



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ESTUDO DO DESEMPENHO DE ACOPLADORES  
DIRECIONAIS TRIPLOS SOLITÔNICOS DE FIBRAS  
ÓPTICAS: RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS.

Márcio Gomes da Silva

Orientador: Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra

Dissertação apresentada ao Departamento de Física  
da Universidade Federal do Ceará, como parte dos  
requisitos para obtenção do Título de Mestre em  
Ciências.

Julho 1997.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S581e Silva, Márcio Gomes da.

Estudo do desempenho de acopladores direcionais triplos solitônicos de fibras ópticas : resultados analíticos e numéricos / Márcio Gomes da Silva. – 1997.  
124 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 1997.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra.

1. Fibras ópticas. 2. Lagrange, Equações de . 3. Schrodinger, Equação de . I. Título.

CDD 530

---

# **ESTUDO DO DESEMPENHO DE ACOPLADORES DIRECIONAIS TRIPLOS SOLITONICOS DE FIBRAS ÓPTICAS: RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

**Márcio Gomes da Silva**

Tese apresentada ao Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Comissão Julgadora:

Antônia Bezerra Sombra - UFC  
ORIENTADOR

Francisco Alcides Germano - UFC

Artur da Silva Gouveia Neto - UFAL

À minha família  
meu sobrinho  
e amigos

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Antônio Sérgio Bezerra Sombra, pela inesgotável paciência para comigo, pela orientação deste trabalho e pelos sábios ensinamentos.

Aos demais professores do Departamento de Física-UFC, que de forma direta ou indireta contribuíram para minha formação.

À Márcia pelo apoio, paciência, compreensão.

À todos meus amigos do curso de física, por seu companheirismo e pelos bons momentos vividos nesta instituição.

À Universidade Federal do Ceará, pela oportunidade.

À CAPES pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Neste trabalho apresentamos um estudo analítico de propagação e chaveamento de solitons em acopladores direcional não-lineares triplos de fibras ópticas. Para isso usamos um método variacional baseado na formulação densidade de Lagrange. As soluções analíticas são obtidas diretamente das equações acopladas de Schrödinger. As características de transmissão de solitons fundamentais obtidos pelo procedimento analítico concordam com os resultados obtidos pela análise numérica.

Adicionalmente os resultados mostraram a existência de auto estados de solitons no acoplador direcional não-linear triplo de fibras ópticas.

## **ABSTRACT**

We present an analytical investigation of the propagation and switching of solitons in a three-core nonlinear fiber coupler with a variational method using the Lagrangian density formulation. The analytical solutions were directly obtained from the coupled nonlinear Schrödinger equations. The transmission characteristics of first order solitons obtained by the analytical procedure agrees well with the results from numerical analysis. In addition, the analysis shows the existence of soliton eigenstates, in the three core nonlinear fiber coupler, where no coupling between the fibers was observed

# ÍNDICE

Introdução.....	1
Capítulo 1 - Propagação de pulsos em fibras ópticas.....	3
1.1 - Referências.....	17
Capítulo 2 - Propagação de solitons ópticos.....	18
2.1 - Regimes de propagação.....	18
2.2 - Regime dispersivo.....	21
2.3 - Regime não-linear.....	23
2.4 - Regime dispersivo e não-linear.....	30
2.5 - Soliton óptico.....	32
2.6 - Soliton fundamental e de ordem superior.....	34
2.7 - Chirp inicial de frequência.....	37
2.8 - Colisão entre solitons ópticos.....	39
2.9 - Interação entre solitons.....	42
2.10 - Interação com diferença de fase inicial.....	42
2.11 - Interação com diferença de amplitude.....	46
2.12 - Referências.....	48
Capítulo 3 - Acopladores direcionais.....	49
3.1 - Acoplamento de soliton fundamental.....	49
3.2 - Chaveamento.....	56
3.3 - Propagação de solitons chaveados.....	58
3.4 - Modelagem de acopladores triplos.....	61
3.5 - Referências.....	67

Capítulo 4 - Acoplador direcional, não-linear, de fibra óptica duplo e triplo: abordagem analítica. ....	68
4.1 - Acoplador direcional não-linear duplo.....	68
4.2 - Chaveamento de solitons em acopladores duplos.....	74
4.3 - Cálculo da transmissão não-linear.....	76
4.4 - Auto estados de um acoplador duplo.....	85
4.5 - Acoplador direcional não-linear triplo de fibras ópticas.....	91
4.6 - Chaveamento de solitons em acopladores triplos.....	95
4.7 - Auto estados de um acoplador triplo .....	102
4.8 - Referências.....	108
 Conclusões.....	 109
  Apêndice A - Acoplamento entre guias dielétricos .....	  110
 Apêndice B - Abordagem numérica: Runge-Kutta.....	121
 Apêndice C - Resultados decorrentes deste trabalho.....	123

# INTRODUÇÃO

Neste trabalho apresentamos um estudo do desempenho de acopladores direcionais não-lineares duplos e triplos de fibras ópticas. Obtivemos resultados analíticos e numéricos para os acopladores operando no regime solitônico com pulsos de alguns pico segundos de duração.

No primeiro capítulo desta dissertação, estudaremos a teoria de ondas eletromagnéticas que se propagam num meio não-linear dispersivo, de onde obteremos as equações básicas que governam a propagação de um pulso numa fibra óptica.

No segundo capítulo, analisaremos os efeitos de dispersão de velocidade de grupo (GVD) e de auto modulação de fase (SPM) . Discutiremos as alterações causadas por esses efeitos sob um pulso óptico que se propaga na fibra. Temos como objetivo estudar a propagação de solitons em fibras, conhecer melhor as características destes pulsos e possíveis interações que possam ocorrer entre eles.

No terceiro, focalizaremos os dispositivos de chaveamento totalmente ópticos. Já que em futuros sistemas de chaveamento, espera-se uma aplicação totalmente óptica, operando com pulsos na região de pico-segundos. Estes sistemas devem se constituir de dispositivos baseados no índice de refração não-linear  $n_2$ , com múltiplas entradas e saídas operando com pulsos ultracurtos e baixas potências de incidência.

Diversos dispositivos de fibras ópticas são abordados na literatura, com o intuito de obtenção de chaveamento totalmente óptico. Entre eles podemos citar o interferômetro Mach-Zehnder de fibras ópticas, que provoca uma diferença de fase entre pulsos no intuito de se obter interferência construtiva ou destrutiva. Estes dispositivos apresentam características de chaveamento bastante promissoras.

Os acopladores direcionais não-lineares (NLDC) são dispositivos de portas múltiplas, cuja operação depende da intensidade do pulso incidente e do índice de refração  $n_2$ .

Neste capítulo abordaremos os acopladores direcionais duplos e triplos de fibras ópticas, onde obtivemos numericamente as características de chaveamento.

No quarto, trataremos analiticamente acopladores duplos e triplos. Para isso usamos um método variacional, constituído pela determinação de uma Lagrangeana que represente os acopladores.

É de se esperar de componentes de chaveamento totalmente ópticos, como os acopladores direcionais, inúmeras aplicações nos mais diversos sistemas de comunicação óptica. Recentes resultados publicados na literatura mostram aplicações em áreas como: comunicação, sensores e instrumentação. Duplicação de transmissão de sinais através de uma única linha, distribuição de sinais de TV por cabos ópticos, barramento utilizado em ligações entre terminais inteligentes e de computadores são algumas das possíveis aplicações destes acopladores em sistemas de comunicação.

# CAPÍTULO 1

## 1. PROPAGAÇÃO DE PULSOS EM FIBRAS ÓPTICAS

Como todo fenômeno eletromagnético, a propagação de uma onda eletromagnética em uma fibra óptica é governada pelas equações de Maxwell. Estas equações fazem uma relação dos campos elétricos e magnéticos com as propriedades físicas do meio, formando bases para soluções de problemas eletrodinâmicos em meios materiais. No sistema de unidades MKS, as equações de Maxwell são: <sup>(1)</sup>

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = J_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

onde  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são vetores de campo elétrico e magnético respectivamente.  $\vec{D}$  e  $\vec{B}$  densidade de fluxo elétrico e magnético.  $J_f$  e  $\rho_f$  densidade de corrente e de carga.

A densidade de fluxo elétrico  $\vec{D}$  está relacionada com campo elétrico  $\vec{E}$  e a polarização  $\vec{P}$ , enquanto a densidade de fluxo magnético  $\vec{B}$  se relaciona com o campo magnético  $\vec{H}$  e a magnetização  $\vec{M}$ , desta forma:

$$\begin{aligned}\vec{D}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t) \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{M}(\vec{r}, t)\end{aligned}\tag{1.5}$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade no vácuo e  $\mu_0$  a permeabilidade.  $\vec{P}$  e  $\vec{M}$  são as polarizações elétrica e magnética respectivamente.

Através das constantes  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  obtemos a velocidade da luz no vácuo.

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}\tag{1.6}$$

A partir das equações de Maxwell é possível obter uma equação de onda para os campos que se propagam em um meio qualquer.

Aplicando o operador rotacional em ambos os membros da equação (1.1) e como a indução magnética é uma função contínua e diferenciável, tem-se que:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t)\tag{1.7}$$

a partir das equações (1.2) e (1.5) temos:

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \left( \vec{J}_f(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) + \nabla \times \vec{M}(\vec{r}, t)\tag{1.8}$$

substituindo a equação (1.8) na equação (1.7) e utilizando as relações (1.5), (1.6) e a identidade vetorial abaixo:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}\tag{1.9}$$

temos:

$$\nabla^2 \vec{E} - \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}_f}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \frac{\partial(\nabla \times \vec{M})}{\partial t} \quad (1.10)$$

A equação (1.10) também é válida para o campo magnético  $\vec{H}$ . Ela é tão geral, tanto quanto forem a polarização, a magnetização e a densidade de corrente.

A polarização elétrica de um meio traz implicitamente todas as propriedades elétricas do mesmo. Da mesma forma a magnetização. Essas duas grandezas constituem a resposta do meio aos campos.

A polarização  $\vec{P}$  pode ser separada em duas partes: uma linear e outra não-linear, de tal forma que:

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} \quad (1.11)$$

Em geral, a obtenção da polarização  $\vec{P}$  requer atenção para os efeitos de retardamento da resposta do meio material ao campo aplicado. Usando a propriedade da transformada de Fourier obtemos:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt' \quad (1.12)$$

$$\vec{P}_{NL}^{(2)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(2)}(t-t_1, t-t_2) \otimes \vec{E}_j(\vec{r}, t_1) \vec{E}_k(\vec{r}, t_2) dt_1 dt_2 \quad (1.13)$$

$$\vec{P}_{NL}^{(n)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(n)}(t-t_1, \dots, t-t_n) \otimes \vec{E}_j(\vec{r}, t_1) \dots \vec{E}_z(\vec{r}, t_n) dt_1 \dots dt_n \quad (1.14)$$

Onde o símbolo  $\otimes$  representa o produto tensorial.

A polarização na posição  $\vec{r}$  e no instante  $t$ , dependeria do campo elétrico tanto em instantes anteriores como posteriores a  $t$ . Com isso, temos um problema de natureza causal, pois, a polarização depende de um campo que ainda não existe. Para contornar esta situação, admitimos que o tensor de susceptibilidade elétrica é nulo para  $t' > t$ .

Podemos aplicar operações de simetria na polarização elétrica para obter maiores informações sobre a mesma. Quando um meio centrosimétrico é submetido a um campo elétrico, o meio responde com uma dada polarização. Contudo, se invertermos o sentido do campo elétrico mudaremos também o sentido da polarização. Com isso, podemos afirmar que todos os tensores de susceptibilidade elétrica de ordem par são nulos. Logo, temos<sup>(2)</sup>:

$$P(\vec{r}, t) = P_L^{(1)}(\vec{r}, t) + P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t) + P_{NL}^{(5)}(\vec{r}, t) \quad (1.15)$$

As operações de simetria podem ser usadas para determinar quais componentes são nulas ou quais são iguais entre si, mas nunca seus valores.

O estudo da maioria dos efeitos não-lineares em uma fibra óptica envolve a aplicação de pulso curto na ordem de 10ns à 10fs. Quando um pulso se propaga numa fibra, tanto a dispersão quanto os efeitos não-lineares atuam sobre a forma e espectro do pulso.

Como numa fibra óptica há ausência de cargas livres e propriedades magnéticas apreciáveis, obtemos os seguintes resultados:  $J_f = 0$ ,  $\rho = 0$  e  $M=0$ . Logo, tratando de um meio homogêneo, a equação de onda é dada por:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.16)$$

Para resolver a equação (1.16) é necessário considerar algumas simplificações: primeira, a polarização não-linear  $P_{NL}$  é considerada como uma pequena perturbação de  $P_L$ ; segunda, o campo óptico deve manter sua polarização ao longo da fibra; terceira, o pulso óptico é considerado quase monocromático, ou seja,  $\Delta\omega / \omega \ll 1$ . Onde  $\Delta\omega$  é a largura espectral do pulso.

Podemos separar o campo elétrico aplicado em duas partes: uma parte lenta e uma rápida. A parte lenta representa o perfil do pulso, enquanto a parte rápida se refere às oscilações do pulso óptico da ordem de  $10^{15}$ Hz. O campo elétrico é dado por:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [\vec{E}(\vec{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + \text{c. c.}] \quad (1.17)$$

Onde c.c. é o complexo conjugado,  $\hat{x}$  é o vetor unitário da polarização do campo considerado linearmente polarizado ao longo do eixo x,  $E(\vec{r}, t)$  representa a parte lenta e o termo exponencial a parte rápida do pulso, com frequência  $\omega_0$ . As polarizações  $\vec{P}_L$  e  $\vec{P}_{NL}$  são dadas de forma análoga ao campo.

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [\vec{P}_L(\vec{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + \text{c. c.}] \quad (1.18)$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + \text{c. c.}] \quad (1.19)$$

a polarização linear  $\vec{P}_L$  pode ser obtida substituindo (1.18) na (1.12).

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (1.20)$$

onde  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  é a transformada de Fourier de  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ .

A polarização não-linear  $\vec{P}_{NL}$  é obtida pela substituição (1.19) na equação (1.13) e (1.14). Considerando a resposta não-linear da polarização elétrica, instantânea, podemos simplificar a parte não-linear dessa polarização:

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} \mathbf{E}_j(\vec{r}, t) \mathbf{E}_k(\vec{r}, t) + \epsilon_0 \chi_{ijkz}^{(3)} \mathbf{E}_j(\vec{r}, t) \mathbf{E}_k(\vec{r}, t) \mathbf{E}_z(\vec{r}, t) + \dots \quad (1.21)$$

para um meio com simetria de inversão, então devemos desconsiderar os termos pares da polarização não-linear. Considerando apenas o primeiro termo, responsável pela não-linearidade de terceira ordem, por expansão temos:

$$\bar{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \hat{x} \frac{1}{8} \epsilon_0 \chi_{ijkz}^{(3)} \left\{ \bar{E}^3(\vec{r}, t) \exp(i3\omega_1 t) + 3|\bar{E}(\vec{r}, t)|^2 \bar{E}(\vec{r}, t) \exp(i\omega t) + \text{c.c.} \right\} \quad (1.22)$$

O primeiro termo da equação acima oscila com o triplo da frequência do campo, gerando assim o terceiro harmônico. Para que isso ocorra é preciso condições favoráveis, e quando elas não forem satisfeitas o fenômeno pode ser desprezado. Então, desprezando o termo gerador de terceiro harmônico e comparando com (1.19), tem-se que:

$$\bar{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{ijkz}^{(3)} |\bar{E}(\vec{r}, t)|^2 \bar{E}(\vec{r}, t) \quad (1.23)$$

onde a constante dielétrica  $\epsilon_{NL}$  é dada:<sup>(3,4)</sup>

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{ijkz}^{(3)} |\bar{E}(\vec{r}, t)|^2 \quad (1.24)$$

a parte lenta da polarização é representada por:

$$\bar{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_{NL} \bar{E}(\vec{r}, t) \quad (1.25)$$

Para obter uma equação de onda para a parte lenta é conveniente trabalhar no espaço de frequência. Isto será possível somente se  $\epsilon_{NL}$  for constante. Esta aproximação pode ser justificada pela natureza perturbativa da polarização não-linear. A equação (1.16) pode ser escrita como:

$$\nabla^2 \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = 0 \quad (1.26)$$

onde  $k_o = \frac{\omega}{c}$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL} \quad (1.27)$$

o termo  $\tilde{E}(\vec{r}, \omega)$  é a transformada de Fourier de  $\tilde{E}(\vec{r}, t)$ .

O índice de refração é dado pela raiz quadrada de  $\varepsilon(\omega)$ . A partir da equação (1.27) e supondo que  $\varepsilon_{NL}$  é muito pequeno, temos:

$$n(\omega) = n_o(\omega) + \frac{\varepsilon_{NL}}{2n_o(\omega)} \quad (1.28)$$

onde:

$$n_o = \left\{ 1 + \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \right\}^{1/2}$$

considerando:

$$n_{NL} = \frac{3}{8} \frac{\chi_{ijkz}^{(3)}}{n_o(\omega)} \quad (1.29)$$

substituindo (1.24) em (1.28) e considerando a equação (1.29), temos que:

$$\tilde{n}(\omega) = n_o(\omega) + n_{NL}|E|^2 \quad (1.30)$$

Observamos que o índice de refração  $\tilde{n}(\omega)$  depende do índice de refração não-linear  $n_{NL}$  e da intensidade do campo. A não-linearidade obtida é chamada de não-linearidade do tipo Kerr.

A equação de onda (1.26) pode ser resolvida usando o método de separação de variáveis. Assumindo uma solução da seguinte forma:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta z) \quad (1.31)$$

Onde  $\tilde{A}$  é uma função variando lentamente em  $z$  e que define o perfil do pulso,  $\beta$  é a constante de propagação e  $F(x, y)$  descreve os modos. Aplicando essa solução na equação de onda, temos:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\epsilon_{NL}(\omega)k_0^2 - \beta]F = 0 \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + 2i\beta \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\bar{\beta}^2 - \beta^2)\tilde{A} = 0 \quad (1.33)$$

Para a equação (1.33) podemos fazer uma aproximação, já que o termo de derivada segunda é muito menor que o da derivada de primeira ordem. Assim obtemos:

$$2i\beta \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\bar{\beta}^2 - \beta^2)\tilde{A} = 0 \quad (1.34)$$

esta aproximação é sempre válida, desde que o pulso tenha espectro estreito.

Para determinar a constante  $\beta$  é preciso solucionar a equação de autovalor (1.32) que descreve os modos de propagação dos pulsos e o comportamento transversal do campo. Admitindo que o termo não-linear seja nulo, temos:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\epsilon_L(\omega)k_0^2 - \beta]F = 0 \quad (1.35)$$

onde  $F$  é o modo não perturbado e  $\epsilon_L(\omega)$  é a constante linear dada:

$$\varepsilon_L(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) \quad (1.36)$$

A equação (1.32) pode ser resolvida de maneira perturbativa a partir da equação (1.36). Sendo  $\beta$ , autovalor perturbado, encontrado através do autovalor não perturbado  $\beta$ . Esta equação pode ser resolvida usando a teoria de perturbação <sup>(5,6)</sup>. A constante dielétrica  $\varepsilon_{NL}(\omega)$  pode ser aproximada por:

$$\varepsilon_{NL}(\omega) = (n + \Delta n)^2 \cong n^2 + 2n\Delta n \quad (1.37)$$

onde  $\Delta n$  é uma pequena perturbação dada por:

$$\Delta n = n_{NL} |\bar{E}|^2 + i \frac{\alpha}{2k_0} \quad (1.38)$$

sendo  $\alpha$  o coeficiente de absorção. Para uma fibra de modo único,  $F(x,y)$  representa uma distribuição do modo fundamental,  $HE_{11}$  dada pelas equações:<sup>(2)</sup>

$$\begin{aligned} F(x,y) &= J_0(\kappa\rho), \\ F(x,y) &= \left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} J_0(\kappa a) \exp[-\gamma(\rho - a)], \end{aligned} \quad (1.39)$$

ou pela aproximação Gaussiana.

$$F(x,y) = \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w^2}\right] \quad (1.40)$$

onde  $J_0(\kappa a)$  é função de Bessel de primeira espécie. Então incluímos o efeito de  $\Delta n$  na equação:

Na teoria da perturbação de 1ª. ordem,  $\Delta n$  não afeta a distribuição modal  $F(x,y)$ .

O autovalor  $\beta$  é dado:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (1.41a)$$

onde

$$\Delta\beta = k_o \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n |F(x,y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy} \quad (1.41b)$$

Este passo traz uma solução para a equação (1.16) para a menor ordem na perturbação  $P_{NL}$ . A equação (1.34) pode ser escrita:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_o] \tilde{A} \quad (1.42)$$

onde usamos a equação (1.41a) e a aproximação  $\bar{\beta}^2 - \beta_o^2 \cong 2\beta_o(\bar{\beta} - \beta_o)$ . A transformada inversa de Fourier da equação (1.42) nos dá uma equação de propagação para  $A(z,t)$ . Para isso, é necessário expandir  $\beta(\omega)$  em série de Taylor nas proximidades de  $\omega_o$ .

$$\beta(\omega) = \beta_o + (\omega - \omega_o)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_o)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_o)^3\beta_3 + \dots \quad (1.43a)$$

onde

$$\beta_n = \left[ \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \right]_{\omega=\omega_0} \quad (1.43b)$$

Os termos  $n \geq 3$  na expansão são geralmente desprezados se o comprimento espectral  $\Delta\omega$  for muito menor que  $\omega_0$ . Isto é,  $\Delta\omega \ll \omega_0$ . Da equação (1.43b),  $\beta_1$  é igual ao inverso da velocidade de grupo,  $\beta_2$  é dispersão da velocidade de grupo e está relacionada com a derivada da velocidade de grupo com a frequência. Substituindo a expansão na equação de propagação (1.42), utilizando a transformada de Fourier inversa:

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (1.44)$$

e substituindo  $(\omega - \omega_0)$  pelo operador  $i \frac{\partial}{\partial t}$ , temos:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i \left[ \sum_{j=1}^n (i)^j \frac{\beta_j}{j!} \frac{\partial^j A}{\partial t^j} + \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\beta(t - t') A dt \right] \quad (1.45)$$

último termo está relacionado com o teorema da convolução. Como a não-linearidade considerada tem resposta instantânea, a dependência temporal de  $\Delta\beta$  contém uma função Delta de Dirac e sendo  $n$ , sempre menor que 3, para  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , temos.

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\Delta\beta A \quad (1.46)$$

termo  $\Delta\beta$  contém os efeitos de perda e não-linearidade. Usando (1.24), (1.37), (1.41b) e

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{n(\omega)c} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (1.48a)$$

podemos calcular  $\Delta\beta$ .

$$\Delta\beta = \gamma|A|^2 + i\frac{\alpha}{2} \quad (1.48b)$$

onde o coeficiente de não-linearidade  $\gamma$  é dado por  $\gamma = \frac{n_{NL}\omega_0}{cA_{eff}}$ , sendo  $A_{eff}$  a área efetiva do núcleo da fibra.

$$A_{eff} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx dy} \quad (1.49)$$

logo.

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma|A|^2 A \quad (1.50)$$

A equação anterior descreve a propagação de um pulso numa fibra de modo único, onde estão incluídos a perda através de  $\alpha$ , dispersão cromática  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e a não-linearidade  $\gamma$  gerada pela susceptibilidade óptica.

O parâmetro  $\beta_2$  pode ser positivo ou negativo dependendo se o comprimento de onda  $\lambda$  é maior ou menor que  $\lambda_d$  (comprimento de onda onde temos dispersão igual a zero). Para  $\lambda > \lambda_d$ ,  $\beta_2$  é negativo, chamada de região anômala, podendo suportar a propagação de solitons ópticos.

Embora a equação de propagação tenha conseguido explicar um grande número de efeitos não-lineares, muitas vezes, faz-se necessária uma equação mais completa, adequada as condições do experimento. Por exemplo: efeitos relativos ao espalhamento

inelástico estimulado como SRS e SBS. O SRS ( espalhamento Raman estimulado) e o SBS (espalhamento Brillouin estimulado) estão relacionados com os modos vibracionais excitados no meio material. Uma equação de propagação mais generalizada pode ser dada por:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + a_1 \frac{\partial(|A|^2 A)}{\partial t} - a_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \quad (1.51)$$

os termos que acompanham  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  estão relacionados com a dispersão de primeira, segunda e terceira ordem respectiva. O quarto e quinto da esquerda para direita correspondem ao efeitos de perda e não-linearidade gerada pela susceptibilidade de terceira ordem. O segundo da direita para esquerda, responsável pelo “*self-steepening*”, sendo  $a_1 = \frac{2\gamma}{\omega_0}$ . O último aparece devido ao atraso da resposta do meio, responsável pelo auto deslocamento em frequência (self frequency shift), sendo  $a_2 = i\gamma T_R$  onde  $T_R$  é o tempo de resposta não-linear do meio.

Consideremos

$$T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z \quad (1.52)$$

onde  $v_g$  é a velocidade de grupo do pulso dada por  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta_1}$  e T o tempo retardado.

Podemos normalizar a equação (1.50), usando as seguintes identidades:

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} \right) = -\beta_1 \left( \frac{\partial}{\partial T} \right)_z + \left( \frac{\partial}{\partial z} \right)_T \quad (1.53)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_z = \left( \frac{\partial}{\partial T} \right)_z \quad (1.54)$$

onde os índices indicam as variáveis que foram mantidas constantes durante as derivações. Logo, desprezando as perdas na equação (1.50), temos que:

$$i \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + \gamma |A(z, T)|^2 A(z, T) = 0 \quad (1.55)$$

Esta equação é bastante conhecida como Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE) que apresenta soluções para propagações de solitons ópticos em fibras ópticas. Esta equação (1.55) tem sido extensivamente estudada no contexto de solitons.<sup>(8,9)</sup>

## 1.1 REFERÊNCIAS:

- 1- L. M. Magid, Electromagnetic Fields, Energy, and Waves ( Wiley, New York, 1972)
- 2- G. P. Agrawal ,Nonlinear Fiber Optics (Academic,San Diego,1989)
- 3- G. P. Agrawal, In Supercontinuum Laser Source, ed. By R. R. Alfano ( Springer-Verlag, Heidelberg, 1989).
- 4- H. A. Haus, Waves and Fields in Optoelectronics (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1984) Chap. 10.
- 5- Philip M. Morse, Methods of Theoretical Physics. V. 2,McGraw-Hill Book Company, Inc. 1953
- 6- Merzbacher E, Quantum Mechanics, New York: Jonh Wiley & Sons. 1970.
- 7- V. E. Zakharov e A. B. Shabat, Sov. Phys. JETP 34, 62 (1972).
- 8- R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, e H. C. Morris, Soliton and Nolinear Wave Equations (Academic, New York, 1982).

## CAPÍTULO 2

### 2. PROPAGAÇÃO DE SOLITONS ÓPTICOS

Neste capítulo estudaremos os efeitos de dispersão e não-linearidade que agem sobre um pulso que evolue através de uma fibra óptica. Para podermos compreender melhor os efeitos causados por estes fenômenos, tanto de dispersão como de não-linearidade, basicamente, concentraremos nossos esforços no estudo da Equação Não-Linear de Schrödinger.

#### 2.1 REGIMES DE PROPAGAÇÃO

A partir da equação (1.50) dada por:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A + \frac{i}{2} \alpha A = 0 \quad (2.1)$$

Onde  $A = A(z, T)$  é a amplitude do pulso em função de  $z$  e  $T$ ,  $T$  tempo retardado  $T = t - \frac{z}{v_g}$ . Da equação acima, o segundo termo governa os efeitos relacionados à dispersão de segunda ordem, o terceiro termo, os efeitos não-lineares e o quarto tem relação com os efeitos de perda. O segundo e terceiro termos estão subordinados aos valores iniciais da meia largura temporal do pulso  $T_0$  e da potência de pico  $P_0$ . É a partir desses valores que podemos dizer se um dado efeito de dispersão ou não-linearidade pode ser mais importante ou não, durante a evolução de um pulso.

Definimos tempo normalizado como:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (2.2)$$

e amplitude normalizada

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z / 2) U(z, \tau) \quad (2.3)$$

onde  $T_0$  é considerado a meia largura na altura de  $1/e$  da intensidade máxima do pulso.

Podemos escrever a equação não-linear de Schrödinger normalizada da forma:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\text{sgn}(n_{NL}) \exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.4)$$

Onde  $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$  dependendo do sinal do parâmetro  $\beta_2$  e

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.5)$$

O comprimento não-linear  $L_{NL}$  está relacionado com os efeitos não-lineares existentes durante a propagação de um pulso numa fibra de comprimento  $L$ , enquanto o comprimento de dispersão  $L_D$  está relacionado com o efeito de dispersão<sup>(1-3)</sup>. Dependendo da relação entre  $L$ ,  $L_D$  e  $L_{NL}$  podemos ter quatro comportamentos diferentes para um pulso em propagação.

- 1- Quando o comprimento da fibra  $L$  é tal que  $L \ll L_{NL}$  e  $L \ll L_D$ , nem a dispersão e nem a não-linearidade serão importantes durante a evolução do pulso. Como resultado:  $U(z, \tau) = U(0, \tau)$ , ou seja, o pulso mantém sua forma durante a propagação. Este regime é ideal para comunicação a pequena distância.

Podemos estimar valores de  $T_0$  e  $P_0$  para dados valores dos parâmetros  $\beta_2$  e  $\gamma$  da fibra. Considerando  $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = 20\text{ps}^2 / \text{Km}$ ,  $\gamma = 20\text{W}^{-1}\text{Km}^{-1}$  e  $L \approx 50\text{km}$  temos que  $T_0 \approx 100\text{ps}$  e  $P_0 \approx 0.1\text{mW}$ .

- 2- Quando  $L$ ,  $L_D$  e  $L_{NL}$  estão na mesma ordem, tanto o efeito de dispersão como a não-linearidade influenciam no pulso propagante. Tomando como exemplo os parâmetros predefinidos ( $\lambda$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma$  e  $L$ ) e somando-os aos valores de  $T_0 \approx 1\text{ps}$  e  $P_0 \approx 1\text{W}$  podemos provocar uma situação que propicie a equivalência entre os três comprimentos:  $L$ ,  $L_D$  e  $L_{NL}$ .
- 3- Quando o comprimento  $L$  é tal que  $L \ll L_{NL}$  e  $L \approx L_D$ , a propagação do pulso é governada pela dispersão da velocidade de grupo (GVD) e a não-linearidade pode ser desprezada. O regime dominado pela dispersão é sempre obtido quando:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (2.6)$$

- 4-Quando o comprimento  $L$  da fibra é tal que  $L \ll L_D$  e  $L \approx L_{NL}$ , o termo de dispersão na equação (2.4) é desprezível comparado com a não-linearidade. Neste caso, a evolução do pulso é governada pela auto modulação de fase(SPM) que gera um alargamento espectral no pulso.<sup>(4,5)</sup> O regime dominado pela não-linearidade é aplicável sempre que:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (2.7)$$

Esta condição é satisfeita, quando aplicamos uma largura do pulso  $T_0 \approx 100\text{ps}$  com a potência de pico  $P_0 \approx 1\text{W}$ .

## 2.2 REGIME DISPERSIVO

Consideremos um pulso que se propaga num meio dispersivo. O efeito de dispersão cromática é observado devido a variação da velocidade de grupo com a frequência que constitui o espectro do pulso. Por consequência, cada componente do campo com frequência diferente se propaga com uma velocidade diferente. No regime puramente dispersivo temos que  $\gamma = 0$ , logo podemos escrever (2.4) como:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (2.8)$$

Esta equação pode ser facilmente resolvida utilizando a transformada de Fourier:

$$U(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega \quad (2.8.a)$$

que satisfaz a equação diferencial ordinária, aplicando a transformada em (2.8) temos:

$$i \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U} \quad (2.9)$$

onde a solução é dada:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(i \frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 z\right) \quad (2.10)$$

a equação (2.10) mostra que a GVD muda o valor da fase de cada componente espectral do pulso, dependendo da distância propagada, do quadrado da frequência. Podemos observar que essa mudança não afeta a banda espectral do pulso.

Para determinar  $U(0,\omega)$  necessitamos conhecer o pulso de entrada  $U(0,T)$ .  
 $U(0,\omega)$  é dado por:

$$U(0,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0,T) \exp(i\omega T) dT \quad (2.11)$$

Conforme os resultados anteriores, uma solução geral para a equação (2.8) é expressa por:

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(0,\omega) \exp(i\frac{1}{2}\beta_2\omega^2 - i\omega T) d\omega \quad (2.12)$$

Um pulso Gaussiano é um exemplo simples, no que se diz respeito ao cálculo analítico, que pode ser utilizado como pulso incidente para estudar os efeitos dispersivos de um conjunto composto fibra e onda. Considerando o pulso Gaussiano:

$$U(0,T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0}\right) \quad (2.13)$$

Usando as equações (2.12) (2.13) e resolvendo a integral, temos que a amplitude no ponto  $z$  ao longo da fibra é dada por:

$$U(z,T) = \left[ \frac{T_0}{T_0^2 - i\beta_2 z} \right]^{1/2} \exp\left[ -\frac{T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)} \right] \quad (2.14)$$

Portanto, Podemos observar que o pulso durante a propagação mantém o perfil Gaussiano. Contudo a largura temporal e a intensidade variam com a evolução do sinal, conforme as equações dadas:

$$T_1(z) = T_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{L_D} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.15)$$

$$I_1(z) = \frac{1}{1 + (z/L_D)}$$

Os gráficos (2.1) e (2.2) representam, respectivamente, o comportamento da largura temporal  $T_1(z)$  e da intensidade de pico em função  $I_1(z)$  em função de  $z/L_D$ .

Observamos um crescimento quase linear para meia largura do pulso, enquanto a intensidade de pico diminui com o crescimento de  $z/L_D$ . Verificamos também, que esses comportamentos independem do sinal de  $\beta_2$ . Podemos visualizar na figura (2.3) alargamento do pulso ao se propagar a distância  $z = L_D$ . As equações (2.11) e (2.12) não consideram mecanismo de perda de energia durante a propagação. Durante a evolução do pulso observamos o alargamento temporal com a manutenção de sua área.

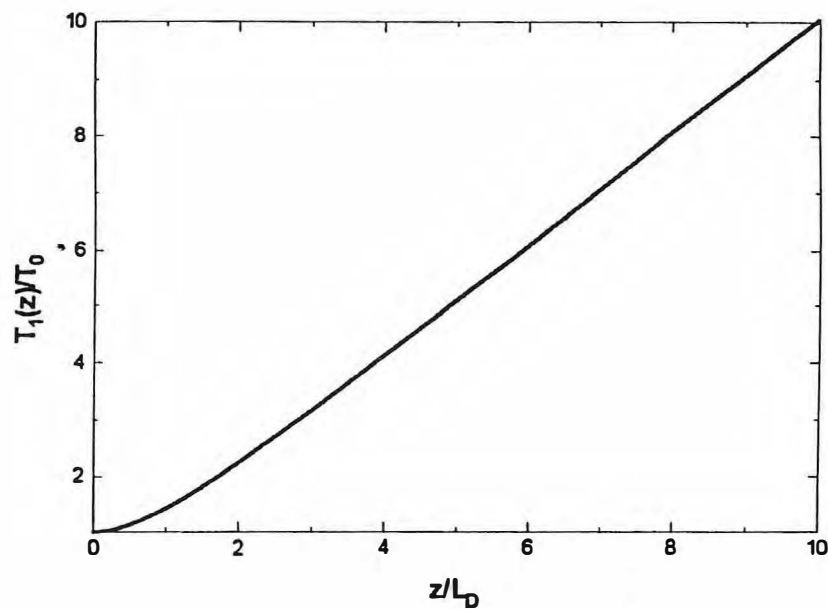


Fig. (2.1) Largura temporal  $T_1(z)$  em função de  $z/L_D$  para um pulso gaussiano.

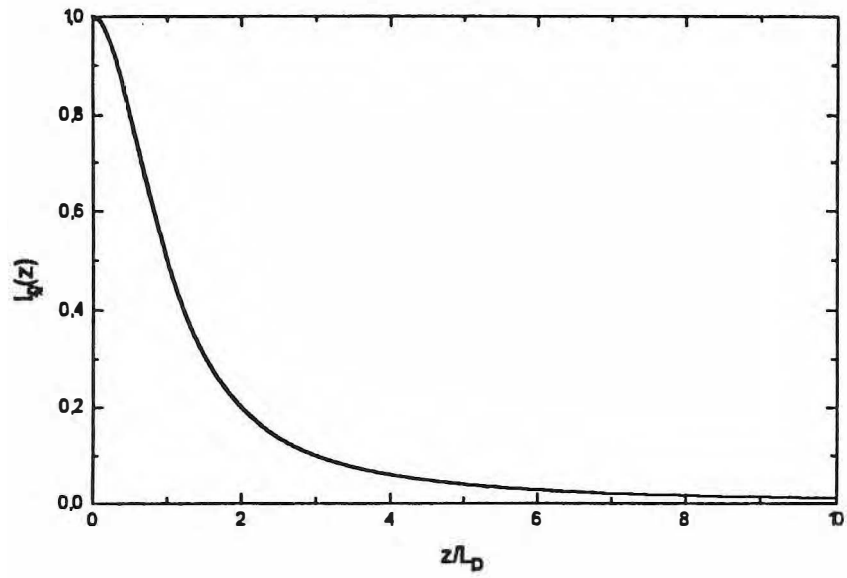


Fig. (2.2) Intensidade do pico do pulso  $I_1(z)$  em função de  $z/L_D$ .

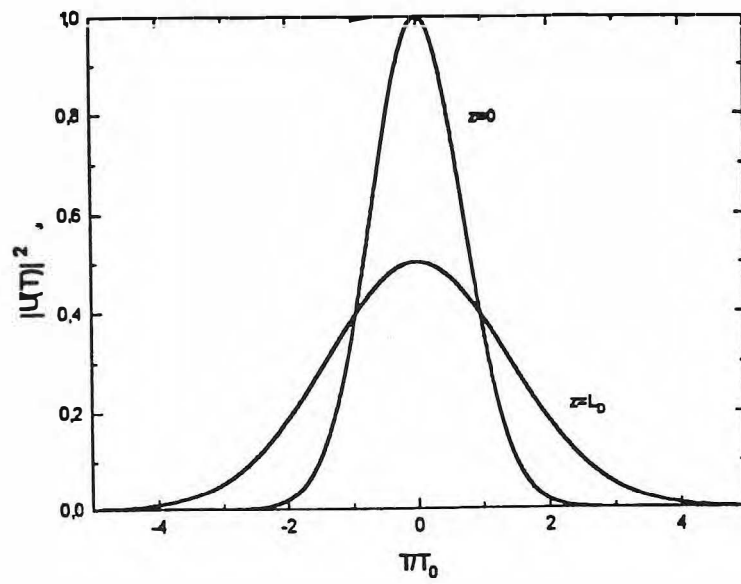


Fig. (2.3) Alargamento temporal do pulso após propagar  $z = L_D$ .

Analisando a equação (2.13) e (2.14) notamos, devido a propagação, o surgimento de uma fase para pulso. Sendo assim, podemos expressar  $U(z, T)$  como:

$$U(z, T) = |U(z, T)| \exp[i\phi(z, T)] \quad (2.16)$$

onde

$$\phi = -\text{sgn}(\beta_2) \frac{\left(\frac{z}{L_D}\right) T^2}{T_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right)} + \text{tg}^{-1}\left(\frac{z}{L_D}\right) \quad (2.17)$$

Analisando a equação anterior, observamos que cada freqüência está deslocada da freqüência central  $\omega_0$ , de:

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{2 \text{sgn}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right)}{T_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right)} T \quad (2.18)$$

O comportamento do pulso no tempo é alterado pelo deslocamento  $\delta\omega$  ou chirp, que depende do comprimento de propagação  $z$ , do sinal de  $\beta_2$  e do tempo retardado  $T$ .

## 2.3 REGIME NÃO-LINEAR

Nesta seção analisaremos a propagação de pulsos Gaussianos em regime puramente não-linear para um meio com não-linearidade do tipo Kerr. Em meios com não-linearidade Kerr, observamos o surgimento de um fenômeno interessante, conhecido como auto modulação de fase ou SPM, que depende tanto da intensidade, como do índice de refração não-linear  $n_{NL}$  do meio. O SPM é responsável pelo alargamento espectral do pulso, quando este se propaga numa fibra óptica.<sup>(4,5)</sup> Para uma melhor compreensão, devemos inicialmente analisar NLSE desprezando apenas o termo correspondente aos efeitos de dispersão, ou seja,  $\beta_2 = 0$ . A situação mais adequada para estudar os efeitos da auto modulação é aquela onde a dispersão pode ser ignorada contando somente com os efeitos não-lineares. Logo temos que:

$$L_D \gg L, L_{NL} \lesssim L \quad (2.19)$$

A partir da equação (2.4) obtemos:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i \frac{\text{sgn}(n_{NL}) \exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.20)$$

onde  $n_{NL}$  é o índice de refração não-linear. A solução para a expressão (2.20) é facilmente obtida:

$$U(z, T) = U(0, T) \exp[i\phi_{NL}(z, T)] \quad (2.21)$$

onde  $U(0, T)$  é a amplitude do campo em  $z = 0$  e

$$\phi_{NL}(z, T) = |U(0, T)|^2 \left( \frac{z_{eff}}{L_{NL}} \right) \quad (2.22)$$

sendo  $z_{eff}$  uma distância efetiva dada por:

$$z_{eff} = \frac{1}{\alpha} [1 - \exp(-\alpha z)] \quad (2.23)$$

$z_{eff}$  é sempre menor que  $z$ , a distância propagada. Isto se atribui ao fato de existir perda óptica durante a propagação, na ausência da perda, ou melhor,  $\alpha = 0$  implica na igualdade  $z_{eff} = z$ .

A equação (2.21) nos mostra que SPM origina uma fase que depende da intensidade e do comprimento propagado. Contudo, observamos que o surgimento desta fase não altera a forma do pulso em qualquer momento da propagação. A fase de deslocamento não-linear  $\phi_{NL}(z, T)$  sempre cresce com a propagação de  $z$ . O máximo da fase de deslocamento ocorre no centro do pulso  $T = 0$ . Sendo,  $U$  a amplitude normalizada, onde  $|U(0, 0)|^2 = 1$ , temos que:

$$\phi_{max} = \frac{z_{eff}}{L_{NL}} = \gamma P_0 z_{eff} \quad (2.24)$$

O alargamento espectral induzido pelo SPM é uma consequência da dependência do tempo pela fase  $\phi_{NL}(z, T)$ . Isso pode ser compreendido observando que uma variação temporal desta fase, implica numa diferença de frequência óptica instantânea ao longo do pulso com relação a frequência central  $\omega_0$ . Essa diferença é dada por:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\frac{\partial|U(0, T)|^2}{\partial T} \frac{z_{eff}}{L_{NL}} \quad (2.25)$$

sinal negativo está relacionado com a escolha  $\exp(-i\omega_0 t)$  na equação (1.17).

Consideramos um pulso incidente do tipo Gaussiano:

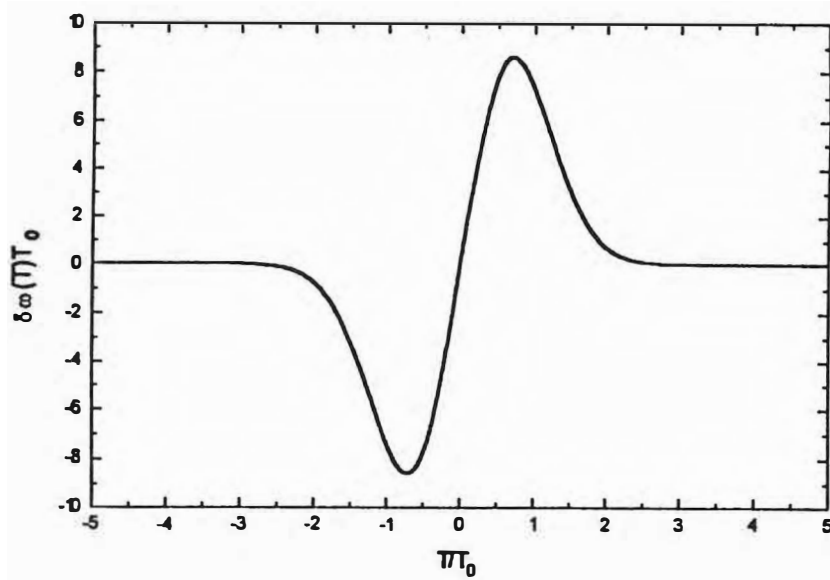
$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0}\right) \quad (2.26)$$

A partir da equação (2.23) temos que o chirp  $\delta\omega(T)$  é dado por:

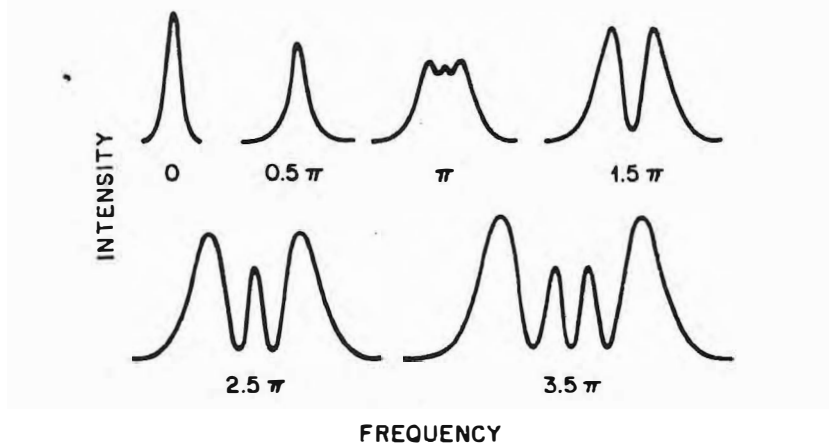
$$\delta\omega(T) = \frac{2}{T_0} \frac{z_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}} \left[\frac{T}{T_0}\right] \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right] \quad (2.27)$$

A variação temporal do chirp  $\delta\omega(T)$  tem algumas características. Primeira,  $\delta\omega(T)$  é negativo na região onde  $T < 0$  e positivo  $T > 0$ . Segunda, o “chirp” é linearmente crescente com  $T$ , ao longo da parte central. Como mostra a figura (2.4)<sup>(6)</sup>.

A forma real do espectro do pulso é obtida fazendo uma transformada de Fourier da equação (2.21). Para um dado comprimento de fibra,  $\phi_{\text{max}}$  cresce linearmente com a potência de pico  $P_0$  de acordo com a equação (2.24). A figura (2.5) mostra o espectro de um pulso Gaussiano para diversos valores da fase máxima de deslocamento  $\phi_{\text{max}}$ .



**Fig. (2.4)** Comportamento do “chirp”  $\delta\omega$  em um meio onde  $n_{NL} > 0$ . Observe que o “chirp” é negativo em  $T < 0$  e positivo quando  $T > 0$ .



**Fig. (2.5)** O alargamento de um pulso gaussiano causado pelo SPM. Os espectros estão especificados pela fase máxima de deslocamento  $\phi_{max}$  no pico do pulso.

## 2.4 REGIME DISPERSIVO E NÃO LINEAR

Quando os  $T_0$  e  $P_0$  se combinam de tal forma que  $L_D \lesssim L \gtrsim L_{NL}$ , tanto a dispersão quanto os efeitos não-lineares são importantes, ou seja, é necessário considerar os efeitos de dispersão e não-linearidade durante a propagação do pulso ao longo da fibra. Podemos notar novas características decorrentes da interface entre a dispersão de velocidade de grupo GVD e auto modulação de fase SPM gerada devido a presença de efeitos não-lineares do meio. Nosso ponto de partida para o estudo desta combinação é a equação de propagação normalizada.

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 \text{sgn}(n_{NL}) \exp(-\alpha z) |U|^2 U \quad (2.28)$$

onde  $\xi$  e  $\tau$  representam a distância e tempo normalizados.

$$\xi = \frac{z}{L_D}, \tau = \frac{T}{T_0} \quad (2.29)$$

e o parâmetro  $N$  dado por:

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (2.30)$$

O parâmetro  $N$  tem uma considerável influência sobre os efeitos GVD e SPM que atuam diretamente no pulso em evolução. Para  $N \ll 1$ , o pulso se propaga sob um domínio totalmente dispersivo. Por outro lado, caso  $N \gg 1$ , teremos o domínio dos efeitos relacionados com SPM. Quando  $N$  tem valor próximo da unidade, tanto os efeitos dispersivos quanto os não-lineares terão igual importância.

Na equação (2.26), o  $\text{sgn}(\beta_2)$  pode ser positivo ou negativo. Dependendo do sinal de  $\beta_2$ , obteremos características diferentes para dispersão: regime dispersivo normal para  $\text{sgn}(\beta_2) = 1$  e anômalo para  $\text{sgn}(\beta_2) = -1$ . No regime de dispersão normal, as ondas eletromagnéticas de frequência menores se propagam mais rápido que as maiores. Entretanto, no regime de dispersão anômala, são as frequências maiores que viajam mais rapidamente, ou seja, a velocidade de grupo de cada componente do campo cresce com a frequência.

Quando  $n_{\text{NL}} > 0$  a auto modulação de fase gera frequências maiores na borda posterior do pulso ( $T > 0$ ) e menores na anterior ( $T < 0$ ).

É combinando estas características de dispersão e não-linearidade que obtemos comportamentos diferentes para dinâmica do campo que evolui numa fibra óptica.

Quando um sinal se propaga sob efeitos de regime dispersivo normal e com índice de refração não-linear  $n_{\text{NL}}$  positivo, temporalmente o pulso é alargado. Nesta condição, o alargamento temporal se torna mais rápido do que quando causado somente pela dispersão. Isto ocorre devido ao surgimento de frequências mais rápidas na borda anterior ( $T < 0$ ) e lentas na posterior ( $T > 0$ ).

Uma situação diferente ocorre quando o pulso é submetido a um regime de dispersão anômala com índice de refração não-linear  $n_{\text{NL}}$  positivo. Devido ao fato das componentes do campo de frequência mais rápida se encontrarem na borda posterior e as mais lentas na borda anterior o pulso tende a se comprimir temporalmente. Simultaneamente, o sinal sofre um alargamento causado pela dispersão. Estes dois comportamentos tendem a se equilibrar, propiciando estabilidade ao pulso e criando uma situação favorável ao surgimento de solitons.

## 2.5 SOLITON ÓPTICO

Um fenômeno interessante de uma fibra óptica não-linear, acontece no regime de dispersão anômala onde podemos obter um soliton óptico devido a interação entre a dispersão e os efeitos não-lineares. O termo soliton refere-se a tipo especial de onda que propaga ao longo de grandes distâncias sem gerar distorções no campo e sem sofrer danos após colisões com outros solitons. O soliton é de fundamental interesse, além do grande número de aplicações no campo da comunicação, através de fibras ópticas.

A equação que descreve melhor o comportamento do soliton numa fibra é conhecida com Equação Não Linear de Schrödinger (NLSE).<sup>(6)</sup>

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.31)$$

onde  $\beta_2 < 0$ .

Para melhor trabalhar com a equação anterior, é necessário normalizá-la usando as seguintes transformações:

$$U = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad (2.32a)$$

$$\xi = \frac{z}{L_D} \quad (2.32b)$$

$$\tau = \frac{T}{T_0} \quad (2.32c)$$

A partir destas transformações obtemos facilmente:

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + N^2 |U|^2 U = 0 \quad (2.33)$$

onde  $P_0$  é a potência de pico,  $T_0$  a meia largura do pulso incidente e o parâmetro  $N$  definido anteriormente equação (2.28). Podemos eliminar  $N$  de (2.33) fazendo a seguinte substituição:

$$u(\xi, \tau) = NU(\xi, \tau) \quad (2.34)$$

assim temos:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0 \quad (2.35)$$

A equação (2.35) tem solução bastante conhecida. <sup>(7)</sup>

$$u(\xi, \tau) = A \operatorname{sech}(A\tau) \exp\left(-i \frac{A^2 \xi}{2} + i\phi\right) \quad (2.36)$$

onde  $A$  representa a amplitude do pulso,  $\phi$  a fase arbitrária.  $N$  pode assumir qualquer valor real, entretanto para  $N=1$ , as amplitudes  $u$  e  $U$  são iguais, o soliton é então chamado de primeira ordem ou fundamental;  $N=2$ , segunda ordem, e assim por diante. Para ter uma melhor idéia do comportamento de um soliton, resolveremos a equação (2.35) usando o método de Fourier com passos divididos MFPD. <sup>(8,9)</sup>

## 2.6 SOLITON FUNDAMENTAL E DE ORDEM SUPERIOR

O estudo de propagação de um soliton traz resultados bastante interessantes à comunicação através de fibras e dispositivos ópticos. Para isso introduzimos um pulso inicial no cálculo numérico dado por:

$$u(0, \tau) = A \operatorname{sech}(A\tau) \quad (2.37)$$

Os valores dos parâmetros usados no método MFPD foram os seguintes:  $\beta_2 = -20.0 \text{ps}^2 / \text{km}$ ,  $\gamma = 20.0(\text{Wkm})^{-1}$ ,  $T_0 = 1.136 \text{ps}$  e  $T_{\text{FWHM}} = 2 \text{ps}$  ( $T_{\text{FWHM}} = 1.76T_0$  para um pulso do tipo sech). A potência para um soliton fundamental é da ordem de  $0.774 \text{W}$ . As unidades de tempo retardado, intensidade e posição serão dadas respectivamente por: pico segundo (ps), Watt (W) e metro (m). Estes parâmetros e unidades serão os mesmos em todos os resultados apresentados nesta tese, quando não especificados.

A figura (2.6) mostra a propagação de um soliton fundamental ao longo de  $\xi$ . Observe que o pulso não sofre nenhuma alteração conforme era de se esperar. Não podemos dizer a mesma coisa para solitons não fundamentais, ou seja  $N \neq 1$ . Calculamos numericamente como esse solitons se comportam. Nos gráficos abaixo temos propagações para solitons de ordens  $N = 2, 3$  e  $0.8$ . Para  $N$  igual a 2 (fig. 2.7) e 3 (fig. 2.8), observamos uma repetição periódica no perfil do sinal a cada comprimento  $z_0$  propagado. É fácil obter o valor de  $z_0$  a partir dos parâmetros já definidos, onde  $L_D = 64.52 \text{m}$

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_D = 101.35 \text{m} \quad (2.38)$$

Já para caso  $N=0.8$  (fig. 2.9) verificamos o alargamento do pulso após alguns

metros propagados. Quando  $N < 1$  aparentemente o pulso perde estabilidade.

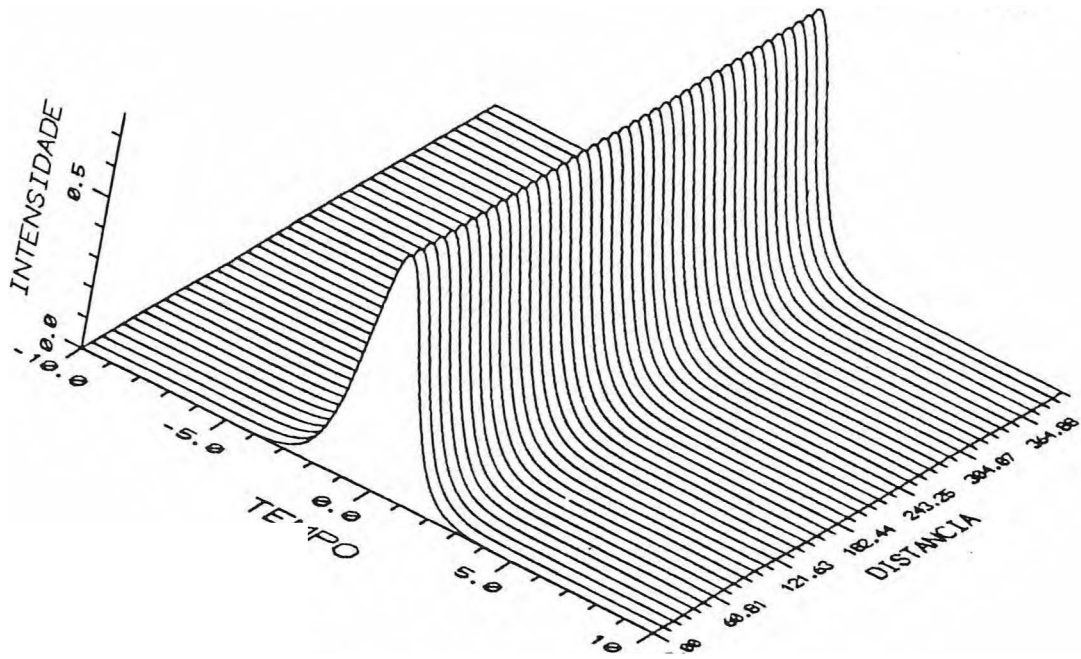


Fig (2-6) Propagação de um soliton fundamental

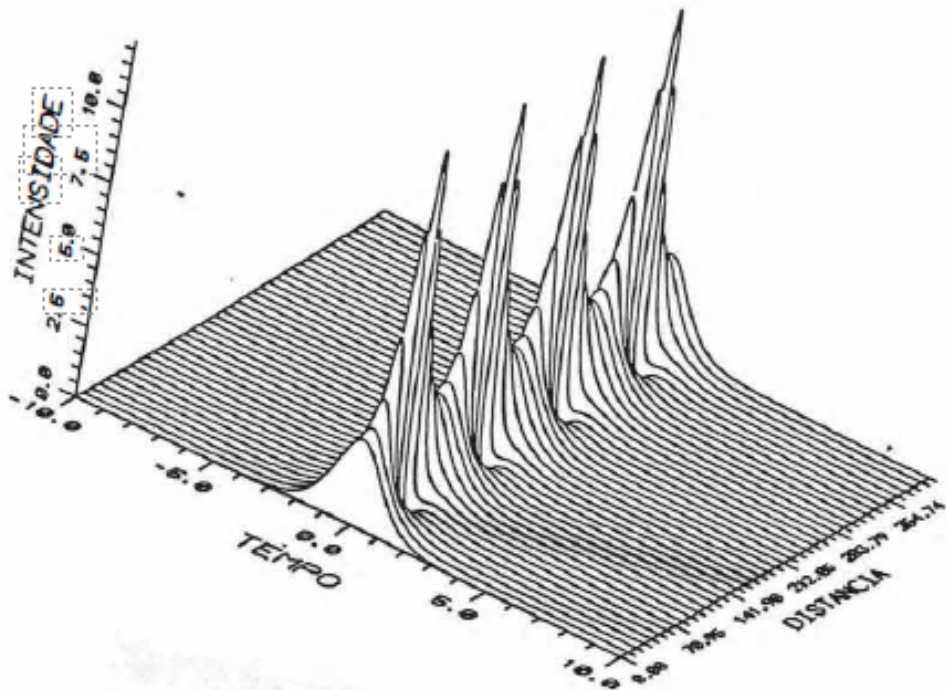


Fig (2-7) Propagação de soliton de segunda ordem

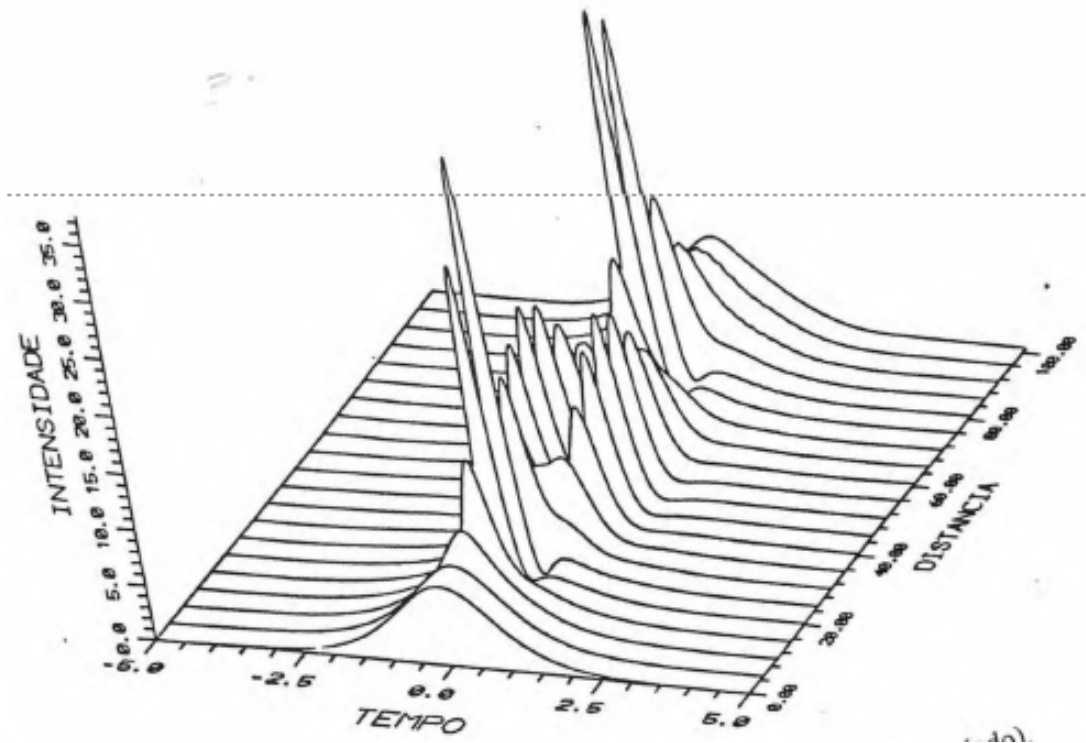


Fig. (2.8) Propagação de soliton de terceira ordem (um período)

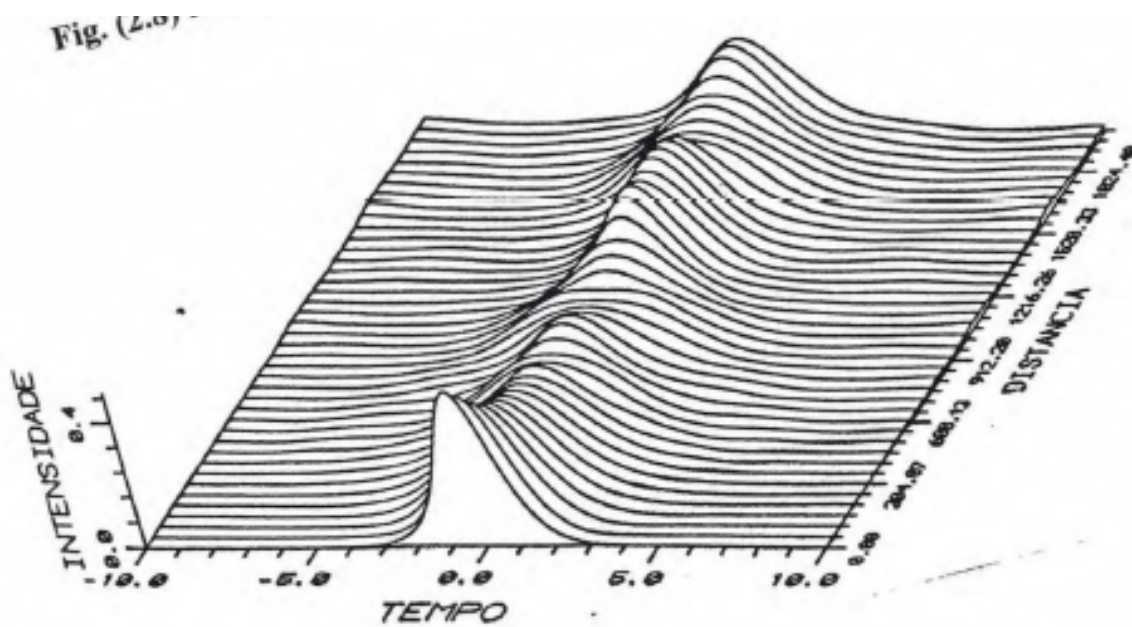


Fig. (2.9) Soliten de ordem fracionária,  $N = 8$

## 2.7 CHIRP INICIAL DE FREQUÊNCIA

Em muitas ocasiões podemos estar introduzindo numa fibra pulsos com chirp inicial diferente de zero. Para estudar o efeito causado pelo “chirp” inicial, resolveremos numericamente a equação (2.35) introduzindo uma solução do tipo:

$$u(0, \tau) = A \operatorname{sech}(A\tau) \exp\left(-i \frac{C\tau^2}{2}\right) \quad (2.39)$$

onde  $C$  é o chirp inicial. As figuras (2.10) e (2.11) mostram a evolução de um soliton fundamental ( $N=1$ ) para os casos  $C = 0.2$  e  $C = -0.2$  respectivamente. Para  $C = 0.2$ , inicialmente o pulso é comprimido e depois se alarga. Este processo se repete durante a propagação do mesmo. Este comportamento está relacionada com fato de  $C$  ser positivo. A compressão inicial ocorre mesmo na ausência dos efeitos não-lineares. A presença de um chirp inicial diferente de zero perturba o balanço exato entre o GVD e SPM necessário para formação do soliton, causando estas oscilações observadas nas figuras (2.10) e (2.11). Para  $C = -0.2$ , o processo anterior se repete, só que de maneira inversa, primeiro ele alarga, depois comprime. Levando em conta que os solitons são geralmente estáveis sob efeito de pequenas perturbações, podemos aceitar pequenos valores para  $|C|$  de tal forma que não causem danos maiores ao pulso. O soliton pode ser totalmente destruído em casos que  $|C|$  excede o valor crítico  $C_{cr}$ . Esse valor crítico está relacionado com  $N$  e com o fator de fase na equação (2.39). Para  $N=1$ ,  $C_{cr} = 1.64$ <sup>(10)</sup>. Para valores de  $|C| < C_{cr}$ , o pulso sofre uma perda de energia no processo de formação do soliton, por exemplo: somente 83% da energia inicial é convertida em soliton para  $C = 0.5$  e 62% para  $C = 0.8$ <sup>(11)</sup>.

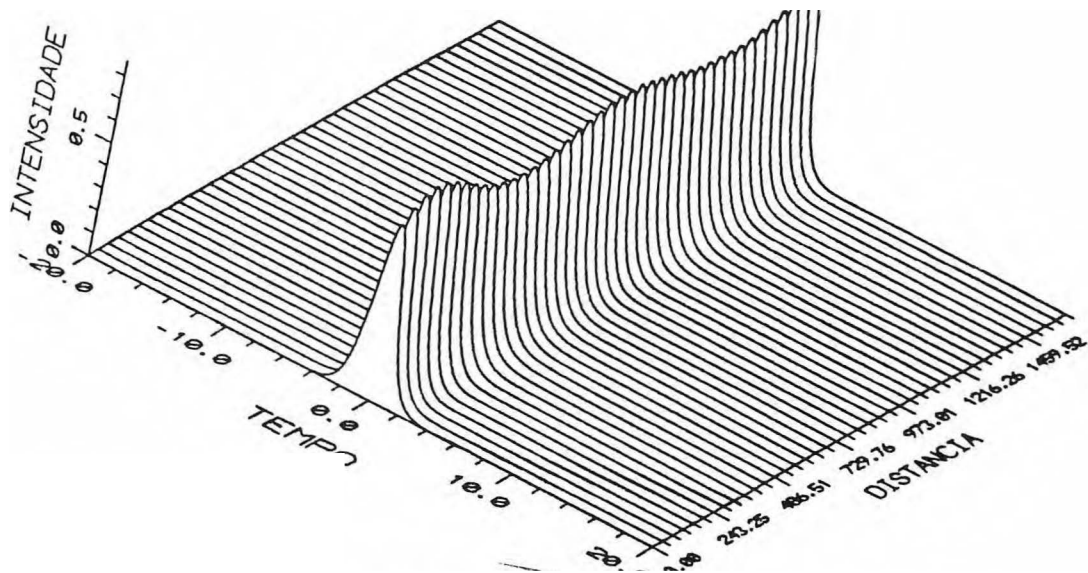


Fig. (2.10) Propagação de um soliton fundamental, com  $C = 0,2$

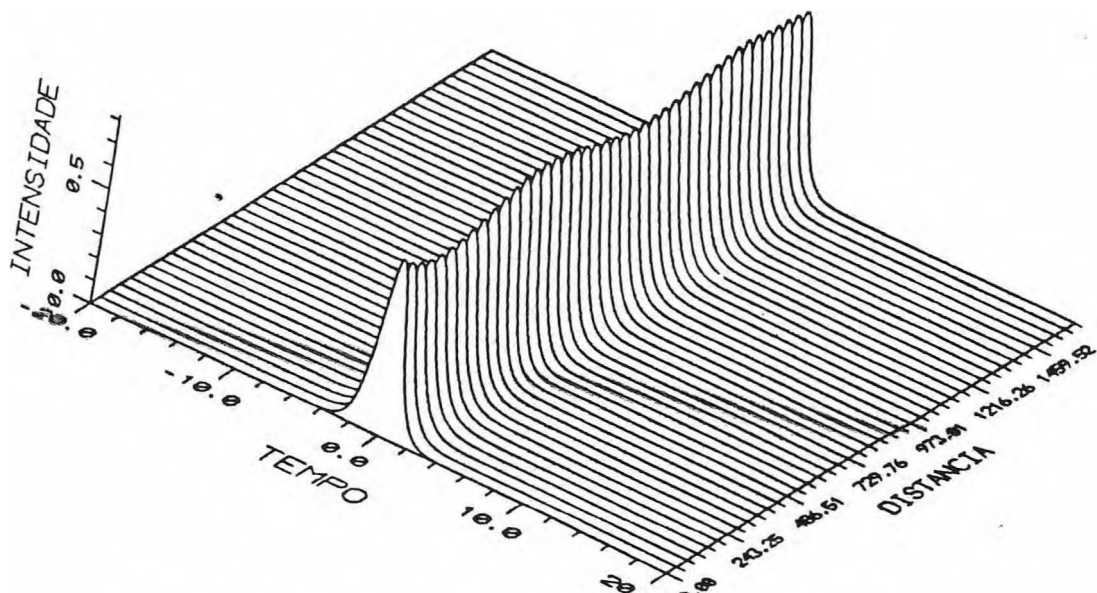


Fig. (2.11) Propagação de um soliton fundamental, com  $C = 0,2$

## COLISÃO ENTRE SOLITONS ÓPTICOS

O fenômeno de colisão desafia a estabilidade dos pulsos, além de ser fator fundamental e decisivo na caracterização de um soliton. Os solitons são pulsos estáveis às colisões, ou seja, não são alterados após colisões<sup>(12)</sup>.

Para que ocorra o processo de colisão é preciso envolver pelo menos dois pulsos que se propagam no mesmo sentido com velocidades diferentes. A condição inicial que satisfaz essas restrições para o cálculo numérico é composta por dois pulsos separados no tempo dado por:

$$U(0, \tau) = r \operatorname{sech}\left[r(\tau - q_0)\right] \exp\left[i \frac{\omega_1}{2} \tau\right] + r' \operatorname{sech}\left[r'(\tau + q_0)\right] \exp\left[i \frac{\omega_2}{2} \tau\right] \quad (2.40)$$

onde  $q_0$  é a localização temporal do pico dos pulsos,  $r$  e  $r'$  são as amplitudes e  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são as frequências dos pulsos.

A figura (2.12) mostra uma colisão entre dois solitons fundamentais com  $\omega_1 = -\omega_2 = 5.0$  e  $2q_0 = 20\text{ps}$ . É possível observar a elasticidade da colisão e a estabilidade dos pulsos, afirmando ainda mais, as características de soliton que se propagam em regime de dispersão anômala e em meio não-linear do tipo Kerr.

A figura seguinte (2.13) compara o perfil de entrada e de saída dos pulsos após a colisão. A partir desta, podemos observar uma perfeita elasticidade da colisão. A estabilidade gerada nos solitons, são válidas para pulsos com ordens superiores a fundamental, onde também podemos observar colisões elásticas entre eles fig. (2.14).

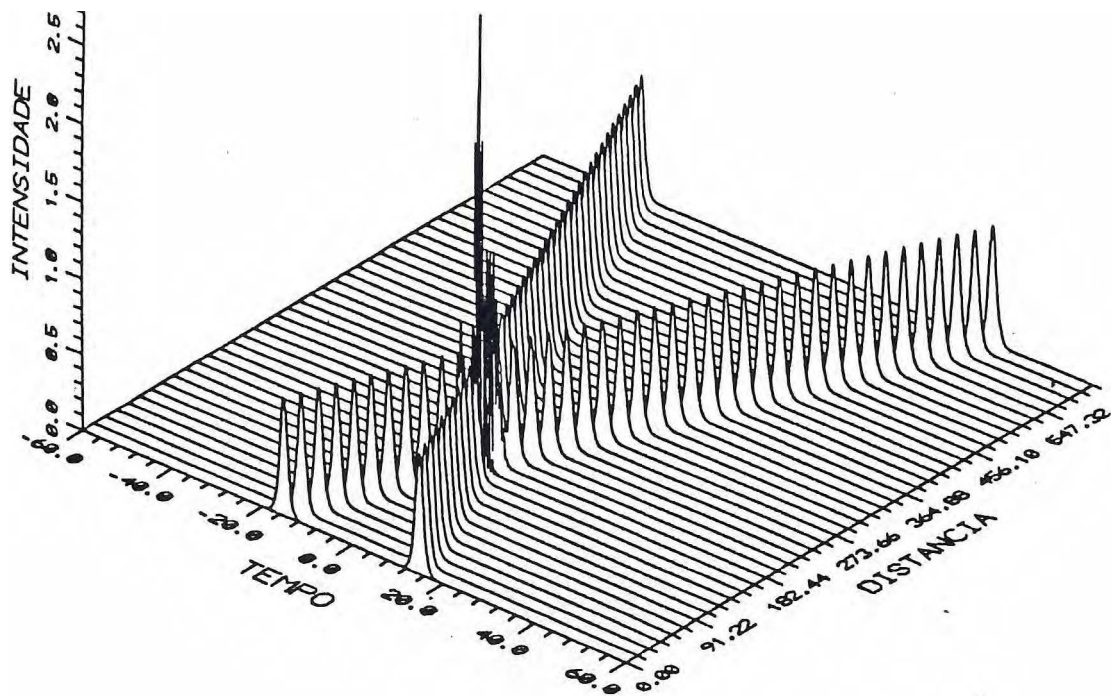


Fig. (2.12) Colisão entre dois solitons fundamentais.

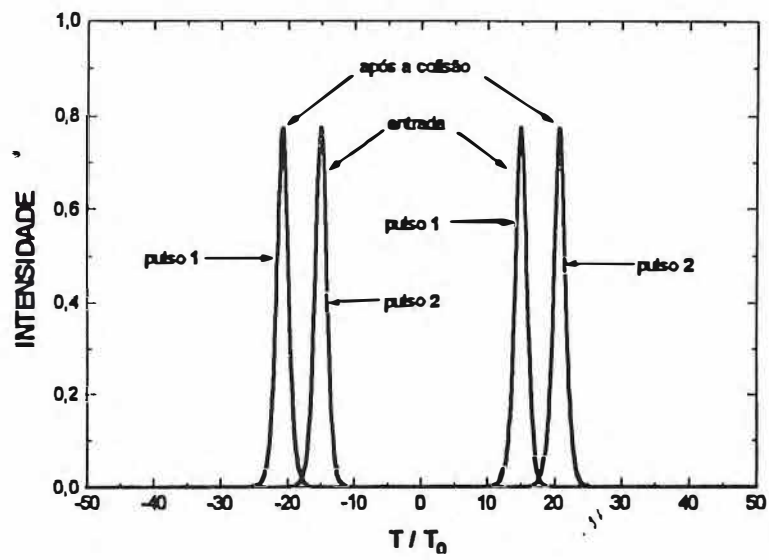


Fig. (2.13) Comparação entre solitons antes e após uma colisão.

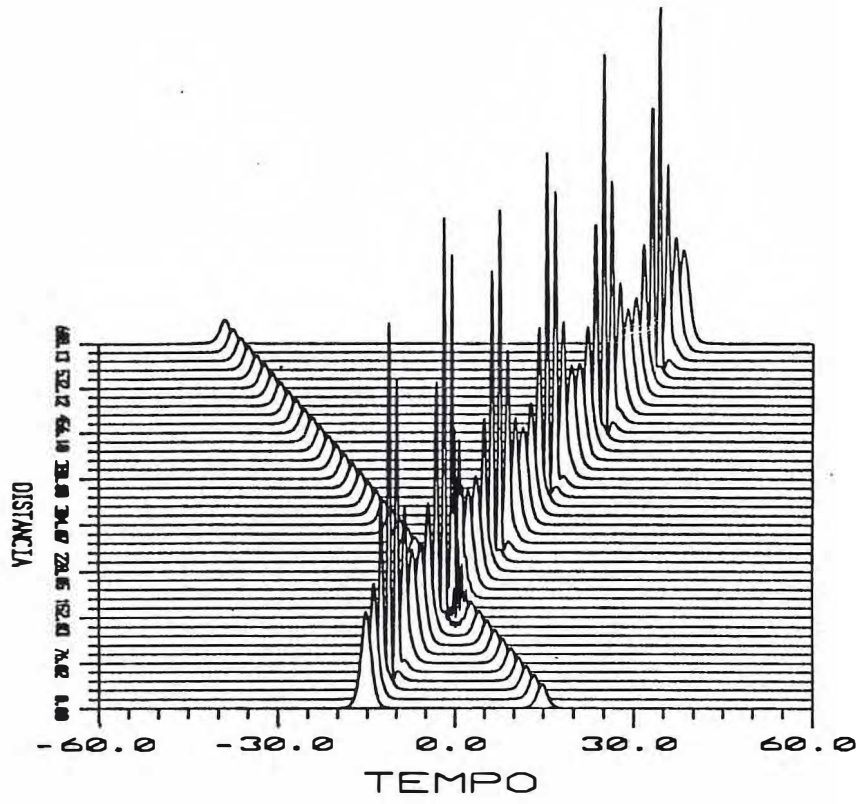


Fig. (2.14) Colisão entre um soliton fundamental com outro de segunda ordem.

## 2.9 INTERAÇÃO ENTRE SOLITONS

Anteriormente, vimos que a NLSE tem como solução, um pulso com perfil secante hiperbólico, ou melhor, um soliton. Sendo que esta solução somente é válida para um pulso que se propaga isoladamente. Na propagação do soliton podemos ter perturbações causadas pela presença de outro pulso na vizinhança. Isto ocorre pelo simples fato de que a combinação de campos ópticos não satisfazem a NLSE. A combinação de solitons vizinhos que se propagam num fibra foram extensivamente estudada. <sup>(13,14)</sup>

Resolvendo numericamente a NLSE e admitindo, como condição inicial, a presença de dois solitons vizinhos, podemos compreender o processo de interação existente entre eles.

$$U(0, \tau) = \operatorname{sech}[\tau - q_0] + r \operatorname{sech}[r(\tau + q_0)] \exp[i\theta] \quad (2.41)$$

onde  $r$  e  $\theta$  são amplitude e fase relativa aos pulsos,  $q_0$  é a posição do pico no tempo retardado onde a separação inicial é dada por  $2q_0$ .

A equação (2.41) é bem geral, a partir dela, variando a fase  $\theta$  e a amplitude  $r$ , podemos obter comportamentos diferentes para os pulsos.

## 2.10 INTERAÇÃO COM DIFERENÇA DE FASE INICIAL

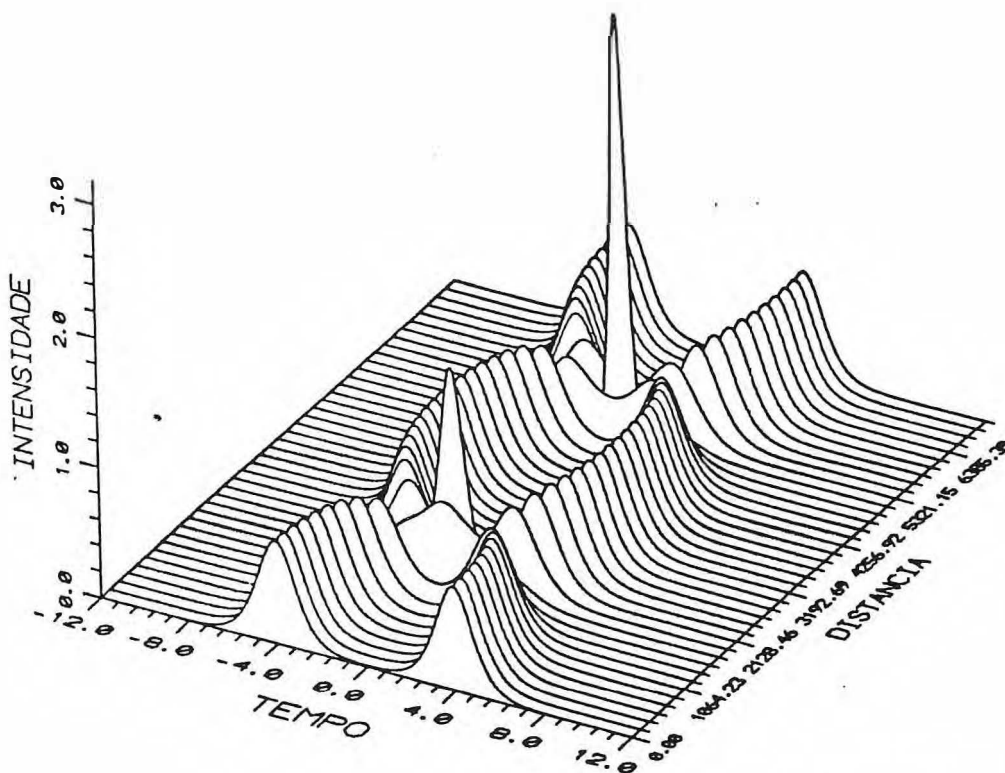
As figuras (2.15) e (2.16) mostram a evolução de dois solitons com amplitudes iguais ( $r = 1$ ), com uma separação inicial  $q_0 = 3.24$  e fases relativas  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi/4$ , respectivamente. A partir das soluções gráficas, fica bastante claro a dependência marcante das interações com a fase  $\theta$ . <sup>(15)</sup>

Para o caso em que  $\theta = 0$ , existe uma atração seguida de colapso para mais adiante ocorrer a repulsão entre os pulsos. Esse processo se repete periodicamente ao longo da fibra. Isso comprova que o potencial envolvido na interação é simétrico, pois após o colapso o soliton restitui sua posição e forma original.

A separação entre os pulsos definem o período espacial  $z_0$  e a distância que o pulso deve percorrer para acontecer o primeiro colapso  $z_1 = z_0/2$

No caso em que  $\theta = \pi/4$ , a interação entre os pulsos é completamente diferente da anterior. O colapso não acontece mais e os pulsos se afastam com suas evoluções. Este comportamento é conhecido como interação repulsiva.

O gráfico abaixo mostra a variação da separação entre os pulsos com distância propagada para valores diferentes de  $\theta$  (fig. 2.17).



**Fig. (2.15)** Interação entre dois solitons fundamentais em fase.

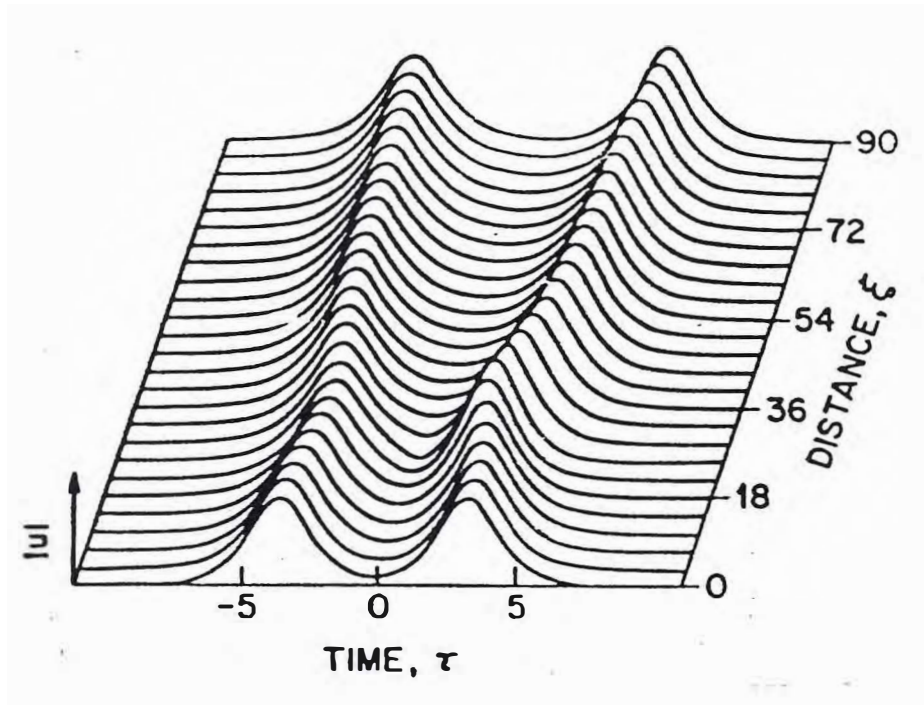
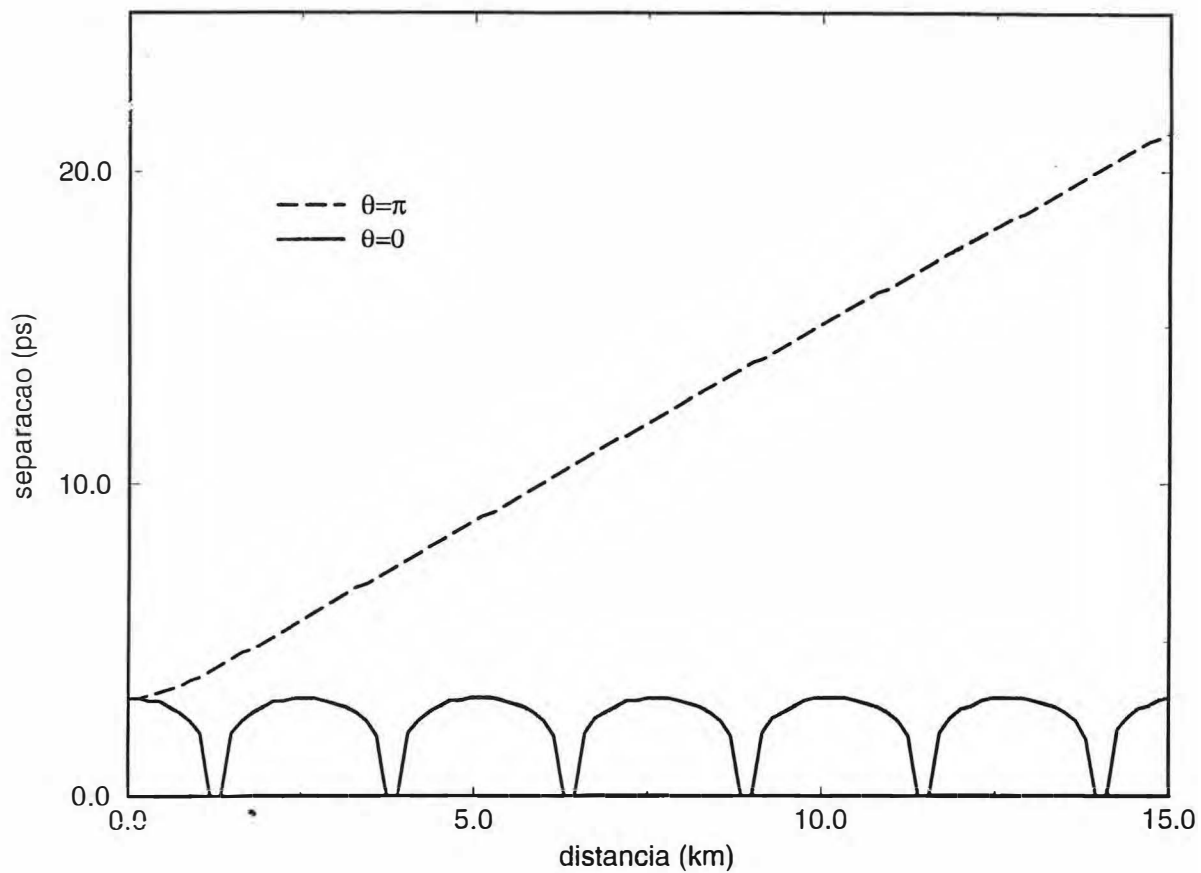


Fig. (2.16) Interação entre dois solitons fundamentais com diferença de fase  $\theta = \pi / 4$ .



**Fig. (2.17)** O gráfico mostra a separação entre dois solitons fundamentais com a distância propagada. A curva contínua representa a separação para solitons em fase, e a tracejada para solitons defasados de  $\theta = \pi$

## 2.11 INTERAÇÃO COM DIFERENÇA DE AMPLITUDE

A partir da equação (2.41) e admitido as condições,  $\theta = 0$  e  $r \neq 1$ , estudaremos interação entre pulsos com amplitudes diferentes. Através de resultados numéricos observamos que a diferença de amplitude de solitons que se propagam próximos, alteram o processo de colapso. A figura (2.18) mostra a interação entre dois solitons com a amplitude  $r=0.99$  com separação inicial de 8.0ps.

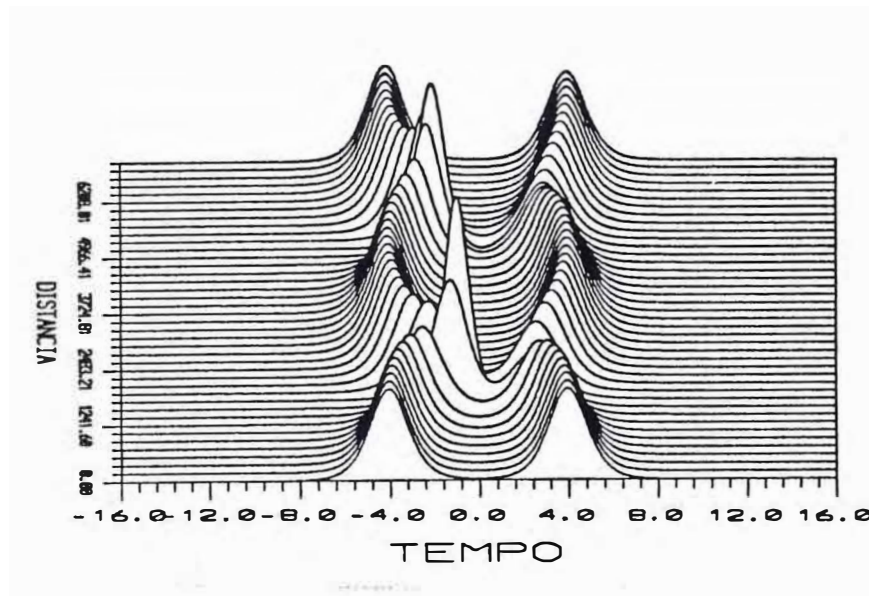


Fig. (2.18) Interação entre solitons com amplitudes diferentes,  $r=0.99$ .

O colapso entre solitons é bastante alterado com a diferença de amplitude dos pulsos. A tendência é a destruição total do colapso a medida que essa diferença aumenta. A figura (2.19) mostra exatamente este comportamento quando aumentamos a diferença em 0.1, ou seja,  $r=1.1$ .

2

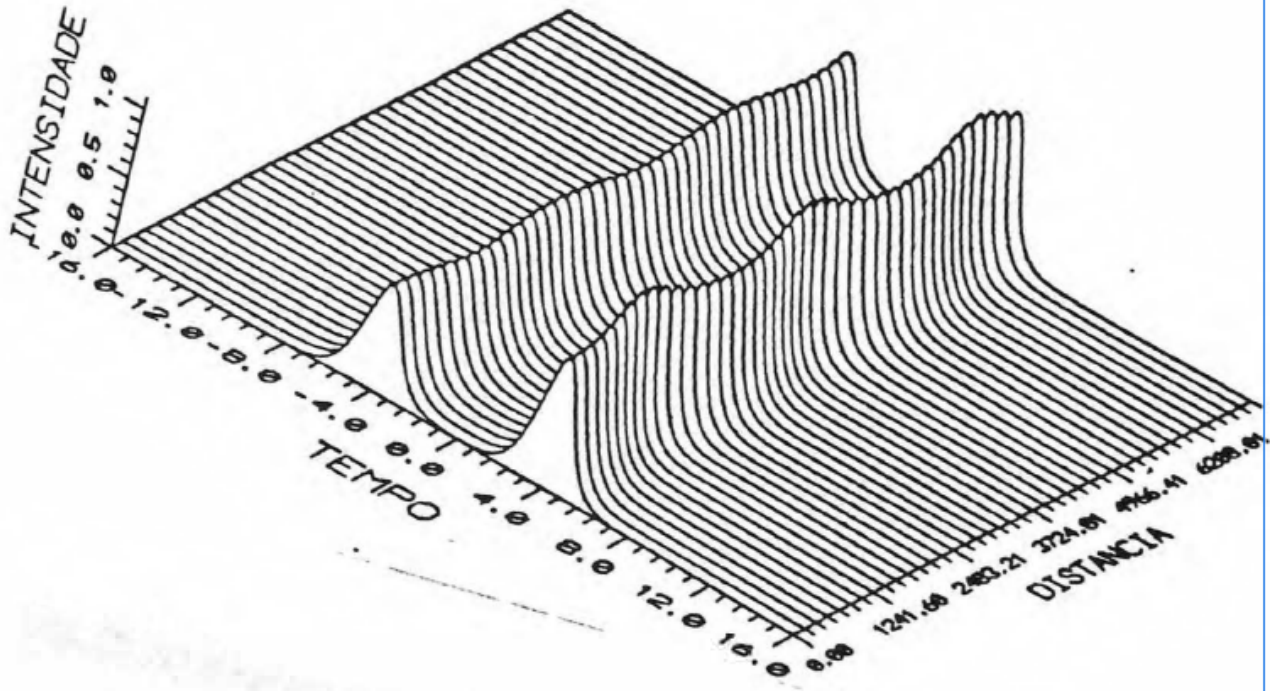


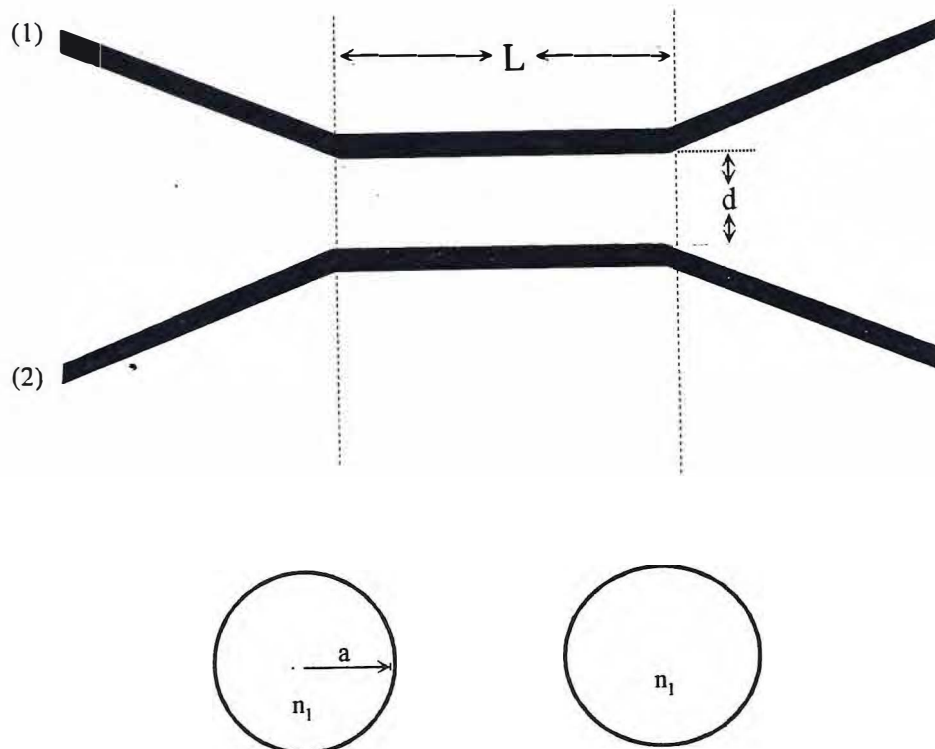
Fig. (2.19) Interação entre solitons com amplitudes diferentes,  $i = 1.1$

## 2.12 REFERÊNCIAS:

- 1- I. N. Sisakyan e A. B. Shvartsburg, *Sov. J. Quantum Electron.* 14, 1146 (1984).
- 2- S. A. Akhmanov, V. A. Vysloukh, e A. S. Chirkin, *Sov. Phys. Usp.* 29,642 (1986).
- 3- G. P. Agrawal, In *Supercontinuum Laser Source*, ed. By R. R. Alfano ( Springer-Verlag, Heidelberg, 1989).
- 4- F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1097 (1967).
- 5- R. H. Stolen e C. Lin, *Phys. Rev. A* 17, 1448 (1978).
- 6- G.P. Agrawal ,*Nonlinear Fiber Optics* (Academic,San Diego,1989)
- 7- Peng G.D, Ankiewics A., *International Journal of Nonlinear Opt. Phys.* 1,1 (1992).
- 8- DeVries Paul L., *A first Course in Computational Physics*, John Wiley & Sons, New York,(1994).
- 9- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W.T. Vetterting & B. P. Flannery, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Second Edition (1992).
- 10- A. I. Maimistov e Yu. M. Sklyarov, *Sov. J. Quantum Elelectron.* 17,500 (1987).
- 11- C. Desem e P. L. Chu, *Opt. Lett.* 11, 248 (1986).
- 12- A. S. B. Sombra, *Optics Comm.* 94 (1992) 92.
- 13- V.I. Karpmen and V.V. Solovev, *Physica 3D*, 487 (1981).
- 14- Y. Kodama and K. Nozaki, *Opt. Lett.* 12, 1038 (1987).
- 15- J. P. Gordon, *Opt. Lett.* 8,596 (1983).

## 3. ACOPLADORES DIRECIONAIS

Um acoplador óptico consiste, na sua versão mais simples, figura (3.1), de duas fibras ópticas paralelas separadas por uma distância da ordem do decaimento da radiação evanescente dos núcleos. Quando os núcleos de duas fibras são aproximados de modo a formarem o acoplador, torna-se difícil obter expressões analíticas simples para os modos de propagação do sistema composto. Esta dificuldade provém da quebra de simetria introduzida pela presença do segundo guia de onda. A análise concisa do fenômeno de acoplamento entre duas fibras ópticas próximas requer também a discussão de algumas das propriedades de guiamento óptico.



**Fig. (3.1)** Esquema do acoplador direcional duplo.

### 3.1 ACOPLAMENTO DE SOLITON FUNDAMENTAL

Os primeiros estudos de acopladores foram feitos sob incidência de pulsos longos. Nestes estudos, observou-se um sério problema de quebra do pulso após o chaveamento, ou melhor, o pulso quando transmitido de uma fibra para outra se dividia, perdendo sua forma original. Por muito tempo, essas quebras limitaram a eficiência destes dispositivos ópticos. Até que em um momento, observou-se que o chaveamento de pulsos do tipo solitons, mostraram uma alta eficiência evitando a quebra do pulso.<sup>(1,2)</sup>

A modelagem de acopladores direcionais é feita com base na equação não-linear de Schrödinger acoplada. Consideremos um acoplador, onde suas fibras possuem não-linearidade do tipo Kerr  $\gamma$  e dispersão de velocidade de grupo  $\beta_2$ , onde desprezamos as dispersões de ordens superiores. O sistema de equações capaz de descrever um acoplador com  $n$  núcleos semelhantes é dado por<sup>(3)</sup>:

$$i \frac{\partial A_j}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_j}{\partial T^2} + \gamma |A_j|^2 A_j + S_j(A_k, A_j, A_k^*, A_j^*) = 0 \quad j = 1, 2, 3 \dots n, \text{ e } k \neq j \quad (3.1)$$

Esse sistema de equações para um acoplador com  $n$  núcleos tem  $n$  equações diferenciais. O índice  $j$  refere-se ao pulso que propaga no núcleo  $j$ ,  $k$  os demais núcleos, onde (\*) representa o complexo conjugado dos termos anteriores.

O termo de acoplamento  $S_j$  depende do tipo de processo que gera o acoplamento. Esse processo pode conter termos lineares ou não-lineares nas amplitudes dos pulsos dos guias ou ainda pode ter termos cruzados que dependem simultaneamente da amplitude do pulso em evolução e dos demais campos. Inicialmente, consideremos um acoplador duplo, figura (3.1), onde o acoplamento linear é dado por:

$$\begin{cases} S_1 = CA_2 \\ S_2 = CA_1 \end{cases}$$

onde C é a constante de acoplamento.

Um sistema de equação que descreve o acoplador duplo é descrito:

$$i \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} + \gamma |A_1|^2 A_1 + CA_2 = 0 \quad (3.2a)$$

$$i \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} + \gamma |A_2|^2 A_2 + CA_1 = 0 \quad (3.2b)$$

ao normalizar este sistema de equações obtemos:

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 + Ku_2 = 0 \quad (3.3a)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 + Ku_1 = 0 \quad (3.3b)$$

onde  $u_1$  e  $u_2$  são as amplitudes modais do campo nos núcleos 1 e 2.  $\xi$  e  $\tau$  são o comprimento e tempo normalizados, onde :

$$\xi = \frac{z}{L_D} \quad (3.4)$$

$$\tau = \frac{t}{T_0} \quad (3.5)$$

$L_D$  é o comprimento de dispersão dado:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.6)$$

vimos no capítulo anterior que  $T_0$  é a meia largura do pulso e  $\beta_2$  é a dispersão de velocidade de grupo. Nas equações (3.3) consideramos  $\beta_2$  negativo, que corresponde a uma dispersão de velocidade de grupo negativa.  $K$  é a constante de acoplamento com uma normalização que envolve o comprimento de dispersão.

$$K = \frac{\pi L_D}{2 L_C} \quad (3.7a)$$

com

$$L_C = \frac{\pi}{2C} \quad (3.7b)$$

onde  $L_C$  é o comprimento de acoplamento linear requerido numa transferência total de energia de um núcleo para outro. Considerando uma dispersão de velocidade de grupo negativa e com um desacoplamento entre as fibras ( $K=0$ ), as soluções exatas das equações (3.3) são solitons. O comportamento de um soliton durante a propagação em um acoplador pode ser analisado numericamente pelo método Fourier com passos dividido MFPD,<sup>(5)</sup> a partir das equações (3.3). Para efetuar os cálculos numéricos admitiremos que o soliton é também solução de (3.3) quando  $K \neq 0$ . Um soliton de primeira ordem ( $N=1$ ) é descrito pela equação:

$$u_j(\xi, \tau) = A_j \operatorname{sech}(A_j \tau) \exp(iA_j^2 \xi / 2 + i\phi_j) \quad (3.8)$$

onde  $A_j$  e  $\phi_j$  são valores arbitrários. Começando pelas equações (3.3), analisaremos numericamente a transmissão de solitons de primeira e segunda ordem que propagam em acopladores duplos. Para esses casos, os pulsos incidentes serão dados por:

$$u_j(0, \tau) = A_j \operatorname{sech}(A_j \tau / N), \quad N = 1 \text{ ou } 2 \quad (3.9)$$

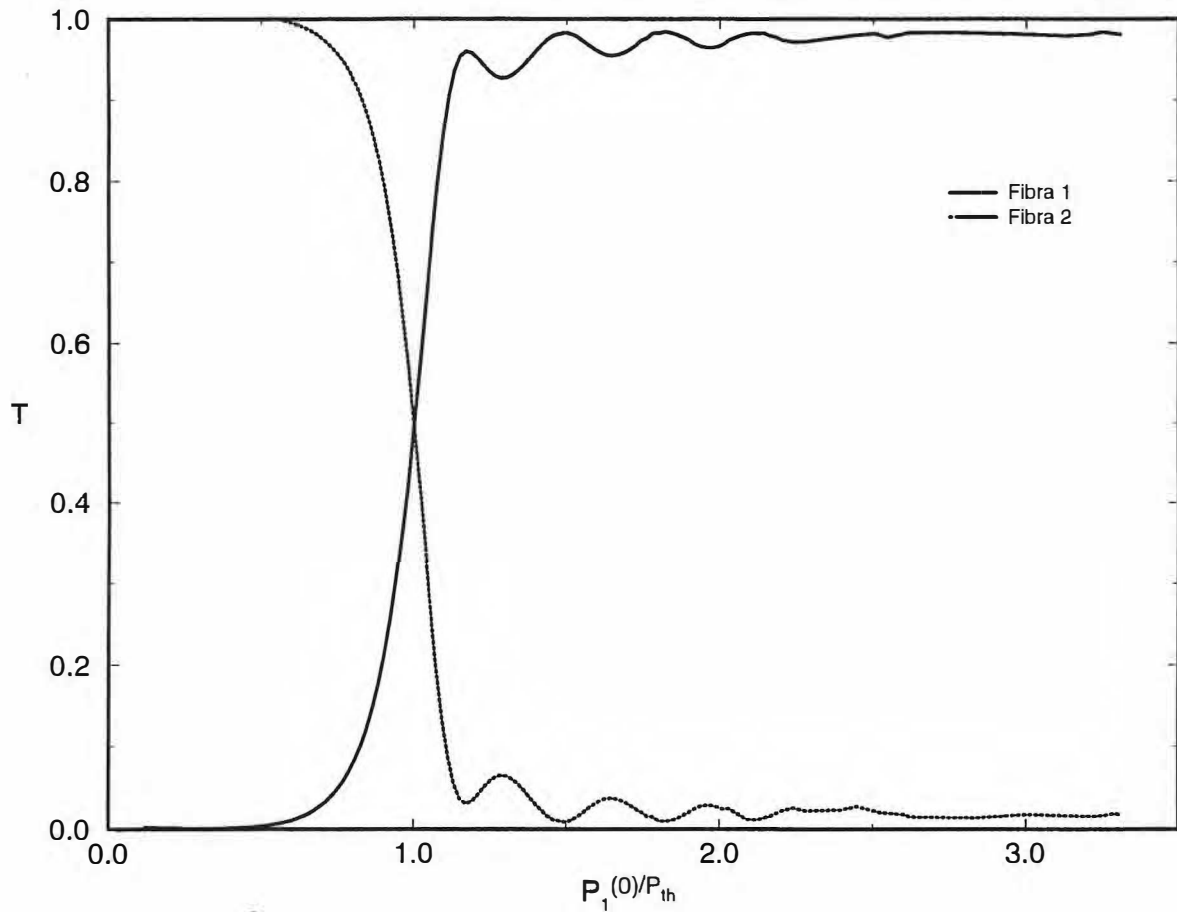
para  $N=1$  temos soliton incidente de primeira ordem e  $N=2$  de segunda ordem.

Considerando o caso de chaveamento óptico, a existência de um único canal de entrada de sinais no acoplador, ou seja, a condição inicial é  $u_1 \neq 0$  e  $u_2 = 0$ , onde o núcleo 1 é o canal ativo do acoplador.

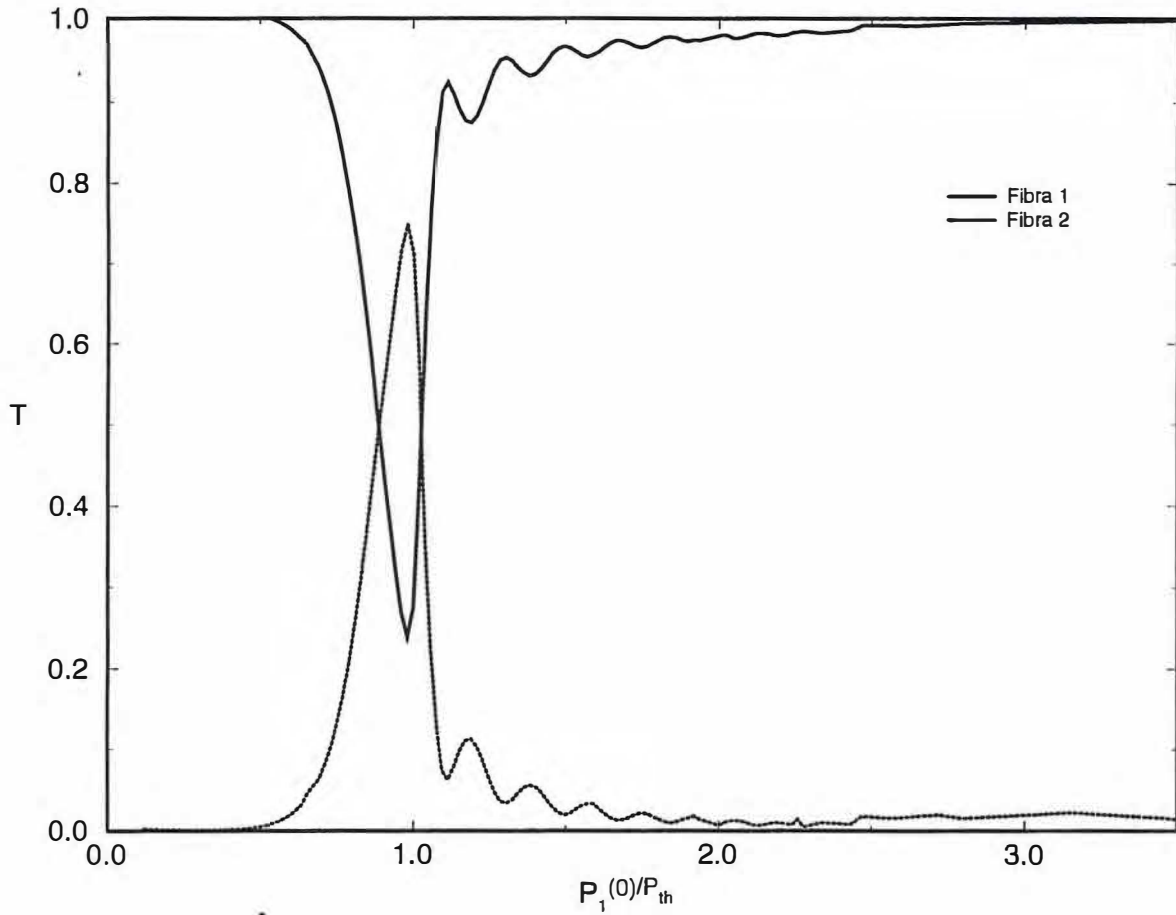
A transmissão no acoplador pode ser tratada numericamente levando em conta as equações (3.3). Definiremos a transmissão  $T_j$  na fibra  $j$  em termo das energia no guia  $j$  e guia 1, dada por:

$$T_j = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_j(\xi_L, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(0, \tau)|^2 d\tau} \quad (3.10)$$

onde  $\xi_L$  é um comprimento normalizado e  $\tau$  o tempo retardado normalizado. As integrais de (3.10) são proporcionais a energia do pulso. As figuras (3.2) e (3.3) mostram as curvas de transmissão para solitons fundamentais aplicados e obtidos num mesmo núcleo, para os acopladores duplos  $\pi/2$  e  $\pi$ , respectivamente. Chamaremos de potência crítica a potência necessária para se obter uma transmissão de 50% no canal de incidência. Para o caso do acoplador duplo a potência crítica foi  $P_{th}=5.24$ . Num acoplador direcional, os pulsos com baixa potência acoplam e depois retornam para o guia originário, dependendo do comprimento do acoplador, este processo pode se repetir por várias vezes com uma periodicidade de  $2L_c$ . Com o crescimento da potência, observamos também o crescimento do período, mas mesmo assim, ainda podemos obter transferência completa de potência. Quando a potência incidente crescer, a ponto de obter valor muito próximo da potência crítica  $P_{th}$ , acabam-se as possibilidades de haver um acoplamento total e o sinal estará dividido igualmente entre os dois guias. Para potências muito maiores que  $P_{th}$  o período de oscilação diminui e a transferência de potência entre os guias não é mais completa. A partir dos gráficos (3.2) e (3.3), observa-se uma excelente eficiência de chaveamento, onde são obtidos valores na ordem de 96% na transmissão para o acoplador de comprimento  $L_c$ .



**Fig. (3.2)** Curva de transmissão para um acoplador direcional duplo de comprimento  $L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.240$  para o acoplador duplo. A curva pontilhada representa a transmissão do guia 2, enquanto, a curva continua a transmissão do guia 1.



**Fig. (3.3)** Curva de transmissão para um acoplador direcional duplo de comprimento  $2L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.240$ .

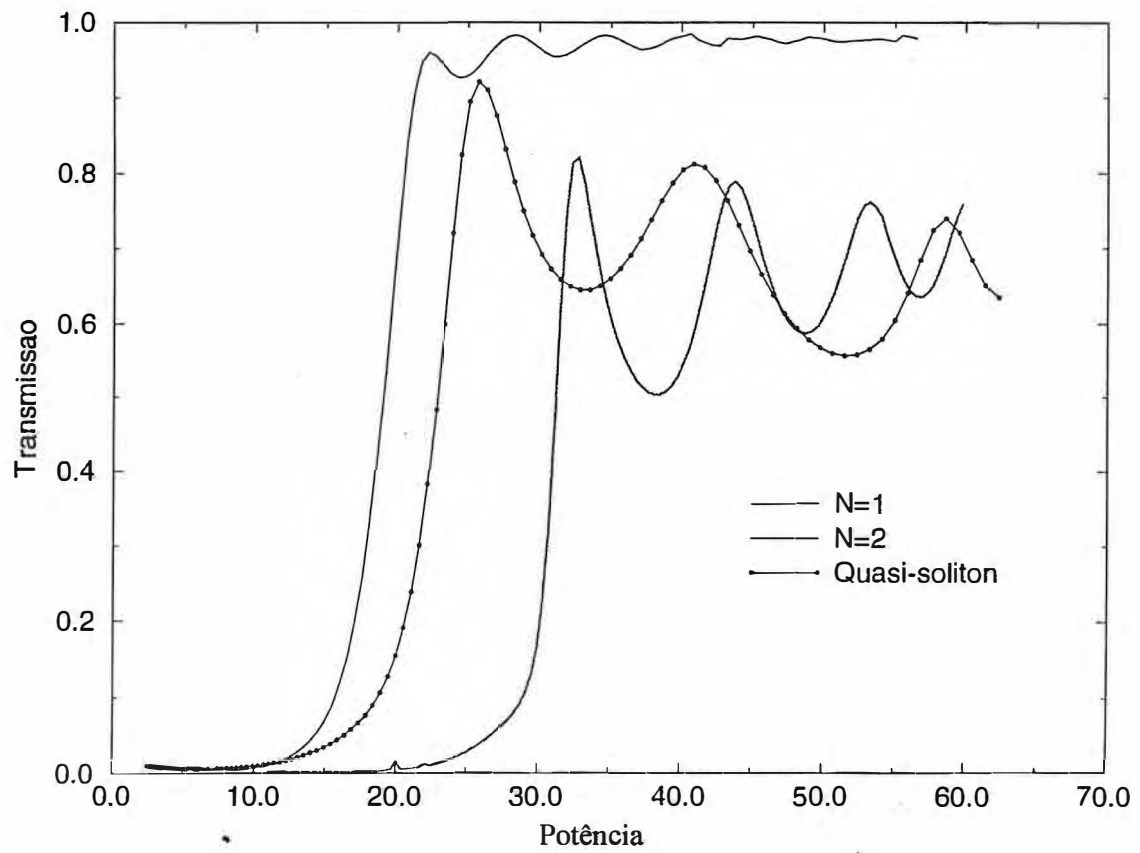
## 3.2 CHAVEAMENTO

A figura (3.4) mostra os resultados de transmissão num acoplador não-linear com um comprimento normalizado  $\xi_L$  igual  $\pi/2K$  com  $K=0.5$ . Para esta simulação usamos pulsos de entrada do tipo: solitons de primeira e segunda ordem e também um quasi-soliton dado por: <sup>(6)</sup>

$$u_j(0, \tau) = A_j \operatorname{sech}(\tau) \quad (3.11)$$

quasi-soliton é pulso composto de um soliton e uma parte não-soliton e deve ter energia superior ao soliton fundamental. Quando um quasi-soliton se propaga num guia, observamos que, inicialmente, perde energia adquirindo forma e característica de soliton.

A comparação entre os casos de soliton fundamental, segunda ordem e quasi-soliton, mostra que o soliton de primeira ordem tem a transmissão mais completa e eficiente. Ao definirmos a potência crítica como aquela necessária para se obter uma transmissão de 50%, ou seja,  $T=1/2$ , obtemos resultados numéricos que mostram que o soliton fundamental tem a menor potência crítica entre os pulsos calculados. Obviamente, podemos concluir que com base nos gráficos de transmissão, o soliton fundamental é o mais adequado para aplicações de chaveamento óptico. De fato essas características são bastante interessantes por sua potencialidade em aplicações totalmente ópticas. Contudo, verificamos a transmissão pobre do quasi-soliton, que está relacionada com o fato do pulso conter uma parte não-soliton.<sup>(7)</sup>

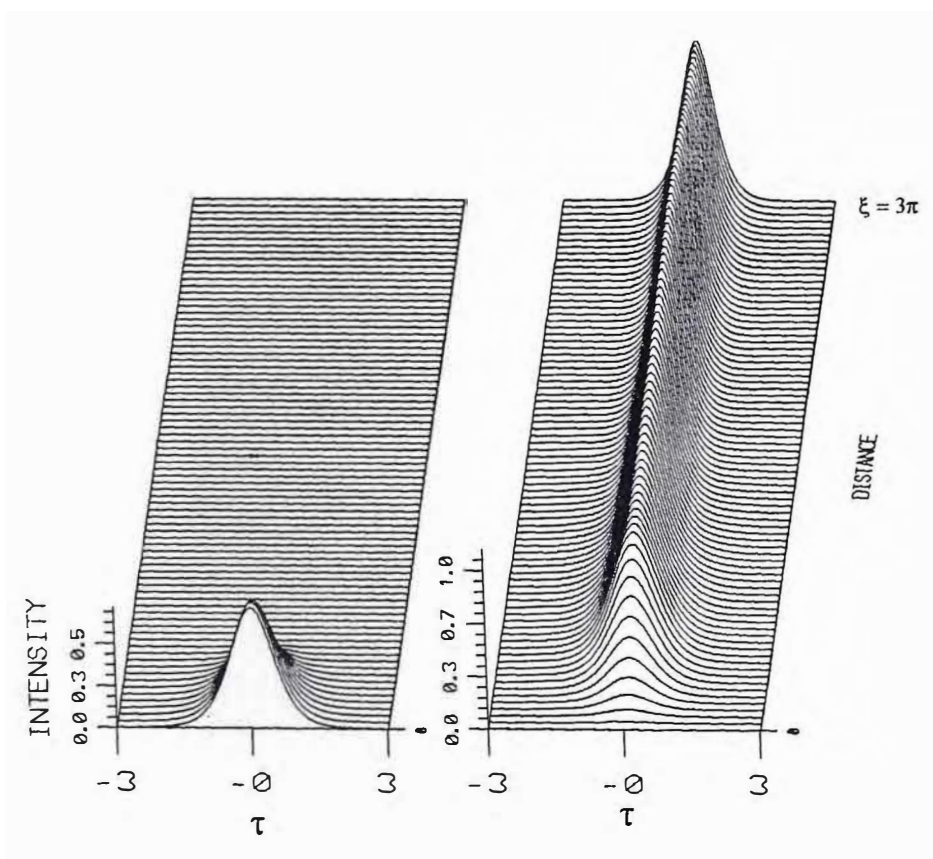


**Fig. (3.4)** Transmissões não-lineares obtidas (Fibra 1) para solitons fundamentais, solitons de segunda ordem e quasi-solitons, onde  $K=0.5$ .

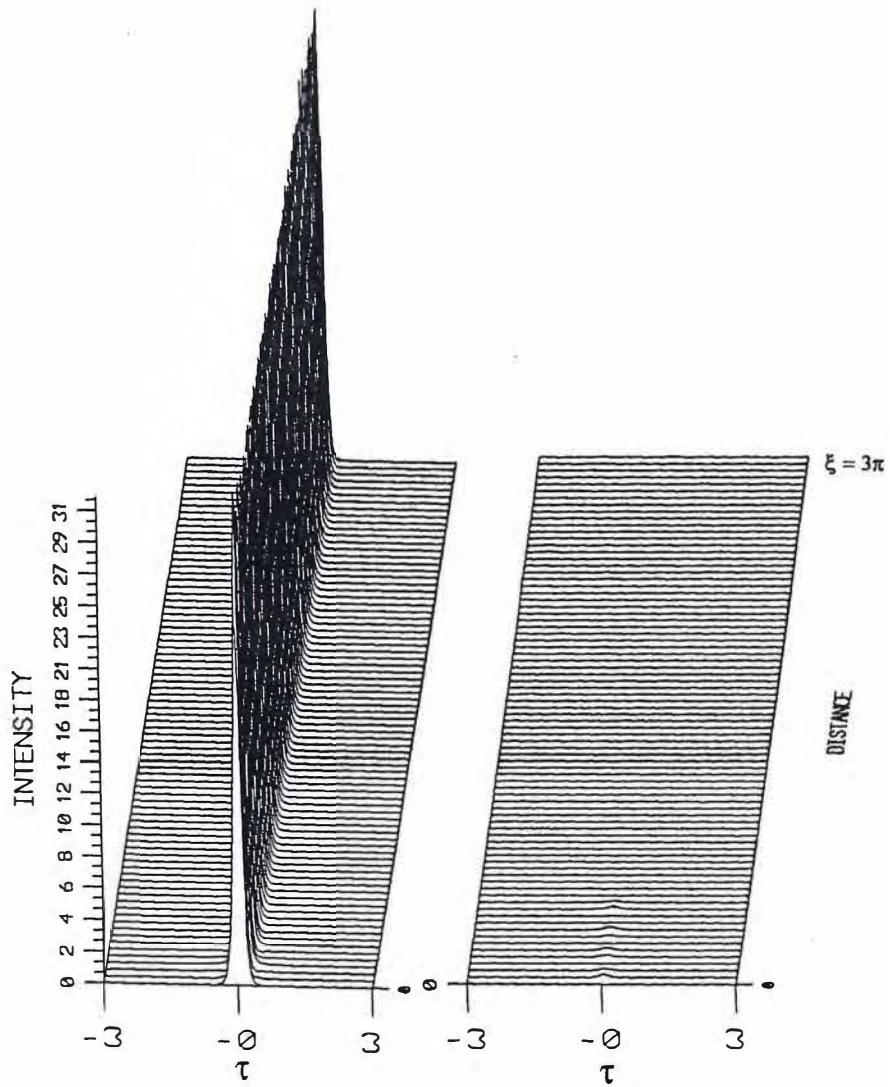
### 3.3 PROPAGAÇÃO DE SOLITONS CHAVEADOS

Quando um soliton se propaga numa fibra óptica, observamos que suas características se mantêm as mesmas, contudo, ao ser transmitido de uma fibra para outra, essas características podem ser alteradas, mesmo que a eficiência de chaveamento seja bastante alta. Quando um pulso é transmitido, ocorre um deslocamento na fase não-linear do mesmo, causada pelo chaveamento. Esse deslocamento pode mudar significativamente o perfil do pulso.<sup>(7)</sup> Em alguns dispositivos, o efeito do acoplamento tende a dividir e restituir o soliton incidente. Por causa deste processo, é possível obter na saída do acoplador, propriedades bem diferentes com relação ao pulso de entrada. Contudo, observamos que os solitons incidentes de primeira ordem, com baixa (abaixo do ponto crítico) ou alta (acima do ponto crítico) potência, após chaveamento, mantiveram suas mesmas propriedades. Isto está relacionado com a estabilidade dos solitons. O pulso ao ser acoplado sofre uma pequena deformação, entretanto, observamos que ele continua se propagando como um soliton fundamental.

As figuras (3.5) e (3.6) mostram dois solitons de primeira ordem, um com baixa e outro com alta potência, propagando num acoplador de fibra de comprimento  $L_C$ . Os resultados obtidos (3.5) e (3.6), consideramos  $K=1$  quando  $\xi < \pi/2$  e  $K=0$  quando  $\xi > \pi/2$ .



**Fig. (3.5)** Um soliton fundamental de potência inferior a  $P_{th}$  ( $P_1(0) = 0.43P_{th}$ ). A constante de acoplamento  $K=1$  quando  $0 < \xi < \pi/2$  e  $K=0$  para valores de  $\xi > \pi/2$ .



**Fig. (3.6)** Um soliton fundamental de potência superior a potência crítica  $P_{th}$  ( $P_1(0) = 2.10P_{th}$ ). A constante de acoplamento  $K=1$  quando  $0 < \xi < \pi/2$  e  $K=0$  para valores de  $\xi > \pi/2$ .

### 3.4 MODELAGEM DE ACOPLADORES TRIPLOS

Os acopladores triplos gozam de algumas vantagens em relação aos acopladores duplos. Em particular, comparando os acopladores, vemos que o acoplador triplo possui mais canais de saída, características de chaveamento bem mais rápidas, maior sensibilidade aos estados de entrada, que são características importantes para esquemas de chaveamento totalmente ópticos<sup>(9)</sup>. O preço pela melhora no chaveamento, é no entanto, o crescimento da potência crítica, como veremos a seguir. A figura (3.7) mostra o esquema de um acoplador triplo. Esse dispositivo é constituído de três núcleos. Onde esses três canais podem ser usados como entrada e saída. Admitimos as mesmas condições anteriores para a dispersão, não-linearidade e acoplamento.

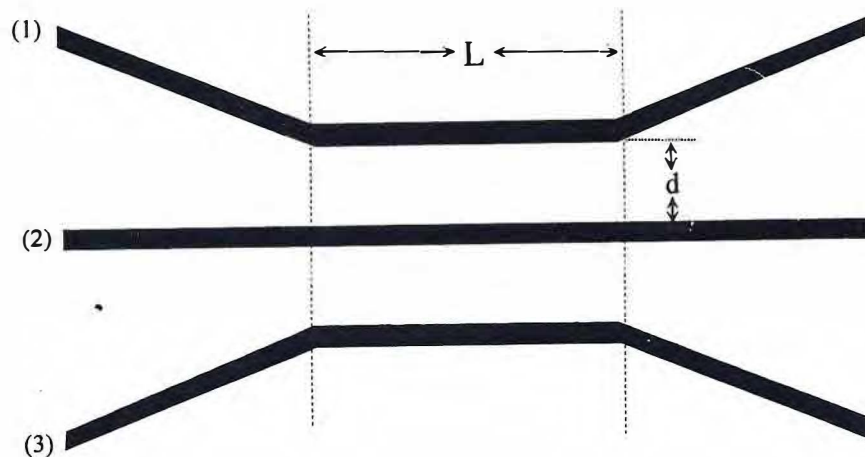


Fig. (3.7) Esquema do acoplador direcional triplo.

A partir da equação (3.1) podemos escrever um sistema de equação que represente nosso acoplador triplo.

$$i \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} + \gamma |A_1|^2 A_1 + CA_2 = 0 \quad (3.12a)$$

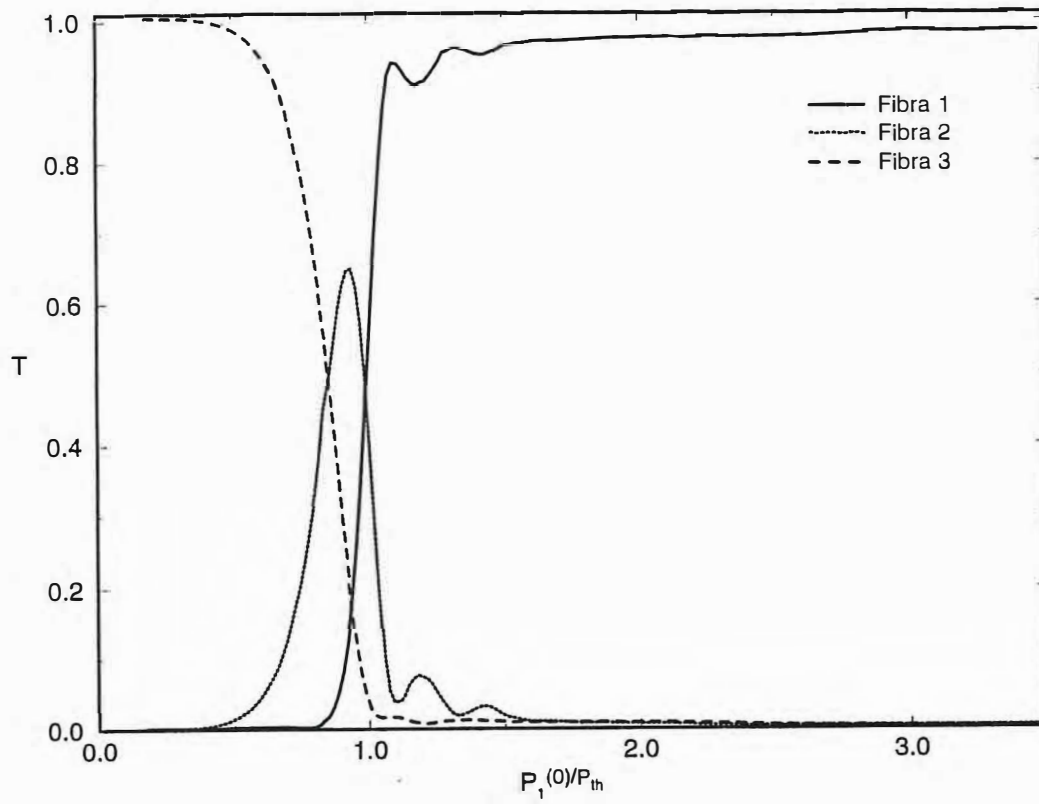
$$i \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} + \gamma |A_2|^2 A_2 + C(A_1 + A_3) = 0 \quad (3.12b)$$

$$i \frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_3}{\partial T^2} + \gamma |A_3|^2 A_3 + CA_2 = 0 \quad (3.12c)$$

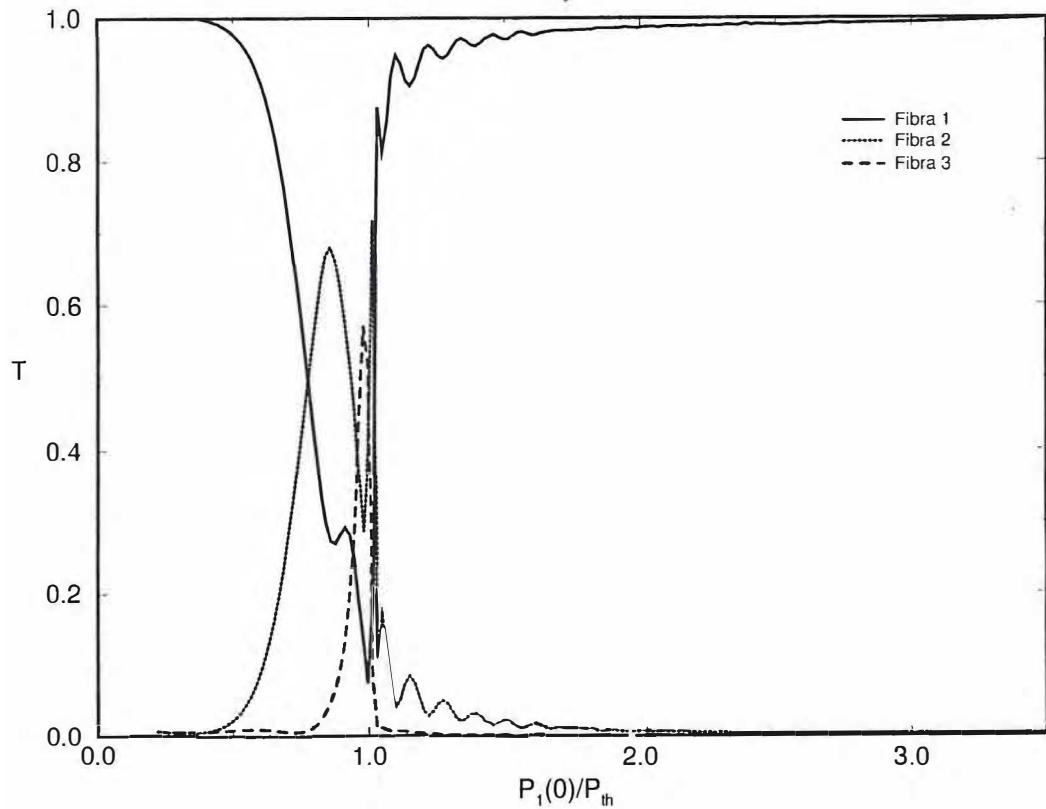
A partir das equações acima podemos obter resultados de propagação de soliton para o acoplador triplo. Para obtenção destes resultados, usamos o método numérico Fourier com passos divididos MFPD. Consideramos no acoplador triplo, a utilização de um único canal de entrada de sinais, ou seja, em nosso acoplador a condição inicial será  $u_1 \neq 0$  e  $u_2 = u_3 = 0$ , onde o núcleo 1 é o canal ativo do acoplador. Assim, definiremos a transmissão no núcleo  $j$   $T_j$  em termos de energia dos pulsos:

$$T_j = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_j(\xi_L, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(0, \tau)|^2 d\tau} \quad (3.13)$$

As figuras (3.8) e (3.9) mostram as curvas de transmissão dos três núcleos para solitons fundamentais, para os acopladores triplos de comprimentos  $L_C$  e  $2L_C$ , respectivamente. Onde a potência crítica para acoplador triplo é  $P_{th} = 5.80$ .

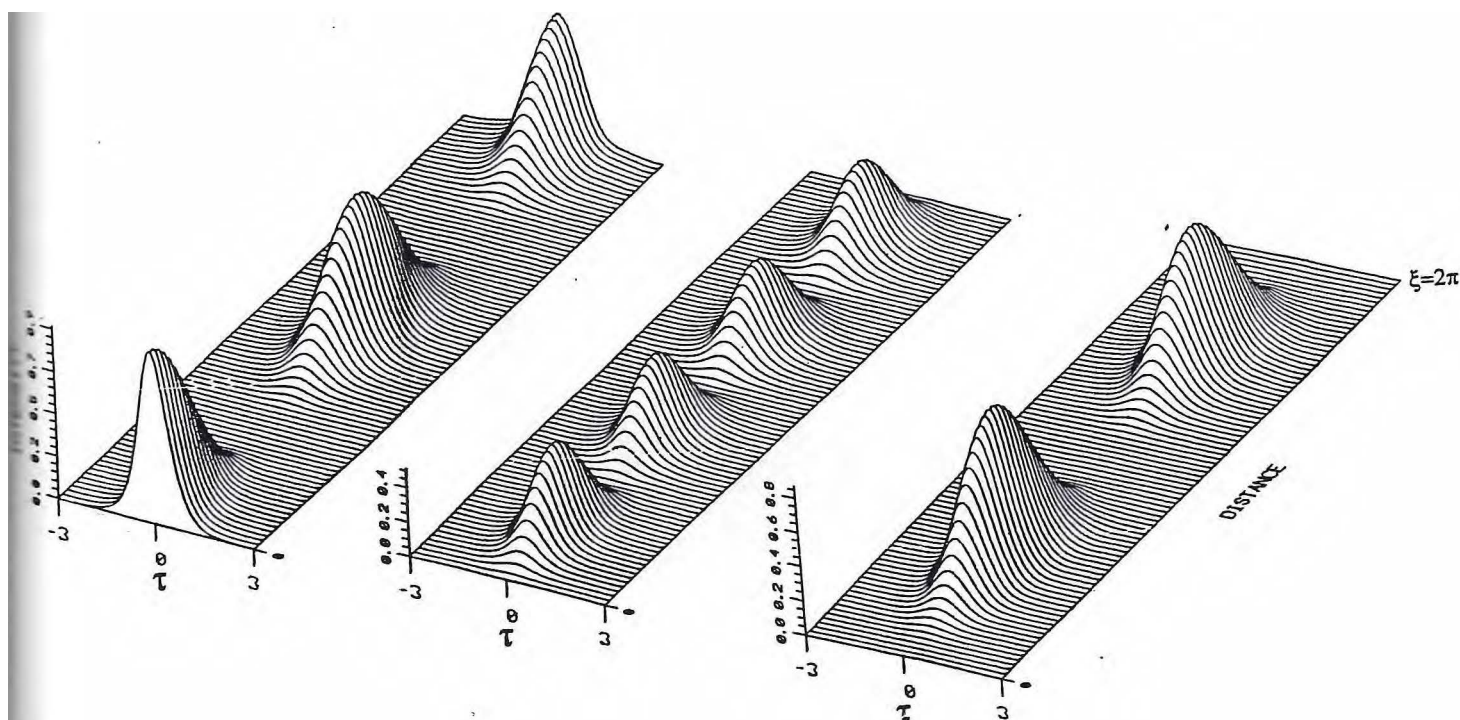


**Fig. (3.8)** Curva de transmissão para um acoplador direcional triplo de comprimento  $L_C$ , onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.80$  para o acoplador triplo ( $L_C=\pi/2$ ).

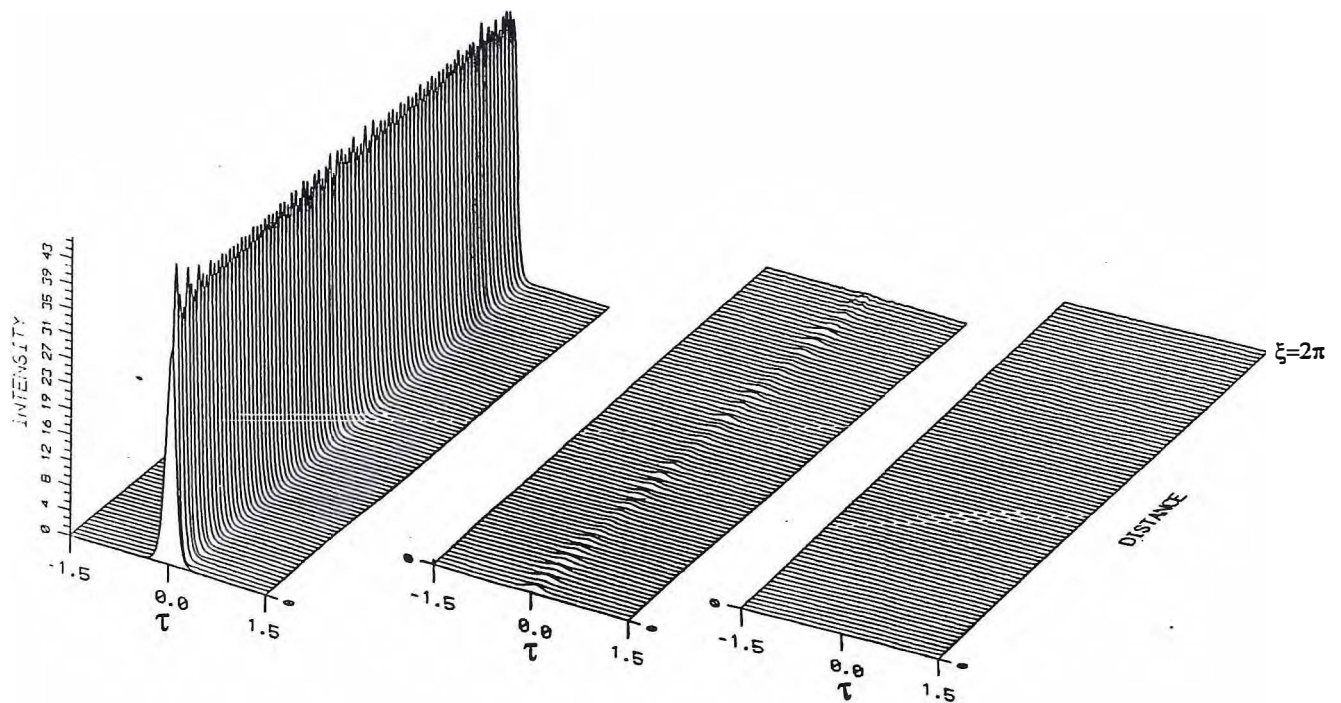


**Fig. (3.9)** Curva de transmissão para um acoplador direcional triplo de comprimento  $2L_C$ , onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.80$  ( $L_C=\pi/2$ ).

A figura (3.10) mostra a propagação de soliton fundamental de baixa energia (abaixo da potência crítica) em um acoplador triplo de fibras ópticas. Observe que o pulso é transmitido periodicamente através dos canais. Já na figura (3.11) temos a propagação de um soliton fundamental de alta energia (acima da potência crítica).



**Fig. (3.10)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador triplo não linear, onde o pulso incidente possui potência abaixo da potência crítica. Observamos a transmissão periódica de energia entre as fibras. Toda energia contida no guia 1 é transmitida para o segundo e sucessivamente para o terceiro, e depois retorna para o estado inicial passando pelo canal 2. Em nossa simulação numérica usamos  $K=1$  e  $P_1(0) = 0.38P_{th}$ .



**Fig. (3.11)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador triplo não linear, onde o pulso incidente possui potência acima da potência crítica. Observamos que a transmissão não é mais periódica, ou ainda, o pulso incidente basicamente mantém sua forma e energia durante a propagação no guia 1. Comparando com o resultado anterior (Fig. 3.10), o pulso incidente é mais estável e as transmissões das fibras 2 e 3 são baixas, assim reforçando a idéia que as interações entre as fibras são pequenas. Em nossa simulação numérica usamos  $K=1$  e  $P_1(0) = 2.24P_{th}$ .

Em nossos estudos das características de chaveamento em acopladores direcionais duplos e triplos, observamos que o soliton fundamental mostrou uma excelente característica de chaveamento, chegando em alguns casos a uma eficiência em torno de 96% da energia de entrada. A partir destes acopladores é de se esperar componentes de chaveamento totalmente ópticos e inúmeras aplicações nos mais diversos sistemas de comunicação óptica, sensores e instrumentação. Duplicação de transmissão de sinais através de uma única linha, distribuição de sinais de TV por cabos ópticos, barramento utilizado em ligações entre terminais inteligentes e de computadores, multiplexação e demultiplexação de pulsos solitônicos incididos em diferentes entradas são algumas das possíveis aplicações destes acopladores em sistemas de comunicação.

### 3.5 REFERÊNCIAS

- 1- K. J. Blow, N. J. Doran and B. K. Nayar, Opt. Lett. 14 (1989) 754;  
B. K. Nayar, K. J. Blow and N. J. Doran, Proc. Of IOOC'89 (1989).
- 2- M. N. Islam, E. R. Sunderman, R. H. Stolen, W. Pleibel and J. R. Simpson, Opt. Lett. 14 (1989) 811.  
A. S. B. Sombra, Brazilian Journal of Physics 24 (1994) 485.
- 3- Jensen S. M.,IEEE J. Quantum Eletronics, vol. QE-18,P.1580,1982
- 4- G. P. Agrawal,Academic Press, Inc. New York (1989), Chapters 3 e 5.
- 5- C. A. C. Feitosa e A. S. B. Sombra, Tese de mestrado, Universidade Federal do Ceará,
- 6- G. D. Peng e A. Ankiewicz, Inter. J. of Nonlinear Opt. Phys, Vol. 1, No. 1 (1992)135
- 7- J. Satsuma e N.Yajima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 55 (1974) 284
- 8- P.L. Chu e A. Ankiewicz, J. Modern Opt. 37 (1990)353.
- 9- J. M. Soto-Crespo, E. M. Wright, J. Appl. Physics, 70 (1991) 7240.

## CAPÍTULO 4

### 4. ACOPLADOR DIRECIONAL, NÃO-LINEAR, DE FIBRA ÓPTICA DUPLO E TRIPLO: ABORDAGEM ANALÍTICA.

No capítulo anterior, fizemos tratamento numérico dos acopladores direcionais duplo e triplo. Neste capítulo, iremos tratar esses acopladores de forma analítica. Onde esperamos obter as características de chaveamento dos mesmos.

#### 4.1 ACOPLADOR DIRECIONAL NÃO-LINEAR DUPLO

A modelagem de acopladores de fibras é feita com base na equação não-linear de Schrödinger. Usando os resultados do capítulo 3 para acopladores duplos, temos.

$$i \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} + \gamma |A_1|^2 A_1 + CA_2 = 0 \quad (4.1a)$$

$$i \frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} + \gamma |A_2|^2 A_2 + CA_1 = 0 \quad (4.1b)$$

Para um análise analítica, é conveniente normalizar as equações (4.1). Para isso, usamos as seguintes transformações:

$$u_1(\xi, \tau) = \frac{A_1(\xi, \tau)}{N\sqrt{P_0}} \quad (4.2a)$$

$$u_2(\xi, \tau) = \frac{A_2(\xi, \tau)}{N\sqrt{P_0}} \quad (4.2b)$$

$$\xi = \frac{|\beta_2|}{T_0^2} z = \frac{z}{L_D} \quad (4.3)$$

$$\tau = \frac{t - \beta_1 z}{T_0} \quad (4.4)$$

$$K = \frac{z_0}{L_c} \quad (4.5)$$

onde  $z_0$  é o período do soliton, sendo  $z_0 = \pi L_D / 2$ .  $L_c$  é o comprimento de acoplamento e  $L_D$  o comprimento de dispersão, onde<sup>(1)</sup>:

$$L_c = \pi / 2C, \quad L_D = T_0^2 / |\beta_2| \quad (4.6)$$

logo obtemos:

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 + K u_2 = 0 \quad (4.7a)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 + K u_1 = 0 \quad (4.7b)$$

onde  $u_1$  e  $u_2$  são as amplitudes do campo:

Podemos analisar as características do chaveamento de solitons em acoplador duplo, usando o método variacional baseado na formulação da densidade de Lagrange. Essa técnica tem dado bons resultados em muitos problemas que envolvem a dinâmica de solitons ópticos<sup>(2,3,4,5)</sup>. A Lagrangeana capaz de representar as equações (4.7) pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} L' d\tau \quad (4.8)$$

$L'$  é a densidade Lagrangeana descrita pela expressão abaixo:

$$L' = L_1 + L_2 + K(u_2^* u_1 + u_2 u_1^*) \quad (4.9)$$

onde

$$L_i = \frac{i}{2} \left( u_i^* \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - u_i \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_i}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{1}{2} |u_i|^4 \quad (4.10)$$

os asteriscos contidos nas equações anteriores, representam o complexo conjugado.

Aplicando a Lagrangeana definida anteriormente na equação

$$\frac{\delta L}{\delta u_i^*} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left[ \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right]} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left[ \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right]} \right] - \frac{\partial L}{\partial u_i^*} = 0 \quad (4.11)$$

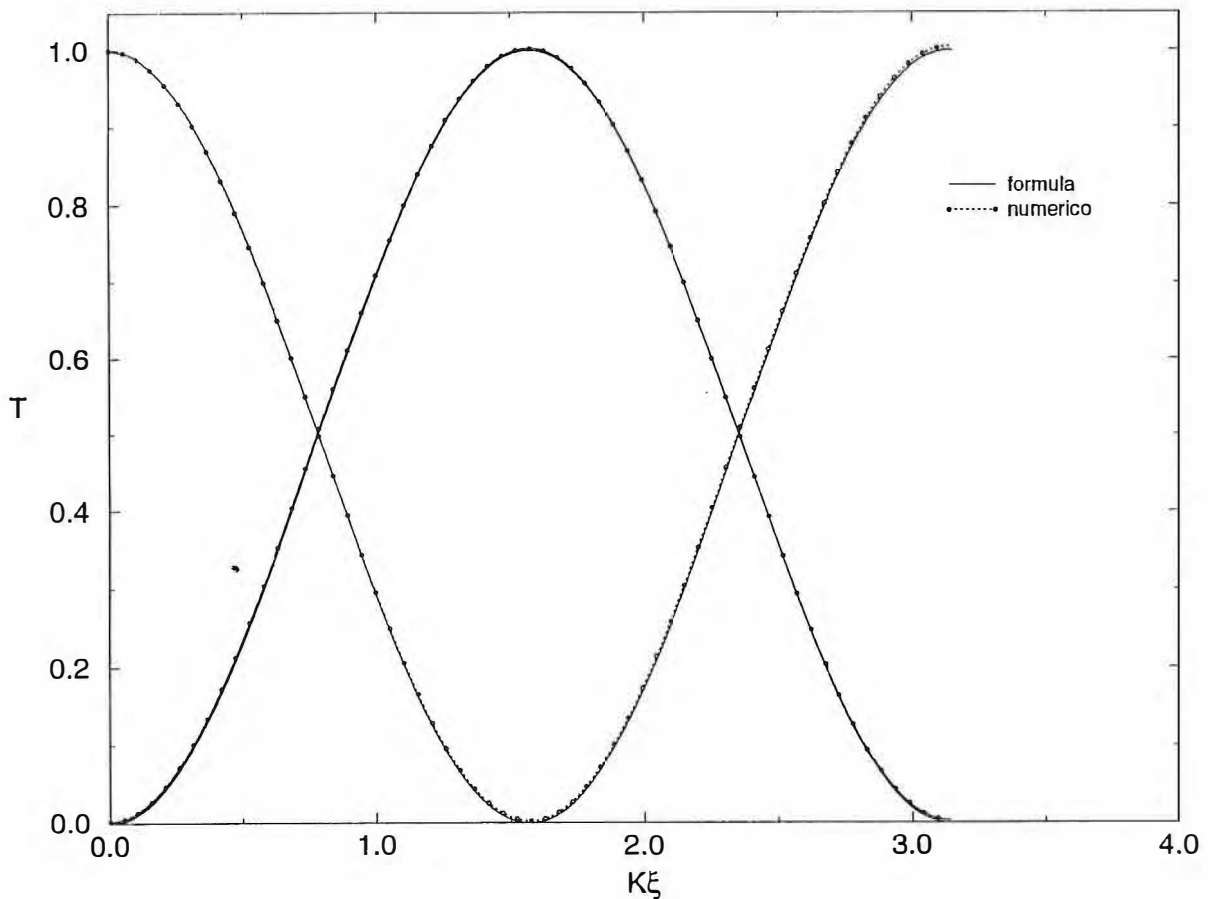
podemos obter as equações (4.7), para valores respectivos de  $i=1$  e  $2$ . O soliton é a solução mais apropriada para as funções  $u_1$  e  $u_2$ , além de possuírem um perfil secante hiperbólico, devem também conter um termo que represente o batimento entre as duas soluções reais. Com isso, é válido descrever os pulsos de ondas  $u_1(\xi, \tau)$  e  $u_2(\xi, \tau)$ , da seguinte forma <sup>(5)</sup>.

$$u_1(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \cos(\theta(\xi)) \exp(i\varphi + i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (4.12a)$$

$$u_2(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \sin(\theta(\xi)) \exp(i\varphi - i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (4.12b)$$

onde  $\theta(\xi)$  é o ângulo de acoplamento em função de  $\xi$ . Ele determina a potência de acoplamento entre os dois núcleos,  $q$  é um parâmetro chirp e  $\psi(\xi)$  é uma fase relativa.

Esse tipo de solução que envolve  $\sin(\theta)$  e  $\cos(\theta)$  é bastante compatível com os resultados numéricos. Na figura (4.1), temos uma comparação entre os resultados numericamente obtidos com o nosso “ansatz”, equações (4.12), onde  $T$  é a transmissão definida na equação (3.10). Chegando a conclusão de que essas equações são compatíveis e adequadas para o caso do acoplador duplo.



**Fig. (4.1)** Comparação das transmissões de soliton fundamental, de energia  $P_1(0) = 1.83$ , com a distância propagada, obtidas através de uma simulação numérica ( curva pontilhada) e uma aproximação analítica( curva contínua).

Substituindo a equação (4.12) na (4.8) e variando o resultado com os parâmetros  $\theta$  e  $\psi$  chegamos as seguintes conclusões.

- a e r são constantes de movimento. Sendo,  $a^2$  a energia total dos solitons.

- Os parâmetros  $\phi$  e  $q$  não influenciam os outros parâmetros.

Sendo assim, esperamos encontrar uma dinâmica não trivial para o ângulo de acoplamento  $\theta(\xi)$  e para fase relativa  $\psi(\xi)$ . A Lagrangeana obtida através da substituição da solução (4.12) na equação (4.8) tem seguinte forma:

$$L = -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi(\xi)}{\partial \xi} - \frac{1}{3} a^4 r \sin^2[2\theta(\xi)] + 2Ka^2 \sin[2\theta(\xi)] \cos[2\psi(\xi)] + a^2 r \left( \frac{1}{3} + 2a^2 \right) \quad (4.13)$$

onde a Langrangeana reduzida é dada por:

$$L = -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi(\xi)}{\partial \xi} - \frac{1}{3} a^4 r \sin^2[2\theta(\xi)] + 2Ka^2 \sin[2\theta(\xi)] \cos[2\psi(\xi)] \quad (4.14)$$

aplica-se a Lagrangeana nas equações Euler-Lagrange para a variável  $\psi(\xi)$  e  $\theta(\xi)$  descritas abaixo:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)} \right] = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)} \right] = 0 \quad (4.16)$$

variando com relação a  $\psi(\xi)$ , obtemos os seguintes resultados:

$$\text{sen}[2\theta(\xi)] \left\{ \frac{\partial\theta(\xi)}{\partial\xi} + K \text{sen}[2\psi(\xi)] \right\} = 0 \quad (4.17)$$

de onde podemos concluir que:

$$\text{sen}[2\theta(\xi)] = 0 \quad (4.18)$$

ou

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = -K \text{sen}[2\psi(\xi)] \quad (4.19)$$

Variando agora a equação (4.14) com relação a  $\theta(\xi)$ , obtemos:

$$\text{sen}[2\theta(\xi)] \frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{3} a^2 r \text{sen}[2\theta(\xi)] \cos[2\theta(\xi)] - K \cos[2\theta(\xi)] \cos[2\psi(\xi)] \quad (4.20)$$

Podemos determinar a Hamiltoniana do sistema a partir da Lagrangeana, de acordo com a equação abaixo<sup>(6)</sup>:

$$H = \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{\partial L}{\partial\left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right)} + \frac{\partial\theta}{\partial\xi} \frac{\partial L}{\partial\left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)} - L \quad (4.21)$$

assim, obtemos.

$$H = \frac{1}{6} a^4 r \operatorname{sen}^2[2\theta(\xi)] - K a^2 \operatorname{sen}[2\theta(\xi)] \cos[2\psi(\xi)] \quad (4.22)$$

O Hamiltoniano determina a dinâmica dos solitons no plano  $(\theta, \psi)$ .

#### 4.2 CHAVEAMENTO DE SOLITONS EM ACOPLADORES DUPLOS

Em nossos estudos, estamos interessados no acoplamento e chaveamento de solitons num acoplador não-linear. Consideremos inicialmente a introdução de um pulso, soliton, somente no canal 1. Para satisfazer esta condição, devemos escrever  $\theta(0) = 0$  nas equações (4.12). Logo, obtemos que a Halmiltoniana  $H = 0$  e permanecerá constante ao longo de  $\xi$ . De acordo com o Hamiltoniano obtido, existem duas alternativas que satisfazem a condição inicial.

$$\operatorname{sen}[2\theta(\xi)] = 0 \quad (4.23)$$

ou

$$\cos[2\psi(\xi)] = \frac{a^2 r}{6K} \operatorname{sen}[2\theta(\xi)] \quad (4.24)$$

A primeira alternativa pode ser desprezada, já que se trata de uma solução trivial e não permite o estudo do chaveamento. Isto está relacionado com o fato do ângulo  $\theta(\xi)$  permanecer constante com a evolução do pulso. A segunda é de total interesse, pois dá uma relação entre a fase relativa  $\psi(\xi)$  e o ângulo de acoplamento  $\theta(\xi)$ . A partir das equações (4.19) e (4.24), temos:

$$\frac{d\theta(\xi)}{d\xi} = -K \left\{ 1 - t \operatorname{sen}^2[2\theta(\xi)] \right\}^{1/2} \quad (4.25)$$

$$t = \left( \frac{a^2 r}{6K} \right)^2 \quad (4.26)$$

integrando (4.25) de zero a  $\theta'$  :

$$\int_0^{\theta'} \frac{d\theta(\xi)}{\left\{ 1 - t \operatorname{sen}^2 [2\theta(\xi)] \right\}^{1/2}} = -K\xi \quad (4.27)$$

Esta integral é do tipo elíptica, e apresenta comportamentos diferentes para cada valor de  $t$ . A solução da equação (4.27) em termos de funções elípticas é dada por:

$$\operatorname{sen}[2\theta(\xi)] = \begin{cases} \operatorname{sn}(2K\xi|t) & \text{para } t \leq 1 \\ (1/\sqrt{t})\operatorname{sn}(2K\sqrt{t}\xi|1/t) & \text{para } t \geq 1 \end{cases} \quad (4.28a)$$

$$(4.28b)$$

A equação anterior determina o comportamento do soliton que se propaga num acoplador duplo não-linear. A solução da integral quando  $t = 1$  é da forma:

$$\operatorname{sen}[2\theta(\xi)] = -\tanh(2K\xi). \quad (4.28c)$$

claramente, em  $t=1$  temos um ponto crítico. Com isso, definimos a potência crítica dada por:

$$P_{th} = (a^2 r/K)_{th} = 6 \quad (4.30)$$

mais adiante, veremos que essa potência representa exatamente a potência de chaveamento dos solitons num acoplador duplo não-linear.

### 4.3 CÁLCULO DA TRANSMISSÃO NÃO-LINEAR

Para examinar as propriedades do chaveamento, começaremos caracterizando a transmissão de energia. Esta caracterização está diretamente relacionada com a eficiência de chaveamento do pulso. Na realidade, podemos tanto expressar transmissão de energia com a de potência, sendo que, a transmissão de potência se torna bastante complicada quando ocorre a quebra do pulso. Como o sinal de entrada é somente aplicado no guia 1, podemos definir o coeficiente de transmissão de energia desta forma:

$$T_j = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_j(\xi_L, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(0, \tau)|^2 d\tau} = \frac{E_j(\xi)}{E_1(0)}, \quad j = 1, 2 \quad (4.31)$$

onde  $E_j(\xi)$  e  $E_1(0)$  são a energia do pulsos nas fibras nas posições  $\xi$  e  $\xi = 0$ , respectivamente. Logo, a partir da equação (4.31), temos que:

$$T = \cos^2[\theta(\xi)] \quad (4.32)$$

onde  $P_1(\xi)$  e  $P_1(0)$  são as potências de picos normalizadas dadas por:

$$P_1(\xi) = |U(\xi, \tau = 0)|^2 / K \quad (4.33)$$

$$P_1(0) = |U(0, \tau = 0)|^2 / K \quad (4.34)$$

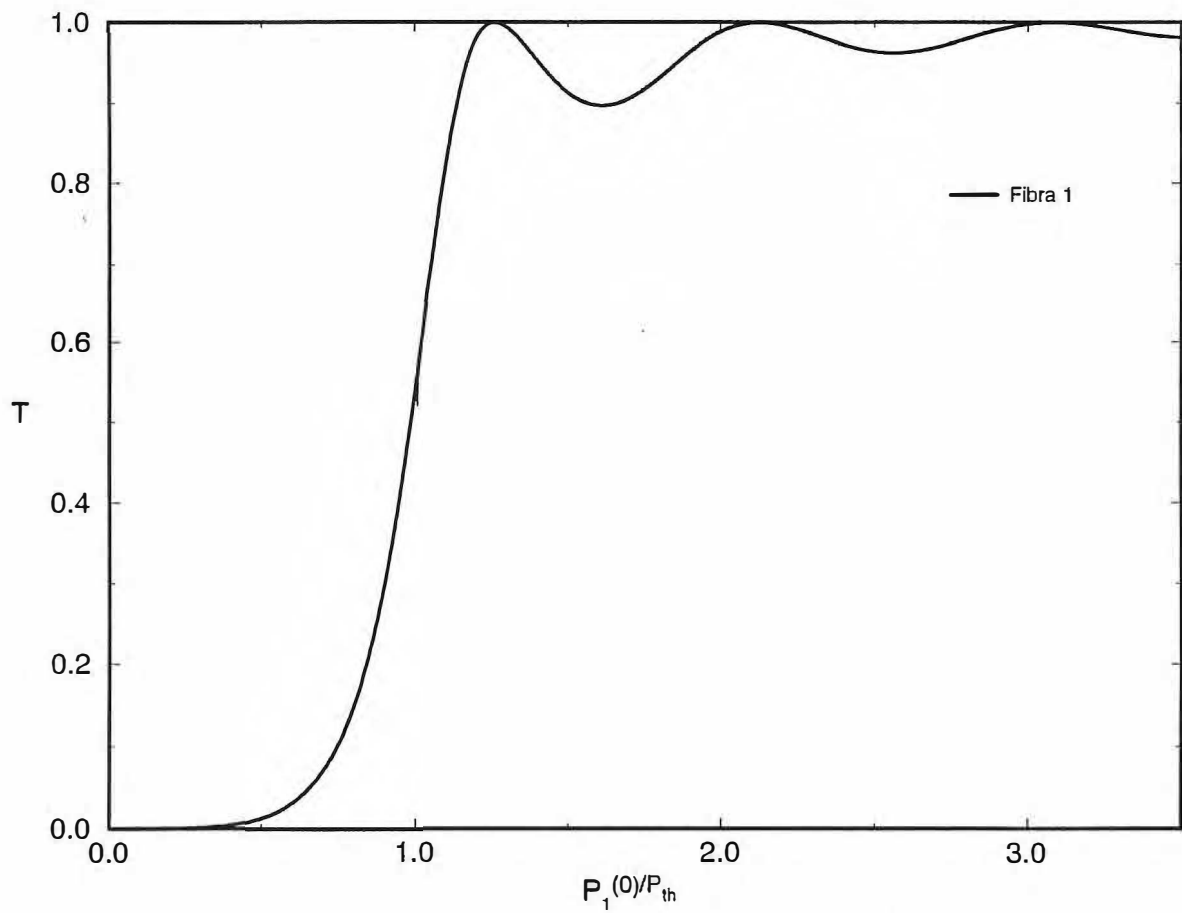
usando os resultados obtidos anteriormente, equações (4.28) e (4.32), podemos expressar o coeficiente de transmissão da forma:

$$T = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 + \text{cn}(2K\xi|t)] & \text{para } t < 1 & (4.35a) \\ \frac{1}{2} [1 + \text{sech}(2K\xi)] & \text{para } t = 1 & (4.35b) \\ \frac{1}{2} [1 + \text{dn}(2K\xi\sqrt{t})] \frac{1}{t} & \text{para } t > 1 & (4.35c) \end{cases}$$

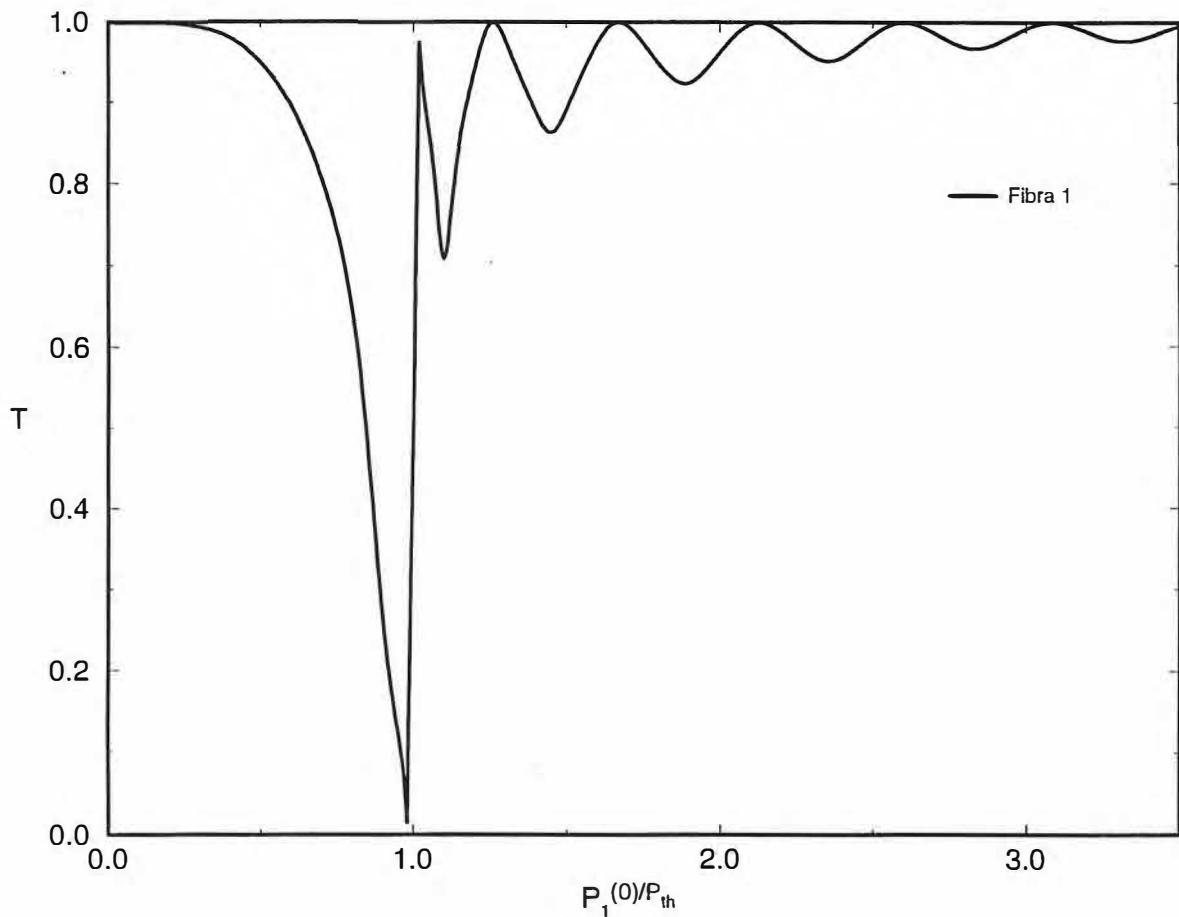
A partir das equações (4.35), constatamos o surgimento de um ponto crítico em  $t=1$ . Com base nesta observação, podemos afirmar que a potência crítica, definida em (4.30), é exatamente a potência de chaveamento dos solitons para um acoplador duplo.

As características de transmissão de solitons, para o acoplador duplo, podem ser obtidas a partir das equações (4.35). Analisando essas características para acopladores com comprimento  $\pi/2$ , ou seja,  $K\xi = \pi/2$ . Podemos observar, figura (4.2), que para baixas potências de entrada, o sinal se concentra basicamente no guia 2. O inverso ocorre para potências mais altas.

No caso dos acopladores de comprimento  $2L_c$ , figura (4.3), o comportamento de chaveamento é bastante diferente. Para baixas e altas potências, podemos dizer que o pulso se concentra basicamente no guia 1, enquanto para potências próximas da crítica temos uma maior energia concentrada no guia 2.



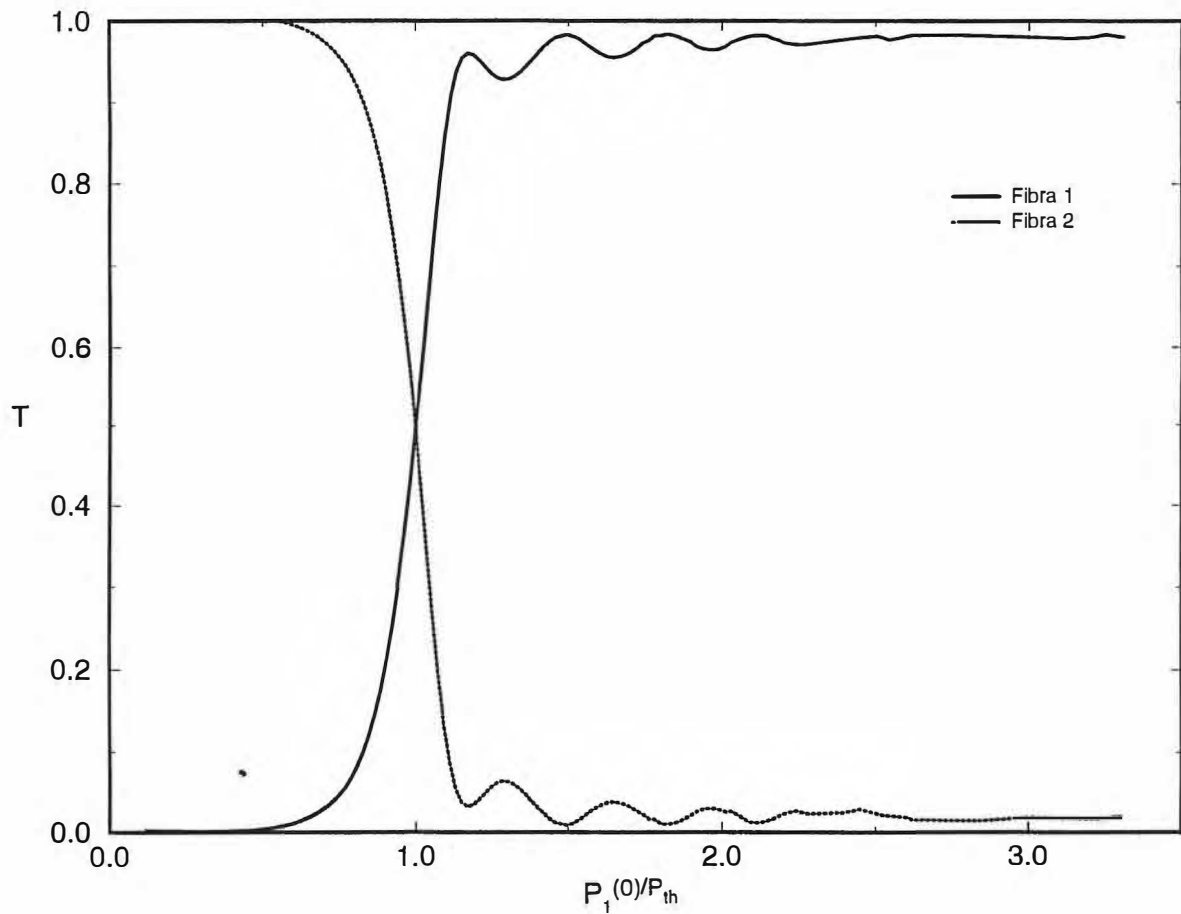
**Fig. (4.2)** Curva de transmissão para um acoplador direcional duplo de comprimento  $L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. Obtemos que  $P_{th}=6.00$  para o acoplador duplo (resultados analíticos). ( $L_C=\pi/2$ )



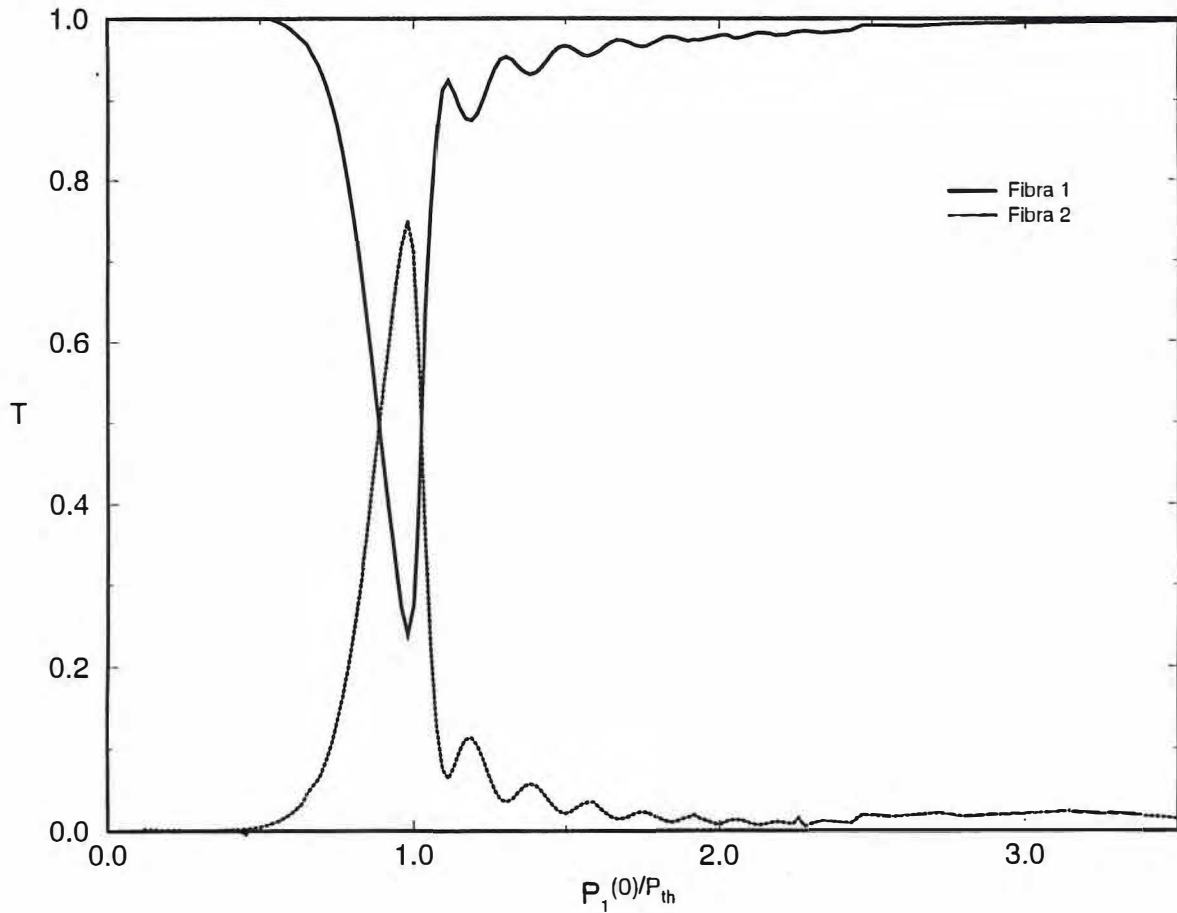
**Fig. (4.3)** Curva de transmissão para um acoplador direcional duplo de comprimento  $2L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. Obtemos que  $P_{th}=6.00$  para o acoplador duplo( resultados analiticos).

Na figura (4.4) temos as características de chaveamento para os acopladores de comprimentos  $L_C$  e  $2L_C$ , obtidas através de método de Fourier com passos divididos MFPD aplicado nas equações (4.7). Um dos principais problemas enfrentados quando se deseja obter chaveamento óptico é a quebra do pulso. Esta quebra pode prejudicar a eficiência do chaveamento. Mas, se temos um soliton na entrada do acoplador, este

fenômeno pode ser desconsiderado. Essa propriedade foi observada anteriormente, por resultados numéricos <sup>(7,8)</sup>. Os resultados analíticos dados pelas equações (4.35) confirmam esta conclusão.



**Fig. (4.4a)** Curva de transmissão ( resultado numérico) para um acoplador direcional duplo de comprimento  $L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.240$  para o acoplador duplo ( $L_C=\pi/2$ ).



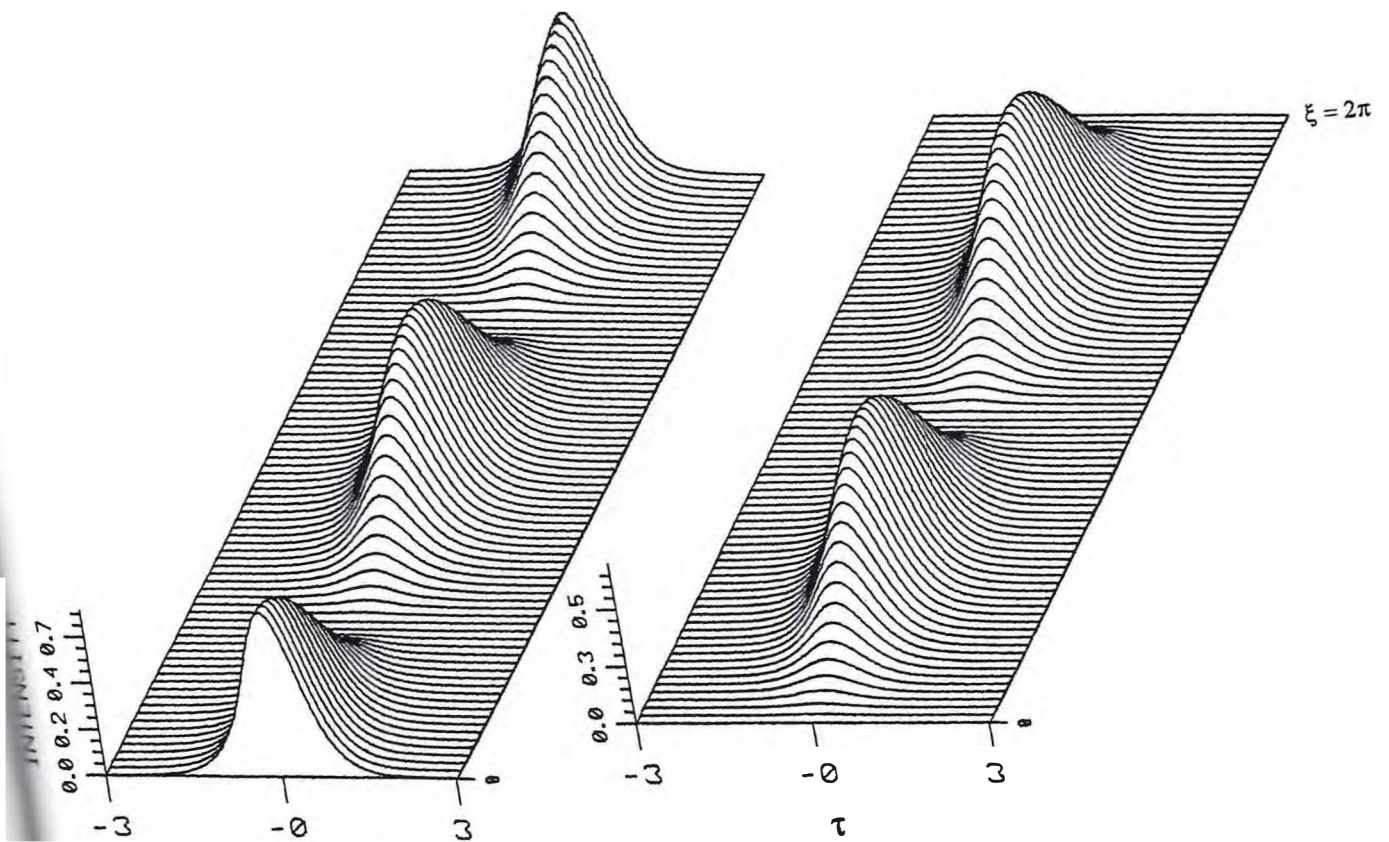
**Fig. (4.4b)** Curva de transmissão ( resultado numérico) para um acoplador direcional duplo de comprimento  $2L_c$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$  ( $L_c=\pi/2$ ).

A equação (4.35a), para valores de  $t < 1$ , nos revela que o chaveamento entre os núcleos é periódico. Esse comportamento também é confirmado pelos resultados numéricos de NLSE acoplada, Figura (4.5). Podemos ver o soliton acoplado no guia 2 e depois retornando para o guia 1, assim, periodicamente. Contudo, para valores de  $t > 1$ ,

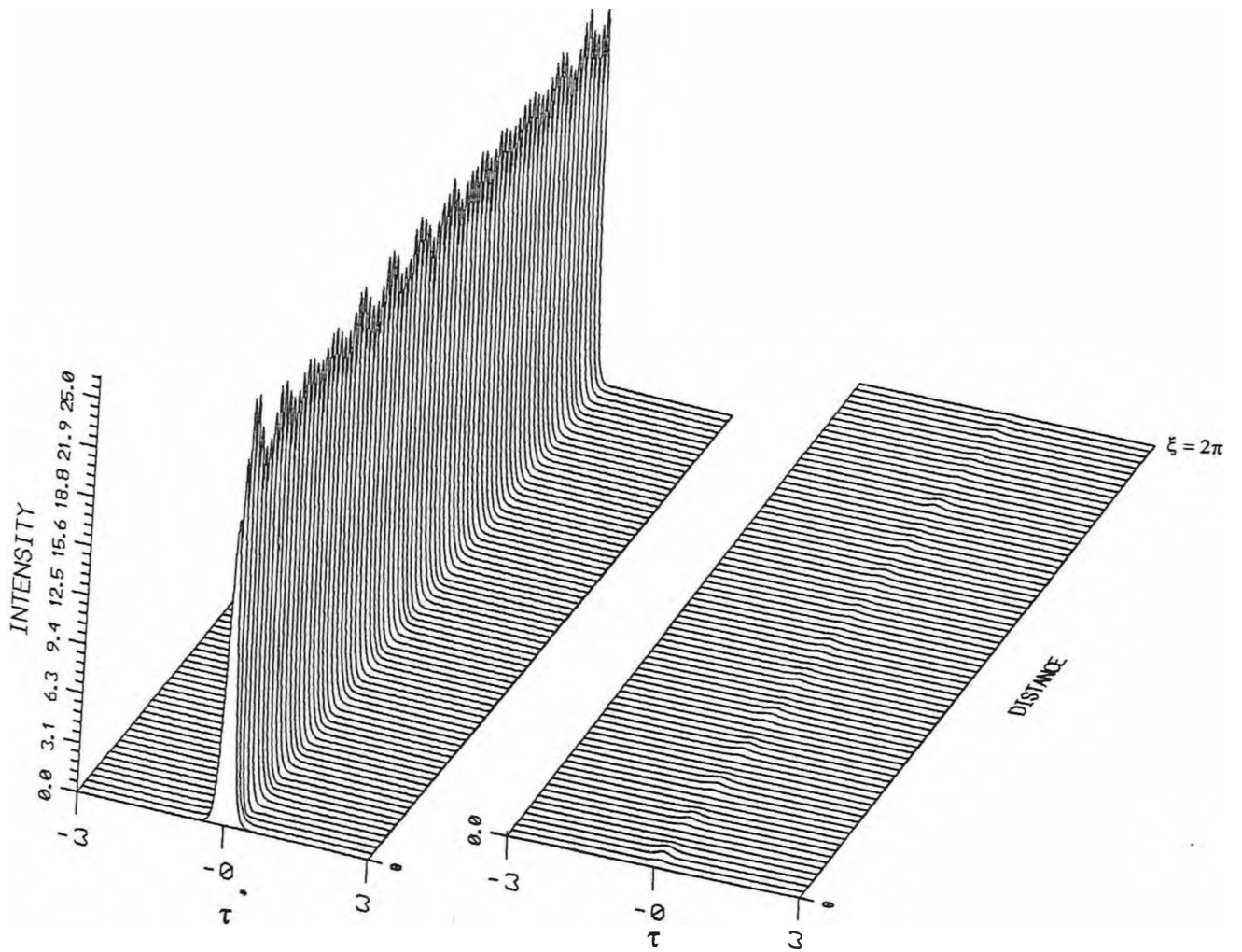
de acordo com a equação (4.35c), o pulso deve continuar essencialmente no núcleo de entrada, fibra 1, havendo um pequeno acoplamento para o núcleo 2. Este resultado, também está de acordo com os resultados numéricos, Figura (4.6).

Analisando os coeficientes de transmissão analítico e numérico, observamos uma pequena discrepância das potências críticas. Onde essas potências normalizadas foram 6.00 para o caso analítico, 5.24 para o numérico<sup>(7)</sup>. Essa divergência é causada pelas limitações intrínsecas da equação (4.12). Ou melhor, estas duas equações não são soluções exatas das equações acopladas (4.7). Podemos ainda, tomar em conta o fato das amplitudes serem independentes de  $\xi$ . Independência essa, que não se observa nos resultados numéricos. Com base na figura (4.5), podemos sustentar a dependência da amplitude com  $\xi$  nas soluções numéricas. As soluções analíticas (4.12) trazem a suposição de que o parâmetro de acoplamento  $K$  é pequeno. Com o crescimento de  $K$ , o ansatz se afasta gradualmente de um resultado exato. Os solitons, equações (4.12), são exatas somente para  $K=0$ , onde temos  $\theta(0) = 0$ . Em nossas soluções numéricas, Figuras (4.5) e (4.6), supusemos  $K=1$ .

Na equação (4.5), temos que  $K$  é igual a razão entre o período  $z_0$  e o comprimento de acoplamento  $L_c$ . Assim, se quiséssemos ter uma boa aproximação das equações (4.7), deveríamos fazer  $K$  pequeno, ou ainda, o período  $z_0$  bem menor que o comprimento de acoplamento  $L_c$ .



**Fig. (4.5)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador duplo não linear, onde  $P_1(0) = 0,43P$  e  $K = 1$ . Podemos ver o soliton acoplado no guia 2 e depois retornando para o guia 1, assim, periodicamente



**Fig. (4.6)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador duplo não linear, onde  $P_1(0) = 1.92P_{th}$  e  $K=1$ . Notamos que o pulso continua essencialmente no núcleo de entrada, fibra 1, havendo somente um pequeno acoplamento entre os dois núcleos.

#### 4.4 AUTO ESTADOS DE UM ACOPLADOR DUPLO

Definimos auto estado do soliton, como aquela situação em que os dois núcleos não interagem, ou melhor, não há troca de energia entre os guias. Em todo caso, a energia disponível em cada núcleo permanece inalterada durante a propagação dos pulsos. Para que essa condição se torne verdadeira, é necessário que os parâmetros  $\theta$  e  $\psi$  sejam independentes de  $\xi$ . Logo, impomos as seguintes condições:

$$\frac{\partial\theta(\xi)}{\partial\xi} = 0 \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial\psi(\xi)}{\partial\xi} = 0 \quad (4.37)$$

aplicando a equação (4.36) em (4.19), temos que:

$$\text{sen}(2\psi) = 0 \quad (4.38)$$

onde concluímos que  $|\cos(2\psi)| = 1$ . Substituindo (4.37) em (4.20), temos:

$$\frac{1}{3}a^2r \text{sen}(2\theta) \cos(2\theta) - K \cos(2\theta) = 0 \quad (4.39)$$

a expressão anterior é satisfeita pelas seguintes equações.

$$\left| \begin{array}{l} \cos(2\theta) = 0 \\ \text{ou} \end{array} \right. \quad (4.40)$$

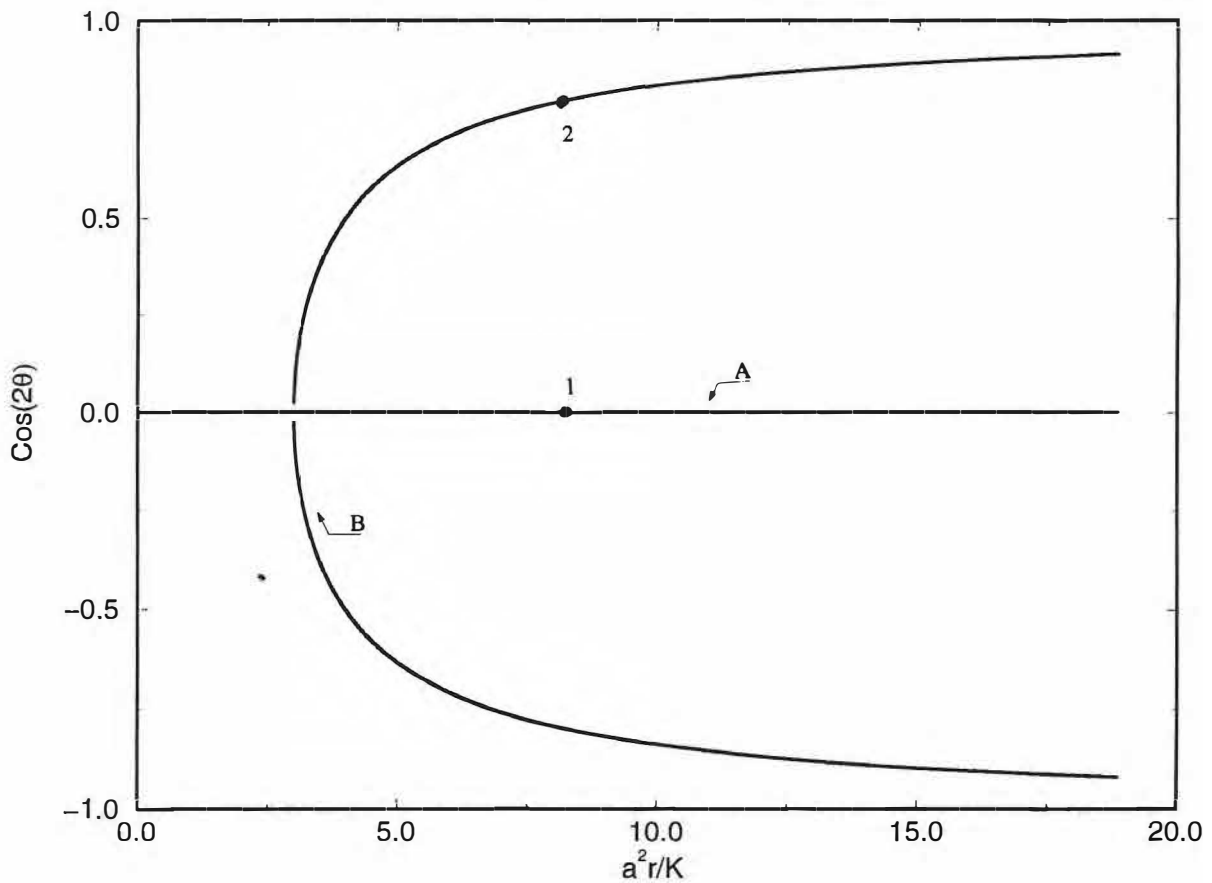
$$\cos(2\theta) = \pm \left[ 1 - (3K / a^2 r)^2 \right]^{1/2} \quad (4.41)$$

A figura (4.7) mostra o comportamento das soluções (4.40) e (4.41) como função de  $K$ ,  $a$  e  $r$ . A primeira equação está associada com a condição:

$$\text{sen}(2\psi) = 0, \quad \cos(2\theta) = 0, \quad (4.42)$$

enquanto a segunda

$$\text{sen}(2\psi) = 0, \quad \cos(2\theta) = \pm \left[ 1 - (3K/a^2r)^2 \right]^{1/2} \quad (4.43)$$



**Fig. (4.7)** Auto estados do soliton num acoplador direcional duplo. A curva A representa as soluções de auto estado trivial, Equação (4.39). Enquanto a B, as soluções não triviais, equação (4.40).

Devido as condições  $\sin(2\psi) = 0$  e  $\cos(2\theta) = 0$ , encontradas na equação (4.42), podemos considerar este auto estado de soliton trivial, onde temos,  $u_1(\xi) = \pm u_2(\xi)$ .

A partir deste resultado, podemos rescrever as NLSE acopladas, da forma:

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 \pm K u_1 = 0 \quad (4.44)$$

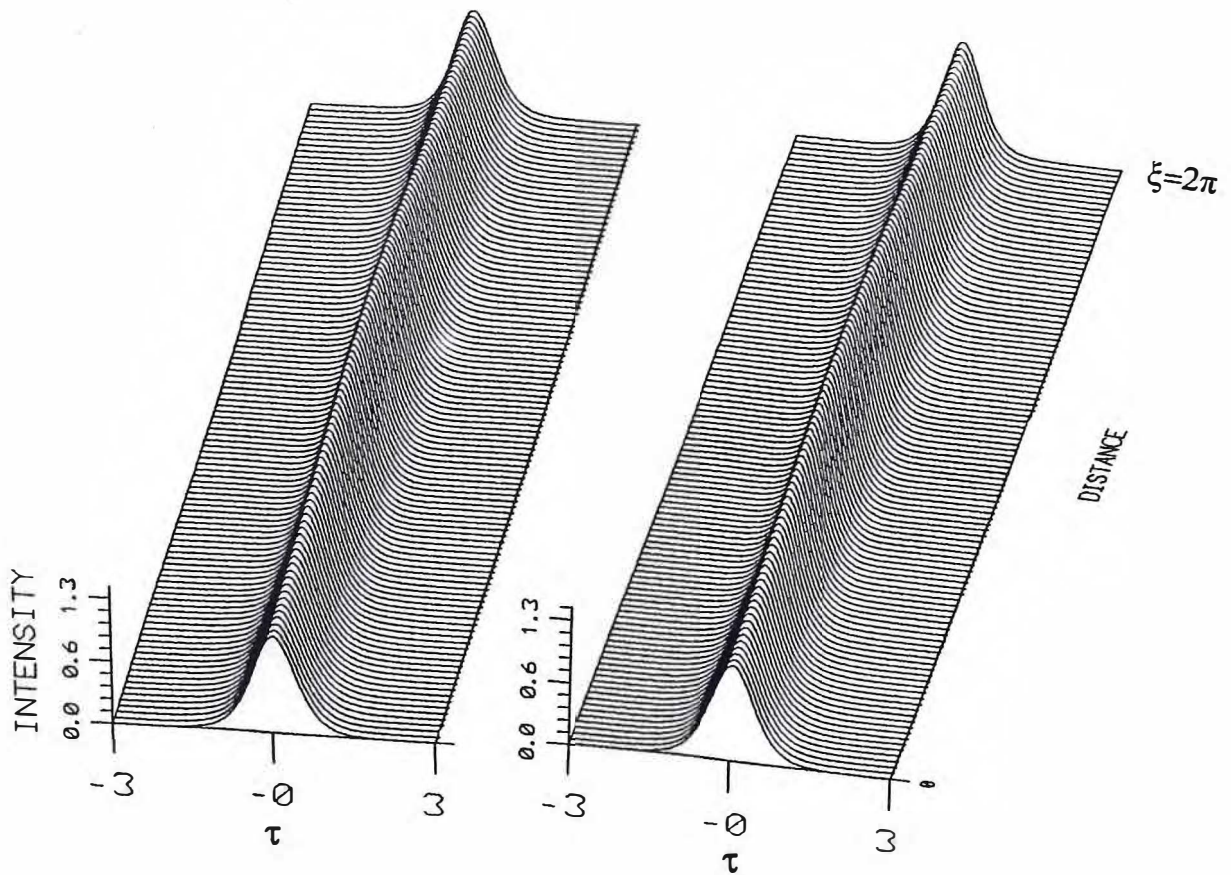
$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 \pm K u_2 = 0 \quad (4.45)$$

Usando simples transformações do tipo:

$$u_1 = U_1 \exp(\pm iK\xi) \quad (4.46a)$$

$$u_2 = U_2 \exp(\pm iK\xi) \quad (4.47b)$$

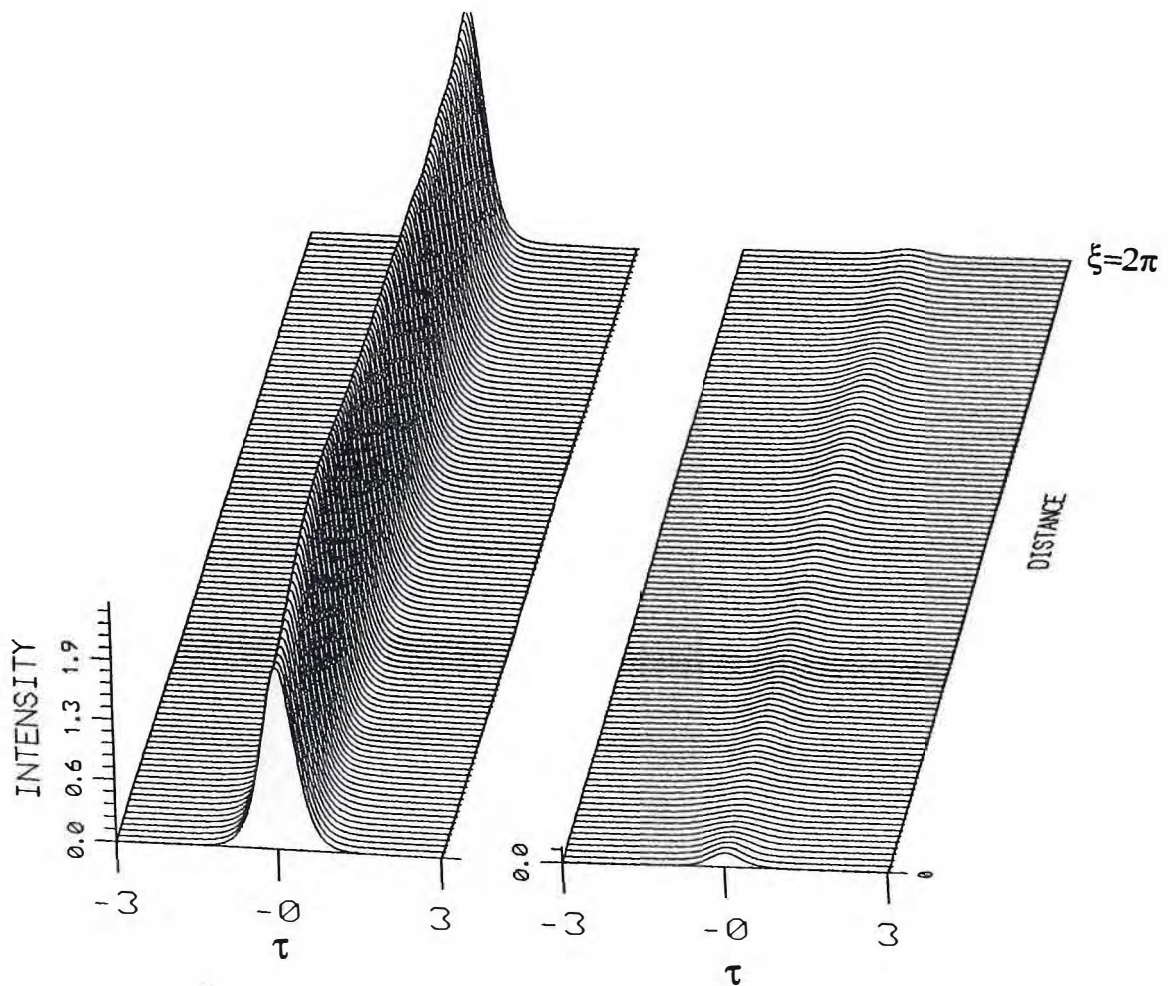
podemos reduzir essas equações as usuais NLSE. Logo vemos que, solitons triviais que se propagam num acoplador não-linear, podem ser representados basicamente pela NLSE.



**Fig. (4.8)** Simulação numérica de um auto estado trivial do acoplador duplo. Onde, a constante de acoplamento  $K=1/4$ , introduzimos nos canais 1 e 2 dois solitons fundamentais semelhantes, sendo,  $a^2 r = 8K$ . (Ponto 1 figura 4.7)

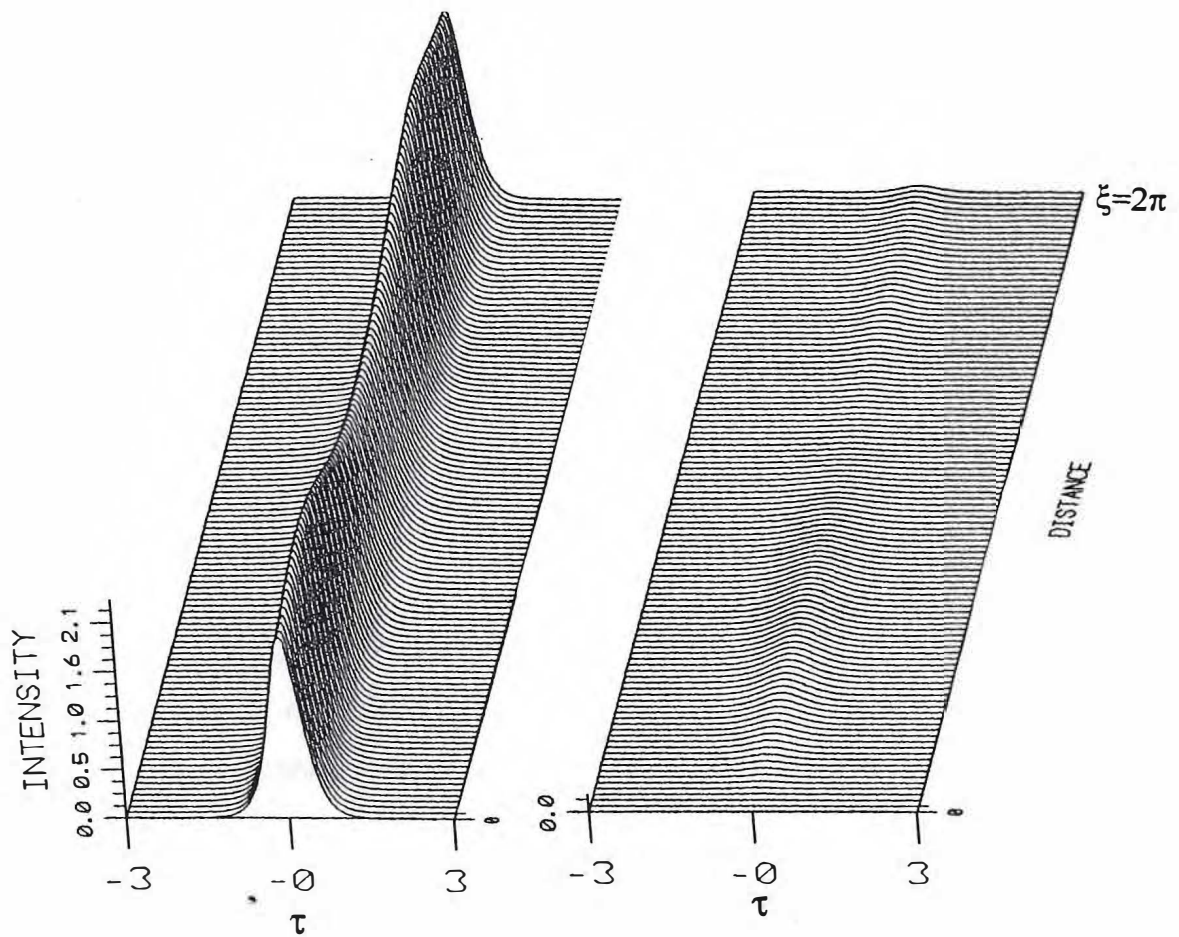
Na figura (4.8) temos uma simulação numérica de um auto estado trivial, onde  $a^2 r = 8K$ , sendo  $K = 1/4$ . Podemos observar que, os pulsos de entrada mantiveram suas formas e intensidades originais durante a propagação, sem ocorrer qualquer interação entre eles.

A figura (4.9) mostra uma propagação numérica de um auto estado não trivial. Onde foram usados os seguinte parâmetros:  $a^2 r = 8K$ , sendo  $K = 1/4$  e  $\theta = 0.1922$ . Vemos que os pulsos de entrada mantém suas formas e intensidades iniciais ao longo do acoplador, confirmando cada vez mais a existência dos autos estados.



**Fig. (4.9)** Simulação numérica de um auto estado não trivial do acoplador duplo, ponto 1 na curva B ( figura 4.7). Onde  $a^2r = 8K$ , sendo  $K = 1/4$  e  $\theta = 0.1922$ . Observamos que não existe acoplamento entre os núcleos.

Por outro lado, a figura (4.10) mostra uma simulação numérica de um auto estado não trivial, onde foram usados os parâmetros anteriores, mas com uma diferença: mantemos o mesmo valor de entrada da fibra 1, mas zeramos a entrada 2. Vemos que, quando violamos a condição de auto estado, o pulso passa a interagir com o guia 2, assim ocorrendo o acoplamento.



**Fig. (4.10)** A mesma propagação feita anteriormente para um auto estado não trivial, sendo que desta vez, quebramos a simetria de auto estado zerando a entrada 2 do acoplador. Podemos observar a interação existente entre as duas fibras.

#### 4.5 ACOPLADOR DIRECIONAL NÃO-LINEAR TRIPLO DE FIBRAS ÓPTICAS

Nas seções anteriores utilizamos o método variacional para conseguirmos as características do chaveamento do acoplador duplo. Da mesma forma, podemos obter as características do chaveamento para o acoplador triplo. A NLSE acoplada é descrita:

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 + K u_2 = 0 \quad (4.48a)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 + K(u_1 + u_3) = 0 \quad (4.48b)$$

$$i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + |u_3|^2 u_3 + K u_2 = 0 \quad (4.48c)$$

onde  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$  são as amplitudes dos solitons aplicados nos núcleos 1, 2 e 3, respectivamente.  $\xi$  e  $\tau$  são comprimento e tempo normalizado:

A Lagrangeana que descreve as equações (4.48) é dada por

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} L' d\tau \quad (4.49)$$

onde a densidade Lagrangeana  $L'$  é:

$$L' = L_1 + L_2 + L_3 + K(u_2^* u_1 + u_2^* u_3 + u_2 u_1^* + u_2 u_3^*) \quad (4.50)$$

os termos  $L_i$  são dados por:

$$L_i = \frac{i}{2} \left( u_i^* \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - u_i \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_i}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{1}{2} |u_i|^4 \quad (4.51)$$

a partir de

$$\frac{\delta L}{\delta u_i^*} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right)} \right] - \frac{\partial L}{\partial u_i^*} = 0 \quad (4.52)$$

podemos obter as equações não-linear de Schrödinger acopladas 1, 2 e 3.

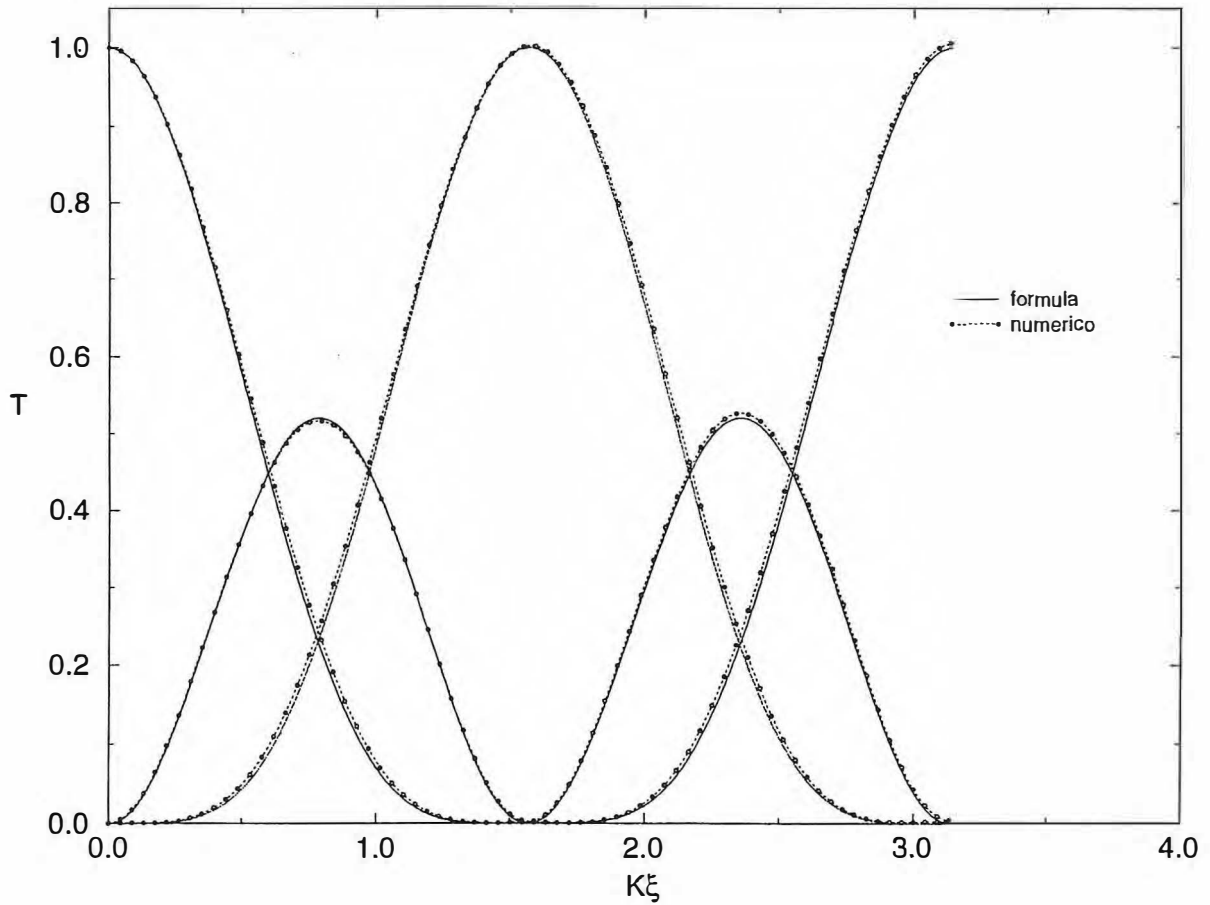
Assumimos o perfil dos pulsos  $u_1(\xi, \tau)$ ,  $u_2(\xi, \tau)$  e  $u_3(\xi, \tau)$  da forma:

$$u_1(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \cos^2(\theta(\xi)) \exp(i\phi + i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (4.53a)$$

$$u_2(\xi, \tau) = \frac{a\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \operatorname{sech}(r\tau) \sin(2\theta(\xi)) \exp(i\phi + iq\tau^2) \quad (4.53b)$$

$$u_3(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \sin^2(\theta(\xi)) \exp(i\phi - i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (4.53c)$$

$\theta(\xi)$  é o ângulo de acoplamento,  $\psi(\xi)$  é uma fase relativa entre as fibras e  $q$  é o chirp inicial dos pulsos. Na figura (4.11), temos uma comparação entre os resultados numericamente obtidos com o nosso ansatz, equação (4.53). Chegando a conclusão de que essas equações são compatíveis e adequadas para o caso do acoplador triplo.



**Fig. (4.11)** Comparação da transmissão de soliton fundamental, de energia 1.83, obtida através de uma simulação numérica ( curva pontilhada) e solução analítica( curva contínua) para um acoplador triplo.

Aplicam-se as equações (4.53) em (4.49) e encontramos nossa Lagrangeana reduzida:

$$\begin{aligned}
 L = & -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{2}{3} a^4 r \sin^2[2\theta(\xi)] + \frac{1}{4} a^4 r \sin^4[2\theta(\xi)] \\
 & + \frac{4a^2}{\sqrt{2}} K \sin[2\theta(\xi)] \cos[\psi(\xi)]
 \end{aligned}
 \tag{4.54}$$

Substituindo a Lagrangeana nas equações Euler-Lagrange para a variável  $\psi(\xi)$ , eq (4.15), e  $\theta(\xi)$ , eq (4.16). Obtemos os seguintes resultados:

- para  $\psi(\xi)$ .

$$\text{sen}[2\theta(\xi)] \left[ \sqrt{2} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + K \text{sen}[\psi(\xi)] \right] = 0 \quad (4.55)$$

onde temos que:

$$\text{sen}[2\theta(\xi)] = 0 \quad (4.56)$$

$$\left| \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = -\frac{K}{\sqrt{2}} \text{sen}[\psi(\xi)] \right. \quad (4.57)$$

- para  $\theta(\xi)$ .

$$2 \text{sen}[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{4}{3} a^2 r \left\{ \cos[2\theta(\xi)] \text{sen}[2\theta(\xi)] + \frac{3}{4} \text{sen}^3[2\theta(\xi)] \cos[2\theta(\xi)] \right\} + 2\sqrt{2} K \cos[2\theta(\xi)] \cos[\psi(\xi)] = 0 \quad (4.58)$$

Substituindo a Lagrangeana (4.54) na equação (4.21) obtemos que:

$$H = \left( \frac{2}{3} a^4 r \text{sen}[2\theta(\xi)] - \frac{1}{4} a^4 r \text{sen}^3[2\theta(\xi)] - \frac{4}{\sqrt{2}} K a^2 \cos[\psi(\xi)] \right) \text{sen}[2\theta(\xi)] \quad (4.59)$$

#### 4.6 CHAVEAMENTO DE SOLITONS EM ACOPLADORES TRIPLOS

Considerando o fato que, aplicamos somente pulsos no canal 1, ou ainda, temos como condição inicial  $\theta = 0$  nas equações (4.53). Esta condição nos revela que inicialmente, devido ao fato de  $\theta(\xi = 0) = 0$ , a Hamiltoniana também será zero,  $H = 0$  e permanecerá constante durante a evolução dos pulsos, já que consideramos o sistema conservativo. De acordo com a equação (4.59) temos duas soluções para  $H(\xi) = 0$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen}(2\theta) = 0 \\ \cos[\psi(\xi)] = \frac{a^2 r}{6K'} \text{sen}[2\theta(\xi)] \left( 1 - \frac{3}{8} \text{sen}^2[2\theta(\xi)] \right) \end{array} \right. \quad (4.60)$$

onde  $K' = \frac{K}{\sqrt{2}}$ . A primeira solução é trivial e sem importância para nosso objetivo. A segunda solução é mais interessante, possibilitando a existência de transferência de energia entre os núcleos 1, 2 e 3, descrito através da função desconhecida  $\theta(\xi)$ . Substituindo na equação (4.61) em (4.57) temos:

$$\frac{d\theta}{\sqrt{1 - t \cdot \text{sen}^2[2\theta] \left[ 1 - \frac{3}{8} \text{sen}^2[2\theta] \right]^2}} = -K' d\xi \quad (4.62)$$

onde

$$t = \left(\frac{a^2 r}{6K'}\right)^2 \quad (4.63)$$

integrando nos dois lados, temos:

$$\int_0^\theta \frac{d\theta}{\sqrt{1 - t \cdot \sin^2[2\theta] \left[1 - \frac{3}{8} \sin^2[2\theta]\right]^2}} = -K' \xi \quad (4.64)$$

Assumindo  $K' \xi$  constante podemos calcular as características da transmissão nos três canais. Usando a definição de transmissão definida anteriormente, equação (4.31), obtemos que:

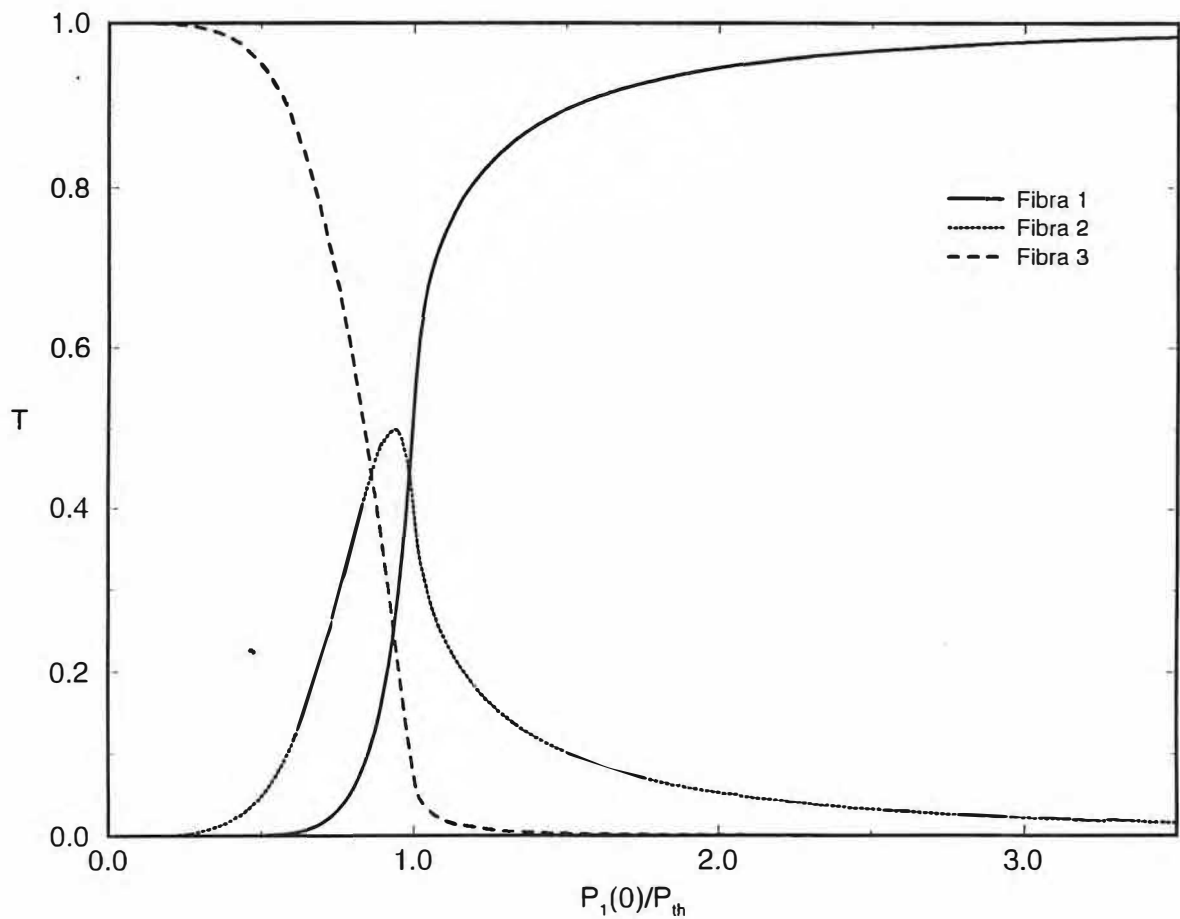
$$T_1 = \cos^4(\theta(\xi)) \quad (4.65)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta(\xi) \quad (4.66)$$

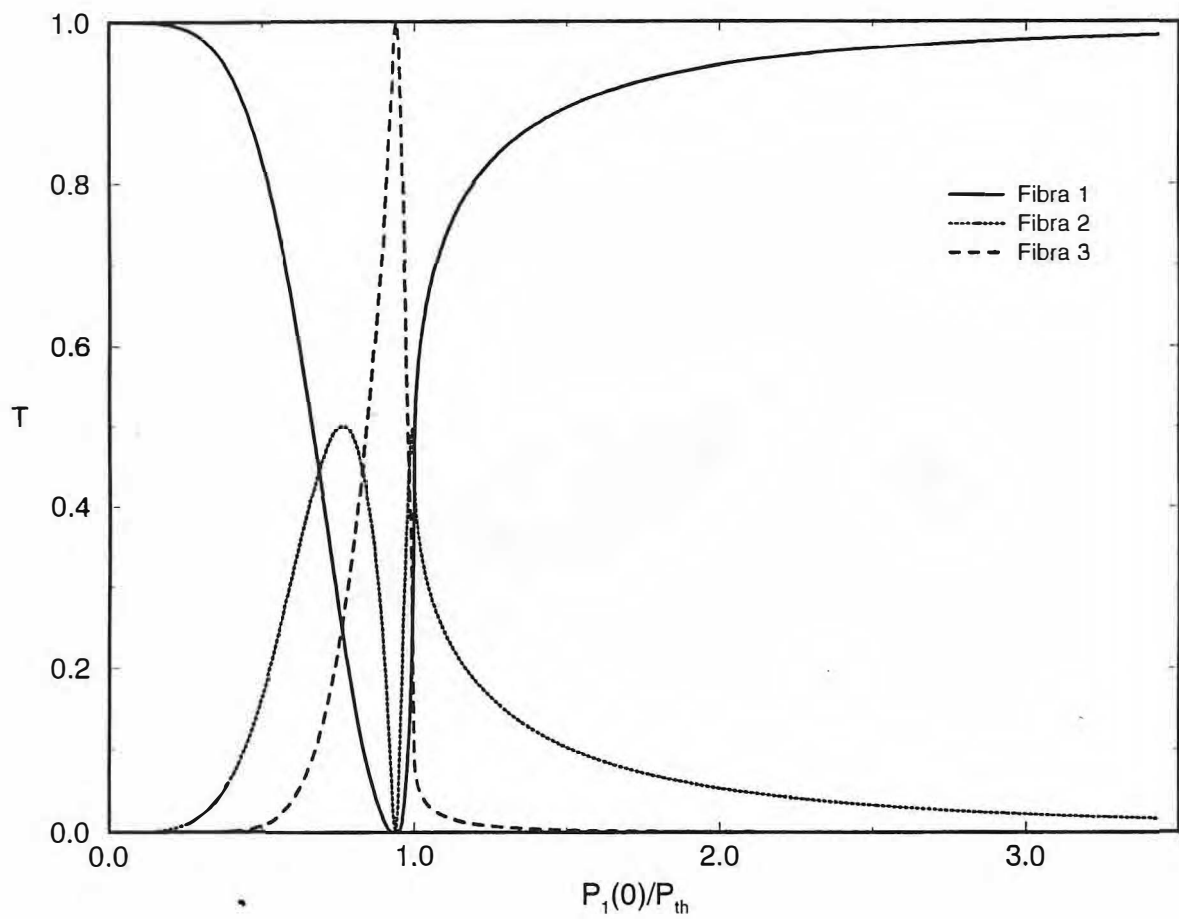
$$T_3 = \sin^4(\theta(\xi)) \quad (4.67)$$

A integral (4.64) é uma integral do tipo elíptica. Usamos o método de Range-Kutta para calcular a integral (Apendice B). Resolvendo a integral e aplicando as transmissões podemos calcular as características de chaveamento. As figuras (4.12) mostram essas características para os acopladores triplos, obtidas a partir das equações (4.65)-(4.67). O gráfico (4.12a) revela as características de um acoplador  $\pi/2$ . Enquanto o (4.12b), de um acoplador  $\pi$ . Para os dois casos, um completo chaveamento de potência do primeiro núcleo para o terceiro é obtido quando a potência de entrada normalizada alcança o valor exato indicado nas figuras. Observamos na figura (4.13) que para baixas potências ( $P < P_{th}$ ), o acoplamento de soliton é periódico, ou seja, toda energia contida no guia 1 é

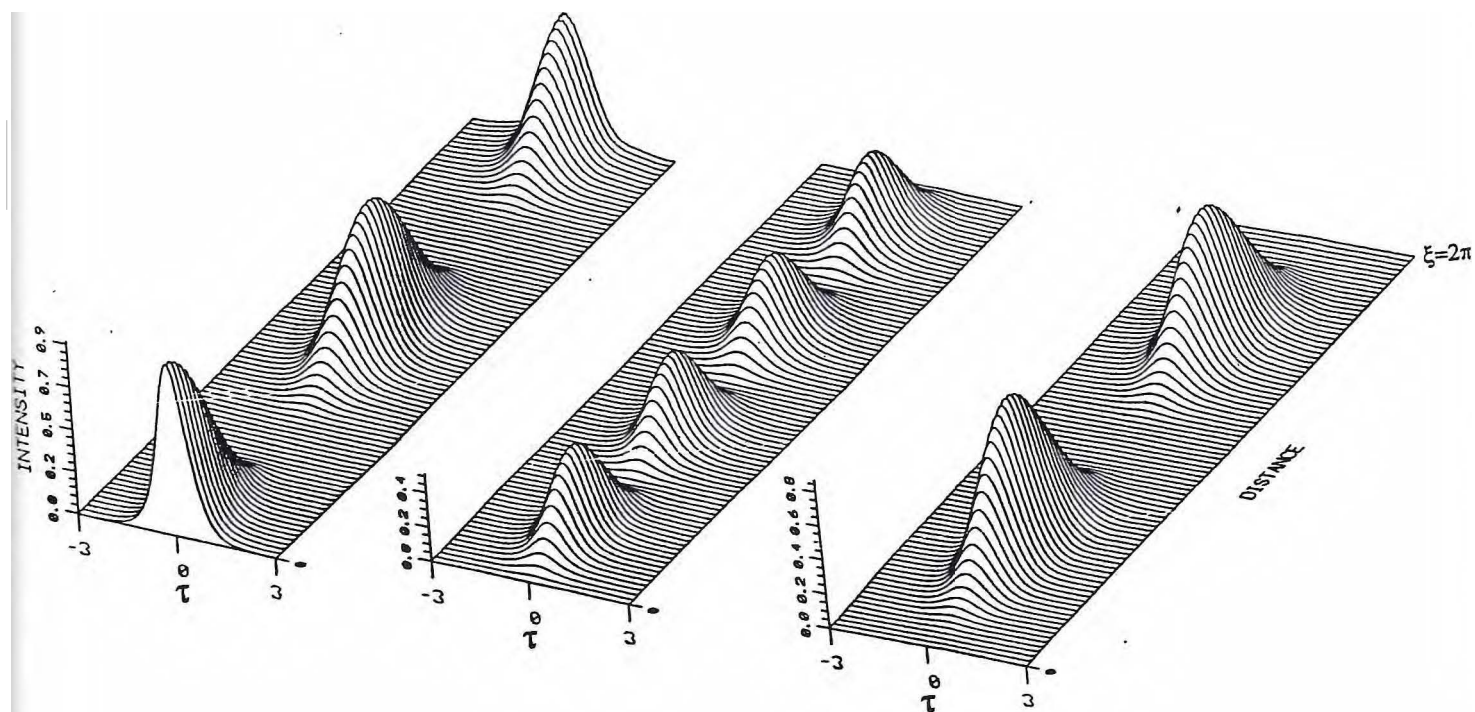
transmitida para o segundo e sucessivamente para o terceiro, e depois retornando para o estado inicial passando pelo canal 2. Para o caso de altas potências ( $P > P_{th}$ ), figura (4.14), temos essencialmente, um pulso bastante estável que se propaga no guia 1, havendo pequeno chaveamento para os núcleos 2 e 3. Também fica implícito, que os pulsos não sofrem nenhuma deformação, ao ponto de quebrá-lo em vários outros.



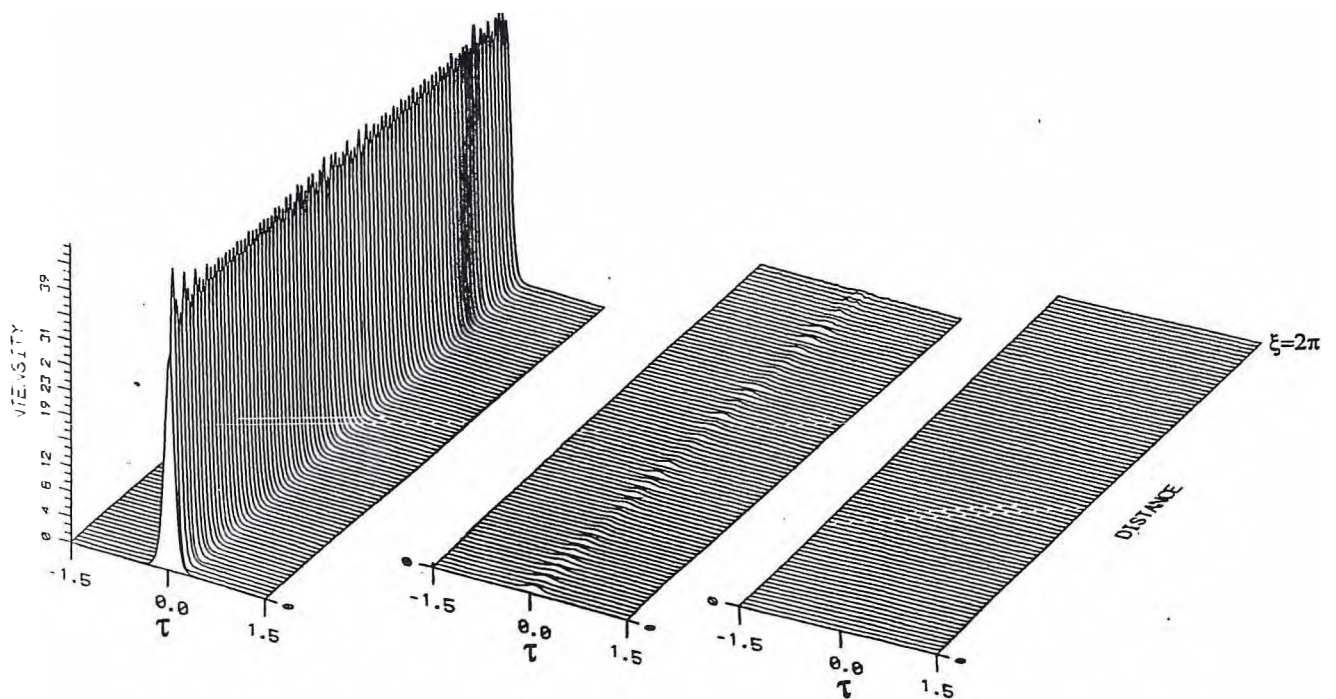
**Fig. (4.12a)** Curva de transmissão para um acoplador direcional triplo de comprimento  $L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. Obtemos que  $P_{th}=6.73$  (resultado analítico). ( $L_C=\pi/2$ )



**Fig. (4.12b)** Curva de transmissão para um acoplador direcional triplo de comprimento  $2L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. Obtemos que  $P_{th}=6.73$  (resultado analítico). ( $L_C=\pi/2$ )



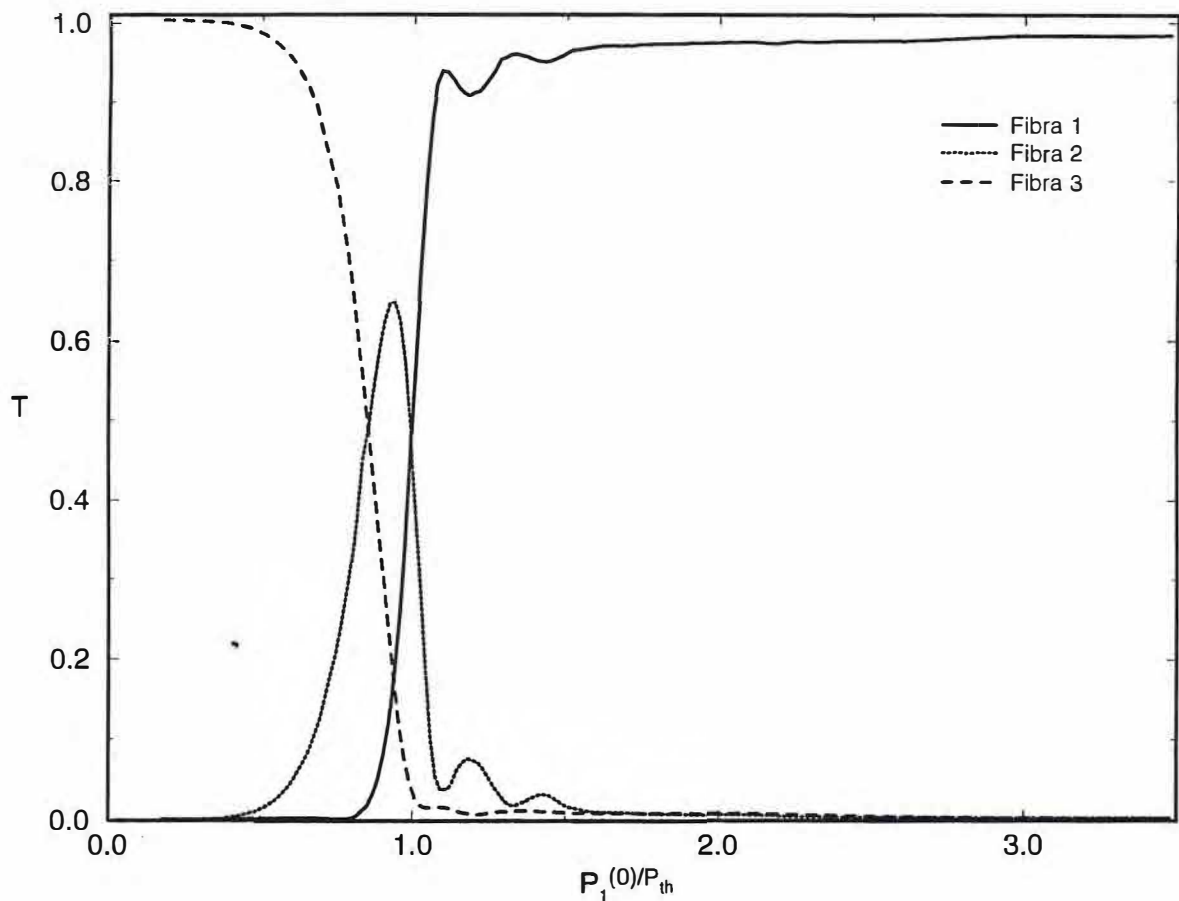
**Fig. (4.13)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador triplo não linear, onde  $P_1(0) = 0.38P_{th}$  e  $K=1$ . Observamos a transmissão periódica de energia entre as fibras. Toda energia contida no guia 1 é transmitida para o segundo e sucessivamente para o terceiro, e depois retorna para o estado inicial passando pelo canal 2



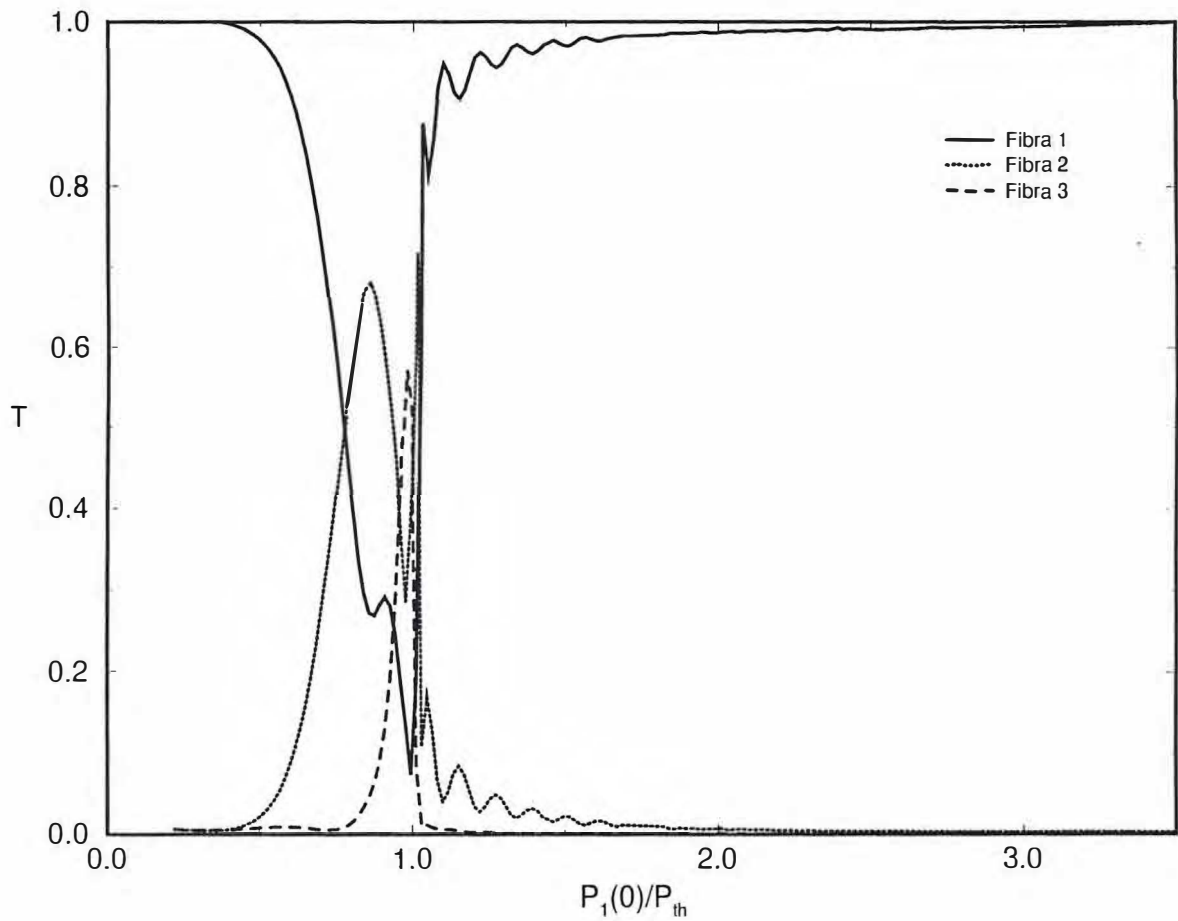
**Fig. (4.14)** Simulação numérica de uma propagação num acoplador não linear, onde  $P_1(0) = 2.24P_{th}$  e  $K=1$ . O pulso que propaga na fibra 1 é bastante estável e não interage com as outras fibras.

Na figura (4.15) temos dois gráficos de transmissão, obtidos numericamente através da equação (4.48), para os acopladores de comprimentos  $L_C$  e  $2L_C$ . Para esses casos, a eficiência de chaveamento é da ordem de 96%. Comparando os resultados analíticos e numéricos, podemos concluir uma compatibilidade considerável, levando em conta que o resultado analítico é uma aproximação do problema real. Analisando os coeficientes de transmissão obtidos nos dois métodos, observamos uma discrepância: para o resultado

analítico, a potência crítica normalizada é 6.73, enquanto, no método numérico obtivemos 5.8. Essa diferença está relacionada com o fato das amplitudes não dependerem de  $\xi$ , que não está de acordo com o resultado numérico. Um outro ponto, tem a ver com o valor de  $K$ , discutida anteriormente no caso do acoplador duplo. Em nossa simulação numérica também usamos  $K=1$ , onde faz com que a solução dada pelas equações (4.53) se tornem menos precisas.



**Fig. (4.15a)** Curva de transmissão numérica obtida para um acoplador direcional triplo de comprimento  $L_c$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.80$ . ( $L_c=\pi/2$ )



**Fig. (4.15b)** Curva de transmissão para um acoplador direcional triplo de comprimento  $2L_C$ . Onde, inicialmente incidimos um soliton no guia 1. A constante de acoplamento usada é  $K=1$ . Obtemos que  $P_{th}=5.80$ . ( $L_C=\pi/2$ )

#### 4.7 AUTO ESTADOS DE UM ACOPLADOR TRIPLA

Podemos encontrar situações que propiciem a propagação de soliton em auto estados.

Para isso devemos considerar que.

$$\frac{\partial \theta(\xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial \psi(\xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (4.69)$$

aplicando a condição (4.68) na equação (4.57). Obtemos as seguintes expressões:

$$\text{sen}[\psi(\xi)] = 0 \quad (4.70)$$

e

$$\cos(2\theta(\xi)) \left[ \frac{2}{3} a^2 r \sin(2\theta(\xi)) - \frac{a^2 r}{2} \sin^3(2\theta(\xi)) - K\sqrt{2} \cos \psi \right] = 0 \quad (4.71)$$

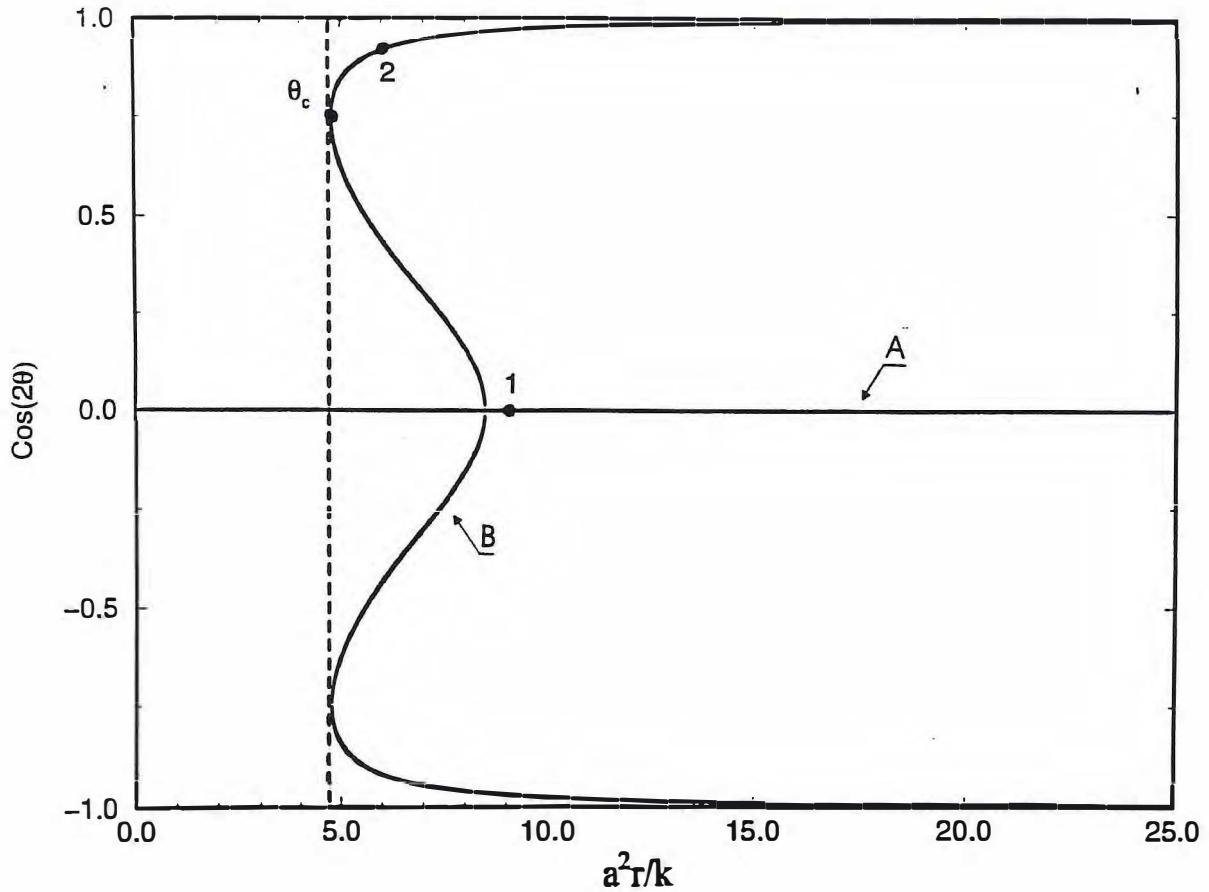
levando em conta a equação (4.70), temos que  $|\cos[\psi(\xi)]| = 1$ . Da equação (4.71) obtemos:

$$\cos[2\theta(\psi)] = 0 \quad (4.72)$$

ou

$$\frac{2}{3} a^2 r \text{sen}[2\theta(\xi)] - \frac{a^2 r}{2} \left\{ \text{sen}[2\theta(\xi)] \right\}^3 - K\sqrt{2} = 0 \quad (4.73)$$

A figura (4.16) descreve as soluções associadas com as equações (4.72) e (4.73) em função de  $K$ ,  $a$  e  $r$ .



**Fig. (4.16)** Auto estados do soliton num acoplador direcional triplo. A curva A representa as soluções de auto estado trivial, equação (4.72). Enquanto a B, as soluções não triviais, equação (4.73).

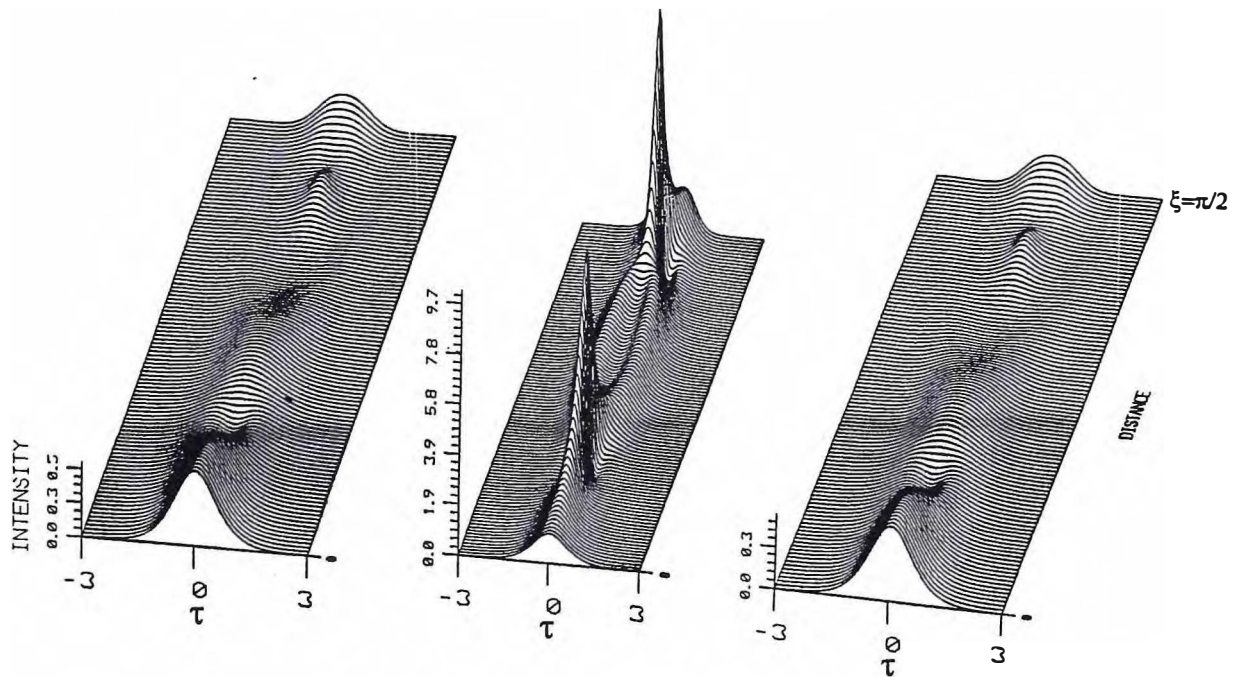
A primeira solução é um auto estado trivial de soliton, onde temos a condição  $\text{sen}(\psi) = 0$  e  $\text{cos}(2\theta) = 0$ . Aplicando essas condições nas equações (4.53), temos que:

$$u_1(\xi, \tau) = \frac{u_2(\xi, \tau)}{\sqrt{2}} = u_3(\xi, \tau) \quad (4.74)$$

a partir dela podemos obter:

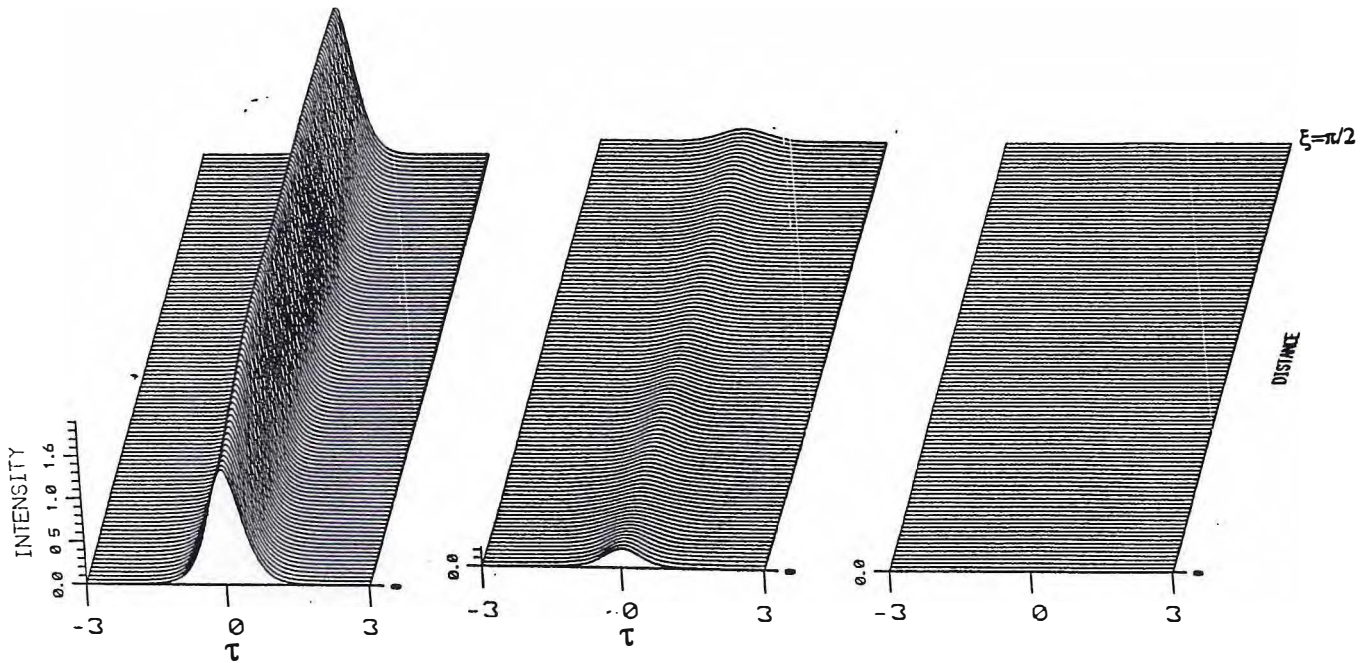
$$i \frac{\partial u_j}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \tau^2} + |u_j|^2 u_j + K\sqrt{2}u_j = 0, \quad j = 1,2,3 \quad (4.75)$$

fazendo transformações do tipo  $u_j(\xi, \tau) = U_j e^{\pm iK\sqrt{2}\xi}$ , conseguimos retornar a NLSE. Para essa situação, se definimos  $u_1$  e  $u_3$  como solitons fundamentais da NLSE, o pulso incidente do segundo guia tem mais energia do que os outros dois e se propagará como um soliton de ordem superior ao fundamental. Neste caso trivial, durante a propagação, observamos um acoplamento entre os núcleos, ou seja, os pulsos fibras 1 e 3 são transmitidos para a fibra 2, figura (4.17). Este comportamento está relacionado com o fato da estabilidade do pulso depender da forma do mesmo, ou ainda, quanto mais próximo de um soliton fundamental estar o pulso mais estável ele será.



**Fig. (4.17)** Simulação numérica de um auto estado trivial do acoplador triplo. Onde, a constante de acoplamento  $K=1/4$ . De acordo com a equação (4.74), introduzimos solitons nos canais de entrada 1, 2 e 3. Neste caso  $\theta = \pi / 4$ ,  $K=1/4$  e  $a^2 r = 9K$ . (Ponto 1 na figura 4.16)

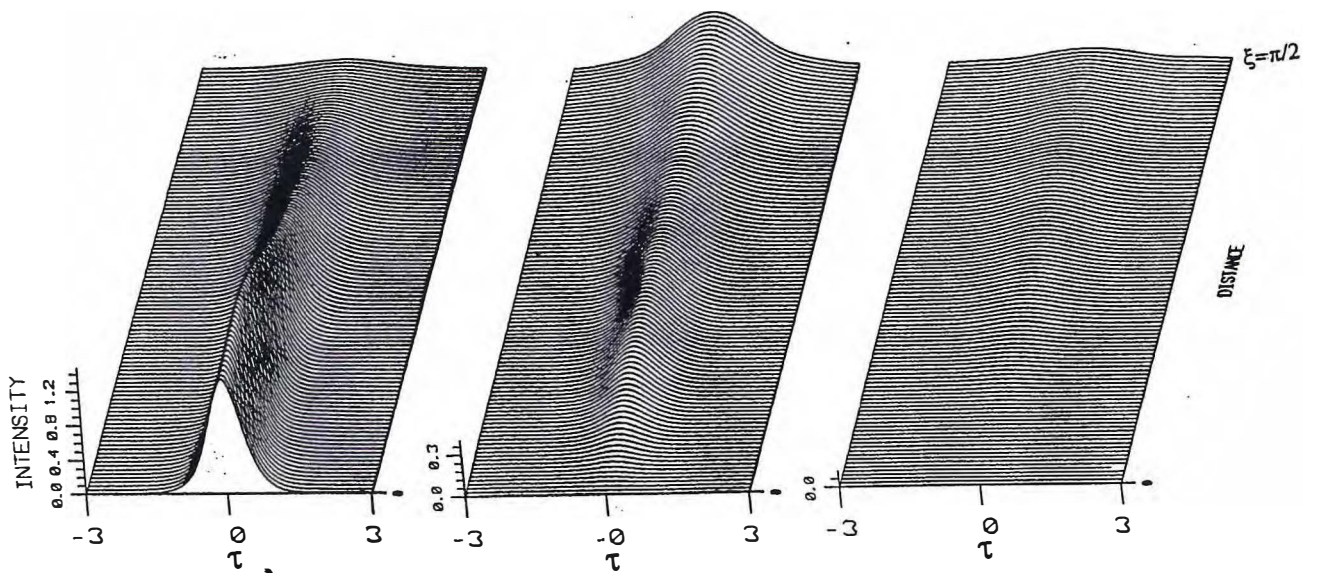
A segunda solução, equação (4.73), é mais estável devido o pequeno valor de  $\theta$ , ou seja,  $\theta < \theta_c = 0.361$ . A figura (4.18) mostra uma simulação numérica das equações (4.53) associada com a condição de auto estado não trivial, ponto 2 da figura (4.16). Onde temos:  $a^2 r = 6K$ ,  $\theta = 0.2070$  e  $K=1/4$ . Aplicando-se estes parâmetros nas equações (4.53) temos que:  $|u_1(\xi=0, \tau=0)|^2 = 3/2 \cos^4 \theta$ ,  $|u_2(\xi=0, \tau=0)|^2 = 3/4 \sin^2 2\theta$  e  $|u_3(\xi=0, \tau=0)|^2 = 3/2 \sin^4 \theta$



**Fig. (4.18)** Simulação numérica de um auto estado não trivial do acoplador triplo, ponto 2 na curva B figura 4.16). Onde  $a^2 r = 6K$ , sendo  $K = 1/4$  e  $\theta = 0.2070$ . Observamos que não existe acoplamento entre os núcleos.

Na figura (4.19) simulamos a mesma condição anterior, sendo que desta vez, para efeito de estudo, zeramos as entradas dos guias 2 e 3, ou ainda,  $|u_2(\xi=0, \tau=0)|^2 = |u_3(\xi=0, \tau=0)|^2 = 0$ . Neste caso, a condição de auto estado foi violada, causando o acoplamento entre os guias. As intensidades e formas dos pulsos variam durante a propagação.

Resultados numéricos mostraram que para soluções onde  $\theta_c < |\theta| < \pi/4$  não são estáveis durante a propagação. Para estes valores de  $\theta$ , os pulsos incidentes não se propagam como solitons fundamentais.



**Fig. (4.19)** A mesma propagação feita anteriormente para um auto estado não trivial, sendo que desta vez, quebramos a simetria de auto estado zerando a entrada 2 e 3 do acoplador. Podemos observar a interação existente entre as três fibras.

## REFERÊNCIAS

- 1- G.P. Agrawal ,Nonlinear Fiber Optics (Academic,San Diego,1989) Capítulo 5
- 2- A. D. Bonderson, M. Lisak, D. Anderson, Soliton perturbations: a variational principle for the soliton parameters, Phys. Scr. 20, 479-485 (1979).
- 3- D. Anderson, M. Lisak, T. Reichel, Asymtotic propagation properties of pulses in a soliton-based optical-fiber communication system, J. Opt. Soc. Am. 5,207-210 (1988);
- 4- T. Ueda e W. L. Kath, Dynamics of coupled solitons in nonlinear optical fibers, Phys. Review A. 42,536-571 (1990).
- 5- P.L. Chu ,B.A. Malomed ,G.D. Peng ,Soliton switching and propagation in nonlinear fiber: analytical results, J. Opt. Soc. Am. B 10,1379(1993).
- 6- Goldstein H., Classical Mechanics, Addison-Wesley Publ., Reading, Mass., U. S. A., 1950.
- 7- G.D.Peng , A. Ankiewicz , Fundamental and second order soliton transmission in nonlinear directional fiber couplers, Int. J. Non Opt. Phy. 1,135(1992).
- 8- S. Trillo, S. Wabnitz, E. M. Wright, G.I.Stegman , Soliton swiching in fiber nonlinear directional coupler, Opt.Letters 13, 672-674 (1988).

## CONCLUSÕES

Neste trabalho estudamos o chaveamento óptico de pulsos ultracurtos, operando no regime solitônico, em acopladores direcionais não-lineares duplos e triplos de fibras ópticas.

Para o acoplador duplo observamos que o soliton fundamental apresenta um ótimo desempenho no chaveamento quando comparado a solitons de ordem superior e quasi-solitons. Nestes dois últimos a degradação no chaveamento, é dependente da potência incidente, chegando a valores em torno de 50%.

Para o acoplador duplo obtivemos  $P_{th}=5.24$  e  $P_{th}=5.80$  para o acoplador triplo no cálculo do coeficiente de transmissão numérico. Utilizando um método variacional baseado na formulação Lagrangeana obtivemos soluções analíticas para os acopladores.

Este método proporciona soluções analíticas aproximadas, e possibilita uma melhor compreensão de processos físicos envolvidos: como a propagação e chaveamento de solitons ópticos que evoluem no acoplador direcional óptico. Para nossas necessidades, observamos que os resultados analíticos obtidos, para os acopladores duplo e triplo, concordaram com os numéricos. Observamos também, o chaveamento de solitons entre duas e três fibras e as características das transmissões entre elas.

Obtivemos situações conhecidas como auto estados, em que não existe troca de energia entre os guias, durante a propagação. Obtivemos simulações numéricas, que confirmaram a existência dos auto estados para os acopladores duplos e triplos.

Pretendemos dar continuidade ao trabalho, explorando a geometria triangular para o acoplador triplo. Devemos também estudar o desempenho deste acopladores como portas lógicas em sistemas digitais totalmente ópticos.

## APENDICE A

### ACOPLAMENTO ENTRE GUIAS DIELÉTRICOS

O guia de onda consiste de um meio dielétrico, com um índice de refração do núcleo da fibra sempre maior do que o índice da casca. Dentro do núcleo, o índice de refração pode ser homogêneo ou não, mas fora dele, consideramos constante. Podemos encontrar equações de onda para vários tipos de seções transversais de fibras. Na figura (A.1), assumimos uma distribuição quadrática para os índices de refração dos guias, supondo que estes se encontram isolados. A coordenada  $x$  é representada por uma direção transversal em relação as fibras. Considerando que os dois guias de onda se encontram um ao lado do outro, o quadrado do índice de refração do meio, onde os dois núcleos estão presente, pode ser representado por.<sup>(1-5)</sup>

$$n^2 = (n_1^2 - n_3^2) + (n_2^2 - n_3^2) + n_3^2 \quad (\text{A.1})$$

$n_1^2$  e  $n_2^2$  são os índices de refração dos núcleos, mostradas na figura (A.1). O índice  $n_3^2$  é um valor constante, fora da região dos dois guias. A equação anterior representa uma distribuição do índice de refração, lembrando que, os dois núcleos não devem se sobrepor.

Levando em conta a ausência do guia vizinho, podemos escrever os campos elétricos e magnéticos para cada núcleo:

$$\mathbf{E}_v = \widehat{\mathbf{E}}_v e^{i(\omega t - \beta_v z)} \quad v = 1,2 \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{H}_v = \widehat{\mathbf{H}}_v e^{i(\omega t - \beta_v z)} \quad v = 1,2 \quad (\text{A.3})$$

onde  $v$  indica o guia que os campos se propagam. Esses campos satisfazem a equação de Maxwell da seguinte forma:

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_v - i\beta_v(z \times \mathbf{H}_v) - i\omega\epsilon_0 n_v^2 \mathbf{E}_v = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_v - i\beta_v(z \times \mathbf{E}_v) + i\omega\mu_0 \mathbf{H}_v = 0 \quad (\text{A.5})$$

$z$  é vetor unitário na direção  $z$ ,  $\nabla_t$  é a parte transversal do operador  $\nabla$ .

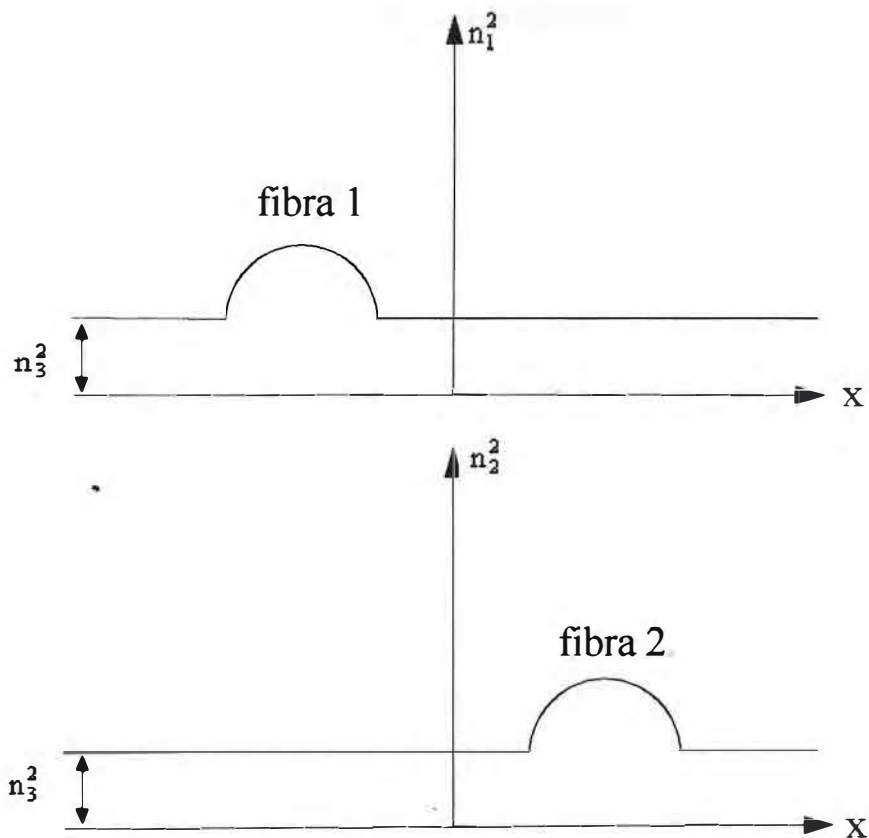


Fig. (A.1) Distribuição transversal dos índices de refração dos guias de ondas.

Quando os dois guias são colocados próximos um do outro, o campo total pode aproximadamente ser expresso como uma superposição dos campos perturbados de cada núcleo. Apesar de prevermos a influência entre os dois guias, devemos levar em conta, que a amplitude do campo pode variar com a distância. Deste modo devemos expressar o campo total de tal forma que possibilite essa mudança.

$$\mathbf{E} = A_1(z)\mathbf{E}_1 + A_2(z)\mathbf{E}_2 \quad (\text{A.6})$$

e

$$\mathbf{H} = A_1(z)\mathbf{H}_1 + A_2(z)\mathbf{H}_2 \quad (\text{A.7})$$

na realidade, por motivo da ausência de termos menores nas expressões dos campos, não podemos considerá-los exatos.

Os campos elétrico e magnético totais  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  satisfazem a equação de Maxwell.

$$\nabla \times \mathbf{H} = i\omega\epsilon_0 n^2 \mathbf{E} \quad (\text{A.8})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{A.9})$$

onde  $n^2$  é dado pela equação (A.1). Substituindo as equações (A.6) e (A.7) nas equações (A.8) e (A.9) obtemos<sup>(6,7)</sup>:

$$A_1 \left[ \nabla_t \times \mathbf{H}_1 - i\beta_1 (z \times \mathbf{H}_1) \right] + \frac{\partial A_1}{\partial z} (z \times \mathbf{H}_1) - i\omega\epsilon_0 n^2 A_1 \mathbf{E}_1 + A_2 \left[ \nabla_t \times \mathbf{H}_2 - i\beta_2 (z \times \mathbf{H}_2) \right] + \frac{\partial A_2}{\partial z} (z \times \mathbf{H}_2) - i\omega\epsilon_0 n^2 A_2 \mathbf{E}_2 = 0 \quad (\text{A.10})$$

e

$$A_1 \left[ \nabla_t \times \mathbf{E}_1 - i\beta_1 (z \times \mathbf{E}_1) \right] + \frac{\partial A_1}{\partial z} (z \times \mathbf{E}_1) + i\omega\mu_0 A_1 \mathbf{H}_1 + A_2 \left[ \nabla_t \times \mathbf{E}_2 - i\beta_2 (z \times \mathbf{E}_2) \right] + \frac{\partial A_2}{\partial z} (z \times \mathbf{E}_2) + i\omega\mu_0 A_2 \mathbf{H}_2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

Usando as equações (A.1), (A.4) e (A.5), podemos simplificar as equações anteriores por:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}(\mathbf{z} \times \mathbf{H}_1) - i\omega\epsilon_o(n_2^2 - n_3^2)A_1\mathbf{E}_1 + \frac{\partial A_2}{\partial z}(\mathbf{z} \times \mathbf{H}_2) - i\omega\epsilon_o(n_1^2 - n_3^2)A_2\mathbf{E}_2 = 0 \quad (\text{A.12})$$

e

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}(\mathbf{z} \times \mathbf{E}_1) + \frac{\partial A_2}{\partial z}(\mathbf{z} \times \mathbf{E}_2) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Fazendo os produtos escalares de (A.12) com  $\mathbf{E}_1^-$ , de (A.13) com  $\mathbf{H}_1^-$ , e depois subtraindo os dois resultados. Finalmente, integrando sobre a seção transversal, obteremos:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_1}{\partial z} [\mathbf{E}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{H}_1) - \mathbf{H}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}_1)] \\ + \frac{\partial A_2}{\partial z} [\mathbf{E}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{H}_2) - \mathbf{H}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}_2)] \\ - i\omega\epsilon_o(n_2^2 - n_3^2)A_1\mathbf{E}_1^- \cdot \mathbf{E}_1 \\ - i\omega\epsilon_o(n_1^2 - n_3^2)A_2\mathbf{E}_1^- \cdot \mathbf{E}_2 \end{array} \right\} dx dy = 0 \quad (\text{A.14})$$

o sinal sobrescrito (-) indica que a frequência  $\omega$  e a constante de propagação  $\beta$  tem sido trocadas pelo seus valores negativos. Esse procedimento é necessário para remover das equações a dependência do tempo. Se quiséssemos limitar nossos índices de refração a valores reais, deveríamos usar o complexo conjugado das quantidades, ao invés de  $\mathbf{E}_1^-$  e  $\mathbf{H}_1^-$ . Contudo, queremos permitir a possibilidade do índice de refração ser complexo, ou melhor, a possibilidade de existir perda tanto no núcleo quanto na casca.

Podemos simplificar a equação (A.14), desprezando os termos pequenos. A expressão  $n_2^2 - n_3^2$  pode ser desprezada fora do segundo guia. Embora nesta região, o termo anterior contribua significativamente. Ainda podemos observar que  $n_2^2 - n_3^2$  vem acompanhado do quadrado  $\mathbf{E}_1$ , assim chegamos a conclusão de que este termo é pequeno e de segunda ordem podendo ser desprezado. Os produtos  $\mathbf{E}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{H}_2)$  e  $\mathbf{H}_1^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}_2)$  são de primeira ordem, isso está relacionado com o fato dos campos de guias diferentes se

sobreporem fracamente. Os termos  $\partial A/\partial z$  são quantidades de primeira ordem. O produto destes termos é pequeno e de segunda ordem, podendo também ser desprezado. Desprezando os termos de segunda ordem da equação (A.14), Obtemos:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = ic_1 A_2 e^{i(\beta_1 - \beta_2)z} \quad (\text{A.15})$$

:com

$$c_1 = -\omega \epsilon_0 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int (n_1^2 - n_3^2) \widehat{\mathbf{E}}_1^- \widehat{\mathbf{E}}_2^- dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int \mathbf{z} \cdot (\widehat{\mathbf{E}}_1^- \times \widehat{\mathbf{H}}_1 + \widehat{\mathbf{E}}_1 \times \widehat{\mathbf{H}}_1^-) dx dy} \quad (\text{A.16})$$

Fazendo os produtos escalares de (A.12) com  $\mathbf{E}_2^-$ , de (A.13) com  $\mathbf{H}_2^-$ , e subtraindo as duas equações. Obtemos.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_1}{\partial z} [\mathbf{E}_2^- (\mathbf{z} \times \mathbf{H}_1) - \mathbf{H}_2^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}_1)] \\ + \frac{\partial A_2}{\partial z} [\mathbf{E}_2^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{H}_2) - \mathbf{H}_2^- \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}_2)] \\ - i\omega \epsilon_0 (n_2^2 - n_3^2) A_1 \mathbf{E}_2^- \cdot \mathbf{E}_1 \\ - i\omega \epsilon_0 (n_1^2 - n_3^2) A_2 \mathbf{E}_2^- \cdot \mathbf{E}_2 \end{array} \right\} dx dy = 0 \quad (\text{A.17})$$

similarmente obtemos:

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = ic_2 A_1 e^{i(\beta_1 - \beta_2)z} \quad (\text{A.18})$$

com

$$c_2 = -\omega \epsilon_0 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int (n_2^2 - n_3^2) \widehat{\mathbf{E}}_2^- \widehat{\mathbf{E}}_1 dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int \mathbf{z} \cdot (\widehat{\mathbf{E}}_2^- \times \widehat{\mathbf{H}}_2 + \widehat{\mathbf{E}}_2 \times \widehat{\mathbf{H}}_2^-) dx dy} \quad (\text{A.19})$$

A introdução das notações  $\hat{\mathbf{E}}_1^-$ ,  $\hat{\mathbf{H}}_1^-$ ,  $\mathbf{E}_2^-$  e  $\mathbf{H}_2^-$  tornam os coeficientes de acoplamento, equações (A.16) e (A.19), independentes de  $z$ . Isto está relacionado com o desaparecimento do termo  $\exp(\pm i\beta_v z)$  nas equações (A.2) e (A.3). Na obtenção dos coeficientes de acoplamento consideramos as amplitudes,  $A_1$  e  $A_2$ , independentes das coordenadas  $x$  e  $y$ , assim, facilitando a resolução das integrais.

Devido ao fato de não levarmos em conta os termos de segunda ordem das equações (A.14) e (A.17), nos cálculos dos coeficientes, as equações de onda acopladas (A.15) e (A.18) não podem ser consideradas exatas. Isso tem nos limitado a somente dois modos. Caso os guias fossem multi-modos, todos os modos poderiam acoplar <sup>(1,2,3)</sup>. Essa limitação dá equação de onda acoplada nos dá uma boa aproximação e permite estudar de maneira precisa a transmissão de energia entre os dois modos. Contudo, veremos brevemente que somente os modos com constantes de propagação de fase idênticas podem trocar uma quantidade razoável de energia. Em geral, as equações de onda acopladas podem ser escritas de forma ligeiramente diferente. Introduzindo as amplitudes de onda:

$$a_v = A_v e^{-i\beta_v z} \quad v = 1, 2 \quad (\text{A.20})$$

podemos escrever (A.15) e (A.18) na forma<sup>(4)</sup>.

$$\frac{\partial a_1}{\partial z} = -i\beta_1 a_1 + ic_1 a_2 \quad (\text{A.21})$$

e

$$\frac{\partial a_2}{\partial z} = -i\beta_2 a_2 + ic_2 a_1 \quad (\text{A.22})$$

essas equações tem um certo significado intuitivo que possibilita escrever sem derivação. Contudo, nossa derivação nos mostra que o coeficiente de acoplamento tem valores

explicitamente conhecidos. Desde que as distribuições dos índices  $n_1(x, y)$  e  $n_2(x, y)$  bem como a constante  $n_3$  poderão ser complexas, em geral, os coeficientes de acoplamento  $c_1$  e  $c_2$  devem também ser quantidades complexas. No caso de um meio onde se constata perda, tanto as distribuições dos índices são reais como os coeficientes de acoplamento podem ser simplificados. Para os valores reais de  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ , devemos usar o complexo conjugado das quantidades  $\mathbf{E}_1^*$  no lugar de  $\mathbf{E}_1^-$ . As expressões do denominador das equações (A.16) e (A.19) podem ser interpretadas como iguais a  $4P$ , onde  $P$  é a potência do modo no guia 1, quando  $A_1 = 1$ . Se os dois guias forem idênticos, teremos:

$$c_1 = c_2 = \frac{-\omega\epsilon_0}{4P} \int_{-\infty}^{+\infty} \int (n_2^2 - n_3^2) \widehat{\mathbf{E}}_2^* \widehat{\mathbf{E}}_1 dx dy \quad (\text{A.23})$$

É fácil mostrar que para valores reais de  $c_1$  e  $c_2$ , a condição  $c_1=c_2$  é necessária para conservar a potência entre os dois modos. Com a ajuda de (A.21) e (A.22), obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{d}{dz} (|a_1|^2 + |a_2|^2) = 2 \operatorname{Re} \{ i(c_2 - c_1^*) a_1 a_2^* \} \quad (\text{A.24})$$

contanto que  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sejam reais. Antes da igualdade temos a derivada da soma das potências dos dois núcleos, este termo deve ser zero ao considerar uma conservação da potência. Assim obtemos a seguinte condição indispensável para a conservação da potência no acoplador.

$$c_1 = c_2^* \quad (\text{A.25})$$

Facilmente vemos que uma quantidade considerável da potência pode ser chaveada somente se  $\beta_1=\beta_2$ . Assumiremos que  $A_2(z=0) = 0$ . Obtemos a partir de equação (A.18) que:

$$A_2(L) = ic_2 \int A_1(z) e^{-i(\beta_1 - \beta_2)z} dz \quad (\text{A.26})$$

se  $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ , a função  $A_1(z)$  vem multiplicada por  $\cos(\beta_1 - \beta_2)z$  e  $\sin(\beta_1 - \beta_2)z$ . As duas funções oscilam rapidamente e previnem qualquer acúmulo apreciável da integral (A.26). Contudo, se  $\beta_1 - \beta_2 = 0$ , a integral cresce proporcionalmente ao comprimento propagado  $z$ , pelo menos inicialmente quando  $A_1(z)$  ainda não acoplou nada. Essa consideração mostra que  $A_2(z)$  poderá apresentar valores apreciáveis somente quando as constantes de propagação forem idênticas. Por esta razão é que a teoria de onda acoplada, considerada somente para dois modos, funciona mesmo em caso de guia multi-modos, desde que só ocorra troca apreciável entre modos com velocidades de fase iguais. Contudo, se os coeficientes de acoplamento forem funções arbitrárias de  $z$ , a teoria de dois-modos poderia ser inválida para fibras multi-modos.

As equações acopladas de onda com coeficientes de acoplamento constante traz a seguinte solução, quando  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ .

$$a_1(z) = \frac{1}{2} \left\{ a_1(0) [e^{i\Delta\beta z} + e^{-i\Delta\beta z}] + \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} a_2(0) [e^{i\Delta\beta z} - e^{-i\Delta\beta z}] \right\} e^{-i\beta z} \quad (\text{A.27})$$

e

$$a_2(z) = \frac{1}{2} \left\{ a_2(0) [e^{i\Delta\beta z} + e^{-i\Delta\beta z}] + \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} a_1(0) [e^{i\Delta\beta z} - e^{-i\Delta\beta z}] \right\} e^{-i\beta z} \quad (\text{A.28})$$

com

$$\Delta\beta = \sqrt{c_1 c_2} \quad (\text{A.29})$$

os termos na solução tem sido agrupado para exibir os valores iniciais de  $a_1$  e  $a_2$  quando  $z=0$ . Reagrupando os termos, isto torna aparente que as soluções apresentam a superposição de dois novos modos com fases constantes.

$$\beta_+ = \beta + \Delta\beta \quad (\text{A.30})$$

e

$$\beta_- = \beta - \Delta\beta \quad (\text{A.31})$$

Desta maneira, os dois guias acoplados possuem modos normais com as fases de constantes de propagação, equação (A.30) e (A.31), alteradas. Se os coeficientes de acoplamento forem reais,  $\Delta\beta$  também será real. Tomando por base o fato de  $a_2(0) = 0$ , obteremos a partir de (A.27) e (A.28), usando (A.25)

$$a_1(z) = a_1(0) \cos(\Delta\beta z) e^{-i\beta z} \quad (\text{A.32})$$

e

$$a_2(z) = a_1(0) \text{sen}(\Delta\beta z) e^{-i\beta z} \quad (\text{A.33})$$

essa solução mostra claramente que para valores reais de  $\beta_1 = \beta_2$  a energia é chaveada continuamente entre as duas fibras. Se  $\Delta\beta$  não for real, observemos que o fator  $\exp(-i\Delta\beta z)$  decresce enquanto  $\exp(+i\Delta\beta z)$  cresce, ou vice versa. Para um valor suficientemente grande de  $z$ , um dos fatores desaparecerá, e teremos:

$$a_1(z) = \frac{1}{2} a_1(0) e^{-i(\beta+\Delta\beta)z} \quad (\text{A.34})$$

e

$$a_2(z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} a_1(0) e^{-i(\beta + \Delta\beta)z} \quad (\text{A.35})$$

contanto que  $a_2(0) = 0$ . Mesmo quando as duas amplitudes estão decrescendo, vejamos que, no caso de  $\Delta\beta$  complexo, os dois guias comportam quantidades iguais de potência depois de ter propagado por uma longa distância, ainda quando somente um dos guias tenha sido excitado inicialmente.

## REFERÊNCIAS

- 1- S. E. Miller, Coupled wave Theory and Waveguide Applications, B.S.T.J. Vol. 33, No. 3, May, 1954, pp. 493-501.
- 2- R. Vanclooster and P. Phariseau, The Coupling of Two Parallel Dielectric Fibers I- Basic Equations, Physica, Vol. 47, No. 4, June, 1970, pp. 485-500.
- 3- R. Vanclooster and P. Phariseau, The Coupling of Two Parallel Dielectric Fibers II- Characteristic of Coupling in Two Fibers, Physica, Vol. 47, No. 4, June, 1970, pp. 501-514.
- 4- R. Vanclooster and P. Phariseau, Light Propagation in Fiber Bundles, Physica, Vol. 49, No. 4, November, 1970, pp. 493-501.
- 5- D. Marcuse, The Coupling of Degenerate Modes in Two Parallel Dielectric Waveguides, B.S.T.J., Vol.50, No. 6, July-August, 1971, pp. 1791-1816.
- 6- D. Marcuse, Light Transmission Optics, Van Nostrad Reinhold Company, 2nd. Edition, 1982.
- 7- Digonnet, M. J. F. e H. J. Shaw, IEEE, vol. QE-18 (4), 746 (1982).

## APÊNDICE B

### ABORDAGEM NUMÉRICA: RUNGE-KUTTA

O método de Runge ( Carl D. T. Runge) e Kutta ( Martin W. Kutta) são dos mais antigos já utilizados para resolução de equações diferenciais. Todas as fórmulas do método, destinadas à resolução de

$$y' = f(x, y) \tag{B.1}$$

procuram exprimir  $y_{i+1}$  em termos de  $y_i^{(1,2)}$ .

Os métodos de Runge-Kutta admitem, como forma genérica,

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{l=1}^{m+1} a_l k_l \tag{B.2}$$

em que  $m$  é ordem do método, os  $a_l$  são constantes e os  $k_l$  são produtos da amplitude do passo,  $h$ , pela função  $f(x,y)$ . O método de Runge-Kutta pode ser utilizado para obter soluções completas e precisas.

O Runge-Kutta de quarta ordem apresenta precisão da ordem de  $(\Delta x)^5$ . Este pode ser usado para produzir uma solução precisa de um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem.

A forma da equação de Runge-Kutta de quarta ordem é dada por:

$$\begin{cases} K_1 = (\Delta x)f(x_i, y_i) \\ K_2 = (\Delta x)f\left(x_i + \frac{(\Delta x)}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 = (\Delta x)f\left(x_i + \frac{(\Delta x)}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 = (\Delta x)f(x_i + (\Delta x), y_i + K_3) \end{cases} \quad (\text{B.3a})$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (\text{B.3b})$$

O ponto importante a ressaltar, quanto a este método de quarta ordem, é o que conduz a solução bastante precisa, para um passo de amplitude relativamente grande, apesar de se tratar de um método de “passo único”.

Para conseguir as soluções de transmissão e as características de chaveamento, utilizamos o Runge-Kutta e um método para obter os zeros da equação. A partir da união desses métodos, podemos facilmente solucionar as integrais elípticas ou similares.

## REFERENCIAS

- 1- W. H. Press e S. A. Teukolsky, Computers in Phys, Vol. 6, No. 2, Mar/Apr (1992).
- 2- T. Pacitti e C. P. Atkinson, Progamação e Métodos Computacionais, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Vol. 2, (1977)

## APÊNCIDE C

### CONFERÊNCIAS NACIONAIS

- Estudo do desempenho de acopladores direcionais de fibra óptica  
M. G. da Silva, C. A. Feitosa, A. S. B. Sombra  
Proc. do XIII Encontro Universitário de Iniciação a Pesquisa  
Fortaleza-CE pg 62 (1994).
- Estudo do desempenho de acopladores direcionais de fibra óptica  
M. G. da Silva, C. A. Feitosa, A. S. B. Sombra  
Proc. do XIV Encontro de Fisicos do Norte Nordeste  
Novembro 25-30/ Aracaju-SE (1996).
- All optical soliton switching in three core nonlinear fiber couplers  
M. G. da Silva, A. S. B. Sombra  
Proc. do XX Encontro Nacional de Física da Matéria condensada  
Pg 422 - Junho 10-14, Caxambu-Mg (1997).

### CONFERÊNCIAS INTERNACIONAIS

- All optical soliton switching in three core nonlinear fiber couplers  
M. G. da Silva, A. S. B. Sombra  
Proc. of the 1997 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and  
Optoelectronics Conference - Natal ( Brazil) August 11-14 (1997).

### TRABALHOS SUBMETIDOS

- All optical soliton switching in three core nonlinear fiber couplers  
M. G. da Silva, A. S. B. Sombra  
submetido em Optics Communications (1997)

# ALL-OPTICAL SOLITON SWITCHING IN THREE-CORE NONLINEAR FIBER COUPLERS

M. G. da Silva and A. S. B. Sombra\*

Laboratório de Óptica não Linear e Ciência dos Materiais (LONLCM),

Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará,

Caixa Postal 6030, 60455-760 Fortaleza, Ceará, BRAZIL

\* email [sombra@ufc.br](mailto:sombra@ufc.br)

## ABSTRACT

We present an analytical investigation of the propagation and the switching of solitons in a three-core nonlinear fiber coupler with a variational method using the Lagrangian density formulation. The analytical solutions were directly obtained from the coupled nonlinear Schrödinger equations. The transmission characteristics of first order solitons obtained by the analytical procedure agrees well with the results from numerical analysis. In addition the analysis show the existence of soliton eigenstates, in the three core nonlinear fiber coupler, where no coupling between the fibers was observed.

PACS number : 42.65.Pc , 42.50.Rh , 42.79.Gn

## 1-INTRODUCTION

All optical switching devices are attracting considerable interest as fast switching components for future high-bit-rate systems. Optical fiber couplers have been of interest for their potential applications to ultrafast all optical switching processing, like optical switches (1). In a nonlinear coupler constructed from a Kerr type medium the dependence of the nonlinear refractive index  $n$  on the laser intensity is given by the expression  $n=n_0+n_2I$ , where  $n_0$  is the refractive index at low intensity and  $n_2$  is the Kerr nonlinear coefficient (2). Jensen showed that varying the input light in the nonlinear coupler could lead to pulse switching between the two cores. He therefore foresaw the possible use of a nonlinear directional coupler as an optical switch. Previous studies of soliton switching in dual core optical fibers have shown excellent switching characteristics, with efficiencies around 96% for a wide range of input energies (2). By comparing the switching behaviour of different inputs-fundamental and second order solitons, and quasi solitons it was observed that the fundamental soliton has the most suitable features for optical switching (2). Indeed, it has been shown that pulse breakup may be avoided when the input signal is a soliton (3). Since then, soliton switching in nonlinear fiber couplers have been receiving considerable attention (4). Previous studies (5) have demonstrated that the three-waveguide nonlinear directional coupler offers some advantages over the usual two-waveguide coupler as described by Jensen (1). These studies indicate, by comparison with the two wave-guide coupler  $n$ -wave-guide couplers ( $n>2$ ) have more output states, with sharper switches characteristics, and display greater sensitivity to the input state, which are very important characteristics for the proposed all optical switching schemes (6).

In this paper, using the technique developed by Anderson (7), we convert the coupled nonlinear Schrödinger equations (NLSE's) into a variational problem with a corresponding Lagrangian equations of motion for a finite number of degrees of freedom and obtain the switching characteristics of the device. We also report numerical studies of the transmission characteristics of the same three core nonlinear directional coupler. It is observed that the soliton propagation and switching behaviour predicted by the analytical method agrees well with the numerical results.

We also observe the existence of solitons eigenstates where soliton switching between cores is not present (8).

## 2-SOLITON COUPLING

In the nonlinear fiber coupler with group velocity dispersion (GVD) and with the nonlinearity in the fiber described by the Kerr effect, and neglecting high order dispersion and loss, the coupling equations could be described by the coupled NLSE's (9) :

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 + K u_2 = 0 \quad (1)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 + K(u_1 + u_3) = 0 \quad (2)$$

$$i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + |u_3|^2 u_3 + K u_2 = 0 \quad (3)$$

where  $u_1$ ,  $u_2$  and  $u_3$  are modal field amplitudes in soliton units with core 1,2 and 3.  $\xi$  and  $\tau$  are the normalized length and time in soliton units with  $\xi = z / L_D$  and  $\tau = t / T_0$ . Here  $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ , with pulse width  $T_0$  and second order dispersion  $\beta_2$ .  $K$  is the coupling parameter with a normalization associated to the soliton period  $z_0$  and the coupling length  $L_C$  of the coupler :

$$K = \frac{z_0}{L_C} = \frac{\pi L_D}{2 L_C} \quad (4)$$

where  $z_0 = \pi L_D / 2$ ,  $L_C$  is the linear coupling length required to complete transfer of energy from one core to the other .

## 2a- NUMERICAL PROCEDURE

Taking equations 1,2 and 3 with no coupling ( $K=0$ ) one has the well-known soliton solutions (9). For the first order soliton ( $N=1$ ) the solution is :

$$u_i(\xi, \tau) = A_i \operatorname{sech}(A_i \tau) \exp(i A_i^2 \xi / 2 + i \varphi_i) \quad (5)$$

where  $A_i$  and  $\varphi_i$  are arbitrary constants

We have analyzed numerically the soliton transmission of first order solitons through the three core nonlinear directional fiber coupler given by eqs. (1),(2) and (3) .The initial pulse at the input core is given by

$$u_1(0, \tau) = A_1 \operatorname{sech}(A_1 \tau) \quad (6)$$

$$u_2(0, \tau) = 0 \quad (7)$$

$$u_3(0, \tau) = 0 \quad (8)$$

This system of linearly coupled NLSE's( eqs. (1),(2) and (3) ) was solved numerically using the split-step method with 1024 temporal grid points taking in account the initial conditions given by eqs. (6),(7) and (8).

We can define the transmission  $T_i$  as a function of the pulse energies :

$$T_i = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_i(\xi_L, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(0, \tau)|^2 d\tau} \quad (9)$$

with  $i = 1, 2, 3$  and a fiber coupler with length of  $\xi_L$  .

## 2b. ANALYTICAL ANALYSIS

To study the soliton switching in the coupler, we will use the approach developed by Anderson (7) which is based on the Lagrangian equations of motion for a finite number of degrees of

freedom. This technique was used in several problems of optical solitons (7,8 ).We introduce the Lagrangian density formulation following reference 8. The Lagrangian of equations 1-3 is

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} L' d\tau \quad (10)$$

where the Lagrangian density is :

$$L' = L_1 + L_2 + L_3 + K(u_2^*u_1 + u_2^*u_3 + u_2u_1^* + u_2u_3^*) \quad (11)$$

where  $L_i$  denotes :

$$L_i = \frac{i}{2} \left( u_i^* \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - u_i \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_i}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{1}{2} |u_i|^4 \quad (12)$$

where the asterisk denotes the complex conjugate and  $i = 1,2,3$ . Equations 1, 2 and 3 results from the variational equations corresponding to the variational principle

$$\delta \iint L(u_i, u_i^*, \frac{\partial u_i}{\partial \xi}, \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi}, \frac{\partial u_i}{\partial \tau}, \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau}) d\xi d\tau = 0 \quad (13)$$

i.e. , the equations :

$$\frac{\delta L}{\delta u_i^*} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left[ \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right]} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{\partial L}{\partial \left[ \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right]} \right] - \frac{\partial L}{\partial u_i^*} = 0 \quad (14)$$

for  $i=1,2,3$  we obtain equations 1,2 and 3

We assume the pulse profiles  $u_1(\xi, \tau)$  ,  $u_2(\xi, \tau)$  and  $u_3(\xi, \tau)$  take the forms :

$$u_1(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \cos^2(\theta(\xi)) \exp(i\varphi + i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (15)$$

$$u_2(\xi, \tau) = \frac{a\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \operatorname{sech}(r\tau) \sin(2\theta(\xi)) \exp(i\varphi + iq\tau^2) \quad (16)$$

$$u_3(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \sin^2(\theta(\xi)) \exp(i\varphi - i\psi(\xi) + iq\tau^2) \quad (17)$$

$\theta(\xi)$  is the coupling angle and gives the power coupling between the three cores , $\psi(\xi)$  is the relative phase and  $q$  is the chirp parameter. For these trial functions 'a' and 'r' are constants of motion. However the parameters ' $\varphi$ ' and ' $q$ ' have no influence on the other parameters. We expect to have a nontrivial dynamics for  $\theta(\xi)$  and  $\psi(\xi)$ . However our main choice, for the initial solutions given by equations 15-17, is associated to the fact that the value of the total

intensity of the solitons  $(|u_1|^2+|u_2|^2+|u_3|^2)$  has no dependence on  $\theta(\xi)$  . It is a constant of motion during the coupler propagation .

The obtained Lagrangian is given by

$$L = -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{2}{3} a^4 r \sin^2[2\theta(\xi)] + \frac{1}{4} a^4 r \sin^4[2\theta(\xi)] + \frac{4a^2}{\sqrt{2}} K \sin[2\theta(\xi)] \cos[\psi(\xi)] \quad (18)$$

If we take the variation of the Lagrangian Eq. 18 with respect to  $\psi(\xi)$  according to :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)} \right) = 0 \quad (19)$$

which implies that either :

$$\sin[2\theta(\xi)] = 0 \quad (20)$$

or

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = -\frac{K}{\sqrt{2}} \sin[\psi(\xi)] \quad (21)$$

We can obtain the Hamiltonian H for the system according to the equation :

$$H = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)} - L \quad (22)$$

with the help of equation 18 the obtained Hamiltonian is :

$$H = \left( \frac{2}{3} a^4 r \sin[2\theta(\xi)] - \frac{1}{4} a^4 r \sin^3[2\theta(\xi)] - \frac{4}{\sqrt{2}} K a^2 \cos[\psi(\xi)] \right) \sin[2\theta(\xi)] \quad (23)$$

In our case we consider that the soliton is launched in channel 1 (eqs.6-8). The initial condition is then  $\theta = 0$  in eqs. 15-17 . Our Hamiltonian starts from  $H=0$  (eq. 23 ) and will stay in all the trajectory with this value .

According to equation 23 we have two solutions with  $H = 0$  . The first one one has  $\sin 2\theta = 0$  all over the trajectory. And the second one is :

$$\cos[\psi(\xi)] = \frac{a^2 r}{6K} \sin[2\theta(\xi)] \left( 1 - \frac{3}{8} \sin^2[2\theta(\xi)] \right) \quad (24)$$

with  $K' = K/\sqrt{2}$  . The second solution is more interesting to us because the power transfer between cores 1,2 and 3 is described by the trajectory associated to evolution of  $\theta$  .

Taking in account equations 24 and 21 we obtain:

$$\frac{d\theta}{\sqrt{1-t \sin^2[2\theta](1-\frac{3}{8}\sin^2[2\theta])^2}} = -K' d\xi \quad (25)$$

where :

$$t = \left(\frac{\alpha^2 r}{6K'}\right)^2 \quad (26)$$

Equation 25 is readily solved (assuming a fixed length for the nonlinear coupler  $K'\xi = \text{constant}$ ) using a fourth order Runge-Kutta method. In this situation we can calculate the transmission characteristics of the three channels using eqs. 25,15-17 and taking in account that :

$$T_1 = \cos^4(\theta(\xi)) \quad (27)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta(\xi) \quad (28)$$

$$T_3 = \sin^4(\theta(\xi)) \quad (29)$$

### 3-RESULTS AND DISCUSSION

#### 3.a- Soliton Switching

Figure 1 shows the soliton switching characteristics for two nonlinear couplers obtained from equations 27-29. Figure 1(a) is for a  $\pi/2$  coupler, and Fig.1(b) is a  $\pi$  coupler. For both cases complete power switching from the first core to the third one is obtained when the normalized input power reaches the exact values indicated in the figures. Equations 27-29 indicates that for low pump powers ( $P < P_{th}$ ) we have a periodic coupling of the soliton between the three cores of the coupler. For high pump powers ( $P > P_{th}$ ) the analytical results suggests that the soliton should stay essentially in the input core with little coupling to cores 2 and 3. To confirm these results we did numerical simulations of the coupled NLSE's for  $P < P_{th}$  (see Fig.2a ) solving equations 1-3 . Is quite clear that the soliton launched in fiber 1 does couple back and forth in a periodic way between the channels with no pulse breakup. For high pump power (above switching threshold), the soliton stay in the input channel with little coupling to the other channels (Fig 2b).

In Figure 3 one has the transmission function obtained numerically through Eq.9 for a  $\pi/2$  and  $\pi$  coupler. For both couplers, switching efficiencies around 100% could be obtained. Comparing the results from the analytical method with the numerical procedure one can observe a reasonable agreement taking in account that the analytical method is an approach to the real problem. Looking now for the transmission coefficient one can observe that for the analytical procedure the threshold power ( $P_{th}$ ) in normalized units is 6.73 (Fig. 1) while it is 5.8 for the numerical procedure (Fig. 3). The disagreement between the analytical and numerical results is expected because when we assume the solutions given by Eqs.15-17 we are assuming that the amplitudes  $u_i$  are independent of  $\xi$ , which does not agree with the numerical results Fig.2 . The other point is that the used solutions are valid only for  $K=0$

which is a good approximation only when the soliton period is smaller than the coupler length ( $K = (z_0/L_C) \ll 1$ ). In our numerical simulation we use  $K=1$  which makes solutions given by Eqs. 15-17 less precise.

### 3.b- Soliton Eigenstate

We define the soliton eigenstates as those where the solitons propagating in the three cores does not interact (8). In this case all the energy available at each core is preserved and no soliton switching from one core to the others is observed. Under these conditions we need that the parameters  $\theta$  and  $\psi$  be independent of the propagation distance  $\xi$ . In this case :

$$\frac{\partial \theta(\xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial \psi(\xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (31)$$

The evolution for  $\theta(\xi)$  is given by eq. 21, to obtain the evolution for  $\psi(\xi)$  we derive eq. 18 with respect to  $\theta(\xi)$  which gives

$$\sin(2\theta(\xi)) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \cos(2\theta(\xi)) \left[ \frac{2}{3} a^2 r \sin(2\theta(\xi)) - \frac{a^2 r}{2} \sin^3(2\theta(\xi)) - K\sqrt{2} \cos \psi \right] \quad (32)$$

Taking equation 30 and equation 21 one has  $\sin \psi = 0$  which implies that  $|\cos \psi| = 1$ . Using this result and equation 31 into equation 32 results in the following equations :

$$\cos(2\theta) = 0 \quad (33)$$

or

$$\frac{2}{3} a^2 r \sin(2\theta) - \frac{a^2 r}{2} (\sin(2\theta))^3 - K\sqrt{2} = 0 \quad (34)$$

In fig. 4(A) and 4(B) we have the solutions associated to eqs. 33 and 34 as a function of  $K$ ,  $a$ , and  $r$ . The first solution associated to  $\sin \psi = 0$  and  $\cos 2\theta = 0$  leads equations (15-17) to  $u_1(\xi, \tau) = u_2(\xi, \tau) / \sqrt{2} = u_3(\xi, \tau)$ . In this case equations (1-3) become :

$$i \frac{\partial u_j}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \tau^2} + |u_j|^2 u_j + K\sqrt{2} u_j = 0 \quad (35)$$

with  $j = 1, 2, 3$

Assuming a transformation like  $u_j(\xi, \tau) = U_j e^{\pm i K \sqrt{2} \xi}$  we return to the usual NLSE behaviour. For this situation if we define  $u_1$  and  $u_3$  as soliton solutions of the NLSE, the solution in the second fiber has a higher energy and will propagate as a high order soliton. In

figure 5 we have the numerical simulation associated to point 1 in figure 4 A . In this case  $K=1/4$  ,  $a^2r= 9K = 9/4$  with  $\theta =\pi/4$  . From equations 15-17 one has for the input pulses  $|u_1(\xi=0,\tau=0)|^2 = 9/16 = |u_2(\xi=0,\tau=0)|^2$  and  $|u_3(\xi=0,\tau=0)|^2= 9/8$  . During propagation one has coupling .The fibers 1 and 3 transfer energy to fiber 2 exciting a high order soliton.This kind of behaviour is observed in solutions of equation 33 (Figure 4 A). This behavior is expected, because to have a stable pulse propagation the three soliton solutions has to be close to the fundamental soliton parameters .

For the second solution (equation 34 and figure 4 B ) it was observed that the more stable solutions are associated to small values of  $\theta$  ( $\theta < \theta_c =0.361$ ). In figure 6a one has the numerical simulation of the eqs. 1-3 of the soliton eigenstate using initial conditions from equations 15-17 associated to point (2) in fig. 4 b. In this case one has  $a^2r= 6K = 3/2$  with  $\theta = 0.2070$  ,  $K=1/4$  . Under these conditions equations 14-17 become  $|u_1(\xi=0,\tau=0)|^2 = 3/2 \cos^4\theta$  ,  $|u_2(\xi=0,\tau=0)|^2=3/4 \sin^2 2\theta$  and  $|u_3(\xi=0,\tau=0)|^2=3/2 \sin^4 \theta$  . During propagation the input pulses maintain their shapes and intensities through the coupler, without any interaction between the fibers (figure 6 a). In figure 6 b , we have the same situation of figura 6 a, however  $|u_2(\xi=0,\tau=0)|^2=|u_3(\xi=0,\tau=0)|^2=0$  instead of having the values of figure 6 a associated to equations 16-17. In this situation the eigenstate solution is violated and we start having coupling between the modes. The intensity and shape of the input pulses change during the fiber propagation. In this case we are not in point (2) (fig. 4b ) anymore and the eigenstate condition is not valid . Under these condition we have coupling with strong changes in energy and shape of the input pulse in core (1), with energy switching to core 2 and 3. Our numerical simulations shows that the solutions where  $\theta_c < |\theta| < \pi/4$  are not stable during propagation . For these values of  $\theta$  , the input pulses does not propagate as fundamental solitons.

#### 4-CONCLUSION

We have presented a study of propagation and switching of solitons in three core nonlinear fiber couplers using an analytical procedure, based in the Lagrangian density formulation. Analytical solution was obtained for the coupled equations associated to the three core coupler. Soliton switching between cores was observed and the transmission characteristics of the cores was obtained. The results are in good agreement with the numerical analysis. Comparing both techniques we can say that the Lagrangian formulation provide very good description of soliton switching in the three waveguide coupler . The use of this technique to the study of switching of ultrashort optical pulses in optical devices will be very useful. Better results for the switching threshold could be obtained with a more realistic model for the soliton solutions .We also present soliton eigenstates solutions of the three core nonlinear directional coupler where we have propagation without energy switching between cores. The existence of these non interacting solutions was confirmed by numerical simulation. The study of soliton switching in nonlinear fiber couplers provide possibilities for achieving, high efficiency in ultrafast all-optical signal processing, especially for optical switches and optical transistors.

#### ACKNOWLEDGMENT

I thank CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) and FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos) for the financial support .

## REFERENCES

- 1-S.M.Jensen , IEEE J. Quantum Elect. QE18,1580(1982)  
S. Trillo, S. Wabnitz, E. M. Wright, G.I.Stegman , Opt.Letters 13,672(1988)  
K.Kitayama , S. Wang , Appl. Phys. Lett. 43,17(1983)
  
- 2-G.D.Peng , A. Ankiewicz , Int. J. Non Opt. Phy. 1,135(1992)
  
- 3-A.S.B. Sombra , Braz. J. Phys. 24,485(1994)  
A.S.B. Sombra , Opt. Comm . 94,92 (1992)
  
- 4-J.M. Fang , M.J. Potasek ,Phys. Rev. A 45,5305 (1992)
  
- 5-J.M. Soto-Crespo ,E.M. Wright , J. Appl. Phys. 70, 7240(1991)  
C. Schmidt-Hattenberger , U. Trutschel ,F. Lederer Opt. Lett. 16,294 (1991)  
C.Mapalagama and R.T. Deck, J. Opt. Soc. Am. B 9,2258(1992)  
N.N. Akhmediev and A.V. Buryak, J. Opt. Soc. Am. B 11,804(1994)
  
- 6-G.I. Stegman ,E. M. Wright , Opt. Quantum Electron. 22,95(1990)
  
- 7-D. Anderson , Phys. Rev. A 27,3135(1983)  
A.D. Bonderson , M. Lisak , D. Anderson , Phys. Scr. 20,479(1979)  
D. Anderson , M. Lisak ,T. Reichel , J. Opt. Soc. Am. B 5,207 (1988)  
A. Berntson ,D. Anderson , M. Lisak ,Phys. Scr. 52,544(1995)
  
- 8-P.L. Chu ,B.A. Malomed ,G.D. Peng ,J. Opt. Soc. Am. B 10,1379(1993)  
P.L.Chu , G.D. Peng ,B.A. Malomed , Opt. Letters 18,328 (1993)
  
- 9- G.P. Agrawal ,Nonlinear Fiber Optics (Academic,San Diego,1989) Chap.5

## FIGURE CAPTIONS

Figure 1- Nonlinear transmission of first order solitons in a three-core nonlinear directional coupler . a)  $L_C = \pi/2$  b)  $L_C = \pi$  . The fundamental soliton is launched in core 1 .  $P_{th} = 6.73$  with  $K=1$  (solid curve - fiber 1/ dotted curve - fiber 2 / dashed curve - fiber 3)

Figure 2- Numerical simulation of soliton switching in a three-core nonlinear coupler a)  $P_1(0) = 0.38 P_{th}$  b)  $P_1(0) = 2.24 P_{th}$  with  $K = 1$  . (1- fiber 1/ 2- fiber 2 / 3-fiber 3)

Figure 3- Nonlinear transmission of first order solitons in a three core nonlinear directional coupler a)  $L_C = \pi/2$  b)  $L_C = \pi$  . The fundamental soliton is launched in core 1 .  $P_{th} = 5.8$  with  $K = 1$  (Legenda) (solid curve- fiber 1/ dotted curve- fiber 2 / dashed curve- fiber 3)

Figure 4- Diagram of the soliton eigenstate in a three core nonlinear coupler . Points (A) and (B) are the trivial and nontrivial solutions associated to eqs. (33) and (34)

Figure 5 - Numerical simulation of eqs. 1-3 with input defined in eqs. 15-17 associated with point (1) in fig . 4 . In this case  $\theta = \pi/4$ ,  $(a^2r)/K = 9$  ,  $K=1/4$  . (a- fiber 1 / b- fiber 2/ c- fiber 3)

Figure 6- Numerical simulation of eqs. 1-3 with input defined in eqs. 15-17 associated to a) point (2) in fig. 4 , with  $\theta=0.2070$  ,  $(a^2r)/K = 6$  ,  $K=1/4$   
b) same as in (a) with  $u_2=u_3=0$  . ( 1- fiber 1 / 2- fiber 2 / 3- fiber 3 )

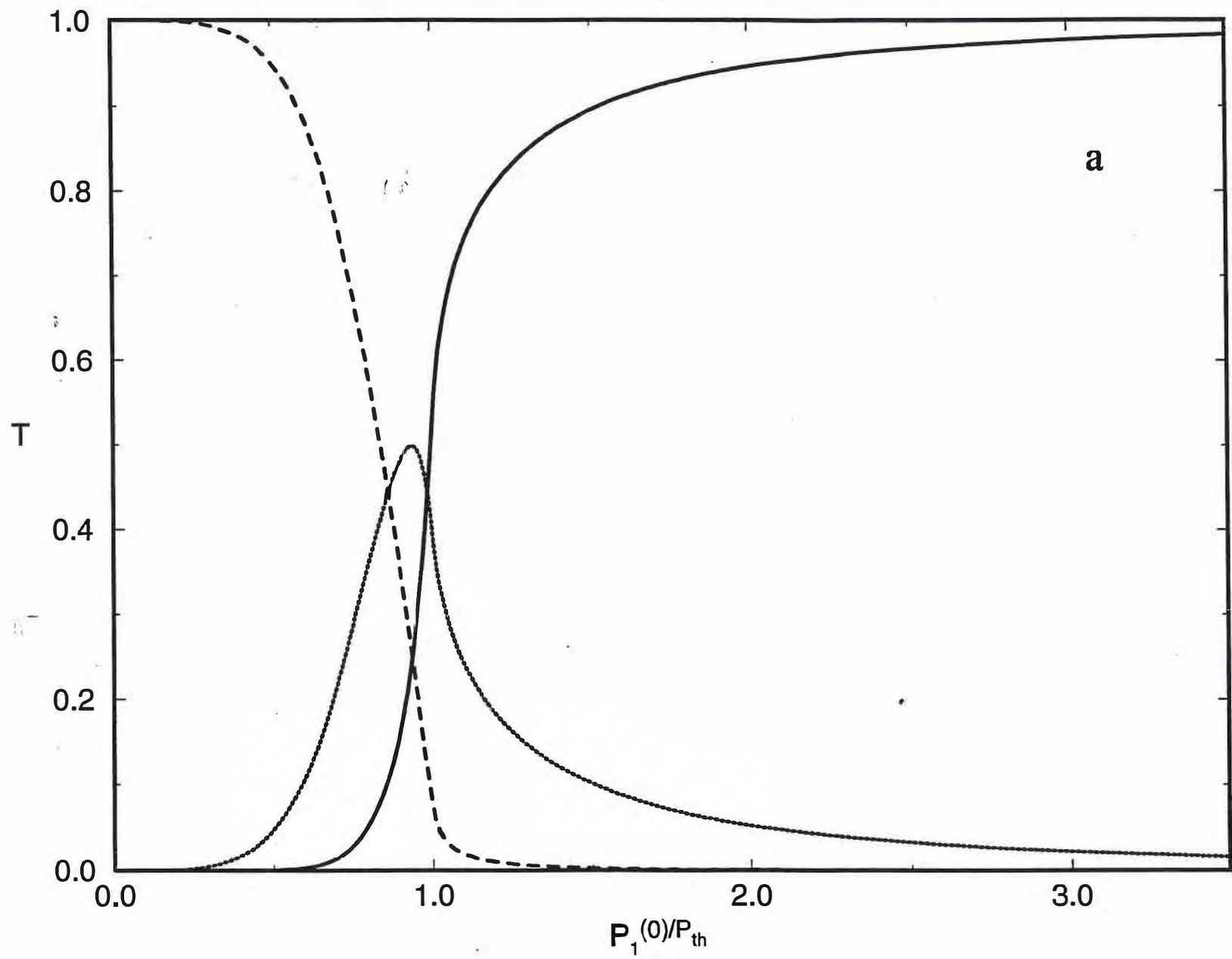
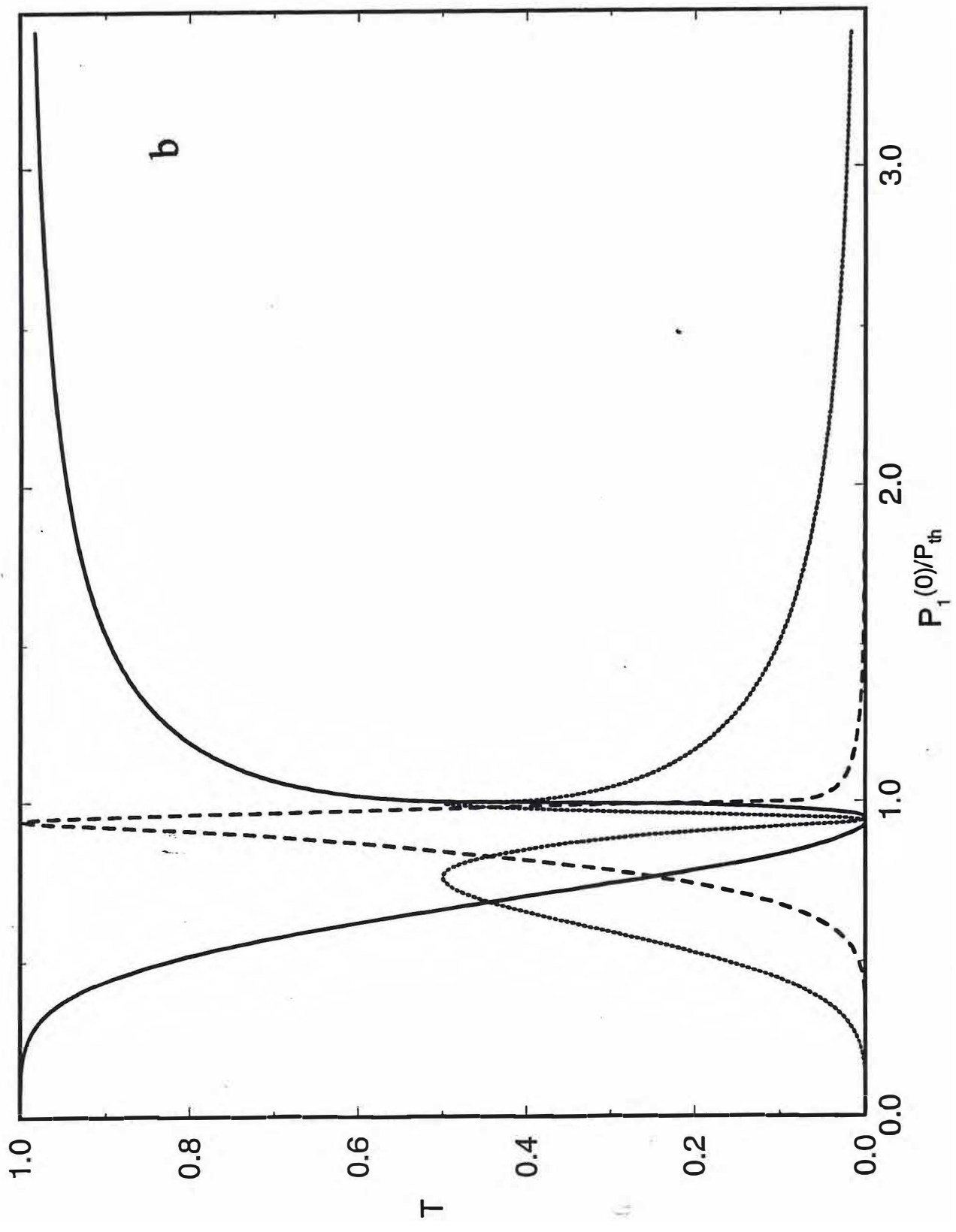
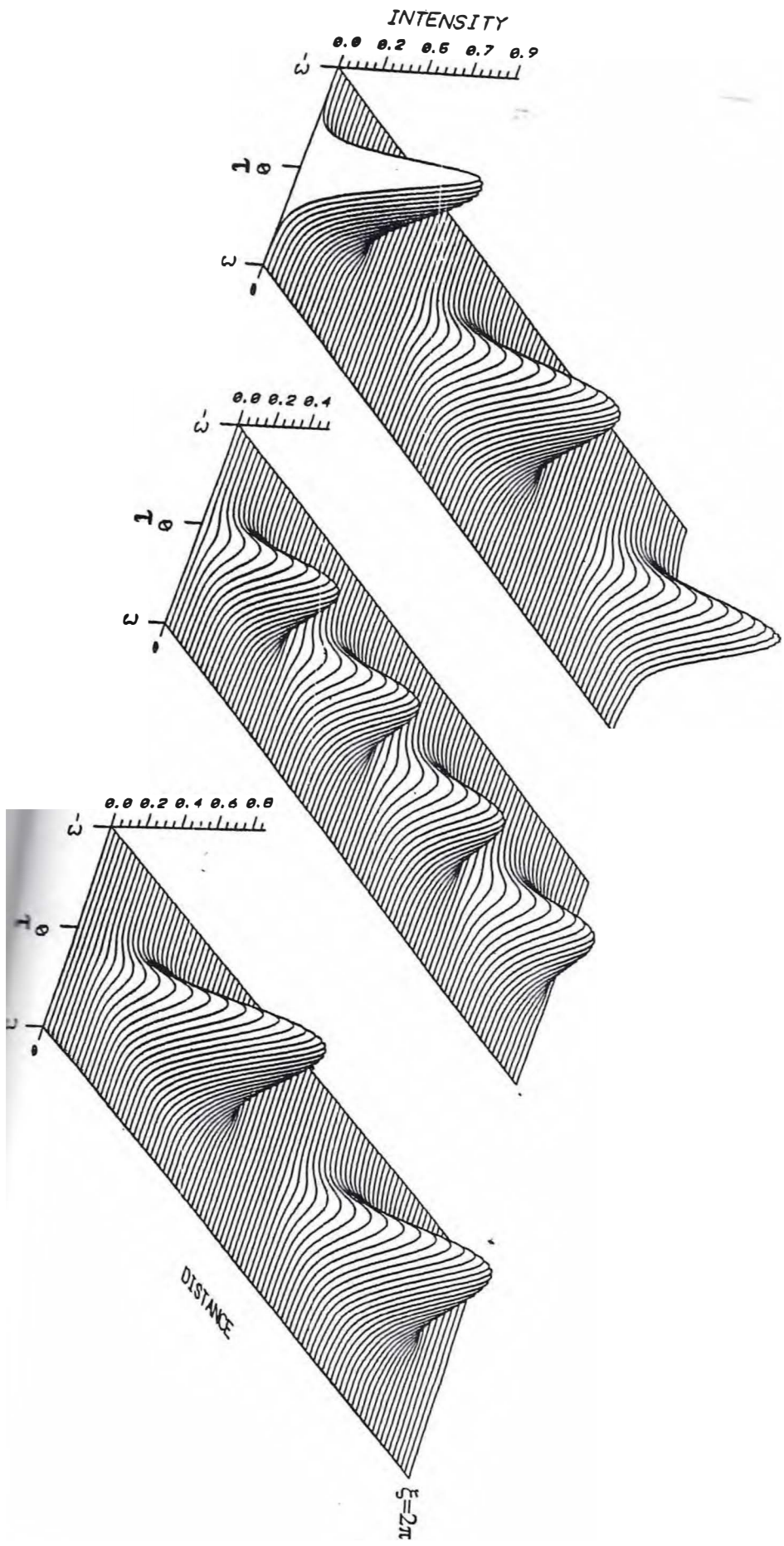


FIG 1 SOMBZA ET AL

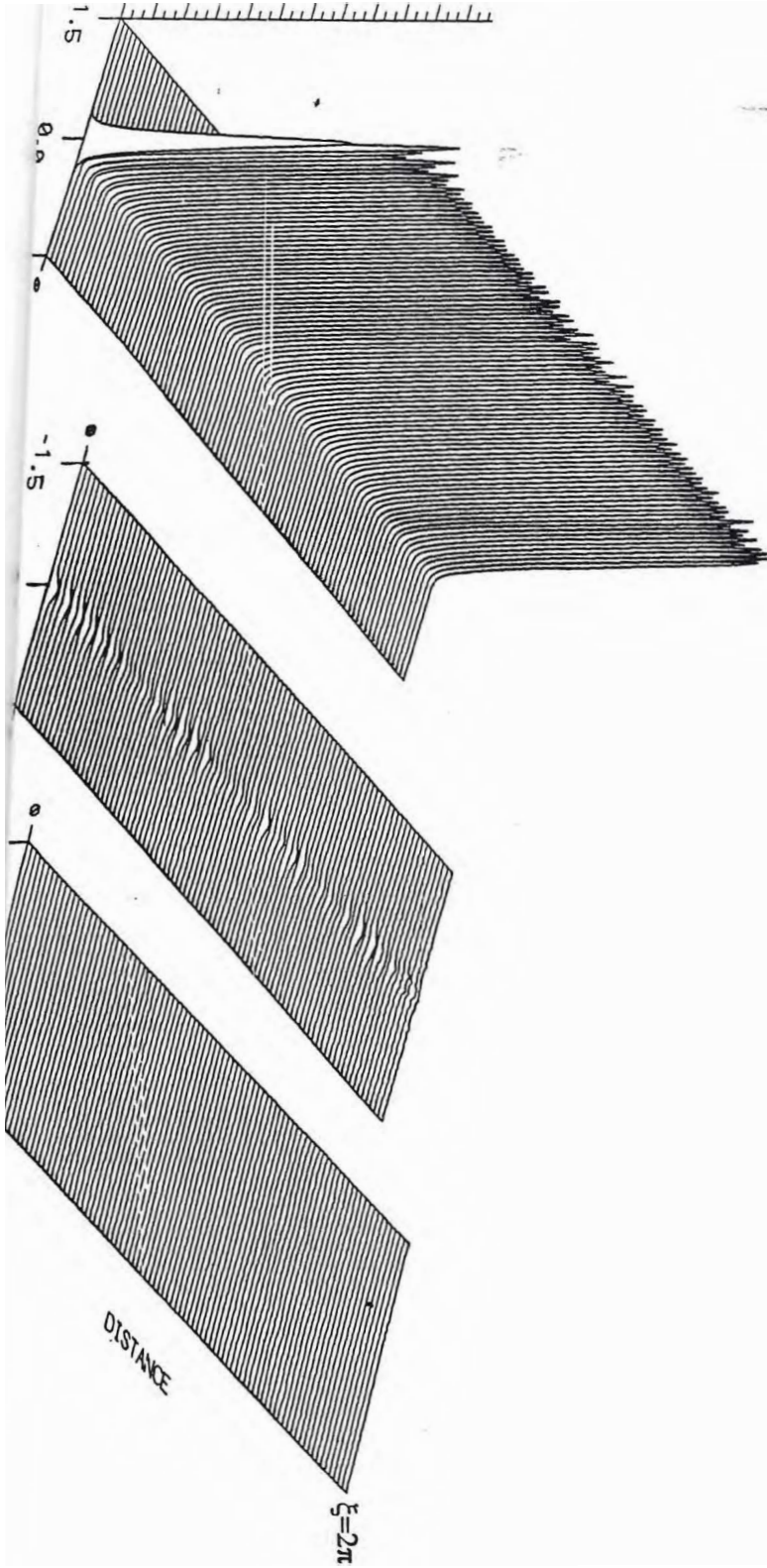
FIG - 1b - Sawtooth ET AL.





INTENSITY

0 4 8 12 16 19 23 27 31 35 39 43



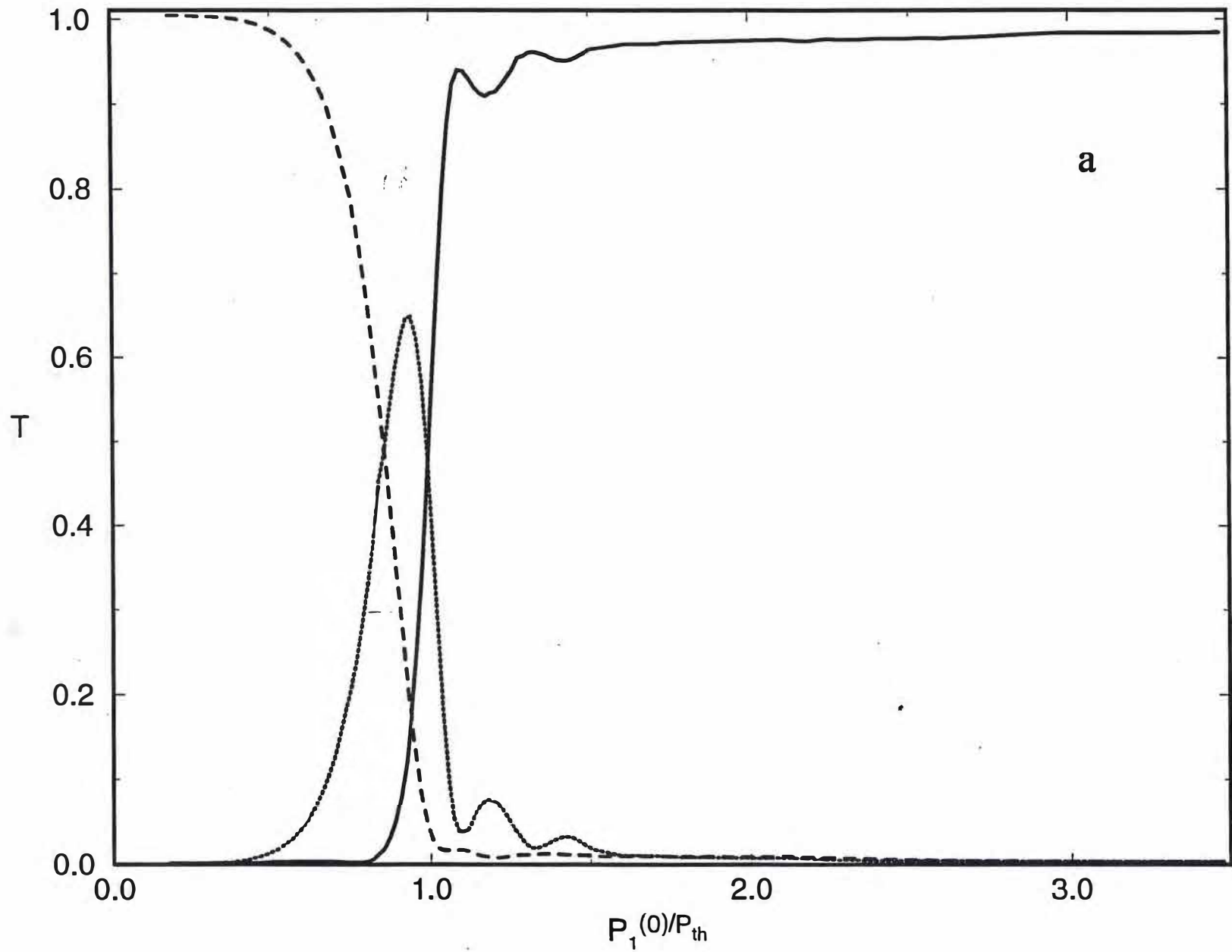


FIG 3a - SORBA ET AL

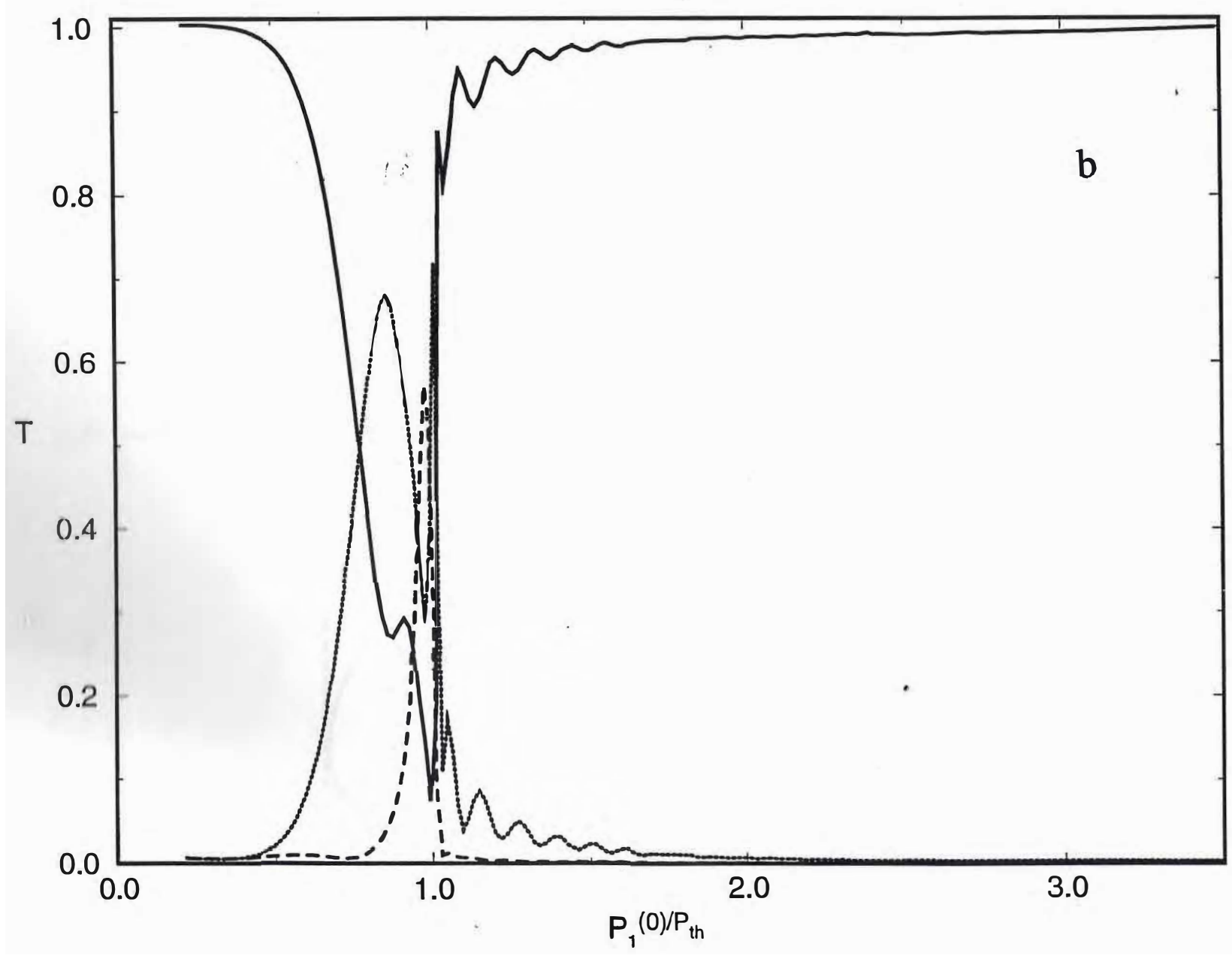


FIG-3b S BTA ET AL

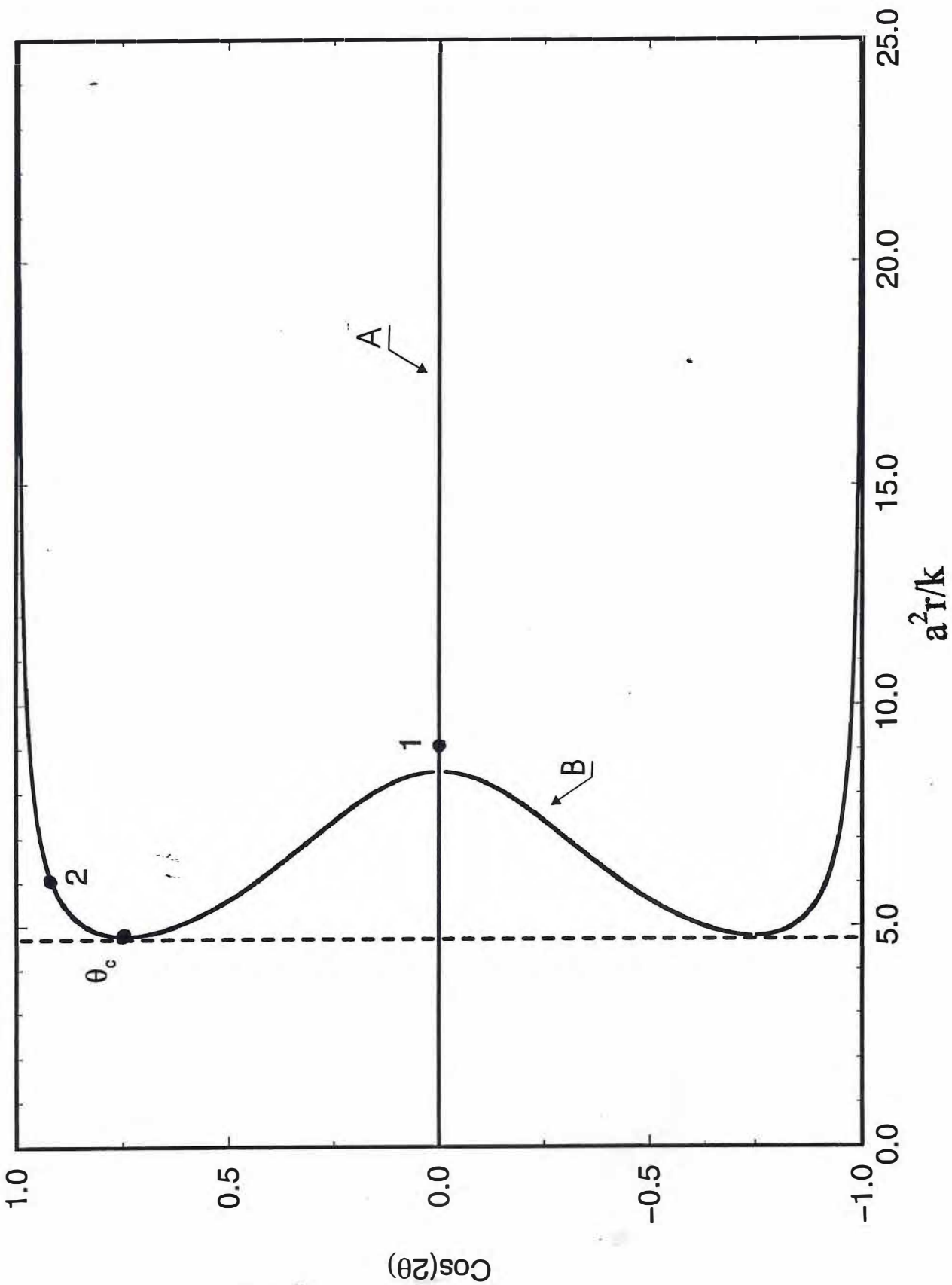


FIG - 4 - SOUTHA ET AL.

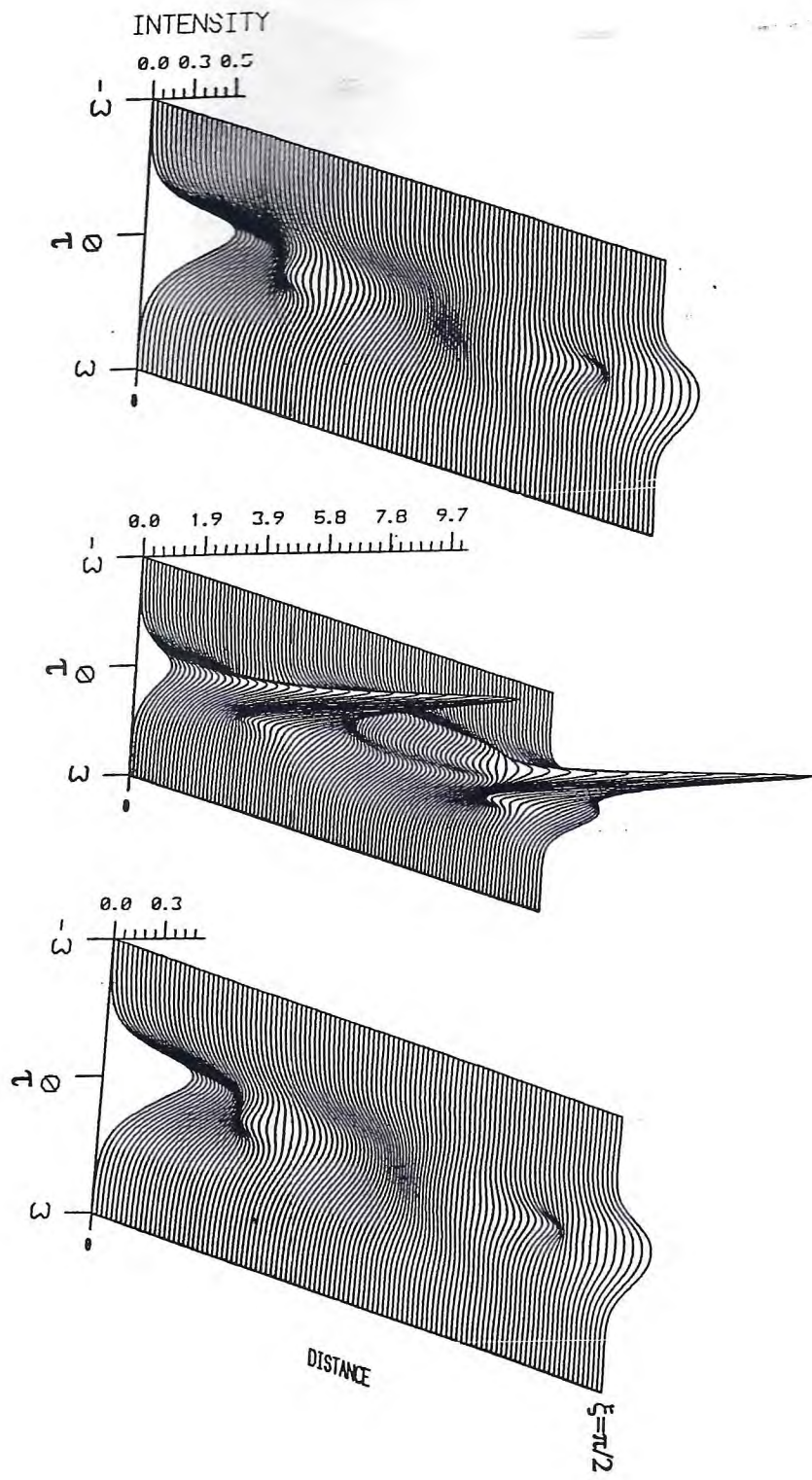


FIG-5

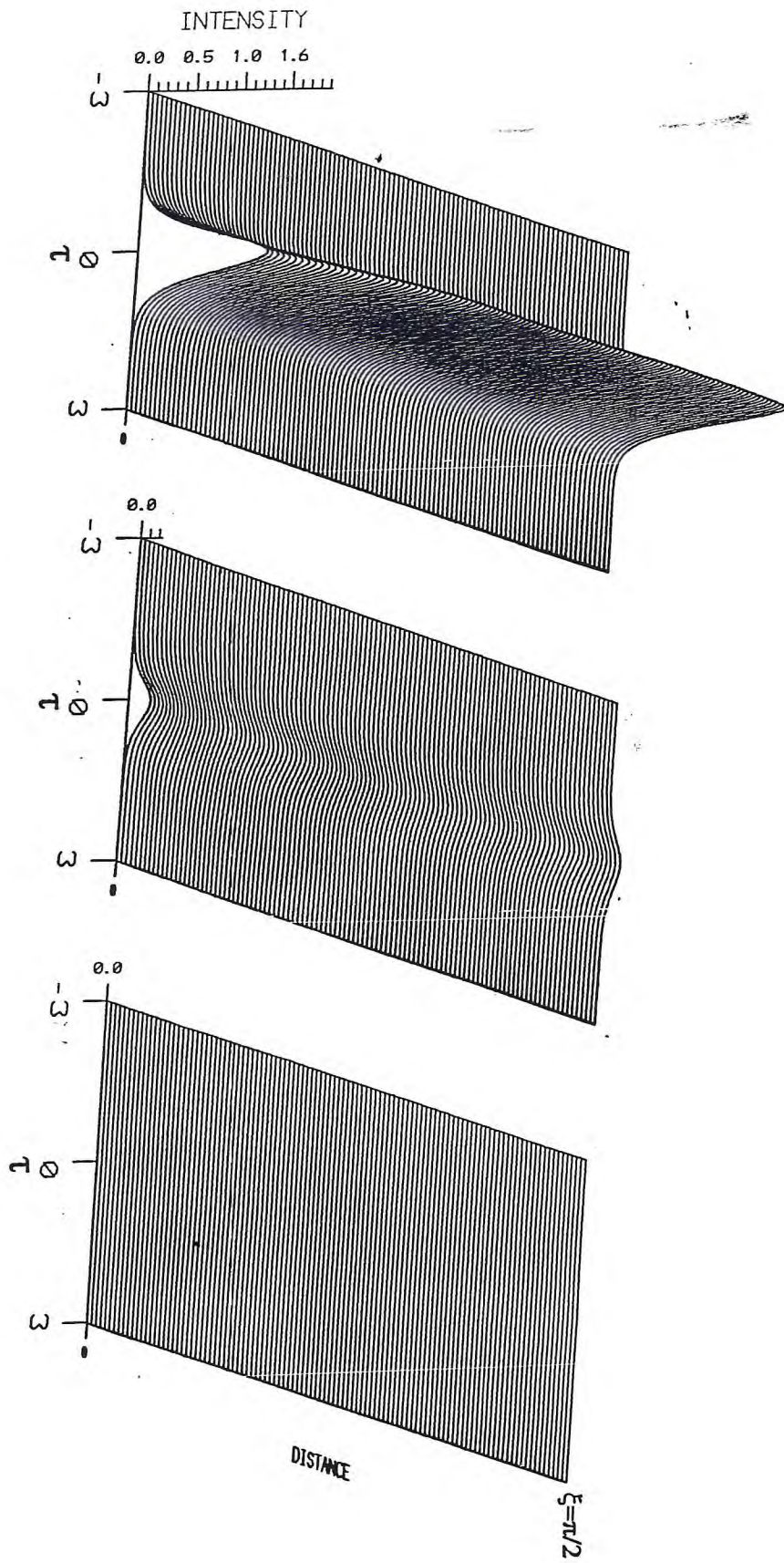


Fig - 6a

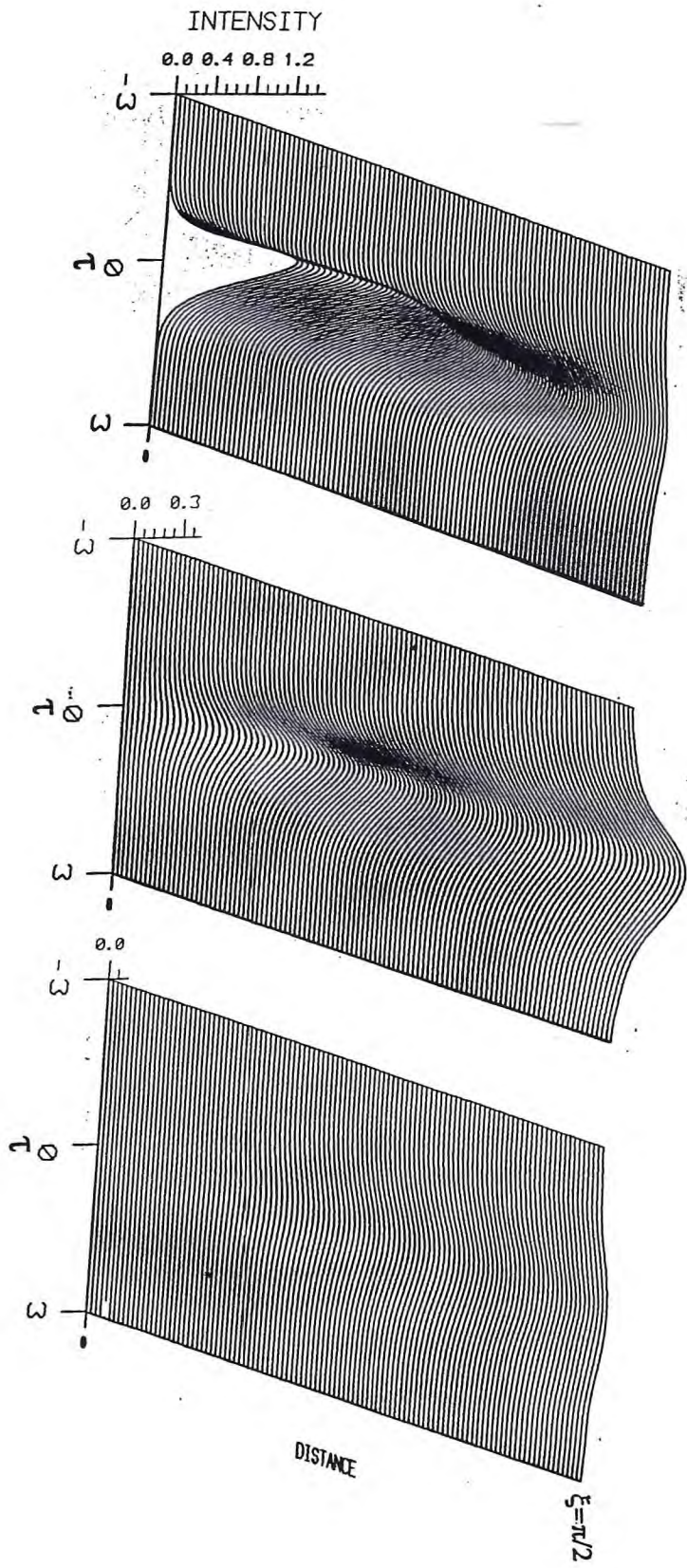


FIG. 6B