



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**RODRIGO MENDES RODRIGUES**

**MEDIÇÃO DE VAZÃO EM RIOS UTILIZANDO O MÉTODO DE CHIU E**  
**VELOCIMETRIA POR IMAGEM DE PARTÍCULAS**

**FORTALEZA**

**2025**

RODRIGO MENDES RODRIGUES

MEDIÇÃO DE VAZÃO EM RIOS UTILIZANDO O MÉTODO DE CHIU E  
VELOCIMETRIA POR IMAGEM DE PARTÍCULAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Agrícola. Área de concentração: Manejo e Conservação de Bacias Hidrográficas no Semiárido.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Gomes Costa.

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- R616m    Rodrigues, Rodrigo Mendes.  
          Medição de vazão em rios utilizando o método de Chiu e velocimetria por imagens de partículas /  
Rodrigo Mendes Rodrigues. – 2025.  
          144 f. : il. color.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências Agrárias, Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Agrícola, Fortaleza, 2025.  
          Orientação: Prof. Dr. Carlos Alexandre Gomes Costa.
1. Hidráulica. 2. Hidrometria. 3. Canais abertos. 4. Velocidade de fluxo. 5. Monitoramento em rios. I.  
          Título.

CDD 630

---

RODRIGO MENDES RODRIGUES

MEDIÇÃO DE VAZÃO EM RIOS UTILIZANDO O MÉTODO DE CHIU E  
VELOCIMETRIA POR IMAGEM DE PARTÍCULAS

Tese apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Agrícola. Área de concentração: Manejo e Conservação de Bacias Hidrográficas no Semiárido.

Orientador: Carlos Alexandre Gomes Costa

Aprovado em: 27 de Janeiro de 2025.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Carlos Alexandre Gomes Costa (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Marcos Renon Cunha Cordeiro  
University of Manitoba – UM (CAN)

---

Dr. Mário Ubirajara Gonçalves Barros  
Companhia de Gestão de Recursos Hídricos do Estado do Ceará – COGERH

---

Dr. Berthyer Peixoto Lima  
Companhia de Gestão de Recursos Hídricos do Estado do Ceará – COGERH

---

Prof. Dr. Alan Michell Barros Alexandre  
Universidade Federal do Ceará - UFC

---

Prof. Dr. José Carlos de Araújo  
Universidade Federal do Ceará – UFC

## **AGRADECIMENTOS**

Quero expressar minha profunda gratidão a Deus, a fonte de força e inspiração, por guiar meus passos ao longo desta jornada acadêmica.

Aos meus queridos pais, meu eterno agradecimento pelo incansável sacrifício que fizeram para me proporcionar a oportunidade de buscar conhecimento. Sem o apoio deles, esse caminho não teria sido possível.

A minha amada esposa, sou grato por ser minha companheira constante durante esta jornada desafiadora. Seu entendimento e sabedoria, apoio e amor foram cruciais para superar os obstáculos.

Ao meu filho, o maior presente que já recebi na vida, que me inspira e me ensina a ser uma pessoa mais compreensiva e melhor a cada dia.

Ao meu orientador, Professor Carlos Alexandre Gomes Costa, meu guia desde o início desta trajetória acadêmica. Sua sabedoria, paciência e orientação foram essenciais para meu crescimento e sucesso.

Ao professor Dr. José Carlos de Araújo, quero expressar minha gratidão pelo apoio e esclarecimentos durante as etapas de conclusão do meu trabalho. Sua humildade, conhecimento e generosidade foram fundamentais para enriquecer minha experiência acadêmica.

Aos membros da banca: Prof. Marcos Cordeiro, Dr. Mário Ubirajara, Dr. Berthyer, Prof. Alan Michel, Dra. Débora Mithya, Dra. Nazaré Suziane, Prof. Pedro Alencar, Dr. Cicero de Almeida e Prof. Pedro Medeiros.

Agradeço à Universidade Federal do Ceará e a todos do PPGEA-UFC, em especial aos professores Adunias Teixeira e Nonato Costa.

Estendo também meus agradecimentos a toda a equipe da Companhia de Gestão de Recursos Hídricos do Ceará, em especial à gerência regional de Sobral, pelo suporte técnico e pelo fornecimento dos materiais necessários para a coleta de dados. Além disso, sou profundamente grato pelos anos que tive a oportunidade de atuar nessa gerência, os quais foram indispensáveis para a construção da minha trajetória profissional e para o aprendizado que carrego comigo hoje.

Ao IFCE, Campus Limoeiro do Norte, meu sincero agradecimento por conceder a licença necessária para a conclusão do meu doutorado, demonstrando apoio e compromisso com o desenvolvimento acadêmico e profissional de seus colaboradores.

## RESUMO

O escoamento em rios resulta da interação complexa entre processos hidrológicos e fenômenos hidrodinâmicos. A incerteza associada a esse escoamento representa um desafio central nas áreas de hidráulica e hidrologia, especialmente no que se refere à estimativa da vazão e à caracterização da distribuição espaço-temporal da velocidade da água. O método de Chiu, com base em uma abordagem probabilística, tem sido empregado para reduzir essas incertezas ao permitir a estimativa da vazão com base em dados de velocidade da superfície livre. A presente pesquisa tem como objetivo principal estimar a vazão em rios do semiárido brasileiro por meio da associação entre o método de Chiu e a técnica de velocimetria por imagens de partículas (LSPIV). A investigação foi dividida em duas etapas: (I) análise da variabilidade do coeficiente entrópico de Chiu em três escalas espaciais (seção transversal, trecho de rio e bacia hidrográfica); e (II) avaliação da eficiência da combinação entre o método de Chiu e o LSPIV na estimativa de vazões. Na primeira etapa, foram utilizados dados hidrométricos da COGERH (2017–2022), com 667 medições em doze seções do rio Acaraú. A estimativa do coeficiente entrópico -  $\phi(M)$  e da velocidade máxima foi realizada via minimização do erro quadrático médio (RMSE), enquanto as análises estatísticas incluíram estatística descritiva, ANOVA, intervalos de confiança e análise de clusters. A calibração e validação de  $\phi(M)$  foram feitas com o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE). Os resultados mostraram que o coeficiente  $\phi(M)$  apresentou uma média global de 0,69 e coeficiente de variação de 12%, enquanto o parâmetro  $M$  teve uma média de 2,85 e CV de 60%. O modelo teve bom desempenho em todas as escalas, com valores de NSE acima de 0,6; sendo que na escala da bacia hidrográfica os valores foram os mais altos: 0,95 na calibração e 0,92 na validação. Na segunda etapa, foi avaliada a eficiência da combinação entre o método de Chiu e o LSPIV para estimar vazões. Três abordagens foram aplicadas: (i) método de referência com ADV e flutuadores; (ii) LSPIV combinado ao método de Chiu com coeficiente  $\phi$  calibrado; e (iii) LSPIV com Chiu e distribuição elíptica. As medições foram realizadas em seis seções do rio Acaraú. O método (ii) apresentou erro médio absoluto de 20,7%, sendo mais preciso que o método (iii), com erro de 23,27%. A precisão foi afetada por fatores como a calibração do coeficiente  $\phi$ , a qualidade das imagens, o posicionamento da câmera e a quantidade de pontos de controle (GCPs). Concluiu-se que, apesar das limitações operacionais, a integração entre o método de Chiu e o LSPIV é uma solução promissora, de baixo custo e não intrusiva para o monitoramento de vazões em rios de pequeno e médio porte em regiões semiáridas.

**Palavras-chave:** hidráulica; hidrometria; canais abertos; velocidade de fluxo; monitoramento em rios.

## ABSTRACT

River flow results from the complex interaction between hydrological processes and hydrodynamic phenomena. The uncertainty associated with this flow presents a central challenge in the fields of hydraulics and hydrology, particularly regarding discharge estimation and the characterization of the spatiotemporal distribution of water velocity. The Chiu method, based on a probabilistic approach, has been employed to reduce these uncertainties by enabling discharge estimation from surface velocity data. This research aims to estimate streamflow in rivers of the Brazilian semi-arid region through the combined use of the Chiu method and Large-Scale Particle Image Velocimetry (LSPIV). The study was divided into two stages: (I) analysis of the variability of Chiu's entropy coefficient across three spatial scales (cross-section, river reach, and watershed); and (II) evaluation of the effectiveness of combining the Chiu method with LSPIV for streamflow estimation. In the first stage, hydrometric data from COGERH (2017–2022) were used, encompassing 667 discharge measurements across twelve cross-sections of the Acaraú River. The estimation of the entropy coefficient  $\phi(M)$  and maximum velocity was performed using root mean square error (RMSE) minimization. Statistical analysis included descriptive statistics, ANOVA, confidence intervals, and cluster analysis. Calibration and validation of  $\phi(M)$  were carried out using the Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE) coefficient. Results showed that  $\phi(M)$  had a global mean of 0.69 with a coefficient of variation (CV) of 12%, indicating relative stability across scales, whereas the  $M$  parameter had a global mean of 2.85 and a CV of 60%, indicating higher variability. The model performed well at all spatial scales, with NSE values above 0.6. The best performance occurred at the watershed scale, with NSE values of 0.95 for calibration and 0.92 for validation. In the second stage, the efficiency of combining the Chiu method with LSPIV for discharge estimation was evaluated. Three approaches were tested: (i) reference method using ADV and floaters; (ii) LSPIV combined with the Chiu method using a calibrated  $\phi$  coefficient; and (iii) LSPIV with the Chiu method and elliptical distribution refinement. Measurements were conducted at six cross-sections of the Acaraú River. Method (ii) yielded the best results, with an average absolute error of 20.7%, outperforming method (iii), which had an error of 23.27%. The accuracy of the estimates was influenced by factors such as  $\phi$  coefficient calibration, image quality, camera positioning, and the number of ground control points (GCPs). The study concluded that, despite operational limitations, integrating LSPIV with the Chiu method is a promising, low-cost, and non-intrusive solution for monitoring discharge in small to medium-sized rivers, especially in semi-arid regions.

**Keywords:** hydraulics; hydrometry; open channels; flow velocity; river monitoring.

## LISTA DE FIGURAS

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Figura 1 - | A) Distribuição dos fluxos de velocidade ao longo da seção transversal de um rio classificado como largo, onde a velocidade máxima ocorre na superfície livre. B) Distribuição dos fluxos de velocidade em uma seção irregular caracterizada como estreita, na qual a velocidade máxima tende a ocorrer abaixo da superfície livre.....   | 25 |
| Figura 2 - | Análise bibliométrica entre os autores e coautores citados de relevância sobre a temática relacionada a velocimetria por imagem.....  | 33 |
| Figura 3 - | Filtro bibliométrico que apresenta a distribuição gráfica proporcional do número de documentos por país, elaborado por meio do software VOSviewer utilizando o banco de dados da <i>Web of Science</i> .....  | 40 |
| Figura 4 - | A) Mapa de localização bacia hidrográfica do Acaraú com seus principais reservatórios e seções de monitoramento fluviométrico - 12 seções de controle. B) Diagrama unifilar dos reservatórios monitorados pela COGERH.....  | 46 |
| Figura 5 - | Figura 5 - Evolução Anual da Precipitação, Vazão Média do Rio Acaraú e Volumes Acumulados dos Açudes da Bacia do Acaraú (2017–2022) .....   | 50 |
| Figura 6 - | Agrupamento das escalas espaciais para fins de calibração e validação de $\phi$ (M).....  | 55 |
| Figura 7 - | Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros $\phi$ (M) e M, calculadas para cada seção transversal analisada.....  | 56 |
| Figura 8 - | Comparação dos parâmetros $\phi$ (M) e M em diferentes estudos ao redor do mundo. a) Valores médios de $\phi$ (M) (à esquerda, em azul) e M (à direita, em verde) obtidos em diferentes regiões, com respectivas faixas de valores, associadas aos seguintes estudos listados à direita. b) Variação percentual observada entre os parâmetros $\phi$ (M) e M nos estudos apresentados, indicando a dispersão dos dados nas regiões analisada..... | 59 |
| Figura 9 - | a) Variabilidade do parâmetro $\phi$ (M) por seção de rio, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro M por seção de rio, em função da área de drenagem.....  | 62 |



|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figura 10 - | Análise de Componentes Principais (PCA) das seções transversais estudadas.....  | 65 |
| Figura 11 - | Análise da distribuição temporal da média do $\phi(M)$ e $M$ ao longo da série histórica de 2017 a 2022.....  | 66 |
| Figura 12 - | a) Teste de normalidade - KS. b) Teste de variabilidade ANOVA. c) Teste de significância de Tukey ( $p=0.05$ ) .....  | 68 |
| Figura 13 - | a) Análise de Cluster da relação entre a média de $\phi(M)$ e a razão de aspecto normalizada das 12 seções analisadas. b) Análise de Cluster da relação entre a média de $M$ e a razão de aspecto normalizada das 12 seções analisadas.....                           | 70 |
| Figura 14 - | Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros $\phi(M)$ e $M$ , calculadas para escala de rio.....   | 71 |
| Figura 15 - | a) Variabilidade do parâmetro $\phi(M)$ por trecho de rio, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro $M$ por trecho de rio, em função da área de drenagem.....   | 72 |
| Figura 16 - | Análise da distribuição temporal da média do $\phi(M)$ e $M$ ao longo da série histórica de 2017 a 2022.....  | 74 |
| Figura 17 - | a) Teste de normalidade – KS (i), ANOVA (ii) e Teste de significância de Tukey (iii) em escala de trecho de rios para o $\phi(M)$ . b) Teste de normalidade – KS (i), ANOVA (ii) e Teste de significância de Tukey (iii) em escala de trecho de rios para o $M$ ..... | 75 |
| Figura 18 - | a) Análise de Cluster da relação entre a mediana de $\phi(M)$ e a razão de aspecto agrupadas em 3 rios. b) Análise de Cluster da relação entre a mediana de $M$ e a razão de aspecto agrupadas em 3 rios.....   | 76 |
| Figura 19 - | Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros $\phi(M)$ e $M$ , calculadas para escala de bacia hidrográfica.....  | 79 |
| Figura 20 - | a) Variabilidade do parâmetro $\phi(M)$ a nível de bacia, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro $M$ a nível de bacia, em função da área de drenagem.....   | 80 |
| Figura 21 - | (i) Boxplot e distribuição dos valores de $\phi(M)$ e $M$ ; (ii) Teste de normalidade (KS) com histograma e curva ajustada; (iii) Análise de cluster para $\phi(M)$ e $M$ em escala de bacia hidrográfica.....  | 84 |
| Figura 22 - | Análise da distribuição temporal da média do $\phi(M)$ e $M$ ao longo da série  |    |

|   |     |
|---|-----|
| histórica de 2017 a 2022.....   | 85  |
| Figura 23 - Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de $\phi(M)$ nas seções transversais..... | 87  |
| Figura 24 - Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala de seção transversal entre 2018 e 2023.....  | 89  |
| Figura 25 - Coeficientes de correlação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de M a nível de rio.....                    | 92  |
| Figura 26 - Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala espacial de trecho de rio entre 2018 e 2023.....   | 93  |
| Figura 27 - Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de M em escala de bacia hidrográfica..... | 95  |
| Figura 28 - Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala espacial de bacia entre 2018 e 2023.....   | 96  |
| Figura 29 - Mapa da localização das seções de medição de vazão na Bacia do Rio Acaraú, CE.....  | 104 |
| Figura 30 - Medição da velocidade de superfície utilizando flutuadores.....   | 108 |
| Figura 31 - a) Medição de vazão utilizando um dispositivo baseado em ADV (FlowTracker); b) Relatório gerado pelo Flow Tracker após a coleta de dados em campo.....  | 109 |
| Figura 32 - a) Suporte móvel para captura de imagens. b) Perspectiva da câmera a partir da instalação no suporte, com ângulo de visão lateral de 60°.....   | 110 |
| Figura 33 - Identificação e medição das distâncias entre os Pontos de Controle em Campo (GCP) localizados ao longo das margens das seções de medição.....   | 111 |
| Figura 34 - Distribuição de velocidades em diferentes seções transversais dos rios Acaraú e Groaíras, coletadas entre 2023 e 2024.....  | 115 |
| Figura 35 - Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e Eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para os intervalos calibrados e validados de $\phi(M)$ nas seções transversais.....        | 117 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 36 - Distribuição das velocidades máximas obtidas por três abordagens: dados medidos diretamente (ADV) – Método I (referência), método LSPIV – Método II, e método LSPIV + Distribuição Elíptica – Método III, em cada seção transversal do rio..... | 118 |
| Figura 37 - Erro médio relativo das velocidades máximas geradas pelo LSPIV (a) e pelo LSPIV + Distribuição Elíptica (b), em relação aos dados observados, por faixa de distância a partir da margem esquerda do rio para cada seção.....                    | 121 |

## LISTA DE QUADROS

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Quadro 1- | Resumo das vantagens e desvantagens das técnicas de velocimetria por imagem e softwares desenvolvidos até a presente data..... | 37 |
|-----------|--|----|

## LISTA DE TABELAS

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Tabela 1 - | Seções de controle de vazão localizadas na bacia hidrográfica do Acaraú.....   | 50  |
| Tabela 2 - | Distribuição das amostras de acordo com a faixa de desvio percentual das estimativas de vazão geradas pelo método de Chiu para a escala espacial de seção..... | 91  |
| Tabela 3 - | Distribuição das amostras de acordo com a faixa de desvio percentual das estimativas de vazão geradas pelo método de Chiu para a escala espacial de bacia..... | 101 |
| Tabela 4 - | Geometria das seções de medição, velocidade média e vazão obtidas por ADV.....   | 115 |
| Tabela 5 - | Desempenho da estimativa de vazão entre duas abordagens distintas, em comparação com o método de referência.....   | 121 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|        |   |
|--------|---|
| ADCP   | Acoustic Doppler Current Profiler                       |
| ADV    | Acoustic Doppler Velocimeter                            |
| ARB    | Acaraú River Basin                                      |
| CCTV   | Closed-Circuit Television                               |
| CNN    | Convolutional Neural Network                            |
| COGERH | Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos               |
| CV     | Coeficiente de Variação                                 |
| GFTT   | Good Features to Track                                  |
| GUI    | Graphical User Interface                                |
| KLT-IV | Kanade-Lucas-Tomasi Image Velocimetry                   |
| LSPIV  | Large Scale Particle Image Velocimetry                  |
| LSPTV  | Large Scale Particle Tracking Velocimetry               |
| NSE    | Nash-Sutcliffe Efficiency                               |
| OMM    | Organização Meteorológica Mundial                       |
| OTV    | Optical Tracking Velocimetry                            |
| PCA    | Principal Component Analysis                            |
| PIV    | Particle Image Velocimetry                              |
| POME   | Principle of Maximum Entropy                            |
| RMSE   | Root Mean Square Error                                  |
| SNIRH  | Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos |
| SSIV   | Space-Time Image Velocimetry                            |
| STIV   | Space-Time Image Velocimetry                            |
| SVR    | Surface Velocity Radar                                  |
| UAV    | Unmanned Aerial Vehicle                                 |

## SUMÁRIO

|                |  |           |
|----------------|--|-----------|
| <b>1</b>       | <b>INTRODUÇÃO GERAL.....</b>   | <b>15</b> |
| <b>1.1</b>     | <b>Questões científicas.....</b>   | <b>16</b> |
| <b>1.2</b>     | <b>Hipóteses.....</b>  | <b>16</b> |
| <b>1.3</b>     | <b>Objetivos.....</b>  | <b>17</b> |
| <b>1.3.1</b>   | <b><i>Objetivo Geral.....</i></b>  | <b>17</b> |
| <b>1.3.2</b>   | <b><i>Objetivos Específicos.....</i></b>   | <b>17</b> |
| <b>2</b>       | <b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>  | <b>18</b> |
| <b>2.1</b>     | <b>Equacionamento do método de Chiu.....</b>   | <b>18</b> |
| <b>2.1.1</b>   | <b><i>Distribuição de velocidades em canais abertos com uso de coordenadas curvilíneas.....</i></b>  | <b>25</b> |
| <b>2.1.2</b>   | <b><i>Aplicação da distribuição de velocidade 2D em canais abertos.....</i></b>  | <b>26</b> |
| <b>2.1.3</b>   | <b><i>Relação dos parâmetros entrópicos com distribuição de velocidade em canais abertos.....</i></b>  | <b>27</b> |
| <b>2.1.4</b>   | <b><i>Caracterização de escoamentos em cursos d'água a partir de <math>\phi(M)</math> e <math>M</math>.....</i></b>                          | <b>30</b> |
| <b>2.2</b>     | <b>Velocimetria por imagens de partículas (VIP).....</b>   | <b>32</b> |
| <b>2.2.1</b>   | <b><i>Mapa Bibliográfico sobre velocimetria por imagens de partículas.....</i></b>   | <b>33</b> |
| <b>2.2.2</b>   | <b><i>Incertezas associadas à velocimetria por imagens de partículas.....</i></b>  | <b>41</b> |
| <b>3</b>       | <b>ETAPA I - VARIABILIDADE DO COEFICIENTE DE CHIU EM TRÊS ESCALAS ESPACIAIS: SEÇÃO TRANSVERSAL, TRECHO DE RIOS E BACIA HIDROGRÁFICA.....</b> | <b>44</b> |
| <b>3.1</b>     | <b>Introdução.....</b>   | <b>44</b> |
| <b>3.2</b>     | <b>Material e Métodos.....</b>   | <b>45</b> |
| <b>3.2.1</b>   | <b><i>Área de estudo.....</i></b>  | <b>45</b> |
| <b>3.2.2</b>   | <b><i>Banco de dados hidrométricos.....</i></b>  | <b>49</b> |
| <b>3.2.3</b>   | <b><i>Limitações e ajuste da base de dados hidrométricos.....</i></b>  | <b>51</b> |
| <b>3.2.4</b>   | <b><i>Estimativa da velocidade máxima – <math>u_{max}</math>.....</i></b>  | <b>52</b> |
| <b>3.2.5</b>   | <b><i>Análise Estatística.....</i></b>   | <b>53</b> |
| <b>3.3</b>     | <b>Resultados e Discussão.....</b>   | <b>56</b> |
| <b>3.3.1</b>   | <b><i>Variabilidade espacial de <math>\phi(M)</math> e <math>M</math>.....</i></b>   | <b>56</b> |
| <b>3.3.1.1</b> | <b><i>Variabilidade espacial de <math>\phi(M)</math> e <math>M</math> em escala de seção transversal de rios....</i></b>                     | <b>56</b> |
| <b>3.3.1.2</b> | <b><i>Variabilidade espacial de <math>\phi(M)</math> e <math>M</math> em escala de trecho de rio.....</i></b>                                | <b>71</b> |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 3.3.1.3 | <i>Variabilidade espacial de <math>\phi</math> (M) e M em escala de bacia hidrográfica.....</i>  | 78  |
| 3.3.2   | <b>Calibração e validação dos parâmetros <math>\phi(M)</math> e M.....</b>   | 86  |
| 3.3.2.1 | <i>Calibração e validação de <math>\phi(M)</math> e M em escala de seção transversal de rios...</i>  | 86  |
| 3.3.2.2 | <i>Calibração e validação de <math>\phi(M)</math> e M em escala de trecho de rio.....</i>  | 92  |
| 3.3.2.3 | <i>Calibração e validação do <math>\phi(M)</math> e M em escala de Bacia hidrográfica.....</i>   | 95  |
| 3.4     | <b>Conclusões.....</b>   | 99  |
| 4       | <b>ETAPA II – EFICIÊNCIA NA MEDIÇÃO DE VAZÃO EM RIOS:<br/>COMBINAÇÃO DO MÉTODO DE CHIU COM TÉCNICAS DE<br/>VELOCIMETRIA POR IMAGENS DE<br/>PARTÍCULAS.....</b> | 101 |
| 4.1     | <b>Introdução.....</b>   | 101 |
| 4.2     | <b>Materiais e Métodos.....</b>  | 103 |
| 4.2.1   | <i>Área de estudo.....</i>   | 103 |
| 4.2.2   | <i>Abordagem Metodológica.....</i>   | 106 |
| 4.2.2.1 | <i>Medição da Velocidade de superfície e da Vazão – Método I.....</i>  | 107 |
| 4.2.2.2 | <i>Aplicação da Técnica de Velocimetria por Imagem de Partículas em Grande<br/>Escala (LSPIV).....</i>   | 109 |
| 4.2.2.3 | <i>Medição da Velocidade de Superfície e da Vazão – Método II.....</i>   | 112 |
| 4.2.2.4 | <i>Medição da Velocidade de Superfície e da Vazão – Método III.....</i>  | 114 |
| 4.2.3   | <i>Análise Estatística dos Dados.....</i>  | 114 |
| 4.3     | <b>Resultados e Discussão.....</b>   | 115 |
| 4.3.1   | <i>Geometria e Características do Escoamento nas Seções pelo Método de<br/>Referência.....</i>   | 115 |
| 4.3.2   | <i>Estimativa do Coeficiente de Chiu.....</i>  | 116 |
| 4.3.3   | <i>Distribuição da Velocidade de Superfície.....</i>   | 118 |
| 4.3.4   | <i>Erro Médio Relativo.....</i>  | 120 |
| 4.3.5   | <i>Desempenho dos Métodos de Estimativa de Vazão.....</i>  | 121 |
| 4.4     | <b>Conclusões.....</b>   | 124 |
|         | <b>REFERÊNCIAS.....</b>  | 125 |



## 1 INTRODUÇÃO GERAL

A compreensão dos fenômenos de escoamento em sistemas fluviais é fundamental para o gerenciamento sustentável dos recursos hídricos, especialmente em regiões onde a disponibilidade de água é limitada. O escoamento em sistemas fluviais é um processo natural, moldado por um conjunto de fatores hidrológicos que influenciam diretamente as variáveis da hidráulica fluvial, como a vazão e a distribuição espaço-temporal da velocidade. O entendimento da dinâmica e da distribuição dessas variáveis é de extrema importância para o gerenciamento eficaz dos recursos hídricos, podendo ser modelado através de abordagens determinísticas ou probabilísticas.

Dentro do escopo das metodologias probabilísticas, o método de Chiu (1988) se destaca como uma ferramenta poderosa por se fundamentar no princípio da entropia máxima. Este princípio tem se evidenciado por sua robustez e eficácia na modelagem de processos naturais, incluindo a estimativa de vazão em rios, utilizando-se de variáveis que podem ser facilmente obtidas em campo. Entre essas variáveis, encontram-se os pares de velocidade máxima e a velocidade média do fluxo, que estabelecem uma relação que permite a determinação de um coeficiente -  $\phi(M)$ .

Portanto, o método de Chiu (1988) oferece uma alternativa eficaz e robusta, permitindo que as medições de vazão sejam conduzidas em situações extremas, como inundações, que dificilmente podem ser medidas com a metodologia convencional. No entanto, o método de Chiu, pode ser ainda mais eficiente na medição da vazão com o apoio de técnicas adicionais.

Nesse contexto, técnicas inovadoras, como a velocimetria por imagens de partículas (VIP), têm se mostrado promissoras a compor o mecanismo de medição de vazão, ao medir a velocidade de superfície de forma remota. A combinação entre essas duas abordagens oferece um potencial significativo para melhorar a estimativa de vazão em áreas com infraestrutura de monitoramento limitada, contribuindo para o monitoramento de vazões em rios e para o gerenciamento dos recursos hídricos.

Nesse sentido, a tese está estruturada em duas etapas:

- ✓ Estudo da variabilidade do coeficiente de Chiu em três escalas espaciais: seção transversal, trecho de rios e bacia hidrográfica. Esta etapa explora como as flutuações do coeficiente de Chiu em diferentes escalas espaciais. A análise foca em compreender o comportamento do coeficiente e sua influência em abordagens multi-escala.

✓ Estudo da eficiência na medição de vazão em rios: combinação do método de Chiu com técnicas de velocimetria por imagens de partículas. Esta etapa combina o método de Chiu com técnicas de velocimetria por imagens de partículas (VIP) para estimar a vazão de forma remota. A abordagem foi aplicada e testada em oito seções da rede hidrográfica da bacia do rio Acaraú.

## 1.1 Questões Científicas

A pesquisa tem como fundamentos duas questões científicas principais, a saber:

- É possível aplicar o coeficiente entrópico  $\phi(M)$  derivado do método de Chiu, de forma consistente em diferentes escalas espaciais, abrangendo seções transversais de rios, trechos de rios e em bacias hidrográficas?
- Pode-se medir a vazão de rios de forma eficiente combinando o método de Chiu e técnicas de velocimetria por imagens de partículas de modo eficiente?

## 1.2 Hipóteses

As questões levantadas suscitam algumas hipóteses, que se deseja testar. As principais hipóteses da pesquisa são:

- O coeficiente entrópico  $\phi(M)$ , derivado do método de Chiu, apresenta consistência em diferentes escalas espaciais, desde que as calhas naturais dos rios na rede de drenagem da bacia compartilhem características geométricas similares às de seus leitos. Nesse sentido, sua estabilidade observada em seções transversais individuais sugere que ele pode ser utilizado para estimar vazões não apenas em seções isoladas, mas também em trechos de rios e bacias hidrográficas maiores. Admitindo-se uma pequena variação de  $\phi(M)$  ao assumir uma escala espacial mais abrangente.
- A combinação do método de Chiu com técnicas de velocimetria por imagens de partículas (VIP) permite medir a vazão de rios de forma eficiente. A integração desses métodos permite estimativas precisas da vazão, reduzindo a necessidade de medições diretas e simplificando o monitoramento em regiões de difícil acesso ou com infraestrutura limitada, tornando essa combinação uma solução promissora para o

monitoramento fluvial, especialmente em áreas semiáridas e remotas.

### **1.3 Objetivos**

#### ***1.3.1 Objetivo Geral***

Analisar o escoamento utilizando o método de Chiu e a velocimetria por imagens de partículas em rios no semiárido brasileiro

#### ***1.3.2 Objetivos Específicos***

- Analisar a variabilidade do coeficiente de Chiu  $\phi(M)$  em três diferentes escalas: seção transversal, trecho de rio e bacia hidrográfica do Acaraú.
- Avaliar a eficiência do método de Chiu combinado com técnicas de velocimetria por imagens de partículas em larga escala para estimativa da vazão de rios na bacia hidrográfica do Acaraú.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 Equacionamento do método de Chiu

De forma geral, a aplicação do método de Chiu (1988) exige o entendimento de três aspectos fundamentais: i) é essencial compreender como a entropia de Shannon (1948), oriunda da teoria da informação, pode ser utilizada para modelar variáveis complexas e incertas, como a velocidade do fluxo; ii) é necessário explorar o Princípio da Máxima Entropia (POME), proposto por Edwin Jaynes em 1957, que estabelece uma abordagem probabilística para sistemas com restrições e iii) entender como Chiu (1988) integrou esses conceitos teóricos e princípios matemáticos na análise de sistemas hidráulicos, utilizando coordenadas curvilíneas para descrever a distribuição de velocidade de forma precisa e eficiente.

Shannon (1948), introduziu os fundamentos da Teoria da Informação e o conceito de entropia, uma medida matemática que quantifica a incerteza ou quantidade de informação em uma mensagem. Inspirado pela termodinâmica, adaptou o conceito de entropia para descrever a previsibilidade de eventos em sistemas de comunicação, abordando eficiência, confiabilidade e limitações. Desta forma, formulou a seguinte expressão matemática para descrever a quantidade de informação sobre um evento contida em uma mensagem:

$$I = \log \frac{P'}{P} \quad \text{Eq. (01)}$$

Em que: I = informação recebida; P' = probabilidade do evento  $\Omega$ , em relação ao receptor, após a chegada da mensagem; P = probabilidade do evento  $\Omega$ , em relação ao receptor, antes a chegada da mensagem.

Caso a mensagem seja transmitida integralmente, a probabilidade P' será igual à unidade, portanto a expressão torna-se:

$$I = \log \frac{1}{P} \quad \text{Eq. (02)}$$

Ao analisar a Eq. (2), observa-se que, se a probabilidade do evento em relação ao receptor (antes do recebimento da mensagem) for igual a um, o receptor já possui total conhecimento sobre as informações contidas na mensagem. Nesse caso, não há transmissão de informação, e o valor da informação recebida (I) torna-se nulo. É importante destacar que, quanto menor for a probabilidade P, menor será o conhecimento prévio do receptor acerca da

mensagem, resultando em um valor maior de informação transmitida. Além disso, se a base do logaritmo na Eq. (2) for 2, a unidade de medida da informação poderá ser expressa em bits.

No caso de uma fonte qualquer emitindo vários sinais com probabilidade  $P_i$ , a informação média transmitida ( $\bar{I}$ ) por esses vários sinais pode ser expressa por:

$$\bar{I} = -\sum_{i=1}^n P_i \cdot \log(P_i) \quad \text{Eq. (03)}$$

A Eq. (03) pode ser generalizada e o termo  $\bar{I}$  substituído por  $H$  (entropia de uma série de dados) também denominada entropia Shannon. Desta forma, a entropia de uma série de dados pode ser calculada matematicamente através das probabilidades da ocorrência dos eventos.

$$H = -\sum_{i=1}^n P_i \cdot \log(P_i) \quad \text{Eq. (04)}$$

De forma conceitual, a entropia pode ser reescrita como  $H(X)$ , para uma variável aleatória  $X$  com possíveis valores de  $x_1, x_2, x_3 \dots x_N$  (representam os possíveis eventos ou estados que uma variável aleatória  $X$  pode assumir) e probabilidades associadas  $p_1, p_2, \dots p_N$ , que indica a chance de uma ocorrência de um evento específico, pode ser definida como:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^N p(X_i) \cdot \log p(X_i) \quad \text{Eq. (05)}$$

Em que:  $p(X_i)$  é a probabilidade associada ao  $i$ -ésimo valor de  $X$ .

No caso de fluxos em canais,  $X$  representa a distribuição de velocidades ao longo de uma seção transversal. Em canais abertos, a variável de interesse geralmente é a velocidade do fluxo ( $u$ ). A velocidade é tratada como uma variável aleatória contínua com densidade de probabilidade  $p(u)$ . A definição contínua da entropia é dada por:

$$H(u) = -\int_0^{u_{max}} p(u) \cdot \ln p(u) du \quad \text{Eq. (06)}$$

Em que:  $p(u)$  é a densidade de probabilidade da velocidade e  $u_{max}$  é a velocidade máxima no canal.

Na análise de fluxos, a entropia permite derivar distribuições de velocidade considerando restrições físicas, como conservação da massa, limites geométricos do canal e a relação entre velocidade máxima e média. O método utiliza o Princípio da Máxima Entropia (POME), proposto por Jaynes em 1957, para selecionar a distribuição de probabilidade que maximiza a entropia com base nas informações disponíveis, garantindo que as distribuições de velocidade atendam aos requisitos físicos e matemáticos do sistema. Este princípio complementa a abordagem da entropia ao sugerir que, dado um conjunto de restrições conhecidas, como vazão ou área da seção transversal, o estado mais provável do sistema é aquele que maximiza a entropia, sendo amplamente aplicado para derivar distribuições de probabilidade em sistemas com múltiplas variáveis aleatórias.

Chiu (1987, 1989), após aplicar a Eq. (06) para uma densidade de probabilidade de  $p(u)$ , maximizou a entropia sujeita a restrições físicas (hidráulicas) e matemáticas, originando as equações Eq. (07), Eq. (08), Eq. (09) e Eq. (10):

$$\int_0^{u_{max}} p(u) du = 1 \quad \text{Eq. (07)}$$

$$\int_0^{u_{max}} up(u) du = \bar{u} = Q/A \quad \text{Eq. (08)}$$

$$\int_0^{u_{max}} u^2 p(u) du = b\bar{u}^2 \quad \text{Eq. (09)}$$

$$\int_0^{u_{max}} u^3 p(u) du = a\bar{u}^3 \quad \text{Eq. (10)}$$

Conforme Chiu (1994), a Eq. (07) é baseada na definição (condição de normalização de uma função de densidade de probabilidade). Onde a soma (no caso discreto) ou a integral (no caso contínuo) de  $p(u)$  sobre todo o domínio possível deve ser igual a 1. Esta condição garante que a função  $p(u)$  represente uma distribuição de probabilidade válida. Outra condição importante é a condição da positividade onde a densidade de probabilidade não pode assumir valores negativos. Isso reflete o fato de que uma probabilidade não pode ser menor que zero. A Eq. (08) é baseada na condição que a velocidade média numa dada seção transversal deve ser igual a razão de  $Q/A$ . Onde o  $Q$  é a vazão e  $A$  é a área da seção transversal. A Eq. (09) é baseada na condição que o momentum ou movimento do fluido (conservação da quantidade de movimento linear) através da seção transversal é dado por  $b\bar{u}^2$ . Onde  $b$  é um coeficiente do momentum. A Eq. (10) representa a energia cinética do fluido através da seção transversal, onde o coeficiente “ $a$ ” é chamado de coeficiente de energia.

A combinação dessas quatro restrições pode gerar 3 tipos de modelos de distribuição de velocidade. Para este trabalho, adotou-se as duas primeiras restrições Eq (07) e

Eq. (08), que foram usadas para a maximização da entropia. Para resolver o problema de maximização da entropia com as restrições, Chiu (1988) utilizou o método dos multiplicadores de Lagrange. A função de Lagrange é definida como:

$$L = - \int_0^{u_{max}} p(u) \ln p(u) du + \lambda_1 \left( \int_0^{u_{max}} p(u) du - 1 \right) + \lambda_2 \left( \int_0^{u_{max}} u \cdot p(u) du - \bar{u} \right) \quad \text{Eq. (11)}$$

Em que  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de normalização e média, respectivamente.

Derivando-se a Eq. (11) em relação a  $p(u)$  e igualando a zero, teremos:

$$\ln p(u) = \lambda_1 - 1 + \lambda_2 u \quad \text{Eq. (12)}$$

Aplicando-se a função exponencial em ambos os lados:

$$p(u) = \exp((\lambda_1 - 1) \exp(\lambda_2 u)) \quad \text{Eq. (13)}$$

Substituindo-se termo  $(\lambda_1 - 1)$  por  $a_1$ , que corresponde à constante de normalização da função de densidade de probabilidade, isto é, o termo responsável por garantir que a integral total da função seja igual a 1, como exige uma distribuição de probabilidade válida, e substituindo  $a_2$  pelo multiplicador de Lagrange  $\lambda_2$ , que determina a inclinação do expoente em relação à variável  $u$ . Desta forma, a função de densidade de probabilidade assume a seguinte forma:

$$p(u) = \exp(a_1 + a_2 u) \quad \text{Eq. (14)}$$

Em suma, a determinação de  $a_1$  e  $a_2$  são estimados pelas condições de normalização e pela velocidade média, descritos nas equações Eqs.15 e 16 que fornecem um sistema de equações para calcular os parâmetros  $(a_1, a_2)$ .

$$\int_0^{u_{max}} \exp(a_1 + a_2 u) du = 1 \quad \text{Eq. (15)}$$

$$\int_0^{u_{max}} u \cdot \exp(a_1 + a_2 u) du = \bar{u} \quad \text{Eq. (16)}$$

O coeficiente “M” é introduzido como uma forma compacta de representar o impacto de  $a_2$  na distribuição de velocidades, em particular em relação a velocidade máxima ( $u_{max}$ ). Além disso, o coeficiente “M” é introduzido para simplificar a modelagem, definido como:

$$M = a_2 \cdot u_{max} \quad \text{Eq. (17)}$$

A velocidade máxima não parece ser muito útil do ponto de vista da hidráulica determinística. No entanto, a sua importância pode ser vista claramente no âmbito de uma abordagem baseada na probabilidade e na entropia, onde Chiu (1987 e 1989), expressou a distribuição da velocidade na seção transversal de um canal como:

$$\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} = \int_0^u p(u) du \quad \text{Eq. (18)}$$

Em que:  $u$  é a velocidade em  $\xi$ ;  $\xi$  é uma variável independente com o qual  $u$  evolui;  $\xi_0$ ,  $\xi_{max}$  são valores máximos e mínimos de  $\xi$ , o qual  $u$  é igual a zero e  $u_{max}$  é a velocidade máxima na seção transversal;  $p(u)$  é uma função de densidade de probabilidade;  $F(u)$  é uma função cumulativa de probabilidade.

Essa relação pode ser compreendida melhor ao analisar a função acumulada da probabilidade  $\xi$ , (utilizada para modelar a relação entre a velocidade  $u$  e a posição adimensional no canal) que pode ser dada pela seguinte expressão:

$$\xi = \frac{\int_{u_0}^u p(u) \cdot du}{\int_{u_0}^{max} p(u) \cdot du} \quad \text{Eq. (19)}$$

Em que: O numerador representa a probabilidade acumulada até a velocidade  $u$ ; O denominador normaliza a probabilidade para o intervalo completo de  $u_0$  a  $u_{max}$ . Resolvendo a integral no numerador e no denominador da Eq. (19), teremos:

$$\xi = \frac{\exp(a_2 \cdot u) - \exp(a_2 \cdot u_0)}{\exp(a_2 \cdot u_{max}) - \exp(a_2 \cdot u_0)} \quad \text{Eq. (20)}$$

Substituindo-se  $\exp(a_2 u) = e^M$ , a expressão para  $\xi$  se torna:



$$\xi = \frac{\exp\left(\frac{M}{u_{max}} \cdot u\right) - \exp\left(\frac{M}{u_{max}} \cdot u_0\right)}{e^M - \exp\left(\frac{M}{u_{max}} \cdot u_0\right)} \quad \text{Eq. (21)}$$

Rearrajando-se para  $\exp\left(\frac{M}{u_{max}}\right) \cdot u$  e multiplicando-se  $\left(\frac{M}{u_{max}}\right)$  com o logaritmo natural de ambos os lados, teremos:

$$u(\xi) = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[ \exp\left(\frac{M}{u_{max}} u_0\right) + \xi \left( e^M - \exp\left(\frac{M}{u_{max}} u_0\right) \right) \right] \quad \text{Eq. (22)}$$

Considerando-se  $\xi_0 = \exp\left(\frac{M}{u_{max}} u_0\right)$  e  $\xi_{max} = e^M$ , a Eq. (22) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$u(\xi) = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[ 1 + (e^M - 1) \cdot \left( \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right) \right] \quad \text{Eq. (23)}$$

Numa isolinha onde  $\xi = \bar{\xi}$  e  $u = \bar{u}$ , a Eq. (23) se torna:

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \frac{1}{M} \ln \left[ 1 + (e^M - 1) \cdot \left( \frac{\bar{\xi} - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right) \right] \quad \text{Eq. (24)}$$

A expressão  $\left(\frac{\bar{\xi} - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0}\right)$  pode ser representada com uma função de distribuição cumulativa,  $F(u)$ , que descreve a probabilidade de a velocidade em um ponto ser menor ou igual a  $u$ .  $F(u)$  varia de 0 a 1, representando a proporção acumulada da distribuição de velocidades ao longo do canal, onde  $\xi$  representa uma coordenada curvilínea que varia entre  $\xi_0$  e  $\xi_{max}$ .

Com base no conceito de probabilidade associado ao princípio da máxima entropia da informação (Shannon, 1948), Chiu (1987, 1988 e 1989) derivou analiticamente uma equação de distribuição de velocidade para fluxos de fluidos no espaço de probabilidade, podendo modificar a Eq. (24) da seguinte forma:

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln[1 + (e^M - 1)] \cdot F(u) \quad \text{Eq. (25)}$$

De acordo com Chiu (1987, 1988 e 1989), a  $F(u)$  é equivalente a:

$$F(u) = \frac{1}{e^M - 1} [\exp\left(M \frac{u}{u_{\max}}\right) - 1] \quad \text{Eq. (26)}$$

Como a função densidade (de probabilidade) de  $u$  é  $f(u) = dF(u)/du$ , e a função densidade de  $u/u_{\max}$  é  $f(u/u_{\max}) = u_{\max} f(u)$ , a Equação (26) é equivalente, por sua vez, a:

$$f(u/u_{\max}) = \frac{M}{e^M - 1} \exp\left(M \frac{u}{u_{\max}}\right) \quad \text{Eq. (27)}$$

Observa-se que  $f(u/u_{\max})$  tem  $M$  como um parâmetro único. Isso significa dizer que  $f(\frac{u}{u_{\max}})$  baseado na Eq. (25), (26) e (27) podem ser analiticamente derivadas como:

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{e^M}{(e^M - 1)} - \frac{1}{M} = \phi(M) \quad \text{Eq. (28)}$$

A aplicabilidade da equação de distribuição de velocidade Eq. (25) em vários tipos de fluxo depende da resiliência ou estabilidade de  $f(u/u_{\max})$ . Esta condição sobre a aplicabilidade fornece a motivação para testar e determinar se, a razão de  $u/u_{\max}$ , ou  $M$ , o parâmetro de  $f(u/u_{\max})$ , é invariável, analisando dados de velocidade obtidos em várias condições de fluxo (Chiu; Hsu; Tung, 2005).

O método de Chiu desenvolveu técnicas eficientes de estimativa da velocidade média e da descarga em escoamentos de fluidos, de forma eficaz, através da compreensão das regularidades que existem nos escoamentos de fluidos. Essas regularidades, podem ser expressas como funções de  $M$  (Chiu, 1988 e 1991; Chiu; Said, 1995; Chiu; Tung, 2002). Uma função bastante usada nos trabalhos de Chiu (1988, 1989 e 2000) é a relação  $\frac{\bar{u}}{u_{\max}}$  que é originada a partir do coeficiente angular da regressão linear dado um conjunto de pares  $(\bar{u}, u_{\max})$ , demonstrado a partir da seguinte equação:

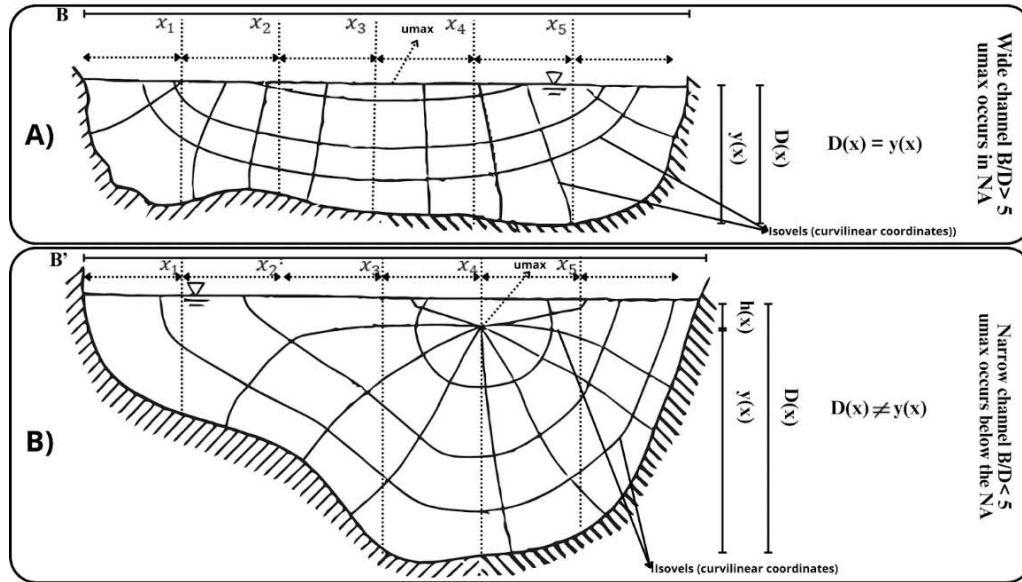
$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \phi(M) \quad \text{Eq. (29)}$$

Isto significa que  $M$  é constante para cada seção do canal é invariável com descarregar ou a profundidade da água (Chiu; Said, 1995). Sendo assim, tanto a Eq. (28) quanto a Eq. (29) podem expressar a magnitude dos fluxos através da função entrópica  $\phi(M)$ .

### 2.1.1 Distribuição de velocidades em canais abertos com uso de coordenadas curvilíneas

As coordenadas curvilíneas  $\xi$  (isolinhas transversais) e  $\eta$  (isolinhas ortogonais) são utilizadas para descrever a distribuição de velocidades em seções transversais de canais abertos. A função  $\xi$  é definida com base no formato geométrico do canal e na entropia associada à distribuição de velocidades. Para representar as isolinhas ( $\xi, \eta$ ), que indicam regiões de velocidade constante, Chiu e Chiou (1986) empregaram coordenadas curvilíneas que mapeiam a geometria do canal, especialmente nas áreas próximas ao fundo e às laterais (Figura 1).

Figura 1 - A) Distribuição dos fluxos de velocidade ao longo da seção transversal de um rio classificado como largo, onde a velocidade máxima ocorre na superfície livre. B) Distribuição dos fluxos de velocidade em uma seção irregular caracterizada como estreita, na qual a velocidade máxima tende a ocorrer abaixo da superfície livre.



\*B - Largura da seção transversal em um rio largo. \*B' - Largura da seção transversal em um rio estreito.

Fonte: Adaptado, CHIU E SAID (1995).

As equações gerais que descrevem as isolinhas foi formulada como:

$$\xi = Y(1 - Z) \exp(\beta_i Z - Y + 1) \quad \text{Eq. (30)}$$

$$\eta = \pm(|1 - Y|)^{\beta_i(D + \Delta_y + h/B_i + \Delta_i)^2} \exp\left[Z + \beta_i \left(\frac{D + \Delta_y + h}{B_i + \Delta_i}\right)^2 \cdot Y\right] \quad \text{Eq. (31)}$$

$$Y = \frac{y}{D + \Delta_y + h} \quad \text{Eq. (32)}$$

$$Z = \frac{z}{B + \Delta_i} \quad \text{Eq. (33)}$$

Em que: Y: variável vertical normalizada; Z: variável horizontal normalizada; D: Profundidade

relativa da velocidade máxima.  $\Delta_i$ ,  $\Delta_y$  e  $\beta_i$ ;  $z$ : coordenada na direção transversal;  $y$ : coordenada na direção vertical.

A velocidade  $u$  ao longo de  $\xi$  e  $\eta$  é expressa, de acordo com Chiu (1986;1987;1989) como:

$$u(\xi) = u_{max} \frac{\ln\left[1+M \cdot \frac{\xi}{\xi_{max}}\right]}{\ln(1+M)} \quad \text{Eq. (34)}$$

$$u(\xi, \eta) = u_{max} \frac{\ln\left[1+M \cdot \frac{\xi}{\xi_{max}}\right]}{\ln(1+M)} \exp(-C_1 \cdot \eta^2) \quad \text{Eq. (35)}$$

Em que:  $u_{max}$ : velocidade máxima;  $M$ : parâmetro de entropia;  $\xi_{max}$ : valor máximo de  $\xi$  na seção transversal;  $C_1$ : é uma constante relacionada ao gradiente de pressão e geometria do canal.

### 2.1.2 Aplicação da distribuição de velocidade 2D em canais abertos

De acordo Chiu, Hsu e Tung (2005) com Eq. (24), a distribuição de velocidade com o POME é expressa em termos da coordena curvilínea  $\xi$ . Esta equação assume que  $\xi$  é uma variável curvilínea que varia entre  $\xi_0$  (base do canal) e  $\xi_{max}$  (superfície livre). Para conectar as coordenadas curvilíneas e as coordenadas físicas, temos:

$$\xi = \frac{y}{D-h} \exp\left(1 - \frac{y}{D-h}\right) \quad \text{Eq. (36)}$$

Aplicando a Eq. (18) para função acumulativa de probabilidade  $\left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0}\right)$  e considerando  $\xi_0 = 0$  e  $\xi_{max} = 1$ , obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} = \frac{y}{D-h} e^{((1-y)/(D-h))} \quad \text{Eq. (37)}$$

Logo, substituindo a Eq. (37) na Eq. (23) obtêm-se a distribuição de velocidade em (2D):

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln\left(1 + (e^M - 1) \frac{y}{D-h} e^{(1-\frac{y}{D-h})}\right) \quad \text{Eq. (38)}$$

De acordo com Chiu e Said (2005), a velocidade máxima contém informação útil sobre os escoamentos em canais abertos. Uma premissa importante é que a velocidade máxima indica a amplitude da velocidade numa secção transversal do canal, o que constitui uma informação importante sobre a distribuição da velocidade e a velocidade média. A Eq. (38) corresponde a uma distribuição bidimensional de velocidades em canais abertos, cujo ponto de máxima velocidade de escoamento pode ocorrer na superfície da água ou abaixo dela.

O modelo de distribuição de velocidades proposto por Chiu e Said (1995) é influenciado pelo epicentro da maior velocidade na seção transversal, com a velocidade máxima podendo ocorrer de duas maneiras distintas:

- I. A primeira ocorre quando a velocidade máxima é registrada na superfície ou próxima a ela, o que acontece quando  $h \geq 0$  ou  $y = D$ .
- II. A segunda é observada quando a velocidade máxima ocorre abaixo da superfície, isto é, quando  $h < 0$  ou  $y < D$ . Nestas condições, para melhor representação do escoamento hidrodinâmico em canais, a relação de distribuição dos fluxos de velocidade do fluido pode ser representada por meio de um sistema de coordenadas curvilíneas, com base no princípio da máxima entropia.

### ***2.1.3 Relação dos parâmetros entrópicos com distribuição de velocidade em canais abertos***

As variáveis utilizadas na estimativa da velocidade ao longo da seção transversal de um rio podem ser observadas conforme a Figura 1. A relação de aspecto pode influenciar a distribuição da velocidade em seções com leitos irregulares, classificadas como estreitas ou largas. Além disso, observa-se como essa relação pode impactar o cálculo da velocidade em qualquer ponto de uma seção fluvial.

Observa-se na Eq. (29) a relação entrópica estabelecida entre a velocidade média e a velocidade máxima observadas em seções de rios,  $\phi(M)$  – função da entropia e o parâmetro entrópico  $M$  que podem ser amplamente utilizadas para modelar distribuições de velocidade em canais naturais e artificiais.

O parâmetro entrópico  $M$  é um número adimensional desenvolvido a partir da teoria da entropia. Ele começou sendo usado na hidráulica e, com o tempo, passou a ser aplicado também em estudos hidrológicos. Esse parâmetro ajuda a descrever a forma como as velocidades da água se distribuem em canais naturais, com base em relações de probabilidade (Moramarco; Saltalippi e Singh, 2004). Em geral,  $M$  tende a se manter constante em um mesmo ponto de medição, mas pode variar de uma seção para outra, dependendo das características

físicas do canal, como a forma da seção, a rugosidade do leito e a profundidade da água (Moramarco; Barbetta; Tarpanelli, 2017). Além disso, ele tem sido útil para entender o chamado “dip-phenomenon” — quando a maior velocidade do fluxo ocorre abaixo da superfície e para estimar velocidades em locais onde não há medição direta (Moramarco et al., 2013).

A função  $\phi(M)$  é derivada do parâmetro  $M$ , utilizada para estabelecer a relação prática entre velocidades médias e máximas na seção transversal do rio (Moramarco; Singh, 2010; Moramarco; Saltapilli; Singh 2004) Pode ser determinada a partir de  $M$ , pelo coeficiente angular da regressão dado um conjunto de pares  $(\bar{u}, u_{max})$  - (Chiu, 1991), ou pode ser dado a partir das características geométricas da seção (Abdolvandi et al, 2021; Moramarco; Singh, 2010). Em termos de variabilidade dos valores de  $\phi(M)$  é influenciada pelos valores do coeficiente  $M$  (Chiu, 1991). No entanto, o parâmetro  $\phi(M)$ , depende indiretamente das mesmas características físicas de  $M$  (Moramarco; Barbetta; Tarpanelli, 2017).

Tanto a função de  $\phi(M)$ , como o coeficiente entrópico  $M$  têm sido amplamente utilizados em diferentes contextos na hidrologia e engenharia de recursos hídricos. Na estimativa de vazões a relação  $(\bar{u}, u_{max})$  permite calcular a velocidade média em seções transversais de rios usando a relação entrópica linear (Chiu, 1988), reduzindo a necessidade de coletas extensivas de dados (Moramarco et al., 2013). Em situações de cheia, em que a medição completa dos perfis de velocidade é inviável, essa abordagem fornece uma alternativa confiável para estimar vazões com mais rapidez e segurança (Moramarco et al., 2017).

Em estudos relacionados aos processos hidrodinâmicos, o modelo usando entropia é utilizado para descrever distribuições de velocidade em rios e canais, incorporando variáveis como rugosidade do leito e geomorfologia da seção transversal (Mirauda; Greco; Volpe Plantamura, 2011). Maghrebi e Rahimpour (2006) apresentam um modelo para estimar perfis de velocidades em canais abertos com rugosidade composta e geometria irregular. O estudo utiliza contornos isolinhas dimensionais para estimar vazões, a partir de medições pontuais de velocidade, e compara os resultados obtidos pelo método de Chiu (1989) com medições em canais e seções de rios reais. Os resultados mostram boa precisão na previsão de velocidades médias e máximas, com erros médios inferiores a 5%, destacando a eficácia do método em cenários hidráulicos complexos Maghrebi e Rahimpour (2006).

Moramarco e Termini (2015) aplicaram o conceito de entropia para estimar a velocidade média do escoamento em canais abertos, utilizando os parâmetros  $M$  e  $\phi(M)$ . Em ensaios realizados em canais artificiais de laboratório, observaram que  $\phi(M)$ , que expressa a relação entre  $\bar{u}$  (velocidade média) e  $u_{max}$  (velocidade máxima), é sensível às condições

hidráulicas e geométricas. Os valores variaram de aproximadamente 0,3 em situações com vegetação densa e submergência baixa — até cerca de 0,65 em canais sem vegetação ou com submergência elevada. O parâmetro  $M$ , por sua vez, demonstrou-se praticamente constante em uma dada seção transversal, refletindo características como a rugosidade e a forma do canal. Os autores também validaram uma fórmula baseada em entropia para estimar o coeficiente de Manning, evidenciando que essa abordagem consegue representar bem a resistência ao escoamento, inclusive em ambientes com vegetação submersa.

Singh (2014) utilizou a teoria da entropia em engenharia hidráulica, aplicando o transporte de sedimentos e processos erosivos. Utilizando o Princípio da Máxima Entropia (POME), o estudo aborda a concentração de sedimentos suspensos, descarga sólida e variabilidade espacial e temporal de eventos erosivos, destacando a relação entre parâmetros hidráulicos e sedimentares. Embora inspirado no método de Chiu (1991), que foca na distribuição de velocidades em canais, Singh amplia as aplicações da entropia para processos sedimentares, incorporando restrições geomorfológicas e hidráulicas (Singh, 2014; Chiu, 1991).

Lin, Ho e Chen (2022) apresenta um método eficiente para estimar vazões em canais naturais e artificiais usando a relação entre a velocidade média de seção transversal ( $\bar{u}$ ) e a velocidade média superficial ( $u_s$ ), com suporte da teoria da entropia. Utilizando medições não invasivas, como radar de velocidade superficial (LSPIV), o estudo aplica os coeficientes entrópicos  $\phi(M)$  e  $M$  para modelar distribuições de velocidade e calcular vazões com alta precisão ( $R^2 > 0,97$ ) e erros inferiores a 5%. A estabilidade de  $\Phi(M)$  em diferentes condições hidráulicas reforça a confiabilidade da abordagem para o monitoramento de vazões, especialmente em locais de difícil acesso ou durante eventos extremos.

Os estudos de Bahmanpouri et al. (2022a e 2023) demonstraram a aplicação bem-sucedida do método entrópico, baseado na formulação de Chiu, para estimar vazões em rios sujeitos a condições hidrodinâmicas complexas — como confluências, interferências estruturais e limitações de acesso. Utilizando os coeficientes  $\phi(M)$  e  $M$ , os autores ajustaram o modelo para diferentes cenários, alcançando estimativas de descarga com erros inferiores a 15%, mesmo a partir de medições pontuais de velocidade superficial. Os métodos foram testados em diversos contextos, incluindo a confluência dos rios Negro e Solimões e trechos de rios europeus com medições realizadas por UAVs, o que evidencia a robustez do modelo entrópico em ambientes fluviais variados.

Chahrour, Castaings e Berthélemy (2022), desenvolveram uma abordagem baseada na teoria da entropia para estimar a descarga de rios combinando medições de velocidades

superficiais obtidas por vídeo e dados batimétricos. O método utiliza o Princípio da Máxima Entropia (POME) para ajustar perfis verticais de velocidade e calcular a descarga, integrando medições de um ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler) e imagens de superfície. A calibração é feita utilizando parâmetros entrópicos e coeficientes relacionados às velocidades medidas. O estudo foi aplicado ao rio Isère, na França, e demonstrou alta precisão, com erros de estimativa de descarga inferiores a 5% em comparação com curvas de medição tradicionais, validando a eficácia do modelo para monitoramento remoto de vazões.

Portanto, a aplicação do método de Chiu é extensivamente validada em todo mundo como método eficiente que para a modelagem de fenômenos hidráulicos, hidrológicos e de transporte de sedimentos. Todavia, uma das limitações do método é sua aplicação em escalas espaciais maiores, sendo necessário sua regionalização. Nesse sentido, Moramarco e Singh, (2010), mostraram que os parâmetros entrópicos  $\phi(M)$  e  $M$  são constantes para seções homogêneas de rios (Xia, 1997), mas sua extrapolação para bacias hidrográficas ou trechos maiores requer validações experimentais adicionais devido às variações geométricas e hidráulicas existentes.

#### ***2.1.4 Caracterização de escoamentos em cursos d'água a partir de $\phi(M)$ e $M$***

O coeficiente  $\phi(M)$  ou  $M$ , embora relacionados no contexto da entropia, apresentam diferenças conceituais.  $\phi(M)$  é definido como uma função derivada, representando a razão entre a velocidade média ( $\bar{u}$ ) e a velocidade máxima ( $u_{\max}$ ) (Chiu, 1988; Yuan et al., 2024).  $M$  é um coeficiente entrópico primário, que mede a uniformidade do fluxo e reflete diretamente as características hidráulicas e geométricas da seção transversal do canal (Moramarco; Singh, 2010; Bahmanpouri et al., 2022a).

Os intervalos típicos desses parâmetros também diferem.  $\phi(M)$ , como função derivada, é limitado ao intervalo  $[0, 1]$ , enquanto  $M$ , sendo um coeficiente entrópico mais geral, pode assumir valores negativos em condições específicas, como em canais com geometrias complexas ou fluxos secundários significativos (Bahmanpouri et al., 2023). Isso ocorre porque  $M$  é diretamente influenciado pela distribuição de velocidades e pelas condições do canal, sendo mais sensível às variações geométricas e hidrodinâmicas (Farina et al., 2015; Chiu; Jin; Chen, 2000).

Apesar das diferenças conceituais e aplicacionais entre  $\phi(M)$  e  $M$ , é importante destacar que esses parâmetros estão ligados por uma relação biunívoca — isto é, existe uma correspondência única entre cada valor de  $M$  e seu respectivo valor de  $\phi(M)$ , e vice-versa - Ver



Eq. 28 (Chiu, 1988; Moramarco; Singh, 2010). Essa função é crescente e suavemente contínua para  $M > 0$ , o que garante que, uma vez conhecido o valor de  $\phi(M)$  — com base, por exemplo, na razão entre a velocidade média e a máxima em uma seção — é possível estimar diretamente o valor de  $M$  por meio de métodos numéricos, como o método de Newton-Raphson (Araújo; Simões; Porto, 2022). Essa característica é explorada em diversos estudos para obter  $M$  com base em medições de velocidade mais acessíveis, como a velocidade de superfície, permitindo aplicações práticas robustas mesmo em condições de campo limitadas (Bahmanpouri et al., 2022a; Yuan et al., 2024). Assim, embora distintos,  $\phi(M)$  e  $M$  são funcionalmente equivalentes em termos de capacidade de caracterizar o regime de escoamento.

Com base nas faixas de valores reportadas na literatura (Chiu, 1988, 1991; Bahmanpouri et al., 2022a; Moramarco, Saltalippi e Singh, 2004), é possível estabelecer limites para  $\phi(M)$  e  $M$ , os quais estão diretamente associados a diferentes fenômenos hidrodinâmicos que ocorrem em ambientes fluviais e canais artificiais. Valores baixos de  $\phi(M)$ , inferiores a 0,5, são comumente observados em escoamentos turbulentos, especialmente em rios com alta sinuosidade, presença de obstáculos ou forte irregularidade no leito (Chiu, 1988 e 1991; Bahmanpouri et al., 2022a). Valores médios de  $0,5 < \phi(M) < 0,70$  refletem uma maior homogeneidade do fluxo, mas ainda é impactada por gradientes de velocidade e zonas de recirculação (Bahmanpouri et al., 2022a). Valores altos de  $\phi(M) > 0,7$ , indicam maior uniformidade do fluxo e baixa variabilidade transversal, por exemplo, em trechos retilíneos de rios, como o Tibre (Chiu, 1988; Moramarco, Saltalippi e Singh, 2004).

De acordo com a literatura vigente sobre o tema, os valores de  $M < 0$  indicam fluxos anômalos, caracterizados por alta turbulência, zonas de recirculação (Bahmanpouri et al., 2022, 2023), geometrias complexas (Moramarco, Saltalippi e Singh, 2004) ou perturbados por obstáculos (Chiu, 1988; Chiu, 1991). No intervalo entre  $0 < M < 2$ , os fluxos apresentam baixa uniformidade e são associados a rios de montanha e seções com alta variabilidade geométrica. Nessas condições, o perfil de velocidades é fortemente influenciado por rugosidades locais e obstáculos naturais. Além disso, valores baixos de  $M$  refletem a heterogeneidade na distribuição de velocidades em canais não uniformes (Chiu, 1989).

No intervalo entre  $2 < M < 5$ , os valores de  $M$  são associados a fluxos que apresentam estabilidade hidráulica moderada e transição entre condições heterogêneas e uniformes, conforme descrito por Moramarco, Saltalippi e Singh, 2004 e Moramarco, Barbertta e Tarpanelli, 2017). Já para valores de maiores que 5, o fluxo é uniforme, apresentando alta estabilidade em canais largos, profundos e retilíneos com uniformidade hidráulica. Além disso, o gradiente de velocidade transversal é baixo, indicando que a diferença de velocidade entre o

centro do canal (onde geralmente se encontra a maior velocidade) e as margens é pequena (Chiu, 1989; Moramarco; Singh, 2010; Bahmanpouri et al., 2022b).

A velocidade média de profundidade pode ser estimada a partir da velocidade superficial, corrigida por um fator entrópico derivado dos parâmetros  $\phi(M)$  ou  $M$ , os quais refletem as características da distribuição de velocidades ao longo da profundidade (). A aplicação da função  $\phi(M)$  é especialmente útil em cenários que utilizam métodos não intrusivos, como a Velocimetria por Imagens de Partículas (PIV). Essa técnica permite a estimativa da vazão com base em dados de superfície, dispensando medições diretas no interior do escoamento o que a torna particularmente vantajosa em condições de campo onde o acesso ao leito do canal é limitado ou inviável (Moramarco, Barbertta e Tarpanelli, 2017; Bahmanpouri et al., 2023).

A relação entre a entropia de Chiu e os métodos de medição de superfície, como a velocidade superficial por radar – SVR (Chen; Liao; Chen, 2018) e a Velocimetria por Imagens de Partículas – VIP (Bahmapouri et al, 2022b), pode viabilizar a estimativa de vazões mesmo em condições de campo adversas, como durante cheias, secas (Yuan et al., 2024) ou em áreas de difícil acesso, viabilizando, inclusive, o monitoramento remoto (Termini; Leonardo, 2018). Entre esses métodos, destaca-se a VIP, amplamente utilizada por sua natureza não intrusiva e pela capacidade de capturar informações espaciais detalhadas do escoamento superficial.

## 2.2 Velocimetria por imagens de partículas (VIP)

A seleção do método de velocimetria por imagem depende de fatores que conduzam à melhor alternativa para o propósito do trabalho. O objetivo central dessas técnicas é medir o deslocamento de regiões marcadas no fluxo do fluido, observando a posição das imagens dos marcadores (partículas suspensas) em dois ou mais momentos. A medição dos deslocamentos dos marcadores entre imagens sucessivas é realizada em pequenas regiões denominadas áreas de interrogação, delimitadas pela área imageada, utilizando uma abordagem estatística. O vetor de velocidade para cada área de interrogação é determinado dividindo-se o deslocamento pelo intervalo de tempo entre os registros sucessivos. O campo vetorial final é obtido por meio da repetição da análise para cada área de interrogação contida no campo de visão (Fujita; Muste; Kruger, 1998).

Atualmente, uma variedade de aplicações utiliza técnicas de velocimetria por imagens, incluindo: (i) Estudar a dinâmica e a estrutura de escoamentos complexos, como estimativa de vazões (Le Boursicaud et al., 2016), turbulência (Bigillon, Nino e Garcia, 2006),

vórtices (Hamidouche; Simo Tala; Russeil, 2020), ondas (Umeyama e Shinomiya, 2009), bolhas (Cerqueira et al., 2018), gotas (Kahen et al., 2004) e sprays (Mauger et al. (2014); (ii) Analisar o desempenho e o funcionamento de dispositivos e sistemas que envolvem fluidos, como turbinas (Jin e Fan., 2022), bombas (Fonseca et al., 2023), válvulas (Krishna e Mallikarjuna, 2012), bicos (Hariharan et al., 2011) e injetores (Najafabadi, et al., 2017); (iii) Avaliar o impacto ambiental e a segurança de processos que envolvem fluidos, como derramamento de óleo (Osman; Ovinis, 2020), tratamento de efluentes (Hu et al., 2018), incêndio (Morandini, Silvani; Susset., 2012) e explosão; (iv) Auxiliar na análise da dinâmica dos sedimentos (Moayerikashani et al., 2016), da erosão (Yang et al., 2020; Chadwick et al., 2021), da formação de leitos e de estruturas sedimentares (Wang et al., 2011) entre outras aplicações.

### ***2.2.1 Mapa Bibliográfico sobre velocimetria por imagens de partículas***

Para analisar as técnicas disponíveis em velocimetria por imagem, foi implementado um amplo filtro bibliométrico. Este filtro foi elaborado através do software *VOSviewer* (Van Eck; Waltman, 2010), utilizando um banco de dados previamente filtrado proveniente da *Web of Science*. Dentro dos parâmetros definidos por este filtro temático, identificaram-se 415 publicações com relevantes trabalhos científicos. Estes foram obtidos a partir de um banco de dados utilizando uma busca a partir de palavras-chave, o qual foi empregado para mapear a bibliografia objetiva relacionada às técnicas de velocimetria baseada em imagens.

O mapa bibliográfico foi elaborado com o objetivo de visualizar agrupamentos (clusters) que compartilham temáticas similares. Foram identificados sete clusters (Figura 2), dentre os quais optou-se deliberadamente por destacar exclusivamente o Cluster Vermelho, devido à sua relevância científica para o desenvolvimento da tese. Esse cluster revelou um conglomerado de 116 publicações que demonstraram afinidades temáticas. As interconexões observadas foram majoritariamente influenciadas pelas contribuições de Fujita, Muste e Kruger (1998), Le Coz et al. (2010), Perks, Russell e Large (2016), Le Boursicaud et al. (2016), entre outros. As linhas curvas presentes no mapa indicam as relações existentes entre as obras citadas e seus respectivos coautores.

Figura 2 - Análise bibliométrica entre os autores e coautores citados de relevância sobre a temática relacionada a velocimetria por imagem.

A velocimetria por imagens de partículas (*Particle Image Velocimetry* – PIV) mede as velocidades de forma não intrusiva, mas um requisito fundamental é que o escoamento tenha de ser marcado (traçado) por partículas adequadamente selecionadas. As partículas devem ser suficientemente leves para seguir quase completamente as características do escoamento a medir e suficientemente grandes para serem resolvidas pelo dispositivo de imagem do sistema PIV (Fujita; Muste; Kruger, 1998). A seleção do algoritmo para o processamento de imagens é decidida pela concentração do traçador no escoamento. Quando a concentração do traçador é baixa, as imagens de partículas individuais dominam, pelo que é possível medir o deslocamento dessas partículas individuais. Este modo de baixa densidade de imagem é referido como

velocimetria de rastreo de partículas (*Particle Tracking Velocimetry* - PTV). Quando a concentração do traçador de fluxo é elevada (mas não tão elevada que as imagens se sobreponham, dando origem a padrões de manchas), uma melhor abordagem consiste em medir a deslocação de pequenos grupos de imagens de partículas (padrões). Neste caso, assume-se que o grupo de partículas não altera consideravelmente a sua posição relativa no intervalo de tempo entre as imagens, pelo que este modo de alta densidade de imagem é designado por velocimetria por imagem de partículas PIV. O PIV é frequentemente utilizado como designação genérica para ambas as técnicas de imagem (Fujita; Muste; Kruger, 1998).

A *Large-Scale Particle Tracking Velocimetry* (LSPIV) e a *Large-Scale Particle Tracker Velocimetry* (LSPTV) são técnicas notáveis que oferecem uma abordagem econômica e não intrusiva para avaliar a velocidade da superfície da água e medir o fluxo em rios ou modelos hidráulicos de grande escala. Patalano, García e Rodríguez (2017), desenvolveu uma metodologia baseada em ferramentas que utilizam a análise PIV/PTV tradicional em um estudo importante. Tal abordagem resultou na caracterização efetiva do escoamento superficial e na correção de erros de medição presentes nas imagens de velocidade de partículas, proporcionando aos usuários resultados mais precisos e confiáveis em escalas amplas. Este processo foi executado por meio de uma interface gráfica denominada RIVeR (*Rectification of Image Velocity Results*), desenvolvida para facilitar a obtenção de dados de grande escala de maneira eficiente e acurada.

A técnica de velocimetria por Imagem concebida por *Kanade-Lucas-Tomasi Image Velocimetry* (KLT-IV) começa com a identificação de características aplicando o algoritmo de rastreo chamado de “*good features to track*” (GFTT), uma abordagem de rastreo digital desenvolvido por Shi e Tomasi (1994). O rastreamento é posteriormente realizado através do esquema piramidal criado por Kanade-Lucas-Tomasi, conforme descrito por Lucas e Kanade (1981), e Tomasi e Kanade (1991). É importante ressaltar que o KLT-IV foi concretizado como uma interface gráfica do usuário (GUI) independente, construída no ambiente MATLAB 2019, e incorpora camadas em estilo cascata para oferecer flexibilidade no design da interface (Perks et al., 2020b).

O método de velocimetria de rastreo ótico *Optical Tracking Velocimetry* (OTV) rastreia automaticamente características específicas na superfície da água, a varredura é feita através do algoritmo diferencial de Lucas-Kanade, sendo a filtragem das trajetórias dos objetos reais no campo de visão, realizadas posteriormente e a filtragem a posteriormente (TAURO et al., 2018). Esta técnica apesar de usar o mesmo algoritmo de rastreo aplicado na técnica KLT, a aplicação entre as técnicas (OTV e KLT) é diferente. Enquanto a KLT é mais orientada para

o rastreamento de pontos de interesse em imagens, a OTV é específica para medir a velocidade do escoamento utilizando partículas como referência visual. Ambas as técnicas têm aplicações distintas e são escolhidas com base nos objetivos específicos do estudo em questão.

A *Surface Structure Image Velocimetry* (SSIV) é uma técnica variante da LSPIV, concebida para utilizações operacionais. Embora o procedimento geral de medição seja semelhante ao da LSPIV, a SSIV implica em algumas melhorias para mitigar a influência negativa de dois fatores conhecidos por comprometer o desempenho da LSPIV (Muste; Fujita e Hauet, 2008), como o brilho e sombras na superfície da água e, a falta de características rastreáveis no escoamento (Leitão et al., 2018).

A *Spacial -Temporal Image Velocimetry* (STI) gera uma imagem espaço-temporal extraíndo valores de escala de cinza no conjunto de linhas de pesquisa na direção do fluxo principal a partir de centenas de imagens contínuas. As texturas em movimento na superfície do rio formarão faixas oblíquas nas imagens espaço-temporais (Fujita, Watanabe e Tsubaki, 2007). A velocidade média durante o período das imagens contínuas capturadas nesta linha de pesquisa pode ser obtida extraíndo as riscas oblíquas e calculando a inclinação. Muitos pesquisadores como Fujita et al. (2019), Zhao et al. (2021) e Fujita et al. (2020) avaliaram a precisão do STIV e descobriram que o STIV é uma técnica para medir as distribuições de velocidade de fluxo com mais eficiência e precisão em comparação com o LSPIV.

Dentre as técnicas citadas pode-se mostrar as vantagens e desvantagens de seus usos e da sua finalidade para o estudo em questão (Quadro 01).

Quadro 1- Resumo das vantagens e desvantagens das técnicas de velocimetria por imagem e softwares desenvolvidos até a presente data.

| <b>Técnica:</b> | <b>Vantagens:</b>  | <b>Desvantagens:</b>   | <b>Softwares:</b>   |
|-----------------|--|--|---|
| <b>PIV/PTV</b>  | O método possibilita a medição instantânea de todo o campo de fluxo, sendo caracterizado por ser um processo sem contato físico. Além disso, destaca-se pela facilidade na extração e processamento de informações físicas, principalmente através da obtenção de dados de velocidade (Aleixo et al, 2020)   | Métodos de Velocimetria por Imagem de Partículas (PIV) e Velocimetria por Rastreamento de Partículas (PTV) são amplamente utilizados em ambientes laboratoriais (Adrian, 1991; Cowen e Monismith, 1997) para análise de fluxo de fluidos. Contudo, apesar de sua precisão, os métodos PIV e PTV podem apresentar limitações em ambientes de campo com baixa visibilidade ou presença de reflexos, além de demandarem um controle rigoroso de iluminação e partículas traçadoras adequadas para garantir a acurácia das medições (Brevis et al., 2011; Tauro et al., 2019; Thielicke and Stamhuis, 2014).   | <b>PTVlab</b> - Brevis et al., (2011)<br><b>PIVlab</b> – Thielicke; Stamhuis (2014)<br><b>PTV-Stream</b> - Tauro et al. (2019)<br><b>OpenPiv</b> – Openpiv, (2024)<br><b>MAT PIV</b> - Sveen and Cowen (2004)   |
| <b>LSPIV</b>    | A técnica permite a obtenção de informações detalhadas sobre o campo de velocidade superficial, sendo reconhecida como uma das abordagens de velocimetria de imagem mais amplamente utilizadas e documentadas para aplicações em campo. Uma característica notável é a possibilidade de utilizar padrões naturais da superfície da água como traçadores, dispensando a necessidade de definir previamente a forma e o tamanho das partículas, o que amplia seu potencial de aplicação em ambientes externos. Além disso, é uma das técnicas mais testadas e validadas para medições não intrusivas em corpos d'água naturais (Le Coz et al., 2014; Tauro; Piscopia; Grimaldi, 2017). | O método apresenta sensibilidade a variações nos parâmetros de processamento, como a taxa de extração de características e o tamanho da janela de correlação. Embora não exija a introdução de partículas artificiais, o desempenho é favorecido por superfícies com textura visual contínua e contrastante. A precisão nas estimativas de velocidade superficial requer treinamento específico para a correta parametrização do sistema. Vale destacar que os vetores de velocidade são posicionados no centro da janela de interrogatório, o que pode introduzir pequenos deslocamentos em áreas com gradientes acentuados. Ademais, a aplicação exige a calibração da câmera utilizada, a fim de corrigir distorções ópticas e possibilitar a conversão precisa das medições em unidades físicas (Le Coz et al., 2014; Rozos et al., 2020). | <b>Fudaa-LSPIV</b> - Le Coz et al. (2014)<br><b>PyOpenRiverCam</b> – Pyorc (2024)<br><b>LSPIV app</b> - Tsubaki (2018)<br><b>TRiVIA</b> – Legleiter and Kinzel (2023)<br><b>AREDIS</b> – Bechle; Wu (2014)<br><b>Free-LSPIV</b> – Rozos et al. (2020) |
| <b>LSPTV</b>    | A técnica apresenta relativa insensibilidade às variações na taxa de extração de características, permitindo a obtenção de velocidades precisas em regiões com poucas características superficiais e demonstrando eficácia em fluxos instáveis.  | A técnica revela uma relativa sensibilidade às mudanças na área de identificação de partículas, exigindo processamento adicional para resultados ótimos. A definição de formas de partículas altamente precisa é necessária (Tauro; Piscopia; Grimaldi, 2017), e a aplicação requer a especificação de um modelo de câmera específico antes da realização de cálculos.   | <b>RIVeR</b> - Patalano et al. (2017) <sup>1</sup><br><b>FlowVelotool</b> - (Eltner; Sardemann; Grundmann, 2020)  |

|               |  |   |   |
|---------------|--|---|---|
| <b>KLT-IV</b> | A modificação da área de identificação das partículas não impacta de forma significativa os resultados de velocidade superficial quando as partículas são bem definidas e o ambiente visual é estável, indicando certa robustez do método. Além disso, destaca-se a relativa simplicidade na implementação do algoritmo e no cálculo das velocidades, facilitando sua aplicação prática. Uma característica notável é a capacidade de fornecer resolução sub-pixel para vetores e trajetórias de velocidade de superfície, contribuindo para uma análise mais refinada e precisa do comportamento fluidodinâmico (Perks et al., 2016; 2020). | Pequenas variações podem ser observadas nos resultados ao modificar a taxa de extração de características, especialmente em condições com baixo contraste superficial, evidenciando a sensibilidade do método a esse parâmetro. A aplicação requer a calibração da câmera utilizada, com o objetivo de corrigir distorções ópticas e viabilizar a conversão precisa das medições em unidades físicas. No entanto, é importante notar que o desempenho do KLT ainda não foi amplamente testado em uma variedade de condições hidrológicas, sugerindo a necessidade de uma avaliação mais abrangente em diferentes contextos hidráulicos. | <b>KLT-IV - Perks et al. (2016, 2020)</b>   |
| <b>OTV</b>    | O método demonstra relativa insensibilidade às variações na taxa de extração de características, bem como à densidade e ao formato da sementeira, o que o torna robusto em diferentes condições superficiais. Além disso, destaca-se pela capacidade de reconstruir trajetórias completas de partículas rastreadas ao longo do tempo, o que contribui para análises mais detalhadas do comportamento do escoamento (Tauro et al., 2018).   | A metodologia, no entanto, apresenta sensibilidade significativa às alterações no comprimento das trajetórias utilizadas para o rastreamento, sendo essencial uma atenção cuidadosa à escolha desse parâmetro para garantir resultados precisos. A aplicação também demanda informações básicas sobre a direção predominante do fluxo e a geometria do ambiente monitorado. A ferramenta foi originalmente desenvolvida para operação em ambiente Linux, e a calibração da câmera utilizada é indispensável para correções ópticas e conversão dos dados em unidades físicas (Tauro et al., 2018; Ansari et al., 2023).                 | <b>OTV - Tauro et al. (2018)</b><br><b>RivQNet - Ansari et al. (2023)</b>         |
| <b>SSIV</b>   | A alteração na área de identificação de partículas não impacta significativamente os resultados de velocidade da superfície, indicando a robustez do método em relação a esse parâmetro. Trata-se de uma aplicação automatizada e independente, que não exige a definição manual de parâmetros por parte do usuário. Demonstrou eficácia em condições visuais degradadas, como a presença de sombras, reflexos ou baixa definição na superfície da água (Leitão et al., 2018).   | Pequenas variações podem ser observadas nos resultados ao alterar a taxa de extração de características, especialmente em ambientes com baixa qualidade visual, o que exige atenção na calibração inicial. A aplicação requer a calibração da câmera utilizada, para correção de distorções ópticas e transformação das medidas em unidades físicas, antes da realização dos cálculos (Leitão et al., 2018).  | <b>Photrak. SSIV - Leitão et al. (2018)</b>                                       |
| <b>STIV</b>   | Uma técnica eficiente para a medição do fluxo na superfície de rios, especialmente útil na análise da distribuição da velocidade ao longo do curso d'água. Destaca-se pela capacidade de cobrir uma área de medição de aproximadamente cem metros e por ser significativamente mais rápida que o LSPIV — podendo atingir quase dez vezes mais velocidade no  | Para a medição de fluxos com baixa velocidade, o uso de traçadores visuais torna-se fundamental para garantir a precisão das estimativas. Entretanto, o Sistema de Trajetória de Imagem de Superfície (STIV) mostra-se inadequado   | <b>KU-STIV - Fujita et al. (2007)</b><br><b>HYDRO-STIV - Fujita et al. (2007)</b> |



processamento para a obtenção da mesma quantidade de informações. Notavelmente, a implementação do STIV, assim como do LSPIV, permite a construção de sistemas de monitoramento de fluxo quase em tempo real, utilizando câmeras de vigilância ou webcams posicionadas próximas a corpos d'água (Fujita et al., 2007).

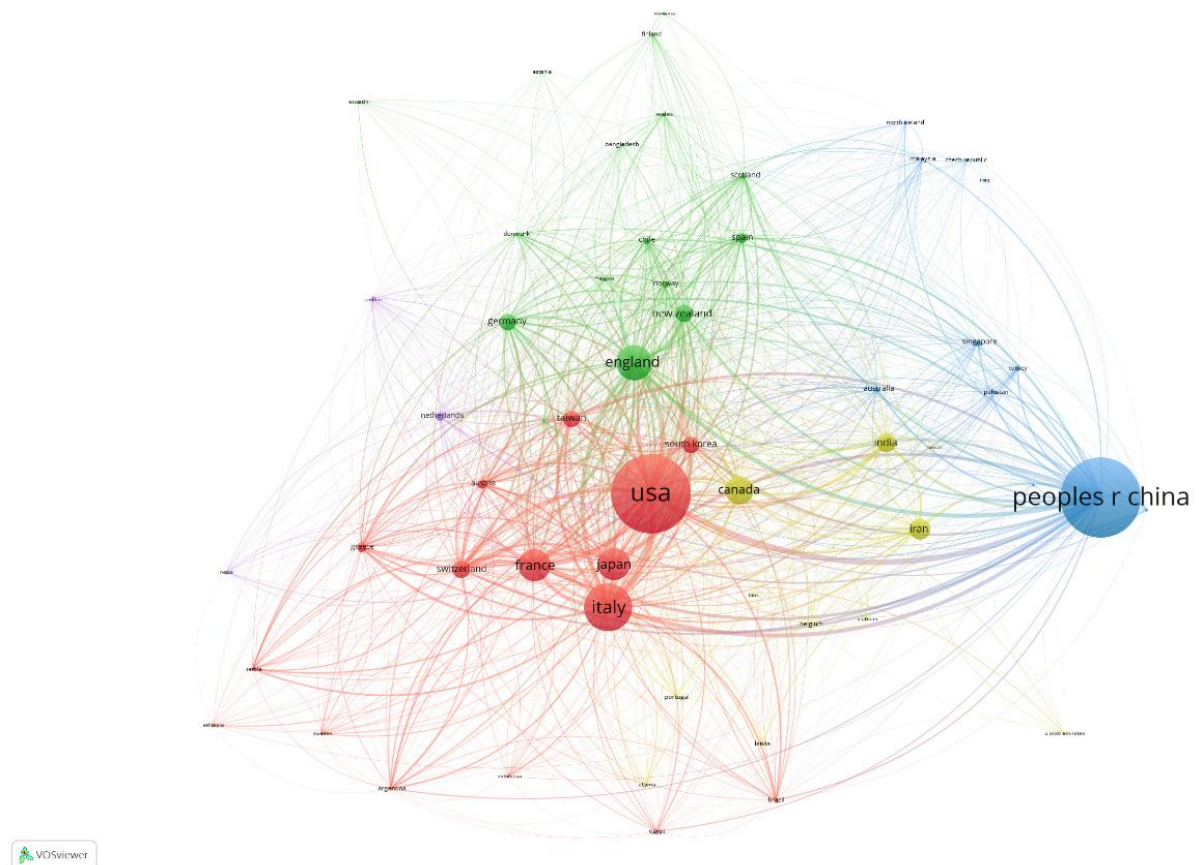
para a análise de fluxos recirculantes ou com mudanças frequentes de direção, devido à natureza do algoritmo, que pressupõe um padrão de deslocamento predominantemente unidirecional (Fujita et al., 2007).

---

<sup>1</sup> Software utilizado neste trabalho para estimativas de velocidade superficial fluvial.

Após conduzir uma análise bibliométrica sobre a quantidade de trabalhos publicados globalmente acerca desta temática, constatou-se que o Brasil apresenta uma contribuição modesta em comparação com outros países. O tema é predominantemente liderado por nações como China, Estados Unidos, Itália, Japão e França (Figura 3).

Figura 3 - Filtro bibliométrico que apresenta a distribuição gráfica proporcional do número de documentos por país, elaborado por meio do software VOSviewer utilizando o banco de dados da *Web of Science*.



O panorama da aplicação de técnicas de velocimetria por imagem de partículas no Brasil, embora apresente alguns estudos correlatos, ainda se mostra notavelmente restrito. Destacando as recentes pesquisas conduzidas no país, como o trabalho de Ishizawa (2022), que desenvolveu um sistema de medição utilizando o microcomputador Raspberry PI e um módulo de captura de imagens para a implementação da técnica de Velocimetria por Imagem de Partícula em Grande Escala (LSPIV) em canal aberto (laboratório) de seção transversal de 40 cm x 50 cm com intervalo de vazões entre 9,7 L/s e 34,4 L/s.

Bahmanpouri et al. (2022b) aplicaram a teoria da Entropia para estimar a descarga e a distribuição bidimensional de velocidades em grandes rios, utilizando exclusivamente medições de velocidade próximas à superfície. O estudo foi conduzido na confluência entre os

rios Negro e Solimões, uma das maiores do mundo, abrangendo cenários de escoamento relativamente baixo (em torno de  $15.719 \text{ m}^3/\text{s}$ ) até alto ( $149.251 \text{ m}^3/\text{s}$ ), com dados coletados por ADCP. As estimativas baseadas na Entropia foram comparadas com dados medidos in situ e apresentaram boa concordância: os erros na estimativa de vazão e velocidade média foram inferiores a 15% em todos os transectos analisados, confirmando a viabilidade do método para aplicação em ambientes hidrodinâmicos complexos.

Pessoa (2023) contribuiu para o campo ao gerar imagens de velocimetria por meio de um método em desenvolvimento. Este método teve como objetivo medir o campo de velocidade do Rio Bananal, situado em Brasília/DF, empregando uma câmera de vídeo e o software PIVlab. Os resultados da pesquisa indicam uma vazão estimada pela VIP (RIVeR) de  $0,66 \text{ m}^3/\text{s}$ , revelando um valor aproximadamente 7% superior em relação às medições tradicionais registradas.

### ***2.2.2 Incertezas associadas à velocimetria por imagens de partículas***

A velocimetria por imagens, em suas diversas variantes (PIV, LSPIV, STIV, PTV, entre outras), tem se destacado como uma técnica promissora para a estimativa não intrusiva da velocidade superficial da água e, conseqüentemente, da descarga fluvial. Essa abordagem se diferencia por oferecer uma perspectiva detalhada e de alta resolução temporal e espacial dos escoamentos, especialmente em ambientes de difícil acesso ou com alta variabilidade. No entanto, sua aplicação está sujeita a incertezas relacionadas às condições de fluxo, ambientais e às especificações dos equipamentos e algoritmos utilizados.

Em se tratando da técnica e algoritmo de velocimetria por imagens de partículas, a LSPIV (Large-Scale Particle Image Velocimetry) é amplamente aplicada em rios com diferentes regimes de vazão, apresentando resultados satisfatórios desde baixas velocidades ( $<0,015 \text{ m/s}$ , como mostrado por Meselhe; Peeva; Muste, 2004) até situações de cheia extrema (Le Coz et al., 2010; Dramais et al., 2011). A técnica STIV (Space-Time Image Velocimetry), embora mais rápida no processamento, é unidimensional, o que limita sua aplicação a escoamentos predominantemente paralelos (Fujita; Watanabe; Tsubaki, 2007). Já a PTV (Particle Tracking Velocimetry) apresenta maior robustez frente a padrões de escoamento não homogêneos (Tauro; Salvatori, 2017; Yang et al., 2020a).

A comparação entre algoritmos, como o Kanade–Lucas–Tomasi (KLT), OTV, SSIV e redes neurais convolucionais (e.g., FlowNet em Ansari et al., 2023; ResNet-50 em Chen et al., 2024), revela que avanços computacionais têm contribuído para reduzir os erros de

estimativa e ampliar a aplicabilidade em condições adversas. Por exemplo, estudos com KLT (Perks; Russell; Large, 2016; Pearce et al., 2020) mostraram incertezas médias inferiores a  $\pm 0,15$  m/s, mesmo durante eventos de cheias.

Em condições de fluxo e ambientais variáveis, a precisão das medições varia substancialmente de acordo com o tipo de fluxo e as condições atmosféricas. Em condições de baixa vazão, os métodos LSPIV e PTV mostraram erros médios abaixo de 5% (Pearce et al., 2020; Liu; Lu; Huang, 2021). Em contrapartida, sob chuvas intensas, vento ou iluminação adversa, observam-se aumentos de incerteza devido à interferência de reflexos e sombras (Dramais et al., 2011; Tauro; Salvatori, 2017).

Além disso, a dependência da presença de traçadores visuais (naturais ou artificiais) impacta diretamente na confiabilidade da medição. Estudos como os de Pizarro, Dal Sasso e Manfreda (2020a) e Pizarro et al (2020b) demonstraram que o uso de métricas como o Índice de Distribuição da Sementeira (SDI) pode reduzir significativamente os erros ao selecionar janelas ideais de fotogramas, reforçando a importância do controle da densidade e distribuição dos marcadores visuais.

Quanto aos equipamentos e à infraestrutura empregados na aplicação do LSPIV, observa-se que a viabilidade da técnica está fortemente condicionada aos recursos disponíveis. Sistemas baseados em câmeras fixas (Le Coz et al., 2010), veículos aéreos não tripulados (UAVs) (Lewis; Lindroth; Rhoads, 2018; Liu; Lu; Huang, 2021), plataformas móveis (Dramais et al., 2011) e até smartphones (Yang et al., 2020a) demonstram que há um leque diverso de possibilidades tecnológicas, variando entre soluções de baixo custo e configurações mais sofisticadas com múltiplas câmeras sincronizadas e sensores auxiliares (e.g., GPS diferencial e IMU, conforme Perks, 2020). Os resultados mostram que sistemas móveis, embora mais práticos para áreas remotas, tendem a apresentar maior variabilidade nos erros, especialmente devido ao movimento da câmera e à retificação geométrica. Em contrapartida, sistemas fixos ou com múltiplas câmeras (Trieu et al., 2021; Liu; Huang, 2021) apresentam menor incerteza, desde que os pontos de controle e as georreferências sejam devidamente calibrados.

Dentre os principais fatores de incerteza associados à aplicação da velocimetria por imagem, destacam-se: o coeficiente de velocidade, frequentemente identificado como a principal fonte de erro em condições de cheia (Dramais et al., 2011); a qualidade da sementeira e o contraste visual dos traçadores (Pizarro et al., 2020a); a precisão na retificação geométrica, especialmente crítica em plataformas móveis (Perks; Russell; Large, 2016; Liu et al., 2023) e as variações topográficas ou a morfologia irregular da seção transversal do canal (Eltner; Sardemann; Grundmann, 2020).

De forma geral, as incertezas médias associadas às técnicas de velocimetria por imagem situam-se entre 3% e 15%, podendo ser significativamente reduzidas conforme aumenta a complexidade dos algoritmos utilizados e a qualidade dos dados de entrada. A integração com modelos tridimensionais da superfície da água, como os obtidos por *Structure from Motion* (SfM), tem ampliado o potencial dessas técnicas, permitindo estimativas mais precisas da velocidade superficial e da área molhada.

Nesse contexto, a velocimetria por imagem se consolida como uma alternativa promissora para o monitoramento contínuo, remoto e não intrusivo de descargas fluviais, especialmente em ambientes de difícil acesso ou sujeitos a variações rápidas no regime de escoamento.

### **3 ETAPA I - Variabilidade do coeficiente de Chiu em três escalas espaciais: seção transversal, trecho de rios e bacia hidrográfica**

#### **3.1 Introdução**

O escoamento fluvial é um sistema complexo, composto por processos hidrológicos e fenômenos naturais interconectados (Chalov, 2021; Grenfell; Ellery, 2009). Esse sistema é regido por interações que determinam a dinâmica dos mecanismos de transporte e a conservação de energia nos rios (Escauriaza; Paola; Voller, 2017; Tranmer et al., 2018). Para modelar adequadamente as condições do escoamento, é fundamental considerar variáveis que representem a essência desses processos. Entre elas, destacam-se a descarga e a velocidade, pois refletem diretamente a magnitude do escoamento e sua capacidade de transportar sedimentos e outros materiais (Nord et al., 2014; Oh; Tsai, 2017). Devido à variabilidade e complexidade desses processos, especialmente na estimativa de vazão e velocidade, torna-se necessário adotar métodos de modelagem que incorporem diferentes níveis de incerteza (Corato; Ammari; Moramarco, 2014; Despax et al., 2016; Ahn; Yoon; Ji, 2019).

Os fenômenos naturais podem ser modelados tanto por abordagens determinísticas (Ponce; Osmolski; Smutzer, 1985) quanto por métodos probabilísticos (Ghanem; Hayek, 2002; Chiu; Hsu; Tung, 2005; Koussis et al., 2022). A incerteza inerente ao escoamento é, entretanto, um aspecto central tanto na hidráulica quanto na hidrologia. Entre os temas com abordagem associada às incertezas está a estimativa de vazão e a velocidade de escoamento em rios, motivo pelo qual vem sendo tratado prioritariamente com abordagem probabilística (Durighetto et al., 2022; Vyas; Perumal; Moramarco, 2021; Chiu, Hsu e Tung, 2005).

Nesse sentido, Chiu (1987, 1988, 1989, 1991) desenvolveu uma robusta abordagem no campo da hidráulica, que descreve a vazão em rios e canais a partir de uma perspectiva probabilística usando o princípio da entropia de máxima de Shannon (1948) e de Jaynes (1957). Essa abordagem foi aplicada para escoamentos unidimensionais (Chiu, 1989), bidimensionais (Chiu, 1988; Chiu; Hsu, 2006; Fontana, Marini; De Paola, 2013) e tridimensionais (Chiu; Lin, 1983). Dessa forma, Chiu, Hsu e Tung (2005) demonstraram que, usando coordenadas curvilíneas e o princípio da entropia máxima, é possível estimar a velocidade média de uma seção transversal de canal ou rio, bastando para isso dispor da velocidade pontual máxima ( $u_{max}$ ) e de um único coeficiente.

O método de Chiu pode ser aplicado ao monitoramento de vazão na gestão de sistemas fluviais considerando seu elevado desempenho (Araújo, 2017; Bahmanpouri et al.,

2022a, 2022b e 2023; Corato, Ammari e Moramarco, 2014), permitindo medições precisas de vazão apenas a partir de dados de velocidade da superfície livre. Por não exigir contato direto com a água, ele possibilita a coleta de dados mesmo durante eventos de cheia, quando os riscos para os operadores aumentam significativamente (Costa et al., 2006; Fulton; Ostrowski, 2008).

Vyas, Perumal e Moramarco (2021) demonstraram que é possível obter estimativas precisas de vazão a partir de um número reduzido de medições de velocidade, desde que associadas ao adequado ajuste do coeficiente entrópico com base na velocidade média de uma série histórica. A eficácia do método foi evidenciada por coeficientes de determinação ( $R^2$ ) superiores a 0,95 em quatro estações fluviais — duas localizadas na Índia (Perur e Badlapur) e duas na Itália (Pontelagoscuro e Ponte Nuovo). Outros estudos, como os de Moramarco et al (2013), Choo, Yoon e Lee (2012) e Chinnarasri e Kemden (2016), também confirmaram uma forte correspondência entre as vazões estimadas a partir do coeficiente ajustado proposto por Chiu e as vazões observadas, reforçando a aplicabilidade e confiabilidade da abordagem entrópica para estimativas hidrométricas.

A medição de vazão baseada na entropia requer o ajuste do coeficiente de Chiu para cada seção de rio devido à influência das condições locais como velocidade máxima e média, profundidade e geometria da seção (Chiu e Hsu, 2006; Chiu, 1986;1987). No entanto, estudos como o de Xia (1997) investigaram a relação entre a velocidade média e a velocidade máxima em várias seções do rio Mississippi (EUA) e constataram que o coeficiente permaneceu estatisticamente constante, mesmo entre seções transversais distintas localizadas no mesmo rio. A estabilidade do coeficiente de Chiu sugere sua utilização de forma consistente para otimizar a medição de vazão em áreas remotas e com infraestrutura reduzida para obtenção de dados, além de facilitar o monitoramento onde a coleta de informações é escassa.

Portanto, este trabalho tem como objetivo estimar o coeficiente entrópico na bacia hidrográfica do Acaraú, utilizando o método de Chiu, analisando sua variabilidade em três escalas espaciais: seção transversal, rio e bacia hidrográfica.

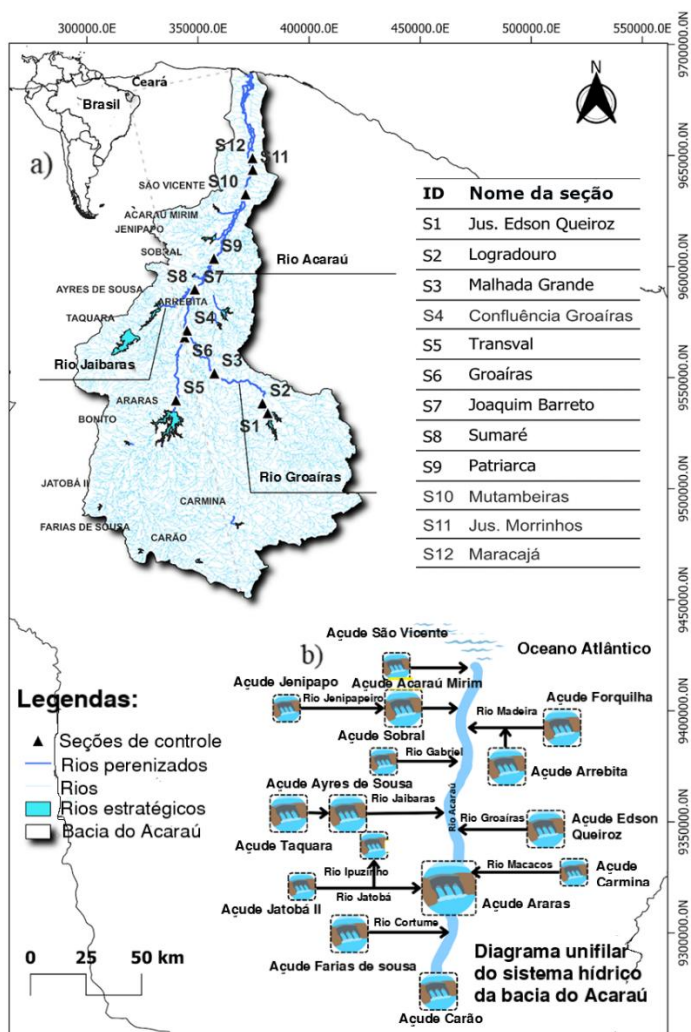
## **3.2 Material e Métodos**

### ***3.2.1 Área de estudo***

A área de estudo abrange a Bacia Hidrográfica do Rio Acaraú (ARB), situada na região semiárida do Brasil, onde o principal curso de água, o Rio Acaraú, segue predominantemente no eixo sul-norte. A ARB conta com uma infraestrutura hídrica de 15

reservatórios estratégicos (COGERH, 2021) e que, juntos, detêm a capacidade total de acumulação de 1.700 hm<sup>3</sup>. O estudo contou com 12 seções de medição de vazão distribuídas entre os rios Acaraú (R1), Groaíras (R2) e Jaibaras (R3) - Figura 04.

Figura 4 - (a) Mapa de localização bacia hidrográfica do Acaraú com seus principais reservatórios e seções de monitoramento fluviométrico - 12 seções de controle (b) Diagrama unifilar dos reservatórios monitorados pela COGERH.



Fonte: Adaptado, ANA (2017).

A ARB, com uma área de drenagem de aproximadamente 14.000 km<sup>2</sup>, é classificada como de grande porte e se estende entre as coordenadas 3°45' e 5°S e 39°30' e 41°W. Entre seus principais afluentes na margem direita estão os rios Groaíras, Jacurutu, Sabonete e o Riacho dos Macacos, enquanto na margem esquerda destaca-se o Rio Jaibaras (COGERH, 2021). Apresentando um formato alongado no sentido norte-sul, o baixo fator de forma (0,16) caracteriza sua forma longilínea, semelhante a uma pera. Na área a montante, a bacia tende a apresentar uma forma mais circular, o que provoca a convergência simultânea do escoamento superficial para um trecho reduzido do rio principal, contribuindo para enchentes nessa região.



Em contraste, à jusante, o formato torna-se mais estreito e alongado, o que influencia o comportamento hídrico da bacia (CEARÁ, 1992).

O comprimento do talvegue da ARB é de 304,82 km evidenciando uma extensão significativa do rio principal (Sena; Albuquerque; Pereira, 2008), permitindo uma drenagem abrangente e retardando a resposta hidrológica imediata durante eventos de precipitação. A declividade média do rio principal, de 3,05 m/km, indica uma inclinação moderada, favorecendo um fluxo de água mais controlado e promovendo processos de sedimentação ao longo do curso d'água. Por outro lado, a declividade média da bacia, de 9,09%, reflete a presença de regiões mais acidentadas, que podem acelerar o escoamento superficial em áreas com pouca cobertura vegetal, intensificando o transporte de sedimentos e os riscos de erosão. Segundo Sucupira, Pinheiro e Rosa (2006), o padrão de drenagem é predominantemente dendrítico no médio curso, mas apresenta padrões paralelos e anastomosados no baixo curso, refletindo as diferenças estruturais e topográficas da região. Ainda conforme os autores, a presença de terrenos com baixa capacidade de infiltração e a alta densidade de drenagem tornam a área mais propensa à erosão, intensificando os processos de assoreamento dos canais.

Embora Loureiro (2016) destaque que a forma alongada da bacia do rio Acaraú e sua declividade moderada favorecem uma drenagem eficiente, reduzindo a suscetibilidade a enchentes rápidas, Sobrinho (2006) observa que, no alto e médio curso, a combinação entre precipitações intensas e a litologia local pode desencadear inundações frequentes em núcleos urbanos situados próximos ao leito fluvial. Considerando esse cenário, Oliveira (2014) ressalta a necessidade de adoção de medidas integradas, como conservação do solo, controle da erosão, recuperação de Áreas de Preservação Permanente (APPs), monitoramento hidrológico e planejamento sustentável, como estratégias fundamentais para garantir a manutenção dos serviços ecossistêmicos da bacia e assegurar a viabilidade econômica da região.

Na desembocadura da ARB, a drenagem se caracteriza por ser sinuosa, com canais que ampliam a várzea inundável e, ao serem penetrados pelas marés, formam um extenso manguezal. Nesse trecho, predomina a Formação Barreiras, que se distribui de forma contínua e paralela à linha de costa, estendendo-se desde os sedimentos eólicos ao norte até o encontro com o embasamento cristalino. Além disso, verifica-se a presença de rochas sedimentares da Formação Serra Grande na região (COGERH, 2021).

Segundo dados levantados pela COGERH (2018), a região da bacia do rio Acaraú apresenta um clima geralmente quente durante todo o ano, com temperaturas elevadas, baixa variação térmica e um regime pluviométrico bastante irregular. A intensa radiação solar contribui para altas taxas de evaporação, agravando os efeitos da escassez hídrica típica do

semiárido nordestino. Na ARB, como em outras áreas dessa região, é comum a alternância entre períodos de chuvas intensas e longas estiagens (Soares et al., 2024), o que afeta diretamente a recarga dos reservatórios, a produtividade agrícola e as condições de vida das populações que dependem desses recursos.

Conforme estudo realizado por Muniz et al. (2017), utilizando a classificação de Köppen, a maior parte da bacia é caracterizada por clima tropical de savana (As), com estação seca no inverno. Já as áreas situadas mais ao sul exibem condições típicas de clima semiárido quente (BSh). Os registros de evaporação indicam uma média anual variando entre 1.864,5 mm e 2.344,7 mm, com os picos ocorrendo entre setembro e novembro. As chuvas mais intensas, com médias em torno de 1.300 mm, são observadas nas imediações da Serra da Ibiapaba e nas zonas litorâneas, diminuindo gradativamente em direção ao extremo leste da bacia, onde os volumes anuais tendem a ficar próximos de 700 mm.

Em termos geológicos, a bacia apresenta solos diversificados. As formações Barreiras e os aluviões predominam no baixo curso, sendo áreas potencialmente agricultáveis, embora exijam fertilização e correção da acidez (Sucupira, Pinheiro e Rosa, 2006). No médio curso, predominam solos pedregosos sobre rochas cristalinas, que apresentam maior susceptibilidade à erosão. Este contexto geológico, aliado às condições climáticas, contribui para o alto escoamento superficial da água e a baixa capacidade de infiltração (CPRM, 1998).

Com relação a classificação dos solos, foram encontradas oito tipos de solo na região, os quais são eles podem ser classificados em Afloramentos de Rochas (Santa Quitéria), Chernossolo (leste do município de Santa Quitéria), Dunas (extremo norte da bacia), Gleissolo (encontrados apenas no estuário do rio Acaraú), Latossolo (faixa a oeste da bacia), Luvisolo (são encontrados em grandes áreas espalhadas por quase toda a bacia, exceto na região do baixo curso do rio Acaraú), Neossolo (encontrados espalhados por toda as bacias, exceto na região sudoeste) e Planossolo (espalhados por todas as bacias, principalmente na calha e margens dos principais cursos d'água (COGERH, 2018).

A rede de drenagem é extensa, apresentando um regime de escoamento intermitente e um limitado potencial para armazenamento de águas subterrâneas (CEARÁ, 2009). A variação no regime de escoamento, marcada pela interrupção do fluxo natural dos rios durante grande parte do ano, torna a região do ARB altamente dependente da perenização dos rios para atender às demandas dos múltiplos usos da água. Na ARB, a maior parte da água bruta é proveniente de mananciais superficiais (83,2%), enquanto 16,8% são extraídas de poços. A captação em corpos hídricos corresponde a 25,2% do consumo total, destacando a importância da perenização da água como estratégia essencial para atender aos usos múltiplos e assegurar a

disponibilidade hídrica da região (COGERH, 2024). A dependência da região em relação ao monitoramento fluviométrico torna-se evidente, sendo fundamental para que os controles de perenização sejam realizados de maneira eficiente, promovendo melhor gestão hídrica.

Em termos de monitoramento da ARB, a densidade de estações fluviométricas, que é da ordem de uma estação para cada 600 km<sup>2</sup> de área de drenagem (SNIRH, 2024), é considerada insuficiente. A Organização Mundial de Meteorologia (OMM, 1994) recomenda uma densidade ideal de uma estação a cada 500 km<sup>2</sup> para um monitoramento eficaz do escoamento. Assim, a atual situação na Bacia do Acaraú dispõe de menor densidade em relação às diretrizes internacionais.

### **3.2.2 Banco de dados hidrométricos**

As medições de vazão utilizadas neste estudo abrangem o período de 2017 a 2022, realizados pela Companhia de Gestão de Recursos Hídricos, concentrando-se exclusivamente no segundo semestre de cada ano. Essas medições foram empregadas como medidas de controle da perenização nos três principais rios da Bacia do Acaraú - o rio Acaraú, o rio Jaibaras e o rio Groaíras, totalizando seis anos de monitoramento e 667 registros hidrométricos. Cada medição inclui dados como profundidade do nível d'água, velocidade média, área da seção, vazão, largura total da seção, profundidade média e razão de aspecto média (B/D), calculada pela relação entre a largura da seção (B) e a profundidade da água (D), entre outros parâmetros, conforme o modelo de relatório hidrométrico do equipamento de medição do tipo ADV (*Acoustic Doppler Velocimeter*).

Os dados de vazão foram obtidos por meio de medições realizadas com o velocímetro acústico Doppler FlowTracker I, da SonTek. Este dispositivo utiliza o princípio do efeito Doppler para medir a velocidade local do fluxo de água e pode ser empregado na medição de vazão em cursos d'água, fixado a uma haste, de forma semelhante ao método tradicional com molinetes hidrométricos (Costa et al., 2023).

A quantificação da razão de aspecto (B/D) em cada seção do rio é fundamental para simplificar a análise de eventos complexos de escoamento, pois essa relação influencia diretamente a distribuição dos fluxos de velocidade ao longo dos cursos d'água. Esse parâmetro geométrico pode ser aplicado na estimativa de diversos fenômenos hidráulicos, incluindo a simplificação da determinação da posição do fluxo de velocidade máxima em uma seção. Uma abordagem eficaz para essa estimativa envolve a parametrização da razão de aspecto das seções

transversais, permitindo análises mais práticas. Os dados obtidos a partir dos relatórios de medição foram organizados e compilados, conforme a Tabela 1.

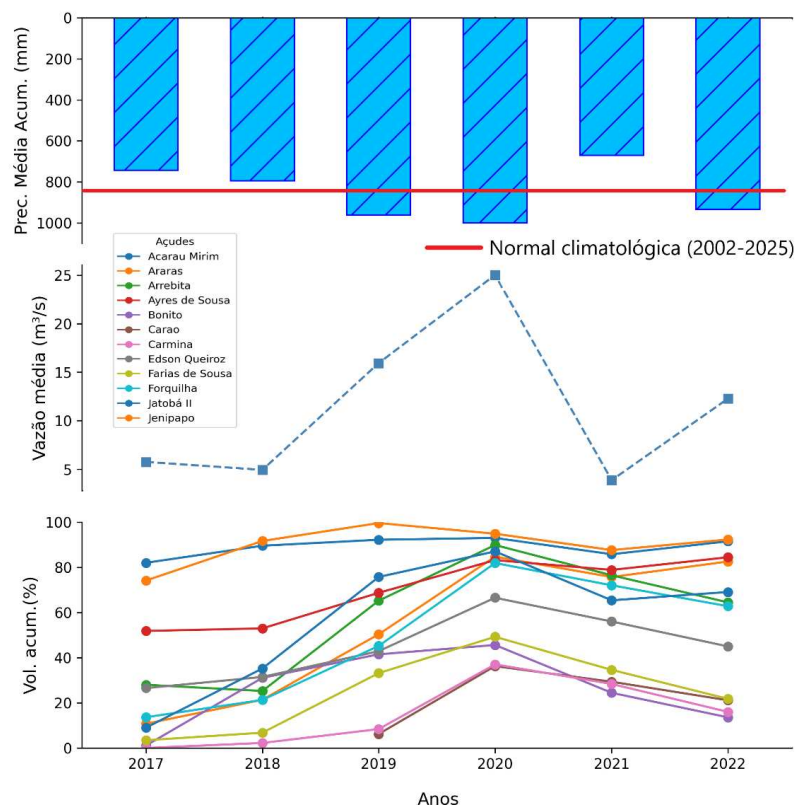
Tabela 1 - Seções de controle de vazão localizadas na bacia hidrográfica do Acaraú.

| Id  | Nome da Seção        | Identificação | UTM 24S [m]      | A <sub>D</sub> [km²] | Período de medição das campanhas | A <sub>S</sub> [m²] | Q [m³/s]   | B/D [-] |
|-----|----------------------|---------------|------------------|----------------------|----------------------------------|---------------------|------------|---------|
| S1  | Jus. Edson Queiroz   | Rio Groaíras  | 381495 / 9534098 | 1625.11              | 2017-22                          | 0.53-4.12           | 0.14-1.81  | 11.48   |
| S2  | Logradouro           | Rio Groaíras  | 378935 / 9538555 | 40.51                | 2017-21                          | 0.79-6.23           | 0.31-1.26  | 18.64   |
| S3  | Malhada Grande       | Rio Groaíras  | 357210 / 9552045 | 134.80               | 2017-22                          | 0.31-2.60           | 0.05-0.92  | 17.45   |
| S4  | Confluência Groaíras | Rio Groaíras  | 345025 / 9571387 | 276.58               | 2017-22                          | 0.23-1.82           | 0.045-0.71 | 19.33   |
| S5  | Transval             | Rio Acaraú    | 340044 / 9539998 | 3258.58              | 2017-21                          | 3.76-7.41           | 1.56-5.04  | 17.62   |
| S6  | Groaíras             | Rio Acaraú    | 343954 / 9568218 | 3002.33              | 2017-22                          | 2.56-9.37           | 1.39-3.96  | 42.04   |
| S7  | Joaquim Barreto      | Rio Acaraú    | 348726 / 9588043 | 167.58               | 2017-22                          | 2.04-10.10          | 0,35-4,18  | 35.38   |
| S8  | Sumaré               | Rio Jaibaras  | 348635 / 9590315 | 1330.37              | 2017-21                          | 0.28-4.73           | 0.07-1.02  | 12.60   |
| S9  | Patriarca            | Rio Acaraú    | 357471 / 9603638 | 683.07               | 2017-22                          | 2.65-10.16          | 1.51-4.55  | 39.02   |
| S10 | Mutambeiras          | Rio Acaraú    | 371478 / 9632666 | 308.75               | 2017-22                          | 1.71-16.61          | 0,79-8,35  | 58.19   |
| S11 | Jus. Morrinhos       | Rio Acaraú    | 374132 / 9643684 | 179.36               | 2017-19                          | 2.93-7.63           | 0.53-3.42  | 58.26   |
| S12 | Maracajá             | Rio Acaraú    | 374560 / 9648981 | 25.84                | 2017-2022                        | 3.16-20.88          | 0.48-12.32 | 56.69   |

A<sub>D</sub>= Área de drenagem; A<sub>S</sub>= Área da seção; Q = vazão da seção; B/D = Razão de Aspecto média.

A Figura 05 representa a dinâmica hidrológica da bacia do rio Acaraú entre 2017 e 2022, integrando três indicadores: precipitação média anual acumulada, vazão média afluente (Estação fluviométrica- 35255000) e o volume acumulado percentual de diversos açudes da região (FUNCEME, 2025).

Figura 5 - Evolução Anual da Precipitação, Vazão Média do Rio Acaraú e Volumes Acumulados dos Açudes da Bacia do Acaraú (2017–2022).



Observa-se que, apesar da recuperação expressiva da precipitação em 2020 — que também refletiu em um pico de vazão média (acima de 25 m³/s) —, os anos de 2017, 2018 e especialmente 2021 apresentaram valores relativamente baixos tanto de precipitação quanto de vazão, o que é indicativo de períodos de seca. Essa condição é corroborada pela baixa recuperação de volume em muitos açudes, sobretudo os menores, que mantiveram volumes abaixo de 40% em vários desses anos.

O ano de 2021, em particular, sugere uma condição de estiagem mais severa, dada a combinação de menor vazão, precipitação reduzida e queda no volume armazenado em diversos reservatórios. Esses padrões apontam para uma variabilidade interanual típica de regiões semiáridas, com alternância entre anos secos e mais úmidos, exigindo atenção na gestão hídrica da bacia.

### 3.2.3 Limitações e ajuste da base de dados hidrométricos

Para a estimativa de  $\phi(M)$  e, conseqüentemente, do parâmetro  $M$ , foram utilizadas medições de vazão obtidas sob regime controlado de deflúvio (regime de perenização). De acordo com Chiu e Tung (2002), o valor médio de  $\phi(M)$  permanece constante em uma determinada seção de canal, independentemente da descarga ou de variações temporais. Isso demonstra que a função densidade de probabilidade é resiliente, e que os padrões de escoamento

observáveis em uma seção são regidos por uma mesma distribuição probabilística. A invariância de  $\phi(M)$  e de  $M$  foi confirmada para seções específicas com base em amostras suficientemente diversas (Chiu; Hsu; Tung, 2005).

Nesse contexto, a aplicação do método de Chiu neste trabalho foi realizada sob algumas limitações: (i) a variabilidade da vazão foi restrita ao regime de perenização e (ii) a velocidade máxima foi estimada por meio da interação entre os dados coletados e as equações de distribuição de velocidade propostas pelo método.

Os dados dos relatórios da COGERH foram organizados e tabulados em planilhas, seguindo um fluxo de trabalho estruturado em três etapas principais: i) Realização da filtragem das variáveis hidráulicas do banco de dados, incluindo a vazão -  $Q$ , a velocidade média da seção -  $\bar{u}$ , velocidade média no perfil de profundidade máxima -  $\bar{u}_{D(x),max}$ , altura da água em relação ao fundo do rio -  $D$  e a altura entre leito e o ponto de velocidade média -  $y_m$ , utilizadas nas etapas subsequentes; ii) Ajuste do valor da função entrópica  $\phi(M)$  para cada medição de vazão.

A velocidade máxima foi estimada (seção 3.2.4), considerando sua ocorrência na superfície livre da água (considerando que a razão  $B/D$  excede 5 em mais de 90% das medições de vazão). Essa estimativa foi essencial para compensar a ausência de dados de velocidades máximas observados, viabilizando assim, a aplicação adequada do método de Chiu neste estudo; iii) Utilização de técnicas combinadas de calibração e validação com funções de otimização com foco na estimativa do coeficiente entrópico “ $M$ ” em três escalas diferentes.

### 3.2.4 Estimativa da velocidade máxima - $u_{max}$

Para aplicar o método de Chiu (1987, 1988 e 1989), foi necessário estimar a velocidade máxima ( $u_{max\_e}$ ) por meio de um processo de otimização, utilizando o erro quadrático médio (RMSE) para ajustar os valores de  $\phi(M)$  e  $M$ . A Eq. (39) foi utilizada para calcular  $u_{max\_e}$ , a partir dos valores das velocidades médias, a altura ( $y_m$ ) até o ponto de velocidade média do perfil ( $\bar{u}_{D(x),max}$ ) no ponto de maior profundidade na seção transversal, conforme os dados disponíveis nos relatórios de medição.

Nesse contexto, ao considerar a estimativa da velocidade média na equação 38 de distribuição de velocidade em 2D e isolar a velocidade máxima, obtemos a Eq. (39):

$$u_{max\_e} = \frac{M \cdot \bar{u}_{D(x),max}}{\ln\left(1 + (e^M - 1) \frac{y_m}{D} e^{\left(1 - \frac{y_m}{D}\right)}\right)} \quad \text{Eq. (39)}$$

Para estimar  $\phi(M)$ , utilizou-se a Eq. (28), adotando como valor inicial arbitrário de  $M$ . Por exemplo, para  $M=1$ , obtemos um valor correspondente para a função  $\phi(M)$ . Esse valor é então aplicado no primeiro termo da Eq. (40), juntamente com o valor estimado de  $u_{\max\_e}$  pela Eq. (39), também para  $M=1$ .

$$\bar{u}_e = \phi(M) \cdot u_{\max\_e} \quad (M = 1) \quad \text{Eq. (40)}$$

Para o ajuste dos valores de  $M$ ,  $\phi(M)$  e  $u_{\max\_e}$ , realizou-se a otimização de  $\bar{u}_e$  (velocidade média estimada), de modo a aproximá-lo da velocidade média observada ( $\bar{u}$ ). Essa aproximação é feita por meio de um processo de minimização baseado no erro quadrático médio (RMSE). Esse procedimento resultou nos valores ajustados de  $M$ ,  $\phi(M)$  e  $u_{\max}$ . Com a estimativa de  $u_{\max}$ , o coeficiente  $\phi(M)$  foi estimado com base na razão entre os pares ( $u_{\max}$ ,  $\bar{u}$ ) para cada relatório de medição, abrangendo um intervalo de vazões que variou entre 0,14 e 12 m<sup>3</sup>/s.

A Eq. (41) foi utilizada no processo de calibração e validação de  $\phi(M)$ , assegurando maior precisão no ajuste aos dados observados.

$$Qs = \phi(M) \cdot u_{\max\_e} \cdot A \quad \text{Eq. (41)}$$

Em que:  $Qs$ : vazão simulada a partir do  $\phi(M)$ ;  $u_{\max}$ : velocidade máxima estimada ( $m \cdot s^{-1}$ );  $A$ : área da seção transversal do rio ( $m^2$ ).

A metodologia empregada para determinar  $\phi(M)$  e o  $M$  em escala de rio e bacia foi a mesma utilizada em nível de seção transversal, diferenciando-se apenas pelos agrupamentos espaciais adotados na análise. Assim, para cada agrupamento distinto, foram atribuídas nomenclaturas específicas: (S) para escala de seções transversais, (R) para a escala de rios e (B) para escala de bacias hidrográficas.

### 3.2.5 Análise Estatística

A função entrópica  $\phi(M)$  e o coeficiente “ $M$ ” apresentam uma relação biunívoca, o que significa que as variações em um desses elementos têm um reflexo direto no outro, embora cada um deles responda de maneira distinta a essas mudanças. Essa interdependência é fundamental para a análise comparativa da variabilidade espacial de ambas as variáveis nas seções transversais da bacia do rio Acaraú. Ao considerar essa relação, foi possível realizar uma

avaliação mais precisa sobre a adequação das aplicações de  $\phi(M)$  e  $M$  em diferentes escalas espaciais.

Dessa maneira, para avaliar o grau de variabilidade de  $\phi(M)$  e  $M$ , foi conduzida uma análise estatística que abrangeu cinco abordagens distintas. Foram elas: i) Estimativa dos limites de confiança para  $\phi(M)$  e  $M$ , variando entre 80% e 99,9% do intervalo de confiança; ii) análise de estatística descritiva básica através da média ( $\mu$ ), mediana ( $\tilde{x}$ ), desvio padrão ( $\sigma$ ) e coeficiente de variação (CV); iii) Análise da variabilidade de  $\phi(M)$  e  $M$  utilizando gráficos do tipo *boxplots*; iv) A análise de variância (ANOVA) para avaliação da variabilidade estatística entre os grupos e compreender as interações entre as variáveis, verificaram-se os pressupostos do método, como normalidade, homogeneidade de variâncias e independência das observações.

A normalidade dos dados, fundamental para assegurar a distribuição correta da estatística  $F$  sob a hipótese nula, foi avaliada com o Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e gráficos de normalidade, incluindo histogramas sobrepostos à curva normal ajustada, com estimativas de média ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ). A homogeneidade de variâncias e a independência das observações também foram verificadas para evitar vieses. A ANOVA unidirecional foi então aplicada para identificar diferenças significativas entre as médias de  $\phi(M)$  e  $M$  nas seções, considerando  $p < 0,05$  como nível de significância, e complementada pelo teste de Tukey para múltiplas comparações, permitindo determinar quais pares de grupos diferem significativamente. Os resultados foram apresentados com letras indicativas de agrupamentos homogêneos, destacando seções sem diferenças significativas entre si; v) análise de Cluster para identificação de padrões e agrupamentos entre diferentes seções baseados em duas variáveis: a razão de aspecto ( $B/D$ ) e a média de  $\phi(M)$  e  $M$ . Essa metodologia permitiu identificar padrões e semelhanças entre as seções fluviais com base nas características geométricas e dinâmicas de  $\phi(M)$  e  $M$ .

A calibração de  $\phi(M)$  foi realizada utilizando 50% dos maiores valores de vazão observados, selecionados alternadamente ao longo da série histórica de medições. O valor ótimo de  $\phi(M)$  foi determinado minimizando o erro quadrático médio (RMSE) entre os valores de vazão observados ( $Q$ ) e simulados ( $Q_s$ ). Para isso,  $\phi(M)$  foi ajustado iterativamente dentro da Eq. (41) até a obtenção do menor erro.

O processo de calibração concentrou-se no ajuste de  $\phi(M)$ , já que os demais componentes da Eq. (41) permaneceram fixos: a área da seção transversal ( $A$ ) é obtida diretamente por medições, e a velocidade máxima estimada ( $u_{max_e}$ ) foi previamente calculada durante a etapa de ajuste dos dados.



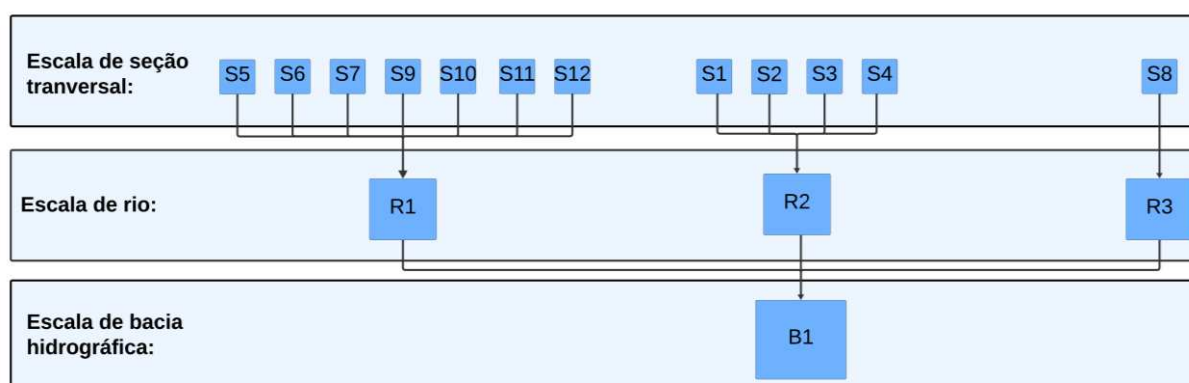
A otimização foi implementada por meio da função minimize da biblioteca SciPy, empregando o algoritmo BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), que é adequado para a minimização de funções não lineares diferenciáveis e utiliza aproximações da matriz Hessiana ao longo das iterações (Virtanen et al., 2020; Nocedal; Wright, 2006). Por fim, a estimativa do parâmetro  $M$  foi obtida interagindo com a Eq. (28), utilizando como referência o valor de  $\phi(M)$  previamente calibrado.

A validação foi realizada com os outros 50% dos dados de vazão observados, também selecionados de forma alternada, com o objetivo de verificar se o valor calibrado de  $\phi(M)$  apresenta um bom ajuste ao conjunto de dados restante.

Para avaliar a eficiência de  $\phi(M)$  nas etapas de calibração e validação, foi utilizado o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE), uma métrica amplamente empregada para comparar os valores de vazão observados ( $Q$ ) com os simulados ( $Q_s$ ). O NSE mede a precisão do ajuste entre  $Q$  e  $Q_s$ , indicando o quão bem os valores simulados reproduzem os dados reais ao longo da série histórica.

A calibração e validação do  $\phi(M)$  foram realizadas em diferentes escalas espaciais, com base em agrupamentos que refletem a abrangência de cada seção situada na bacia hidrográfica do rio Acaraú, procedimento ilustrado conforme Figura 6.

Figura 6 - Agrupamento das escalas espaciais para fins de calibração e validação de  $\phi(M)$ .



A análise do  $\phi(M)$  foi estruturada em três diferentes escalas. Na escala de seção transversal ( $S$ ), os dados para calibração e validação foram agrupados conforme o número de amostras disponíveis para cada uma das 12 seções ( $S1$  a  $S12$ ). Na escala de rio ( $R$ ), os dados foram agrupados em três categorias principais: O rio Acaraú ( $R1$ ) abrangendo as seções  $S5$ ,  $S6$ ,  $S7$ ,  $S9$ ,  $S10$ ,  $S11$  e  $S12$ ; o rio Groaíras ( $R2$ ), abrangendo as seções  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$  e  $S4$ ; e o rio Jaibaras ( $R3$ ) representação por uma única seção, a seção  $S8$ . Além disso, na escala de bacia

hidrográfica (B1), todas as seções foram agrupadas em um único bloco de informações, representando a bacia de forma concentrada.

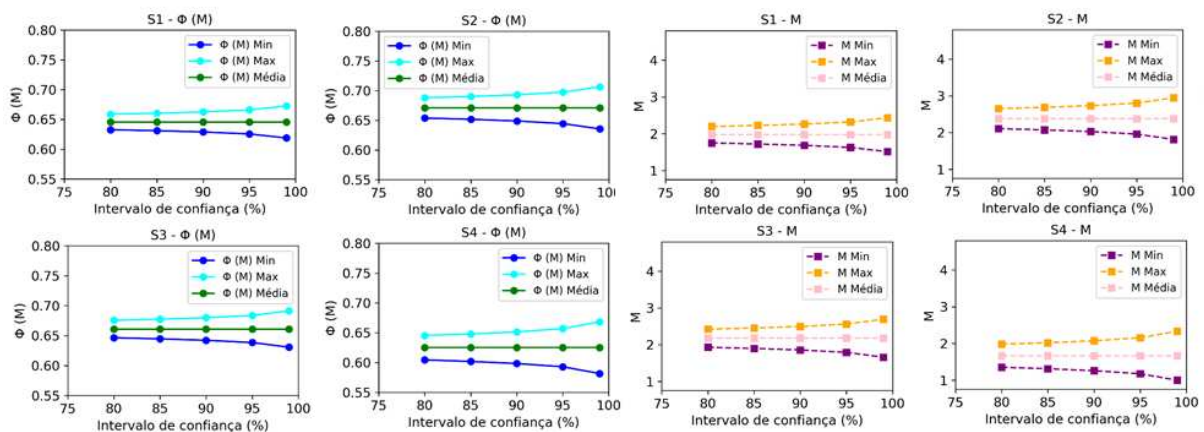
### 3.3 Resultados e Discussão

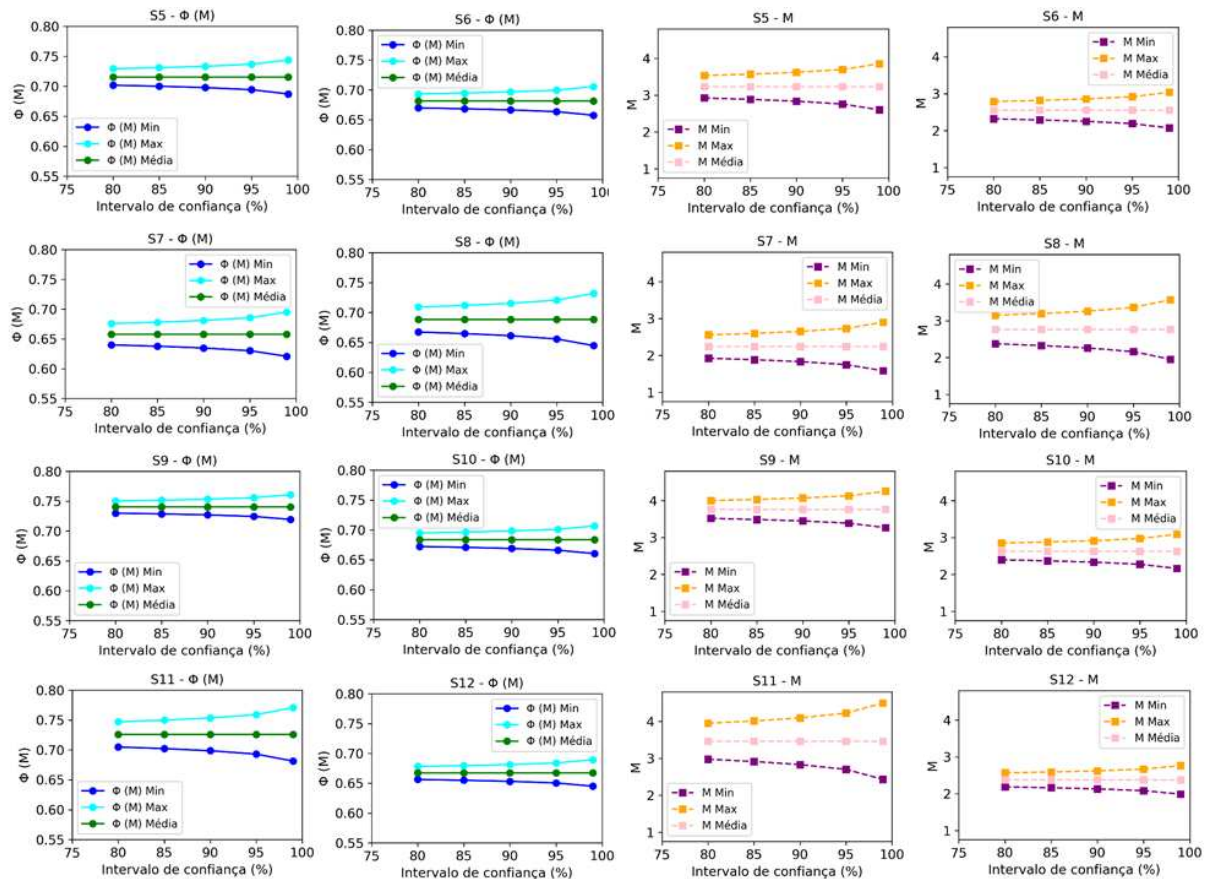
#### 3.3.1 Variabilidade espacial de $\phi(M)$ e $M$

##### 3.3.1.1 Variabilidade espacial de $\phi(M)$ e $M$ em escala de seção transversal de rios

Observa-se na Figura 7 os intervalos de confiança (80% a 99,9%) de  $\phi(M)$  e  $M$  para diferentes seções transversais. Em todas as seções observa-se comportamento semelhante indicando que análise a partir do intervalo de confiança de 95% é representativo para todas as seções. Algumas seções, como as seções S1, S3, S6, S9, S10 e S12 apresentam intervalos estreitos para  $\phi(M)$  e  $M$ , sugerindo dados mais consistentes e homogêneos. As seções S2, S4, S5, S7, S8 e S11 apresentam maiores dispersões com intervalos mais amplos, especialmente para  $M$ , indicando maior incerteza ou variabilidade nos coeficientes.

Figura 7 - Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$ , calculadas para cada seção transversal analisada.





As seções S1, S3, S6, S9, S10 e S12 apresentaram a menor variabilidade, portanto, são mais previsíveis em relação aos coeficientes  $\phi(M)$  e  $M$ . As seções S2, S4, S5, S7, S8 e S11 indicam maior dispersão nos dados (Seções mais variáveis), o que indica alterações no leito natural do rio e mudanças no perfil, obstáculos naturais, geometria das seções, rugosidade, dentre outros. Mesmo com esta influência promovida por estas alterações, em termos de confiabilidade dos dados, as médias de  $\phi(M)$  e  $M$  são coerentes em relação aos intervalos de confiança com comportamento semelhante em todas as seções. Dessa forma, o índice de 95% de confiança é representativo para análise.

Neste contexto, na escala de seção transversal, o intervalo de confiança de 95% para os valores de  $\phi(M)$  variou entre 0,59 e 0,76, enquanto os valores de  $M$  oscilaram entre 1,17 e 4,13. Esses resultados estão próximos da faixa observada por Araújo, Simões e Porto (2017), que relataram coeficientes de  $\phi(M)$  entre 0,49 e 0,81 e valores de  $M$  variando de 2,43 a 6,57. Os dados utilizados foram obtidos em 20 estações fluviométricas localizadas na Bahia e em uma estação situada em Sergipe. Ressalta-se que muitos dos rios da Bahia e de Sergipe, especialmente nas regiões semiáridas, apresentam regime fluvial intermitente em seus

afluentes, o qual pode ser influenciado por mudanças climáticas regionais (Mesciotti et al., 2021).

Outro fator relevante que pode afetar a caracterização de  $\phi(M)$  e  $M$ , bem como sua relação com as condições hidrodinâmicas das vazões entre as áreas analisadas, é a elevada concentração de reservatórios. Esses reservatórios possibilitam o controle das vazões afluentes, promovendo a regularização hídrica e resultando em menores amplitudes de vazão devido à açudagem. O modelo entrópico de Chiu (1988) introduziu o coeficiente  $\phi(M)$  ou  $M$  como parâmetros que caracterizam a homogeneidade da distribuição de velocidades em seções transversais de canais abertos, sendo que valores mais elevados desse coeficiente indicam maior uniformidade do escoamento e maior proximidade entre a velocidade média e a máxima.

Em contrapartida, estudos como o de Zhang et al. (2019), que aplicaram conceitos de entropia multiescalar a séries temporais de vazão e carga de sedimentos, revelaram que a operação de reservatórios altera a complexidade e a estrutura do escoamento ao longo do tempo, tornando os fluxos mais estáveis em escalas maiores, mas mais imprevisíveis em escalas curtas o que sugere uma mudança na organização entrópica do sistema fluvial. Essa alteração pode refletir nos coeficientes entrópicos de Chiu, com tendência de redução em áreas onde a ação dos reservatórios interfere na variabilidade natural das velocidades, sobretudo em trechos com regularização intensa.

Segundo Alexandre, Souza Filho e Campos (2013), a propagação de pequenos reservatórios no semiárido nordestino alterou significativamente o regime fluvial, intensificando a sazonalidade (entre as estações chuvosas e secas), reduzindo as vazões mínimas e aumentando a frequência de trechos secos. Essa dinâmica compromete a conectividade dos cursos d'água e torna o sistema hidrológico mais irregular e menos resiliente, especialmente em bacias com alta densidade de açudes, cujos efeitos não se limitam à escala local, mas influenciam o comportamento hidrológico, como mudanças nas características no escoamento na bacia como um todo.

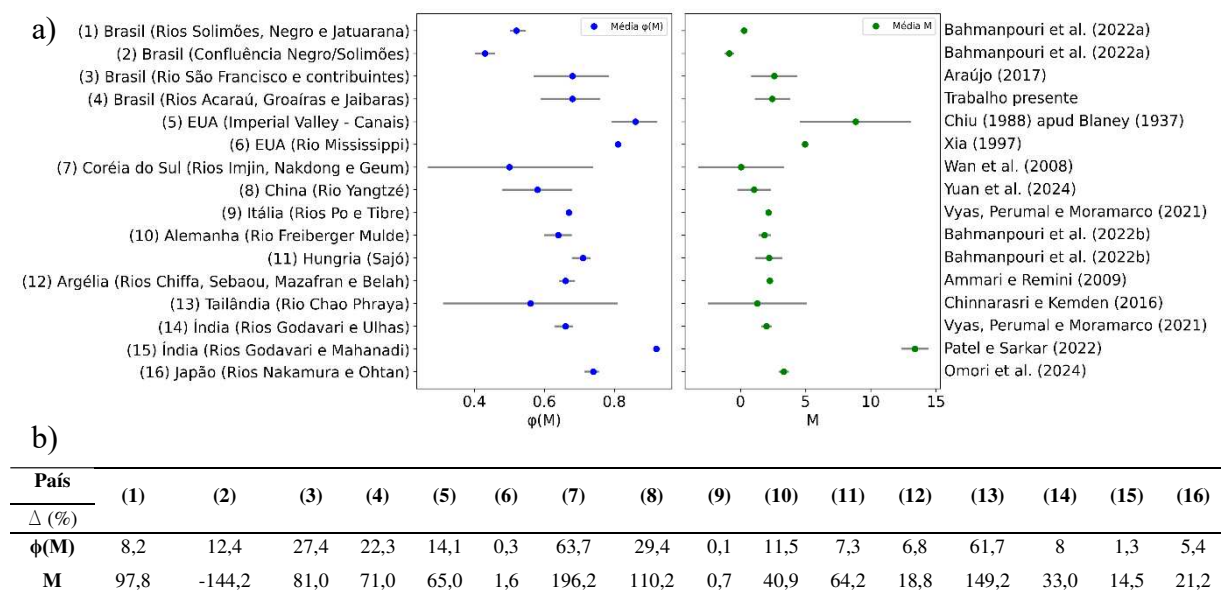
Essas alterações no regime fluvial, ao modificar a distribuição espacial e temporal dos escoamentos, também impactam diretamente variáveis hidráulicas locais, como a distribuição de velocidades ao longo das seções transversais dos rios. Tais variáveis estão intrinsecamente associadas ao coeficiente entrópico – CE ( $\phi(M)$  -  $M$ ).

Segundo Chiu (1991) e Chiu, Chairil e Said (1995), o CE apresenta elevada sensibilidade às condições hidráulicas específicas de cada seção, como o formato do canal e a variabilidade das velocidades, refletindo a complexidade e heterogeneidade do escoamento em diferentes contextos geomorfológicos. Apesar dessa sensibilidade, estudos como os de Chiu

(1988), Moramarco, Saltalippi e Singh (2004) e Farina et al (2014) consideram o CE como uma constante em diversas situações. Esses resultados destacam a relevância de CE como um indicador eficiente para estudos detalhados em escalas reduzidas, especialmente para medições de vazões em seções transversais de rios.

A Figura 8 ilustra a variação do CE, conforme o método entrópico proposto por Chiu, aplicado em diversos estudos conduzidos em rios ou canais artificiais de diferentes regiões do mundo.

Figura 8 - Comparação dos parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  em diferentes estudos ao redor do mundo. *a)* Valores médios de  $\phi(M)$  (à esquerda, em azul) e  $M$  (à direita, em verde) obtidos em diferentes regiões, com respectivas faixas de valores, associadas aos seguintes estudos listados à direita. *b)* Variação percentual observada entre os parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  nos estudos apresentados, indicando a dispersão dos dados nas regiões analisada.



Observa-se, ainda na Figura 8, uma variação percentual significativa nos valores de  $\phi(M)$ , atingindo até 64%, com destaque para os rios localizados na Coreia do Sul (Imjin, Nakdong e Geum). Entre esses, o valor notavelmente baixo registrado no rio Songdong ( $\phi(M) = 0,27$ ) chama atenção e é discutido por Wan et al. (2008), que atribuem essa discrepância à elevada complexidade geométrica das seções transversais desses cursos d'água. A presença de elementos como bancos de areia, ilhas centrais e padrões de escoamento assimétrico comprometendo a concordância com o modelo de Chiu, que assume uma distribuição de velocidades baseada em um escoamento mais regular e organizado.

Ademais, Wan et al. (2008) ressaltaram que, em canais com escoamento dividido ou mesmo com obstáculos significativos ao longo da seção, a localização da velocidade máxima torna-se indefinida ou difusa, contrariando a distribuição de velocidade teórica esperada pelo

método de Chiu. Nesses casos, a razão entre a velocidade média e a máxima tende a ser menor, resultando em valores reduzidos de  $\phi(M)$  e indicando uma distribuição de velocidades menos eficiente e mais dispersa ao longo do perfil transversal do canal.

Valores reduzidos de  $\phi(M)$  e com altas variabilidades percentuais (62%) também foram identificadas por Chinnarasri e Kemden (2016), especialmente nas estações de Bang Sai ( $\phi(M) = 0,31$ ) e Fort Chula ( $\phi(M) = 0,35$ ), sendo atribuídos à influência das marés. Durante a maré alta, a velocidade máxima se desloca para o fundo do canal, e durante a maré baixa, aproxima-se da superfície, alterando a distribuição vertical de velocidades. Essa variação compromete a precisão do modelo entrópico quando se assume  $\phi(M)$  constante, levando à subestimação ou superestimação da vazão, conforme o regime de maré, e refletindo a complexidade hidrodinâmica desses ambientes.

Outro exemplo que evidencia o impacto de baixos valores de  $\phi(M)$  na aplicação do modelo entrópico de Chiu ocorre em grandes rios amazônicos, como o Negro e o Solimões, no Brasil. De acordo com Bahmanpouri et al. (2022a), que realizaram medições de vazão utilizando o modelo de Chiu e compararam sua eficiência com técnicas baseadas em ADCP, foram observados que os valores negativos de  $M$  e baixos valores de  $\phi(M)$  (em torno de 0,40), principalmente nas seções situadas no início e no meio das zonas de confluência entre os dois rios. Esses baixos valores podem indicar que o perfil de velocidade vertical se desvia da distribuição típica, caracterizada por um aumento suave da velocidade desde o leito até a superfície.

Além disso, o artigo atribui esses resultados a diversas condições hidrodinâmicas presentes na confluência, incluindo: efeitos de correntes secundárias e recirculações; diferenças de densidade entre os rios Negro (águas pretas) e Solimões (águas brancas), que geram zonas de cisalhamento e deslocamento do eixo de velocidade; além da influência da morfologia do leito e da geometria assimétrica das seções transversais. Em menor grau, os autores também mencionam possíveis limitações da formulação adotada no modelo entrópico para representar a distribuição de velocidades nesses contextos complexos.

Em contrapartida, valores  $\phi(M)$  altos ( $\phi(M) = 0,92$ ) foram verificados em canais artificiais já observados nos trabalhos de Chiu da década de 80 (Chiu, 1988). Demonstrando que a estabilidade na morfologia do canal influencia significativamente nos processos de distribuição de velocidades já previstos pelo seu modelo hidráulico.

Valores elevados de  $\phi(M)$  foram identificados em canais naturais da Índia, especificamente nos rios Godavari e Mahanadi, conforme relatado por Patel e Sarkar (2022). Segundo os autores, esses altos valores estão associados a condições geomorfológicas estáveis

e homogêneas ao longo dos trechos analisados, nas quais o parâmetro entrópico  $M$  se manteve praticamente constante entre diferentes seções, resultando em valores de  $\phi(M)$  variando entre 0,92 e 0,93. Essa estabilidade indica um estado de equilíbrio hidráulico, caracterizado por geometria de canal, declive do leito e condições hidrodinâmicas relativamente uniformes, favorecendo uma distribuição de velocidades compatível com aquela prevista pelo modelo entrópico de Chiu. A constância de  $M$  e, consequentemente, de  $\phi(M)$ , reflete a uniformidade morfológica dos canais e está relacionada à ausência de estruturas hidráulicas (como barragens) e à baixa interferência de afluentes, o que mantém a proporção entre as velocidades média e máxima estável ao longo do escoamento. Essa condição, além de favorecer a aplicação da teoria entrópica, elimina a necessidade de calibração iterativa de parâmetros como a rugosidade, conferindo ao método vantagens em relação a modelos hidráulicos convencionais, como o HEC-RAS.

De forma geral, os canais (artificiais e naturais) levantados no presente trabalho apresentaram valores de  $\phi(M)$  variando entre 0,5 e 0,75, com uma variação percentual entre os valores mínimos e máximos de aproximadamente 22%. Percentual esse compatível com a variabilidade do CE pelo mundo. Além disso, o intervalo no presente trabalho concorda com as faixas ( $0.66 < \Phi(M) < 0.80$ ) encontradas por Chiu (2000) em pequenos rios dos Estados Unidos. Esse alinhamento com a literatura internacional, reforça a aplicabilidade e robustez da formulação da modelagem entrópica mesmo em ambientes fluviais tropicais. Isso indica que, apesar da diversidade hidrológica e morfológica dos rios brasileiros analisados, o comportamento da razão entre velocidades está em conformidade com o previsto pela teoria de Chiu, podendo ser aplicado como ferramenta confiável para estimativas hidrodinâmicas mesmo em regiões com poucos dados disponíveis. Além disso, a compatibilidade com estudos de diferentes continentes evidencia que o modelo pode ser utilizado de forma generalizada, desde que respeitadas as particularidades de coleta e análise de dados locais.

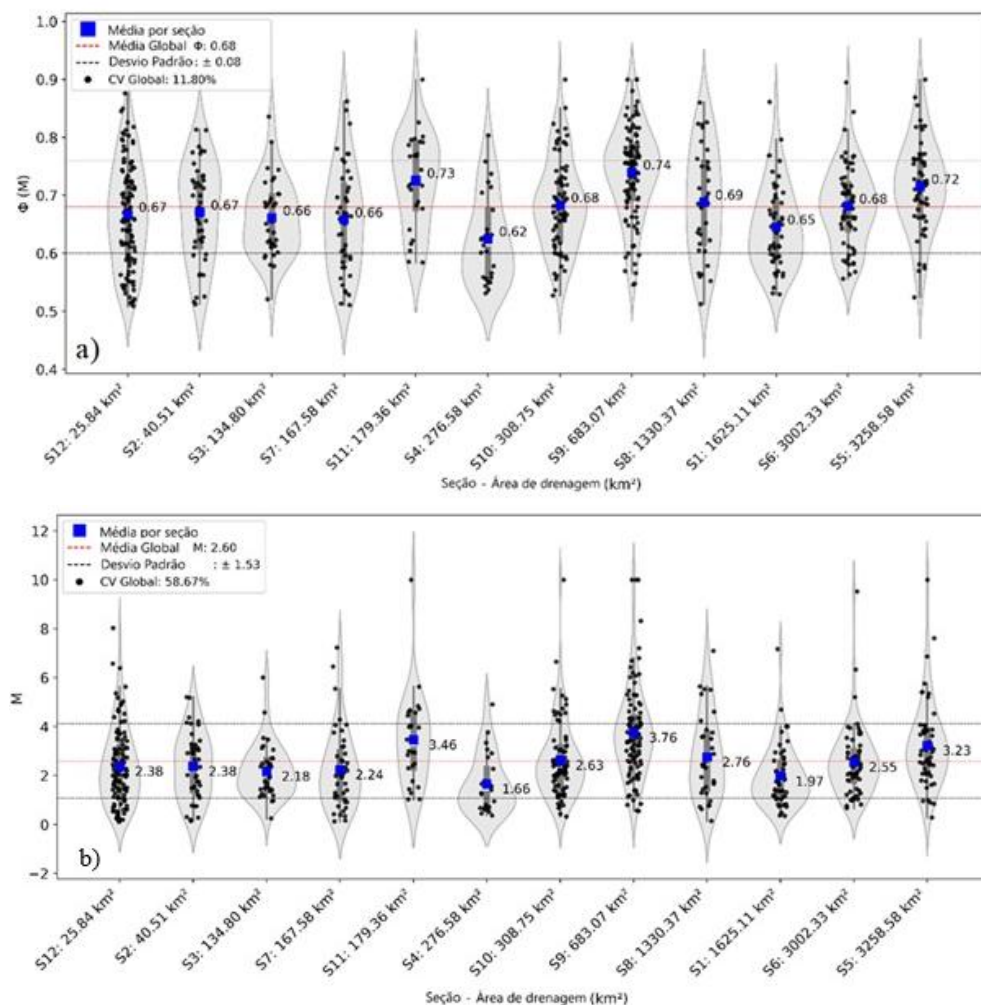
Nesse contexto, a avaliação estatística dos coeficientes  $\phi(M)$  obtidos para os rios brasileiros reforça essa perspectiva, oferecendo uma base qualitativa para sustentar a consistência do modelo em ambientes naturais diversos. A análise dos dados permite verificar se os padrões observados mantêm coerência com a literatura internacional e com resultados obtidos em estudos anteriores no Brasil, contribuindo para validar a aplicabilidade prática do modelo entrópico de Chiu em cenários reais.

Observa-se, assim, na Figura 9a, a análise estatística descritiva de  $\phi(M)$  revela uma média global entre as seções de 0,68, com um desvio padrão de  $\pm 0,08$  e coeficiente de variação de 12%. Valores esses condizentes com de Araújo (2017), que apresentou um desvio padrão



variando entre 0,02 e 0,10 e coeficiente de variação oscilando entre 3,53% e 17,63%. Nas seções S1, S2, S3, S6, S7, S8, S10 e S12 (Figura 9a) foram observados valores de  $\phi$  (M) próximos à média total das amostras, refletindo maior estabilidade do parâmetro nessas seções, com valores também situados entre 0,50 e 0,80 dentro do intervalo reportado por Greco e Moramarco (2016). Além disso, observou-se que a razão de aspecto das seções transversais (Tabela 01), especialmente nas proximidades da estrutura do reservatório, pode ter exercido uma influência mais significativa sobre a morfologia fluvial do que a própria bacia de drenagem. Isso resultou em menores valores de B/D, indicando seções mais estreitas. Por outro lado, nas seções mais distantes dos açudes, os valores de B/D foram mais elevados, o que sugere que essas áreas a jusante, menos afetadas diretamente pela operação dos reservatórios, são mais influenciadas pelas características naturais da bacia hidrográfica. Essa influência tende a favorecer a formação de seções mais largas, com maiores razões de aspecto, devido à maior variabilidade de vazões associadas às condições naturais da bacia.

Figura 9 - a) Variabilidade do parâmetro  $\phi$ (M) por seção de rio, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro M por seção de rio, em função da área de drenagem.





Da mesma forma, Bahmanpouri et al. (2022a) demonstraram que os coeficientes  $\phi(M)$  e  $M$  podem ser influenciados pela área de drenagem, uma vez que esta afeta tanto a morfologia do canal quanto suas características hidráulicas. Em grandes bacias de drenagem, como a do Rio Amazonas,  $\phi(M)$  variou de 0,40 a 0,61, refletindo mudanças no gradiente de velocidade e na vazão média (Bahmanpouri et al., 2022a e 2023).

Outra possível causa da variabilidade observada nos valores de  $\phi(M)$  e  $M$  está relacionada à influência de estruturas construídas em rios, como pontes e passagens molhadas, bem como a características da morfologia fluvial, como a sinuosidade e a confluência de cursos d'água.

Nas seções S5, S9 e S11, os valores do parâmetro  $\phi(M)$  apresentaram um desvio percentual superior à média global, atingindo aproximadamente 7%. Essa variação pode estar associada a condições hidrodinâmicas específicas dessas seções, influenciadas principalmente pela presença de estruturas construídas a montante dos pontos de medição de vazão, como passagens molhadas, pontes ou trechos de canal mais sinuosos. Além disso, a escassez de medições de vazão nessas seções pode ter comprometido a calibração adequada do coeficiente entrópico (CE), contribuindo para a discrepância observada nos valores.

As seções S5 e S9, podem ter os valores do CE mais impactados em termos de desvio percentual devido a localização a jusante de passagem molhada e próximas a trechos sinuosos do rio Acaraú. Conforme Bahmanpouri et al. (2023), no estudo da Ponte Adunata no Rio Paglia, Itália, observou-se que  $\phi(M)$  varia em seções próximas à ponte devido aos campos de fluxo perturbados pelos pilares. A análise revelou que a montante da ponte, que  $\phi(M)$  apresentou variações menores, indicando menor influência dos obstáculos estruturais. Enquanto a jusante, a influência dos pilares foi mais significativa, reduzindo os valores de  $\phi(M)$ .

A presença de sinuosidades nos rios induz a formação de correntes secundárias helicoidais que afetam significativamente a distribuição de velocidades ao longo da seção transversal, com implicações diretas na dinâmica morfologia fluvial e, consequentemente, na estimativa do CE. Constantinescu et al. (2011) demonstram, por meio de simulações numéricas, que em regiões de forte curvatura surgem estruturas em formato de vórtices que são responsáveis pela redistribuição do momentum e intensificação dos esforços de cisalhamento. Yang, Tan e Wang (2012) mostram que as correntes secundárias têm origem nos gradientes laterais de velocidade próximos às margens, organizando-se em células de vorticidade que promovem recirculações internas e afetam tanto o transporte de sedimentos quanto a anisotropia da turbulência.

Na seção S11, as bifurcações a montante podem ter influenciado a distribuição das velocidades, contribuindo para a variabilidade do coeficiente entrópico  $\phi(M)$ . De acordo com Bahmanpouri et al. (2022b), a divisão do fluxo principal em bifurcações ou confluências gera gradientes distintos de pressão e velocidade, alterando a relação entre a velocidade máxima e a velocidade média  $e$ , consequentemente, os valores de  $\phi(M)$ . Um dos principais fatores responsáveis por essas alterações são as zonas de recirculação e turbulência formadas nas proximidades das bifurcações, que aumentam a complexidade do escoamento (Moramarco; Termini, 2015) e impactam diretamente a calibração de  $\phi(M)$ .

Com base na Figura 9b, o coeficiente  $M$  apresentou uma média global de 2,60, com desvio padrão de  $\pm 1,53$  e coeficiente de variação (CV) de aproximadamente 59%. Esses valores estatísticos, especialmente o desvio padrão e o CV, revelam uma variabilidade significativamente maior quando comparados aos dados obtidos por Araújo (2017), cujas estações fluviométricas estavam majoritariamente localizadas na bacia do rio São Francisco. No estudo citado, os valores correspondentes foram de 0,50 para o coeficiente de variação e 0,17 para o desvio padrão.

Essa diferença na variabilidade de  $M$  entre rios perenes e perenizados pode ser atribuída a variações nos regimes hidrológicos, na geomorfologia dos canais e nas intervenções humanas que influenciam o fluxo. Rios perenes tendem a apresentar maior estabilidade e homogeneidade, enquanto rios perenizados mostram maior dispersão devido a intervenções artificiais e irregularidades no regime de fluxo (Ward, 1998; Poff et al., 1997). Estudos como o de Montgomery e Buffington (1997) reforçam que as características geomorfológicas dos canais desempenham um papel fundamental na variabilidade do fluxo, enquanto modificações antrópicas, como barragens e desvios de água, introduzem padrões heterogêneos em rios perenizados (Graf, 2006).

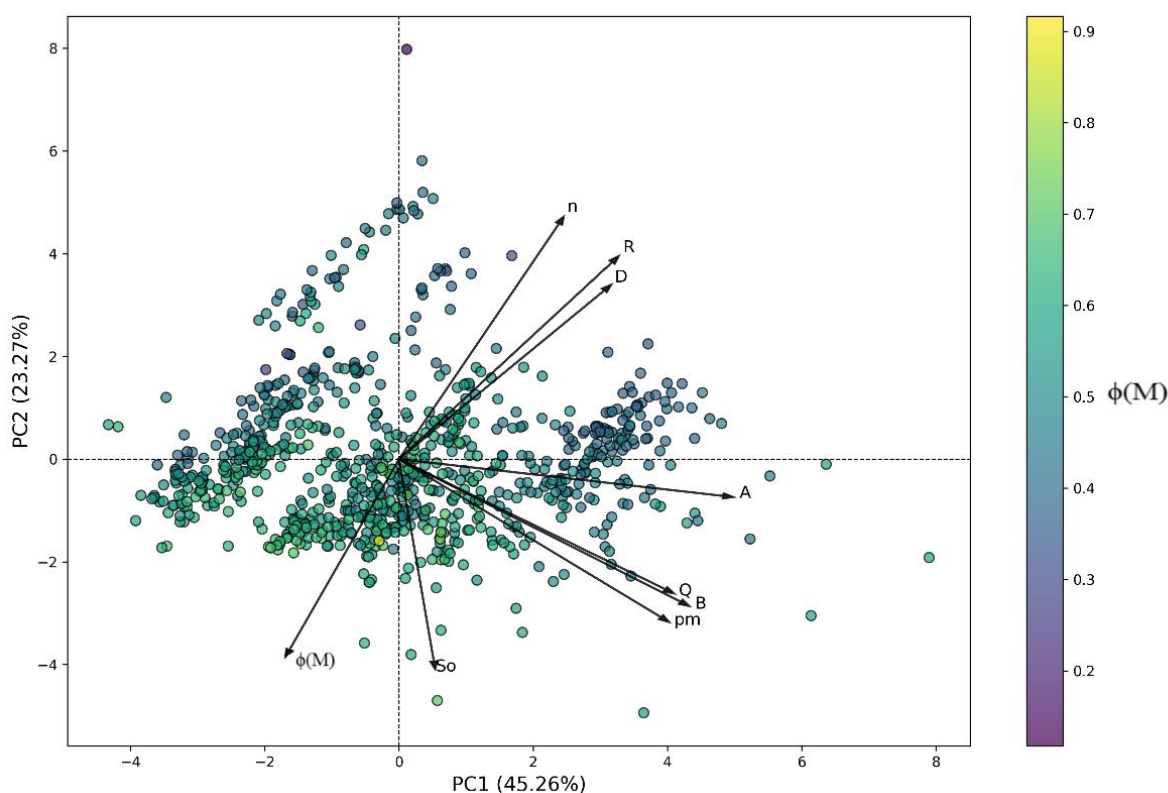
Nesse contexto, o  $\phi(M)$  mostrou-se mais adequado para aplicações em escalas espaciais amplas, devido à sua baixa sensibilidade às variações do fluxo de velocidades em comparação com  $M$ . Em escalas de bacia hidrográfica e de rio, o  $\phi(M)$  é preferível por estar associado a intervalos de valores menores, enquanto, na escala de seção transversal, o parâmetro  $M$  é mais indicado por oferecer maior detalhamento e precisão nas medidas.

Por outro lado, o parâmetro  $M$  se mostrou mais apropriado para analisar a dinâmica da distribuição de velocidade em escalas menores, como seções transversais, concordando com os resultados de Moramarco, Saltalippi e Singh (2004). Esses autores constataram que  $M$  permaneceu constante em quatro estações de medição no curso superior do Rio Tibre, na Itália.

Resultados semelhantes foram obtidos por Bahmanpouri et al. (2023), que analisaram o coeficiente M em quatro seções do Rio Paglia, localizado na região central da Itália.

De acordo análise de componentes principais (PCA) – na Figura 10, as variáveis geométricas (Rugosidade - Coeficiente de Manning ( $n$ ), Área da seção ( $A$ ), Profundidade ( $D$ ), Raio Hidráulico ( $R_h$ ), Vazão ( $Q$ ), Largura da seção ( $B$ ) e Perímetro molhado ( $P_m$ ) conseguem explicar em torno de 68% da variabilidade dos valores de  $\phi(M)$ , destes, os parâmetros como: coeficiente de Manning, raio hidráulico e profundidade se destacaram como os parâmetros mais relevantes para componente principal 2. Enquanto na componente principal 1 as variáveis que influenciam mais na variabilidade de  $\phi(M)$  são:  $A$ ,  $P_m$ ,  $Q$  e  $B$ .

Figura 10 - Análise de Componentes Principais (PCA) das seções transversais estudadas.

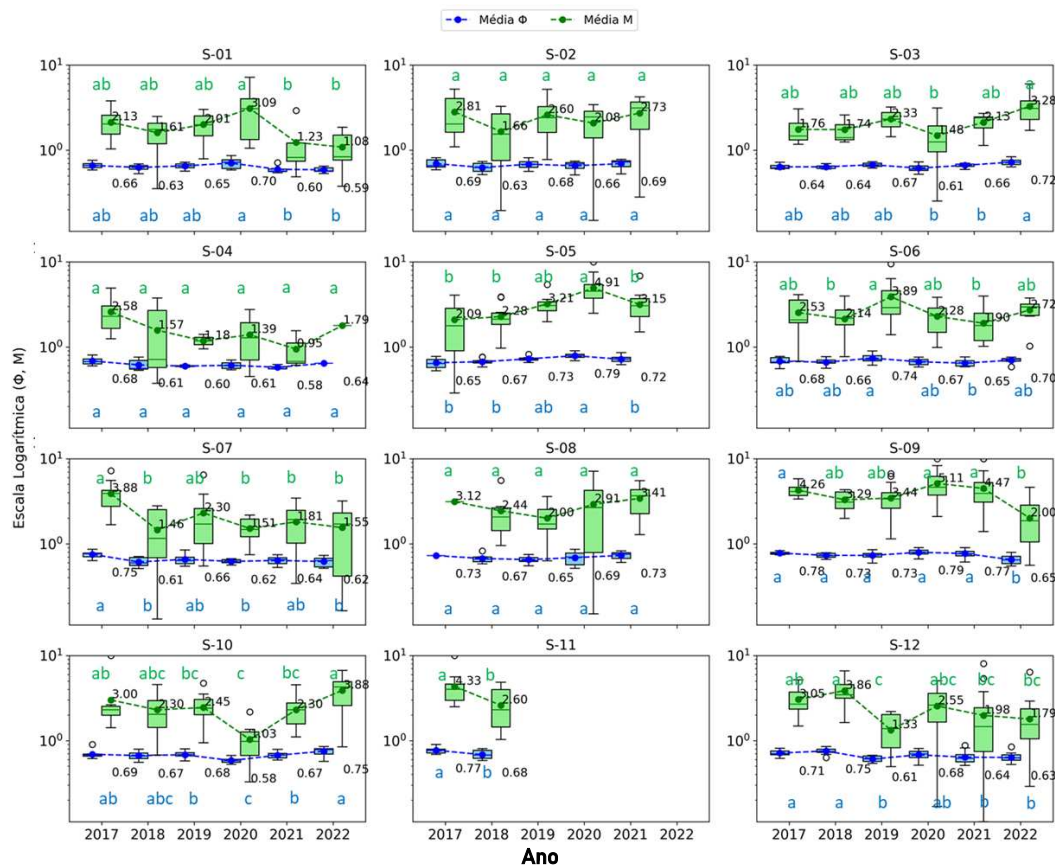


De acordo com Ammari et al. (2022), as variáveis mais relevantes para o estudo da variabilidade de  $\phi(M)$  em escalas maiores, como sub-bacias e bacias hidrográficas, foram o fator de drenagem ( $F_d$ ) e o comprimento do canal principal ( $L$ ). Essa conclusão baseou-se na análise de componentes principais (PCA) e na matriz de correlação. Ambas as variáveis se destacaram por apresentarem as maiores correlações com o coeficiente  $\phi(M)$ , refletindo diferentes aspectos geomorfológicos das bacias hidrográficas avaliadas.

Observa-se na Figura 11, a variação das médias de  $\phi(M)$  e  $M$  ao longo da série histórica de 2017 a 2022 mostra que  $M$  apresenta oscilações mais significativas, ao longo do

tempo em comparação a  $\phi(M)$ . Essa diferença evidencia que, embora  $\phi(M)$  esteja diretamente relacionado a  $M$ , ele apresenta menor variabilidade. Segundo Yuan et al. (2024), o coeficiente  $\phi(M)$  tende a ser mais estável em comparação ao parâmetro  $M$ , pois está diretamente associado à razão entre a velocidade média e a velocidade máxima, tornando-o menos sensível às variações das condições hidrodinâmicas e geométricas da seção transversal do rio. Em contrapartida, o parâmetro  $M$  é diretamente associado às características intrínsecas de uma seção transversal do rio, como as características geométricas e morfológicas do leito e o declive do rio. Essa dependência faz com que  $M$  seja mais sensível a oscilações locais no que se refere as condições hidrodinâmicas e estruturais da seção transversal, o que pode levar a uma maior incerteza em cenários de intensos fluxos secundários ou complexas interações hidráulicas.

Figura 11 - Análise da distribuição temporal da média do  $\phi(M)$  e  $M$  ao longo da série histórica de 2017 a 2022.



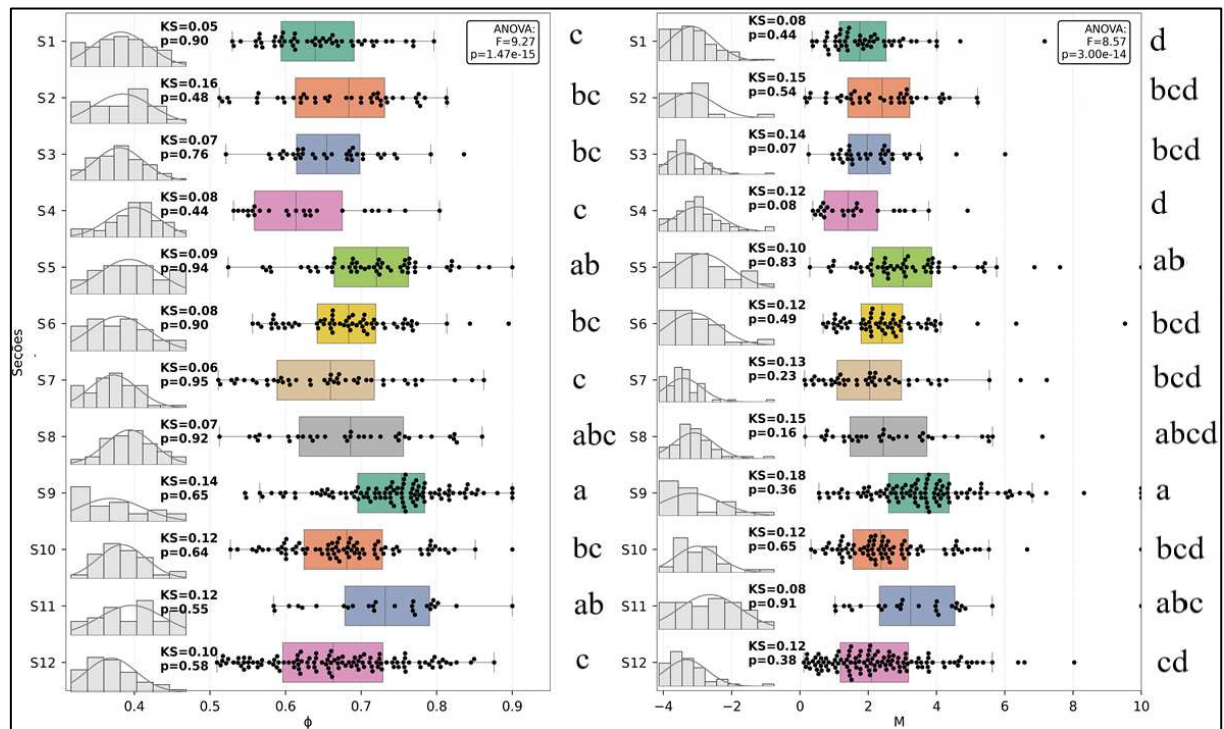
A variabilidade dos dados de  $\phi(M)$  e  $M$  está limitada a condições de vazão regularizadas, principalmente por meio de reservatórios. Essa regularização pode ser verificada em função da pequena variabilidade anual entre os dados de  $\phi(M)$  e  $M$  nas seções estudadas. Conforme indicado, a variação das médias de  $\phi(M)$  e  $M$  ao longo da série histórica de 2017 a 2022 revela que  $M$  apresenta oscilações mais significativas ao longo do tempo, em comparação

com  $\phi(M)$ . Essa diferença demonstra que, embora  $\phi(M)$  esteja diretamente relacionado a  $M$ , ele exibe menor variabilidade, ou seja, menor dispersão em torno da média.

Segundo Yuan et al. (2024), o coeficiente  $\phi(M)$  tende a ser mais estável em comparação ao parâmetro  $M$ , pois está diretamente associado à razão entre a velocidade média e a velocidade máxima, tornando-o menos sensível às variações das condições hidrodinâmicas e geométricas da seção transversal do rio. Por outro lado, o parâmetro  $M$  depende da uniformidade da distribuição de velocidades na seção transversal, apresentando maior variabilidade em função de fatores como rugosidade, forma do canal e distribuição de fluxo secundário (Moramarco e Singh, 2010; Araújo, 2017). Araújo (2017) usou um intervalo de confiança de  $\phi(M)$  para restringir a variação admissível de  $M$ , ajudando a mitigar a sensibilidade excessiva de  $M$  aos ajustes dos dados empíricos.

Para determinação da variabilidade dos parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  em relação às médias entre as seções transversais, foram realizados testes estatísticos, incluindo o teste de normalidade, a análise de variabilidade por ANOVA e o teste de significância de Tukey (Figura 12). Observa-se que para as seções (S-01 a S-12), os gráficos à esquerda mostram a distribuição dos valores de  $\phi(M)$  e os gráficos à direita mostram a distribuição dos valores de  $M$ . Os resultados do teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov (KS) indicam a adequação dos dados a uma distribuição normal teórica (Histogramas). De forma geral, valores de KS próximos a zero indicam um bom ajuste há uma curva de normalidade. Sendo assim, os valores estatísticos de KS foi consistentemente baixo ( $< 0,2$ ), mostrando que todas as seções se aproximam de uma curva teórica normal. Os valores de KS e  $p$  fornecem parâmetros quantitativos para essa avaliação. De forma geral, o valor de  $p$  superior a 0,05 sugere que não há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de normalidade. Nesse contexto, todas as seções, de modo consistente, apresentaram valores  $p$  do KS  $> 0,05$ , indicando que nenhuma seção viola o pressuposto de normalidade.

Figura 12 - a) Teste de normalidade - KS. b) Teste de variabilidade ANOVA. c) Teste de significância de Tukey ( $p=0.05$ ).



A análise de variância (ANOVA) revelou que o coeficiente F que representa a relação entre duas variâncias: a variância entre grupos e a variância intergrupos foi de 9,27, indicou que uma grande proporção da variância total está associada às diferenças entre as médias das seções transversais, em comparação à variância dentro de cada seção.

O valor de  $p = 1,47 \times 10^{-15}$ , extremamente pequeno, confirmou a rejeição da hipótese ( $H_0$ ), admitindo que existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos grupos ( $p < 0,05$ ). Esses resultados corroboram com a hipótese de que há diferenças significativas no coeficiente  $\phi(M)$  entre as 12 seções do rio. No entanto, a ANOVA não especifica quais grupos diferem entre si, mas apenas aponta a existência de diferenças globais. Algumas seções exibem maior variabilidade, como S7 e S8 (boxplots mais largos), enquanto outras, como S3 e S6, mostram menor dispersão.

Os testes de agrupamento de Tukey, por meio de comparações múltiplas, revelaram que as seções S1, S4, S7 e S12 pertencem ao Grupo C, pois suas médias não apresentam diferenças estatisticamente significativas. As seções S2, S3, S6 e S10 pertencem simultaneamente aos grupos B e C, indicando que suas médias são estatisticamente semelhantes a ambos os grupos, mas podem diferir de outros (como o grupo A). Da mesma forma podemos verificar as seções S5 e S11 para o grupo A e B que apresentam diferenças estatisticamente entre os grupos do grupo C. A seção S-08, por sua vez, pertence aos grupos A, B e C, sugerindo

que suas médias apresentam sobreposição estatística com todas essas categorias, refletindo um comportamento intermediário.

De modo geral, não foi possível estabelecer uma relação entre os agrupamentos das seções e suas relações geométricas, pois seções de rios diferentes, apesar de possuírem geometrias distintas, apresentaram médias semelhantes (por exemplo, S1, S2, S3, S4, S6, S7, S8, S10 e S12) enquanto seções de um mesmo rio, mesmo com geometrias semelhantes (S7, S9 e S12) exibiram médias significativamente distintas.

De forma semelhante, verificou-se que os valores de  $M$  apresentaram um coeficiente  $F$  no valor de 8,57 e um valor de  $p = 3,0 \times 10^{-14}$ , corroborando que tanto o  $\phi(M)$  quanto o  $M$  exibem diferenças significativas nas médias entre as seções analisadas. No que diz respeito ao agrupamento estatístico do parâmetro  $M$ , foram identificados grupos com maior complexidade, com um grupo adicional (A, B, C e D) em relação à análise de  $\phi(M)$ .

As seções S1 e S4 foram classificadas no grupo D, sugerindo um comportamento semelhante. A seção S5 foi alocada nos grupos A e B, refletindo um comportamento intermediário. Por outro lado, a seção S8 está simultaneamente nos grupos A, B, C e D, indicando que a média de  $M$  nessa seção está amplamente distribuída, abrangendo múltiplos grupos. Isso aponta para uma alta dispersão dos valores nesta seção, evidenciando maior sensibilidade às variações entre as médias dos grupos.

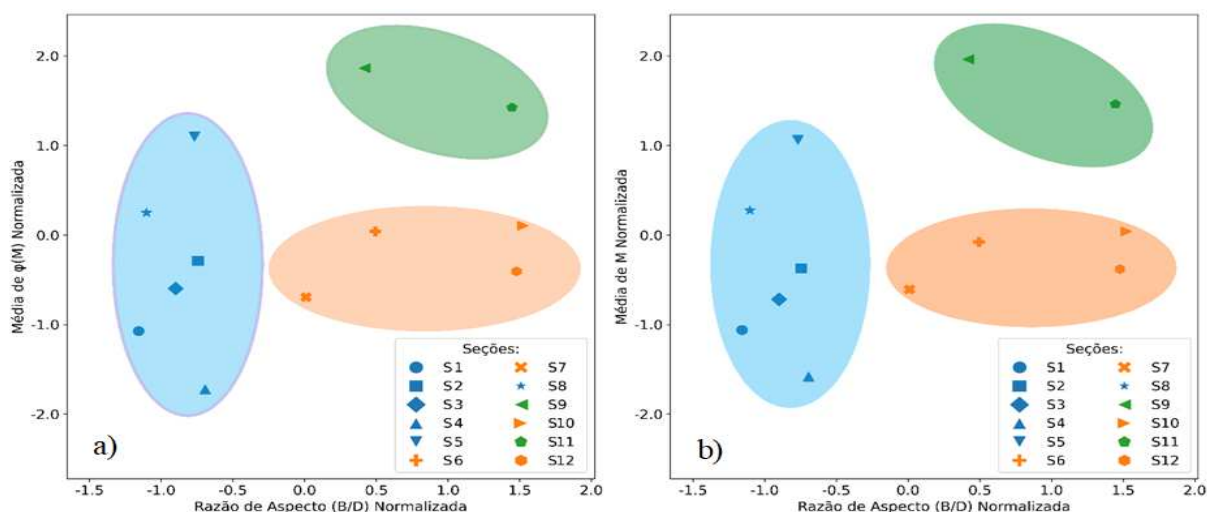
Como a relação entre  $\phi(M)$  e  $M$  é não-linear, o que resulta em uma suavização ou redução da variabilidade em  $\phi(M)$  quando comparada ao parâmetro  $M$ . Enquanto  $M$  apresenta alta variabilidade e maior capacidade de discriminar as médias entre os grupos,  $\phi(M)$ , por ser uma função não-linear de  $\phi(M)$ , tende a amortecer essas diferenças, reduzindo o número de agrupamentos distintos. Essa transformação é evidenciada pelo comportamento dos gráficos boxplots, nos quais a conversão de  $M$  em  $\phi(M)$  resulta em um alongamento.

Observa-se que  $M$  possui maior dispersão (à direita do gráfico), sugerindo que valores elevados de  $M$  contribuem para variações mais controladas em  $\phi(M)$ . Por outro lado, nas seções com menor variabilidade de  $M$ , como S1, as distribuições de  $\phi(M)$  tendem a ser mais estáveis (à esquerda do gráfico). Isso evidencia uma relação inversa entre a estabilidade de  $\phi(M)$  e a dispersão de  $M$ .

Na análise de cluster, tanto na Figura 13a quanto na Figura 13b, foi possível identificar a formação de três agrupamentos distintos com base na média normalizada de  $\phi(M)$  e  $M$  e na razão de aspecto entre as seções analisadas.



Figura 13 - a) Análise de Cluster da relação entre a média de  $\phi(M)$  e a razão de aspecto normalizada das 12 seções analisadas. b) Análise de Cluster da relação entre a média de  $M$  e a razão de aspecto normalizada das 12 seções analisadas.



No Agrupamento 01 – cluster azul (Figura 13a), que inclui as seções S1, S2, S3, S4, S5, caracteriza-se por valores baixos de razão de aspecto (B/D) e médias normalizadas de  $\phi(M)$ . Este agrupamento apresentou uma variação na razão de aspecto, onde as médias de B/D para o primeiro agrupamento está situada entre 11,48 e 17,62 (Tabela 1), associada às médias normalizadas de  $\phi(M)$ . Sugere que essas seções possuem condições geométricas semelhantes, com canais mais estreitos e valores baixos/médios de  $\phi(M)$ .

O Agrupamento 02 incluiu as seções S6, S7, S10 e S12, com limites de razão B/D variando entre 35,38 e 58,19. Por sua vez, o Agrupamento 03 abrangeu as seções S9 e S11, com limites médios de B/D situados entre 39,02 e 58,26. Este último agrupamento apresenta valores médios e positivos tanto para a razão de aspecto (B/D) quanto para  $\phi(M)$ , o que pode indicar seções com canais mais largos e um comportamento intermediário na variação de  $\phi(M)$ .

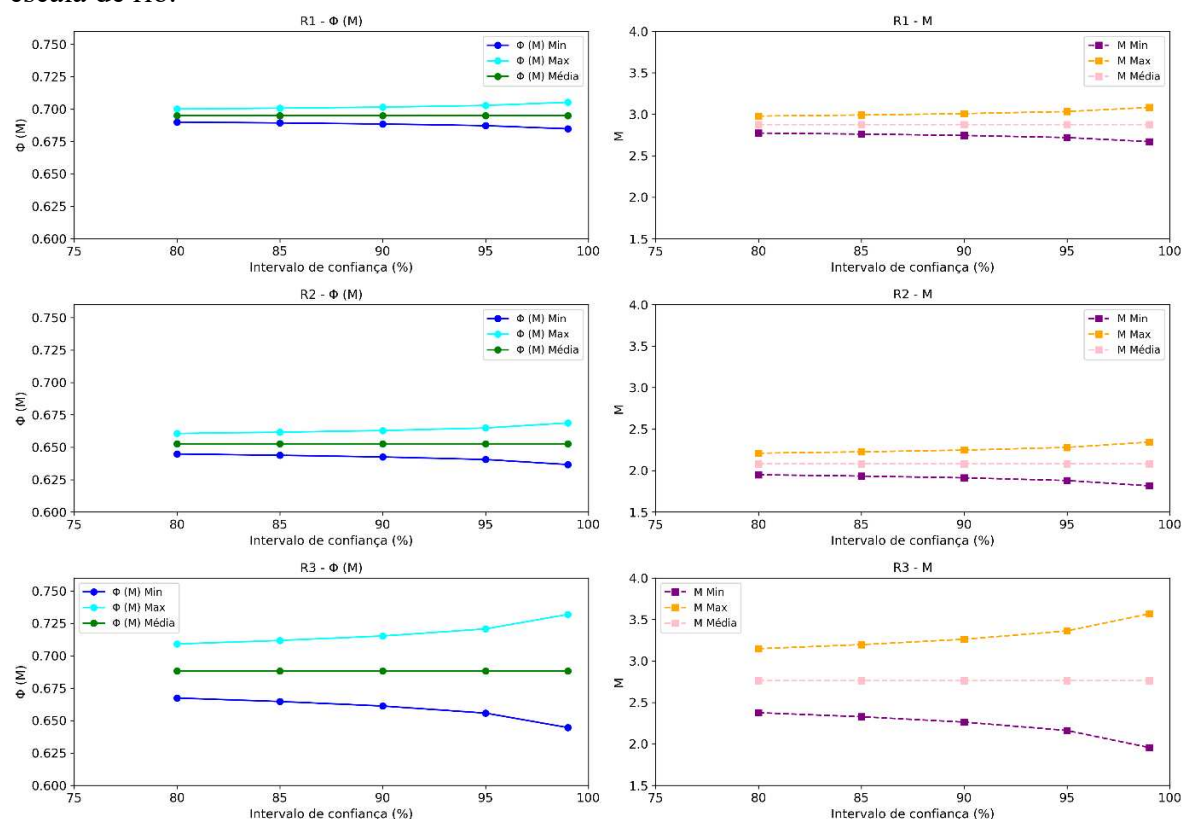
A análise de  $\phi(M)$  e  $M$  evidenciou sua importância na caracterização das condições hidráulicas e geométricas das seções transversais de rios, demonstrando que ambos os parâmetros, embora relacionados, possuem aplicações e comportamentos distintos. Enquanto  $\phi(M)$  se mostrou mais estável e adequado para estudos em larga escala,  $M$  destacou-se por sua sensibilidade às variações locais, sendo ideal para análises detalhadas em escalas menores. A variabilidade dos parâmetros está intrinsecamente ligada a fatores geométricos, como razão de aspecto, rugosidade, sinuosidade e a presença de estruturas que perturbam o fluxo. Os resultados reforçam que a escolha entre  $\phi(M)$  e  $M$  deve ser fundamentada nos objetivos do estudo, na escala de análise e nas características do sistema fluvial, garantindo maior precisão na modelagem hidrológica e na estimativa de vazões.



### 3.3.1.2 Variabilidade espacial de $\phi(M)$ e $M$ em escala de trecho de rio

Observa-se na Figura 14 os valores de  $\phi(M)$  (à esquerda da figura) e  $M$  (à direita da figura) em função do intervalo de confiança (80% a 99,9%) para os mesmos trechos através das curvas de valores médios, máximos e mínimos.

Figura 14 - Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$ , calculadas para escala de rio.

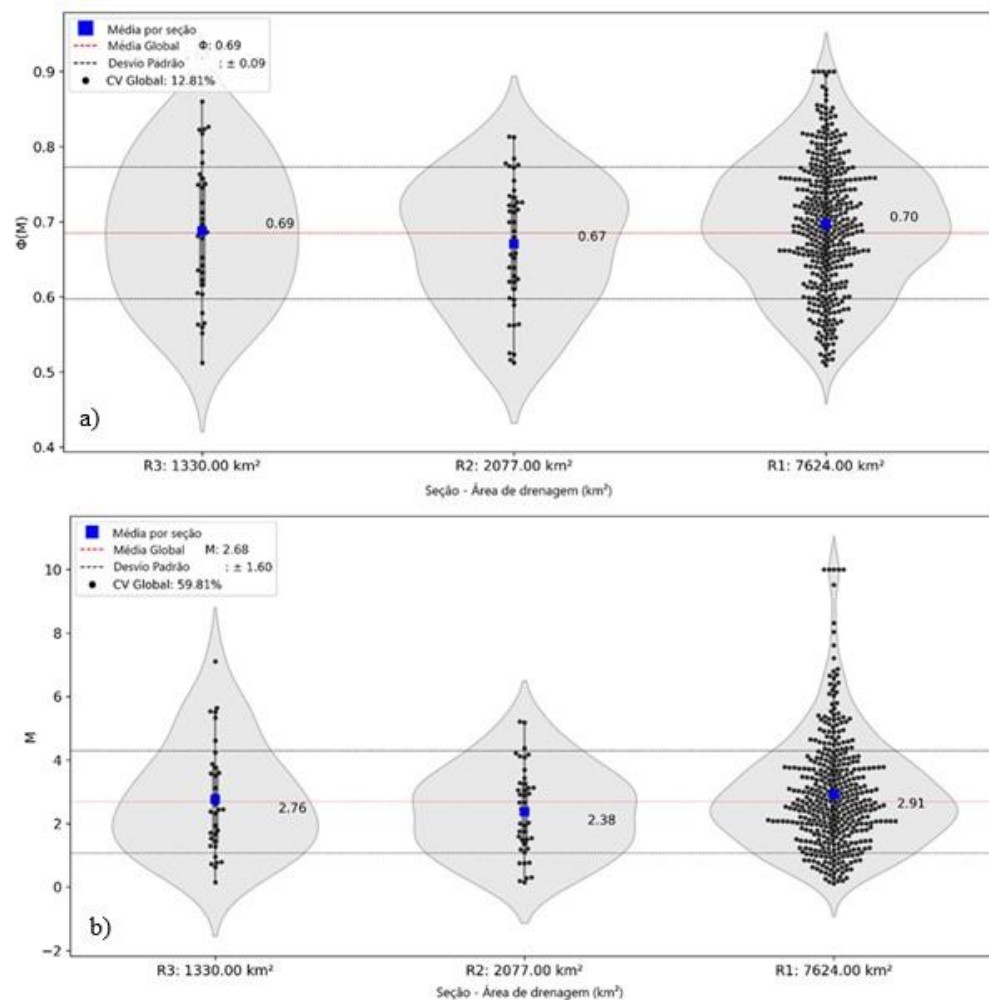


Na escala de trecho de rio, R1, o  $\phi(M)$  indica pouca variabilidade ao longo dos intervalos de confiança. As linhas para os valores mínimo, máximo e médio são quase horizontais (paralelos), indicando estabilidade. Já o intervalo de confiança em  $M$  demonstra uma leve tendência de aumento nos valores máximo, mínimo e médio com o aumento do intervalo de confiança. Sendo a variabilidade entre os valores máximo e mínimo é pequena, mas perceptível. No trecho R2, o  $\phi(M)$  aparenta ser similar ao trecho R1, ou seja, a sua variabilidade é pequena. Nota-se uma leve tendência de aumento dos valores máximo e médio à medida que o intervalo de confiança aumenta. O coeficiente  $M$  apresentou maior variabilidade do que  $\phi(M)$ , com os valores máximo, mínimo e médio mostrando tendências de aumento conforme o intervalo de confiança cresce. As diferenças entre os valores máximo e mínimo são um pouco maiores em comparação ao R1. No trecho R3, o coeficiente  $\phi(M)$  apresentou maior

variabilidade em comparação com os trechos R1 e R2, sobretudo nos valores mínimo e máximo. Em relação ao parâmetro M, observou-se uma variabilidade mais acentuada entre os diferentes trechos analisados. No entanto, os valores de M permaneceram inalterados ao se comparar as escalas de seção e de rio, o que se explica pela utilização de uma única seção transversal como representação de todo o trecho fluvial.

Os dados de  $\phi$  (M) e M foram agrupados para a escala de rio para análise da variabilidade. Na Figura 15a, ao considerar as seções inseridas no rio principal como um sistema unificado, verificou-se um aumento da variabilidade entre os agrupamentos.

Figura 15 - a) Variabilidade do parâmetro  $\phi$  (M) por trecho de rio, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro M por trecho de rio, em função da área de drenagem.



Esse comportamento pode ser explicado pela incorporação de seções com características hidrodinâmicas peculiares para cada seção. No entanto, ao agrupar a análise em nível de trecho de rio, a transição de uma escala menor (seção) para uma escala maior (trecho de rio) não resultou em mudanças significativas na variabilidade global dos dados. Observou-se um aumento de 1,5% na média global, acompanhado por uma elevação de 1% no desvio

padrão e no coeficiente de variação (CV) em relação à escala anterior, sugerindo que o comportamento de  $\phi(M)$  ao longo dos rios permaneceram relativamente estáveis.

A variabilidade de  $\phi(M)$  e  $M$  tende a aumentar quando a análise é ampliada de uma seção transversal para a escala de rio. Esse aumento ocorre devido à agregação de características locais, como diferenças geométricas, hidráulicas e hidrodinâmicas entre as seções (Chiu; Hsu, 2006). Fatores como sinuosidade, rugosidade, bifurcações, zonas de recirculação, presença de obstáculos e alternância entre trechos retos e sinuosos contribuem significativamente para essa amplificação. Além disso, em rios perenizados artificialmente, o regime de escoamento controlado atenua a variabilidade entre picos e estiagens, o que influencia diretamente os valores estimados de  $\phi(M)$  e  $M$ .

Xia (1997) demonstrou que a relação entre a velocidade média e a máxima -  $\phi(M)$  em rios naturais (Rio Mississippi, EUA) é mais estável em trechos retilíneos, o que sugere uma distribuição de velocidades mais uniforme nessas condições. Esses resultados reforçam a associação entre geometria simples do canal e maior homogeneidade do campo de escoamento. Essa relação foi detalhada por Chiu (1989), que utilizou o parâmetro de entropia  $M$  para modelar a distribuição de velocidades, e por Chiu (1991), que enfatizou a aplicação prática desses parâmetros para caracterizar a uniformidade do fluxo em canais abertos.

Os resultados obtidos por Ammari e Remini (2010) ao aplicarem a equação de Chiu em rios do norte da Argélia reforçam as evidências empíricas previamente relatadas por Xia (1997) no rio Mississippi. Ambos os estudos demonstraram que existe uma relação linear estável nas seções transversais dos rios, com valores consistentes do parâmetro entrópico  $M$  em trechos semelhantes. Enquanto Xia (1997) verificou que trechos retilíneos apresentavam valores constantes de  $M$ , com maior homogeneidade na distribuição de velocidades, Ammari e Remini (2010) identificaram valores médios de  $M$  em torno de 2,06. A alta correlação estatística ( $R^2 > 0,97$ ) obtida em ambos os estudos sugere que o coeficiente entrópico pode ser utilizado de forma confiável para modelar o comportamento hidrodinâmico de rios, mesmo em cenários com elevada carga de sedimentos ou variabilidade geométrica, desde que respeitadas as premissas de calibração local.

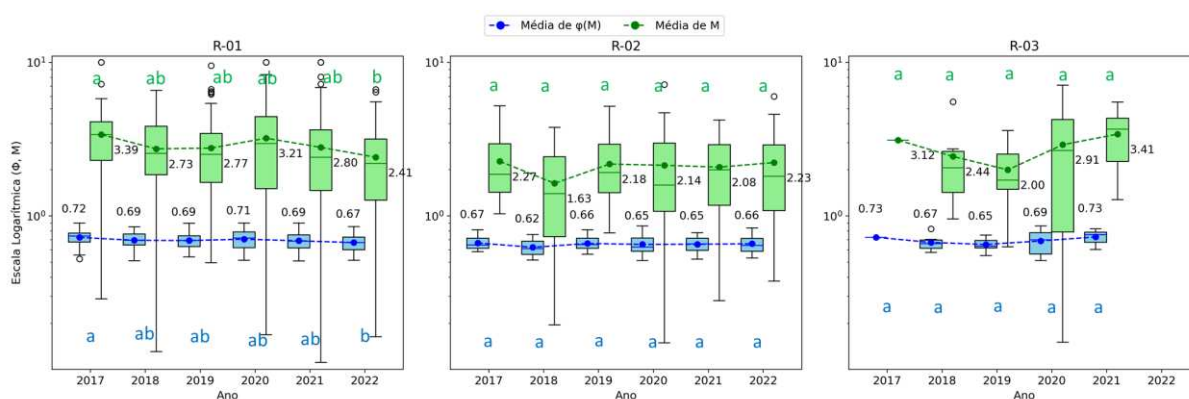
Moramarco e Singh (2010) analisaram o comportamento do coeficiente entrópico  $M$  em diferentes seções do rio Tibre, na Itália, com o objetivo de relacioná-lo a características hidráulicas e geométricas do canal. Os resultados indicaram que  $M$  também permaneceu praticamente constante ao longo de trechos retilíneos com condições geomorfológicas semelhantes, reforçando sua estabilidade em contextos hidrodinâmicos homogêneos em rios.

Em termos da variabilidade de  $M$  em escala de rio, observa-se na Figura 14b um

aumento percentual na média global dos dados de 3% em comparação à escala de seção. Observou-se também um aumento discreto no desvio padrão, de aproximadamente 4,3%, enquanto o coeficiente de variação (CV) apresentou uma variação positiva de 1%. Essa pequena alteração no CV sugere que os agrupamentos em rios exibem uma certa similaridade entre si, indicando condições hidrodinâmicas homogêneas, como uma distribuição de velocidades mais uniforme.

Conforme a Figura 16, observou-se que as médias entre o  $\phi(M)$  e o M, para a escala de rio, não diferiram estatisticamente ao longo do tempo (Teste de Tukey), mostrando uma certa estabilidade no CE.

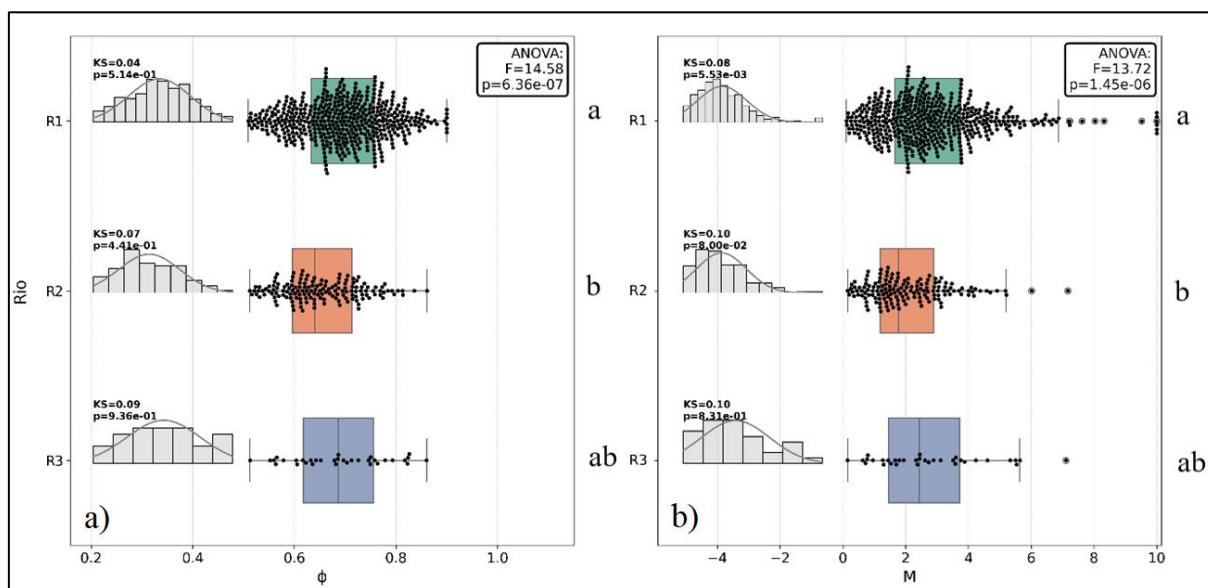
Figura 16 - Análise da distribuição temporal da média do  $\phi(M)$  e M ao longo da série histórica de 2017 a 2022.



O comportamento geral reflete os valores médios e a variabilidade das seções que compõem cada rio (R1, R2 e R3). A escala utilizada suaviza as variações, principalmente devido à agregação dos dados das seções. Esse processo de agregação reduz a dispersão geral. O rio R1, que abrange múltiplas seções com alta dispersão, ainda apresenta uma variabilidade significativa, embora menos acentuada quando comparada às seções individuais. Já o rio R2, composto pelas seções S-01 a S-04, demonstra uma evolução mais estável. Por outro lado, o comportamento do rio R3 permanece semelhante ao observado no nível de seção, considerando que esse rio possui apenas uma seção transversal.

Observa-se na Figura 17 a análise estatística comparativa entre três grupos identificados como R1 (Rio Acaraú), R2 (Rio Groaíras) e R3 (Rio Jaibaras), em relação a  $\phi(M)$  e M. Os histogramas dos grupos indicam que os dados seguem uma distribuição próxima a normal.

Figura 17 - a) Teste de normalidade – KS (i), ANOVA (ii) e Teste de significância de Tukey (iii) em escala de trecho de rios para o  $\phi(M)$ . b) Teste de normalidade – KS (i), ANOVA (ii) e Teste de significância de Tukey (iii) em escala de trecho de rios para o M.



O R1 apresenta a maior dispersão em função das quantidades e distribuição espacial contida nesse agrupamento (7 seções). Enquanto o grupo R2 é composto por apenas 4 seções e R-03 por apenas uma seção, ambas apresentaram uma dispersão moderada.

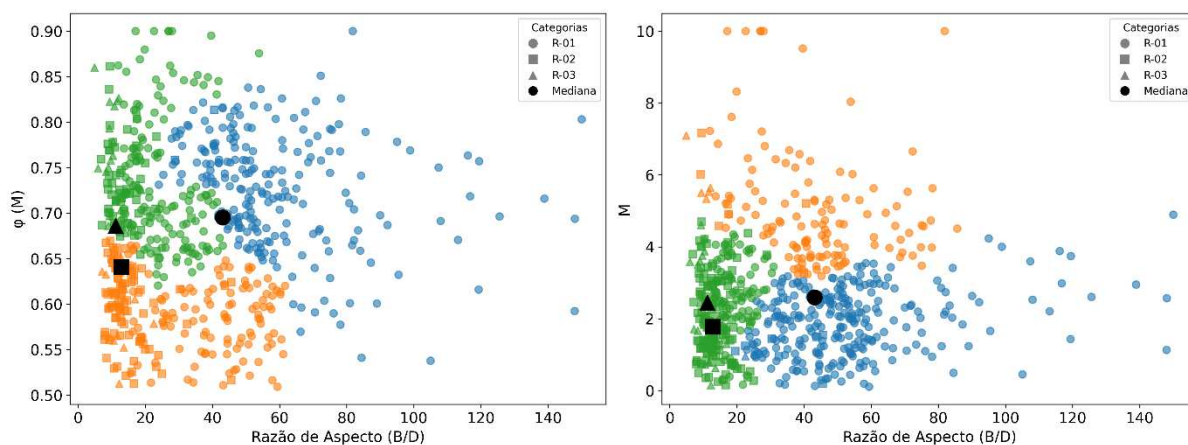
A partir da Figura 17a, observa-se que o coeficiente  $\phi(M)$  apresenta médias significativamente diferentes entre os grupos R1, R2 e R3, com uma faixa de variação entre 0,5 e 0,85. A aplicação do teste ANOVA para comparar as médias dos três grupos resultou em um valor  $F = 14,58$ , indicando uma elevada razão entre a variabilidade intergrupos e a variabilidade intragrupo. O valor  $p = 6,36 \times 10^{-7}$  confirma a existência de diferenças estatisticamente significativas entre as médias, mostrando que as características dos grupos R1, R2 e R3 são substancialmente distintas em relação ao coeficiente  $\phi(M)$ . Notavelmente, o grupo R3 apresentou a maior dispersão nos valores, enquanto o grupo R2 exibiu uma distribuição mais concentrada e próxima da normalidade.

Esses resultados reforçam que as diferenças observadas dificilmente são atribuídas ao acaso ( $p < 0,001$ ), sugerindo a necessidade de um banco de dados mais robusto e abrangente para consolidar um valor de  $\phi(M)$  mais consistente em escala fluvial. Vale destacar que o grupo R3 é composto exclusivamente pela seção S8, sendo assim sua variabilidade permaneceu inalterada em comparação com a escala de seção. O R1 e o R2 são significativamente diferentes entre si. Enquanto o R3 não difere significativamente nem de R1 nem de R2, evidenciando uma condição intermediária no comportamento hidrodinâmico.

Na Figura 18, foi possível identificar os três agrupamentos para a escala de trecho

de rio com base nas medianas de  $\phi(M)$  e  $M$  em relação a razão de aspecto (B/D).

Figura 18 - a) Análise de Cluster da relação entre a mediana de  $\phi(M)$  e a razão de aspecto agrupadas em 3 rios. b) Análise de Cluster da relação entre a mediana de  $M$  e a razão de aspecto agrupadas em 3 rios.



A análise de agrupamento (Figura 18), baseada nos parâmetros  $\phi(M)$ ,  $M$  e na razão B/D, revelou que os três rios estudados (R1, R2 e R3) foram classificados em três agrupamentos distintos.

O agrupamento R1 (em azul) apresenta razões de aspecto mais elevadas, variando entre 30 e 150, o que indica a predominância de rios mais largos. Os valores do coeficiente  $\phi(M)$  nesse grupo são mais dispersos, oscilando entre 0,55 e 0,75. Essa dispersão sugere uma maior variabilidade geométrica entre as seções transversais analisadas ao longo do mesmo curso d'água. Ao agrupar todas as seções do rio em um único conjunto, é possível que os limites dos coeficientes se expandam, refletindo a heterogeneidade geométrica e hidráulica do sistema fluvial. Essa variabilidade nos valores de  $\phi(M)$  pode ainda indicar diferenças nas características hidráulicas, de rugosidade, confluência de rios e morfológicas ao longo do rio.

Além disso, fatores como o uso e ocupação do solo e o desmatamento das áreas ripárias no rio Acaraú (Oliveira, 2014) podem impactar significativamente a hidrologia local, alterando os padrões de escoamento superficial e subterrâneo (Zhou, 2020). Essas alterações hidrológicas podem, por sua vez, modificar os regimes de escoamento fluvial, limitando a ocorrência de circulações secundárias intensas ou provocando mudanças relevantes nos padrões de velocidade do fluxo, o que reduz a acurácia dos modelos baseados no coeficiente entrópico (Yuan et al., 2024). Tais limitações reforçam a necessidade de uma calibração mais precisa dos dados de velocidade e de uma avaliação criteriosa da aplicabilidade do coeficiente em diferentes trechos dos rios analisados.

O agrupamento R2 (em laranja) apresenta razões de aspecto intermediárias,

variando entre 10 e 60, com valores de  $\phi(M)$  mais baixos e menos dispersos, situando-se entre 0,50 e 0,68. Essa maior estabilidade dos valores de  $\phi(M)$  pode estar relacionada à presença de áreas ripárias mais bem conservadas, o que favorece a estabilização do leito fluvial e promove maior estabilidade hidrodinâmica (Wang; Wang, 2007; Corenblit et al., 2014; Merrit, 2013). Como consequência, reduz-se a variabilidade do coeficiente entrópico proposto por Chiu.

O coeficiente entrópico proposto por Chiu é uma medida da complexidade e da organização do fluxo em um sistema fluvial (Chiu, 1991; Moramarco; Singh, 2010; Moramarco; Termini, 2015). Em rios com maior estabilidade hidrodinâmica, espera-se que esse coeficiente de Chiu apresente menor variabilidade, indicando um sistema mais previsível e menos sujeito a flutuações aleatórias (Moramarco; Saltalippi; Singh, 2004). A conservação das áreas ripárias, portanto, não só promove a estabilidade física do rio, mas também influencia a dinâmica do seu fluxo (Singh; Tiwari; Singh, 2021).

Já o R3 (em verde) é caracterizado por menores razões de aspecto (entre 10 e 45), típicas de um rio mais raso e estreito. Os valores de  $\phi(M)$  nesse grupo são mais altos, variando de 0,65 a 0,90, apresentando grande variabilidade. Essa instabilidade pode estar relacionada à proximidade com pontes (Banmapouri et al., 2023) e áreas impermeabilizadas, bem como à degradação das áreas ripárias, à presença de vegetação aquática e à acumulação de detritos, indicativos de baixa qualidade da água no trecho do rio Jaibaras (Oliveira, 2014).

Enquanto o coeficiente entrópico em R3 é afetado principalmente por fatores urbanos diretos, as regiões R1 e R2 também evidenciam impactos antrópicos, como a degradação da vegetação ripária e o uso irregular do solo, refletindo o avanço da urbanização nas proximidades dos cursos d'água.

Com base nos resultados apresentados nas Figura 13 a 18, é possível concluir que a variabilidade dos parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  ao longo dos intervalos de confiança analisados reflete padrões distintos entre os trechos R1, R2 e R3. No entanto, de maneira geral, os dados indicam que a estabilidade predominou em  $\phi(M)$ , com menor variabilidade. Em contrapartida, o parâmetro  $M$  demonstrou maior sensibilidade às mudanças no intervalo de confiança, especialmente em R2 e R3, onde as diferenças entre os valores mínimo e máximo foram mais evidentes. Esses resultados destacam a importância de considerar tanto os aspectos de estabilidade quanto de variabilidade ao avaliar parâmetros hidrodinâmicos, especialmente ao ampliar a análise do coeficiente entrópico para escalas de trecho de rio ou sistemas maiores.

Dessa forma a aplicação dos modelos entrópico, por meio da aplicação dos seus coeficientes, é uma ferramenta numérica computacional que permite uma abordagem eficaz no campo da gestão dos recursos hídricos, podendo se expandido para estudos da modelagem

hidráulica e hidrológica (Araújo; Chaudhry, 1998; Silva Filho, 2020), da qualidade da água (Singh et al., 2019; Alfaleh; Khedher; Alviz-Meza, 2023), medição de vazão (Araújo, 2017; Simões; Porto, 2022) através de curvas chaves associadas a entropia (Singh, 2014), estimativa da concentração de sedimentos (Araújo, 2007), erosão (Alencar, 2022), dentre outros campos da ciência.

Em termos práticos, o uso de índices entrópicos pode ser aplicado tanto em modelagens hidráulicas (Singh, 2014), como para compreender os impactos da urbanização sob diferentes cenários, especialmente no gerenciamento do uso e ocupação do solo e na avaliação da degradação ambiental (Singh; Tripathi; Joshi, 2024). O método também é aplicável em medições de vazão, com o uso de tecnologias de medição dos fluxos de superfície (Bahmanpouri et al., 2022; Chahrour; Castaings; Barthélemy, 2021) e outras metodologias de monitoramento remoto, com o uso de satélites (Moramarco et al., 2019). Além disso, sua aplicação permite o acesso a informações em tempo real, viabilizando estimativas de vazão em cenários extremos de escoamento, como períodos de cheia ou estiagem. Outro ponto relevante é a possibilidade de integrar o modelo entrópico de Chiu com outros modelos hidrológicos, possibilitando a estimativa de parâmetros relacionados à qualidade da água, ampliando o seu uso em estudos ambientais mais abrangentes.

A ampliação de estudos voltados ao monitoramento hidrológico com base no contexto entrópico mostra-se viável, tanto por meio de variáveis hidráulicas calibradas em campo através de dados das redes de estações hidrológicas disponíveis quanto por técnicas de sensoriamento remoto, permitindo sua aplicação em escala de bacia hidrográfica. A transição da escala local (seção transversal) para o nível de bacia é particularmente relevante, uma vez que a bacia hidrográfica constitui a unidade territorial oficial de planejamento e gestão dos recursos hídricos no Brasil, conforme estabelece a Política Nacional de Recursos Hídricos (BRASIL, 1997). Estudos como o de Ammari et al. (2022) já demonstraram a eficiência na extrapolação dos coeficientes entrópicos para escalas maiores, o que reforça a importância de avançar na aplicação dos coeficientes  $\phi(M)$  e  $M$  em escala de bacia, contribuindo para o aprimoramento da modelagem hidrológica e da gestão integrada dos recursos hídricos.

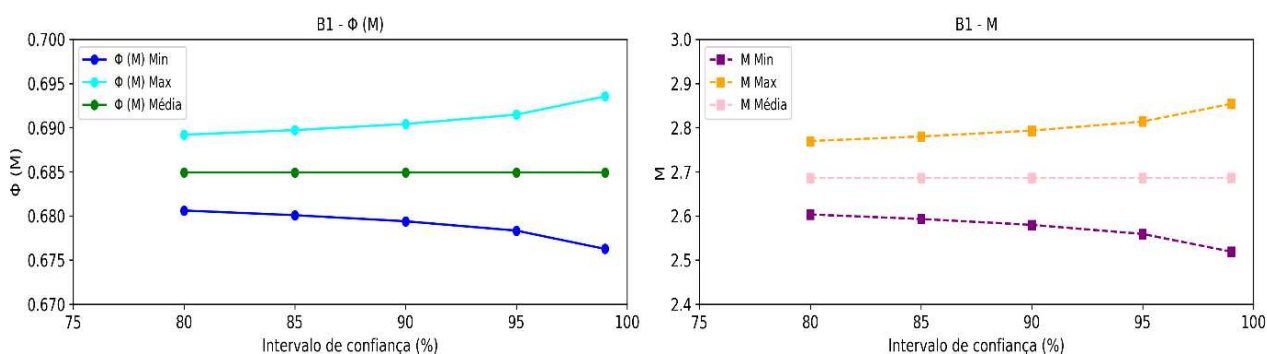
### *3.3.1.3 Variabilidade espacial de $\phi(M)$ e $M$ na escala de bacia hidrográfica*

Conforme a Figura 19, a análise de variabilidade  $\phi(M)$  e  $M$  do ponto de vista de uma análise dos limites de confiança para os parâmetros no âmbito da bacia hidrográfica (B1), mostrou que os valores médios de  $\phi(M)$  mantém-se praticamente constante em todo o intervalo



analisado, o que reflete estabilidade e baixa sensibilidade às mudanças no intervalo de confiança. A variabilidade dos limites de confiança de  $M$  (gráfico à direita) com relação aos valores mínimos de  $M$ , aumenta gradualmente com o aumento do intervalo de confiança. Essa redução sugere que as incertezas na extremidade inferior aumentam com maior abrangência do intervalo. Já o valor médio mantém-se estável ao longo dos diferentes intervalos de confiança, indicando uma baixa sensibilidade da média às mudanças no intervalo. Os valores máximos de  $M$  aumentam com o intervalo de confiança, mostrando que as incertezas na extremidade superior também se ampliam.

Figura 19 - Faixas de confiança de 80 e 99,9% para os parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$ , calculadas para escala de bacia hidrográfica.

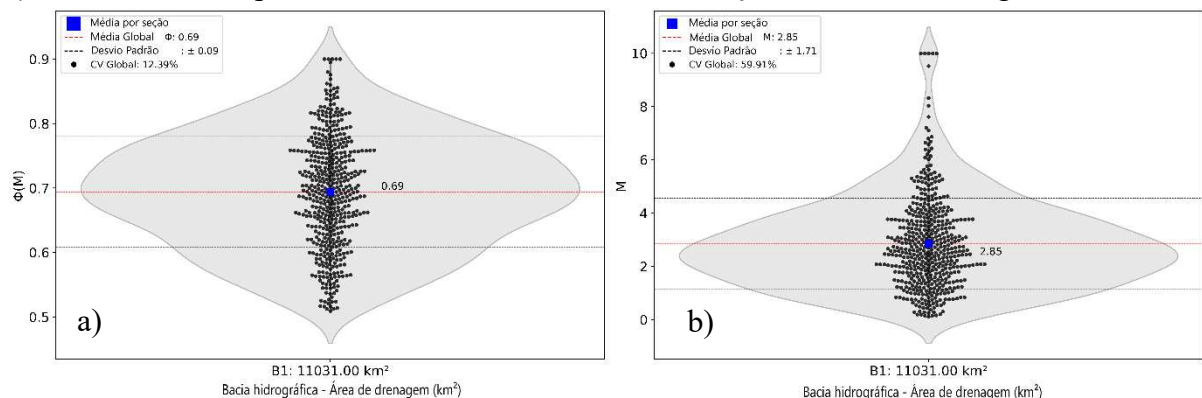


Além disso, pode-se inferir na Figura 18, que os valores mínimos e máximos de  $\phi(M)$  para os intervalos de confiança de 80% e 95% apresentam uma variação de aproximadamente 1%, indicando uma mudança quase insignificante. Ao comparar os intervalos de 80% e 99,9%, a variação é de cerca de 3%, permanecendo muito baixa. Por outro lado, para os valores de  $M$ , os mínimos e máximos entre os intervalos de confiança de 80% e 95% apresentam uma variação de aproximadamente 7%, indicando uma mudança discreta. No entanto, ao comparar 80% com 99,9%, a variação aumenta significativamente para cerca de 25%. Ao utilizar  $\phi(M)$ , devido ao intervalo mais estreito, a média representa bem 99,9% dos dados, com uma variação de apenas 3% no parâmetro. Em contrapartida, ao usar  $M$ , a média é representativa para até 95% dos dados, com uma variação inferior a 10% (7%). Porém, para abranger 99,9% dos dados, a variação se eleva para 25%. É importante destacar que esses cálculos foram realizados considerando apenas os valores mínimos, uma vez que os valores são simétricos. Assim, a diferença entre os intervalos de confiança é de 50% para  $M$  e de 6% para  $\phi(M)$ .

Conforme a Figura 20, é possível avaliar a variabilidade de  $\phi(M)$  e  $M$  no contexto de sua aplicação em bacias hidrográficas. A estabilidade observada na média de  $\phi(M)$  ao longo

dos intervalos de confiança indica que este parâmetro apresenta baixa sensibilidade a variações estatísticas. Isso sugere que  $\phi(M)$  pode ser utilizado como uma constante em bacias hidrográficas, especialmente para aplicações em que valores médios são considerados representativos. Apesar da leve ampliação da faixa de variabilidade (mínimo e máximo) com o aumento do intervalo de confiança, a variação é muito pequena. Esse comportamento reforça a ideia de que  $\phi(M)$  é relativamente estável em diferentes seções da bacia.

Figura 20 - a) Variabilidade do parâmetro  $\phi(M)$  a nível de bacia, em função da área de drenagem. b) Variabilidade do parâmetro  $M$  a nível de bacia, em função da área de drenagem.



Assim como  $\phi(M)$ , a média de  $M$  mantém-se praticamente inalterada ao longo dos diferentes intervalos de confiança. Essa característica indica que  $M$  também pode ser considerado como um parâmetro constante na bacia, caso a média seja o valor de interesse. A faixa de variação (diferença entre máximo e mínimo) de  $M$  é mais significativa que a de  $\phi(M)$ , especialmente nos intervalos mais amplos (95% e 99,9%). Contudo, a variação ainda é pequena o suficiente para justificar o uso de  $M$  como constante, desde que a incerteza nos extremos seja tolerável.

Conforme ilustrado na Figura 20b, observa-se a presença de outliers potenciais no gráfico de violino, com valores do coeficiente entrópico  $M$  superiores a 10, especialmente nas seções S9 (localizada em áreas com pontes e forte intervenção antrópica), S10 (com mata ripária degradada e ocupação urbana) e S11 (região densamente urbanizada e próxima a estruturas como pontes), todas pertencentes ao rio Acaraú. Esses valores elevados de  $M$  indicam trechos com distribuições de velocidade mais homogêneas, conforme previsto pelo modelo hidráulico baseado em entropia proposto por Chiu (1988).

Tais valores são compatíveis com características típicas de ambientes fortemente antropizados, canais artificiais ou áreas desprovidas de cobertura ripária, onde há maior regularidade geométrica e controle hidráulico. No entanto, é importante destacar que valores

elevados de  $M$  também podem resultar de erros de medição, baixa densidade de pontos amostrados ou procedimentos inadequados de interpolação e extrapolação.

Embora trechos com  $M > 10$  possam refletir uma certa estabilidade hidrodinâmica, a elevada variabilidade observada nos coeficientes  $M$  e  $\phi(M)$  nessas seções sugere inconsistência nos padrões de escoamento, tornando esses locais inadequados para a instalação de estações fluviométricas sob a metodologia de Chiu. Essa indicação se reforça pelo fato de tais valores ocorrerem em um número reduzido de amostras nessas seções, o que compromete a representatividade e a confiabilidade dos dados.

Os parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  apresentam estabilidade suficiente para serem tratados como constantes no âmbito da bacia B1. Porém, em estudos mais detalhados, as diferenças entre seções ainda devem ser verificadas, especialmente nos valores extremos.

A variabilidade de  $\phi(M)$  na escala de bacia hidrográfica está apresentada na Figura 19. Conforme ilustrado na Figura 20a, mostrou que a média global foi de 0,69, com um desvio padrão de  $\pm 0,09$  e coeficiente de variação (CV) de 12,39%. Observa-se, nesse contexto, uma estabilização de  $\phi(M)$  tanto na média global quanto no desvio padrão ao se ampliar a análise da escala de rio para a escala de bacia hidrográfica. Em relação ao coeficiente de variação, houve uma leve redução de 12,61% para 12,39%.

Os dados apresentados refletem uma estabilização dos valores de  $\phi(M)$  ao ampliar a escala de análise de rio para bacia hidrográfica. Essa estabilização pode ser explicada por uma combinação de fatores geomorfológicos, hidrodinâmicos e estatísticos que atuam em grandes escalas, como o efeito da amostragem. À medida que a escala se amplia, mais seções transversais são incluídas na análise, o que tende a suavizar a variabilidade local. Isso resulta em uma estabilização da média global, do desvio padrão e em uma leve redução de 0,22% do coeficiente de variação (CV).

Outro fator relevante é a homogeneização das condições físicas em grandes escalas. Em escalas de bacia hidrográfica, os efeitos de sinuosidade, obstáculos e heterogeneidades locais, que afetam significativamente  $\phi(M)$ , tornam-se menos pronunciados. Isso ocorre porque a variabilidade extrema de algumas seções é diluída pela inclusão de trechos mais homogêneos, especialmente em bacias dominadas por rios aluviais retilíneos ou com fluxos uniformes.

Além disso, em grandes bacias hidrográficas, as condições hidráulicas são frequentemente dominadas por rios principais, que apresentam maior estabilidade geomorfológica e uniformidade no transporte de sedimentos em comparação com rios menores ou com menor densidade de dados amostrais. Isso contribui para valores de  $\phi(M)$  mais concentrados, reduzindo a dispersão estatística.

Na bacia do Acaraú, o  $\phi(M)$  é influenciado por barragens e sistemas de controle de vazão que uniformizam o fluxo, resultando em valores de  $\phi(M)$  mais regulares. No entanto esses efeitos podem ser influenciados negativamente por fatores secundários que podem causar anomalias locais (seções) ou distribuídas (em trecho de rios), como bifurcações, sinuosidade ou obstáculos estruturais, que podem intensificar a variabilidade de  $\phi(M)$ . Assim, na escala de bacia hidrográfica, essas variações locais são compensadas pela média global, diminuindo a influência relativa desses fatores.

Portanto, a estabilização observada nos valores de  $\phi(M)$  ao passar da escala de rio para bacia hidrográfica resulta em uma incorporação dados, equalizando assim os dados com maiores variações estatísticas, proporcionando uma maior uniformidade em grandes escalas e menor influência de perturbações locais. Essa estabilização reflete a homogeneidade hidrodinâmica e geomorfológica mais acentuada das bacias em comparação com trechos ou seções individuais.

Na Figura 20b, observou-se um aumento progressivo no coeficiente  $M$  na média global entre as escalas, passando de 2,60 na escala de seção para 2,68 em trechos de rio e alcançando 2,85 em bacias hidrográficas. Esse comportamento também foi identificado no desvio padrão ( $\pm 1,53 \rightarrow \pm 1,60 \rightarrow \pm 1,71$ ) e no coeficiente de variação ( $58,67\% \rightarrow 59,81\% \rightarrow 59,91\%$ ).

Esses resultados sugerem que, em escalas menores, a conversão de  $\phi(M)$  para  $M$  tende a apresentar maior variabilidade, sobretudo devido à natureza não-linear e logarítmica da relação entre esses parâmetros no modelo entrópico de Chiu (Chiu, 1988; Moramarco; Singh, 2010). Essa instabilidade ocorre porque pequenos desvios em  $\phi(M)$  podem resultar em variações amplificadas em  $M$ , especialmente na faixa crítica da curva entre  $1,5 < M < 5$ , onde se situam os dados deste estudo. Segundo Chiu (1988), nesse intervalo, pequenas mudanças em  $\phi(M)$  geram grandes variações em  $M$ , o que explica os maiores desvios padrão observados em  $M$  em comparação a  $\phi(M)$ . Por outro lado, quando os valores de  $M$  superam 10, a variação entre os dois coeficientes torna-se quase imperceptível, refletindo a estabilidade assintótica de  $\phi(M)$  à medida que se aproxima da unidade.

Contudo, à medida que a escala de análise é ampliada e mais dados são incorporados no ajuste do coeficiente  $\phi(M)$ , incluindo variáveis como geometria da seção, declividade, rugosidade e regime de uso do solo, ocorre uma homogeneização relativa do conjunto, o que tende a estabilizar os padrões gerais de  $\phi(M)$ , ainda que  $M$  continue sujeito a oscilações locais. Em outras palavras, embora a característica logarítmica da função se conserve em qualquer escala, nas escalas maiores (escalas de rio e de bacia hidrográfica, por exemplo) a

variabilidade passa a ser mais influenciada pelas características hidrodinâmicas específicas de cada trecho do canal do que pela estrutura funcional do modelo proposto por Chiu.

Por outro lado, ao incorporar seções adicionais com diferentes comportamentos de escoamento, por meio de um processo de escalonamento numérico, observa-se o aumento da heterogeneidade dos dados, refletindo a complexidade hidrológica e morfológica do sistema fluvial em escalas são ampliadas. Esse comportamento está alinhado às observações de Moramarco e Singh (2010) e Moramarco et al. (2013), que destacam o impacto das condições geomorfológicas e hidrodinâmicas locais na estabilidade do parâmetro entrópico  $M$ .

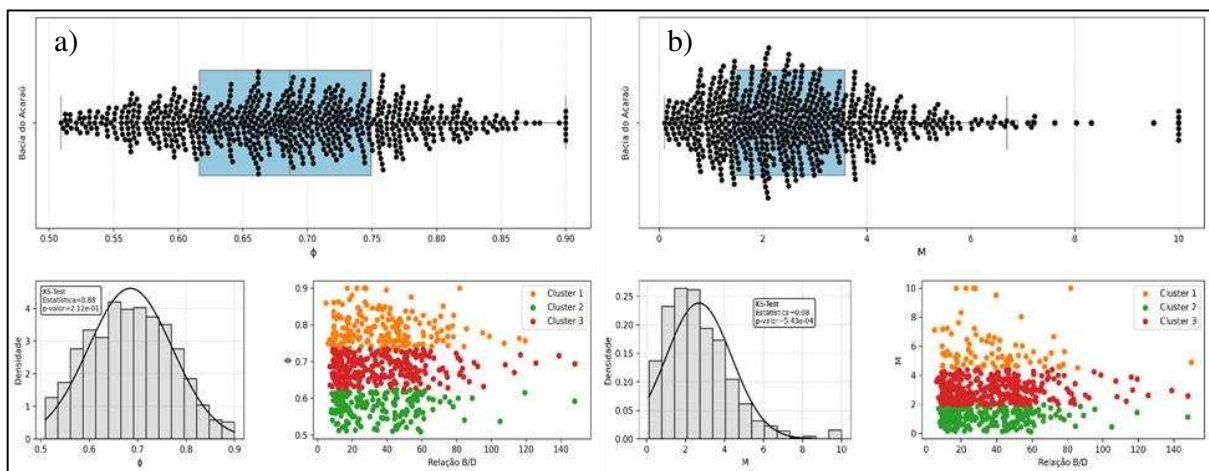
A variabilidade geral do  $\phi(M)$  para a bacia hidrográfica do Acaraú, na Figura 20a, demonstrou que a dispersão dos valores com média está próxima de 0,7 e uma amplitude interquartil (IQR) indicando concentração central entre valores de aproximadamente 0,65 e 0,75. Observa-se maior concentração dos valores  $\phi(M)$  ao redor da mediana, sugerindo uma distribuição centralizada. Há alguns outliers em ambas as extremidades (abaixo de 0,5 e acima de 0,85). Esses outliers são originados em seções localizadas integralmente dentro do rio Acaraú, principalmente em trechos fortemente antropizados, próximos a áreas urbanas, pontes e regiões com degradação ripária conforme discutido nos subcapítulos anteriores. Apesar de apresentarem valores de  $\phi(M)$  superiores a 0,8, que indicam boa homogeneidade na distribuição de velocidade, segundo o modelo de Chiu (1988), esses valores se destacam por estarem excessivamente distantes do conjunto geral dos dados, não representando com fidelidade a realidade do sistema de escoamento fluvial observado na bacia hidrográfica.

Do ponto de vista fisiográfico, essas regiões apresentam um alto índice de compacidade ( $K_c$ ) - 2,00 (Sena; Albuquerque; Pereira, 2008), sugerindo reduzida susceptibilidade à geração de picos de vazão. As seções transversais são predominantemente largas (razão  $B/D > 38$ , ver Tabela 1) e a vegetação marginal apresenta-se em grande parte do rio degradada (Oliveira, 2014), o que aumenta a variabilidade local dos escoamentos. No entanto essas condições estão diretamente associadas às modificações antrópicas típicas do baixo curso do rio Acaraú, incluindo impermeabilização das margens, retificação do canal, ocupação urbana desordenada e presença de estruturas hidráulicas, conforme aponta Loureiro (2016). Essas regiões coincidem com áreas de maior vulnerabilidade natural e intensa ocupação do solo, onde se verificam impactos como erosão, assoreamento e degradação da vegetação ripária, amplamente documentados por Claudino-Sales, Lima e Diniz (2020). Além disso, segundo Meireles (2007), a baixa infiltração, salinização e alterações da qualidade da água tornam esses trechos ainda menos adequados para representatividade hidrodinâmica.

Do ponto de vista da gestão hídricas em termos de monitoramento, considerar esses

trechos como pontos de monitoramento pode distorcer a interpretação hidrodinâmica da bacia, sobretudo ao utilizar coeficientes entrópicos como  $M$  e  $\phi(M)$ . Portanto, embora tais trechos apresentem outliers com  $M > 10$  com tendência a estabilidade hidrodinâmica, ela se origina de condições artificiais e simplificadas, o que reforça a necessidade de critérios técnicos e ambientais mais rigorosos na seleção de locais para medição e modelagem hidráulica desses locais.

Figura 21 - (i) Boxplot e distribuição dos valores de  $\phi(M)$  e  $M$ ; (ii) Teste de normalidade (KS) com histograma e curva ajustada; (iii) Análise de cluster para  $\phi(M)$  e  $M$  em escala de bacia hidrográfica.



O histograma da Figura 21a exprime a distribuição normal dos valores de  $\phi(M)$ , mostra que através da estatística KS: 0.05, indicou uma pequena diferença em relação à distribuição normal. O Valor-p: 0.04, o que sugere que a hipótese nula de normalidade seria rejeitada em um nível de significância de 5% ( $\alpha=0.05$ ). Ou seja, os dados não seguem exatamente uma distribuição normal. A forma da distribuição é aproximadamente simétrica, mas há pequenas assimetrias, que podem justificar o desvio da normalidade. Ainda na Figura 21a o boxplot mostrou uma concentração de amostras centralizada na média (0,68), mas apresentou uma melhor distribuição dos valores de  $\phi(M)$  do que os valores de  $M$ .

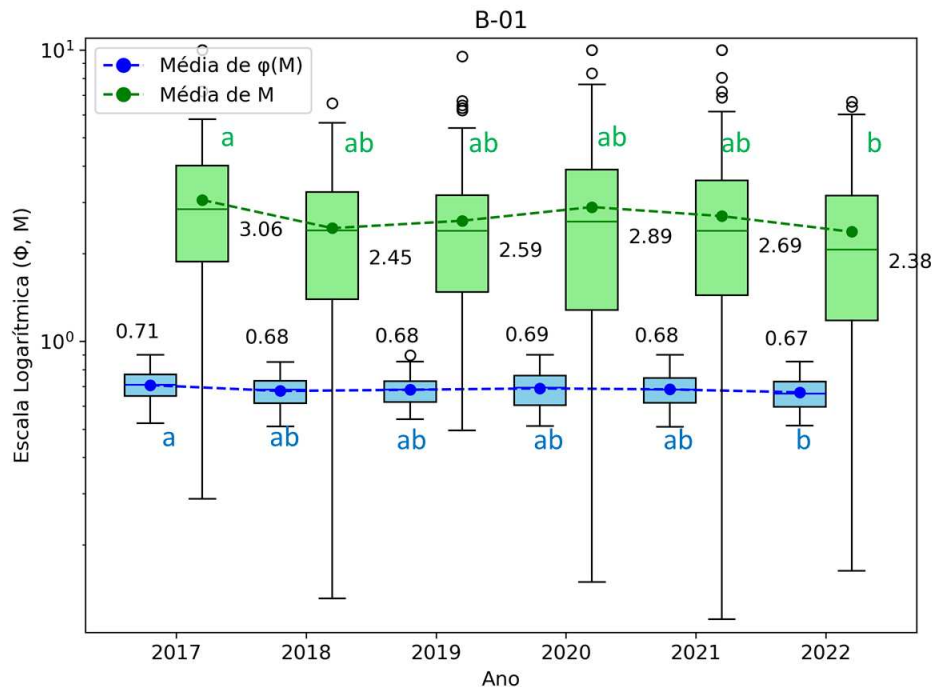
Na análise de cluster (Figura 21a e 21b, no subplot iii), foram identificados três grupos distintos dentro da faixa de razão de aspecto B/D, que variou entre 10 e 60 (Rios categorizados como largos). O primeiro grupo apresentou valores de  $\phi(M)$  entre 0,5 e 0,65, com  $M$  variando de 0,11 a 2,4. O segundo grupo engloba  $\phi(M)$  no intervalo de 0,65 a 0,75, com  $M$  variando de 2,02 a 4,03. Já o terceiro grupo possui  $\phi(M)$  entre 0,75 e 0,85, com  $M$  variando de 4,03 a 7,16.

Na Figura 21b, subplot i, observa-se que os valores de  $M$  estão concentrados principalmente na faixa entre 0 e 4, com a tendência central indicando uma média próxima a 2.

No contexto da variabilidade de  $M$  ao longo da transição de escalas menores (seções transversais de rios) para escalas maiores, como trechos de rio e bacias hidrográficas, observa-se uma tendência de redução na homogeneidade do parâmetro. Essa crescente heterogeneidade é refletida nas influências cumulativas das variações geométricas e hidrológicas que foram incorporadas na análise de variabilidade para escala de bacia, evidenciando maior complexidade dos processos em escalas maiores.

Conforme apresentado na Figura 22, a análise das médias anuais mostrou que  $\phi(M)$  manteve comportamento estável e baixa variabilidade ao longo do tempo, mesmo em escala de bacia hidrográfica. Já os valores de  $M$  apresentaram maior dispersão, com presença frequente de outliers, indicando maior sensibilidade a fatores locais ou a erros de medição. O teste de Tukey foi aplicado para comparação entre os anos dentro de cada variável, e não entre  $M$  e  $\phi(M)$ , o que limita a interpretação direta sobre possíveis diferenças entre elas. Ainda assim, a consistência observada em  $\phi(M)$  reforça seu potencial como parâmetro robusto para análises hidrodinâmicas em diferentes escalas espaciais.

Figura 22 - Análise da distribuição temporal da média do  $\phi(M)$  e  $M$  ao longo da série histórica de 2017 a 2022.



A análise dos parâmetros entrópicos  $\phi(M)$  e  $M$  na bacia hidrográfica B1 demonstrou que  $\phi(M)$  apresenta alta estabilidade estatística, com baixa sensibilidade a variações nos intervalos de confiança, reforçando seu potencial para ser tratado como constante em estudos hidrodinâmicos em larga escala. Já o parâmetro  $M$ , apesar de manter sua média estável, mostrou

maior variabilidade, especialmente nos extremos, devido à sua natureza logarítmica e sensibilidade a pequenas variações em  $\phi(M)$ , particularmente na faixa entre  $1,5 < M < 5$ . A expansão da escala de análise, de seções para bacia, resultou em maior homogeneização dos dados de  $\phi(M)$ , enquanto  $M$  manteve maior heterogeneidade, influenciado por fatores geomorfológicos e hidrológicos locais.

Os Outliers de  $M$  foram observados principalmente em trechos antropizados do rio Acaraú, onde o escoamento se apresenta artificialmente mais homogêneo. Esses trechos, embora mostrem estabilidade aparente, são considerados inadequados para monitoramento representativo devido à sua baixa naturalidade e distanciamento estatístico.

A análise de distribuição e cluster confirmou a centralidade dos valores de  $\phi(M)$  e a existência de três agrupamentos distintos relacionados à razão  $B/D$  e à complexidade morfológica. Assim,  $\phi(M)$  se consolidou como um indicador mais robusto e confiável para modelagem e gestão de recursos hídricos em escala de bacia, enquanto  $M$  deve ser utilizado com cautela, sobretudo em ambientes com forte intervenção antrópica dentro da faixa de instabilidade numérica verificado no modelo de Chiu.

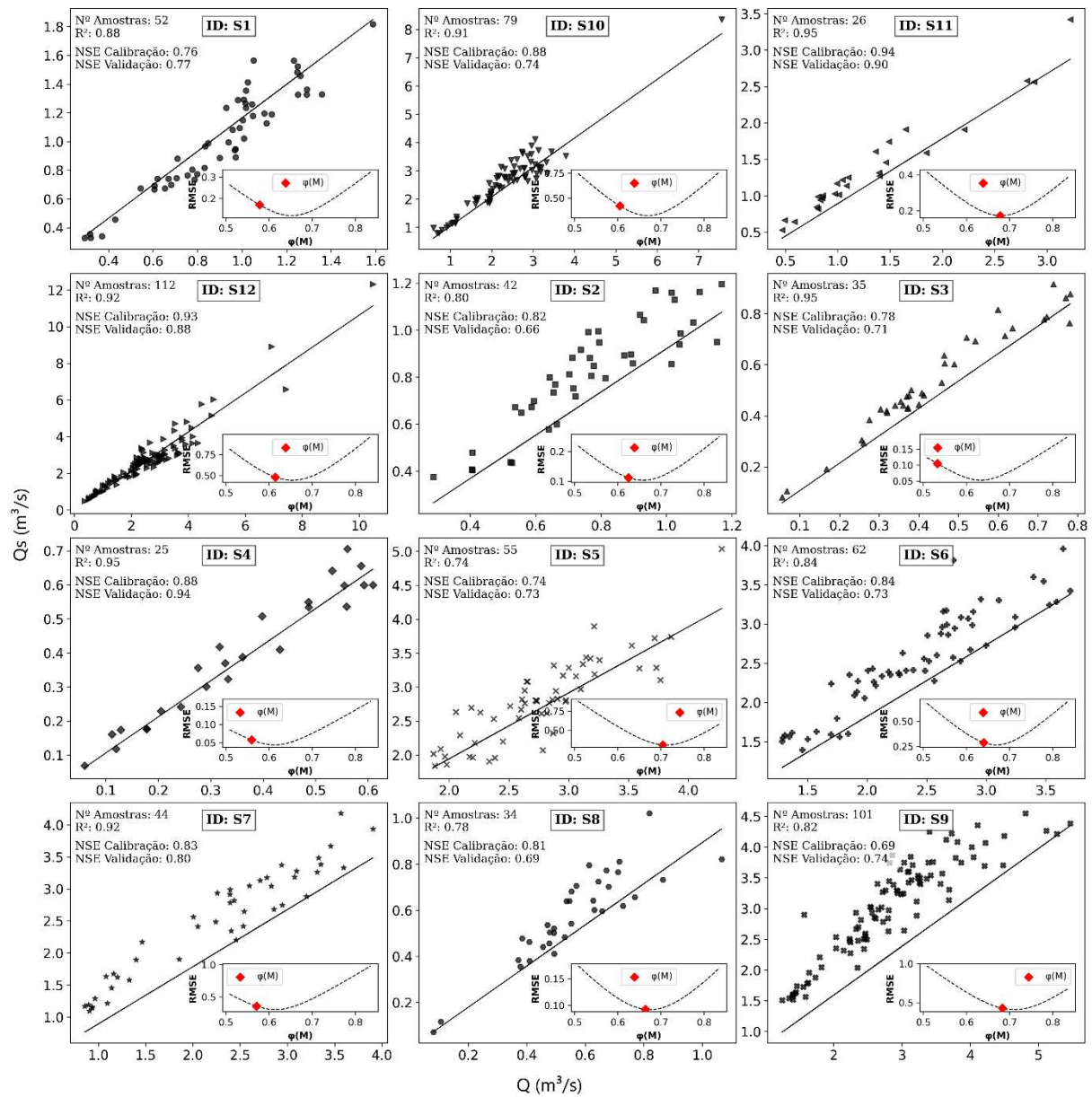
### ***3.3.2 Calibração e validação dos parâmetros $\phi(M)$ e $M$***

#### ***3.3.2.1 Calibração e validação de $\phi(M)$ e $M$ em escala de seção transversal de rios***

Observa-se na Figura 23 os parâmetros estatísticos utilizados para avaliar a eficiência na simulação das vazões com base na Eq. (41). A calibração e validação do coeficiente foram realizadas para cada seção transversal, com o ajuste de  $\phi(M)$  conduzido por uma função objetivo que minimiza o RMSE como critério para otimização do modelo. Na parte superior esquerda, foi exibido os valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e índice de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE), obtidos a partir da relação entre os valores observados de  $Q$  e os simulados de  $Q_s$ . Na parte inferior direita, da Figura 23 em cada subplot do gráfico principal, observa-se uma curva de calibração RMSE em relação ao coeficiente  $M$ , exibindo seu valor calibrado para cada seção transversal.



Figura 23 – Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de  $\phi(M)$  nas seções transversais.



A análise dos resultados mostrados na Figura 23 confirma que o coeficiente  $\phi(M)$ , ajustado conforme a Eq. (41) e minimizado com base no RMSE, mostrou-se eficaz na maioria das seções transversais para representar com precisão os dados observados de vazão ( $Q$ ). Em 10 das 12 seções, os valores de  $R^2$  superaram 0,84, enquanto o NSE validado foi superior a 0,70 em 9 delas, refletindo bom desempenho preditivo entre as vazões simuladas ( $Q_s$ ) e observadas.

Tanto os valores de NSE obtidos na calibração quanto na validação se mantiveram iguais ou superiores a 0,69, indicando concordância satisfatória entre os dados simulados e reais. Destacam-se as seções S2, S4, S6, S7, S9, S10, S11 e S12, que apresentaram  $NSE \geq 0,80$  em ambas as fases, evidenciando alto desempenho do modelo entrópico de Chiu.

A análise das curvas de RMSE em função de  $\phi(M)$  revelou que o modelo apresentou comportamento robusto em várias seções, especialmente em S3, S7 e S11, onde se observaram mínimos bem definidos e curvas suaves — características associadas por Beven (2001), Yapo et al. (1996) e Wagener et al. (2001) a ajustes confiáveis e parâmetros identificáveis. As seções S4, S9 e S10 também exibiram curvas estáveis, acompanhadas de bons indicadores estatísticos. Em contraste, S5 e S6 apresentaram variações mais irregulares, sugerindo instabilidade local ou a presença de múltiplos mínimos, isto é, diferentes valores de  $\phi(M)$  que resultam em desempenhos semelhantes. Essa situação pode indicar problemas de não-identificabilidade ou instabilidade no ajuste, conforme discutido por Wagener et al. (2001) e Beven (2001). Já a seção S8 apresentou sensibilidade excessiva ao parâmetro: embora o mínimo seja bem definido, pequenas variações em  $\phi(M)$  resultam em quedas acentuadas no desempenho do modelo — um comportamento que, segundo Beven (2001), pode ser indicativo de sobreajuste ou de baixa tolerância à incerteza. Já as seções S2 e S12, apesar de exibirem curvas planas o que sugere baixa sensibilidade ao parâmetro apresentaram desempenhos distintos: S12 alcançou NSEs  $\geq 0,88$ , denotando robustez mesmo em cenários de baixa resposta à calibração, ao passo que S2 teve NSE de validação inferior (0,66), apontando fragilidade no ajuste.

A partir da calibração de  $\phi(M)$ , as seções foram organizadas em três grupos com base na similaridade dos valores ajustados e no desempenho do RMSE. O Grupo 1 inclui S1 [ $\phi(M) = 0,57$ ], S3 [0,52], S4 [0,56] e S7 [0,57], com RMSE entre 0,10 e 0,40, o que indica uma boa concordância entre dados observados e simulados, caracterizando uma simulação confiável com margem aceitável de erro, conforme os critérios propostos por Moriasi et al. (2007) e Legates e McCabe (1999). Segundo Gupta et al. (2009), baixos valores de RMSE aliados a estabilidade no ajuste paramétrico indicam elevada eficiência na calibração, além de sugerirem baixo risco de superajuste. A proximidade dos valores de  $\phi(M)$  ajustados também sugere que essas seções compartilham características hidráulicas semelhantes, como forma da seção, rugosidade e regime de escoamento, conforme discutido em Chiu e Said (1995) no contexto da aplicação entrópica à hidrometria.

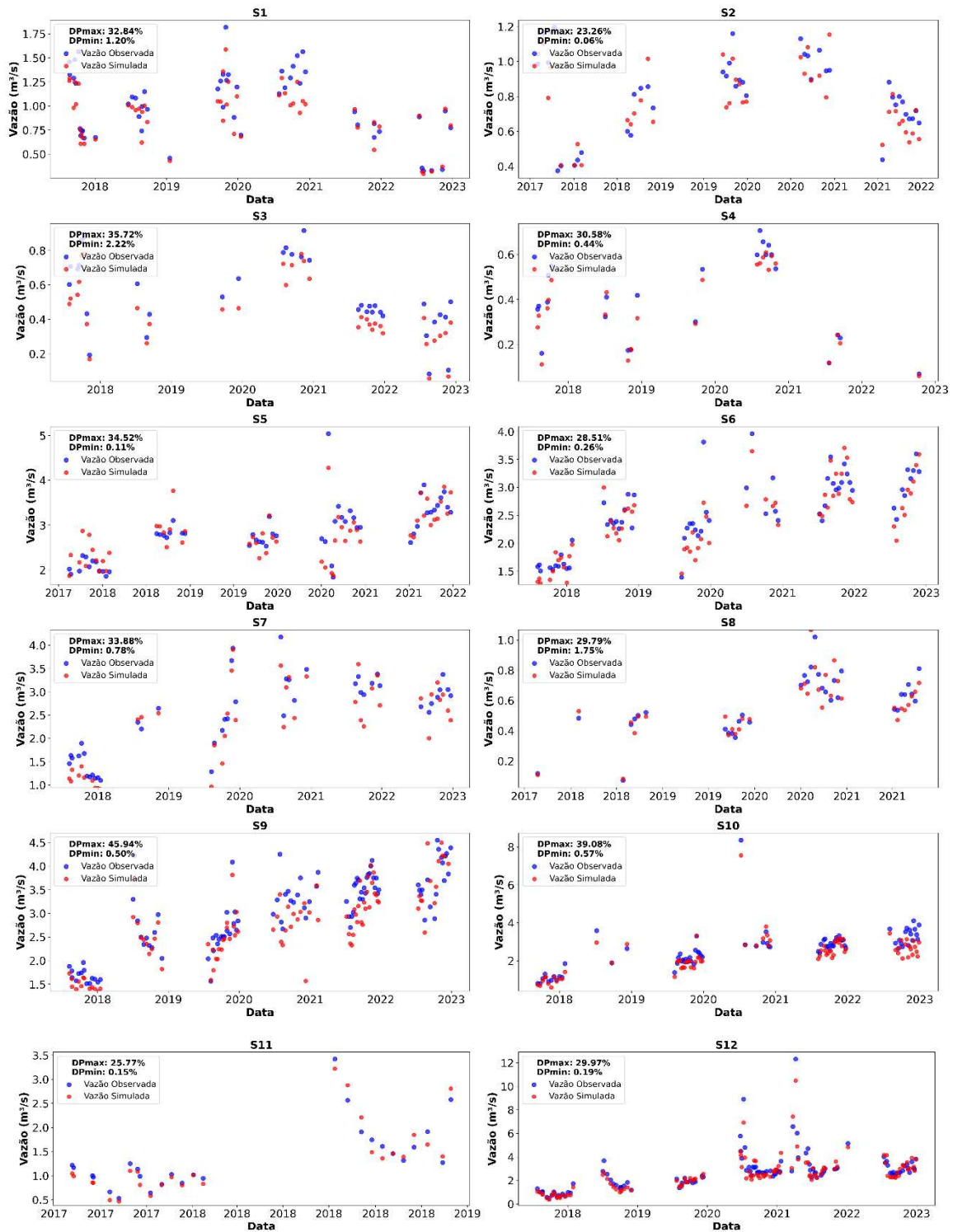
O Grupo 2 é composto por S6 [0,64], S2 [0,62], S12 [0,61] e S10 [0,60], com RMSE variando de 0,24 a 0,50. Embora o desempenho ainda seja aceitável, observa-se uma maior sensibilidade a erros, o que pode indicar a necessidade de refinamento no processo de calibração ou de revisão nos dados de entrada. Como observado por Wagener et al. (2001), curvas de erro com sensibilidade elevada sugerem menor robustez do modelo, exigindo cautela na aplicação em séries temporais mais longas ou sob variabilidade hidrológica acentuada.

Por fim, o Grupo 3, formado por S11 [0,67], S8 [0,66], S5 [0,70] e S9 [0,68], apresentou RMSE entre 0,15 e 0,48. Nesse grupo, a qualidade do ajuste de  $\phi(M)$  variou entre boa e regular, com desempenho estatístico heterogêneo entre as seções. Em particular, S11 apresentou excelente desempenho global, conforme demonstrado também por seus altos valores de NSE e curva de RMSE ideal. Entretanto, seções como S5 e S8 evidenciaram padrões de erro mais irregulares, o que, de acordo com Beven (2001), pode estar associado à presença de múltiplos mínimos na superfície de resposta ou à não-identificabilidade do parâmetro calibrado.

Considerando os resultados estatísticos e a análise da estabilidade das curvas de RMSE, as seções mais indicadas para a instalação de estações de monitoramento hidrológico são S11, S12, S4, S3, S7, S9 e S10. Essas seções apresentaram desempenho robusto em calibração e validação (com NSE frequentemente superiores a 0,75), além de curvas de erro bem definidas e estáveis, o que garante boa sensibilidade ao parâmetro e baixo risco de superajuste. A seção S11, em especial, apresentou o melhor desempenho geral, com NSEs acima de 0,90 e curva RMSE ideal. S12, apesar de sua curva plana, demonstrou excelente capacidade preditiva, enquanto S4, S3, S7, S9 e S10 combinaram solidez estatística com estabilidade na função objetivo, tornando-se candidatas confiáveis para monitoramento contínuo. Em contraste, seções como S2, S5, S6 e S8 mostraram limitações que restringem sua recomendação para essa finalidade.

Na Figura 24, observa-se a relação entre as vazões simuladas e as observadas nas seções transversais. As séries apresentam um bom ajuste, com os dados simulados reproduzindo os mesmos padrões de aclives e declives das séries históricas. Nota-se, entretanto, uma oscilação nas vazões simuladas, atribuída às características hidrodinâmicas específicas de cada seção.

Figura 24 – Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala de seção transversal entre 2018 e 2023.



Nas seções S1, S2, S3, S4, S6, S7, S9, S10, S11 e S12, observa-se que o ajuste de  $\phi(M)$  às séries de dados de vazões resulta, na maior parte do tempo, em subestimação dos valores estimados em relação aos dados observados. Já na seção S5, os dados simulados apresentam superestimação no período de 2017 a 2019, enquanto de 2019 a 2022 predominam valores subestimados. Essa inversão pode estar relacionada com as características da seção S5.

A seção S5 está situada a jusante de uma passagem molhada e próxima a uma curva acentuada, condições que podem gerar fluxos secundários e movimentos circulares. Esses fenômenos alteram de forma anômala a distribuição de velocidades na seção, o que pode resultar em medições de vazão inadequadas e interferir na estimativa do coeficiente  $\phi(M)$  e influenciando nos dados de vazão estimada ao longo da série histórica.

Na Figura 24 observa-se desvios percentuais mínimos de 0,06% na seção S2 e desvios máximos de aproximadamente 46% na seção S9. No entanto, é possível observar na Tabela 2 que o desvio percentual geral das seções se distribui da seguinte forma: 311 valores apresentam desvios abaixo de 10%, 346 variam entre 10% e 30%, e apenas 10 amostras apresentam desvios acima de 30%. Esses dados indicam que, apesar das grandes variações percentuais observadas em pequeno número de amostras, o método de Chiu, apresenta uma boa eficiência na modelagem das vazões. De forma geral, a estimativa de vazão gerada pelo método de Chiu apresenta variações percentuais de, no máximo, 30%, demonstrando sua eficiência em estimar vazões em rios.

Tabela 2 - Distribuição das amostras de acordo com a faixa de desvio percentual das estimativas de vazão geradas pelo método de Chiu para a escala espacial de seção.

| <b>Faixa de Desvio Percentual</b> | <b>Nº de amostras</b> |
|-----------------------------------|-----------------------|
| < 10%                             | 311                   |
| 10% - 30%                         | 346                   |
| >30%                              | 10                    |

Os resultados apresentados corroboram com a eficácia do “modelo” calibrado por meio do coeficiente  $\phi(M)$  da Eq. (41) na simulação de vazões observadas. A análise dos coeficientes  $R^2$  e NSE demonstrou que, na maioria das seções transversais, o modelo alcançou níveis intermediários de precisão. Em todas as seções verificou-se NSE superiores a 0,7, mostrando uma boa relação entre os dados observados e simulados. Adicionalmente, os gráficos das Figuras 22 e 24 destacaram a capacidade do modelo de reproduzir os padrões históricos de aclives e declives das vazões, ainda que oscilações específicas tenham sido atribuídas às características hidrodinâmicas de algumas seções. Os casos de subestimação e sobrestimação observados, embora pontuais, sugerem que uma investigação mais detalhada sobre os fatores hidrológicos locais pode contribuir para refinar os resultados.

Por fim, o desempenho geral do modelo, evidenciado pelos altos valores de  $R^2$ , NSE e pela consistência na calibração do coeficiente  $M$ , valida sua aplicação como uma boa

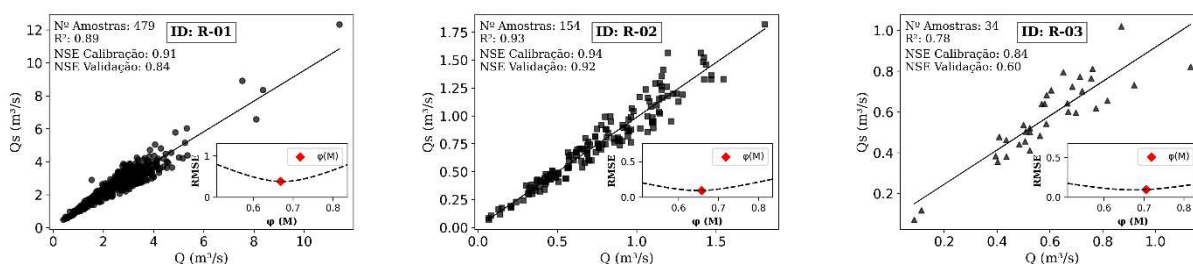
ferramenta para análises hidrológicas (estudos de escoamento) em escala de seção transversal, oferecendo subsídios para estudos futuros e melhorias em modelos de simulação.

### 3.3.2.2 Calibração e validação de $\phi(M)$ e $M$ em escala de trecho de rio

A calibração e validação do coeficiente  $M$  em escala fluvial foram realizadas considerando a compartimentalização das seções em agrupamentos maiores, correspondentes aos trechos dos rios (R1, R2 e R3). Cada seção transversal foi analisada individualmente, e os coeficientes para os trechos fluviais foram ajustados e validados utilizando os parâmetros estatísticos  $R^2$ , NSE e RMSE.

Na Figura 25 observa-se três gráficos de dispersão que comparam as vazões observadas ( $Q$ ) com as simuladas ( $Q_s$ ) para os trechos estudados. Esses gráficos incluem também os coeficientes de correlação ( $R^2$ ), curvas de calibração do RMSE e índices de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE).

Figura 25 - Coeficientes de correlação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de  $M$  a nível de rio.



O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) evidencia um bom ajuste entre os dados simulados e observados para os três rios, com valores superiores a 0,70. Especificamente, os trechos R1, R2 e R3 apresentaram  $R^2$  de 0,89, 0,93 e 0,78, respectivamente, confirmando a boa correspondência entre os dados modelados e medidos.

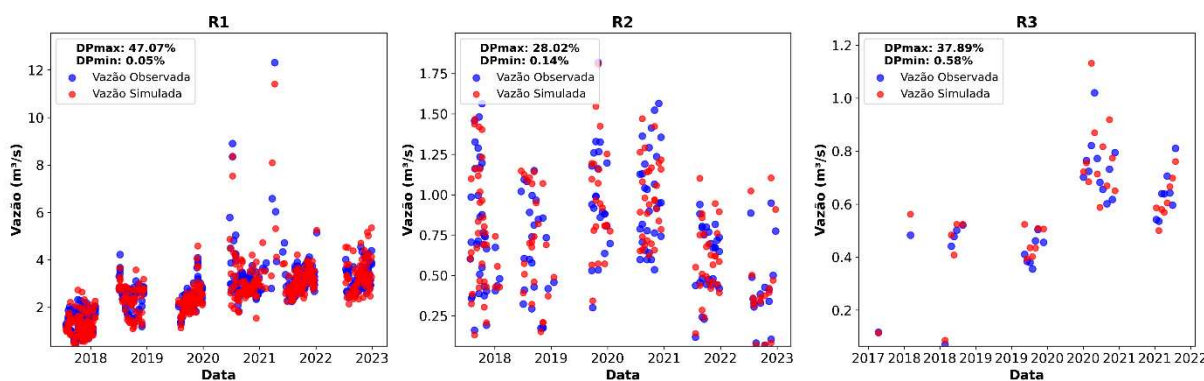
O coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) também reforça a consistência entre as etapas de calibração e validação, com valores de 0,91, 0,94 e 0,84 na calibração, e de 0,84, 0,92 e 0,60 na validação, respectivamente para os trechos R1, R2 e R3.

O valor do RMSE para o agrupamento dos rios indica que o modelo foi ajustado com o objetivo de minimizar o erro. Apesar de o agrupamento R1 ter apresentado valores elevados de RMSE ( $RMSE > 0,70$ ) para o  $\phi(M)$ . Por outro lado, os valores de RMSE nas seções R2 e R3 foram de 0,23 e 0,17, respectivamente, indicando uma melhor adequação dos dados ao modelo de agrupamento utilizado. De forma geral, a calibração e validação dos coeficientes

baseados no NSE para os diferentes rios resultaram em ajustes satisfatórios entre as vazões simulada ( $Q_s$ ) e observada ( $Q$ ). O trecho R2 destacou-se pelo melhor desempenho geral.

Na Figura 26, observa-se que, ao integrar os valores de  $\phi(M)$  das seções para escalas maiores (trechos de rio), os desvios percentuais tendem a aumentar. Esse aumento ocorre devido à integração das características geométricas e de fluxo de cada seção, o que contribui para uma maior variabilidade de  $\phi(M)$ . Como resultado, os dados de  $\phi(M)$  tornam-se mais heterogêneos, afetando a qualidade do ajuste do parâmetro  $\phi(M)$  nos dados simulados de vazão ( $Q_s$ ) em comparação com os dados observados ( $Q$ ). A calibração e validação dos parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  foram eficazes, evidenciando a proximidade entre os dados simulados e observados, o que é corroborado pelos elevados valores de  $R^2$  e NSE, especialmente nos rios R1 e R2

Figura 26 - Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala espacial de trecho de rio entre 2018 e 2023.



No entanto, os valores simulados para o rio R3 apresentaram superestimação em quase todas as comparações da série de vazões. Essa discrepância pode estar relacionada à baixa representatividade dos dados dessa seção, coletados em apenas um ponto do rio, ao contrário dos demais rios da bacia. A magnitude das vazões modeladas em R3 é mais difícil de simular com precisão devido aos baixos valores de vazão e à alta variabilidade dos deflúvios. Além disso, a presença de condições anômalas no local da medição pode ter afetado negativamente a calibração e validação do parâmetro  $\phi(M)$ , contribuindo para a superestimação das vazões em relação aos dados observados.

Estudos como os de Nicolle et al. (2013), Kirdemir et al., (2025) e Kempen et al., (2020) evidenciam que modelos hidrológicos enfrentam dificuldades para prever vazões muito baixas, principalmente devido à elevada variabilidade associada a esses regimes. Essa limitação decorre de fatores como a complexidade dos processos hidrológicos em condições de baixa vazão e da capacidade limitada dos modelos em representar adequadamente essa variabilidade (Wagener; Gupta, 2005). As vazões reduzidas são influenciadas por múltiplos fatores, incluindo o escoamento de base, a interação entre águas superficiais e subterrâneas e a evapotranspiração



(Hantush; Kalin; Govindaraju, 2011). Representar com precisão todos esses processos em um modelo hidrológico é um desafio significativo. Além disso, a variabilidade espacial e temporal da precipitação, do uso do solo e das características do solo exerce forte influência sobre as baixas vazões (Zhang et al., 2016), e modelos que não capturam bem essa heterogeneidade tendem a apresentar desempenho limitado nesse contexto. A acurácia das previsões também pode ser comprometida pelas incertezas nos dados de entrada, especialmente precipitação e vazão observada, que impactam de forma ainda mais expressiva as simulações em cenários de baixa vazão (Grimaldi et al., 2019).

Apesar das limitações existentes, diversas estratégias têm sido desenvolvidas para melhorar a simulação de vazões mínimas. A assimilação de dados, por exemplo, permite incorporar informações observacionais em tempo real aos modelos hidrológicos, favorecendo a atualização contínua do estado do sistema e aumentando a precisão das previsões (Rajib et al., 2020). Técnicas como o filtro de Kalman e outras abordagens estatísticas têm se mostrado eficazes nesse contexto. Paralelamente, o uso de algoritmos de aprendizado de máquina (ML) vem ganhando destaque por sua capacidade de aprimorar o desempenho dos modelos hidrológicos (Wu; Chen; Tian, 2022; Madhushani et al., 2024; Liu et al., 2024). Segundo Mahdavi-Meymand; Zounemat-Kermani, 2023), essas abordagens oferecem maior precisão e robustez em comparação aos métodos tradicionais, especialmente quando combinadas em esquemas integrativos. Além disso, a calibração e validação criteriosas dos modelos permanecem fundamentais para garantir a representatividade dos processos simulados. Nesse sentido

De modo geral, a calibração e validação de  $\phi(M)$  em escala fluvial demonstraram ser eficazes na representação das vazões simuladas ( $Q_s$ ) em relação às observadas ( $Q$ ) para os trechos fluviais analisados. Os índices estatísticos  $R^2$ , NSE e RMSE confirmaram o bom desempenho do “modelo”, especialmente nos trechos R1 e R2, que apresentaram ajustes satisfatórios entre os dados simulados e observados, com valores de  $R^2$  superiores a 0,70 e NSE acima de 0,80. Ainda assim, os resultados gerais indicam que o modelo é adequado para a calibração e validação do coeficiente  $M$ , com destaque para o trecho R2, que apresentou o melhor desempenho.

Portanto, a aplicação dos parâmetros  $\phi(M)$  e  $M$  na simulação de eventos de escoamento em rios, com base nos coeficientes entrópicos, mostrou-se eficiente e capaz de fornecer uma base confiável para análises hidrológicas. No entanto, recomenda-se a realização de ajustes para o aprimoramento do modelo baseado na entropia de Chiu, especialmente em trechos com maior escala espacial, baixa densidade de dados observados de vazão ou sujeitos

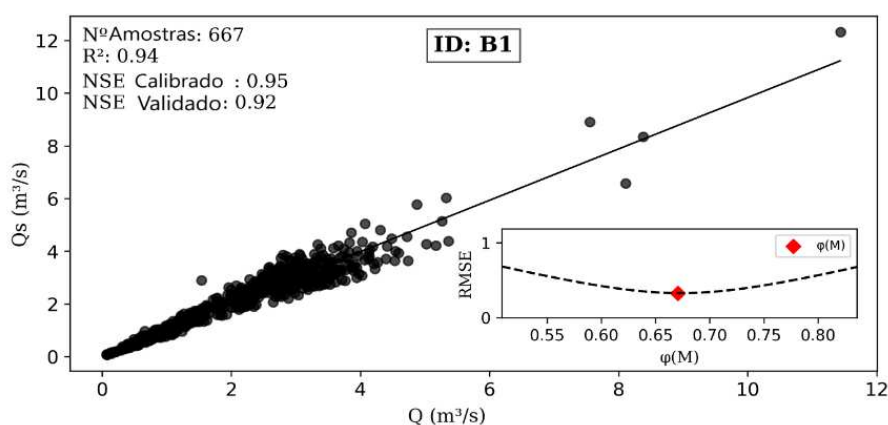


à influência de estruturas urbanas, como pontes e passagens molhadas. Ademais, áreas com significativa ação antrópica, relacionadas ao uso e à ocupação do solo, devem ser cuidadosamente consideradas na seleção das estações utilizadas para calibração e validação dos dados, uma vez que impactam diretamente o processo de estimativa de vazão por meio do método de Chiu.

### 3.3.2.3 Calibração e validação do $\phi(M)$ e $M$ em escala de Bacia hidrográfica

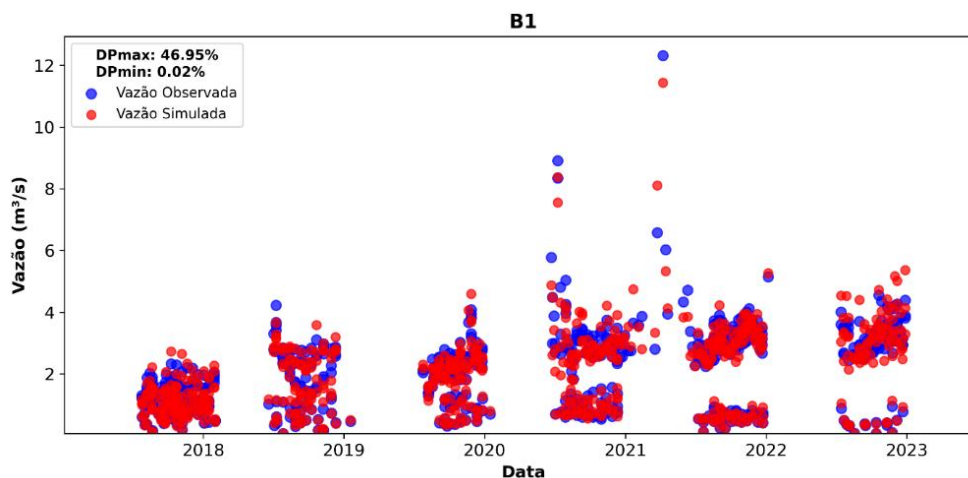
A calibração e validação de  $\phi(M)$ , e consequentemente de  $M$ , em escala de bacia, estão apresentadas na Figura 27. Os resultados evidenciam um elevado coeficiente de determinação ( $R^2 = 0,94$ ) entre as vazões observadas ( $Q$ ) e simuladas ( $Q_s$ ), o que indica que 94% da variabilidade dos dados observados é explicada pelo modelo. A disposição dos pontos ao longo da linha 1:1 reforça a capacidade do modelo de representar com precisão os padrões hidrológicos da bacia. Considerando-se um valor médio de  $\phi(M)$  igual a 0,67, o desempenho demonstrado na Figura 26 confirma a adequação do ajuste realizado para fins de simulação hidrológica em escala de bacia.

Figura 27 - Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para as faixas de valores calibrados e validados de  $M$  em escala de bacia hidrográfica.



Na Figura 28, observa-se a comparação entre os dados simulados e os dados observados, utilizando o parâmetro  $\phi(M)$  calibrado e validado para a escala de bacia hidrográfica. De maneira geral, ambas as séries seguem tendências semelhantes ao passar da escala de rio para a escala de bacia hidrográfica, embora algumas discrepâncias sejam evidentes, especialmente nos picos de vazão registrados em 2021.

Figura 28 – Comparação entre as vazões observadas e vazões simuladas na escala espacial de bacia entre 2018 e 2023.



No entanto, a comparação entre os dados simulados e observados apresenta alta concordância (98%), com desvios percentuais na bacia hidrográfica inferiores a 30% na maioria dos casos (Tabela 3).

Tabela 3 - Distribuição das amostras de acordo com a faixa de desvio percentual das estimativas de vazão geradas pelo método de Chiu para a escala espacial de bacia.

| Faixa de Desvio Percentual | Nº de amostras |
|----------------------------|----------------|
| < 10%                      | 344            |
| 10% - 30%                  | 314            |
| >30%                       | 9              |

Sendo assim, essas diferenças mais acentuadas podem estar relacionadas a eventos extremos, como cheias, o que sugere algumas limitações do modelo em representar adequadamente essas situações. Em contrapartida, em períodos como 2018-2020, os dados simulados e observados apresentam boa concordância. Outra explicação é que os dados coletados no estudo se limitam a valores de vazão regularizadas pelos reservatórios estratégicos da bacia do Acaraú (Açude Araras, Edson Queiroz e Açude Ayres de Sousa) responsáveis principalmente pela perenização do rio Acaraú.

Embora o alto valor de  $R^2$  indique um ajuste excelente aos dados observados, ele não é, por si só, suficiente para assegurar a adequação do modelo em cenários futuros ou para diferentes condições. Um  $R^2$  elevado pode refletir possíveis problemas de superajuste (overfitting), no qual o modelo se adapta excessivamente aos dados de calibração, prejudicando sua capacidade de generalização. Nesse sentido, o risco foi minimizado neste

estudo ao considerar os índices de RMSE e NSE, bem como a divisão equilibrada (50/50) dos dados entre as etapas de calibração e validação. Esses cuidados asseguraram que o modelo fosse avaliado de forma confiável, tanto para sua capacidade preditiva quanto para sua robustez.

O ajuste de  $\phi(M)$  usando os dados de vazão observados evidencia um ponto de mínimo bem definido, indicando que há um valor ótimo de  $\phi(M)$  capaz de minimizar o erro entre as vazões observadas e simuladas pelo modelo de Chiu. Esse comportamento parabólico e contínuo demonstra que o parâmetro é sensível e calibrável, revelando uma boa resposta do modelo à sua variação. Tal característica está alinhada com a abordagem de identificabilidade dinâmica proposta por Wagener et al. (2003), segundo a qual é desejável que os dados hidrológicos permitam estimar com precisão os parâmetros do modelo. Além disso, a existência de um único ponto de mínimo reduz os efeitos da equifinalidade, conceito discutido por Beven (2001), que descreve a possibilidade de diferentes combinações de parâmetros resultarem em desempenhos estatísticos similares, ainda que representem processos distintos.

Neste caso, a forma bem definida da curva sugere que o modelo apresenta baixo grau de equifinalidade para  $\phi(M)$ , conferindo maior robustez ao ajuste. Complementarmente, os indicadores estatísticos empregados ( $NSE > 0,9$  e RMSE reduzido) atendem aos critérios de desempenho considerados excelentes por Moriasi et al. (2007), validando a eficiência da calibração do coeficiente  $\phi(M)$  na simulação de vazões em escala de bacia. No entanto, embora os dados do modelo tenham apresentado resultados promissores, sua aplicabilidade e confiabilidade podem ser comprometidas quando extrapolados para escalas espaciais maiores e mais complexas, como a escala de bacia hidrográfica.

Como demonstrado nos estudos de Chiu, Hsu e Tung (2005), Moramarco et al. (2013) e Bahmanpouri et al. (2023), o coeficiente entrópico proposto por Chiu tem sido aplicado, predominantemente, em estudos locais, nos quais a estrutura do escoamento e as características hidrológicas são mais homogêneas e bem definidas. No entanto, quando utilizado em grandes bacias hidrográficas, esse coeficiente — assim como outros parâmetros hidrológicos calibrados localmente — pode não captar de forma satisfatória a heterogeneidade espacial e a variabilidade dos processos hidrológicos ao longo da bacia, comprometendo a representatividade do modelo. Essa limitação é corroborada por Kumar, Livneh e Samaniego et al. (2013), que ressaltam a dificuldade de representar adequadamente a complexidade hidrológica em escalas regionais com o uso de parâmetros únicos ou uniformes.

Associadas a isso, em escalas maiores, as características físicas da bacia, como o uso do solo (Liu et al., 2022; Yirigui et al., 2019), a topografia (Islam; Barman, 2020) e o

clima (Tan et al., 2020), tornam-se mais variáveis, afetando diretamente o comportamento hidrológico. A aplicação direta de um coeficiente obtido em uma pequena área homogênea pode resultar em erros significativos na estimativa da vazão e de outros parâmetros hidrológicos quando extrapolado para bacias de maior extensão, devido à maior complexidade espacial e variabilidade estrutural dessas áreas (Wang; Zhang; Gu, 2012).

Para aumentar a confiabilidade de  $\phi(M)$  em escalas maiores, podem ser empregadas técnicas de regionalização, que consistem na transferência de informações hidrológicas de bacias com dados (aferidas) para bacias sem dados (não aferidas), com base na premissa de que bacias com características semelhantes apresentam comportamentos hidrológicos similares (Yi et al. 2014). Sendo assim, ao regionalizar parâmetros como o coeficiente de Chiu, é possível levar em conta a variabilidade espacial das características da bacia, melhorando a precisão das estimativas em grandes escalas. A regionalização permite adaptar o coeficiente para diferentes regiões dentro da bacia, considerando suas particularidades (Pagliero et al., 2019).

Para implementar a regionalização de forma eficaz, várias técnicas e ferramentas podem ser empregadas: Sistemas de Informação Geográfica (SIG): Utilizados para coletar, armazenar, analisar e visualizar dados espaciais relevantes para a regionalização (Yuan; Cheng, 2005). Permitem a integração de dados de diferentes fontes, como topografia, uso do solo e clima, facilitando a identificação de regiões homogêneas; Modelos Hidrológicos Distribuídos: Modelos que representam explicitamente a variabilidade espacial das características da bacia, permitindo a aplicação de diferentes valores de coeficientes em diferentes regiões (Samaniego; Kumar; Attinger, 2010).

Esses modelos, embora mais complexos, têm potencial para fornecer estimativas mais precisas em grandes bacias. Uma abordagem promissora nesse contexto é o uso de técnicas de aprendizado de máquina, como as Árvores de Decisão, que podem ser aplicadas na construção de modelos de regionalização. Conforme destacado por Wang et al. (2023), esse tipo de técnica permite estabelecer relações não lineares entre as características físicas e hidrológicas da bacia e os parâmetros do modelo, como o coeficiente entrópico de Chiu, contribuindo para uma calibração mais robusta e adaptada a diferentes contextos hidrológicos.

Como exemplos de aplicação da regionalização como forma de aumentar a robustez de  $\phi(M)$  em escala de bacia podem ser complementados pela abordagem apresentada por Ammari et al. (2022), que exploraram o uso do parâmetro  $\phi(M)$  para estimar vazões em bacias não monitoradas no norte da Argélia. Os autores destacaram que o parâmetro  $\phi(M)$  mostrou-se robusto para representar a variabilidade hidrológica em regiões diversas, com

valores médios entre 0,63 e 0,68. A regionalização de  $\phi(M)$ , realizada por meio de modelos estatísticos e técnicas de krigagem, demonstrou ser eficaz para prever a vazão em locais sem medições diretas, utilizando apenas dados geomorfológicos, como largura do canal e declividade.

Esses resultados confirmam que a calibração tanto de  $\phi(M)$  como de  $M$  para a bacia do Acaraú é eficaz em representar os padrões de escoamento. A integração de múltiplos indicadores estatísticos, como  $R^2$ , RMSE e NSE, mostrou uma avaliação abrangente e consistente, reduzindo as incertezas associadas ao ajuste dos valores de  $\phi(M)$  e  $M$ . Assim, esses parâmetros demonstraram ser uma ferramenta confiável para aplicações hidrológicas na bacia, incluindo previsões de escoamento. A abordagem de regionalização do parâmetro  $\phi(M)$ , conforme exemplificado por Ammari et al. (2022), oferece uma perspectiva adicional para a expansão das aplicações do modelo em áreas sem monitoramento direto, consolidando sua utilidade em contextos hidrológicos amplos.

### 3.4 Conclusões

O método de Chiu através dos coeficientes  $\phi(M)$  e  $M$  é uma ferramenta eficiente para representar as condições hidrodinâmicas em diferentes escalas espaciais em rios do semiárido brasileiro.

Na escala de seção transversal, o coeficiente  $M$  demonstrou alta sensibilidade às condições geométricas e hidráulicas locais. O coeficiente  $\phi(M)$  mostrou-se mais estável em todas as escalas analisadas, destacando-se como uma métrica robusta para estimativas de vazão nas três escalas estudadas.

Na escala de trecho de rio, foi possível observar um leve aumento na variabilidade de  $M$ , com valores médios próximos a 2,68 e maior dispersão em rios com maiores sinuosidade ou seções próximas a bifurcações. O coeficiente  $M$  manteve-se relativamente consistente em trechos homogêneos, como os rios Groaíras e Jaibaras, corroborando estudos prévios que indicam sua estabilidade em canais largos e profundos.

Na escala de bacia hidrográfica, os resultados indicaram que  $M$  apresenta maior sensibilidade a condições geomorfológicas, tornando-se mais heterogêneo à medida que incorpora dados de seções hidrodinâmicas distintas. A progressiva ampliação da variabilidade em  $M$  ao longo das escalas foi acompanhada por um aumento no desvio padrão, que atingiu 1,71 em escala de bacia, enquanto  $\phi(M)$  se manteve próximo de  $\pm 0,09$ , confirmando sua adequação para estudos em escalas maiores.

Tanto a calibração como a validação do modelo mostraram-se de alta eficácia, com NSE acima de 0,65 em todas as seções analisadas. Nestas seções transversais, a consistência do ajuste do coeficiente  $M$  comprovou a capacidade do modelo em reproduzir padrões históricos, apesar de oscilações pontuais. Na escala de trecho de rio, o modelo apresentou bom desempenho geral. Na escala da bacia hidrográfica, a calibração do  $\phi(M)$  permitiu uma melhor homogeneização dos dados, permitindo sua aplicabilidade para áreas sem monitoramento direto, reforçando sua eficiência em previsões de escoamento.

A abordagem apresentada demonstra que, embora seja desafiador utilizar um único coeficiente para representar toda a área de estudo,  $\phi(M)$  mostrou-se uma alternativa viável devido à sua estabilidade e baixa sensibilidade às variações geométricas. O trabalho confirma a viabilidade do método de Chiu para estudos de hidráulica de canais e reforça a importância de calibração e validação rigorosas a fim de garantir a representatividade dos coeficientes em diferentes condições hidrodinâmicas.

## **4 ETAPA II - EFICIÊNCIA NA MEDIÇÃO DE VAZÃO EM RIOS: COMBINAÇÃO DO MÉTODO DE CHIU COM TÉCNICAS DE VELOCIMETRIA POR IMAGENS DE PARTÍCULAS**

### **4.1 Introdução**

Rios intermitentes representam mais de 50% da rede fluvial global, incluindo cursos d'água de baixa ordem (Messenger et al., 2021). Esses corpos hídricos estão geralmente localizados em regiões áridas ou semiáridas, tornando-os mais vulneráveis no que diz respeito ao atendimento de múltiplas demandas hídricas. No semiárido brasileiro, essa vulnerabilidade é agravada pelo aumento gradual da escassez de água, impulsionado pela redução na disponibilidade hídrica (Araújo; Bronstert, 2016; Figueiredo et al., 2016), aumento da demanda por água (Medeiros; Sivapalan, 2020) e pelas mudanças climáticas (Gondim et al., 2018). Nessa região, rios intermitentes desempenham um papel crucial na conectividade hidrológica para recarga de reservatórios, formando uma estrutura complexa de abastecimento de água. Esses canais naturais abertos também são importantes na regulação da vazão para o abastecimento de populações dispersas por meio de uma densa rede de reservatórios (Mamede et al., 2012).

Nesse contexto, o monitoramento das variáveis hidrológicas de rios em regiões com disponibilidade hídrica limitada deve ser ainda mais rigoroso. A vazão é uma das variáveis hidrológicas mais importantes em uma bacia hidrográfica (Uliana et al., 2015). Segundo Depetris (2021), o monitoramento da vazão em rios é uma ferramenta importante para interpretar as mudanças que ocorrem nas bacias de drenagem e as perdas de trânsito nos rios. A modernização das redes de monitoramento de vazão deve ocorrer, utilizando técnicas como o aprimoramento da modelagem precipitação-vazão (Anderson; McDonnell, 2005), sensoriamento remoto, instrumentação acústica Doppler (Fulton; Ostrowski, 2008; Herschy, 2008; Merz, 2010; Morgenschweis, 2010; Gravelle, 2015; Welber et al., 2016; Moramarco et al., 2017), velocimetria por rastreamento de partículas (PTV) (Tauro et al., 2014; Tauro; Salvatori, 2017) ou velocimetria por imagem de partículas em larga escala (LSPIV) (Fujita et al., 1998; Lee et al., 2010; Huang et al., 2018; Hutley et al., 2023).

Essas alternativas são especialmente valiosas para redes hidrometeorológicas com infraestrutura limitada, pois permitem a complementação de dados de vazão utilizando câmeras de baixo custo (Muste, Ho e Kim, 2011; Dal Sasso et al., 2018; Perks et al., 2020) ou drones (Detert, Johnson e Weitbrecht, 2017; Dal Sasso et al., 2018; Eltener, Sadermann e Grundman, 2020; Bahmapouri et al., 2021; Dal Sasso, Pizarro e Manfreda, 2021). A precisão do LSPIV na

estimativa de descarga depende diretamente da correta caracterização da seção transversal do rio. Irregularidades geométricas, mudanças morfológicas durante cheias e erros na medição do nível da água afetam a conversão da velocidade superficial em velocidade média, resultando em incertezas na estimativa da descarga (Fujita, Muste e Kruger, 1998; Muste et al., 2008).

No estudo de Hutley et al. (2023), medições de descarga utilizando velocimetria superficial (Hydro-STIV) apresentaram erros relativos variando de 5% a 15%, os quais foram reduzidos para 5% a 10% com o uso de aprendizado de máquina. Da mesma forma, Lee et al. (2010) obtiveram estimativas com erro máximo de 5% utilizando um sistema experimental de vídeo com LSPIV. Esses estudos enfatizam que a precisão da técnica depende fortemente da qualidade das imagens capturadas, sendo afetada por fatores como iluminação inadequada, reflexos, sombras, baixa textura da superfície, mudanças morfológicas na seção transversal, bem como o posicionamento da câmera e a distribuição dos pontos de controle. O pré-processamento das imagens também é essencial para corrigir distorções e melhorar a detecção dos traçadores, mesmo quando são utilizadas técnicas avançadas de processamento.

Além disso, algoritmos de entropia máxima têm se mostrado uma solução eficaz para melhorar a estimativa de vazão fluvial (Farina et al., 2014; Vyas; Perumal; Moramarco, 2020). O conceito de entropia é amplamente aplicado para prever distribuições de velocidade e outros parâmetros em escoamento em canais abertos (Chiu, 1989; Sterling; Knight, 2002). Estudos como os de Moramarco e Singh (2010) exploraram a relação entre o parâmetro de entropia e as características geométricas e hidráulicas dos canais. O método de Chiu relaciona as características hidrodinâmicas dos rios a um coeficiente de entropia, fornecendo uma conexão físico-matemática com a velocimetria por imagem. Nesse sentido, combinar o método da entropia máxima com técnicas de medição de velocidade superficial por imagem deve oferecer uma abordagem promissora para a medição de vazão, especialmente em regiões como o semiárido brasileiro, onde ainda há poucos estudos sobre o tema.

O método desenvolvido por Chiu (1989) é uma abordagem inovadora para modelar a distribuição de velocidade em canais abertos, baseado em uma estrutura probabilística combinada com o conceito de entropia máxima e dados de geometria da seção transversal. A distribuição de velocidade é expressa como uma função logarítmica de uma coordenada curvilínea, o que permite o ajuste de diferentes padrões de perfil de velocidade (Chiu; Said, 1995; Fulton; Ostrowski, 2008; Moramarco et al., 2019; Vyas et al., 2021). O método também inclui uma técnica de ajuste de parâmetros que combina o modelo teórico com dados experimentais, permitindo uma calibração eficiente mesmo com dados limitados.



Segundo Chiu (1988), em rios largos, onde o escoamento pode ser tratado como unidimensional, a velocidade máxima geralmente ocorre na superfície da água (Araújo; Chaudhry, 1998; Chiu; Tung, 2002; Corato et al., 2011; Moramarco et al., 2017; Araújo, Simões e Porto, 2022). Em rios estreitos, no entanto, a velocidade máxima tende a ocorrer abaixo da superfície. Essa diferença resulta da influência combinada da rugosidade das margens, declividade do canal e formato da seção transversal, fatores que afetam diretamente as correntes secundárias e a distribuição da velocidade. Assim, a aplicação do método de Chiu pode melhorar a qualidade dos processos de aquisição de dados, reduzindo o tempo de coleta e proporcionando medições mais precisas e confiáveis. Embora o LSPIV exija boa visibilidade e condições adequadas de iluminação, é considerado uma técnica relativamente simples e de baixo custo para medir a velocidade superficial em rios (Muste et al., 2011). Portanto, o uso do LSPIV como método de medição de vazão para o monitoramento de rios é altamente promissor.

Portanto, o objetivo foi avaliar a eficiência da combinação entre a Velocimetria por Imagem de Partículas em Larga Escala (LSPIV) e o método de entropia de Chiu (1988), considerando duas abordagens diferentes, ambas comparadas com um método de referência baseado em medições com dispositivos ADV.

## **4.2 Materiais e Métodos**

### ***4.2.1 Área de estudo***

Localizada na região semiárida do Brasil, a Bacia Hidrográfica do Rio Acaraú (BHRA) se estende por aproximadamente 14.000 km<sup>2</sup>, representando 10% do território do estado do Ceará. Com 15 reservatórios estratégicos, a bacia atende às demandas hídricas de 28 municípios (Ceará, 2009). As vazões médias anuais da BHRA variaram de 0,223 m<sup>3</sup>/s a 8,191 m<sup>3</sup>/s. Com um coeficiente de variação de 160,25% entre as vazões analisadas, a bacia apresenta alta variabilidade espacial na descarga.

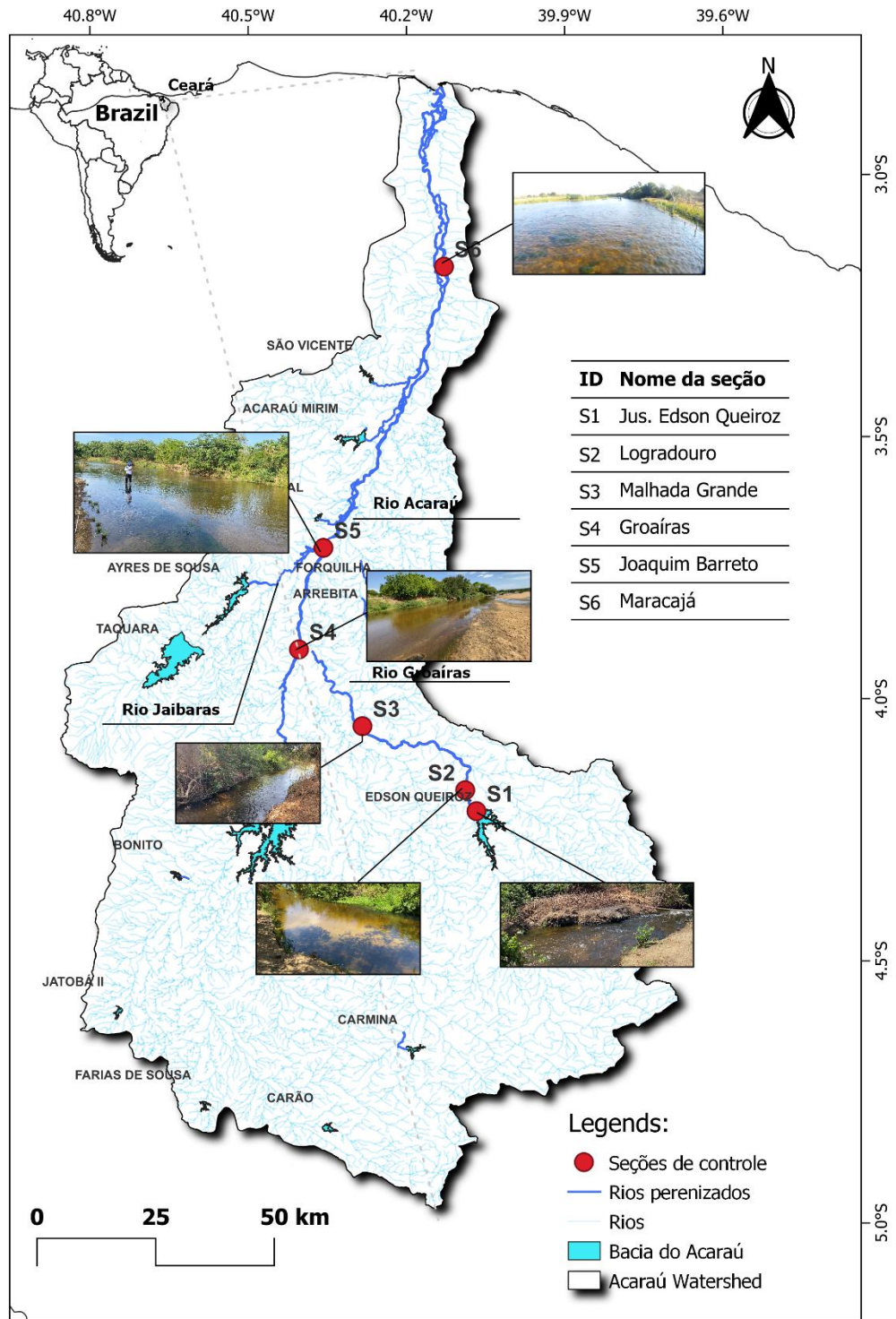
O clima da Região Hidrográfica da BHRA é predominantemente quente ao longo do ano, com altas temperaturas e baixas amplitudes térmicas, além de um regime pluviométrico irregular e alta radiação solar, o que contribui para elevadas taxas de evaporação. De acordo com a classificação climática de Köppen no Brasil, conforme descrito nos estudos de Alvares et al. (2013) e Muniz et al. (2017) para o estado do Ceará, a Bacia do Acaraú pode ser classificada em dois tipos climáticos: tropical com inverno seco (Aw), caracterizado por

temperaturas médias acima de 18°C, uma estação seca no inverno e chuvas concentradas no verão, comumente encontrado em regiões tropicais costeiras, e semiárido quente (BSh). Na porção sul da região, predomina o clima semiárido quente (BSh), com temperatura média anual acima de 18°C, baixa umidade e precipitação insuficiente para sustentar vegetação densa, sendo esse o tipo predominante.

A região também é caracterizada por uma precipitação anual que varia entre 800 e 1000 mm, distribuída de forma irregular entre janeiro e maio, e uma alta taxa de evaporação, variando de 2000 a 2500 mm (Almeida et al., 2007). A área é predominantemente composta por rochas cristalinas, o que dificulta a recarga dos aquíferos subterrâneos. Em termos de tipos de solo, predominam os luvisolos, neossolos litólicos e planossolos (COGERH, 2016), geralmente rasos e de baixa permeabilidade.

A área de estudo abrangeu seis seções fluviais (Figura 28) localizadas dentro da Bacia Hidrográfica do Rio Acaraú, cuja nascente principal situa-se no município de Monsenhor Tabosa, a aproximadamente 800 metros de altitude, no nordeste do Brasil. Dessas, seis seções foram selecionadas para análise de medições de vazão utilizando os métodos propostos neste estudo. Duas campanhas de medição de vazão foram realizadas: a primeira em setembro de 2023 e a segunda em novembro de 2024.

Figura 29 - Mapa da localização das seções de medição de vazão na Bacia do Rio Acaraú, CE.



### 4.2.2 Abordagem Metodológica

Neste estudo, foram aplicadas três abordagens metodológicas distintas para estimar a velocidade de superfície e medir a vazão em seções transversais de rios.

A primeira abordagem utilizou o dispositivo FlowTracker I, da Sontek — um Velocímetro Acústico Doppler (ADV) portátil, capaz de medir a velocidade da água em três dimensões com alta precisão ( $\pm 1\%$  ou  $\pm 0,25$  cm/s), sendo particularmente adequado para seções rasas e condições de fluxo complexas. As medições realizadas com o FlowTracker foram combinadas com o Método do Flutuador (FM), que serviu como referência tanto para a velocidade de superfície quanto para a vazão.

A segunda abordagem aplicou a Velocimetria por Imagem de Partículas em Grande Escala (LSPIV) juntamente com o método da entropia de Chiu (1988), implementado por meio de um software de código aberto desenvolvido por Patalano, García e Rodríguez (2017), para estimar tanto a velocidade de superfície quanto a vazão.

Por fim, a terceira abordagem combinou o LSPIV com o método de Chiu e refinou ainda mais as estimativas de vazão incorporando o modelo de distribuição hidrodinâmica elíptica proposto por Corato, Moramarco e Tucciarelli (2011).

O método de Chiu (1991) baseia-se na distribuição das velocidades do escoamento utilizando uma abordagem probabilística fundamentada no conceito de entropia. O modelo probabilístico desenvolvido por Chiu permite expressar a velocidade média ( $\bar{u}$ ) como função da velocidade máxima ( $u_{max}$ ), conforme demonstrado por Moramarco e Singh (2001). De acordo com Chiu e Said (1995), a relação entre a velocidade média e a velocidade máxima pode ser representada pela seguinte equação:

$$\bar{u} = \phi \cdot u_{max} \quad \text{Eq. (42)}$$

Chiu e Tung (2002) e Xia (1997) observaram que o parâmetro  $M$  permanece constante quando o coeficiente  $\phi$  se estabiliza com base nos pares  $(\bar{u}, u_{max})$ . Além disso, concluíram que o parâmetro  $M$  é específico para cada seção de canal e não varia com a vazão ou com a profundidade da água. Essa característica permite uma estimativa precisa da vazão utilizando apenas algumas medições de velocidade (Farina et al., 2014).

Para aplicar o método de Chiu (1989) neste estudo, foi necessário estimar a velocidade máxima ( $u_{max}$ ) utilizando a abordagem indireta proposta por Vyas, Perumal e Moramarco (2021). Adicionalmente, o coeficiente  $\phi$  foi calibrado e validado posteriormente.

A calibração de  $\phi$  foi realizada utilizando 50% dos maiores valores observados de vazão, selecionados alternadamente ao longo da série histórica de dados. O valor ótimo de  $\phi$  foi determinado pela minimização do erro quadrático médio (RMSE) entre as vazões observadas (Q) e simuladas (Qs), ajustado após a otimização com o uso da função minimize da biblioteca SciPy. Foi empregado o algoritmo BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), adequado para a minimização de funções não lineares diferenciáveis, baseado em aproximações da matriz Hessiana ao longo das iterações (Virtanen et al., 2020; Nocedal; Wright, 2006).

A validação foi realizada utilizando os 50% restantes dos dados observados, com o objetivo de avaliar a adequação do valor calibrado de  $\phi$  (M). Para verificar a eficiência tanto na calibração quanto na validação, utilizou-se o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE), métrica amplamente aplicada para avaliar a precisão do ajuste entre Q e Qs ao longo da série histórica.

Para aplicar o método de Chiu (1989) neste estudo, foi necessário estimar a velocidade máxima ( $u_{max}$ ) utilizando a abordagem indireta proposta por Vyas, Perumal e Moramarco (2021). Além disso, os valores de  $\phi$  e M foram estimados indiretamente no ponto de maior profundidade da seção transversal. A adaptação desses valores de velocidade máxima foi viabilizada com base em dados de medições de vazão coletados pela Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos (COGERH) entre 2017 e 2022 em dois rios localizados na Bacia do Acaraú, no Nordeste do Brasil. Assim, com a estimativa do coeficiente  $\phi$ , foi possível aplicar as abordagens seguintes.

#### *4.2.2.1 Medição da Velocidade de superfície e da Vazão – Método I*

Para medir a velocidade de superfície nas seções transversais monitoradas, foi adotado o Método do Flutuador (FM). Este método consiste em determinar a velocidade de um objeto flutuante cronometrando o tempo que ele leva para percorrer uma distância conhecida do rio (Santos et al., 2001).

Embora o flutuador se mova à mesma velocidade da superfície da água devido ao seu baixo peso, ele é altamente suscetível à ação do vento. Na ausência de ventos fortes, o FM mede apenas a velocidade da água na superfície. Por essa razão, o coeficiente de Chiu deve ser aplicado para estimar a velocidade média em toda a seção transversal. No entanto, neste estudo, o FM foi utilizado como complemento aos dados de superfície obtidos com o dispositivo FlowTracker I, uma vez que o modelo empregado não permite medições diretas de velocidade na superfície.

A velocidade de superfície foi determinada cronometrando o tempo de deslocamento do flutuador em uma distância previamente definida, conforme ilustrado na Figura 30. Foram realizadas três medições, posicionando o flutuador o mais próximo possível do eixo central da seção transversal. Entre essas medições, foi considerada para análise a maior velocidade registrada.

Figura 30 - Medição da velocidade de superfície utilizando flutuadores.



a) Flutuadores esféricos; b) Deslocamento das esferas flutuantes em distâncias predeterminadas.

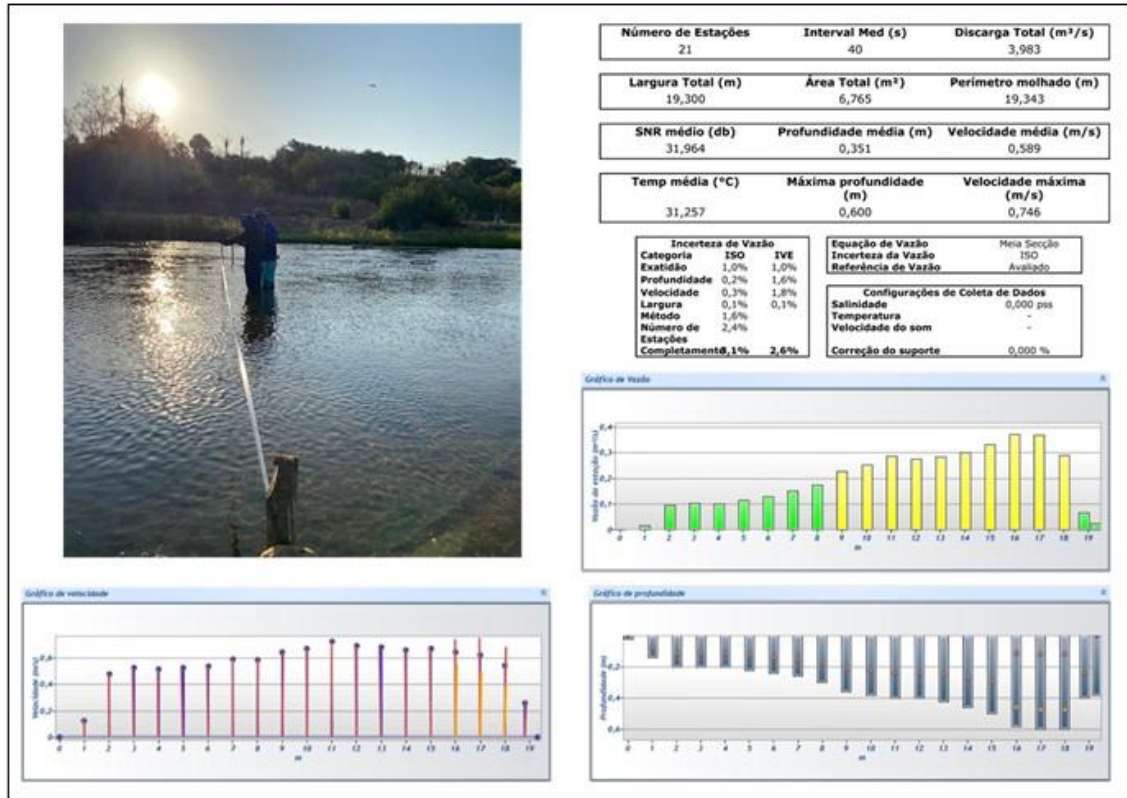
Para cada valor de velocidade média medido em cada estação com o dispositivo ADV, uma velocidade de superfície foi extrapolada com base na relação entre a velocidade média e a velocidade de superfície obtida por meio do Método do Flutuador (FM), utilizando como referência a maior velocidade média registrada na seção transversal analisada. Dessa forma, foi possível extrapolar os dados de velocidade de superfície a partir dos dados de velocidade média medidos pelo ADV.

A medição de vazão de referência foi realizada utilizando o dispositivo FlowTracker I, um instrumento do tipo ADV, que determinou a vazão total nas seções transversais do rio. Esse método foi adotado como referência para os outros dois métodos de medição de vazão (Método II e Método III). O procedimento de medição seguiu o método das seções intermediárias (mid-section method), no qual os pontos de medição são distribuídos ao



longo de linhas verticais ou subseções, com profundidades e distâncias conhecidas em relação à margem do rio (Figura 31).

Figura 31 - a) Medição de vazão utilizando um dispositivo baseado em ADV (FlowTracker); b) Relatório gerado pelo Flow Tracker após a coleta de dados em campo.



Fonte: Adapted from SONTEK (2024).

A vazão ( $Q$ , em  $\text{m}^3/\text{s}$ ) do rio em cada seção transversal analisada foi determinada somando-se o produto da velocidade média ( $\bar{u}_i$ , in  $\text{m/s}$ ) pela área parcial de cada perfil de medição, conforme ilustrado na Eq. (01). A área ( $A_i$ , em  $\text{m}^2$ ) foi obtida por meio do ADV e serviu como referência para o cálculo da vazão.

$$Q = \sum_{i=0}^n (\bar{u}_i \cdot A_i) \quad \text{Eq. (43)}$$

#### 4.2.2.2 Aplicação da Técnica de Velocimetria por Imagem de Partículas em Grande Escala (LSPIV)

A técnica de Velocimetria por Imagem de Partículas em Grande Escala (LSPIV) permite a medição da velocidade da água na superfície por meio da análise de imagens. O sistema utiliza câmeras de vídeo para capturar imagens da superfície da água, aplicando

métodos de correlação cruzada para estimar o deslocamento de traçadores naturais — como padrões de turbulência, ondulações, folhas e galhos — entre imagens sucessivas, resultando na distribuição da velocidade superficial.

Para escalonar as imagens digitais para medidas reais, foram instalados marcadores de campo, e as distâncias entre eles foram registradas. Além disso, foi montada uma plataforma fixa para minimizar tremores na imagem causados por manuseio inadequado da câmera.

A aquisição de dados para a medição da velocidade seguiu as seguintes etapas: pré-processamento (configuração e posicionamento da câmera), instalação e aquisição dos Pontos de Controle em Campo (GCP), processamento das imagens e pós-processamento.

Para capturar as imagens utilizadas na aplicação do LSPIV, uma câmera montada em um tripé foi instalada na lateral de cada seção transversal do rio (Figura 32a). A câmera foi configurada para gravar vídeos com duração de 2 minutos, com um ângulo azimutal e de inclinação entre o fluxo superficial e a perspectiva da câmera de aproximadamente  $60^\circ$  (Figura 32b).

Figura 32 - a) Suporte móvel para captura de imagens. b) Perspectiva da câmera a partir da instalação no suporte, com ângulo de visão lateral de  $60^\circ$ .

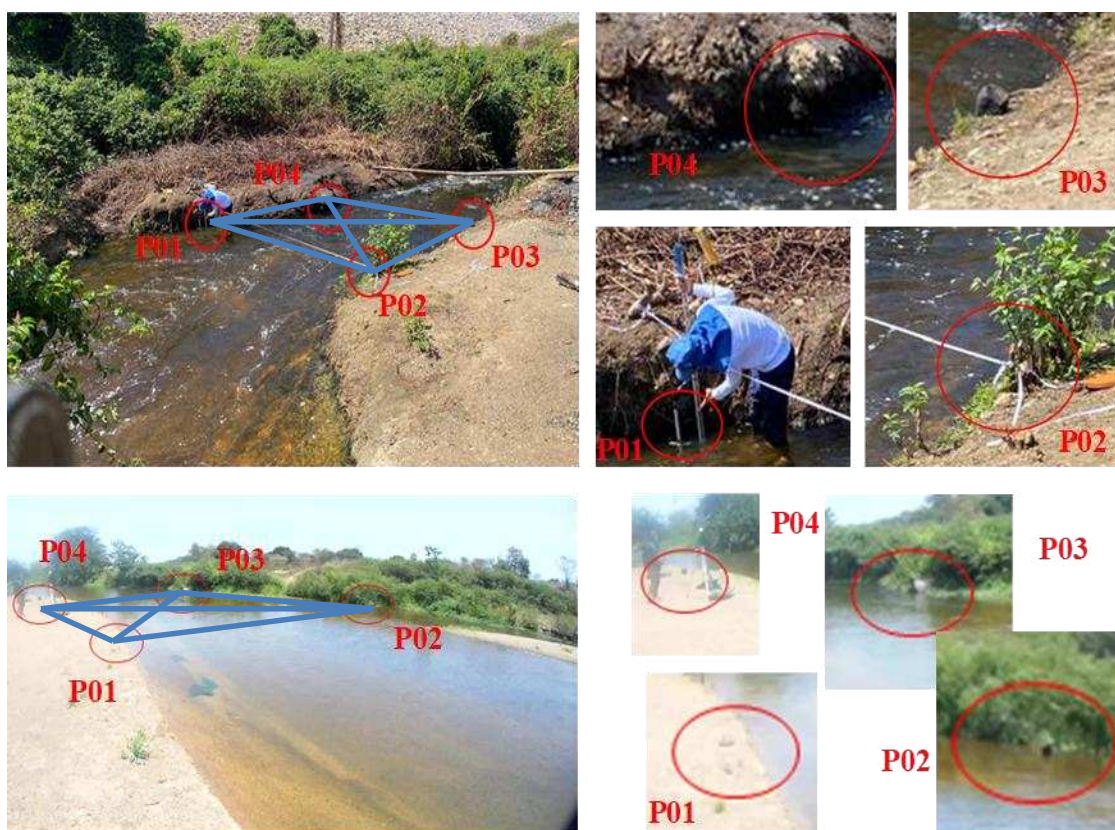


Para o processamento das imagens em coordenadas reais, foram aplicadas no campo técnicas de escalonamento utilizando Pontos de Controle em Campo (GCPs). Devido à visão oblíqua proporcionada pela lente da câmera em relação à imagem capturada, foram utilizados quatro GCPs, cujas distâncias entre si foram medidas com fita métrica ou determinadas por meio do processamento de coordenadas coletadas no local. Esse procedimento permitiu a definição de segmentos de reta entre os GCPs, gerando seis distâncias entre os pontos de controle (P01 - P02, P02 - P03, P03 - P04, P04 - P01, P01 - P03 e P02 - P04).



É importante destacar que todos os quatro Gcps devem ser posicionados no mesmo nível da água e numerados sequencialmente no sentido anti-horário (Patalano; García; Rodríguez, 2017). Os Gcps foram marcados com materiais disponíveis no local, como galhos, pedras, garrafas ou qualquer outra estrutura que pudesse ser identificada ou destacada nas imagens. Esses marcadores foram distribuídos ao longo das margens do rio (Figura 33).

Figura 33 - Identificação e medição das distâncias entre os Pontos de Controle em Campo (GCP) localizados ao longo das margens das seções de medição.



As gravações em vídeo do escoamento superficial nas seções transversais foram capturadas utilizando a câmera de um smartphone (iPhone 11), com resolução de imagem ajustada para 1280 x 720 pixels (HD) e taxa de quadros de 30 quadros por segundo. Para cada medição de velocidade em cada seção analisada, foram realizadas gravações de 15 segundos. Essas gravações foram então divididas em quadros em escala de cinza, estabilizadas e ortorretificadas utilizando o software RIVeR, versão 2.6.

O processamento das imagens foi realizado por meio dos aplicativos PIVlab (Thielicke; Stamhuis, 2014) e PTVlab (Brevis et al., 2011), integrados à interface gráfica do usuário (GUI) do RIVeR, a qual interliga sistematicamente as funções do LSPIVlab e do

PTVlab. Durante o pré-processamento das imagens, foi aplicada a técnica CLAHE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) para aprimorar o contraste das imagens dentro de uma janela de análise (área onde será estimado o deslocamento das partículas de uma imagem para outra por meio de correlação cruzada), ajustada para 64 pixels. O algoritmo de processamento Fast Fourier Transform (FFT) foi selecionado para melhorar o desempenho da correlação cruzada.

Em seguida, foi realizado o pós-processamento das imagens, com ajustes nos limites dos filtros de desvio padrão, filtros de limite de magnitude para os vetores, interpolação de dados ausentes, análise de velocidades-limite, entre outras configurações para refinamento dos vetores de velocidade na imagem.

Após o processamento e o pós-processamento no PIVlab, os dados de velocimetria foram ortorretificados com base nas medições entre os Gcps. Os dados foram então ajustados com informações geométricas das seções, filtrando os vetores de velocidade que interceptavam apenas a linha correspondente à seção transversal analisada. Esse processo resultou na extração dos vetores de velocidade superficial de interesse para cada seção. O processamento e o coprocessamento dessas imagens foram utilizados para estimar a velocidade de superfície e a vazão nos Métodos II e III.

#### *4.2.2.3 Medição da Velocidade de Superfície e da Vazão – Método II*

Com base no processamento das imagens, foi possível obter a distribuição das velocidades de superfície para cada seção transversal analisada. As estimativas de velocidade superficial em cada seção foram posteriormente utilizadas para estimar a vazão por meio do Método II. Para cada vetor de velocidade superficial extraído pelo processamento LSPIV, aplicou-se um coeficiente de correção ( $\phi$ ) para estimar a velocidade média ( $\overline{u}$ ) e, consequentemente, a vazão de cada seção. Esse coeficiente tem origem no modelo de escoamento proposto por Chiu (1989), no qual a distribuição de velocidades é influenciada pela velocidade máxima.

A quantificação da razão de aspecto (B/D), definida como a razão entre a largura da seção e sua profundidade, é essencial para simplificar os fenômenos complexos do escoamento em rios. Ferro (2003) demonstrou que a influência lateral do canal diminui à medida que se afasta do eixo central em direção às margens, e os efeitos das paredes laterais tornam-se insignificantes para valores de B/D acima de 5,5, quando a distribuição de velocidade passa a seguir uma lei logarítmica. Rajaratnam e Muralidhar (1969) encontraram valores de

B/D superiores a sete, confirmando que, em canais largos, a distribuição de velocidade segue um perfil logarítmico. De modo semelhante, Tracy e Lester (1961) observaram que a profundidade se torna irrelevante para  $B/D > 5$ . Assim, quando a razão B/D é menor, obstáculos influenciam a distribuição da velocidade, mas, à medida que essa razão aumenta, a influência das margens laterais diminui, resultando em uma distribuição exponencial da velocidade.

Chiu (1988) também classificou os rios como largos ou estreitos com base na razão B/D, utilizando esse parâmetro para caracterizar a distribuição de velocidade e a posição da velocidade máxima. Segundo Chiu, em rios estreitos (tipicamente  $B/D < 10$ ), a velocidade máxima tende a ocorrer abaixo da superfície da água. Esse efeito é mais acentuado quando a rugosidade (coeficiente de Manning) é baixa e a declividade do canal é acentuada.

Além disso, Chiu (1988) observou que, à medida que a razão B/D diminui, a posição da velocidade máxima desloca-se progressivamente para regiões mais profundas do escoamento. Por outro lado, em rios largos (tipicamente  $B/D > 10$ ), a velocidade máxima ocorre na superfície da água. Em canais largos e rios naturais com altas razões B/D, a velocidade máxima tende a permanecer na superfície devido à atenuação dos efeitos do escoamento secundário. Esses achados têm implicações importantes para a modelagem hidráulica e para a compreensão do comportamento da velocidade em diferentes tipos de rios.

Neste estudo, as características geométricas das seções transversais analisadas indicam uma tendência de ocorrência da velocidade máxima na superfície livre. Assim, no Método II, a estimativa da vazão é calculada com base na suposição de que, segundo Chiu (1988), a velocidade máxima ocorre na superfície livre da seção.

De acordo com Chiu, Hsu e Tung (2005), a aplicação da equação de distribuição de velocidades pode ser associada a coeficientes suficientemente estáveis, permitindo a estimativa da vazão sob diversas condições a partir de dados de velocidade. Essa relação foi aplicada tanto em seções regulares (canais artificiais) quanto em seções irregulares (rios e córregos naturais), abrangendo uma ampla faixa de vazões sob condições de escoamento permanente e não permanente. Os resultados demonstraram consistentemente excelente correlação entre os pares  $(\bar{u}, u_{\max})$  coletados em seções fluviais, possibilitando estimativas confiáveis de vazão (Chiu; Tung, 2002).

Portanto, o coeficiente de Chiu ( $\phi$ ) é estimado com base na Eq. (01), a partir da razão entre os pares  $(\bar{u}, u_{\max})$ , e aplicado posteriormente na Eq. (03) – Equação da Continuidade – e na Eq. (04) para estimar a vazão em cada seção, com base na velocidade de superfície capturada por meio do LSPIV.

$$Q = \phi \cdot u_{\max} \cdot A \quad \text{Eq. (44)}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n (\phi \cdot u_{LSPIV} \cdot A_i) \quad \text{Eq. (45)}$$

Em que:  $\phi$  é o coeficiente de Chiu;  $u_{LSPIV}$  é a velocidade de superfície (m/s) registrada pelo LSPIV na seção;  $A$  é a área da seção transversal medida (m<sup>2</sup>);  $u_{max}$  são os dados de velocidade máxima medidos (m/s).

#### 4.2.2.4 Medição da Velocidade de Superfície e da Vazão – Método III

A distribuição da velocidade de superfície na abordagem entrópica pode ser baseada em cenários de distribuição elíptica ou parabólica, desenvolvidos por Corato, Moramarco e Tucciarelli (2011). A primeira, a distribuição elíptica da velocidade de superfície, é considerada, segundo Moramarco et al. (2013), mais adequada para rios classificados como "largos". A equação elíptica utilizada para descrever o perfil de velocidades em uma seção transversal de rio é uma forma empírica comum, frequentemente aplicada em modelos hidráulicos. A equação elíptica utilizada neste estudo pode ser expressa como:

$$u_{max}(xv) = u_{maxs} \sqrt{1 - \left(\frac{xv}{xh}\right)^2} \quad \text{Eq. (46)}$$

Em que: ( $x_h$ ) representa a distância a partir da margem esquerda ou direita do rio ao longo da vertical, em referência ao eixo  $y$  ( $xv = 0$ ), ao longo do qual a velocidade máxima de superfície -  $u_{maxs}$  é registrada.

#### 4.2.3 Análise Estatística dos Dados

Neste estudo, o desempenho dos métodos de estimativa da velocidade de superfície e da vazão foi avaliado por meio da comparação com medições de referência, utilizando o desvio percentual (DP) e o erro absoluto médio (MAE), calculados para cada uma das seis seções de medição. Além disso, estimou-se o erro relativo médio entre as velocidades de superfície ao longo das margens do rio, comparando-se as distribuições de velocidade obtidas pelos Métodos II e III com o método de referência (Método I).

Para analisar o comportamento dos dados medidos e a eficácia das abordagens propostas, foram realizadas duas campanhas de medição de vazão utilizando as metodologias aqui apresentadas, uma em 2023 e outra em 2024.

### 4.3 Resultados e Discussão

#### 4.3.1 Geometria e Características do Escoamento nas Seções pelo Método de Referência

A Tabela 1 apresenta os resultados da geometria das seções e os dados de vazão para cada seção avaliada, medidos entre 2023 e 2024 nos rios Acaraú e Groaíras, ambos integrantes da Bacia Hidrográfica do Rio Acaraú. As seções apresentaram larguras variadas, oscilando entre 4,6 e 24 metros. A profundidade máxima dos cursos d'água mostrou menor variação entre as seções, com valores entre 0,4 metros (mínima) e 0,9 metros (máxima).

Vale destacar que, em todas as seções analisadas, a razão entre largura e profundidade (razão de aspecto: B/D) foi significativamente superior a cinco, o que reduz a influência das paredes laterais na distribuição da velocidade da água, que, nesse caso, tende a seguir um modelo exponencial (Tracy; Lester, 1961).

As maiores vazões foram observadas na seção 04, enquanto as menores ocorreram na seção 03. Esse resultado era esperado, considerando que a seção 04, localizada no Rio Acaraú, recebe maiores contribuições de fluxo devido à drenagem da bacia hidrográfica a montante, além da influência do Açude Paulo Sarasate, que auxilia na manutenção de níveis mais elevados de escoamento perene. Em contraste, a seção 03, situada no Rio Groaíras, é alimentada exclusivamente pelo Açude Edson Queiroz, que fornece vazões de menor magnitude.

**Tabela 4** - Geometria das seções de medição, velocidade média e vazão obtidas por ADV.

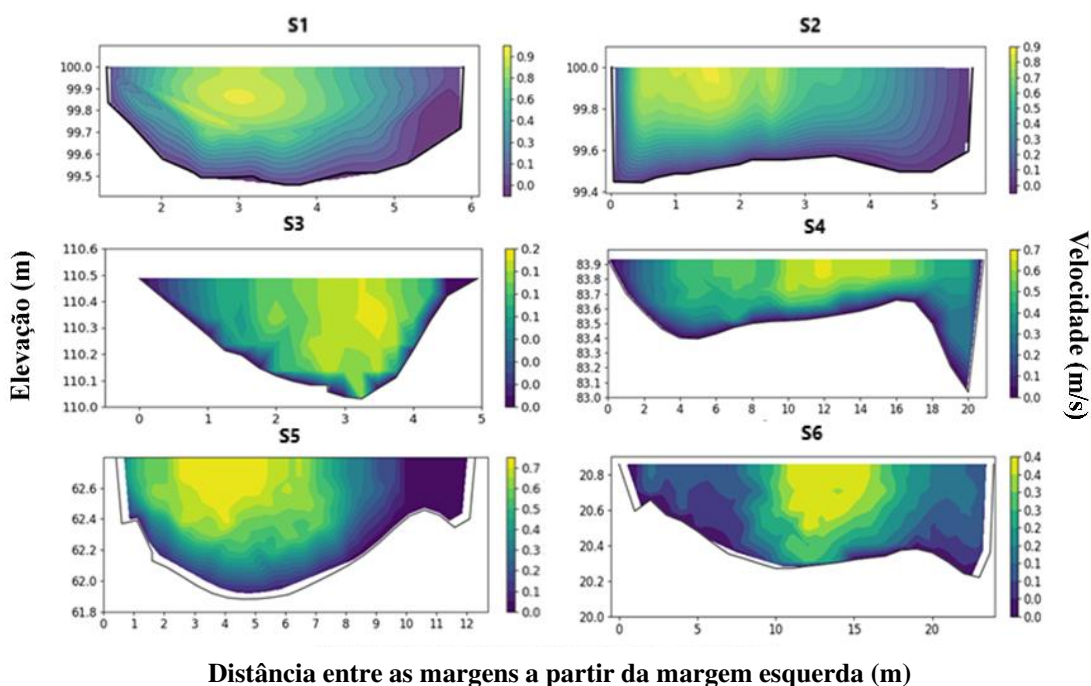
| Seção | B (m) | D (m) | B/D (-) | S <sub>0</sub> | u <sub>max</sub> (m/s) | A (m <sup>2</sup> ) | ū (m/s) | Q (m <sup>3</sup> /s) |
|-------|-------|-------|---------|----------------|------------------------|---------------------|---------|-----------------------|
| S1    | 4,60  | 0,54  | 8,52    | 0,016          | 0,94                   | 2,03                | 0,50    | 1,05                  |
| S2    | 5,60  | 0,50  | 11,20   | 0,003          | 0,68                   | 2,04                | 0,44    | 1,06                  |
| S3    | 4,95  | 0,41  | 12,07   | 0,001          | 0,21                   | 1,16                | 0,16    | 0,19                  |
| S4    | 20,86 | 0,89  | 23,44   | 0,001          | 0,67                   | 8,69                | 0,42    | 3,68                  |
| S5    | 12,7  | 1,02  | 12,45   | 0,003          | 0,74                   | 7,43                | 0,45    | 3,35                  |
| S6    | 23,92 | 0,63  | 37,96   | 0,007          | 0,45                   | 6,17                | 0,40    | 2,47                  |

**Legenda:** B – Largura da seção; D – Profundidade máxima da seção; B/D – Razão de aspecto; A – Área da seção; ū – Velocidade máxima; Q – Vazão.

A Figura 34 apresenta a distribuição da velocidade da água ao longo do perfil das seções de medição, obtida por meio do método ADV. Observou-se que, em 80% das seções analisadas neste estudo, as maiores velocidades ocorreram próximas à superfície da água,

exceto na seção S1, onde a velocidade máxima foi registrada abaixo da superfície. Esse comportamento é consistente com a classificação proposta por Chiu (1986), que relaciona a razão de aspecto (B/D) à posição da velocidade máxima em canais abertos.

Figura 34 – Distribuição de velocidades em diferentes seções transversais dos rios Acaraú e Groaíras, coletadas entre 2023 e 2024.



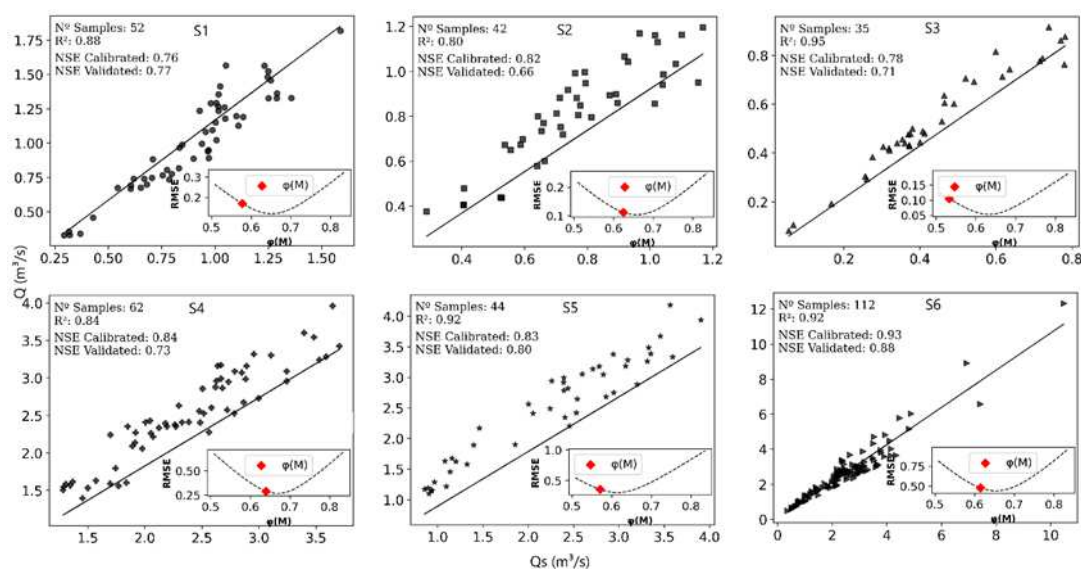
Além disso, verificou-se que as menores velocidades ocorrem próximas ao leito do rio, enquanto as maiores são registradas nas camadas superficiais da seção, indicando uma distribuição de velocidades que segue um perfil logarítmico na direção vertical. Esse comportamento corrobora a hipótese teórica proposta por Prandtl e von Kármán (1925), assim como os resultados de Faruque et al. (2014), que demonstraram a relação entre a velocidade máxima de superfície e a profundidade local sob diferentes condições de rugosidade em canais regulares. No entanto, Araújo (2017) destacam que, em canais naturais, essas distribuições de velocidade frequentemente apresentam padrões não uniformes, tornando esse comportamento menos comum.

#### 4.3.2 Estimativa do Coeficiente de Chiu

Os coeficientes de Chiu ( $\phi$ ) foram determinados com base nos dados de campo medidos utilizando a abordagem de amostras pareadas por seção, considerando a estimativa da velocidade máxima ( $u_{\max}$ ), conforme descrito na subseção anterior. Os valores obtidos, incluindo a vazão observada ( $Q$ ), a vazão simulada ( $Q_s$ ), o erro quadrático médio (RMSE), o

coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) e o coeficiente  $\phi$ , são apresentados na Figura 35.

Figura 35 - Coeficientes de determinação ( $R^2$ ), curva de calibração do RMSE e Eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE) para os intervalos calibrados e validados de  $\phi(M)$  nas seções transversais.



A relação entrópica tem sido testada e avaliada em diversos rios, demonstrando que, para uma mesma seção transversal, o parâmetro de entropia permanece constante mesmo sob diferentes condições de escoamento (Xia, 1997; Corato et al., 2014). Seguindo a mesma lógica, Farina et al. (2014) concluíram que esse parâmetro não varia com o nível da água nem com o tempo, pois constitui uma característica intrínseca da seção, como a geomorfologia e a declividade do leito.

No entanto, Farina et al. (2014) ressaltam que o parâmetro de entropia pode sofrer variações significativas devido a mudanças na distribuição de velocidades e nas condições hidráulicas, especialmente quando ocorrem alterações substanciais na seção transversal do rio. Essas variações geomorfológicas podem estar relacionadas tanto a processos naturais quanto a intervenções antrópicas, como a construção de barragens (Carvalho Neta, 2007). Além disso, a hidrodinâmica de cursos d'água naturais é fortemente influenciada por processos de erosão e deposição, que modificam a rugosidade do leito e o formato do canal, especialmente em trechos não regularizados (Moramarco; Singh, 2010).

A estabilidade do coeficiente entrópico oferece vantagens significativas para o monitoramento de vazão, permitindo medições sem contato direto com a água, o que aumenta a segurança dos técnicos hidrológicos. Estudos como os de Moramarco, Barbetta e Tarpanelli



(2017) mostram que a aplicação desse coeficiente na estimativa de velocidades médias ao longo da profundidade resulta em erros médios inferiores a 12% para velocidades verticais e 6% para a velocidade média do escoamento. Outros trabalhos reforçam ainda mais o potencial dessa abordagem ao utilizarem diferentes dispositivos para medição da velocidade de superfície, como radar (Alimenti et al., 2020), ADCPs (Banhmapouri et al., 2022a) e métodos baseados em imagem (Banhmapouri et al., 2022b), demonstrando resultados promissores para a estimativa precisa de vazões e velocidades médias sob diferentes condições fluviais.

Os coeficientes de entropia ( $\phi$ ) encontrados neste estudo variaram entre 0,53 e 0,64 (ver Figura 34), o que corrobora os achados de Greco e Moramarco (2016). Com base em dados de campo de diferentes estações fluviais, o estudo demonstrou que o parâmetro de entropia pode variar com mudanças na razão de aspecto, mas permanece dentro do intervalo  $0,5 < \phi(M) < 0,8$ . Para Chiu, Jin e Chen (2000), os valores típicos variam de 0,66 a 0,8 em canais naturais.

As seções 1 ( $\phi = 0,58$ ), 2 ( $\phi = 0,62$ ), 4 ( $\phi = 0,64$ ), 5 ( $\phi = 0,57$ ) e 6 ( $\phi = 0,61$ ) ficaram dentro do intervalo  $0,57 < \phi < 0,79$  observado em rios localizados nos estados da Bahia e Sergipe, na região Nordeste do Brasil (Araújo, 2017). No entanto, a seção S3 ( $\phi = 0,53$ ) apresentou valores comparáveis aos observados em rios extremamente largos, variando entre  $0,41 < \phi < 0,61$ , como o Rio Amazonas no Brasil, conforme relatado por Bahmanpouri et al. (2022a).

Chiu, Jin e Chen (2000) demonstraram que valores mais baixos do coeficiente  $\phi$  indicam menor uniformidade na distribuição da velocidade, tornando a seção mais suscetível a variações. Quando  $\phi$  é pequeno, a diferença entre a velocidade média e a velocidade máxima aumenta, refletindo uma distribuição de velocidades mais heterogênea ao longo da seção transversal, o que pode influenciar significativamente a precisão da estimativa de vazão pelo método entrópico.

Conforme mostrado na Figura 34, o número de amostras entre os pares ( $\bar{u}$ ,  $u_{\max}$ ) variou de 35 a 112 nas seções analisadas. Após a calibração e validação de  $\phi$ , observou-se que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) variou entre 0,80 e 0,95 ao se comparar os dados observados de vazão ( $Q$ ) com os dados simulados ( $Q_s$ ). Esses resultados indicam um excelente ajuste do coeficiente  $\phi$  na estimativa da vazão nas seções por meio do método de Chiu adaptado.

#### **4.3.3 Distribuição da Velocidade de Superfície**

Conforme mostrado na Figura 36, os vetores de velocidade máxima gerados pelo Método II – LSPIV foram superestimados nas seções S2, S4 e S6 em comparação com os valores observados, demonstrando um comportamento heterogêneo em relação aos vetores de

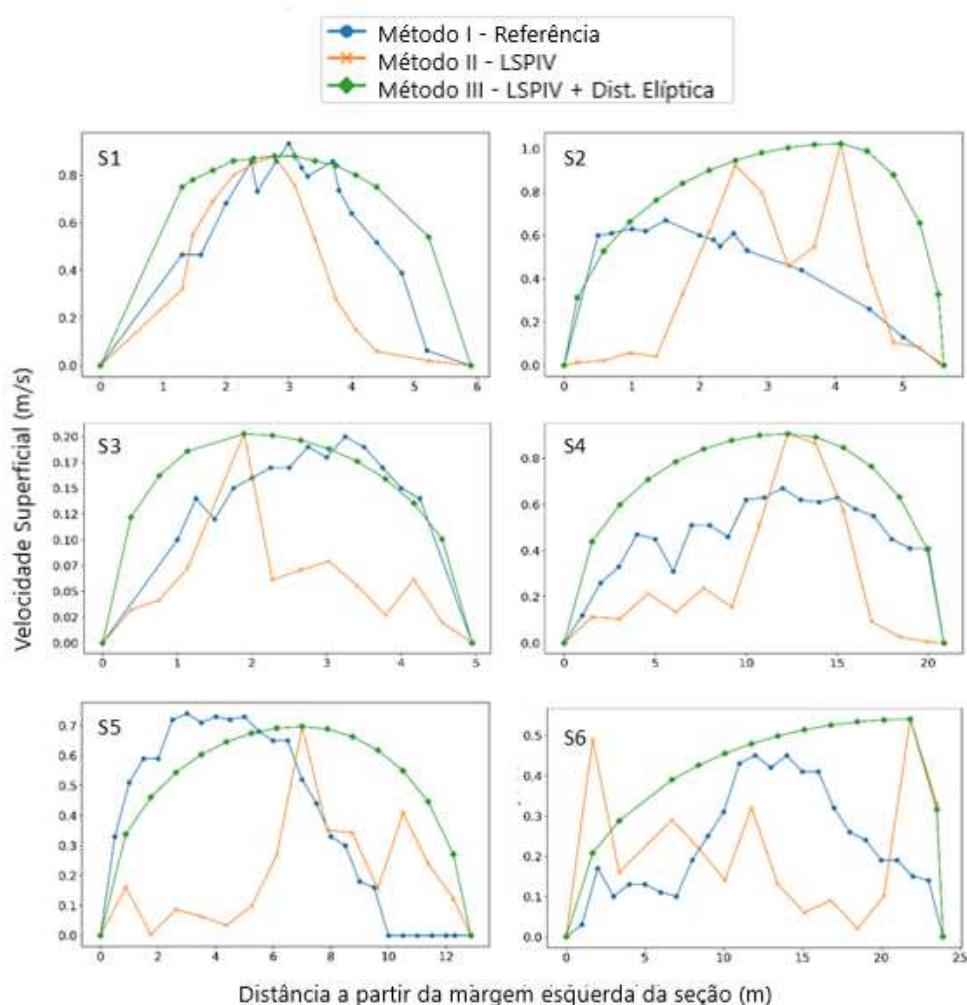


velocidade de superfície. Além disso, foram observados picos de velocidade máxima e uma distribuição anômala de vetores próximos às margens.

Nas seções S3 e S5, a velocidade máxima registrada foi subestimada em relação aos dados medidos. Por outro lado, na seção S1, as intensidades registradas correspondem quase integralmente aos valores de velocidade máxima observados.

No que se refere ao Método III (LSPIV + Distribuição Elíptica), os dados de distribuição de velocidade demonstraram maior precisão, especialmente na captação do perfil de velocidades entre as margens da seção. Isso destaca a contribuição do modelo de distribuição elíptica na minimização de erros e inconsistências na aquisição dos dados, principalmente nas proximidades das margens. No entanto, como a velocidade máxima no Método III também é derivada da técnica LSPIV, os mesmos erros de estimativa observados no LSPIV são transferidos para este método.

Figura 36 - Distribuição das velocidades máximas obtidas por três abordagens: dados medidos diretamente (ADV) – Método I (referência), método LSPIV – Método II, e método LSPIV + Distribuição Elíptica – Método III, em cada seção transversal do rio.





#### 4.3.5 Desempenho dos Métodos de Estimativa de Vazão

A Tabela 5 apresenta os resultados das estimativas de vazão utilizando os dois métodos avaliados para as diferentes seções de medição, comparando-os com o método de referência.

Tabela 5 – Desempenho da estimativa de vazão entre duas abordagens distintas, em comparação com o método de referência.

| Seções  | Data da medição | Método I<br>(m³/s) | Método II<br>(m³/s) | Método III<br>(m³/s) | (II)* <sup>1</sup> | (II)* <sup>2</sup> |
|---------|-----------------|--------------------|---------------------|----------------------|--------------------|--------------------|
|         |                 |                    |                     |                      | DP (%)             | DP (%)             |
| S1      | 1/11/2024       | 1,01               | 1,04                | 0,88                 | 2,97               | -12,87             |
| S2      | 1/11/2024       | 1,06               | 1,29                | 1,14                 | 21,70              | 7,55               |
| S3      | 29/09/2023      | 0,18               | 0,12                | 0,11                 | -33,33             | -38,89             |
| S4      | 28/09/2023      | 3,68               | 5,02                | 4,00                 | 36,41              | 8,70               |
| S5      | 28/09/2023      | 3,35               | 2,95                | 2,47                 | -11,94             | -26,27             |
| S6      | 27/09/2023      | 2,47               | 2,03                | 1,35                 | -17,81             | -45,34             |
| EAM (%) |                 |                    |                     |                      | 20,7               | 23,27              |

\*<sup>1</sup> - Eficiência entre o método de referência e o Método II. \*<sup>2</sup> - Eficiência entre o método de referência e o Método III. DP – Desvio Percentual (%); EAM – Erro Absoluto Médio (%)

De acordo com a Tabela 5, observa-se que o Método II apresentou desvios percentuais na estimativa de vazão variando entre 2,97% e -33,33%, com um erro absoluto médio de aproximadamente 20,7%. Por outro lado, o Método III apresentou variações entre 7,55% e -45,34%, com erro absoluto médio em torno de 23,27%.

A extrapolação das velocidades de superfície considerando uma distribuição do tipo elíptica (Método III) resultou em um aumento nos erros de estimativa de vazão em comparação ao Método II. Esse efeito pode estar relacionado a baixas vazões associadas à geometria da seção, que favorecem a formação de vórtices e zonas de recirculação próximas às margens. A menor profundidade da água junto às margens pode gerar erros de medição e estimativa nessas regiões (Ansari et al., 2023), com elevada variabilidade e subestimação do escoamento superficial (Dal Sasso et al., 2021a).

Nas seções analisadas, as margens frequentemente apresentam zonas de recirculação (com velocidade superficial nula ou quase nula) e formação de vórtices, o que dificulta a modelagem da distribuição de velocidades. Nesse contexto, a extrapolação da vazão utilizando o modelo de distribuição elíptica pode amplificar erros no processo de medição,

tornando-o menos confiável quando aplicado a canais naturais com baixas vazões (entre 0,2 e 3,8 m<sup>3</sup>/s).

De modo geral, o Método II apresentou menor erro absoluto médio e desvios percentuais mais moderados, sugerindo que o uso de um coeficiente entrópico previamente calibrado ( $\phi$ ), combinado com dados de velocidade máxima registrados via LSPIV, representa uma abordagem promissora para o monitoramento de vazão sem contato (Corato et al., 2014; Bahmanpouri et al., 2022; Moramarco; Barbetta; Tarpanelli, 2017). Essa abordagem demonstrou desempenho mais consistente e preciso em relação ao Método III.

Em contrapartida, o Método III apresentou maior variação nos desvios percentuais, incluindo casos de subestimação significativa da vazão, como observado na seção S6. Esses resultados indicam que a combinação LSPIV + Distribuição Elíptica pode ser mais suscetível a erros sob condições de baixa vazão, sendo fortemente impactada pela ausência de traçadores naturais, ausência de semeadura artificial, presença de sombras e posicionamento inadequado da câmera — especialmente quando instalada com ângulo oblíquo e baixa altura.

Segundo Le Coz et al. (2021), a incerteza na medição de vazão por meio do LSPIV está diretamente relacionada à precisão dos Pontos de Controle em Campo (GCPs). A redução dessas incertezas depende não apenas da quantidade de GCPs, mas também de sua distribuição espacial no campo, sendo ambos fatores essenciais para minimizar erros na calibração da câmera e na ortorretificação das imagens aplicadas à velocimetria.

No presente estudo, foram utilizados quatro GCPs para ortorretificação. Segundo Le Coz et al. (2021), esse número pode gerar erros da ordem de 45%, os quais podem ser significativamente reduzidos para menos de 30% com o uso de pelo menos seis GCPs. Esse fator também influencia na variabilidade dos dados de vazão tanto no Método II quanto no Método III.

Outro fator que pode ter influenciado os resultados da Tabela 5 é a presença reduzida ou inexistente de traçadores naturais nas seções analisadas — como folhas, galhos ou padrões de ondulação —, combinada com a ausência de semeadura artificial durante a coleta de dados de escoamento por LSPIV, o que pode ter contribuído para a subestimação ou superestimação dos vetores de velocidade e, conseqüentemente, para imprecisões na estimativa de vazão.

Segundo Dal Sasso et al. (2018), a ausência de semeadura pode comprometer significativamente a qualidade dos dados de velocidade superficial obtidos por técnicas de velocimetria por imagem. O mesmo autor destaca que, em rios com baixa presença de traçadores naturais, é possível mitigar esses efeitos aumentando o número de quadros

analisados, compensando assim a escassez de partículas visíveis.

Além disso, o estudo de Patalano et al. (2017) reconhece que a eficiência dessas técnicas depende da presença de traçadores visíveis na superfície da água, sejam eles naturais ou artificiais. No entanto, o estudo discute estratégias para mitigar essa dependência e melhorar a qualidade dos dados do LSPIV, reduzindo a necessidade de traçadores, embora não elimine a necessidade de padrões visíveis na superfície da água. Uma alternativa já utilizada no RIVeR é a aplicação de filtros como o CLAHE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) para melhorar o contraste da imagem e destacar padrões naturais na superfície da água, bem como o uso de correlação de imagem baseada em Fourier, que pode melhorar a detecção de pequenos padrões na superfície.

Yu, Kim e Kim (2015) enfatiza que o LSPIV enfrenta limitações sob condições de baixa vazão, especialmente quando há poucos traçadores, iluminação insuficiente ou movimentação mínima, resultando em fracas correlações e altos erros na estimativa de velocidade. Como alternativa, o STIV (Spatio-Temporal Image Velocimetry) demonstrou maior eficiência na captação de pequenas variações de escoamento, mesmo com deslocamentos sutis de partículas. Além disso, essa abordagem visualiza padrões de deslocamento ao longo do tempo, reduzindo a dependência de traçadores e oferecendo melhor desempenho em condições adversas, como baixa luminosidade e ruído nas imagens.

A aplicação prática da técnica LSPIV (Velocimetria por Imagem de Partículas em Grande Escala) em campo apresentou desafios significativos relacionados ao ajuste de parâmetros intrínsecos (distância focal, coeficiente de distorção, entre outros) e parâmetros extrínsecos (posição e orientação) das câmeras. Especificamente, as seções de monitoramento propostas não dispunham de estruturas físicas pré-existentes, como pontes ou elevações adequadas para a instalação das câmeras.

Para superar essas limitações, recomenda-se a utilização de mastros com altura suficiente para cobrir todo o campo de escoamento. Essa abordagem deve considerar tanto as condições de cheia, que aumentam a largura do rio, quanto os períodos de estiagem, que a reduzem, garantindo um monitoramento eficaz em diferentes cenários hidrológicos.

Para aprimorar a aplicação da técnica LSPIV, é essencial padronizar e validar os algoritmos de processamento de imagem que, durante o pré-processamento, avaliem a viabilidade da análise do escoamento superficial na ausência de traçadores. Caso seja necessária a presença de traçadores, esses algoritmos devem determinar a densidade adequada para garantir medições mais precisas.

Para reduzir as incertezas relacionadas à ortorretificação das imagens, é

fundamental calibrar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos durante as etapas de pré-processamento. A integração dessa funcionalidade diretamente na interface gráfica (GUI) permite um processo de calibração mais intuitivo e eficiente. Para isso, podem ser utilizadas ferramentas baseadas na biblioteca OpenCV ou outros softwares de código aberto. O OpenCV, por exemplo, fornece funcionalidades robustas para a calibração de câmeras, permitindo a correção de distorções e a obtenção precisa dos parâmetros.

O estudo de Le Coz et al. (2021) aborda a incerteza na ortorretificação de imagens para medições de vazão baseadas em vídeo e investiga a influência do número e da precisão dos Pontos de Controle em Campo (GCPs) no processo de calibração da câmera. Segundo os testes realizados, a incerteza na estimativa de vazão diminui significativamente à medida que se aumenta o número de GCPs, mas existe um ponto de saturação em que a adição de mais pontos não melhora significativamente a precisão. Os principais achados sugerem que pelo menos 6 GCPs bem distribuídos já podem reduzir substancialmente a incerteza da ortorretificação sob condições de perspectiva oblíqua.

#### 4.4 Conclusões

A distribuição de velocidades ao longo dos perfis analisados mostrou que, em 80% das seções, a maior velocidade ocorreu próxima à superfície, em conformidade com a classificação proposta por Chiu (1988).

A análise do coeficiente entrópico ( $\phi$ ) revelou valores variando entre 0,53 e 0,64, em concordância com estudos anteriores, reforçando a estabilidade desse parâmetro sob diferentes condições de escoamento. A calibração e validação do coeficiente resultaram em coeficientes de determinação ( $R^2$ ) entre 0,80 e 0,95, confirmando a eficiência do método na estimativa de vazões.

A aplicação da técnica LSPIV em campo também apresentou desafios operacionais, especialmente relacionados à calibração da câmera, ao posicionamento dos Pontos de Controle em Campo (GCPs) e à incidência de sombras ou iluminação inadequada, fatores que influenciaram a precisão das estimativas de velocidade e vazão. Os resultados demonstraram que o uso de pelo menos seis GCPs pode reduzir significativamente as incertezas associadas à ortorretificação das imagens e melhorar a confiabilidade das medições.

Apesar dos desafios, os resultados demonstraram o grande potencial da combinação LSPIV + Chiu para o monitoramento de vazão sem contato, oferecendo uma alternativa viável para rios de pequeno e médio porte na região semiárida brasileira.

## REFERÊNCIAS

- ABDOLVANDI, A. F. *et al.* **New approach to computing mean velocity and discharge.** Hydrological Sciences Journal, v. 66, n. 2, p. 347–353, 2021.
- ADRIAN, R. J. **Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics.** Annual Review of Fluid Mechanics, v. 23, p. 261–304, 1991.
- AHN, M.; YOON, B.; JI, U. **Uncertainty analysis for mean flow velocity and discharge measurements using floats based on large-scale experiments.** KSCE Journal of Civil Engineering, v. 23, n. 8, p. 3364–3371, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12205-019-2002-1>.
- ALEIXO, R.; CARVALHO, E.; LIMA, M. M. C. L.; FERREIRA, R. M. L. **Determinação dos campos de velocidades de escoamentos bifásicos usando PIV-PTV.** Recursos Hídricos, v. 41, n. 1, p. 9–15, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5894/rh41n1-ctil>.
- ALENCAR, P. H. L. **Too much, too little – entropy and statistics as tools for hydrology: a science of irregular distribution of data and events.** 2022. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2022.
- ALEXANDRE, A. M. B.; SOUZA FILHO, F. A.; CAMPOS, J. N. B. **Incorporação do impacto da rede de reservatórios superficiais artificiais de caráter intranual na modelagem hidrológica chuva-vazão.** Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 18, n. 2, p. 67–82, 2013. DOI: <https://doi.org/10.21168/rbrh.v18n2.p67-82>.
- ALFALEH, A.; KEDHER, N. B.; ALVIZ-MEZA, A. **Is the entropy-weighted water quality index a suitable index for evaluating the groundwater quality in Ha'il, Saudi Arabia?** Water Science & Technology, p. 1–13, 2023. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2023.230>.
- ALIMENTI, F. *et al.* **Noncontact measurement of river surface velocity and discharge estimation with a low-cost Doppler radar sensor.** IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, v. 58, n. 7, p. 5195–5207, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1109/TGRS.2020.2969521>.
- ALMEIDA, M. M. M. *et al.* **Influência da sazonalidade na qualidade da água dos reservatórios da Bacia do Acaraú.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 17., 2007, São Paulo. Anais [...]. São Paulo: ABRH, 2007. ISSN 2318-0358.
- ALVARES, C. A. *et al.* **Köppen's climate classification map for Brazil.** Meteorologische Zeitschrift, Stuttgart, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1127/0941-2948/2013/0507>. Acesso em: 9 jun. 2025.
- AMMARI, A. *et al.* **The regionalizing of the entropy parameter over the north Algerian watersheds: a discharge measurement approach for ungauged river sites.** Hydrological Sciences Journal, v. 67, n. 11, p. 1640–1655, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1080/02626667.2022.2099744>.
- AMMARI, A.; REMINI, B. **Estimation of Algerian rivers discharges based on Chiu's equation.** Arabian Journal of Geosciences, v. 3, p. 59–65, 2010. DOI:

<https://doi.org/10.1007/s12517-009-0056-y>.

ANDERSON, M. G.; MCDONNELL, J. J. (Ed.). **Encyclopedia of hydrological sciences**. v. 5. Chichester: Wiley and Sons, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1002/0470848944>.

ANSARI, S. *et al.* **RivQNet: Deep learning based river discharge estimation using close-range water surface imagery**. *Water Resources Research*, v. 59, 2023. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2022WR033749>. Acesso em: 16 jan. 2024.

ARAÚJO, G. R. de S. **Cálculo da vazão em canais naturais utilizando o princípio da máxima entropia: aplicação a estações da rede hidrometeorológica nacional nos estados da Bahia e Sergipe**. 2017. Dissertação (Mestrado em Meio Ambiente, Águas e Saneamento) – Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

ARAÚJO, G. R. S.; SIMÕES, A. L. A.; PORTO, R. M. **Parâmetro M de entropia para distribuições de velocidades em rios do Nordeste brasileiro**. In: PANIAGUA, C. E. da S. (Org.). *Engenharia sanitária e ambiental: recursos hídricos e tratamento de água 3*. Ponta Grossa: Atena Editora, 2022. Cap. 2, p. 13–30. DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.2872209112>.

ARAÚJO, J. C. *et al.* **Sediment yield in different scales in a semiarid basin: the case of the Jaguaribe River, Brazil**. In: RADECKI-PAWLIK, A.; PAGLIARA, S.; HRADECKY, J. (Eds.). *Open channel hydraulics, river hydraulic structures and fluvial geomorphology*. London: CRC Press, p. 375–387, 2017.

ARAÚJO, J. C.; BRONSTERT, A. **A method to assess hydrological drought in semi-arid environments and its application to the Jaguaribe River basin, Brazil**. *Water International*, v. 41, n. 2, p. 213–230, 2016.

ARAÚJO, J. C.; CHAUDHRY, F. H. **Experimental evaluation of 2-D entropy model for open-channel flow**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 124, n. 10, p. 1064–1067, 1998.

ARAÚJO, J. C.; RADECKI-PAWLIK, A.; PAGLIARA, S.; HRADECKY, J. **Sediment yield in different scales in a semiarid basin: the case of the Jaguaribe River, Brazil**. In: *Open channel hydraulics, river hydraulic structures and fluvial geomorphology*. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2017. p. 375–387.

BAHMANPOURI, F. *et al.* **Estimating the average river cross-section velocity by observing only one surface velocity value and calibrating the entropic parameter**. *Water Resources Research*, v. 58, n. 10, e2021WR031821, 2022. Acesso em: 9 jun. 2025.

BAHMANPOURI, F. *et al.* **Estimating velocity distribution and flood discharge at river bridges using entropy theory—insights from computational fluid dynamics flow fields**. *Journal of Hydrology*, v. 123, n. 4, p. 456–467, 2024. Disponível em: <http://doi.org/10.5194/hess-28-3717-2024>. Acesso em: 9 jun. 2025.

BAHMANPOURI, F. *et al.* **Prediction of river discharges at confluences based on entropy theory and surface-velocity measurements**. *Journal of Hydrology*, v. 603, 127404, 2022c.



BAHMANPOURI, F.; LAZZARIN, T.; BARBETTA, S.; MORAMARCO, T. **Estimating the average river cross-section velocity by observing only one surface velocity value and calibrating the entropic parameter.** *Water Resources Research*, v. 58, n. 10, e2021WR031821, 2022a.

BAHMANPOURI, F.; LAZZARIN, T.; BARBETTA, S.; MORAMARCO, T. **Prediction of river discharges at confluences based on entropy theory and surface-velocity measurements.** *Journal of Hydrology*, v. 606, 127404, 2022b.

BAHMANPOURI, F.; LAZZARIN, T.; BARBETTA, S.; MORAMARCO, T.; VIERO, D. P. **Estimating flood discharge at river bridges using the entropy theory: insights from computational fluid dynamics flow fields.** *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, preprint, p. 1–30, dez. 2023. DOI: <https://doi.org/10.5194/hess-2023-253>.

BECHLE, A. J.; WU, C. H. **An entropy-based surface velocity method for estuarine discharge measurement.** *Water Resources Research*, v. 50, n. 10, p. 7956–7974, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1002/2014WR015353>.

BEVEN, K. J. **Rainfall-runoff modelling: the primer.** 2. ed. Chichester: Wiley-Blackwell, 2012.

BIGILLON, F.; NIÑO, Y.; GARCIA, M. H. **Measurements of turbulence characteristics in an open-channel flow over a transitionally - rough bed using particle image velocimetry.** *Experiments in Fluids*, v. 41, p. 857–867, 2006.

BRASIL. Lei nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997. **Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos e dá outras providências.** *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, ano 135, n. 6, p. 470–474, 9 jan. 1997.

BREVIS, W.; NIÑO, Y.; JIRKA, G. H. **Integrating cross-correlation and relaxation algorithms for particle tracking velocimetry.** *Experiments in Fluids*, v. 50, n. 1, p. 135–147, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00348-010-0907-z>.

CARVALHO NETA, M. de L. **Evolução geomorfológica atual e análise ambiental da foz do rio Jaguaribe/CE.** 2007. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

CEARÁ. **Assembleia Legislativa. Caderno regional da bacia do Acaraú.** Coord. Eudoro Walter de Santana. Fortaleza: INESP, 2009. 128 p. (Coleção Cadernos Regionais do Pacto das Águas, v. 1).

CEARÁ. ASSEMBLEIA LEGISLATIVA. **Caderno regional da bacia do Acaraú.** Fortaleza: INESP, Conselho de Altos Estudos e Assuntos Estratégicos, 2009.

CEARÁ. Secretaria dos Recursos Hídricos. **Plano estadual dos recursos hídricos: estudo de base II.** Fortaleza: SRH, 1992. v. 2. 1471 p.

CERQUEIRA, R. F. L.; PALADINO, E. E.; YNUMARU, B. K.; MALISKA, C. R. **Image processing techniques for the measurement of two-phase bubbly pipe flows using particle image and tracking velocimetry (PIV/PTV).** *Chemical Engineering Science*, v. 189, p. 1–23, 2018.

- CHADWICK, A. J.; STEEL, E.; WILLIAMS SCHAETZEL, R. A.; PASSALACQUA, P.; PAOLA, C. **Channel migration in experimental river networks mapped by particle image velocimetry**. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, v. 127, e2021JF006300, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1029/2021JF006300>.
- CHAHOROR, N.; CASTAINGS, W.; BARTHÉLEMY, E. **Image-based River discharge estimation by merging heterogeneous data with information entropy theory**. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 81, 102039, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2021.102039>.
- CHALOV, R. S. **Fluvial processes: theory and applications**. Volume 1: drivers and conditions of river channel character and change. Cham: Springer, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-66183-0>.
- CHEN, Y.-C.; LIAO, Y.-J.; CHEN, W.-L. **Discharge estimation in lined irrigation canals by using surface velocity radar**. *Paddy and Water Environment*, v. 16, n. 3, p. 553–567, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10333-018-0674-7>.
- CHINNARASRI, C.; KEMDEN, N. **Discharge estimation of a tidal river with reverse flow: case of the Chao Phraya River, Thailand**. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 21, n. 5, 06015016, 2016. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001323](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001323).
- CHIU, C. L. **Application of entropy concept in open-channel flow study**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 117, n. 5, p. 615–628, 1991.
- CHIU, C. L. **Application of probability and entropy concepts in hydraulics**. In: HIPEL, K. W. et al. (Ed.). *Stochastic and statistical methods in hydrology and environmental engineering*. Dordrecht: Springer, 1994. v. 3, p. 121–134. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-1092-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-94-011-1092-4_9).
- CHIU, C. L. **Entropy and 2-D velocity distribution in open channels**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 114, n. 7, p. 738–756, 1988.
- CHIU, C. L. **Entropy and probability concepts in hydraulics**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 113, n. 5, p. 583–599, 1987.
- CHIU, C. L. **Velocity distribution in open channel flow**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 115, n. 5, p. 576–594, 1989.
- CHIU, C. L.; CHIOU, J.D. **Structure of 3-D flow in rectangular open channels**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 112, n. 11, p. 1050–1067, 1986.
- CHIU, C. L.; HSU, S. M. **Probabilistic approach to modeling of velocity distributions in fluid flows**. *Journal of Hydrology*, v. 316, p. 28–42, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2005.04.011>.
- CHIU, C. L.; HSU, S. M.; TUNG, N. C. **Efficient methods of discharge measurements in rivers and streams based on the probability concept**. *Hydrological Processes*, v. 19, n. 20, p. 3935–3946, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1002/hyp.5857>.
- CHIU, C. L.; LIN, G. F. **Computation of 3-D flow and shear in open channels**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 109, n. 11, p. 1424–1440, nov. 1983. DOI:

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1983\)109:11\(1424\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:11(1424)).

CHIU, C. L.; SAID, C. A. A. **Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow.** *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 121, n. 1, p. 26–35, 1995.

CHIU, C. L.; TUNG, N.-C. **Maximum velocity and regularities in open-channel flow.** *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 128, n. 4, p. 390–398, 2002.

CHOO, T. H.; KIM, S.; KIM, Y.; LEE, D. **A study on the derivation of a mean velocity formula from Chiu's velocity formula and bottom shear stress.** *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, v. 8, n. 4, p. 6419–6442, 2011.

CHOO, T. H.; YOON, H. C.; LEE, S. J. **An estimation of discharge using mean velocity derived through Chiu's velocity equation.** *Environmental Earth Sciences*, v. 69, n. 1, p. 247–256, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12665-012-1952-0>.

CLAUDINO-SALES, V.; LIMA, E. C.; DINIZ, S. F. **Análise geoambiental da bacia hidrográfica do rio Acaraú, Ceará, Nordeste do Brasil.** *Revista Geonorte*, v. 11, n. 38, p. 90–109, 2020. DOI: <https://doi.org/10.21170/geonorte.2020.V.11.N.38.90.109>.

COGERH – Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos. **Relatório de diagnóstico ambiental da Bacia do Acaraú.** Fortaleza: Governo do Estado do Ceará, Secretaria dos Recursos Hídricos, 2016. 113 p. (Plano de Segurança Hídrica das Bacias Hidrográficas Estratégicas do Acaraú, Metropolitanas e da Sub-Bacia do Salgado, Produto 02 – PSH-RT2-03).

COGERH, 2021. Disponível em: <https://portal.cogerh.com.br/acarau-comite-aprova-diagnostico-do-plano-de-recursos-hidricos-de-sua-regiao-hidrografica/>. Acesso em: 2 jun. 2025.

COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS – COGERH. **Relatório de diagnóstico ambiental da bacia do Acaraú, Plano de Segurança Hídrica das Bacias Hidrográficas Estratégicas do Acaraú, Metropolitanas e da Sub-Bacia do Salgado. Produto 02 – PSH-RT2-03.** Fortaleza: Governo do Estado do Ceará, Secretaria dos Recursos Hídricos, 2016.

COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – COGERH. **Relatório diagnóstico ambiental da bacia do Acaraú.** Fortaleza, 2018. Disponível em: <https://portal.cogerh.com.br/wpcontent/uploads/2018/10/Relatorio%20Diagnostico%20Ambienta%20da%20Bacia%20do%20Acarau.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2024.

CONSTANTINESCU, G; KOKEN, M; ZENG, J. **The structure of turbulent flow in an open channel bend of strong curvature with deformed bed: insight provided by detached eddy simulation.** *Water Resources Research*, v. 47, W05515, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1029/2010WR010114>.

CORATO, G.; MORAMARCO, T.; TUCCIARELLI, T. **Discharge estimation combining flow routing and occasional measurements of velocity.** *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 15, n. 9, p. 2979–2994, 2011. Disponível em: <http://doi.org/10.5194/hess-15-2979-2011>. Acesso em: 9 jun. 2025.

CORATO, G; AMMARI, A; MORAMARCO, T. **Conventional point-velocity records and surface velocity observations for estimating high flow discharge.** *Entropy*, v. 16, n. 10, p. 5546–5559, 2014. DOI: <https://doi.org/10.3390/e16105546>.

CORENBLIT, D; DAVIES, NS; STEIGER, J; GIBLING, MR; BORNETTE, G. **Considering river structure and stability in the light of evolution: feedbacks between riparian vegetation and hydrogeomorphology.** *Earth Surface Processes and Landforms*, v. 39, n. 1, p. 92–111, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1002/esp.3643>.

COSTA, DJL; CAMARGO, BEM; TOLENTINO, AGP; AKUTSU, J; PERIOTTO, NA; TANAKA, MO. **Análise comparativa de métodos de medição de vazão em corpos d'água superficiais.** *Engenharia Urbana em Debate*, v. 4, n. 2, 2023. Disponível em: <https://www.engurbdebate.ufscar.br/index.php/engurbdebate/article/view/69/112>. Acesso em: 29 nov. 2024.

COSTA, JE *et al.* **Use of radars to monitor stream discharge by noncontact methods.** *Water Resources Research*, v. 42, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1029/2005WR004430>. Acesso em: 29 nov. 2024.

COWEN, EA; MONISMITH, SG. **A hybrid particle tracking velocimetry technique.** *Experiments in Fluids*, v. 22, p. 199–211, 1997.

DAL SASSO, SF; PIZARRO, A; MANFREDI, S. **Exploring the optimal experimental setup for surface flow velocity measurements using PTV.** *Environmental Monitoring and Assessment*, v. 190, 460, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10661-018-6848-3>.

DEPETRIS, PJ. **The importance of monitoring river water discharge.** *Frontiers in Water*, v. 3, 745912, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3389/frwa.2021.745912>.

DESPAX, A; PERRET, C; GARÇON, R; HAUET, A; BELLEVILLE, A; LE COZ, J; FAVRE, AC. **Considering sampling strategy and cross-section complexity for estimating the uncertainty of discharge measurements using the velocity-area method.** *Journal of Hydrology*, v. 533, p. 128–140, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.11.048>.

DETERT, M; JOHNSON, ED; WEITBRECHT, V. **Proof-of-concept for low-cost and non-contact synoptic airborne river flow measurements.** *International Journal of Remote Sensing*, v. 38, n. 8–10, p. 2780–2807, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/01431161.2017.1294782>.

DETERT, M; WEITBRECHT, V. **Estimation of flow discharge by an airborne velocimetry system.** *La Houille Blanche*, v. 102, n. 1, p. 13–17, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1051/lhb/2016002>.

DRAMAIS, G; LE COZ, J; CAMENEN, B; HAUET, A. **Advantages of a mobile LSPIV method for measuring flood discharges and improving stage–discharge curves.** *Journal of Hydro-environment Research*, v. 5, n. 4, p. 301–312, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jher.2010.12.005>.

DURIGHETTO, N; MARIOTTO, V; ZANETTI, F; McGUIRE, KJ; MENDICINO, G; SENATORE, A; BOTTER, G. **Probabilistic description of streamflow and active length regimes in rivers.** *Water Resources Research*, v. 58, e2021WR031344, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1029/2021WR031344>.

ELTNER, A; SARDEMANN, H; GRUNDMANN, J. **Flow velocity and discharge measurement in rivers using terrestrial and unmanned-aerial-vehicle imagery.** *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 24, p. 1429–1445, 2020.

ESCAURIAZA, C; PAOLA, C; VOLLER, VR. **Computational models of flow, sediment transport and morphodynamics in rivers.** In: TSUTSUMI, D; LARONNE, JB (Ed.). *Gravel-bed rivers: processes and disasters*. Chichester: John Wiley & Sons, 2017. p. 1–32. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118971437.ch1>.

FARINA, G; ALVISI, S; FRANCHINI, M; MORAMARCO, T. **Three methods for estimating the entropy parameter M based on a decreasing number of velocity measurements in a river cross-section.** *Entropy*, v. 16, p. 2512–2529, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/e16052512>. Acesso em: 29 nov. 2024.

FARUQUE, M. et al. **Open channel flow velocity profiles for different Reynolds numbers and roughness conditions.** *International Journal of Research in Engineering and Technology*, v. 3, n. 1, p. 400–405, 2014. Disponível em: <http://doi.org/10.15623/ijret.2014.0301069>. Acesso em: 9 jun. 2025.

FERRO, V. **Adv measurements of velocity distributions in a gravel-bed flume.** *Earth Surface Processes and Landforms*, v. 28, p. 707–722, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1002/esp.467>.

FIGUEIREDO, JV et al. **Flow initiation in a preserved semiarid Caatinga small watershed, Northeastern Brazil.** *Hydrological Processes*, v. 30, n. 13, p. 2390–2400, 2016.

FONSECA, WD; CERQUEIRA, RF; PERISSINOTTO, RM; VERDE, WM; CASTRO, MS; FRANKLIN, EM. **Particle image velocimetry in the impeller of a centrifugal pump: a POD-based analysis.** *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 94, 102483, 2023.

FONTANA, N; MARINI, G; DE PAOLA, F. **Experimental assessment of a 2-D entropy-based model for velocity distribution in open channel flow.** *Entropy*, v. 15, p. 988–998, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/e15030988>.

FUJITA, I; MUSTE, M; KRUGER, A. **Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications.** *Journal of Hydraulic Research*, v. 36, n. 3, p. 397–414, 1998.

FUJITA, I; NOTOYA, Y; TANI, K; TATEGUCHI, S. **Efficient and accurate estimation of water surface velocity in STIV.** *Environmental Fluid Mechanics*, v. 19, n. 5, p. 1363–1378, 2019. Acesso em: 15 jan. 2024.

FUJITA, I; NOTOYA, Y; TANI, K; TATEGUCHI, S. **How to avoid and correct biased riverine surface image velocimetry.** *Water Resources Research*, v. 57, e2020WR027833, 2020.

FUJITA, I; WATANABE, H; TSUBAKI, R. **Development of a non-intrusive and efficient flow monitoring technique: the Space-Time Image Velocimetry (STIV).** *International Journal of River Basin Management*, v. 5, n. 2, p. 81–90, 2007.

FULTON, J; OSTROWSKI, J. **Measuring real-time streamflow using emerging technologies: radar, hydroacoustics, and the probability concept.** *Journal of Hydrology*, v.



357, p. 1–10, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.03.028>. Acesso em: 29 nov. 2024.

GHANEM, R; HAYEK, B. **Probabilistic modeling of flow over rough terrain**. Journal of Fluids Engineering, v. 124, n. 3, p. 42–50, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.1445138>.

GRAF, WL. **Downstream hydrologic and geomorphic effects of large dams on American rivers**. Geomorphology, v. 79, n. 3–4, p. 336–360, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2006.06.022>.

GRAVELLE, R. **Discharge estimation: techniques and equipment**. In: CLARKE, L. E.; NIELD, J. M. (Eds.). *Geomorphological techniques*. London: British Society for Geomorphology, 2015. Chap. 3.3.5.

GRECO, M; MORAMARCO, T. **Influence of bed roughness and cross section geometry on medium and maximum velocity ratio in open-channel flow**. Journal of Hydraulic Engineering, v. 142, n. 1, p. 06015015, 2016. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001064](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001064).

GRENFELL, SE; ELLERY, WN. **Hydrology, sediment transport dynamics and geomorphology of a variable flow river: the Mfolozi River, South Africa**. Water SA, v. 35, n. 3, p. 271–282, 2009. Disponível em: <http://www.wrc.org.za>. Acesso em: 26 maio 2025.

GRIMALDI, S *et al.* **Challenges, opportunities and pitfalls for global coupled hydrologic-hydraulic modeling of floods**. Water Resources Research, v. 55, p. 5277–5300, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1029/2018WR024289>.

GUPTA, HV *et al.* **Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: implications for improving hydrological modelling**. Journal of Hydrology, v. 377, p. 80–91, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2009.08.003>.

HANTUSH, MM; KALIN, L; GOVINDARAJU, R. **Subsurface and surface water flow interactions**. In: JONES, JP (org.). Groundwater quantity and quality management. Reston: ASCE Press, 2011. cap. 9, p. 295–315.

HARIHARAN, P *et al.* **Multilaboratory particle image velocimetry analysis of the FDA benchmark nozzle model to support validation of computational fluid dynamics simulations**. Journal of Biomechanical Engineering, v. 133, n. 4, p. 041002, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4003440>.

HERSCHY, R. W. **Streamflow measurement**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2008. Disponível em: <http://doi.org/10.1201/9781482265880>. Acesso em: 9 jun. 2025.

HORN, BKP. **Robot vision**. Cambridge: MIT Press, 1986.

HU, Y *et al.* **Flow field investigation of high solid anaerobic digestion by particle image velocimetry (PIV)**. Science of the Total Environment, v. 626, p. 592–602, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.01.111>.

HUANG, H *et al.* **Estimating uncertainty of streamflow measurements with moving-boat acoustic doppler current profilers**. Water Resources Research, 2018.

HUANG, WC; YOUNG, CC; LIU, WC. **Application of an automated discharge imaging system and LSPIV during typhoon events in Taiwan.** *Water*, v. 10, n. 3, 280, 2018.

HUTLEY, N.R; BEECOFT, R; WAGENAAR, D; SOUTAR, J; EDWARDS, B; DEERING, N; GRINHAM, A; ALBERT, S. **Adaptively monitoring streamflow using a stereo computer vision system.** *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 27, p. 2051:2073, (2023). Disponível em: <https://doi.org/10.5194/hess-27-2051-2023>. Acesso em: 4 jun. 2025.

IOLI, F; PINTO, L; PASSONI, D; NOVA, V; DETERT, M. **Evaluation of airborne image velocimetry approaches using low-cost UAVs in riverine environments.** *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, v. XLIII-B2-2020, p. 597:604, (2020). Disponível em: <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLIII-B2-2020-597-2020>. Acesso em: 4 jun. 2025.

ISHIZAWA, YB. **Aplicação de velocimetria por imagem de partículas em larga escala (LSPIV) para medição de vazão em canal aberto utilizando plataforma open-source.** São Carlos, 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) – Universidade de São Paulo, 2022.

ISLAM, A; DEB BARMAN, S. **Drainage basin morphometry and evaluating its role on flood-inducing capacity of tributary basins of Mayurakshi River, India.** *SN Applied Sciences*, v. 2, n. 6, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2839-4>.

JAYNES, ET. **Information theory and statistical mechanics.** *Physical Review*, v. 106, p. 620–630, 1957.

JIN, J; FAN, Y. **Particle image velocimetry (PIV) experimental investigation of flow structures and dynamics produced by a centripetal turbine.** *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 100, n. 1, p. 187–201, 2022.

KAHEN, K; JORABCHI, K; GRAY, C; MONTASER, A. **Spatial mapping of droplet velocity and size for direct and indirect nebulization in plasma spectrometry.** *Analytical Chemistry*, v. 76, n. 24, p. 7194–7201, 2004.

KÁRMÁN, T; PRANDTL, L. **Über die Entstehung des Widerstandes bei der Strömung um einen Körper.** *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, v. 5, p. 9–32, 1925.

KEBEDE, MG *et al.* **Discharge estimates for ungauged rivers flowing over complex high-mountainous regions based solely on remote sensing-derived datasets.** *Remote Sensing*, v. 12, n. 7, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs12071146>.

KIRDEMIR, U; FISTIKOGLU, O; OKKAN, U. **Uncertainties in streamflow projections: a comprehensive examination of variabilities arising from climate and hydrological models in the Tahtali Dam Basin, Turkey.** *Theoretical and Applied Climatology*, v. 156, n. 3, 2025. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00704-025-05416-z>.

KÖPPEN, W; GEIGER, R. *Handbuch der Klimatologie.* Stuttgart: Gebrüder Borntraeger, 1928.

KOUSSIS, AD *et al.* **Discharge estimation from surface-velocity observations by a maximum-entropy based method.** *Hydrological Sciences Journal*, v. 67, n. 3, p. 451–461,

2022.

KRISHNA, BM; MALLIKARJUNA, JM. **Caracterização do escoamento através da válvula de admissão de um motor monocilíndrico utilizando velocimetria por imagem de partículas.** *Jornal de Mecânica de Fluidos Aplicada*, v. 3, n. 2, p. 23–32, 2012.

KUMAR, R; LIVNEH, B; SAMANIEGO, L. **Toward computationally efficient large-scale hydrologic predictions with a multiscale regionalization scheme.** *Water Resources Research*, v. 49, p. 5700–5714, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1002/wrcr.20431>.

LE BOURSICAUD, R; PÉNARD, L; HAUET, A; LE COZ, J. **Gauging extreme floods on YouTube: application of LSPIV to home movies for the post-event determination of stream discharges.** *Hydrological Processes*, v. 30, p. 90–105, 2016.

LE COZ, J *et al.* **Estimating the uncertainty of video-based flow velocity and discharge measurements due to the conversion of field to image coordinates.** *Hydrological Processes*, v. 35, n. 5, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1002/hyp.14169>.

LE COZ, J; HAUET, A; PIERREFEU, G; DRAMAIS, G; CAMENEN, B. **Performance of image-based velocimetry (LSPIV) applied to flash-flood discharge measurements in Mediterranean rivers.** *Journal of Hydrology*, v. 394, n. 1–2, p. 42–52, 2010.

LE COZ, J; JODEAU, M; HAUET, A; MARCHAND, B; BOURSICAUD, R. **Image-based velocity and discharge measurements in field and laboratory river engineering studies using the free FUDAA-LSPIV software.** In: *Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics – River Flow 2014*, p. 1961–1967, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1201/b17133-262>.

LEE, MC; LEU, JM; CHAN, HC; HUANG, WC. **The measurement of discharge using a commercial digital video camera in irrigation canals.** *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 21, n. 2, p. 150–154, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2010.02.002>.

LEGATES, DR; MCCABE, GJ. **Evaluating the use of “goodness-of-fit” measures in hydrologic and hydroclimatic model validation.** *Water Resources Research*, v. 35, n. 1, p. 233–241, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1029/1998WR900018>.

LEGLEITER, CJ; KINZEL, PJ. **The Toolbox for River Velocimetry using Images from Aircraft (TRiVIA).** *River Research and Applications*, v. 39, n. 1, p. 1–16, 2023.

LEITÃO, JP *et al.* **Urban overland runoff velocity measurement with consumer-grade surveillance cameras and surface structure image velocimetry.** *Journal of Hydrology*, v. 565, p. 791–804, 2018.

LEOPOLD, LB. **Sediment transport data for various US rivers.** Personal Communication by WR Brownlie, 1969.

LEWIS, QW; LINDROTH, EM; RHOADS, BL. **Integrating unmanned aerial systems and LSPIV for rapid, cost-effective stream gauging.** *Journal of Hydrology*, v. 560, p. 230–246, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.03.008>.



LIN, YC *et al.* **Application of image technique to obtain surface velocity and bed elevation in open-channel flow.** *Water*, v. 14, n. 18, p. 1895, 2022. DOI: <https://doi.org/10.3390/w14121895>.

LIU, M *et al.* **Impacts of climate variability and land use on the blue and green water resources in a subtropical basin of China.** *Scientific Reports*, v. 12, n. 1, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-022-21880-3>.

LIU, WC; HUANG, WC. **Development of a three-axis accelerometer and large-scale particle image velocimetry (LSPIV) to enhance surface velocity measurements in rivers.** *Computers & Geosciences*, v. 155, p. 104866, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2021.104866>.

LIU, WC; HUANG, WC; YOUNG, CC. **Uncertainty analysis for image-based streamflow measurement: the influence of ground control points.** *Water*, v. 15, n. 1, p. 123, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/w15010123>.

LIU, WC; LU, CH; HUANG, WC. **Large-scale particle image velocimetry to measure streamflow from videos recorded from unmanned aerial vehicle and fixed imaging system.** *Remote Sensing*, v. 13, n. 14, p. 2661, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs13142661>. Acesso em: 4 jan. 2025.

LOUREIRO, CV. **Diagnóstico do médio e baixo cursos da bacia hidrográfica do rio Acaraú/CE com ênfase na análise da vulnerabilidade.** 2016. 151 f. Tese (Doutorado em Geografia) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

MADHUSHANI, C *et al.* **Modeling streamflow in non-gauged watersheds with sparse data considering physiographic, dynamic climate, and anthropogenic factors using explainable soft computing techniques.** *Journal of Hydrology*, v. 631, 130846, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2024.130846>.

MAGHREBI, MF; RAHIMPOUR, M. **Streamwise velocity distribution in irregular shaped channels having composite bed roughness.** *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 17, n. 4, p. 237–245, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2005.11.007>.

MAHDAVI-MEYMAND, A; SULISZ, W; ZOUNEMAT-KERMANI, M. **Hybrid and integrative evolutionary machine learning in hydrology: a systematic review and meta-analysis.** *Archives of Computational Methods in Engineering*, v. 31, n. 3, p. 1297–1340, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11831-023-10017-y>.

MAMEDE, GL *et al.* **Overspill avalanching in a dense reservoir network.** *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 109, n. 19, p. 7191–7195, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.1200398109>.

MAUGER, C *et al.* **Velocity measurements based on shadowgraph-like image correlations in a cavitating micro-channel flow.** *International Journal of Multiphase Flow*, v. 58, p. 301–312, 2014.

MEDEIROS, P; SIVAPALAN, M. **From hard-path to soft-path solutions: slow–fast dynamics of human adaptation to droughts in a water scarce environment.** *Hydrological Sciences Journal*, v. 65, n. 11, p. 1803–1814, 2020.

MEIRELES, AJO. **Uso e ocupação do solo da bacia hidrográfica do rio Acaraú: diagnóstico e análise geoambiental**. 2007. 185 f. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento e Meio Ambiente) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

MERRITT, DM. **Reciprocal relations between riparian vegetation, fluvial landforms, and channel processes**. In: SHRODER, JF; WOHL, E. (ed.). *Treatise on geomorphology: fluvial geomorphology*. San Diego: Academic Press, 2013. v. 9, p. 219–243. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374739-6.00239-6>.

MERZ, J. **Discharge measurements in low flow conditions with ADCP technology – first experiences in Nepal**. *Journal of Hydrology and Meteorology*, v. 7, n. 1, p. 40–48, 2010.

MESCLOTTI, PC *et al.* **Fluvial aggradation and incision in the Brazilian tropical semi-arid: climate-controlled landscape evolution of the São Francisco River**. *Quaternary Science Reviews*, v. 263, 106977, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2021.106977>.

MESELHE, EA; PEEVA, T; MUSTE, M. **Large scale particle image velocimetry for low velocity and shallow water flows**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 130, n. 9, p. 937–940, 2004. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2004\)130:9\(937\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2004)130:9(937)).

MESSAGER, ML *et al.* **Global prevalence of non-perennial rivers and streams**. *Nature*, v. 594, n. 7863, p. 391–397, 2021.

MIRAUDA, D; GRECO, M; VOLPE PLANTAMURA, A. **Influence of the entropic parameter on the flow geometry and morphology**. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, v. 60, p. 1357–1362, 2011.

MOAYERIKASHANI, M *et al.* **Tracking the hydrodynamic behavior of fine sediment using particle image velocimetry**. *Environmental Earth Sciences*, v. 75, p. 1–13, 2016.

MONTGOMERY, DR; BUFFINGTON, JM. **Channel-reach morphology in mountain drainage basins**. *Geological Society of America Bulletin*, v. 109, n. 5, p. 596–611, maio 1997. Disponível em: [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1997\)109<0596:CRMIMD>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1997)109<0596:CRMIMD>2.3.CO;2).

MORAMARCO, T *et al.* **An entropy-based method for determining the flow depth distribution in natural channels**. *Journal of Hydrology*, v. 497, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.06.002>.

MORAMARCO, T *et al.* **River bathymetry estimate and discharge assessment from remote sensing**. *Water Resources Research*, v. 55, p. 6692–6711, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1029/2018WR024220>.

MORAMARCO, T, TOMMASO; SINGH, V.P. **Simple method for relating local stage and remote discharge**. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 6, n. 1, p. 78:81, (2001). Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2001\)6:1\(78\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2001)6:1(78)). Acesso em: 4 jun. 2025.

MORAMARCO, T.; SINGH, V. P. **Simple method for relating local stage and remote discharge**. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 6, n. 1, p. 78–81, 2001. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2001\)6:1\(78\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2001)6:1(78)). Acesso em: 9 jun. 2025.

MORAMARCO, T; BARBETTA, S; TARPANELLI, A. **From surface flow velocity measurements to discharge assessment by the entropy theory.** *Water*, v. 9, n. 2, p. 120, 2017.

MORAMARCO, T; SALTALIPPI, C; SINGH, VP. **Estimation of mean velocity in natural channels based on Chiu's velocity distribution equation.** *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 9, n. 1, p. 42–50, jan./fev. 2004. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2004\)9:1\(42\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:1(42)).

MORAMARCO, T; SINGH, VP. **Formulation of the entropy parameter based on hydraulic and geometric characteristics of river cross sections.** *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 15, n. 10, p. 852–858, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1061/~ASCE!HE.1943-5584.0000255>. Acesso em: 29 nov. 2024.

MORAMARCO, T; TERMINI, D. **Entropic approach to estimate the mean flow velocity: experimental investigation in laboratory flumes.** *Environmental Fluid Mechanics*, v. 15, p. 183–200, mar. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10652-015-9403-6>.

MORANDINI, F; SILVANI, X; SUSSET, A. **Feasibility of particle image velocimetry in vegetative fire spread experiments.** *Experiments in Fluids*, v. 53, p. 237–244, 2012.

MORGENSCHWEIS, G. **Hydrometrie.** Berlin: Springer-Verlag, 2010. 582 p.

MORIASI, DN *et al.* **Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations.** *Transactions of the ASABE*, v. 50, n. 3, p. 885–900, 2007. DOI: 10.13031/2013.23153.

MUNIZ, LF *et al.* **Classificação climática para o estado do Ceará utilizando distintos sistemas de caracterização.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 22., 2017, Florianópolis. *Anais [...]*. Florianópolis: ABRH, 2017.

MUSTE, M; FUJITA, I; HAUET, A. **Large-scale particle image velocimetry for measurements in riverine environments.** *Water Resources Research*, v. 44, n. 4, W00D19, 2008.

MUSTE, M; HO, HC; KIM, D. **Considerations on direct stream flow measurements using video imagery: outlook and research needs.** *Journal of Hydro-environment Research*, v. 5, n. 4, p. 289–300, 2011.

NAJAFABADI, MI *et al.* **Effects of injection timing on fluid flow characteristics of partially premixed combustion based on high-speed particle image velocimetry.** *SAE International Journal of Engines*, v. 10, n. 4, p. 1443–1453, 2017.

NICOLLE, P; ANDRÉASSIAN, V; LAVABRE, J. **La récession des hydrogrammes: formulation simple et robustesse.** *Hydrological Sciences Journal*, v. 59, n. 5, p. 964–979, 2014. DOI: 10.1080/02626667.2013.841316.

NOCEDAL, J; WRIGHT, SJ. **Numerical Optimization.** 2. ed. New York: Springer, 2006.

NORD, G *et al.* **Applicability of acoustic Doppler devices for flow velocity measurements and discharge estimation in flows with sediment transport.** *Journal of Hydrology*, v. 509, p. 504–518, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.11.020>.

OH, J; TSAI, CW. **A stochastic multivariate framework for modeling movement of discrete sediment particles in open channel flows**. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 31, p. 2371–2386, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00477-017-1410-3>.

OLIVEIRA, UC. **Avaliação do uso e ocupação de áreas de preservação permanente no médio curso do rio Acaraú e suas implicações na qualidade da água**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Geografia) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014.

OMM – ORGANIZAÇÃO METEOROLÓGICA MUNDIAL. **Guia de práticas hidrológicas**. 5. ed. Ginebra: OMM, 1994. (OMM - n° 168).

OPENPIV. **OpenPIV Python: an open-source software for Particle Image Velocimetry (PIV)**. Disponível em: <https://github.com/OpenPIV/openpiv-python>. Acesso em: 16 jan. 2024.

OSMAN, AB; OVINIS, M. **A review of in-situ optical flow measurement techniques in the Deepwater Horizon oil spill**. Measurement, v. 153, 107396, 2020.

PAGLIERO, L *et al.* **Investigating regionalization techniques for large-scale hydrological modelling**. Journal of Hydrology, v. 570, p. 220–235, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.12.071>.

PATALANO, A; GARCÍA, CM; RODRÍGUEZ, A. **Rectification of Image Velocity Results (RIVeR): a simple and user-friendly toolbox for large scale water surface Particle Image Velocimetry (PIV) and Particle Tracking Velocimetry (PTV)**. Computers & Geosciences, v. 109, p. 323–330, 2017.

PEARCE, S *et al.* **An evaluation of image velocimetry techniques under low flow conditions and high seeding densities using unmanned aerial systems**. Journal of Hydrology, v. 560, p. 124–130, 2020.

PERKS, MT *et al.* **Towards harmonisation of image velocimetry techniques for river surface velocity observations**. Earth System Science Data, v. 12, p. 1545–1560, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.5194/essd-12-1545-2020>. Acesso em: 29 nov. 2024.

PERKS, MT. **KLT-IV v1.0: image velocimetry software for use with fixed and mobile platforms**. Geoscientific Model Development, v. 13, p. 6111–6130, 2020. DOI: [10.5194/gmd-13-6111-2020a](https://doi.org/10.5194/gmd-13-6111-2020a).

PERKS, MT; RUSSELL, AJ; LARGE, ARG. **Technical note: advances in flash flood monitoring using unmanned aerial vehicles (UAVs)**. Hydrology and Earth System Sciences, v. 20, p. 4005–4015, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.5194/hess-20-4005-2016>.

PESSÔA, JA. **Aplicação experimental da velocimetria por imagens em larga escala no rio Bananal: resultados e recomendações**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 23., 2023, Foz do Iguaçu. Anais [...]. Foz do Iguaçu: ABRHidro, 2023. p. 1–8. Acesso em: 15 jan. 2024.

- PIZARRO, A *et al.* **Identifying the optimal spatial distribution of tracers for optical sensing of stream surface flow.** *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 24, p. 5173–5185, 2020b. DOI: <https://doi.org/10.5194/hess-24-5173-2020>.
- PIZARRO, A; DAL SASSO, SF; MANFREDI, S. **Refining image-velocimetry performances for streamflow monitoring: seeding metrics to errors minimization.** *Hydrological Processes*, v. 34, n. 25, p. 5167–5175, 2020a. DOI: <https://doi.org/10.1002/hyp.13919>.
- POFF, NL *et al.* **The natural flow regime: a paradigm for river conservation and restoration.** *BioScience*, v. 47, n. 11, p. 769–784, dez. 1997.
- PONCE, VM; OSMOLSKI, Z; SMUTZER, D. **Large basin deterministic hydrology: a case study.** *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 111, n. 9, p. 1227–1245, set. 1985. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1985\)111:9\(1227\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1985)111:9(1227)).
- PÔSSA, ÉM; MAILLARD, P; OLIVEIRA, LM. **Discharge estimation for medium-sized river using multi-temporal remote sensing data: a case study in Brazil.** *Hydrological Sciences Journal*, v. 65, n. 14, p. 2402–2418, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1080/02626667.2020.1808220>. Acesso em: 29 nov. 2024.
- RAJARATNAM, N; MURALIDHAR, D. **Boundary shear stress distribution in rectangular open channels.** *La Houille Blanche*, n. 6, p. 603–610, 1969.
- RAJIB, A *et al.* **Towards a large-scale locally relevant flood inundation modeling framework using SWAT and LISFLOOD-FP.** *Journal of Hydrology*, v. 581, 124406, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124406>.
- ROZOS, E *et al.* **On the uncertainty of the image velocimetry method parameters.** *Hydrology*, v. 7, n. 3, p. 65, 2020.
- SAMANIEGO, L; KUMAR, R; ATTINGER, S. **Multiscale parameter regionalization of a grid-based hydrologic model at the mesoscale.** *Water Resources Research*, v. 46, W05523, 2010. DOI: [10.1029/2008WR007327](https://doi.org/10.1029/2008WR007327).
- SANTOS, I, IRANI DOS; FILL, H.D, HEINZ DIETER; SUGAI, M.R.V.B, MARTHA R. V. B.; BUBA, H, HOMERO; KISHI, R.T, REGINA TIEMEY; MARONE, E, EDUARDO; LAUTERT, L.F, LUIZ FERNANDO. **Hidrometria aplicada.** Curitiba: Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento, (2001).
- SENA, AP; ALBUQUERQUE, FRB; PEREIRA, JBS. **A segurança hídrica da bacia hidrográfica do rio Acaraú, estado do Ceará.** In: SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE, 15., 2008, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: ABRH, 2008.
- SHI, J; TOMASI, C. **Good features to track.** In: IEEE CONFERENCE ON COMPUTER VISION AND PATTERN RECOGNITION (CVPR), 1994. Proceedings [...]. IEEE, 1994. p. 593–600.
- SILVA FILHO, AV. **Princípio da máxima entropia aplicado à modelagem hidrodinâmica e à eficiência de retenção de sedimentos em pequenos reservatórios.** 2020. 116 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.



SINGH, A *et al.* **Spatio-temporal analysis and quantification of urban growth dynamics using spatial metrics and relative entropy.** In: Hydraulic and Civil Engineering Technology IX. Amsterdam: IOS Press, 2024. p. 345–355. DOI: <https://doi.org/10.3233/ATDE241007>.

SINGH, KR *et al.* **Development of irrigation water quality index incorporating information entropy.** Environment, Development and Sustainability, v. 22, p. 3119–3132, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10668-019-00338-z>.

SINGH, R; TIWARI, AK; SINGH, GS. **Managing riparian zones for river health improvement: an integrated approach.** Landscape and Ecological Engineering, v. 17, p. 195–223, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11355-020-00436-5>.

SINGH, VP. **Entropy theory in hydraulic engineering: an introduction.** Reston: American Society of Civil Engineers, 2014. ISBN 978-0-7844-1272-5. Disponível em: <https://doi.org/10.1061/9780784412725>.

SNIRH – SISTEMA NACIONAL DE INFORMAÇÕES SOBRE RECURSOS HÍDRICOS. **Hidroweb: mapa.** Disponível em: <https://www.snirh.gov.br/hidroweb/mapa>. Acesso em: 5 nov. 2024.

SOARES, NS *et al.* **Method for identification of hydrological seasons in the semi-arid Caatinga biome, Brazil.** Hydrological Sciences Journal, v. 69, n. 3, p. 309–320, 2024.

SOBRINHO, JF. **Compartimentação geomorfológica do vale do rio Acaraú. Divisão das águas e pequeno agricultor.** Mercator, v. 10, p. 91–92, 2006.

SONTEK. **FlowTracker I: relatório de medição de vazão.** [Software]. San Diego, CA: SonTek/YSI Inc., 2024.

STERLING, M; KNIGHT, D. **An attempt at using the entropy approach to predict the transverse distribution of boundary shear stress in open channel flow.** Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 16, p. 127–142, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00477-002-0088-2>.

SUCUPIRA, PAP; PINHEIRO, LS; ROSA, MF. **Caracterização morfométrica do médio e baixo curso do rio Acaraú-Ceará-Brasil.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA, 2006, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará, 2006.

SVEEN, JK; COWEN, EA. **Quantitative imaging techniques and their application to wavy flows.** In: Advances in Coastal and Ocean Engineering: PIV and Water Waves. p. 1–49, 2004. DOI: [https://doi.org/10.1142/9789812796615\\_0001](https://doi.org/10.1142/9789812796615_0001). Acesso em: 16 jan. 2024.

TAN, X *et al.* **Impacts of climate variability and land use/cover change on streamflow in the Guangdong–Hong Kong–Macao Greater Bay Area, China.** Frontiers in Environmental Science, v. 8, p. 1–15, 2020. DOI: 10.3389/fenvs.2020.00246.

TAURO, F *et al.* **Optical Tracking Velocimetry (OTV): leveraging optical flow and trajectory-based filtering for surface streamflow observations.** Remote Sensing, v. 10, 24 p., 2018. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs10122010>. Acesso em: 16 jan. 2024.

TAURO, F; PISCOPIA, R; GRIMALDI, S. **PTV-Stream: a simplified particle tracking velocimetry framework for stream surface flow monitoring.** Catena, v. 172, p. 378–386,

2019. DOI: 10.1016/j.catena.2018.09.009.

TAURO, F; PISCOPIA, R; GRIMALDI, S. **Streamflow observations from cameras: large scale particle image velocimetry or particle tracking velocimetry?** Water Resources Research, 2017. Accepted Article. DOI: 10.1002/2017WR020848.

TAURO, F; PORFIRI, M; GRIMALDI, S. **Orienting the camera and firing lasers to enhance large scale particle image velocimetry for streamflow monitoring.** Water Resources Research, v. 50, n. 9, p. 7470–7483, 2014.

TAURO, F; SALVATORI, S. **Surface flows from images: ten days of observations from the Tiber River gauge-cam station.** Hydrology Research, v. 48, n. 3, p. 646–655, 2017.

TERMINI, D; DI LEONARDO, A. **Efficiency of a digital particle image velocimetry (DPIV) method for monitoring the surface velocity of hyper-concentrated flows.** Geosciences, v. 8, n. 10, p. 383, 2018. DOI: <https://doi.org/10.3390/geosciences8100383>.

THIELICKE, W; STAMHUIS, EJ. **PIVlab – towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in MATLAB.** Journal of Open Research Software, [S.l.], v. 2, n. 1, p. e30, 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.5334/jors.bl>.

TIAN, L. *et al.* **Review of remote sensing-based methods for forest aboveground biomass estimation: progress, challenges, and prospects.** Forests, [S.l.], 2023. Disponível em: <https://www.mdpi.com>. Acesso em: 03 jun. 2025.

TOMASI, C; KANADE, T. **Detection and tracking of point features.** Technical Report CMU-CS-91-132. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 1991.

TORRES, A.B, ANDREA B.; FENOUILLET, M, MAXIME; LE COZ, J, JÉRÔME; PIQUET, L, LAURENT; MUSTE, M, MARIAN. **Water velocity fields from surface drifters and space-time image velocimetry (STIV): Comparison and combined use.** Flow Measurement and Instrumentation, v. 91, 103181, (2024). Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2024.103181>. Acesso em: 4 jun. 2025.

TRACY, HJ; LESTER, CM. **Resistance coefficients and velocity distribution smooth rectangular channel.** Washington: US Government Printing Office, 1961.

TRANMER, AW. *et al.* **A hierarchical modelling framework for assessing physical and biochemical characteristics of a regulated river.** Ecological Modelling, [S.l.], v. 368, p. 78–93, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2017.11.010>.

TRIEU, H; BERGSTRÖM, P; SJÖDAHL, M; HELLSTRÖM, JGI; ANDREASSON, P; LYCKSAM, H. **Photogrammetry for free surface flow velocity measurement: from laboratory to field measurements.** Water, [S.l.], v. 13, n. 12, p. 1675, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/w13121675>.

TSUBAKI, R. **LSPIV app. 2018.** Disponível em: <https://sites.google.com/site/rtsubaki/lspiv-app>. Acesso em: 16 jan. 2024.

ULIANA, EM; SILVA, DD; ULIANA, EM; RODRIGUES, BS; CORRÊDO, LP. **Análise de tendência em séries históricas de vazão e precipitação: uso de teste estatístico não paramétrico.** Revista Ambiente & Água, Taubaté, v. 10, n. 1, p. 82–88, jan./mar. 2015. DOI:

<https://doi.org/10.4136/ambi-agua.1427>.

UMEYAMA, M; SHINOMIYA, H. **Particle image velocimetry measurements for Stokes progressive internal waves**. Geophysical Research Letters, [S.l.], v. 36, n. 6, 2009.

VAN ECK, NJ; WALTMAN, L. **VOSviewer: software for bibliometric mapping**. Leiden: Centre for Science and Technology Studies, 2010.

VAN KEMPEN, G; VAN DER WIEL, K; MELSEN, LA. **The impact of hydrological model structure on the simulation of extreme runoff events**. Natural Hazards and Earth System Sciences Discussions, [S.l.], 2020. DOI: <https://doi.org/10.5194/nhess-2020-154>.

VIRTANEN, P. *et al.* **SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python**. Nature Methods, [S.l.], v. 17, n. 3, p. 261–272, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>. Acesso em: 05 jan. 2025.

VYAS, J. K.; PERUMAL, M.; MORAMARCO, T. **Entropy based river discharge estimation using one-point velocity measurement at 0.6 D**. *Water Resources Research*, v. 57, n. 8, p. e2021WR029825, 2021. Disponível em: <http://doi.org/10.1029/2021WR029825>. Acesso em: 9 jun. 2025.

WAGENER, T; GUPTA, HV. **Model identification for hydrological forecasting under uncertainty**. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, [S.l.], v. 19, n. 6, p. 378–387, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00477-005-0006-5>.

WAGENER, T; MCINTYRE, N; LEES, MJ; WHEATER, HS; GUPTA, HV. **Towards reduced uncertainty in conceptual rainfall-runoff modelling: dynamic identifiability analysis**. Hydrological Processes, [S.l.], v. 17, n. 2, p. 455–476, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1002/hyp.1135>.

WANG, C; WANG, P. **Hydraulic resistance characteristics of riparian reed zone in river**. Journal of Hydrologic Engineering, [S.l.], v. 12, n. 3, p. 267–272, 2007. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2007\)12:3\(267\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:3(267)).

WANG, W; ZHAO, Y; TU, Y; DONG, R; MA, Q; LIU, C. **Research on parameter regionalization of distributed hydrological model based on machine learning**. Water, [S.l.], v. 15, n. 3, p. 518, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/w15030518>.

WANG, X; SUN, Y; LU, W; WANG, X. **Experimental study of the effects of roughness on the flow structure in a gravel-bed channel using particle image velocimetry**. Journal of Hydrologic Engineering, [S.l.], v. 16, n. 9, p. 710–716, 2011.

WANG, X; ZHANG, Q; GU, X. **Fractal-based effective utilization coefficient of irrigation water space scale variability**. Acta Geographica Sinica, [S.l.], v. 67, n. 9, p. 1201–1212, 2012.

WARD, JV. **Riverine landscapes: biodiversity patterns, disturbance regimes, and aquatic conservation**. Biological Conservation, [S.l.], v. 83, n. 3, p. 269–278, 1998. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0006-3207\(97\)00083-9](https://doi.org/10.1016/S0006-3207(97)00083-9). Acesso em: 03 jun. 2025.

WELBER, M. *et al.* **Field assessment of noncontact stream gauging using portable surface velocity radars (SVR)**. Water Resources Research, [S.l.], v. 52, n. 2, p. 1108–1126,



2016.

WU, Y; CHEN, Y; TIAN, Y. **Incorporating empirical orthogonal function analysis into machine learning models for streamflow prediction.** Sustainability, [S.l.], v. 14, n. 11, p. 6612, 2022. DOI: <https://doi.org/10.3390/su14116612>.

XIA, R. **Relation between mean and maximum velocities in a natural river.** Journal of Hydraulic Engineering, [S.l.], v. 123, n. 8, p. 720–723, ago. 1997. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1997\)123:8\(720\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:8(720)).

YANG, SQ; TAN, SK; WANG, XK. **Mechanism of secondary currents in open channel flows.** Journal of Geophysical Research: Earth Surface, [S.l.], v. 117, F04014, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JF002510>.

YANG, T; LIU, Z; CHEN, Y; YU, Y. **Real-time, inexpensive, and portable measurement of water surface velocity through smartphone.** Water, [S.l.], v. 12, n. 12, p. 3358, 2020.

YAPO, PO. *et al.* **Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data.** Journal of Hydrology, [S.l.], v. 181, p. 23–48, 1996.

YI, X; ZHOU, F; ZHOU, J; WANG, X; GUO, H. **Application of regionalization in hydrological forecasting for ungauged basins.** Journal of China Hydrology, [S.l.], 2014.

YIRIGUI, Y; LEE, SW; NEJADHASHEMI, AP; HERMAN, MR; LEE, JW. **Relationships between riparian forest fragmentation and biological indicators of streams.** Sustainability, [S.l.], v. 11, n. 10, p. 2870, 2019. DOI: <https://doi.org/10.3390/su11102870>.

YU, K, KWONKYU; KIM, S, SEOJUN; KIM, D, DONGSU. **Correlation analysis of spatio-temporal images for estimating two-dimensional flow velocity field in a rotating flow condition.** Journal of Hydrology, v. 529, p. 1810:1822, (2015). Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.08.005>. Acesso em: 4 jun. 2025.

YUAN, S; LIN, H; TANG, H; QIU, J; LI, Z; XU, D; LUO, X; GUALTIERI, C. **An optimized entropy-based model for estimating river confluence hydrodynamics: accounting for the effects of velocity dip.** Journal of Hydrology, [S.l.], v. 628, p. 130408, jan. 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2023.130408>. Acesso em: 03 jun. 2025.

YUAN, Y; CHENG, Q. **ArcRegionalization: a GIS-based toolkit to predict streamflow in ungauged basins.** In: AGU Fall Meeting Abstracts, [S.l.], H54C-07, 2005.

ZHANG, J; XIAO, H; ZHANG, X; LI, F. **Impact of reservoir operation on runoff and sediment load at multi-time scales based on entropy theory.** Journal of Hydrology, [S.l.], v. 569, p. 809–815, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.01.005>.

ZHANG, S; LIU, Y; LI, M; LIANG, B. **Distributed hydrological models for addressing effects of spatial variability of roughness on overland flow.** Water Science and Engineering, [S.l.], v. 9, n. 3, p. 249–255, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wse.2016.07.001>.

ZHAO, H; CHEN, H; LIU, B; LIU, W; XU, CY; GUO, S. *et al.* **An improvement of the space-time image velocimetry combined with a new denoising method for estimating river discharge.** Flow Measurement and Instrumentation, [S.l.], v. 77, 101864, 2021. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101864>.

ZHOU, Y. **Watershed hydrology and land-use and land-cover change (LULCC)**. In: Fresh Water and Watersheds. [S.l.]: CRC Press, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780429441042-32>.