



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS RUSSAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE SOFTWARE

CAIO FINOTTI BOSCO

OTIMIZANDO CARTEIRAS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES COM
PROGRAMAÇÃO LINEAR

RUSSAS

2025

CAIO FINOTTI BOSCO

OTIMIZANDO CARTEIRAS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES COM PROGRAMAÇÃO
LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia de Software
do Campus Russas da Universidade Federal do
Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Engenharia de Software.

Orientadora: Prof. Dra. Tatiane Fernan-
des Figueiredo.

RUSSAS

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B753o Bosco, Caio Finotti.
Otimizando carteiras de investimento em ações com Programação Linear / Caio Finotti Bosco. – 2025.
35 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas,
Curso de Engenharia de Software, Russas, 2025.
Orientação: Prof. Dr. Tatiane Fernandes Figueiredo..

1. Otimização de portfólio. 2. Programação linear. 3. Investimentos . I. Título.

CDD 005.1

CAIO FINOTTI BOSCO

OTIMIZANDO CARTEIRAS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES COM PROGRAMAÇÃO
LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia de Software
do Campus Russas da Universidade Federal do
Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Engenharia de Software.

Aprovada em: 24/07/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Tatiane Fernandes
Figueiredo (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Eurinardo Rodrigues Costa
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Alexandre Matos Arruda
Universidade Federal do Ceará (UFC)

RESUMO

O mercado de ações, marcado pela alta volatilidade e incerteza econômica, demanda o uso de estratégias quantitativas — ou seja, baseadas em dados numéricos e modelos matemáticos — para orientar a alocação de investimentos. Neste contexto, propôs-se a aplicação da Pesquisa Operacional e da Programação Linear, com resolução por meio do Método Simplex, visando à otimização de portfólios para diferentes perfis de risco: conservador, moderado e agressivo. A metodologia envolveu a coleta e análise de dados de ações que compõem o Índice Bovespa. Em seguida, o desenvolvimento de um modelo matemático de otimização, codificado em *Python* e utilizando a biblioteca MIP. O modelo buscou maximizar o retorno esperado das carteiras, respeitando as restrições de risco definidas para cada perfil. Como principal resultado, com base na análise das carteiras geradas para o ano de 2023, a partir de um universo de 87 ativos, identificaram-se três carteiras de baixo risco com os melhores retornos, recomendadas para qualquer perfil de investidor. Excluindo essas alternativas, o modelo apresentou resultados distintos para cada perfil, conforme os níveis de risco estipulados.

Palavras-chave: otimização de portfólio; programação linear; investimentos;

ABSTRACT

The stock market, characterized by high volatility and economic uncertainty, requires the use of quantitative strategies — that is, those based on numerical data and mathematical models — to guide investment allocation. In this context, this study proposed the application of Operations Research and Linear Programming, solved using the Simplex Method, with the objective of optimizing investment portfolios for different risk profiles: conservative, moderate, and aggressive. The methodology involved the collection and analysis of data from stocks that make up the Ibovespa Index. Subsequently, a mathematical optimization model was developed and implemented in *Python* using the MIP library. The model aimed to maximize the expected return of portfolios while respecting the risk constraints defined for each investor profile. As a main result, based on the analysis of the portfolios generated for the year 2023 from a universe of 87 assets, three low-risk portfolios with the highest returns were identified and recommended for any type of investor. Excluding these options, the model produced distinct outcomes for each profile, according to their respective risk levels.

Keywords: portfolio optimization; linear programming; investments;

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de metodologia	23
Figura 2 – Composição do Ibovespa disponibilizado pela B3.	24
Figura 3 – Composição do Ibovespa disponibilizado pela B3.	24
Figura 4 – Informações sobre as ações.	26
Figura 5 – Composição do Portfólio A.	29
Figura 6 – Composição do Portfólio B.	30
Figura 7 – Composição do Portfólio C.	31
Figura 8 – Composição da Portfólio D.	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre os estudos analisados.	22
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVOS	11
2.1	Objetivo Geral	11
2.2	Objetivos Específicos	11
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
3.1	Mercado de Ações	12
3.2	Pesquisa Operacional	13
3.3	Programação Linear	14
3.4	Simplex	15
3.4.1	<i>Exemplo didático de aplicação com tableaux</i>	16
4	TRABALHOS RELACIONADOS	19
4.1	Otimização de Carteiras de Investimento com Perfis de Risco Diferenciados	19
4.2	Análise Comparativa de Carteiras Otimizadas com Base no Ibovespa . .	19
4.3	Aplicação da Teoria de Markowitz e do Método Simplex em Investimentos	20
4.4	Otimização de Portfólio com Programação Linear Fuzzy Intervalar . . .	20
4.5	Relação com o presente trabalho	21
4.6	Comparação entre os trabalhos relacionados	22
5	METODOLOGIA	23
5.1	Coleta de Dados	23
5.2	Modelagem Matemática	27
5.3	Implementação Computacional	28
5.4	Análise dos Resultados	28
5.4.1	<i>Portfólio A</i>	28
5.4.2	<i>Portfólio B</i>	29
5.4.3	<i>Portfólio C</i>	30
5.4.4	<i>Portfólio D</i>	30
5.4.5	<i>Discussão Comparativa</i>	30
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	33
	REFERÊNCIAS	35

1 INTRODUÇÃO

A tomada de decisão no mercado financeiro é um processo complexo, especialmente no que diz respeito à alocação de recursos em carteiras de investimentos. A volatilidade dos ativos, as incertezas econômicas e a necessidade de equilibrar risco e retorno são fatores que tornam indispensável o uso de ferramentas analíticas e quantitativas.

Nos últimos anos, o número de investidores na bolsa de valores brasileira tem apresentado um crescimento significativo. Essa ascendência, aponta para a relevância de métodos que auxiliem na tomada de decisão financeira (SOUZA *et al.*, 2017). Em 2024, a B3, bolsa de valores do Brasil, registrou aproximadamente 19,4 milhões de investidores pessoas físicas, dos quais 5,1 milhões alocaram recursos em ativos de renda variável (BRASIL BOLSA, 2025b). Esse aumento reflete uma maior democratização do mercado financeiro, ao mesmo tempo em que evidencia a necessidade de instrumentos para mitigar riscos e maximizar retornos.

A renda variável, embora ofereça maior potencial de lucro em comparação à renda fixa, apresenta desafios consideráveis, em que alguns economistas pontuam como risco (NETO, 2014). Diferentemente da renda fixa, cujos retornos são previsíveis, os ativos de renda variável têm seus valores determinados por flutuações de mercado, regidas por fatores como oferta, demanda e tendências econômicas. Essas características tornam o investimento em renda variável mais arriscado, ainda que mais lucrativo, como apontado por Castro *et al.* (2023). Entre os instrumentos de renda variável, o investimento em ações é uma das modalidades mais populares e acessíveis, conforme destacado por Neto (2016).

Nesse contexto, a Pesquisa Operacional surge como uma abordagem promissora para apoiar investidores na tomada de decisão. Essa área define modelos matemáticos para determinadas circunstâncias e exprime a solução mais eficiente para elas (VIDAL, 2003). Ao otimizar a escolha de ativos, é possível construir portfólios que atendam a diferentes perfis de risco, maximizando os retornos esperados enquanto respeitam as limitações impostas pelas preferências dos investidores (MERCÊS, 2019).

Considerando os desafios e as incertezas associados ao investimento em ações, este trabalho apresenta um modelo de Programação Linear para auxiliar na elaboração de portfólios de investimento otimizados. O objetivo principal é determinar a composição ideal de portfólios para diferentes perfis de risco — conservador, moderado e agressivo — considerando a exposição ao risco enquanto atende aos níveis de retorno esperados.

Para validação dos resultados obtidos pelo modelo proposto, foi realizada uma análise

com base em um conjunto de 87 ativos listados no índice Ibovespa no mês de março de 2025, utilizando dados históricos dessas ações referentes ao ano de 2023. A partir da implementação do modelo, considerando as características dos ativos selecionados e as restrições estabelecidas para cada perfil de investidor, foi realizada uma análise qualitativa dos portfólios gerados. Como conclusão, observa-se que os portfólios fornecem uma combinação de ativos diversificados e alinhados aos objetivos de cada perfil de investidor, garantindo também a maximização dos retornos esperados.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: o **Capítulo 1** apresenta a introdução ao tema, destacando a importância da alocação eficiente de recursos no mercado de ações e contextualizando o problema de pesquisa. O **Capítulo 2** define o objetivo geral e os objetivos específicos que guiam o desenvolvimento do estudo. No **Capítulo 3**, é realizada a fundamentação teórica, abordando conceitos essenciais sobre o mercado de ações, a Pesquisa Operacional, a Programação Linear e o método Simplex, incluindo um exemplo prático resolvido com o uso do tableau. O **Capítulo 4** explora os trabalhos relacionados, comparando diferentes abordagens de otimização de portfólios e estabelecendo o posicionamento da presente pesquisa em relação a estudos anteriores. O **Capítulo 5** descreve detalhadamente a metodologia adotada, desde a coleta e o tratamento dos dados até a modelagem matemática, implementação computacional e análise dos resultados obtidos para os diversos perfis de risco. Por fim, o **Capítulo 6** apresenta as conclusões do trabalho, destacando a efetividade do modelo proposto e sugerindo possíveis direções para pesquisas futuras.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Desenvolver e aplicar um modelo de Programação Linear capaz de otimizar a composição de portfólios de investimentos em mercado à vista de ações, selecionando ativos que maximizem o retorno esperado dentro dos limites de risco previamente estabelecidos para diferentes perfis de investidor.

2.2 Objetivos Específicos

- Analisar os ativos que compõem o Índice Ibovespa, coletando e estruturando seus dados históricos para embasar a modelagem matemática;
- Criar um modelo de Programação Linear para otimizar a alocação de ativos, considerando diferentes perfis de risco e garantindo a diversificação do portfólio por meio de restrições adequadas;
- Codificar o modelo matemático utilizando a linguagem *Python* e a biblioteca MIP, permitindo sua aplicação prática em ambiente computacional;
- Aplicar o Método Simplex para resolver o problema de otimização, assegurando um equilíbrio eficiente entre retorno e risco na composição do portfólio;
- Avaliar os resultados obtidos, verificando a eficácia do modelo proposto na otimização de portfólios para uma entrada específica.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são apresentados os conceitos fundamentais para a compreensão das técnicas utilizadas na análise proposta. As seções subsequentes abordam os aspectos relacionados ao mercado de ações, à Pesquisa Operacional e à Programação Linear, fornecendo a base teórica necessária para o desenvolvimento da pesquisa.

3.1 Mercado de Ações

O mercado de ações é formado por títulos que representam frações do capital social de empresas organizadas sob o regime de sociedade anônima. Essas frações, denominadas ações, conferem aos seus detentores (acionistas) direitos proporcionais à sua participação no capital da empresa e podem ser negociadas no mercado financeiro. Esses títulos, ao serem negociados no mercado, tornam-se instrumentos que combinam oportunidades de investimento e mecanismos de financiamento para as empresas, sendo influenciados por fatores econômicos, políticos e operacionais (NETO, 2014).

As ações podem ser classificadas em dois principais tipos: ações ordinárias (ON) e ações preferenciais (PN). As ações ordinárias concedem aos acionistas o direito de voto em assembleias e participação nos resultados da empresa, embora possam apresentar maior volatilidade. Já as ações preferenciais, apesar de não concederem direito a voto, possuem prioridade no recebimento de dividendos e em eventual liquidação da empresa (NETO *et al.*, 2005).

Muitas empresas optam por distribuir dividendos aos seus acionistas com regularidade, adotando intervalos variados, como pagamentos mensais, bimestrais, trimestrais, semestrais ou anuais. Os dividendos representam uma fração dos lucros gerados pela empresa que é destinada aos acionistas, frequentemente em forma de dinheiro. A formulação de uma política de dividendos está intimamente ligada à gestão do lucro líquido da organização, e essa decisão estratégica pode tomar dois caminhos principais: reinvestir os lucros na empresa, visando expansão e fortalecimento das operações, ou distribuí-los aos acionistas como forma de remuneração pelo investimento realizado (PAGINI, 2013).

Conforme Neto (2014), existem também outras formas de retorno ao investidor além dos dividendos, como os juros sobre capital próprio (JCP), bonificações e subscrição de ações. Diferentemente dos dividendos, o JCP é tratado como despesa financeira e, portanto,

dedutível da base de cálculo do imposto de renda da empresa, tornando-se uma opção fiscalmente vantajosa para as organizações. Embora tenha características distintas, na prática, seu pagamento é percebido pelos acionistas como uma distribuição de lucros adicional. Outro mecanismo utilizado pelas empresas é a bonificação, que consiste na emissão gratuita de novas ações aos acionistas, proporcionalmente à sua participação societária. Essa distribuição ocorre quando há aumento do capital social da empresa, por meio da incorporação de reservas, sem necessidade de novo aporte financeiro por parte dos investidores. Em algumas ocasiões, as empresas podem optar por bonificações em dinheiro, concedendo um retorno financeiro extra aos acionistas. Por fim, há o direito de subscrição, que assegura aos acionistas preferência na aquisição de novas ações emitidas pela empresa em eventuais aumentos de capital. Esse direito pode ser vantajoso quando o preço de subscrição das novas ações é inferior ao preço de mercado, permitindo ao acionista ampliar sua participação na empresa em condições favoráveis.

Em relação aos dividendos, quando uma empresa decide distribuí-los, uma das principais métricas utilizadas para avaliar sua atratividade para os investidores é o *Dividend Yield*. Esse indicador representa a porcentagem do valor total pago em dividendos nos últimos 12 meses em relação ao preço atual da ação, permitindo uma análise do retorno passivo oferecido pela empresa aos seus acionistas (BATISTA, 2023).

No entanto, é importante destacar que, conforme apontado por Schiroky (2006), existe uma relação direta entre risco e retorno no mercado financeiro. Isso significa que os investidores, ao buscarem maior rentabilidade, geralmente precisam assumir um nível de risco mais elevado. Em contrapartida, aqueles que priorizam segurança tendem a obter retornos mais estáveis, porém menores. Essa dinâmica reflete o princípio fundamental do mercado de capitais, no qual a busca por maior lucratividade está frequentemente associada a uma maior exposição às oscilações do mercado.

3.2 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional emergiu durante a Segunda Guerra Mundial como uma ferramenta estratégica para auxiliar as operações militares. Cientistas foram mobilizados para desenvolver métodos que otimizassem a utilização de recursos escassos em diversos cenários de guerra, contribuindo para decisões táticas e estratégicas. Após a guerra, no contexto de reconstrução industrial, a Pesquisa Operacional expandiu-se para setores comerciais, industriais e governamentais, auxiliando organizações a enfrentar problemas resultantes da complexidade e

especialização crescentes. Entre os desafios enfrentados estavam a fragmentação de responsabilidades, conflitos entre objetivos das unidades organizacionais e a necessidade de maximizar o uso de recursos disponíveis (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

3.3 Programação Linear

A disciplina de Pesquisa Operacional tem se consolidado como um campo interdisciplinar de grande relevância, que aplica modelos matemáticos e algoritmos computacionais avançados para a resolução de problemas complexos de decisão (TAHA, 2013). Dentre as diversas abordagens matemáticas utilizadas, a Programação Linear (PL) se destaca como uma técnica fundamental, especialmente no contexto de alocação eficiente de recursos limitados entre atividades concorrentes (WINSTON, 2004). A PL é uma abordagem matemática que se insere dentro do campo da Pesquisa Operacional, sendo particularmente eficaz na otimização de sistemas em que é necessário determinar a melhor solução possível, conhecida como solução ótima, sob um conjunto de restrições lineares (DANTZIG, 2016).

Em termos práticos, a PL busca identificar a alocação de recursos que maximize ou minimize uma função objetivo, levando em consideração as limitações impostas pelas restrições (BAZARAA *et al.*, 2011). A versatilidade dessa técnica é evidenciada pela sua aplicação em diversas áreas, como logística, planejamento de produção e gestão de estoques, onde a eficiência na alocação de recursos é crucial para a maximização do desempenho (CHVÁTAL, 1983).

Um modelo de Programação Linear é representado por uma função objetivo linear (a ser maximizada ou minimizada), variáveis de decisão contínuas (representando os recursos a serem alocados) e restrições lineares (que limitam as combinações possíveis). A formulação geral pode ser descrita como:

Maximizar ou Minimizar $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Onde:

- Z representa a função objetivo que será otimizada (maximização de lucro ou minimização de custos);
- x_i são as variáveis de decisão associadas aos recursos disponíveis;
- c_i são os coeficientes que indicam o impacto de cada variável na função objetivo;
- b_j são os limites máximos ou mínimos dos recursos disponíveis.

A aplicação desse modelo permite estruturar problemas complexos de maneira sistemática e eficiente, garantindo que os recursos sejam alocados da melhor forma possível dentro das restrições existentes (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

3.4 Simplex

O Método Simplex é um algoritmo amplamente empregado para a resolução de problemas de Programação Linear (PL), tendo sido desenvolvido por George B. Dantzig. Sua principal finalidade é determinar a solução ótima de um problema de maximização ou minimização, respeitando um conjunto de restrições lineares previamente estabelecidas. O processo inicia-se com a definição de uma função objetivo, que representa matematicamente a finalidade do problema. Além disso, o modelo inclui um conjunto de variáveis de decisão, responsáveis por caracterizar as quantidades ou elementos a serem otimizados. Por fim as restrições, que representam limitações inerentes ao problema, como recursos escassos ou restrições operacionais. Essas restrições são matematicamente descritas por um sistema de inequações. O Método Simplex se destaca como uma técnica robusta e eficiente para a resolução de problemas de Programação Linear, sendo amplamente aplicado em diversas áreas, como otimização de investimentos,

logística, planejamento de produção e alocação de recursos (DANTZIG, 2016).

3.4.1 Exemplo didático de aplicação com tableaux

Considere o seguinte problema de maximização:

$$\text{Maximizar } Z = 3x_1 + 2x_2$$

sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Adicionamos variáveis de folga s_1 e s_2 para obter as equações:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + s_1 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 = 5 \end{cases} \quad \text{com } x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

Tabela 0 — Tableau Inicial

Base	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	-3	-2	0	0	0
s_1	1	1	1	0	4
s_2	2	1	0	1	5

Iteração 1 — Entrando x_1 , saindo s_2

Razões:

$$\frac{4}{1} = 4, \quad \frac{5}{2} = 2.5 \Rightarrow s_2 \text{ sai}$$

Normalizamos a linha s_2 (dividindo por 2):

Nova linha x_1 : (1, 0.5, 0, 0.5, 2.5)

Zera-se a coluna de x_1 :

$$\text{Nova linha } Z = Z + 3 \cdot x_1 = (0, -0.5, 0, 1.5, 7.5)$$

$$\text{Nova linha } s_1 = s_1 - 1 \cdot x_1 = (0, 0.5, 1, -0.5, 1.5)$$

Tabela 1

Base	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	0	-0.5	0	1.5	7.5
s_1	0	0.5	1	-0.5	1.5
x_1	1	0.5	0	0.5	2.5

Iteração 2 — Entrando x_2 , saindo s_1

Razões:

$$\frac{1.5}{0.5} = 3, \quad \frac{2.5}{0.5} = 5 \Rightarrow s_1 \text{ sai}$$

Normalizamos a linha de x_2 (antiga linha s_1):

$$\text{Nova linha } x_2 = (0, 1, 2, -1, 3)$$

Zera-se a coluna de x_2 :

$$\text{Nova linha } Z = Z + 0.5 \cdot x_2 = (0, 0, 1, 1, 9)$$

$$\text{Nova linha } x_1 = x_1 - 0.5 \cdot x_2 = (1, 0, -1, 1, 1)$$

Tabela Final — Solução ótima

Base	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	0	0	1	1	9
x_2	0	1	2	-1	3
x_1	1	0	-1	1	1

Conclusão

A solução ótima é:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 3, \quad Z = 9$$

O método Simplex, ao seguir essas etapas de escolha de pivôs, normalização e eliminação, permite encontrar a solução ótima respeitando todas as restrições.

4 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo apresenta uma análise de estudos previamente realizados que servem como base teórica e metodológica para a presente pesquisa, devido à sua relevância temática e alinhamento com o objetivo de otimizar portfólios de investimentos utilizando a Pesquisa Operacional, com foco na Programação Linear e no Método Simplex. A análise será dividida em três seções principais, cada uma detalhando um estudo relevante na área, e culminará em uma quarta seção que discute a relação desses trabalhos com o objetivo do presente artigo.

4.1 Otimização de Carteiras de Investimento com Perfis de Risco Diferenciados

Mercês (2019) propôs um modelo de Programação Linear voltado para investidores que desejam maximizar seus lucros ao mesmo tempo em que controlam os riscos envolvidos, considerando o percentual que cada perfil de investidor está disposto a assumir.

O modelo de Mercês foi aplicado a um cenário fictício no qual um investidor selecionou previamente dez ações, mas não possuía um critério estruturado para distribuir seus recursos entre elas. Para solucionar esse problema, o autor definiu variáveis de decisão, formulou uma função objetivo voltada para a maximização do retorno esperado e estabeleceu critérios de restrição para mitigar riscos e garantir diversificação.

A implementação foi realizada no software *Microsoft Excel* utilizando a ferramenta *Solver* e contemplou três perfis de risco: conservador, moderado e agressivo. Os resultados evidenciaram o tradicional *trade-off* entre risco e retorno, confirmando que perfis mais arrojados obtêm retornos mais elevados, embora a diferença entre os retornos dos perfis moderado e agressivo tenha sido menos expressiva. O estudo demonstrou a viabilidade da programação linear como ferramenta para apoiar a alocação estratégica de investimentos.

4.2 Análise Comparativa de Carteiras Otimizadas com Base no Ibovespa

A pesquisa conduzida por Souza *et al.* (2017) buscou otimizar um portfólio com base nos ativos do Índice Ibovespa, utilizando a teoria de Markowitz para maximizar a relação entre risco e retorno. O estudo analisou dados históricos do Índice Ibovespa entre janeiro e abril de 2016, calculando o retorno médio e o Desvio Padrão dos ativos. Com essas informações, a ferramenta *Solver* do *Microsoft Excel* foi utilizada para compor um portfólio contendo cinco ativos que maximizassem o retorno e minimizassem o risco. O desempenho do portfólio foi

comparado ao Índice Ibovespa antes e depois de sua criação.

Os resultados mostraram que o portfólio otimizado apresentou um retorno superior ao Índice Ibovespa no período analisado, com um risco reduzido. No entanto, nos meses subsequentes, o portfólio teve desempenho inferior ao índice devido a fatores macroeconômicos e à volatilidade de ativos com grande peso na composição do Ibovespa. O estudo apontou que ajustes periódicos poderiam melhorar a performance, mas com um aumento proporcional no risco.

4.3 Aplicação da Teoria de Markowitz e do Método Simplex em Investimentos

Santiago (2018) desenvolveu um modelo para a composição de um portfólio de investimentos otimizado, fundamentado na Teoria de Portfólio de Markowitz e na resolução de problemas de Programação Linear por meio do Método Simplex.

Os ativos foram selecionados a partir de recomendações de analistas financeiros publicadas na revista Exame. A modelagem matemática foi implementada no software *MATLAB*, e a função objetivo buscou maximizar o retorno ponderado dos ativos, respeitando restrições que garantiam diversificação e limitavam a alocação máxima em cada ativo.

Além disso, o Índice de Sharpe foi utilizado como métrica de avaliação do desempenho do portfólio. Os resultados indicaram que a metodologia proposta foi eficaz na otimização da relação risco-retorno, destacando a importância da diversificação e da consideração da covariância entre os ativos. O estudo reforçou a aplicabilidade do Método Simplex para a otimização financeira e demonstrou a vantagem de utilizar ferramentas computacionais especializadas.

4.4 Otimização de Portfólio com Programação Linear Fuzzy Intervalar

Yin *et al.* (2018) investigou a aplicação da Programação Linear Fuzzy Intervalar (IFLP - Interval-valued Fuzzy Linear Programming) na otimização de carteiras de investimento, com foco na representação da imprecisão inerente aos parâmetros financeiros. Essa abordagem combina conceitos da lógica fuzzy com análise intervalar, permitindo modelar situações nas quais os valores exatos de retorno e risco não são completamente conhecidos, mas podem ser expressos como intervalos com diferentes níveis de confiança.

A lógica fuzzy tradicional permite representar incertezas por meio de conjuntos com graus de pertinência (por exemplo, um retorno pode ser “moderadamente alto” com um grau

de 0,7). Já o modelo intervalar fuzzy estende essa ideia ao associar intervalos a esses graus de pertinência, permitindo maior flexibilidade e realismo em contextos financeiros incertos. Assim, retornos esperados foram modelados como números fuzzy triangulares, enquanto riscos e níveis de tolerância ao risco foram tratados como intervalos fuzzy.

O modelo proposto por Yin et al. foi transformado em dois submodelos lineares determinísticos: o primeiro utilizando os valores centrais dos intervalos fuzzy, e o segundo considerando a soma ponderada dos vértices das funções de pertinência. Ambos os modelos foram resolvidos computacionalmente por meio do software LINGO, com o uso do método Simplex.

Para validação empírica, foi construída uma carteira com cinco ativos: poupança bancária (com retorno fixo de 7%) e quatro ações chinesas de setores estratégicos (CNPC, Sinopec, Wanke A e Poly Real Estate). Os resultados apresentaram alocações ótimas distintas: uma conservadora (83,15% em poupança, 7,66% na CNPC e 9,19% na Wanke A), com retorno de 8,07%; e outra moderada (77,5% em poupança e 22,5% na Wanke A), com retorno de 8,64%.

O estudo evidenciou o trade-off clássico entre risco e retorno, demonstrando como técnicas fuzzy podem capturar de forma robusta as incertezas dos mercados financeiros. A pesquisa se destaca por demonstrar que, mesmo sob incerteza paramétrica, a programação linear continua sendo eficiente e aplicável quando adaptada com abordagens fuzzy intervalares — fornecendo uma base teórica relevante para a expansão dos modelos tradicionais, como o utilizado no presente trabalho.

4.5 Relação com o presente trabalho

Os quatro estudos analisados utilizam a Programação Linear resolvida por meio do Método Simplex, constituindo uma base metodológica sólida para o desenvolvimento do presente trabalho. Com base nessa abordagem, este estudo aplica os fundamentos da Pesquisa Operacional para otimizar um portfólio de investimentos em ações, considerando diferentes perfis de risco.

O estudo de Mercês (2019) destaca a importância da segmentação dos investidores por perfil de risco, oferecendo um modelo que permite maximizar retornos de acordo com diferentes níveis de exposição ao risco. Souza *et al.* (2017) exploram a relação risco-retorno dentro do contexto do Índice Ibovespa, demonstrando a eficácia da diversificação na construção de portfólios eficientes. Santiago (2018) apresenta uma abordagem baseada no Método Simplex,

evidenciando a viabilidade da otimização matemática aplicada a investimentos com base em dados do mercado nacional. Já o estudo de Yin *et al.* (2018) inova ao aplicar a Programação Linear Fuzzy Intervalar, permitindo incorporar incertezas dos parâmetros financeiros em um modelo de otimização resolvido via Simplex, mostrando a versatilidade dessa técnica mesmo sob condições de imprecisão.

Este trabalho busca expandir os modelos anteriores ao combinar as vantagens das abordagens analisadas e adaptá-las ao contexto atual do mercado financeiro brasileiro. Além disso, realiza-se a implementação do *solver* por meio da linguagem de programação *Python*, em substituição ao uso de ferramentas como *Excel* ou *MATLAB*, conferindo maior flexibilidade, escalabilidade e automação na resolução do problema de otimização.

4.6 Comparação entre os trabalhos relacionados

A Tabela 1 apresenta uma comparação entre os estudos analisados, destacando as principais características metodológicas adotadas em cada um.

Tabela 1 – Comparação entre os estudos analisados.

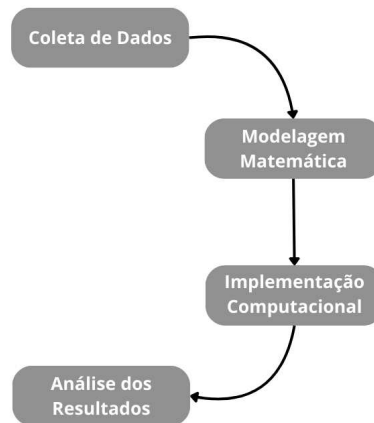
	Seleção de ações	Software utilizado	Segmentação por perfil	Restrições aplicadas
Mercês (2019)	Aleatória	Excel	Sim	Restrição geral (30%)
Souza <i>et al.</i> (2017)	Ibovespa	Excel	Não	Nenhuma
Santiago (2018)	Revista Exame	MATLAB	Não	Restrição individual
Yin <i>et al.</i> (2018)	Aleatória	LINGO	Não	Nenhuma

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 METODOLOGIA

Este estudo é conduzido por meio de uma abordagem quantitativa, utilizando a Pesquisa Operacional e a Programação Linear para otimizar carteiras de investimento. O objetivo consiste em determinar a alocação ótima de ativos financeiros, maximizando o retorno esperado dentro das restrições de risco estabelecidas para diferentes perfis de investidor. O desenvolvimento do trabalho se estrutura em quatro etapas principais, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Diagrama de metodologia



Fonte: Fornecido pelo autor.

5.1 Coleta de Dados

A etapa inicial da pesquisa consiste na obtenção das informações referentes às ações listadas no Índice Ibovespa. Para isso, realiza-se o *download* da planilha disponibilizada pela B3 contendo a composição teórica do índice na data de 5 de março de 2025. As Figuras 2 e 3 apresentam a composição do Ibovespa, conforme os dados extraídos da plataforma de financeira da B3.

Após a coleta dos dados, as informações foram organizadas com o auxílio do software *Microsoft Excel*, onde aplicou-se um filtro para ordenar os ativos em ordem decrescente

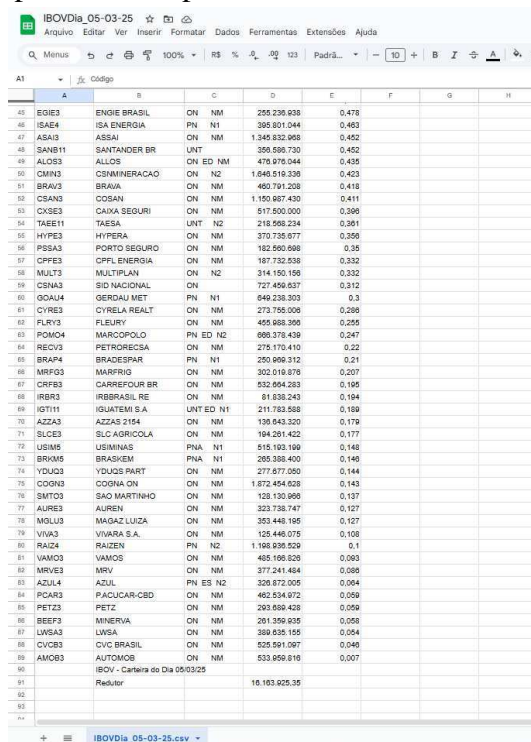
Figura 2 – Composição do Ibovespa disponibilizado pela B3.



A1	A	B	C	D	E	F	G	H
	Código	Apelo	Tipo	Obs. Técnica	Part. (%)			
1		Quantidade Teórica Total		98.454.079.581	100			
2	VALE3	VALE	ON NM	4.270.933.023	11.897			
3	PETR4	PETROBRAS	PN N2	4.631.132.860	9.021			
4	ITUB4	ITAUUNIBANCO	PN EJ N1	4.792.602.422	7.709			
5	PETR3	PETROBRAS	ON N2	2.255.782.178	4.438			
6	BBAS3	BRASIL	ON NM	2.842.813.858	3.911			
7	ELET3	ELETRONBRAS	ON N1	1.977.170.723	3.907			
8	SBSF3	SABESP	ON NM	863.608.568	3.271			
9	WEIG3	WEG	ON ED NM	1.243.177.587	3.014			
10	BBOC4	BRADESCO	PN N1	5.129.958.973	2.805			
11	B3SA3	B3	ON NM	3.362.540.993	2.825			
12	ABEV3	AMBEV S/A	ON	4.394.835.131	2.705			
13	ITSA4	ITAUSA	PN EJ N1	5.857.796.242	2.582			
14	EMBR3	EMBRATER	ON NM	734.631.801	2.58			
15	BPAC11	BTGP BANCO	UNT N2	1.287.247.984	2.048			
16	EQTU3	EQUATORIAL	ON NM	1.253.941.010	1.988			
17	SUZB3	SUZANO S.A.	ON NM	530.621.754	1.79			
18	JBSS3	JBS	ON NM	1.145.982.972	1.789			
19	RDOR3	REDE D'OR	ON NM	1.145.289.019	1.569			
20	PRIO3	PETROLIO	ON NM	779.999.999	1.5			
21	RENT3	LOCALIZA	ON NM	965.985.531	1.365			
22	BBSE3	BBSECURIDADE	ON EDR NM	637.332.335	1.215			
23	ENEV3	ENEVA	ON NM	1.629.555.516	1.145			
24	RAIAD3	RAIADROGASIL	ON NM	1.288.619.979	1.126			
25	GOBR4	GERDAU	PN N1	1.242.883.587	1.043			
26	CMO4	CEMIG	PN N1	1.555.939.840	1.042			
27	RAIL3	RUMO S.A.	ON NM	1.215.914.397	1.038			
28	TOTS3	TOTVS	ON NM	540.206.440	0.951			
29	VIVT3	TELEF BRASIL	ON ERJ	382.442.128	0.891			
30	ULPAR3	ULTRAPAR	ON NM	1.080.134.379	0.915			
31	VBR3	VIBRA	ON NM	1.023.538.490	0.878			
32	CPLB3	COPEL	PNB N2	1.679.233.590	0.835			
33	BBOC3	BRADESCO	ON N1	1.484.429.957	0.775			
34	KLBH11	KLABIN S/A	UNT N2	785.185.673	0.793			
35	BRFS3	BRF S/A	ON NM	914.523.002	0.739			
36	TIMS3	TIM	ON NM	807.495.418	0.858			
37	ENGI11	ENERGISA	UNT ED N2	326.175.300	0.625			
38	UREN3	LOJAS RENNER	ON NM	1.051.120.777	0.6			
39	OCRO3	OCOR SA	ON NM	991.620.937	0.585			
40	STBP3	SANTOS BRP	ON NM	855.712.822	0.575			
41	ELET9	ELETRONBRAS	PNB N1	268.875.696	0.569			
42	NTCO3	GRUPO NATURA	ON NM	850.635.197	0.554			
43	HAPV3	HAPVIDA	ON NM	4.779.386.040	0.509			
44	ENRE3	ENRE BRASIL	ON NM	255.238.938	0.478			
45	ISAE4	ISA ENERGIA	PN N1	395.801.044	0.463			
46	ASAI3	ASSAI	ON NM	1.345.832.988	0.452			
47	SANB11	SANTANDER BR	UNT	358.688.730	0.452			
48	ALOS3	ALLOS	ON ED NM	478.976.044	0.435			
49	CMIN3	CSMINERACAO	ON N2	1.646.919.336	0.423			

Fonte: Brasil Bolsa (2025a)

Figura 3 – Composição do Ibovespa disponibilizado pela B3.



A1	A	B	C	D	E	F	G	H
	Código	Apelo	Tipo	Obs. Técnica	Part. (%)			
45	EGIE3	ENRE BRASIL	ON NM	255.238.938	0.478			
46	ISAE4	ISA ENERGIA	PN N1	395.801.044	0.463			
47	ASAI3	ASSAI	ON NM	1.345.832.988	0.452			
48	SANB11	SANTANDER BR	UNT	358.688.730	0.452			
49	ALOS3	ALLOS	ON ED NM	478.976.044	0.435			
50	CMIN3	CSMINERACAO	ON N2	1.646.919.336	0.423			
51	BRAV3	BRAVA	ON NM	460.791.208	0.418			
52	CSAN3	COSAN	ON NM	1.150.987.430	0.411			
53	CXSE3	CAIXA SEGURI	ON NM	517.600.000	0.396			
54	TABE11	TAESA	UNT N2	218.988.224	0.381			
55	HYPR3	HYPERA	ON NM	370.735.677	0.356			
56	PSSA3	PORTO SEGURO	ON NM	182.560.698	0.35			
57	CPFE3	CPFL ENERGIA	ON NM	187.732.538	0.332			
58	MULT3	MULTIPLAN	ON N2	314.150.159	0.332			
59	CSNA3	S/O NACIONAL	ON	127.459.637	0.312			
60	GOAU4	GERDAU MET	PN N1	649.238.303	0.3			
61	CYRE3	CYRELA REALT	ON NM	273.755.006	0.286			
62	FLRY3	FLEURY	ON NM	405.688.395	0.255			
63	POA4	MARCOPOLO	PN ED N2	688.378.439	0.247			
64	RECIV3	PETROBRAS	ON NM	275.170.410	0.22			
65	BRAP4	BRADESPAR	PN N1	250.899.312	0.21			
66	MRFQ3	MARFRIO	ON NM	302.019.878	0.207			
67	CRFB3	CARREFOUR BR	ON NM	532.884.283	0.195			
68	IRBR3	IRB BRASIL RE	ON NM	81.538.243	0.164			
69	IGTI11	IGUATEMI S.A.	UNT ED N1	211.783.588	0.189			
70	AZZA3	AZZAS 2154	ON NM	136.643.320	0.179			
71	SLECE3	SLC AGRICOLA	ON NM	194.281.422	0.177			
72	USAM5	USAMINAS	PNB N1	515.192.160	0.148			
73	BRKM5	BRASKEM	PNB N1	265.388.400	0.149			
74	YDUQ3	YDUQS PART	ON NM	277.877.080	0.144			
75	COGN3	COBNA ON	ON NM	1.872.454.828	0.143			
76	SVTO3	SAO MARTINHO	ON NM	126.130.968	0.137			
77	AURE3	AUREN	ON NM	323.738.747	0.127			
78	MOLU3	MAGAZ LUIZA	ON NM	353.448.195	0.127			
79	VIVA3	VIVARA S.A.	ON NM	125.446.075	0.108			
80	RAIZ4	RAIZEN	PN N2	1.198.939.529	0.1			
81	VAMC3	VAMOS	ON NM	455.195.226	0.093			
82	MRVE3	MRV	ON NM	377.241.484	0.086			
83	AZUL4	AZUL	PN ES N2	328.872.005	0.084			
84	PCAR3	PACUJAR-CBD	ON NM	462.534.872	0.059			
85	PETZ3	PETZ	ON NM	230.369.428	0.059			
86	BEEF3	MINERVA	ON NM	261.359.935	0.058			
87	LUWA3	LUWA	ON NM	389.635.155	0.054			
88	CVCB3	CVC BRASIL	ON NM	525.591.097	0.046			
89	AMOB3	AUTOMOB	ON NM	533.656.616	0.007			
90		Reclamações - Carteira do Dia 05/03/25						
91		Redutor		16.193.925.35				

Fonte: Brasil Bolsa (2025a)

de participação em relação ao índice Bovespa, permitindo uma visualização mais clara dos papéis com maior representatividade. Embora essa organização não interfira diretamente na aplicação do modelo matemático, ela contribui para uma melhor compreensão da composição do índice no período analisado, facilitando a interpretação dos resultados obtidos.

Na presente pesquisa, adotou-se uma restrição de 20% do capital a ser investido em cada setor de ações ($L = 0,2$), visando assegurar uma adequada diversificação da carteira, conforme preconizado pela teoria de Markowitz (MARKOWITZ, 1952). Embora não haja uma regulamentação específica que limite o percentual máximo de investimento em um único ativo ou setor para investidores individuais, essa prática de diversificação é amplamente recomendada para mitigar riscos. A escolha do limite de 20% baseia-se nas diretrizes aplicáveis a fundos de investimento, conforme estabelecido na Resolução CVM nº 175, de 23 de dezembro de 2022, que dispõe sobre a constituição, o funcionamento e a divulgação de informações dos fundos de investimento, bem como sobre a prestação de serviços para os fundos. Assim, ao impor tal restrição, o modelo de otimização alinha-se a práticas consolidadas no mercado financeiro, garantindo uma carteira equilibrada e reduzindo a exposição a riscos excessivos associados à concentração de capital em poucos ativos.

Considerando que não há uma métrica universalmente aceita para associar o Desvio Padrão ao nível de risco de cada perfil de investidor, esta pesquisa adota como referência a abordagem utilizada por Mercês (2019), que considera a média do Desvio Padrão de todas as ações estudadas na pesquisa como referência para o perfil moderado, e utilizando para os demais perfis, uma variação de 13% em relação à média, reduzindo esse percentual para o perfil conservador e aumentando para o perfil agressivo. No caso desta pesquisa obtemos o valor da média como 2,27, sendo este o risco aceito pelo nosso perfil de investidor moderado, e com a variação de 13% alcançamos o risco de 1,97 para o perfil conservador e 2,57 para o perfil agressivo.

Para assegurar a aquisição eficiente e atualizada dos dados financeiros das ações, utiliza-se a biblioteca *YFinance* da linguagem *Python*, que possibilita a recuperação automatizada das informações essenciais para esta pesquisa. Como ilustrado na Figura 4, essa ferramenta permite a extração de métricas fundamentais, como *Dividend Yield* e Desvio Padrão, assegurando maior precisão e confiabilidade na análise.

A coleta de dados foi conduzida considerando o intervalo temporal de 1º de janeiro de 2023 a 2 de janeiro de 2024, com o objetivo de refletir um ciclo anual completo de mercado.

A utilização de um período completo e encerrado assegura a disponibilidade integral dos dados financeiros históricos, buscando eliminar a possibilidade de distorções causadas por dados incompletos, revisões retroativas ou eventos ainda em andamento que poderiam comprometer a consistência da análise.

Figura 4 – Informações sobre as ações.

Código	Nome	Setor	Indústria	DY	Desvio Padrão Anual
PETRA	Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras	Energy	Oil & Gas Integrated	23.82%	2.01%
ITUB4	Itaú Unibanco Holding S.A.	Financial Services	Banks - Regional	1.26%	1.47%
PETR3	Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras	Energy	Oil & Gas Integrated	22.51%	2.05%
BBA53	Banco do Brasil S.A.	Financial Services	Banks - Regional	6.88%	1.52%
ELET3	Centrais Elétricas Brasileiras S.A - Eletrobrás	Utilities	Utilities - Renewable	0.55%	1.89%
SBSPP3	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo - SABESP	Utilities	Utilities - Regulated Water	1.78%	1.72%
WEGE3	WEG S.A.	Industrials	Electrical Equipment & Parts	1.71%	1.59%
BBDCA	Banco Bradesco S.A.	Financial Services	Banks - Regional	9.81%	1.86%
B3SA3	B3 S.A. - Brasil, Bolsa, Balcão	Financial Services	Financial Data & Stock Exchanges	3.46%	2.20%
ABEV3	Ambev S.A.	Consumer Defensive	Beverages - Brewers	5.37%	1.31%
ITSA4	Itaisa S.A.	Industrials	Conglomerates	2.36%	1.35%
EMBR3	Embraer S.A.	Industrials	Aerospace & Defense	0.80%	1.99%
BPAC11	Banco BTG Pactual S.A.	Financial Services	Capital Markets	2.14%	2.18%
EQT13	Equatorial S.A.	Utilities	Utilities - Regulated Electric	1.01%	1.40%
SUZB3	Suzano S.A.	Basic Materials	Paper & Paper Products	2.16%	1.60%
JBS53	JBS S.A.	Consumer Defensive	Packaged Foods	4.56%	2.04%

Fonte: Fornecido pelo autor.

O código utilizado para a obtenção dos dados das ações listadas, bem como a tabela gerada contendo a lista das ações presentes no Ibovespa, encontra-se disponível no repositório do **GitHub**: Bosco (2025b).

A Tabela ilustrada na Figura 4 apresenta uma amostra dos dados utilizados no processo de otimização do portfólio, com informações relevantes sobre os ativos selecionados. As colunas estão organizadas da seguinte forma:

- **Código:** representa o ticker da ação negociada na B3, utilizado como identificador único de cada ativo no mercado financeiro;
- **Nome:** denominação completa da empresa emissora do ativo, conforme registrada oficialmente;
- **Setor:** classificação setorial à qual a empresa pertence, com base na sua principal atividade econômica. Essa categorização é importante para fins de diversificação da carteira;
- **Indústria:** subclassificação dentro do setor, que detalha a área de atuação específica da empresa;
- **DY (Dividend Yield):** indicador financeiro que expressa a rentabilidade de um ativo em função dos dividendos pagos ao longo de um período, representado em percentual. Este dado é utilizado como estimativa de retorno no modelo de

otimização;

- **Desvio Padrão:** métrica estatística que representa a volatilidade histórica do ativo, utilizada como referência de risco. Quanto maior o Desvio Padrão, maior a variação dos preços e, consequentemente, maior o risco associado ao ativo.

5.2 Modelagem Matemática

A formulação do problema estrutura-se com base na Programação Linear, utilizando o Método Simplex, utilizada na resolução de problemas de otimização com múltiplas restrições lineares (DANTZIG, 2016). O objetivo do modelo consiste em maximizar o retorno esperado do portfólio de investimentos, respeitando as restrições associadas ao risco e à diversificação da alocação de ativos. Para a construção do modelo matemático, foram estabelecidos os seguintes parâmetros:

- r = Nível máximo de risco permitido de acordo com o perfil do investidor;
- σ_i = Desvio Padrão anual do ativo i , utilizado como métrica de risco;
- L = Limite máximo do capital a ser investido em cada setor, garantindo diversificação;
- R_i = Retorno esperado do ativo i , representado pelo *Dividend Yield*;
- S = Conjunto de todas as ações do Índice Ibovespa;
- K = Conjunto de setores de atuação das empresas listadas no Índice Ibovespa;
- S_k = Conjunto de ações pertencentes ao setor k ;
- i = Qualquer ativo presente na composição do Índice Ibovespa;
- k = Qualquer setor de atuação das empresas listadas no Índice Ibovespa.

Sendo assim o modelo é desenvolvido da seguinte forma:

- **Variáveis de Decisão:** Percentual de capital investido em cada uma das ações.
 X_i = quantidade do capital investido na ação i , para todo $i \in S$.

- **Função Objetivo:** O modelo busca maximizar o retorno esperado do portfólio, expresso como:

$$\max \sum_{i \in S} X_i \cdot R_i \quad (5.1)$$

- **Restrições:**

– Limitação do risco total da carteira de acordo com o perfil do investidor:

$$\sum_{i \in S} X_i \cdot \sigma_i \leq r \quad (5.2)$$

- Distribuição máxima de recursos por setor para evitar concentração excessiva:

$$\sum_{k \in \mathcal{S}_k} X_i \leq L, \forall k \in K \quad (5.3)$$

- Todo o capital disponibilizado para investimento deve ser investido:

$$\sum_{i \in S} X_i = 1 \quad (5.4)$$

- Restrição de não negatividade, garantindo que nenhuma alocação seja negativa:

$$X_i \geq 0 \quad (5.5)$$

5.3 Implementação Computacional

A resolução do modelo ocorre por meio da biblioteca MIP (*Mixed-Integer Programming*) da linguagem *Python*. O algoritmo será executado para cada perfil de investidor e ajustado conforme necessário, de forma a garantir que os resultados estejam alinhados com as expectativas de retorno e risco previamente estabelecidas. O código-fonte utilizado na implementação encontra-se disponível no repositório do *GitHub*: Bosco (2025a).

5.4 Análise dos Resultados

Nesta seção são apresentados e discutidos os portfólios gerados pelo modelo de Programação Linear, aplicado aos dados das ações compreendidos entre 1º de janeiro de 2023 e 2 de janeiro de 2024. Para cada solução ótima, são exibidos: (i) **Ativo**, (ii) **Setor econômico**, (iii) **Alocação percentual do capital**, (iv) **Dividend Yield (DY)** anualizado do portfólio e (v) **Desvio Padrão** histórico dos retornos, empregado aqui como proxy de risco.

5.4.1 Portfólio A

A Figura 5 apresenta o primeiro portfólio ótimo gerado pelo modelo de otimização. Nessa composição, o capital foi igualmente distribuído entre cinco ativos: PETR4, VIVT3, GOAU4, BRAP4 e AURE3, cada um com uma alocação de 20 %. O portfólio resultante obteve um *Dividend Yield* (DY) anualizado de 17,23 % e um Desvio Padrão de 1,57 %.

É importante destacar que o risco do portfólio encontra-se 0,40 pontos percentuais abaixo do limite estabelecido para investidores com perfil *conservador* (1,97 %). Isso indica que, mesmo havendo margem para riscos mais elevados conforme os parâmetros dos perfis *moderado* (2,27 %) e *agressivo* (2,57 %), o modelo identificou que nenhuma combinação alternativa de ativos seria capaz de proporcionar um retorno superior sem comprometer a relação risco-retorno. Esse resultado evidencia a eficiência do modelo na seleção de ativos com alto potencial de retorno e baixa volatilidade dentro do período analisado.

Figura 5 – Composição do Portfólio A.

Ativo	Setor	Alocação (%)
PETR4	Energy	20.00
VIVT3	Communication Services	20.00
GOAU4	Basic Materials	20.00
BRAP4	Financial Services	20.00
AURE3	Utilities	20.00
DY da carteira	Desvio Padrão da carteira	
17.23%	1.57%	

Fonte: Elaboração do autor.

5.4.2 Portfólio B

Para avaliar novamente o algoritmo, todos os ativos do Portfólio A foram excluídos e o modelo foi reexecutado. A nova solução —Figura 6— apresentou DY de 13,34 % e risco de 1,72 %, ainda inferior ao limiar do perfil conservador. O portfólio B distribui o capital igualmente entre PETR3, BBSE3, CMIG4, TIMS3 e CMIN3, mantendo a diversificação setorial em 20 % por setor.

Figura 6 – Composição do Portfólio B.

Ativo	Sector	Alocação (%)
PETR3	Energy	20.00
BBSE3	Financial Services	20.00
CMIG4	Utilities	20.00
TIMS3	Communication Services	20.00
CMIN3	Basic Materials	20.00
DY da carteira	Desvio Padrão da carteira	
13.34%	1.72%	

Fonte: Elaboração do autor.

5.4.3 Portfólio C

Aplicando o mesmo procedimento de exclusão sobre o Portfólio B, obteve-se o Portfólio C (Figura 7). O DY foi reduzido para 7,98 %, enquanto o risco subiu para 2,05 %. Esse valor ultrapassa o limite do perfil conservador, mas permanece adequado aos perfis *moderado* (2,27 %) e *agressivo* (2,57 %). A composição inclui BBDC3, STBP3, ISAE4, CSNA3 e BEEF3, todos com 20 % de participação.

5.4.4 Portfólio D

Por fim, os ativos do Portfólio C também foram excluídos, originando o Portfólio D (Figura 8). O DY sofreu uma leve redução para 7,52 %; em contrapartida, o risco caiu para 1,80 %, novamente compatível com o perfil conservador. A alocação final contemplou BBDC4, GGBR4, TAEE11, RECV3 e SLCE3, mantendo a diversificação setorial de 20 % por segmento econômico.

5.4.5 Discussão Comparativa

Os resultados demonstram que o algoritmo, mesmo sob o limite de risco *agressivo*, identificou sucessivamente portfólios cujo Desvio Padrão permaneceu abaixo do patamar conser-

Figura 7 – Composição do Portfólio C.

Ativo	Setor	Alocação (%)
BBDC3	Financial Services	20.00
STBP3	Industrials	20.00
ISAE4	Utilities	20.00
CSNA3	Basic Materials	20.00
BEEF3	Consumer Defensive	20.00
DY da carteira	Desvio Padrão da carteira	
7.98%	2.05%	

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 8 – Composição da Portfólio D.

Ativo	Setor	Alocação (%)
BBDC4	Financial Services	20.00
GGBR4	Basic Materials	20.00
TAE11	Utilities	20.00
RECV3	Energy	20.00
SLCE3	Consumer Defensive	20.00
DY da carteira	Desvio Padrão da carteira	
7.52%	1.80%	

Fonte: Elaboração do autor.

vador nas duas primeiras iterações (Carteiras A e B). Isso evidencia a eficiência da Programação Linear em explorar combinações de ativos de alto retorno com baixa volatilidade—efeito típico da diversificação ótima. À medida que as carteiras previamente ótimas são proibidas, observa-se redução gradativa do DY e incremento do risco relativo, refletindo o esgotamento das oportunidades dominantes na amostra analisada. Ainda assim, mesmo a quarta iteração produziu um portfólio com risco aceitável para investidores conservadores, ressaltando a robustez do processo

de otimização empregado.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este estudo demonstrou a eficácia da Programação Linear na construção de portfólios otimizados com base em diferentes perfis de risco, utilizando dados reais do mercado acionário brasileiro. A partir de um universo composto por 87 ativos listados no Índice Ibovespa em março de 2025, foram analisados os dados históricos de preços e dividendos referentes ao período compreendido entre janeiro de 2023 e janeiro de 2024. Com base nessas informações, o modelo foi capaz de gerar soluções ótimas para a alocação de capital, respeitando as restrições de risco definidas para os perfis *conservador*, *moderado* e *agressivo*.

Os resultados empíricos evidenciaram que os dois primeiros portfólios gerados — Portfólios A e B — apresentaram desempenho superior tanto em termos de retorno quanto de risco. Com *Dividend Yields* anualizados de 17,23 % e 13,34 %, e desvios-padrão de 1,57 % e 1,72 %, respectivamente, ambas as composições mantiveram-se abaixo do limite máximo de risco aceitável para o perfil conservador (1,97 %). Dessa forma, esses dois portfólios se mostraram adequados para qualquer tipo de investidor, inclusive os mais avessos ao risco.

A partir da exclusão dos ativos já utilizados, as iterações subsequentes do modelo continuaram a gerar portfólios viáveis, porém com retornos decrescentes e riscos crescentes. O Portfólio C, por exemplo, com DY de 7,98 % e risco de 2,05 %, foi classificado como adequado apenas para os perfis moderado e agressivo. Já o Portfólio D, embora tenha retornado um DY mais modesto (7,52 %), apresentou risco de 1,80 %, retornando ao intervalo aceitável para investidores conservadores e para os demais perfis.

Em síntese, os resultados obtidos demonstram a robustez e a consistência do modelo proposto, que se mostrou capaz de gerar portfólios diversificados e alinhados aos diferentes perfis de risco, mesmo sob restrições crescentes. A aplicação da Programação Linear, aliada à definição de critérios objetivos de risco e retorno, permitiu estruturar um processo decisório transparente, replicável e orientado por dados, contribuindo significativamente para o campo da otimização de investimentos.

Com base nos resultados obtidos neste estudo, diversas oportunidades de aprimoramento e expansão do modelo proposto podem ser consideradas em pesquisas futuras. Tais extensões visam tanto o aumento da robustez metodológica quanto a ampliação da aplicabilidade prática do modelo no contexto da alocação de ativos. Dentre as principais possibilidades, destacam-se:

- **Adoção de métricas de risco mais sofisticadas:** A utilização de medidas de risco que

considerem a *covariância* entre os ativos — como a matriz de variância-covariância — permitiria incorporar os efeitos da correlação entre os retornos, oferecendo uma representação mais precisa da volatilidade do portfólio. Essa abordagem aproxima-se dos modelos baseados na Teoria Moderna de Portfólios, proposta por Markowitz (1952), e pode elevar a eficácia do processo de diversificação.

- **Ampliação do universo de ativos:** A inclusão de outros instrumentos financeiros, como *Fundos de Investimento Imobiliário (FIIs)*, debêntures ou ETFs, possibilitaria a avaliação de estratégias de alocação mais representativas da realidade enfrentada por investidores individuais no Brasil. Essa diversificação adicional ampliaria as possibilidades de construção de portfólios customizados e resilientes.
- **Extensão do período de análise histórica:** A utilização de séries temporais mais longas, com dados de múltiplos anos, permitiria capturar diferentes regimes de mercado (alta, baixa e estabilidade), reduzindo a sensibilidade do modelo a eventos pontuais. Essa abordagem contribuiria para análises mais robustas de risco e retorno, especialmente em contextos de maior incerteza econômica.
- **Desenvolvimento de uma interface computacional interativa:** A criação de uma aplicação gráfica, possivelmente via plataforma web, tornaria o modelo acessível a usuários não familiarizados com programação. Essa interface permitiria a personalização de parâmetros — como perfil de risco, universo de ativos e horizonte temporal — e a visualização dinâmica dos portfólios gerados, ampliando o alcance prático da ferramenta proposta.

Essas propostas de desenvolvimento representam caminhos promissores para o avanço da presente pesquisa, seja por meio do aprimoramento da modelagem matemática, da integração de aspectos mais realistas do mercado financeiro ou da democratização do acesso à otimização de portfólios por investidores de diferentes perfis.

REFERÊNCIAS

- BATISTA, H. C. **Critérios para investir na bolsa de valores**: análise dos investidores do segmento buy and hold. Centro Universitário-UNDB, 2023.
- BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear programming and network flows**. [S. l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BOSCO, C. F. **Código do modelo de otimização**. 2025. Disponível em: https://github.com/dandinCode/Optimizing_Investment. Acesso em: 04 abr. 2025.
- BOSCO, C. F. **Código para resgatar dados das ações**. 2025. Disponível em: https://github.com/dandinCode/geting_stock_data. Acesso em: 04 abr. 2025.
- BRASIL BOLSA, B. B. **Carteira Teórica do IBovespa B3**. 2025. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carreira.htm. Acesso em: 28 jan. 2025.
- BRASIL BOLSA, B. B. **Pessoas físicas na B3**. 2025. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/pessoas-fisicas-na-b3.htm#:~:text=O%20total%20de%20investidores%20na,j%C3%A1%20cresceu%20mais%20de%2080%25. Acesso em: 28 jan. 2025.
- CASTRO, M. C. C. S.; ROSA, E. N.; PINHEIRO, J. L. **A influência da taxa de juros na tomada de decisão do investidor**: uma análise da movimentação entre fundos de renda fixa e renda variável. *Revista Gestão & Tecnologia*, v. 23, n. 4, p. 76–97, 2023.
- CHVÁTAL, V. **Linear Programming** WH Freeman and Company. New York, p. 13–26, 1983.
- DANTZIG, G. B. **Linear programming and extensions**. Princeton university press, 2016.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. [S. l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.
- MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection**. *The Journal of Finance*, [American Finance Association, Wiley], v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. ISSN 00221082, 15406261.
- MERCÊS, N. B. **Pesquisa Operacional Aplicada à Finanças**: Otimização de Carteira de Investimentos em Três Perfis de Risco Distintos. Niterói: [S. n.], 2019.
- NETO, A. A. **Mercado Financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014.
- NETO, A. S.; TEIXEIRA, A. J. C.; LOSS, L.; LOPES, A. B. **O diferencial no impacto dos resultados contábeis nas ações ordinárias e preferenciais no mercado brasileiro**. *Revista Contabilidade & Finanças*, SciELO Brasil, v. 16, p. 46–58, 2005.
- NETO, J. L. d. M. **Renda fixa e renda variável**: uma análise descritiva das rentabilidades dos investimentos no brasil. 2016.
- PAGINI, M. L. **Quais são os fatores de natureza financeira determinantes da constituição da reserva de lucros a realizar pelas empresas listadas na BM&FBOVESPA?** Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2013.

SANTIAGO, T. V. **Teoria de Markowitz e Programação Linear para composição de uma carteira ótima de investimentos**. 2018.

SCHIROKY, M. M. **Seleção de carteira através do modelo de Markowitz**. 2006.

SOUZA, L. C.; MASSARDI, W. O.; PIRES, V. A. V.; CIRIBELI, J. P. **Otimização de carteira de investimentos: Um estudo com ativos do ibovespa**. **Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade**, v. 7, n. 3, p. 201–213, 2017.

TAHA, H. A. **Operations research: an introduction**. [S. l.]: Pearson Education India, 2013.

VIDAL, A. G. da R. **Modelos de redes**. 2003.

WINSTON, W. L. **Operations research: applications and algorithm**. [S. l.]: Thomson Learning, Inc., 2004.

YIN, D. *et al.* **Application of interval valued fuzzy linear programming for stock portfolio optimization**. **Applied mathematics**, Scientific Research Publishing, v. 9, n. 02, p. 101, 2018.