



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

EDUARDO BALBINO DE ANDRADE

**CONTROLE PREDITIVO EPSAC APLICADO AO CONTROLE DE
TRAJETÓRIA DE UM VEÍCULO**

FORTALEZA

2025

EDUARDO BALBINO DE ANDRADE

CONTROLE PREDITIVO EPSAC APLICADO AO CONTROLE DE TRAJETÓRIA DE UM
VEÍCULO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em Curso
de Graduação em Engenharia Elétrica da Univer-
sidade Federal do Ceará, como requisito parcial
para a obtenção do grau de bacharel em Curso de
Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício G. Nogueira

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A566c Andrade, Eduardo Balbino de.
Controle preditivo EPSAC aplicado ao controle de trajetória de um veículo / Eduardo Balbino de Andrade. – 2025.
34 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2025.
Orientação: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira.

1. Controle preditivo. 2. EPSAC. 3. Veículo elétrico. 4. Formula SAE. I. Título.

CDD 621.3

EDUARDO BALBINO DE ANDRADE

**CONTROLE PREDITIVO EPSAC APLICADO AO CONTROLE DE TRAJETÓRIA DE
UM VEÍCULO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: 05 de Agosto de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Bismark Claire Torrico

Prof. Ms. José Leonardo Nunes da Silva

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus colegas que me acompanharam nessa trajetória árdua. A minha família, pelo amor, apoio e incentivo incondicional, financeiro e outros. Aos meus amigos e colegas do GPAR, pela amizade e companheirismo. Ao meu orientador, Prof. Dr. Fabrício G. Nogueira, pela orientação, paciência e dedicação.

The next frontier is reality itself.

(Demis Hassabis)

RESUMO

Este TCC implementa Controle Adaptativo de Predição Estendida (EPSAC, do inglês Extended Prediction Self-Adaptive Control) para minimização de uma função custo que quantifica o desempenho do sistema em relação a sua trajetória, levando em consideração a posição desejada, velocidade e as restrições para um veículo fórmula elétrico. A abordagem utilizada para o controle de trajetória do veículo fórmula elétrico utiliza a modelagem da bicicleta como uma maneira de representação matemática simplificada do comportamento dinâmico do automóvel. O estudo mostra que é possível seguir uma trajetória desejada de forma precisa e suave, mantendo o veículo estável em diferentes condições de direção. Os resultados de simulação demonstram a eficácia do controlador proposto e também a validade do modelo da bicicleta como uma aproximação para o fórmula elétrico. Esta abordagem tem potencial para ser aplicada em sistemas de controle de veículos autônomos, em competições de automobilismo estudantil e outras aplicações.

Palavras-chave: Controle Preditivo, EPSAC, Veículo Elétrico, Formula SAE.

ABSTRACT

This TCC implements Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC) for minimizing a cost function that quantifies the system's performance in relation to its trajectory, taking into account the desired position, velocity, and constraints for an electric formula vehicle. The approach used for controlling the trajectory of the electric formula vehicle utilizes the bicycle modeling as a simplified mathematical representation of the vehicle's dynamic behavior. The study shows that it is possible to precisely and smoothly follow a desired trajectory while keeping the vehicle stable under different driving conditions. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controller and the validity of the bicycle model as an approximation for the electric formula vehicle. This approach has the potential to be applied in autonomous vehicle control systems, student motorsport competitions and other applications.

Keywords: Predictive Control, EPSAC, Electrical Vehicle, Formula SAE.

Lista de Figuras

Figura 1	1
Figura 2 Ilustração do conceito de resposta base e resposta ótima	20
Figura 3 Modelo de Referência no C.G Cinemático do Veículo.	25
Figura 4 Carro Formula Elétrico	26
Figura 5 Simulação do sistema com trajetória “8”	31
Figura 6 Variáveis manipuladas - Simulação 1	31
Figura 7 Velocidades do Sistema - Simulação 1	31
Figura 8 Simulação do Sistema com trajetória “U”	32
Figura 9 Variáveis manipuladas - Simulação 2	32
Figura 10 Velocidades do Sistema - Simulação 2	32

Lista de Tabelas

Tabela 1 Simbologia.....	26
Tabela 2 Parâmetros das Simulações.....	30

Lista de Abreviaturas e Siglas

EPSAC	Extended Prediction Self-Adaptive Control
MPC	Model Predictive Control
SAE	Society of Automotive Engineers
LiDAR	Light Detection and Ranging
MIMO	Multiple Input Multiple Output

Lista de Símbolos

x	Posição no eixo x
y	Posição no eixo y
θ	Ângulo de orientação do veículo
v	Velocidade do veículo
δ	Ângulo de esterçamento da roda dianteira
β	Ângulo de derrapagem do veículo
L	Distância entre os eixos do veículo
l_R	Distância entre o eixo traseiro e o C.G
T	Período de amostragem

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)	18
3	A TEORIA E FORMULAÇÃO DO CONTROLE EPSAC	19
3.1	O Mecanismo de Predição	19
3.2	O Modelo e a Predição da Perturbação	20
3.2.1	<i>Função de Custo</i>	22
3.2.2	<i>Formulação Matricial</i>	22
3.3	Solução da Lei de Controle via Otimização	23
4	MODELAGEM DO VEÍCULO	25
4.1	Cálculo das Predições para o Veículo	27
4.2	Função Custo	28
4.3	Algoritmo EPSAC aplicado ao veículo	29
5	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	30
5.1	Resultados	30
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	33
	BIBLIOGRAFIA	34

1 INTRODUÇÃO

Veículos autônomos têm se tornado um tópico cada vez mais relevante no ramo de pesquisa, acompanhado de elevado investimento, sobretudo devido a sua vasta aplicação, abrangendo desde segurança no tráfego à exploração planetária (Tafidis et al., 2022). Assim, para categorizar toda a diversidade, foram estabelecidos seis estágios de autonomia pela Society of Automotive Engineers (SAE), considerando três principais competências (Pendleton et al., 2017):

- Percepção: capacidade de compreender o ambiente ao redor do veículo por meio de sensores, como câmeras, radares e LiDAR (do inglês, Light Detection and Ranging);
- Planejamento: habilidade de criar um plano de ação com base nas informações coletadas na percepção;
- Controle: aptidão em executar as ações planejadas de forma precisa e segura.

Nesse sentido, o controle de trajetória de veículos é desafiador pois são, em geral, de natureza não lineares, multivariáveis e apresentam restrições de movimento. Dessa forma, os sistemas de controle se tornam mais complexos, pois tratam-se de sistemas MIMO (Multiple Input Multiple Output) não quadrado (número de saídas diferente do de entradas). As entradas geralmente são a velocidade linear v e o ângulo de esterçamento δ , enquanto as variáveis de saída são a posição no sistema cartesiano X e Y , bem como o ângulo de orientação θ .

Considerando o Formula Student (FS) como uma competição propulsora de pesquisas na área de veículos autônomos de corrida, várias estratégias diferentes já foram abordadas em literatura para o controle de trajetória em sistemas não holonômicos. (Tian et al., 2023) utiliza estratégia baseada na teoria dos jogos considerando como objetivo a precisão no rastreamento da trajetória e estabilidade de condução. No trabalho de (Santos et al., 2022), o movimento lateral e longitudinal é analisado independentemente, por meio do controlador de perseguição pura (Pure Pursuit) e LQR (Linear Quadratic Regulator), respectivamente. (Alcalá et al., 2020) utiliza controle Linear com Parâmetros Variantes (LPV) implementada a MPC. Assim, na maioria dos casos, os sinais de controle são obtidos usando uma combinação de ação de feedforward calculada a partir de uma determinada trajetória de referência e controle de feedback.

Nesse contexto, uma estratégia efetiva é a utilização predições para o seguimento de referência, a mais comum é o Controle Preditivo Baseado em Modelo (Model Predictive Control ou MPC, na sigla em inglês) (Camacho; Alba, 2013). O MPC apresenta algumas vantagens

comparado às leis de controle clássicas como: menor quantidade de parâmetros necessários para ajuste; o caso multivariável (sistema MIMO) pode ser abordado de maneira simplificada; introduz feedforward de forma natural para compensar perturbações mensuráveis; a extensão para o tratamento de restrições é conceitualmente simples (Camacho; Alba, 2013).

Diversas aplicações bem-sucedidas de MPC já foram descritas na literatura a respeito do controle de trajetórias. Em (Klančar; Škrjanc, 2007) e (Raffo et al., 2009) são usadas técnicas de MPC com base em um modelo linearizado em coordenadas locais de um robô e de um veículo, respectivamente, onde uma função de custo quadrático é minimizada de modo que o erro de seguimento e o controle são afetados. (Li et al., 2022) propõem uma abordagem MPC não linear para robôs móveis. Um estudo desenvolvido por (Dai et al., 2021) mostra como é possível melhorar robustez quando uma estimativa das incertezas é considerada na fase de projeto. No entanto, os resultados obtidos com abordagens não lineares geralmente exigem alto custo computacional, o que pode inviabilizar a aplicação em sistemas embarcados.

A estratégia Controle Adaptativo de Predição Estendida (EPSAC, do inglês Extended Prediction Self-Adaptive Control) descreve um tipo de MPC que usa modelos lineares e não lineares para cálculo de previsões. Apesar da otimização do problema ter a mesma complexidade que a de um MPC com restrições lineares, a solução está mais próxima do MPC não linear, se comparado com o MPC linear (KEYSER, 2003). Desse modo, a utilização do EPSAC demonstra uma excelente solução para eficiência computacional em casos que apresentam não linearidades (Ionescu et al., 2020). (Batista et al., 2022) apresenta a viabilidade de aplicação do modelo EPSAC para controle de trajetória de robôs móveis.

Sendo assim, este trabalho propõe como contribuição a aplicação do EPSAC ao controle da trajetória de um veículo elétrico de corrida, que é um modelo (ou sistema) MIMO não quadrado (número de saídas diferente do de entradas) e não linear. De modo a tratar o controle lateral e longitudinal de trajetória de um veículo elétrico de corrida, apoiando-se na formulação do modelo de bicicleta de modo que a lei de controle é baseada em uma dinâmica de erro linearizado, obtido em torno da trajetória de referência.

O foco é minimizar a diferença entre as saídas do modelo e a trajetória planejada para o veículo. Para isso, será utilizado o controlador EPSAC, garantindo uma solução computacionalmente eficaz e permitindo implementações em tempo real, como em sistemas embarcados. Para validação do modelo, a trajetória analisada será a *Skidpad*, uma das provas dinâmicas da

FS em que o veículo deve completar uma volta em um circuito em formato de oito, realizando curvas em ambos os sentidos.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção Seção 2 apresenta a formulação do controle preditivo baseado em modelo (MPC); a Seção Seção 3 descreve a teoria e o algoritmo do EPSAC; a Seção Seção 4 detalha a modelagem cinemática do veículo e as previsões utilizadas pelo controlador; por fim, a Seção Seção 5 apresenta e discute os resultados de simulação.

2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)

A resposta para as limitações do PID e a crescente complexidade dos processos industriais veio na forma do Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC). O MPC não é um único algoritmo, mas sim uma família de estratégias de controle que utilizam um modelo explícito do processo para prever seu comportamento futuro e otimizar as ações de controle ao longo de um horizonte de tempo. As primeiras implementações de MPC surgiram na indústria de processos químicos no final da década de 1970, com algoritmos como o Dynamic Matrix Control (DMC) e o Model Algorithm Control (MAC). (Robinson; Cima, 2017)

O princípio fundamental do MPC é notavelmente intuitivo e espelha a forma como os seres humanos tomam decisões: prever o que vai acontecer no futuro com base nas ações atuais e, em seguida, escolher a melhor sequência de ações para atingir um objetivo. A cada instante de amostragem, o MPC executa os seguintes passos:

1. **Predição:** Utilizando um modelo dinâmico do processo, o controlador prevê a evolução futura das saídas do sistema (a trajetória de predição) ao longo de um horizonte de predição (N_p), com base nas ações de controle futuras postuladas.
2. **Otimização:** Uma sequência de ações de controle futuras (a trajetória de controle) é calculada ao longo de um horizonte de controle (N_c , onde $N_c \leq N_p$) para minimizar uma função de custo. Essa função de custo normalmente penaliza o desvio da saída em relação a uma trajetória de referência desejada e o esforço de controle (mudanças na variável manipulada).
3. **Implementação:** Apenas a primeira ação da sequência de controle otimizada é implementada no processo.
4. **Horizonte Recessivo:** No próximo instante de amostragem, todo o processo é repetido. Novas medições são obtidas, o horizonte de predição é deslocado, e uma nova otimização é realizada. Essa abordagem de horizonte recessivo permite que o controlador incorpore feedback e se adapte a perturbações e erros de modelagem.

Essa metodologia permite que o MPC lide explicitamente com sistemas multivariáveis, por extensão matricial matematicamente simples, atrasos de tempo, também por extensão matricial, e, crucialmente, restrições nas entradas e saídas, que são incorporadas diretamente no problema de otimização, diretamente na função. O resultado é um controle que não apenas regula o processo, mas o opera de forma otimizada e segura, dentro do horizonte de predição.

3 A TEORIA E FORMULAÇÃO DO CONTROLE EPSAC

O EPSAC (Extended Prediction Self-Adaptive Control), sendo parte da família MPC, é distintivo dentro da família MPC por sua arquitetura única, projetada explicitamente para robustez em face de erros de modelagem e perturbações. (De Keyser; Ionescu, 2002) Sua filosofia central é baseada em uma separação clara entre a dinâmica do processo e as perturbações que agem sobre ele.

O diferencial fundamental do EPSAC é sua abordagem de modelagem explícita de dois componentes. A saída futura prevista do processo, $y(t + k|t)$, é decomposta como a soma da resposta do modelo do processo determinístico, $x(t + k|t)$, e uma previsão razoável das perturbações, $n(t + k|t)$:

$$y(t + k|t) = x(t + k|t) + n(t + k|t) \quad (1)$$

- $x(t + k|t)$ é a saída prevista do modelo do processo (por exemplo, uma função de transferência ou modelo de espaço de estados) com base nas futuras ações de controle. Ele representa o nosso “melhor palpite” sobre como o sistema se comporta na ausência de qualquer perturbação ou erro de modelagem.
- $n(t + k|t)$ é a previsão da perturbação futura. Este termo agrupa os efeitos de todas as perturbações não medidas, ruído e, benéficamente, erros de modelagem resultantes da etapa de identificação.

Essa separação é fundamental. Em vez de exigir um modelo de processo perfeito, o EPSAC permite que a inevitabilidade do erro de modelagem seja tratada como uma perturbação que pode ser estimada e rejeitada. O erro de predição em malha aberta, $e(t) = y(t) - x(t|t - 1)$, é usado para atualizar o modelo de perturbação em tempo real. Tipicamente, o modelo de perturbação é um filtro projetado para capturar a dinâmica das perturbações observadas, como um processo de ruído integrado para garantir a rejeição de perturbações em degrau e, assim, o controle sem offset. (De Keyser; Ionescu, 2002)

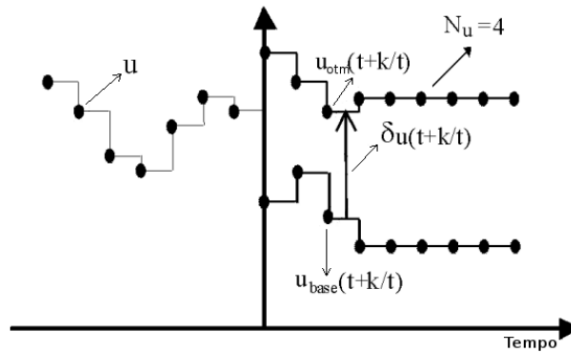
3.1 O MECANISMO DE PREDIÇÃO

Outra característica distintiva do EPSAC é a forma como ele estrutura a predição da saída. A resposta futura do sistema, $y(t + k|t)$, é novamente decomposta, baseada no conceito de sistemas lineares de sobreposição, em duas partes, mas com um propósito diferente:

$$y(t+k|t) = y_{\text{base}}(t+k|t) + y_{\text{optimize}}(t+k|t) \quad (2)$$

- $y_{\text{base}}(t+k|t)$ é a “**resposta base**”. Ela representa a evolução futura prevista da saída do processo se nenhuma ação de controle futura for aplicada (ou seja, $\Delta u(t+k|t) = 0$ para $k \geq 0$). Ela captura o efeito de todas as ações de controle passadas e a evolução prevista da perturbação.
- $y_{\text{optimize}}(t+k|t)$ é a “**resposta de otimização**”. Ela representa o efeito adicional na saída que será causado pelas futuras ações de controle que o otimizador ainda precisa determinar. Esta parte da resposta é uma função linear das futuras variações de controle $\Delta u(t)$, $\Delta u(t+1)$, ..., $\Delta u(t+N_u-1)$.

Figura 2: Ilustração do conceito de resposta base e resposta ótima



A Figura 2 ilustra o efeito acumulativo dos efeitos na saída do sistema no instante $t+K$ de todos os impulsos e do degrau aplicados. Podendo ser escrito da seguinte forma:

$$y_{\text{optimize}}(t+k|t) = h_k \delta u(t|t) + h_{k-1} \delta u(t+1|t) + \dots + g_{k-N_u+1} \delta u(t+N_u-1|t) \quad (3)$$

Os parâmetros h_1, h_2, \dots, h_{N_2} são os coeficientes de resposta ao impulso do sistema, e os parâmetros g_1, g_2, \dots, g_{N_2} são os coeficientes de resposta ao degrau do sistema.

Essa decomposição é extremamente poderosa. A resposta base é calculada primeiro, com base no estado atual e nas informações passadas. O problema de otimização então se concentra apenas em encontrar as ações de controle futuras (ΔU) que moldarão a resposta de otimização para que a resposta total ($y_{\text{base}} + y_{\text{optimize}}$) siga a trajetória de referência da melhor maneira possível. A resposta de otimização é usualmente expressa em forma matricial como $G\Delta U$, onde G é a matriz de ganhos dinâmicos do sistema.

3.2 O MODELO E A PREDIÇÃO DA PERTURBAÇÃO

Para derivar os preditores da perturbação, a abordagem EPSAC (Extended Prediction Self-Adaptive Control) utiliza um modelo de filtro para o ruído, que em sua forma

linear pode ser representado por um modelo CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving-Average). A parte referente à perturbação é dada por:

$$n(t) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) \quad (4)$$

Onde $C(q^{-1})$ é um polinômio que atua como filtro, $e(t)$ é modelado como sendo um ruído branco de média zero, e o termo $D(q^{-1})$ refere-se a um integrador. Frequentemente, este integrador é representado como $D(q^{-1}) = \Delta = 1 - q^{-1}$, o que garante a eliminação de offset em regime permanente. (KEYSER, 2003)

O primeiro passo é obter o valor atual do ruído, $n(t)$, utilizando as saídas do processo medidas, $y(t)$, e os valores do modelo genérico do processo, $x(t)$:

$$n(t) = y(t) - x(t) \quad (5)$$

Os valores anteriores do ruído, $n(t-1)$, $n(t-2)$, ..., já estão disponíveis no banco de dados, pois foram calculados em instantes de tempo anteriores. Com o valor atual do ruído, calcula-se um sinal de distúrbio filtrado, $n_f(t)$, através da seguinte expressão:

$$n_f(t) = \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}n(t) \quad (6)$$

Como o ruído branco, $e(t)$, é por definição não correlacionado, sua melhor predição para qualquer instante futuro é o seu valor médio, que é zero. A conclusão, portanto, é que o sinal filtrado $n_f(t)$ pode ser tratado como o próprio ruído branco: $n_f(t) = e(t)$. Isso leva a uma premissa fundamental para a predição:

$$\hat{n}_f(t+k|t) = 0, \text{ para } k = 1, 2, \dots, N_2 \quad (7)$$

Para obter um preditor de k-passos à frente para a perturbação, $\hat{n}(t+k|t)$, é necessário resolver a seguinte *Equação de Diophantine* para os polinômios $E_k(q^{-1})$ e $F_k(q^{-1})$:

$$C(q^{-1}) = E_{k(q^{-1})}D(q^{-1}) + q^{-k}F_{k(q^{-1})} \quad (8)$$

A solução desta equação permite separar os termos futuros dos termos passados. Então, a predição para a perturbação é obtida da seguinte forma:

$$\hat{n}(t+k|t) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}\hat{n}_f(t+k|t) \quad (9)$$

A predição é calculada de maneira recursiva para $k = 1, 2, \dots, N_2$. Para o instante $k = 1$, os valores no lado direito da equação, como $n(t|t)$, $n(t-1|t)$, ..., $n_{f(t|t)}$, $n_{f(t-1|t)}$, ..., são conhecidos do banco de dados, enquanto $\hat{n}_f(t+1|t) = 0$. O valor calculado $\hat{n}(t+1|t)$ é

então utilizado no cálculo seguinte, junto com $\widehat{n}_f(t + 2|t) = 0$, para se obter $\widehat{n}(t + 2|t)$, e assim por diante. (KEYSER, 2003)

3.2.1 FUNÇÃO DE CUSTO

A função de custo a ser minimizada é uma soma ponderada dos erros quadrados de predição e dos futuros incrementos de controle. Esta é uma formulação padrão em Controle Preditivo, especificamente, buscamos um equilíbrio entre o desempenho do rastreamento da referência e a suavidade da ação de controle através dos fatores de ponderação. A função de custo J é definida como:

$$J = \sum_{k=N_1}^{N_2} [y(t + k|t) - w(t + k)]^2 + \sum_{k=0}^{N_u-1} \lambda [\Delta u(t + k|t)]^2 \quad (10)$$

onde:

- $w(t + k)$: é a trajetória de referência futura.
- λ : é o fator de ponderação do controle, que penaliza o esforço de controle.
- N_1, N_2 : são os horizontes de predição mínimo e máximo.
- N_u : é o horizonte de controle.

O objetivo é encontrar a sequência de incrementos de controle $\Delta u(t|t), \dots, \Delta u(t + N_u - 1|t)$ que minimiza J .

3.2.2 FORMULAÇÃO MATRICIAL

Para resolver o problema de otimização, é conveniente expressar as equações em forma matricial. A predição da saída otimizada, da (3), pode ser escrita para todo o horizonte de predição como:

$$Y_{\text{otm}} = GU \quad (11)$$

onde:

- Y_{otm} é o vetor das saídas otimizadas futuras.
- U é o vetor dos futuros incrementos de controle Δu .
- G é a matriz dinâmica (ou matriz de passo), contendo os coeficientes da resposta ao degrau g_i .

A predição total da saída Y é então:

$$Y = Y_{\text{base}} + Y_{\text{otm}} = Y_{\text{base}} + GU \quad (12)$$

Substituindo esta expressão na função de custo (10), obtemos uma forma quadrática em termos de U :

$$J = (Y_{\text{base}} + GU - W)^T (Y_{\text{base}} + GU - W) + \lambda U^T U \quad (13)$$

onde W é o vetor da trajetória de referência futura. A minimização de J em relação a U é um problema de mínimos quadrados, cuja solução analítica é obtida fazendo a derivada de J em relação a U igual a zero:

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 2G^T(Y_{\text{base}} + GU - W) + 2\lambda U = 0 \quad (14)$$

Resolvendo para U , obtemos a lei de controle ótima:

$$U = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (W - Y_{\text{base}}) \quad (15)$$

Este resultado fornece o vetor de incrementos de controle ótimos. De acordo com o princípio do horizonte recessivo, mencionado acima, apenas o primeiro elemento deste vetor, $\Delta u(t|t)$, é aplicado ao sistema.

Entre as características que tornaram o EPSAC uma escolha para o controle de trajetória de um veículo estão a sua capacidade de trabalhar diretamente com restrições, sistemas não lineares e MIMO (Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas). O veículo a ser controlado é um sistema com duas entradas (velocidade linear v e ângulo de esterçamento δ) e três saídas (a posição no plano cartesiano x , y e a orientação do veículo θ). A ampla aplicabilidade do EPSAC é demonstrada em diversos campos, desde processos industriais, como torres de destilação, até aplicações médicas, como o controle de incubadoras neonatais. (De Keyser; Van Cauwenberghe, 1985; KEYSER, 2003)

3.3 SOLUÇÃO DA LEI DE CONTROLE VIA OTIMIZAÇÃO

Portanto, a solução da lei de controle via otimização é dada pela seguinte expressão:

$$Y_{\text{for}} = GU \quad (16)$$

e a equação para a lei de controle torna-se:

$$Y = Y_{\text{base}} + GU \quad (17)$$

sendo:

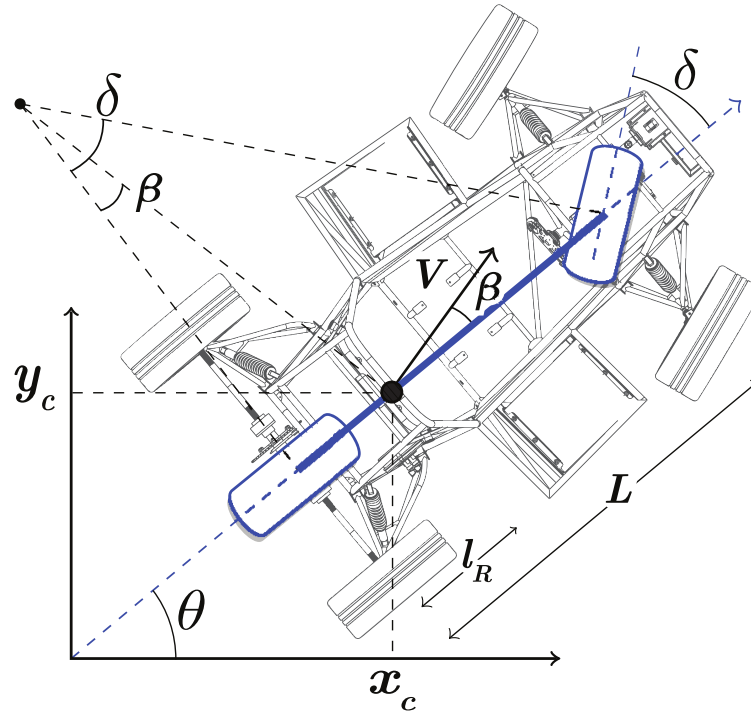
$$Y = [y(t + N_1|t) \dots y(t + N_2|t)]^T$$
$$Y_{\text{base}} = [y_{\text{base}}(t + N_1|t) \dots y_{\text{base}}(t + N_2|t)]^T \quad (18)$$

$$U = [\Delta u(t|t) \dots \Delta u(t + N_u - 1|t)]^T$$

$$G = \begin{pmatrix} g_{N_1} & 0 & \dots & 0 \\ g_{N_1+1} & g_{N_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_2} & g_{N_2-1} & \dots & g_{N_2-N_u+1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

4 MODELAGEM DO VEÍCULO

Figura 3: Modelo de Referência no C.G Cinemático do Veículo.



Deste ponto em diante, adotamos o modelo cinemático de bicicleta. A singularidade em baixas velocidades é característica da formulação dinâmica (p.ex., $\beta = \text{atan}(v_y / v_x)$), que fica mal-condicionada quando $v \rightarrow 0$; no modelo cinemático usado aqui, $\beta(\delta) = \text{arctan}(l_R \tan \delta / L)$, não havendo dependência de v . Além disso, a modelagem EPSAC separa explicitamente a resposta do modelo determinístico e as perturbações/erros de modelagem, on-line como um processo filtrado, o que permite acomodar discrepâncias de modelo de forma sistemática (KEYSER, 2003). Dessa forma, é instrutivo — a título de comparação com modelos dinâmicos mais precisos — simular o controlador com o modelo cinemático também em velocidades mais elevadas: embora o erro de modelagem aumente (devido a derrapagens e efeitos dinâmicos), o EPSAC pode(em um trabalho futuro) compensar parte dessas imperfeições ao tratá-las como perturbações, evidenciando a praticidade da abordagem.

Figura 4: Carro Formula Elétrico



O modelo, neste caso, pode também ser considerado uma modificação do modelo de movimento de robôs autônomos (WMR), onde $\omega = \dot{\theta}$, utilizado em (Batista et al., 2022), que explora esta estratégia de controle.

As variáveis utilizadas ao longo do equacionamento desenvolvido nessa seção são descritas na Tabela 1 e a dinâmica é ilustrada na Figura 3, obtida a partir do veículo apresentado na Figura 4, o qual foi desenvolvido com base nas regras da competição de Fórmula SAE Elétrica.

Tabela 1: Simbologia.

Símbolo	Descrição
x_c, y_c	Coordenadas do Centro de Gravidade(C.G)
V	Velocidade no C.G
l_R	Distâncias entre o eixo traseiro e o C.G
L	Distâncias entre os eixos do veículo
δ	Ângulo da direção
θ	Ângulo de guinada do veículo

Assim, temos o seguinte equacionamento do movimento lateral do veículo:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= v(t) \cos(\theta(t) + \beta(\delta(t))), \\
 \dot{y}(t) &= v(t) \sin(\theta(t) + \beta(\delta(t))), \\
 \dot{\theta}(t) &= v(t) \cdot \frac{\tan(\delta(t)) \cos(\beta(\delta(t)))}{L} \\
 \beta(\delta(t)) &= \tan^{-1} \left(l_R \frac{\tan(\delta(t))}{L} \right)
 \end{aligned} \tag{20}$$

onde $y(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{pmatrix}^T$ é a atual orientação do veículo no espaço e $u(t) = \begin{pmatrix} v(t) \\ \delta(t) \end{pmatrix}^T$

são as ações de controle.

4.1 CÁLCULO DAS PREDIÇÕES PARA O VEÍCULO

A predição da saída futura do processo é o pilar da estratégia EPSAC. Para o veículo, utiliza-se o modelo cinemático discreto, obtido pela discretização do modelo de bicicleta (apresentado na Seção 5). Este modelo representa a função f_d introduzida na teoria:

$$\mathbf{y}(k+1) = f_{d(\mathbf{y}(k), \mathbf{u}(k))} = \begin{cases} x(k+1) = x(k) + Tv(k) \cos(\theta(k) + \beta(k)) \\ y(k+1) = y(k) + Tv(k) \sin(\theta(k) + \beta(k)) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + Tv(k) \tan(\delta(k)) \cos(\beta(k)) L^{-1} \end{cases} \quad (21)$$

Conforme a filosofia do EPSAC, a saída real do sistema, $\mathbf{y}(k)$, é decomposta na resposta do modelo determinístico, $\mathbf{x}(k)$, e no efeito combinado das perturbações e erros de modelagem, $\mathbf{n}(k)$. A cada instante, a perturbação é estimada como a diferença entre a medição real e a predição do modelo do passo anterior:

$$\mathbf{n}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{x}(k) \quad (22)$$

Onde os vetores de estado, controle e a predição do modelo são definidos como:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{u}(k) = \begin{pmatrix} v(k) \\ \delta(k) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{x}(k) = f_d(\mathbf{y}(k-1), \mathbf{u}(k-1)) \quad (23)$$

O distúrbio $\mathbf{n}(k)$ é então modelado por um filtro, conforme a teoria, para que sua evolução futura possa ser prevista. Para garantir a rejeição de perturbações constantes e, conseqüentemente, o controle sem offset, utiliza-se um modelo de ruído integrado:

$$\mathbf{n}(k) = \left(\frac{1}{\Delta(q^{-1})} \right) \mathbf{T}(q^{-1}) \mathbf{e}(k), \quad (24)$$

sendo $\mathbf{e}(k)$ um vetor de ruído branco com média nula, e os polinômios do filtro dados por:

$$\mathbf{T}(q^{-1}) = \mathbf{I}_{3 \times 3} + T_1 q^{-1} + \dots + T_{nt} q^{-nt}; \quad \Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}. \quad (25)$$

Com as predições do modelo $\mathbf{x}(k+j|k)$ e da perturbação $\mathbf{n}(k+j|k)$, a predição total da saída $\mathbf{y}(k+j|k)$ é construída, formando a base para a otimização.

4.2 FUNÇÃO CUSTO

O controlador calcula a lei de controle minimizando uma função custo quadrática que penaliza o erro de seguimento e o esforço de controle. Definindo o erro de seguimento como $\tilde{\mathbf{y}}(k + j|k) = \mathbf{y}_r(k + j|k) - \mathbf{y}(k + j|k)$, a função custo é:

$$J(k) = \sum_{j=1}^N \tilde{\mathbf{y}}^T(k + j|k) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{y}}(k + j|k) + \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{\mathbf{u}}_o^T(k + j|k) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}_o(k + j|k) \quad (26)$$

sujeita às restrições de atuador:

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k + j|k) \leq \mathbf{u}_{\max} \quad \forall j = 0, \dots, N - 1, \quad (27)$$

sendo N o horizonte de predição, e \mathbf{Q} e \mathbf{R} as matrizes de ponderação que ajustam a importância relativa entre erro e esforço de controle. Para viabilizar a solução por algoritmos de otimização padrão, a função custo é reescrita na forma de Programação Quadrática (QP):

$$J(k) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{U}}_o^T(k) \mathbf{H}(k) \tilde{\mathbf{U}}_o(k) + \mathbf{f}^T(k) \tilde{\mathbf{U}}_o(k) + C, \quad (28)$$

sujeita a: $\mathbf{A}_c \tilde{\mathbf{U}}_{o(k)} \leq \mathbf{b}_c$

Aqui, a variável de decisão é o vetor de futuras ações de controle otimizadas, $\tilde{\mathbf{U}}_{o(k)}$. As matrizes do problema QP, \mathbf{H} e \mathbf{f} , são calculadas a partir da dinâmica linearizada do sistema (\mathbf{G}), das matrizes de ponderação ($\tilde{\mathbf{Q}}$, $\tilde{\mathbf{R}}$) e do erro entre a trajetória de referência (\mathbf{Y}_r) e a predição base (\mathbf{Y}_b):

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(k) &= 2(\mathbf{G}^{T(k)} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{G}(k) + \tilde{\mathbf{R}}), \\ \mathbf{f}(k) &= 2\mathbf{G}^{T(k)} \tilde{\mathbf{Q}} (\mathbf{Y}_{b(k)} - \mathbf{Y}_{r(k)}), \\ \tilde{\mathbf{Q}} &= \text{diag}(\mathbf{Q}; \dots; \mathbf{Q}); \quad \tilde{\mathbf{R}} = \text{diag}(\mathbf{R}; \dots; \mathbf{R}). \end{aligned} \quad (29)$$

A solução deste problema de QP fornece a sequência de controle ótima. Para reduzir o custo computacional, a solução analítica de (28) pode ser usada, aplicando a saturação nos limites \mathbf{u}_{\min} e \mathbf{u}_{\max} posteriormente.

4.3 ALGORITMO EPSAC APLICADO AO VEÍCULO

O método proposto é explicitado a seguir:

Algorithm 1: Algoritmo EPSAC aplicado ao veículo

```
1: procedure ALGOEPSAC( $y_r(k), u_k, v_{\min}, v_{\max}, \delta_{\min}, \delta_{\max}, N, Q, R$ )
2:   ▷ Passo 1. Inicializações
3:    $Y_{r(k)} \leftarrow Y_{r(k)}$                                      ▷ Trajetória de referência
4:    $u_k \leftarrow u_k$                                          ▷ Trajetória de referência
5:    $\delta_{\min} \leftarrow \delta_{\min}$                              ▷ Restrições de ângulo de esterçamento mínimo
6:    $\delta_{\max} \leftarrow \delta_{\max}$                              ▷ Restrições de ângulo de esterçamento máximo
7:    $N \leftarrow N$                                            ▷ Horizonte de predição
8:    $Q \leftarrow Q$                                            ▷ Matriz de Ganhos Q
9:    $R \leftarrow R$                                            ▷ Matriz de Ganhos R
10:   $y(k) \leftarrow y(k)$                                        ▷ Estimativa da posição
11:
12:  ▷ Passo 2. Cálculo das predições
13:  if  $k = 1$  then
14:     $U_{b(k)} \leftarrow [v_r, 0, \dots, v_r, 0]^T$ 
15:  else
16:     $U_{b(k)} \leftarrow [u(k|k-1)^T, \dots, u(N-2|k-1)^T, u(N-2|k-1)^T]^T$ 
17:  end
18:   $Y_{b(k)} \leftarrow Y_{b(k)}$ 
19:   $G(k) \leftarrow G(k)$ 
20:
21:  ▷ Passo 3. Cálculo da ação de controle
22:   $U_o(k) \leftarrow U_o(k)$ 
23:   $U(k) \leftarrow U(k)$ 
24:
25:  ▷ Passo 4. Aplicação da ação de controle
26:   $U(k) \leftarrow U(k)$ 
27:
28:  ▷ Passo 5. Retorno ao Passo 1
29:  return  $U(k)$ 
30: end
```

5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Esta subseção apresenta os resultados da simulação de operação do veículo e o seguimento de trajetória usando o algoritmo EPSAC aplicado. A primeira referência de trajetória foi baseada no skidpad da SAE elétrica Brasil. Além disso, alguns dados de simulação foram definidos conforme a Tabela 2, referente ao veículo apresentado na Figura 4.

5.1 RESULTADOS

A primeira simulação realizada utiliza a posição inicial $x_0 = [-5; -5; 0]^T$ e uma velocidade de referência $v_r = 24$ m/s. A Figura 5 apresenta a posição estimada do carro no plano cartesiano XY e a Figura 6 mostra o comportamento temporal das variáveis manipuladas pelo algoritmo utilizado para a simulação, de modo a permitir a observação da rápida convergência apresentada. Como pode ser visto, os resultados apresentam consistência e demonstraram o bom desempenho do controlador, que foi capaz de controlar a trajetória, realizando a simulação em um tempo total de 11.36 segundos. Ademais, o comportamento da velocidade, bem como o ângulo da direção do veículo, são apresentados na Figura 7. É importante notar que as velocidades de operação na simulação, em torno de 24 m/s (aproximadamente 86 km/h), são elevadas para um modelo puramente cinemático. Embora os resultados sejam consistentes dentro das premissas do modelo, em uma aplicação real nessas velocidades, os efeitos dinâmicos como o deslizamento dos pneus, não capturados pelo modelo de bicicleta, se tornariam significativos.

Tabela 2: Parâmetros das Simulações.

Parâmetro	Valor	Descrição
Q	diag(1; 1; 0.5)	Variável de ponderação
R	diag(0.5; 0.5; 0.5)	Variável de ponderação
l_R	0.45 (m)	Distância do eixo traseiro ao C.G.
L	1.5 (m)	Distância entre eixos
$\max(\mathbf{u})$	-0.4 (rad)	Ângulo de esterçamento máximo
$\min(\mathbf{u})$	0.4 (rad)	Ângulo de esterçamento mínimo

Figura 5: Simulação do sistema com trajetória “8”

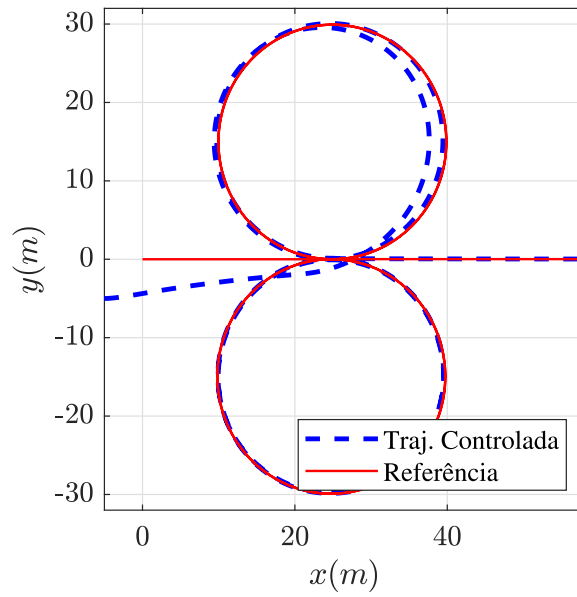


Figura 6: Variáveis manipuladas - Simulação 1

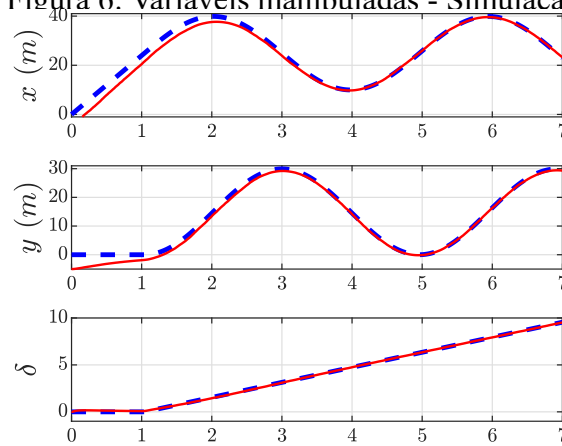
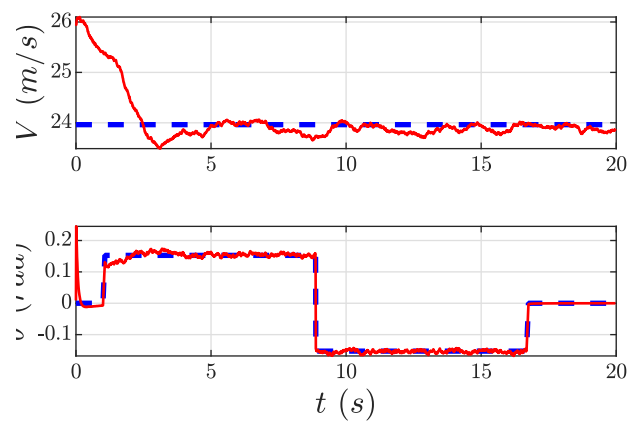


Figura 7: Velocidades do Sistema - Simulação 1



Outrossim, outra simulação realizada apresenta a trajetória de referência em formato de “U”, como é possível observar na Figura 8. As variáveis manipuladas do sistema podem ser

vistas na Figura 9 e a velocidade e a variação no ângulo da direção do veículo na Figura 10 e o tempo de execução da simulação foi de 9.68 segundos.

Figura 8: Simulação do Sistema com trajetória “U”

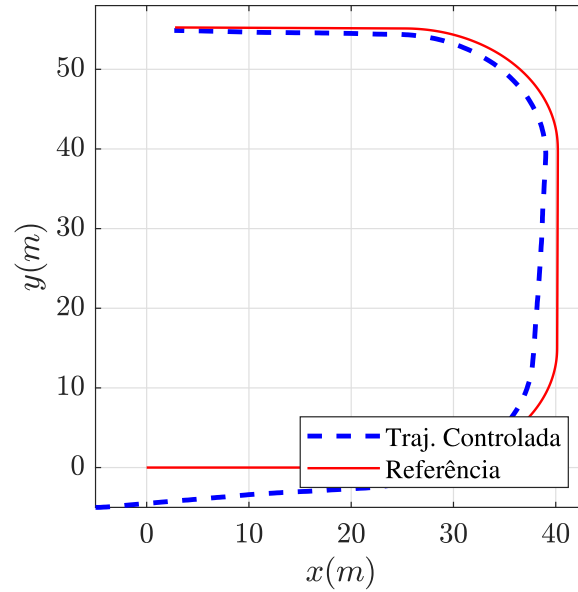


Figura 9: Variáveis manipuladas - Simulação 2

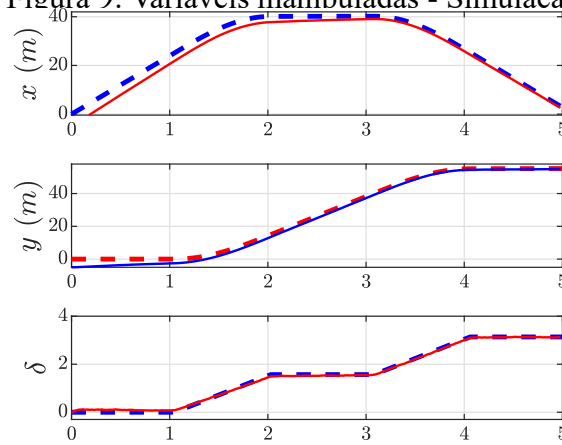
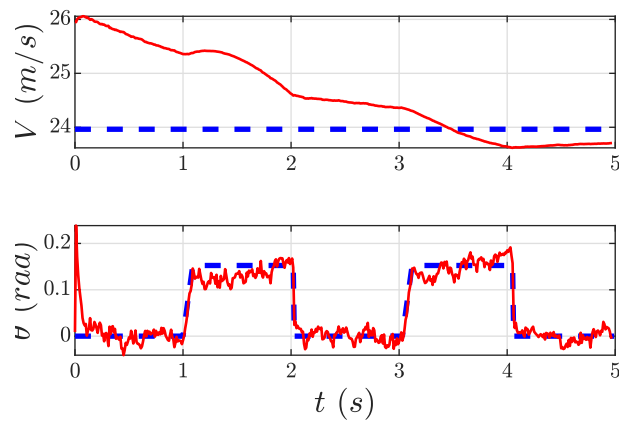


Figura 10: Velocidades do Sistema - Simulação 2



6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou a aplicação de Controle preditivo EPSAC para seguimento de trajetória de um veículo formula elétrico. Os resultados da simulação mostraram um bom desempenho do controlador. A implementação exitosa do EPSAC demonstra a sua capacidade de aplicação como método de controle de um veículo.

Surge imediatamente como ideia de trabalhos futuros a comparação do controlador EPSAC com outras topologias de controle clássico, PI, PID, LQR e outras topologias de controle preditivo, como o GPC, o próprio MPC e o MPC não linear, comparando a eficiência do controlador (em tempo e em custo computacional). Ademais, a implementação prática no veículo elétrico e a comparação com a simulação apresentada também deve ser realizada.

BIBLIOGRAFIA

ALCALÁ, Eugenio *et al.* Autonomous racing using Linear Parameter Varying-Model Predictive Control (LPV-MPC). **Control Engineering Practice**, v. 95, p. 104270, 2020.

BATISTA, I. *et al.* EPSAC Predictive Control Applied to Path Tracking of Wheeled Mobile Robots. *Em: Fortaleza*: 2022.

CAMACHO, Eduardo F. ; ALBA, Carlos Bordons. **Model predictive control**. [S.l.]: Springer science & business media, 2013.

DAI, Li *et al.* Robust Tracking Model Predictive Control With Quadratic Robustness Constraint for Mobile Robots With Incremental Input Constraints. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 68, n. 10, p. 9789–9799, 2021.

DE KEYSER, R.M.C.; VAN CAUWENBERGHE, A.R. Extended Prediction Self-Adaptive Control. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 18, n. 5, p. 1255–1260, 1985.

DE KEYSER, Robain; IONESCU, Clara-Mihaela. The Disturbance Model in Model Based Predictive Control. **IEEE Conference on Control Applications**, p. 6–12, 2002.

IONESCU, Clara *et al.* A Low Computational Cost, Prioritized, Multi-Objective Optimization Procedure for Predictive Control Towards Cyber Physical Systems. **IEEE Access**, v. 8, , p. 128152–128166, 2020.

KEYSER, R. D. **Model Based Predictive Control**. [S.l.]: KEYSER, R. D. Model Based Predictive Control. [S.l.]: EOLSS Publishers, 2003. (UNESCO Encyclopaedia of Life Support Systems (EoLSS)), 2003.

KLANČAR, Gregor; ŠKRJANC, Igor. Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time. **Robotics and autonomous systems**, v. 55, n. 6, p. 460–469, 2007.

LI, Peng *et al.* Nonlinear ESO-based tracking control for warehouse mobile robots with detachable loads. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 149, p. 103965, 2022.

PENDLETON, Scott Drew *et al.* Perception, Planning, Control, and Coordination for Autonomous Vehicles. **Machines**, v. 5, n. 1, 2017.

RAFFO, Guilherme V. *et al.* A predictive controller for autonomous vehicle path tracking. **IEEE transactions on intelligent transportation systems**, v. 10, n. 1, p. 92–102, 2009.

ROBINSON, Paul; CIMA, Dennis. Model-Predictive Control Fundamentals. *Em: [S.l.: S.n.]*. p. 833–839.

SANTOS, Solange D. R. *et al.* Path Planning and Guidance Laws of a Formula Student Driverless Car. **World Electric Vehicle Journal**, v. 13, n. 6, 2022.

TAFIDIS, Pavlos *et al.* Safety implications of higher levels of automated vehicles: a scoping review. **Transport Reviews**, v. 42, n. 2, p. 245–267, 2022.

TIAN, Tian *et al.* Research on Trajectory Tracking Control of Driverless Electric Formula Racing Car Based on Game Theory. **World Electric Vehicle Journal**, v. 14, n. 4, 2023.