



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL

FELIPE MELO CARVALHO

MODELAGEM NUMÉRICA DE UMA LIGAÇÃO VIGA-PILAR SEMIRRÍGIDA EM
CONCRETO PRÉ-MOLDADO UTILIZANDO CANTONEIRAS SOLDADAS NA VIGA
E NO PILAR

FORTALEZA

2025

FELIPE MELO CARVALHO

MODELAGEM NUMÉRICA DE UMA LIGAÇÃO VIGA-PILAR SEMIRRÍGIDA EM
CONCRETO PRÉ-MOLDADO UTILIZANDO CANTONEIRAS SOLDADAS NA VIGA E
NO PILAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural.

Orientador: Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque.

Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior.

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C323m Carvalho, Felipe Melo.

Modelagem numérica de uma ligação viga-pilar semirrígida em concreto pré-moldado utilizando cantoneiras soldadas na viga e no pilar / Felipe Melo Carvalho. – 2026.
87 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2026.

Orientação: Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque.

Coorientação: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior.

1. Ligação viga-pilar semirrígida. 2. Cantoneiras Soldadas. 3. Método dos elementos finitos. 4. Rigidez Secante. I. Título.

CDD 624.1

FELIPE MELO CARVALHO

MODELAGEM NUMÉRICA DE UMA LIGAÇÃO VIGA-PILAR SEMIRRÍGIDA EM
CONCRETO PRÉ-MOLDADO UTILIZANDO CANTONEIRAS SOLDADAS NA VIGA E
NO PILAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural.

Aprovada em: 21/11/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Augusto Teixeira de
Albuquerque (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros
Júnior (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Aos meus pais, Ana Lourdes Melo e Ancelmo de Carvalho Melo, por sempre terem me apoiado em todas minhas decisões.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, aos meus pais, Ana Lourdes Melo e Ancelmo de Carvalho Melo, que sempre estiveram comigo, me apoiando em toda minha jornada acadêmica e em minhas decisões.

Ao meu companheiro, Elizafã Ferreira de Araújo, que me apoiou diretamente, por todo suporte, companheirismo, presença e confiança.

Também agradeço à toda minha família, que me auxiliou desde mais novo e sempre me prestou apoio, em especial às minhas tias, aos meus tios, primos e primas.

À minha parceira de pesquisa, Mariana Mohanna Rodrigues da Silva, pela companhia e apoio durante o desenvolvimento de toda esta pesquisa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque, ao meu coorientador, Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior, e ao Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo, que foram todos essenciais para o desenvolvimento deste trabalho, pelo acolhimento e suporte oferecidos ao longo da pesquisa.

Aos meus colegas de turma, Pedro Ygor e Sinara, pelo companheirismo, suporte e presença ao longo do curso.

Às equipes do Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV), Laboratório de Estruturas (LEST) e Laboratório de Materiais de Construção Civil (LMCC) por todo o suporte ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

À equipe da empresa T&A Pré-fabricados, que auxiliaram diretamente no desenvolvimento do modelo experimental, em especial aos engenheiros Haroldo Gadelha, Nawdson Moraes e à engenheira Emires Delgado.

À empresa Score Fôrmas, em especial o engenheiro Luiz, Wliner.

À empresa Impacto, em especial ao engenheiro Joaquim Caracas.

À Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento (Funcap) pelo financiamento da pesquisa de mestrado por meio de bolsa de estudos.

"Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes." (Isaac Newton)

RESUMO

Em estruturas pré-moldadas, a boa execução e o bom dimensionamento da ligação viga-pilar é essencial para termos uma boa estrutura. A determinação da rigidez desta ligação pode ser feita por métodos experimentais, analíticos ou numéricos. A utilização de métodos numéricos para analisar o desempenho de ligações viga-pilar é um método bastante eficiente para entender o comportamento dos componentes da ligação. A ligação viga-pilar estudada experimentalmente por Silva (2025) apresenta diversas particularidades, como a utilização de cantoneiras soldadas e o baixo valor de altura da viga. Desta forma, o objetivo principal deste trabalho é realizar a modelagem numérica de uma ligação viga-pilar semirrígida em concreto pré-fabricado utilizando cantoneira soldada nas vigas e no pilar. Com o auxílio do *software Abaqus*, utilizando o método dos elementos finitos, foi realizada uma modelagem numérica. O modelo foi validado a partir da comparação com os resultados do ensaio experimental de referência, realizado por Silva (2025). Comparou-se a curva força-deslocamento, as curvas força-deformação para as barras de aço e cantoneiras, e a curva momento-rotação da ligação. Em relação aos deslocamentos finais, a diferença percentual foi de 11,44%, enquanto para a rigidez secante tivemos 18,56%. Todas as curvas apresentaram comportamento semelhante com o ensaio experimental. Foi feita uma parametrização, alterando o valor do diâmetro da armadura de continuidade para os valores de 20, 16 e 12,5 mm. Observou-se que quanto menor o diâmetro a ligação vai se tornando mais flexível, perdendo a rigidez, apresentando redução de 39,29% da rigidez secante em comparação com do maior com menor diâmetro de barra. Foi feita a calibração da equação da NBR 9062:2017 para determinar rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade. Utilizando o modelo experimental como referência, obtivemos os parâmetros k e L_{ed} para a ligação, aplicou-se esses valores para determinar a rigidez com os diâmetros utilizados na parametrização e por fim comparou-se os resultados com os do método numérico. As diferenças entre estes foram baixas, ficando entre valores máximos de 20,41% até 3,52%. Sendo assim, as considerações para a modelagem numérica se mostraram eficientes para determinar o comportamento desta ligação, a parametrização foi eficaz e a calibração da equação também trouxe resultados satisfatórios.

Palavras-chave: ligação viga-pilar semirrígida; cantoneiras soldadas; método dos elementos finitos; rigidez secante.

ABSTRACT

In precast concrete structures, the proper design and execution of the beam-to-column connection are essential to ensure overall structural performance. The determination of the stiffness of this connection can be carried out through experimental, analytical, or numerical methods. The use of numerical methods to analyze the performance of beam-to-column connections is highly efficient for understanding the behavior of the connection components. The beam-to-column connection experimentally investigated by Silva (2025) presents several particular characteristics, such as the use of welded angle plates and a relatively low beam height. Therefore, the main objective of this study is to perform a numerical modeling of a semi-rigid beam-to-column connection in precast concrete using welded angles at both the beams and the column. With the aid of the Abaqus software and employing the finite element method, a numerical model was developed and validated through comparison with the results of the reference experimental test. The analysis involved comparing the load–displacement curve, the load–strain curves for the reinforcing bars and angle plates, and the moment–rotation curve of the connection. Regarding the final displacements, the percentage difference was 11.44%, while for the secant stiffness the difference was 18.56%. All curves exhibited similar behavior to those obtained experimentally. A parametric study was conducted by varying the diameter of the continuity reinforcement to 20 mm, 16 mm, and 12.5 mm. It was observed that smaller bar diameters led to more flexible connections, resulting in reduced stiffness, with a decrease of 39.29% in secant stiffness between the largest and smallest bar diameters. The equation from NBR 9062:2017 was calibrated to determine the secant stiffness under negative bending in beam-to-column connections with continuity reinforcement. Using the experimental model as a reference, the parameters k and L_{ed} were obtained for the connection. These values were then applied to calculate the stiffness for the reinforcement diameters used in the parametric study, and the results were compared with those from the numerical method. The differences between both methods were small, ranging from a maximum of 20.41% to a minimum of 3.52%. Therefore, the numerical modeling assumptions proved to be effective in representing the behavior of this connection, the parametric analysis was consistent, and the equation calibration yielded satisfactory results.

Keywords: semi-rigid beam-to-column connection; welded angle plates; finite element method; secant stiffness.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação da ligação viga-pilar ensaiada por Silva (2025).	17
Figura 2 – Tipos de ligações entre elementos de barra em estruturas pré-fabricadas . . .	21
Figura 3 – Região da ligação viga-pilar.	23
Figura 4 – Momento fletores para uma viga com diferentes valores de rigidez nos apoios.	25
Figura 5 – Deformabilidade ao momento fletor na ligação viga-pilar.	25
Figura 6 – Parâmetros para determinação do fator de restrição à rotação.	26
Figura 7 – Parâmetros para determinação da rigidez secante ligações semirrígidas viga-pilar com armadura de continuidade.	27
Figura 8 – Carregamento e condições de contorno adotados no modelo computacional de Kataoka et al. (2017).	30
Figura 9 – Validação da curva carga-deslocamento do modelo computacional de Kataoka et al. (2017).	31
Figura 10 – Curva carga-deslocamento para as parametrizações adotados por Kataoka et al. (2017).	31
Figura 11 – Modelo experimental ensaiado por Miotto (2002).	32
Figura 12 – Curva momento-rotação das parametrizações realizadas por Silva (2018). . .	34
Figura 13 – Esquema do ensaio experimental desenvolvido por Balarti (2020).	35
Figura 14 – Tipos de elementos finitos adotados por Barlati (2020).	36
Figura 15 – Curva carga-deslocamento para o primeiro ensaio feito por Barlati (2020). .	37
Figura 16 – Curva carga-deslocamento para o segundo ensaio feito por Barlati (2020). .	37
Figura 17 – Aplicação de carga e condições de contorno da modelagem computacional desenvolvida por Xiao et al. (2024)	39
Figura 18 – Esquema da ligação estudada por Li et al. (2017)	40
Figura 19 – Componente da ligação viga-pilar do sistema estrutural analisado por Silva (2025)	42
Figura 20 – Primeira fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).	44
Figura 21 – Segunda fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).	44
Figura 22 – Terceira fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).	45

Figura 23 – Quarta fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).	46
Figura 24 – Detalhamento completo do pilar.	47
Figura 25 – Vista em planta e detalhamento da seção transversal da viga utilizada	47
Figura 26 – Detalhe da extremidade da viga	48
Figura 27 – Cantoneira metálica de abas desiguais que servirá de console do pilar	49
Figura 28 – Pilar com as cantoneiras metálicas de abas desiguais e chumbadores posicionados.	49
Figura 29 – Cantoneiras metálicas de abas desiguais que serão soldadas na viga e no pilar	50
Figura 30 – Modelo de execução do ensaio experimental	51
Figura 31 – Simplificações adotadas na geometria do pilar, (a) vista frontal e (b) vista lateral, e (c) da viga.	52
Figura 32 – Comportamento do concreto no modelo CDP na compressão.	53
Figura 33 – Comportamento do Graute no modelo <i>Concrete Damage Plasticity</i> (CDP) na compressão (a) e na tração (b).	54
Figura 34 – Comportamento do concreto da viga no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).	54
Figura 35 – Dano do Graute no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).	55
Figura 36 – Dano do concreto da viga no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).	55
Figura 37 – Curva tensão por deformação plástica para os aços A36 e CA50.	57
Figura 38 – Elementos 3D desenhados no abaqus: (a) Pilar; (b) Preenchimento com graute; (c) Cantoneira de apoio; (d) Viga; (e) e (f) Cantoneiras soldadas.	57
Figura 39 – Arranjo das armaduras: (a) Pilar; (b) Preenchimento com graute; (c) Viga.	58
Figura 40 – Arranjo dos componentes no modelo numérico.	58
Figura 41 – Carregamento e condições de contorno adotados no modelo.	60
Figura 42 – Convergência da malha de elementos finitos da armadura de continuidade SG1.	62
Figura 43 – Convergência da malha de elementos finitos da armadura de continuidade SG2.	63
Figura 44 – Convergência da malha de elementos finitos do graute e da viga	64
Figura 45 – Malha de elementos finitos do modelo numérico.	65
Figura 46 – Curva força-deslocamento.	66
Figura 47 – Curva força-deformação para as armaduras de continuidade.	67
Figura 48 – Curva força-deformação para as cantoneiras.	67

Figura 49 – Curva momento-rotação da ligação semirrígida.	68
Figura 50 – Forma deformada do modelo numérico para carga final do ensaio representando os deslocamento verticais.	69
Figura 51 – Distribuição das tensões no eixo das armaduras de continuidade: (a) Tensões para a aplicação do carregamento final; e (b) Tensões para a aplicação do carregamento referente ao momento do escoamento da armadura de continuidade.	70
Figura 52 – Distribuição das deformações no eixo nas armaduras de continuidade: (a) Deformações para a aplicação do carregamento final; e (b) Deformações para a aplicação do carregamento referente ao momento do escoamento da armadura de continuidade.	70
Figura 53 – Vista lateral da forma deformada das armaduras de continuidade.	71
Figura 54 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 1 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.	71
Figura 55 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 1 no carregamento final do ensaio.	72
Figura 56 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 1 no carregamento final do ensaio.	72
Figura 57 – Forma deformada da cantoneira soldada 1.	72
Figura 58 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 2 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.	73
Figura 59 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 2 no carregamento final do ensaio.	73
Figura 60 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 2 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.	74
Figura 61 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 2 no carregamento final do ensaio.	74
Figura 62 – Forma deformada da cantoneira soldada 2.	74
Figura 63 – Distribuição de deformações na direção longitudinal do graute.	75
Figura 64 – Curva momento-rotação para diferentes diâmetros da armadura de continuidade.	76
Figura 65 – Mecanismos de deformação considerado para a Equação 4.2.	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação da rigidez da ligação conforme NBR 9062:2017	26
Tabela 2 – Resultados da validação do modelo computacional de Silva (2018)	33
Tabela 3 – Características dos modelos parametrizados de Silva (2018)	33
Tabela 4 – Comparação de rigidez entre os modelos	34
Tabela 5 – Rigidez dos modelos com variação de taxa de armadura e comparação entre os resultados experimentais e numéricos	38
Tabela 6 – Propriedades físicas dos materiais de concreto e graute	50
Tabela 7 – Propriedades físicas dos materiais metálicos	50
Tabela 8 – Materiais e modelos constitutivos dos componentes do modelo numérico . .	52
Tabela 9 – Propriedades de contato entre os componentes	59
Tabela 10 – Convergência da malha de elementos finitos das armaduras de continuidade	63
Tabela 11 – Convergência da malha de elementos finitos da viga e do preenchimento com graute	64
Tabela 12 – Total de elementos do modelo numérico	65
Tabela 13 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.	76
Tabela 14 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.	78
Tabela 15 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.	83

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>PCI</i>	<i>Precast/Prestressed Concrete Institute</i>
<i>fib</i>	<i>fédération internationale du béton</i>
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CDP	<i>Concrete Damage Plasticity</i>
LVDT	Transdutores de Deslocamento Variável Linear
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

K_m	Rigidez devido ao momento fletor na ligação viga-pilar
ϕ	Rotação na ligação viga-pilar
D_m	Deformabilidade devido ao momento fletor na ligação viga-pilar
α_R	Fator de restrição
θ_1	Rotação da viga simplesmente apoiada
θ_2	Rotação combinada do elemento e da ligação
f_{yk}	Resistência característica do aço
R_{sec}	Rigidez secante
k	Coefficiente de ajustamento da rigidez
E_s	Modulo de elasticidade secante
L_{ed}	Comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade
L_a	Distância da face do pilar ao centro de rotação
f_{ck}	Resistência característica do concreto
f_{cm}	Resistência média do concreto à compressão
d_t	Dano na tração
d_c	Dano na compressão
β_1	Coefficiente de ajustamento para o comprimento efetivo de deformação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Justificativa	18
1.2	Objetivos	18
1.2.1	<i>Objetivo geral</i>	18
1.2.2	<i>Objetivos específicos</i>	19
1.3	Estrutura do Trabalho	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	Estruturas de concreto pré-fabricado	20
2.2	Ligações em estruturas pré-fabricadas	20
2.2.1	<i>Ligação viga-pilar</i>	22
2.2.2	<i>Classificação das ligações em estruturas pré-fabricadas quanto à rigidez</i>	23
2.3	Determinação da rigidez secante à flexão negativa da ligação semirrígida viga-pilar com armadura de continuidade	26
2.4	Determinação da rigidez da ligação viga-pilar em estruturas pré-fabricadas através de métodos numéricos	27
2.4.1	<i>Estudos numéricos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar</i>	29
2.4.1.1	<i>Kataoka, Ferreira e El Debs (2017)</i>	29
2.4.1.2	<i>Silva (2018)</i>	32
2.4.1.3	<i>Barlati (2020)</i>	35
2.4.1.4	<i>Xiao et al. (2024)</i>	38
2.4.1.5	<i>Zhang et al. (2024)</i>	40
3	MODELAGEM NUMÉRICA	42
3.1	Modelo experimental de Silva (2025)	42
3.1.1	<i>Propriedades geométricas dos componentes</i>	46
3.1.2	<i>Propriedades físicas dos componentes</i>	48
3.1.3	<i>Ensaio experimental realizado</i>	50
3.2	Simplificações geométricas adotadas	51
3.3	Propriedades físicas e modelos constitutivos adotados	52
3.3.1	<i>Concrete Damage Plasticity (CDP)</i>	53
3.3.2	<i>Modelo constitutivo elasto-plástico não linear com encruamento para o aço</i>	56

3.4	Arranjo dos componentes do modelo numérico	56
3.5	Interações entre os componentes	59
3.6	Condições de contorno e carregamento	60
3.7	Malha de elementos finitos	61
4	RESULTADOS	62
4.1	Análise de convergência da malha de elementos finitos	62
4.2	Validação do modelo numérico	65
4.3	Análise de tensões e deformações dos componentes no modelo numérico	69
4.3.1	<i>Tensões e deformações nas armaduras de continuidade</i>	70
4.3.2	<i>Tensões e deformações nas cantoneiras soldadas</i>	71
4.3.3	<i>Deformações no graute</i>	75
4.4	Estudo paramétrico	75
4.5	Calibração da equação da Norma Brasileira (NBR) 9062:2017 para cálculo da rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade	76
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	79
5.1	Conclusões	79
5.2	Trabalhos futuros	80
	REFERÊNCIAS	81
	APÊNDICE A –CÁLCULO DA RIGIDEZ SECANTE PELO MODELO DA NBR 9062:2017	83
A.1	Parâmetros adotados no cálculo	83
A.2	Determinação do parâmetro β_1	83
A.3	Determinação do valor do comprimento de deformação efetivo da arma- dura negativa de continuidade	83
A.4	Determinação do valor da rigidez secante	84
A.5	Rigidez secante para diferentes diâmetros da armadura de continuidade	84

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto pré-fabricado estão sendo cada vez mais aplicadas nas construções de grandes edifícios comerciais e residenciais. É importante discutir inicialmente a diferença entre elemento pré-moldado e elemento pré-fabricado. De acordo com a NBR 9062:2017, que trata do projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado, tem-se a definição de elemento pré-moldado como aquele que é moldado fora do local de utilização definitiva da estrutura, e para elemento pré-fabricado como aquele executado industrialmente, em instalações permanentes de empresa destinada para este fim. Desta forma, a única diferença entre estes é que o pré-fabricado é feito em indústria e o pré-moldado pode ser feito no local da obra, porém não diretamente na estrutura, tendo a execução da estrutura e o comportamento estrutural iguais.

Estruturas pré-fabricadas apresentam várias vantagens, em comparação com as estruturas convencionais de concreto armado, entre estas podem ser citados o rigoroso controle tecnológico dos materiais proporcionando melhor controle de qualidade, maior velocidade de execução da obra e uma grande redução no índice de desperdícios e de perdas. Apesar disso, é importante citar que para a execução de estruturas pré-moldadas são necessárias máquinas, equipamentos específicos e mão de obra especializada para a correta execução. Deve-se também verificar com cautela as conexões entre os elementos estruturais.

Segundo El Debs (2017) as ligações entre os elementos estruturais constituem as partes mais importantes no projeto de estruturas de concreto pré-moldado. Entre estas, a ligação viga-pilar é uma das que mais precisam de atenção. O estudo específico de projeto para a determinação do tipo e da rigidez, bem como sua perfeita execução na prática, são primordiais para o sucesso de uma boa ligação viga-pilar. Essas ligações podem assumir comportamento rígido, articulado ou semirrígido. Na prática, durante o dimensionamento, costumam-se adotar simplificações como forma de representar esta rigidez.

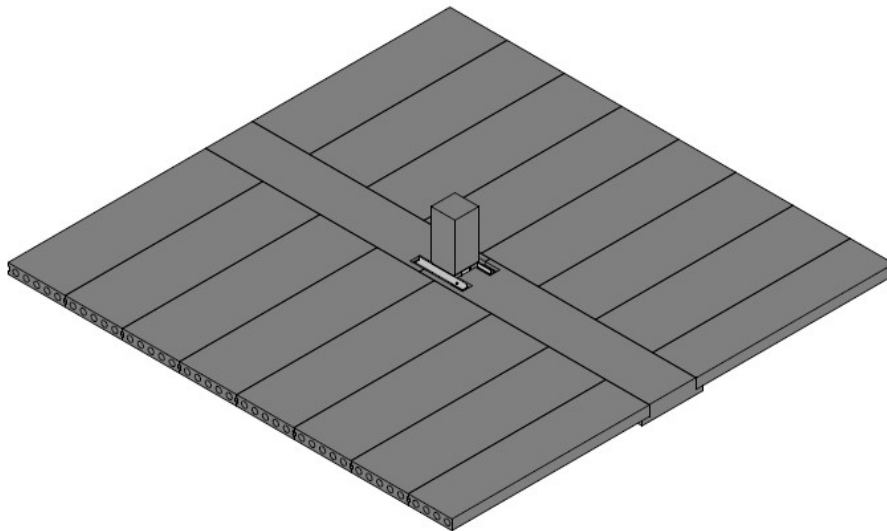
A determinação da rigidez de ligações viga-pilar em concreto pré-fabricado contribui na economia da obra, uma vez que executar uma ligação como semirrígida trás menores custos relacionados a mão de obra que uma ligação rígida ou então a redução das dimensões das estruturas do que uma ligação articulada (Miotto,2002).

Existem diversos meios para se determinar a rigidez da ligação, como por exemplo, a execução de ensaios experimentais, a modelagem numérica da ligação ou através de equações analíticas presentes em normas técnicas. É importante que o método definido para o estudo

possa representar adequadamente o comportamento real. Para métodos numéricos e analíticos é importante a validação e verificação dos modelos adotados.

Sendo assim, a escolha da ligação ideal para a estrutura deve considerar os mecanismos adequados para cada situação. Silva (2025) propôs a utilização de vigas rasas, com seção transversal em T invertido, para a construção de edifícios residenciais. A ligação viga-pilar analisada possui em especial uma cantoneira soldada na face superior da viga e na face lateral do pilar, promovendo maior rigidez para a ligação nos estágios de montagem. Além disso ainda conta com armaduras de continuidade que atravessam um furo retangular presente no pilar e são envolvidas em graute. Em sua pesquisa foi estudada experimentalmente a rigidez à flexão negativa desta ligação. Na Figura 1 está apresentada a estrutura com a aplicação da ligação viga-pilar no estágio em que foi ensaiada por Silva.

Figura 1 – Representação da ligação viga-pilar ensaiada por Silva (2025).



Fonte: (Silva,2025)

Visualiza-se o pilar no meio da estrutura, com as cantoneiras soldadas em sua lateral, a viga, com seção T invertido, posicionada na frente e atrás do pilar com a região central grauteada e as placas da laje alveolar se apoiando nas abas das vigas. Nesse estágio da estrutura pré-fabricado a laje já está posicionada e irá ocorrer a concretagem do capeamento, sendo assim a ligação estará submetida ao peso próprio do capeamento e da sobrecarga necessária para a execução.

Logo, a aplicação de uma modelagem numérica será capaz de auxiliar na obtenção de mais informações acerca do comportamento de ligações com cantoneiras soldadas na viga e no pilar. Além disso, tem-se também a necessidade de adaptar parâmetros para a aplicação de

equações de normas técnica para determinação da rigidez secante da ligação viga-pilar proposta.

1.1 Justificativa

A execução de ensaios experimentais demandam que a ligação viga-pilar seja em escala real. Esse método apresenta elevado custo e alta complexidade para ser executado. Simulações numéricas são capazes de representar comportamento similar da estrutura ensaiada experimentalmente, desde que calibradas corretamente. A partir da validação do modelo numérico, utilizando pelo menos um ensaio experimental, é possível estudar a influência de vários parâmetros da ligação viga-pilar com um custo bem menor em comparação à um ensaio experimental.

Através da análise numérica podemos entender melhor o funcionamento geral da estrutura, de componente à componente, podemos analisar as deformações e tensões máximas, os locais de ocorrência, como se propagam a partir do aumento gradual do carregamento e os seus respectivos valores, se estes ultrapassam o limite de escoamento dos materiais, entre vários outros detalhes importantes para a segurança da estrutura.

A NBR 9062:2017 trás como critério de projeto de ligações com resistência à flexão de comportamento rígido que a rigidez secante para a relação momento-rotação da ligação viga-pilar deve estar baseada em modelos analíticos de referências técnicas ou com base na comprovação experimental. Sendo assim, é necessário determinar parâmetros para a aplicação em projeto de cada ligação, de forma que estes sejam validados e verificados através de modelos experimentais e numéricos, respectivamente.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo desta pesquisa é realizar a modelagem numérica para analisar o comportamento estrutural de uma ligação viga-pilar semirrígida utilizando cantoneiras soldadas na viga e no pilar e determinar parâmetros, como o comprimento efetivo de deformação da armadura de continuidade, para a utilização de modelos analíticos para determinação da rigidez da ligação.

1.2.2 *Objetivos específicos*

- a) Desenvolver e validar um modelo numérico tridimensional que represente a ligação em estudo;
- b) Determinar a rigidez secante por meio do método numérico;
- c) Analisar as tensões e deformações na estrutura através do modelo numérico;
- d) Realizar a parametrização do modelo analisando a influência da variação do diâmetro da armadura de continuidade na curva momento-rotação e na determinação da rigidez secante;
- e) Determinar parâmetros para projeto da ligação a partir das equações propostas na NBR 9062 para determinar a rigidez secante;
- f) Comparar a rigidez secante obtida por meio de método numérico e da parametrização com a rigidez secante obtida pela calibração da equação proposta na NBR 9062.

1.3 *Estrutura do Trabalho*

No primeiro capítulo é apresentado um contexto geral sobre estruturas pré-moldadas e alguns métodos de determinação da rigidez. Também foi exposta a justificativa para o desenvolvimento da pesquisa e os objetivos, geral e específicos.

No segundo capítulo consta um referencial bibliográfico com as principais fontes, exemplos e critérios que embasaram e nortearam todo o desenvolvimento da pesquisa.

No terceiro capítulo é descrito a ligação ensaiada experimentalmente e todos os critérios, simplificações e métodos utilizados para desenvolvimento do modelo numérico no software.

No quarto capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos do modelo numérico e a comparação com métodos apresentados em norma. Também foi discutido sobre a calibração de um modelo analítico determinado pela NBR 9062:2017.

Por fim, no quinto capítulo estão expostas as conclusões acerca dos resultados obtidos na pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será tratado sobre alguns conceitos e definições importantes para o desenvolvimento desta pesquisa. Será tratado sobre as estruturas de concreto pré-fabricado, contextualizando suas principais peculiaridades, as ligações entre elementos nestas estruturas, dando foco para a ligação viga-pilar e para os métodos de determinação da rigidez da ligação, e também será feito um resumo de pesquisas recentes que abordam a análise da rigidez da ligação viga-pilar através de métodos numéricos.

2.1 Estruturas de concreto pré-fabricado

A execução de estruturas pré-fabricadas oferece diversas vantagens, podemos citar o maior controle de qualidade do material utilizado, maior velocidade na execução da estrutura e redução no desperdício de materiais. Por outro lado, temos como desvantagem o superdimensionamento de algumas estruturas para estarem de acordo com as verificações das situações transitórias de montagem da estrutura, alto investimento inicial e dificuldades com transporte e logística.

Uma das principais particularidades do projeto de estruturas pré-fabricadas, frente a estruturas moldadas in loco, está na necessidade de realizar verificações da estrutura em fases transitórias. Dessa forma, deve-se analisar se as peças estruturais suportam o transporte, armazenamento e montagem, seguindo as condições de contorno impostas à elas em cada uma dessas fases (Silva,2018) .

Outra diferença importante, que ganha bastante destaque em estruturas pré-fabricadas, é a ligação entre os elementos estruturais.

2.2 Ligações em estruturas pré-fabricadas

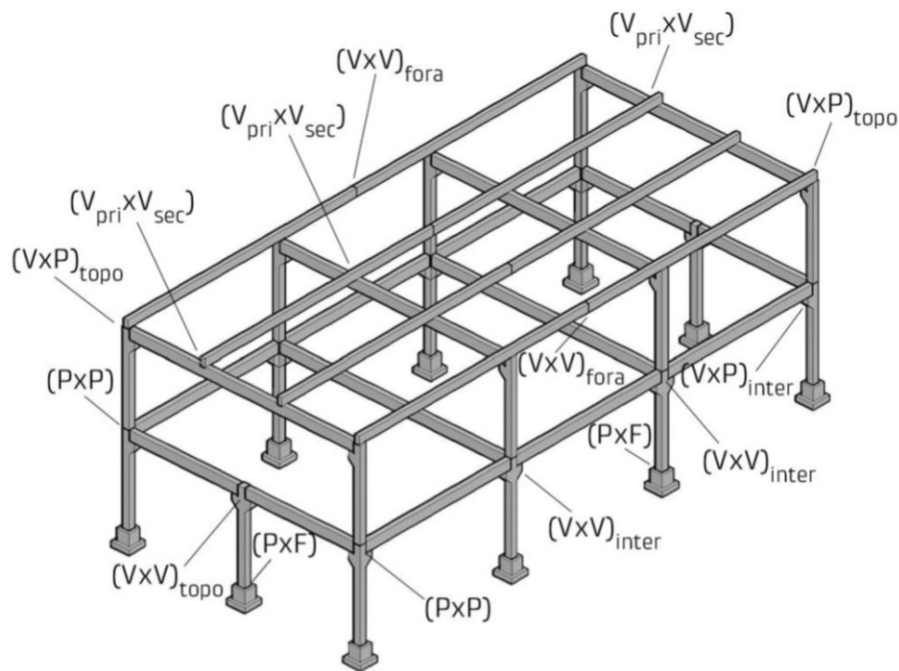
Em estruturas de concreto pré-fabricados, as ligações entre as peças estruturais são caracterizadas como regiões de descontinuidade, apresentando variações abruptas no estado de tensões e deformações devido a concentração de esforços, sendo assim devem ser dimensionadas e executadas com maior cuidado para garantir o funcionamento adequado e a segurança da estrutura.

A principal função de uma ligação é a transmissão de esforços de uma peça estrutural para outra, dessa forma, os componentes da ligação (chumbadores, argamassa, aparelhos de

apoio, barras de aço, entre outros) têm influência direta na capacidade global da estrutura. Outra característica importante é que a distribuição de forças e deformações dependem da deformabilidade das ligações e dos processos de transporte e montagem da estrutura (El Debs, 2017).

Em uma estrutura de concreto pré-fabricado podem existir ligações entre diversos elementos: paredes com laje, parede com viga, laje com viga, viga com viga, viga com pilar, pilar com pilar, pilar com fundação, entre outras. A rigidez da ligação entre elementos pré-moldados pode ser definida por elementos tipo folha (placas, cascas e chapas) e tipo barra (pórticos e grelhas) (El Debs, 2017). Na Figura 2 estão demonstrados alguns tipos de ligações entre elementos do tipo barra.

Figura 2 – Tipos de ligações entre elementos de barra em estruturas pré-fabricadas



Fonte: (El Debs, 2017)

Podemos observar ligações entre: Pilar x Fundação (PxV), Pilar x Pilar (PxP), Viga x Pilar (em ponto intermediário) $(VxP)_{inter}$, Viga x Pilar (no topo do pilar) $(VxP)_{topo}$, Viga x Viga (em ponto intermediário) $(VxV)_{inter}$, Viga x Viga (sobre o topo do pilar) $(VxV)_{topo}$, Viga x Viga (fora do pilar) $(VxV)_{fora}$, Viga principal x Viga secundária $(V_{pri} \times V_{sec})$.

De modo geral, é importante citar que tanto o arranjo como as propriedades geométricas e físicas, seja dos elementos estruturais como dos componentes da ligação, devem ser levadas em conta para determinar as características de rigidez e de resistência da ligação.

2.2.1 Ligação viga-pilar

As ligações entre viga e pilar em concreto pré-fabricado têm como principais funções garantir a transferência de carga entre estas peças estruturais, restringir os movimentos e garantir a estabilidade estrutural. O manual desenvolvido pelo *Precast/Prestressed Concrete Institute (PCI)* define que as ligações viga-pilar em concreto pré-moldado devem atender a alguns critérios de projeto, sendo estes (PRECAST CONCRETE INSTITUTE, 2010):

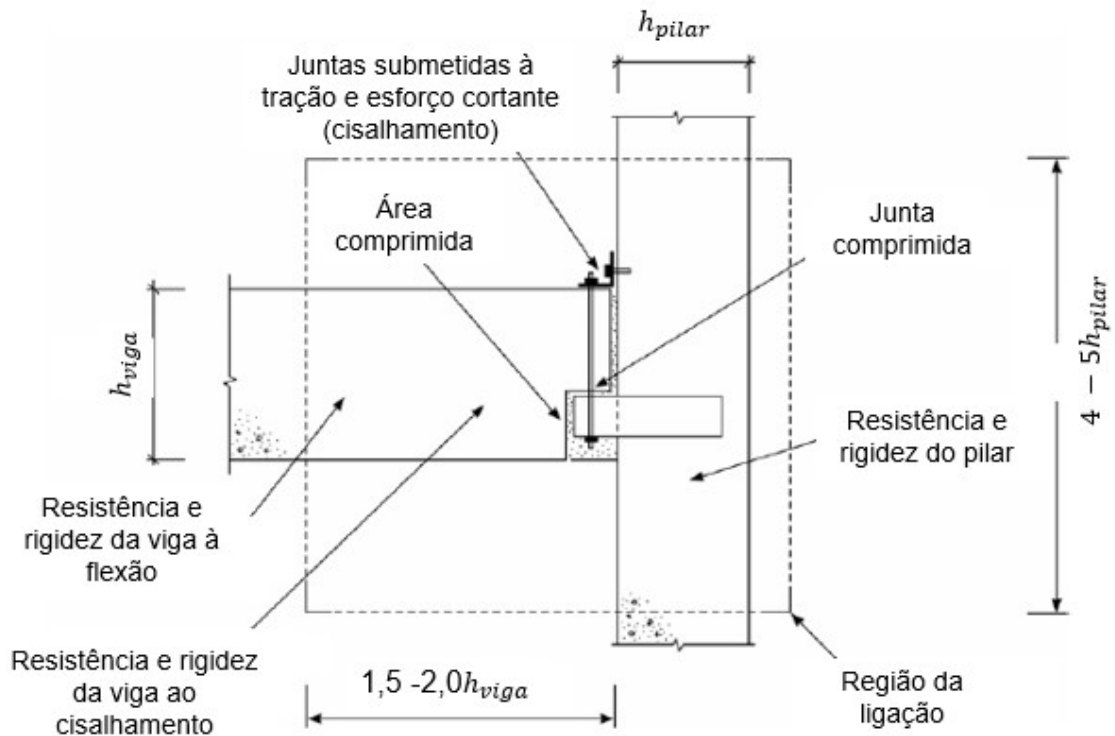
- a) Resistência: Ter resistência para transferir as forças durante sua vida útil;
- b) Ductilidade: Capacidade de sofrer deformações inelásticas grandes sem chegar à ruptura;
- c) Acomodação de mudança de volume: permitir que alguns movimentos ocorram, aliviando as tensões produzidas por mudança de volume, como, por exemplo, fluência, retração ou dilatação;
- d) Durabilidade: Garantir proteção para a armadura contra intempéries ou ambientes corrosivos;
- e) Resistência ao fogo: Devem ter proteção contra a ação do fogo quando possam pôr em causa a estabilidade da estrutura;
- f) Construtibilidade: Ser de fácil execução.

É importante compreender todas as zonas existentes em uma ligação. De acordo com a *fédération internationale du béton (fib)* (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2008), define-se junta como a interface entre dois ou mais elementos estruturais onde pode ocorrer a transferência de forças, como por exemplo, cisalhamento e compressão, e/ou momentos. Por outro lado, ligação é definida por um conjunto que compreende uma ou mais interfaces e partes de elementos estruturais com a função de resistir à ação de forças ou momentos. Dessa forma, podemos inferir que a ligação inclui os elementos estruturais e as juntas existentes entre estes elementos. Observando a Figura 3, podemos entender melhor essas duas definições.

O desenvolvimento de boas ligações entre os elementos estruturais pode acarretar no sucesso econômico e funcional de uma estrutura em concreto pré-fabricado (Dolan et al., 1987). O projeto dessas estruturas não consiste somente em dimensionar adequadamente as dimensões, mas também em entender e otimizar o caminho da carga através da ligação.

Além disso, vale citar também que a distribuição de forças e deformações depende diretamente da deformabilidade das ligações e dos processos de montagem e que a resistência dos componentes da ligação (chumbadores, juntas de argamassa, aparelhos de apoio) influencia

Figura 3 – Região da ligação viga-pilar.



Fonte: Adaptado de (Engstrom et al.m 2008)

na capacidade global da estrutura (Almeida, 2010). Dessa forma, a análise da ligação deve ser realizada não somente no estágio final, mas sim em cada fase do desenvolvimento da ligação, para garantir que a mesma possa suportar todas as diferentes solicitações de esforços e deformações.

2.2.2 Classificação das ligações em estruturas pré-fabricadas quanto à rigidez

Existem várias definições para a rigidez da ligação, mas de forma geral o conceito de rigidez da ligação diz respeito à relação entre o esforço solicitante (momento fletor, força normal, etc) e o deslocamento relativo entre os elementos que compõem a ligação. O momento fletor, por exemplo, causa uma rotação relativa entre os elementos conectados, sendo transmitido de forma parcial entre estes.

A rigidez também pode ser relacionada a capacidade de transferência de esforços entre os elementos da ligação, de forma que ligações ditas como mais rígidas possuem maior capacidade de transferência de esforços. Tem-se uma rigidez inicial, influenciada pela geometria e por nichos na região da ligação, e a rigidez posterior é influenciada pelo preenchimento por graute (Ferreira, 1999).

Outro conceito importante é o de deformabilidade, que é dada pelo inverso da rigidez. Logo, a deformabilidade de uma ligação é a relação do deslocamento relativo entre os elementos

que compõem a ligação com o esforço solicitante na direção desse deslocamento. Nas Equações 2.1 e 2.2 temos, respectivamente, as definições matemáticas para rigidez e deformabilidade da ligação.

$$K_m = \frac{M}{\phi} \quad (2.1)$$

$$D_m = (K_m)^{-1} = \frac{\phi}{M} \quad (2.2)$$

Nestas, K_m representa a rigidez devida ao momento fletor na ligação, M o momento fletor exercido na ligação, ϕ a rotação na ligação e D_m a deformabilidade devida ao momento fletor na ligação viga-pilar.

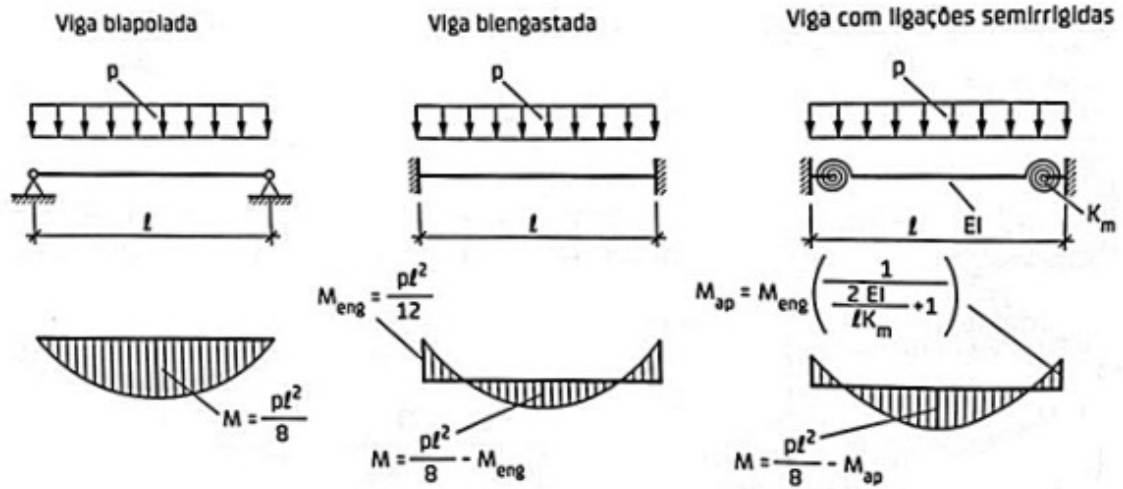
Dessa forma, de acordo com o valor da rigidez, podemos classificar as ligações em:

- a) Ligação articulada: o tipo mais simples de ligação, neste caso a rotação é totalmente livre e não existe transferência de momento fletor entre as peças.
- b) Ligação rígida: o tipo mais complexo de se executar, neste caso não existe rotação e a transferência de momento fletor entre as peças é total.
- c) Ligação semirrígida: é uma ligação que apresenta comportamento intermediário entre a articulada e a rígida, dessa forma apresenta uma certa restrição para a rotação e para a transferência de momento fletor. São utilizados componentes para garantir o comportamento semirrígido da ligação (chumbadores, argamassa, armaduras de continuidade, entre outros).

A Figura 4 demonstra os diagramas de momento fletor de uma viga para diferentes valores de rigidez nos apoios.

A ligação articulada é representada pela viga biapoiada, pode-se observar que o momento positivo se torna bem maior, uma vez que na região dos apoios não existe momento negativo e nem absorção de momento fletor pela ligação. A ligação rígida é representada pela viga engastada, observa-se que nos apoios existe um momento negativo, que é absorvido pela ligação, e por conta deste o momento positivo é bem menor que na situação biapoiada. A ligação semirrígida é representada pela presença de molas que impedem a rotação nos apoios, observa-se que a depender da rigidez da ligação o momento negativo tende a ser maior reduzindo o momento positivo no meio do vão, tendo valores intermediários de momento positivo a se comparar com as outras duas ligações.

Figura 4 – Momento fletores para uma viga com diferentes valores de rigidez nos apoios.

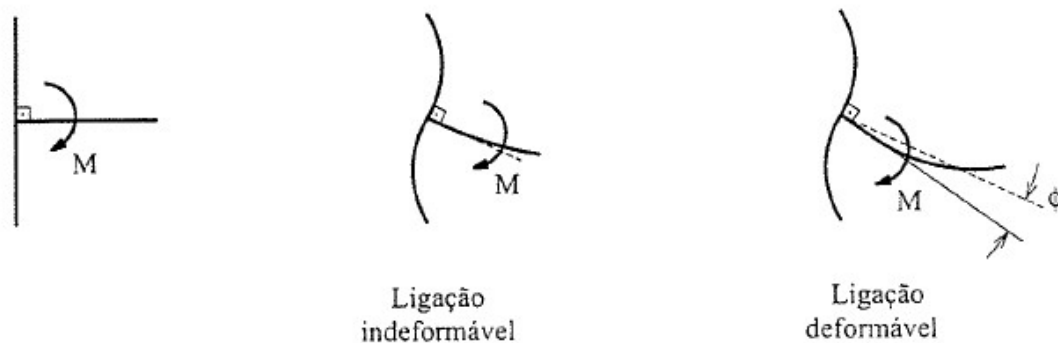


Fonte: (El Debs, 2017)

Para uma estrutura, o tipo ideal de ligação é a rígida, pois a restrição total de rotação faz com que ela apresente menores deslocamentos e tenha uma melhor distribuição dos esforços. Por outro lado, chegar ao nível alto de rigidez se torna bastante complexo em estruturas pré-fabricadas, usualmente as ligações nestas estruturas apresentam comportamento semirrígido.

Na Figura 5 temos o efeito da aplicação do momento fletor em uma ligação indeformável, representando um comportamento mais rígido, e em uma ligação deformável, representando um comportamento menos rígido. Dessa forma, podemos observar que quanto maior a rigidez, menor vai ser a rotação,

Figura 5 – Deformabilidade ao momento fletor na ligação viga-pilar.



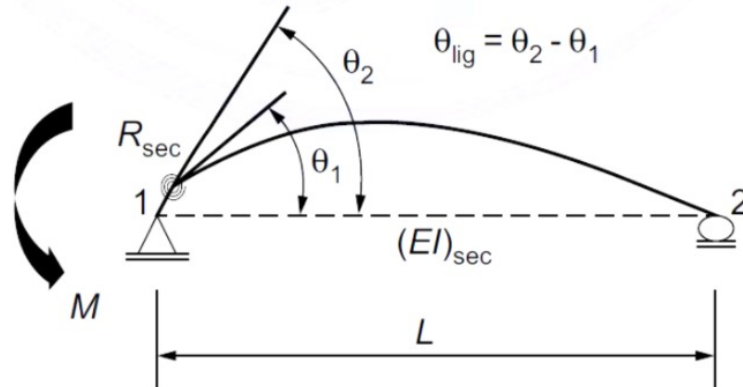
Fonte: (El Debs, 2017)

A norma da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 9062:2017 determina que as ligações em estruturas pré-fabricadas podem ser classificadas conforme a rigidez através do fator de restrição (α_R). Este parâmetro é determinado pela Equação 2.3, onde θ_1 representa a rotação da viga simplesmente apoiada e θ_2 representa a rotação combinada do

elemento e da ligação. Na Figura 6 pode-se visualizar melhor como são esses parâmetros.

$$\alpha_R = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (2.3)$$

Figura 6 – Parâmetros para determinação do fator de restrição à rotação.



Fonte: (ABNT NBR 9062, 2017)

Na Tabela 1 temos os intervalos, para o fator de restrição, que determinam a classificação da rigidez da ligação, a partir da NBR 9062:2017.

Tabela 1 – Classificação da rigidez da ligação conforme NBR 9062:2017

Rígida	Semirrígida	Articulada
$\alpha_R > 0,85$	$0,15 \geq \alpha_R \geq 0,85$	$\alpha_R < 0,15$

Fonte: (ABNT NBR 9062, 2017)

2.3 Determinação da rigidez secante à flexão negativa da ligação semirrígida viga-pilar com armadura de continuidade

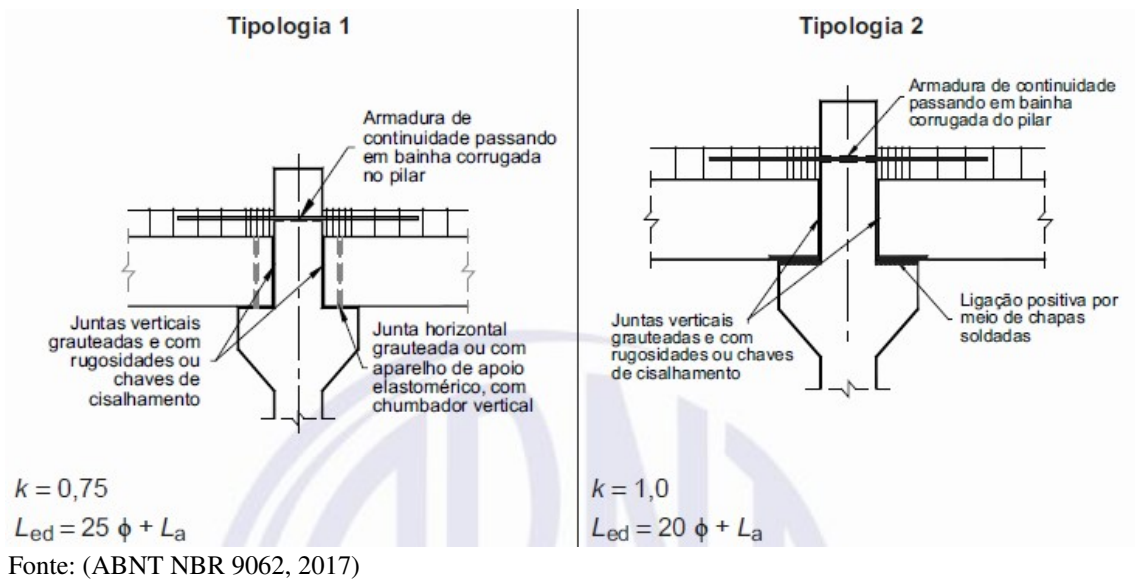
De acordo com a NBR 9062:2017, considerando o limite do valor da tensão na armadura de continuidade igual a $\sigma_s \leq f_{yk}$, onde σ_s representa a tensão no aço e f_{yk} representa a resistência característica do aço, a rigidez secante para a relação momento-rotação é definida pela Equação 2.4, conforme:

$$R_{sec} = k \cdot \frac{A_s E_s d^2}{L_{ed}} \quad (2.4)$$

onde k é um coeficiente de ajustamento à rigidez, L_{ed} é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade, d é a altura útil da seção resistente na ligação negativa, E_s é o módulo de elasticidade do aço e A_s é a armadura de continuidade negativa.

A NBR 9062:2017 trás algumas referências para o valor do comprimento efetivo de deformação. A Figura 7 apresenta duas destas referências.

Figura 7 – Parâmetros para determinação da rigidez secante ligações semirrígidas viga-pilar com armadura de continuidade.



Para a tipologia 1 a norma informa para adotar um valor de k igual a 0,75 e de L_{ed} de $25\phi + L_a$, onde L_a representa a distância da face do pilar até o centro de rotação no consolo. Para a tipologia 2, a NBR informa um valor de k igual a 1 e de L_{ed} igual a $20\phi + L_a$.

Os valores de k e L_{ed} variam conforme os componentes da ligação. Para outras tipologias de ligação não referenciadas na norma, o valor da rigidez secante da relação momento-rotação deve ser validade experimentalmente, tendo-se o centro de rotação no apoio da viga pré-moldada como referência para a obtenção da rotação relativa viga-pilar (ABNT NBR 9062, 2017).

2.4 Determinação da rigidez da ligação viga-pilar em estruturas pré-fabricadas através de métodos numéricos

Determinar a rigidez de uma ligação em estruturas pré-fabricadas é essencial para que se garanta a segurança e o bom desempenho do método construtivo. Também se pode garantir maior economia de material e mão de obra ao adotar o valor da rigidez no projeto, uma

vez que teremos estruturas com esforços melhor distribuídos.

Análises experimentais conseguem trazer resultados mais precisos e confiáveis. Partindo da criação de protótipos físicos da conexão e realizando testes nesses com a aplicação de diferentes tipos de carregamento, para obter dados como deslocamentos, deformações e rotações, auxilia na compreensão do comportamento das ligações na prática. Os resultados dos testes ainda podem ser utilizados para validar modelos computacionais, que simulam o comportamento da ligação, ou analíticos.

Por outro lado, a execução dos ensaios experimentais de uma ligação apresenta maior complexidade e maior custo, uma vez que, para isso, é necessário fazer estruturas em tamanhos reais, tendo alto custo de material e mão de obra, além de exigir instrumentação e laboratório bem equipado, para que se possa realizar uma boa análise e extrair bons resultados.

Nesse contexto, os métodos numéricos surgem para eliminar as desvantagens presentes na análise experimental. A utilização destes na análise de estruturas, de forma geral, é uma opção mais simples e econômica, pois se exclui a necessidade de fazer diversas estruturas em tamanhos reais. Apesar disso, ainda se tem a necessidade de validação do modelo numérico, fazendo com que, muitas das vezes, pelo menos uma análise experimental seja necessária para conferir se o comportamento numérico representa o comportamento real deste. Sendo concluído este passo, pode-se realizar parametrizações no modelo computacional, a fim de analisar o comportamento da ligação com alterações da geometria dos componentes, propriedades físicas dos materiais, entre outros ajustes.

Um dos métodos numéricos mais utilizados em análises é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método consiste na discretização da estrutura em uma quantidade finita de elementos e se baseia na otimização da energia total do problema. O apoio de softwares é essencial para um bom desenvolvimento do método numérico, por isso existem diversos softwares de modelagem computacional que utilizam o MEF.

O MEF utiliza a equação 2.5 para a resolução do problema aplicado. Esta pode representar um sistema linear ou não linear, onde o primeiro termo à esquerda ($K(U)$) representa a matriz de rigidez da estrutura, o segundo é o vetor de deslocamentos (U) e o terceiro termo é o vetor de forças nodais (F).

$$K(U)U = F \tag{2.5}$$

A partir da curva tensão-deformação do material, é possível definir a matriz de

rigidez (K) da estrutura. Quando adotamos um comportamento linear, a matriz não depende dos deslocamentos da estrutura, provocados pelo deslocamento, sendo então um sistema linear, mais simples de ser resolvido. Por outro lado, quando adotamos a não linearidade física do material, a matriz de rigidez passa a depender dos deslocamentos da estrutura. Dessa forma, são necessários métodos numéricos para a solução mais rápida e eficiente deste sistema não linear.

2.4.1 Estudos numéricos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar

A seguir, são citados alguns trabalhos recentes que trouxeram bons resultados na análise da rigidez de ligações viga-pilar em concreto pré-fabricado a partir de modelos computacionais validados com o ensaio experimental, onde ocorreu uma parametrização para avaliar se existem melhorias na ligação proposta inicialmente.

2.4.1.1 Kataoka, Ferreira e El Debs (2017)

O modelo de ligação analisado por Kataoka, Ferreira e El Debs (2017) consiste em um sistema composto por um pilar, duas vigas e laje sobre elas. O pilar possui dois consoles de concreto com dois chumbadores presos em cada um, esses chumbadores servem para posicionar e prender a viga que irá se apoiar neste console. A laje concretada em cima da viga possui uma armadura de continuidade que garante o comportamento semirrígido da ligação, essa armadura passa por dentro do pilar.

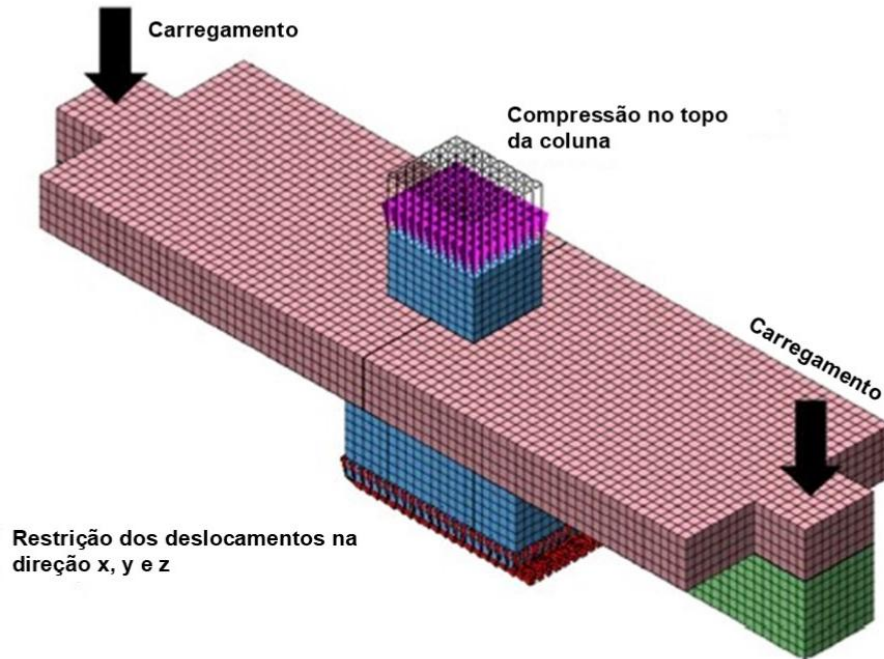
A análise numérica por MEF foi feita utilizando o software DIANA. Tanto as propriedades físicas como geométricas obedeceram às utilizadas no ensaio experimental. Para o concreto, utilizou-se o modelo constitutivo de Deformação Total (Total Strain model) e, para o aço, utilizou-se um Modelo Metálico utilizando o critério de plasticidade de Von Mises e Plasticidade Ideal, sem considerar encruamento ou endurecimento por deformação.

Na malha de elementos finitos para o concreto foi adotado o elemento sólido HX24L e para a zona de interface o elemento Q24IF. As barras de aço deste modelo não foram discretizadas como elementos sólidos, sendo consideradas como elementos lineares embutidos nos elementos de concreto, funcionando como reforço.

As condições de contorno adotadas no modelo foram as restrições de deslocamentos nas direções x , y e z na base do pilar. O carregamento foi aplicado na extremidade de cada uma das vigas, numa distância de 1700 mm da conexão. Além disso, aplicou-se um carregamento constante de 170 kN para simular a carga de pavimentos superiores e estabilizar o modelo. A

Figura 8 demonstra o modelo de elementos finitos, com a aplicação das condições de contorno e carregamentos.

Figura 8 – Carregamento e condições de contorno adotados no modelo computacional de Kataoka et al. (2017).



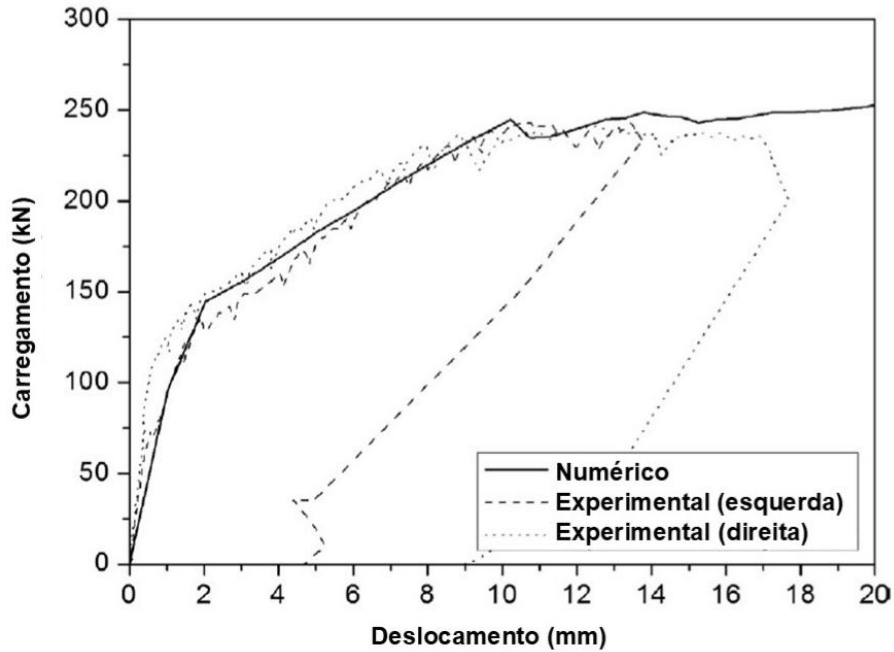
Fonte: (Kataoka et al., 2017)

A validação do modelo se deu pela curva força-deslocamento, comparando a curva obtida no ensaio experimental com a obtida no modelo computacional. Além disso, também verificou-se os carregamentos de início de fissuração do concreto (150 kN) e da carga última, que para o experimental foi de 242 kN e para o computacional foi de 256 kN, uma diferença de 5,78%. Na Figura 9 estão expostas as curvas do ensaio experimental e do modelo computacional.

Com o modelo validado, inicia-se o estudo paramétrico. Neste estudo a parametrização teve como principal objetivo a análise dos efeitos da resistência à compressão do concreto moldado in loco e a influência dos diâmetros das barras de armadura de continuidade. Para o concreto variou-se a resistência, assumindo os valores de 30, 40, 50, 60, 70 e 80 MPa, para o aço variou-se o diâmetro assumindo os valores de 8, 10, 12,5, 20, 22 e 25 mm. A Figura 10 apresenta as curvas carga-deslocamento para essas parametrizações.

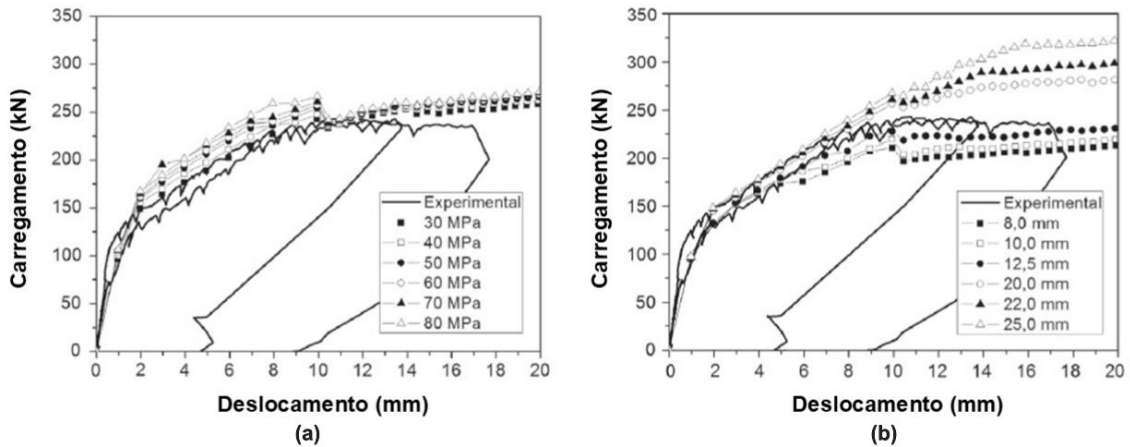
A partir disto, pode-se concluir que o aumento da resistência à compressão do concreto proporcionou melhoria na capacidade de resistência da ligação, mas a fissuração ocorreu em cargas mais altas. Além disso, a variação no diâmetro das barras de continuidade teve uma influência significativa na capacidade da ligação. Por outro lado, a utilização de concreto

Figura 9 – Validação da curva carga-deslocamento do modelo computacional de Kataoka et al. (2017).



Fonte: (Kataoka et al., 2017)

Figura 10 – Curva carga-deslocamento para as parametrizações adotados por Kataoka et al. (2017).



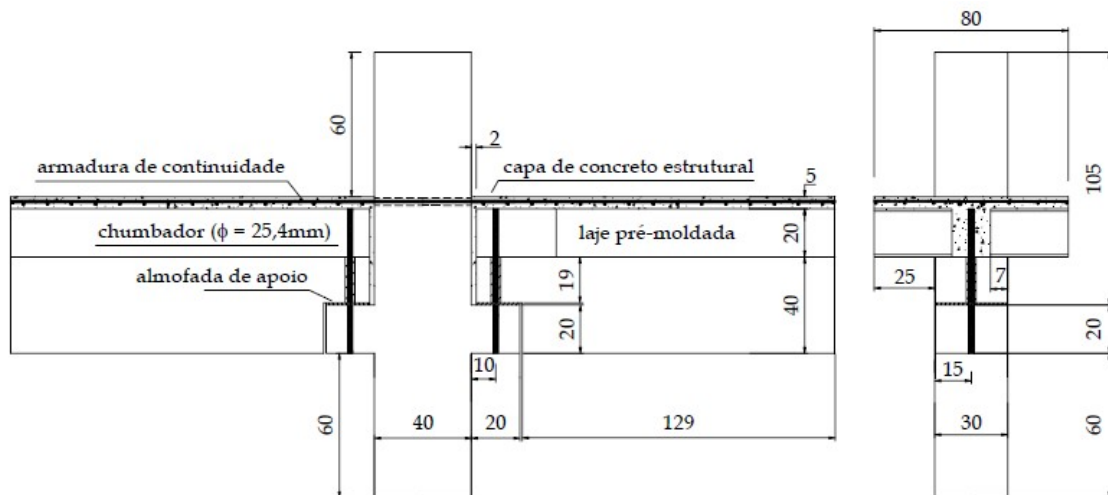
Fonte: (Kataoka et al., 2017)

mais resistente não apresenta ganho de resistência após o escoamento das barras de continuidade, evidenciando que o concreto é responsável pela falha. Da mesma forma, quando foram utilizadas barras de maior diâmetro, não houve aumento de resistência após o escoamento, indicando que o reforço é o principal fator que controla a falha.

2.4.1.2 Silva (2018)

O estudo de Silva (2018) buscou analisar a influência de dispositivos de execução simples, como por exemplo chumbadores, almofada de apoio, preenchimento da interface viga-pilar e armadura de continuidade, que possam contribuir na rigidez e resistência da ligação. Para tal, utilizou-se do estudo experimental feito por Miotto (2002) para validação do modelo computacional. O modelo de ligação testado experimentalmente por Miotto (2002) é composto por um pilar com dois consolos e vigas com conformação para a ligação (dente Gerber). A ligação é feita por chumbadores presos no consolo, almofada de argamassa modificada com incorporação de fibras para o apoio da viga no consolo, grauteamento do espaço entre a viga e o pilar e capeamento (laje) feito acima da viga por onde passam armaduras de continuidade. A Figura 11 representa o modelo experimental.

Figura 11 – Modelo experimental ensaiado por Miotto (2002).



Fonte: (Miotto, 2002)

A análise numérica utilizou como forma de auxílio o software Abaqus. As propriedades geométricas e físicas foram definidas conforme as do ensaio experimental. Em relação aos modelos constitutivos, para o aço das armaduras e chumbadores utilizou-se o modelo elasto-plástico perfeito, já para o concreto pré-fabricado das vigas e pilares e também o concreto da capa utilizou-se o modelo proposto por Nayal e Rasheed (2006), com algumas alterações propostas por Wahalathantri et al. (2011), e para a argamassa modificada e o graute o comportamento utilizado foi somente o elástico-linear.

As interações entre as peças estruturais foram definidas conforme modelo experimental. Armaduras foram consideradas embutidas no concreto, considerou-se o chumbador

preso no consolo do pilar e com interação de fricção no concreto da viga e capa, a interação de fricção foi utilizada também para o contato da viga e do pilar com a almofada de apoio e para a interação entre a face da viga, do pilar e da laje, o capeamento foi considerado preso na viga e nas placas alveolares.

Para a malha de elementos finitos, utilizou-se elementos C3D8 para os sólidos e elementos T3D2 para as barras. A base do pilar foi presa para simular o engaste e a força foi aplicada em uma área na extremidade livre da viga.

A validação do modelo numérico foi feita a partir da comparação da rigidez experimental dos 3 estágios com a rigidez obtida pelo software também nos 3 estágios. A Tabela 2 traz os resultados da validação do modelo obtidos por Silva.

Tabela 2 – Resultados da validação do modelo computacional de Silva (2018)

Estágio	Abaqus		Miotto (2002)		Relação Abaqus/Miotto
	Rigidez (kN·m/rad)	Redução	Rigidez (kN·m/rad)	Redução	
Estágio 1	334917	-	312995	-	1,07
Estágio 2	114092	65,93%	67466	78,45%	1,69
Estágio 3	4690	98,60%	7793	97,51%	0,60

Fonte: (Silva, 2018)

A parametrização do modelo consistiu em avaliar a influência de mecanismos, como por exemplo a utilização de chumbadores livres ou presos, diferentes materiais para a almofada de apoio, armadura de continuidade. A Tabela 3 trás os dispositivos utilizados em cada ligação analisada numericamente.

Tabela 3 – Características dos modelos parametrizados de Silva (2018)

Características	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
	MMI	MP1	MP2	MP3	MP4	MP5
Tipo	MONOL.	CPM	CPM	CPM	CPM	CPM
Chumbador	-	✓	✓	✓	✓	✓
Fixação do chumbador	-	×	×	×	✓	✓
Preenchimento interfaces	-	×	×	✓	✓	✓
Almofada de apoio	-	ELAST.	AAM	AAM	AAM	AAM
Armadura continuidade	-	×	×	✓	✓	✓

Fonte: (Silva, 2018)

A Tabela 4 traz as informações sobre a rigidez das ligações numéricas analisadas na parametrização e na Figura 12 tem-se os resultados da curva momento-rotação.

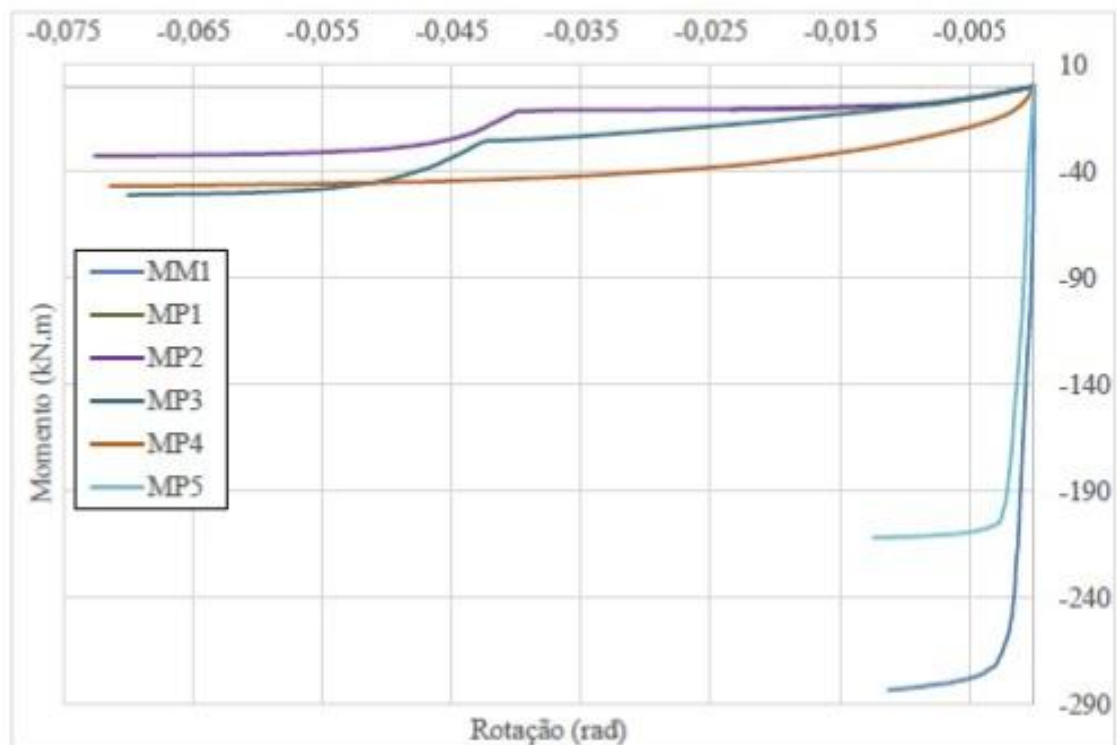
A partir da análise dos resultados, observamos que as curvas dos modelos MP1 ao MP4 têm o chumbador com maior importância na ligação. Na ligação MP3, a fixação do

Tabela 4 – Comparação de rigidez entre os modelos

Estágio	MMI (kN.m/rad)	MP1 (kN.m/rad)	MP2 (kN.m/rad)	MP3 (kN.m/rad)	MP4 (kN.m/rad)	MP5 (kN.m/rad)
Inicial (tang.)	112063,49	569,15	956,43	1081,27	12156,08	84930,36
Secante	181562,50	874,26	884,73	955,14	5250,70	99776,00
Estágio 1	1499594,41	1086,77	1028,21	1040,73	7988,28	118611,22
Estágio 2	122005,88	148,17	128,97	622,46	1387,51	69580,75
Estágio 3	1551,88	-	-	407,00	251,76	788,97

Fonte: (Silva, 2018)

Figura 12 – Curva momento-rotação das parametrizações realizadas por Silva (2018).



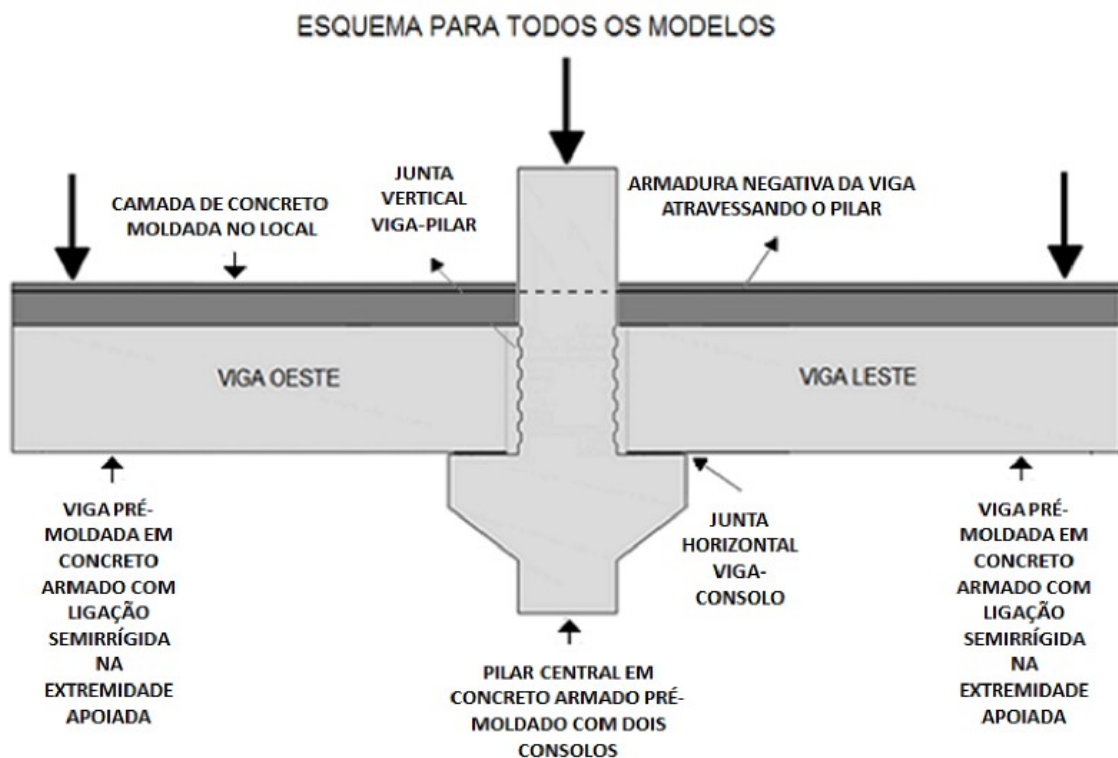
Fonte: (Silva, 2018)

chumbador faz com que o modelo apresente maior rigidez, o mesmo ocorre no modelo MP4 com a adoção da interface grauteada entre a viga e o pilar. Os modelos MP1 e MP2, que alteravam somente o aparelho de apoio, apresentaram comportamento semelhante, sem muitas alterações na rigidez. Já o modelo MP5 apresenta maior rigidez, graças a adoção de armaduras de continuidade que são mais solicitadas que o chumbador, fazendo com que o chumbador não atinja tensões elevadas, quando comparada aos outros modelos analisados, e sim as armaduras de continuidade tenham maiores solicitações.

2.4.1.3 Barlati (2020)

A pesquisa de Barlati (2020) teve como objetivo realizar uma análise numérica através do MEF de duas ligações viga-pilar ensaiadas experimentalmente por Hadade (2016). A primeira ligação consiste em uma viga pré-fabricada com estribos aparentes para posterior concretagem do capeamento e um pilar com consoles curtos de concreto armado, dotados de almofada de apoio de Neoprene, e com furos envolvidos por uma bainha corrugada para passagem da armadura de continuidade (armadura negativa da viga), onde após o posicionamento desta armadura é executado o capeamento com graute. A segunda ligação apresenta uma viga com uma chapa metálica na sua base e também no console de pilar, onde estes serão soldados, também dispensa a utilização da borracha de Neoprene. A geometria das peças estruturais e o material aplicado na segunda ligação são os mesmos da primeira. Na Figura 13 está representado o esquema das ligações.

Figura 13 – Esquema do ensaio experimental desenvolvido por Barlati (2020).



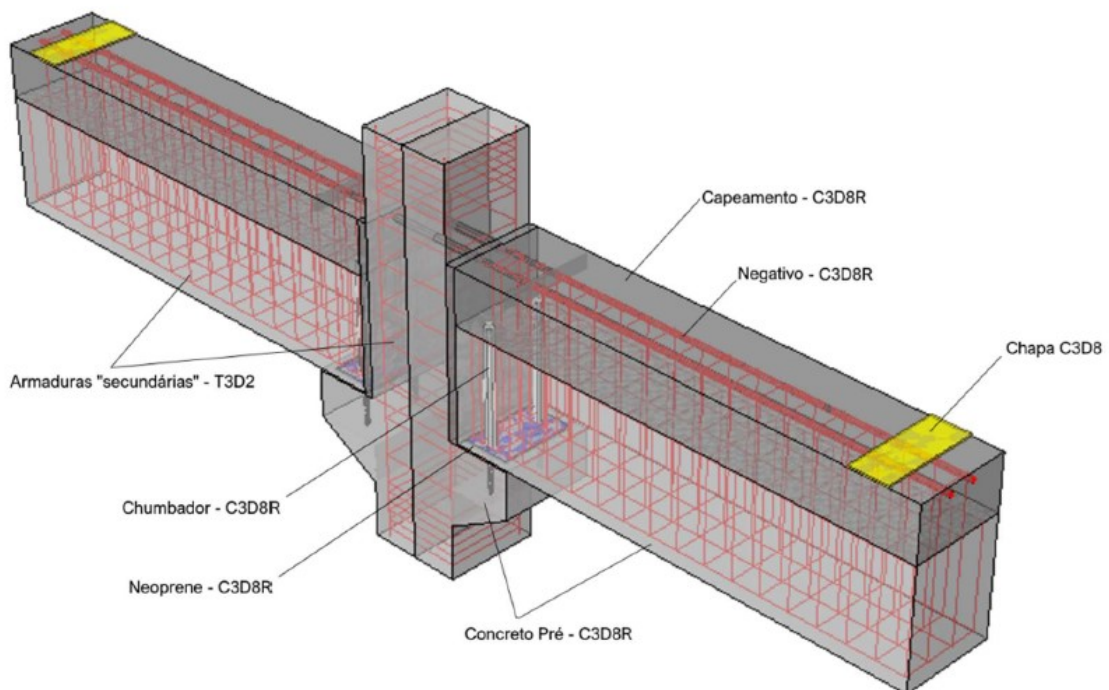
Fonte: (Barlati, 2020)

A análise numérica pelo MEF foi feita com auxílio do software Abaqus. As propriedades físicas e geométricas obedeceram às do ensaio experimental de Hadade (2016). Utilizou-se o modelo constitutivo CDP para o concreto e para o aço adotou-se o modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para as armaduras e somente patamar elástico para as placas de aço, uma vez

que estas não são submetidas à tração direta e não atingem patamares plásticos.

Para a malha de elementos finitos adotou-se elementos com integração reduzida C3D8R para as peças de concreto pré-fabricado, aparelhos de apoio e grautes. Para as chapas de aço e barras de aço discretizadas por elementos tridimensionais (chumbadores e armadura de continuidade) adotou-se o elemento C3D8, pois não tem travamento por força cortante nessa região. As demais barras de aço (armadura do pilar e das vigas) foram modeladas com elementos T3D2. Na Figura 14 temos melhor a representação dos elementos adotados para a primeira ligação, que segue mesmo esquema da segunda.

Figura 14 – Tipos de elementos finitos adotados por Barlati (2020).



Fonte: (Barlati, 2020)

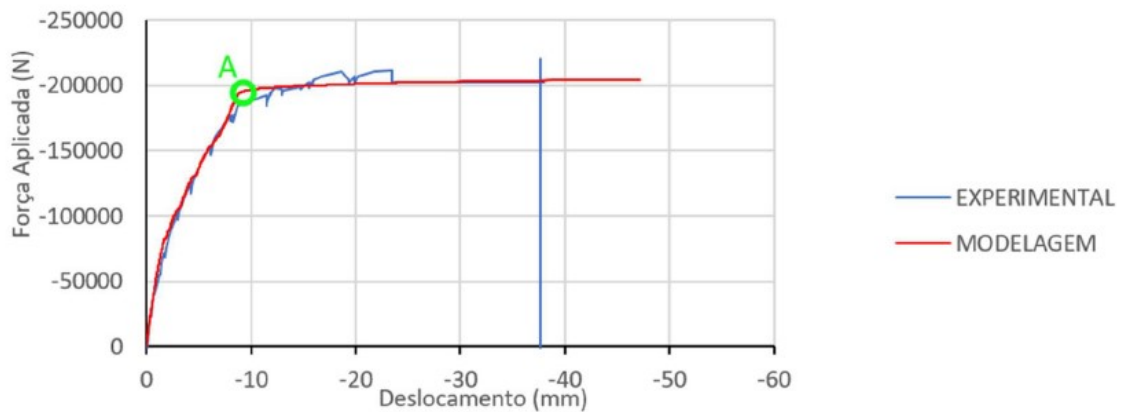
A montagem dos elementos foi feita de acordo com o modelo experimental, considerando os contatos existentes. Entre os chumbadores e o graute foi considerado um fator de fricção de 0,45, conforme recomendação citada por Raous e Ali Karray (2009), o fundo da viga foi considerado um contato simples (simplesmente apoiado) no Neoprene, o capeamento foi considerado perfeitamente unido com a viga pré-fabricada e por fim as armaduras apresentaram a interação de perfeitamente embutidas no concreto.

Como condições de contorno, foi imposto engaste total nas faces superior e inferior do pilar para manter a estabilidade na aplicação da carga de ensaio, conforme feito com o carregamento no topo do pilar do ensaio experimental. Aplicou-se um carregamento na chapa de

aço sobre a viga com o valor de 261,5 kN e imposição de transferência para a chapa.

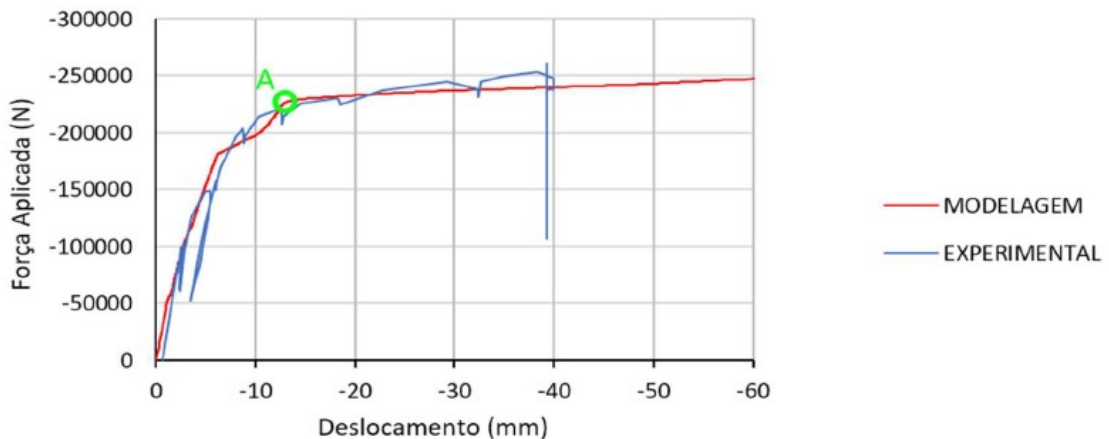
A validação do modelo computacional consistiu em comparar a curva força-deslocamento na extremidade da viga. Nas Figuras 15 e 16 estão expostas as curvas para o modelo experimental e computacional.

Figura 15 – Curva carga-deslocamento para o primeiro ensaio feito por Barlati (2020).



Fonte: (Barlati, 2020)

Figura 16 – Curva carga-deslocamento para o segundo ensaio feito por Barlati (2020).



Fonte: (Barlati, 2020)

Com o modelo computacional validado, segue-se para a parametrização. Neste trabalho, Barlati teve como variável a análise do aumento da seção transversal e da quantidade de armaduras de continuidade passando pelo pilar. Ele utilizou armaduras com diâmetro de 32 mm e quantidade de bitolas variando entre 2, 3, 5, 7, 9 e 12, buscando os valores de rigidez secante e comparando com a rigidez secante obtida através de forma analítica pelo cálculo utilizando a NBR 9062. Porém, por problemas de processamento do software, não foi possível chegar à um resultado final para os casos com 7, 9 e 12 armaduras, devido a erros na convergência

que travaram a análise em etapas intermediárias. Na Tabela 5 está exposto os resultados da comparação da rigidez secante obtidos por Barlati.

Tabela 5 – Rigidez dos modelos com variação de taxa de armadura e comparação entre os resultados experimentais e numéricos

Título do Modelo	Arranjo Arm. Neg.	Taxa de Arm.	k NBR9062	β NBR9062	Rigidez Sec. (kN.m/rad)	$\frac{R_{sec.MEF}}{R_{sec.NBR}}$ (%)
Ens. Base 1	2 ϕ 25	0,22%	0,75	25	140778,82	121,28%
Ens. 1 - Param. 1	2 ϕ 32	0,36%	0,75	25	188163,49	84,95%
Ens. 1 - Param. 2	3 ϕ 32	0,54%	0,75	25	225346,23	74,08%
Ens. 1 - Param. 3	5 ϕ 32	0,91%	0,75	25	470408,72	35,77%
Ens. 1 - Param. 4	7 ϕ 32	1,27%	0,75	25	846735,00	19,06%
Ens. 1 - Param. 5	9 ϕ 32	1,64%	0,75	25	1128980,94	14,04%
Ens. 2 - Param. 1	2 ϕ 32	0,36%	0,75	20	301669,73	110,91%
Ens. 2 - Param. 6	12 ϕ 32	2,18%	0,75	20	1811080,41	93,45%

Fonte: (Barlati, 2020)

Por fim, como conclusões, tem-se que a validação do ensaio experimental por modelo computacional foi atingida, visto que as curvas apresentaram comportamento bem semelhante. A análise da rigidez nos modelos parametrizados apresentou boa concordância para a segunda ligação, porém para a primeira ligação apresentaram um desvio maior, com média de 21,9

2.4.1.4 Xiao et al. (2024)

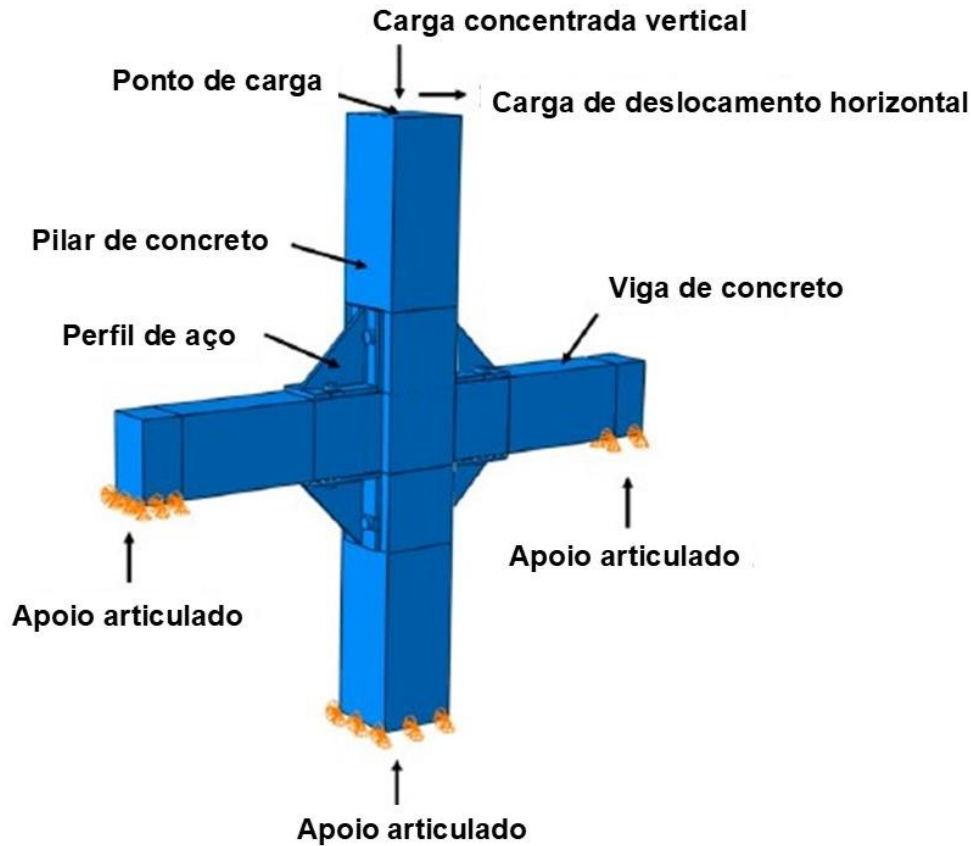
O estudo de Xiao et al. (2024) teve como principal objetivo a análise através de métodos numéricos das vantagens da aplicação de peças metálicas na ligação em estruturas pré-fabricadas de concreto. A ligação é feita a partir de chapas metálicas soldadas em formato de L e enrijecidas. Estas chapas são presas nas vigas e no pilar por meio de chumbadores.

A pesquisa utilizou o software de elementos finitos Abaqus, sendo modelado uma estrutura convencional moldada in loco de concreto armado, utilizada para comparar os resultados, e uma estrutura pré-fabricada com a ligação semirrígida proposta. Utilizou-se o modelo CDP para o concreto e para o aço um modelo bilinear de reforço com acompanhamento.

Como condições de contorno, considerou-se como ligação articulada a extremidade inferior do pilar e base da extremidade das duas vigas. A força foi aplicada no topo do pilar sendo uma força concentrada vertical, que irá gerar momento negativo na ligação viga-pilar, e num deslocamento horizontal para simular o efeito de terremotos. A Figura 17 demonstra a estrutura com as condições de contorno e aplicação de carga.

Comparou-se os resultados entre os dois modelos analisado com foco em analisar

Figura 17 – Aplicação de carga e condições de contorno da modelagem computacional desenvolvida por Xiao et al. (2024)



Fonte: (Xiao et al.,2024)

a curva de histerese, curva esquelética, análise da ductilidade das ligações e comparação da capacidade de dissipação de energia das ligações. Os resultados iniciais demonstraram maior eficiência em todos esses quesitos para a ligação pré-fabricada, tendo em destaque um grande aumento na capacidade de carga última. Por fim, o autor concluiu que o projeto da ligação se mostrou adequado.

O estudo parametrizado da ligação proposto teve como objetivo analisar os seguintes fatores: Razão de pressão axial (variando entre 0,2 até 0,5), resistência do concreto (utilizando C30, C40, C50 e C60), resistência do aço (aplicando os aços HPB300, HRB335, HRB400 e HRB500) e resistência dos perfis de aço e chumbadores (escolhidos os aços Q235, Q295, Q345 e Q460).

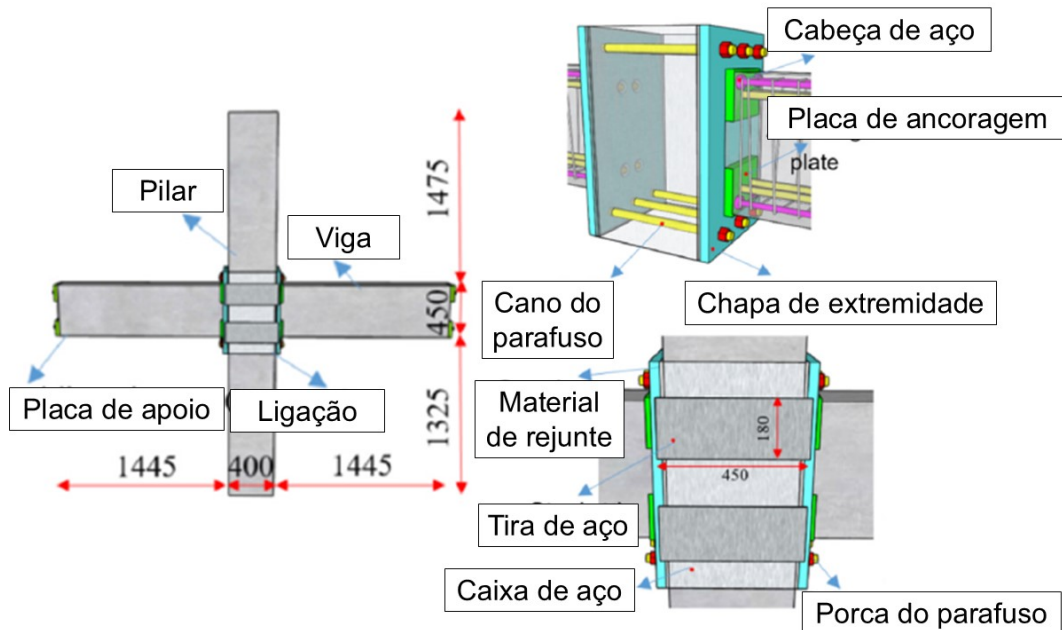
Os resultados finais demonstraram que o aumento na razão de pressão axial e na resistência do concreto apresentaram impacto positivo na capacidade última de carga e na capacidade de dissipação de energia da ligação, mas levou a uma redução na ductilidade. Por outro lado, à medida que a resistência do aço de reforço na ligação aumentou, a capacidade

última de carga e a ductilidade também melhoraram, enquanto a capacidade de dissipação de energia inicialmente aumentou e depois diminuiu. Por fim, o uso de conectores de alta resistência para seções de aço não produziu uma melhoria substancial no desempenho sísmico, uma vez que a resistência destes é bem maior que a do concreto.

2.4.1.5 Zhang et al. (2024)

A ligação pré-fabricada estudada por Zhang (2024) foi ensaiada experimentalmente por Li et al. (2017). A conexão é feita a partir de uma chapa de aço, presa por chumbadores, na extremidade da viga. A viga é presa no pilar também por chumbadores que passam por dentro deste até prender também a chapa de outra viga presente do outro lado do pilar. A Figura 18 demonstra o esquema da ligação analisada.

Figura 18 – Esquema da ligação estudada por Li et al. (2017)



Fonte: (Zhang et al.,2024)

Para a modelagem computacional, o autor utilizou o software de elementos finitos Abaqus, seguindo as mesmas propriedades físicas e geométricas da análise experimental. Foi adotado o modelo constitutivo de encruamento isotrópico com o critério de escoamento de von Mises para o aço e o modelo CDP para o concreto.

A malha de elementos finitos foi composta por elementos C3D8R para as peças estruturais de concreto e para os elementos metálicos. Já para as barras de armaduras longitudinal e transversal e para os chumbadores longos foram utilizados elementos T3D2.

Como condições de contorno, a base do pilar foi travada os deslocamentos em todos os eixos, porém foi permitido rotações, e as duas extremidades das vigas tiveram deslocamentos no eixo y impedidos. No topo do pilar foi aplicado um carregamento vertical para simular a existência de cargas devido a pavimentos superiores, garantindo mais estabilidade para o modelo. Além disso, para simular um carregamento sísmico foi aplicado uma carga horizontal no topo do pilar, variando entre carga e deslocamento (a partir do escoamento).

A validação do modelo numérico se deu a partir da comparação entre os resultados experimental com os computacionais incluindo modos de falha, curvas de força lateral-deslocamento, tensões e deformações das chapas e barras de aço, separação das chapas de extremidade, entre outros.

O estudo paramétrico se deu pela análise dos parâmetros de espessura da chapa de extremidade, espessura da tira de aço, diâmetro do chumbador, largura da tira de aço, pré-carga do parafuso longo, pré-carga do parafuso, resistência do concreto da viga.

Diferentes efeitos foram observados em cada parâmetro analisado. Primeiramente, o aumento da espessura da chapa de extremidade garantiu maior capacidade de carga e maior rigidez inicial. Já o aumento do diâmetro do parafuso e a pré-carga do parafuso tiveram pouca contribuição para o efeito sísmico. O aumento da largura da caixa de aço ajudou no efeito do cisalhamento na área do núcleo da junta. E por fim, o aumento da resistência do concreto teve pouco efeito na capacidade de carga, afetando somente na redução da ductilidade. De forma simplificada, a pré-carga do parafuso, a largura da tira de aço e a espessura da chapa de extremidade foram os principais parâmetros que afetaram positivamente o comportamento da ligação.

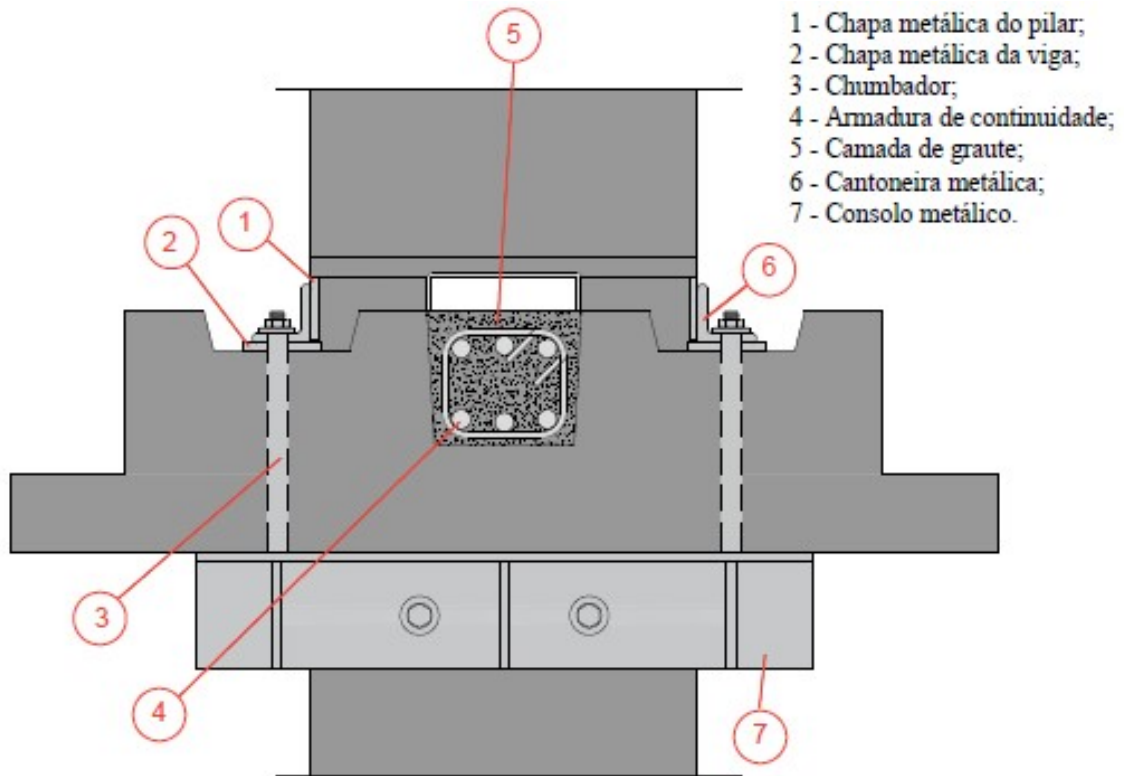
3 MODELAGEM NUMÉRICA

O modelo numérico foi inicialmente desenvolvido para representar a ligação viga-pilar semirrígida estudada experimentalmente por Silva (2025). A seguir, estão descritas as características da ligação proposta, e, logo após, são apresentadas as considerações adotadas no modelo numérico.

3.1 Modelo experimental de Silva (2025)

A ligação viga-pilar ensaiada por Silva (2025) apresenta alguns componentes que garantem o comportamento semirrígido da ligação viga-pilar. A Figura 19 apresenta estes componentes da ligação.

Figura 19 – Componente da ligação viga-pilar do sistema estrutural analisado por Silva (2025)



Fonte: (Silva, 2025)

Podemos observar os seguintes componentes da ligação: duas camadas com 3 barras de armaduras de continuidade passando por dentro do pilar com diâmetro de 25 mm cada barra; graute que envolve as armaduras de continuidade e o vazio presente na seção transversal da viga e no meio do pilar; duas cantoneiras metálicas de abas desiguais, soldadas em chapas de aço

presentes na lateral do pilar e no topo da viga; e uma cantoneira metálica de abas desiguais presa no pilar, funcionando como apoio (console); dois chumbadores para auxiliar no posicionamento da viga e fixação das cantoneiras soldadas.

De acordo com a NBR 9062:2017, em estruturas pré-moldadas a análise deve ser efetuada considerando todas as fases que os elementos estruturais possam passar, que sejam suscetíveis a cargas desfavoráveis, quanto aos estados-limites último, e de serviço previstos na ABNT NBR 6118. Sendo assim, torna-se importante verificar todas as fases de carregamento que a estrutura está exposta ao longo das fases de fabricação, manuseio, armazenamento, transporte, montagem, transitórias de construção e da obra finalizada.

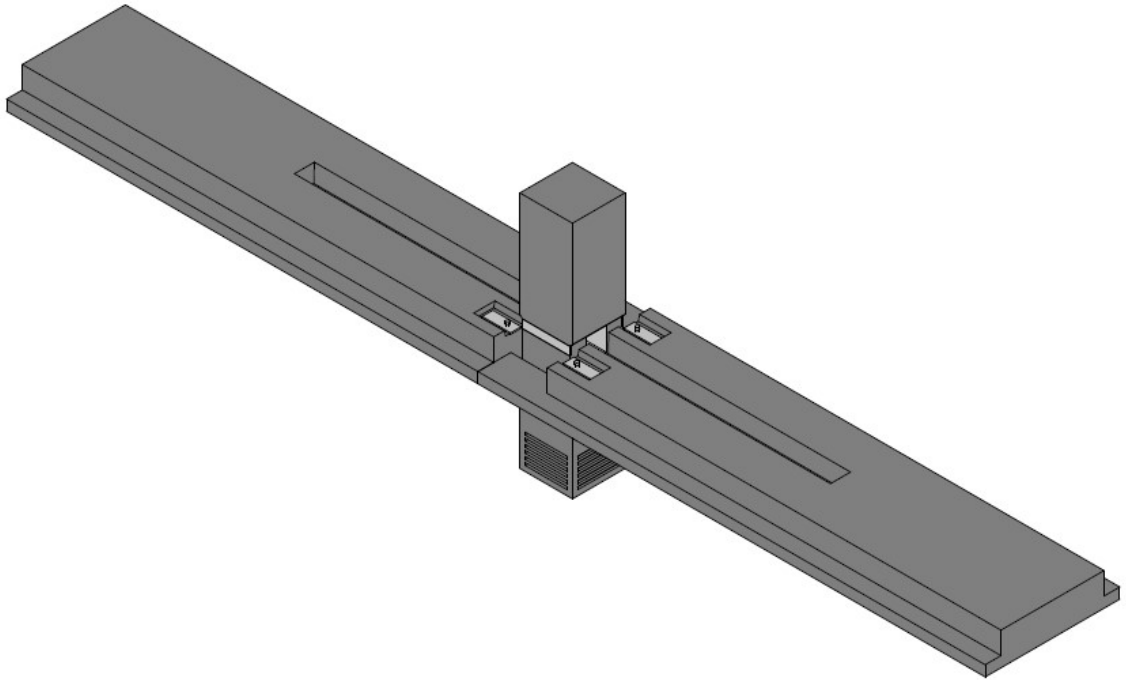
A fase de montagem pode ter diversas etapas, sendo assim é essencial analisar a influência de cada parcela de força adicionada de forma separado durante o processo de montagem da estrutura pré-moldada, considerando a evolução da rigidez da ligação viga-pilar. Nesse contexto, o sistema estudado por Silva (2025) apresenta 4 fases de carregamento durante o processo de montagem.

A primeira fase ocorre quando se posiciona a viga nos chumbadores presentes no consolo metálico fixado no pilar. O único carregamento que atua na viga é o seu peso próprio. Nesta fase não existe qualquer mecanismo que garanta um comportamento semirrígido para a ligação viga-pilar, dessa forma a ligação pode ser considerada articulada, a viga está simplesmente apoiada. A Figura 20 apresenta ligação viga-pilar na primeira fase de carregamento de montagem da estrutura.

A montagem segue para a segunda fase, onde após o posicionamento das vigas ocorre o processo de soldagem das cantoneiras metálicas na lateral do pilar e na face superior da viga e, em seguida, as lajes alveolares são posicionadas nas abas de apoio das vigas. Nessa fase ocorre o acréscimo de carregamento do peso próprio das lajes alveolares. As cantoneiras soldadas passam a garantir um comportamento semirrígido para a ligação, melhorando a distribuição dos esforços desta fase. A Figura 21 apresenta a ligação viga-pilar na segunda fase de carregamento de montagem da estrutura.

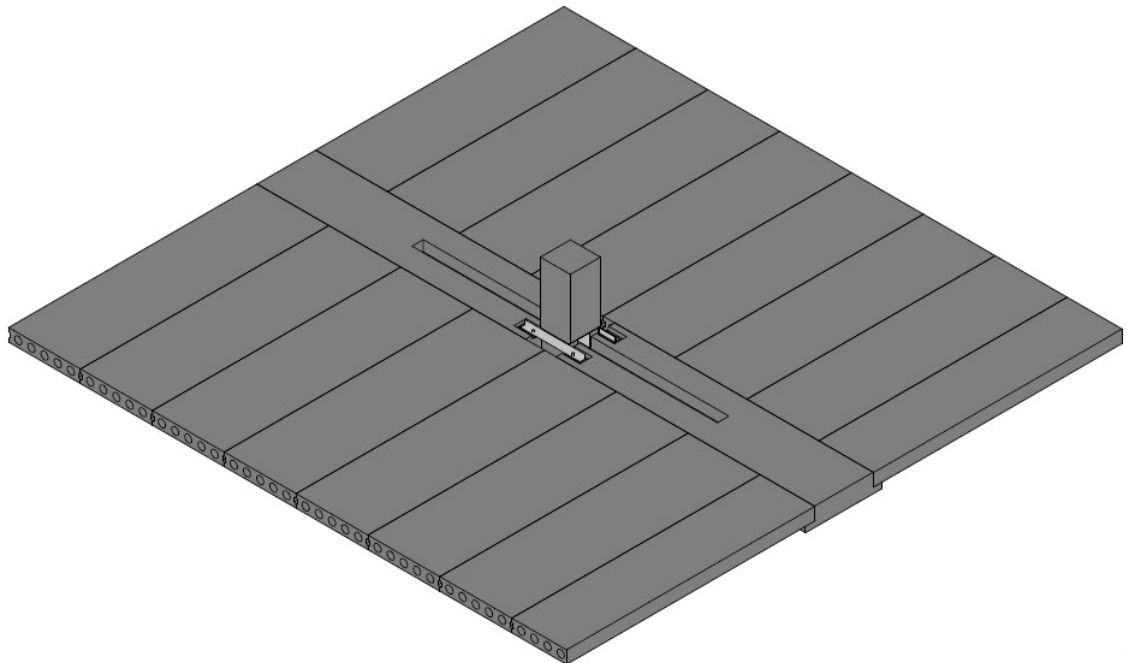
Na terceira fase ocorre o posicionamento das armaduras de continuidade no vazio presente nas vigas e no pilar e o grauteamento dessa região. As armaduras de continuidade são compostas em duas camadas de 3 barras, iniciam de uma das vigas e passam pelo dentro do furo no pilar até a outra viga. O comprimento de armadura em cada viga é igual. O graute preenche todo o vazio presente na seção da viga, a região entre as faces da viga e do pilar e parcialmente

Figura 20 – Primeira fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).



Fonte: (Silva, 2025)

Figura 21 – Segunda fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).

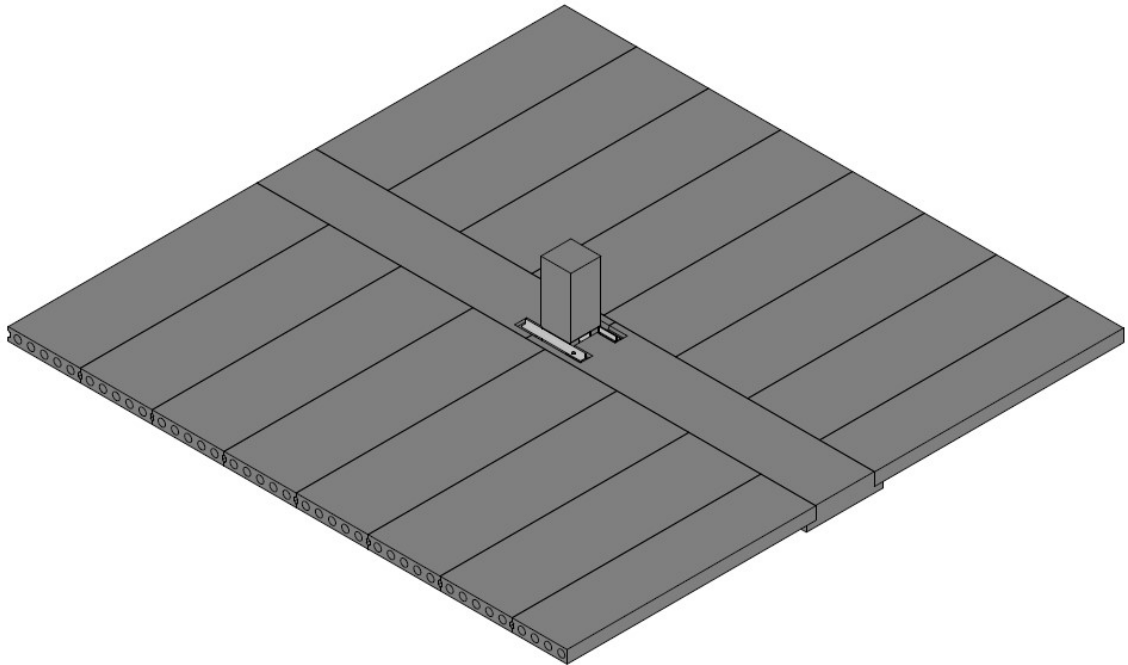


Fonte: (Silva,2025)

a região do furo do pilar. Nessa fase, ocorre a adição na atuação do carregamento do peso próprio do capeamento e a sobrecarga de montagem. A ligação segue com um comportamento semirrígido, porém a adição de duas camadas de armadura e do graute garante ainda mais rigidez para a ligação que na fase anterior, contribuindo ainda mais para uma melhor distribuição dos

esforços. Na Figura 22 está apresentada a ligação viga-pilar na terceira fase de carregamento e montagem da estrutura.

Figura 22 – Terceira fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).

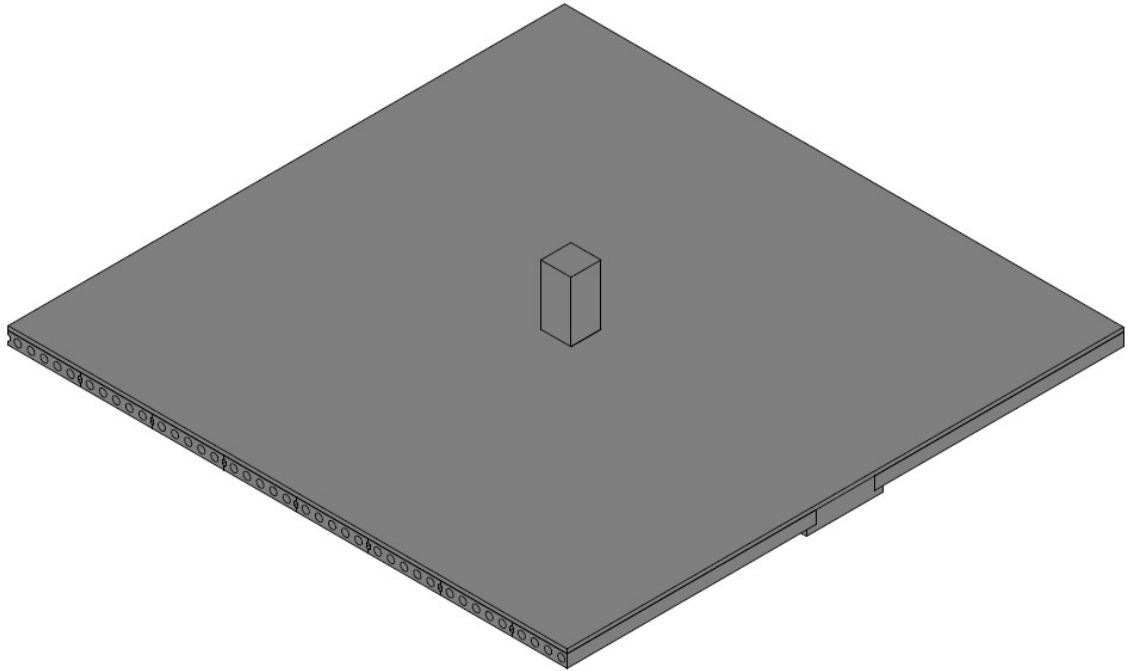


Fonte: (Silva, 2025)

Por fim, na quarta fase de carregamento durante a montagem ocorre o posicionamento de uma nova camada de armaduras acima da viga e através da parte não preenchida do vazio do pilar. Essa última camada é composta por 9 barras, sendo 3 em cada uma das laterais do pilar e as outras 3 passando pelo interior do pilar. Essa região é parte do capeamento, deve ser concretada e por fim temos a ligação em fase final, com todos seus componentes. Nessa última fase temos a adição dos carregamentos de sobrecarga de obra, pavimentação e revestimento, e outros adicionais especificados em projeto. A camada de armadura adicionada contribui ainda mais para maior rigidez na ligação viga-pilar. Na Figura 23 está apresentada a ligação viga-pilar na quarta fase de carregamento e montagem da estrutura.

O estudo proposto por Silva (2025) analisou a estrutura na terceira fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar. Como o foco principal da pesquisa era somente o estudo da ligação, foi aplicada uma carga pontual na extremidade da viga como forma de simular o momento real resistido na região da ligação.

Figura 23 – Quarta fase de carregamento durante a montagem da ligação viga-pilar estudada por Silva (2025).



Fonte: (Silva, 2025)

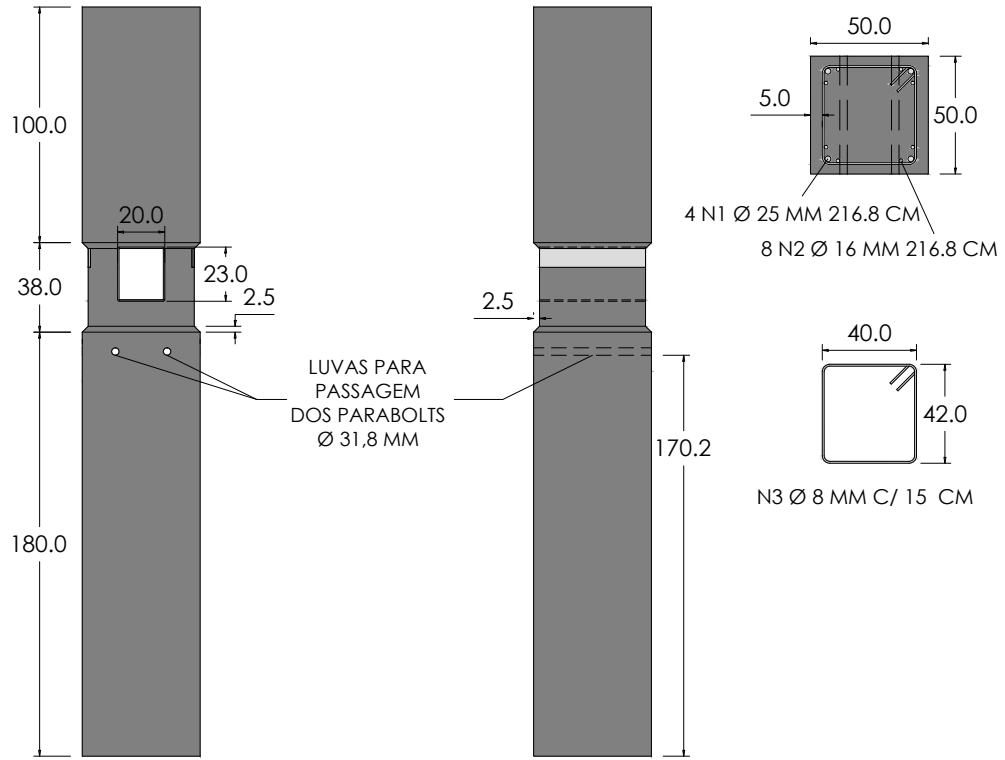
3.1.1 Propriedades geométricas dos componentes

O pilar possui seção transversal quadrada com lado igual a 50 cm. Na região da ligação, existem reentrâncias de 2,5 cm nos 4 lados, fazendo com que ele passe a ter uma seção transversal com lado igual a 45 cm nessa região. Esse detalhe tem a função de melhorar a acomodação das peças estruturais (viga e pilar). Existe também um vazio com formato retangular, com base de 20 cm e altura de 23 cm, na direção longitudinal, por onde devem passar as armaduras de continuidade. Esse furo é envolvido com uma fina camada de aço, com espessura de 0,6 cm, para melhor resistir à concentração de tensões nos cantos. A base do pilar foi presa em uma fundação para funcionar como um apoio engastado, garantindo que na sua extremidade não ocorram rotações ou deslocamentos. A Figura 24 apresenta o detalhamento completo do pilar utilizado, com as dimensões da peça e as armaduras.

A viga tem 2,30 metros de comprimento, a seção transversal é em T invertido e na parte superior do meio possui um vazio retangular, por ser a região onde passam as armaduras de continuidade, sendo preenchida posteriormente. Na Figura 25 temos a vista em planta da viga junto à seção transversal com as armaduras.

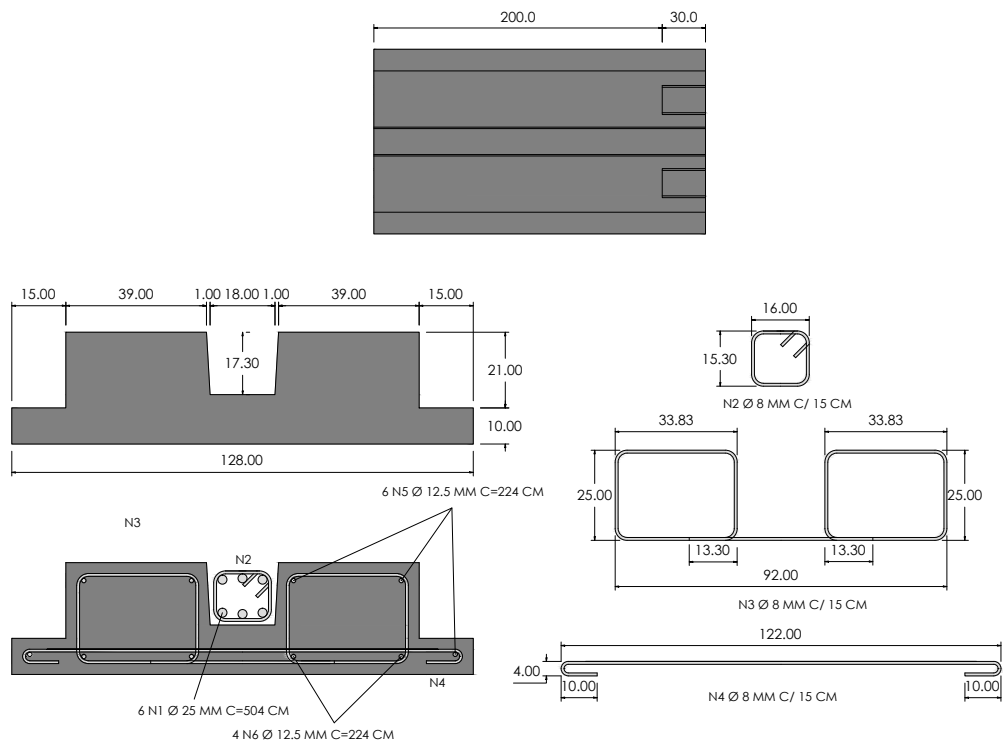
Existe também um detalhe na extremidade da face que se encontra com o pilar, apresentando duas reentrâncias com chapas de aço para soldar as cantoneiras. Na Figura 26

Figura 24 – Detalhamento completo do pilar.



Fonte: Adaptado de Silva (2025)

Figura 25 – Vista em planta e detalhamento da seção transversal da viga utilizada

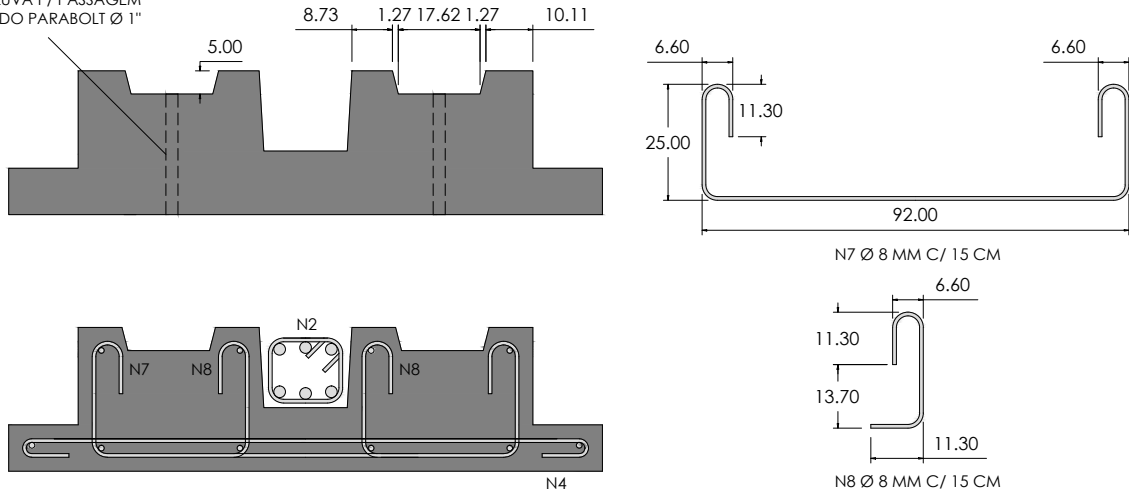


Fonte: Adaptado de Silva (2025)

é apresentado o detalhamento desta região com as dimensões da peça estrutural e a armadura utilizada.

Figura 26 – Detalhe da extremidade da viga

LUVA P/ PASSAGEM
DO PARABOLT Ø 1"



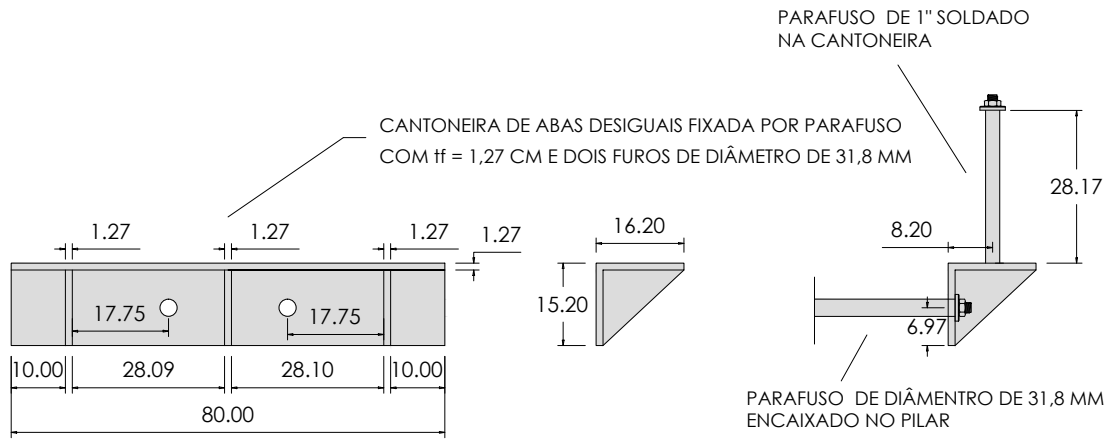
Fonte: Adaptado de Silva (2025)

Por fim, foram utilizadas três cantoneiras diferentes na ligação. A primeira é a que serve de console do pilar para apoiar a viga. Trata-se de uma cantoneira metálica de abas desiguais com enrijecedores na seção transversal, para garantir maior resistência. Além disso, ela possui dois chumbadores soldados para facilitar o encaixe da viga e fixar a cantoneira que será soldada na chapa presente na face superior da viga. A Figura 27 demonstra o detalhamento desta cantoneira e a Figura 28 apresenta o pilar com as cantoneiras de abas desiguais e os chumbadores posicionados. As outras duas cantoneiras utilizadas são cantoneiras de abas desiguais que serão soldadas em chapas metálicas existentes na lateral do pilar e na reentrância da face superior da viga. A Figura 29 demonstra o detalhamento das dimensões destas cantoneiras.

3.1.2 Propriedades físicas dos componentes

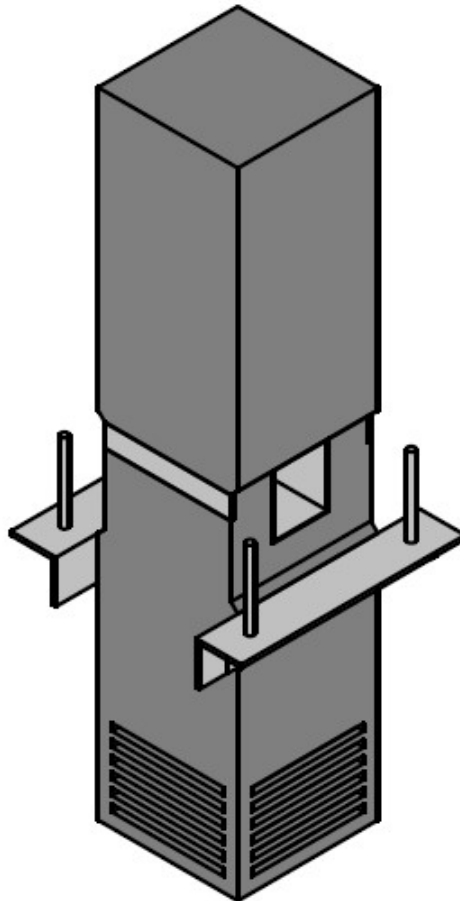
As propriedades físicas dos componentes foram definidas por Silva (2025). Para o concreto, foram realizados ensaios de compressão (28 dias) e de módulo de elasticidade. Já para as peças metálicas, foram utilizados valores padrões, conforme o tipo de aço utilizado. Nas Tabelas 6 e 7 temos, respectivamente, as principais propriedades físicas do concreto e do aço utilizados no ensaio experimental.

Figura 27 – Cantoneira metálica de abas desiguais que servirá de console do pilar



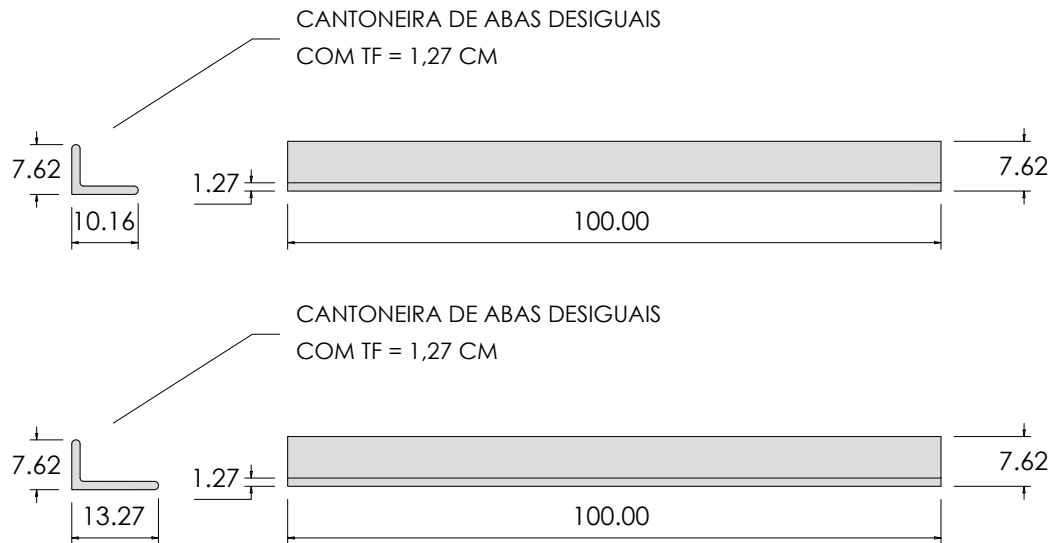
Fonte: Adaptado de Silva (2025)

Figura 28 – Pilar com as cantoneiras metálicas de abas desiguais e chumbadores posicionados.



Fonte: (Silva, 2025)

Figura 29 – Cantoneiras metálicas de abas desiguais que serão soldadas na viga e no pilar



Fonte: Adaptado de Silva (2025)

Tabela 6 – Propriedades físicas dos materiais de concreto e graute

Componente	Material	f_c (MPa)	E (GPa)
Pilar	Concreto	47,94	28,70
Vigas	Concreto	47,13	26,73
Preenchimento Viga/Pilar	Graute	47,47	27,19

Fonte: Adaptado de Silva (2025).

Tabela 7 – Propriedades físicas dos materiais metálicos

Componente	Material	f_{yk} (MPa)	E (GPa)
Armadura	Aço CA50	500	210
Cantoneira	Aço ASTM A36	250	200

Fonte: Adaptado de Silva (2025).

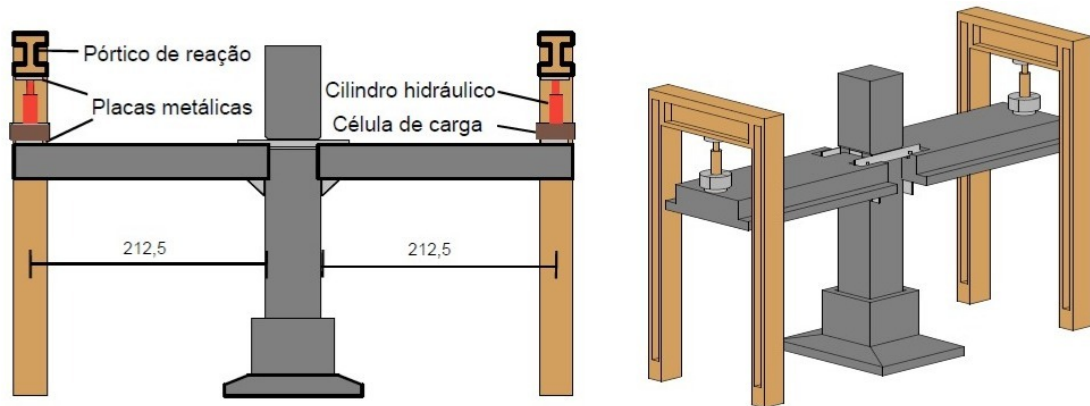
3.1.3 Ensaio experimental realizado

O ensaio experimental consistiu em aplicar, na extremidade de uma das vigas, uma carga vertical de 3,5 toneladas e manter, de forma a limitar a movimentação neste lado; já na extremidade da outra viga, é aplicada uma carga vertical que vai de 0 toneladas até cerca de 17 toneladas. Na Figura 30 está representada o modelo de execução do ensaio experimental.

Com a utilização de sensores foi possível extrair informações sobre as deformações nas armaduras de continuidade, nas cantoneiras soldadas e no graute, o deslocamento vertical no ponto de aplicação da carga de 17 toneladas e também a rotação na região da ligação. A partir da análise destes dados, Silva conseguiu determinar a rigidez inicial, secante para a carga referente

ao estado limite de serviço e secante para a carga referente ao estado limite último.

Figura 30 – Modelo de execução do ensaio experimental



Fonte: (Silva, 2025)

3.2 Simplificações geométricas adotadas

A utilização de geometrias complexas faz com que tenhamos problemas na geração da malha de elementos finitos. Como forma de utilizar elementos com menor custo computacional, foram feitas algumas alterações na geometria da estrutura, excluindo cantos arredondados e faces inclinadas, sem prejudicar o comportamento da ligação.

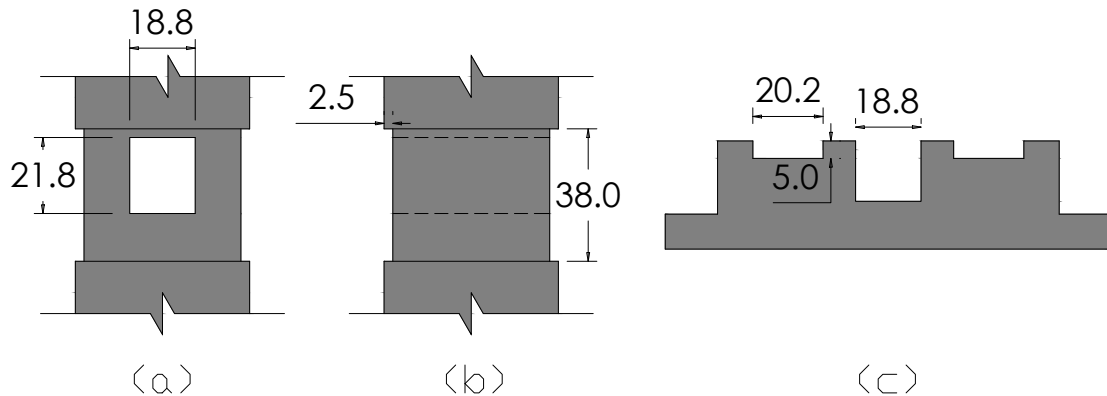
Para o pilar foram feitas as seguintes alterações: Retirada da peça metálica (steel tube) que fica na abertura por onde passa a armadura de continuidade; Substituição das faces inclinadas existentes na face de encontro com a viga por cantos retos; e também a retirada das chapas metálicas utilizadas para soldagem da viga, foi considerado concreto no local.

Em relação à viga, foram trocadas as faces inclinadas por faces retas, sendo estas a do vazio no meio da seção transversal e das duas reentrâncias para soldagem da cantoneira, localizadas na extremidade da viga que está em contato com o pilar. Também foi desconsiderada a chapa de aço presente para soldagem, sendo considerado concreto no local.

A Figuras 31 apresenta o detalhamento da seção transversal (a) com vista frontal e (b) vista lateral do pilar e (c) da viga no modelo computacional.

Não foram utilizados chumbadores metálicos na modelagem numérica, sendo feitas adaptações nas propriedades de contato entre a cantoneira de abas iguais com enrijecedores e o pilar e as cantoneiras soldadas na viga. Os chumbadores tinham como principal função auxiliar na montagem e posicionamento das peças estruturais, contribuindo pouco para a rigidez da ligação viga-pilar.

Figura 31 – Simplificações adotadas na geometria do pilar, (a) vista frontal e (b) vista lateral, e (c) da viga.



Fonte: Elaborado pelo autor

3.3 Propriedades físicas e modelos constitutivos adotados

As propriedades físicas dos materiais dos componentes do modelo computacional foram definidas conforme as propriedades físicas do ensaio experimental. Além disso, foram aplicados modelos constitutivos nesses materiais para melhor representação dos efeitos das tensões e deformações que estes sofrem ao longo da aplicação da carga. Na Tabela 8 temos a relação entre o componente, seu respectivo material e o modelo constitutivo aplicado.

Tabela 8 – Materiais e modelos constitutivos dos componentes do modelo numérico

Componente	Material	Modelo constitutivo
Viga	Concreto pré-fabricado	Concrete Damage Plasticity
Pilar	Concreto pré-fabricado	Elástico
Preenchimento Viga/Pilar	Graute	Concrete Damage Plasticity
Armaduras	Aço CA50	Elasto-plástico não linear com encruamento
Cantoneiras metálicas	Aço ASTM A36	Elasto-plástico não linear com encruamento

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vale salientar que, para o concreto e graute, adotou-se o valor de resistência à compressão característica, de acordo com a equação 3.1, determinada pela NBR 6118 (2023), apresentada a seguir:

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \quad (3.1)$$

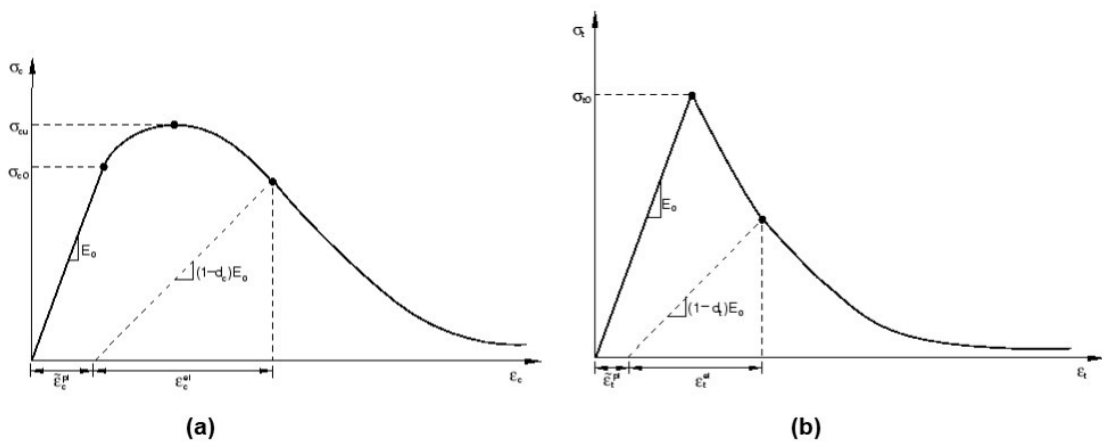
onde, f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão, em MPa, e f_{cm} é a resistência média do concreto à compressão, medida no ensaio de compressão, em MPa.

3.3.1 Concrete Damage Plasticity (CDP)

O CDP é um modelo constitutivo utilizado para o concreto, onde podemos representar o seu comportamento inelástico. Os mecanismos de falha são o esmagamento por compressão e a fissuração por tração, ainda possibilitando a inclusão do dano (DASSAULT SYSTÈMES; SIMULIA, 2016).

Este modelo assume que o comportamento do concreto para compressão é o apresentado na Figura 32 (a) e para a tração é o apresentado na Figura 32 (b).

Figura 32 – Comportamento do concreto no modelo CDP na compressão.



Fonte: (DASSAULT SYSTÈMES; SIMULIA, 2016)

O software Abaqus demanda que o diagrama tensão-deformação na compressão informado seja em função das deformações inelásticas. Para isto, subtraiu-se as parcelas elásticas das deformações (lei de Hooke), chegando aos valores finais para serem inseridos nos dados de entrada do software. Já para a tração, a deformação inicial inserida é a de abertura de fissura e as demais variam desta em função da energia de fratura.

Utilizando um elemento sob tensão uniaxial, terá comportamento linear até o limite da elasticidade, onde a inclinação da reta é dada pelo módulo E_0 , válido até a tensão limite σ_0 . A partir deste limite, o dano começa a interferir no comportamento deste elemento, seja na tração ou na compressão (DASSAULT SYSTÈMES; SIMULIA, 2016). Esse efeito pode ser representado pelas Equações 3.2 e 3.3:

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\epsilon_t - \epsilon_t^{pl}) \quad (3.2)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\epsilon_c - \epsilon_c^{pl}) \quad (3.3)$$

O dano varia de 0 a 1, conforme pode ser observado nestas equações.

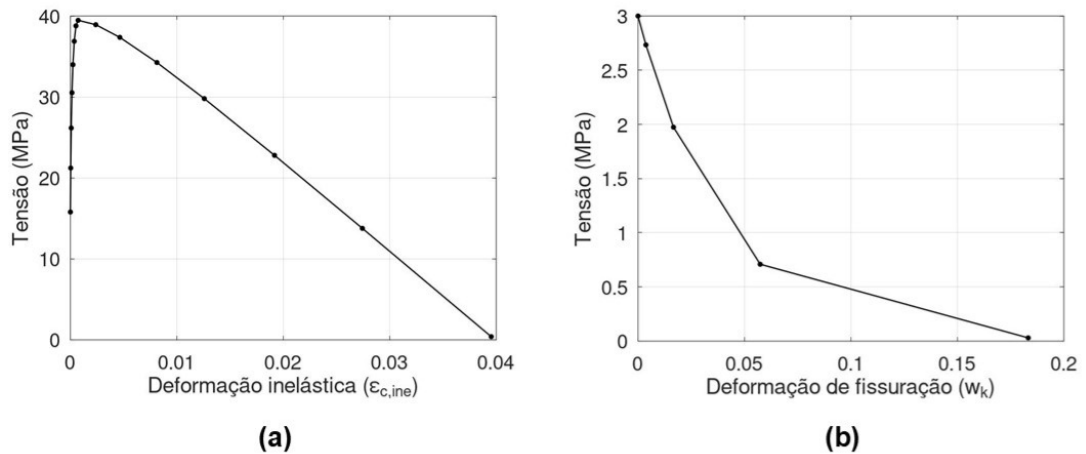
Ademais, as deformações plásticas, necessárias para a construção da curva, podem ser obtidas a partir da Equação 3.4, apresentada a seguir:

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon' - \frac{\sigma'}{E} \quad (3.4)$$

onde ε' é referente às deformações verdadeiras e σ' às tensões verdadeiras.

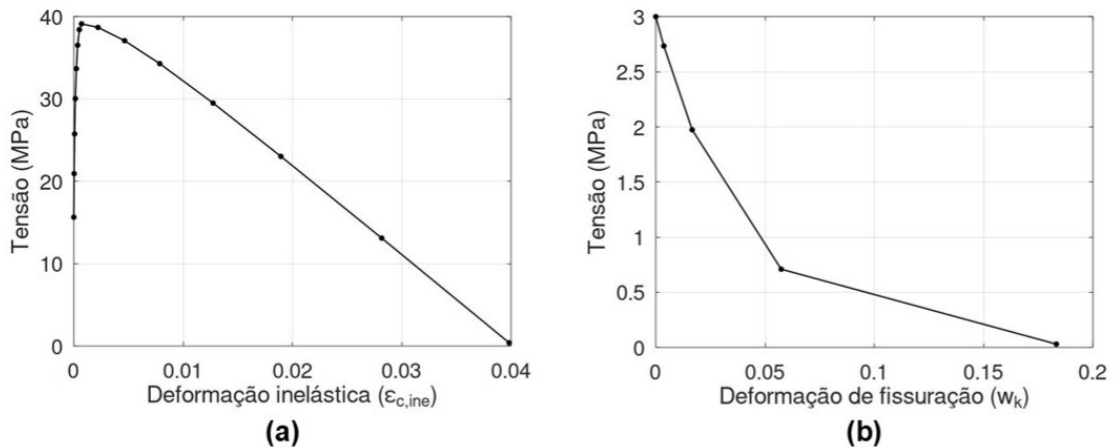
Os gráficos apresentados na Figura 33 referem-se ao comportamento na compressão (a) e tração (b) utilizados para o graute, e os gráficos apresentados na Figura 34 referem-se ao comportamento na compressão (a) e tração (b) utilizados para o concreto da viga.

Figura 33 – Comportamento do Graute no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 34 – Comportamento do concreto da viga no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).

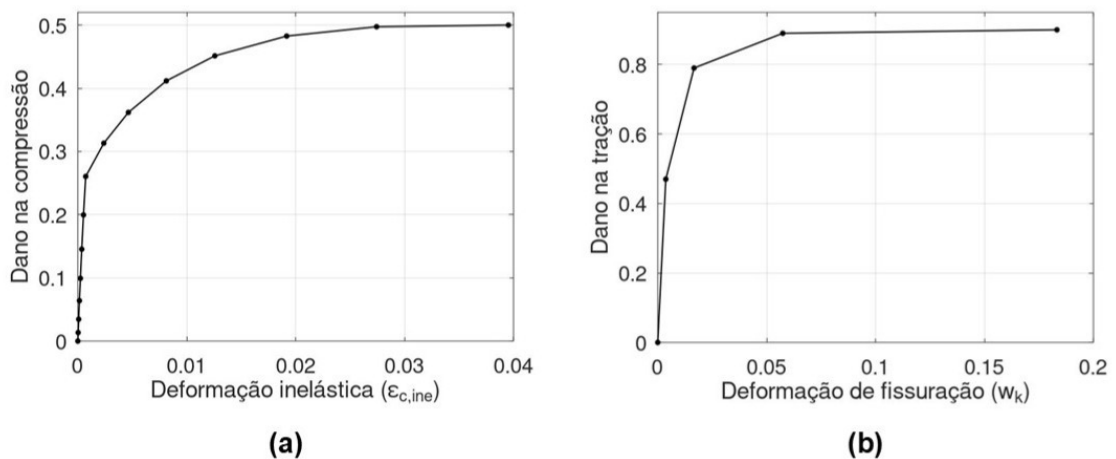


Fonte: Elaborado pelo autor

O modelo constitutivo CDP também considera o dano. Este efeito representa a degradação da rigidez do concreto devido a fissuração na tração ou esmagamento na compressão. O efeito do dano reduz o módulo de elasticidade efetivo do material (DASSAULT SYSTÈMES; SIMULIA, 2016). O software abaqus recebe como dados de entrada para a compressão o valor do dano em função da deformação inelástica, e para a tração o valor do dano e da sua respectiva deformação de fissuração.

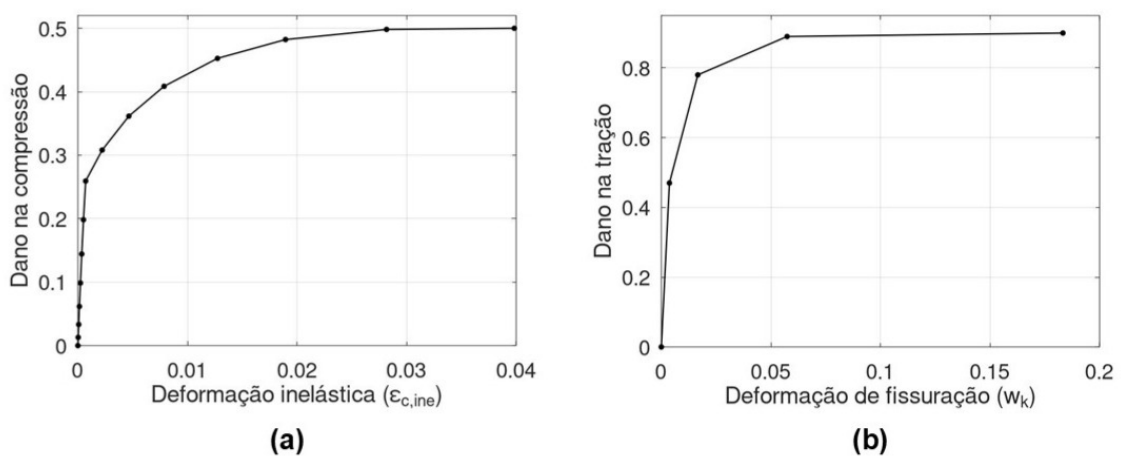
Os gráficos apresentados na Figura 35 apresenta a variação de dano na compressão (a) e na tração (b) para o graute, e os gráficos apresentados na Figura 36 apresenta a variação de dano na compressão (a) e na tração (b) para o concreto da viga.

Figura 35 – Dano do Graute no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 36 – Dano do concreto da viga no modelo CDP na compressão (a) e na tração (b).



Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.2 Modelo constitutivo elasto-plástico não linear com encruamento para o aço

No modelo elasto-plástico não linear com encruamento, o aço apresenta um comportamento da curva tensão-deformação linear, obedecendo a lei de Hooke, até a tensão de escoamento. Após esse ponto, ocorrem as deformações plásticas e o material segue resistindo a tensão, efeito conhecido por encruamento, ou endurecimento por deformação. A tensão segue aumentando com a deformação, porém sem mais apresentar a forma linear, como no início da curva.

No software Abaqus, os dados de entrada exigidos são os dados da curva da evolução da tensão de escoamento em função da deformação plástica do material. Para isso podemos utilizar a lei exponencial simples, representada na Equação 3.5 (DASSAULT SYSTEMES; SIMULIA, 2016):

$$\sigma_y = \sigma_0 + Q \left(1 - e^{-b \bar{\epsilon}^{pl}} \right) \quad (3.5)$$

onde σ_0 é a tensão de escoamento com deformação plástica nula, Q representa a variação máxima no tamanho da superfície de escoamento, b é a taxa com que o tamanho da superfície de escoamento se altera à medida que ocorre a deformação plástica e $\bar{\epsilon}^{pl}$ é a deformação plástica equivalente.

O gráfico obtido deste modelo apresenta um crescimento de deformação rápido no início e depois ele vai tendendo ao limite. A Figura 37 apresenta o gráfico tensão por deformação plástica utilizado como dado de entrada no abaqus para o aço A36 e para aço CA50.

3.4 Arranjo dos componentes do modelo numérico

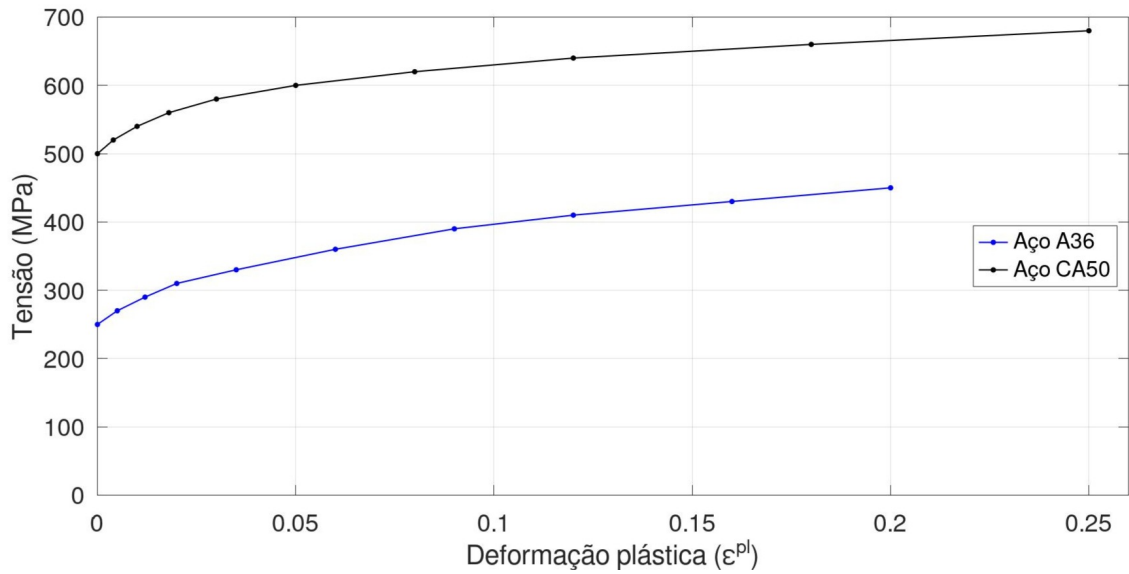
Foram desenhadas 6 peças 3D, referente ao pilar, viga, preenchimento com graute, cantoneira de apoio com enrijecedores e as duas cantoneiras soldadas. Todas estão apresentadas na Figura 38, conforme descrito na legenda.

As armaduras foram desenhadas por geometrias definidas por linhas (*wire*), e posicionadas conforme o detalhamento. A figura 39 apresenta os conjuntos de armadura dos elementos de concreto e graute.

O arranjo do modelo seguiu o esquema de posicionamento dos componentes conforme a montagem da estrutura, seguindo as seguintes etapas:

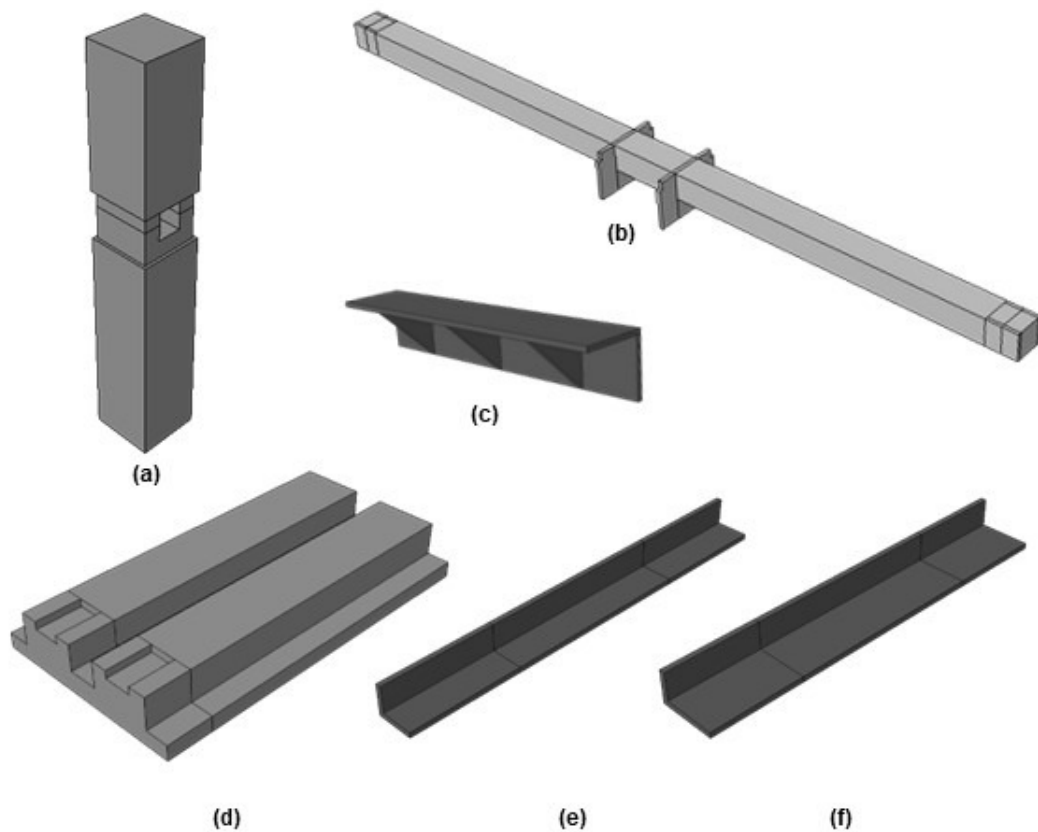
- a) As armaduras são posicionadas conforme detalhamento e colocadas dentro dos componentes de concreto (pilar, viga e preenchimento com graute), respeitando

Figura 37 – Curva tensão por deformação plástica para os aços A36 e CA50.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 38 – Elementos 3D desenhados no abaqus: (a) Pilar; (b) Preenchimento com graute; (c) Cantoneira de apoio; (d) Viga; (e) e (f) Cantoneiras soldadas.

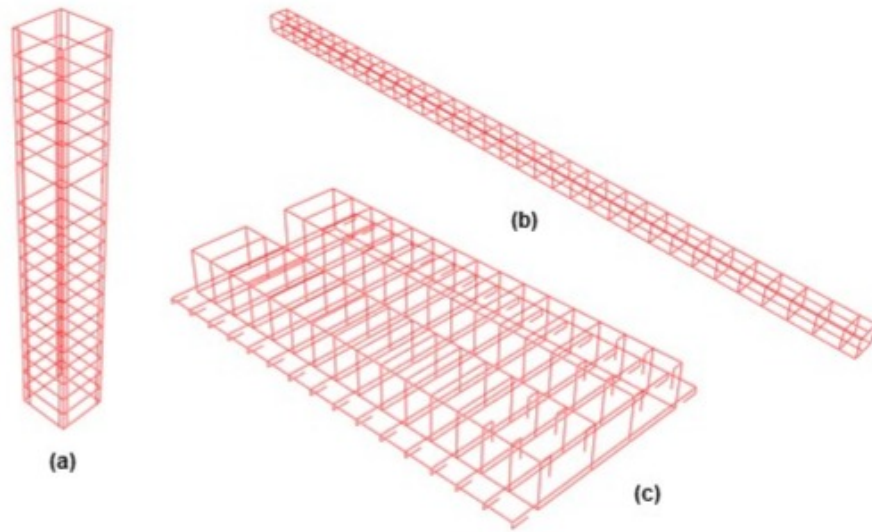


Fonte: Elaborado pelo autor

os cobrimentos do detalhamento.

- b) As cantoneiras de apoio são posicionadas com a face em contato com o pilar, sendo que a base de apoio da viga fica na mesma linha da redução na seção

Figura 39 – Arranjo das armaduras: (a) Pilar; (b) Preenchimento com graute; (c) Viga.



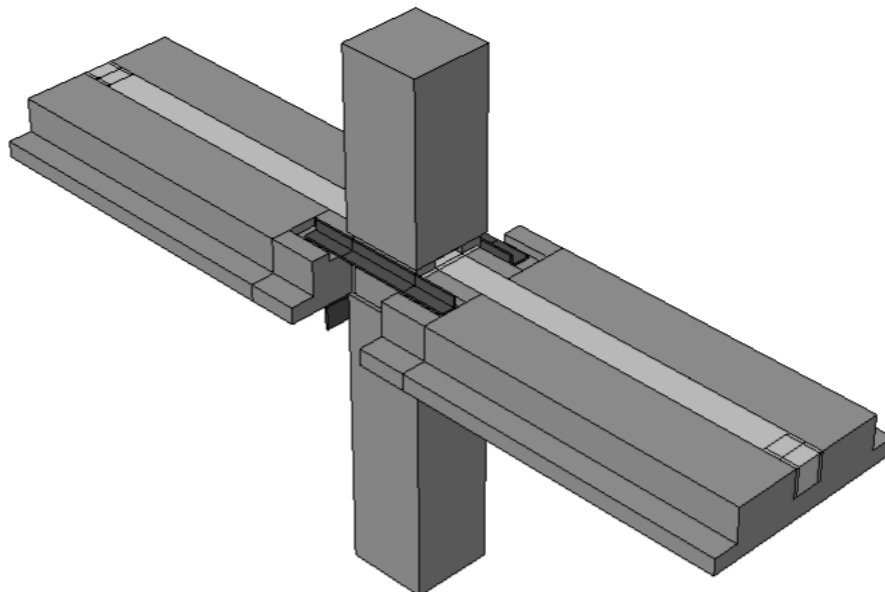
Fonte: Elaborado pelo autor

transversal do pilar.

- c) As vigas são posicionadas em contato com a cantoneira de apoio.
- d) As cantoneiras soldadas são posicionadas em contato com a reentrância das vigas e a face lateral do pilar.
- e) O graute preenche o vazio da viga, a área entre a viga e o pilar e o vazio do pilar.

A Figura 40 apresenta o arranjo dos componentes do modelo numérico, seguindo todo o padrão da estrutura do ensaio experimental.

Figura 40 – Arranjo dos componentes no modelo numérico.



Fonte: Elaborado pelo autor

3.5 Interações entre os componentes

Análises que apresentam mais de um componente, com regiões de contato entre estes, tem a necessidade de haver a definição das propriedades de contato, chamadas de interações. Para esta análise foram utilizadas basicamente 3 propriedades de contato:

- a) *Embedded*: Em português significa embutir, faz com que um componente seja embutido em outro componente hospedeiro. Dessa forma, o embutido segue os deslocamentos e rotações do hospedeiro, sem que haja deslizamento entre eles. Esta interação é utilizada para simular o comportamento das armaduras dentro do concreto.
- b) *Tie*: Em português significa atar, essa interação realiza a união entre duas superfícies de componentes diferentes, fazendo com que as superfícies se movam juntas, como se estivessem coladas ou fossem um único corpo. Esta interação é utilizada para simular a solda dos elementos metálicos.
- c) *Interaction*: Em português significa interação. Essa interação faz com que possamos definir propriedades de contato entre as superfícies, como por exemplo, atribuir um coeficiente de atrito. Esta interação é utilizada para simular o simples contato entre os componentes.

A tabela 9 relaciona as zonas de contato com a propriedade adotada.

Tabela 9 – Propriedades de contato entre os componentes

Componente 1	Componente 2	Propriedade de Contato
Pilar	Cantoneira de apoio	<i>Tie</i>
Pilar	Cantoneira soldada	<i>Interaction – Frictionless</i>
Pilar	Graute	<i>Interaction – Frictionless</i>
Viga	Cantoneira soldada	<i>Tie</i>
Viga	Cantoneira de apoio	<i>Interaction – Frictionless</i>
Viga	Graute	<i>Tie</i>
Pilar, Viga e Graute	Armaduras	<i>Embedded</i>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Importante citar que para os contatos entre pilar com graute e viga com cantoneira de abas diferentes, foi considerada a ausência de atrito (*frictionless*), pois o mesmo não foi medido experimentalmente e poderia prejudicar os resultados computacionais.

3.6 Condições de contorno e carregamento

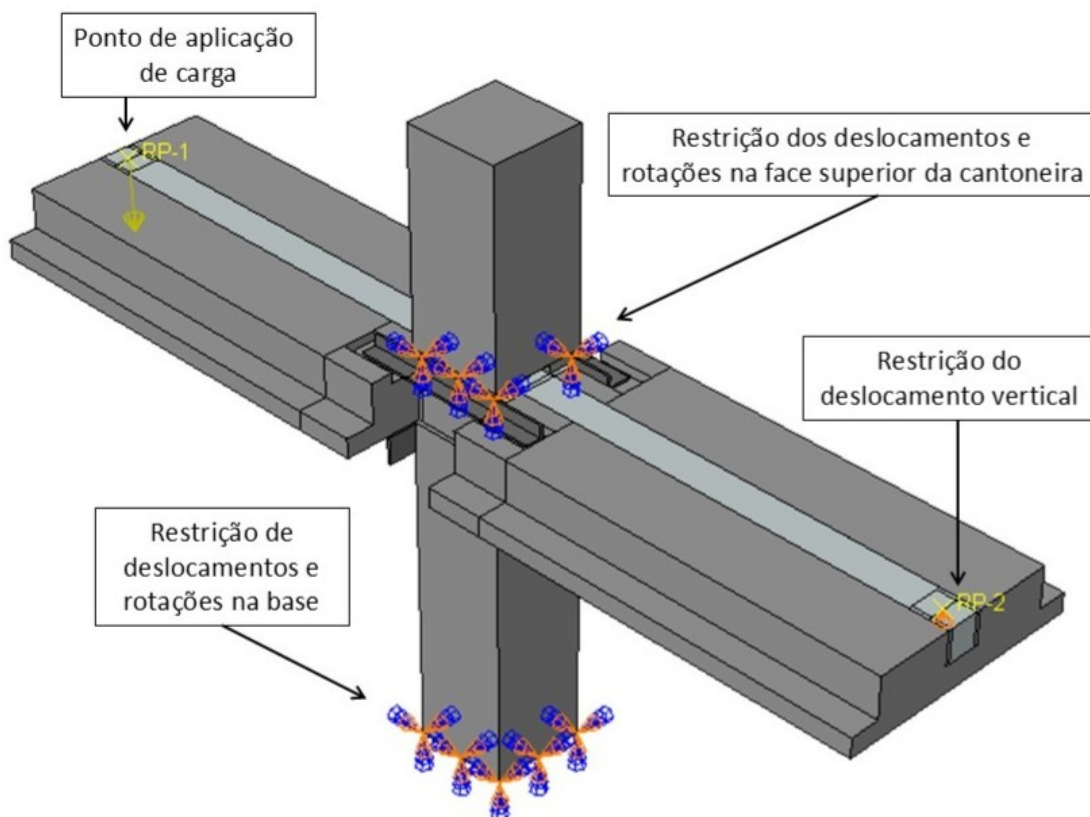
O carregamento é aplicado em uma pequena área de contato na extremidade livre da viga do lado esquerdo, conforme foi aplicado no ensaio experimental. Na outra extremidade foi aplicado uma restrição ao deslocamento vertical no ponto de aplicação de carga, para que, assim como no ensaio, a viga do lado direito não apresente deslocamentos.

No ensaio experimental, durante a montagem da estrutura, a cantoneira foi soldada no pilar somente na face superior da aba. Para representar esse formato no modelo numérico, foram consideradas restrições de deslocamentos e rotações nessa face superior da cantoneira, somente na região que tem contato com o pilar. Dessa forma, a distribuição das tensões e deformações na cantoneira é melhor representada na análise do que se considerássemos a restrição *tie* em toda a face de trás da cantoneira e no pilar.

Por fim, todos os deslocamentos e a rotação na base do pilar foram restringidos, conforme feito no ensaio experimental com a utilização da sapata pré-fabricada.

A Figura 41 demonstra a aplicação de carregamento e condições de contorno do modelo computacional.

Figura 41 – Carregamento e condições de contorno adotados no modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor

3.7 Malha de elementos finitos

Os tipos de elementos adotados na malha de elementos finitos variaram de acordo com o componente.

Para os componentes sólidos 3D foram adotados elementos C3D8R que são elementos cúbicos, tridimensionais, com 8 nós, tendo 3 graus de liberdade em cada nó, e utilizam integração reduzida, que diminui o custo computacional da análise e elimina travamentos. Estes elementos são recomendados para análise de estruturas tridimensionais, apresentando boa convergência nesses casos.

Importante citar que alguns componentes da ligação apresentam geometria mais complexa, sendo impossibilitados de gerar elementos C3D8R. Dessa forma, foram utilizadas partições nesses componentes para melhor adequar a malha de elementos finitos, realizando assim uma adaptação na geometria para manter a aplicação dos elementos C3D8R.

Para as armaduras de aço foram utilizados elementos T3D2, que são elementos de treliça, tridimensionais e com 2 nós, tendo 3 graus de liberdade em cada nó. Estes elementos são recomendados, por oferecerem bons resultados, para a análise de componentes submetidos a esforços axiais (tração ou compressão), que é o caso das armaduras.

O tamanho dos elementos foi definido a partir de análises da convergência da malha de elementos finitos, onde foi determinado um tamanho que o resultado convergisse bem e não tivesse um custo computacional exagerado.

4 RESULTADOS

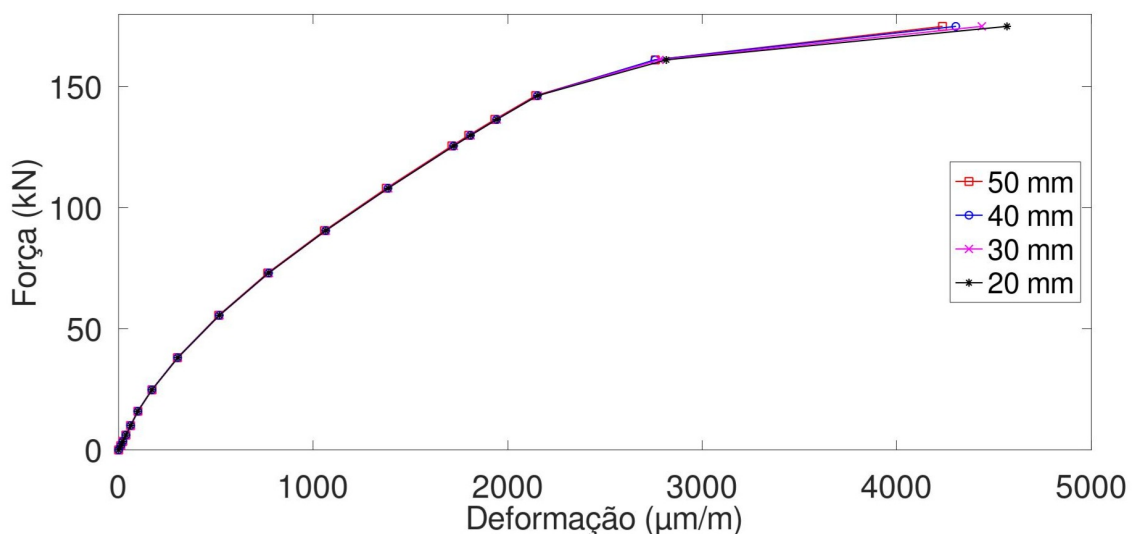
4.1 Análise de convergência da malha de elementos finitos

O estudo de convergência foi feito para os principais componentes analisados da ligação: a viga, o graute que envolve as armaduras de continuidade, as armaduras de continuidade e as cantoneiras soldadas. Para todos, usou-se como referência os mesmo pontos que foram analisados no trabalho de Silva (2025), na viga esquerda, a que foi aplicado o carregamento.

Para as cantoneiras soldadas, por se tratarem de componentes com quantidade total menor de elementos, utilizou-se o menor tamanho que poderia gerar sem comprometer o funcionamento da malha de elementos finitos. Desta forma, chegamos a um valor de tamanho de 15 mm para os elementos das cantoneiras soldadas, uma vez que elementos menores que esse prejudicaram a geração da malha de elementos finitos.

Para as armaduras de continuidade, a análise de convergência da malha de elementos finitos considerou elementos com tamanhos de 50, 40, 30 e 20 mm. Os gráficos apresentados nas Figuras 42 e 43 apresentam os resultados da análise de deformação, em $\mu\text{m}/\text{m}$, por força, em kN, das armaduras de continuidade que da esquerda (SG2) e da direita (SG1). Além disso, a tabela 10 demonstra a convergência a partir da análise da aproximação percentual entre o último valor de deformação medido na análise, que é quando o carregamento chega aos 175 kN.

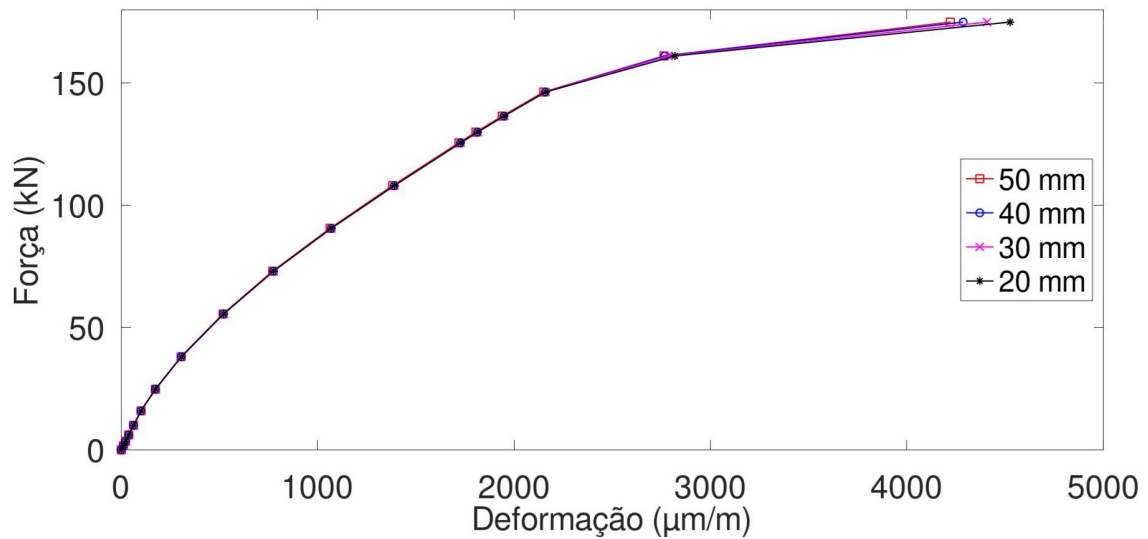
Figura 42 – Convergência da malha de elementos finitos da armadura de continuidade SG1.



Fonte: Elaborado pelo autor

Os gráficos demonstram que o comportamento das barras, independente do tamanho

Figura 43 – Convergência da malha de elementos finitos da armadura de continuidade SG2.



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 10 – Convergência da malha de elementos finitos das armaduras de continuidade

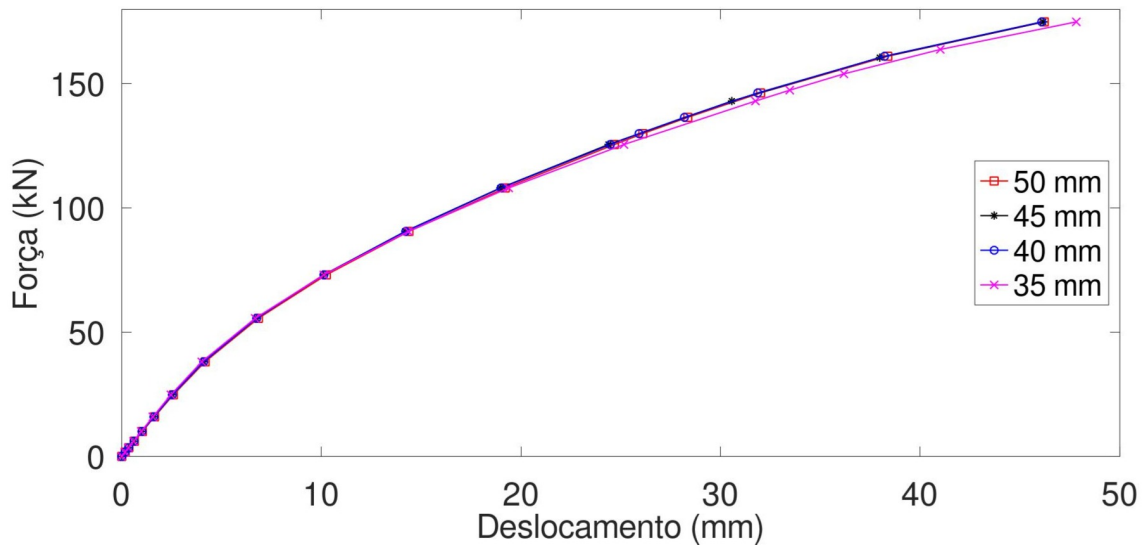
Tamanho da Malha (mm)	SG1		SG2	
	Deformação ($\mu\text{m/m}$)	Diferença (%)	Deformação ($\mu\text{m/m}$)	Diferença (%)
50	4234,8	-	4220,8	-
40	4302,9	1,61	4286,1	1,55
30	4436,9	3,11	4407,1	2,82
20	4566,2	2,92	4524,8	2,68

Fonte: Elaborado pelo autor.

da malha, é semelhante. quando aproximamos do final da curva começam a aparecer valores mais distintos, como esperado de uma análise de elementos finitos. Por fim, podemos observar que as diferenças estão bem baixas, a partir da análise das diferenças apresentadas na tabela 10. Aparece um leve salto na diferença dos valores entre a malha de 40 mm e de 30 mm, porém volta a convergir quando passamos para a malha de 20 mm. Sendo assim, optamos pela malha de 20 mm, que apesar de apresentar um custo computacional maior em comparação aos outros tamanhos de malha, apresenta resultados melhores que as demais.

Também foi feito uma análise da convergência da malha de elementos finitos para o graute e a viga, que padronizou-se o mesmo tamanho para estes elementos. Os tamanhos de elementos analisados foram 50, 45 e 40 mm. Tamanhos menores resultaram em alto custo computacional, por se tratarem de grandes componentes. O gráfico apresentado na Figura 44 apresenta os resultados da análise de deslocamento, em mm, por força, em kN. Além disso, a Tabela 11 demonstra a convergência a partir da análise da aproximação percentual entre o último valor de deslocamento medido na análise, que é quanto o carregamento chega aos 175 kN.

Figura 44 – Convergência da malha de elementos finitos do graute e da viga



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 11 – Convergência da malha de elementos finitos da viga e do preenchimento com graute

Tamanho da Malha (mm)	Deslocamento (mm)	Diferença (%)
50	46,215	-
45	46,161	0,12
40	46,089	0,16
35	47,823	3,76

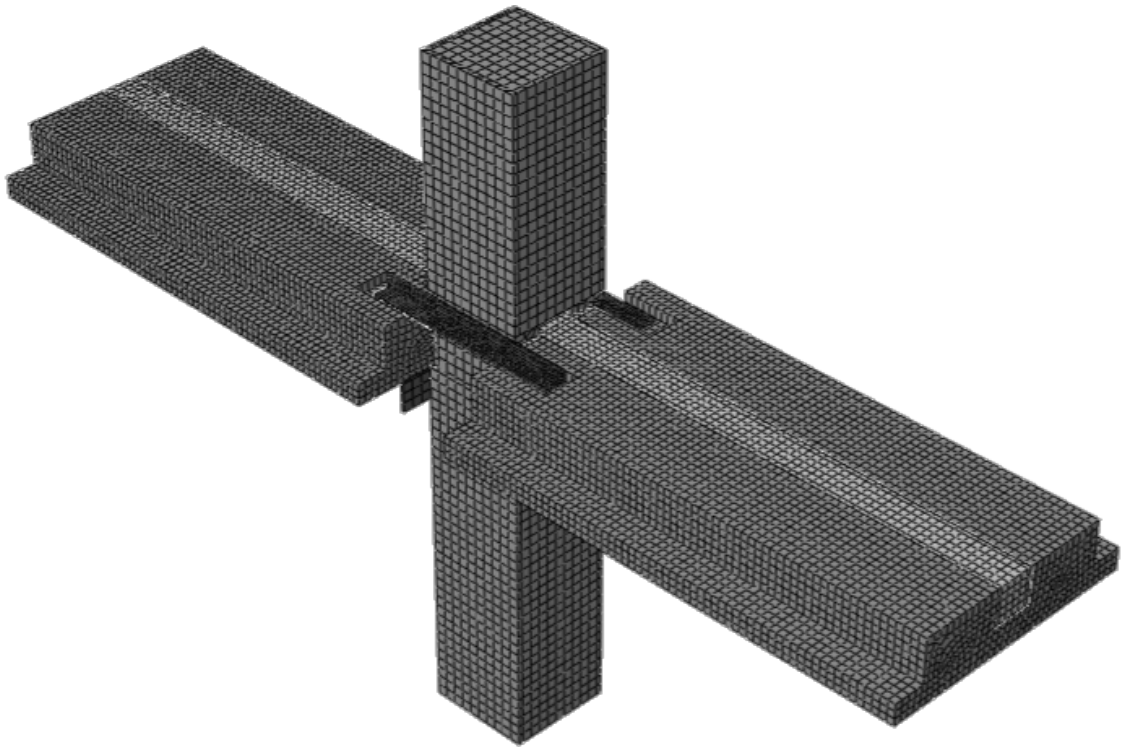
Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir das análises dos gráficos, podemos observar que o comportamento das curvas, independente do tamanho da malha, tem comportamento semelhante. Os deslocamentos para a carga de 175 kN são bem semelhantes, com diferenças percentuais, apresentadas na tabela 11 baixas. Podemos observar um salto no valor do deslocamento para os tamanhos do elemento de 40 mm para 35 mm, porém, ainda apresentando uma diferença percentual baixa. Desta forma, optou-se por utilizar o tamanho do elemento da viga e do preenchimento com graute de 35 mm.

Para o pilar, por não ser um dos elementos mais relevantes, não foi feita a análise de convergência de malha, adotando um tamanho de elementos de 50 mm, como forma de não gerar maior custo computacional na análise. O mesmo foi feito para as cantoneiras de apoio. Para todos os estribos e armaduras longitudinais da viga, do pilar e do preenchimento com graute, também foi adotado o tamanho de malha de 50 mm, por não se tratarem de componentes principais da análise da rigidez da ligação. A Figura 45 apresenta a malha de elementos finitos do modelo numérico.

Por fim, a Tabela 12 apresenta a quantidade de elementos C3D8R e T3D2 em cada um dos componentes do modelo numérico, bem como a quantidade total de elementos da análise.

Figura 45 – Malha de elementos finitos do modelo numérico.



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 – Total de elementos do modelo numérico

Componente	Repetições	Tipo Elemento	Quantidade	Total elementos
Viga	2	C3D8R	17532	35064
Pilar	1	C3D8R	8609	8609
Preenchimento com Graute	1	C3D8R	4598	4598
Cantoneira Soldada 1	1	C3D8R	754	754
Cantoneira Soldada 2	1	C3D8R	660	660
Cantoneira de Apoio	2	C3D8R	160	320
Arm. Longitudinal Viga	20	T3D2	45	900
Arm. Longitudinal Pilar 25 mm	4	T3D2	60	240
Arm. Longitudinal Pilar 16 mm	8	T3D2	60	480
Arm. de Continuidade	6	T3D2	252	1512
Estribos da Viga tipo 1	26	T3D2	53	1378
Estribos da Viga tipo 2	6	T3D2	51	306
Estribos da Viga tipo 3	32	T3D2	30	960
Estribos do Pilar	20	T3D2	32	640
Estribos da Arm. de Continuidade	36	T3D2	12	432
Total de Elementos C3D8R				50005
Total de Elementos T3D2				6848

Fonte: Elaborado pelo autor.

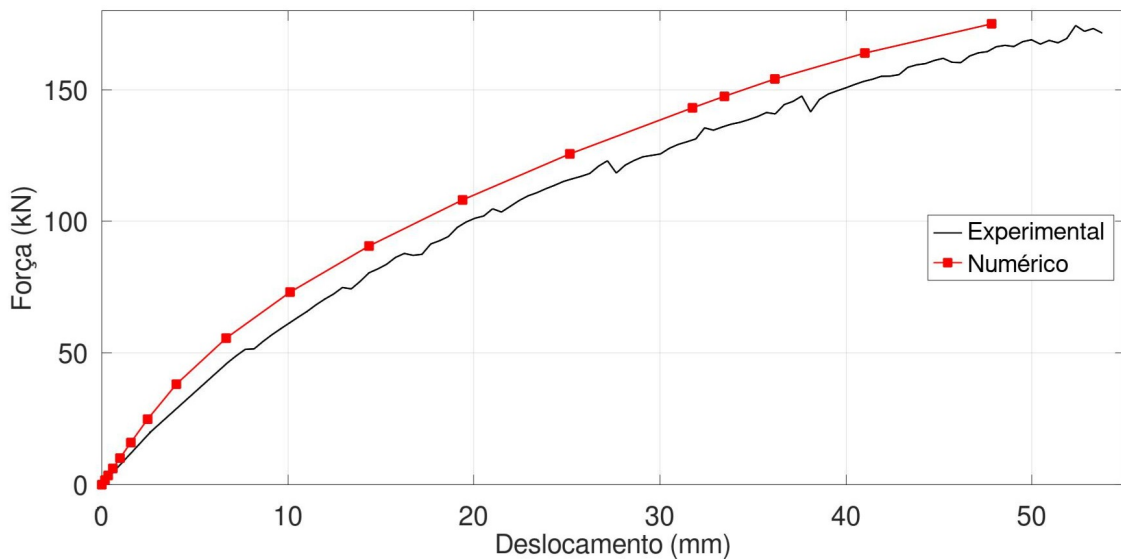
4.2 Validação do modelo numérico

A validação do modelo numérico consistiu em realizar comparações dos resultados da análise numérica com os resultados da análise experimental de Silva (2025). Os resulta-

dos extraídos do *software* obedeceram os pontos onde foram extraídos os dados das análises experimentais.

O primeiro ponto analisado é o comportamento global da estrutura, sendo verificado pelo gráfico da força em função do deslocamento. A força é dada pelo ponto de aplicação de carga e o deslocamento é referente ao ponto onde foi locado um dos Transdutores de Deslocamento Variável Linear (LVDT) no ensaio experimental, ambos na extremidade da viga esquerda. A Figura 46 demonstra a comparação do comportamento da curva experimental e do modelo numérico.

Figura 46 – Curva força-deslocamento.



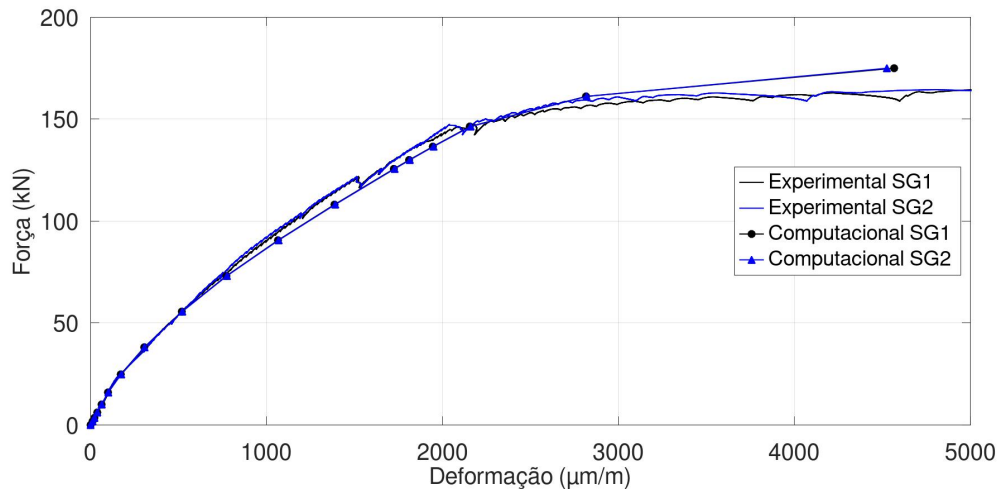
Fonte: Elaborado pelo autor

O comportamento dos gráficos apresentam grande semelhança no desenvolvimento da curva com o aumento da carga. O valor máximo de deslocamento no ponto do LVDT no modelo numérico é de 47,82 mm, apresentando um erro de 11,44%, em relação ao deslocamento medido no ensaio experimental (54 mm).

As armaduras de continuidade, outro componente de grande importância para a rigidez da ligação em questão, também teve seu comportamento validado. Foram analisadas as duas armaduras com resultados apresentados no trabalho de Silva (2025) . A Figura 47 apresenta o gráfico para comparação entre o modelo experimental e numérico para os pontos SG1 e SG2 nas barras de armadura de continuidade.

A análise do gráfico demonstra que as curvas das análises experimentais e numéricas para as armaduras nos pontos SG1 e SG2 apresentam grande semelhança. Importante salientar que, ao chegar na tensão de escoamento e com o fim do comportamento linear, as curvas

Figura 47 – Curva força-deformação para as armaduras de continuidade.

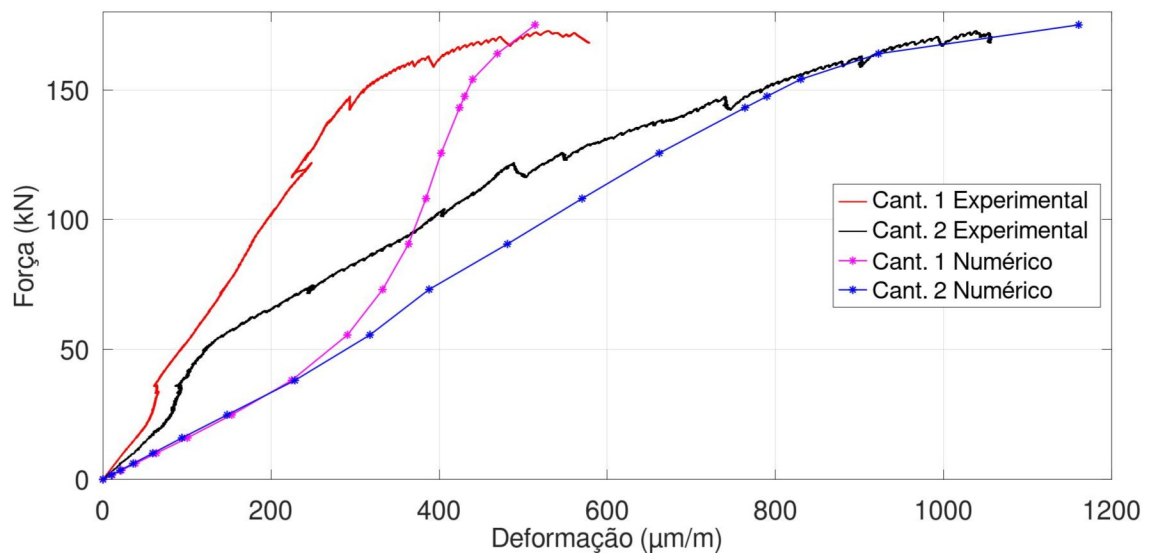


Fonte: Elaborado pelo autor

experimentais esticaram um pouco mais, enquanto o comportamento do modelo numérico teve seu fim logo ao atingir deformações entre 4000 e 5000 μm .

O próximo componente analisado foram as cantoneiras soldadas. No ensaio experimental de Silva (2025), foi analisada a deformação no espaço entre a viga e o pilar, o único trecho da cantoneira sem solda, por ser o local onde a cantoneira assume as maiores deformações. Na Figura 48 apresenta o comportamento da curva força-deformação para as cantoneiras.

Figura 48 – Curva força-deformação para as cantoneiras.



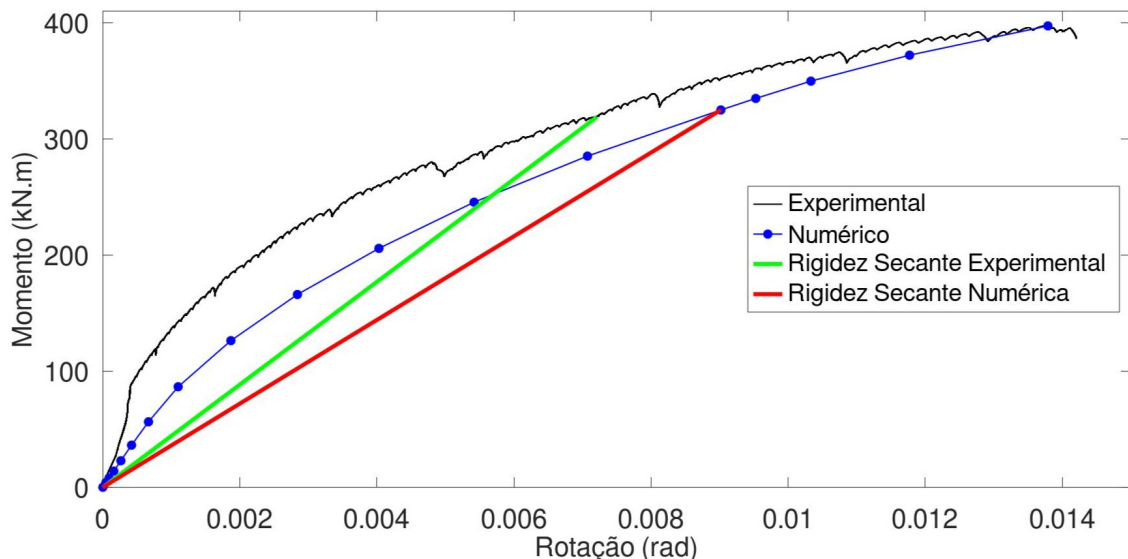
Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico, a cantoneira 1 é referente à que tem a maior aba inferior enquanto a cantoneira 2 é a que tem a menor aba inferior. Observa-se que para a cantoneira 2 conseguimos um comportamento bem semelhante entre os gráficos experimental e numérico, com a última

deformação um pouco maior no modelo numérico. Já o comportamento da cantoneira 1 no modelo numérico não seguiu bem o mesmo formato do experimental, porém a deformação final apresentou maior semelhança.

Por fim, é importante também fazermos a comparação da curva momento-rotação da ligação, definindo o ponto da rigidez secante que, de acordo com a NBR 9062 (2017), é dado pela divisão do momento referente à força necessária para ocorrer o escoamento da armadura de continuidade e pela rotação causada por esse momento, determinada através da curva momento-rotação. Na Figura 49 estão representadas as curvas momento-rotação dos modelos numérico e computacional, bem como os pontos referentes à rigidez secante da estrutura.

Figura 49 – Curva momento-rotação da ligação semirrígida.



Fonte: Elaborado pelo autor

O comportamento é semelhante, sendo que podemos perceber que o modelo numérico é um pouco menos rígido que o experimental, vendo que para um mesmo momento o modelo numérico apresenta rotações maiores. O valor final do gráfico é semelhante para os dois modelos, no modelo experimental temos que para um momento de 398 kN.m a rotação gerada é de 0,0142 rad, já para o modelo numérico para o mesmo momento temos uma rotação de 0,01379. A diferença percentual dessas rotações é de apenas 2,89%.

Além disso, a rigidez secante pode ser determinada pela Equação 4.1:

$$R_{sec} = \frac{M_{y,lim}}{\theta_y} \quad (4.1)$$

onde $M_{y,lim}$ é o momento em que ocorre o início do escoamento das armaduras de continuidade e θ_y é a rotação da ligação devido este momento. Para o modelo experimental, o ponto em que

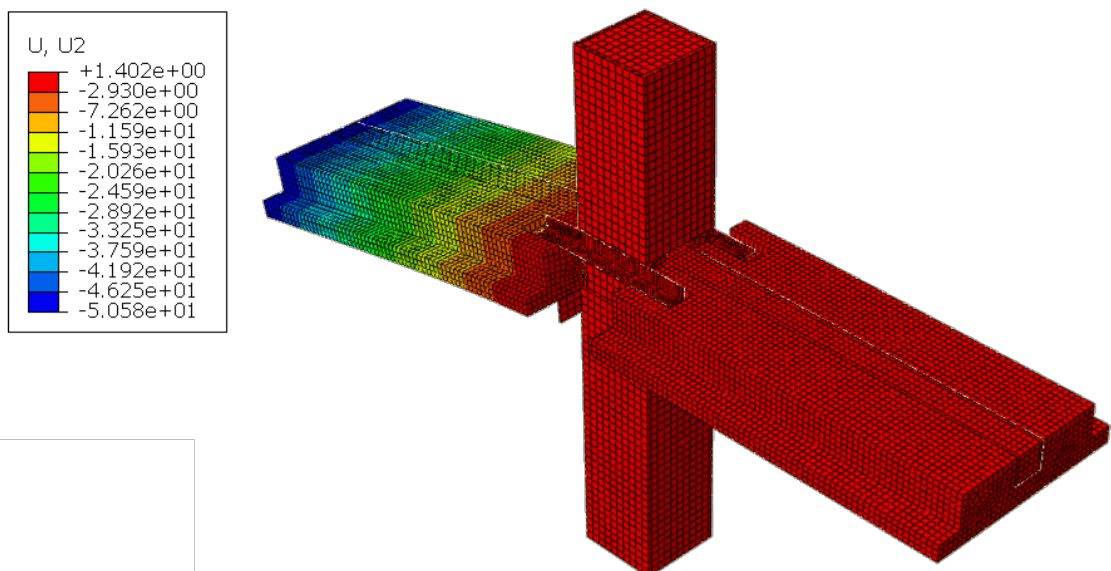
ocorre o escoamento das armaduras de continuidade é em cerca de 150 kN, que gera um momento de 318,75 kN.m, esse valor, de acordo com a curva momento-rotação, é o correspondente à uma rotação de 0,0072065 radianos. Já para o modelo numérico, o escoamento das armaduras ocorre no ponto em que o carregamento atinge 143,11 kN que é referente ao momento de 324,88 kN.m, que de acordo com a curva momento-rotação do modelo numérico corresponde à uma rotação de 0,009017615. Aplicando a equação 4.1, iremos obter um valor de rigidez secante para o modelo experimental de 44234,5 kN.m/rad e para o modelo numérico de 36026,78 kN.m/rad, tendo uma diferença percentual de 18,56% entre os valores.

4.3 Análise de tensões e deformações dos componentes no modelo numérico

Com o modelo validado, podemos analisar melhor as distribuições de tensões e deformações nos principais componentes de forma isolada.

Na Figura 50 está apresentada a forma deformada do modelo numérico para a carga final do ensaio com escala nos deslocamento sofridos na direção vertical.

Figura 50 – Forma deformada do modelo numérico para carga final do ensaio representando os deslocamento verticais.



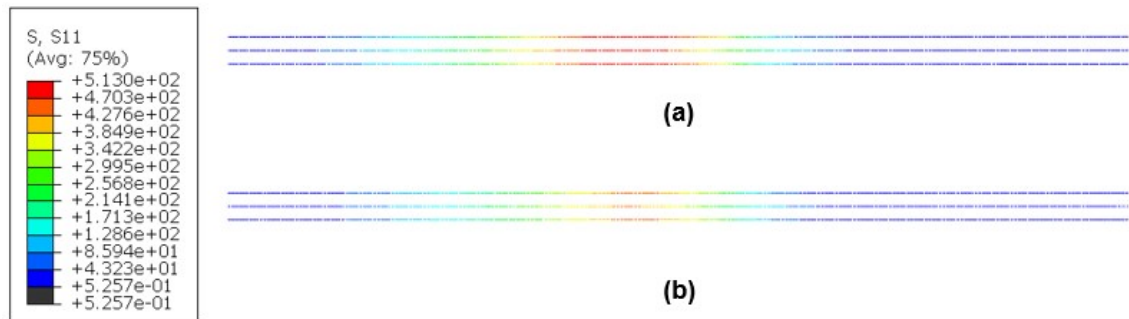
Fonte: Elaborado pelo autor

A maior parte da estrutura tem deslocamentos iguais a zero, enquanto a viga esquerda vai aumentando gradualmente seu deslocamento da ligação até a extremidade, devido à aplicação de carga. O maior deslocamento vertical registrado é de 50,58 mm, na extremidade da viga.

4.3.1 Tensões e deformações nas armaduras de continuidade

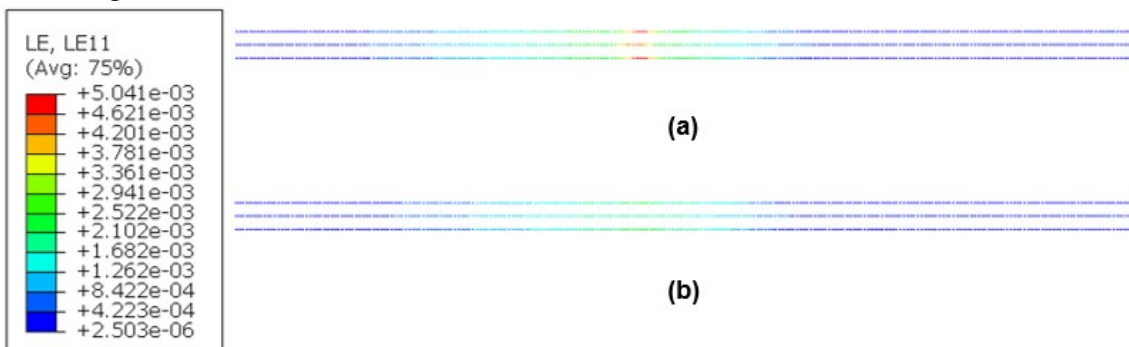
A distribuição das tensões ao longo do eixo nas armaduras de continuidade está representada na Figura 51 e a distribuição das deformações está representada na Figura 52. Em ambas, (a) temos tensões para a aplicação do carregamento final de 175 kN e em (b) tensões para a aplicação do carregamento referente ao momento do escoamento da armadura de continuidade (146,4 kN).

Figura 51 – Distribuição das tensões no eixo das armaduras de continuidade: (a) Tensões para a aplicação do carregamento final; e (b) Tensões para a aplicação do carregamento referente ao momento do escoamento da armadura de continuidade.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 52 – Distribuição das deformações no eixo nas armaduras de continuidade: (a) Deformações para a aplicação do carregamento final; e (b) Deformações para a aplicação do carregamento referente ao momento do escoamento da armadura de continuidade.



Fonte: Elaborado pelo autor

As tensões apresentam uma distribuição voltada mais para o lado esquerdo das barras, indo em direção ao ponto de aplicação da força. Seus maiores valores estão concentrados próximos ao meio das barras, onde está o pilar, reduzindo gradualmente conforme vai se aproximando da extremidade esquerda. Esse comportamento também é observado para as deformações. Para o carregamento final do ensaio, a maior tensão presente nas armaduras de continuidade é de 513 MPa e uma deformação de 0,005041. Já para o carregamento de

escoamento, temos uma tensão de aproximadamente 470,3 MPa e uma deformação de 0,002239. A deformação mais que dobra para um leve aumento de tensão, esse comportamento é observado por que ultrapassou a tensão de escoamento entrando na fase de encruamento do aço.

Por fim, a Figura 53 apresenta a forma deformada das armaduras de continuidade a partir de uma vista lateral destas.

Figura 53 – Vista lateral da forma deformada das armaduras de continuidade.

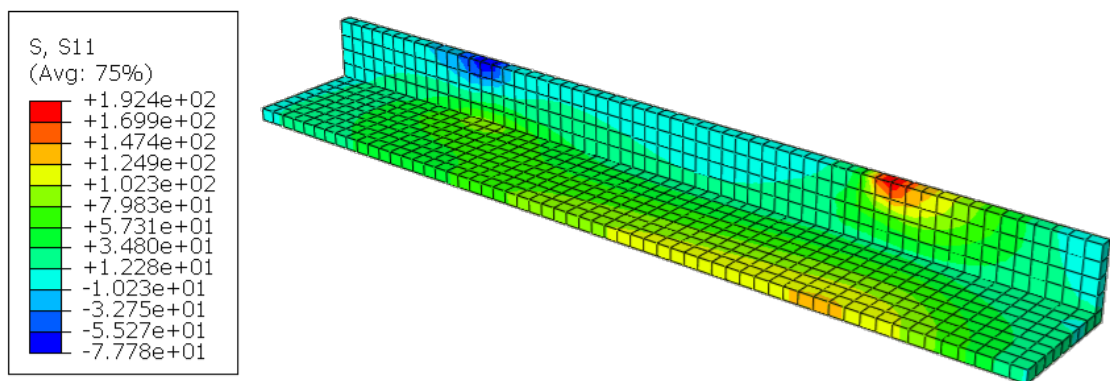


Fonte: Elaborado pelo autor

4.3.2 Tensões e deformações nas cantoneiras soldadas

Para a primeira cantoneira soldada, as Figuras 54 e 55 representam as suas distribuições de tensões no carregamento em que ocorre o escoamento das armaduras e no carregamento final do ensaio, respectivamente. Além disso, a Figura 56 apresenta a distribuição de deformações para o carregamento final do ensaio e a Figura 57 apresenta a forma deformada da cantoneira.

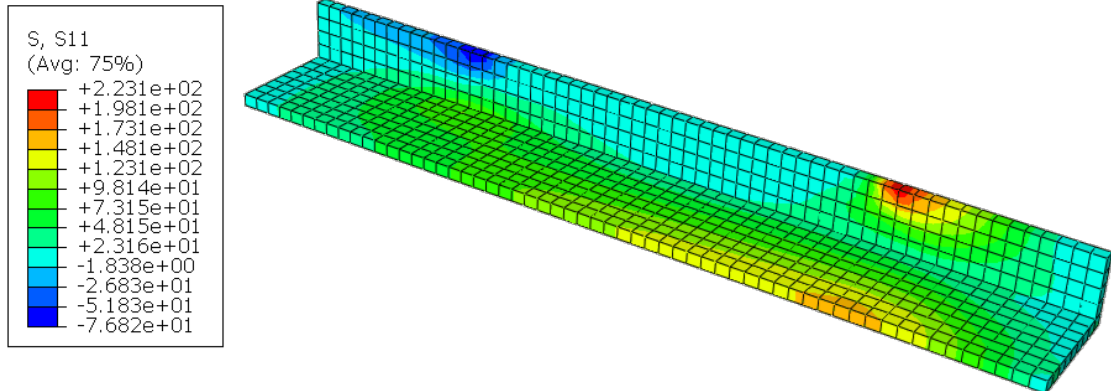
Figura 54 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 1 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.



Fonte: Elaborado pelo autor

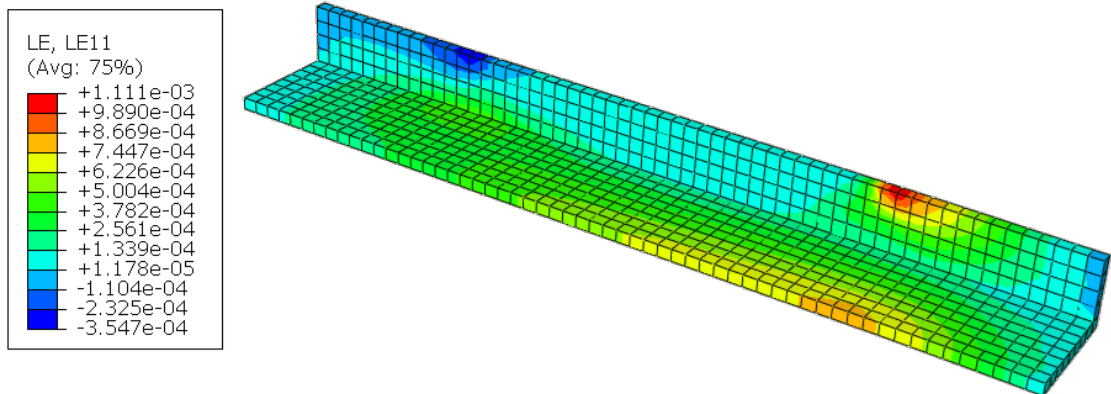
Podemos observar um padrão na distribuições das tensões e deformações, onde os maiores valores de tensões de tração estão localizadas justamente no trecho livre da solda, onde fica o espaço entre a face do pilar e a viga. Os valores de tensão no momento do escoamento da armadura atinge o pico de 192,4 MPa e para o carregamento final do ensaio atinge o pico de 223,1 MPa. Ambos os valores estão abaixo da tensão de escoamento do aço das cantoneiras, ou seja, ela ainda está com comportamento linear, obedecendo o módulo de elasticidade. As

Figura 55 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 1 no carregamento final do ensaio.



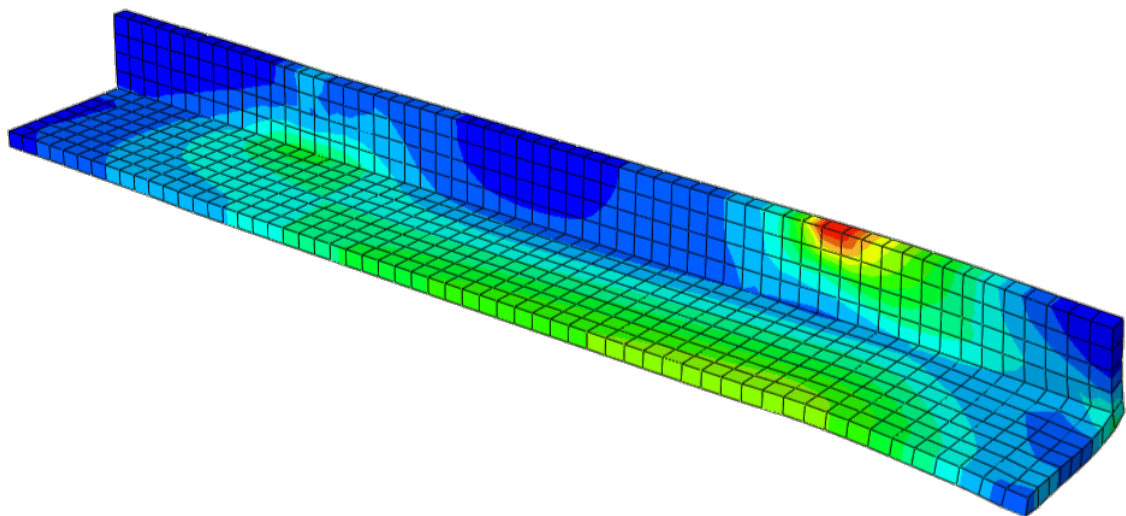
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 56 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 1 no carregamento final do ensaio.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 57 – Forma deformada da cantoneira soldada 1.



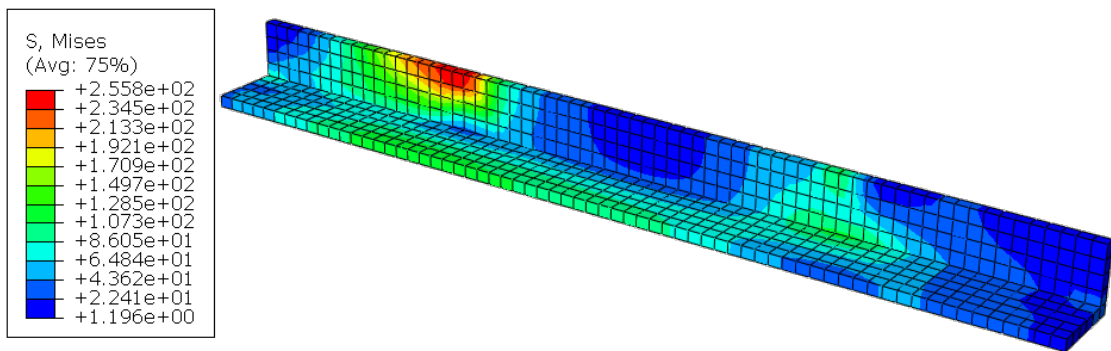
Fonte: Elaborado pelo autor

tensões de compressão apareceram somente do outro lado da ligação, no trecho livre próximo a viga direita, com valores bem baixos, menores que 100 MPa. A deformação máxima obtida

na cantoneira se localiza também no trecho livre do lado esquerdo e tem valor de 0,001111. A forma deformada evidencia que somente do lado esquerdo da ligação tivemos a deformações consideráveis, comportamento este já esperado.

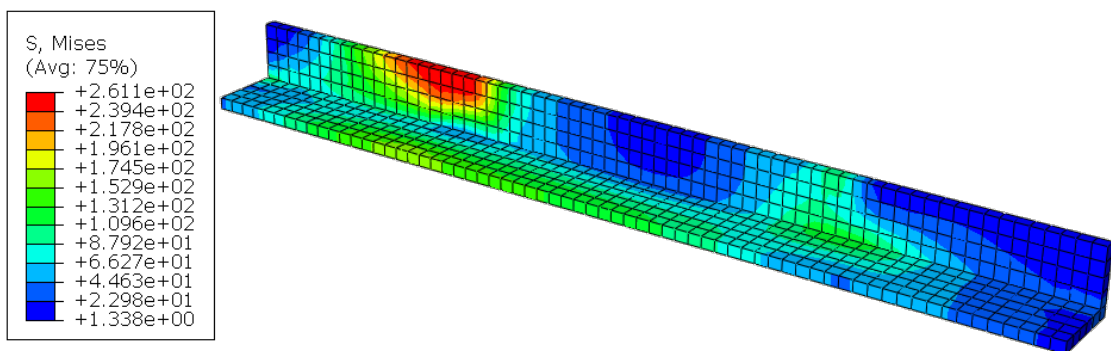
Para a cantoneira soldada 2, que possui base menor que a cantoneira soldada 1, as Figuras 58 e 59 representam as suas distribuições de tensões no carregamento em que ocorre o escoamento das armaduras e no carregamento final do ensaio, respectivamente. Além disso, as Figuras 60 e 61 apresenta a distribuição de deformações para os mesmos carregamentos anteriormente citados e a Figura 62 apresenta a forma deformada da cantoneira.

Figura 58 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 2 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.



Fonte: Elaborado pelo autor

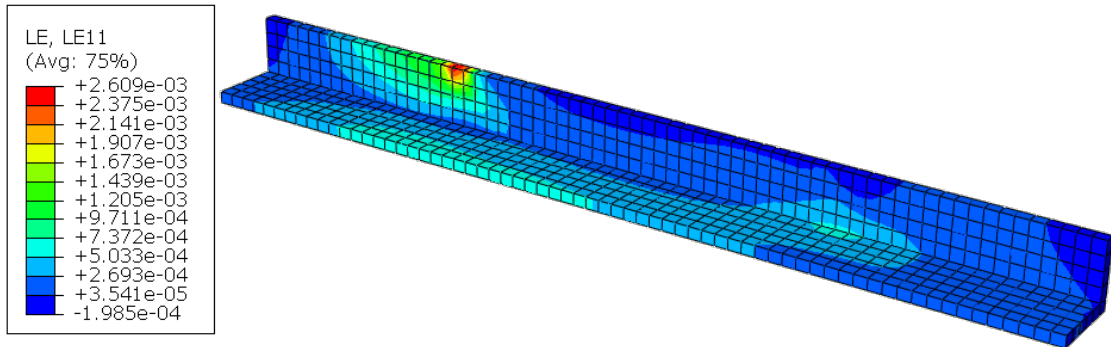
Figura 59 – Distribuição de tensões na cantoneira soldada 2 no carregamento final do ensaio.



Fonte: Elaborado pelo autor

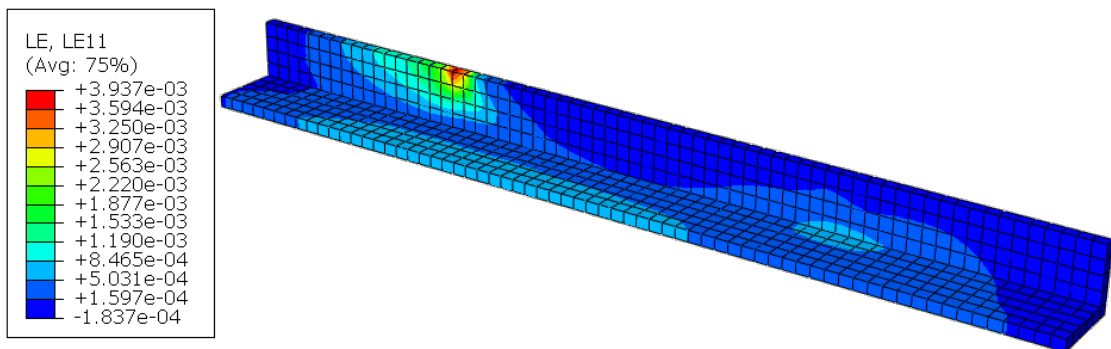
Por termos uma base menor que a outra cantoneira, esta torna-se menos rígida. Dessa forma, é possível observar que para o carregamento de escoamento das armaduras, esta cantoneira já ultrapassou o carregamento de escoamento de seu material, apresentando pico máximo de tensão de tração de 255,8 MPa, localizado no trecho livre de solda entre a face do pilar e da viga. Para o carregamento final do ensaio a tensão de tração sobe para 261,1 MPa,

Figura 60 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 2 no carregamento que ocorre o escoamento das armaduras.



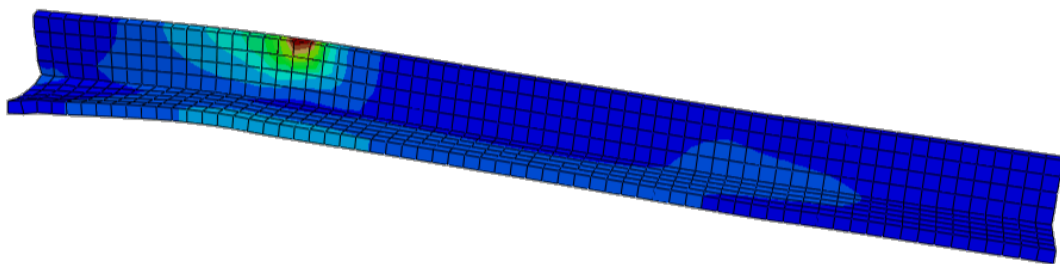
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 61 – Distribuição das deformações na cantoneira soldada 2 no carregamento final do ensaio.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 62 – Forma deformada da cantoneira soldada 2.



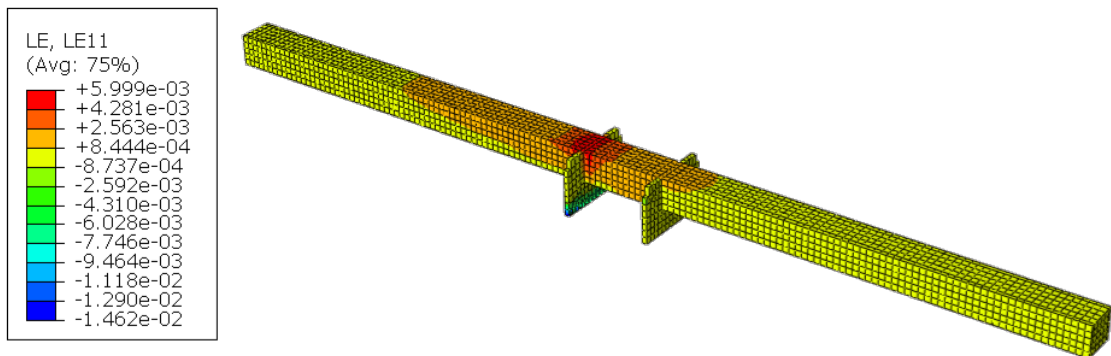
Fonte: Elaborado pelo autor

estendendo ainda mais sua área ao longo da região. As deformações devido a tração chegam a valores 0,002609 e 0,003937 para os respectivos carregamentos, tendo um aumento de cerca de 50% para pouco aumento de tensão, devido ao material já não estar mais no estado elástico. Por fim, a forma deformada evidencia a área de concentração de tensões e deformações do trecho livre de solda como a mais afetada, sendo o trecho do lado direito da cantoneira com deformações mínimas.

4.3.3 Deformações no graute

A Figura 63 apresenta a distribuição de deformações na direção longitudinal do graute.

Figura 63 – Distribuição de deformações na direção longitudinal do graute.



Fonte: Elaborado pelo autor

Existe uma grande concentração de deformações de tração na parte superior do graute logo na zona da ligação, que é a mesma região de maior concentração de tensões nas barras de aço. Essas deformações de tração chegam a valores máximos de 0,006 no graute.

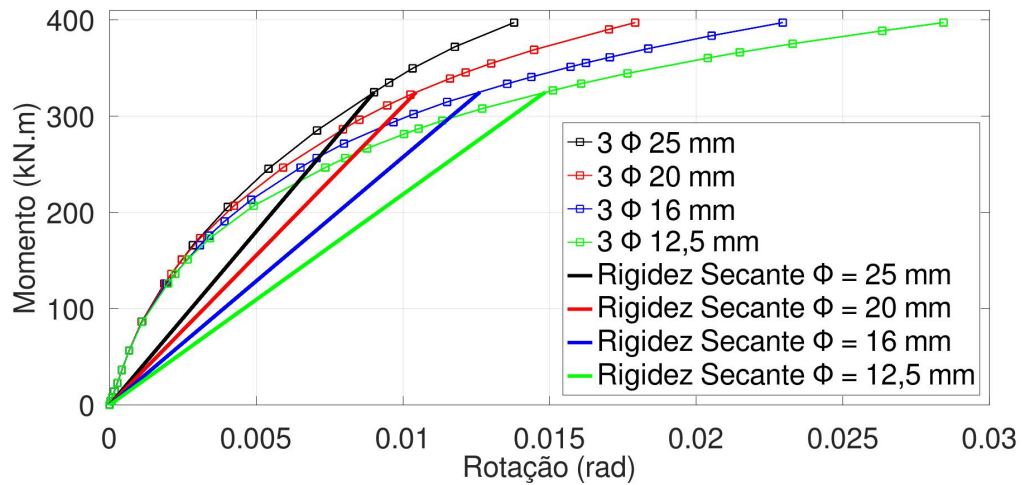
4.4 Estudo paramétrico

O estudo paramétrico consistiu em avaliar a influência da variação do diâmetro das armaduras de continuidade. A ligação estudada neste trabalho possui 2 camadas com 3 armaduras com diâmetro de 25 mm em cada, que partem de uma das vigas e passam por dentro do pilar até chegar na ponta da outra viga. Foi feita a variação desse diâmetro para 20, 16 e 12,5 mm.

A curva momento-rotação para cada diâmetro utilizado na análise está representada na Figura 64. Utilizou-se o momento fletor de referência como sendo o mesmo aplicado para a bitola de 25 mm, utilizado anteriormente, com valor de 324,88 kN.m. Foi traçado a reta que representa o ponto referente à rigidez secante para cada curva, também representada na figura. Por fim, na Tabela 13 estão os valores referentes ao momento e rotação em cada ponto e o valor da rigidez secante numérica determinada para cada curva.

Podemos observar que a redução da área de aço da armadura de continuidade faz com que a ligação viga-pilar fique mais flexível, apresentando maior curvatura para um mesmo momento fletor. Os valores numéricos da rigidez secante apresentam uma redução de 39,29%

Figura 64 – Curva momento-rotação para diferentes diâmetros da armadura de continuidade.



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 13 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.

ϕ (mm)	Momento (kN.m)	Rotação (rad)	$R_{sec,num}$ kN.m/rad
25	324,86	0,0090176	36025,07
20	324,86	0,0104537	31076,06
16	324,86	0,0126219	25737,87
12,5	324,86	0,0148506	21875,22

Fonte: Elaborado pelo autor.

quando alteramos a bitola de 25 mm para 12,5 mm, uma redução bem significativa.

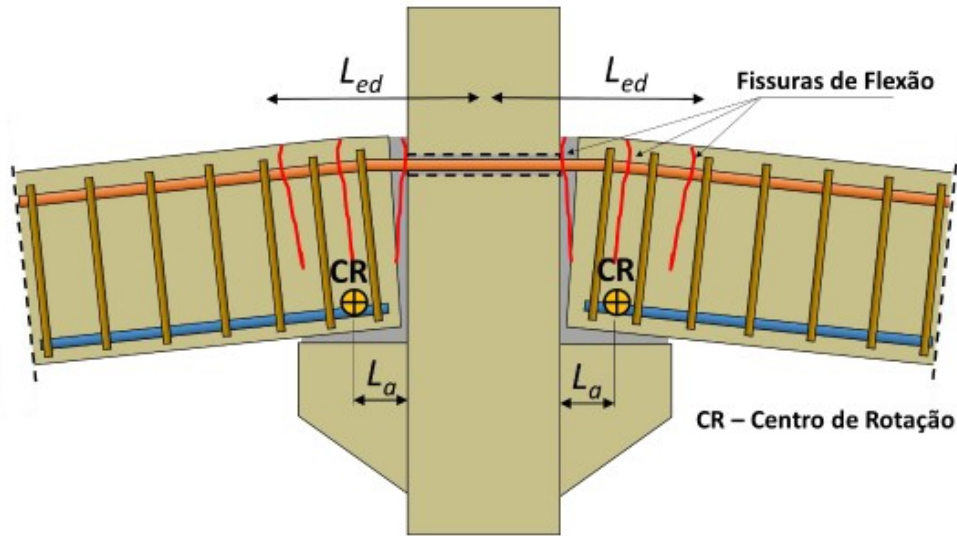
4.5 Calibração da equação da NBR 9062:2017 para cálculo da rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade

Considerando os mecanismos de deformação apresentados na Figura 65, podemos utilizar a Equação 4.2, proposta na NBR 9062:2017, para determinar a rigidez de ligações viga-pilar com armaduras negativas de continuidade, sendo esta referente a seguinte expressão:

$$R_{sec} = k \cdot \frac{E_s A_s d^2}{L_{ed}} \quad (4.2)$$

O parâmetro L_{ed} é o comprimento de deformação efetivo da armadura negativa de continuidade, ele engloba as deformações no trecho de embutimento nas bainhas grauteadas em pilares, representado por L_e , e as deformações no trecho de solidarização no local da extremidade da viga pré-moldada L_b (Hadade, 2016).

Figura 65 – Mecanismos de deformação considerado para a Equação 4.2.



Fonte: (Hadade, 2016)

Conforme apresentado por Hadade (2016), um método para determinar o valor de L_{ed} a partir do conhecimento da rigidez secante experimental de uma ligação é isolar a variável da equação 4.2, e adotar o valor de k igual a 1, chegando a Equação 4.3, apresentada a seguir:

$$L_{ed} = \frac{E_s A_s d^2}{R_{sec}} \quad (4.3)$$

Iremos utilizar o parâmetro β_1 , que é um coeficiente de ajustamento para o comprimento efetivo de deformação, como auxiliar para determinar a equação de L_{ed} . Dessa forma, podemos afirmar que $L_{ed,exp}$ pode ser representado pela Equação 4.4:

$$L_{ed,exp} = \beta_1 \cdot \phi + L_a \quad (4.4)$$

onde L_a é a distância da face do pilar até o centro de rotação do consolo e β_1 é dado pela Equação 4.5:

$$\beta_1 = \frac{\left[\frac{E_s A_s d^2}{R_{sec,exp}} - L_a \right]}{\phi} \quad (4.5)$$

Todas as variáveis apresentadas na Equação 4.5, para a ligação estudada neste trabalho, já foram apresentadas e determinadas, com exceção de L_a . O valor de L_a utilizado foi o determinado por Silva (2025), em seu modelo analítico, com valor de 94,5 mm. Sendo assim, substituindo os valores das variáveis, temos o valor de β_1 de aproximadamente igual a 18. O cálculo detalhado da rigidez secante está apresentado no Apêndice A. Chegaremos ao valor de $L_{ed,exp}$ igual a 545 mm. Por fim, aplicando este valor na Equação 4.2, chegamos a um valor de $R_{sec,calc}$ igual a 42639,66 kN.m/rad. Comparando com a rigidez secante experimental chegamos à uma diferença de 3,6%.

Dessa forma, após a calibração concluída, apresentando diferença baixa com os valores obtidos no ensaio experimental, podemos inferir que os parâmetros k e L_{ed} propostos para a ligação estudada neste trabalho, podem ser dados por: $k = 1$ e $L_{ed} = 18\phi + L_a$.

Por fim, a Tabela 14 apresenta a comparação da rigidez obtida pelo modelo da NBR 9062:2017 calibrado para esta ligação com a rigidez obtida através da parametrização feita no modelo numérico.

Tabela 14 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.

ϕ (mm)	Área de aço total (mm ²)	L_{ed} (mm)	$R_{sec,calc}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,num}$ (kN.m/rad)	Diferença (%)
25	1472,62	544,5	42639,66	36025,07	-15,52
20	942,48	454,5	32693,22	31076,06	-4,95
16	603,19	382,5	24862,23	25737,87	3,52
12,5	368,16	319,5	18166,90	21875,22	20,41

Fonte: Elaborado pelo autor.

O modelo apresentou um comportamento muito bom para as bitolas de 20 e 16 mm, com diferenças abaixo de 5%. Por outro lado, para as bitolas de 25 e 12,5 mm as diferenças aumentam, ficando mais próximas de 20%. Apesar disso, não apresenta comportamento tão distinto. Mesmo se adaptarmos o valor de β_1 , não conseguimos um comportamento melhor que este, visto que para os diâmetros de 25 e 20 o valor da rigidez calculada deu acima da numérica, enquanto para 16 e 12,5 mm o valor da rigidez calculada deu abaixo da numérica, alterar o valor de β_1 poderia reduzir a diferença obtida para a bitola de 25 mm e consequentemente aumentar a diferença obtida para a bitola de 12,5 mm, e vice-versa.

Sendo assim, o valor de $\beta_1 = 18$ também se adequou aos resultados do modelo numérico.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção são apresentadas as principais conclusões do trabalho acerca dos resultados obtidos e sugestões para trabalhos futuros envolvendo o aprofundamento na pesquisa apresentada.

5.1 Conclusões

O modelo numérico desenvolvido em software de elemento finitos apresentou resultados bastantes consistentes com o ensaio experimental. Vale salientar que existem diversas zonas de contatos que podem gerar alguns resultados fora do esperado, como apresentado para o gráfico da deformação nas cantoneiras soldadas que não apresentaram tanta semelhança, porém seguiram o mesmo caminho no final. Os demais gráficos comparados foram bem semelhantes ao resultado experimental, utilizado como referência.

Através da curva momento-rotação, obtida por método numérico, e com o valor do momento de escoamento da armadura, foi possível obter o valor da rigidez secante, sendo este 44234,5 kN.m/rad. Comparando com a rigidez secante experimental, e considerando a complexidade do modelo numérico, a diferença entre esses valores foi relativamente baixa, cerca de 18,56%.

A análise de tensões e deformações nos componentes da ligação viga-pilar apresentaram comportamento conforme esperado. As cantoneiras apresentaram pico de tensão e deformação na zona livre de solda e as armaduras apresentaram o pico no meio de seu comprimento. Já o graute apresentou grande concentração das maiores deformações de tração na região da ligação, e tensões de compressão elevada no preenchimento entre a viga e o pilar, onde a viga irá causar esmagamento para rotacionar em torno do centro de rotação.

A parametrização realizada, variando o diâmetro das armaduras de continuidade, com valores de 20, 16 e 12,5 mm, apresentou curva momento-rotação, tendo a rigidez secante reduzindo conforme menor é o diâmetro.

Por fim, a partir da calibração da equação da NBR 9062:2017 para determinação da rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade foi possível obter os parâmetros para determinar a rigidez secante utilizando essa equação. Para isso foi testado esses valores com a parametrização, obtendo resultados em uma faixa de erro compatível com a pesquisa.

Vale citar que as conclusões desse trabalho se limitam apenas aos tipos de ligações aqui analisadas, não se estendendo aos demais tipos. Além disso, mais estudos nessa área são necessários para uma melhor validação das conclusões.

5.2 Trabalhos futuros

O desenvolvimento deste trabalho tornou possível explorar o estudo sobre modelagem numérica de ligações viga-pilar. Sendo assim, observou-se que existem diversos estudos que podem ser feitos a partir deste método. Como sugestão para trabalhos futuros, seguindo o desenvolvimento na área dessa pesquisa, podemos citar:

- a) Estudar a influência da parametrização em outras propriedades dos componentes da ligação.
- b) Analisar a rigidez secante para outros estágios do desenvolvimento da ligação através de métodos numéricos.
- c) Verificar o desempenho da rigidez secante obtida para a redução de esforços e dimensionamento da estrutura.
- d) Comparar os resultados com a rigidez secante obtida por outros modelos analíticos.
- e) Estudar o uso da ligação em projetos

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. F. **Análise experimental estática e dinâmica da rigidez de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.
- BARLATI, G. B. **Simulação de comportamento de ligações semirrígidas entre vigas e pilares pré-fabricados por meio de modelagem computacional**. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2020.
- DASSAULT SYSTEMES; SIMULIA. **Abaqus Analysis User's Guide**. versão 2016. Johnston, Estados Unidos, 2016. Disponível em: <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/usb/default.htm?startat=book01.html>. Acesso em: 15 out. 2025.
- DOLAN, C. W.; STANTON, J. F.; ANDERSON, R. G. Moment resistant connections and simple connections. **PCI Journal**, Chicago, v. 32, n. 2, p. 62–74, mar. 1987.
- EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Paulo, SP: Oficina de Textos, 2017.
- FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 1999.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib). Structural connections for precast concrete buildings. **Guide to Good Practice**, Lausanne, 2008. (fib Bulletin, 43).
- HADADE, M. A. S. **Comportamento de ligações viga-pilar típicas com continuidade de armadura negativa em estruturas pré-fabricadas**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2016.
- KATAOKA, M. N.; FERREIRA, M. A.; EL, A. L. H. D. C. Nonlinear fe analysis of slab-beam-column connection in precast concrete structures. **Engineering Structures**, Amsterdam, v. 143, p. 306–315, mai. 2017.
- LI, S. F.; LI, Q. N.; ZHANG, H.; JIANG, H. T.; YAN, L.; JIANG, W. S. Experimental study of a fabricated confined concrete beam-to-column connection with end-plates. **Construction and Building Materials**, Amsterdam, v. 158, p. 208–216, out. 2017.
- MIOTTO, A. M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2002.
- NAYAL, R.; RASHEED, H. A. Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and frp bars. **Journal of Materials in Civil Engineering**, Reston, v. 18, n. 6, p. 831–841, dec. 2006.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE. **Design Handbook**. 7. ed.. ed. Chicago, Illinois: PRECAST CONCRETE INSTITUTE, 2010.

RAOUS, M.; KARRAY, M. A. Model coupling friction and adhesion for steel-concrete interfaces. **International Journal of Computer Applications in Technology**, Genebra, v. 34, n. 1, p. 42–51, mar. 2010.

SILVA, J. V. M. A. **Avaliação numérica do comportamento de ligações viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Brasil, 2018.

SILVA, M. M. R. **Novo sistema estrutural pré-fabricado para construção de edifícios de múltiplos pavimentos: análise experimental e analítica da ligação semirrígida**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, 2025.

WAHALATHANTRI, B.; THAMBIRATNAM, D.; CHAN, T.; FAWZIA, S. **A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS**. In: FIRST INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING, DESIGNING AND DEVELOPING THE BUILT ENVIRONMENT FOR SUSTAINABLE WELLBEING. Brisbane: Queensland University of Technology, 2011. p. 260–264.

XIAO, Y.; YU, M.; LIU, W. Finite element analysis of precast concrete beam–column semi-rigid joints with steel connections. **Applied Sciences**, Basel, v. 14, n. 12, p. 5070, jun. 2024.

ZHANG, H.; HUANG, W.; LIU, B.; LI, S.; LI, Q.; MAO, L. Numerical analysis of a prefabricated concrete beam-to-column connection with bolted end plates. **Structures**, Amsterdam, v. 59, p. 105778, dez. 2024.

APÊNDICE A – CÁLCULO DA RIGIDEZ SECANTE PELO MODELO DA NBR 9062:2017

Esta seção apresenta a rotina de cálculo utilizada para determinar a rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade a partir da equação da NBR 9062:2017 .

A.1 Parâmetros adotados no cálculo

A Tabela 15 apresenta os parâmetros utilizados para o cálculo da rigidez secante.

Tabela 15 – Rigidez secante para os modelos numéricos com diferentes diâmetros da armadura de continuidade.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade do aço	E_s	210	GPa
Diâmetro da barra de aço	ϕ	25	mm
Quantidade de barras de aço	n	3	-
Área de aço total	A_s	1472,62	mm ²
Altura útil	d	274	mm
Rigidez secante experimental	$R_{sec,exp}$	44230,90	kN.m/rad
Distância do centro de rotação	L_a	94,5	mm

Fonte: Elaborado pelo autor.

A.2 Determinação do parâmetro β_1

O primeiro passo é determinar o parâmetro β_1 , que é o coeficiente de ajustamento para o comprimento efetivo de deformação:

$$\beta_1 = \frac{\left[\frac{E_s A_s d^2}{R_{sec,exp}} - L_a \right]}{\phi} = \frac{\left[\frac{210 \cdot 1472,62 \cdot 274^2}{44230,90 \cdot 10^3} - 94,5 \right]}{25} \approx 18 \quad (\text{A.1})$$

A.3 Determinação do valor do comprimento de deformação efetivo da armadura negativa de continuidade

Com o valor do parâmetro β_1 podemos determinar o valor de L_{ed} sendo:

$$L_{ed} = \beta_1 \cdot \phi + L_a = 18 \cdot 25 + 94,5 = 545 \text{ mm} \quad (\text{A.2})$$

A.4 Determinação do valor da rigidez secante

Fixando o valor de $k = 1$, e utilizando a equação apresentado na NBR 9062:2017, podemos obter o valor de rigidez secante por:

$$R_{sec,calc} = k \cdot \frac{E_s A_s d}{L_{ed}} = 1 \cdot \frac{200 \cdot 1472,62 \cdot 274^2}{545} = 42639655,74 N \cdot m / rad = 42639,66 kN \cdot m / rad \quad (A.3)$$

A.5 Rigidez secante para diferentes diâmetros da armadura de continuidade

Por fim, para obter a rigidez secante para diferentes diâmetro da armadura de continuidade, iremos seguir utilizando a mesma equação para determinar L_{ed} , utilizando o mesmo valor de β_1 .

A área de aço para os diâmetros de 20, 16 e 12,5 mm são:

$$A_{s,20mm} = \frac{\pi d^4}{4} = \frac{\pi 20^2}{4} = 314,16 \quad (A.4)$$

$$A_{s,16mm} = \frac{\pi d^4}{4} = \frac{\pi 16^2}{4} = 201,06 \quad (A.5)$$

$$A_{s,12.5mm} = \frac{\pi d^4}{4} = \frac{\pi 12,5^2}{4} = 122,72 \quad (A.6)$$

Para o diâmetro de 20 mm, teremos:

$$L_{ed,20mm} = \beta_1 \cdot \phi + L_a = 18 \cdot 20 + 94,5 = 454,5 mm \quad (A.7)$$

$$R_{sec,calc,20mm} = k \cdot \frac{E_s A_s d}{L_{ed}} = 1 \cdot \frac{210 \cdot (3 \cdot 314,6) \cdot 274^2}{454,5} = 32693,22 kN \cdot m / rad \quad (A.8)$$

Para o diâmetro de 16 mm, teremos:

$$L_{ed,16mm} = \beta_1 \cdot \phi + L_a = 18 \cdot 16 + 94,5 = 382,5 mm \quad (A.9)$$

$$R_{sec,calc,16mm} = k \cdot \frac{E_s A_s d}{L_{ed}} = 1 \cdot \frac{210 \cdot (3 \cdot 201,06) \cdot 274^2}{382,5} = 24862,23 kN \cdot m/rad \quad (A.10)$$

Para o diâmetro de 12,5 mm, teremos:

$$L_{ed,12.5mm} = \beta_1 \cdot \phi + L_a = 18 \cdot 12,5 + 94,5 = 319,5 mm \quad (A.11)$$

$$R_{sec,calc,12.5mm} = k \cdot \frac{E_s A_s d}{L_{ed}} = 1 \cdot \frac{210 \cdot (3 \cdot 122,72) \cdot 274^2}{319,5} = 18166,90 kN \cdot m/rad \quad (A.12)$$