

Mecanismos de Retificação da Força de Dipolo Óptica

por

Carlos William de Araujo Paschoal

Dissertação de Mestrado

Universidade Federal do Ceará

Fortaleza , Ceará

17 de fevereiro de 1998

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P283m Paschoal, Carlos William de Araújo.

Mecanismos de retificação da força de dipolo óptica / Carlos William de Araújo Paschoal.
– 1998.
139 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 1998.

Orientação: Prof. Dr. Ilde Guedes da Silva.

1. Física da matéria condensada. 2. Física. I. Título.

CDD 530

Mecanismos de Retificação da Força de Dipolo Óptica

por

Carlos William de Araujo Paschoal

Dissertação apresentada ao curso de Pos-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Comissão Julgadora:

Dr. Ilde Guedes da Silva
(UFC)

Dr. José Evangelista carvalho Moreira
(UFC)

Dr. Carlos Alberto Faria Leite
(UFF)

Aprovada em fevereiro de 1998.

A minha amada esposa e amiga, Ana

Stella...

Agradecimentos

No fim de uma longa jornada como esta, temos bastante o que agradecer a muitos, além de Deus. Pessoas que, de alguma forma, contribuíram para comigo, no desenvolver deste trabalho. Esta página tem esta finalidade, expressar meus sinceros agradecimentos a estas pessoas.

Primeiramente, ao Prof. Dr. Ilde Guedes, meu orientador, pela dedicação, apoio, amizade, confiança, paciência, companheirismo e incentivo com os quais, a todo instante, me guiou por entre as linhas desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Josué Mendes Filho, pelo constante incentivo, apoio e consideração com que sempre me tratou.

Ao Prof. Dr. Paulo de Tarso Cavalcante Freire pela paciência em várias discussões e constante incentivo.

Ao Prof. Dr. Giovani Cordeiro Barroso e ao amigo André Vieira pela ajuda com o Latex.

Aos demais Professores do departamento de Física que, de alguma forma, contribuíram para minha formação.

Aos amigos e irmãos Themoteo Varela e Newton Barbosa, pelo constante apoio e atenção destinados a mim.

Ao amigo André Auto pelas inúmeras discussões acerca dos programas feitos em FORTRAN.

Aos demais amigos da pós-graduação pelo excelente clima proporcionado no departamento.

Aos funcionários do departamento pela presteza e atenção com sempre me atenderam.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Abstract

In this work we study the rectification effect of the optical dipole force for two configurations of atomic system, where the atoms are assumed to be at rest, irradiated by resonant field of two counterpropagating monochromatic laser beams with different directions of polarization. In the first one, we consider a hypothetical atom of the Λ -type; and in the second one, an atom with a transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$ in the presence of a uniform magnetic field parallel to radiation fields. For the latter configuration we also study the behavior for moving atoms using the Runge-Kutta method to solve the set of coupled differential equations which describes the system.

Resumo

Neste trabalho estudaremos o comportamento da força de dipolo óptica sobre dois diferentes tipos de átomos, que supomos estarem em repouso, na presença de dois campos de radiação estacionários monocromáticos contrapropagantes linearmente polarizados e defasados entre si. Inicialmente, consideraremos a força de dipolo sobre um átomo hipotético do tipo Λ ; depois, sobre um átomo com uma transição do tipo $J = 0 \longrightarrow J' = 1$ na presença de um campo magnético uniforme. Para a última configuração, estudaremos também o comportamento para átomos em movimento, usando o método de Runge-Kutta para resolver o conjunto de equações diferenciais acopladas que descreve o sistema.

Índice

1.INTRODUÇÃO	19
REFERÊNCIAS	24
2.A FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO	27
2.1 Introdução.....	27
2.2 Teoria Básica	27
2.3 Alguns Casos Particulares	32
2.3.1 Aproximação e Solução de Estado Estacionário	32
2.3.1.1 Onda Plana.....	33
2.3.1.2 Onda Estacionária	34
2.3.1.3 Onda Gaussiana	35
2.3.2 Aproximação de Campo Fraco para Onda Estacionária	35
2.4 Aplicação da Força Espontânea: A Armadilha Magneto-Óptica.....	37
REFERÊNCIAS	46
3.RETIFICAÇÃO DA FORÇA DE DIPOLO	47
3.1 Introdução.....	47
3.2 Retificação da força de dipolo atuando sobre um átomo de três níveis tipo Λ interagindo com dois lasers estacionários de diferentes frequências	48
3.2.1 Mecanismos básicos de retificação	48

3.2.2	Derivação da força de dipolo	50
3.2.3	Resultados e Comentários.....	55
3.3	Retificação da força de dipolo atuando sobre um átomo de três níveis interagindo com dois lasers estacionários defasados na presença de um campo magnético.....	62
3.3.1	Descrição do Sistema.....	62
3.3.2	Derivação da Força de dipolo	64
3.3.3	Aproximação de estado estacionário	68
3.3.3.1	Resultados e Comentários.....	69
3.4	Observação da força de dipolo óptica em experimentos de deflexão de átomos neutros	76
3.5	Solução numérica para a força de dipolo óptica sobre um átomo de três níveis na presença de um campo monocromático fraco e de um campo magnético uniforme pelo método de Runge-Kutta.	79
	REFERÊNCIAS	88
	4.CONCLUSÕES.....	89
	Apêndice A.....	93
	Apêndice B.....	97
	Apêndice C.....	101
	Apêndice D.....	105
	Apêndice E.....	109
	Apêndice F.....	113
	Apêndice G.....	121
	Apêndice H.....	125

Apêndice I	129
Apêndice J	135

Lista de Figuras

2.1	Diagrama dos níveis de energia de um átomo hipotético de dois níveis na presença de um campo magnético que varia linearmente com a posição.	40
2.2	Diagrama esquemático tridimensional da configuração dos feixes laser circularmente polarizados e do campo magnético quadrupolar esferoidal utilizados na obtenção da Armadilha Magneto-Óptica. As setas indicam o sentido percorrido pela corrente nas bobinas (configuração de anti-Helmoltz) e σ^+ e σ^- denotam as polarizações circular à direita e à esquerda, respectivamente.	41
3.1	Átomo de três níveis tipo Λ submetido a dois campos monocromáticos de diferentes frequências e mesma intensidade, polarizados linearmente defasados entre si.	49
3.2	Comportamento espacial em escala macroscópica de: (a) intensidades dos campos de radiação, (b) populações dos subníveis fundamentais, (c) força de dipolo calculada na suposição de que as transições possam ser consideradas como átomos de dois níveis separadamente e (d) a força de dipolo resultante sobre o átomo. Aqui $\Omega_0 = 10\gamma$, $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	51
3.3	Comportamento espacial em escala microscópica para (a) dessintonias efetivas e (b) as frequências de Rabi das transições $1 \rightarrow 3$ e $2 \rightarrow 3$. Os parâmetros utilizados foram $\Omega_0 = 10\gamma$, $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	57
3.4	Comportamento espacial da força de dipolo atuando em um átomo de três níveis do tipo Λ em escala microscópica, para vários valores de Ω_0 e com $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	58
3.5	Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da frequência de Rabi para vários valores de Δ_1 e $\phi = 45^\circ$	59
3.6	Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da frequência de Rabi para vários valores de ϕ e $\Delta_1 = 20\gamma$	60
3.7	Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da dessintonia para vários valores de Ω_0 e $\phi = 45^\circ$	60
3.8	Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da dessintonia para vários valores de ϕ e $\Omega_0 = 40\gamma$	61

3.9	Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da diferença de fase para vários valores de Δ_1 e $\Omega_0 = 40\gamma$	61
3.10	Átomo hipotético com uma transição $J = 0 \rightarrow J' = 1$ na presença de um campo magnético que separa seus subníveis do estado excitado formando um sistema de três níveis tipo V, submetido a dois campos estacionários monocromáticos de mesmas frequência e intensidade, linearmente polarizados e defasados entre si.	63
3.11	Esquema básico para observação da força de dipolo óptica.	64
3.12	Variação espacial para (a) as frequências de Rabi e (b) para a dessintonia efetiva. Os parâmetros usados são $\Omega_0 = 20\gamma$, $\Delta_3 = -8\gamma$, $\Delta_2 = 50\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	70
3.13	Comportamento espacial da força de dipolo atuando em um átomo de três níveis do tipo V em função da fase ϕ quando $\Omega_0 = 20\gamma$, $\Delta_2 = 50\gamma$, $\Delta_3 = -8\gamma$	71
3.14	Variação da força média de dipolo sobre um átomo tipo V em função da diferença de fase ϕ	72
3.15	Variação espacial da força de dipolo sobre um átomo do tipo V em escala macroscópica para vários valores de frequência de Rabi. Os demais parâmetros utilizados são $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	73
3.16	Variação da força média de dipolo sobre um átomo tipo V em função da frequência de Rabi quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_L = 29\gamma$	74
3.17	Variação espacial da força de dipolo sobre um átomo do tipo V em escala microscópica para vários valores de Ω_L quando $\Delta_0 = 21\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	75
3.18	Variação da força de dipolo óptica média sobre um átomo tipo V em função da frequência de Larmor.	75
3.19	Desalinhamento de um feixe de átomos de sódio para vários valores de frequência de Rabi quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\phi = 45^\circ$	77
3.20	Desalinhamento de um feixe de átomos de Sódio para vários valores de frequência de Larmor quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_0 = 20\gamma$	78
3.21	Desalinhamento de um feixe de átomos de Sódio para vários valores de fase quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\Omega_0 = 20\gamma$	79

3.22	Comportamento espacial das soluções do sistema de equações diferenciais acopladas que descreve o comportamento de um átomo de dois níveis na presença de um campo de radiação estacionário monocromático quando $\Omega_0 = 0.01\gamma$, $\Delta = \gamma$ e $kv = \gamma$	81
3.23	Comportamento espacial da força média de dipolo óptica sobre um átomo de dois níveis em função de kv para vários valores de dessintonia quando $\Omega_0 = 0.01\gamma$	82
3.24	Comportamento espacial da força de dipolo média sobre um átomo de dois níveis em função de kv para vários valores de frequência de Rabi quando $\Delta = -\gamma$	84
3.25	Comportamento espacial da força média de dipolo sobre um átomo de três níveis do tipo V em função de kv quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_L = 29\gamma$ para vários valores da frequência de Rabi.....	84
3.26	Comportamento da força média de dipolo para vários valores de fase em função da velocidade quando $\Omega_o = \gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\Delta_o = 21\gamma$	85
3.27	Comportamento espacial da força média de dipolo sobre um átomo de três níveis do tipo V em função de kv quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega = 0.01\gamma$ para vários valores da frequência de Larmor.	85
3.28	Comportamento da força média de dipolo em função da velocidade para vários valores da frequência de Rabi quando $\Omega_L = \frac{\Omega_o}{2}$ e $\Delta_o = 0$	86
3.29	Comportamento da força média de dipolo em função da dessintonia Δ_3 para vários valores de velocidade quando $\Omega_o = \gamma$ e $\phi = 45^\circ$	87

1. Introdução

Nas últimas três décadas tem sido intensa a busca por amostras de átomos neutros frios e de alta intensidade [1]. Estas amostras têm vasta aplicação em experiências como espectroscopia de alta resolução, produção de relógios atômicos, processos de colisão entre átomos e entre átomos e superfícies, manipulação de vírus e outras pequenas partículas. Estas amostras podem ser obtidas basicamente de duas formas: desaceleração de feixes atômicos e construção de armadilhas. Estas armadilhas podem ser magnéticas, ópticas ou magneto-ópticas. Nas duas últimas, a força de pressão de radiação é imprescindível.

A idéia que a luz exerce pressão (força) sobre matéria teve origem por volta de 1619 na Astronomia, quando Kepler sugeriu que era a pressão da radiação solar que fazia com que a cauda dos cometas viajasse longe deles [2]

Especificamente, sobre átomos e moléculas, apenas em 1910 tiveram início os estudos de pressão de radiação com Lebedev [3], que mostrou definitivamente que a luz exercia pressão sobre moléculas e mostrou que esse fenômeno poderia ser estudado sob condições laboratoriais. Depois, Einstein, de posse da teoria quântica da luz, associou a pressão de radiação às absorções e emissões estimuladas e espontâneas sofridas pelos átomos e moléculas [4]

Porém, a falta de aparato experimental, sobretudo de fontes que fornecessem luz coerente e mais intensa, fez com que apenas um experimento fosse realizado até o final da década de 50. Esse experimento, feito por Frisch [5], consistiu da deflexão de um feixe de átomos de sódio por radiação ressonante de uma lâmpada de sódio e demonstrou experimentalmente a existência da pressão de radiação sobre átomos e moléculas.

Com o advento do laser (final da década de 50 e início da década de 60 [6], [7] e [8]) as pesquisas neste ramo da física tornaram-se intensas, e hoje inúmeras são as teorias e os experimentos que usam a pressão de radiação em vários ramos da ciência.

A concepção de que a luz poderia ser utilizada para resfriar átomos neutros surgiu em 1975 com Theodor W. Hänsch e Arthur L. Schawlow [9]. Eles afirmaram que a energia cinética da luz poderia ser transferida para o feixe atômico quando este fosse irradiado por um feixe laser quasi-monocromático sintonizado abaixo da ressonância e,

consequentemente, resfriado. Para entendermos como este processo funciona imaginemos um vapor de um certo tipo átomo irradiado com um campo sintonizado para o vermelho da ressonância atômica. Então, aqueles átomos que se movem contrapropagantes ao feixe laser, devido ao efeito Doppler, exergam a frequência do laser sintonizada mais próxima de sua frequência natural, consequentemente, maior será sua seção de espalhamento e portanto maior será a troca de energia cinética entre a luz e o átomo. Este fenômeno ficou conhecido como resfriamento Doppler. Porém, associado a este resfriamento existe um limite para a temperatura mínima conseguida, conhecido como limite Doppler [10] onde a temperatura mínima obtida é dada por

$$T_{Dop} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

onde γ é largura natural de linha da transição atômica e k_B é constante de Boltzman. Este limite é interessante porque ele só depende da largura natural de linha. Para a linha D_2 do Sódio, por exemplo, este limite é $T_{Dop} \simeq 240\mu K$.

Em 1978 Ashkin propôs a primeira armadilha óptica para aprisionar átomos neutros sem paredes sólidas utilizando a força de pressão de radiação [11]. Entretanto, a primeira amostra de átomos ópticos aprisionados foi obtida por S. Chu *et al* em 1985 [12], utilizando átomos de Sódio. O experimento de Chu utilizou como base a desaceleração Doppler proposta por Hänsch e Schawlow [9], e consistia de dois feixes lasers contrapropagantes um pouco abaixo da ressonância, causando uma força oposta à velocidade do átomo, fazendo com que os átomos sofressem uma desaceleração causada pela força espontânea à medida em que ocorria a interação com o laser. Esta técnica de aprisionamento ficou conhecida como melado óptico, e conseguiu uma densidade de átomos de 10^6 cm^{-3} , uma temperatura igual $240\mu K$, que corresponde ao limite Doppler, como já citado e a velocidade média desses átomos, para esta temperatura, foi de 60 cm/s. Paralelo à construção da armadilha óptica, Migdall *et al* [13] construíram uma armadilha magnética que aprisionava átomos de sódio em uma região do espaço com campo magnético não homogêneo.

O mesmo S. Chu, em 1986, também aprisionou átomos de Sódio através da força de dipolo [14]. Ele utilizou a técnica de melado óptico para aprisionar átomos de Sódio com feixes lasers de perfil gaussiano, extremamente focalizados e sintonizados abaixo da ressonância. Com este experimento Chu conseguiu uma densidade de 10^{11} a 10^{12} cm^{-3} ,

comprovando a teoria proposta por Ashkin de aprisionamento usando a força de dipolo [11]

Embora estas técnicas fornecessem meio de aprisionamento e confinamento de átomos, elas eram bastante instáveis e o número de átomos por elas aprisionados era pequeno. Assim, para uma maior densidade e número de átomos e maior estabilidade se fez necessário construir novas configurações de armadilhas para átomos neutros.

Surgiu então, em 1987, a armadilha magneto-óptica (MOT - magneto-optical trap) elaborada por E. Raab et al [15]. A configuração experimental utilizada por Raab consistia de três feixes lasers contrapropagantes entre si, polarizados circularmente, nas três direções (x, y e z), todos sintonizados abaixo da ressonância e de um quadrupolo esférico para produzir um campo magnético não homogêneo que variava linearmente com a posição. Com esta configuração de armadilha Raab conseguiu obter uma densidade atômica da ordem de 10^{11} cm^{-3} . Esta configuração foi originalmente proposta por D. Pritchard *et al* [16], para evitar a restrição imposta pelo teorema de Earnshaw formulado por Ashkin e Gordon [17], que diz que na ausência de fontes de radiação, a divergência do vetor de Poynting de um laser estacionário deve ser zero, implicando na impossibilidade de produção de uma força restauradora sobre uma superfície fechada.

Tanto nos experimentos de S. Chu *et al* e E. Raab *et al* a armadilha foi carregada com átomos previamente resfriados usando a técnica de varredura de frequência [18] após serem evaporados por um laser de Nd:YAG. A primeira armadilha que aprisionou átomos evaporados diretamente de uma célula de vapor foi feita por C. Monroe *et al* [19]

No entanto, as densidades obtidas por esta configuração de armadilha não eram suficientes para se superar o limite $n\lambda_{DB}^3 \sim 1$, onde λ_{DB} é comprimento de onda de De Broglie, que, antes dos resultados mostrados por M. H. Anderson *et al* [20], onde mostraram pela primeira vez a obtenção do condensado de Bose-Einstein, era o alvo da maioria dos pesquisadores envolvidos com este problema. Pensava-se então, que era necessário aumentar a intensidade dos feixes de aprisionamento para se aumentar o número de átomos aprisionados. Entretanto, a força que descreve o comportamento do átomo na MOT é a força espontânea, uma vez que os feixes lasers utilizados são não focalizados. Esta força porém, satura quando o átomo está na presença de campos de radiação muito intensos. Mesmo assim, à medida que o número de átomos aprisionados aumenta, surge uma força de natureza repulsiva, conhecida como força de confinamento da radiação, que

faz com que a nuvem atômica aumente de volume e, conseqüentemente, a densidade de átomos diminua. Com isto, a densidade tende para um valor constante, como mostrado por W. Ketterle *et al* [21]

Seguiram-se então, várias modificações da MOT com o intuito de superar estes limites. Em ordem cronológica, podemos citar: armadilha magneto-óptica em configuração tetraédrica [22] , armadilha magneto-óptica usando força de vórtice [23] , armadilha magneto-óptica escura [21] , armadilha magneto óptica com feixes auxiliares [24] e [25] .

Infelizmente nenhuma dessas configurações obteve resultados satisfatórios. Porém, em 1992, O. Emile *et al* [26] mostraram o aprisionamento de átomos de Césio em uma nova armadilha, a qual difere da convencional por possuir três feixes contrapropagantes linearmente polarizados e defasados de 45° entre si. Emile e colaboradores explicaram seus resultados em termos da força de dipolo retificada proposta por R. Grimm *et al* [27] . No mesmo ano, R. Grimm *et al* [28] e [29] , defletiram um feixe de átomos de Sódio com um par de feixes linearmente polarizados e defasados entre si. Em 1994, A. Höpe *et al* [30] também observaram o aprisionamento óptico de átomos de Césio para a mesma configuração de Emile *et al* [26] , porém na ausência de campo magnético.

A grande vantagem em utilizar a força de dipolo é que ela não satura para campos muito intensos e podemos controlar o seu sinal e magnitude, tornando possível então, a princípio, aprisionar mais átomos e, por conseguinte, a observação da condensação de Bose-Einstein.

Neste trabalho, consideraremos basicamente a força de dipolo óptica. Mais precisamente, estudaremos os mecanismos que levam à retificação desta componente da força de pressão de radiação e seu comportamento com relação à velocidade do átomo. Assim, no próximo capítulo derivaremos a força de pressão de radiação exercida por um campo de radiação sobre um átomo de dois níveis utilizando a teoria semiclássica da interação átomo-campo proposta por R. Cook em 1979 [31] . Ainda neste capítulo, estudaremos a forma analítica da força quando o átomo está em repouso para várias configurações de campo, e obteremos a solução analítica do conjunto de equações acopladas que descreve o sistema quando na presença de uma onda estacionária de baixa intensidade. Estudaremos também, o exemplo mais importante de aplicação da força espontânea: a armadilha magneto-óptica. No capítulo III, estudaremos o comportamento da força de dipolo óptica sobre um átomo de três níveis hipotético do tipo Λ em repouso, na presença

de dois feixes estacionários polarizados linearmente, com frequências diferentes, mesma intensidade e defasados entre si. Em seguida, faremos o mesmo estudo para um átomo com uma transição do tipo $J = 0 \rightarrow J' = 1$ (tipo V), também em repouso, na presença de dois campos estacionários linearmente polarizados de mesma frequência e intensidade e defasados entre si, na presença de um campo magnético uniforme. Estudaremos ainda, o comportamento da força de dipolo média sobre o átomo quando este está em movimento, através da solução numérica do conjunto de equações diferenciais acopladas que descreve o sistema átomo+laser+campo magnético, utilizando o método de Runge-Kutta. Finalmente, no capítulo IV apresentaremos nossas conclusões e perspectivas. Depois da conclusão, colocamos em anexo todos os programas utilizados nas simulações deste trabalho.

Referências

- [1] Edições Especiais J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1706 (1985); B **6**, (1989)
- [2] Minogin e Lethokov, *Laser light pressure on atoms*, 1987, Gordon & Breach.
- [3] P. N. Lebedev, Ann. d. Phys. **32**, 411 (1910)
- [4] A. Einstein, Zs. Phys. (1916)
- [5] O. R. Frish, Zs. Phys. **86**, 42 (1932)
- [6] A. L. Schawlow e C. H. Townes, Phys. Rev **112**, 1940 (1958)
- [7] T. H. Maiman, Nature **187**, 493 (1960)
- [8] A. Javan, W. R. Bennett Jr. e D. B. Herriot, Phys. Rev. Lett. **6**, 106 (1961)
- [9] T. W. Hänsch e A. L. Schawlow, Opt. Commun. **13**, 68 (1975)
- [10] D. Wineland e W. Itano, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979)
- [11] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **40**, 729 (1978)
- [12] S. Chu, L. Holberg, J. Bjorkholm, A. Cable e A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985)
- [13] A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergman e H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985)
- [14] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Cable e A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986)
- [15] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu e D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987)
- [16] D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman e R. Watts, Phys. Rev. Lett. **57**, 310 (1986)
- [17] A. Ashkin e J. Gordon, Opt. Lett. **8**, 511 (1983)
- [18] V. S. Letokhov, 1976
- [19] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson e C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990)
- [20] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman e E. Cornell, Science **269**, 198 (1995)
- [21] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin e D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993)
- [22] F. Shimizu, K. Shimizu e H. Takuma, Opt. Lett. **16**, 339 (1991)
- [23] T. Walker, D. Hoffman, P. Feng e R. S. Williamsom III, Phys. Lett. A **163**, 309 (1992)
- [24] A. G. Sinclair, E. Riis e M. J. Snadden, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 2333 (1994)
- [25] J. Flemming, L. G. Marcassa, R. J. Horowicz, S. C. Zilio e V. S. Bagnato, Opt. Lett. **20**, 2529 (1995)
- [26] O. Emile, F. Bardou, C. Salomon, PH. Laurent, A. Nadir e A. Clairon, Europhys.

- Lett. **20**, 687 (1992)
- A. I. Sidorov, R. Grimm e V. S. Letokhov, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **24**, 3733 (1991)
- [28] R. Grimm, V. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov e A. I. Sidorov, J. Phys. II **2**, 593 (1992); JETP Lett. **54**, 615 (1991)
- [29] R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov e V. S. Letokhov, Phys. Rev. Lett. **65**, 1415 (1990)
- [30] A. Höpe, D. Haubrich, H. Schadwinkel, F. Strauch e D. Meschede, Europhys. Lett. **28**, 7 (1994)
- [31] R. Cook, Phys. Rev. A **20**, 224 (1979)

2. A Força de Pressão de Radiação

2.1 Introdução

Neste capítulo, iremos derivar a força produzida por um campo de radiação eletromagnético arbitrário sobre um átomo de dois níveis. O procedimento utilizado baseia-se na teoria semi-clássica da interação átomo-campo de radiação desenvolvida por R. Cook em 1979 [1]. Como veremos, esta força pode ser decomposta em duas: uma devido a interação entre o dipolo induzido no átomo e o gradiente do campo de radiação, conhecida como força de dipolo, e outra devida à troca de momentum entre o fóton e o átomo, conhecida como força espontânea. Calcularemos ainda, para várias formas de campo eletromagnético, qual a expressão resultante para a força de pressão de radiação. Com base nestes resultados, discutiremos como funciona a Armadilha Magneto-Óptica (AMO) e sua limitação com respeito à variação da intensidade dos feixes de radiação.

2.2 Teoria Básica

Na aproximação de dipolo elétrico, a Hamiltoniana H de um átomo na presença de um campo eletromagnético é dada por

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + H_o - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} \quad (2.1)$$

onde $\frac{\mathbf{P}^2}{2M}$ é a energia cinética do centro de massa do sistema, H_o é a Hamiltoniana que descreve o movimento do átomo na ausência de campos eletromagnéticos cujos autovalores e autoestados são conhecidos, $\boldsymbol{\mu}$ é o operador de dipolo elétrico induzido no átomo pela radiação e \mathbf{E} é o campo elétrico calculado no centro de massa \mathbf{R} do sistema.

As equações de movimento, na representação de Heisenberg, para os operadores \mathbf{R} e \mathbf{P} do sistema são, respectivamente,

$$\dot{\mathbf{R}} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{R}, H] = \frac{\mathbf{P}}{M} \quad (2.2)$$

e

$$\dot{\mathbf{P}} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{P}, H] = \nabla_{\mathbf{R}} (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}) \quad (2.3)$$

onde $\nabla_{\mathbf{R}}$ é o gradiente de $(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E})$ com relação à \mathbf{R} .

A partir do teorema de Ehrenfest, considerando que $\mathbf{r} = \langle \mathbf{R} \rangle$, temos que a força sobre o átomo devida à presença da radiação eletromagnética é dada por

$$\mathbf{F} = M\ddot{\mathbf{r}} = \langle \dot{\mathbf{P}} \rangle = \langle \nabla_{\mathbf{R}} (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}) \rangle \quad (2.4)$$

Por simplicidade, consideraremos que o campo elétrico pode ser escrito na forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \boldsymbol{\epsilon} E(\mathbf{R}, t) \quad (2.5)$$

sendo $\boldsymbol{\epsilon}$ o vetor de polarização do campo que independe de \mathbf{R} e de t . Portanto, a força sobre o átomo exercida pelo campo elétrico torna-se, a partir da Eq. (2.4)

$$\mathbf{F} = \langle (\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \nabla_{\mathbf{R}} E(\mathbf{R}, t) \rangle \quad (2.6)$$

Considerando que o comprimento de onda da radiação eletromagnética é muito maior que o comprimento de onda do átomo, ou em outras palavras, que o campo eletromagnético é aproximadamente uniforme no pacote de onda associado ao átomo, a força dada na Eq. (2.6) pode ser reescrita como

$$\mathbf{F} = \langle (\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \rangle \nabla_{\mathbf{R}} E(\mathbf{R}, t) \quad (2.7)$$

Utilizando ainda a mesma aproximação, podemos trabalhar com um sistema referencial localizado no átomo, de forma que a parte cinética da Hamiltoniana do átomo na presença do campo se anula. A Hamiltoniana passa a ser dada simplesmente por

$$H' = H_o - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} \quad (2.8)$$

A teoria até aqui desenvolvida pode ser aplicada a qualquer sistema atômico. Como um caso particular, consideremos um átomo de dois níveis cujos estados são representados pelos kets $|1\rangle$ e $|2\rangle$, com energias E_1 e E_2 , respectivamente, na presença de um campo monocromático da forma

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(r) \exp [i(\theta(\mathbf{r}) + \omega t)] + c.c. \quad (2.9)$$

onde $c.c.$ expressa a parte complexo-conjugada do primeiro termo.

O estado do átomo para um tempo t qualquer, é um estado de mistura, e portanto expresso como uma combinação linear dos níveis de energia do átomo, ou seja

$$|\varphi\rangle = C_1 |1\rangle + C_2 |2\rangle \quad (2.10)$$

de C_1 e C_2 são as amplitudes de probabilidade do átomo estar, respectivamente, nos níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$. A Equação de Schrödinger para este estado é escrita como

$$H' |\varphi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\varphi\rangle \quad (2.11)$$

utilizando as Eqs. (2.10) e (2.11) podemos escrever

$$H' [C_1 |1\rangle + C_2 |2\rangle] = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} [C_1 |1\rangle + C_2 |2\rangle] \quad (2.12)$$

A Eq. (2.12) nos fornece duas equações diferenciais ordinárias acopladas para as amplitudes de probabilidade C_1 e C_2 . Estas equações podem ser obtidas efetuando-se o produto escalar entre a Eq. (2.12) e os bras $\langle 1|$ e $\langle 2|$. Multiplicando escalarmente por $\langle 1|$, obtemos a primeira equação diferencial

$$i\hbar \dot{C}_1 = C_1 E_1 - C_2 \mu E(\mathbf{r}, t) \quad (2.13)$$

onde $\mu = \langle 1 | \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\epsilon} | 2 \rangle$, e utilizamos o fato que os elementos da diagonal principal do operador $\boldsymbol{\mu}$ são nulos na base de autovetores da energia, uma vez que este é uma função ímpar. Agora, multiplicando a Eq. (2.12) escalarmente por $\langle 2|$, temos

$$i\hbar \dot{C}_2 = C_2 E_2 - C_1 \mu E(\mathbf{r}, t) \quad (2.14)$$

As Eqs. (2.13) e (2.14) formam um conjunto de duas equações e duas variáveis. As soluções para as amplitudes de probabilidade, podem ser escritas de uma forma geral como

$$\begin{aligned} C_1 &= D_1 \exp \left\{ -i \frac{E_1 t}{\hbar} + \frac{1}{2} i [\Delta t + \theta(t)] \right\} \\ C_2 &= D_2 \exp \left\{ -i \frac{E_2 t}{\hbar} - \frac{1}{2} i [\Delta t + \theta(t)] \right\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

sendo $\Delta = \omega - \omega_o$, onde $\omega_o = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$ é a frequência de ressonância do átomo. Aplicando-se estas soluções para C_1 e C_2 nas Eqs. (2.13) e (2.14), obtemos um novo conjunto de equações, a saber

$$i\hbar \dot{D}_1 = \frac{D_1 \hbar}{2} [\Delta + \dot{\theta}] - \mu E(\mathbf{r}, t) D_2 \exp [-i(\omega t + \theta(t))] \quad (2.16)$$

e

$$i\hbar\dot{D}_2 = -\frac{D_2\hbar}{2} [\Delta + \dot{\theta}] - \mu E(\mathbf{r}, t) D_1 \exp[i(\omega t + \theta(t))] \quad (2.17)$$

Ao aplicarmos a Eq. (2.9) do campo elétrico às Eqs. (2.16) e (2.17) obtemos, utilizando a aproximação de onda girante onde desprezamos os termos anti-ressonantes, as seguintes equações

$$i\hbar\dot{D}_1 = \frac{D_1\hbar}{2} [\Delta + \dot{\theta}] - \frac{\mu\mathcal{E}(\mathbf{r})D_2}{2} \quad (2.18)$$

e

$$i\hbar\dot{D}_2 = -\frac{D_2\hbar}{2} [\Delta + \dot{\theta}] - \frac{\mu\mathcal{E}(\mathbf{r})D_1}{2} \quad (2.19)$$

Escrevendo a matriz densidade na base de autovetores da energia, os elementos desta, que são dados por $\rho_{nm} = C_n C_m^*$, são escritos como

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= |D_1|^2 \\ \rho_{22} &= |D_2|^2 \\ \rho_{21} &= D_2 D_1^* \exp[-i(\omega t + \theta)] \\ \rho_{12} &= D_1 D_2^* \exp[i(\omega t + \theta)] \end{aligned} \quad (2.20)$$

Definindo-se outra matriz σ , cujos elementos são $\sigma_{nm} = D_n D_m^*$, a Eq. (2.20) torna-se

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \rho_{11} \\ \sigma_{22} &= \rho_{22} \\ \sigma_{21} &= \rho_{21} \exp[i(\omega t + \theta)] \\ \sigma_{12} &= \rho_{12} \exp[-i(\omega t + \theta)] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Levando-se em conta que $\dot{\sigma}_{nm} = \dot{D}_n D_m^* + D_n \dot{D}_m^*$, podemos obter, a partir das Eqs. (2.18) e (2.19), um novo conjunto de equações para a evolução temporal dos elementos da matriz densidade σ . Este conjunto é

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= -\frac{1}{2}i\Omega(\sigma_{12} - \sigma_{21}) \\ \dot{\sigma}_{22} &= \frac{1}{2}i\Omega(\sigma_{12} - \sigma_{21}) \\ \dot{\sigma}_{21} &= \frac{1}{2}i\Omega(\sigma_{22} - \sigma_{11}) - i(\Delta + \dot{\theta})\sigma_{12} \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{1}{2}i\Omega(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + i(\Delta + \dot{\theta})\sigma_{21} \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde $\Omega = \frac{\mu E}{\hbar}$ é a frequência de Rabi.

Analisando as Eqs. (2.22) observamos que, quando a perturbação, no caso o campo elétrico, for zero, a coerência que está relacionada a σ_{12} e a σ_{21} não tende a zero. Houve então uma perda de informação sobre a fase desta coerência. Da mesma forma, a população do nível excitado σ_{22} , não decai. Entretanto, era de se esperar que esta população fosse a zero e que a população total tendesse para a população do nível fundamental, e que esta tendesse para a unidade, caso seja normalizada. Isto ocorre porque a teoria semiclássica não leva em conta a emissão espontânea por parte dos átomos. Assim, para termos uma descrição mais realística do processo de interação entre o átomo e o campo de radiação, devemos incluir de forma fenomenológica, o efeito da emissão espontânea sobre o conjunto e Eqs. (2.22) . Dessa forma, obtemos

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= -\frac{1}{2}i\Omega (\sigma_{12} - \sigma_{21}) + \Gamma\sigma_{22} \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{1}{2}i\Omega (\sigma_{12} - \sigma_{21}) - \Gamma\sigma_{22} \\ \dot{\sigma}_{22} &= \frac{1}{2}i\Omega (\sigma_{22} - \sigma_{11}) - i(\Delta + \dot{\theta})\sigma_{12} - \frac{1}{2}\Gamma\sigma_{12} \\ \dot{\sigma}_{21} &= \frac{1}{2}i\Omega (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + i(\Delta + \dot{\theta})\sigma_{21} - \frac{1}{2}\Gamma\sigma_{21} \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde Γ é a largura de linha natural do átomo. Observe que consideramos, sem perdas de generalidade, o mesmo termo de relaxação tanto para σ_{ij} como para σ_{ii} ($i, j = 1, 2$).

De posse da matriz densidade, podemos calcular o valor esperado que aparece na Eq. (2.7), a saber

$$\langle \mu \rangle = \langle (\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \rangle = Tr(\rho \boldsymbol{\mu}) = (\rho_{12} + \rho_{21}) \mu \quad (2.24)$$

ou em função da matriz σ ,

$$\langle \mu \rangle = \mu [\sigma_{12} \exp(i(\omega t + \theta))] + \mu [\sigma_{21} \exp(-i(\omega t + \theta))] \quad (2.25)$$

Dessa forma, a força dada na Eq. (2.6) torna-se

$$\mathbf{F} = \{ \mu [\sigma_{12} \exp(i(\omega t + \theta))] + \mu [\sigma_{21} \exp(-i(\omega t + \theta))] \} \nabla_{\mathbf{R}} E(\mathbf{R}, t) \quad (2.26)$$

Substituindo a Eq. (2.9) na Eq. (2.26) e levando em conta novamente a aproximação de onda girante, obtemos

$$\mathbf{F} = \frac{\mu}{2} \nabla \mathcal{E} (\sigma_{12} + \sigma_{21}) - i \frac{\mu}{2} \mathcal{E} \nabla \theta (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \quad (2.27)$$

Definindo

$$\begin{aligned}
 U &= \sigma_{12} + \sigma_{21} \\
 V &= i(\sigma_{12} - \sigma_{21}) \\
 W &= \sigma_{22} - \sigma_{11}
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

a força pode ser escrita finalmente como

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\hbar [U\nabla\Omega + \Omega V\nabla\theta]
 \tag{2.29}$$

As equações para U , V e W , são encontradas a partir do conjunto de equações (2.23), a saber

$$\begin{aligned}
 \dot{U} &= V(\Delta + \dot{\theta}) - \frac{1}{2}\Gamma U \\
 \dot{V} &= \Omega W - \frac{\Gamma}{2}V - (\Delta + \theta)U \\
 \dot{W} &= -\Omega V - \Gamma(W + 1)
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

onde normalizamos a população total, ou seja $\sigma_{22} + \sigma_{11} = 1$.

A Eq. (2.29) é a equação que descreve o movimento atômico na presença de um campo monocromático com amplitude e fase genéricas. As Eqs. (2.30) são denominadas equações ópticas de Bloch ou mais usualmente equações de Maxwell-Bloch. Podemos observar das Eqs. (2.30), que a força exercida sobre o átomo pela radiação não depende apenas da velocidade e da posição do átomo, mais também da história do movimento. No entanto, há casos particulares onde a dependência desta força é função apenas da velocidade e da posição do átomo. Alguns destes casos são discutidos na próxima seção.

2.3 Alguns Casos Particulares

2.3.1 Aproximação e Solução de Estado Estacionário

A aproximação de estado estacionário considera que as populações e a coerência dos níveis variam lentamente, de forma que podemos considerar

$$\dot{U} = \dot{V} = \dot{W} = 0
 \tag{2.31}$$

Em outras palavras, consideramos que o campo elétrico e a derivada da fase variam muito pouco durante o tempo de vida $\tau_N = \frac{1}{\Gamma}$ do átomo, que é a situação obtida quando o átomo move-se com velocidade $kv \ll \Gamma$.

Assim, o conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas dado pela Eq. (2.30) torna-se, após esta aproximação, um conjunto de equações algébricas, a saber

$$\begin{aligned} V(\Delta + \dot{\theta}) - \frac{1}{2}\Gamma U &= 0 \\ \Omega W - \frac{\Gamma}{2}V - (\Delta + \theta)U &= 0 \\ \Omega V + \Gamma(W + 1) &= 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Com isso, toda a dependência da história do movimento é descartada e a força de pressão de radiação passa a depender apenas da posição e da velocidade do átomo.

Através da solução deste sistema de três equações e três variáveis, podemos obter as soluções para U e V , que são suficientes para se determinar a força sobre o átomo, dada pela Eq. (2.29). Estas soluções são

$$\begin{aligned} U &= \frac{-4\Omega(\Delta + \dot{\theta})}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \\ V &= \frac{-2\Gamma\Omega}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \end{aligned} \quad (2.33)$$

A partir destas soluções, a Eq. (2.29) para a força sobre o átomo é escrita como

$$\mathbf{F} = -\hbar \left\{ \left[\frac{\Gamma\Omega^2\nabla\theta}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \right] + \left[\frac{(\Delta + \dot{\theta})\nabla\Omega^2}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \right] \right\} \quad (2.34)$$

Para se entender cada um dos termos da Eq. (2.34) iremos considerar alguns tipos possíveis de campos de radiação.

2.3.1.1 Onda Plana

Considere uma onda plana cuja expressão é dada por

$$E(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_o \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (2.35)$$

Neste caso, o gradiente da frequência de Rabi é nulo, pois esta é dada por $\Omega = \frac{\mu\mathcal{E}_o}{\hbar}$, que é constante. Por outro lado, o gradiente da fase é igual a $\nabla\theta = -\mathbf{k}$. Portanto, a força

sobre o átomo é dada por

$$\mathbf{F} = \frac{\Omega^2 \Gamma \hbar}{4(\Delta - \mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{r}})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \mathbf{k} \quad (2.36)$$

Esta força de radiação é associada à emissão espontânea ou ao espalhamento de luz pelo átomo, ou ainda a troca de momentum entre o átomo e o campo, por isso chamada de força espontânea. Esta força é do tipo Lorentziana centrada em $\omega = \omega_o + \mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{r}}$, devido ao deslocamento Doppler, e com uma largura a meia altura (FWHM) dada por $(\Gamma^2 + 2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}$, correspondendo à largura natural de linha e ao alargamento por potência. Observe que para campos muito intensos ($\Omega \gg \Gamma$), esta força tende a saturar para um valor

$$\mathbf{F} \longrightarrow \frac{\Gamma}{2} \hbar \mathbf{k} \quad (2.37)$$

2.3.1.2 Onda Estacionária

Uma onda estacionária tem a seguinte expressão

$$E(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}(\mathbf{r}) \cos(\omega t) \quad (2.38)$$

Agora, a fase é nula e a freqüência de Rabi é dada por $\Omega = \frac{\mu \mathcal{E}}{\hbar}$. Então, podemos escrever

$$\mathbf{F} = - \frac{\hbar \Delta \nabla \Omega^2}{4\Delta^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \quad (2.39)$$

Esta força resulta da interação entre o momento de dipolo atômico induzido e o gradiente do campo da onda estacionária. Por isso, denominada força de dipolo. Em termos da polarizabilidade atômica, que é definida como sendo

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \left[\frac{-2\Delta\mu}{4\Delta^2 + 2\left(\frac{\mu \mathcal{E}(\mathbf{r})}{\hbar}\right)^2 + \Gamma^2} \right] \quad (2.40)$$

podemos reescrever a Eq. (2.39) na forma

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \alpha \nabla \mathcal{E}^2(\mathbf{r}) \quad (2.41)$$

Esta força também é uma lorentzina centrada em $\omega = \omega_o + \mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{r}}$ e largura a meia altura dada por $(\Gamma^2 + 2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}$. Todavia, esta força só tem valor considerável quando o gradiente de intensidade do campo de radiação é muito alto. Observamos ainda que, quando o campo está na ressonância ($\Delta = 0$) a força de dipolo é nula. No entanto, quando o campo está sintonizado acima da ressonância ($\Delta > 0$) o átomo tende a ser expelido pela

enquanto que abaixo da ressonância ($\Delta < 0$) o átomo tende a ser aprisionado pela radiação.

2.3.1.3 Onda Gaussiana

Um outro exemplo de campo de radiação de bastante interesse, dada sua facilidade de ser obtido em laboratório, é a onda gaussiana dada por

$$E(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0 \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_0^2}\right] \cos(kz - \omega t) \quad (2.42)$$

onde ω_0 é cintura do feixe [2]. Aqui, a frequência de Rabi é dada por $\Omega = \frac{\mathcal{E}_0}{\hbar} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_0^2}\right]$ e a fase por $\theta = -kz$. Assim, a força de radiação pode ser decomposta em duas, uma componente na direção do movimento F_z e outra transversal ao movimento do átomo \mathbf{F}_T , dadas por

$$F_z = \frac{\Omega^2 \Gamma \hbar k}{4(\Delta - k\dot{z})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \quad (2.43)$$

e

$$\mathbf{F}_T = \frac{-\hbar(\Delta - k\dot{z})\nabla\Omega^2}{4(\Delta - k\dot{z})^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} \quad (2.44)$$

Analizando-se a força espontânea longitudinal dada pela Eq. (2.43) observa-se que ela tem a mesma forma daquela sofrida pelo átomo na presença de uma onda plana e segue então, as mesmas propriedades.

Contudo, a força transversal de dipolo depende da velocidade do átomo através do efeito Doppler (termo $k\dot{z}$), ao contrário do que acontece para a força de dipolo para um átomo na presença de uma onda estacionária.

Este resultado mostra algo interessante. Quando o campo está na ressonância ($\Delta = 0$) um feixe de átomos copropagantes ao eixo do campo ($k\dot{z} > 0$) é focalizado e aprisionado pela radiação, enquanto que um feixe de átomos contrapropagante ($k\dot{z} < 0$) é desfocalizado e repellido pela radiação. Estes efeitos já foram observados por J. E. Bjorkholm [3] *et al* para átomos de Sódio (Na).

2.3.2 Aproximação de Campo Fraco para Onda Estacionária

Quando um átomo move-se com velocidades da ordem de centenas de metros por segundo ao longo de uma onda estacionária $E(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0 \cos(kx)$ formada por um campo

de radiação cujo comprimento de onda está na região do visível, a aproximação de estado estacionário não é mais válida. Isto acontece devido ao fato que, agora a amplitude do movimento atômico varia de acordo com $E(t) = \mathcal{E}_o \cos(kvt)$, sendo $kv \gg \Gamma$ para a luz visível. Assim, os resultados acima derivados para a onda estacionária são válidos apenas no limite $kv \ll \Gamma$, e o caso $kv \geq \Gamma$ requer um procedimento diferente. Nesta subseção, calcularemos a média em um período de oscilação da força de pressão de radiação para velocidades arbitrárias em um campo estacionário de baixa intensidade.

Em uma onda estacionária, temos $\Omega(x) = \Omega_o \cos(kx)$, sendo $\Omega_o = \frac{\mu \mathcal{E}_o}{\hbar}$ e $\theta = 0$. A força atuando sobre o átomo é então expressa por $F_x = -\frac{1}{2}U\Omega_o \hbar k \text{sen}(kx)$. Com $x = vt$, podemos escrever a força média na forma

$$\bar{F}_x = -\frac{1}{2}\Omega_o \hbar k \langle U \text{sen}(kvt) \rangle \quad (2.45)$$

onde U é uma das soluções para o conjunto de Eqs. (2.30).

Como estamos considerando que a intensidade de campo é baixa, ou seja $\Omega_o \ll \Gamma$, o grau de excitação atômica W permanece próximo do valor do estado fundamental, ou seja $W \simeq -1$. Quando $W \simeq -1$, o conjunto de Eqs. (2.30) pode ser resolvido exatamente, para isto consideremos que U e V possam ser dados por

$$U = A \cos(kvt) + B \text{sen}(kvt) \quad (2.46)$$

$$V = C \cos(kvt) + D \text{sen}(kvt)$$

Derivando as Eqs. (2.46) e substituindo os resultados no conjunto de Eqs. (2.30), obtemos

$$\begin{aligned} A &= \frac{-\Delta \Omega_o \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + \Delta^2 - (kv)^2 \right]}{\left[\Delta^2 - (kv)^2\right]^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + 2\Delta^2 + 2(kv)^2\right]} \\ B &= \frac{-\Delta \Omega_o \Gamma kv}{\left[\Delta^2 - (kv)^2\right]^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + 2\Delta^2 + 2(kv)^2\right]} \\ C &= \frac{-\frac{1}{2}\Gamma \Omega_o \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + \Delta^2 + (kv)^2 \right]}{\left[\Delta^2 - (kv)^2\right]^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + 2\Delta^2 + 2(kv)^2\right]} \\ D &= \frac{-\Omega_o kv \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 - \Delta^2 + (kv)^2 \right]}{\left[\Delta^2 - (kv)^2\right]^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + 2\Delta^2 + 2(kv)^2\right]} \end{aligned} \quad (2.47)$$

ra, substituindo a solução de U para o conjunto de Eqs. (2.46) na Eq. (2.45) e tomando a média em um período de oscilação do campo de radiação obtemos

$$\bar{F}_x = \frac{\hbar \Omega_o^2 \Gamma k^2 (\Delta v)}{4 [\Delta^2 - (kv)^2]^2 + \Gamma^2 \left[\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2 + 2\Delta^2 + 2(kv)^2 \right]} \hat{x} \quad (2.48)$$

Observe que, a força média sobre o átomo devido a um campo estacionário na aproximação de campo fraco é um número positivo vezes Δv . Assim, quando o campo é sintonizado abaixo da ressonância o átomo é resfriado enquanto que, quando o campo é sintonizado acima da ressonância, o átomo é aquecido.

Um cálculo preciso da força de radiação provocada por um campo estacionário de alta intensidade ($\Omega \gg \Gamma$) requer a solução completa do conjunto de Eqs. (2.30). Este problema é muito mais difícil que os exemplos simples considerados aqui e no Cap. III. Descreveremos algumas formas de resolvê-lo, para sistemas atômicos de dois e três níveis.

2.4 Aplicação da Força Espontânea: A Armadilha Magneto-Óptica

A idéia de que a matéria é constituída por átomos surgiu na grécia antiga com Leucipo e Demócrito em 460 a.C.. Estes consideravam os átomos como indestrutíveis, sólidos, incompressíveis, porém diferindo em tamanho, rigidez, forma e coesão. Porém, a não adesão a esta concepção por parte de Platão e Aristóteles foi, em parte, responsável pela teoria atômica ter sido ignorada nos séculos seguintes, até cerca de 1600, quando grandes cientistas voltaram-se novamente para as idéias dos gregos.

Em 1808, J. Dalton, propôs um modelo que considerava o átomo como sendo indestrutível e de peso característico para cada elemento. Dessa forma, as leis da Química e a lei de conservação da massa, que foi proposta por A. Lavoisier em 1785, receberam uma explicação simples. Dalton utilizava o conceito de átomo para expressar tanto a menor partícula de um elemento como a menor partícula representativa de um composto. O conceito de molécula foi estabelecido depois por A. Avogadro.

No começo deste século, inúmeras evidências experimentais, entre elas o espalhamento de raios-X por átomos e o efeito fotoelétrico, indicavam que os átomos eram constituídos por partículas negativas, conhecidas como elétrons e partículas positivas, conhecidas como prótons. Essas evidências levaram ao estudo da distribuição das partículas

positivas e negativas no átomo. O primeiro a tentar descrever esta distribuição foi J. J. Thomson em 1904, ele considerou que os elétrons estariam localizados no interior de uma distribuição contínua de cargas positivas e que essa distribuição era esférica. Este modelo ficou conhecido como "plum pudding". A inadequação do modelo de Thomson foi definitivamente mostrada em 1911 por E. Rutherford que mostrou, a partir do espalhamento de partículas α por átomos, que a carga positiva não estava espalhada em todo o átomo, e sim em uma pequena região no centro do átomo denominada núcleo, e que as cargas negativas circundavam o núcleo de forma a neutralizar o átomo.

No entanto, surgiram sérias questões sobre a estabilidade deste modelo. A princípio, poderíamos considerar que os elétrons circulavam em torno do núcleo da mesma forma que os planetas circulam em torno do sol. Entretanto, já se sabia que elétrons acelerados emitem energia e, conseqüentemente, estes elétrons se movimentariam em espiral até atingirem o núcleo. Além disso, este processo de emissão possuía um espectro contínuo de radiação, o que não estava de acordo com os espectros discretos emitidos pelos átomos. Este problema foi solucionado em 1913 por N. Bohr através da quantização do momento angular atômico, e por conseguinte, da energia total do átomo. Bohr considerou que os elétrons se moviam apenas em órbitas circulares permitidas, sobre influência da atração coulombiana e que, os elétrons nestas órbitas, não emitem radiação eletromagnética.

A partir de então, inúmeros experimentos foram realizados no sentido de obter-se um melhor entendimento do comportamento destes constituintes. Como resultado, surgiram novas e interessantes áreas de conhecimento em Física como por exemplo: Física do Estado Sólido, Física de Partículas Elementares, Física Nuclear e Física Atômica e Molecular.

Técnicas experimentais de alta qualidade e poder de resolução foram desenvolvidas para observar a estrutura da matéria e detectar os processos dinâmicos que nela ocorrem. Entretanto, para entender o comportamento bastante complicado de processos naturais como uma interação de uns poucos constituintes governados por forças e leis fundamentais, devemos medir as propriedades dos constituintes relevantes e suas interações de forma extremamente precisa. Como todos os processos na natureza são interligados, devemos separá-los e estudá-los individualmente.

Um exemplo claro disto se verifica quando estudamos a absorção de radiação (laser) por uma amostra gasosa de átomos. Um dos fatores que limitam a precisão das medidas efetuadas é o efeito Doppler associado ao fato que os átomos da amostra se movem com

velocidade da ordem de centenas de metros por segundo. Isto ocasiona um alargamento da linha espectral. Assim, para determinarmos com precisão a energia de absorção por exemplo, devemos reduzir o movimento dos átomos de forma a diminuir o alargamento por efeito Doppler. A solução deste problema acarretou o desenvolvimento da espectroscopia de alta resolução, que hoje é amplamente utilizada em experimentos de Física Atômica e Molecular. Existem muitos outros exemplos em Física, que mostram que experimentos de alta resolução revelaram novos fenômenos, inspiraram novas idéias e confirmaram ou não teorias bem estabelecidas. Além disto, algumas destas técnicas também foram utilizadas em outras áreas de conhecimento como Química, Biologia e Engenharia.

Uma das idéias que foi superada com o desenvolvimento da técnica de aprisionamento de átomos em armadilhas magneto-ópticas foi estabelecida há dois séculos atrás por Georg Lichtenberg, que disse: *"I think it is a sad situation in all our chemistry that we are unable to suspend the constituents of matter free."*

Neste século, mais precisamente nos últimos cinquenta anos, a ciência foi capaz não apenas de separar os constituintes da matéria, mas também de aprisionar átomos e íons sem utilizar paredes materiais. Tais armadilhas permitem a observação de partículas isoladas, ou até mesmo de apenas uma partícula durante um longo período de tempo e assim, de acordo com o princípio da incerteza de Heisenberg, medir as propriedades deste sistema com alta precisão.

Em particular, a possibilidade de observarmos partículas aprisionadas abre uma nova dimensão em medidas atômicas. Até há pouco tempo, antes do desenvolvimento das armadilhas para átomos e íons, todas as medidas eram realizadas sobre um ensemble de partículas. Assim, o valor medido da probabilidade de transição entre dois auto-estados de um átomo, é na verdade uma média sobre muitas partículas. Implicitamente supomos que todos os átomos exibem exatamente o mesmo comportamento estatístico de um único átomo. No caso de aprisionarmos apenas um único átomo, podemos observar suas interações com o campo de radiação e seu próprio comportamento estatístico.

A física de aprisionamento de átomos neutros teve início com o domínio da técnica de construção de feixes atômicos e moleculares desenvolvido entre os anos de 1950 e 1960 por Paul [4], Dehmelt [5] e Ramsey [6]. Entretanto, foi com o advento do laser em 1960 e com a proposta de desaceleração de átomos por luz feita por Hänsch e Schawlow [7] em 1975 que pode-se realmente desacelerar e aprisionar átomos neutros. Depois de várias

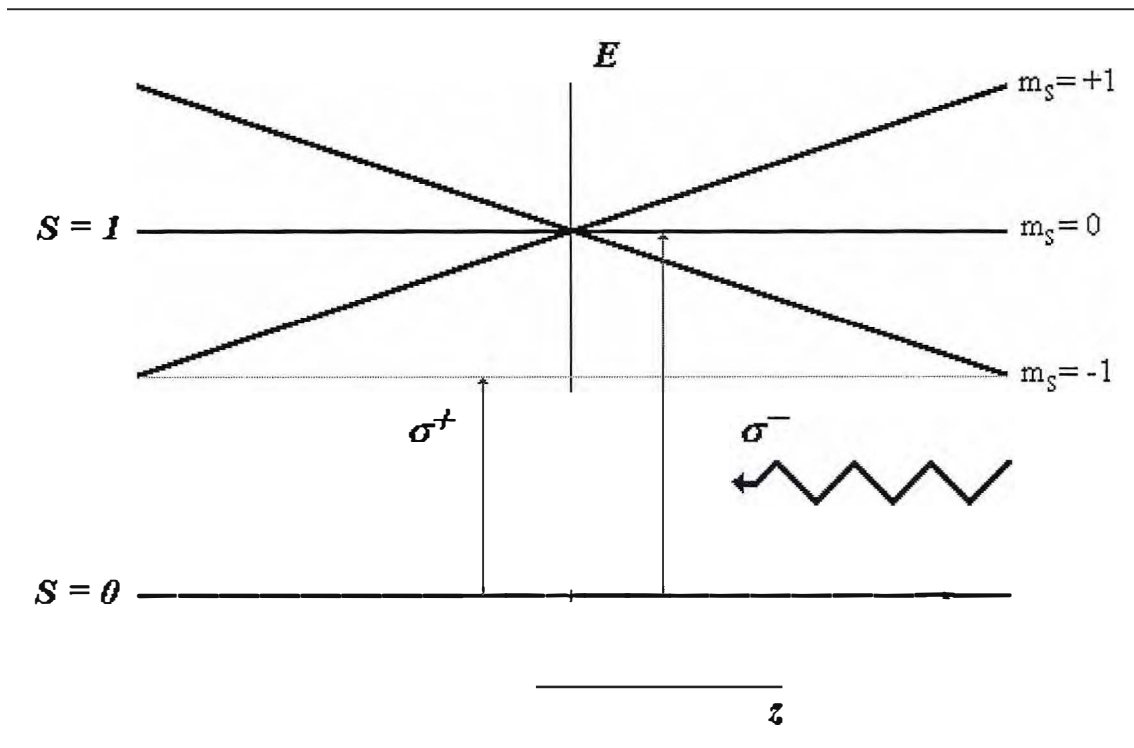


Fig. 2.1- Diagrama dos níveis de energia de um átomo hipotético de dois níveis na presença de um campo magnético que varia linearmente com a posição.

tentativas feitas com o intuito de obter-se o aprisionamento efetivo em três dimensões, finalmente em 1987, E. Raab *et al* [8] realizaram a primeira armadilha magneto-óptica para átomos neutros. Esta armadilha propiciou inúmeros novos experimentos de ultra-alta resolução, investigação de processos colisionais entre átomos frios e mais recentemente a observação do quinto estado da matéria, ou seja, do condensado de Bose-Einstein [9]

Podemos entender o princípio de funcionamento da AMO considerando um átomo de dois níveis, cujo estado fundamental tem spin $S = 0$ ($m_s = 0$) e o estado excitado $S = 1$ ($m_s = 0; \pm 1$) na presença de um campo magnético não homogêneo que varia linearmente com a posição ao longo do eixo z . Devido ao efeito Zeeman os níveis de energia do estado excitado deslocam-se como mostrado na Fig. (2.1).

Considere também, que o átomo está interagindo com dois feixes gaussianos, não focalizados, contrapropagantes e sintonizados abaixo da frequência de ressonância do átomo, de forma que o laser que propaga na direção $+\hat{z}$ tem polarização σ^+ e o que se propaga na direção $-\hat{z}$ tem polarização σ^- . Se o átomo estiver parado na origem não há força resultante sobre ele. Caso o átomo se mova na direção $+\hat{z}$, ele estará mais ressonante

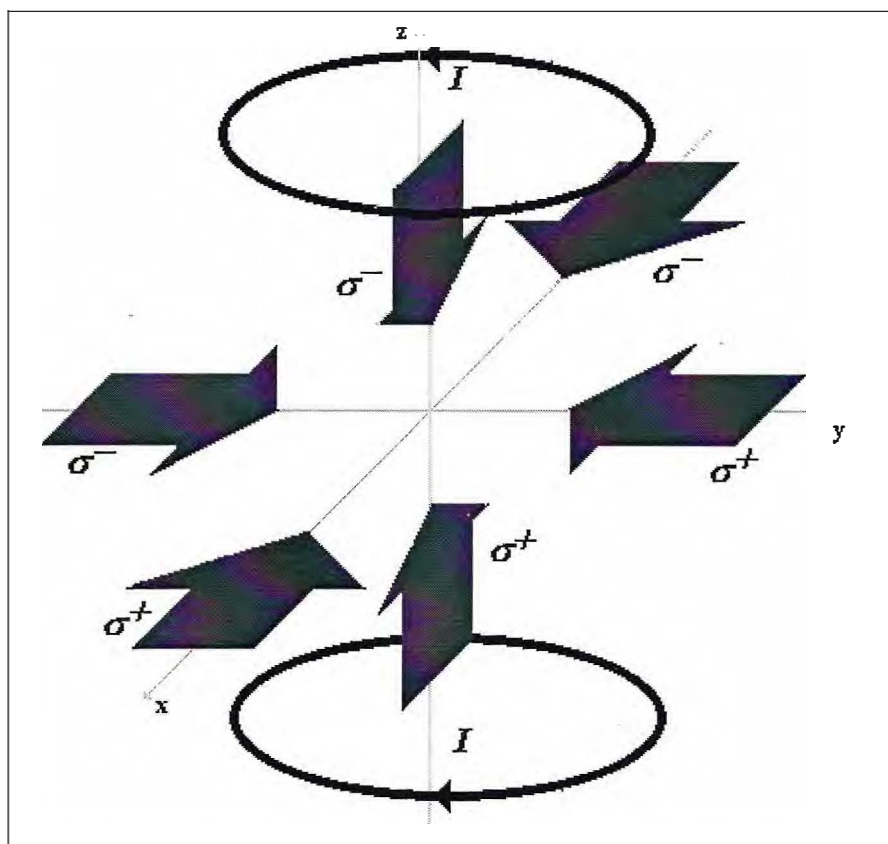


Fig. 2.2- Diagrama esquemático tridimensional da configuração dos feixes laser circularmente polarizados e do campo magnético quadrupolar esférico utilizados na obtenção da Armadilha Magneto-Óptica. As setas indicam o sentido percorrido pela corrente nas bobinas (configuração de anti-Helmholtz) e σ^+ e σ^- denotam as polarizações circular à direita e à esquerda, respectivamente.

com o feixe σ^- , uma vez que ele está mais próximo da frequência de transição ($\Delta m = -1$), e neste caso ele sofre uma força que tende a trazê-lo de volta à origem. Quando o átomo se movimenta na direção $-\hat{z}$, ele estará mais ressonante com o feixe σ^+ , dada sua proximidade com a frequência de transição ($\Delta m = 1$), fazendo também com que o átomo sofra uma força que o leva para a origem. Por conseguinte, a origem é um ponto de equilíbrio estável.

Este sistema unidimensional pode facilmente ser expandido para se obter a AMO, conforme mostra a Fig. 2.2. Basta acrescentar os feixes contrapropagantes para os eixos x e y , e substituir o campo magnético que varia linearmente com a posição pelo campo quadrupolar esférico.

Baseado nisto, como discutido por E. Raab *et al* [8], o comportamento do átomo nesta armadilha é descrito pela seguinte equação

$$\mathbf{F} \cong -\kappa\mathbf{r} - \alpha\dot{\mathbf{r}} \quad (2.49)$$

onde $-\kappa\mathbf{r}$ é a força restauradora devido a abertura dos subníveis de energia pelo campo magnético devido ao efeito Zeeman e ao uso das polarizações corretas, e $-\alpha\dot{\mathbf{r}}$ é a força de amortecimento devido ao resfriamento por efeito Doppler. Esta equação é aproximada, porém, como os átomos ao serem aprisionados possuem baixas velocidades, ela descreve bem o comportamento do átomo na AMO.

Para determinarmos os coeficientes κ e α utilizaremos as expressões da força de radiação derivadas na Seç. (2.2) para um campo gaussiano. Com base nesta seção, sabe-se que um campo de radiação gaussiano exerce sobre o átomo de dois níveis uma força transversal, devido a interação entre o momento de dipolo induzido no átomo e o gradiente de campo, e uma outra axial, devido a transferência de momentum do fóton para o átomo, dadas pelas Eqs. (2.44) e (2.43), respectivamente. Com a inserção do campo magnético estas expressões devem ser alteradas, incluindo-se o termo associado ao deslocamento dos níveis de energia pela presença do campo.

Como os feixes utilizados na AMO não são focalizados, o gradiente de campo é pequeno, de forma que a força predominante é a espontânea. Dessa forma, o módulo da força resultante sobre um átomo que se move ao longo do eixo z na presença de dois lasers contrapropagantes não focalizados nesta mesma direção, sintonizados abaixo da frequência de transição e na presença de um campo magnético que varia linearmente com a posição é dada por

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{4} \left\{ \frac{\Omega^2}{[(\Delta - kv_z - \gamma B_z) + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}]} - \frac{\Omega^2}{[(\Delta + kv_z + \gamma B_z) + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}]} \right\} \quad (2.50)$$

sendo γ a constante Zeeman, que para os alcalinos vale 1,4 MHz/G, e B_z a componente do campo magnético na direção z .

Na aproximação de campos baixos e pequenas velocidades tem-se que

$$\Delta > kv_z + \gamma B_z \quad (2.51)$$

Podemos então, expandir o denominador da Eq. (2.51) em potências de $\frac{\Delta}{\xi}$, onde $\xi = kv_z + \gamma B_z$. Expandindo até a primeira ordem de $\frac{\Delta}{\xi}$, temos

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{4} \left\{ \frac{\Omega^2}{\chi - 2\xi\Delta} - \frac{\Omega^2}{\chi + 2\xi\Delta} \right\} \quad (2.52)$$

= $\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}$. Como $\xi\Delta \ll \chi$, obtemos

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{4\chi} \left\{ \Omega^2 \left(1 + \frac{2\xi\Delta}{\chi} \right) - \Omega^2 \left(1 - \frac{2\xi\Delta}{\chi} \right) \right\} = \frac{\hbar k \Gamma \Omega^2 \xi \Delta}{\chi^2} \quad (2.53)$$

Substituindo os valores de χ e ξ na Eq. (2.53) e usando o fato que $\Delta < 0$ e $B_z = bz$,

obtemos as seguintes expressões para κ e α

$$\kappa = \frac{16\hbar k \Gamma \Omega^2 |\Delta| \gamma b}{\left[\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]^2} \quad (2.54)$$

$$\alpha = \frac{\alpha k}{\gamma b} \quad (2.55)$$

Com isto, podemos descrever o movimento do átomo dentro da AMO. De posse desses parâmetros, pode-se também determinar a dispersão dos átomos aprisionados. A equação de movimento obtida a partir da Eq. (2.53) pode ser escrita na forma

$$\ddot{\mathbf{r}} + \tilde{\alpha}\dot{\mathbf{r}} + \omega_o^2\mathbf{r} = 0 \quad (2.56)$$

e $\tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{m}$ é a constante de amortecimento, $\omega_o^2 = \frac{\kappa}{m}$ é a frequência de oscilação e m a massa do átomo.

A distribuição de átomos aprisionados pode então ser dada pela solução da equação de Fokker-Planck [10] para o oscilador harmônico isotrópico amortecido

$$n(r) = \left(\frac{\alpha}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{\alpha r^2}{k_B T} \right) \quad (2.57)$$

Essa é uma distribuição gaussiana centrada em $r = 0$, como para o gás ideal, de forma que

$$\langle r \rangle = 0 \quad (2.58)$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{k_B T}{\alpha} \quad (2.59)$$

Este resultado assegura que, pelo teorema da equipartição, o termo $\langle r^2 \rangle$ está relacionado com a temperatura de equilíbrio, que é dada por

$$k_B T = \frac{D}{\beta} \quad (2.60)$$

sendo D o coeficiente de difusão associado à emissão espontânea.

Vale salientar que toda a teoria desenvolvida nesta subseção é apenas uma aproximação, visto que para um átomo real os níveis possuem $2F + 1$ estados degenerados

devido à interação hiperfina. Quando o campo magnético é suficiente intenso estes níveis estão bastante separados, o que torna a aproximação melhor. No entanto, para campos poucos intensos, regime no qual a armadilha trabalha, estes níveis estão muito próximos e deve-se levar em conta todas as transições que são permitidas pelas regras de seleção por dipolo elétrico, como feito por Lindquist *et al* [11]

De acordo com alguns resultados já publicados por vários autores, podemos verificar que, mesmo de forma aproximada, a força espontânea descreve de maneira bastante satisfatória vários resultados experimentais. Antes dos resultados descritos na Ref.[9] , onde demonstrou-se pela primeira vez a obtenção do Condensado de Bose-Einstein, a maioria dos pesquisadores envolvidos com este problema, pensava que uma das formas de superar o limite $n\lambda_{DB}^3 \sim 1$, onde λ_{DB} é o comprimento de onda de Broglie para o átomo, era aumentar o número de átomos aprisionados pela AMO.

Poderíamos pensar inicialmente que, ao aumentarmos a intensidade dos feixes de aprisionamento aumentaríamos o número de átomos aprisionados e conseqüentemente a densidade. Entretanto, isto não é verdade pois, de acordo com Eq. (2.37), observa-se que a força resultante tende a um valor de saturação quando a intensidade dos feixes é muito alta ($\Omega_0^2 \rightarrow \infty$). Por outro lado, quando o número de átomos aprisionados na AMO é muito grande ($N > 10^7$), surge uma força repulsiva, denominada de força de confinamento da radiação, que tende a aumentar o volume da nuvem de átomos aprisionados. Em conseqüência temos que a densidade n tende a um valor constante, como demonstrado por Ketterle *et al.* [12] . Várias tentativas de se modificar a AMO original no sentido de superar estes limites impostos foram experimentadas. Entre outras podemos citar: (i) Armadilha Magnético-Óptica Escura [12] , (ii) Armadilha Magnético-Óptica usando força de vórtice [13] e (iii) Armadilha Magnético-Óptica com feixes auxiliares [14] , [15] .

Infelizmente, nenhuma destas novas configurações foi capaz de apresentar resultados significativos. Entretanto, em 1994, O. Emile *et al* [16] publicaram um trabalho em que demonstraram o aprisionamento magneto-óptico de átomos de Césio (Cs) usando a força de força dipolo retificada. A grande vantagem de se utilizar esta força, é devido ao fato dela não saturar quando $\Omega_0^2 \gg \Gamma$. Assim, a princípio, podemos obter um número de átomos aprisionados maior que o obtido utilizando a força espontânea, e por conseguinte tentarmos observar a condensação de Bose-Einstein. Os processos físicos envolvidos na

retificação da força de dipolo produzidas por um campo de radiação estacionário sobre um átomo são discutidos no próximo capítulo.

Referências

- [1] R. Cook, Phys. Rev. A **20**, 224 (1979)
- [2] A. Yariv, *Quantum Eletronics, New York*, John Wiley & Sons, (1975)
- [3] J. E. Bjorkholm, R. R. Freeman, A. Ashkin, e D. J. Pearson, Phys. Rev. Lett. **41**, 1361 (1978)
- [4] W. Paul e H. Steinwedel, Z. Natur. Teil A **8**, 448 (1953)
- [5] H. Dehmelt, *Advances in Atommic and Molecular Physics*, Vol. 3, Ed. por D. Bate e I. Estermann, Academic Press, New York (1967)
- [6] N. Ramsey, *Molecular Beams*, Oxford University Press, London (1956)
- [7] T. Hänsh e A. Schawlow, Opt. Commum. **13**, 68 (1975)
- [8] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu e D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987)
- [9] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman e E. Cornell, Science **269**, 198 (1995)
- [10] W. L. Louissel, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, New York, John Wiley & Sons, (1973)
- [11] K. Lindquist, M. Stephans e C. Wieman, Phys. Rev.A. **46**, 4082 (1992)
- [12] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin e D. pritchard, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993)
- [13] T. Walker, D. Hoffmann, P. Feng e R. S. Williamsom III, Phys. Lett. A **163**, 309 (1992)
- [14] A. G. Sinclair, E. Riis e M. Snadden, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 2333, (1994)
- [15] J. Flemming, L. Marcassa, R. Horowicz, S. C. Zílio e V. Bagnato, Opt. Lett. **24**, 2529 (1996)
- [16] O. Emile, F. Bardou, C. Salomon, Ph. Laurent, A. Nadir e A. Clairon, Europhys. Lett. **20**, 687 (1992)

3. Retificação da Força de Dipolo

3.1 Introdução

Como mencionamos no Cap. II, recentes experimentos [1] , [2] demonstraram a existência de um novo tipo de força de radiação estimulada, denominada de força magneto-óptica. Esta força surge devido à presença de um campo de radiação aproximadamente monocromático, formado por um par de lasers contrapropagantes linearmente polarizados e um campo magnético estático longitudinal. Fisicamente, a força entre os dois lasers, é induzida pela presença do campo magnético que, devido ao efeito Zeeman, quebra a degenerescência dos níveis atômicos. Esta configuração permite a retificação da força de dipolo óptica, tornando-a muito intensa de forma a superar a força espontânea.

Por outro lado, como podemos controlar o sinal e a magnitude da força magneto-óptica, podemos utilizá-la na realização de novos tipos de armadilhas magneto-óptica como demonstrado por Emile *et al* [3] e Höpe *et al*[4] .

Neste capítulo iremos discutir, dentre os possíveis esquemas de retificação da força de dipolo, apenas dois, a saber: *(i)* retificação da força de dipolo para um sistema de três níveis tipo Λ (considerado em repouso) interagindo com dois campos estacionários de diferentes frequências e *(ii)* retificação da força de dipolo para um sistema atômico de dois níveis ($J = 0$ e $J = 1$) interagindo com um campo radiação monocromático, formado por duas ondas progressivas linearmente polarizadas, na presença de um campo magnético estático. Os resultados obtidos para o caso estacionário serão usados para explicar os experimentos de deflexão de feixes atômicos. Por fim, estudaremos as soluções não estacionárias.

3.2 Retificação da força de dipolo atuando sobre um átomo de três níveis tipo Λ interagindo com dois lasers estacionários de diferentes frequências

3.2.1 Mecanismos básicos de retificação

Vamos considerar um átomo de três níveis conforme mostra a Fig. (3.1). Esta configuração é denominada tipo Λ , pois temos dois subníveis formando o estado fundamental ($|1\rangle$ e $|2\rangle$) e um nível correspondendo ao estado excitado ($|3\rangle$). As taxas de decaimento entre os estados $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ e $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ serão consideradas, sem perda de generalidade, iguais ($\Gamma = 4\gamma$) e ainda consideraremos que não haja relaxação entre os níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$.

As transições $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ são produzidas pela interação do átomo com os respectivos campos estacionários

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \epsilon_{10} \text{sen}(k_1 x) e^{-i\omega_1 t} + c.c. \\ \mathbf{E}_2 &= \epsilon_{20} \text{sen}(k_2 x) e^{-i\omega_2 t} + c.c. \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde *c.c.* denota o complexo conjugado do primeiro termo. Considerando que a frequência do laser 1 (ω_1) seja deslocada para o azul da frequência de ressonância entre os níveis $|1\rangle$ e $|3\rangle$ (ω_{31}) podemos escrever $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{31} > 0$. Por simplicidade, escolhemos a frequência do laser 2 (ω_2) de forma que $\Delta_2 = -\Delta_1$, ou seja, a frequência do laser 2 esteja deslocada para o vermelho da frequência de ressonância entre os níveis $|2\rangle$ e $|3\rangle$ (ω_{32}).

Antes de apresentarmos os cálculos que levam a retificação da força de dipolo para intensidades arbitrárias dos campos de radiação, vamos discutir o que ocorre quando a intensidade é tal que $\Omega \ll \gamma$, ou seja no limite de baixa saturação. Considerando que os dois campos estejam defasados de 45° ($\Delta k = k_1 - k_2 = \frac{\pi}{4}$), observamos, da Fig. (3.2b), que a distribuição não uniforme da intensidade (Fig. (3.2a)) leva a uma distribuição não uniforme das probabilidades do átomo ser localizado nos subníveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$. A Fig. (3.2c) mostra a força de dipolo F_{01} (F_{02}) calculada considerando que a transição $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ é um sistema de dois níveis independente. O processo de bombeamento óptico, via transição Raman estimulada $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle$, fará com que a força resultante sobre o átomo de três níveis tipo V, seja dada pela soma da força F_{01} multiplicada pela probabilidade ρ_{11} que o

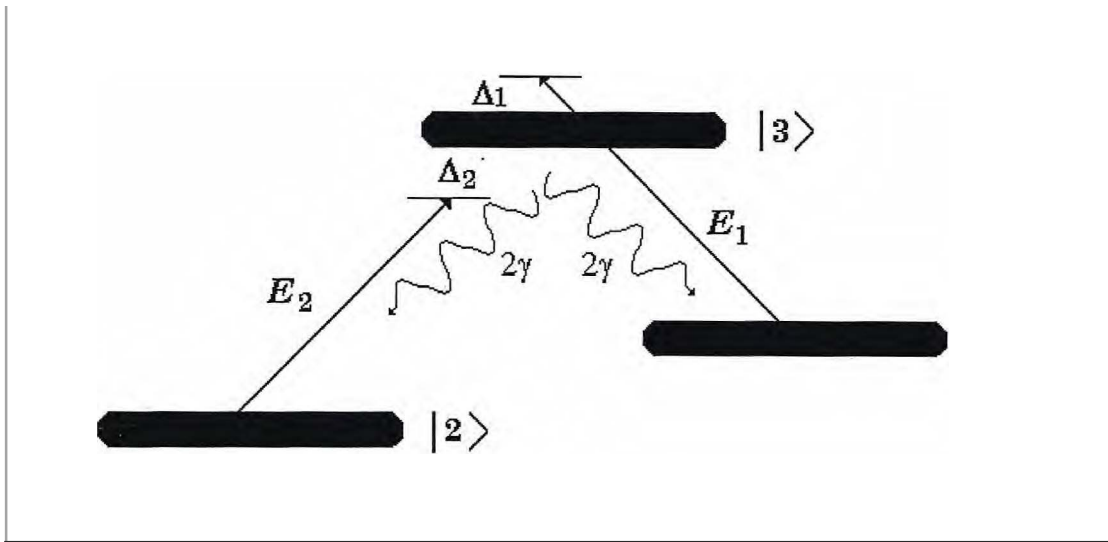


Fig. 3.1- Átomo de três níveis tipo Λ submetido a dois campos monocromáticos de diferentes frequências e mesma intensidade, polarizados linearmente defasados entre si.

átomo esteja no subnível $|1\rangle$ e a força F_{02} multiplicada por ρ_{22} , como mostra a Fig. (3.2d). A área negativa da força é maior que a positiva, e portanto a média em um comprimento de onda da força de dipolo é negativa.

Como já afirmamos, esta situação ocorre quando $\Omega \ll \gamma$ ou $\Omega \ll \Delta_i$ ($i = 1, 2$). O desenvolvimento de uma força retificada no caso de intensidades arbitrárias é associado com a relação geral entre a força de dipolo e a dessintonia Δ_i , ou seja

$$\mathbf{F}_{dip} = -\hbar \frac{\Delta_i}{2\Omega_i^2(x) + \gamma^2 + \Delta_i^2} \frac{\partial \Omega_i^2(x)}{\partial x} \quad (3.2)$$

Assim, se as intensidades dos campos de radiação forem altas o suficiente de forma que as dessintonias Δ_i modifiquem-se pela inclusão do termo associado ao deslocamento de luz, induzido pelos campos \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 , podemos reverter o sinal da força média tornando-a positiva. A seguir, mostraremos detalhadamente como o processo de retificação da força de dipolo ocorre.

3.2.2 Derivação da força de dipolo

Como verificamos no Cap. II, a força de dipolo devido a um campo de radiação estacionário exercida sobre o átomo [5] é dada por

$$\mathbf{F} = \hbar p_{ij} \nabla \Omega_i + c.c. \quad (3.3)$$

onde *c.c.* denota o complexo conjugado do primeiro termo, p_{ij} são os elementos fora da diagonal principal da matriz densidade e Ω é a frequência de Rabi. Assim, para um sistema de três níveis do tipo Λ na presença de dois campos estacionários de diferentes frequências, a força pode ser expressa por

$$\mathbf{F} = \hbar (p_{31} + p_{31}^*) \nabla \Omega_1 + \hbar (p_{32} + p_{32}^*) \nabla \Omega_2 \quad (3.4)$$

Para encontrarmos a expressão da força, devemos resolver a equação de movimento para a matriz densidade, que é obtida a partir de

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] \quad (3.5)$$

onde H é a hamiltoniana do sistema dada por

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & -\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{E}_1 \\ 0 & E_2 & -\boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{E}_2 \\ -\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{E}_1 & -\boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{E}_2 & E_3 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

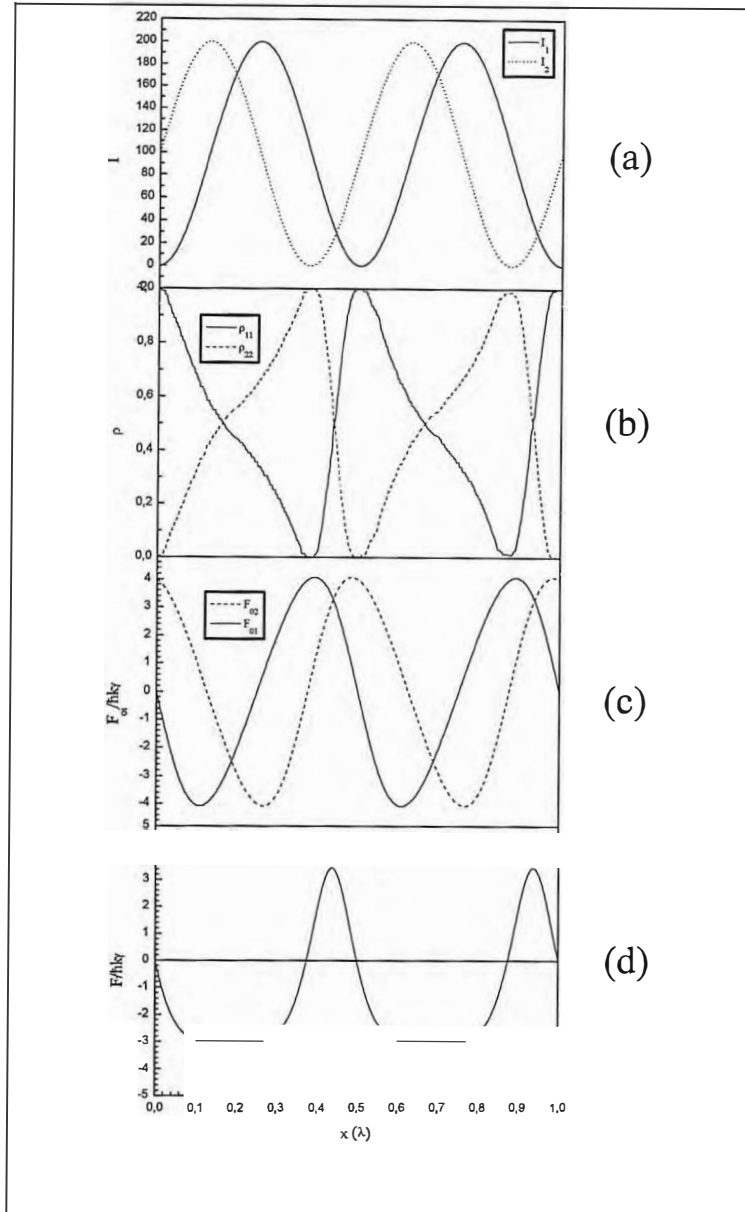


Fig. 3.2- Conportamento espacial em escala macroscópica de: (a) intensidades dos campos de radiação, (b) populações dos subníveis fundamentais, (c) força de dipolo calculada na suposição de que as transições possam ser consideradas como átomos de dois níveis separadamente e (d) a força de dipolo resultante sobre o átomo. Aqui $\Omega_0 = 10\gamma$, $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

sendo μ_i ($i = 1, 2$) o momento de dipolo induzido no átomo pela radiação, relativo as transições $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, respectivamente.

Aplicando então, a Hamiltoniana (3.6) à Eq. (3.5), obtemos o seguinte conjunto de equações para as componentes da matriz densidade

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= i\tilde{\Omega}_1(\rho_{31} - \rho_{31}^*) & (3.7) \\
\dot{\rho}_{22} &= i\tilde{\Omega}_2(\rho_{32} - \rho_{32}^*) \\
\rho_{33} &= i\tilde{\Omega}_1(\rho_{31}^* - \rho_{31}) - i\tilde{\Omega}_2(\rho_{32} - \rho_{32}^*) \\
&\quad -i\omega_{32}\rho_{32} + i\tilde{\Omega}_2(\rho_{22} - \rho_{33}) + i\tilde{\Omega}_1\rho_{21}^* \\
&\quad -\frac{i}{\hbar}(E_2 - E_1)\rho_{21} + i\tilde{\Omega}_2\rho_{31} - i\tilde{\Omega}_1\rho_{32}^* \\
&\quad -i\omega_{31}\rho_{31} + i\tilde{\Omega}_1(\rho_{11} - \rho_{33}) + i\tilde{\Omega}_2\rho_{21}
\end{aligned}$$

onde usamos o fato que

$$-E_3 - E_1 \quad (3.8)$$

$$\hbar\omega_{32} = E_3 - E_2$$

e definimos

$$\begin{aligned}
\tilde{\Omega}_1 &= \frac{\mu_1 \epsilon_{10}}{\hbar} \text{sen}(k_1 x) e^{-i\omega_1 t} + c.c. & (3.9) \\
\tilde{\Omega}_2 &= \frac{\mu_2 \epsilon_{20}}{\hbar} \text{sen}(k_2 x) e^{-i\omega_2 t} + c.c.
\end{aligned}$$

Definindo uma nova matriz, cujos elementos são dados por

$$\begin{aligned}
\rho_{31} &= p_{31} e^{-i\omega_1 t} & (3.10) \\
\rho_{32} &= p_{32} e^{-i\omega_2 t} \\
\rho_{21} &= p_{21} e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} \\
\rho_{11} &= p_{11} \\
\rho_{22} &= p_{22} \\
\rho_{33} &= p_{33}
\end{aligned}$$

podemos reescrever o conjunto de Eqs. (3.7), após usarmos a aproximação de onda girante [6], como

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{31} - i\Delta_1 p_{31} &= i(p_{11} - p_{33})\Omega_1 + i\Omega_2 p_{21} & (3.11) \\
\dot{p}_{32} - i\Delta_2 p_{32} &= i(p_{22} - p_{33})\Omega_2 + i\Omega_1 p_{21}^*
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{21} - i(\Delta_1 - \Delta_2)p_{21} &= -ip_{32}^*\Omega_1 + i\Omega_2p_{31} \\
\dot{p}_{33} &= i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_1 + i(p_{32}^* - p_{32})\Omega_2 \\
p_{22} &= -i(p_{32}^* - p_{32})\Omega_2 \\
\dot{p}_{11} &= -i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_1
\end{aligned}$$

onde $\Delta_i = \omega_1 - \omega_{3i}$ é a dessintonia e $\Omega_i = \frac{\mu_i \epsilon_i}{\hbar} \text{sen}(k_i x)$ é a frequência de Rabi associadas a cada transição ($i = 1, 2$).

Da mesma forma que no capítulo anterior, incluiremos os termos de relaxação fenomenologicamente, considerando que as populações decaem com uma taxa 2γ e as coerências com γ . Assim, o conjunto de Eqs. (3.11) passa a ser dado por

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{31} - i\Delta_1 p_{31} &= -iQ_{31}\Omega_1 + i\Omega_2 p_{21} - \gamma p_{31} \\
\dot{p}_{32} - i\Delta_2 p_{32} &= -iQ_{32}\Omega_2 + i\Omega_1 p_{21}^* - \gamma p_{32} \\
\dot{p}_{21} - i(\Delta_1 - \Delta_2)p_{21} &= -ip_{32}^*\Omega_1 + i\Omega_2 p_{31} \\
p_{33} &= i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_1 + i(p_{32}^* - p_{32})\Omega_2 + 4\gamma p_{33} \\
p_{22} &= -i(p_{32}^* - p_{32})\Omega_2 - 2\gamma p_{33} \\
\dot{p}_{11} &= -i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_1 - 2\gamma p_{33}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

onde Q_{31} e Q_{32} são a diferença de população entre os níveis $|1\rangle$ e $|3\rangle$ e entre os níveis $|2\rangle$ e $|3\rangle$, respectivamente. Em função de \dot{Q}_{31} e \dot{Q}_{32} , o conjunto de Eqs. (3.12) pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{31} + (\gamma - i\Delta_1)p_{31} &= -iQ_{31}\Omega_1 + i\Omega_2 p_{21} \\
\dot{p}_{32} + (\gamma - i\Delta_2)p_{32} &= -iQ_{32}\Omega_2 + i\Omega_1 p_{21}^* \\
\dot{p}_{21} - i(\Delta_1 - \Delta_2)p_{21} &= -ip_{32}^*\Omega_1 + i\Omega_2 p_{31} \\
\dot{Q}_{31} + 2\gamma(1 + Q_{31}) &= -2\gamma Q_{32} - 2i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*) - i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) \\
\dot{Q}_{32} + 2\gamma(1 + Q_{32}) &= -2\gamma Q_{31} - 2i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) - i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Assim, resolvendo-se o sistema de Eqs. (3.13) obtemos a força de dipolo sobre o átomo dada pela Eq. (3.4). Considerando que $k\nu \ll \gamma$, podemos usar a aproximação de estado estacionário e dessa forma escrevermos

$$\begin{aligned}
(\gamma - i\Delta_1)p_{31} &= -iQ_{31}\Omega_1 + i\Omega_2 p_{21} \\
(\gamma - i\Delta_2)p_{32} &= -iQ_{32}\Omega_2 + i\Omega_1 p_{21}^*
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
i(\Delta_1 - \Delta_2)p_{21} &= ip_{32}^*\Omega_1 - i\Omega_2p_{31} \\
2\gamma(1 + Q_{31}) &- -2\gamma Q_{32} - 2i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*) - i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) \\
2\gamma(1 + Q_{32}) &- -2\gamma Q_{31} - 2i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) - i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*)
\end{aligned}$$

Eliminando-se p_{21} , obtemos o seguinte conjunto de equações

$$\begin{aligned}
\gamma p_{31} - i \left[\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] p_{31} &- -iQ_{31}\Omega_1 + i \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} p_{32}^* & (3.15) \\
\gamma p_{32} - i \left[\Delta_2 + \frac{\Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] p_{32} &- -iQ_{32}\Omega_2 - i \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} p_{31}^* \\
2\gamma(1 + Q_{31}) &- -2\gamma Q_{32} - 2i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*) - i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) \\
2\gamma(1 + Q_{32}) &- -2\gamma Q_{31} - 2i\Omega_2(p_{32} - p_{32}^*) - i\Omega_1(p_{31} - p_{31}^*)
\end{aligned}$$

Agora, escrevendo o conjunto (3.15) em termos das componentes da equação de Maxwell-Bloch, a saber

$$\begin{aligned}
U_1 &- p_{31} + p_{31}^* & (3.16) \\
U_2 &- p_{32} + p_{32}^* \\
V_1 &- -i(p_{31} - p_{31}^*) \\
V_2 &- -i(p_{32} - p_{32}^*) \\
W_1 &= Q_{31} \\
W_2 &= Q_{32}
\end{aligned}$$

obtemos finalmente

$$\begin{aligned}
\gamma U_1 + \left[\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] V_1 &- \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} V_2 & (3.17) \\
\gamma U_2 + \left[\Delta_2 + \frac{\Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] V_2 &- \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} V_1 \\
\Omega_1 V_1 &- \Omega_2 V_2 \\
\left[\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] U_1 - \gamma V_1 &= 2\Omega_1 W_1 - \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} U_2 \\
\left[\Delta_2 + \frac{\Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] U_2 - \gamma V_2 &= 2\Omega_2 W_2 + \frac{\Omega_2\Omega_1}{\Delta_1 - \Delta_2} U_1 \\
2\gamma W_2 + 2\gamma W_1 &= 2\Omega_1 V_1 + \Omega_2 V_2 - 2\gamma \\
2\gamma W_2 + 2\gamma W_1 &= 2\Omega_2 V_2 + \Omega_1 V_1 - 2\gamma
\end{aligned}$$

terve que surge, devido a presença dos campos Ω_1 e Ω_2 , uma espécie de dessintonia efetiva, dada por

$$\begin{aligned}\Delta_{13} &= \Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \\ \Delta_{23} &= \Delta_2 + \frac{\Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2}\end{aligned}\quad (3.18)$$

que está associado ao alargamento por potência devido a estes campos. Estes alargamentos modificam os níveis de energia e, como os campos variam espacialmente, tal variação dará a uma modulação da dessintonia que ocasionará, como veremos na próxima seção, a modificação da força de dipolo óptica.

Resolvendo o sistema de equações expresso pelas Eqs. (3.17), podemos reescrever a Eq. (3.3) na forma

$$\mathbf{F} = \hbar U_1 \nabla \Omega_1 + \hbar U_2 \nabla \Omega_2 \quad (3.19)$$

onde

$$\begin{aligned}U_1 &= -\frac{2\Omega_2^2\Omega_1}{D} \left[\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2 + \Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right] \\ U_2 &= -\frac{2\Omega_2\Omega_1^2}{D} \left[\Delta_2 + \frac{\Omega_2^2 + \Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right]\end{aligned}\quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}D &= \gamma^2 (\Omega_2^2 + \Omega_1^2) + (\Delta_1^2\Omega_2^2 + \Delta_2^2\Omega_1^2) - \frac{2}{\Delta_1 - \Delta_2} (\Delta_1\Omega_2^4 - \Delta_2\Omega_1^4) \\ &\quad + \frac{1}{(\Delta_1 - \Delta_2)^2} (\Omega_2^2 + \Omega_1^2)^3 + \Omega_2^2\Omega_1^2\end{aligned}\quad (3.21)$$

Portanto, a força sobre o átomo, considerando $k_1 \simeq k_2 \simeq k$ pode ser escrita como

$$\mathbf{F} = -\frac{2\Omega_2^2\Omega_1^2\hbar k}{D} \left\{ \left[\Delta_1 - \left(\frac{\Omega_2^2 + \Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right) \right] \cot k_1 x + \left[\Delta_2 + \left(\frac{\Omega_2^2 + \Omega_1^2}{\Delta_1 - \Delta_2} \right) \right] \cot k_2 x \right\} \quad (3.22)$$

3.2.3 Resultados e Comentários

Podemos então, a partir da Eq. (3.22), observar o comportamento da força de dipolo sobre o átomo em escala microscópica, onde a posição x é dada como

$$x = n\lambda \quad (3.23)$$

onde n é um número real compreendido entre 0 e 1, e λ o comprimento de onda. Dessa forma o argumento kx pode ser reescrito como

$$kx = 2n\pi \quad (3.24)$$

Inicialmente, vamos considerar o caso onde $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$, $\Omega_{01} = \Omega_{02} = \Omega_0$ e que haja uma defasagem de $\frac{\pi}{4}$ entre os feixes estacionários, como indica a Fig. 3.3b

Como já mencionamos, devido a variação espacial dos campos de radiação, as dessintonias efetivas $\Delta_{13}(x)$ e $\Delta_{23}(x)$ também variam espacialmente, como mostra a Fig. 3.3a. Para entendermos como ocorre a retificação da força de dipolo óptica, vamos estudar o comportamento da Eq. (3.22) para vários valores da frequência de Rabi, mantendo os demais parâmetros fixos.

Observe que no regime de baixa saturação ($\Omega_0 = 10\gamma$) o mecanismo de retificação dominante é o bombeamento óptico entre os níveis do estado fundamental, como mostrado na Fig. (3.4a). A medida em que aumentamos a frequência de Rabi, verificamos que a parte negativa da força média diminui enquanto há um aumento da parte positiva. Em particular, quando $\Omega_0 = 22.5\gamma$ (cf. Fig. (3.4b)), as duas partes são exatamente iguais e por conseguinte a força média é zero. Em outras palavras, o efeito do bombeamento óptico é totalmente compensado pelo deslocamento da luz. Aumentando ainda mais a frequência de Rabi, verificamos que a parte positiva começa a ser maior que a parte negativa e, quando $\Omega_0 = 40\gamma$, de acordo com a Fig. (3.4c), obtemos a completa retificação (positiva) da força de dipolo óptica. Neste caso, a condição expressa pela equação

$$\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} = -\Delta_1 = \Delta_2 \quad (3.25)$$

é satisfeita.

Agora, a fim de obtermos um melhor entendimento acerca deste processo de retificação, vamos estudar o comportamento da Eq. (3.22) em função de Ω variando a dessintonia Δ e a fase ϕ .

A Fig 3.5 mostra a variação de força média em função da frequência de Rabi, para vários valores de dessintonia e $\phi = 45^\circ$. Para pequenos valores de dessintonia ($\Delta = 10\gamma$), podemos obter uma força média maior que zero ($\bar{F} > 0$) mesmo para pequenos valores da frequência de Rabi ($\Omega \simeq 12\gamma$), o que está de acordo com a Eq. (3.25). Para uma determinada frequência, verificamos que ao aumentarmos Ω , sempre ocorre um ponto de

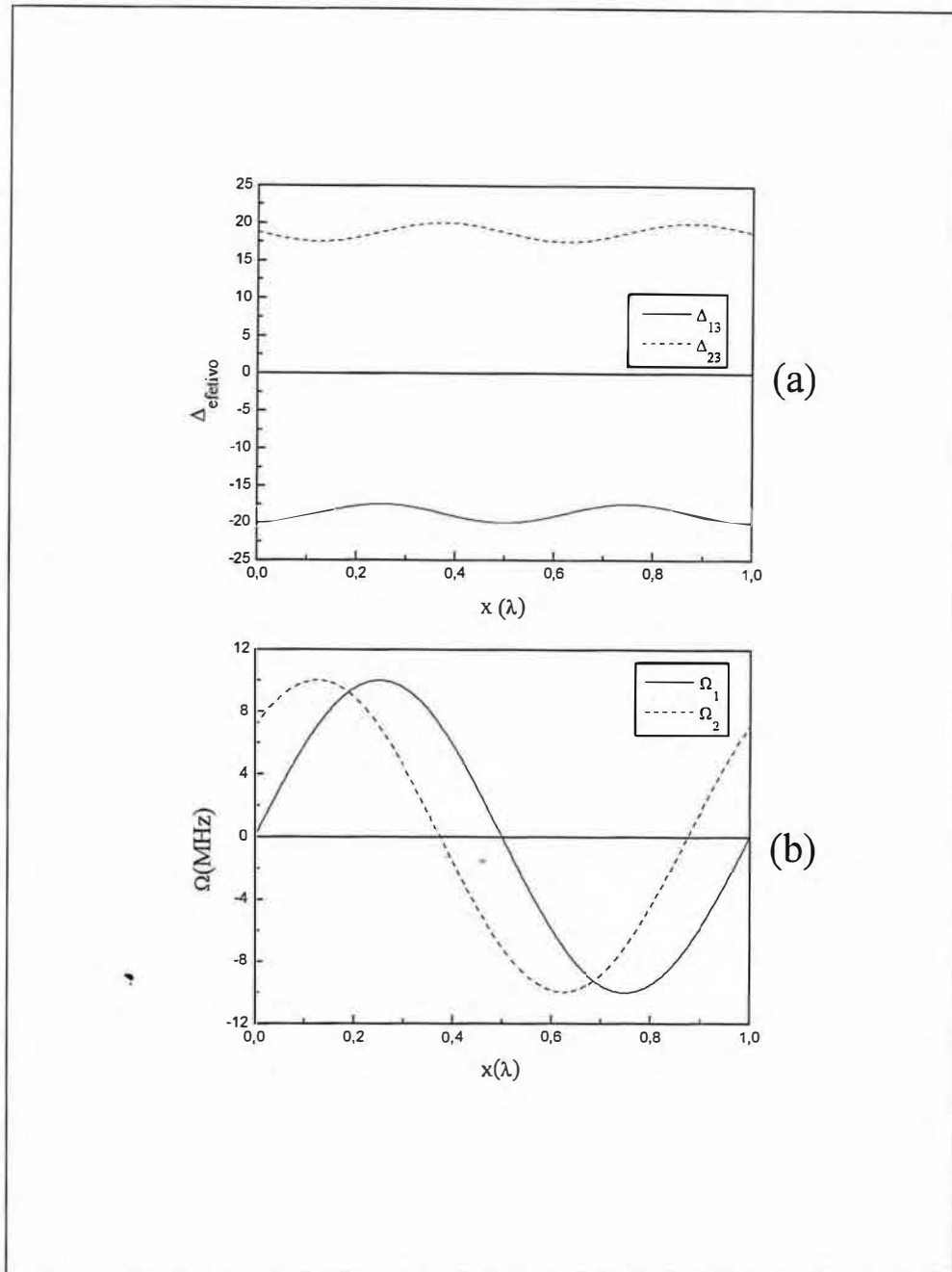


Fig. 3.3- Comportamento espacial em escala microscópica para (a) dessintonias efetivas e (b) as frequências de Rabi das transições $1 \rightarrow 3$ e $2 \rightarrow 3$. Os parâmetros utilizados foram $\Omega_0 = 10\gamma$, $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

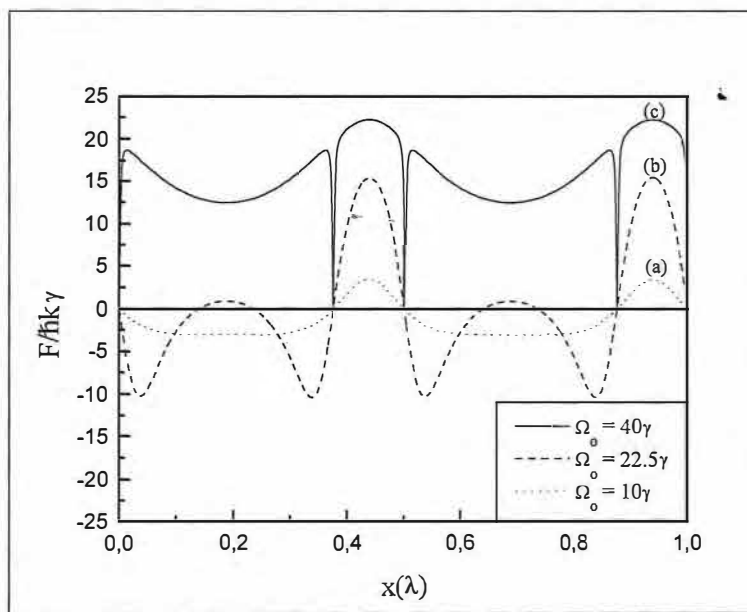


Fig. 3.4- Comportamento espacial da força de dipolo atuando em um átomo de três níveis do tipo Λ em escala microscópica, para vários valores de Ω_0 e com $\Delta_1 = -\Delta_2 = 20\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

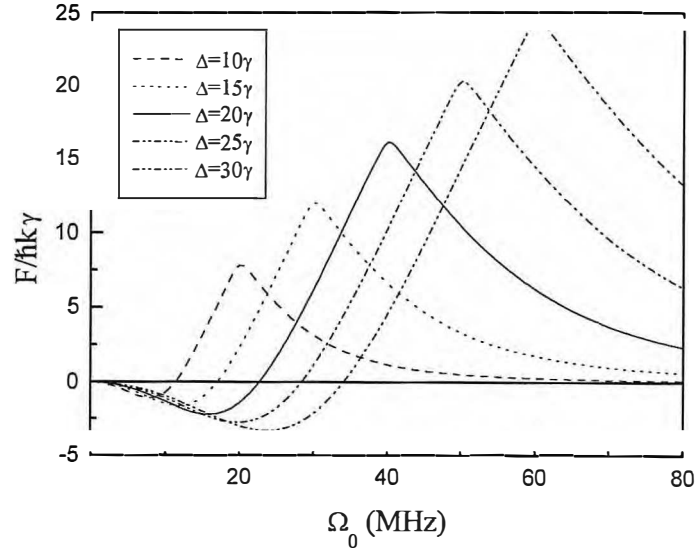


Fig. 3.5- Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da frequência de Rabi para vários valores de Δ_1 e $\phi = 45^\circ$.

máximo para a força média. A explicação deste fato é simples pois, a Eq. (3.25) deve ser interpretada como condição de ressonância para o efeito de retificação. Assim, para cada valor fixo de Δ temos apenas um valor de Ω que leva à obtenção da força média máxima.

A Fig. (3.6) mostra a variação de \bar{F} , em unidade de $\hbar k \gamma$, em função de Ω para vários valores da diferença de fase ϕ entre os dois campos de radiação e mantendo fixo os valores de dessintonia. Como supomos que $k_1 \simeq k_2 \simeq k$, podemos escrever $k_1 x \simeq k_2 x + \phi \simeq kx + \phi$. Observe que para $\phi = 0$, $\bar{F} = 0$. Este resultado é entendido facilmente se olharmos para a expressão da força dada pela Eq. (3.22). Como $\phi = 0$, temos basicamente um sistema de dois níveis (pois $k_1 \simeq k_2 \simeq k$), e assim a força média é dada por

$$\bar{F} \propto \left\langle \frac{\partial \text{sen} kx}{\partial x} \right\rangle \quad (3.26)$$

que é igual a zero. Agora, fazendo o valor de ϕ variar, verificamos que, novamente ocorre máximos de \bar{F} para diferentes valores de Ω . Isto também é evidente, bastando observar a Eq. (3.25).

A fim de ilustrar todas as possíveis variações da \bar{F} em função dos parâmetros Δ , ϕ e Ω apresentamos ainda mais alguns gráficos (Figs(3.7), (3.8) e (3.9)). Observamos, como esperado, que o comportamento de todos estes gráficos podem ser entendidos com base na Eq. (3.25). Devemos apenas notar que sempre, mediante a conveniente escolha dos

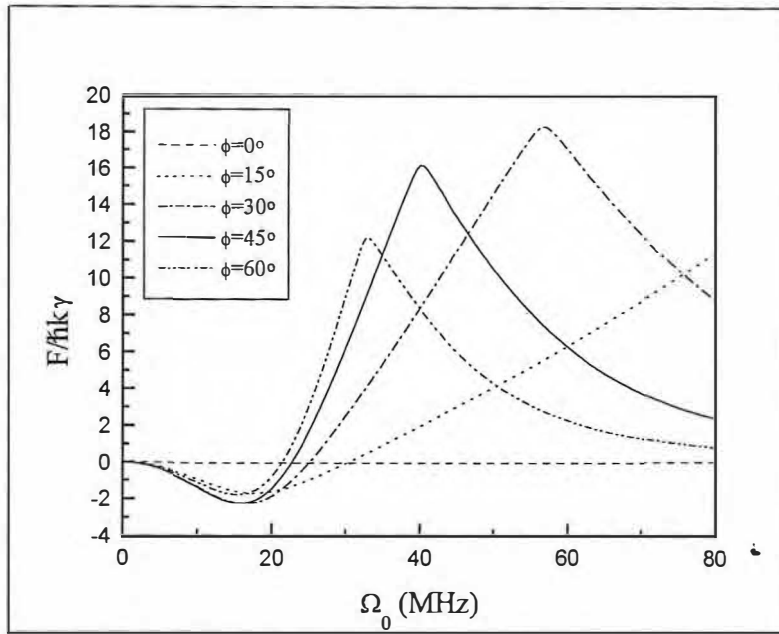


Fig. 3.6- Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da frequência de Rabi para vários valores de ϕ e $\Delta_1 = 20\gamma$.

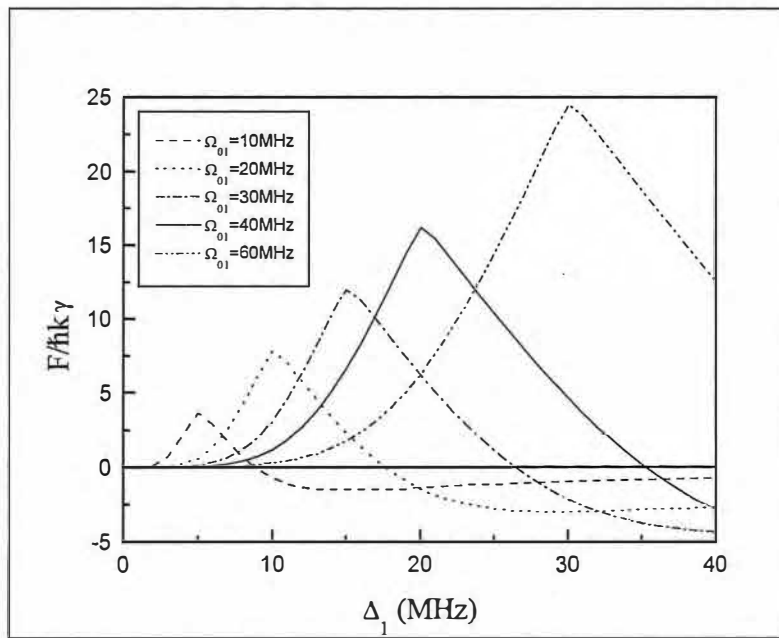


Fig. 3.7- Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da dessintonia para vários valores de Ω_0 e $\phi = 45^\circ$.

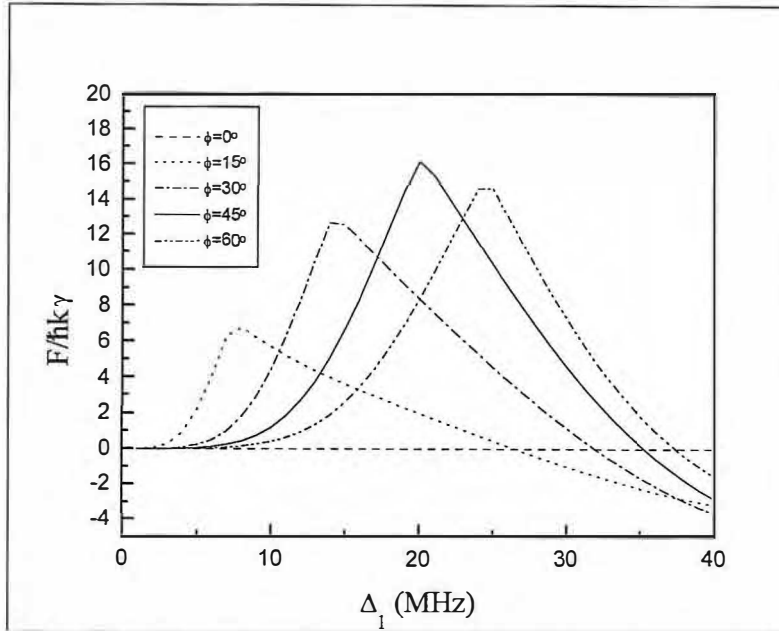


Fig. 3.8- Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da dessintonia para vários valores de ϕ e $\Omega_0 = 40\gamma$.

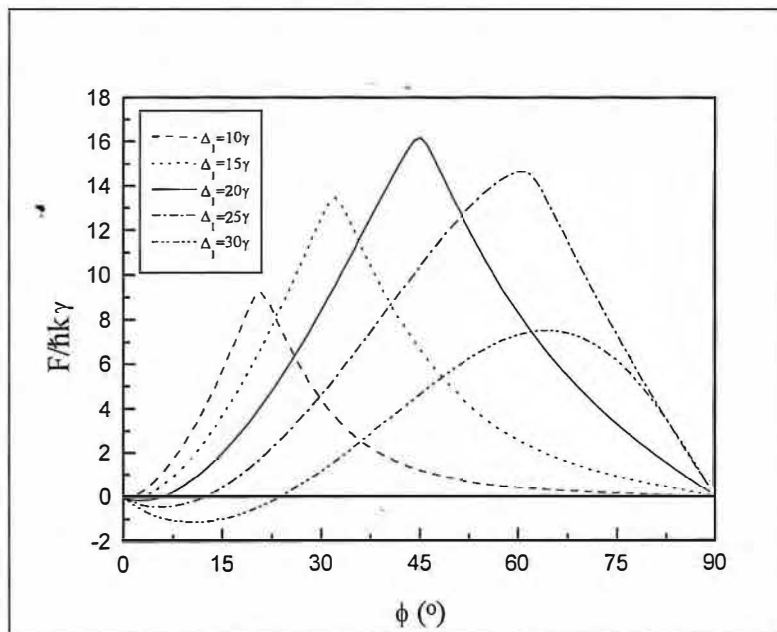


Fig. 3.9- Variação da Força média sobre o átomo quanto à variação da diferença de fase para vários valores de Δ_1 e $\Omega_0 = 40\gamma$

parâmetros, temos uma região onde o processo responsável pela retificação da força de dipolo média é o bombeamento óptico e outra onde o processo responsável é efeito de deslocamento da luz.

Uma vez que entendemos este exemplo, onde consideramos um sistema atômico abstrato, vamos a seguir estudar como ocorre a retificação para um sistema atômico mais realista.

3.3 Retificação da força de dipolo atuando sobre um átomo de três níveis interagindo com dois lasers estacionários defasados na presença de um campo magnético

3.3.1 Descrição do Sistema

Nosso sistema agora consiste de um átomo hipotético com uma transição $J = 0 \rightarrow J' = 1$ na presença de um campo magnético ao longo do eixo z ($\mathbf{B} = B\mathbf{z}$) que, devido ao efeito Zeeman, separa os subníveis do estado fundamental, formando um sistema do tipo V (cf. Fig. (3.10)). Os estados desse sistema são representados pelos kets $|1\rangle$, representando o estado fundamental com energia E_1 , $|2\rangle$ associado ao subnível do estado excitado de menor energia E_2 e $|3\rangle$, associado ao estado de maior energia E_3 , respectivamente. Consideramos ainda que este sistema (átomo+campo magnético) está na presença de duas ondas contrapropagantes no eixo z de mesma frequência e intensidade, defasadas de um ângulo ϕ e linearmente polarizadas, como mostra a Fig. (3.11)

Dessa forma, o campo elétrico total pode ser escrito como

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-i\omega t} (e^{ikz} \mathbf{e}_x + e^{-ikz} \mathbf{e}_\phi) + c.c. \quad (3.27)$$

onde $c.c.$ denota o complexo conjugado do primeiro termo e as polarizações dos feixes estão paralelas aos vetores unitários \mathbf{e}_x e $\mathbf{e}_\phi = \cos\phi \mathbf{e}_x + \sin\phi \mathbf{e}_y$. Para utilizarmos as regras de seleção por transição de dipolo elétrico é conveniente expressar o campo elétrico em termo das polarizações circulares à direita σ^+ e à esquerda σ^- , para calcular a resposta atômica. Considerando que os vetores unitários para luz circularmente polarizada se relacionam

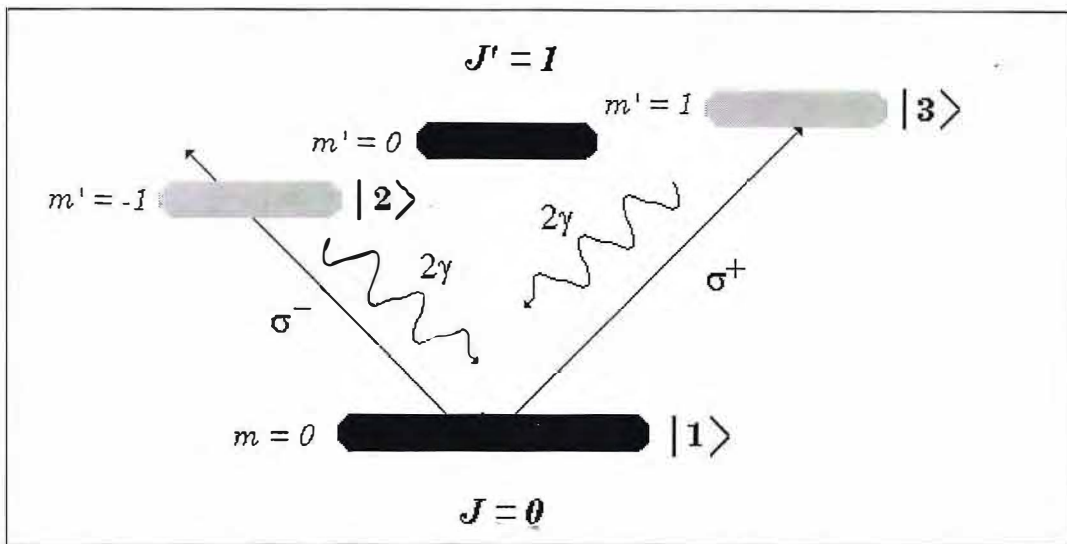


Fig. 3.10- Átomo hipotético com uma transição $J = 0 \rightarrow J' = 1$ na presença de um campo magnético que separa seus subníveis do estado excitado formando um sistema de três níveis tipo V, submetido a dois campos estacionários monocromáticos de mesmas frequência e intensidade, linearmente polarizados e defasados entre si.

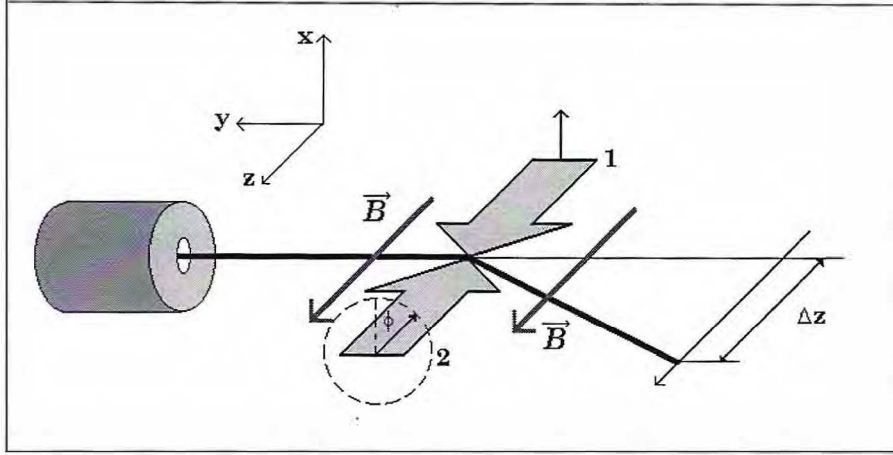


Fig. 3.11- Esquema básico para observação da força de dipolo óptica.

com os vetores unitários na direção x e y como

$$\mathbf{e}_{\pm} = \mp\sqrt{2}(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y) \quad (3.28)$$

o campo elétrico total em função de σ^+ e σ^- pode ser reescrito como

$$\mathbf{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}E_0e^{-i\omega t} \left[\cos\left(kz - \frac{\phi}{2}\right)e^{i\frac{\phi}{2}}\mathbf{e}_- - \cos\left(kz + \frac{\phi}{2}\right)e^{-i\frac{\phi}{2}}\mathbf{e}_+ \right] + c.c. \quad (3.29)$$

Podemos observar que o campo de duas ondas linearmente polarizadas contrapropagantes é equivalente ao de duas ondas estacionárias contrapropagantes, uma com polarização σ^+ e outra com σ^- , cujas intensidades são dadas por

$$I_{\pm} = I_0 [1 + \cos(2kz \pm \phi)] \quad (3.30)$$

onde $I_0 = \frac{E_0^2}{4}$ e então $\Omega_{\pm} = \Omega_0 [1 + \cos(2kz \pm \phi)]^{\frac{1}{2}}$.

Os campos são sintonizados de forma que a luz σ^+ esteja associada à transição $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ e a luz σ^- à transição $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$, como mostra a Fig. (3.10). Para esse sistema consideramos ainda, que não há interação entre os subníveis do estado excitado.

3.3.2 Derivação da Força de dipolo

Podemos derivar a força para um átomo do tipo V da mesma maneira que fizemos para o tipo Λ , através do formalismo da matriz densidade. Por simplicidade de cálculos iremos considerar que os campos tem frequências e intensidades diferentes. No final, escreveremos os valores das dessintonias Δ_2 e Δ_3 em função da dessintonia $\Delta_0 = \omega_i - \omega_{i1}$ ($i = 2, 3$) e da

frequência de Larmor ω_L definida por $\omega_L = \frac{g\mu_B B}{\hbar}$ onde g é o fator giromagnético (fator de Landé) e μ_B é o magnetón de Bohr. A hamiltoniana do sistema agora é escrita na forma

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & -\boldsymbol{\mu}_{12} \cdot \mathbf{E}_{12} & -\boldsymbol{\mu}_{13} \cdot \mathbf{E}_{13} \\ -\boldsymbol{\mu}_{12} \cdot \mathbf{E}_{12} & E_2 & 0 \\ -\boldsymbol{\mu}_{13} \cdot \mathbf{E}_{13} & 0 & E_3 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

onde \mathbf{E}_{1i} é o campos na transição $|1\rangle \rightarrow |i\rangle$ ($i = 2, 3$) e $\boldsymbol{\mu}_{1i}$ são o respectivo momento de dipolo elétrico induzido no átomo pela radiação.

Aplicando a hamiltonia desse sistema na Eq. (3.5) obtemos o conjunto de equações que descrevem o comportamento das componentes da matriz densidade

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= i\tilde{\Omega}_3(\rho_{31} - \rho_{31}^*) + i\tilde{\Omega}_2(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ \dot{\rho}_{22} &= -i\tilde{\Omega}_2(\rho_{21} - \rho_{12}^*) \\ \dot{\rho}_{33} &= -i\tilde{\Omega}_3(\rho_{31} - \rho_{31}^*) \\ \dot{\rho}_{21} &= -\omega_{21}\rho_{21} - i\tilde{\Omega}_2(\rho_{22} - \rho_{11}) - i\tilde{\Omega}_3\rho_{32}^* \\ \dot{\rho}_{31} &= -i\omega_{31}\rho_{31} - i\tilde{\Omega}_3(\rho_{33} - \rho_{11}) - i\tilde{\Omega}_2\rho_{32} \\ \dot{\rho}_{32} &= -i\omega_{32}\rho_{32} - i\tilde{\Omega}_2\rho_{31} + i\tilde{\Omega}_3\rho_{31}^* \end{aligned} \quad (3.32)$$

onde usamos o fato que

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{21} &= E_2 - E_1 \\ \hbar\omega_{31} &= E_3 - E_1 \\ \hbar\omega_{32} &= E_3 - E_2 \end{aligned} \quad (3.33)$$

e definimos

$$\begin{aligned} \Omega_- &= e^{-i\omega_2 t} + c.c. \\ \tilde{\Omega}_3 &= \Omega_+ e^{-i\omega_3 t} + c.c. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Definindo uma nova matriz

$$\begin{aligned} \rho_{31} &= p_{31} e^{-i\omega_3 t} \\ \rho_{32} &= p_{32} \\ \rho_{21} &= p_{21} e^{-i\omega_2 t} \\ \rho_{11} &= p_{11} \\ \rho_{22} &= p_{22} \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\rho_{33} = p_{33}$$

e aplicando esta ao conjunto de Eqs. (3.32) podemos reescrevê-la, após usarmos a aproximação de onda girante, como

$$\begin{aligned} \dot{p}_{11} &= i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2 + i(p_{31} - p_{31}^*)\Omega_3 \\ \dot{p}_{22} &= -i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2 \\ p_{33} &= i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_3 \\ \dot{p}_{21} &= i\Delta_2 p_{21} - i(p_{22} - p_{11})\Omega_2 - i\Omega_3 p_{33}^* \\ p_{31} &= i\Delta_3 p_{31} - i(p_{33} - p_{11})\Omega_3 - i\Omega_2 p_{32} \\ p_{32} &= -i(\Delta_3 - \Delta_2)p_{32} - i\Omega_2 p_{31} + i\Omega_3 p_{21}^* \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde, como já mencionamos $\Delta_i = \omega_i - \omega_{i1}$ e $\Omega_i = \Omega_{\pm}$ ($i = 2, 3$) são as dessintonia e frequência de Rabi na transição $|1\rangle \rightarrow |i\rangle$, ($i = 2, 3$). Como mencionamos anteriormente, agora iremos escrever Δ_i em função de Δ_o e ω_L . Lembremos que mediante a presença de um campo magnético \mathbf{B} os níveis de energia do átomo são modificados pela inclusão de um termo proporcional ao campo magnético \mathbf{B} . Assim, $\omega_o \rightarrow \omega_o + m\hbar B$. Logo, podemos escrever

$$\Delta_2 (m = 0 \rightarrow m = -1) = \omega_2 - (\omega_o + \omega_L) = \Delta_o - \omega_L \quad (3.37)$$

e de forma análoga

$$\Delta_3 (m = 0 \rightarrow m = 1) = \omega_3 - (\omega_o - \omega_L) = \Delta_o + \omega_L \quad (3.38)$$

pois $\omega_2 = \omega_3$.

Novamente os termos de relaxação serão inseridos fenomenologicamente, considerando que as populações decaem com uma taxa de 2γ e as coerências com γ . Dessa forma, o conjunto de Eqs. (3.36) pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \dot{p}_{11} &= i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2 + i(p_{31} - p_{31}^*)\Omega_3 + 2\gamma p_{33} + 2\gamma p_{22} \\ \dot{p}_{22} &= -i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2 - 2\gamma p_{22} \\ \dot{p}_{33} &= i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_3 - 2\gamma p_{33} \\ p_{21} &= i\Delta_2 p_{21} - iq_2\Omega_2 - i\Omega_3 p_{33}^* - \gamma p_{21} \\ \dot{p}_{31} &= i\Delta_3 p_{31} - iq_3\Omega_3 - i\Omega_2 p_{32} - \gamma p_{31} \\ p_{32} &= -i(\Delta_3 - \Delta_2)p_{32} - i\Omega_2 p_{31} + i\Omega_3 p_{21}^* \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde $q_3 = p_{33} - p_{11}$ é a diferença de população entre os níveis $|3\rangle$ e $|1\rangle$ e $q_2 = p_{22} - p_{11}$ é a diferença de população entre os níveis $|2\rangle$ e $|1\rangle$. Em função de \dot{q}_3 e \dot{q}_2 o conjunto de Eqs. (3.39) pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{21} &= i\Delta_2 p_{21} - iq_2 \Omega_2 - i\Omega_3 p_{32}^* - \gamma p_{21} \\
\dot{p}_{31} &= i\Delta_3 p_{31} - iq_3 \Omega_3 - i\Omega_2 p_{32} - \gamma p_{31} \\
\dot{p}_{32} &= -i(\Delta_3 - \Delta_2) p_{32} - i\Omega_2 p_{31} + i\Omega_3 p_{21}^* \\
\dot{q}_3 &= -2\gamma(1 + q_3) + 2i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_3 - i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2 \\
\dot{q}_2 &= -2\gamma(1 + q_2) + i(p_{31}^* - p_{31})\Omega_3 - 2i(p_{21} - p_{21}^*)\Omega_2
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Então, a partir da solução do sistema de Eqs. (3.40) obtemos a força de dipolo sobre o átomo do tipo V dada pela Eq. (3.4). Porém, antes vamos escrever o conjunto de Eqs. (3.40) em função das variáveis de Maxwell-Bloch

$$\begin{aligned}
U_3 &= p_{31} + p_{31}^* \\
U_2 &= p_{21} + p_{21}^* \\
V_3 &= -i(p_{31} - p_{31}^*) \\
V_2 &= -i(p_{21} - p_{21}^*) \\
W_3 &= q_3 \\
W_2 &= \tilde{q}_2
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Em termo dessas variáveis o conjunto de Eqs. (3.40) é reescrito como

$$\begin{aligned}
\dot{U}_2 &= \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_3 - \gamma U_2 - \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 \\
\dot{V}_2 &= -2\Omega_2 W_2 + \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_3 - \gamma V_2 + \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_2 \\
\dot{W}_2 &= 2\Omega_2 V_2 + \Omega_3 V_3 - 2\gamma(1 + W_2) \\
\dot{U}_3 &= -\left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 - \gamma U_3 - \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 \\
\dot{V}_3 &= -2\Omega_3 W_3 - \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_2 - \gamma V_3 + \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_3 \\
\dot{W}_3 &= 2\Omega_3 V_3 + \Omega_2 V_2 - 2\gamma(1 + W_3)
\end{aligned} \tag{3.42}$$

A seguir vamos obter as soluções para o sistema de Eqs. (3.42) considerando a aproximação de estado estacionário.

3.3.3 Aproximação de estado estacionário

Considerando que a velocidade do átomo seja perpendicular ao campo de radiação (ver Fig. (3.11)), de forma que $kv \ll \Gamma$, podemos considerar a solução de estado estacionário para o conjunto de Eqs. (3.42). Dessa forma obtemos

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_3 - \gamma U_2 - \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 &= 0 & (3.43) \\
2\Omega_2 W_2 + \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_3 + \gamma V_2 - \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_2 &= 0 \\
& 2\Omega_2 V_2 + \Omega_3 V_3 - 2\gamma(1 + W_2) &= 0 \\
& \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 + \gamma U_3 + \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) V_2 &= 0 \\
2\Omega_3 W_3 + \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_2 + \gamma V_3 - \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right) U_3 &= 0 \\
& 2\Omega_3 V_3 + \Omega_2 V_2 - 2\gamma(1 + W_3) &= 0
\end{aligned}$$

Nosso sistema deixou então, de ser um conjunto de equações diferenciais acopladas e passou a ser um sistema de equações lineares.

No entanto, vamos supor que a frequência do laser e o campo magnético possam ser escolhidos de forma que a componente σ^+ do campo esteja próxima a ressonância e que a componente σ^- esteja longe o suficiente para que possamos ter

$$|\Delta_2| \gg |\Delta_3|, \Omega_2, \Omega_3, \gamma \quad (3.44)$$

Assim, a força é simplesmente dada por

$$\mathbf{F}_3 = \hbar U_3 \nabla \Omega_3 \quad (3.45)$$

Esta consideração é bastante aceitável pois, como mencionado por Grimm *et al* [2], a componente \mathbf{F}_2 contribui insignificamente com pouco mais de 1% para a força de dipolo retificada total. Portanto, resolvendo o conjunto de Eqs. (3.43) obtemos a força sobre o átomo imerso em um campo magnético na presença de um campo elétrico linearmente polarizado formado por duas ondas contrapropagantes defasadas entre si. Resolvendo este sistema para U_3 encontramos que \mathbf{F}_3 é dada por

$$\mathbf{F}_3 = -\hbar \frac{\Delta_{eff} \Omega_3}{\Delta_{eff}^2 + \gamma^2 + 2\Omega_3^2} \nabla \Omega_3 \quad (3.46)$$

onde $\Delta_{eff} = \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3} \right)$.

A dessintonia efetiva Δ_{eff} , a qual caracteriza o comportamento ressonante da onda estacionária com polarização σ^+ com respeito à transição $m = 0 \rightarrow m' = 1$ devido ao deslocamento de luz da posição do estado fundamental induzido pelo campo não-ressonante da transição $m = 0 \rightarrow m' = -1$ pela onda com polarização σ^- . Seguir veremos como ocorre a retificação da força de dipolo óptica em função de parâmetros.

3.3.3.1 Resultados e Comentários

A partir da Eq. (3.46) podemos observar o comportamento espacial da força de dipolo sobre o átomo. Assim como na Seção 2 deste capítulo, tomaremos $x = n\lambda$, com n real variando entre 0 e 1 e λ o comprimento de onda da radiação. Consideraremos ainda que $\Omega_{02} = \Omega_{03} = \Omega_0$.

Da mesma forma que para o átomo hipotético do tipo Λ , a variação espacial dos campos de radiação (cf. Fig. (3.12a)) implica em uma variação na dessintonia efetiva Δ_{eff} , como mostra a Fig. (3.12b).

Para compreendermos melhor o efeito de retificação da força de dipolo, vamos analisar seu comportamento em função da fase mantendo Ω_0 e Ω_L fixos.

A Fig. (3.13) mostra o comportamento espacial da força de dipolo mantendo-se Ω_L e Ω_0 fixas e variando-se a fase ϕ .

Observe que a retificação máxima se dá quando $\phi = 45^\circ$. Classicamente, o mecanismo para o aparecimento desta força é facilmente interpretado. Considere o átomo na presença de dois feixes lasers contrapropagantes defasados de 45° entre si na presença de um campo magnético paralelo aos feixes lasers, como mostra a Fig. (3.11).

Consideremos inicialmente que o átomo absorve um fóton do laser 1 e, conseqüentemente, o átomo adquire um momento de recuo $\hbar k$, direcionado ao longo do eixo z. A absorção deste fóton está associada a um momento de dipolo elétrico induzido no átomo pelo campo de radiação. Devido à presença do campo magnético, este momento de dipolo precessionará em torno do eixo z com uma frequência igual a frequência de Larmor Ω_L . Supondo que a frequência de Rabi é escolhida de forma que a máxima probabilidade de emissão induzida de um fóton pelo átomo se dá para um tempo $\tau = \frac{\pi}{4\Omega_L}$ depois da absorção, de forma que neste instante o momento de dipolo atômico induzido está em

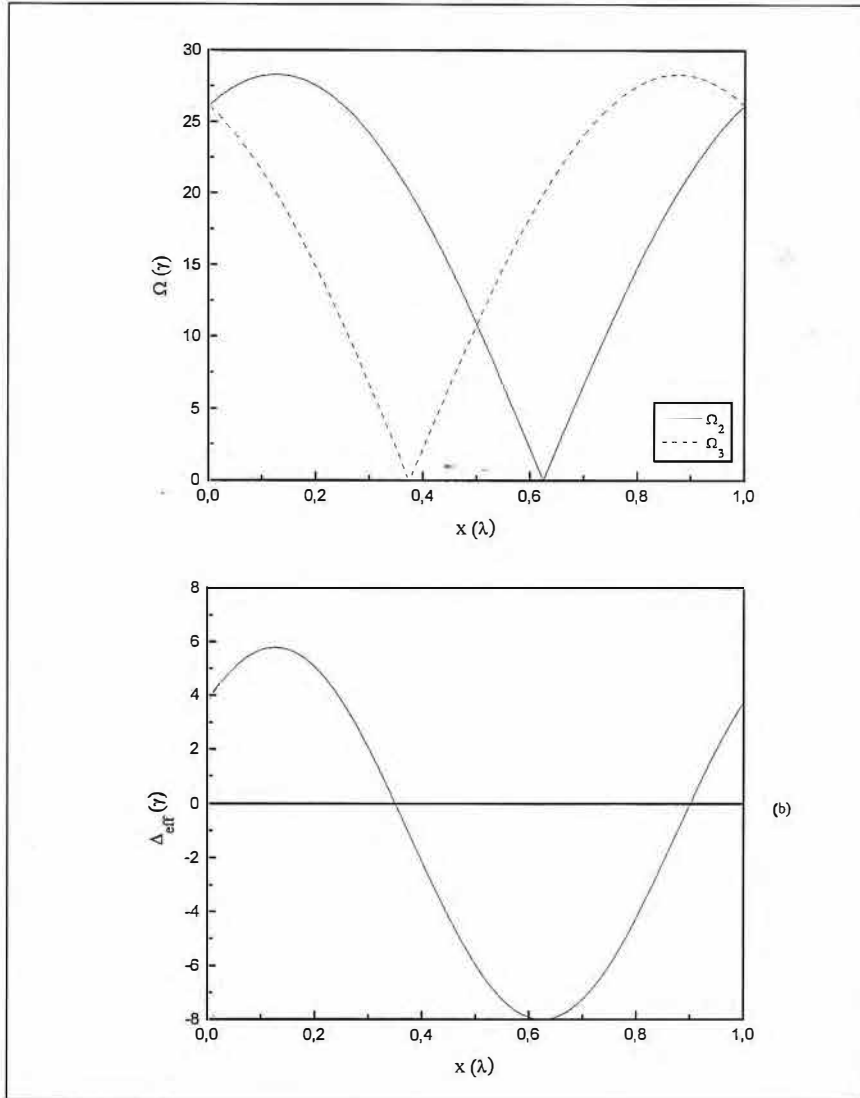


Fig. 3.12- Variação espacial para (a) as frequências de Rabi e (b) para a dessintonia efetiva. Os parâmetros usados são $\Omega_0 = 20\gamma$, $\Delta_3 = -8\gamma$, $\Delta_2 = 50\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

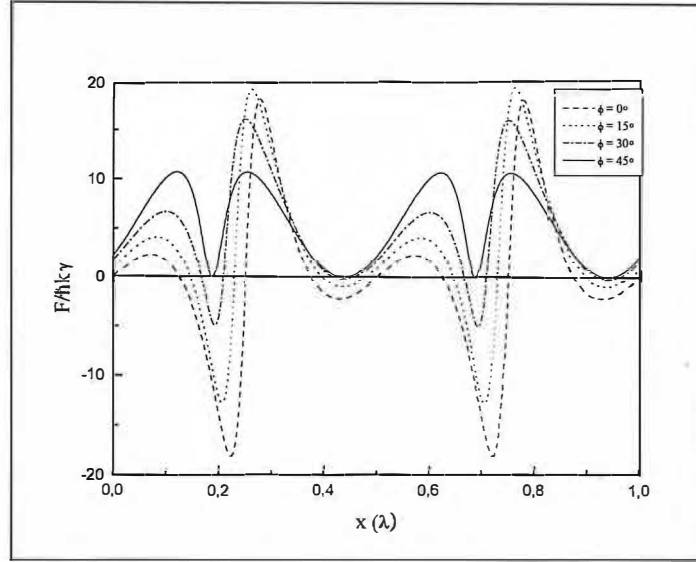


Fig. 3.13- Comportamento espacial da força de dipolo atuando em um átomo de três níveis do tipo V em função da fase ϕ quando $\Omega_0 = 20\gamma$, $\Delta_2 = 50\gamma$, $\Delta_3 = -8\gamma$.

fase com o laser 2, emitindo o fóton para este. Com isso, para que haja conservação do *momentum*, a variação do *momentum* do átomo deve ser $2\hbar k$. Após a absorção do fóton do laser 2, ele sofre um recuo de $-\hbar k$ e após um tempo τ , o momento de dipolo atômico induzido está ortogonal à polarização do laser 1, sendo muito pouco provável emitir o fóton absorvido para ele.

Assim, no caso ideal, o tempo mínimo para que a variação total do *momentum* do átomo seja de $4\hbar k$ é $T = \frac{2\pi}{\Omega_L}$. Portanto, a força sobre o átomo pode ser escrita na seguinte forma

$$F = \frac{\alpha(2\hbar k)\omega_L}{\Omega_L} \quad (3.47)$$

onde α é a eficiência na transferência de fótons e depende dos parâmetros da luz laser e da transição atômica.

À medida que a fase aumenta a força média sobre o átomo diminui de forma simétrica com relação a $\phi = 45^\circ$, como mostra a Fig. (3.14). Então, como característica desta força, temos que para valores de fase múltiplos inteiros de $\frac{\pi}{2}$ ela é nula e para valores de fase múltiplos semi-inteiros de $\frac{\pi}{2}$ ela é máxima.

Como era de se esperar, quando a frequência de Rabi é nula a força de dipolo média sobre o átomo é nula. À medida que a frequência de Rabi aumenta, a variação desta começa a influir na dessintonia eficaz de forma que o processo de retificação começa a

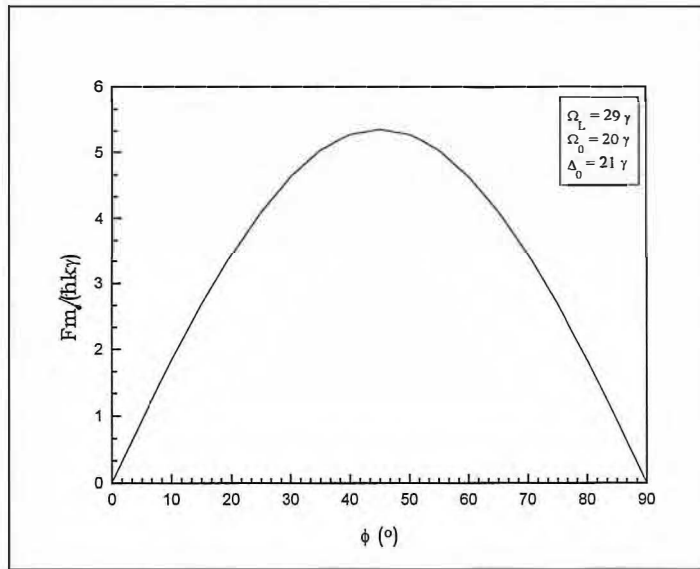


Fig. 3.14- Variação da força média de dipolo sobre um átomo tipo V em função da diferença de fase ϕ .

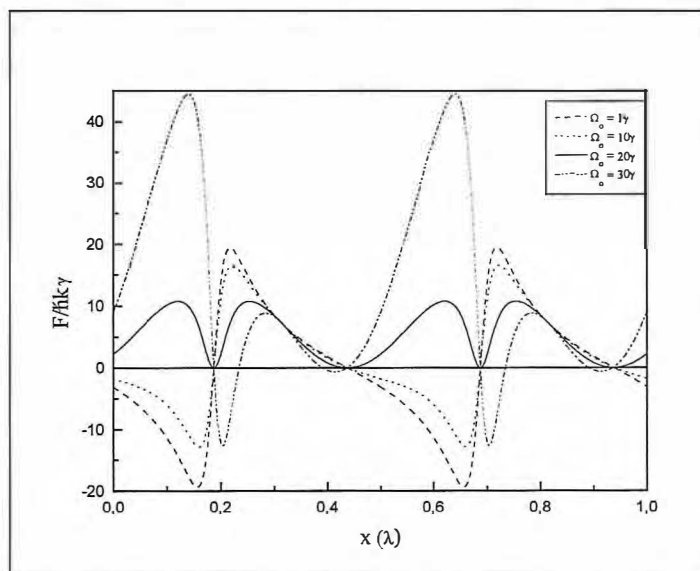


Fig. 3.15- Variação espacial da força de dipolo sobre um átomo do tipo V em escala macroscópica para vários valores de frequência de Rabi. Os demais parâmetros utilizados são $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

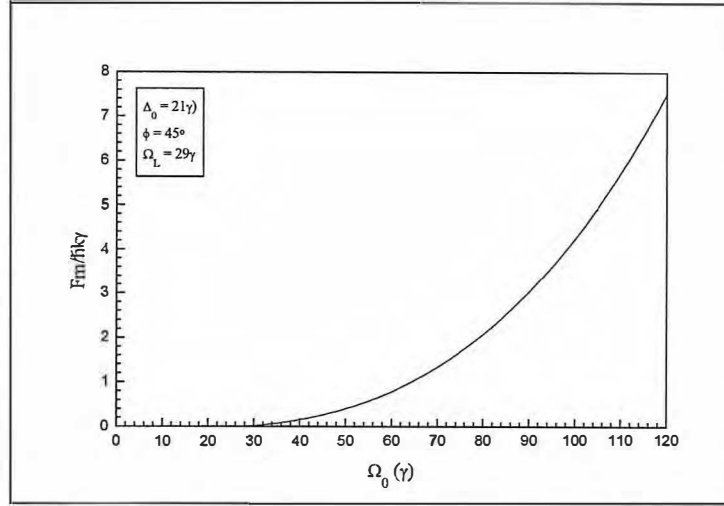


Fig. 3.16- Variação da força média de dipolo sobre um átomo tipo V em função da frequência de Rabi quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_L = 29\gamma$.

ocorrer, tendo sua retificação total para $\Omega_0 = 20\gamma$, como mostrado na Fig. (3.15). No entanto, ao contrário do que acontece com a força espontânea, dentro de nossa aproximação a força de dipolo não satura com o aumento da frequência de Rabi e, quanto maior for a frequência de Rabi, maior será a força de dipolo média sobre o átomo, conforme mostra a Fig. (3.16). para o valor máximo possível da força de dipolo. O limite está na potência dos lasers utilizados no experimento. Esta é uma das principais características da força de dipolo.

Agora, vamos analisar a variação espacial da força quando variamos a frequência de Larmor. Inicialmente, quando a frequência de Larmor é muito baixa, a aproximação dada na Eq. (3.44) que usamos para encontrar a força deixa de ser válida. Particularmente, quando Ω_L é zero, a força de dipolo média sobre o átomo deve ser nula, uma vez que $\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_0$. Contudo, como nos mostra a Fig. (3.17), a força de dipolo total sobre o átomo é diferente de zero. Isto aconteceu porque tomamos apenas a componente F_3 da força de dipolo. No entanto, quando somarmos F_2 a força total deve se anular.

À medida que a frequência de Larmor cresce, a força começa a se comportar como esperado. Isto é, com o aumento da frequência de Larmor, a força média de dipolo sobre o átomo deve diminuir pois as dessintonias começam a crescer e os feixes, principalmente σ^+ , começam a sair da ressonância, como nos mostra a Fig. (3.18)

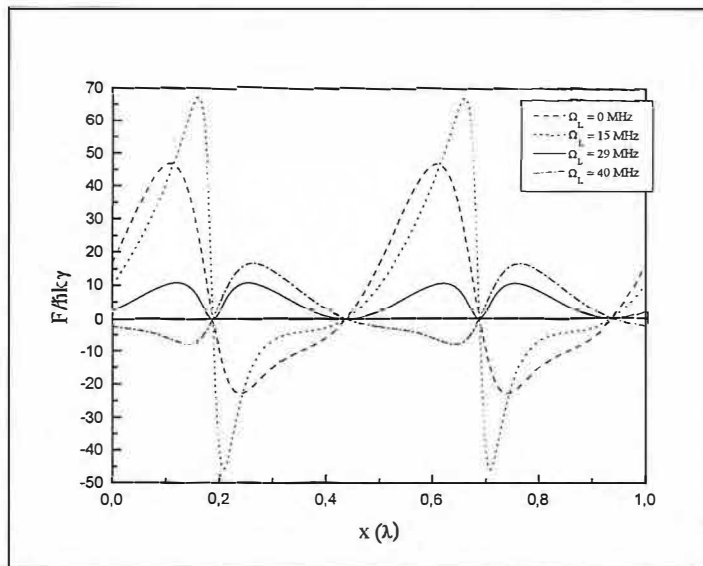


Fig. 3.17- Variação espacial da força de dipolo sobre um átomo do tipo V em escala microscópica para vários valores de Ω_L quando $\Delta_0 = 21\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

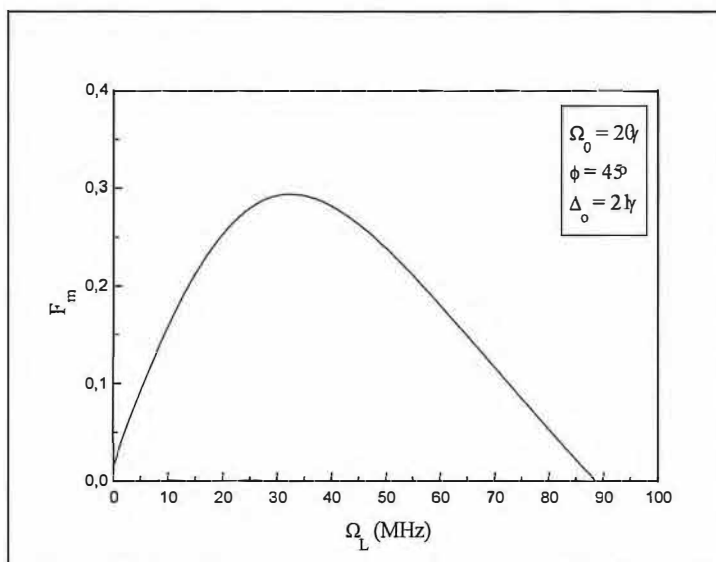


Fig. 3.18- Variação da força de dipolo óptica média sobre um átomo tipo V em função da frequência de Larmor.

3.4 Observação da força de dipolo óptica em experimentos de deflexão de átomos neutros

Para observar a existência da força de dipolo óptica, Grimm *et al* [7] propuseram a deflexão de um feixe de átomos de Sódio, por um par de feixes lasers linearmente polarizados. O esquema básico deste experimento é mostrado na Fig. (3.11).

Neste experimento, o feixe de átomos de Sódio se propaga no eixo y e é obtido a partir de dois diafragmas com diâmetros de 0,25 mm separados de 290 mm. Após 10mm do segundo diafragma, o feixe atômico é interceptado a um ângulo de 90° por um par de feixes lasers contrapropagantes linearmente polarizados de mesma frequência e intensidade propagando-se ao longo do eixo z , defasados de $\phi = 45^\circ$ entre si,. O diâmetro dos feixes, isto é a região na qual sua intensidade é maior que $\frac{1}{e}$ de sua amplitude, é de $2q = 0.4$ mm e sua frequência de Rabi dada por $\Omega = 2\pi \times 200$ MHz. A frequência do laser é sintonizada na transição $3^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 3^2P_{3/2}(F' = 3)$ do átomo de Sódio.

Na região de interação dos lasers com os átomos um campo magnético estático de 35 G é colocado na direção de propagação dos lasers utilizando-se um par de bobinas na configuração de Helmholtz, cujo diâmetro era de 1 cm.

Dois outros lasers fazem parte do experimento. Um é sintonizado na transição $(F = 1) \rightarrow (F' = 2)$ para compensar o bombeamento óptico e o outro é utilizado para a detecção do feixe atômico, que foi feita 290 mm após a região de interação. Este laser é sintonizado 250 MHz acima da transição $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ fazendo um ângulo de 78° com o feixe atômico, de forma que apenas os átomos com velocidades $v_y = 700$ cm/s sejam detectados.

Analisando o movimento atômico, percebemos que há três regiões distintas de movimento do feixe. Na primeira, que tem 10 mm e está situada entre o segundo diafragma e o início da região de interação, os átomos estão em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) com velocidade média constante de 700 cm/s ao longo do eixo y . A segunda é a região de interação, na qual os átomos permanecem em MRU na direção z porém, adquirem um componente de velocidade que varia linearmente no tempo devido a presença dos feixes lasers, executando assim, em Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) nesta direção. Na terceira região, que vai desde o fim da região de interação até o anteparo e

que tem um comprimento $L = 290$ mm, os átomos executam, dada a ausência de qualquer força, MRU em ambas as direções.

Então, utilizando o teorema trabalho-energia, podemos estimar o valor do deslocamento do feixe com relação ao eixo z . Aplicando este princípio a região de interação obtemos

$$\Delta z \simeq \frac{2qL \langle F_{mo} \rangle}{Mv_y^2} \quad (3.48)$$

onde M é a massa de um átomo de Sódio, L a distância entre a região de interação e o anteparo, v_z a velocidade inicial do átomo e $2q$ o diâmetro do feixe.

Para esta configuração, Grimm *et al* observaram um desalinhamento de $\Delta z = \pm 0.15$ mm, sendo $+$ ($-$) correspondendo ao sentido positivo (negativo) para o campo magnético, o que corresponde a uma força de dipolo óptica da ordem de $\pm 0,7\hbar k\gamma$. Porém, do ponto de vista teórico, esperava-se que a força fosse da ordem de $6.4\hbar k\gamma$. Esta diferença está no fato de que a efetividade de transferência unidirecional de fótons não é máxima. Para o caso em questão, temos $\alpha = 0.11$. Observaram também que houve um alargamento do perfil de átomos defletidos com relação ao feixe de átomos não defletidos. A explicação para isto está no fato de que a velocidade atômica transversal dos átomos v_y é da ordem de $\frac{7}{k}$ durante o processo de deflexão. Então, as forças de fricção e uma substancial redução da força de dipolo retificada ocorrem devido não termos assegurado o limite para o estado estacionário e, conseqüentemente, temos efeitos induzidos pelo movimento atômico [8]

Com base na Eq. (3.48) e para as características do movimento atômico neste experimento, podemos simular a trajetória esperada do átomo.

Os resultados nos mostram, como esperado, que o deslocamento Δz e, conseqüentemente, a efetividade na transferência unidirecional de fótons, se comporta da mesma forma que a força média em função dos parâmetros Ω_o , Ω_L e ϕ .

A Fig(3.19) nos mostra a trajetória de um átomo de Sódio para vários valores da frequência de Rabi. Observe que, à medida que a frequência de Rabi aumenta, o desalinhamento do feixe de átomos de Sódio aumenta da mesma forma que a força média de dipolo. Podemos perceber a semelhança entre os comportamentos da força e deslinhamento também nas Figs. (3.20) e (3.21), que mostram o desalinhamento para vários valores de frequência de Larmor e fase, respectivamente.

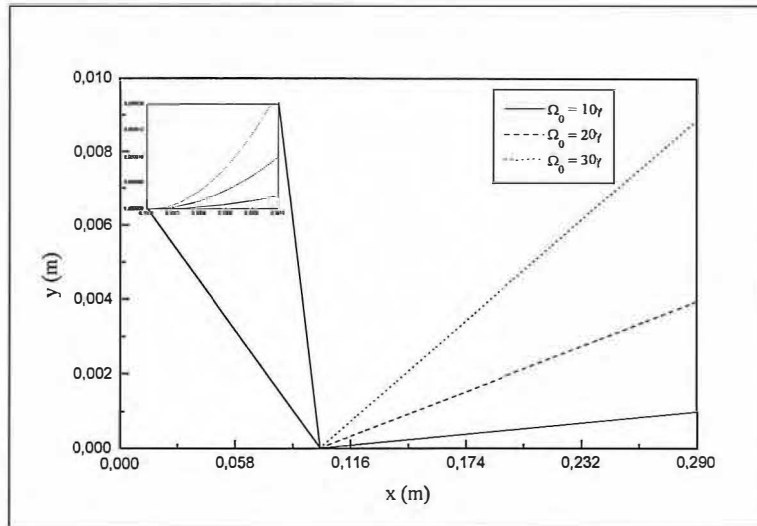


Fig. 3.19- Desalinamento de um feixe de átomos de sódio para vários valores de frequência de Rabi quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

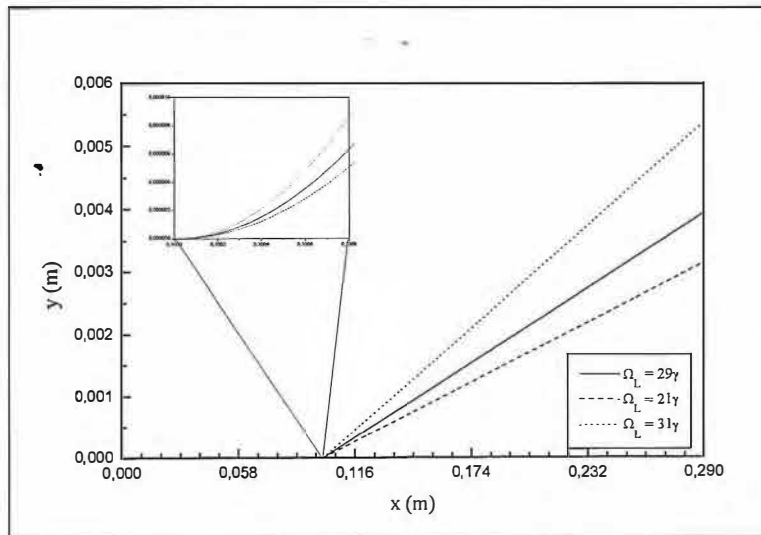


Fig. 3.20- Desalinamento de um feixe de átomos de Sódio para vários valores de frequência de Larmor quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_0 = 20\gamma$.

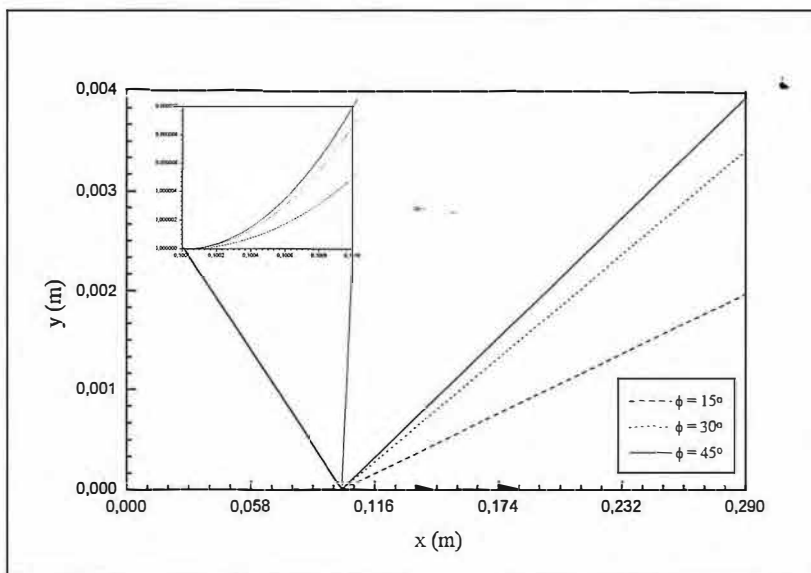


Fig. 3.21- Desalinamento de um feixe de átomos de Sódio para vários valores de fase quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\Omega_0 = 20\gamma$.

3.5 Solução numérica para a força de dipolo óptica sobre um átomo de três níveis na presença de um campo monocromático fraco e de um campo magnético uniforme pelo método de Runge-Kutta.

O cálculo da força sobre um átomo de multi-níveis por um campo de radiação complexo é um problema difícil o qual tem sido abordado por vários autores [1] , [11] - [18] . Em particular, devido a aplicação de campos ópticos para desacelerar, resfriar e aprisionar átomos neutros, existe um grande interesse em saber como a força de radiação depende da velocidade do átomo. Na Seq. (2.3.2) do Cap. II, mostramos tal dependência para um sistema de dois níveis. Para outras configurações de sistemas atômicos existem vários modelos elegantes para a solução deste problema. Por exemplo, podemos citar o trabalho de Cai e Bigelow [19] de 1993, no qual apresentam um solução geral para o cálculo da dependência com a velocidade para a força de dipolo sobre um átomo de multi-níveis, baseados no uso da técnica de fração continuada para resolver as equações de Maxwell-Bloch [20] . Esta técnica é muito poderosa pois permite resolver essas equações para quaisquer valores de campo de radiação, além de levar em conta campos luminosos com diferentes vetores de onda (\mathbf{k}). Neste último caso, em específico, não podemos resolver diretamente as equações de Maxwell-Bloch, pois efeitos não-lineares como mistura de ondas podem surgir e assim devem ser levados em conta [19] . No caso em que os campos de radiação têm o mesmo vetor de onda, podemos, como mostrado por Söding e Grimm [21] , integrar diretamente as equações de Maxwell-Bloch e obter graficamente a dependência da força de dipolo com a velocidade do átomo. Além de apresentar estas soluções, Söding e Grimm [21] calcularam a dependência da força de dipolo com a velocidade, utilizando a aproximação de átomo vestido, para descrever o sistema átomo+campo de radiação para altas intensidades (Ω).

Nesta seção, iremos estudar a dependência com a velocidade para a força de dipolo integrando diretamente as equações de Maxwell-Bloch para o sistema tipo V descrito na seção (3.4).

Para podermos interpretar corretamente os resultados numericamente obtidos para o sistema tipo V para qualquer valor de intensidade, iremos inicialmente resolver o sistema de dois níveis para baixas intensidades ($\Omega \ll \Gamma$), via o método de Runge-Kutta [9]

O propósito deste estudo inicial é que podemos comparar as soluções numéricas com as soluções analíticas obtidas, mostradas na Seç. (2.3.2)

O método de Runge-Kutta exige que escrevamos as equações diferenciais na forma

$$\frac{dy_i}{dx} = f(x, y_j) \text{ onde } i, j = 1, \dots, N \quad (3.49)$$

onde N é o número de variáveis do sistema. Como $x = vt$ e usando a Eq. (3.23), podemos escrever

$$\frac{d}{dt} \frac{dx}{dn} \frac{d}{dn} \frac{kv}{2\pi} \frac{d}{dn} \quad (3.50)$$

Dessa maneira, o sistema de Eqs. dado pela Eq. (2.30) pode ser reescrito na forma

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dn} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi\Gamma}{kv} \right) U + \left(\frac{2\pi\Delta}{kv} \right) V \\ \frac{dV}{dn} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi\Gamma}{kv} \right) V - \left(\frac{2\pi\Delta}{kv} \right) U + \Omega_0 \cos(2n\pi) \dot{W} \\ \frac{dW}{dn} &= - \left(\frac{2\pi\Omega_0}{kv} \right) \cos(2n\pi) - \left(\frac{2\pi\Gamma}{kv} \right) (W + 1) \end{aligned} \quad (3.51)$$

A solução deste conjunto de equações foi obtida com o auxílio do programa dois.f dado no apêndice (G). Consideremos, inicialmente ($t = 0$), que o átomo esteja no estado fundamental, isto é, $W(0) = -1$ e que as coerências são nulas, de forma que $U(0) = V(0) = 0$. Assim, a resposta do sistema é dada como mostrada na Fig.(3.22).

Observe que, como esperado, uma vez que temos um campo fraco, W oscila próximo a -1. Vamos comparar a força média em termos de kv calculada numericamente com a força obtida analiticamente, através da aproximação de campos fracos, mostrados na Sec. (2.3.2) e dada pela Eq. (2.48). Os resultados são mostrados na Tab. (3.1) abaixo.

Parâmetros	$Fm/\hbar k\gamma$ (numérica)	$Fm/\hbar k\gamma$ (analítica)
$kv = 1\gamma, \Omega_0 = 0.01\gamma, \Delta = \gamma$	$4,7 \times 10^{-5}$	$2,35 \times 10^{-5}$
$kv = 2\gamma, \Omega_0 = 0.01\gamma, \Delta = -2\gamma$	$-4,91 \times 10^{-5}$	$-2,4 \times 10^{-5}$
$kv = 4\gamma, \Omega_0 = 0.2\gamma, \Delta = \gamma$	$3,41 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-4}$
$kv = 1\gamma, \Omega_0 = 0.01\gamma, \Delta = -\gamma$	$-4,7 \times 10^{-5}$	$-2,35 \times 10^{-5}$
$kv = 1\gamma, \Omega_0 = 0.15\gamma, \Delta = \gamma$	$1,04 \times 10^{-2}$	$5,29 \times 10^{-3}$

Observamos que nossos resultados não conferem com os resultados propostos pela expressão analítica. Porém, temos que levar em conta que nós não fixamos a população do estado fundamental em 1, ao contrário do que foi proposto para a obtenção de (2.48). O que fizemos foi utilizar isto como condição inicial do problema. Ainda temos que considerar que para a obtenção daquela expressão, utilizou-se $U(0) \neq 0$ e $V(0) \neq 0$, o que

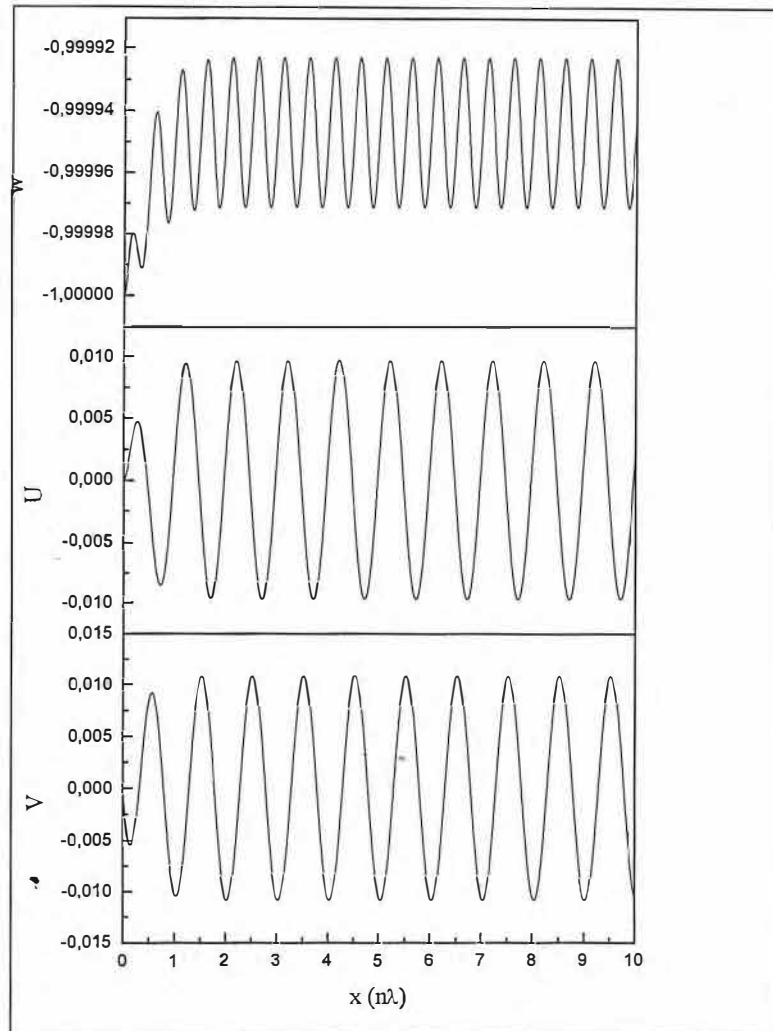


Fig. 3.22- Comportamento espacial das soluções do sistema de equações diferenciais acopladas que descreve o comportamento de um átomo de dois níveis na presença de um campo de radiação estacionário monocromático quando $\Omega_0 = 0.01\gamma$, $\Delta = \gamma$ e $kv = \gamma$.

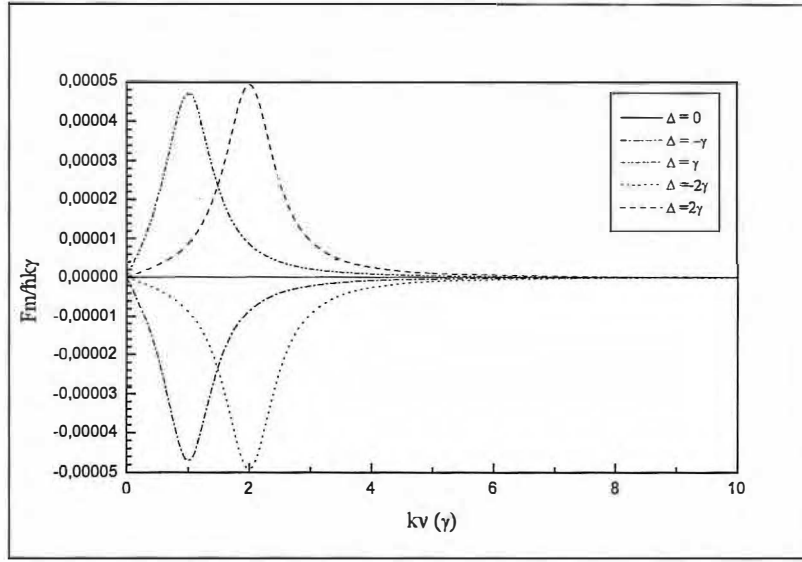


Fig. 3.23- Comportamento espacial da força média de dipolo óptica sobre um átomo de dois níveis em função de kv para vários valores de dessintonia quando $\Omega_0 = 0.01\gamma$

fisicamente falando, não faz sentido. Pois, para $t = 0$, não há laser excitando a transição e, conseqüentemente, não há coerência entre os níveis.

Graficamente, nossos resultados para a força média sobre o átomo são mostrados nas Figs. (3.23) e (3.24). Vale salientar que a média foi calculada de $n = 6$ até $n = 7$ para evitar o transiente nas curvas mostradas na Fig. (3.22).

Observamos que, com este método, obtemos o mesmo comportamento daquele apresentado na Eq. (2.48). Observe que o máximo da força acontece quando $\Delta = kv$ e que a força média tem o mesmo sinal da dessintonia.

Podemos agora partir para a solução do sistema tipo V. Inicialmente iremos discutir as soluções obtidas para pequenos valores de frequência de Rabi.

Considerando a mesma transformação de variáveis que para o sistema de dois níveis, dada pela Eq. (3.23), o sistema de Eqs. (3.42) pode ser reescrito como

$$\begin{aligned}
 \frac{dU_2}{dn} &= \left(\frac{2\pi}{kv}\right) \left[\left(\frac{\Omega_2\Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) V_3 - \gamma U_2 - \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) V_2 \right] \\
 \frac{dV_2}{dn} &= \left(\frac{2\pi}{kv}\right) \left[-2\Omega_2 W_2 + \left(\frac{\Omega_2\Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) U_3 - \gamma V_2 + \left(\Delta_2 - \frac{\Omega_3^2}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) U_2 \right] \\
 \frac{dW_2}{dn} &= \left(\frac{2\pi}{kv}\right) [2\Omega_2 V_2 + \Omega_3 V_3 - 2\gamma (1 + W_2)] \\
 \frac{dU_3}{dn} &= - \left(\frac{2\pi}{kv}\right) \left[\left(\frac{\Omega_2\Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) V_2 + \gamma U_3 + \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) V_2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

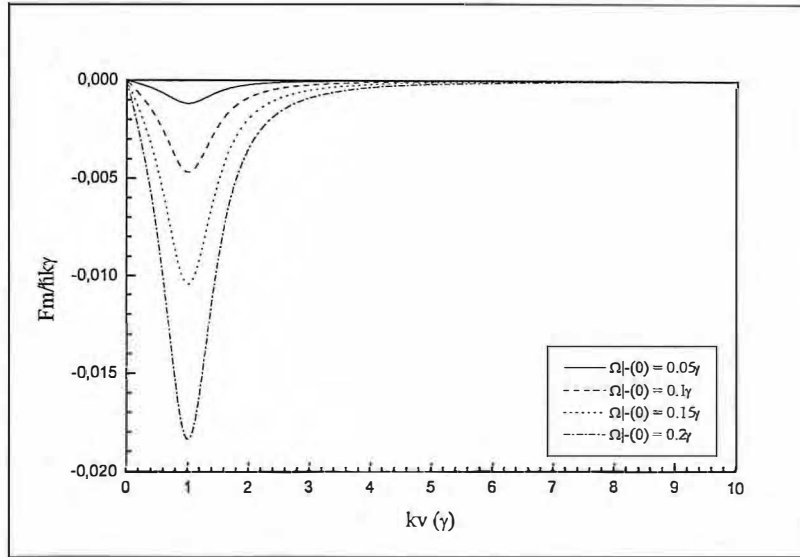


Fig. 3.24- Comportamento espacial da força de dipolo média sobre um átomo de dois níveis em função de kv para vários valores de frequência de Rabi quando $\Delta = -\gamma$.

$$\frac{dV_3}{dn} = -\left(\frac{2\pi}{kv}\right) \left[2\Omega_3 W_3 + \left(\frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) U_2 + \gamma V_3 - \left(\Delta_3 + \frac{\Omega_2^2}{\Delta_2 - \Delta_3}\right) U_3 \right]$$

$$\frac{dW_2}{dn} = \left(\frac{2\pi}{kv}\right) [2\Omega_3 V_3 + \Omega_2 V_2 - 2\gamma(1 + W_3)]$$

onde $\Omega_i = \Omega_0 \sqrt{1 + \cos(4n\pi \pm \phi)}$ com $i = 2, 3$.

Considerando novamente que no instante inicial ($t = 0$) o átomo encontra-se no estado fundamental, a forma da força média de dipolo em um período óptico para vários valores de Ω é mostrada na Fig. 3.25.

Observamos que, de forma similar ao sistema de dois níveis, a frequência de Rabi não influi na forma e na posição do máximo da força média. Isto é bastante razoável pois, para $\Omega \ll \Gamma$ o sistema tipo V nada mais é que dois sistema de dois níveis fracamente acoplados. Por isso, nenhuma variação da força média é observada em função da diferença entre as direções de polarização ϕ , como mostra a Fig. 3.26.

Assim como para o sistema de dois níveis, a frequência de Rabi não influi na forma e na posição do máximo da força média. Apenas influi na intensidade da força.

A variação da força média em função da velocidade para vários valores da frequência de Larmor é mostrada na Fig. (3.27). Observe que o sinal da força tem o mesmo sinal que $\Delta_3 = \Delta_0 - \Omega_L$, levando a crer que, de alguma forma analítica a força média deve ser diretamente proporcional a Δ_3 e Ω_0 , assim como para o sistema de dois níveis. Temos

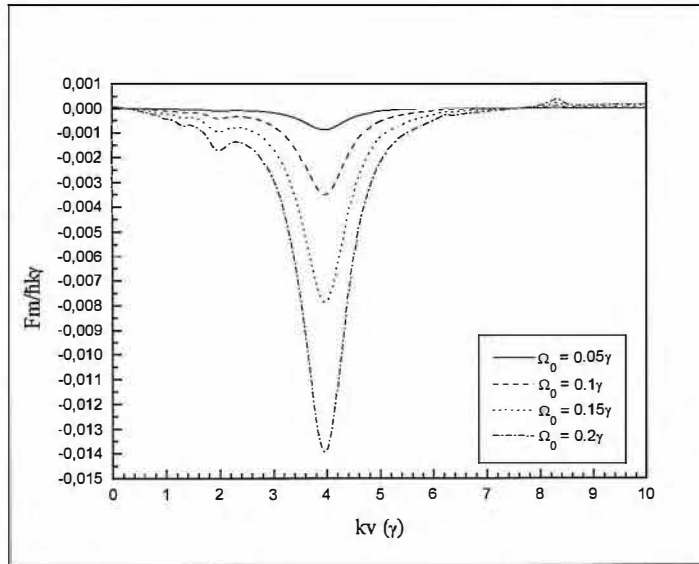


Fig. 3.25- Comportamento espacial da força média de dipolo sobre um átomo de três níveis do tipo V em função de kv quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega_L = 29\gamma$ para vários valores da frequência de Rabi.

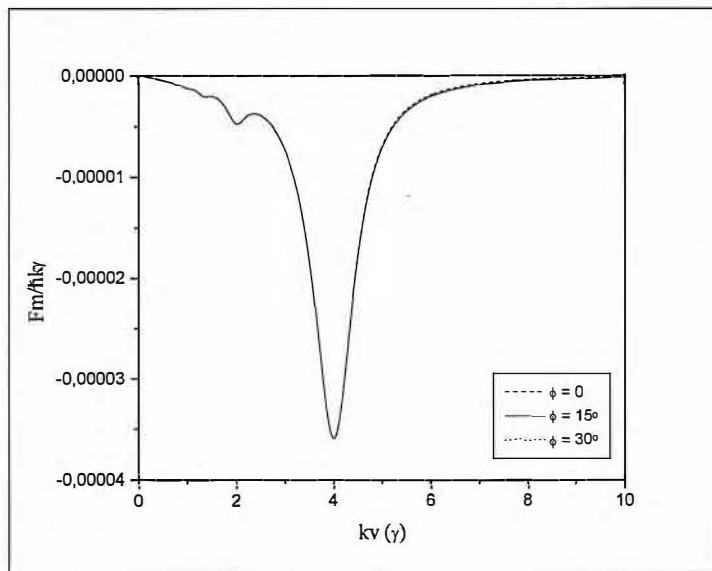


Fig. 3.26- Comportamento da força média de dipolo para vários valores de fase em função da velocidade quando $\Omega_o = \gamma$, $\Omega_L = 29\gamma$ e $\Delta_o = 21\gamma$.

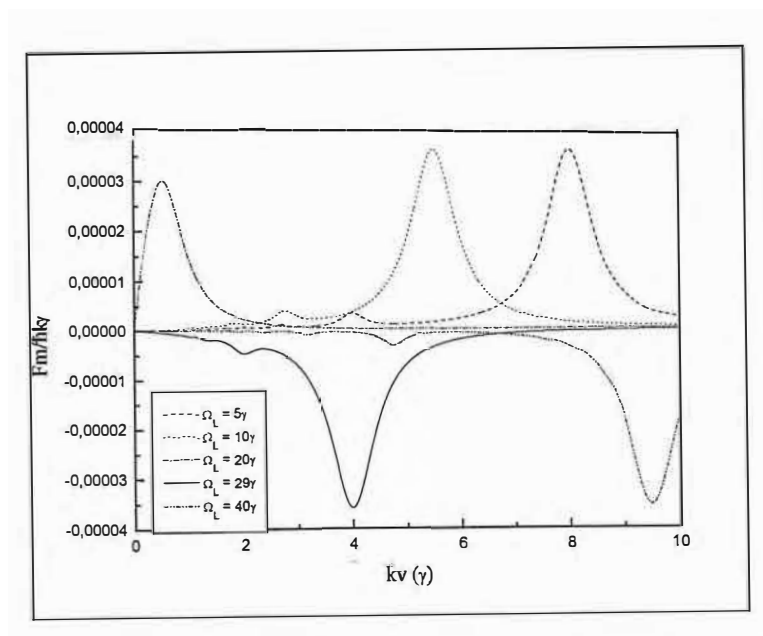


Fig. 3.27- Comportamento espacial da força média de dipolo sobre um átomo de três níveis do tipo V em função de kv quando $\Delta_0 = 21\gamma$, $\phi = 45^\circ$ e $\Omega = 0.01\gamma$ para vários valores da frequência de Larmor.

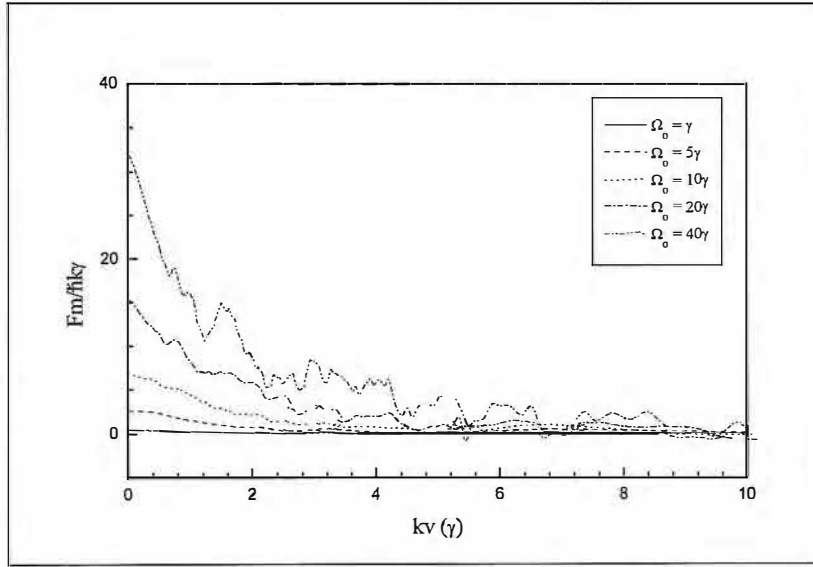


Fig. 3.28- Comportamento da força média de dipolo em função da velocidade para vários valores da frequência de Rabi quando $\Omega_L = \frac{\Omega_a}{2}$ e $\Delta_o = 0$.

também que o máximo da força média se dá quando

$$\frac{\Delta_3^2}{4} = (kv)^2 \quad (3.53)$$

Entretanto, como o campo é fraco, temos que $\Delta_3 \sim \Delta_{eff}$. Então a condição real de ressonância deve ser

$$\frac{\Delta_{eff}^2}{4} = (kv)^2 \quad (3.54)$$

Ainda como fato importante de nossas respostas para o comportamento espacial da força média sobre um átomo de três níveis do tipo V em função da velocidade vale salientar a presença de uma série de interações de multi-fótons, também conhecidos como dopplerons[19] .

Analizando o comportamento da força média em função da velocidade para valores de intensidades tais que $\Omega \geq \Gamma$, mostrado na Fig. (3.28), que o máximo da força ocorre para $kv = 0$.

Percebemos também que para velocidades maiores surgem muitos dopplerons. Isto se deve ao fato de não termos considerado os termos cruzados de coerência em nosso tratamento ao escrever o nosso sistema como uma mistura estatística de estados [21]

Como conclusão vemos que à medida que aumentamos Ω a força de dipolo média retificada é máxima para valores de $kv = 0$. Isto a princípio pode ser útil na construção

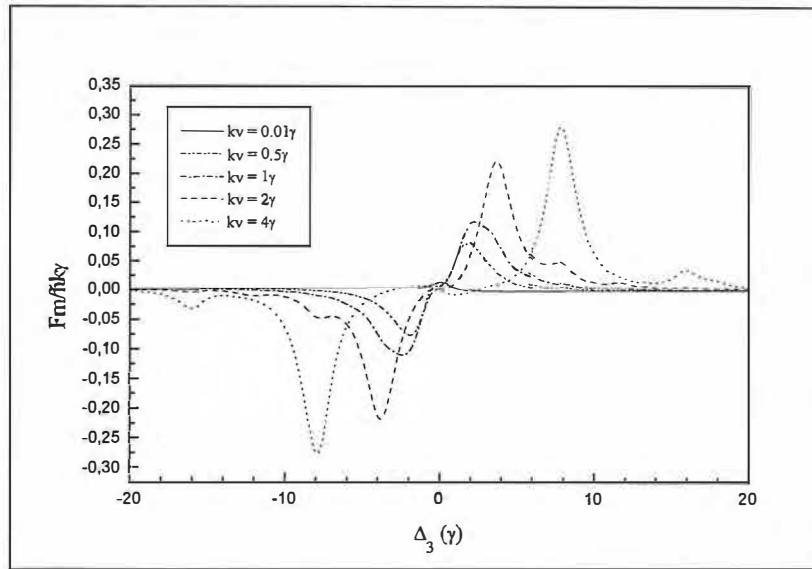


Fig. 3.29- Comportamento da força média de dipolo em função da dessintonia Δ_3 para vários valores de velocidade quando $\Omega_o = \gamma$ e $\phi = 45^\circ$.

de uma nova geração de armadilhas magneto-ópticas como demonstrado por Emile et al [3] e Höpe et al [4].

A Fig. (3.29) nos mostra a variação da força média de dipolo em função da dessintonia Δ_3 para vários valores de velocidade. Observamos que a relação (3.54) não é mais válida. Entretanto, o comportamento da força com relação a dessintonia é o mesmo, para dessintonias para o vermelho da transição $m = 0 \rightarrow m' = 1$ é que há resfriamento do átomo. Neste caso, enquanto que para dessintonias para o azul da mesma transição, há aquecimento. É importante observarmos que para valores maiores de velocidade, maior é a força média para uma dada dessintonia. Isto implica que, com a dessintonia apropriada, podemos resfriar átomos mais velozes, ou se necessário, expelí-los (aquecê-los).

Referências

- [1] R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov e V. S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1415 (1990)
- [2] R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov e V. S. Letokhov, *Opt. Commun.* **84**, 18 (1991)
- [3] O. Emile, F. Bardou, C. Salomon, Ph. Laurent, A. Nadir e A. Clairon, *Europhys. Lett.* **20**, 687 (1992)
- [4] A. Höpe, D. Haubrich, H. Schawinkel, F. Strauch e D. Meschede, *Europhys. Lett.* **28**, 7 (1994)
- [5] R. Cook, *Phys. Rev. A* **20**, 224, (1979)
- [6] A. Yariv, *Quantum Electronics*, New York, John Wiley & Sons (1975)
- [7] R. Grimm, V. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov e A. I. Sidorov, *J. Phys. II* **2**, 593 (1992)
- [8] A. P. Kazantsev e I. V. Krasnov, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2140 (1989)
- [9] L.C. Barroso, M. M. A. Barroso, F. F. Campos Filho, M. L. B. Carvalho e M. L. Maia, *Cálculo Numérico*, São Paulo, Harbra (1987)
- [10] R. Grimm, J. Söding, Yu B. Ovchnnikov e A. I. Sidorov, *Opt. Commun* **98**, 54 (1993)
- [11] J. Dalibard, C. Salomon, A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste e Cohen-Tannoudji, *Proc. 11th Intern. Conf. Atomic Phys.*, eds. Harosche, Gay e Grynberg (World Scientific, New Jersey, 1989)
- [12] S. Chu, D. S. Weiss, Y. Shevy e P. J. Ungar, *Proc. 11th Intern. Conf. Atomic Phys.*, eds. Harosche, Gay e Grynberg (World Scientific, New Jersey, 1989)
- [13] A. P. Kazantsev e I. V. Krasnov, *Sov. Phys. JETP Lett.* **46**, 332 (1988)
- [14] A. P. Kazantsev e I. V. Krasnov, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2140 (1989)
- [15] A. I. Sidorov, R. Grimm e V. S. Lethokov, *J. Phys. B* **24**, 3733 (1991)
- [16] J. Javanainen, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 519 (1990)
- [17] M. G. Prentiss, N. P. Bigelow, M. S. Shahriar e P. H. Hemmer, *Optics Lett* **16**, 1695 (1991)
- [18] P. H. Hemmer, M. G. Prentiss, M. S. Shahriar e N. P. Bigelow, *Optics Commun.* **89**, 335 (1992)
- [19] T. Cai e N. P. Bigelow, *Opt. Commun.* **104**, 175 (1993).
- [20] V. G. Minogin e e O. T. Serimaa, *Optics Commun.* **30**, 373 (1979)
- [21] J. Söding e R. Grimm, *Pys. Rev. A* **50**, 2517 (1994)

4. Conclusões

Inicialmente no cap. II, derivamos a força de pressão de radiação sobre um átomo de dois níveis através de um formalismo semiclássico proposto por R. Cook. Observamos então que, quando o átomo está em repouso, esta força é composta por duas componentes. Uma associada à emissão espontânea ou ao espalhamento de luz pelo átomo, ou ainda a troca de *momentum* entre o átomo e o campo, denominada de força espontânea. Um dado importante sobre esta componente da força de pressão de radiação é que ela satura quando a intensidade do campo aumenta. A outra, associada à interação entre o momento de dipolo induzido no átomo e o gradiente de campo. Como característica principal desta componente, temos que sua média no espaço é nula nestas condições. Ainda neste capítulo, estudamos um exemplo clássico de aplicação da força espontânea, a Armadilha Magneto-Óptica e através da aproximação de campo baixo, obtivemos uma expressão analítica para a força média de dipolo sobre um átomo em movimento.

No Cap. III nos dedicamos apenas ao estudo da componente dipolar da força de pressão de radiação, mais precisamente, das condições sobre as quais esta componente sofre um processo de retificação. Primeiro, estudamos o comportamento espacial da força de dipolo sobre um átomo hipotético de três níveis do tipo Λ , quando este está em repouso e na presença de dois campos de radiação estacionários monocromáticos contrapropagantes, linearmente polarizados, de mesmas intensidades e diferentes frequências. Nesta situação, constatamos que a força de dipolo é retificada desde que a defasagem entre os feixes não seja múltiplo de $\frac{\pi}{2}$ e que há dois mecanismos de retificação, um para baixas intensidades de campo e outro para altas intensidades.

Para baixas intensidades, o fenômeno responsável pela retificação é o bombeamento óptico entre os subníveis do estado fundamental, via transição Raman estimulada $|1\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$. Neste caso, a força de dipolo média em um comprimento de onda da radiação é diferente de zero e negativa. À medida que as intensidades dos lasers aumentam, através da dessintonia eficaz, o efeito de deslocamento da luz começa a influir, fazendo com que a força de dipolo média diminua chegando até zero. Neste ponto, o efeito de bombeamento óptico foi totalmente compensado pelo efeito de deslocamento de luz. À medida que

continuamos aumentando a frequência de Rabi, a força de dipolo média começa a aumentar positivamente chegando ao máximo quando a condição

$$\Delta_1 - \frac{\Omega_2^2}{\Delta_1 - \Delta_2} = -\Delta_1 = \Delta_2$$

é satisfeita. Depois, desde o máximo, a força média começa a diminuir, uma vez que a dessintonia começa a ficar longe da transição. Observamos também que o máximo da força média acontece quando a defasagem entre os feixes é de 45° e que a força média é simétrica com relação a este ponto de máximo, possuindo valores nulos como já dissemos, para valores múltiplos de $\frac{\pi}{2}$.

Depois, estudamos o comportamento espacial da força de dipolo óptica sobre um átomo em repouso com uma transição do tipo $J = 0 \rightarrow J' = 1$ na presença de dois campos de radiação estacionários monocromáticos contrapropagantes linearmente polarizados de mesmas intensidades e frequências e também de um campo magnético uniforme e paralelo aos campos de radiação. Neste caso, o sistema pode ser descrito por um átomo de três níveis do tipo V na presença de duas ondas estacionárias circularmente polarizadas. Nestas circunstâncias, supondo que apenas um feixe, o σ^+ da transição $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, é ressonante, o que depende apenas da intensidade do campo magnético, a força de dipolo sofre um processo de retificação devido à transferência unidirecional de fótons entre os dois feixes lasers devido ao deslocamento de luz causado pelo feixe fora da ressonância, o σ^- associado a transição $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$. Observamos então que, dentro desta aproximação, a força de dipolo média é monotonicamente crescente com a frequência de Rabi, não saturando como acontece com a força espontânea, embora a retificação completa da força de dipolo em escala microscópica se dê quando $\Omega_0 = 20\gamma$. Todavia, fisicamente, sabemos que a medida que a intensidade começa a crescer, o campo σ^+ começa a sair da ressonância da transição $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, ou em outras palavras, a componente da força associada a este campo F_3 começa a diminuir em módulo, por outro lado, a componente associada a outra transição F_2 , começa a ter um peso maior, e quando tomamos a força como um todo esta deve sim, passar por um máximo e depois diminuir até zero. Isto é comprovado quando analisamos a força média em função da frequência de Larmor, que está associada ao campo magnético, e por conseguinte à abertura dos níveis do estado excitado pelo efeito Zeeman. Aqui, constatamos que mantendo-se a frequência de Rabi constante e variando a frequência de Larmor, a força média é nula na ausência de campo

magnético (neste caso o átomo pode ser encarado apenas como um sistema de dois níveis e, conseqüentemente, a força de dipolo é nula) passa por um máximo e depois diminui assintoticamente com a frequência de Larmor. Constatamos também que, o valor máximo da força de dipolo média se dá quando a diferença de fase entre os feixes é múltiplo ímpar de $\frac{\pi}{4}$ e nula para 0 e π ., assim como para o átomo do tipo Λ ,

Por fim, estudamos para a última configuração atômica, o comportamento da força de dipolo quando o átomo está em movimento via solução numérica do conjunto de equações diferenciais acopladas que descreve o sistema, através do método de Runge-Kutta. Observamos que, para campos fracos, a força média de dipolo, neste caso, tem o mesmo sinal que a dessintonia eficaz Δ_{eff} e que a frequência de Rabi influi apenas no módulo da força média. A velocidade na qual acontece o máximo da força é dada pela condição $(kv)^2 = 4\Delta_{eff}^2$. Outro fato importante que obtemos é a ocorrência de doplerons em nossas respostas.

Quando o campo é intenso ($\Omega \geq \Gamma$) a força apresenta um comportamento semelhante àquela para campos fracos, quanto à influência da frequência de Rabi. Percebemos ainda que a força média de dipolo retificada é máxima quando $kv = 0$. Quanto à dessintonia, observamos que a força apresenta as mesmas características, porém, a condição $(kv)^2 = 4\Delta_{eff}^2$ não é mais válida. Concluimos também que, a força média de dipolo possui valores máximos maiores para velocidades maiores, o que proporciona o aprisionamento de átomos mais velozes quando se escolhe a dessintonia correta.

Apêndice A

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Fisica

CUniversidade Federal do Ceara

C

CFortaleza, 16 de janeiro de 1996.

C

CPrograma que calcula a força de dipolo que atua sobre um atomo

Cde tres niveis do tipo "Lambda". Neste caso o atomo esta

Cparado e nao esta imerso em qulaquer campo magnetico. Alem de

Ccalcular a força o programa ainda calcula a variacao da frequencia

Cde Rabi e a dos dessintonias.

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ,ARQ1,ARQ2,ARQ3,ARQ4
```

```
REAL N
```

```
REAL NUM, DEN
```

```
REAL F*
```

```
REAL DET1,DET2
```

```
REAL IT,IIT,IIIT,IVT,VT
```

```
REAL PHASE
```

```
REAL S1,S2
```

```
REAL D
```

```
REAL R1,R2
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

CCriacao dos bancos de dados

C

```

ARQ='F102045.dat'
ARQ1='D1102045.dat'
ARQ2='D2102045.dat'
ARQ3='R1102045.dat'
ARQ4='R2102045.dat'
OPEN(10,FILE=ARQ)
OPEN(20,FILE=ARQ1)
OPEN(30,FILE=ARQ2)
OPEN(40,FILE=ARQ3)
OPEN(50,FILE=ARQ4)

```

C

CInicializacao e passagem de valor

C

```

N=1.0D-4
PHASE=PI/4
R1=10.D0
R2=10.D0
D=20.D0

```

C

CInicio dos calculo C

```

50 S1=SIN(2*N*PI)
      S2=SIN(2*N*PI+PHASE)

```

C

CDeterminacao do denominador

C

```

IT=(R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2)
IIT=(D**2)*((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))
VT=(R1**2)*(S1**2)*(R2**2)*(S2**2)
IVT=-((R1**4)*(S1**4)+(R2**4)*(S2**4))
IIIT=(1/(4*D*D))*((R1**6)*(S1**6)+(R2**6)*(S2**6))
VIT=(3/(4*D*D))*(R1**4)*(S1**4)*(R2**2)*(S2**2)
VIIT=(3/(4*D*D))*(R2**4)*(S2**4)*(R1**2)*(S1**2)

```

```
DEN=IT+IIT+IIIT+IVT+VT+VIT+VIIT
```

C

CDeterminacao do numerador

C

```
IT=((R1**2)*(R2**2)*(S1**2)*(S2**2))/D
IIT=(2*(D**2))-((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))
IIIT=(COS(2*N*PI)/S1)-(COS(2*N*PI+PHASE)/S2)
NUM=-IT*IIT*IIIT
```

C

CDeterminacao da forza, frecuencia de Rabi e dessintonias

C

```
RAB1=R1*S1
RAB2=R2*S2
DET1=D-(((R2**2)*(S2**2))/(2*D))
DET2=-D+(((R1**2)*(S1**2))/(2*D))
F=NUM/DEN
```

C

CEscrita no banco dos valores da forza, dessintonias e

C frequencias de Rabi

C

```
WRITE(10,'(F10.8,F16.8)') N,F
WRITE(20,'(F10.8,F16.8)') N,DET1
WRITE(30,'(F10.8,F16.8)') N,DET2
WRITE(40,'(F10.8,F16.8)') N,RAB1
WRITE(50,'(F10.8,F16.8)') N,RAB2
N=N+0.0001
```

C

CFim do laço

C

```
IF (N .LE. 1.0001) THEN
    GOTO 50
ENDIF
```

C

CFim do programa

C

CLOSE(10)

CLOSE(20)

CLOSE(30)

CLOSE(40)

CLOSE(50)

C

STOP

END

C

CUltima atualizacao : 19/03/1996.

C

Apêndice B

CCarlos William de Araujo Paschoal

CUniversidade Federal do Ceara

CDepartamento de Fisica

C

CFortaleza, 23 de janeiro de 1996.

C

CPrograma que calcula a variacao da forca media de dipolo que

Catua sobre um atomo de tres niveis do tipo "Lambda" em funcao

Cda dessintonia. Neste caso o atomo esta parado e nao esta imerso

Cem qulaquer campo magnetico.

COs parametros normais sao R1=40, R2=40, D=20 e PHASE=45

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ
```

```
REAL INCd
```

```
REAL N,Nfm,Ninc
```

```
REAL NoUM, DEN
```

```
REAL F,Fm,Fo
```

```
REAL DET1,DET2
```

```
REAL IT,IIT,IIIT,IVT,VT
```

```
REAL PHASE
```

```
REAL S1,S2
```

```
REAL D
```

```
REAL R1,R2
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

CCriacao dos bancos

C

```
ARQ='Fmd4060.dat'  
OPEN(10,FILE=ARQ)
```

C

CInicializacao e passagem de valor

C

```
INCD = 1.0d0  
Ninc = 1.D-4  
Nfim = Ninc + 1  
R1 = 40.D0  
R2 = R1  
D = INCD  
PHASE = 60.0d0  
PHASE = PHASE*PI/180
```

C

CInicio do laco da fase

C

```
200 N = 1.0D-4
```

```
Fo = 0.D0  
Fm = 0.D0
```

C

CInicio dos calculo C

```
250 S1=SIN(2*N*PI)
```

```
S2=SIN(2*N*PI+PHASE)
```

C

CDeterminacao do denominador

C

```
IT=(R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2)  
IIT=(D**2)*((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))  
VT=(R1**2)*(S1**2)*(R2**2)*(S2**2)  
IVT=-((R1**4)*(S1**4)+(R2**4)*(S2**4))  
IIIT=(1/(4*D*D))*((R1**6)*(S1**6)+(R2**6)*(S2**6))
```

$$VIT=(3/(4*D*D))*(R1**4)*(S1**4)*(R2**2)*(S2**2)$$

$$VIIT=(3/(4*D*D))*(R2**4)*(S2**4)*(R1**2)*(S1**2) \text{ DEN}=IT+IIT+IIIT+IVT+VT+VIT+VIIT$$

C

CDeterminacao do numerador

C

$$IT=((R1**2)*(R2**2)*(S1**2)*(S2**2))/D$$

$$IIT=(2*(D**2))-((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))$$

$$IIIT=(\text{COS}(2*N*PI)/S1)-(\text{COS}(2*N*PI+PHASE)/S2)$$

$$\text{NUM}=-IT*IIT*IIIT$$

C

CDeterminacao da forza, frecuencia de Rabi e dessintonias

C

$$RAB1=R1*S1$$

$$RAB2=R2*S2$$

$$DET1=D-(((R2**2)*(S2**2))/(2*D))$$

$$DET2=-D+(((R1**2)*(S1**2))/(2*D))$$

$$F=\text{NUM}/\text{DEN}$$

C

CCalculo da forza media acumulada

C

$$Fm = Fm + (((F+Fo)*Ninc)/2)$$

$$Fo = F$$

$$N = N + Ninc$$

C

CFim do laco da forza

C

IF (N .LE. Nfim) THEN

GOTO 250

ENDIF

C

CEscrita no banco

C

```

WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') D,Fm
D = D + INCd
C
C .....Fim do laco da dessintonia
C
IF (D .LE. 40) THEN
    GOTO 200 ENDIF
C
C .....Fim do Calculo da Forca media com a dessintonia
C
CLOSE(10)
C
C
STOP
END
C
C
C .....Ultima atualizacao : 19 /09/1996.
C

```

Apêndice C

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Fisica

CUniversidade Federal do Ceara

C

CFortaleza, 19 de setembro de 1996.

C

CPrograma que calcula a variacao da forca media de dipolo que

Catua sobre um atomo de tres niveis do tipo "Lambda" em funcao

Cda fase. Neste caso o atomo esta parado e nao esta imerso em qualquer

Ccampo magnetico.

COs parametros normais sao $R1=10$, $R2=10$, $D=20$ e $PHASE=45$ C

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ
```

```
REAL INCphase
```

```
REAL N,Nfm,Ninc
```

```
REAL NoUM, DEN
```

```
REAL F,Fm,Fo
```

```
REAL DET1,DET2
```

```
REAL IT,IIT,IIIT,IVT,VT
```

```
REAL PHASE
```

```
REAL S1,S2
```

```
REAL D REAL R1,R2
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

CCriacao dos bancos

C

```

        ARQ='Fmp4030.dat'
        OPEN(10,FILE=ARQ)
C
C .....Inicializacao e passagem de valor
C
        INCphase = 1.0D0
        Ninc = 1.0D-4
        Nfm = Ninc + 1.D0
        R1 = 40.D0
        R2 = R1
        D = 30.D0
        PHASE = 0.D0
        PHASE = PHASE*PI/180
C
C .....Inicio do laco da fase
C
10 N = 1.0D-4
        Fo = 0.D0
        Fm = 0.D0
C
C .....Inicio dos calculo
C
50 S1=SIN(2*N*PI)
        S2=SIN(2*N*PI+PHASE)
C
C .....Determinacao do denominador
C
        IT=(R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2)
        IIT=(D**2)*((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))
        VT=(R1**2)*(S1**2)*(R2**2)*(S2**2)
        IVT=-((R1**4)*(S1**4)+(R2**4)*(S2**4))
        IIIT=(1/(4*D*D))*((R1**6)*(S1**6)+(R2**6)*(S2**6))

```

```

VIT=(3/(4*D*D))*(R1**4)*(S1**4)*(R2**2)*(S2**2)
VIIT=(3/(4*D*D))*(R2**4)*(S2**4)*(R1**2)*(S1**2)
DEN=IT+IIT+IIIT+IVT+VT+VIT+VIIT

```

C

CDeterminacao do numerador

C

```

IT=((R1**2)*(R2**2)*(S1**2)*(S2**2))/D
IIT=(2*(D**2))-((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))
IIIT=(COS(2*N*PI)/S1)-(COS(2*N*PI+PHASE)/S2)
NUM=-IT*IIT*IIIT

```

C

CDeterminacao da forza para cada valor de N

C

```

F=NUM/DEN

```

C

CCalculo da forza media acumulada

C

```

Fm = Fm + ((F+Fo)*Ninc)/2
Fo = F N = N + Ninc

```

C

CFim do laco da forza

C

```

IF (N .LE. Nfim) THEN
    GOTO 50
ENDIF

```

C

CEscrita no banco

C

```

WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') PHASE*180/PI,Fm
PHASE = PHASE + (INCphase*PI/180)

```

C

CFIm do laco da fase

```
C
      IF (PHASE .LE. (90*PI/180)) THEN
          GOTO 10 ENDIF
C
C .....Fim do calculo da forca media com a fase
C
      CLOSE(10)
C
      STOP
      END
```

Apêndice D

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Física

CUniversidade Federal do Ceara

C

CFortaleza, 21 de outubro de 1996.

C

CPrograma que calcula a variacao da forza media de dipolo que

Catua sobre um atomo de tres niveis do tipo "Lambda" em funcao

Cda frequencia de Rabi. Neste caso o atomo esta parado e nao

Cesta imerso em qulaquer campo magnetico.

COs parametros normais sao R1=10, R2=10, D=20 e PHASE=45

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ,ARQ1,ARQ2
```

```
REAL INCr1
```

```
REAL N,Nfim,Ninc
```

```
REAL NUM, DEN
```

```
REAL F,Fm,Fo
```

```
REAL DET1,DET2
```

```
REAL IT,IIT,IIIT,IVT,VT
```

```
REAL PHASE
```

```
REAL S1,S2
```

```
REAL D
```

```
REAL R1,R2
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

CCriacao dos bancos

C
ARQ='Fmr2060.dat'
OPEN(10,FILE=ARQ)
C
CInicializacao e passagem de valor

C
INCr1 = 0.5D0
Ninc = 1.0D-4
Nfim = Ninc + 1.D0
R1 = INCr1
R2 = R1
D = 20.D0
PHASE = 60.0D0
PHASE = PHASE*PI/180

C
CInicio do laco da freq. de Rabi

C
100 N = 1.0D-4
Fo = 0.D0
Fm = 0.D0

C
CInicio dos calculo

C
150 S1=SIN(2*N*PI)
S2=SIN(2*N*PI+PHASE)

C
CDeterminacao do denominador

C
IT=(R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2)
IIT=(D**2)*((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))
VT=(R1**2)*(S1**2)*(R2**2)*(S2**2)
IVT=-((R1**4)*(S1**4)+(R2**4)*(S2**4))

$$IIIT=(1/(4*D*D))*((R1**6)*(S1**6)+(R2**6)*(S2**6))$$

$$VIT=(3/(4*D*D))*(R1**4)*(S1**4)*(R2**2)*(S2**2)$$

$$VIIT=(3/(4*D*D))*(R2**4)*(S2**4)*(R1**2)*(S1**2)$$

$$DEN=IT+IIT+IIIT+IVT+VT+VIT+VIIT$$

C

CDeterminacao do numerador

C

$$IT=((R1**2)*(R2**2)*(S1**2)*(S2**2))/D$$

$$IIT=(2*(D**2))-((R1**2)*(S1**2)+(R2**2)*(S2**2))$$

$$IIIT=(\text{COS}(2*N*PI)/S1)-(\text{COS}(2*N*PI+PHASE)/S2)$$

$$NUM=-IT*IIT*IIIT$$

C

CCalculo da Forca para cada N

C

$$F=NUM/DEN$$

C

CCalculo da forca media acumulada

C

$$Fm = Fm + ((F+Fo)*Ninc)/2$$

$$Fo = F$$

$$N = N + Ninc$$

C

CFim do laço da forca

C

IF (N .LE. Nfim) THEN

GOTO 150

ENDIF

C

CEscrita no banco

C

WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') R1,Fm

R1 = R1 + INCr1

```
        R2 = R1
C
C .....Fim do laco da freq. de Rabi
C
        IF (R1 .LE. 80) THEN
                GOTO 100
        ENDIF
C
C .....Fim do CAculo da Forca media com a frequencia de Rabi
C
        CLOSE(10)
C
        STOP
        END
```

Apêndice E

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Física

CUniversidade Federal do Ceara

C

CPrograma que calcula forza de dipolo retificada

Csupondo um atomo de tres niveis do tipo V

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ
```

```
DOUBLE PRECISION AUX,D,D2,D3,R0,R2,R3,X
```

```
DOUBLE PRECISION DEN,GRADR2,GRADR3,N,NUM2,NUM3,M,MF,M0,PH,Q,RD
```

```
DOUBLE PRECISION D0,C2,C3,D13,D12
```

```
DOUBLE PRECISION F,F1,F2,F3,F4, F5, DEF
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

CDEFINICAO DO BANCO DE DADOS

C

```
ARQ='fxsa.dat'
```

```
OPEN(10,FILE=ARQ)
```

```
ARQ='fxca.dat'
```

```
OPEN(20,FILE=ARQ)
```

C

CPARAMETROS INICIAIS DO SISTEMA

C

```
PH=45*(PI/180)
```

```
D0=-8.D0
```

```
X=29.D0
```

```

D2=21+X
D3=21-X
D=-(D3-D2)
R0=20.D0
M0=0.D0
M=M0
MF=1.001

```

C

CINICIO DO LACO

C

50 DEN=0

```

NUM2=0
NUM3=0
C2=1+COS(4*M*PI-PH)
R2=R0*SQRT(C2)
C3=1+COS(4*M*PI+PH)
R3=R0*SQRT(C3)
GRADR2=-(R0*SIN(4*M*PI-PH))/SQRT(C2)
GRADR3=-(R0*SIN(4*M*PI+PH))/SQRT(C3)
N=D3+((R2**2)/D)
Q=D2-((R3**2)/D)
RD=R2*R3/D

```

C

CCALCULO DO DENOMINADOR TERMO A TERMO

C

```

DEN=DEN+(3*(R2**2)*(R3**2))
DEN=DEN+(2*(R2**2))
DEN=DEN+(2*(R2**2)*(RD**2))
DEN=DEN+(2*(R2**2)*(N**2))
DEN=DEN-(2*R2*R3*RD*N)
DEN=DEN+(2*R2*R3*RD*Q)
DEN=DEN+(2*(R3**2))

```

$DEN=DEN+(2*(R3^{**2})*(RD^{**2}))$
 $DEN=DEN+(2*(R3^{**2})*(Q^{**2}))+1$
 $DEN=DEN+(2*(RD^{**2}))$
 $DEN=DEN+(N^{**2})$
 $DEN=DEN+(Q^{**2})$
 $DEN=DEN+(RD^{**4})$
 $DEN=DEN+(2*(RD^{**2})*N*Q)$
 $DEN=DEN+((N^{**2})*(Q^{**2}))$
 $DEN=-4*DEN$

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U2 TERMO A TERMO

C

$NUM2=NUM2+((R2^{**2})*R3*N)$
 $NUM2=NUM2+(R2*(R3^{**2})*RD)$
 $NUM2=NUM2+(R2*RD)$
 $NUM2=NUM2+(R2*(RD^{**3}))$
 $NUM2=NUM2+(R2*N*Q*RD)$
 $NUM2=NUM2+(R3*N)$
 $NUM2=NUM2+(Q*R3*(R2^{**2}))$
 $NUM2=NUM2+(R3*N*(Q^{**2}))$
 $NUM2=8*NUM2$
 $AUX=NUM2$

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U3 TERMO A TERMO

C

$NUM3=NUM3+((R2^{**2})*R3*RD)$
 $NUM3=NUM3-(R2*(R3^{**2})*Q)$
 $NUM3=NUM3-(R2*Q)$
 $NUM3=NUM3-(R2*(RD^{**2})*N)$
 $NUM3=NUM3-(R2*(N^{**2})*RD)$
 $NUM3=NUM3+(R3*(RD^{**3}))$
 $NUM3=NUM3+(Q*R3*N*RD)$

```

NUM3=NUM3+(R3*RD)
NUM3=8*NUM3
NUM2=NUM3
NUM3=AUX
C
C .....CALCULO DA FORCA
C
F=((NUM3/DEN)*GRADR3)+((NUM2/DEN)*GRADR2)
C
DEF=D3+((R2**2)/(D2))
F1=(DEF*800*SIN(4*M*PI+PH))/((D3**2)+1+800*C3)
F2=-(2*(DEF)*R3*GRADR3)
F3=((DEF**2)+1+(4*(R3**2)))
F4=F2/F3
F5 = -8*(D2**2)*((R3**2/D2)-1/D2)*GRADR2
F5 = F1-(F5/((D3**2)+1+800*C3))
WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') M,F
WRITE(20,'(F16.8,F16.8)') M,F4
M=M+0.001
IF(M.LE.MF) THEN
    GOTO 50
ENDIF
C
CLOSE(10)
C
STOP
END

```

Apêndice F

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Fisica

CUniversidade Federal do Ceara

C

CPrograma que calcula forca de dipolo media

Csupondo um atomo de tres niveis do tipo V

C

CDefinicao das variaveis

C

```
CHARACTER*20 ARQ
```

```
DOUBLE PRECISION AUX,D,D2,D3,R0,R2,R3,X
```

```
DOUBLE PRECISION INCR, INCX, INCPH,RF,XF,PHF
```

```
DOUBLE PRECISION FMCA, FMSA, F0CA, F0SA
```

```
DOUBLE PRECISION DEN,GRADR2,GRADR3,N,NUM2,NUM3,M,MF,M0,PH,Q,RD
```

```
DOUBLE PRECISION D0,C2,C3,D13,D12,INCM
```

```
DOUBLE PRECISION F,F1,F2,F3,F4,DEF
```

```
DATA PI/3.141592653589793238D0/
```

C

Ccalculo da forca media com a frequencia de larmor

C

C DEFINICAO DO BANCO DE DADOS

C

```
ARQ='fmxta.dat'
```

```
OPEN(50,FILE=ARQ)
```

```
ARQ='fmxca.dat'
```

```
OPEN(60,FILE=ARQ)
```

C

CPARAMETROS INICIAIS DO SISTEMA

C

```
PH=45*(PI/180)
D0=-8.D0
X=-250.D0
R0=20.D0
INCX=1.D0
INCM = 0.001
FMCA=0.D0
FMSA=0.D0
FOCA=0.D0
FOSA=0.D0
```

C

200 M=M0

```
D2=21+X
D3=21-X
D=-(D3-D2)
DEN=0
NUM2=0
NUM3=0
C2=1+COS(4*M*PI-PH)
R2=R0*SQRT(C2)
C3=1+COS(4*M*PI+PH)
R3=R0*SQRT(C3)
GRADR2=- (R0*SIN(4*M*PI-PH))/SQRT(C2)
GRADR3=- (R0*SIN(4*M*PI+PH))/SQRT(C3)
N=D3+((R2**2)/D)
Q=D2-((R3**2)/D)
RD=R2*R3/D
```

C

CCALCULO DO DENOMINADOR TERMO A TERMO

C

```
DEN=DEN+(3*(R2**2)*(R3**2))
```

```

DEN=DEN+(2*(R2**2))
DEN=DEN+(2*(R2**2)*(RD**2))
DEN=DEN+(2*(R2**2)*(N**2))
DEN=DEN-(2*R2*R3*RD*N)
DEN=DEN+(2*R2*R3*RD*Q)
DEN=DEN+(2*(R3**2))
DEN=DEN+(2*(R3**2)*(RD**2))
DEN=DEN+(2*(R3**2)*(Q**2))+1
DEN=DEN+(2*(RD**2))
DEN=DEN+(N**2)
DEN=DEN+(Q**2)
DEN=DEN+(RD**4)
DEN=DEN+(2*(RD**2)*N*Q)
DEN=DEN+((N**2)*(Q**2))
DEN=-4*DEN

```

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U2 TERMO A TERMO

C

```

NUM2=NUM2+((R2**2)*R3*N)
NUM2=NUM2+(R2*(R3**2)*RD)
NUM2=NUM2+(R2*RD)
NUM2=NUM2+(R2*(RD**3))
NUM2=NUM2+(R2*N*Q*RD)
NUM2=NUM2+(R3*N)
NUM2=NUM2+(Q*R3*(R2**2))
NUM2=NUM2+(R3*N*(Q**2))
NUM2=8*NUM2
AUX=NUM2

```

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U3 TERMO A TERMO

C

```

NUM3=NUM3+((R2**2)*R3*RD)

```

NUM3=NUM3-(R2*(R3**2)*Q)

NUM3=NUM3-(R2*Q)

NUM3=NUM3-(R2*(RD**2)*N)

NUM3=NUM3-(R2*(N**2)*RD)

NUM3=NUM3+(R3*(RD**3))

NUM3=NUM3+(Q*R3*N*RD)

NUM3=NUM3+(R3*RD)

NUM3=8*NUM3

NUM2=NUM3

NUM3=AUX

C

CCALCULO DA FORCA

C

F=((NUM3/DEN)*GRADR3)+((NUM2/DEN)*GRADR2)

C

DEF=D3+((R2**2)/(D2))

F1=(DEF*800*SIN(4*M*PI+PH))/((D3**2)+1+800*C3)

F2=-2*(DEF)*R3*GRADR3

F3=((DEF**2)+1+(4*(R3**2)))

F4=F2/F3

FOCA=F4

FOSA=F

M=M+INCM

C

CINICIO DO LACO

C

250 DEN=0

NUM2=0

NUM3=0

C2=1+COS(4*M*PI-PH)

R2=R0*SQRT(C2)

C3=1+COS(4*M*PI+PH)

$R3=R0*\text{SQRT}(C3)$
 $\text{GRADR2}=-\frac{(R0*\text{SIN}(4*M*PI-PH))}{\text{SQRT}(C2)}$
 $\text{GRADR3}=-\frac{(R0*\text{SIN}(4*M*PI+PH))}{\text{SQRT}(C3)}$
 $N=D3+\frac{(R2**2)}{D}$
 $Q=D2-\frac{(R3**2)}{D}$
 $RD=R2*R3/D$

C

CCALCULO DO DENOMINADOR TERMO A TERMO

C

$\text{DEN}=\text{DEN}+(3*(R2**2)*(R3**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R2**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R2**2)*(RD**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R2**2)*(N**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}-(2*R2*R3*RD*N)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*R2*R3*RD*Q)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R3**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R3**2)*(RD**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(R3**2)*(Q**2))+1$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(RD**2))$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(N**2)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(Q**2)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(RD**4)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+(2*(RD**2)*N*Q)$
 $\text{DEN}=\text{DEN}+((N**2)*(Q**2))$
 $\text{DEN}=-4*\text{DEN}$

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U2 TERMO A TERMO

C

$\text{NUM2}=\text{NUM2}+\frac{(R2**2)*R3*N}{D}$
 $\text{NUM2}=\text{NUM2}+(R2*(R3**2)*RD)$
 $\text{NUM2}=\text{NUM2}+(R2*RD)$
 $\text{NUM2}=\text{NUM2}+(R2*(RD**3))$

$$\text{NUM2}=\text{NUM2}+(\text{R2}*\text{N}*\text{Q}*\text{RD})$$

$$\text{NUM2}=\text{NUM2}+(\text{R3}*\text{N})$$

$$\text{NUM2}=\text{NUM2}+(\text{Q}*\text{R3}*(\text{R2}**2))$$

$$\text{NUM2}=\text{NUM2}+(\text{R3}*\text{N}*(\text{Q}**2))$$

$$\text{NUM2}=8*\text{NUM2}$$

$$\text{AUX}=\text{NUM2}$$

C

CCALCULO DO NUMERADOR DE U3 TERMO A TERMO

C

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}+((\text{R2}**2)*\text{R3}*\text{RD})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}-(\text{R2}*(\text{R3}**2)*\text{Q})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}-(\text{R2}*\text{Q})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}-(\text{R2}*(\text{RD}**2)*\text{N})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}-(\text{R2}*(\text{N}**2)*\text{RD})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}+(\text{R3}*(\text{RD}**3))$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}+(\text{Q}*\text{R3}*\text{N}*\text{RD})$$

$$\text{NUM3}=\text{NUM3}+(\text{R3}*\text{RD})$$

$$\text{NUM3}=8*\text{NUM3}$$

$$\text{NUM2}=\text{NUM3}$$

$$\text{NUM3}=\text{AUX}$$

C

CCALCULO DA FORCA

C

$$\text{F}=\left(\frac{\text{NUM3}}{\text{DEN}}\right)*\text{GRADR3}+\left(\frac{\text{NUM2}}{\text{DEN}}\right)*\text{GRADR2}$$

C

$$\text{DEF}=\text{D3}+((\text{R2}**2)/(\text{D2}))$$

$$\text{F1}=(\text{DEF}*800*\text{SIN}(4*\text{M}*\text{PI}+\text{PH}))/((\text{D3}**2)+1+800*\text{C3})$$

$$\text{F2}=-2*(\text{DEF})*\text{R3}*\text{GRADR3}$$

$$\text{F3}=(\text{DEF}**2)+1+(4*(\text{R3}**2))$$

$$\text{F4}=\text{F2}/\text{F3}$$

$$\text{FMSA}=\text{FMSA}+((\text{F}+\text{F0SA})*\text{INCM}/2)$$

$$\text{FMCA}=\text{FMCA}+((\text{F4}+\text{F0CA})*\text{INCM}/2)$$

```
FOSA=F
FOCA=F4
M=M+INCM
IF(M.LE.MF) THEN
    GOTO 250
ENDIF
WRITE(50,'(F16.8,F16.12)') X,FMSA
WRITE(60,'(F16.8,F16.12)') X,FMCA
X=X+INCX
IF (X .LE. 250) THEN
    GOTO 200
ENDIF
CLOSE(50)
CLOSE(60)
STOP
END
```

Apêndice G

CCarlos William de Araujo Paschoal

CDepartamento de Fisica

CUniversidade Federal do Ceara

C

CPROGRAMA PARA RESOLVER UM PROBLEMA DE UM SISTEMA DE EQUACOES

CDIFERENCIAIS LINEARES ACOPLADAS QUE DESCREVE UM ÁTOMO DE DOIS

CNIVEIS NA PRESENÇA DE UM CAMPO MONOCROMATICO FRACO.UTILIZANDO

CO METODO USANDO O METODE DE RUNGE-KUTTA

C

C.....

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

EXTERNAL FCN

CHARACTER*20 ENTRA,ENTRA1,ENTRA2

DIMENSION Y(50) DIMENSION CIN(6),COMM(5),CONST(3),COUT(14),W(6,11)

COMMON /INT/ NVAR

COMMON /PASSA/ W0,DL,XK

DATA PI/3.141592653589793238D0/

DATA N\$TEP/1000/

DATA CIN(1)/0.D0/,CIN(2)/0.D0/,CIN(3)/0.D0/,CIN(4)/0.D0/,CIN(5)/0.D0/CIN(6)/0.D0/

DATA COMM(1)/0.D0/,COMM(2)/0.D0/,COMM(3)/0.D0/,COMM(4)/0.D0/

DATA CONST(1)/0.D0/,CONST(2)/0.D0/,CONST(3)/0.D0/

C

CDECLARACAO DAS CONDICAO DE CONTORNO EM t=0.

C

TF=10.0D0

CIN(1)=0.D0

C

CDECLARACAO DOS PARAMETROS DO SISTEMA

```

C
    XK=1.D0
    DL=1.0D0
    W0=0.01D0

C
C .....FIM DA DECLARACAO DOS DADOS DE ENTRADA
C
    Y(1)=0.D0
    Y(2)=0.D0
    Y(3)=-1.D0 CC
    NVAR=3
    N1=NVAR
    N2=11
    CIN(1)=0.0
    TOL=0.000000001
    T1=0.D0
    TINC=0.001
    T2=TINC
    IFAIL=1

C
C .....GERACAO DOS ARQUIVOS
C
    ENTRA='U.dat'
    ENTRA1='V.dat'
    ENTRA2='W.dat'
    OPEN(10,FILE=ENTRA)
    OPEN(15,FILE=ENTRA1)
    OPEN(20,FILE=ENTRA2)
    WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(1)
    WRITE(15,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(2)
    WRITE(20,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(3)

C

```

```

100          CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COUT,
* W,N1,N2,IFAIL)
C
C .....GERACAO DOS ARQUIVOS
C
C          WRITE(10,'(3F12.6,3F12.6,I3,F4.1)') T1,Y(1), IFAIL, CIN(1)
          WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(1)
          WRITE(15,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(2)
          WRITE(20,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(3)
          IFAIL=1
C          WRITE(*,*) 'Entrei na rotina', T1, Y(1)
          T1=T2
          T2=T2+TINC
          IF (T2.LE.TF) THEN
              GOTO 100
          ENDIF
C
          CLOSE(10)
          CLOSE(15)
          CLOSE(20)
CC          ,
          STOP
          END
C
          SUBROUTINE FCN(X,Y,DYDX)
          IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
          DIMENSION DYDX(50),Y(50)
          COMMON /INT/ NVAR
          COMMON /PASSA/ W0,DL,XK
          C COMMON /PI01/ PI
          DATA PI/3.141592653589793238D0/
C C

```

```

AUX1 = (2*PI*W0/XK) DYDX(1)=- (PI/XK)*Y(1)-(2*PI*DL/XK)*Y(2)
DYDX(2)=- (PI/XK)*Y(2)+(2*PI*DL/XK)*Y(1)+AUX1*COS(2*X*PI)*Y(3)
DYDX(3)=-AUX1*COS(2*PI*X)*Y(2)-(2*PI/XK)*(Y(3)+1) C
RETURN END

```

Apêndice H

```
C
C .....PROGRAMA QUE CALCULA A FORCA MEDIA DE DIPOLO VERSUS A VELOCIDADE
C .....PARA UM ATOMO DE DOIS NIVEIS USANDO O METODO DE RUNGE KUTTA
C C.....
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      EXTERNAL FCN
      CHARACTER*20 ARQ
      DIMENSION Y(50)
      DIMENSION CIN(6),COMM(5),CONST(3),COUT(14),W(6,11)
      COMMON /INT/ NVAR
      COMMON /PASSA/ W0,DL,XK
C      COMMON /PI01/ PI
      DATA PI/3.141592653589793238D0/
      DATA NSTEP/1000/
C      DATA CIN(1)/0.D0/,CIN(2)/0.D0/,CIN(3)/0.D0/,CIN(4)/0.D0/,CIN(5)/0.D0/CIN(6)/0.D0/
      DATA COMM(1)/0.D0/,COMM(2)/0.D0/,COMM(3)/0.D0/,COMM(4)/0.D0/
      DATA CONST(1)/0.D0/,CONST(2)/0.D0/,CONST(3)/0.D0/
C.....
C .....DEFINICAO DOS VALORES DE KV, DELTA E OMEGA
C
      XK=0.001D0
      DL=1.D0
      W0=0.01D0
      XKINC = 0.01D0
      XKF = 10.D0
C
C .....ABERTURA DO BANCO QUE CONTERA A FORCA
C
```

```

ARQ = 'aferir.dat'
OPEN(10,FILE=ARQ)

C
C .....LACO PARA SAIR DO TRANSIENTE
C
C .....DECLARACAO DAS CONDICAO DE CONTORNO EM t=0.
C..... C
10      TF=6.0D0
      CIN(1)=0.D0
C
C .....FIM DA DECLARACAO DOS DADOS DE ENTRADA.
C.

      Y(1)=(W0*4)/17
      Y(2)=(18*W0)/17
      Y(3)=-1.D0 CC
      NVAR=3
      N1=NVAR
      N2=11
      CIN(1)=0.0
      TOL=0.000000001
      T1=0.D0
      TINC=0.001
      T2=TINC
      IFAIL=1
      F0 = 0.D0
      F = 0.D0
      FM = 0.D0

C
100     CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COUT,
* W,N1,N2,IFAIL)
      IFAIL=1
      T1=T2

```

```

T2=T2+TINC
IF (T2.LE.TF) THEN
    GOTO 100
ENDIF

C
C .....INICIO DO CALCULO DA FORCA MEDIA C C DECLARACAO DAS CONDICAO DE
C .....CONTORNO EM t=0.
C.
    TF=7.D0
    CIN(1)=0.D0

C
C .....CALCULO DO PRIMEIRO TERMO DA FORCA
C
    F0 = -Y(1)*W0*COS(2*T1*PI)
    T1=T2
    T2=T2+TIN

C
C .....LACO QUE CALCULARA O RESTANTE DA FORCA
C
200      CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COUT,
* W,N1,N2,IFAIL) ,
    IFAIL=1
    F = -Y(1)*W0*COS(2*PI*T1)
    FM = FM + ((F+F0)*TINC/2)
    F0 = F
    T1=T2
    T2=T2+TINC
    IF (T2.LE.TF) THEN
        GOTO 200
    ENDIF

C
C .....ESCRITA NO BANCO DA FORCA

```

```

C
      WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') XK,FM
C
C .....TESTE DE XK
C
      XK = XK +XKIN
C
C      WRITE (*,*) 'PASSO NUMERO = ', XK
C      IF (XK .LE. XKF) THEN
          GOTO 10
      ENDIF
C
C .....FIM DO PROGRAMA
C
      CLOSE(10)
CC
      STOP
      END
C C..... C
      SUBROUTINE FCN(X,Y,DYDX)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION DYDX(50),Y(50)
      COMMON /INT/ NVAR
      COMMON /PASSA/ W0,DL,XK
C      COMMON /PI01/ PI
      DATA PI/3.141592653589793238D0/ C C
      AUX1 = (2*PI*W0/XK)
      DYDX(1)=- (PI/XK)*Y(1)-(2*PI*DL/XK)*Y(2)
      DYDX(2)=- (PI/XK)*Y(2)+(2*PI*DL/XK)*Y(1)+AUX1*COS(2*X*PI)*Y(3)
      DYDX(3)=-AUX1*COS(2*PI*X)*Y(2)-(2*PI/XK)*(Y(3)+1) C
      RETURN
      END
C

```

Apêndice I

```
C
C .....PROGRAMA QUE RESOLVE O PROBLEMA DE UM SISTEMA DE EQUACOES
C .....DIFERENCIAIS QUE DESCREVE UM ATOMO DE TRES NIVEIS DO TIPO V
C..... UTILIZANDO O METODO USANDO O METODE DE RUNGE KUTTA
C C.....
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      EXTERNAL FCN
      CHARACTER*20 ENTRA,ENTRA1,ENTRA2,ENTRA3,ENTRA4,ENTRA5,ENTRA6
      DIMENSION Y(50)
      DIMENSION CIN(6),COMM(5),CONST(3),COUT(14),W(6,11)
      COMMON /INT/ NVAR
      COMMON /PASSA/ W0,D2,D3,XK,PH,XL
C      COMMON /PI01/ PI
      DATA PI/3.141592653589793238D0/
      DATA NSTEP/1000/
C      DATA CIN(1)/0.D0/,CIN(2)/0.D0/,CIN(3)/0.D0/,CIN(4)/0.D0/,CIN(5)/0.D0/CIN(6)/0.D0/
      DATA COMM(1)/0.D0/,COMM(2)/0.D0/,COMM(3)/0.D0/,COMM(4)/0.D0/
      DATA CONST(1)/0.D0/,CONST(2)/0.D0/,CONST(3)/0.D0/
C
C .....DECLARACAO DAS CONDICAO DE CONTORNO EM t=0.
C
      TF=10.0D0
      CIN(1)=0.D0
C
C ..... DECLARACAO DOS VALORES DE XK, PH, XL, D2, D3
C
      XK=1.D0
      W0=0.01
```

PH = 45*(PI/180)

XL = 29.D0

D2 = 21 + XL

D3 = 21 - XL

C

CFIM DA DECLARACAO DOS DADOS DE ENTRADA.

C

Y(1)=0.D0

Y(2)=0.D0

Y(3)=-1.D0

Y(4)=0.D0

Y(5)=0.D0

Y(6)=-1.D0

C

AUX2 = -W0*Y(1)*SIN(4*T1*PI-PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI-PH)))

C

AUX3 = -W0*Y(4)*SIN(4*T1*PI+PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI+PH)))

C

F0 = AUX2 + AUX3

CC

NVAR=6

N1=NVAR

N2=11

CIN(1)=0.0

TOL=0.000000001

T1=0.D0

TINC=0.001

T2=TINC

IFAIL=1

CC

CGERACAO DOS ARQUIVOS

C

```

ENTRA='U2.dat'
ENTRA1='V2.dat'
ENTRA2='W2.dat'
ENTRA3='U3.dat'
ENTRA4='V3.dat'
ENTRA5='W3.dat'
C   ENTR A6 = 'teste.dat'
OPEN(10,FILE=ENTRA)
OPEN(15,FILE=ENTRA1)
OPEN(20,FILE=ENTRA2)
OPEN(25,FILE=ENTRA3)
OPEN(30,FILE=ENTRA4)
OPEN(35,FILE=ENTRA5)
C   OPEN(40,FILE=ENTRA6)
WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(1)
WRITE(15,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(2)
WRITE(20,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(3)
WRITE(25,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(4)
WRITE(30,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(5)
WRITE(35,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(6)
C   WRITE(40,'(F16.8,F16.8)') T1, F0
C
100   CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COUT,
* W,N1,N2,IFAIL)
C
C .....GERACAO DOS ARQUIVOS
C
C   WRITE(10,'(3F12.6,3F12.6,I3,F4.1)') T1,Y(1), IFAIL, CIN(1)
C
AUX2 = -W0*Y(1)*SIN(4*T1*PI-PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI-PH)))
C
AUX3 = -W0*Y(4)*SIN(4*T1*PI+PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI+PH)))

```

```

C
      F = AUX2 + AUX3
      WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(1)
      WRITE(15,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(2)
      WRITE(20,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(3)
      WRITE(25,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(4)
      WRITE(30,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(5)
      WRITE(35,'(F16.8,F16.8)') T1, Y(6)
C      WRITE(40,'(F16.8,F16.8)') T1, F
      IFAIL=1
C      WRITE(*,*) 'Entrei na rotina', T1, Y(1)
      T1=T2
      T2=T2+TINC
      IF (T2.LE.TF) THEN
          GOTO 100
      ENDIF C
      CLOSE(10)
      CLOSE(15)
      CLOSE(20)
      CLOSE(25)
      CLOSE(30)
      CLOSE(35)
C      CLOSE(40)
CC
      STOP
      END
C C..... C
      SUBROUTINE FCN(X,Y,DYDX)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION DYDX(50),Y(50)
      COMMON /INT/ NVAR
      COMMON /PASSA/ W0,D2,D3,XX,PH,XL

```

```

C      COMMON /PI01/ PI
      DATA PI/3.141592653589793238D0/
C
C C      WRITE(*,*) W0, PH, D2, D3
      R2 = W0*SQRT(1+COS(4*X*PI-PH))
      R3 = W0*SQRT(1+COS(4*X*PI+PH))
      QSI = D2-((R3*R3)/(D2-D3))
      ETA = D3+((R2*R2)/(D2-D3))
      FI = R2*R3/(D2-D3)
      AUX1 = 2*PI*FI/XK
      AUX2 = 2*PI*R2/XK
      AUX3 = 2*PI*R3/XK
      DYDX(1)=-((2*PI/XK)*Y(1)-((2*PI*QSI)/XK)*Y(2)+AUX1*Y(5))
      DYDX(2)=-((2*PI/XK)*Y(2)+((2*PI*QSI)/XK)*Y(1)+AUX1*Y(4)-2*AUX2*Y(3))
      DYDX(3)=2*AUX2*Y(2)+AUX3*Y(5)-(4*PI/XK)*(Y(3)+1)
      DYDX(4)=-((2*PI/XK)*Y(4)-((2*PI*ETA)/XK)*Y(5)-AUX1*Y(2))
      DYDX(5)=-((2*PI/XK)*Y(5)+((2*PI*ETA)/XK)*Y(4)-AUX1*Y(1)-2*AUX3*Y(6))
      DYDX(6)=2*AUX3*Y(5)+AUX2*Y(2)-(4*PI/XK)*(Y(6)+1) C
      RETURN
      END
C c.....

```

Apêndice J

```
C
C .....PROGRAMA PARA RESOLVER O SISTEMA DE EQUACOES DIFERENCIAIS
C .....QUE DESCREVE UM ATOMO DE 3 NIVEIS DO TIPO V NA PRESENCA DE UM
C .....CAMPO ESTACIONARIO E UM CAMPO MAGNETICO UTILIZANDO O METODO
C .....DE DE RUNGE KUTTA
C C.....
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      EXTERNAL FCN
      CHARACTER*20 ENTRA,ENTRA1,ENTRA2,ENTRA3,ENTRA4,ENTRA5
      DIMENSION Y(50)
      DIMENSION CIN(6),COMM(5),CONST(3),COUT(14),W(6,11)
      COMMON /INT/ NVAR
      COMMON /PASSA/ W0,D2,D3,XK,PH,XL
C      COMMON /PI01/ PI
      DATA PI/3.141592653589793238D0/
      DATA NSTEP/1000/
C      DATA CIN(1)/0.D0/,CIN(2)/0.D0/,CIN(3)/0.D0/,CIN(4)/0.D0/,CIN(5)/0.D0/CIN(6)/0.D0/
      DATA COMM(1)/0.D0/,COMM(2)/0.D0/,COMM(3)/0.D0/,COMM(4)/0.D0/
      DATA CONST(1)/0.D0/,CONST(2)/0.D0/,CONST(3)/0.D0/
C
C .....DECLARACAO DOS VALORES DE : K, DEL, OMEGA E GAMA (NA ORDEM ABAIXO)
C C      WRITE(*,*) 'ENTREI NO PROGRAMA'
      XK=0.0000001D0
      XKINC = 0.00001
      XKF = 0.5D0
      W0 = 0.2D0
      PH = 45*(PI/180)
      XL = 0.0D0
```

D2 = -1 + XL
D3 = -1.01 - XL

C
CFIM DA DECLARACAO DOS DADOS DE ENTRADA.

C..... C

CGERACAO DOS ARQUIVOS

C

ENTRA='yu.dat'
OPEN(10,FILE=ENTRA)

CC

C..... C

CLACO PARA SAIR DO TRANSIENTE

C CDECLARACAO DAS CONDICAO DE CONTORNO EM t=0.

C..... C C

C WRITE(*,*) 'ABRI O BANCO'

10 TF=6.0D0

CIN(1)=0.D0 C

Y(1)=0.D0

Y(2)=0.D0

Y(3)=-1.D0

Y(4)=0.D0

Y(5)=0.D0

Y(6)=-1.D0

CC

C I=1

NVAR=6

N1=NVAR

N2=11

CIN(1)=0.0

TOL=0.000000001

T1=0.D0

TINC=0.01

```

T2=TINC
IFAIL=1
F0 = 0.D0
F = 0.D0
FM = 0.D0
C
C C      WRITE(*,*) 'ENTRANDO NA SUBROTINA PELA ',I,'-ESIMA VEZ'
100      CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COUT,
* W,N1,N2,IFAIL)
      IFAIL=1
C      I=I+1
      T1=T2
      T2=T2+TINC
      IF (T2.LE.TF) THEN
          GOTO 100
      ENDIF
C
C C .....INICIO DO CALCULO DA FORCA MEDIA
C
      TF=7.D0
      CIN(1)=0.D0
C
CC .....CALCULO DO PRIMEIRO TERMO DA FORCA
C
      A1 = -Y(4)*W0*SIN(4*T1*PI+PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI+PH)))
      A2 = -Y(1)*W0*SIN(4*T1*PI-PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI-PH)))
      F0 = A1 + A2
      T1=T2
      T2=T2+TIN
C
C .....LACO QUE CALCULARA O RESTANTE DA FORCA
C

```

```

200      CALL D02PAF(T1,T2,NVAR,Y,CIN,TOL,FCN,COMM,CONST,COU,
* W,N1,N2,IFAIL)
      IFAIL=1
      A1 = -Y(4)*W0*SIN(4*T1*PI+PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI+PH)))
      A2 = -Y(1)*W0*SIN(4*T1*PI-PH)/(SQRT(1+COS(4*T1*PI-PH)))
      F = A1 + A2
      FM = FM + ((F+F0)*TINC/2)
      F0 = F
      T1=T2
      T2=T2+TINC
      IF (T2.LE.TF) THEN
          GOTO 200
      ENDIF
C
C .....ESCRITA NO BANCO DA FORCA
C
      WRITE(10,'(F16.8,F16.8)') XK,FM
C      WRITE(*,*) XK,' ',FM
C
C .....TESTE DE XK
C
      XK = XK +XKINC
C WRITE (*,*) 'PASSO NUMERO = ', XK
      IF (XK .LE. XKF) THEN
          GOTO 10
      ENDIF
C
C..... FIM DO PROGRAMA
C
      CLOSE(10)
CC
      STOP

```

```

END

C
C..... C

SUBROUTINE FCN(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION DYDX(50),Y(50)
COMMON /INT/ NVAR
COMMON /PASSA/ W0,D2,D3,XK,PH,XL
C      COMMON /PI01/ PI
DATA PI/3.141592653589793238D0/
C
C C      WRITE(*,*) W0, PH*180/PI, D2, D3
R2 = W0*SQRT(1+COS(4*X*PI-PH))
R3 = W0*SQRT(1+COS(4*X*PI+PH))
QSI = D2-((R3*R3)/(D2-D3))
ETA = D3+((R2*R2)/(D2-D3))
FI = R2*R3/(D2-D3)
AUX1 = 2*PI*FI/XK
AUX2 = 2*PI*R2/XK
AUX3 = 2*PI*R3/XK
DYDX(1)=- (2*PI/XK)*Y(1)-(2*PI*QSI/XK)*Y(2)+AUX1*Y(5)
DYDX(2)=- (2*PI/XK)*Y(2)+(2*PI*QSI/XK)*Y(1)+AUX1*Y(4)-2*AUX2*Y(3)
DYDX(3)=2*AUX2*Y(2)+AUX3*Y(5)-(4*PI/XK)*(Y(3)+1)
DYDX(4)=- (2*PI/XK)*Y(4)-(2*PI*ETA/XK)*Y(5)-AUX1*Y(2)
DYDX(5)=- (2*PI/XK)*Y(5)+(2*PI*ETA/XK)*Y(4)-AUX1*Y(1)-2*AUX3*Y(6)
DYDX(6)=2*AUX3*Y(5)+AUX2*Y(2)-(4*PI/XK)*(Y(6)+1) C
RETURN
END
C c.....

```