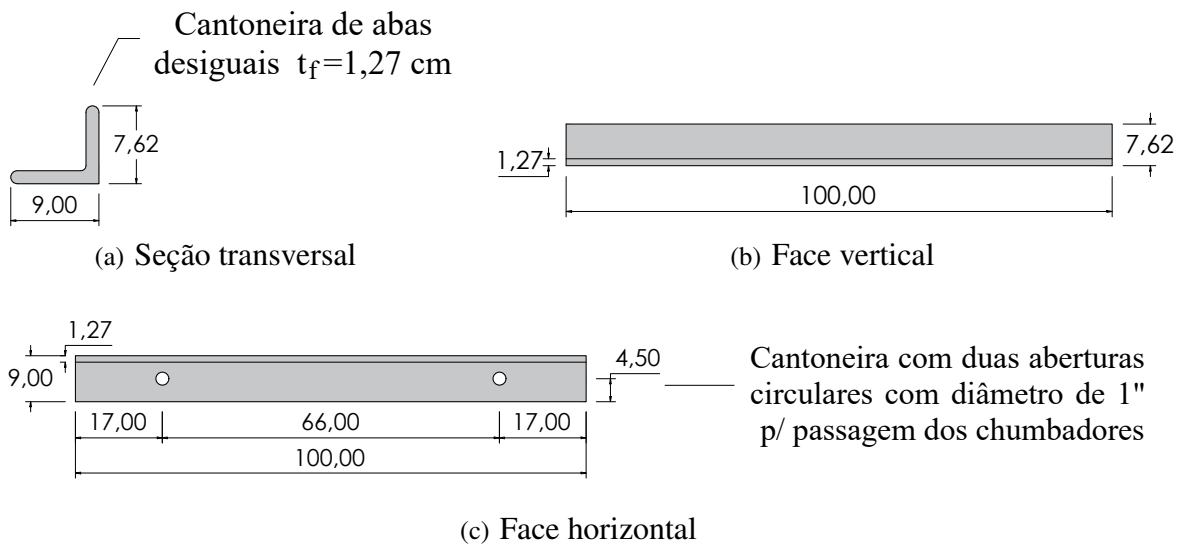
Adicionalmente, as cantoneiras metálicas, soldadas na face lateral do pilar e na face superior da viga, previstas para serem iguais, apresentam dimensões diferentes entre si, conforme mostrado nas Figuras 40 e 41.

Figura 40 – Características geométricas da cantoneira metálica 1



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

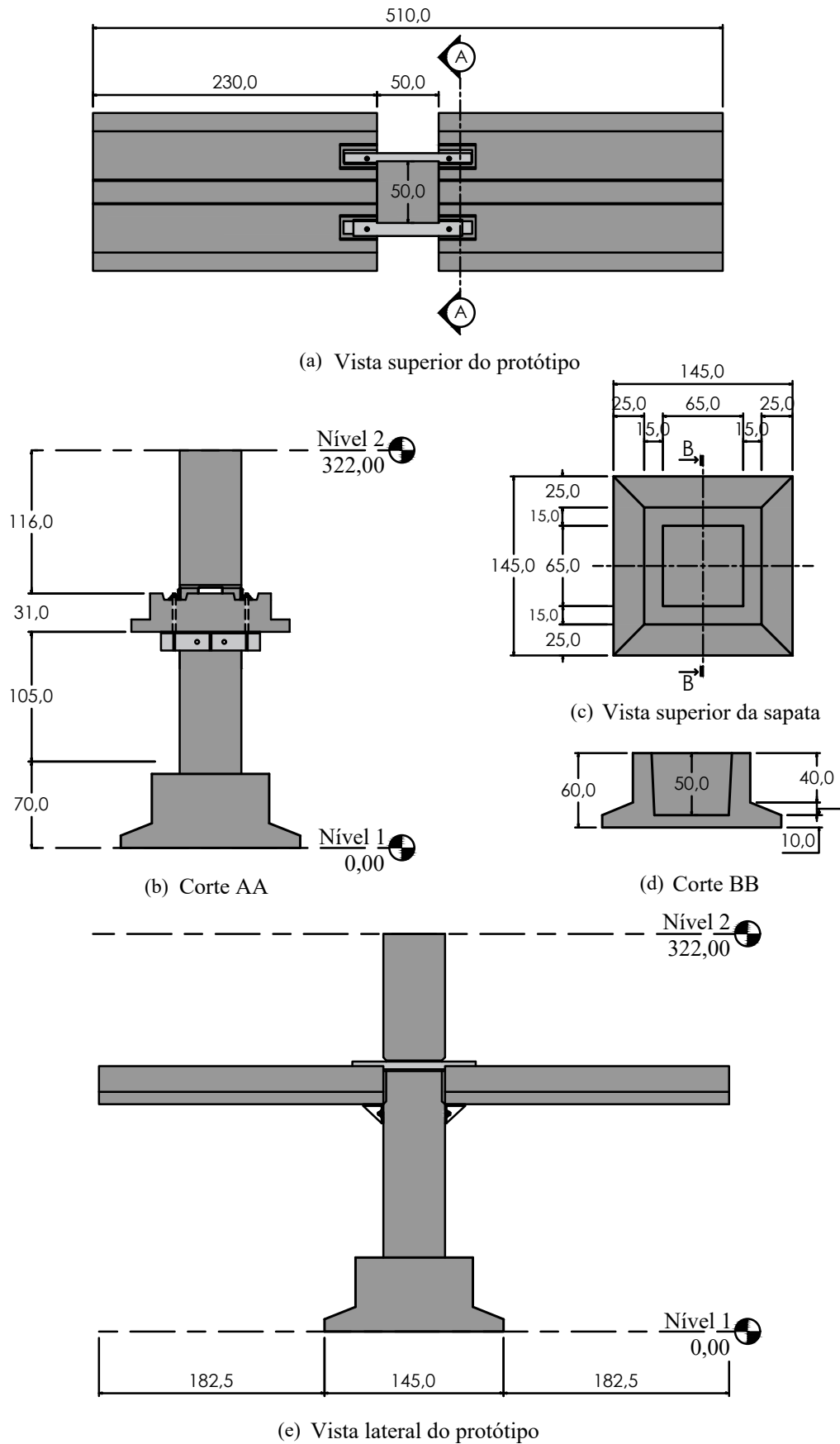
Figura 41 – Características geométricas da cantoneira metálica 2



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

As características geométricas do protótipo ensaiado estão dispostas na Figura 42.

Figura 42 – Características geométricas do protótipo



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.1.1 Carregamento atuante

Na etapa de construção em análise, o carregamento que solicita a ligação viga-pilar é composto pelo peso próprio da laje alveolar e da capa de concreto. Nessa fase, a viga foi considerada como engastada (ligação rígida). A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados para calcular o carregamento mínimo atuante nessa etapa. No Apêndice A, é possível visualizar o cálculo detalhado do peso próprio da laje e da capa.

Tabela 3 – Parâmetros utilizados no cálculo do carregamento mínimo atuante

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Peso próprio da laje	PP_l	27,5	kN/m
Peso próprio da capa	PP_c	17,5	kN/m
Vão da viga	l_l	8,00	m

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

O momento fletor negativo (M) atuante na viga é equivalente a:

$$M = \frac{(PP_l + PP_c) \cdot l_v^2}{12} = 240 \text{ kN.m} \quad (6.1)$$

Portanto, para a viga ensaiada, com vão de 2,30 m, a carga mínima ($F_{mn.}$) a ser aplicada é de:

$$F_{mn.} = \frac{M}{2,30} = \frac{240}{2,30} = 104,35 \text{ kN} \quad (6.2)$$

6.1.2 Concreto e graute

O concreto especificado em projeto para a execução da sapata, do pilar e das vigas apresenta resistência característica à compressão (f_{ck}) de 40 MPa. O graute destinado ao preenchimento das regiões vazadas das vigas e do pilar também possui a mesma resistência.

6.1.3 Elementos metálicos

O aço especificado para as chapas, cantoneiras, tubo vazado e consolos metálicos foi o ASTM A36, com tensão de escoamento equivalente a 250 MPa, enquanto para os chumbadores presentes na viga e no pilar, o aço especificado foi o ASTM A193 Grau B7, com tensão de escoamento de 724 MPa.

6.1.4 Armadura de projeto

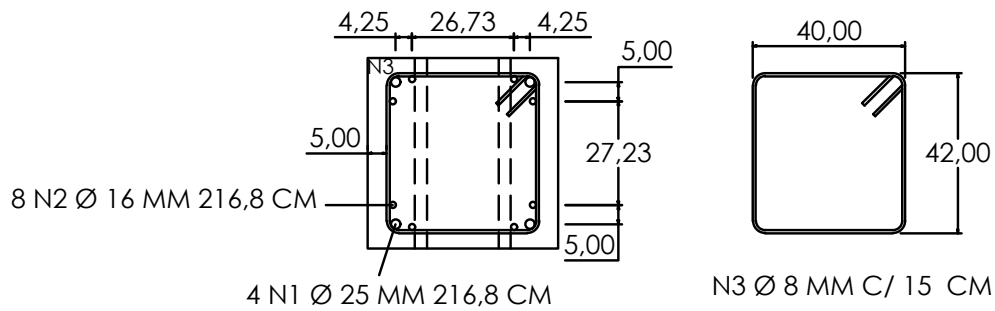
Para o dimensionamento dos elementos estruturais, considerou-se a capacidade máxima da seção transversal das peças e utilizou-se o limite entre os domínios 3 e 4 como critério de deformação. O aço especificado para a armadura de todas as peças foi o CA-50, com diâmetros que variam entre 8,0 e 25,0 mm.

Para o pilar, foram adotadas 4 barras com diâmetro de 25,0 mm e 8 barras com diâmetro de 16,0 mm. O cobrimento adotado foi de 5 cm, resultando em um comprimento total de 302 cm. Além disso, o pilar conta com estribos com diâmetro de 8,0 mm, posicionados a cada 15 cm.

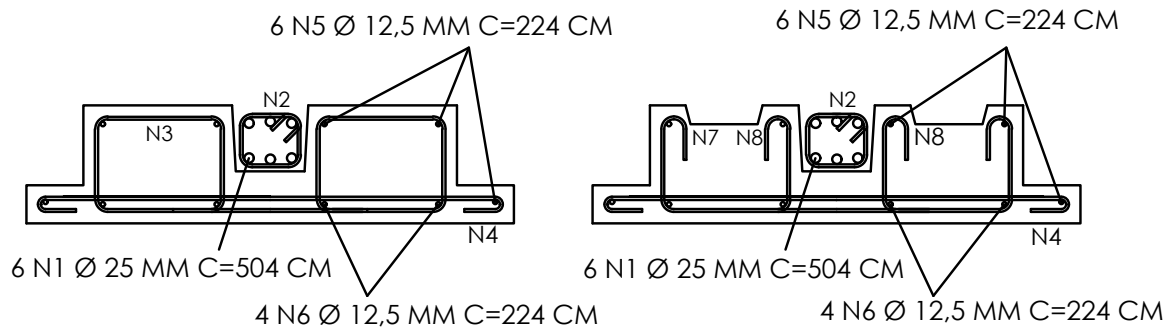
Para as vigas, foram adotadas 6 barras com diâmetro de 25,0 mm, que atuam como armadura de continuidade. Além disso, adotou-se um cobrimento de 3 cm, resultando em um comprimento total de 224 cm. A armadura é composta, ainda, por estribos com diâmetro de 8,0 mm, além de porta-estribos com diâmetro de 12,5 mm.

Por fim, para as armaduras de continuidade, foram adotadas 6 barras com diâmetro de 25,0 mm e comprimento total equivalente a 510 cm. O dimensionamento detalhado da armadura de protensão e armadura negativa da viga está apresentado no apêndice A. O detalhamento da armadura de projeto está apresentado na Figura 43.

Figura 43 – Detalhamento da armadura de projeto

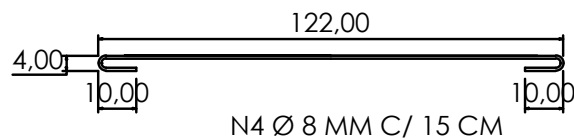
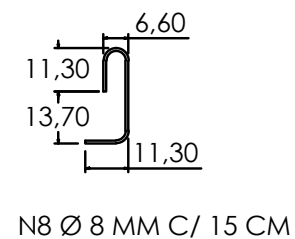
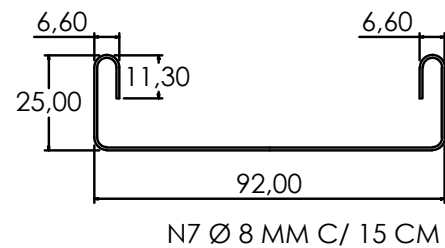
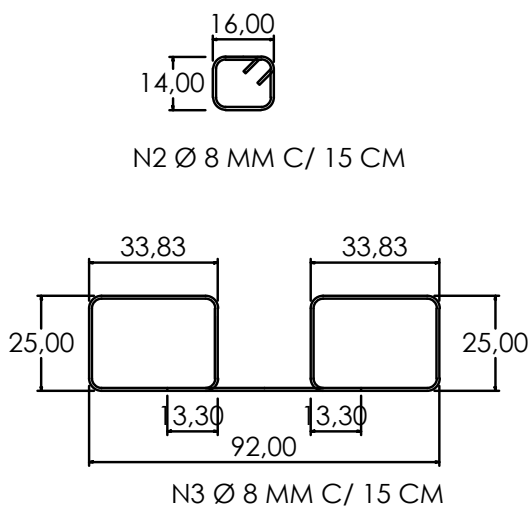


(a) Detalhamento da armadura do pilar



(b) Detalhamento da armadura da viga no meio do vão

(c) Detalhamento da armadura da viga na extremidade do vão



(d) Detalhamento dos estribos da viga

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.2 Produção do protótipo

Os elementos estruturais pré-fabricados (vigas, pilar e sapata), assim como os componentes metálicos da ligação, foram fabricados na unidade da T&A Pré-fabricados, localizada na cidade de Maracanaú, Ceará.

6.2.1 Fôrma e armadura

Durante a fabricação dos elementos estruturais, foram utilizadas fôrmas metálicas com 5 mm de espessura combinadas com fôrmas de madeira compensada plastificada com 2 cm de espessura. Nas fôrmas metálicas foram aplicados produtos desmoldantes para facilitar o processo de desforma.

As fôrmas das vigas foram equipadas com luvas metálicas para permitir a passagem dos chumbadores. Nos pilares, foram utilizadas tubulações de PVC para essa finalidade. Esses elementos foram fixados na peça por meio de placas de madeira e cobertos por fita adesiva para impedir a entrada de concreto durante a concretagem.

As ranhuras presentes na região vazada das vigas foram executadas com o auxílio de cantoneiras metálicas, enquanto as ranhuras presentes na base do pilar foram executadas com o auxílio de fôrmas de madeira. As fôrmas de todas as peças foram equipadas com espaçadores de plástico do tipo “cadeirinha” para garantir o cobrimento especificado em projeto.

Para viabilizar o içamento das peças, foram adotadas soluções específicas para cada elemento estrutural. Nas vigas, foram incorporados ganchos de aço ao longo de seu comprimento para que os equipamentos de içamento pudessem ser fixados. Já no pilar, a solução adotada foi a inclusão de tubulações de PVC na horizontal, posicionadas nas extremidades da peça durante a montagem da fôrma. Essas tubulações foram embutidas no concreto, criando passagens utilizadas para fixar os equipamentos de içamento, como cordas ou ganchos.

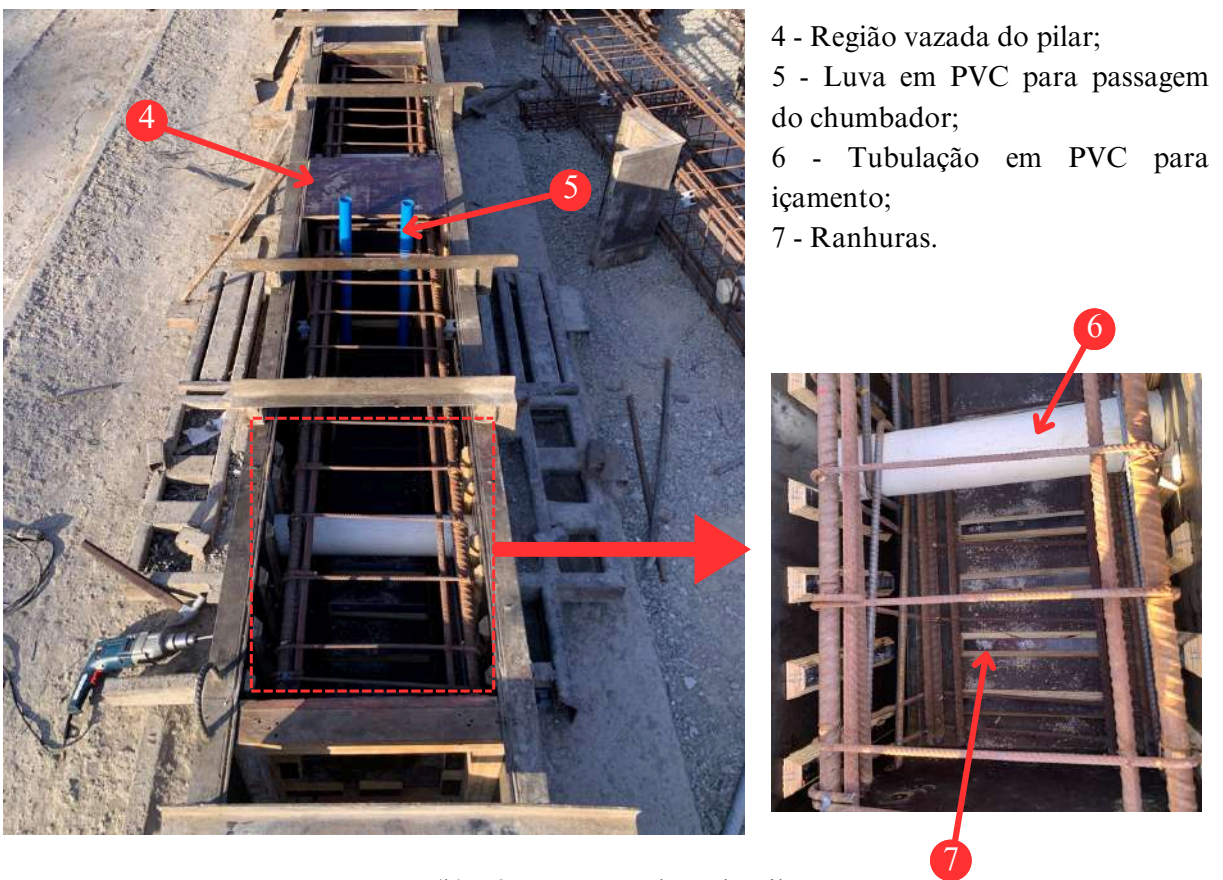
A Figura 44 apresenta as fôrmas e armaduras das vigas e do pilar.

Figura 44 – Fôrma e armadura das vigas e pilar



- 1 - Luva metálica para passagem do chumbador;
- 2 - Região vazada da viga;
- 3 - Alça metálica para içamento;

(a) Fôrma e armadura da viga



- 4 - Região vazada do pilar;
- 5 - Luva em PVC para passagem do chumbador;
- 6 - Tubulação em PVC para içamento;
- 7 - Ranhuras.

(b) Fôrma e armadura do pilar

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.2.2 Concretagem

O concreto utilizado na confecção dos elementos estruturais (vigas, pilar e sapata) foi produzido nas instalações da T&A pré-fabricados. A caracterização dos materiais constituintes e a composição do traço do concreto estão presentes na Tabela 4.

Tabela 4 – Composição do traço do concreto

Tipo de material	Descrição	Traço unitário	Consumo (kg/m³)
Cimento	CP II E 40	1,00	465
Agregado miúdo	Areia natural	1,64	763
Agregado graúdo	Brita 9,5 mm	0,60	280
	Brita 19 mm	1,40	653
Aditivo químico	CQ 9380	0,01	4,18
Água	-	0,41	190

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

O lançamento do concreto foi realizado com o auxílio de um funil de concreto, fixado em um guindaste móvel, e o adensamento foi efetuado utilizando um vibrador de imersão. Após a concretagem, as peças foram cobertas com lona plástica, garantindo a manutenção da umidade e o controle da temperatura durante o processo de cura.

Na Figura 45 é possível observar o processo de concretagem das vigas e do pilar.

Figura 45 – Concretagem das vigas e do pilar



(a) Concretagem das vigas



(b) Concretagem do pilar

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.3 Montagem do protótipo

A montagem do sistema estrutural foi realizada pela equipe da T&A Pré-fabricados no Laboratório de Estruturas (LEST) da UFC. Durante esse processo, foram utilizados um caminhão muque e uma empilhadeira com capacidade nominal de 2,5 ton, responsáveis pelo transporte e posicionamento dos elementos estruturais.

Devido às pequenas dimensões do portão de entrada do laboratório, o caminhão muque foi utilizado exclusivamente para posicionar os elementos estruturais na entrada. O transporte das peças para o interior do laboratório e a montagem do protótipo foram realizados com o auxílio da empilhadeira.

Inicialmente, o local para posicionamento da sapata foi demarcado para que esse elemento fosse devidamente acomodado. Em seguida, a empilhadeira posicionou uma das extremidades do pilar sobre o colarinho da sapata, enquanto a outra extremidade foi apoiada por blocos de madeira.

Para o encaixe do pilar no interior da sapata, utilizou-se cabos e barras de aço, inseridos no orifício de montagem presente na extremidade do pilar e presos aos garfos da empilhadeira. Durante esse processo, cunhas de madeira foram posicionadas no espaço vazio entre o pilar e a sapata para ajustar a posição e garantir o alinhamento adequado da peça. Adicionalmente, utilizou-se um prumo para assegurar a sua verticalidade.

Após a conclusão dessas etapas, o espaço vazio presente entre a sapata e o pilar foi preenchido com graute. O material foi deixado em cura por 72 horas para garantir o seu endurecimento. Em seguida, os consolos metálicos foram fixados no pilar por meio de chumbadores e as vigas foram posicionadas sobre esses elementos com o auxílio da empilhadeira. Posteriormente, os furos das vigas, onde estão os chumbadores, foram preenchidos com graute e o escoramento desses elementos foi garantido por meio de torres de cimbramento. No total, duas torres foram montadas para cada uma das vigas.

Em seguida, a armadura de continuidade foi montada na área externa do laboratório e posicionada através das aberturas presentes na viga e no pilar. Posteriormente, as cantoneiras metálicas foram soldadas nas chapas metálicas presentes na face superior das vigas e na lateral do pilar.

Por fim, a região vazada da viga foi totalmente preenchida com graute, enquanto a do pilar foi parcialmente preenchida. Para isso, foi utilizado o graute TEC-GROUT da T&C Industrial. A composição do traço seguiu a recomendação do fabricante, que indicava a adição

de 3,25 litros de água para cada 25 kg de graute, resultando em um fator água/graute de 0,13. A produção e aplicação desse material foram realizadas no LEST.

Em resumo, a montagem foi realizada através das seguintes etapas (Figura 46):

- (a) Demarcação do local para posicionamento do protótipo;
- (b) Posicionamento da sapata;
- (c) Encaixe do pilar no interior da sapata;
- (d) Grauteamento do espaço vazio entre o pilar e a sapata;
- (e) Fixação dos consolos metálicos no pilar;
- (f) Posicionamento das vigas;
- (g) Grauteamento dos furos das vigas;
- (h) Posicionamento da armadura de continuidade;
- (i) Soldagem das cantoneiras;
- (j) Preenchimento total da abertura da viga e parcial da abertura do pilar com graute.

Figura 46 – Procedimento de montagem do protótipo



(a) Posicionamento da sapata;



(b) Encaixe do pilar no interior da sapata;



(c) Fixação dos consolos;



(d) Posicionamento das vigas sobre os consolos;



(e) Posicionamento da armadura de continuidade;



(f) Soldagem das cantoneiras;



(g) Preenchimento total da abertura da viga e parcial da abertura do pilar com graute.

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.4 Propriedades mecânicas dos materiais

6.4.1 Concreto

Os ensaios de *slump* e compressão do concreto foram realizados pela equipe da T&A pré-fabricados no laboratório da fábrica. Os resultados obtidos estão dispostos na Tabela 5.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas do concreto utilizado na produção das vigas e do pilar

Elemento estrutural	Slump (mm)	7 dias	28 dias
		Resistência à compressão (MPa)	Resistência à compressão (MPa)
Viga nº 1	230	43,5	50,4
Viga nº 2	220	44,5	49,7
Pilar	190	43,2	48,2

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Para determinação do módulo de elasticidade do concreto, por sua vez, foram coletados 10 corpos de prova: 3 para a primeira viga, 3 para a segunda viga e 4 para o pilar. Esses corpos de prova foram instrumentados com extensômetros e ensaiados no LMCC, utilizando a prensa de compressão PCE 100 C.

Os corpos de prova possuem formato cilíndrico, com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura. Esses elementos foram desformados 24 horas após a concretagem e mantidos em câmara úmida por períodos específicos: 69 dias para a primeira viga, 68 dias para a segunda viga e 39 dias para o pilar.

Durante o ensaio de módulo de elasticidade dos corpos de prova provenientes do concreto utilizado na produção das vigas, foram considerados os valores de resistência à compressão previamente determinados pela T&A pré-fabricados. Para os corpos de prova provenientes do concreto utilizado na produção do pilar, a resistência à compressão foi determinada diretamente através da ruptura de um dos corpos de prova especificamente para esse propósito.

De acordo com a ABNT NBR 8522:2017, caso a resistência à compressão apresente uma variação de $\pm 20\%$ em relação à resistência efetiva, o resultado obtido para o corpo de prova é considerado não confiável e, portanto, não deve ser utilizado no cálculo. Um dos corpos de prova do pilar apresentou uma diferença superior a 20% e, por isso, seus resultados foram descartados durante o cálculo.

A Figura 47 apresenta os ensaios de *slump* e de módulo de elasticidade do concreto.

Figura 47 – Ensaio para caracterização do concreto



(a) Teste de *slump*



(b) Ensaio de módulo de elasticidade

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Os resultados obtidos estão dispostos nas Tabelas 6, 7 e 8. Para a viga nº 1, a resistência à compressão média é de 45,58 MPa e o módulo de elasticidade médio é de 25,74 GPa. Para a viga nº 2, a resistência à compressão média é de 48,67 MPa e o módulo de elasticidade médio é de 25,72 GPa. Para o pilar, a resistência à compressão média é de 46,32 MPa e o módulo de elasticidade médio é de 28,70 GPa.

Tabela 6 – Resultados para a viga nº 1

Corpos de prova	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
CP1	44,72	33,53
CP2	44,53	24,41
CP3	47,49	27,07
Média	45,58	25,74

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Tabela 7 – Resultados para a viga nº 2

Corpos de prova	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
CP1	47,36	26,77
CP2	50,25	26,89
CP3	48,41	28,54
Média	48,67	27,72

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Tabela 8 – Resultados para o pilar

Corpos de prova	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
CP1	51,22	30,60
CP2	49,46	26,80
Média	46,32	28,70

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.4.2 Graute

Para determinação da resistência à compressão e módulo de elasticidade do graute, foram coletados 3 corpos de prova com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura. Esses elementos foram desformados 24 horas após a concretagem e mantidos em câmara úmida por 34 dias. Esses corpos de prova foram instrumentados com extensômetros e ensaiados no LMCC (Figura 48), utilizando a prensa de compressão PCE 100 C.

Os resultados estão dispostos na Tabela 9. A resistência à compressão média foi de 47,47 MPa e o módulo de elasticidade médio foi de 27,19 GPa.

Tabela 9 – Resultados para o graute

Corpos de prova	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
CP1	49,10	28,42
CP2	45,84	25,95
Média	47,47	27,19

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 48 – Ensaio para caracterização do graute



(a) Ensaio de resistência à compressão (b) Ensaio de módulo de elasticidade

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.5 Equipamentos e instrumentação do protótipo

Os equipamentos utilizados para medição durante a realização dos ensaios, assim como a sua marca, modelo, características e finalidade, estão dispostos na Tabela 10.

Tabela 10 – Equipamentos de medição utilizados nos ensaios

Equipamento	Marca	Modelo	Características	Finalidade
Sistema de aquisição de dados	HBM HBM	MX1615B-2 MX840A	-	Aquisição de deformações, deslocamentos e forças
Cilindro Hidráulico	Enerpac Deltapac	RC256 DRH	Capacidade nominal: 250 kN Capacidade nominal: 500 kN	Aplicação de cargas controladas
Bomba hidráulica	Enerpac Deltapac	P391 DP	Bomba manual de simples ação	Aplicação de carga no cilindro hidráulico
Célula de carga	MK Controle	MKCT-50T 40CL	Capacidade nominal: 500 kN	Medição da força aplicada
Strain gauge	Kyowa	KFG-5-120-C1-11	GF = 2,12; Base = 5 mm; Resistência elétrica = 120 Ω	Medição de deformações
Transdutor de deslocamento	Kyowa Aogeson	DTH-A-10 KTR-25MM	Curso de 10 mm Curso de 25 mm	Medição de deslocamentos
Prensa de compressão	Emic	PCE-100	Capacidade nominal: 1000 kN	Caracterização dos materiais

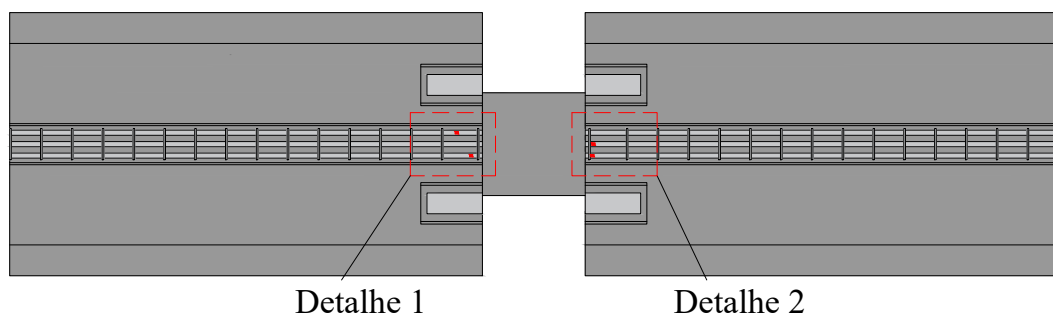
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.5.1 Instrumentação interna

Os *strain gauges* foram instalados nas barras superiores da armadura de continuidade. A preparação da superfície foi realizada com o uso de uma esmerilhadeira, a fim de obter uma superfície plana, garantindo a adequada fixação dos *strain gauges* e a precisão na medição das deformações. Para a proteção dos equipamentos, aplicou-se uma camada de esmalte incolor sobre cada sensor. Posteriormente, eles foram revestidos com tubo isolante de polietileno e eletroduto rígido de PVC, ambos fixados às barras da armadura por meio de fita isolante.

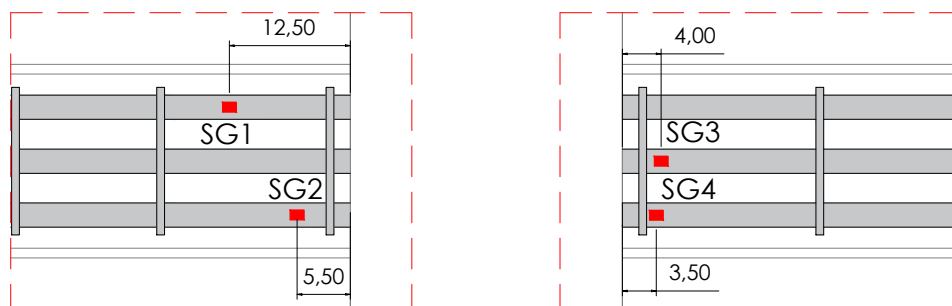
Nas Figuras 49 e 50, é possível visualizar a disposição dos *strain gauges* na armadura de continuidade e a instalação e proteção desses equipamentos.

Figura 49 – Esquema com a disposição dos *strain gauges* na armadura de continuidade



Escala 1:25

(a) Vista superior do protótipo após a instalação da armadura de continuidade



Detalhe 1
Escala 1:5

Detalhe 2
Escala 1:5

(b) Detalhes

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 50 – Processo de instalação e proteção dos *strain gauges* nas armaduras de continuidade



(a) Instalação dos *strain gauges* (b) Proteção dos *strain gauges*

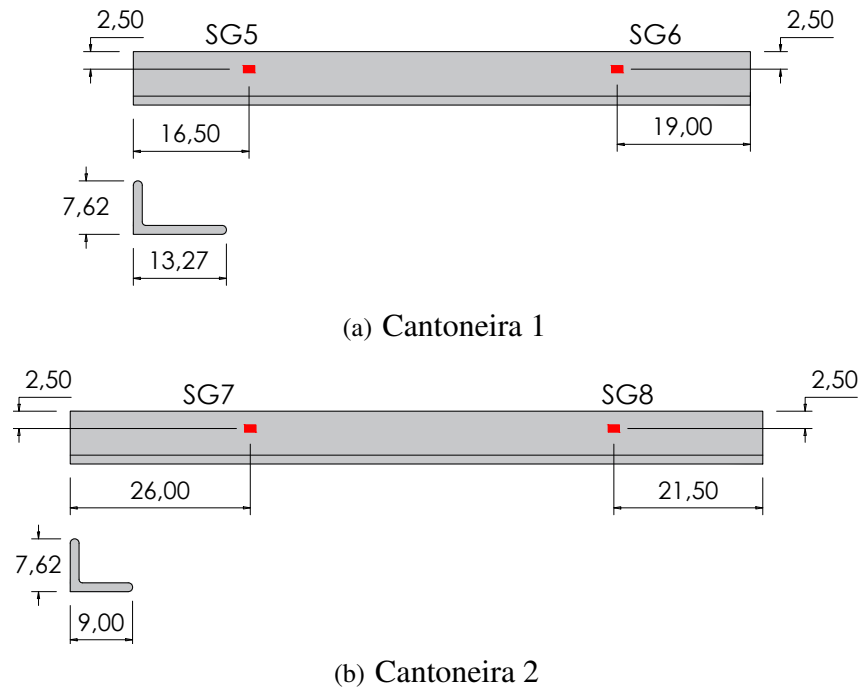
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.5.2 Instrumentação externa

Externamente, os *strain gauges* foram instalados ao longo das cantoneiras metálicas e sobre a superfície de graute. Para a preparação das superfícies foram adotadas estratégias específicas para cada material. Para a superfície metálica, utilizou-se uma esmerilhadeira, enquanto para a camada de graute, uma camada de epóxi foi aplicada no local de instalação. Para a proteção dos equipamentos, utilizou-se esmalte incolor e cola quente nas cantoneiras e esmalte incolor na superfície do graute.

Nas Figuras 51 e 52, é possível visualizar a disposição dos *strain gauges* nas cantoneiras e a instalação desses equipamentos. Nas Figuras 53 e 54, por sua vez, é possível visualizar a disposição dos *strain gauges* na superfície do graute e a instalação desses equipamentos.

Figura 51 – Esquema com a disposição dos *strain gauges* nas cantoneiras



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 52 – Instalação dos *strain gauges* nas cantoneiras

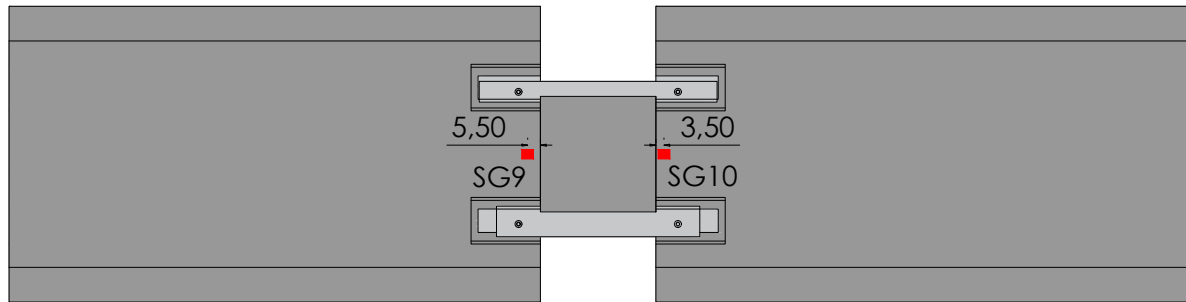


(a) Cantoneira 1

(b) Cantoneira 2

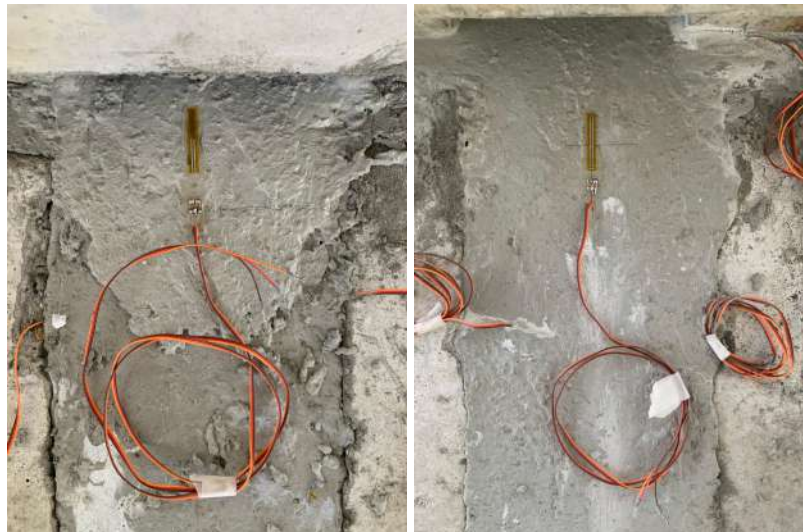
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 53 – Esquema com a disposição dos *strain gauges* na superfície do graute



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 54 – Instalação dos *strain gauges* na superfície do graute



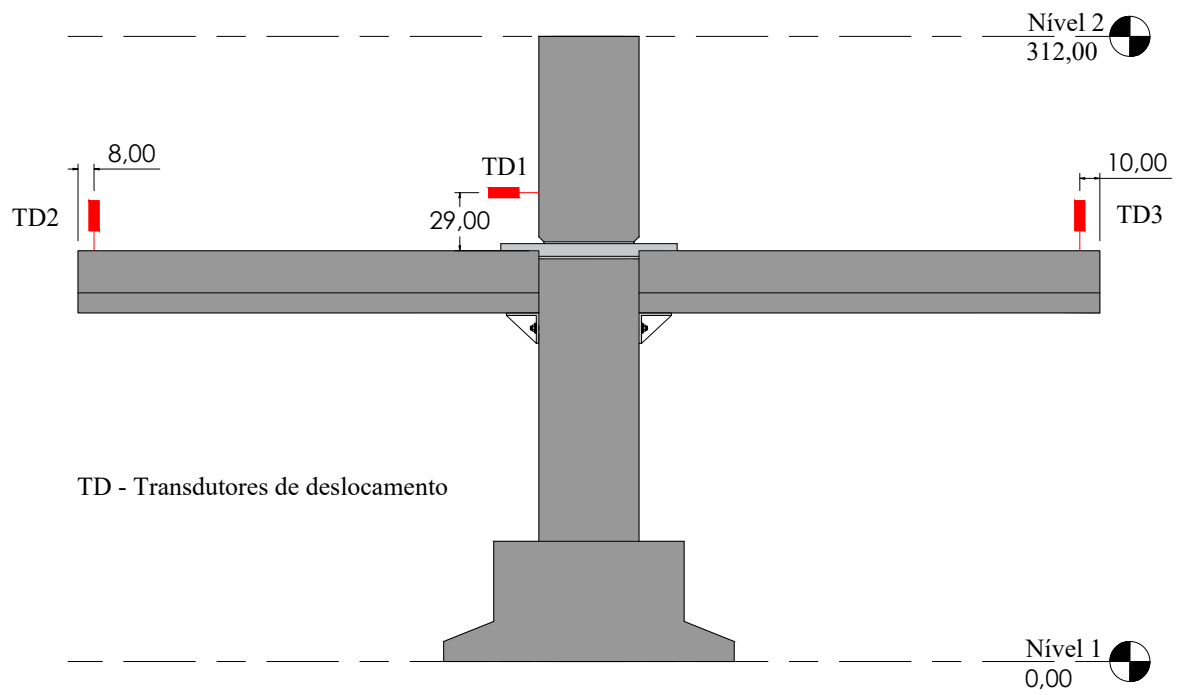
(a) Viga 1

(b) Viga 2

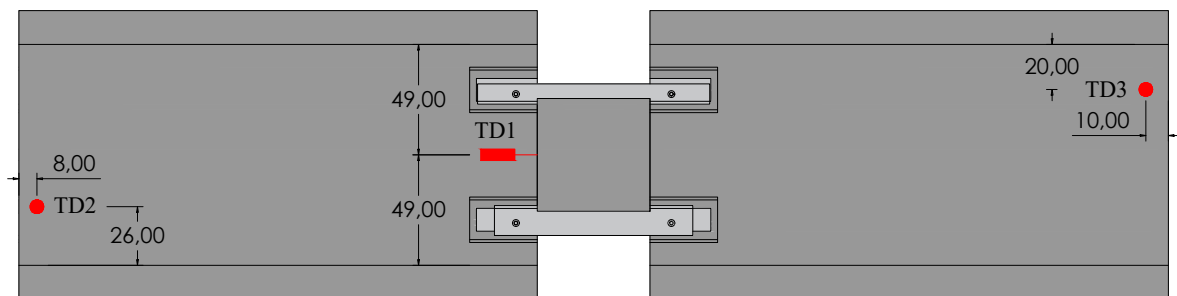
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Para a obtenção das medidas de deslocamento, LVDTs foram instalados nas extremidades livres das vigas e, para a obtenção da rotação relativa entre a viga e o pilar, um LVDT foi posicionado na região de ligação do sistema. A disposição e instalação desses equipamentos estão mostradas na Figura 55 e 56.

Figura 55 – Esquema com a disposição dos LVDTs no protótipo



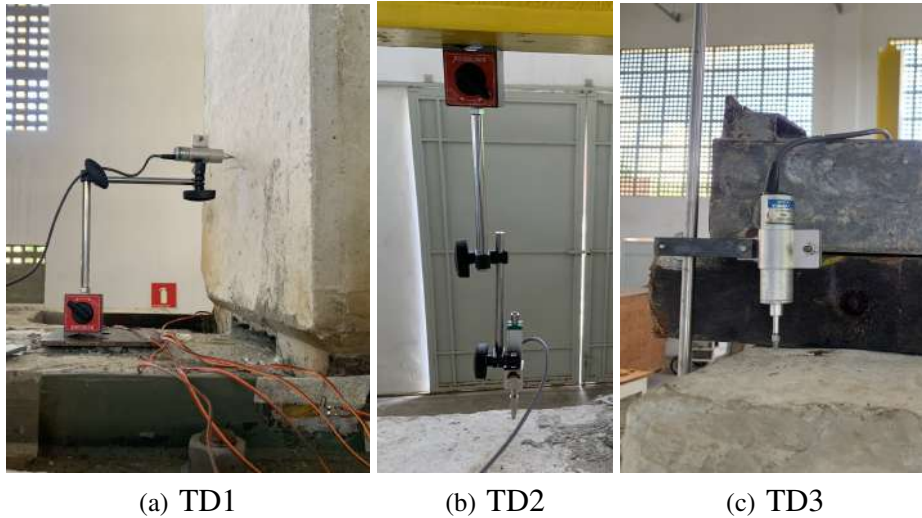
(a) Vista lateral



(b) Vista superior

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 56 – Instalação dos LVDTs no sistema



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

6.6 Procedimento de ensaio

Para a realização do ensaio, foram utilizados dois cilindros hidráulicos com capacidade nominal de 250 kN e 500 kN, respectivamente. Para garantir a distribuição uniforme do carregamento, placas metálicas circulares foram posicionadas entre o cilindro hidráulico e o pórtico de reação, assim como entre a célula de carga e a estrutura, em todas as etapas. Além disso, os cilindros hidráulicos foram fixados em pórticos de reação, de modo que esses elementos pudessem absorver as forças de reação geradas pela aplicação das cargas e, assim, garantir a estabilidade do sistema durante o ensaio.

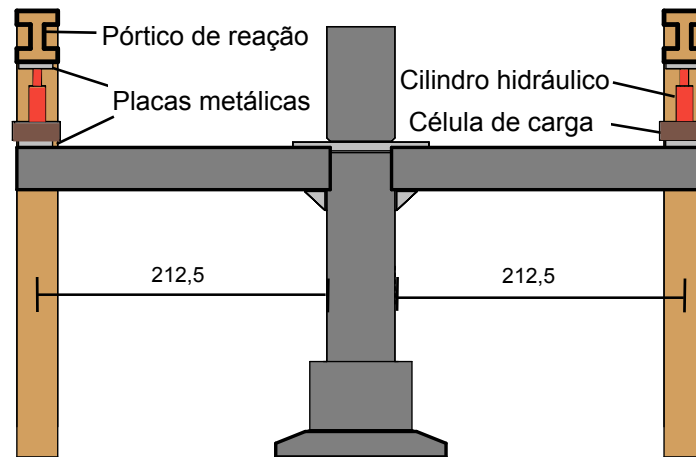
Inicialmente, um carregamento equivalente a 20 kN foi aplicado em 2 ciclos de carga e descarga nas duas vigas de forma não simultânea (etapa de escorvamento). O objetivo era assegurar o funcionamento dos equipamentos de medição, avaliar o comportamento da estrutura à fadiga e verificar o comportamento elástico.

Em seguida, foi aplicado um carregamento não simétrico nas duas vigas. Na viga do lado direito, o carregamento foi mantido em aproximadamente 35 kN. Já na viga do lado esquerdo, o acionamento da bomba hidráulica prosseguiu até atingir um carregamento de 180 kN. Posteriormente, as duas vigas foram descarregadas. Por fim, foi aplicado um carregamento de 30 kN na viga esquerda, em 5 ciclos de carga e descarga. Essa etapa teve como objetivo avaliar a rigidez da estrutura após os carregamentos aplicados anteriormente e verificar as deformações residuais existentes.

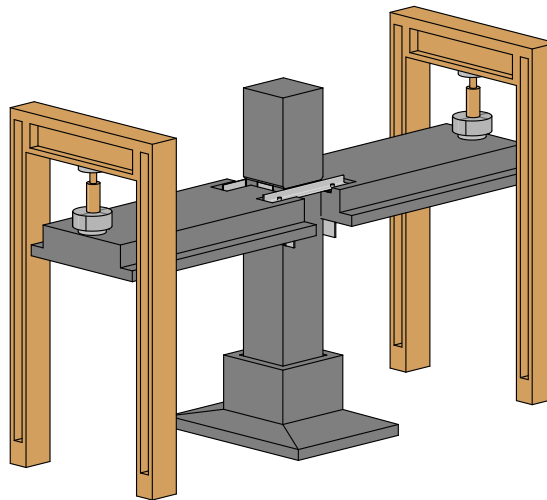
A Figura 57 apresenta a vista lateral esquemática e o modelo 3D do ensaio experi-

mental. A Figura 58, por sua vez, apresenta a vista geral do ensaio experimental e a Figura 59 mostra a disposição dos equipamentos utilizados em cada viga.

Figura 57 – Esquema do ensaio experimental



(a) Vista lateral do ensaio



(b) Modelo 3D do ensaio

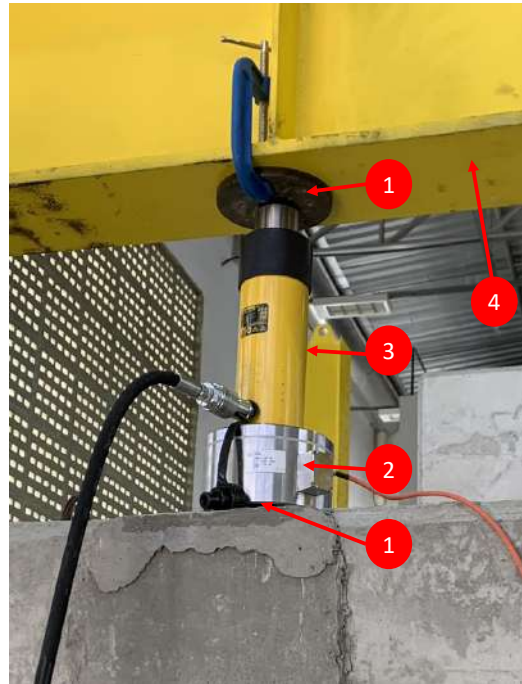
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 58 – Visão geral do ensaio experimental



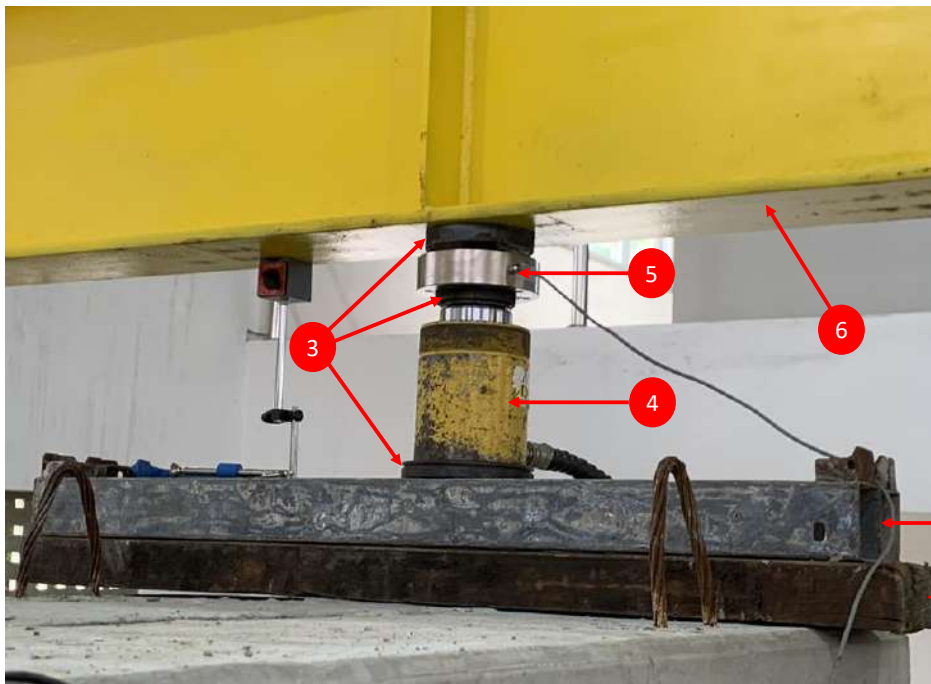
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 59 – Disposição dos equipamentos utilizados em cada viga



- 1 – Placa metálica;
- 2 – Célula de carga;
- 3 – Cilindro hidráulico;
- 4 – Pórtico de reação.

(a) Lado esquerdo



- 1 – Base de madeira;
- 2 – Perfil metálico;
- 3 – Placa metálica;
- 4 – Cilindro hidráulico;
- 5 – Célula de carga;
- 6 – Pórtico de reação.

(b) Lado direito

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados experimentais obtidos após o ensaio, incluindo as curvas força-deformação e força-deslocamento dos elementos que compõem a ligação viga-pilar, bem como as curvas momento-rotação da extremidade da viga e da ligação, a partir da qual foi determinada a rigidez rotacional da ligação.

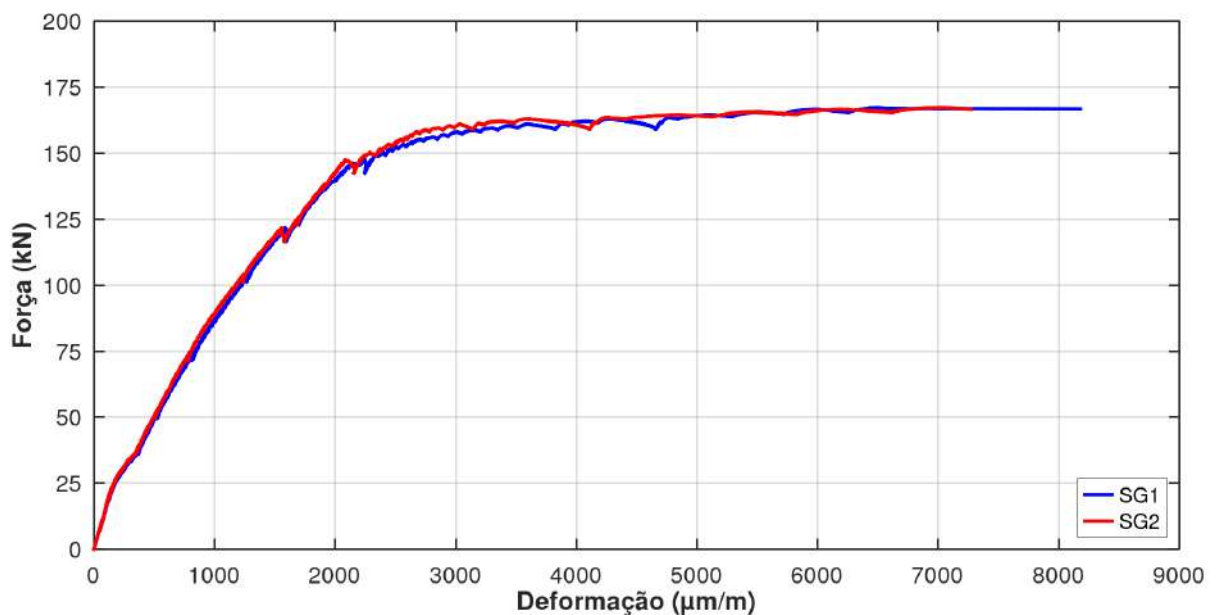
Além disso, são apresentados os resultados obtidos por meio do modelo analítico, o que inclui a rigidez de cada componente da ligação, as matrizes de rigidez e de flexibilidade, a posição do centro elástico, os deslocamentos e a rigidez rotacional da ligação. Este capítulo apresenta, ainda, a análise comparativa entre os resultados obtidos experimentalmente e analiticamente.

7.1 Análise das deformações

As curvas que relacionam a força aplicada e a deformação foram determinadas a partir das leituras da célula de carga e dos *strain gauges* instalados na estrutura (Figuras 49, 51 e 53). Durante o ensaio, determinados equipamentos não registraram adequadamente o descarregamento da estrutura e, por isso, esses dados foram descartados em parte dos gráficos.

A Figura 60 traz as curvas força-deformação para os *strain gauges* presentes nas barras de aço dispostas na viga do lado esquerdo (SG1 e SG2).

Figura 60 – Curva força-deformação para os *strain gauges* das barras de aço (SG1 e SG2)

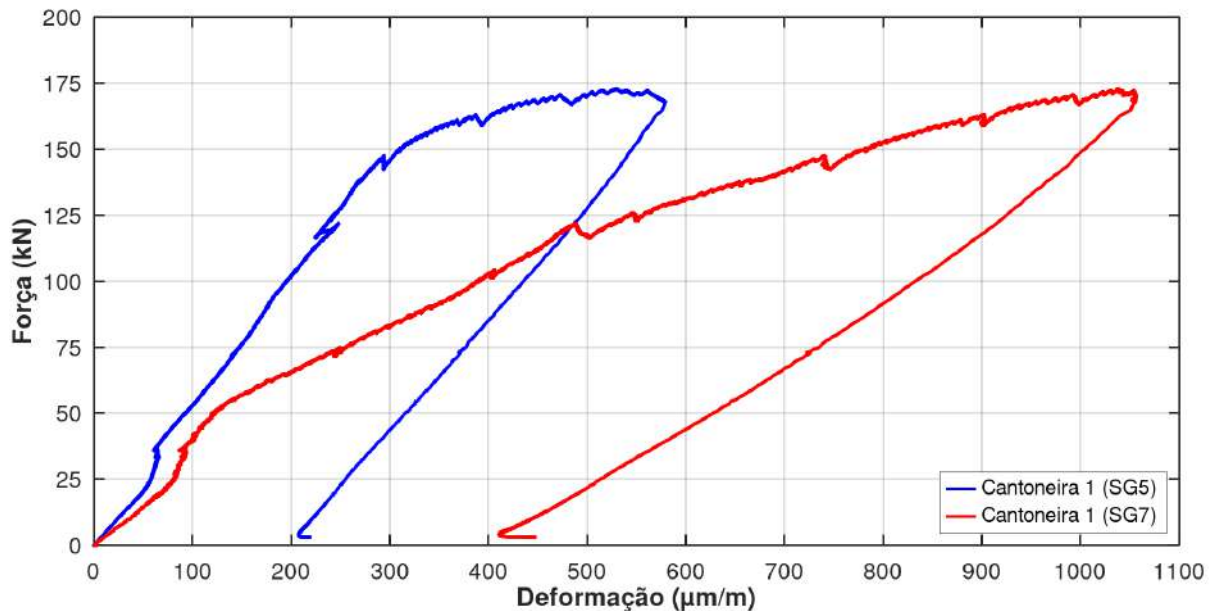


Fonte: Elaborado pela autora, 2025

As curvas presentes no gráfico demonstram que as barras de aço apresentaram comportamento semelhante entre si. O trecho inicial de ambas as curvas apresenta trajetória aproximadamente linear, o que evidencia o comportamento elástico. Em seguida, as curvas apresentam trecho não linear, evidenciando a transição do regime elástico para o regime plástico. Após atingir o carregamento de aproximadamente 150 kN, as curvas indicaram um aumento expressivo da deformação, alcançando os valores máximos de 8194,80 $\mu\text{m}/\text{m}$ e 7285,20 $\mu\text{m}/\text{m}$ para SG1 e SG2, respectivamente, sob um carregamento de cerca de 170 kN.

Na Figura 61, é possível observar as curvas força-deformação para os *strain gauges* presentes no lado esquerdo das cantoneiras (SG5 e SG7).

Figura 61 – Curva força-deformação para os *strain gauges* das cantoneiras (SG5 e SG7)



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

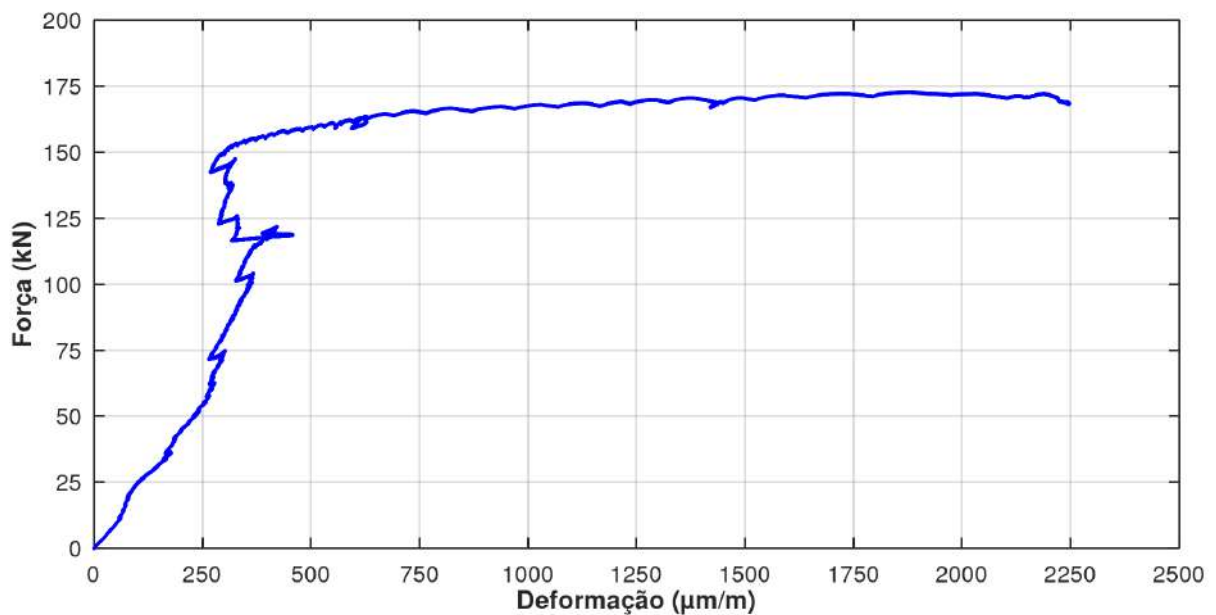
A partir do gráfico apresentado, é possível observar que a Cantoneira 1 apresenta maior rigidez quando comparada à Cantoneira 2, uma vez que a curva em azul apresenta maior inclinação quando comparada à curva em vermelho. Esse comportamento está relacionado às diferenças entre as dimensões dos dois elementos. A Cantoneira 1 apresenta uma área superior à da Cantoneira 2, o que justifica sua maior capacidade resistente. A Cantoneira 1 apresentou uma deformação máxima de 579,20 $\mu\text{m}/\text{m}$ enquanto a Cantoneira 2 apresentou uma deformação máxima de 1057,60 $\mu\text{m}/\text{m}$ sob um carregamento de 170 kN.

Além disso, as duas curvas apresentam um trecho linear seguido de um trecho não linear, evidenciando a transição do comportamento elástico para o comportamento plástico.

Nota-se que o trecho linear da curva em azul é mais extenso do que o da curva em vermelho, o que indica que a Cantoneira 1 possui maior capacidade de suportar carregamentos sem apresentar deformações permanentes. Observa-se, ainda, que, nas duas curvas, os ciclos de carregamento e descarregamento não coincidem, o que indica a presença de histerese e deformações permanentes.

A Figura 62 apresenta a curva força-deformação obtida por meio do *strain gauge* posicionado na superfície do graute da viga do lado esquerdo (SG9).

Figura 62 – Curva força-deformação para o *strain gauge* da superfície do graute (SG9)



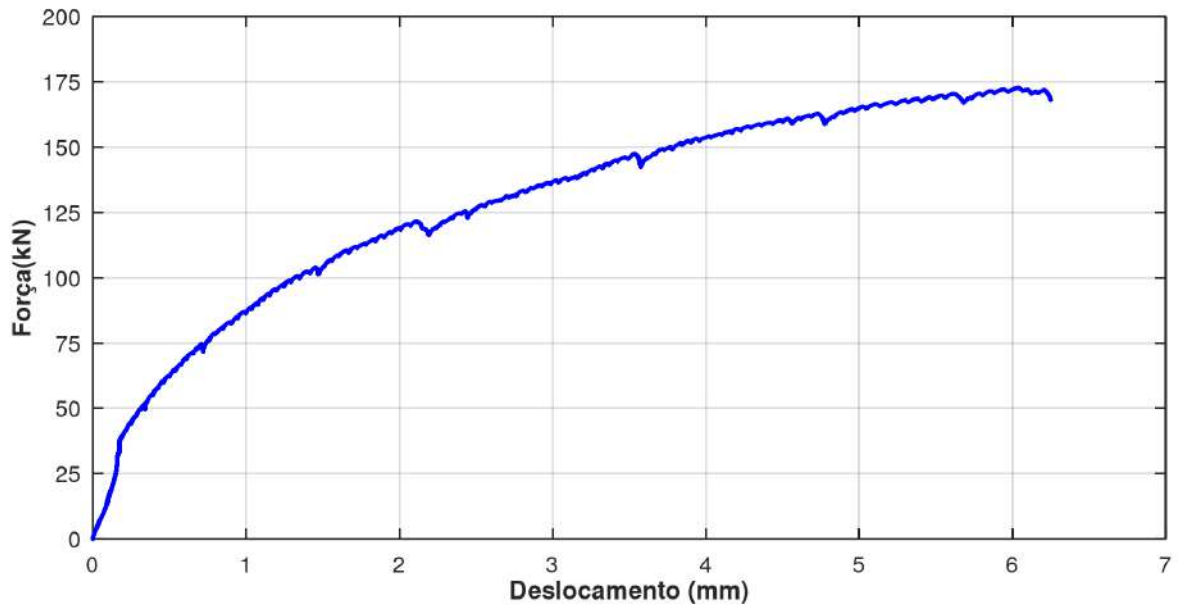
Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A curva presente no gráfico também apresenta um trecho linear seguido de um trecho não linear, evidenciando mais uma vez a transição do regime elástico para o regime plástico. Observa-se que, após atingir um carregamento próximo a 150 kN, a deformação sofre um aumento significativo, atingindo um valor máximo de 2247,40 $\mu\text{m}/\text{m}$ sob um carregamento de 170 kN.

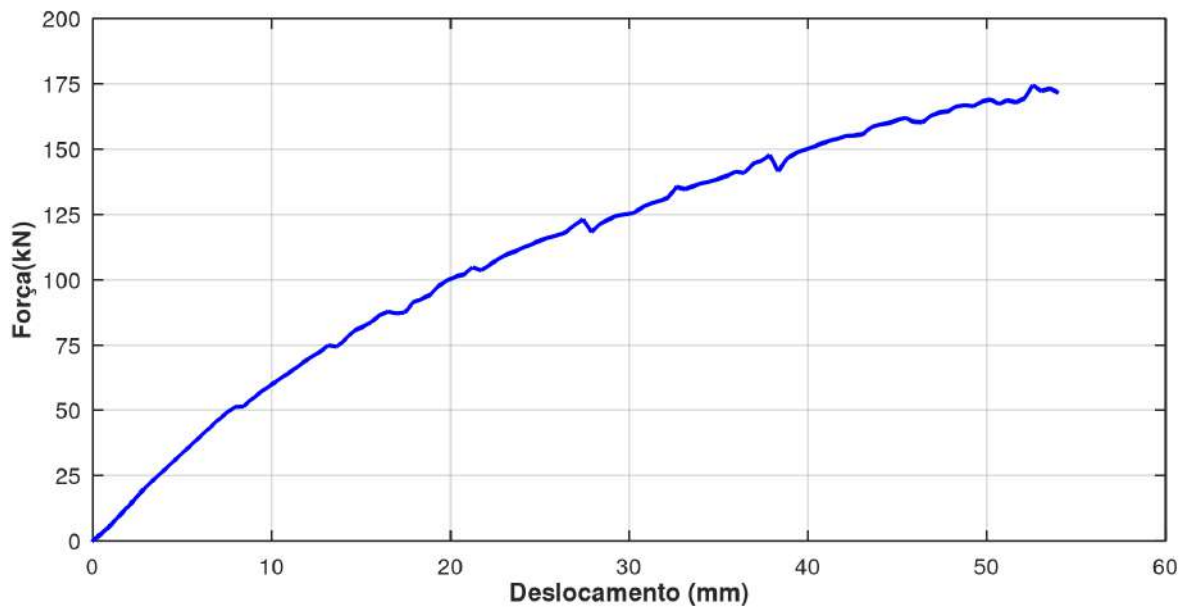
7.2 Análise dos deslocamentos

As curvas que relacionam a força aplicada e o deslocamento foram determinadas a partir das leituras da célula de carga e dos LVDTs posicionados na viga do lado esquerdo (TD1 e TD2). Na Figura 63, é possível observar a curva força-deslocamento para a ligação e para a extremidade da viga, obtidas para o carregamento de 170 kN (etapa 2).

Figura 63 – Curva força-deslocamento para o carregamento de 170 kN (etapa 2)



(a) Curva força-deslocamento para a ligação viga-pilar (TD1)



(b) Curva força-deslocamento para a extremidade da viga (TD2)

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A partir dos gráficos, é possível notar um comportamento inicial predominantemente elástico em ambas as curvas. Após o trecho inicial, nota-se que o aumento da força ocasiona um aumento maior no deslocamento, o que indica redução na rigidez. Observa-se que o deslocamento total na extremidade da viga é consideravelmente maior que o deslocamento na ligação, já que é resultado da soma entre o deslocamento e rotação da ligação e do deslocamento por flexão

da viga ao longo do seu comprimento. Para um carregamento de cerca de 170 kN, a ligação viga-pilar sofreu um deslocamento de 6,25 mm, enquanto a extremidade da viga sofreu um deslocamento de 54 mm.

7.3 Fissuração

As primeiras fissuras visíveis se formaram após a aplicação de um carregamento de aproximadamente 120 kN. Foram observadas fissuras próximas à cantoneira (Figura 64), a cerca de 45° , além de fissuras na lateral e na face superior da viga (Figura 65), ambas no sentido transversal do elemento.

Figura 64 – Fissuração próxima à cantoneira após a aplicação de um carregamento de 170 kN (etapa 2)



(a) Região próxima à cantoneira (face frontal)



(b) Região próxima à cantoneira (face superior)

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Figura 65 – Fissuração do protótipo após a aplicação de um carregamento de 170 kN (etapa 2)



(a) Face lateral da viga - lado esquerdo

(b) Face lateral da viga - lado direito



(c) Face superior da viga - lado esquerdo

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

7.4 Determinação da curva momento-rotação

A curva que relaciona o momento fletor e a rotação relativa entre a viga e o pilar foi obtida através do cálculo dos momentos fletores atuantes e da leitura do LVDT posicionado horizontalmente junto à região de ligação (TD1), conforme mostrado na Figura 55. Os momentos fletores atuantes (M) foram obtidos através da equação:

$$M = F l \quad (7.1)$$

onde, F é a força aplicada pelo atuador e l é a distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo do pilar.

A rotação relativa entre a viga e o pilar ($\phi_{lig.}$), por sua vez, foi obtida através da equação:

$$\phi_{lig.} = \frac{\delta_{hor.}}{h} \quad (7.2)$$

onde, $\delta_{hor.}$ é o deslocamento horizontal medido pelo LVDT e h é a distância entre o ponto de medição e o eixo de rotação da viga.

Já a curva que relaciona o momento fletor e a rotação relativa entre a extremidade da viga e o pilar, foi obtida através do cálculo dos momentos fletores atuantes e da leitura do LVDT posicionado verticalmente na extremidade das vigas (TD2 e TD3), conforme mostrado na Figura 55. Neste caso, a rotação relativa ($\phi_{extr.}$) foi obtida através da equação:

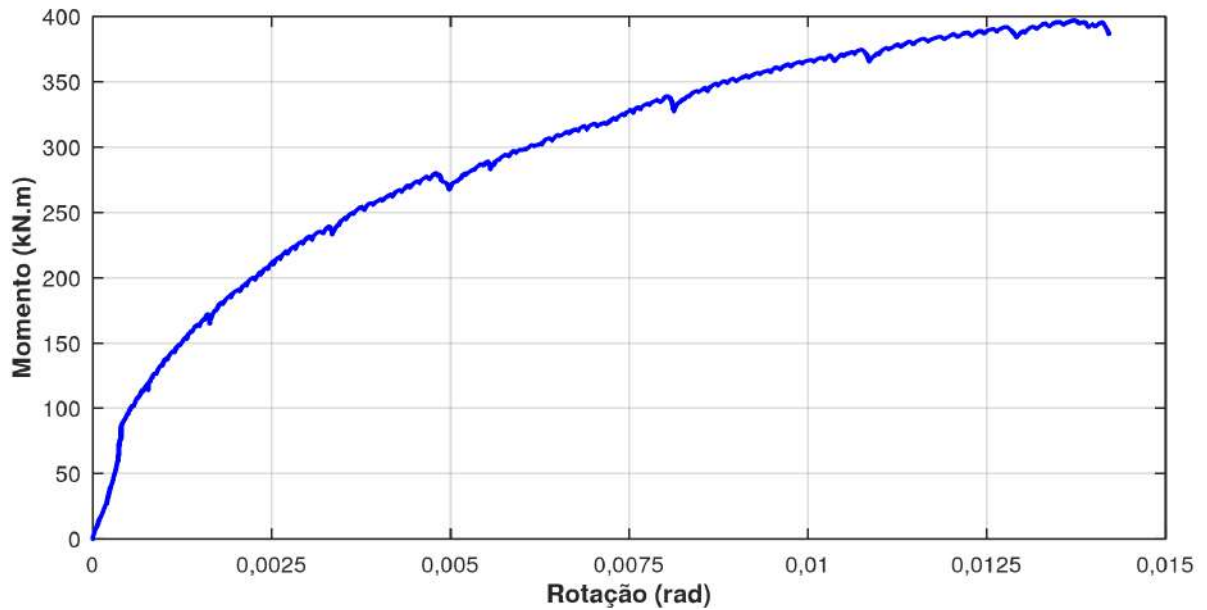
$$\phi_{extr.} = \frac{\delta_{vert.}}{L} \quad (7.3)$$

onde, $\delta_{vert.}$ é o deslocamento vertical medido pelo LVDT e L é a distância entre o ponto de medição e o eixo do pilar.

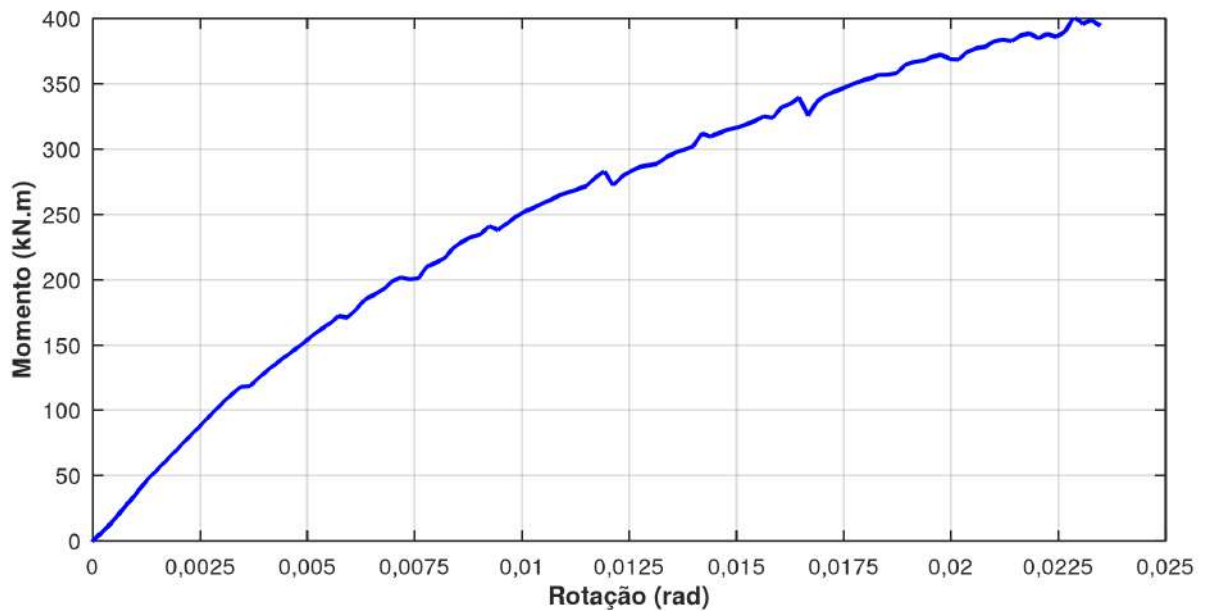
7.4.1 Curva momento-rotação para a etapa 2 (170 kN)

Na Figura 66, é possível visualizar a curva momento-rotação da ligação viga-pilar e da extremidade da viga para a etapa 2 do ensaio, na qual um carregamento de aproximadamente 170 kN foi aplicado em apenas 1 ciclo. Para facilitar a visualização do gráfico, os valores de momento e rotação, originalmente negativos, foram representados como positivos.

Figura 66 – Curva momento-rotação para o carregamento de 170 kN (etapa 2)



(a) Curva momento-rotação para a ligação viga-pilar (TD1)



(b) Curva momento-rotação para a extremidade da viga (TD2)

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A partir do gráfico, é possível constatar o comportamento não linear da estrutura para o carregamento de aproximadamente 170 kN. Nota-se que a rotação na extremidade da viga é consideravelmente superior à rotação na ligação viga-pilar. De forma similar ao deslocamento, a rotação total na extremidade da viga resulta da combinação entre a rotação da ligação e a rotação decorrente da deformação por flexão da viga ao longo do seu comprimento. O gráfico mostra

que, para um momento fletor de aproximadamente $398 \text{ kN} \cdot \text{m}$, a rotação na ligação viga-pilar é de $0,0142 \text{ rad}$ ($0,8139^\circ$) e a rotação na extremidade da viga é de $0,0234 \text{ rad}$ ($1,3452^\circ$).

7.4.2 Curva momento-rotação para as etapas 1 (20 kN) e 3 (30 kN)

Na Figura 67, é possível visualizar a comparação entre as curvas momento-rotação da ligação para as etapas 1 e 3, antes e depois do sistema ser submetido ao carregamento de aproximadamente 170 kN , e as curvas momento-rotação obtidas para a extremidade da viga nas mesmas etapas.

A partir das curvas apresentadas, é possível observar que, na etapa 1 (antes da estrutura ser submetida a um carregamento de aproximadamente 170 kN), o comportamento da ligação é predominantemente elástico, já que as curvas em azul apresentam um traçado aproximadamente linear. Além disso, observa-se que os ciclos de carregamento e descarregamento finalizam no ponto inicial, o que indica mínima deformação residual.

Já na etapa 3, realizada após a estrutura ter sido submetida ao carregamento de aproximadamente 170 kN , verifica-se uma redução significativa da rigidez, uma vez que as curvas em vermelho apresentam menor inclinação que as curvas em azul. Além disso, nas curvas em vermelho, observam-se diferenças entre as trajetórias do carregamento e descarregamento (histerese) e os ciclos não finalizam no mesmo ponto onde se iniciaram. Isso evidencia a presença de deformações residuais e dissipação de energia, que aumentam a cada ciclo, indicando danos permanentes na estrutura.

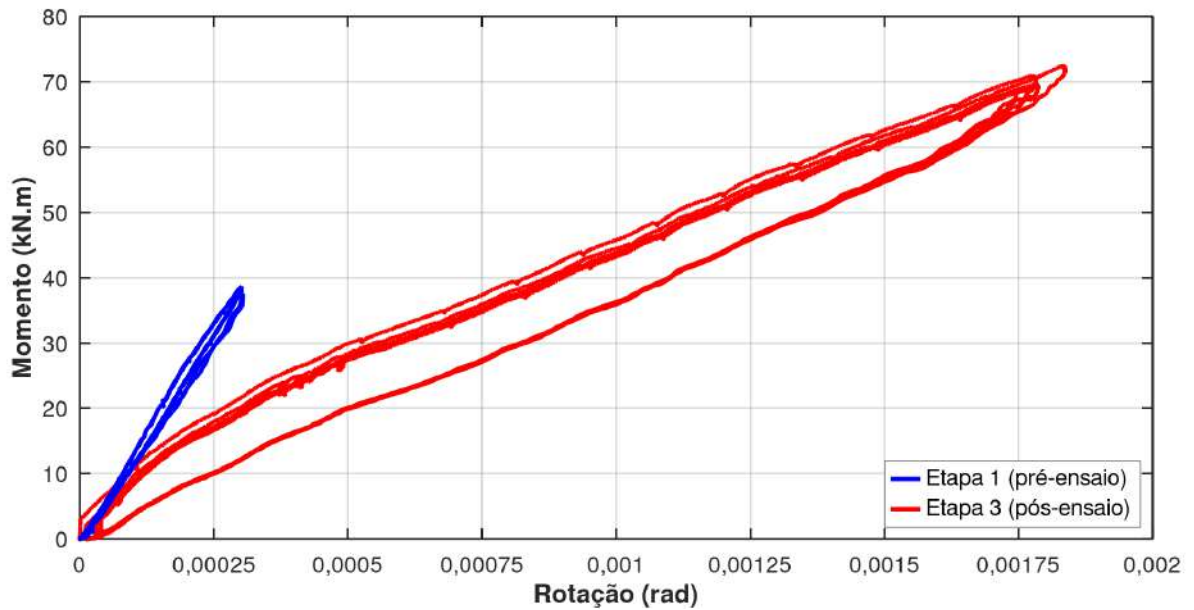
Para determinar a rigidez inicial da ligação, considerou-se a curva momento-rotação obtida na etapa 1 (Figura 67-a). O objetivo era captar o comportamento da ligação durante o regime elástico, antes do surgimento de fissuras. A rigidez inicial à flexão da ligação ($K_{inic.}$) foi determinada através da seguinte equação:

$$K_{inic.} = \frac{M_{lig.}}{\phi_{lig.}} \quad (7.4)$$

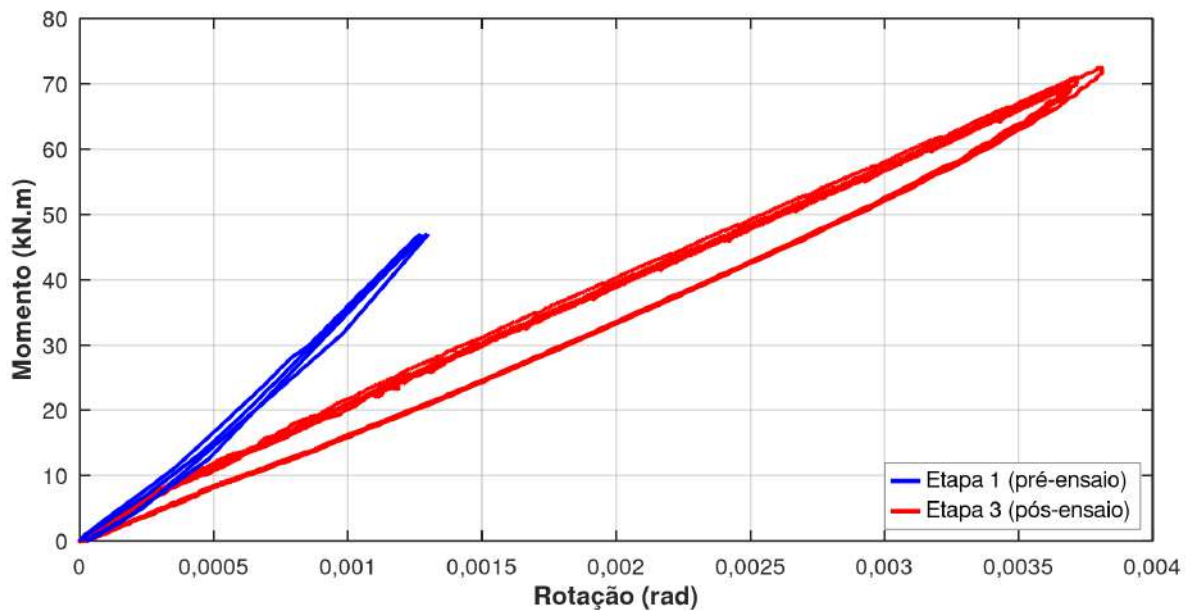
onde, $M_{lig.}$ é o momento fletor atuante na ligação e $\phi_{lig.}$ é a rotação na ligação, ocasionada pela ação do momento fletor.

A rotação e o momento fletor utilizados no cálculo foram determinados a partir da média dos valores obtidos nos dois ciclos de carga e descarga. Assim, considerando uma rotação média de $0,0003 \text{ rad}$ e um momento fletor médio de $38,1639 \text{ kN} \cdot \text{m}$, obtém-se uma rigidez rotacional inicial equivalente a $126,07 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$.

Figura 67 – Curva momento-rotação nas etapas 1 e 3



(a) Curva momento-rotação da ligação



(b) Curva momento-rotação da extremidade da viga

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

7.5 Rigidez secante

A determinação da rigidez secante foi realizada com base na curva momento-rotação da ligação viga-pilar (Figura 66). Para um momento fletor de aproximadamente $240,005 \text{ kN} \cdot \text{m}$, obtido com a aplicação da carga de serviço de $104,35 \text{ kN}$, conforme definido na seção 6.1.1, obteve-se uma rotação de $0,0034 \text{ rad}$. Portanto, a rigidez secante para o ELS ($R_{sec.ELS}$) é igual

a:

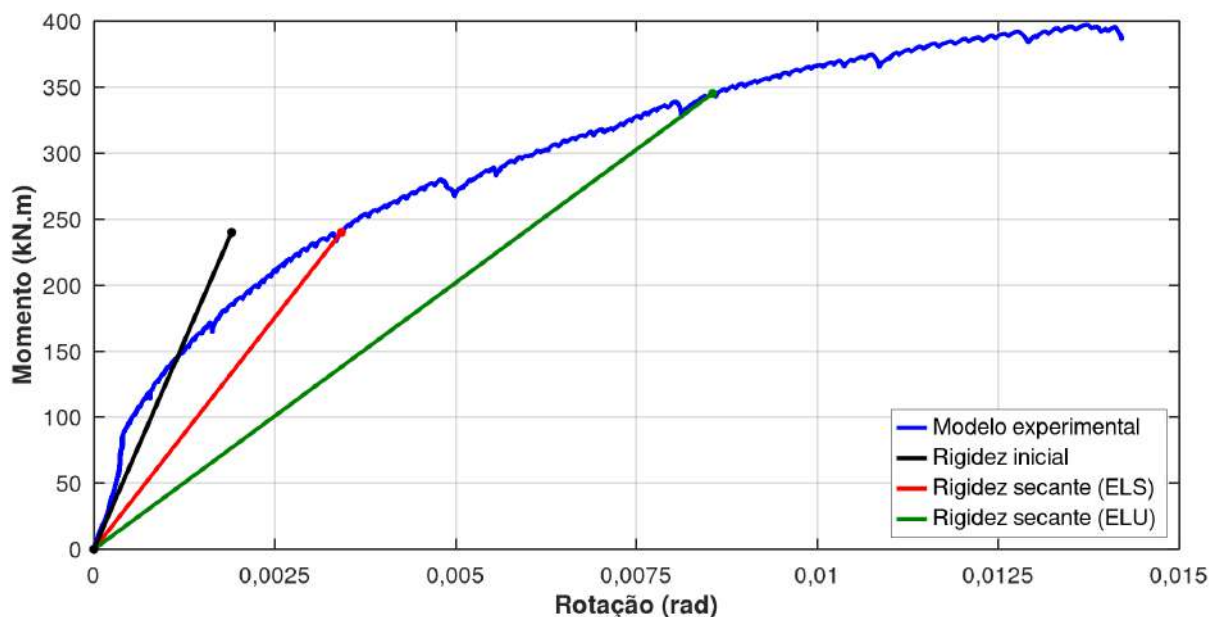
$$R_{sec.ELS} = \frac{M}{\theta} = \frac{240,005}{0,0034} = 70,187 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad} \quad (7.5)$$

Quanto à rigidez secante para o ELU, considerou-se a aplicação de uma carga de 150 kN, para a qual os mecanismos da ligação atingiram o escoamento. Para esse carregamento, obteve-se um momento fletor de 345,06 kN·m e uma rotação correspondente de 0,0085 rad. Logo, a rigidez secante para o ELU ($R_{sec.ELU}$) é igual a:

$$R_{sec.ELU} = \frac{M}{\theta} = \frac{345,046}{0,0085} = 40,360 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad} \quad (7.6)$$

Graficamente, a rigidez inicial, determinada na seção 7.4.2, e as rigidezes secantes para o ELS e ELU estão dispostas na Figura 68.

Figura 68 – Curva momento-rotação da ligação com rigidez inicial e rigidezes secantes (ELS e ELU)



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A partir do gráfico, é possível notar que a rigidez inicial da ligação viga-pilar (curva em preto) representa de forma eficaz o seu comportamento durante o regime linear, antes da plastificação. Entretanto, observa-se que, para carregamentos mais elevados, esse parâmetro passa a superestimar a rigidez real da ligação.

Já a rigidez secante para o ELS, representada pela curva em vermelho que liga a origem ao ponto correspondente à carga de serviço na curva experimental, descreve adequadamente o comportamento da ligação em condições usuais de uso. Observa-se que essa curva apresenta

uma inclinação menor quando comparada à curva em preto, o que indica a redução da rigidez da ligação após a transição do regime linear para o regime não linear. A rigidez secante para o ELS é cerca de 44,327 % menor que a rigidez inicial.

A rigidez secante para o ELU, representada pela curva em verde que conecta a origem ao ponto em que os componentes da ligação viga-pilar iniciam o escoamento, apresenta uma inclinação ainda menor, evidenciando os efeitos da plastificação sobre os elementos da ligação. A rigidez secante para o ELU é cerca de 67,986 % menor que a rigidez inicial e cerca de 42,496 % menor que a rigidez secante para o ELS, confirmando a redução da rigidez da ligação com o aumento do carregamento.

7.6 Análise do efeito da semirrígidez

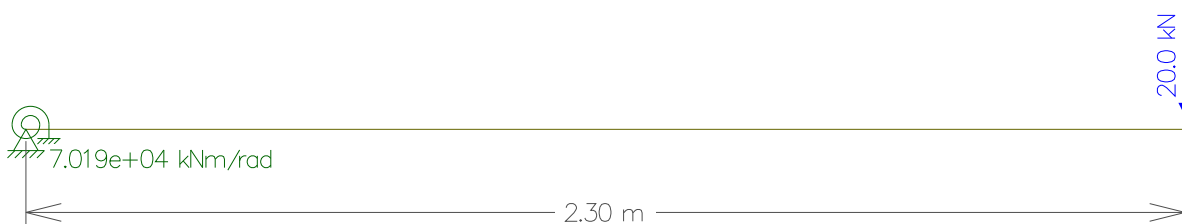
Para analisar o efeito da semirrígidez na ligação viga-pilar, foram realizadas duas análises estruturais da viga em estudo utilizando o *software* Ftool. Na primeira, considerou-se a viga com um engaste em uma extremidade e livre na outra. Na segunda, adotou-se um apoio elástico na extremidade da ligação, com rigidez equivalente à rigidez secante para o ELS, anteriormente determinada. A extremidade oposta permaneceu livre.

Em ambos os casos, a viga possui comprimento de 2,30 m e apresenta módulo de elasticidade (E) e momento de inércia (I) equivalentes aos determinados para as vigas do ensaio. As Figuras 69 e 70 apresentam as vigas analisadas e os deslocamentos na extremidade livre para um carregamento de 20 kN, respectivamente.

Figura 69 – Vigas analisadas no *software* Ftool

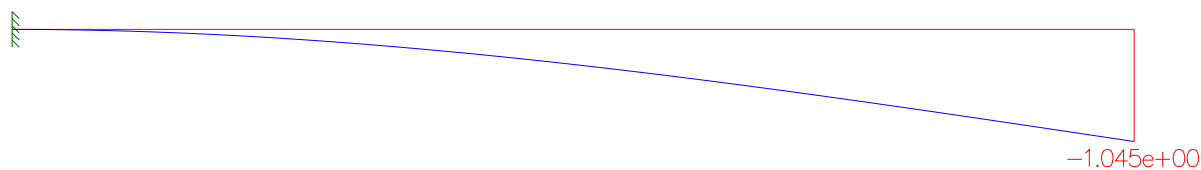


(a) Viga engastada-livre

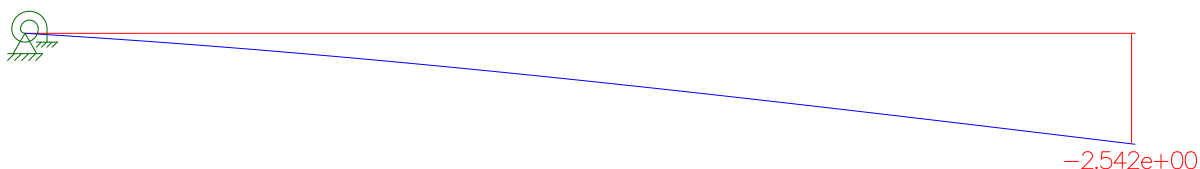


(b) Viga com apoio elástico rotacional

Figura 70 – Deslocamentos na extremidade livre em mm para um carregamento de 20 kN



(a) Viga engastada-livre



(b) Viga com apoio elástico rotacional

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

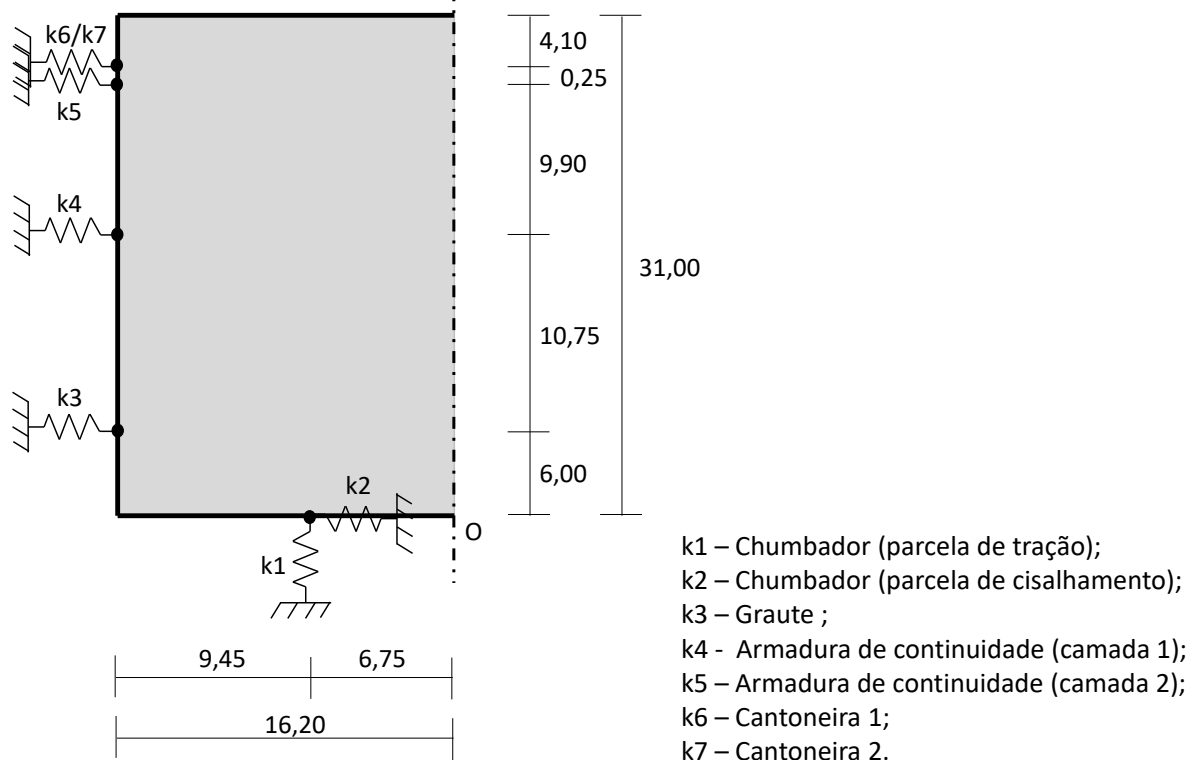
A partir dos resultados, é possível observar que a utilização do apoio elástico, que representa a ligação semirrígida, resulta no aumento significativo do deslocamento na extremidade da viga. Isso ocorre porque esse tipo de ligação permite uma rotação relativa entre a viga e o pilar, reduzindo a rigidez do sistema. A viga com apoio elástico rotacional apresentou um deslocamento de 1,045 mm, cerca de 58,8906% menor em relação ao deslocamento de 2,542 mm, obtido para a viga engastada-livre. Isso indica que a viga engastada-livre apresenta maior rigidez que a viga com apoio elástico rotacional.

7.7 Modelo analítico

O modelo analítico desenvolvido nesta pesquisa baseia-se na proposta de Mota (2009), apresentada na seção 4.2.3. Para sua implementação, foi elaborada uma planilha no *software* Excel, na qual são inseridas as informações referentes à posição, direção e rigidez de cada componente ativo da ligação. A partir desses dados, a planilha realiza automaticamente o cálculo da matriz de rigidez $[S]$, da matriz de flexibilidade $[C]$, da rigidez à flexão da ligação e da posição do centro elástico do sistema. Além disso, é possível obter o vetor de deslocamentos $\{d\}$ ao fornecer o vetor de forças externas $\{F\}$.

A Figura 71 apresenta o modelo mecânico para a ligação semirrígida estudada, no qual a chapa representa a extremidade da viga posicionada sobre o consolo, e cada mola corresponde a um componente ativo da ligação.

Figura 71 – Modelo mecânico da ligação



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

7.7.1 Mecanismos básicos de deformação

O chumbador é composto por duas parcelas: uma longitudinal, orientada a 90° , que se comporta como uma barra inserida (parcela de tração), e outra transversal, orientada a 0° , que caracteriza o efeito de pino (parcela de cisalhamento).

A rigidez longitudinal dos chumbadores (k_1), determinada utilizando as equações presentes na seção 4.2.2.2, é equivalente a $508,69 \text{ MN/m}$. Já a rigidez transversal dos chumbadores (k_2), determinada a partir das equações presentes na seção 4.2.2.3, é equivalente a $130,12 \text{ MN/m}$. O cálculo detalhado da rigidez de ambas as parcelas está disposto na seção B.1 do apêndice B. Em resumo:

$$k_1 = 508,69 \text{ MN/m} \quad (7.7)$$

$$k_2 = 130,12 \text{ MN/m}$$

Para o cálculo da rigidez da componente de transferência de força de compressão (k_3), utilizou-se a equação da rigidez axial para um elemento submetido à compressão, admitindo-se

comportamento elástico e linear:

$$k = \frac{E \cdot A}{e} \quad (7.8)$$

onde, E é o módulo de elasticidade do graute, A é a área da camada comprimida de graute que separa a viga e o pilar e e é a espessura dessa camada.

Logo, a rigidez para o graute (k_3), cujo cálculo está detalhado na seção B.2 do apêndice B, é igual a:

$$k_3 = 81580 \text{ MN/m} \quad (7.9)$$

Para o cálculo da rigidez das camadas de armadura de continuidade (k_4 e k_5), utilizou-se as equações presentes na seção 4.2.2.2. Essa rigidez, cujo cálculo está detalhado na seção B.3 do apêndice B, é igual a:

$$k_4 = k_5 = 868,46 \text{ MN/m} \quad (7.10)$$

Para o cálculo da rigidez das cantoneiras (k_6 e k_7), utilizou-se a equação da rigidez axial de um elemento submetido à tração:

$$k = \frac{E \cdot A}{L} \quad (7.11)$$

onde E é o módulo de elasticidade do aço, A é a área soldada e L é o comprimento de deformação do elemento.

Para a Cantoneira 1, tem-se uma rigidez (k_6) igual a 1296,38 MN/m e para a Cantoneira 2, tem-se uma rigidez (k_7) igual a 879,23 MN/m . O cálculo de k_6 e k_7 está detalhado na seção B.4 do apêndice B. Em resumo:

$$k_6 = 1296,38 \text{ MN/m} \quad (7.12)$$

$$k_7 = 879,23 \text{ MN/m}$$

7.7.2 Cálculo da rigidez

Na Tabela 11, é possível visualizar informações referentes ao posicionamento, direção e rigidez calculada de cada componente ativo da ligação.

A partir desses dados, os termos da matriz de rigidez $[S]$ foram determinados a partir das equações descritas na seção 4.2.3. O cálculo detalhado está apresentado na seção B.5 do

Tabela 11 – Dados geométricos e propriedades dos componentes da ligação

Componente	Mola	x (m)	y (m)	α (graus)	α (rad)	K_L (kN/m)	K_T (kN/m)
Chumbador (tração)	1	-0,0675	0,0000	90,00	0,00	5,087E+05	0,00
Chumbador (cisalhamento)	2	-0,0675	0,0000	0,00	-1,57	1,301E+05	0,00
Graute	3	-0,1620	0,0600	0,00	0,00	8,16E+07	0,00
Armadura de continuidade (camada 1)	4	-0,1620	0,1675	0,00	0,00	8,68E+05	0,00
Armadura de continuidade (camada 2)	5	-0,1620	0,2665	0,00	0,00	8,68E+05	0,00
Cantoneira 1	6	-0,1620	0,2690	0,00	0,00	1,30E+06	0,00
Cantoneira 2	7	-0,1620	0,2690	0,00	0,00	8,79E+05	0,00

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

apêndice B. O resultado foi:

$$[S] = \begin{bmatrix} 8,56 \times 10^7 & 3,11 \times 10^{-11} & -5,86 \times 10^6 \\ 3,11 \times 10^{-11} & 5,09 \times 10^5 & -3,43 \times 10^4 \\ -5,86 \times 10^6 & -3,43 \times 10^4 & 5,40 \times 10^5 \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

O cálculo das coordenadas do centro elástico (x_{ce} e y_{ce}) está apresentado na seção B.6 do apêndice B. Os resultados foram:

$$x_{ce} = -0,0675 \text{ m} \quad (7.14)$$

$$y_{ce} = 0,068 \text{ m}$$

Logo, o centro elástico encontra-se 6,75 cm à esquerda e 6,8 cm acima do ponto O .

A matriz de flexibilidade $[C]$, por sua vez, equivale ao inverso da matriz de rigidez $[S]$, resultando em:

$$[C] = \begin{bmatrix} 4,60 \times 10^{-8} & 3,38 \times 10^{-8} & 5,01 \times 10^{-7} \\ 3,38 \times 10^{-8} & 2,00 \times 10^{-6} & 4,94 \times 10^{-7} \\ 5,01 \times 10^{-7} & 4,94 \times 10^{-7} & 7,33 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Aplicando um momento negativo de $-38,16 \text{ kN} \cdot \text{m}$, correspondente à carga aplicada na etapa 1 do ensaio experimental, é possível obter o vetor deslocamento $\{d\}$ no centro elástico. O cálculo para este elemento está exposto na seção B.8 do apêndice B. O resultado obtido foi:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} -1,91 \times 10^{-5} \text{ m} \\ -1,89 \times 10^{-5} \text{ m} \\ -2,80 \times 10^{-4} \text{ rad} \end{Bmatrix} \quad (7.16)$$

Os valores absolutos obtidos para os deslocamentos na direção α_i de cada mola e para a força aplicada na chapa por cada mola estão dispostos na Tabela 12. O cálculo detalhado desses fatores está exposto na seção B.9 do apêndice B.

Tabela 12 – Deslocamento na direção α_i e força aplicada na chapa por cada mola

Componente	Mola	Deslocamento (mm)	Força (kN)
Chumbador (tração)	1	0,0000	0,0000
Chumbador (cisalhamento)	2	0,0191	2,4881
Graute	3	0,0023	191,6587
Armadura de continuidade (camada 1)	4	0,0277	24,0576
Armadura de continuidade (camada 2)	5	0,0554	48,0919
Cantoneira 1	6	0,0561	72,6944
Cantoneira 2	7	0,0561	49,3029

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A partir da Tabela 12, é possível observar que os componentes posicionados a uma distância maior do centro elástico tendem a apresentar maiores deslocamentos. Os maiores deslocamentos ocorrem nas cantoneiras (molas 6 e 7) e na segunda camada de armadura de continuidade (mola 5), o que está diretamente relacionado à sua posição mais afastada do centro de rotação.

Quanto às forças aplicadas na chapa, destacam-se o graute (mola 3), as cantoneiras (molas 6 e 7) e a segunda camada de armadura de continuidade (mola 5), responsáveis pelas maiores contribuições de rigidez e resistência da ligação. A componente referente ao graute (mola 3), especificamente, destaca-se por aplicar a maior força na chapa, equivalente a 191,6587 kN, mesmo com um deslocamento pequeno, o que evidencia sua elevada rigidez.

Por outro lado, a parcela de cisalhamento do chumbador (mola 2) não é solicitada, já que apresenta força e deslocamento equivalentes a zero. Isso acontece porque a linha de ação dessa mola está posicionada sobre o centro elástico da ligação. Assim, quando a rotação acontece em torno desse ponto, não há deslocamento na direção da mola e, conseqüentemente, ela não aplica força na chapa.

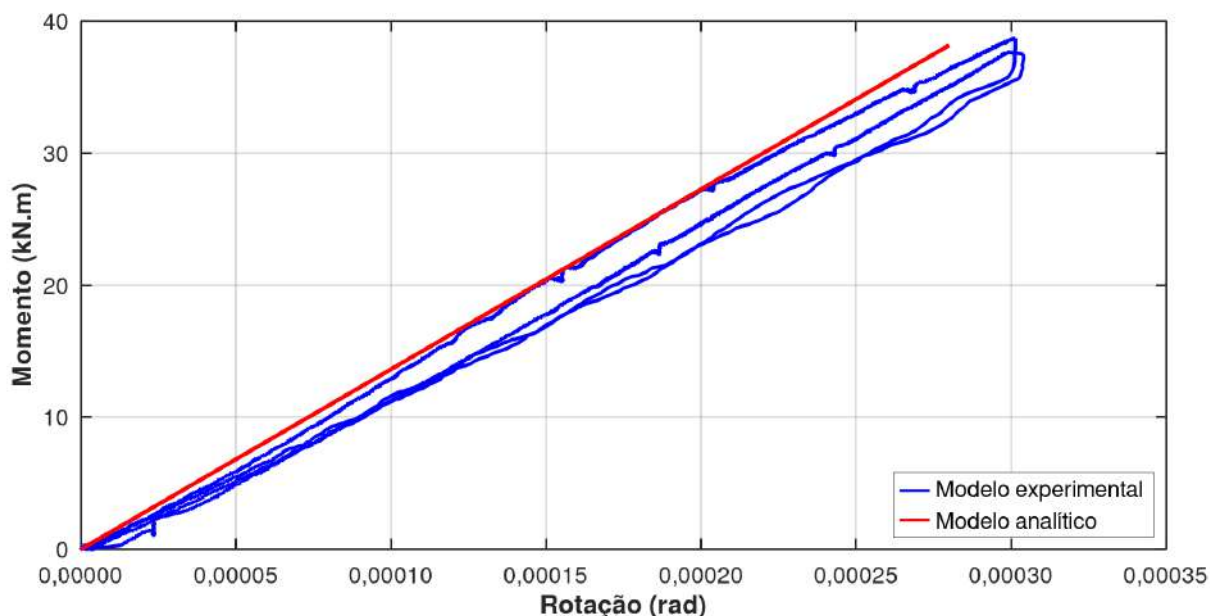
Por fim, o cálculo da rigidez inicial à flexão da ligação ($K_{inic.}$) está exposto na seção B.10 do apêndice B. O resultado foi:

$$K_{inic.} = 136,52 \frac{MN \cdot m}{rad} \quad (7.17)$$

7.8 Análise comparativa entre resultados experimentais e analíticos

A Figura 72 apresenta a comparação entre a curva momento-rotação da ligação obtida através do modelo experimental e do modelo analítico.

Figura 72 – Curvas momento-rotação da ligação obtidas através dos modelos experimental e analítico



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A partir do gráfico, é possível observar uma boa concordância entre a curva em azul, obtida por meio do modelo experimental, e a curva em vermelho, obtida por meio do modelo analítico. Isso indica que o modelo analítico representa adequadamente a rigidez inicial da ligação. Entretanto, nota-se que a rigidez do modelo analítico é superior à rigidez do modelo experimental, uma vez que a curva em vermelho possui maior inclinação em relação à curva em azul. Enquanto o modelo experimental indicou uma rigidez inicial de $126,07 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$, o modelo analítico indicou uma rigidez inicial de $136,52 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$, resultando em uma diferença de cerca de 8%.

8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Esta seção apresenta as principais conclusões obtidas após a análise dos resultados, sobretudo acerca do sistema estrutural e do desempenho da ligação viga-pilar. Além disso, este capítulo aborda sugestões de trabalhos futuros que possam aprofundar o estudo em questão.

8.1 Conclusões

Após a análise dos resultados, é possível elaborar algumas conclusões:

O sistema estrutural pré-fabricado proposto nesta pesquisa configura-se como uma solução viável e inovadora para a indústria da construção civil, capaz de conciliar bom desempenho estrutural e viabilidade econômica. Suas características geométricas permitem a redução da altura total da edificação, o que impacta diretamente na diminuição dos custos da obra.

Além disso, o processo construtivo adotado proporciona maior eficiência e redução do tempo de execução. Esses fatores tornam o sistema mais competitivo, especialmente em edificações residenciais de uso sazonal, como apartamentos de veraneio, contribuindo para a ampliação do uso de novos sistemas estruturais pré-fabricados.

A ligação viga-pilar do sistema estrutural proposto apresentou bom desempenho estrutural para a etapa de construção analisada, demonstrando capacidade suficiente para suportar as cargas gravitacionais atuantes nessa fase (peso próprio da laje e capa). O carregamento solicitante para essa etapa equivale a $104,35 \text{ kN}$ e as primeiras fissuras visíveis se formaram somente após a aplicação de um carregamento de 120 kN .

A rigidez inicial determinada a partir da curva momento-rotação da ligação, equivalente a $126,07 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$, representa de forma adequada o seu comportamento durante o regime elástico. No entanto, para carregamentos mais elevados, essa rigidez tende a superestimar a rigidez real da ligação. Já para os carregamentos usuais de serviço, a rigidez secante para o ELS, equivalente a $70,187 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$, representa de forma mais adequada a rigidez real da ligação.

A rigidez inicial estimada através do modelo analítico, de $136,52 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$, foi cerca de 8% superior à obtida através do ensaio experimental, de $126,07 \text{ MN} \cdot \text{m}/\text{rad}$. Isso ocorreu porque o modelo analítico não é capaz de captar as pequenas não linearidades e especificidades do processo construtivo, tais como folgas, desalinhamentos e imperfeições nos encaixes. Esses fatores, embora sutis, influenciam o comportamento da ligação mesmo

nas fases iniciais de carregamento, o que resulta em uma rigidez inferior àquela determinada analiticamente. Apesar disso, o modelo analítico mostrou-se eficaz para estimar a rigidez rotacional inicial da ligação.

A partir do modelo analítico, constatou-se que, entre os elementos que compõem a ligação, o graute é aquele que apresenta maior rigidez, sendo fundamental para impedir os deslocamentos verticais. Já as cantoneiras e armaduras de continuidade exercem um papel fundamental na resistência à rotação, uma vez que estão localizadas a uma maior distância do centro elástico.

8.2 Trabalhos futuros

Tendo em vista a abrangência e relevância da temática abordada, é possível sugerir alguns trabalhos futuros:

1. Desenvolver um modelo numérico da ligação e realizar uma análise comparativa entre os resultados experimentais, analíticos e computacionais.
2. Avaliar o desempenho da ligação após a soldagem das cantoneiras, com o intuito de caracterizar o comportamento desse elemento isoladamente.
3. Avaliar o desempenho da ligação na etapa final de construção, após a execução da capa de concreto.
4. Incorporar a não linearidade física e geométrica no modelo analítico da ligação viga-pilar.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 12655. **Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2022. Disponível em: <https://www.target.com.br/produtos/normas-tecnicas/36237/nbr12655-concreto-de-cimento-portland-preparo-controle-recebimento-e-aceitacao-procedimento>. Acesso em: 3 set. 2024.
- ABNT NBR 14931. **Execução de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023. Disponível em: <https://www.target.com.br/produtos/normas-tecnicas/27279/nbr14931-execucao-de-estruturas-de-concreto-armado-protendido-e-com-fibras-requisitos>. Acesso em: 10 dez. 2024.
- ABNT NBR 15421. **Projeto de estruturas resistentes a sismos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023. Disponível em: <https://www.normas.com.br/visualizar/abnt-nbr-nm/25598/abnt-nbr15421-projeto-de-estruturas-resistentes-a-sismos>. Acesso em: 4 mai. 2024.
- ABNT NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023. Disponível em: <https://www.normas.com.br/visualizar/abnt-nbr-nm/5211/abnt-nbr6118-projeto-de-estruturas-de-concreto>. Acesso em: 5 mai. 2024.
- ABNT NBR 6120. **Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. Disponível em: <https://www.target.com.br/produtos/normas-tecnicas/27460/nbr6120-acoes-para-o-calculo-de-estruturas-de-edificacoes>. Acesso em: 4 mai. 2024.
- ABNT NBR 6123. **Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023. Disponível em: <https://www.normas.com.br/visualizar/abnt-nbr-nm/5616/abnt-nbr6123-forcas-devidas-ao-vento-em-edificacoes>. Acesso em: 5 mai. 2024.
- ABNT NBR 8522. **Concreto - Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão**. Rio de Janeiro: ABNT, 2017. Disponível em: <https://www.target.com.br/produtos/normas-tecnicas/36375/nbr8522-concreto-determinacao-dos-modulos-estaticos-de-elasticidade-e-de-deformacao-a-compressao>. Acesso em: 22 set. 2024.
- ABNT NBR 8681. **Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2004. Disponível em: <https://www.normas.com.br/visualizar/abnt-nbr-nm/5835/abnt-nbr8681-acoes-e-seguranca-nas-estruturas>. Acesso em: 4 mai. 2024.
- ABNT NBR 9062. **Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-moldado**. Rio de Janeiro: ABNT, 2017. Acesso em: 14 fev. 2024.
- ACKER, A. V. **Manual de sistemas pré-fabricados de concreto**. São Paulo, SP: Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto, 2002.
- ALESSANDRO, F.; OLMI, G.; CRISTOFOLINI, L. **Experimental Stress Analysis for Materials and Structures**. Cham, Switzerland: Springer International Publishing Switzerland, 2015.
- ALVA, G. M. S.; LACERDA, M. M. S.; SILVA, T. J. Análise experimental de ligações viga-pilar pré-moldadas com armadura de continuidade para momentos fletores negativos. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 314–347, 2020. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/riem/a/VPmqVLLMpBNDT7xPtLqMcKn/?lang=pt>. Acesso em: 17 set. 2024.

BALDISSERA, A. **Estudo experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado parcialmente resistente a momento fletor**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-19072006-105406/pt-br.php>. Acesso em: 11 abr. 2024.

BARBOZA, A. S. R. **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-08082003-104149/publico/TeseAline>. Acesso em: 10 jul. 2024.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do concreto Protendido**. Bauru,SP: Universidade Estadual Paulista-UNESP, 2024.

BLJUGER, F. **Design of precast concrete structures**. New York, United States: Halsted Press, 1988.

DONIAK, I. L. O.; LIVI, L. O. B. A pré-fabricação em concreto para edifícios altos. **Concreto & Construções**, São Paulo, v. 99, n. 7, p. 89–95, 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4322/1809-7197.2020.99.0007>. Acesso em: 5 jun. 2024.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: Fundamentos e Aplicações**. São Paulo,SP: Oficina de Textos, 2017.

EUROCODE 3. **Design of steel structures**. Brussels: European committee for standardization, 2005. Disponível em: <https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/EN-Eurocodes/eurocode-3-design-steel-structures>. Acesso em: 10 jul. 2024.

FERREIRA, M.; ARAUJO, D. L.; JEREMIAS JR., A. C.; CATOIA, B.; KATAOKA, M. N. Estabilidade global de estruturas pré-moldadas: efeito das ligações semi-rígidas. In: **ENCONTRO DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO**, 2005, São Carlos. Anais [...]. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, 2005. p. 1–11. Disponível em: https://set.eesc.usp.br/1enppcpm/cd/conteudo/trab_pdf/161. Acesso em: 12 nov. 2024.

FERREIRA, M. A. **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-16102024-103514/en.php>. Acesso em: 21 mar. 2024.

FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-08122017-100437/publico/Tese_Ferreira_MarceloA. Acesso em: 22 mar. 2024.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Structural connections for precast concrete buildings: guide to good practice**. Lausanne, Switzerland: FIB, 2008.

HENIN, E. E. A. **Efficient precast/prestressed floor system for building construction**. 2012. Thesis (Doctorate in Structural Engineering) – University of Nebraska, Lincoln, 2012. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/280148755_Efficient_precastprestressed_floor_system_for_building_construction. Acesso em: 8 mar. 2024.

LONGHI, M. L. P. **Análise comparativa entre sistemas estruturais moldados in loco e pré-fabricado em edificações de grande porte: um estudo de caso**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/entities/publication/254512af-5396-49bb-b086-41d3c53c5e91>. Acesso em: 20 jan. 2025.

LOW, S. G. Minimization of floor thickness in multistory buildings. Nebraska, 1991.

LOW, S. G.; TADROS, M. K.; NIJHAWAN, J. C. Minimization of floor thickness in precast multistory buildings. **PCI Journal**, Chicago, v. 36, n. 4, p. 74–92, 1991. Disponível em: <https://doi.org/10.15554/pcij.07011991.74.93>. Acesso em: 21 out. 2024.

MINATTO, T. R.; WANDERLIND, A. Investigação da rigidez da ligação viga-pilar por chapa plana de cisalhamento conhecida como *Shear Tab*. **Revista Técnico-Científica de Engenharia Civil**, São Paulo, v. 2, n. 2, p. 10–14, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.18616/civiltec.v2i2.6875>. Acesso em: 2 nov. 2024.

MOTA, J. E. **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-15122009-112118/pt-br.php>. Acesso em: 15 mar. 2024.

MOTTRAM, J. T.; TURVEY, G. J. Semi rigid behaviour of civil engineering structural connections. In: **COST 1**, 1998, Brussels, Luxembourg. Anais [...]. Brussels, Luxembourg: European Commission, 1998. p. 99–99. Disponível em: <https://research.lancaster-university.uk/en/publications/semi-rigid-behaviour-of-civil-engineering-structural-connection/>. Acesso em: 10 out. 2024.

PRADO, L. P. **Ligações de montagem viga-pilar para estruturas de concreto pré-moldado: estudo de caso**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-12122014-084446/publico/LisianePrado>. Acesso em: 12 ago. 2024.

PRADO, L. P.; El Debs, M. K. Avaliação do comportamento de ligação de montagem viga-pilar para estruturas de concreto pré-moldado. **Ambiente Construído**, Porto Alegre, v. 18, n. 3, p. 271–287, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s1678-86212018000300281>. Acesso em: 26 out. 2024.

SILVA, E. B.; ARAUJO, D. L.; CAMPOS, M. A. S. Ligação viga-pilar em estruturas pré-moldadas com concreto de ultra desempenho reforçado com fibras: revisão sistemática da literatura. **Revista Uniaraguaia**, Goiânia, v. 16, n. 1, p. 87–95, 2021. Disponível em: <https://sipe.uniaraguaia.edu.br/index.php/REVISTAUNIARAGUAIA/article/view/1004>. Acesso em: 18 abr. 2024.

SOARES, A. M. M. **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-17042018-091917/en.php>. Acesso em: 28 jun. 2024.

TAKEYA, T. **Análise experimental de estruturas**. São Carlos, SP: Escola de Engenharia de São Carlos, 2000.

TEODORO, L. F. H. **Estudo numérico do comportamento semirrígido de uma ligação viga-pilar pré-moldada com concreto com fibras no consolo e no dente da viga**. 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022. Disponível em: https://producaocientifica.eesc.usp.br/producao/2022ME_LuizFernandoHonoratoTeodoro. Acesso em: 4 abr. 2024.

WAGNER, L. L.; CORRÊA, A. L. S.; FREITAS, D. B. Revisão sobre a utilização de elementos pré-fabricados. **Brazilian Journal of Development**, São José dos Pinhais, v. 6, n. 10, p. 75455–75465, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.34117/bjdv6n10-103>. Acesso em: 10 abr. 2024.

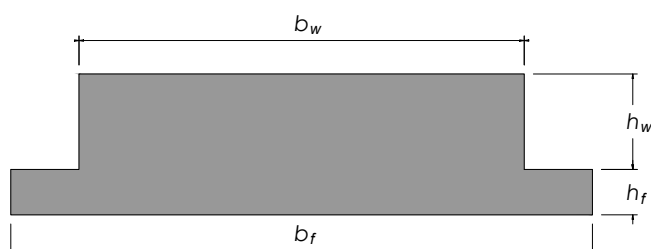
APÊNDICE A – ROTINA PARA DIMENSIONAMENTO DA VIGA EM T INVERTIDO

Esta seção apresenta a rotina de cálculo utilizada para dimensionar a armadura de protensão e a armadura negativa da viga.

A.1 Cálculo da armadura de protensão

A Figura 73 apresenta a seção transversal da viga em T invertido dimensionada.

Figura 73 – Seção transversal da viga dimensionada



Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A Tabela 13 mostra os parâmetros utilizados no cálculo da armadura de protensão da viga.

Tabela 13 – Parâmetros utilizados no cálculo da armadura de protensão

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Largura da mesa inferior	b_f	1,28	m
Altura da mesa inferior	h_f	0,10	m
Largura da alma superior	b_w	0,98	m
Altura da alma superior	h_w	0,21	m
Altura da capa	h_c	0,07	m
Peso específico do concreto	$\gamma_{conc.}$	25,00	kN/m ³
Coefficiente de segurança do concreto	γ_c	1,40	-
Coefficiente de segurança do concreto para estruturas pré-fabricadas	γ_{pf}	1,30	-
Vão da laje	l_l	10,00	m
Altura da laje	h_l	0,11	m
Carga de pavimentação e revestimento por unidade de área	$P_{pr/a}$	1,47	kN/m ²
Carga da parede por unidade de área	$P_{p/a}$	0,98	kN/m ²
Sobrecarga de construção por unidade de área	$P_{s/a}$	1,96	kN/m ²
Diâmetro da cordoalha	f_{ptk}	1900	MPa
Resistência da cordoalha	c	12,7	mm

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

A.1.1 Características geométricas da seção isolada (pré-fabricada)

Inicialmente, determinou-se a área da seção isolada (A_v):

$$A_v = b_f \cdot h_f + b_w \cdot (h_w) = 1,28 \cdot 0,10 + 0,98 \cdot 0,21 = 0,3338 \text{ m}^2 \quad (\text{A.1})$$

Em seguida, o momento estático foi determinado (m_e):

$$\begin{aligned} m_e &= (b_f \cdot h_f) \cdot \left(\frac{h_f}{2}\right) + \left[b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2}\right)\right] \\ &= 1,28 \cdot 0,10 \cdot \frac{0,10}{2} + \left[0,98 \cdot 0,21 \cdot \left(0,10 + \frac{0,21}{2}\right)\right] = 0,0486 \text{ m}^3 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Posteriormente, determinou-se o centro de gravidade (y_{gv}):

$$y_{gv} = \frac{m_e}{A_v} = \frac{0,048}{0,3338} = 0,1456 \text{ m} \quad (\text{A.3})$$

E, por fim, o momento de inércia em y (I_v) foi calculado:

$$\begin{aligned}
I_v &= \frac{b_{inf} \cdot h_{aba}^3}{12} + \left[b_f \cdot h_f \cdot \left(\frac{h_f}{2} - y_{gv} \right)^2 \right] \\
&\quad + \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + \left[b_f \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - y_{gv} \right)^2 \right] \\
I_v &= \frac{1,28 \cdot 0,10^3}{12} + \left[1,28 \cdot 0,10 \cdot \left(\frac{0,10}{2} - 0,1456 \right)^2 \right] \\
&\quad + \frac{0,98 \cdot 0,21^3}{12} + \left[0,98 \cdot 0,21 \cdot \left(0,10 + \frac{0,21}{2} - 0,1456 \right)^2 \right] = 0,0028 \text{ m}^4
\end{aligned} \tag{A.4}$$

A.1.2 Características geométricas da seção composta (com capeamento)

Inicialmente, a área da seção composta (A_{vc}), com capeamento, foi determinada:

$$A_{vc} = A_v + b_w \cdot h_c = 0,3338 + 0,98 \cdot 0,07 = 0,4024 \text{ m}^2 \tag{A.5}$$

Em seguida, determinou-se o momento estático (m_{ecv}):

$$\begin{aligned}
m_{ec} &= \frac{b_f \cdot h_f^2}{2} + \left[b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} \right) \right] \\
&\quad + \left[b_w \cdot h_c \cdot \left(h_f + h_w + \frac{h_c}{2} \right) \right] \\
m_{ec} &= \frac{1,28 \cdot 0,10^2}{2} + \left[0,98 \cdot 0,21 \cdot \left(0,10 + \frac{0,21}{2} \right) \right] \\
&\quad + \left[0,98 \cdot 0,07 \cdot \left(0,10 + 0,21 + \frac{0,07}{2} \right) \right] = 0,0723 \text{ m}^3
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Posteriormente, o centro de gravidade (y_{gvc}) foi determinado:

$$y_{gvc} = \frac{m_{ec}}{A_{vc}} = \frac{0,0723}{0,4024} = 0,1797 \text{ m} \tag{A.7}$$

E, por fim, o momento de inércia em y (I_{vc}) foi calculado:

$$\begin{aligned}
 I_{vc} &= \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + \left[b_f \cdot h_f \cdot \left(\frac{h_f}{2} - y_{gvc} \right)^2 \right] \\
 &+ \left[\frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - y_{gvc} \right)^2 \right] \\
 &+ \left[\frac{b_w \cdot h_c^3}{12} + b_w \cdot h_c \cdot \left(h_f + h_w + \frac{h_c}{2} - y_{gvc} \right)^2 \right] \\
 I_{vc} &= \frac{1,28 \cdot 0,10^3}{12} + \left[1,28 \cdot 0,10 \cdot \left(\frac{0,10}{2} - 0,1797 \right)^2 \right] \\
 &+ \left[\frac{0,98 \cdot 0,21^3}{12} + 0,98 \cdot 0,21 \cdot \left(0,10 + \frac{0,21}{2} - 0,1797 \right)^2 \right] \\
 &+ \left[\frac{0,98 \cdot 0,07^3}{12} + 0,98 \cdot 0,07 \cdot \left(0,10 + 0,21 + \frac{0,07}{2} - 0,1797 \right)^2 \right] = 0,0050 \text{ m}^4
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

A.1.3 Excentricidade de protensão em relação ao centro de gravidade da viga

A excentricidade da camada de armadura de protensão em relação ao centro de gravidade da viga (e_{pa}) foi determinada através de:

$$e_{pa} = y_{gv} - 0,05 = 0,1456 - 0,05 = 0,0956 \text{ m} \tag{A.9}$$

A.1.4 Módulos resistentes

Para a seção isolada, tem-se para o módulo resistente inferior (W_{vi}):

$$W_{vi} = \frac{I_v}{y_{gv}} = \frac{0,0028}{0,1456} = 0,0192 \text{ m}^3 \tag{A.10}$$

E para o módulo resistente superior (W_{vs}):

$$W_{vs} = \frac{I_v}{|y_{gv} - (h_f + h_w)|} = \frac{0,0028}{|0,1456 - (0,10 + 0,21)|} = 0,0170 \text{ m}^3 \tag{A.11}$$

Para a seção composta, com capeamento, tem-se para o módulo resistente inferior (W_{vci}):

$$W_{vci} = \frac{I_{vc}}{y_{gvc}} = \frac{0,0050}{0,1797} = 0,0278 \text{ m}^3 \tag{A.12}$$

E para o módulo resistente superior (W_{vcs}):

$$W_{vcs} = \frac{I_{vc}}{|y_{gvc} - (h_f + h_w + h_c)|} = \frac{0,0050}{|0,1797 - (0,10 + 0,21 + 0,07)|} = 0,0250 \text{ m}^3 \tag{A.13}$$

A.1.5 Carregamentos atuantes

Os carregamentos atuantes na estrutura são:

- Peso próprio da viga;
- Peso próprio da laje;
- Peso próprio da capa;
- Carga de pavimentação + revestimento;
- Carga das paredes;
- Sobrecarga de construção.

O peso próprio da viga (PP_v) foi calculado da seguinte forma:

$$PP_v = \gamma_{conc.} \cdot A_v \cdot \gamma_{pf} = 25 \cdot 0,3338 \cdot 1,3 = 10,8485 \text{ kN/m} \quad (\text{A.14})$$

O peso próprio da laje (PP_l) foi determinado a partir de:

$$PP_l = \gamma_{conc.} \cdot h_l \cdot l_l \cdot \gamma_{pf} = 25 \cdot 0,11 \cdot 10 \cdot 1,3 = 35,75 \text{ kN/m} \quad (\text{A.15})$$

Para o peso próprio da capa (PP_c), tem-se:

$$PP_c = h_c \cdot \gamma_{conc.} \cdot l_l \cdot \gamma_c = 0,07 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 1,4 = 24,5 \text{ kN/m} \quad (\text{A.16})$$

Para o peso referente à pavimentação e revestimento (P_{pr}), tem-se:

$$P_{pr} = \gamma_c \cdot P_{pr/a} \cdot l_l = 1,4 \cdot 1,47 \cdot 10 = 20,59 \text{ kN/m} \quad (\text{A.17})$$

onde, $P_{pr/a}$ é a carga da parede por unidade de área.

Para o carregamento das paredes (PP_p), tem-se:

$$P_p = \gamma_c \cdot P_{p/a} \cdot l_l = 1,4 \cdot 0,98 \cdot 10 = 13,72 \text{ kN/m} \quad (\text{A.18})$$

onde, $P_{p/a}$ é a carga da parede por unidade de área.

Para a sobrecarga de construção (P_s), tem-se:

$$P_s = \gamma_c \cdot P_{s/a} \cdot l_l = 1,4 \cdot 1,96 \cdot 10 = 27,44 \text{ kN/m} \quad (\text{A.19})$$

onde, $P_{s/a}$ é a sobrecarga de construção por unidade de área.

A.1.6 Momentos positivos atuantes

O momento fletor atuante devido ao peso próprio da viga (M_v):

$$M_v = \frac{PP_v \cdot l_v^2}{8} = \frac{10,8485 \cdot 8^2}{8} = 86,788 \text{ kN.m} \quad (\text{A.20})$$

O momento fletor atuante devido ao peso próprio da laje (M_l):

$$M_l = \frac{PP_l \cdot l_v^2}{24} = \frac{35,75 \cdot 8^2}{24} = 95,3333 \text{ kN.m} \quad (\text{A.21})$$

O momento fletor atuante devido ao peso próprio da capa (M_c):

$$M_c = \frac{PP_c \cdot l_v^2}{24} = \frac{24,5 \cdot 8^2}{24} = 65,3333 \text{ kN.m} \quad (\text{A.22})$$

Portanto, o momento fletor total devido às cargas permanentes da estrutura (viga, laje e capa) (M_{posg1}):

$$M_{posg1} = M_v + M_l + M_c = 86,788 + 95,3333 + 65,3333 = 247,4546 \text{ kN.m} \quad (\text{A.23})$$

O momento fletor atuante devido à pavimentação e revestimento (M_{pr}):

$$M_{pr} = \frac{P_{pr} \cdot l_v^2}{24} = \frac{20,59 \cdot 8^2}{24} = 54,9067 \text{ kN.m} \quad (\text{A.24})$$

O momento fletor atuante devido ao carregamento das paredes (M_p):

$$M_p = \frac{P_p \cdot l_v^2}{24} = \frac{13,72 \cdot 8^2}{24} = 36,5867 \text{ kN.m} \quad (\text{A.25})$$

Portanto, o momento fletor total devido às cargas permanentes não estruturais (pavimentação, revestimento e paredes) (M_{posg2}):

$$M_{posg2} = M_{pr} + M_p = 54,9067 + 36,5867 = 91,4934 \text{ kN.m} \quad (\text{A.26})$$

O momento fletor atuante devido à sobrecarga de construção (M_s):

$$M_s = \frac{P_s \cdot l_v^2}{24} = \frac{27,44 \cdot 8^2}{24} = 73,1733 \text{ kN.m} \quad (\text{A.27})$$

Portanto, o momento fletor total devido às cargas variáveis (M_{posq1}):

$$M_{posq1} = 73,1733 \text{ kN.m} \quad (\text{A.28})$$

Logo, o momento positivo total (M_{post}) é dado por:

$$M_{post} = M_{posg1} + M_{posg2} + M_{posq1} = 247,4546 + 91,4934 + 73,1733 = 412,1213 \text{ kN.m} \quad (\text{A.29})$$

A.1.7 Tensões solicitantes na base e no topo

A tensão na base devido ao peso próprio da viga, laje e capa (s_{bg1}) foi dada por:

$$\sigma_{bg1} = \frac{M_{posg1}}{w_{vci}} = \frac{247,4546}{0,0278} = 8901,2446 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.30})$$

A tensão no topo devido ao peso próprio da viga, laje e capa (s_{tg1}) foi dada por:

$$\sigma_{tg1} = -\frac{M_{posg1}}{w_{vcs}} = -\frac{247,4546}{0,0250} = -9898,184 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.31})$$

A tensão na base devido às cargas permanentes não estruturais (pavimentação, revestimento e paredes) (s_{bg2}):

$$\sigma_{bg2} = \frac{M_{posg2}}{w_{vci}} = \frac{91,4934}{0,0278} = 3291,1295 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.32})$$

A tensão no topo devido às cargas permanentes não estruturais (pavimentação, revestimento e paredes) (s_{tg2}):

$$\sigma_{tg2} = -\frac{M_{posg2}}{w_{vcs}} = -\frac{91,4934}{0,0250} = -3659,736 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.33})$$

A tensão na base devido às cargas variáveis (σ_{bq1}):

$$\sigma_{bq1} = \frac{M_{posq1}}{w_{vci}} = \frac{73,1733}{0,0278} = 2632,1331 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.34})$$

A tensão no topo devido às cargas variáveis (σ_{tq1}):

$$\sigma_{tq1} = -\frac{M_{posq1}}{w_{vcs}} = -\frac{73,1733}{0,0250} = -2926,932 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{A.35})$$

A tensão total na base (s_{tb}) é equivalente a:

$$\sigma_{tb} = \sigma_{bg1} + \sigma_{bg2} + \sigma_{bq1} = 8,9013 + 3,2911 + 2,6321 = 14,8245 \text{ MPa} \quad (\text{A.36})$$

A tensão total no topo (s_{tt}) é equivalente a:

$$\sigma_{tt} = \sigma_{tg1} + \sigma_{tg2} + \sigma_{tq1} = -9,8982 - 3,6597 - 2,9269 = -16,4848 \text{ MPa} \quad (\text{A.37})$$

A.1.8 Tensões limites para compressão e tração do concreto

A tensão de compressão limite (σ_{cmax}) foi determinada a partir de:

$$\sigma_{cmax} = 0,7 \cdot f_{ck} = 0,7 \cdot 40 = 28 \text{ MPa} \quad (\text{A.38})$$

A tensão de tração limite (σ_{tmax}) foi determinada a partir de:

$$\sigma_{tmax} = 1,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 1,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{40^2} = 3,1930 \text{ MPa} \quad (\text{A.39})$$

A.1.9 Verificação quanto aos Estados-Limites de Serviço

- Estado-Limite de Descompressão (ELS-D) para combinação frequente

Tem-se para a tensão na base devido à protensão:

$$\begin{aligned}\sigma_{bP\infty} &= -\sigma_{bg1} - \sigma_{bg2} - 0,4 \cdot \sigma_{bq1} = -8,9012 - 3,2911 - 0,4 \cdot 2,6321 \\ &= -13,2451 \text{ MPa}\end{aligned}\quad (\text{A.40})$$

Portanto, a força de protensão estimada ($P_{\infty a}$) é equivalente a:

$$F_{pa} = \frac{\sigma_{bP\infty} \cdot A_v}{1 + \frac{A_v \cdot e_{pa}}{w_{vci}}} = \frac{-13,2451 \cdot 0,3338}{1 + \frac{0,3338 \cdot 0,0956}{0,0278}} = -2,0584 \text{ MN} = -2057,4010 \text{ kN}\quad (\text{A.41})$$

- Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) para combinação rara

Tem-se para a tensão na base devido à protensão:

$$\begin{aligned}\sigma_{bP\infty} &= 1,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} - \sigma_{bg1} - \sigma_{bg2} - \sigma_{bq1} \\ &= 1,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{40^2} - 8,9012 - 3,2911 - 2,6321 = -11,6314 \text{ MPa}\end{aligned}\quad (\text{A.42})$$

Portanto, a força de protensão estimada ($P_{\infty b}$) é equivalente a:

$$F_{pb} = \frac{\sigma_{bP\infty} \cdot A_v}{1 + \frac{A_v \cdot e_{pa}}{w_{vci}}} = \frac{-11,6314 \cdot 0,3338}{1 + \frac{0,3338 \cdot 0,0956}{0,0278}} = -1,8076 \text{ MN} = -1807,6183 \text{ kN}\quad (\text{A.43})$$

A.1.10 Força de protensão na cordoalha

Para a cordoalha CP 190 RB, tem-se como resistência minorada (f_{pyk}):

$$f_{pyk} = 0,9 \cdot f_{ptk} = 0,9 \cdot 1900 = 1710,00 \text{ MPa}\quad (\text{A.44})$$

A tensão de protensão foi dada por:

$$\sigma_p \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} = 0,77 \cdot 1900 = 1463,00 \text{ MPa} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} = 0,85 \cdot 1710 = 1453,50 \text{ MPa} \end{cases}\quad (\text{A.45})$$

Logo, a tensão de protensão adotada foi a de 1453,50 MPa.

Sendo o diâmetro da cordoalha equivalente a 12,7 mm, tem-se uma área de protensão (A_p) de 0,0001 m^2 . Logo, a força de protensão por cordoalha é:

$$F_{p_p} = \sigma_p \cdot A_p = 1453,50 \cdot 0,0001 = 145,350 \text{ kN}\quad (\text{A.46})$$

A força de protensão inicial com perda de 3% (F_{pi}) é equivalente a:

$$F_{pi} = 0,97 \cdot \sigma_p \cdot A_p = 0,97 \cdot 1453,50 \cdot 0,0001 = 0,1410 \text{ MN} = 140,9895 \text{ kN}\quad (\text{A.47})$$

A força de protensão no tempo infinito com perda de 20% ($F_{p\infty}$) é de:

$$F_{p\infty} = 0,80 \cdot \sigma_p \cdot A_p = 0,80 \cdot 1453,50 \cdot 0,0001 = 0,1163 \text{ MN} = 116,28 \text{ kN}\quad (\text{A.48})$$

A.1.11 Armadura de protensão

Para a força de protensão adotada (F_p), tem-se:

$$F_{padot.} \geq \begin{cases} |F_{pa}| = 2057,4010 \text{ kN} \\ |F_{pb}| = 1807,6183 \text{ kN} \end{cases} \quad (\text{A.49})$$

Logo, F_p é igual a 2057,4010 kN.

Considerando uma perda de 20%, tem-se:

$$F_{padot.} = \frac{F_p}{(1 - 0,20)} = \frac{2057,4010}{(1 - 0,20)} = 2571,7513 \text{ kN} \quad (\text{A.50})$$

Logo, a área de protensão estimada ($A_{pest.}$) é igual a:

$$A_{pest.} = \frac{F_{padot.}}{\sigma_p} = \frac{2571,7513 \cdot 10^3}{1453,50 \cdot 10^6} = 0,0018 \text{ m}^2 \quad (\text{A.51})$$

A quantidade de cordoalhas (n) foi determinada a partir de:

$$n = \frac{A_{pest.}}{A_p} = \frac{0,0018}{0,0001} = 18 \text{ cordoalhas} \quad (\text{A.52})$$

Logo, a área de protensão efetiva ($A_{pefet.}$) é igual a:

$$A_{pefet.} = n \cdot A_p = 18 \cdot 0,0001 = 0,0018 \text{ m}^2 \quad (\text{A.53})$$

E para a força de protensão efetiva ($F_{pefet.}$), tem-se:

$$F_{pefet.} = A_{pefet.} \cdot \sigma_p = 0,0018 \cdot 1453,50 = 2,6163 \text{ MN} = 2616,3 \text{ kN} \quad (\text{A.54})$$

A.2 Cálculo da armadura negativa

A Tabela 14 apresenta os parâmetros utilizados no cálculo da armadura negativa da viga.

Para o cálculo da armadura negativa, inicialmente, determinou-se o momento fletor negativo atuante na viga durante a fase de montagem estudada:

$$M_{capa} = \frac{PP_{capa} \cdot l^2}{12} = \frac{17500 \cdot 8^2}{12} = 93333,33 \text{ N.m} \quad (\text{A.55})$$

onde, M_{capa} é o momento fletor resultante do peso próprio da capa, PP_{capa} é o peso próprio da capa e l é o vão da viga.

Tabela 14 – Parâmetros utilizados no cálculo da armadura negativa da viga

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Peso próprio da capa	PP_{capa}	17500	N/m
Vão da viga	l_v	8,00	m
Coefficiente de segurança do concreto	γ_c	1,4	-
Coefficiente de segurança do aço	γ_s	1,15	-
Altura total da viga	h_v	0,31	m
Resistência característica à compressão	f_{ck}	40,00	MPa
Largura da mesa inferior	b_f	1,28	m
Altura da mesa inferior	h_f	0,10	m
Largura da alma superior	b_w	0,98	m

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Logo, o momento solicitante de cálculo é:

$$M_{sd} = M_{capa} \cdot \gamma_c = 93333,33 \cdot 1,4 = 130666,67 \text{ N.m} \quad (\text{A.56})$$

onde, γ_c é o coeficiente de segurança do concreto.

Em seguida, determinou-se a altura útil da seção (d):

$$d = h_v - 0,04 = 0,31 - 0,04 = 0,27 \text{ m} \quad (\text{A.57})$$

onde, h_v é a altura total da viga.

Em seguida, a altura útil de comparação (d_o) foi determinada. Trata-se do valor da altura para o qual a linha neutra fictícia coincide com a face superior da mesa, de modo que esta fique totalmente comprimida. Assim, tem-se:

$$d_o = \frac{M_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot h_f} + \frac{h_w}{2} = \frac{130666,67}{0,85 \cdot \frac{40 \cdot 10^{-6}}{1,4} \cdot 1,28 \cdot 0,10} + \frac{0,10}{2} = 0,092 \text{ m} \quad (\text{A.58})$$

onde, M_{sd} é o momento negativo resultante do peso próprio da capa, f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão, b_w é a base inferior da viga e h_f é a altura da aba de apoio da viga.

Portanto, $d \geq d_o$. Logo, tem-se para o parâmetro k_{md} :

$$k_{md} = \frac{M_{sd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{130666,67}{0,98 \cdot 0,27^2 \cdot \frac{40 \cdot 10^{-6}}{1,4}} = 0,064 \quad (\text{A.59})$$

Para o cálculo do parâmetro k_x , tem-se:

$$k_x = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot k_{md}} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,064} = 0,066 \quad (\text{A.60})$$

Já para o parâmetro k_z , tem-se:

$$k_z = 1 - 0,4 \cdot k_x = 1 - 0,4 \cdot 0,066 = 0,974 \quad (\text{A.61})$$

Por fim, a área de aço (A_s) foi determinada a partir de:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{k_z \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{130666,67}{0,974 \cdot 0,27 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-6}}{1,15}} \cdot 10^4 = 11,434 \text{ cm}^2 \quad (\text{A.62})$$

onde, f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço.

Considerando o valor de A_s , adotou-se 3 barras de 25 mm, resultando em uma área de aço total equivalente a $14,73 \text{ cm}^2$

APÊNDICE B – MODELO ANALÍTICO DA LIGAÇÃO

Nesta seção, apresenta-se o cálculo detalhado da rigidez dos componentes ativos da ligação. Também são descritos os procedimentos para a determinação dos termos da matriz de rigidez $[S]$, bem como o cálculo da matriz de flexibilidade $[C]$, do centro elástico, do vetor de deslocamentos $\{d\}$ e da rigidez à flexão (K_ϕ).

B.1 Chumbadores

Na Tabela 15, é possível visualizar os parâmetros utilizados para o cálculo da rigidez dos chumbadores.

Tabela 15 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez do chumbador

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Condição de aderência aço-concreto	k	1,25	-
Módulo de elasticidade do aço	E	200000	MPa
Coefficiente de restrição de deslocamento	c_r	1,41	-
Coefficiente de excentricidade da carga aplicada no chumbador	c_e	1,00	-
Diâmetro	ϕ	25,40	mm
Área de aço	A_s	506,71	mm^2
Tensão de escoamento do aço	f_{yk}	724,00	MPa
Resistência característica à compressão	f_{ck}	45,58	MPa
Quantidade de chumbadores	nc	2,00	und.

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Para a tensão de escoamento do aço ASTM A193 Grau B7 (f_{yk}), adotou-se o valor nominal de 724 MPa, conforme especificado nas tabelas dos fabricantes, e para o módulo de elasticidade do aço (E), foi adotado o valor nominal de 200 GPa. Entretanto, para uma melhor representação do comportamento real da estrutura, essas propriedades deveriam ter sido determinadas a partir de ensaios de caracterização do material.

Para a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), utilizou-se o valor determinado a partir dos ensaios de caracterização do material (Tabela 6) e para o parâmetro k , relacionado às condições de aderência entre o aço e o concreto, considerou-se o valor de 1,25,

adequado para situações em que as condições de aderência não são totalmente efetivas.

B.1.1 Rigidez longitudinal (parcela de tração)

O valor máximo da tensão de aderência (τ_{max}) é dado por:

$$\tau_{max} = k\sqrt{f_{ck}} = 1,25 \cdot \sqrt{45,58} = 8,44 \text{ MPa} \quad (\text{B.1})$$

O deslocamento na ponta da barra necessário para que a armadura atinja a tensão de escoamento (u_y) é dado por:

$$\begin{aligned} u_y &= \left[0,288 \left(\frac{\phi f_{yk}^2}{\tau_{max} E_s} \right)^{0,714} + \frac{f_{yk}}{E_s} 2\phi \right] \\ &= \left[0,288 \left(\frac{25,4 \cdot 724^2}{8,44 \cdot 200000} \right)^{0,714} + \frac{724}{200000} \cdot 2 \cdot 25,4 \right] = 1,44 \text{ mm} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Logo, a rigidez longitudinal dos chumbadores (k_1) é dada por:

$$k_1 = n_c \cdot \frac{f_{yk} A_s}{u_y} = 2 \cdot \frac{724 \cdot 506,71}{1,44} = 508,69 \text{ MN/m} \quad (\text{B.3})$$

B.1.2 Rigidez transversal (parcela de cisalhamento)

O deslocamento horizontal relativo entre as superfícies dos elementos ligados pelo chumbador no momento de formação das rótulas (u_y) é dado por:

$$u_y = 0,1\phi = 0,1 \cdot 25,40 = 2,54 \text{ mm} \quad (\text{B.4})$$

A força máxima cisalhante responsável pelo surgimento das rótulas plásticas (F_p) é dada por:

$$F_p = c_r c_e \phi^2 \sqrt{f_{yk} f_{ck}} = 1,41 \cdot 1 \cdot 25,4^2 \sqrt{724 \cdot 45,58} = 165250,58 \text{ N} \quad (\text{B.5})$$

Logo, a rigidez transversal dos chumbadores (k_2) é dada por:

$$k_2 = n_c \cdot \frac{F_p}{u_y} = 2 \cdot \frac{165250,58 \cdot 10^{-6}}{2,54 \cdot 10^{-3}} = 130,12 \text{ MN/m} \quad (\text{B.6})$$

B.2 Graute

Na Tabela 16, estão dispostos os parâmetros utilizados no cálculo da rigidez do graute. O módulo de elasticidade do graute (e) foi determinado a partir dos ensaios de caracterização do material (Tabela 9).

Tabela 16 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez do graute

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade do graute	E	27193,33	MPa
Área da camada comprimida de graute em contato com o pilar	m^2	0,08	m^2
Espessura da camada comprimida de graute em contato com o pilar	e	0,025	m

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Logo, tem-se para a rigidez do graute (k_3):

$$k_3 = \frac{E \cdot A}{e} = \frac{27193,33 \cdot 0,08}{0,025} = 81580 \text{ MN/m} \quad (\text{B.7})$$

B.3 Armadura de continuidade

A Tabela 17 mostra os parâmetros utilizados para o cálculo da rigidez da armadura de continuidade. Para o f_{yk} do aço CA-50, adotou-se o valor nominal de 500 MPa e para o f_{ck} , utilizou-se o valor determinado a partir dos ensaios de caracterização do graute (Tabela 9). Para o parâmetro k , também utilizou-se o valor de 1,25.

Tabela 17 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez da armadura de continuidade

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Condição de aderência aço-concreto	k	1,25	-
Módulo de elasticidade do aço	E	200000	MPa
Diâmetro	ϕ	25,00	mm
Número de barras	n_b	3,00	und.
Área de aço	A_s	1472,62	mm^2
Tensão de escoamento do aço	f_{yk}	500,00	MPa
Resistência característica à compressão do graute	f_{ck}	47,47	MPa

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

O parâmetro τ_{max} é dado por:

$$\tau_{max} = k\sqrt{f_{ck}} = 1,25 \cdot \sqrt{47,47} = 8,61 \text{ MPa} \quad (\text{B.8})$$

O parâmetro u_y , por sua vez, é dado por:

$$u_y = \left[0,288 \left(\frac{\phi f_{yk}^2}{\tau_{max} E_s} \right)^{0,714} + \frac{f_{yk}}{E_s} 2\phi \right] \quad (B.9)$$

$$= \left[0,288 \left(\frac{25 \cdot 500^2}{8,61 \cdot 200000} \right)^{0,714} + \frac{500}{200000} \cdot 2 \cdot 25 \right] = 0,85 \text{ mm}$$

Logo, a rigidez da armadura de continuidade ($k_4 = k_5$) é dada por:

$$k_4 = k_5 = \frac{f_{yk} A_s}{u_y} = \frac{500 \cdot 1472,62 \cdot 10^{-6}}{0,85 \cdot 10^{-3}} = 868,46 \text{ MN/m} \quad (B.10)$$

B.4 Cantoneiras

A Tabela 18 apresenta os parâmetros utilizados para o cálculo da rigidez das cantoneiras.

Tabela 18 – Parâmetros utilizados no cálculo da rigidez das cantoneiras

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade do aço	E	200000	MPa
Área de aço (Cantoneira 1)	A_{s1}	0,00169	m^2
Área de aço (Cantoneira 2)	A_{s1}	0,001143	m^2
Comprimento de deformação	L	0,26	m

Fonte: Elaborado pela autora, 2025

Para a rigidez da Cantoneira 1 (k_6), tem-se:

$$k_6 = \frac{E \cdot A_{s1}}{L} = \frac{200000 \cdot 0,00169}{0,26} = 1296,37692 \text{ MN/m} \quad (B.11)$$

Já para a rigidez da Cantoneira 2 (k_7), tem-se:

$$k_7 = \frac{E \cdot A_{s2}}{L} = \frac{200000 \cdot 0,001143}{0,26} = 879,2308 \text{ MN/m} \quad (B.12)$$

B.5 Matriz de rigidez

Para o cálculo da matriz de rigidez $[S]$, inicialmente, foram calculados os termos auxiliares, de acordo com a equação 4.15 e os dados presentes na Tabela 11.

- t_{i1} :

$$t_{11} = \cos(\alpha_1) = \cos(1,57) = 6,1257E - 17$$

$$t_{21} = \cos(\alpha_2) = \cos(0) = 1$$

$$t_{31} = \cos(\alpha_3) = \cos(0) = 1$$

$$t_{41} = \cos(\alpha_4) = \cos(0) = 1$$

(B.13)

$$t_{51} = \cos(\alpha_5) = \cos(0) = 1$$

$$t_{61} = \cos(\alpha_6) = \cos(0) = 1$$

$$t_{71} = \cos(\alpha_7) = \cos(0) = 1$$

- t_{i2} :

$$t_{12} = \sin(\alpha_1) = \sin(1,57) = 1$$

$$t_{22} = \sin(\alpha_2) = \sin(0) = 0$$

$$t_{32} = \sin(\alpha_3) = \sin(0) = 0$$

$$t_{42} = \sin(\alpha_4) = \sin(0) = 0$$

(B.14)

$$t_{52} = \sin(\alpha_5) = \sin(0) = 0$$

$$t_{62} = \sin(\alpha_6) = \sin(0) = 0$$

$$t_{72} = \sin(\alpha_7) = \sin(0) = 0$$

- t_{i3} :

$$t_{13} = x_1 \cdot \sin(\alpha_1) - y_1 \cdot \cos(\alpha_1) = (-0,0675) \cdot \sin(1,57) - 0 \cdot \cos(1,57) = -0,0675$$

$$t_{23} = x_2 \cdot \sin(\alpha_2) - y_2 \cdot \cos(\alpha_2) = (-0,0675) \cdot \sin(0) - 0 \cdot \cos(0) = 0$$

$$t_{33} = x_3 \cdot \sin(\alpha_3) - y_3 \cdot \cos(\alpha_3) = (-0,1620) \cdot \sin(0) - 0,06 \cdot \cos(0) = -0,06$$

$$t_{43} = x_4 \cdot \sin(\alpha_4) - y_4 \cdot \cos(\alpha_4) = (-0,1620) \cdot \sin(0) - 0,1675 \cdot \cos(0) = -0,1675$$

$$t_{53} = x_5 \cdot \sin(\alpha_5) - y_5 \cdot \cos(\alpha_5) = (-0,1620) \cdot \sin(0) - 0,2665 \cdot \cos(0) = -0,2665$$

$$t_{63} = x_6 \cdot \sin(\alpha_6) - y_6 \cdot \cos(\alpha_6) = (-0,1620) \cdot \sin(0) - 0,269 \cdot \cos(0) = -0,2690$$

$$t_{73} = x_7 \cdot \sin(\alpha_7) - y_7 \cdot \cos(\alpha_7) = (-0,1620) \cdot \sin(0) - 0,269 \cdot \cos(0) = -0,2690$$

(B.15)

Em seguida, os termos da matriz de rigidez $[S]$ foram calculados com base na equação 4.15 e nos dados da Tabela 11.

- S_{11} :

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= (k_1 \cdot t_{11}^2) + (k_2 \cdot t_{21}^2) + (k_3 \cdot t_{31}^2) + (k_4 \cdot t_{41}^2) + (k_5 \cdot t_{51}^2) + (k_6 \cdot t_{61}^2) + (k_7 \cdot t_{71}^2) \\
 &= [5,0869 \cdot 10^5 \cdot (6,1257 \cdot 10^{-17})^2] + (1,3012 \cdot 10^5 \cdot 1^2) + (8,1580 \cdot 10^7 \cdot 1^2) \\
 &\quad + (8,6846 \cdot 10^5 \cdot 1^2) + (8,6846 \cdot 10^5 \cdot 1^2) + (1,2964 \cdot 10^6 \cdot 1^2) + (8,7923 \cdot 10^5 \cdot 1^2) \\
 &= 8,562 \cdot 10^7
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

- $S_{12} = S_{21}$:

$$\begin{aligned}
 S_{12} = S_{21} &= (k_1 \cdot t_{11} \cdot t_{12}) + (k_2 \cdot t_{21} \cdot t_{22}) + (k_3 \cdot t_{31} \cdot t_{32}) + (k_4 \cdot t_{41} \cdot t_{42}) + (k_5 \cdot t_{51} \cdot t_{52}) \\
 &\quad + (k_6 \cdot t_{61} \cdot t_{62}) + (k_7 \cdot t_{71} \cdot t_{72}) \\
 &= 5,087 \cdot 10^5 \cdot 6,1257 \cdot 10^{-17} \cdot 1 = 3,11 \cdot 10^{-11}
 \end{aligned} \tag{B.17}$$

- $S_{13} = S_{31}$:

$$\begin{aligned}
 S_{13} = S_{31} &= (k_1 \cdot t_{11} \cdot t_{13}) + (k_2 \cdot t_{21} \cdot t_{23}) + (k_3 \cdot t_{31} \cdot t_{33}) + (k_4 \cdot t_{41} \cdot t_{43}) + (k_5 \cdot t_{51} \cdot t_{53}) \\
 &\quad + (k_6 \cdot t_{61} \cdot t_{63}) + (k_7 \cdot t_{71} \cdot t_{73}) \\
 &= [5,087 \cdot 10^5 \cdot 6,1257 \cdot 10^{-17} \cdot (-0,0675)] + [8,1580 \cdot 10^7 \cdot 1 \cdot (-0,06)] \\
 &\quad + [8,6846 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot (-0,1675)] + [8,6846 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot (-0,2665)] \\
 &\quad + [1,2964 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot (-0,269)] + [8,7923 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot (-0,269)] \\
 &= -5,8569 \cdot 10^6
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

- S_{22} :

$$\begin{aligned}
 S_{22} &= (k_1 \cdot t_{12}^2) + (k_2 \cdot t_{22}^2) + (k_3 \cdot t_{32}^2) + (k_4 \cdot t_{42}^2) + (k_5 \cdot t_{52}^2) \\
 &= 5,087 \cdot 10^5 \cdot (1)^2 = 5,087 \cdot 10^5
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

- $S_{23} = S_{32}$:

$$\begin{aligned}
 S_{23} = S_{32} &= (k_1 \cdot t_{12} \cdot t_{13}) + (k_2 \cdot t_{22} \cdot t_{23}) + (k_3 \cdot t_{32} \cdot t_{33}) + (k_4 \cdot t_{42} \cdot t_{43}) + (k_5 \cdot t_{52} \cdot t_{53}) \\
 &\quad + (k_6 \cdot t_{62} \cdot t_{63}) + (k_7 \cdot t_{72} \cdot t_{73}) \\
 &= [5,087 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot (-0,0675)] = -3,4337 \cdot 10^4
 \end{aligned} \tag{B.20}$$

- S_{33} :

$$\begin{aligned}
 S_{33} &= (k_1 \cdot t_{13}^2) + (k_2 \cdot t_{23}^2) + (k_3 \cdot t_{33}^2) + (k_4 \cdot t_{43}^2) + (k_5 \cdot t_{53}^2) + (k_6 \cdot t_{63}^2) + (k_7 \cdot t_{73}^2) \\
 &= [5,087 \cdot 10^5 \cdot (-0,0675)^2] + [8,1580 \cdot 10^7 \cdot (-0,06)^2] \\
 &\quad + [8,6846 \cdot 10^5 \cdot (-0,1675)^2] + [8,6846 \cdot 10^5 \cdot (-0,2665)^2] + [1,2964 \cdot 10^6 \cdot (-0,269)^2] \\
 &\quad + [8,7923 \cdot 10^5 \cdot (-0,269)^2] = 5,3948 \cdot 10^5
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

Logo, a matriz de rigidez $[S]$ é dada por:

$$[S] = \begin{bmatrix} 8,562 \times 10^7 & 3,11 \times 10^{-11} & -5,857 \times 10^6 \\ 3,11 \times 10^{-11} & 5,087 \times 10^5 & -3,434 \times 10^4 \\ -5,857 \times 10^6 & -3,434 \times 10^4 & 5,395 \times 10^5 \end{bmatrix} \tag{B.22}$$

B.6 Centro elástico

O cálculo das coordenadas do centro elástico (x_{ce} e y_{ce}) foi realizado através de:

$$\begin{aligned}
 x_{ce} &= \frac{S_{11}S_{32} - S_{12}S_{31}}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}} \\
 &= \frac{(8,562 \times 10^7)(-3,434 \times 10^4) - (3,11 \times 10^{-11})(-5,857 \times 10^6)}{(8,562 \times 10^7)(5,087 \times 10^5) - (3,11 \times 10^{-11})^2} \\
 &= -0,0675 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{B.23}$$

$$\begin{aligned}
 y_{ce} &= \frac{S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}} \\
 &= \frac{(-3,434 \times 10^4)(3,11 \times 10^{-11}) - (-5,857 \times 10^6)(5,087 \times 10^5)}{(8,562 \times 10^7)(5,087 \times 10^5) - (3,11 \times 10^{-11})^2} \\
 &= 0,068 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{B.24}$$

B.7 Matriz de flexibilidade

Para a matriz de flexibilidade $[C]$, tem-se:

$$[C] = [S]^{-1} = \begin{bmatrix} 4,595 \times 10^{-8} & 3,382 \times 10^{-8} & 5,010 \times 10^{-7} \\ 3,382 \times 10^{-8} & 1,999 \times 10^{-6} & 4,944 \times 10^{-7} \\ 5,010 \times 10^{-7} & 4,944 \times 10^{-7} & 7,325 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \tag{B.25}$$

B.8 Vetor deslocamento

O vetor deslocamento $\{d\}$ no centro elástico é dado por:

$$\{d\} = [C] \cdot \{F\} \quad (B.26)$$

$$= \begin{bmatrix} 4,595 \times 10^{-8} & 3,382 \times 10^{-8} & 5,010 \times 10^{-7} \\ 3,382 \times 10^{-8} & 1,999 \times 10^{-6} & 4,944 \times 10^{-7} \\ 5,010 \times 10^{-7} & 4,944 \times 10^{-7} & 7,325 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -38,16 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} -1,912 \times 10^{-5} \text{ m} \\ -1,887 \times 10^{-5} \text{ m} \\ -2,80 \times 10^{-4} \text{ rad} \end{Bmatrix} \quad (B.27)$$

B.9 Deslocamento e força para cada mola

O deslocamento na direção α_i de cada mola e a força aplicada por cada mola na chapa foi determinado a partir de:

- Chumbadores (parcela de tração):

$$d_{mola1} = d_1 \cdot t_{11} + d_2 \cdot t_{12} + d_3 \cdot t_{13}$$

$$= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 6,1257 \cdot 10^{-17} + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-2,80 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,0675)$$

$$= 0 \text{ mm} \quad (B.28)$$

$$F_{mola1} = k_1 \cdot d_{mola1} = 5,087 \cdot 10^5 \cdot 0 = 0 \text{ kN} \quad (B.29)$$

- Chumbadores (parcela de cisalhamento):

$$d_{mola2} = d_1 \cdot t_{21} + d_2 \cdot t_{22} + d_3 \cdot t_{23}$$

$$= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 \quad (B.30)$$

$$= -0,01912 \text{ mm}$$

$$F_{mola2} = k_2 \cdot d_{mola2} = 1,301 \cdot 10^5 \cdot (-1,912 \cdot 10^{-5}) = 2,4881 \text{ kN} \quad (B.31)$$

- Graute

$$\begin{aligned}
 d_{mola3} &= d_1 \cdot t_{31} + d_2 \cdot t_{32} + d_3 \cdot t_{33} \\
 &= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0 + (-2,8 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,06) \\
 &= -0,00232 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{B.32}$$

$$F_{mola3} = k_3 \cdot d_{mola3} = 8,1580 \cdot 10^4 \cdot (-2,32 \cdot 10^{-6}) = -191,6587 \text{ kN} \tag{B.33}$$

- Armadura de continuidade (camada 1)

$$\begin{aligned}
 d_{mola4} &= d_1 \cdot t_{41} + d_2 \cdot t_{42} + d_3 \cdot t_{43} \\
 &= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0 + (-2,80 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,1675) \\
 &= -2,744 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 \\
 &= -0,0277 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{B.34}$$

$$F_{mola4} = k_4 \cdot d_{mola4} = 868,46 \cdot 10^3 \cdot (-2,77 \cdot 10^{-5}) = -24,0576 \text{ kN} \tag{B.35}$$

- Armadura de continuidade (camada 2)

$$\begin{aligned}
 d_{mola5} &= d_1 \cdot t_{51} + d_2 \cdot t_{52} + d_3 \cdot t_{53} \\
 &= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0 + (-2,80 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,2665) \\
 &= -0,0554 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{B.36}$$

$$F_{mola5} = k_5 \cdot d_{mola5} = 868,46 \cdot 10^3 \cdot (-5,54 \cdot 10^{-5}) = -48,0919 \text{ kN} \tag{B.37}$$

- Cantoneira 1

$$\begin{aligned}
 d_{mola6} &= d_1 \cdot t_{61} + d_2 \cdot t_{62} + d_3 \cdot t_{63} \\
 &= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0 + (-2,8 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,269) \\
 &= -0,0561 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{B.38}$$

$$F_{mola6} = k_6 \cdot d_{mola6} = 1296,3769 \cdot 10^3 \cdot (-5,61 \cdot 10^{-5}) = -72,6944 \text{ kN} \tag{B.39}$$

- Cantoneira 2

$$\begin{aligned}
 d_{mola7} &= d_1 \cdot t_{61} + d_2 \cdot t_{62} + d_3 \cdot t_{63} \\
 &= (-1,912 \cdot 10^{-5}) \cdot 1 + (-1,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0 + (-2,80 \cdot 10^{-4}) \cdot (-0,269) \\
 &= -0,0561 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{B.40}$$

$$F_{mola7} = k_7 \cdot d_{mola7} = 879,2308 \cdot 10^3 \cdot (-5,61 \cdot 10^{-5}) = -49,3029 \text{ kN} \tag{B.41}$$

B.10 Rigidez à flexão

Por fim, a rigidez inicial à flexão da ligação ($K_{inic.}$) foi calculada da seguinte forma:

$$K_{inic.} = \frac{M}{\theta} = \frac{-38,16 \times 10^{-3}}{-2,80 \times 10^{-4}} = 136,52 \frac{MN \cdot m}{rad} \quad (B.42)$$