



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA

ADRIANA FERREIRA MENDONÇA

**UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA USO DE MODELAGEM MATEMÁTICA
COM SUPORTE NA SEQUÊNCIA FEDATHI NO CONTEXTO DE UMA EEMTI DO
ESTADO DO CEARÁ**

FORTALEZA

2024

ADRIANA FERREIRA MENDONÇA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA USO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM
SUPORTE NA SEQUÊNCIA FEDATHI NO CONTEXTO DE UMA EEMTI DO ESTADO
DO CEARÁ

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutora em Educação. Área de concentração: Novas Tecnologias e Educação a Distância.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

FORTALEZA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M494p Mendonça, Adriana Ferreira.

Uma proposta pedagógica para uso de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi no contexto de uma EEMTI do estado do Ceará / Adriana Ferreira Mendonça. – 2024.
138 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2024.

Orientação: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

1. Modelagem Matemática. 2. Sequência Fedathi. 3. Proposta pedagógica. I. Título.

CDD 370

ADRIANA FERREIRA MENDONÇA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA USO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM
SUPORTE NA SEQUÊNCIA FEDATHI NO CONTEXTO DE UMA EEMTI DO ESTADO
DO CEARÁ

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutora em Educação. Área de concentração: Novas Tecnologias e Educação a Distância.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

Aprovada em: 26 / 01 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Maria José Costa dos Santos (UFC)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Elizabeth Matos Rocha
Universidade Federal de Dourados (UFGD)

Prof. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Prof. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

AGRADECIMENTOS

À Deus, a quem entrego todos os meus projetos.

Agradeço a meu orientador, Professor Dr. Hermínio Borges Neto, por sua orientação e aos professores participantes da banca examinadora: Prof. Dra. Maria José Costa dos Santos, Prof. Dra. Elizabeth Matos Rocha, Prof. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima e Prof. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro pelas colaborações e sugestões.

Ao meu esposo, Jorge Luiz Gato, pelo apoio e incentivo de todos os dias que me impulsionam a crescer.

Ao PPGE / UFC e aos professores pela oportunidade de aprender.

Se as coisas são inatingíveis... ora!
Não é motivo para não querê-las...
Que tristes os caminhos, se não fora
A presença distante das estrelas!
(Mario Quintana)

RESUMO

O ensino de Matemática por meio da tendência de ensino Modelagem Matemática, embora apresente resultados satisfatórios em pesquisas diversas, apresenta muitos impasses em sua efetivação. É comum que se identifiquem diversos obstáculos em sua implementação. Nesse sentido, o objetivo desta tese foi desenvolver uma proposta pedagógica para uso da Modelagem Matemática para a implementação de atividades em sala de aula, associada à Sequência Fedathi para o fortalecimento de uma práxis docente, em uma Escola de Tempo Integral – EEMTI – do estado do Ceará. Consideram-se relevantes aspectos pertinentes que concorrem para a não efetivação desta metodologia pelos professores – tais como cumprimento do currículo, tempo didático – que consistem em pontos de tensão na elaboração e na aplicação dessas atividades. A relevância da pesquisa está em compreender o fenômeno da pouca adesão de professores no emprego desta metodologia, o que configura uma inovação para a literatura que trata de métodos de ensino e aprendizagem, além de ampliar o campo de compreensão da Modelagem Matemática na perspectiva formativa educacional. Especificamente, buscamos: (1) Analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi; (2) Desenvolver o planejamento e aplicação de atividades de Modelagem Matemática com os professores com foco nas especificidades da EEMTI; (3) Descrever a proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática, amparada na Sequência Fedathi, em uma EEMTI do estado do Ceará. Metodologicamente, a pesquisa será de natureza qualitativa, caracterizada no escopo do estudo de caso e dividida em três etapas associadas a cada um dos objetivos específicos. Como resultados da pesquisa ficou evidenciado que o contexto da EEMTI é favorável ao desenvolvimento de atividades de Modelagem com suporte na Sequência Fedathi e que a participação docente na elaboração da proposta, foi essencial. Adicionalmente, os resultados na elaboração do Planejamento Referencial para aplicação de atividades de Modelagem Matemática os fundamentos da Sequência Fedathi, etapas e princípios, foram fundamentais para que a proposta oferecesse a EEMTI um suporte amplo e de qualidade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Sequência Fedathi; Proposta pedagógica.

ABSTRACT

The teaching of Mathematics through the teaching trend of Mathematical Modeling, although it presents satisfactory results in various research, presents many impasses in its implementation. It is common to identify several obstacles in its implementation. In this sense, the objective of this thesis was to develop a pedagogical proposal for the use of Mathematical Modeling to implement activities in the classroom, associated with the Fedathi Sequence to strengthen teaching praxis, in a Full-Time School – EEMTI – in the state from Ceará. Aspects that contribute to the non-implementation of this methodology by teachers are considered relevant – such as compliance with the curriculum, teaching time – which constitute points of tension in the preparation and application of these activities. The relevance of the research lies in understanding the phenomenon of low adherence among teachers when using this methodology, which constitutes an innovation for the literature that deals with teaching and learning methods, in addition to expanding the field of understanding of Mathematical Modeling from an educational training perspective. Specifically, we seek to: (1) Analyze the context of EEMTI to structure the pedagogical proposal for Mathematical Modeling and Fedathi Sequence activities; (2) Develop the planning and application of Mathematical Modeling activities with teachers focusing on the specificities of EEMTI; (3) Describe the pedagogical proposal for the use of Mathematical Modeling activities, supported by the Fedathi Sequence, in an EEMTI in the state of Ceará. Methodologically, the research will be qualitative in nature, characterized by the scope of the case study and divided into three stages associated with each of the specific objectives. The research results showed that the EEMTI context is favorable to the development of Modeling activities supported by the Fedathi Sequence and that teaching participation in the preparation of the proposal was essential. Additionally, the results in the preparation of the Reference Planning for the application of Mathematical Modeling activities, the foundations of the Fedathi Sequence, steps, and principles, were fundamental for the proposal to offer EEMTI broad and quality support.

Keywords: Mathematical Modeling; Fedathi Sequence; Pedagogical proposal.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo de formação docente em Modelagem Matemática	18
Figura 2 –	Excerto do Modelo Geral do Projeto Fedathi	32
Figura 3 –	Componentes de um modelo matemático	42
Figura 4 –	Fases da Modelagem Matemática e ações cognitivas dos alunos	51
Figura 5 –	Esquema do estudo de caso	67
Figura 6 –	Escola de Tempo Integral	72
Figura 7 –	Orientações operacionais para organização do mapa curricular	72
Figura 8 –	Dimensões fundantes e pedagógicas da EEMTI	87
Figura 9 –	Modelo do Plano de Execução Curricular (PEC)	88
Figura 10 –	Elaboração do Continuum Curricular 2020 – 2021	89
Figura 11 –	Modelo do Plano de Execução Curricular (PEC) adaptado na pandemia	90
Figura 12 –	Estágios da preparação do Planejamento Referencial	100
Figura 13 –	Atividade de desempenho com o Professor 1	101
Figura 14 –	Nível de vivência de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi	103
Figura 17 –	Preparação de atividades de Modelagem Matemática	107
Figura 18 –	Ciclo de Modelagem Matemática	108
Figura 19 –	Planejamento Referencial de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi	110

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Níveis e etapas da Sequência Fedathi	25
Quadro 2 – Princípios da Sequência Fedathi	26
Quadro 3 – Níveis da Sequência Fedathi	27
Quadro 4 – Sequência Fedathi aplicada no Ensino Médio	29
Quadro 5 – Definição de imersão pedagógica	33
Quadro 6 – Competências gerais da BNCC	37
Quadro 7 – Definição de Modelo matemático	43
Quadro 8 – Definição de Modelagem Matemática	44
Quadro 9 – O conceito de Modelagem Matemática	48
Quadro 10 – Fases da Modelagem Matemática	49
Quadro 11 – Fases do desenvolvimento de situações com Modelagem Matemática	52
Quadro 12 – Dificuldades na implementação de atividades de Modelagem	57
Quadro 13 – Argumentos favoráveis ao uso de Modelagem Matemática	58
Quadro 14 – Facetas pedagógicas na interface entre Modelagem Matemática e Sequência Fedathi	65
Quadro 15 – Proposta Pedagógica e Projeto Curricular da EEMTI	69
Quadro 16 – Componente Curricular da EEMTI	70
Quadro 17 – Componente Eletivo da EEMTI	70
Quadro 18 – Eletivas do Componente Eletivo Matemática	71
Quadro 19 – Detalhamento da Primeira Etapa	73
Quadro 20 – Relação cronológica da observação na primeira etapa	74
Quadro 21 – Relação dos entrevistados no Núcleo Gestor	75
Quadro 22 – Categorias de análise da primeira etapa	75
Quadro 23 – Documentos analisados na primeira etapa da pesquisa	76
Quadro 24 – Detalhamento da Segunda Etapa	76
Quadro 25 – Relação dos professores entrevistados	77
Quadro 26 – Relação cronológica da observação na segunda etapa	78
Quadro 27 – Categorias de análise da segunda etapa	78
Quadro 28 – Detalhamento da Terceira Etapa.....	79
Quadro 29 – Análise do nível de preparação na aplicação da atividade do Professor 1	102
Quadro 30 – Categorização dos excertos das falas do Professor 1	104
Quadro 31 – Análise do nível de vivência na aplicação da atividade do Professor 1	106

Quadro 32	Elementos mínimos de formação docente para uso de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi	111
Quadro 33	Orientações para o nível de preparação	112
Quadro 34	Orientações para o nível de vivência	113
Quadro 35	Orientações para o nível de análise	114

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	SEQUÊNCIA FEDATHI	25
2.1	Fundamentos fedathianos	25
2.2	Sequência Fedathi para o ensino de Matemática	29
2.3	Imersão pedagógica em Fedathi	33
2.3.1	<i>Investigação</i>	35
2.3.2	<i>Comunicação e argumentação</i>	37
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	40
3.1	Modelagem Matemática na Educação Matemática	40
3.1.1	<i>O que é um modelo matemático</i>	41
3.1.2	<i>Definição de Modelagem Matemática</i>	43
3.1.3	<i>Percursos da Modelagem Matemática</i>	48
3.2	Modelagem Matemática na prática docente	53
3.2.1	<i>Impasses, tensões e possibilidades</i>	55
3.2.2	<i>Escolhendo os temas de investigação</i>	60
3.2.3	<i>Interfaces entre Sequência Fedathi e Modelagem Matemática</i>	63
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	66
4.1	O estudo de caso	66
4.2	Descrição do campo de pesquisa	68
4.3	Etapas da pesquisa	73
5	O CONTEXTO DA ESCOLA DE TEMPO INTEGRAL	81
5.1	O que dizem os documentos oficiais	81
5.2	Na prática, a fala docente neste contexto	92
6	PLANEJAMENTO REFERENCIAL: MODELAGEM MATEMÁTICA COM SEQUÊNCIA FEDATHI	99
6.1	Vivenciando etapas e princípios	99
6.2	Planejamento Referencial para a EEMTI	109
6.2.1	O nível de Preparação	110

6.2.2	O nível de vivência: ciclo de Modelagem Matemática com Sequência Fedathi	112
6.2.3	O nível de Análise	114
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
	REFERÊNCIAS	120
	APÊNDICES	128
	ANEXOS	131

1 INTRODUÇÃO

A tendência de ensino Modelagem Matemática¹ se consolidou, aqui no Brasil, desde a década de 1970, como um campo de pesquisa, ensino e aprendizagem. Pesquisadores como Ubiratan D’Ambrósio, Rodney Carlos Bassanezi e João Frederico Meyer são, segundo Biembengut (2016) os principais precursores desta metodologia. Outros estudiosos (Barbosa, 2001; Bassanezi, 2002; Biembengut, 2016; Almeida; Silva e Vertuan, 2019), seguindo os caminhos dos pioneiros, têm fortalecido a implementação dessa metodologia por meio de variados estudos.

Com o emprego da Modelagem Matemática, é possível inserir na sala de aula temas diversos, no interesse dos estudantes, e trabalhar variados conteúdos matemáticos mediante o tema de investigação. O emprego da Modelagem, por estar relacionada a assuntos da realidade, tende a responder a uma pergunta clássica dos estudantes ao lidarem com a Matemática em sala de aula: *onde aplico isso, professor?* Embora nem sempre seja possível uma resposta para tal questionamento, a Modelagem consegue aproximar os estudantes da Matemática e dar sentido aos conteúdos expressos em cada situação a ser investigada.

Vários autores que trabalham com Modelagem Matemática atestam seu caráter utilitário em diversas áreas do conhecimento e situações do cotidiano. Bassanezi (2002), por exemplo, destaca que a Modelagem é uma arte que estabelece relações entre situações reais e os conteúdos matemáticos por meio de problemas. Este autor destaca, ainda, que a Modelagem é uma forma de abstração e generalização que tem como finalidade prever tendências em diversificados contextos sendo um processo dinâmico útil na obtenção e validação de modelos matemáticos.

Um exemplo da atualidade, temática que se impõe em nosso cotidiano, é o da pandemia² que assolou todo o mundo. Diariamente foram relatadas nos noticiários informações acerca da proliferação de um vírus causador de doenças respiratórias. Mas o que isto tem a ver com Matemática? A princípio não parece evidente que exista algum tipo de relação. A evidência maior pode estar relacionada com a Biologia, se pensarmos nas disciplinas que compõem o

¹ Modelagem Matemática e Modelagem serão usadas com o mesmo sentido no decorrer do texto.

² Pandemia de COVID19: “doença causada pelo coronavírus, denominado SARS-CoV-2, que apresenta um espectro clínico variando de infecções assintomáticas a quadros graves”. (Fonte: <https://coronavirus.saude.gov.br/sobre-a-doenca#o-que-e-covid>). Teve duração, segundo a Organização Mundial de Saúde, de 2020 a 2023.

currículo da Educação Básica. Não raro, entretanto, as informações sobre a doença COVID-19 eram condensadas em gráficos, tabelas e diagramas modelados matematicamente.

Muitos grupos de pesquisadores³, ao redor do mundo, realizaram estudos sobre os impactos provocados por essa doença. Muitos exibiram modelos matemáticos que confirmaram ser o isolamento social a medida mais eficaz para evitar contágio e proliferação do vírus. Além disso, os estudos mostraram que, na propagação do vírus, havia um crescimento exponencial representado por meio de um gráfico denominado de *curva da epidemia*. Tal curva foi estruturada mediante o emprego de variáveis que determinaram o modelo matemático mais adequado para esta situação.

Esse tema tem relação estreita com a Matemática Aplicada⁴. Isso, no entanto, não é obstáculo para que seja discutido em sala de aula com alunos da Educação Básica. Diversos conteúdos podem ser trabalhados – estudo e construção de gráficos, tratamento da informação, estatística, dentre outros – na discussão dos modelos matemáticos já existentes, além de proporcionar o debate sobre questões da realidade dos estudantes, de suas comunidades e da escola. Esse, portanto, é apenas um exemplo de como levar temas da realidade para a sala de aula e ampliar a discussão sobre a importância dos modelos matemáticos para a busca de soluções de problemas diversos.

De acordo com Mendes (2008), a Modelagem pode ser utilizada na formalização de fenômenos do cotidiano e permitir a ruptura da dicotomia entre a matemática escolar formal e a matemática utilizada na vida real. Nesse sentido, na Modelagem depreende-se a multidisciplinaridade possibilitando a introdução de outras tendências – como a teoria das complexidades (Levi; Santo, 2011); a matemática crítica (Kaiser; Sriraman, 2006) ou a informática educativa (Della Nina, 2005) – que acarretarão a redução ou mesmo eliminação das fronteiras existentes nas disciplinas escolares.

A Modelagem Matemática permite a tomada de decisões que podem acarretar previsões e explicação do mundo real (Bassanezi, 2002). Assim, a influência em situações com a possibilidade de intervenção faz da Modelagem Matemática um dos recursos de destaque em diversas áreas e, em especial, na Educação Matemática. A percepção da realidade, portanto, é

³ Como exemplo, temos o Imperial College London – Centro de excelência em Engenharia, Medicina e Tecnologia tem apresentado diversos estudos por meio de modelos matemáticos que fazem projeções dos diversos cenários da COVID19. (Fonte: <https://www.imperial.ac.uk/>). No Brasil, a Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), também tem aprofundado os estudos acerca da pandemia e buscado otimizar soluções para o enfrentamento da doença com base em modelos matemáticos de previsão (Fonte: <https://portal.fiocruz.br/observatorio-covid-19>).

⁴ Matemática Aplicada: área da Matemática utilizada em praticamente todas as áreas do conhecimento. Defende-se que o desenvolvimento tecnológico e científico está baseado na aplicação do conhecimento matemático. (Fonte: <https://www.ime.unicamp.br/pos-graduacao/matematica-aplicada>)

possível por meio desta alternativa de ensino que busca formar indivíduos críticos – tanto alunos quanto professores – que reconhecem, na sociedade, seu papel individual e coletivo.

Deste modo, para que o professor possa transformar as referências de seus alunos frente às dificuldades inerentes a Matemática, colocando esta ciência num cenário científico passível de compreensão por todos os sujeitos, faz-se necessário a superação da visão ingênua da realidade (Freire, 2015) cultivada nos ambientes escolares.

No processo de modelagem, ao analisar, interpretar fenômenos e estimular discussões reflexivas e críticas, o professor compartilha essas competências com os alunos na elaboração de modelos matemáticos. Adotar um pensamento crítico nos leva a considerar o fato de que é necessário ao professor conhecer a si próprio num tipo de mentalidade que favoreça o desenvolvimento de habilidades e possa, como consequência, orientar o desenvolvimento dos estudantes.

Ao tratarmos da elaboração de modelos matemáticos, retornamos à discussão da Modelagem Matemática enquanto tendência de ensino que pode favorecer a aprendizagem e dar significado a muitos dos conteúdos da Matemática escolar. Neste sentido, a implementação de atividades ou projetos com Modelagem demanda conhecimentos diversos que superam a compreensão teórica do processo de modelar – cumprir etapas ou elaborar fórmulas.

No ensino de Matemática, a Modelagem requer conhecimentos relativos aos conteúdos, mas também – ou principalmente – aos aspectos culturais, sociais e estruturais da comunidade na qual está inserida a escola (Mendonça; Borges Neto, 2019). Em outras palavras, a ação docente de planejar uma aula se amplia e os estudantes são percebidos como sujeitos que conferem importância à elaboração de seus conhecimentos. Planejar apenas os conteúdos de ensino não é mais suficiente.

Defendemos com isto, que o professor de Matemática da Educação Básica, desde a formação inicial, deveria voltar-se para o fazer docente na perspectiva da valorização dos conhecimentos dos estudantes no intuito de levá-los a desenvolver habilidades para a resolução de problemas em seu cotidiano. Com este entendimento, depreende-se que é pertinente, na formação docente, competências que o façam transitar em situações diversas e adversas do contexto escolar.

Conforme assevera Perrenoud (2002), competência é fruto de uma aprendizagem: o professor aprende constantemente, o que lhe confere a possibilidade de atuar com eficácia por diversos cenários de ensino e de aprendizagem. Deste modo, modelar é uma ação que pode ser aprendida pelos professores em sua formação. É, também, o que afirma Mendes (2008) sobre

os cursos de capacitação para professores em Modelagem. O professor deve mudar suas atitudes, num processo de transformação, que favorecerá a compreensão acerca de sua realidade educacional.

Quando consideramos a ação docente para o emprego da Modelagem Matemática, assumimos o pensamento de Freire (2015) que considera, na postura docente, criticidade e curiosidade, além de outros elementos, como a afetividade, a intuição e as emoções. Consideramos, ainda, que assumir a Modelagem Matemática como alternativa de ensino em Matemática, pressupõe um pensamento reflexivo (Dewey, 1959) capaz de promover um ensino reflexivo (Schön, 2000; Zeichner, 1993).

No entanto, práticas pedagógicas de professores de Matemática no contexto da Modelagem Matemática, conforme Barbosa (2001), são pouco observadas. O autor já alertava para o fato de haver poucos registros de trabalhos que envolvessem formação docente e Modelagem Matemática. A nosso ver, passados 23 anos da afirmação deste autor, este cenário sofreu poucas alterações. A maior parte da produção acadêmica está voltada para os estudantes por meio de relatos de experiências que conferem a validade da Modelagem com diversos conteúdos matemáticos. Em sentido amplo, predominam as pesquisas de aplicação, na qual os sujeitos são estudantes de diversos níveis escolares.

Esse fato parece se justificar quando observamos que muitas Universidades não ofertam a disciplina de Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática – em alguns casos existe a oferta como disciplina optativa. Um estudo que realizamos com o intuito de conhecer esta realidade (Mendonça; Borges Neto, 2020) indica que, apesar da relevância desta alternativa de ensino, muitos professores encerram seus cursos de formação inicial sem conhecer essa tendência e suas potencialidades para o ensino de Matemática. Tomando o Estado do Ceará como exemplo, de cinco Universidades analisadas:

- a Universidade Vale do Acaraú (UVA) na cidade de Sobral oferta a disciplina de *Modelagem Matemática no estudo de Ciências* na grade curricular obrigatória.
- A Universidade Federal do Cariri (UFCA) apresenta: 1) na grade obrigatória, a disciplina *Introdução à Educação Matemática* que aborda as diversas tendências da Educação Matemática sem especificar na ementa quais são discutidas; 2) na parte optativa, a disciplina *Resolução de Problemas e Modelagem Matemática* que, de acordo com a ementa, “Definição de modelagem para além da aplicação do Ensino de Matemática; Modelagem como método de pesquisa e como atividade colaborativa” [...]

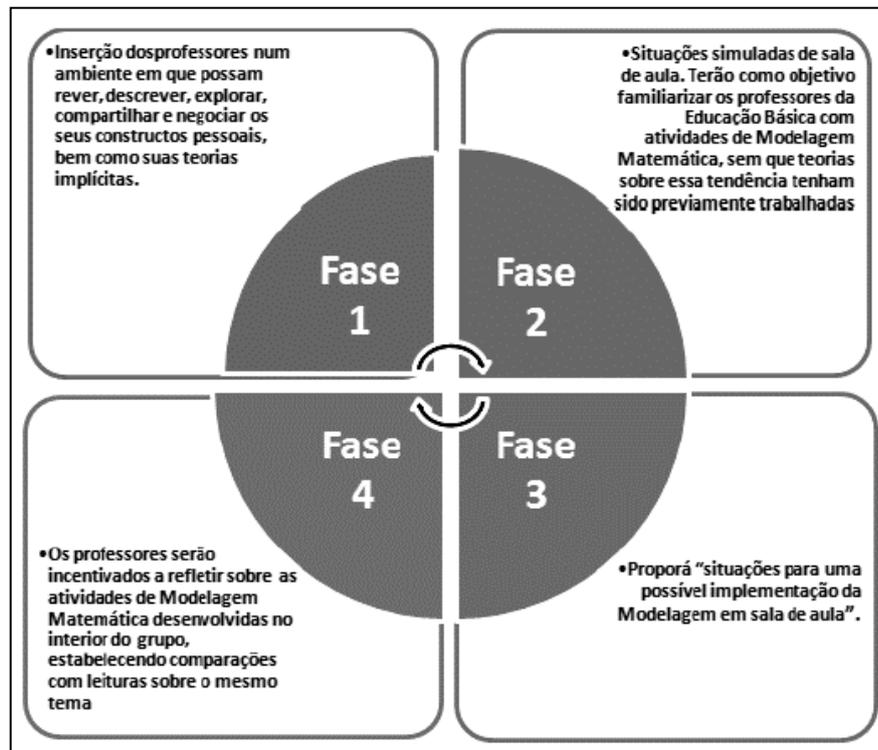
- O Instituto Federal do Ceará (IFCE) não apresenta a disciplina de Modelagem Matemática – obrigatório ou optativa. O campus da cidade de Crateús, por exemplo, no documento Projeto Pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática, indica algumas disciplinas da área de Educação Matemática, mas nenhuma corresponde à Modelagem.
- A Universidade Estadual do Ceará (UECE) não oferta a disciplina de Modelagem Matemática – obrigatório ou optativa. A disciplina obrigatória *Prática de ensino de Matemática I e II*, em sua ementa, faz referência a técnicas para o ensino de Matemática indicando algumas obras de Modelagem.
- A Universidade Federal do Ceará (UFC) não oferta a disciplina de Modelagem Matemática – obrigatório ou optativa.

Há, no Brasil, entretanto, produções que se voltam para a ação docente com uma abordagem relativa ao saber-fazer do professor de Matemática ante os desafios de assumir essa perspectiva de ensino. Algumas pesquisas que tratam da formação de professores no âmbito da Modelagem Matemática (Mutti; Martins; Klüber, 2017; Mutti, 2016; Silva, M., 2017) foram realizadas mediante curso de extensão iniciado no ano de 2015 coordenado pelo Professor Dr. Tiago Emanuel Klüber – *Formação Continuada de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática*.

Este modelo de formação busca afastar a dicotomia teoria e prática e assinala a escola como espaço para a formação dos professores. Suas fases são as seguintes: 1) Introdução do projeto, 2) Inserção no contexto das atividades de Modelagem Matemática a partir da dinâmica interna do grupo, 3) Diálogo e prática de Modelagem com vistas à apropriação de aspectos do estilo de pensamento próprio da Modelagem Matemática, e 4) Experiências pedagógicas com a Modelagem Matemática seguidas de reflexões sistemáticas sobre a sua própria ação (Klüber et al, 2016).

Nesse modelo de formação, os professores são acompanhados em suas práticas na própria escola onde trabalham e buscam, dentre outras coisas, “incentivar os professores participantes a reflitam acerca de suas experiências pedagógicas, a discutir e aprofundar compreensões sobre temas como prática pedagógica, currículo escolar e planejamento.” (Mutti; Martins, Klüber, 2017). Uma síntese é apresentada na figura 1.

Figura 1 – Modelo de formação docente em Modelagem Matemática



Fonte: Mutti, Martins e Klüber (2017)

Além desses tópicos de discussão, os professores também participam de atividades de Modelagem na condição de alunos, ou seja, eles experienciam o fazer Modelagem. O ciclo formativo proposto é constituído de quatro fases que não acontecem de modo linear e permite ao professor a implementação da Modelagem Matemática em suas aulas no decorrer de quaisquer das fases.

Na formação acontecem: “desenvolvimento de atividades de Modelagem, elaboração e desenvolvimento de atividades de Modelagem pelos próprios professores do grupo” (Klüber et al, p.498, 2016). Observamos, ainda, que os resultados da pesquisa evidenciaram que professores refletem sobre a própria ação, as possibilidades de ensino, discutem as diversas concepções de Modelagem, relacionam a teoria à prática e preparam atividades (Cararo e Klüber, 2020).

Nessas ações, observamos que o professor atua como aluno e, também, planeja atividades que possam ser utilizadas em sala de aula. Esse planejamento é embasado nas concepções teóricas da Modelagem – ou seja, segue as etapas de algum ciclo de Modelagem. Não evidenciamos, no entanto, como o fazer docente é trabalhado, que ações podem promover mudanças efetivas na postura do professor. Em outras palavras, que atitudes são cultivadas para

que a formação não se limite apenas ao fazer Modelagem com os estudantes num processo de repetição de etapas.

Silva, M. (2017) buscou identificar como as concepções prévias dos professores participantes da pesquisa atuaram na sua formação em Modelagem Matemática. Este autor, ao considerar professores em formação, assevera a importância das ideias docentes acerca de diversas questões e analisou as concepções que os docentes detinham acerca da formação continuada, da estrutura e organização da escola, da Modelagem Matemática, dos alunos, de si mesmo e da Matemática.

Seus resultados demonstraram que os professores compreendem a Modelagem Matemática como uma alternativa favorável ao ensino de Matemática e percebem a própria escola como responsável pelo afastamento docente de ações com esta prática. De modo geral, o autor identifica questões pertinentes da prática docente que se tornam impeditivas da inserção da Modelagem em sala de aula, no entanto, não apresenta como o projeto de formação, ou melhor, como a Modelagem Matemática pode atuar para solucionar tais problemas, que ações ou atitudes o professor pode assumir para superação das dificuldades de ensino e de aprendizagem.

Mutti (2016) investigou o sentido das práticas pedagógicas de professores da Educação Básica que participaram da formação em Modelagem Matemática nas perspectivas da ação e do discurso, sendo um dos pontos de análise os aspectos estruturais que influenciam a mudança de práticas pedagógicas dos professores. Seus resultados indicam que as ações docentes têm um caráter plural que abrangem a ruptura com as práticas tradicionais e uma tendência a adotar uma nova prática.

Na fase inicial da investigação, observamos que Mutti (2016) direcionou os professores a refletirem sobre suas ações e teorias implícitas ao fazer docente. Somente após este momento, teve início a discussão acerca da Modelagem Matemática com a realização de atividades pelo grupo de professores que culminou com a elaboração de uma atividade de Modelagem. Embora o modelo de formação favoreça a compreensão de como se desenvolve uma prática de modelagem e de sua efetivação em sala de aula, não percebemos um aprofundamento de como se estrutura e elabora uma atividade nem estratégias que permitissem o desenvolvimento do professor no tocante a mudança de postura frente aos conteúdos de ensino, aos estudantes e a si mesmo. Observamos, ainda, uma separação entre teoria e prática.

Em outro contexto de formação, – os Ciclos Formativos em ensino de Matemática de um grupo de estudos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Bonotto (2017)

realizou um estudo tendo como objetivo compreender como o trabalho docente com Modelagem é configurado nas vivências e experiências promovidas no decorrer da ação formativa. Nesta pesquisa, os professores discutiram acerca das dificuldades de implementação da Modelagem e de como se situam numa zona de conforto. Além disso, à medida que a formação acontecia, os professores podiam socializar e debater sobre as atividades de Modelagem que realizaram em suas escolas.

Embora a formação apresente elementos relevantes do processo formativo – protagonismo, autonomia, mediação, dentre outros – não ficou evidenciado como a reflexão docente acerca das próprias ações desencadearam outros processos relevantes em sala de aula, tais como a mudança de postura do professor, como ele passou a realizar as intervenções em sala de aula ou como manteve as atividades de Modelagem Matemática em seu plano de aula. Apesar da autora definir momentos na formação para “refletir e avaliar o processo realizado”, não fica claro como foi possível estabelecer mudanças significativas da prática.

A pesquisadora considera a mediação, por exemplo, importante no fazer Modelagem. Não observamos, no entanto, registros de orientação para os professores realizarem essa mediação. A análise ficou por conta dos diários de aplicação do professor não havendo um movimento de reflexão e busca da melhoria da prática. A exceção dos momentos de socialização, não houve processo de intervenção da pesquisadora/formadora.

Goulart (2015) desenvolveu uma pesquisa com o propósito de estimular o emprego na Modelagem Matemática por professores da Educação Básica na qual foi desenvolvida uma ação de formação continuada. Observamos na proposta da autora que há uma separação entre os momentos de assimilação dos aspectos teóricos relativos à Modelagem e a efetivação da atividade. A maior parte da formação foi destinada à leitura de textos com posterior análise das atividades contidas neles.

Um ponto positivo na formação foi trabalhar com temas sugeridos pelos próprios professores. No entanto, a autora trata a Modelagem Matemática como uma sequência de passos que devem ser realizados pelos professores. Nossa análise, muito semelhante à de outras propostas já elencadas, é de que não há tempo hábil para uma imersão docente na teoria sobre Modelagem que esteja interligada com a prática pedagógica no planejamento das atividades. A ideia de que a aprendizagem pode ser fortalecida no fazer não é empreendida nesta proposta que, desde o primeiro encontro, sugere uma discussão teórica acerca da Modelagem e, não obstante, pouco avança nessa exploração ou na concretização das ações práticas.

Assim, os estudos assinalados, embora reafirmem a Modelagem Matemática como motivadora para a aprendizagem da Matemática, indicam a ausência de momentos que permitam a reflexão sobre os aspectos concernentes à atitude docente em sua práxis ou como o professor se percebe ao buscar uma estratégia de ensino que possa ser motivadora na implementação de seu trabalho. Indicam também pouca atenção ao fazer docente no chão da escola por meio de abordagens que favoreçam a compreensão das implicações para o contexto escolar.

Pensando nesse aspecto da atuação docente, a Sequência Fedathi, metodologia de ensino estruturada com foco no trabalho de professores em sala aula, apresenta trabalhos que sistematizaram o pensamento reflexivo (Silva, 2015; Mendonça; Oliveira, Borges Neto, 2020) ou que relacionaram efetivamente teoria e prática (Borges Neto, 2018; Pinheiro, 2016; Santana, 2019).

Ao observarmos as lacunas nos estudos de Modelagem, atentamos para a possibilidade de integração com a Sequência Fedathi que promove esse processo de reflexão. Para isto, trazemos o conceito de *imersão pedagógica*, no qual professor se apropria de teorias que favoreçam o ensino e as vivências assumindo uma postura transformadora da prática. Nesse sentido, a imersão pedagógica em Fedathi relaciona teoria e prática da metodologia empregada em sala de aula, ambas fundamentais nas ações docentes.

Deste modo, a imersão passa a acontecer, também, na relação que os estudantes passam a assumir diante de novas propostas de aprendizagem e de valorização de seus conhecimentos e atitudes. Tudo se move, portanto, num processo reflexivo da ação.

Diante disso, surge o seguinte questionamento: como desenvolver uma proposta pedagógica que favoreça a aplicação de atividades da Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi de modo a alcançar uma interligação entre teoria e prática para o fortalecimento de uma práxis docente?

A primeira motivação para o desenvolvimento desta tese foi ampliar o campo de compreensão da Modelagem Matemática na perspectiva formativa educacional, ou melhor, na formação do professor de Matemática. Se considerarmos a importância que tem a formação de alunos críticos, autônomos e protagonistas, iremos compreender o quão relevante é pensar a formação docente nesses atributos.

Não obstante, verificamos que o professor vivencia a Modelagem Matemática na perspectiva do estudante, realizando atividades e cumprindo as etapas indicadas nos ciclos propostos pelos autores da área (Silva, M. 2017; Mutti, 2016). Verificamos, também, que em

algumas situações acontece o planejamento das atividades, mas o entendimento é o mesmo, o professor não estabelece um vínculo com a teoria que fortaleça sua prática (Goulart, 2015).

Os estudos até aqui apresentados apontam a necessidade de, na ação formativa, favorecer mudanças que sejam permanentes e não apenas em momentos de formação. As lacunas que evidenciamos na propositura de modelos de formação devem ser foco de atenção constante, tendo em vista que, mediante o desenvolvimento profissional docente, o contexto da sala de aula é transformado. A adoção da Modelagem Matemática deve fazer sentido para o professor na perspectiva de querer melhorar o ensino e, como consequência, modificar o modo como os estudantes percebem a Matemática em suas vidas.

Importante ressaltar que, em um processo de formação, as mudanças que emergem na ação do professor estão intrinsecamente relacionadas ao contexto escolar, à sala de aula. Qualquer transformação, para que seja efetivada, demanda tempo e tem a influência de variáveis diversas a serem consideradas, tais como a relação com os estudantes, com a gestão da escola ou, ainda, o entendimento docente sobre planejamento e currículo. Isto, por conseguinte, afiança a necessidade de se pensar um tipo de ação que assegure ao professor refletir sobre sua prática e, sobretudo, que possa conduzir a elaboração de atividades de Modelagem Matemática numa perspectiva crítica do conhecimento.

Esse vínculo teoria-prática que pode ampliar a conexão docente com as metodologias de ensino ou de aprendizagem – neste caso a Modelagem Matemática – pode ser alcançado por meio da proposta Sequência Fedathi. Por ter uma visão de formação do professor em suas atitudes em contextos que não se restringem à sala de aula, mas que se torna intrínseco ao ser docente, a proposta fedathiana confere à postura docente oportunidades de vivenciar e fortalecer sua práxis pedagógica.

Nossa experiência com a Sequência Fedathi nos fazem perceber elementos capazes de favorecer, além de uma sistematização de aulas, a reflexão docente na elaboração de um planejamento que contemple não apenas os conteúdos de ensino, mas o proceder docente nas aulas e como estabelecer uma aproximação com os estudantes. O repertório fedathiano é rico em possibilidades de ações para implementação de práticas de ensino relevantes e consistentes no estabelecimento de uma proposta formativa para a Modelagem Matemática.

A pesquisa de Silva, M. (2015), por exemplo, ao constatar que a Sequência Fedathi proporciona ao professor uma prática reflexiva que favorece seu trabalho desde o planejamento até a efetivação em sala de aula. Segundo a autora, é possível estabelecer interfaces entre teoria e prática, além das tecnologias digitais. A pesquisa, que buscou desenvolver essa postura

reflexiva do professor, foi amparada nos fundamentos da Sequência Fedathi em um processo de formação que apontou a mediação e a investigação da própria prática necessárias ao desenvolvimento de uma postura crítica de si mesmo.

Considerando todos os fatores que elencamos até aqui sobre a importância da Modelagem Matemática para compreensão da realidade dos sujeitos e para o desenvolvimento do pensamento crítico ante as situações de investigação que emergem do diálogo entre professor e estudantes, fica evidenciado que unir Modelagem Matemática com Sequência Fedathi é a ideia que consideramos oportuna para a aplicação de atividades na escola.

Com esse entendimento, partimos para a escolha do campo de pesquisa. O estado do Ceará possui três tipos de escolas em sua rede educacional: escola regular, escola profissionalizante e escola de tempo integral. A escolha da escola estadual de tempo integral (EEMTI) se deu em decorrência de uma análise preliminar de cada tipo de instituição. Observamos que a EEMTI desenvolve trabalhos diversos com projetos e desenvolve um plano de ação com suporte na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, outro fator que favoreceu essa escolha foi a carga horária ampliada com disciplinas curriculares e eletivas.

A BNCC traz à tona a discussão sobre flexibilização curricular cujo objetivo é estender para as salas de aula temas atuais da realidade e do cotidiano dos estudantes adaptando os conteúdos de ensino às suas necessidades, favorecendo práticas mais inclusivas e democráticas (Brasil, 2018).

Esse documento normativo considera que esta flexibilização do currículo, agora estruturado em itinerários formativos, tende a assegurar aos estudantes o conhecimento da região na qual estão inseridos, sua cultura e seus interesses. A ideia é romper com o currículo único estruturado que não leva em consideração os interesses dos estudantes. Busca-se, portanto, a estruturação de um currículo dinâmico e que seja, também, flexível (Brasil, 2018).

A flexibilização curricular, para o estudante, significa atender aos seus interesses, interagir com diversas áreas do conhecimento, processo formativo contextualizado, liberdade de escolha e desenvolver habilidades e competências. Para o professor, implica um projeto pedagógico mais flexível, promover trabalho colaborativo, preparação para o trabalho, interdisciplinaridade (Brasil, 2018).

Considerando que a BNCC coloca a flexibilização curricular como princípio a ser adotado, depreende-se que ela oferece oportunidades de se estruturar o ensino de Matemática a partir da vivência dos estudantes, com temas presentes em seu cotidiano. Embora tais oportunidades de trabalho não sejam explícitas nesse documento.

Frente ao cenário construído, o objetivo geral desta tese consistiu em: *desenvolver uma proposta pedagógica para aplicação de atividades de Modelagem Matemática, associada à Sequência Fedathi, em uma escola de tempo integral do Estado do Ceará*. Especificamente, buscamos: (1) Analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi; (2) Desenvolver com os professores o planejamento e aplicação de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi com foco nas especificidades da EEMTI; (3) Descrever a proposta pedagógica para uso da Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi em atividades na EEMTI.

Além desta introdução, neste projeto de tese constam mais seis capítulos. No segundo capítulo apresentamos a Sequência Fedathi onde fazemos uma caracterização de suas fases e princípios, exibimos alguns modelos de formação já desenvolvidos em outras pesquisas que embasaram nossa proposta de imersão pedagógica.

No terceiro capítulo, abordamos a tendência de ensino Modelagem Matemática delineando seus aspectos gerais, os obstáculos e as possibilidades de implementação. Além disso, apresentamos uma ampla caracterização na qual constam a perspectiva de diversos autores e quais os possíveis percursos que podem ser utilizados em sala de aula.

O quarto capítulo dedicamos aos procedimentos metodológicos. Propomos um estudo de natureza qualitativa caracterizado como estudo de caso (Yin, 2010; 2016), dividido em três etapas associadas aos objetivos específicos da tese. Fazemos a caracterização do campo de estudo e das etapas.

No quinto capítulo trazemos o contexto delineado da escola de tempo integral do estado do Ceará que remete aos resultados referentes ao primeiro objetivo específico da tese. No sexto capítulo, exibimos a proposta pedagógica desenvolvida para aplicação de atividades de Modelagem Matemática amparada nos pressupostos da Sequência Fedathi.

Por fim, no capítulo 7, apresentamos as considerações finais que sintetizam os achados da pesquisa e as contribuições para a escola de tempo integral e para pesquisas futuras envolvendo Modelagem Matemática e Sequência Fedathi.

2 SEQUÊNCIA FEDATHI

Para desenvolver a proposta de uso de Modelagem Matemática associada à Sequência Fedathi é preciso, antes, conhecer a estrutura de cada uma dessas metodologias e, em seguida, apontar as interfaces que irão promover seu emprego no ensino de Matemática. Neste capítulo, apresentamos a proposta de ensino Sequência Fedathi. O capítulo foi dividido em três partes: a primeira aborda os fundamentos da Sequência Fedathi, revisitando conceitos já consolidados na literatura; a segunda trata dos aspectos relativos à Sequência Fedathi no ensino de Matemática; por fim, a terceira expõe a ideia de imersão pedagógica.

2.1 Fundamentos fedathianos⁵

A Sequência Fedathi tem o intuito de transformar a prática docente, favorecendo a elaboração de sessões didáticas mais detalhadas e pensadas em diversos aspectos que merecem atenção na prática pedagógica docente (Borges Neto, 2018). Proposta metodológica (Sousa, F., 2015; Fontenele, 2018), método de ensino (Souza, M., 2013) ou sequência didática (Pinheiro, 2016), ela foi pensada para o professor. Sua constituição dá suporte à ação docente nas situações do contexto escolar, não apenas na execução de uma aula, mas na formação profissional de modo abrangente considerando muitos fatores do fazer docente.

A estrutura da Sequência Fedathi foi sistematizada em Sousa, F. (2015) que apresentou **níveis e princípios** (Quadro 01).

Quadro 01 – Níveis e etapas da Sequência Fedathi

Sequência Fedathi	
1º nível: Preparação – organização didática do professor, com análise do ambiente, análise teórica e elaboração do plano de aula.	
2º nível: Vivência – Desenvolvimento / execução do plano / sessão didática na sala de aula	1ª etapa: Tomada de posição – introdução da aula, com o acordo didático e a apresentação do problema.
	2ª etapa: Maturação – resolução do problema pelos alunos, com a mediação do professor.
	3ª etapa: Solução – socialização dos resultados encontrados pelos alunos.
	4ª etapa: Prova – formalização/generalização do modelo matemático a ser ensinado, conduzida pelo professor.
3º nível: Análise – Avaliação da aula pelo professor	

Fonte: Sousa, F. (2015, p.41-42)

⁵ O termo fedathiano: une-se a palavra Fedathi ao sufixo -ano que confere às palavras os valores de proveniência, origem, pertença; deste modo, trata-se de situações, conceitos que compõem o escopo da Sequência Fedathi.

Os níveis *preparação, vivência e análise* se firmam no desenvolvimento das ações com a Sequência Fedathi. A *preparação* corresponde ao planejamento da aula ou sessão didática. A *vivência* diz respeito ao desenvolvimento da aula ou sessão didática mediante as quatro etapas⁶ – tomada de posição, maturação, solução e prova. A *análise*, por sua vez, constitui a avaliação que o professor faz de sua aula, é quando o professor avalia se os objetivos definidos inicialmente foram alcançados (Sousa, F. 2015).

Na vivência da Sequência Fedathi, as etapas ocorrem do seguinte modo: a *tomada de posição* corresponde a apresentação do problema ou situação de investigação aos estudantes, situação que seja generalizável; a *maturação* é o momento de compreensão do problema com a identificação das variáveis que encaminharão a uma resposta; a *solução* é a etapa de apresentação dos modelos propostos pelos estudantes que visam a solução do problema; a *prova* constitui a formalização do conteúdo e a validação dos modelos exibidos pelos estudantes – na Matemática, especificamente, fala-se em modelo matemático.

Na análise, a avaliação é sobre todo o processo, é o momento de cuidar do trabalho realizado em sala de aula. Não é a avaliação dos estudantes, esta ocorre no nível da vivência. É uma atividade pedagógica que visa aprimorar as ações docentes. Neste ponto, o professor faz sua autoanálise e pode, ainda, solicitar o posicionamento de estudantes e colaboradores da aula. Na utilização da Sequência Fedathi, Sousa, F. (2015) definiu princípios que considerou imprescindíveis para o emprego desta metodologia: *plateau*, análise do ambiente, análise teórica, acordo didático e postura “mão no bolso” (Quadro 02).

Quadro 02 – Princípios da Sequência Fedathi

PRINCÍPIO	DETALHAMENTO
<i>Plateau</i>	Está relacionado com o conhecimento dos estudantes acerca do tema de estudo. O professor realiza um estudo para saber o nível dos estudantes sobre o conteúdo que será ensinado, mas também se refere aos pré-requisitos necessários para o conteúdo.
Análise do ambiente	Está relacionado à organização material, recursos didáticos, sala de aula, laboratórios.
Análise teórica	Trata-se dos conhecimentos docentes sobre o conteúdo/tema que será trabalhado com observância para a organização do conteúdo que será ensinado, o plateau dos estudantes em relação a esse conteúdo e o conhecimento do professor acerca desse conteúdo/tema.
Acordo didático	São os ajustes, mediante diálogo entre professor e estudantes, que permitirão o desenvolvimento da aula. Visa favorecer a harmonia do ambiente para garantir que o cumprimento das ações das partes e favorecer o ensino e a aprendizagem.
Postura “mão no bolso”	Representa a atitude docente junto aos alunos de pouca interferência, assumindo a condição de observador e mediador. O professor evita mostrar a solução ou induzir o aluno à resposta.

Fonte: Sousa (2015)

⁶ Embora alguns autores utilizem o termo “fase” para indicar os momentos de vivência da Sequência Fedathi, no decorrer do texto empregaremos o termo “etapa” conforme Sousa, F. (2015).

Além destes, em Borges Neto (2018), foram considerados outros princípios que fortalecem a estrutura da Sequência Fedathi. São eles: a mediação, a pergunta, o contraexemplo. A mediação corresponde às atitudes docentes no direcionamento do processo investigativo dos estudantes. Este princípio está imbricado a pedagogia mão no bolso, “onde o professor assume atitude de mediação por via de questionamentos com os objetivos de potencializar e conduzir o desenvolvimento do raciocínio dos alunos para a solução do problema” (Oliveira; Barbosa, 2019, p. 101).

A pergunta é intrínseca à mediação docente. Em todo o processo de vivência, seu uso permite interações e estimula a participação dos estudantes, “[...] por isso, é conveniente não fazer perguntas em que um *sim* ou um *não* sejam suficientes como respostas, nem atender às perguntas dos estudantes com esse tipo de resposta.” (2010, p. 58-59). A pergunta é, portanto, uma estratégia de mediação.

O contraexemplo tem a função de desequilibrar o sujeito em suas argumentações e deve levar a reflexões que gerem discussões. “O emprego do contraexemplo também pode ser feito quando a resposta do aluno estiver correta, como forma de contrapeso, desafiando-o a argumentar a favor, a defender sua proposição ou solução” (Sousa, F., 2015, p. 48). Assim, o intuito é contradizer as respostas dos estudantes para que eles sejam motivados a confirmá-la ou negá-la.

No *corpus* fedathiano, as etapas se integram apoiadas pelos princípios que fornecem subsídios importantes ao professor para que possa planejar e implementar suas aulas buscando, de modo intencional, atingir os objetivos de ensino e aprendizagem. Um resumo organizacional pode ser observado no Quadro 03.

Quadro 03 – Níveis Sequência Fedathi

Níveis	Etapas	Princípios
Preparação	Não se aplica	<i>Plateau</i> , análise teórica, análise ambiental
Vivência	Tomada de posição Maturação Solução Prova	Postura mão no bolso, acordo didático, mediação, pergunta, contraexemplo
Análise	Não se aplica	<i>Plateau</i> , análise teórica, análise ambiental, postura mão no bolso, acordo didático, pergunta, contraexemplo

Fonte: Adaptado de Sousa, F., (2015)

Consideramos oportuno frisar que, na vivência, a *tomada de posição* assume papel fundamental para a efetivação de um processo que não se inicia com ela, mas no planejamento da aula. Esta fase exige do professor conhecimento de sua turma de alunos, dos conteúdos de ensino e das condições do ambiente escolar, superando a designação ingênua de ser apenas o momento no qual se apresenta um problema aos estudantes.

No planejamento, portanto, é imprescindível a observância aos princípios que orientam o nível de preparação da Sequência Fedathi, já que planejar – e planejar bem – é a ação que norteará os procedimentos do nível seguinte, a vivência, que se inicia com a tomada de posição estruturada de modo favorável ao processo investigativo.

Deste modo, a elaboração de aulas ou sequências didáticas com amparo na Sequência Fedathi não pode prescindir de elementos que trazemos como primordiais no planejamento: *situação generalizável, essência do conteúdo e elemento desafiador*.

Uma situação generalizável segue a ideia usual na qual a abordagem busca regularidades num objeto matemático. Sua defesa principal está construída sob o argumento de que situações gerais são as que promoverão o raciocínio matemático dos estudantes que, à medida que adquirem experiência e maturidade com os conteúdos, passam a compreender os problemas numa perspectiva mais abrangente estabelecendo conexões com conceitos diversos que poderão ser empregados em uma nova situação.

A essência do conteúdo é “conceito central cuja exploração fará com que o conteúdo possa ser compreendido de maneira significativa.” (Fontenele, 2018, p.75). O professor deve estar conectado com os conceitos que pretende ensinar aos estudantes buscando desenvolver seu raciocínio matemático, utilizando o que for estritamente essencial para que isto ocorra.

Por meio do elemento desafiador, o professor busca motivar os estudantes propondo diferentes modos de resolução para um problema. Assim, este conceito assume “o papel de despertar a atenção do estudante para o que estava sendo trabalhado, partindo do que ele já sabia” (Fontenele, 2018, p.75). O professor alia as informações que obtém por meio dos conhecimentos dos estudantes, o *plateau*, para a escolha da situação a ser investigada.

No capítulo 3 desta tese, voltaremos a discutir esses elementos ao tratarmos da elaboração de atividades de Modelagem Matemática.

2.2 Sequência Fedathi para o ensino de Matemática

O trabalho do professor de Matemática mediado pela Sequência Fedathi está presente em diversos níveis educacionais – fundamental, médio e superior. No entanto, relativamente ao Ensino Médio, foco desta tese, nos últimos dez anos (2012 a 2023), poucas foram as pesquisas, dentre teses e dissertações, que se destinaram a esta etapa. Conforme apresentado no quadro 04, cinco trabalhos identificados no Repositório Institucional de teses e dissertações da Universidade Federal do Ceará.

Quadro 04 – Sequência Fedathi aplicada no Ensino Médio

Título / Autor	Sujeitos da pesquisa	Objetivo
1. Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência Fedathi para o uso das tecnologias digitais. (SILVA, 2015)	Professor e alunos	Promover a inserção da Metodologia Sequência Fedathi (SF) no trabalho pedagógico do professor, visando a contribuir com o desenvolvimento da postura do professor reflexivo, para o contexto digital.
2. A aprendizagem matemática no âmbito do programa jovem de futuro: foco na metodologia entre jovens. (SOUSA, J. 2015)	Professor e alunos	Verificar se a Metodologia Entre Jovens contribuiu para a construção de uma aprendizagem significativa em Matemática, e como a Sequência Fedathi poderia colaborar na melhoria das estratégias didáticas utilizadas pelos tutores-professores da escola selecionados para desenvolver o programa.
3. A Sequência Fedathi e o ensino de sólidos geométricos. (LOPES, 2015)	Alunos	Analisar o potencial pedagógico da Sequência Fedathi no ensino e na aprendizagem de sólidos geométricos.
4. A Sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra. (SOUZA, 2015)	Alunos	Analisar o impacto causado por esta sequência didática elaborada a partir dos conhecimentos sobre uma teoria de aprendizagem (Aprendizagem Significativa), associados a uma proposta metodológica de ensino (Sequência Fedathi) e com o auxílio de um recurso tecnológico (software Geogebra).
5. Sequência Fedathi na formação docente: o conceito de função (MENDONÇA, 2017)	Professores	Verificar se a proposta Sequência Fedathi contribui para o ensino do conceito matemático de função.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Silva (2015) teve foco na postura reflexiva que deve ser adotada pelo professor. O trabalho desenvolvido com alunos e professores de Matemática do Ensino Médio evidenciou que a Sequência Fedathi promove mudanças significativas nas ações docentes em uma perspectiva inovadora de ensino. Além disso, a autora destacou, também, que a postura fedathiana é adquirida em um processo contínuo que se aperfeiçoa a cada aula, a cada planejamento.

Sousa, J. (2015) teve como sujeitos da pesquisa professor e alunos do segundo ano do Ensino Médio. O objetivo de compreender como a Sequência Fedathi poderia colaborar com as estratégias didáticas desenvolvidas na escola foi alcançado nos resultados da intervenção realizada na escola. Os alunos tiveram melhor desempenho em diversas avaliações. As interações advindas da postura fedathiana adotada pelo professor remeteram a situações de aprendizagem da Matemática de maneira significativa.

Lopes (2015), ao analisar a Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem de sólidos geométricos, verificou que os alunos tiveram melhora nos resultados das avaliações. Segundo o autor, a “proposta teórico-metodológica da Sequência Fedathi foi apresentada como uma opção concreta para subsidiar e fortalecer a prática do professor de Matemática em sala de aula, ou de Ciências.” (Lopes, 2015, p.129). Adicionalmente, o autor relatou que os fundamentos fedathianos contribuíram afirmativamente no planejamento de sessões didáticas com este objeto do conhecimento.

Souza, A. (2015) verificou que a proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi, em associação com a teoria da Aprendizagem Significativa conferiu resultados satisfatórios no ensino da função afim com suporte do *software* Geogebra. O autor deu destaque a “postura mão no bolso”, acordo didático e perguntas que favoreceram a postura ativa dos estudantes. De acordo com o autor, “o aluno é protagonista e o professor é mediador, as aulas não são silenciosas, porém são interativas e participativas.” (Souza, 2015, p.102). Este é um discurso importante que situa a Sequência Fedathi num contexto no qual se estimula essa construção do conhecimento. O professor cria situações diversas para motivar a aprendizagem da Matemática.

Em Mendonça (2017) ficou evidenciado o fato de que os fundamentos da Sequência Fedathi contribuíram com a formação docente, especialmente, no que se refere ao planejamento das aulas. Também foi observado que as fases maturação e prova conferem maiores dificuldades aos professores na mediação em decorrência das práticas rotineiras que não favorece uma aprendizagem ativa. Apesar das dificuldades, a autora salienta que o ensino de funções numa postura fedathiana colabora com os saberes docentes e, além disso, com a aprendizagem dos estudantes.

Essas pesquisas evidenciam a importância da Sequência Fedathi para o ensino de Matemática no contexto do Ensino Médio. Ao nos reportamos para a EEMTI, podemos vislumbrar nesses estudos situações que inspiram novas ações nesta etapa de ensino.

Verificamos, por exemplo, o *Projeto Fedathi: proposta de ensino para formação de professores do Ensino Médio*. É um projeto de extensão do Laboratório Multimeios conduzido por professores da Universidade Federal do Ceará e alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação que buscou atender, nas duas versões iniciais, nos anos de 2018 e 2019, professores de Matemática da rede estadual de ensino. O curso foi realizado por meio de encontros presenciais e atividades a distância. A ideia do projeto foi proporcionar um primeiro contato com a metodologia de ensino Sequência Fedathi promovendo estudos teóricos e debates em fóruns de discussão da plataforma *Moodle*.

Um dos objetivos do curso foi motivar os professores a refletirem acerca do emprego da Sequência Fedathi e como seus fundamentos poderiam contribuir para a prática docente. Mendonça, Oliveira e Borges Neto (2020) destacam que o curso foi um momento importante para que os professores pudessem perceber sua atuação em sala de aula.

Mediante a reflexão da prática, foi possível investigar as ações rotineiras passíveis de mudanças com o olhar que a proposta Fedathi alcança. Situações que, devido à pressa do cotidiano deixam de ser observadas, passaram a ter outro sentido na relação que foi estabelecida em cada fundamento fedathiano (Mendonça; Oliveira; Borges Neto, 2019).

Buscou-se articular a prática docente, ou seja, o que o professor já desenvolvia em sala de aula, a sua realidade, para a elaboração de uma aula com suporte na Sequência Fedathi. Foi relevante neste curso levar os professores a fazerem a análise do ambiente e a análise teórica ao pensarem nos conteúdos matemáticos que seriam trabalhados. Por meio de um Modelo Geral (ANEXO 01) para sistematização da aula, muitas discussões foram aprofundadas.

Na análise das falas de professores que participaram do curso, foi possível perceber “a importância do trabalho do professor e destaca que a mudança de postura do aluno, com seu protagonismo perante os conhecimentos apreendidos, está associada ao planejamento e ao emprego dos fundamentos da Sequência.” (Mendonça; Oliveira; Borges Neto, 2020, p.13). O excerto a seguir, exhibe a parte inicial do Modelo Geral de planejamento.

Figura 02 – Excerto do Modelo Geral do Projeto Fedathi

Análise ambiental
<p>Público-alvo: <i>Turma (público, clientela) para/com o/a qual será ministrada/realizada a atividade.</i></p> <p>Conteúdo: <i>Conteúdo ou tema que será trabalhado na atividade.</i></p> <p>Tempo didático: <i>Tempo da atividade, em horas e/ou minutos</i></p> <p>Materiais: <i>Verificação dos possíveis materiais que poderão ser utilizados durante a aula.</i></p>
Análise teórica
<p>Objetivo da sessão didática: <i>O que os(as) alunos(as) poderão aprender com essa atividade (aula, curso, ...)?</i></p> <p>Plateau: <i>Conhecimentos prévios ou pré-requisitos que o (as) alunos(as) (turma, público, ...) precisarão dispor para acompanhar e ter uma participação ativa na atividade que será realizada (conhecimento/definição do plateau da turma)</i></p> <p>Justificativa do uso dos materiais: <i>O professor deve explicitar o motivo pelo qual irá utilizar determinado exercício, jogo, software etc.</i></p>

Fonte: Borges Neto (2018)

O que podemos observar, portanto, nessas propostas com a Sequência Fedathi é o fato de que nenhuma prescinde da ação inicial de planejar. O planejamento – seja definindo estratégias, conteúdos de ensino, métodos de avaliação – é o guia que estabelece e ancora todos os desejos e expectativas docentes com fim de alcançar a aprendizagem dos sujeitos: estudantes ou professores. Outro aspecto pertinente é a atenção atribuída à relação teoria-prática na ação pedagógica sem privilegiar a dimensão teórica ou a dimensão prática, sendo ambas necessárias a vivência em sala de aula.

Consideramos, mediante análise dessas experiências, que esses elementos – planejamento e relação teoria-prática – são essenciais na constituição de ações que busquem a melhoria de resultados na escola, na Matemática ensinada pelo professor. Com a Modelagem Matemática, certamente, assumimos essas mesmas posições.

Diante disso, todo esse conhecimento teórico da Sequência Fedathi e de Modelagem e a prática docente que favorecem um planejamento coerente com a realidade escolar perpassam um fundamento que situamos no *corpus* fedathiano: a imersão pedagógica.

2.3 Imersão pedagógica com Fedathi

Ensinar Matemática por meio da Modelagem Matemática, associada à Sequência Fedathi, é uma ação que demanda do professor conhecimentos diversos. É preciso, neste caso, modificar a ideia que se configura nas práticas tradicionais de apenas replicar regras, de seguir um ciclo de ações para obtenção de um modelo matemático.

Esse entendimento direciona a discussão para um conceito explorado no campo teórico da Sequência Fedathi: o conceito de *imersão pedagógica* no qual o professor, continuamente, reflete acerca das teorias que embasam seu trabalho e das práticas que desenvolve em sala de aula, nas reuniões de planejamento ou mesmo em outros espaços, quando pensa sobre o que realiza e sobre o que os estudantes almejam mediante sua aprendizagem.

Este conceito está relacionado ao envolvimento docente com metodologias de ensino e aprendizagem, com o aprofundamento de conhecimentos, prática e teoricamente, para alcançar o método proposto e sentir-se mais seguro em seu emprego. A imersão supera a ideia de apenas memorizar a técnica. De acordo com Oliveira (2022), na imersão, “o mediador/professor precisa se envolver de forma profunda com seu trabalho de mediação” (p.99).

No caso da Sequência Fedathi, por exemplo, não basta seguir os níveis e as quatro etapas como ações rígidas e mecânicas. Na Modelagem Matemática, não é suficiente seguir o passo a passo de um ciclo. Há, nos dois casos, a necessidade precípua de reconhecer que o conhecimento do professor, bem como dos estudantes, está em constante transformação. Assim, mediante nossa experiência e vivência com estudos e formação nas duas metodologias, podemos definir imersão pedagógica da seguinte maneira:

Quadro 05 – Definição de imersão pedagógica

Estar imerso pedagogicamente, é estar engajado e comprometido com o preparo de uma aula, mas também com os resultados a serem alcançados; é entender a teoria subjacente à metodologia e, ao mesmo tempo, saber que sem a prática cotidiana não se estabelecem os vínculos de aprendizagem; por fim, é deixar-se envolver pelo que a metodologia pode proporcionar e estar consciente de que, em sala de aula, cada contexto define novas ações, novas oportunidades, erros e acertos.

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

O professor, enquanto agente transformador atuante nos espaços escolares, tem a sensibilidade para envolver os estudantes em um processo reflexivo, tendo em vista que as

mudanças de postura provocadas pela Sequência Fedathi também transformam as ações discentes. O diálogo, o acordo didático, a mediação irão direcionar os estudantes no sentido da imersão em um novo contexto de aprendizagem, no qual a autonomia é uma das principais características.

Não se trata, portanto, de convencer o aluno a assumir essa nova postura – reflexiva, crítica e autônoma – mas, de integrá-lo em um ambiente de ensino e aprendizagem no qual ele possa ser crítico de sua aprendizagem e, gradualmente, assumir tais atitudes. Ao professor, deve-se a ação de levar os estudantes a refletirem sobre suas práticas para a resolução de problemas estabelecendo, desde o planejamento, estratégias que possam “ser usadas para ajudar seus alunos a desenvolverem habilidades de pensamento reflexivo e crítico para que possam se tornar aprendizes independentes e autônomos” (Hartman, 2015, p.13).

O professor há de observar e investigar seu ambiente de trabalho. Estar imerso pedagogicamente numa atitude fedathiana, portanto, é uma ideia que não se limita a analisar o que se faz ou como se faz. Tem relação, isto sim, com a mudança de postura que é desencadeada em todo o processo de ensino e de aprendizagem. A abordagem pedagógica em Fedathi perpassa a construção de um ambiente investigativo.

Em Fedathi, o professor assume essa condição de investigador e almeja fomentar nos estudantes essa característica. O professor busca “estimular os alunos à pesquisa, à reflexão, ao senso de investigação, à colaboração e à sistematização do conhecimento” (Santana, 2018, p.17). São ações que não ocorrem no imediatismo, mas que demandam estudo e dedicação docentes.

O nível de vivência (Sousa, F. 2015) é, mediante a consolidação dos fundamentos fedathianos, enriquecido em decorrência do nível anterior, de preparação, no qual cada princípio – plateau, análise teórico, análise do ambiente e acordo didático – favorecerá a compreensão dos significados da realidade escolar.

Com essa interpretação da prática investigativa, o professor desenvolve uma condição questionadora de si mesmo. O uso da pergunta, peculiar na relação que se estabelece com os alunos, volta-se ao professor que passa a se interrogar acerca de suas atitudes e protagoniza espaços de vivência mais estimuladores do ensino e da aprendizagem.

Em consequência desse processo, tem-se que o senso investigativo dos estudantes também é alcançado. Com uma postura diferenciada, eles passam a explorar estratégias de ação para resolver as situações propostas – o protagonismo juvenil é colocado em evidência – e a comunicar suas ideias entre os pares.

Deste modo, reafirmamos o fato de que, a elaboração de atividades ou sequências didáticas não pode prescindir dos elementos *situação generalizável, essência do conteúdo e elemento desafiador*. O processo investigativo irá conferir maior clareza e precisão no planejamento das aulas, tendo em vista que, na imersão pedagógica, os fundamentos da Sequência Fedathi não são considerados separadamente. Um complementa o outro na formação do professor cuja postura é de transformação e de reconhecimento de uma metodologia que pode oferecer muito mais que a execução de etapas em uma atividade.

O professor, em Fedathi, está em constante processo de imersão pedagógica: identifica os obstáculos de ensino e aprendizagem, é consciente de seu processo de amadurecimento profissional, compreende a condição dos estudantes que não estão imersos no processo de aprendizagem, é autônomo e crítico, promove a gestão da aprendizagem, é engajado e engaja os estudantes.

Neste cenário, observamos que a Sequência Fedathi proporciona muito mais que “um jeito” de planejar e ministrar suas aulas. O *Projeto Fedathi*, por exemplo, evidenciou o fato de que a mudança de postura acontece quando, ao aprender uma metodologia de ensino para subsidiar sua prática, ele começa a refletir sobre o que faz em sala de aula, sobre os resultados obtidos na aprendizagem dos estudantes e no tipo de relação que se estabelece com eles (Mendonça; Oliveira; Borges Neto, 2019, 2020).

A compreensão de imersão pedagógica para o emprego da Modelagem Matemática com suporte da Sequência Fedathi é, portanto, como percebemos as possibilidades de inserção de atividades nos espaços de uma escola de tempo integral. A partir do estudo teórico realizado, trazemos duas ideias essenciais para a prática imersiva que devem ser mais bem exploradas: (1) investigação; (2) comunicação e argumentação.

2.3.1 Investigação

A Sequência Fedathi direciona as ações docentes ao ato de investigar. Mas investigar o quê? De um modo geral, o professor investiga sua prática de ensino. No âmbito escolar, decerto, muitas coisas podem ser averiguadas: o currículo, a sala de aula, metodologias, recursos didáticos, avaliação, uma área do conhecimento, o interesse dos alunos, dentre outros.

A princípio, é preciso considerar que, para iniciar uma investigação, o ponto de partida é a existência de um problema e, adicionalmente, o desejo de encontrar uma solução

(Huete; Bravo, 2006). Assim, o ponto de partida, conforme Perrenoud (2002), é o das práticas e das experiências que permitem ao professor saber as questões a serem investigadas.

Vale destacar o fato de que “Cumpre-nos estar dispostos a manter e prolongar o estado de dúvida, que é estímulo para uma investigação perfeita, na qual nenhuma idéia (*sic*) se aceita, nenhuma crença se afirma positivamente, sem que lhes tenham descoberto as razões justificativas” (Dewey, 1959, p. 25). É nesta seara que se amplia o conceito de professor investigador.

Esse movimento de reconhecer as práticas investigativas em sala de aula foi iniciado com Lawrence Stenhouse, com a percepção do currículo como meio para o desenvolvimento profissional docente e como forma de aprender a ensinar partindo das evidências observadas (Stenhouse, 1985).

Assim, já com este autor, firmou-se o pensamento de que “a pesquisa na docência constitui um diálogo e fusão de idéias (*sic*) educativas e de ações pedagógicas que se justificam mutuamente” (Stenhouse, 1975, p. 12). Com isto, o autor iniciou uma discussão que se mantém atual sobre a importância da investigação na prática do professor para dar destaque ao trabalho desse profissional como produtor de conhecimento mediante a realidade do contexto escolar.

O professor investigador, pesquisador, imerso em um processo reflexivo da prática, parte das lacunas de ensino e de aprendizagem percebidas no ambiente de trabalho. A pesquisa desenvolvida nesse contexto reveste-se, portanto, de intencionalidade. Consciente do seu fazer pedagógico, o professor assume uma postura crítica e reflexiva legitimando práticas e métodos favoráveis ao ensino e a aprendizagem. Deste modo,

O ‘professor’ (com aspas), para tornar-se PROFESSOR (sem aspas e com maiúscula), carece de investir-se da atitude do pesquisador e, para tanto, perseguir estratégias adequadas. Sobretudo, deve fazer parte da sua condição profissional sem mais, para desfazer o fardo do reles ‘ensinador’ (Demo, 1992, p. 85).

Com esta perspectiva de ser pesquisador de si mesmo, o docente concebe a escola como espaço de formação e de engajamento intelectual. A sala de aula é espaço de observação e de transformação onde é possível gerir a aprendizagem dos estudantes com maior eficácia investigando, por exemplo, as estratégias de ensino mais benéficas. A investigação, deste modo, culmina em atitudes que privilegiam a articulação entre as experiências de ensino e os conhecimentos teóricos do professor.

Com efeito, a postura de investigador é uma faceta primordial na imersão pedagógica, já que favorece a escolha de metodologias e práticas mais assertivas para emprego em sala de aula.

2.3.2 Comunicação e argumentação

A BNCC orienta que, no decorrer da Educação Básica, os estudantes desenvolvam um conjunto de competências, dez no total⁷, que são estruturadas mediante a mobilização de habilidades diversas (Brasil, 2018). Essas competências, relacionadas ao que foi definido como formação integral do estudante, são articuladas com os componentes curriculares e tratam do modo como os alunos se desenvolvem ao longo das três etapas da Educação Básica.

Dessas competências, duas têm características intrinsecamente ajustadas às práticas com Sequência Fedathi e Modelagem Matemática – comunicação e argumentação (Quadro 06).

Quadro 06 – Competências gerais da BNCC

COMPETÊNCIA	DETALHAMENTO
4. Comunicação	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, além de produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
7. Argumentação	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Fonte: Brasil (2018).

Comunicação tem ligação com o emprego de linguagens diversas. No caso da Matemática, o aluno é direcionado a compreendê-la enquanto meio de comunicação. Argumentação é a competência que guia o estudante no questionamento das ideias. Com base em dados confiáveis, ele questiona, cria hipóteses, alcança um raciocínio organizado.

Nesse contexto, atentamos para o fato de que, para a formação do aluno mediante o que é exposto na BNCC, há a necessidade de mediação de um professor que, também, seja capaz de argumentar e comunicar. Especificamente com Modelagem Matemática, o processo investigativo pautado no contexto escolar, na realidade dos estudantes, o professor irá mediar discussões aprofundadas sobre um problema e utilizar tanto a argumentação quanto a comunicação como ferramentas de ensino.

⁷ Competências gerais da BNCC: 1. Conhecimento; 2. Pensamento científico, crítico e criativo; 3. Repertório cultural; 4. Comunicação; 5. Cultura digital; 6. Trabalho e projeto de vida; 7. Argumentação; 8. Autoconhecimento e autocuidado; 9. Empatia e cooperação; 10. Responsabilidade e cidadania. (BRASIL, 2017).

Deste modo, incorremos em uma postura docente que seja essencialmente dialógica e em sintonia com os temas de interesse dos alunos e, também, com os temas curriculares que perpassam as orientações educacionais para cada etapa de ensino. Com este olhar, percebendo argumentação e comunicação enquanto dispositivos necessários à prática docente com Modelagem, tem-se que

A tarefa coerente do educador que pensa certo é, exercendo como ser humano a irrecusável prática de entender, desafiar o educando com quem se comunica, a quem comunica, a produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado. Não há inteligibilidade que não seja comunicação e intercomunicação e que não se funde a dialogicidade. O pensar certo, por isso, é dialógico e não polêmico. (Freire, 2015, p.39)

Dessa forma, reafirmamos que, para a promoção de um ambiente argumentativo em sala de aula com Modelagem e pautado em princípios da Sequência Fedathi, existe ampla demanda de professores que consigam articular teoria e prática e orientar os estudantes com ações discursivas significativas na compreensão do problema proposto, na busca de sua solução e, conseqüentemente, na exposição dos resultados.

As ações discursivas que favorecem a argumentação e a comunicação com os estudantes decorrem da capacidade docente em mobilizar os diversos saberes e competências. Assim, “é muito mais pertinente conceber o ensino como a mobilização de vários saberes que formam uma espécie de reservatório no qual o professor se abastece para responder a exigências específicas de sua situação concreta de ensino” (Gauthier et al, 2006, p. 28). Quando se trata do emprego da Modelagem, a pertinência desses saberes é percebida desde a escolha de um tema a ser proposto aos estudantes. Contam, de modo considerável, a experiência, os conhecimentos curriculares e disciplinares, por exemplo. Deste modo, cabe observar, também, que o professor

possui um conjunto de saberes a respeito da escola que é desconhecido pela maioria dos cidadãos comuns e pelos membros das outras profissões. É um saber profissional específico, que não está diretamente relacionado com a ação pedagógica, mas serve de pano de fundo tanto para ele quanto para os outros membros de sua categoria socializados da mesma maneira. Esse tipo de saber permeia a maneira de o professor existir profissionalmente (Gauthier et al, 2006, p.31).

O desenvolvimento sistemático dessas competências tem de alcançar a atuação do professor em contextos diversos para que seja possível, no desenvolvimento de atividades, em específico aquelas com Modelagem Matemática, o atendimento às especificidades de cada realidade escolar. No contexto específico da escola de tempo integral, o professor, ao estar

inserido na comunidade escolar, tem elementos que favorecem o caráter argumentativo e comunicativo embasado na realidade dessa comunidade.

O trabalho realizado, as mediações em sala de aula explorando o tema de investigação demanda do professor a habilidade de intervenção o que inclui a habilidade de argumentar. Deste modo, o conhecimento pedagógico do conteúdo, conforme Shulman (1986), vai além de saber o conteúdo da área de conhecimento e alcança a dimensão de saber como ensinar esse conteúdo. Esse saber docente encaminha o saber agir e mediar as ações necessárias no processo de modelar.

Adicionalmente, uma educação argumentativa e comunicativa, no ensino de Matemática, por meio de Modelagem, direciona o emprego de uma linguagem científica adequada ao nível dos estudantes – gráficos, tabelas, equações, modelos, variáveis, dentre outros. Esse posicionamento, também, permitirá ao professor compreender e discutir as diversas soluções apresentadas pelos alunos e não apenas recebê-las passivamente. Aqui, o uso da pergunta (Sousa, F. 2015) é fundamental, desde que seja empregada para fomentar, verdadeiramente, as diversas opiniões e resultados apresentados pelos estudantes.

Por meio de uma argumentação bem estruturada, o professor favorece a problematização da situação inicial que irá gerar o modelo matemático, acolhe as diversas ideias e sabe como proceder organizando erros e acertos de modo a valorizar cada resposta, comunicando, dialogando.

Nesse sentido, tanto argumentação quanto comunicação são elementos essenciais na imersão pedagógica docente no emprego de uma metodologia, neste caso, a Modelagem Matemática amparada na Sequência Fedathi.

O próximo capítulo, que versará sobre a tendência de ensino Modelagem Matemática, também apresenta elementos importantes para o ensino de Matemática e para as práticas de imersão pedagógica.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos os fundamentos da Modelagem Matemática – teóricos, metodológicos e epistemológicos – refletindo sobre cada aspecto e detalhamento das ações que constituem esta tendência de ensino na Matemática. Com suporte dos fundamentos da Sequência Fedathi, as perspectivas de Modelagem dos diversos autores (Bassanezi, 2002; Burak, 1992; Barbosa, 2001; Biembengut, 2016; Biembengut; Hein, 2016; Almeida; Silva; Vertuan, 2019; Caldeira, 2009), os percursos possíveis e as dificuldades de aplicação são fundamentais para a elaboração atividades de Modelagem.

3.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Educação Matemática é um campo de pesquisa específico na área de ensino e aprendizagem da Matemática, sendo “uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos dos mais diferentes tipos” (Carvalho, 1994, p.81). Adicionalmente, a Educação Matemática “é um campo de formação, onde se transmite esse conhecimento a novas gerações de professores e de investigadores e, também, aos professores em serviço.” (Ponte; Branco; Matos, 2008, p. 1).

Pela Educação Matemática pretende-se alcançar um ensino no qual o professor disponha de novas possibilidades de intervenção em sala de aula e os estudantes atentem para as discussões e análises que podem favorecer a formulação de conceitos e a apropriação de uma aprendizagem significativa. Ao preparar para a cidadania crítica, a Educação Matemática rompe com a tradição matemática escolar e se constitui como uma prática social. Neste entendimento, a perspectiva que direciona o espaço no qual a Matemática está inserida está relacionada com a ideia de que

[...] Só se podem conceber tanto a Matemática, a Educação e a Educação Matemática como práticas sociais, ou seja, atividades realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos, e não unicamente como um conjunto de conhecimentos produzidos por um indivíduo em suas atividades. (Miguel et al, 2004, p. 82).

É relevante, também, destacar a concepção de que a Educação Matemática “*caracteriza-se como uma prática que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideais e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação do saber matemático escolar*” (Fiorentini e

Lorenzato, 2012, p.5, *itálico dos autores*). Assim, o professor, sendo um educador matemático, se constitui no conhecimento disciplinar e nos meios que possam favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática.

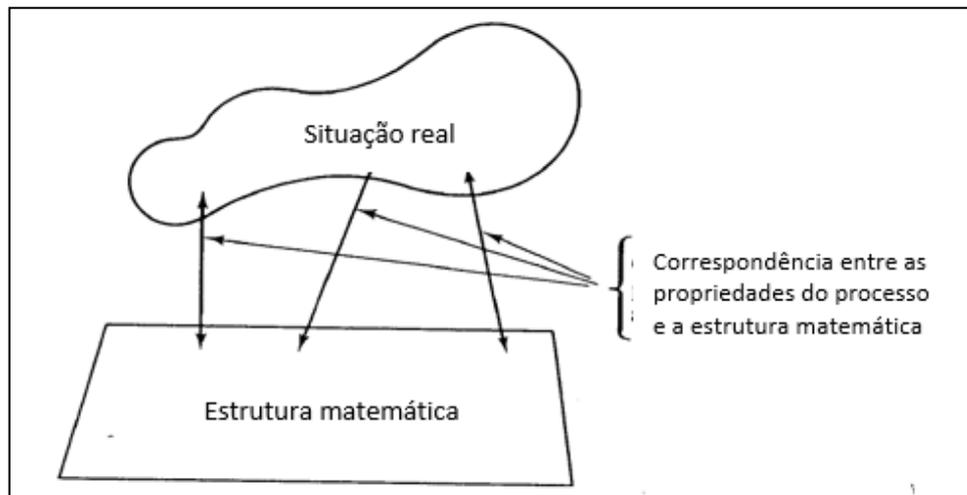
3.1.1 O que é um modelo matemático

Modelos matemáticos são representações simbólicas que se mostram relevantes na construção do conhecimento científico (Cundy; Rollett, 1961; Badiou, 1972; Bunge, 1974; Barbosa, 2001). De modo geral, um modelo matemático pode ser compreendido como uma representação simplificada da realidade e pode apresentar finalidades bem diversificadas: segurança em projetos, simulação de custos, precisão de processos, previsão de problemas (Brazzo; Pereira, 2006), além de proporcionarem linguagem concisa, evitarem ambiguidades, construção de teorias, manipulação de situações complexas da realidade (Bassanezi, 2002).

Nas diversas Ciências, os modelos matemáticos fornecem um amplo repertório que orientam pesquisas, além de “proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções matemáticas.” (Bassanezi, 2002, p.20). Assim, o aperfeiçoamento de um modelo confere maior precisão na busca de soluções para problemas de um sistema físico real.

Nessa perspectiva, “é com o advento da ciência moderna que os modelos idealizados, aquelas representações dos sistemas em termos ideais, passaram a ser aceitos e utilizados. Em suma, os modelos são partes substanciais das práticas científicas” (Barbosa, 2009, p.70). Os sistemas conceituais representativos dos modelos matemáticos – equações, diagramas, maquetes, desenhos – portanto, dão o suporte necessário para o desenvolvimento da ciência.

Um modelo matemático, é importante considerar, pode não ser adequado a todas as situações análogas. Com efeito, “um bom modelo matemático é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser suficientemente simples e representar razoavelmente a situação analisada” (Bassanezi, 2002, p.30). Com esta premissa, é preciso uma análise rigorosa das variáveis que compõem o modelo e das condições de aplicação. A estrutura básica no processo de obtenção de modelo segue o proposto na Figura 2.

Figura 03 – Componentes de um modelo matemático

Fonte: STANAT e McALLISTER (1977, p. 3)

O caminho trilhado desde a identificação de um problema até a estrutura matemática – o modelo matemático – passa pela identificação e seleção de variáveis, por hipóteses que permitirão a solução do problema, pela análise e interpretação das questões definidas em todo o processo. Essa correspondência entre o mundo real e a estrutura matemática que a representa é, de acordo com Stanat e McAllister (1977), a terceira componente do modelo matemático – a primeira componente é a situação real e a segunda é a própria estrutura matemática – e envolve parâmetros de análise, variáveis ou equações.

No enfoque dado por esses autores à elaboração do modelo matemático, não se pode ignorar o fato de que alguns aspectos da realidade podem não ser considerados no modelo, mas isso não o invalida (Stanat; McAllister, 1977). Oferece ao modelador, na verdade, uma visão particular da situação. Isso faz com que a capacidade de decisão seja um fator relevante no processo investigativo que compreende, ainda, autonomia na tomada de decisão para tentar explicar um sistema e prever que recursos, materiais e humanos, serão necessários em seu estudo.

Acerca da definição de modelo matemático, Badiou (1989) considera que o conceito de modelo, em todo o seu desenvolvimento, tem relação com a teoria dos conjuntos. Outros autores exibem esse mesmo pensamento. Por isso, a concepção que cada autor confere a ideia de modelo matemático é ponto importante para a compreensão deste tema (Quadro 07).

Quadro 07 – Definição de Modelo matemático

AUTOR	DEFINIÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO
Stanat; McAllister 1977, p.2	Um modelo matemático é uma caracterização matemática de um fenômeno ou processo. Essa definição é necessariamente imprecisa, mas algumas ilustrações devem estabelecer a noção.
Davis; Hersh, 1986, p.422	Estas leis ou equações especificam então alguns objetos matemáticos, as soluções da equação matemática – e estas soluções são o modelo matemático.
Bassanezi, 2002, p.20	Modelo Matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.
Machado, 2013, p.116	Dado um conjunto de fórmulas F, de uma linguagem formal L, um modelo para F é uma particular determinação com um conjunto de objetos e sua atribuição de significados, neste conjunto, às variáveis e às relações que aparecem nas fórmulas de F de modo que todas elas se tornem proposições verdadeiras a respeito dos objetos considerados.
Almeida; Silva; Vertuan, 2019, p.13	Um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A representação utilizada pelos autores no Quadro 07 é essencialmente expressa por meio de equações matemáticas. Autores como Almeida, Silva e Vertuan (2019), não obstante, abrem espaço em sua proposição para “estruturas matemáticas” que podem ser gráficos, tabelas ou desenhos onde o nível escolar dos estudantes será o indicativo para a escolha do modelo mais adequado.

Tendo o suporte da Sequência Fedathi que prima pelos conhecimentos diversos dos estudantes, o modelo matemático que vislumbramos conjuga as definições apresentadas e pode ser resumida do seguinte modo: modelo matemático é a caracterização matemática de um fenômeno que pode ser representado por estruturas diversas (gráficos, tabelas, fórmulas, textos) que expliquem esse fenômeno.

3.1.2 Definição de Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática se caracteriza por um conjunto de procedimentos que, ao serem executados, permitirão a compreensão e interpretação de fenômenos por meio de uma descrição matemática. Tais procedimentos podem ser resumidos da seguinte maneira: formulação do problema, representação matemática (obtenção do modelo matemático), análise matemática, interpretação e validação do modelo. O processo, no entanto, não é tão simples.

Ao ser identificada uma situação que, ao ser modelada, possa ser compreendida e resolvida, existem nuances que precisam de diversos cuidados.

A começar pelo entendimento de Modelagem, os diversos autores desta tendência de ensino (Quadro 08) buscam, inicialmente, definir e, em seguida, sistematizar as etapas do processo, ora acrescentando ora suprimindo ações, a depender do interesse e da necessidade de uso de cada situação nos ambientes escolares.

Quadro 08 – Definição de Modelagem Matemática

AUTORES	DEFINIÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA
Bassanezi (2002, p.24)	Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.
Burak (1992, p.62)	A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.
Barbosa (2001, p.6)	Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.
Biembengut (2016, p.98)	Modelagem (matemática) é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria (matemática).
Biembengut; Hein (2016, p.12)	A Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas
Almeida; Silva; Vertuan (2019, p.12)	[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.
Caldeira (2009, p.33)	[...] Modelagem Matemática como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A ideia expressa por cada autor permite que percebamos quão específico pode se tornar o conceito de Modelagem Matemática. Bassanezi (2002), por exemplo, exprime as ideias de *método de pesquisa* e de *estratégia de ensino-aprendizagem*, enquanto Biembengut (2016) exhibe a noção de *estratégia de ação pedagógica*. Barbosa (2001) sugere um *ambiente de*

aprendizagem. Burak (1992) remete a uma *alternativa de ensino e aprendizagem*, ao passo que em Almeida, Silva e Vertuan (2019) temos uma *alternativa pedagógica*. Por fim, em Caldeira (2009) encontramos a Modelagem como *um conceito de se educar matematicamente na escola*.

A experiência profissional de Bassanezi (2002) tem origem no emprego da Modelagem na Matemática Aplicada. De fato, em Bassanezi (1999), o autor já ressaltava que “a modelagem é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada” e sua defesa gira, portanto, em torno da corrente utilitarista da Matemática – que considera a aplicabilidade desta Ciência no âmbito educacional – em oposição a corrente formalista que situa esta disciplina no domínio purista, ou seja, num contexto que consiste na valorização apenas das fórmulas, axiomas definições e teorias, sem considerar o fato de que as estruturas matemáticas podem estar relacionadas a diversos campos do conhecimento.

Nesse sentido, mediante o entendimento que se faz acerca das correntes que estruturam o pensamento matemático – formalista e platonista –, o autor considera que “o caminho tomado pela matemática aplicada, em especial pela modelagem matemática, se aproxima da concepção platônica no que se refere à construção do conhecimento, pois é como se o modelo já estivesse lá, em algum lugar da Matemática.” (Bassanezi, 1999, p.13).

Na perspectiva da pesquisa, como método científico, o autor situa a Modelagem na esfera das ciências factuais indicando seu emprego no estímulo a novas ideias e técnicas experimentais, como um dispositivo para previsões e tomada de decisões e, ainda, como linguagem universal que permitirá a interlocução entre pesquisadores de diversas áreas do conhecimento.

Na perspectiva do ensino, Bassanezi (2002) destaca o fato de que “com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno como seu ambiente natural” (p.38). Nessa perspectiva, ao estruturar um curso de formação para professores sobre Modelagem, Bassanezi (1999, 2002) enfatiza alguns elementos principais, tais como: a) as aplicações matemáticas na resolução de problemas em diferentes áreas do conhecimento, b) o espírito crítico dos sujeitos que aprendem matemática, c) o enfoque epistemológico alternativo de valorização dos aspectos culturais.

Em Biembengut (2016) e Biembengut e Hein (2016), onde identificamos a Modelagem como *estratégia de ação pedagógica*, os autores enfatizam aspectos diversos considerados no ensino de Matemática – solução de uma situação, saber os conteúdos matemáticos, uso de teorias, interpretação de contextos, habilidade de intuição – para a

definição de Modelagem Matemática que, para Biembengut (2016), é um processo que perfaz caminho semelhante ao da pesquisa científica iniciando com o reconhecimento da situação-problema, passando pela identificação de hipóteses, até atingir sua resolução quando ocorre a validação do modelo formulado. Observa-se que isso, também, ocorre com a Sequência Fedathi no desenvolvimento das etapas.

Numa atividade de Modelagem é pertinente a familiarização do modelador com a área relativa ao tema de investigação e enseja amplos conhecimentos matemáticos que favoreçam a solução almejada do problema. Além disso, a Modelagem requer a capacidade de escolhas ante a quantidade de dados e fatos que possam surgir, se são suficientes ou se, sendo excessivos, demandam questionamentos de análise e esclarecimentos na escolha das variáveis que culminarão na formulação do problema (Biembengut, 2016).

A ideia de *ambiente de aprendizagem* expressa por Barbosa (2001) tem motivação na obra de Skovsmose (2000) na perspectiva socio-crítica da Modelagem que atribui este termo a ambientes que permitem aos estudantes o estímulo necessário para que desenvolvam suas atividades. Este ambiente de aprendizagem remete a um convite feito aos estudantes para que manifestem seus interesses, partindo de situações não fictícias e que possam promover discussões e a investigação. Esta realidade a que se refere indica que “a situação-problema deve ter referência no dia-a-dia, no mundo do trabalho ou em outras áreas científicas que não a Matemática” (Barbosa, 2009, p.2).

Assim, a formulação de modelos matemáticos relaciona aspectos da situação em estudo aos objetos matemáticos conhecidos pelos estudantes que julgarão a plausibilidade do modelo e desencadearão, ainda, argumentos e questões relacionados a situação para elaborarem o modelo. Deste modo, numa atividade modelagem, os estudantes alcançarão maturidade ao se envolverem com discussões matemáticas, técnicas e reflexivas. Esta última – discussão reflexiva – é de maior importância para o autor, já que por meio dela se evidencia o caráter socio-crítico que defende (Barbosa, 2009).

Burak (2016) aponta que suas experiências iniciais com Modelagem Matemática estavam vinculadas à Matemática Aplicada e que somente após realizar um trabalho com professores na Educação Básica percebeu as nuances que permeiam esse nível de ensino, como, por exemplo, o fato de que o trabalho acontece com sujeitos que não dominam ferramentas matemáticas que possibilitem a construção do conhecimento.

Vale ressaltar que as ideias de Burak (1992) estão assentadas em diversas teorias – Construtivista, Sociointeracionista, Aprendizagem Significativa, além da perspectiva

epistemológica de Ciência – que dão suporte a sua prática com Modelagem em sala de aula. Assim, a definição apresentada por este autor coloca a Modelagem na condição de explicar matematicamente os fenômenos do cotidiano desencadeando o pensamento crítico, o trabalho em grupo e, conseqüentemente, a aprendizagem dos conteúdos matemáticos dentro do contexto vivenciado pelos estudantes.

Para este autor, “trabalhar a matemática a partir do interesse do grupo ou dos grupos tornou-se um princípio para o trabalho com a Modelagem” (Burak, 2016, p.26). Com relação a noção de *alternativa de ensino e aprendizagem*, há a implicação de dois pontos essenciais: a) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; b) obter as informações e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo (Burak, 1992, p.51).

Almeida, Silva e Vertuan (2019) apresentam a Modelagem como uma possibilidade para uso do professor em aulas regulares de Matemática e enfatizam o uso de atividades nesta tendência de ensino. Para os autores, essa *alternativa pedagógica* seria “uma ‘maneira’ de trabalhar com atividades na aula de Matemática” (p.17) para abordar problemas não essencialmente matemáticos.

A abordagem desses autores transita entre os procedimentos e conceitos que ligam a situação inicial de um problema a sua situação final. O modelo matemático nesta proposta não é o fim que determina a aprendizagem ou a solução do problema, mas o meio que permitirá que o estudante, num processo investigativo, desenvolva o pensamento cognitivo desde a compreensão do problema até sua efetiva resolução.

Caldeira (2009) não considera a Modelagem como um método de ensino e aprendizagem tendo em vista que, considerá-la método seria uma forma de validar o currículo prescrito sem, no entanto, fazer uma análise crítica a seu respeito. Além disso, afirma o autor, “a Matemática deve estar intimamente relacionada com a Cultura para que a Modelagem Matemática possa se sustentar por essa concepção de educação matemática” (Caldeira, 2009, p.35).

Na perspectiva deste autor, deve-se considerar a realidade dos estudantes numa óptica construtivista do conhecimento na qual os sujeitos são levados a perceber que os conhecimentos são construídos pelo homem e, assim, são passíveis de compreensão por parte dos estudantes que também podem construí-los. Além disso, este autor considera que o processo de Modelagem deixa de ter o modelo matemático como principal objetivo e põe destaque nas reflexões provenientes das interações nas atividades (Caldeira, 2013). A ideia de que Modelagem seja concebida como *um conceito de se educar matematicamente* ou *concepção de*

educação matemática (Caldeira, 2009) está relacionada com os diversos interesses dos sujeitos – sociais, econômicos, políticos, dentre outros.

Mediante a análise de cada definição, a Sequência Fedathi nos permite conceber uma ideia de Modelagem Matemática que melhor se adequa ao ambiente da escola de tempo integral. Essa ideia conjuga os pensamentos de Barbosa (2001), Almeida, Silva e Vertuan (2019) e Borges Neto (2018).

Quadro 09 – O conceito de Modelagem Matemática

Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes investigam situações com origem em sua realidade. Seu processo se inicia por meio de uma situação desafiadora, generalizável, que contém a essência do conteúdo a ser ensinado. Para alcançar a situação final (o modelo matemático), procedimentos diversos podem ser empreendidos no decorrer das etapas (tomada de posição, maturação, solução e prova), as quais podem suscitar conhecimentos matemáticos diversos.

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Os procedimentos para obtenção do modelo matemático que ocorrem nas etapas da Sequência Fedathi, ao mesmo tempo, se desenvolvem nos ciclos ou percursos de modelagem que serão explicitados a seguir.

3.1.3 Percursos na Modelagem Matemática

Para que ocorra a implementação de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, é importante conhecer os aspectos teóricos e, além disso, conhecer como ocorre o processo de Modelagem, que sentido os autores dão à execução de cada fase e como atuam os partícipes – professor e estudantes – na compreensão dos fenômenos e na sistematização dos modelos matemáticos.

Importante destacar, neste seguimento, o fato de que “[...] o aprendizado de modelagem não se restringe ao aprendizado de técnicas padronizadas ou procedimentos sequenciais, tal como um protocolo cirúrgico” (BASSANEZI, 2002, p.43). Sendo uma alternativa que se coloca contrária ao tradicionalismo das aulas de Matemática que privilegiam cálculos, fórmulas e solução de exercícios, a Modelagem torna acessível a compreensão de fatos da realidade e do cotidiano dos estudantes. No entanto, é necessário compreender como

ocorre um processo de modelagem analisando um ciclo. Na literatura sobre Modelagem, existem diversos modelos de ciclos de Modelagem (Quadro 10) que buscam sistematizar as etapas a serem realizadas numa atividade.

Quadro 10 – Fases da Modelagem Matemática

AUTOR	FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA
Bassanezi (2002)	1) escolha do tema 2) coleta de dados 3) análise de dados e formulação de modelos 4) validação do modelo
Burak (1992)	1) a escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do problema; 4) a construção do modelo; 5) validação do modelo; 6) reformulação do modelo; 7) interpretação dos resultados.
Barbosa (2001)	1) Elaboração da situação-problema; 2) Simplificação; 3) Coleta de dados qualitativos e quantitativos; 4) Resolução da situação-problema.
Biembengut (2016) Biembengut; Hein (2016)	1) Interação com o assunto. a) Reconhecimento da situação-problema b) familiarização com o assunto a ser modelado. 2) Matematização. a) Formulação do problema – hipóteses b) resolução do problema em termos do modelo. 3) Modelo Matemático. a) interpretação da solução b) validação.
Almeida; Silva; Vertuan (2019)	1) Inteiração 2) Matematização 3) Resolução 4) Interpretação de resultados e validação

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Em cada esquema proposto, ao detalharem o plano de ação a ser seguido pelos estudantes, os autores evidenciam elementos que julgam importantes para o desenvolvimento das atividades – o tipo de linguagem, a escolha das variáveis, a escolha do tema, a criatividade dos estudantes, oportunidade de se trabalhar vários conteúdos matemáticos, dentre outros.

As propostas de aplicação de Burak (1992) e de Almeida, Silva e Vertuan (2019) apresentam sistemas mais simplificados de execução. A teoria em questão, exposta pelos autores, tem maior proximidade com a prática de sala de aula. A proposta de Barbosa (2001), por sua vez, tem muita influência em atividades de Modelagem no que refere às ações possibilitadas ao professor: são indicados três cenários, chamados de *casos*, nos quais o

professor tem maior ou menor participação nas decisões do processo investigativo, a depender do nível de interação dos estudantes com esse tipo de abordagem para solução de problemas.

No primeiro caso, o professor divide com os estudantes apenas a resolução do problema. No segundo, ele compartilha com os estudantes todas as fases, com exceção da elaboração da situação-problema, que ainda fica sob sua responsabilidade. No terceiro, todas as fases da modelagem são compartilhadas, sendo a escolha do tema de pesquisa atribuição dos estudantes com a mediação docente.

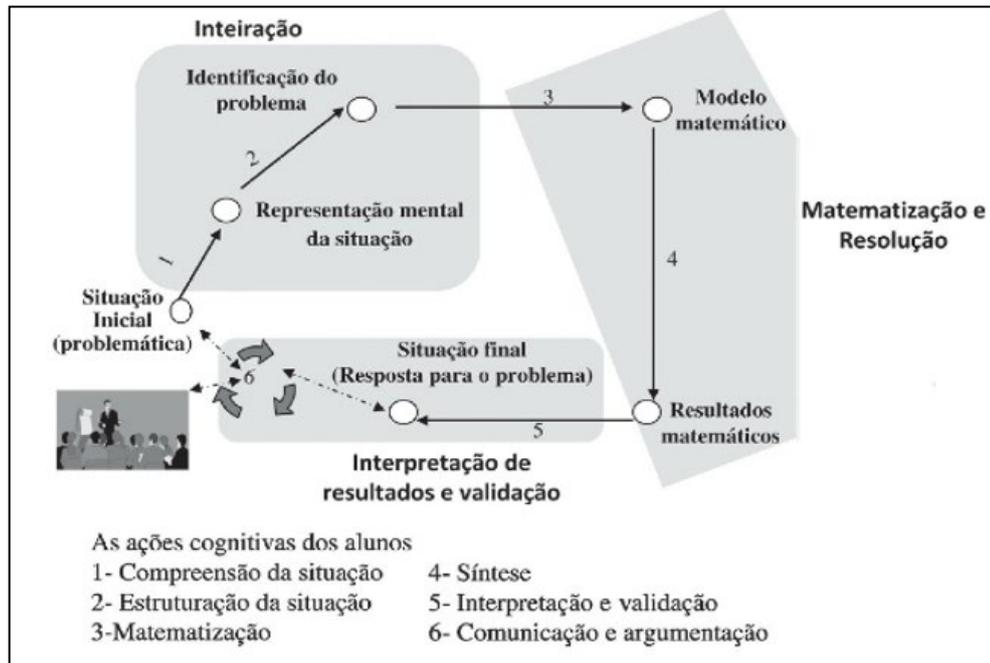
As ações sugeridas em algumas das propostas (Bassanezi, 2002; Burak, 1992; Barbosa, 2001) orientam que a escolha do tema de pesquisa seja o passo inicial em cada ciclo de Modelagem. Em outras (Biembengut; Hein, 2016; Almeida; Silva; Vertuan, 2019), o problema de estudo é definido anteriormente e durante o momento de interação acontece a familiarização com a situação-problema a ser modelada, um primeiro contato para conhecer as características, obter informações e realizar a coleta de dados.

Burak (1992) mostra um esquema investigativo mais detalhado, no qual a formulação do problema de pesquisa só ocorre depois que os sujeitos já têm bastante familiaridade com a situação (o tema), fato que ocorre durante a fase exploratória. Esse detalhamento dos passos a serem seguidos também é notado em Biembengut (2016) ao ampliar o estágio investigativo inicial composto pela percepção e pela apreensão dos elementos relevantes para a solução do problema.

Além da percepção e da apreensão, Biembengut (2016) denomina outros estágios do processo cognitivo para processos de Modelagem: compreensão e explicitação, significação e expressão. Todos remetem ao modo como os sujeitos criam seus próprios modelos mentais por meios dos quais conseguem expor as representações simbólicas e seus significados, neste caso evidenciado com a culminância da elaboração de um modelo matemático.

Os aspectos cognitivos dos alunos são também percebidos em Almeida, Silva e Vertuan (2019) onde o processo de Modelagem é determinado por uma situação inicial (a problemática) e uma situação final (solução para a problemática). Entre uma situação e outra, se consolidam as fases sugeridas – Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e validação Figura 04.

Figura 04 – Fases da Modelagem Matemática e ações cognitivas dos alunos



Fonte: Almeida; Silva; Vertuan (2019, p.19)

Os elementos favorecem, por conseguinte, a transição da situação real que originou o problema de pesquisa para sua representação mental. No decorrer das fases, da situação inicial para a situação final, os autores definem quais ações cognitivas serão demandadas pelos estudantes. E, no processo, identificam algumas características que consideram fundamentais: “a) envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; b) envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; c) é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno.” (Almeida; Silva; Vertuan, 2019, p.17).

Esse conjunto de ações cognitivas, segundo os autores, surge da interação entre os conhecimentos matemáticos e extra-matemáticos (não relacionado com a Matemática escolar). Fazer conexões entre o mundo real e os conteúdos são determinantes na estruturação do modelo matemático. Nesse sentido, as fases de elaboração e validação do modelo matemático irão evidenciar os conhecimentos matemáticos dos estudantes e, assim, provocar a descoberta de outros conteúdos úteis na constituição do modelo matemático.

Também associado a formulação do modelo matemático está o processo de seleção de variáveis para sua elaboração, tendo em vista que “a tradução do problema em linguagem matemática e as relações estabelecidas entre as variáveis intervenientes do problema, constituem o modelo” (Burak, 1992, p.180). Escolher as variáveis do problema é, portanto, uma das etapas mais relevantes na obtenção do modelo matemático.

Uma variável, pode estar relacionada a contextos diversos, porém análogos. Isto deve encaminhar especial atenção aos critérios de escolha para otimizar a solução pretendida. Deste modo, variáveis de um modelo são os elementos observáveis em uma dada situação, “são ‘grandezas’ que se modificam durante o processo” (Bassanezi, 2002, p.86), devendo ser criteriosamente selecionadas tendo em vista que a interpretação que o pesquisador (modelador) faz da situação irá repercutir na estrutura matemática definida como modelo.

De acordo com Biembengut (2016, p.107), “para modelarmos é necessário haver uma formulação explícita das variáveis e das linhas ao longo das quais tivemos que efetuar simplificações da realidade”. Identificar na realidade fatos que devam ser considerados ou descartados é imprescindível na simplificação evidenciada na transição da situação num contexto em análise para uma estrutura matemática.

Nas descrições matemáticas da situação investigada, a formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações são processos relevantes para a solução do problema (Vertuan; Almeida, 2016a). No Quadro 11, a seguir, ilustramos este entendimento por meio de duas atividades nas quais são trabalhados temas que, numa percepção inicial, não tem conexão com a Matemática, no entanto, as discussões encaminham procedimentos que demandam conteúdos matemáticos.

Quadro 11 – Fases do desenvolvimento de situações com Modelagem Matemática

AÇÃO NA MODELAGEM	ATIVIDADE 1	ATIVIDADE 2
Situação inicial	O movimento das marés	Instalação de cerca elétrica
Definição do problema	Como determinar a altura da maré em relação ao tempo no decorrer de um dia na praia de Porto de Galinhas?	Dentre os kits ofertados, qual a opção mais vantajosa para um cliente que deseja instalar cerca elétrica em sua residência?
Variáveis definidas	Tempo medido em horas – t Altura da maré no tempo – h(t)	Variável independente: l comprimento da cerca, em metros Variáveis dependentes: C ₁ custo do kit 1, em reais C ₂ custo do kit 2, em reais
Modelo matemático	$h(t) = 1,225 + 0,775 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{6,22} + \frac{473\pi}{1866} \right)$	$C_1 = \begin{cases} 370, & \text{se } 0 < l \leq 20 \\ 370 + 5(l - 20), & \text{se } l > 20 \end{cases}$ $C_2 = 300 + 4,5l, \text{ para } l > 0$

Fonte: Almeida; Silva; Vertuan (2019, p.66 e 82)

O processo investigativo simplificado das situações com culminância na obtenção do modelo matemático e na solução do problema é delineado com ações a serem

desempenhadas pelos estudantes. As orientações propostas não focam nas ações do professor, embora ressaltem sua relevância na prática docente. Deste modo, os autores apenas lançam questionamentos para serem analisados pelos professores acerca de seu papel na implementação de atividades de Modelagem Matemática – por exemplo, na escolha do tema de investigação e nos procedimentos em cada atividade.

Partindo de uma situação inicial, os procedimentos a serem executados pelo estudante não são tão simples. Passa por momentos de discussão, reflexão e decisão. Nesse sentido, para que o professor possa orientar corretamente, seus conhecimentos não podem se limitar aos procedimentos. Deve, de certo, ter estratégias para relacionar o tema de investigação aos conteúdos matemáticos.

Deste modo, além de conhecer a teoria subjacente a tendência de ensino Modelagem Matemática, ou seja, estar imerso pedagogicamente, o professor deve pensar, crítica e reflexivamente, acerca de sua atuação ante os conteúdos de ensino aos estudantes. Para aplicar um percurso de modelagem, é preciso que a escolha da situação desafiadora esteja em consonância com a realidade dos estudantes.

3.2 Modelagem Matemática na prática docente

Diversos estudos (Klüber, 2016; Almeida; Vertuan, 2014; Ribeiro, 2012) relatam que os professores tendem a considerar a adoção da Modelagem em suas aulas, embora manifestem suas limitações aferindo que a organização desse tipo de atividade, imbricada com o contexto escolar e com a flexibilização das instituições quanto ao planejamento dos conteúdos é fator impeditivo de sua execução.

Neste aspecto de vivência, a relação do professor com a Modelagem “é condicionada pela percepção do seu saber-fazer, do contexto escolar e da ação dos demais atores” (Barbosa, 2004, p.7). Ocorre, portanto, a necessidade de os professores vivenciarem atividades de Modelagem – a *experiência-própria* como aluno – e que, ainda, experimentem atividades enquanto professor, tendo em vista que apenas as leituras sobre Modelagem não seriam suficientes para o amadurecimento das ideias acerca deste ambiente de aprendizagem.

Fala-se da familiarização dos estudantes com práticas de Modelagem, de uma introdução gradativa com esse tipo de atividade (Almeida; Vertuan, 2014) que acarretará numa nova postura – investigativa, reflexiva e crítica. Concordamos com essa assertiva, embora,

vislumbremos que a postura do professor seja o ponto de mudança principal capaz de promover alterações na motivação, no engajamento e na apropriação dos conhecimentos pelos estudantes.

O professor que tem a Modelagem como opção para o ensino de Matemática deve situar-se num entendimento de que suas ações também denotam, na gestão de sala de aula, o comportamento investigativo, reflexivo e crítico oportuno na promoção de um ambiente de aprendizagem efetivo. O emprego da Modelagem, deste modo, promove uma reorganização nas relações entre professor e estudantes.

Adotar as estratégias de Modelagem demandam, portanto, uma postura de mediação do professor que, embora não aconteça de modo automático ou repentino, deve ser cultivada gradativamente no decorrer das aulas. Essa nova postura está relacionada, dentre outras coisas, a motivar e “incentivar a comunicação entre os alunos, conhecer o que está sendo desenvolvido durante as atividades, estimular a criticidade e favorecer a procura por argumentos que possam contribuir para que os alunos confirmem ou não suas conjecturas” (Tambarussi; Klüber, 2016, p.134).

Nesse sentido, não é suficiente que o professor oriente a condução de etapas sem estabelecer uma intencionalidade de ação. É necessário direcionar os estudantes para a elaboração do modelo matemático por meio de análises e interpretações que favorecerão compreender a realidade da qual o recorte é aplicado.

Considerando que o aluno, à medida que se integra a esse tipo de atividade, tende a depender menos do professor, deve-se questionar que posição deverá ser assumida pelo docente. Obviamente, a dinamicidade da relação professor-aluno nos impede de estabelecer critérios que se julgue como regras a serem cumpridas na implementação de estratégias de ensino. Não é este o nosso propósito. A não existência de um padrão único de práticas docentes nos encaminham para o estabelecimento de princípios que devem ser considerados na ação docente e vivenciados em sala de aula à medida que forem suscitados.

Algumas possibilidades da percepção que se tem acerca da ação docente em práticas de Modelagem são indicadas por pesquisadores desta tendência: o professor no papel de orientador, é quem valida os procedimentos apresentados pelos estudantes (Almeida; Vertuan, 2014); estimula os estudantes por meio de atividades cognitivas promovendo sua autonomia (Blum; Ferri, 2009); chama atenção para os conteúdos que surgem no processo de modelagem, contextualiza o tema investigado (Burak, 1992); orienta a escolha do tema de pesquisa, direciona alternativas de solução (Bassanezi, 2002).

Além de nos determos nessa vertente do posicionamento docente em atividades de Modelagem, devemos atentar para o fato de que essas concepções devem ser investigadas pelos professores em sua formação. Todos os elementos concernentes a práticas de Modelagem não ocorrem, conforme já expressamos, subitamente. É na vivência, com erros e acertos, que se dá e se torna perceptível um “jeito novo” de ensinar.

De modo geral, a ideia de Modelagem Matemática na Educação demanda aprofundamento de questões diversas que não cabem nos procedimentos para elaboração dos modelos matemáticos. Requer que se observe a interdisciplinaridade, a realidade escolar, a estrutura curricular e, de modo mais amplo, a interpretação crítica que o professor faz disso tudo.

Outro fator importante que não podemos descuidar é que, em qualquer perspectiva de ensino, o professor precisa lidar com a imprevisibilidade das situações manifestas em sala de aula. No caso específico da Modelagem Matemática, alguns imprevistos estão relacionados a conteúdos não planejados (mas que emergem no processo investigativo), ajustes de planejamento, temas de discussão que o professor não está familiarizado, problemáticas para as quais não possui argumentos, mas que sejam do interesse dos estudantes ou, ainda, aspectos culturais das comunidades escolares.

Nesse entendimento, o uso da Modelagem não se limita a apresentar regras de implementação e execução. Deve, na verdade, ser pautada na vivência dos sujeitos no ambiente escolar e na convergência de interesses docentes, discentes e de gestão. Neste sentido, a Sequência Fedathi é o suporte que confere maior potencialidade às ações docentes, haja vista cuidar dos aspectos relativos às atitudes do professor no processo pedagógico.

3.2.1 Impasses, tensões e possibilidades

O ensino de Matemática tendo a Modelagem Matemática como estratégia apresenta algumas dificuldades de implementação. Sendo um tipo de concepção que orienta uma perspectiva mais humanística da Matemática, suas possibilidades de inserção na escola demandam mais tempo para realização, sendo isto um dos fatores que fazem com que o enfoque em atividades desta natureza ainda não faça parte da prática pedagógica dos professores (Frango, 2019). Deste modo, a opção por esta forma de ensinar Matemática é sobrepujada pelas mais diversas dificuldades, sejam elas de ordem prática ou teórica.

Vale destacar que o currículo escolar e o cumprimento do plano de aula do professor constam, também, como grandes desafios a serem suplantados na concepção docente de que práticas de Modelagem são possíveis apenas por meios de projetos não associados a sala de aula, mas a atividades de cunho extracurricular (Caldeira, 2015; Forner, 2015; Honorato, 2015).

Essa observância ao currículo numa perspectiva linear dos conteúdos a serem ensinados leva o professor a considerar que assuntos tidos como pré-requisitos para o ensino de outros conteúdos, seja também um problema que impede a opção de Modelagem nas aulas regulares. Obviamente, tópicos preliminares não devem ser desconsiderados na ação docente, tendo em vista a elaboração do raciocínio dos estudantes para atividades mais complexas. Devemos observar, no entanto, que

[...] é possível fazê-lo, desde que se coloque de lado o apego extremo ao cumprimento do planejamento do tempo para as aulas da semana, do mês, do bimestre ou, até mesmo, do ano letivo, e favoreça o *conhecer profundamente o pouco* em detrimento do *em nada conhecer o todo*. (Silva; Pires, 2013, p.251, itálico dos autores).

A linearidade dos conteúdos no currículo de Matemática, marcada por uma hierarquia das estruturas matemáticas, embora seja criticada por alguns autores (Palanch, 2016; Silva; Pires, 2013), não deve ser considerada um empecilho ao professor que almeje efetivar a Modelagem em suas aulas. O quadro 12 exibe algumas dificuldades percebidas pelos pesquisadores que tiveram seu foco na ação docente na condução de práticas de Modelagem.

Quadro 12 – Dificuldades na implementação de atividades de Modelagem

AUTORES	DIFICULDADES
Burak (1992)	1) Insegurança do professor diante do novo 2) Tomada de consciência do despreparo do professor 3) Conferir maior significado às atividades e aos conteúdos 4) A duração do trabalho 5) O conteúdo previsto e o conteúdo trabalhado: formas de compatibilização 6) Relacionamento professor-aluno 7) A necessidade de acompanhamento
Oliveira; Barbosa (2011)	1) O envolvimento dos alunos na discussão do tema - Interação com os alunos - Sequenciamento e do ritmo na prática pedagógica 2) O planejamento do ambiente de modelagem - Escolha do tema - Interação com os alunos 3) A organização dos alunos para realizar as atividades - Participação dos alunos 4) A apresentação das respostas dos alunos - Abordagem das respostas dos alunos
Silveira; Caldeira (2012)	1) Professor e suas relações com o trabalho - Maior exigência de formação do professor - Insegurança diante do novo - Grande número de alunos por turma 2) Professor e suas relações com a escola - Falta de colaboração da administração da escola - Estrutura da escola - Objetivos diferentes dos objetivos da instituição 3) Professor e suas relações com o currículo - Preocupação em cumprir o conteúdo - Preocupação com a sequência de conteúdos - Falta de tempo - Preocupação com o processo de construção do conhecimento 4) Professor e suas relações com a família dos alunos - Preocupação com a reação dos pais - Ausência de colaboração dos pais
Ceolim; Caldeira (2017)	1) Insegurança dos professores em utilizar a Modelagem em suas aulas; 2) Formação inicial insuficiente dos professores; 3) Dificuldades com a postura tradicional e conservadora do sistema escolar; 4) Dificuldades em envolver os estudantes num ambiente de Modelagem.

Fonte: Dados da pesquisa. Elaborado pela autora (2022)

As informações do quadro 12 mostra que existem diversos tipos de preocupação dos professores ao lidarem com esta tendência de ensino. São situações que permeiam a formação docente e atingem os espaços escolares desde a sala de aula até a gestão escolar. O professor se sente inseguro com a possibilidade de enfrentar novas metodologias, de não saber lidar com as reações dos estudantes ou com o sequenciamento dos conteúdos propostos.

A questão da formação docente para aspectos especificamente de métodos de ensino é identificada pelos próprios professores e, no caso da Modelagem Matemática, deve-se considerar quão expressiva é “a hipótese de que a insegurança do professor é condicionada por lacunas que ele percebe em relação ao seu saber-fazer (modelagem), à organização da escola e à relação com os demais atores do espaço escolar.” (Barbosa, 2004, p.5).

O fato de, em Modelagem Matemática, as situações de investigação partirem do contexto vivenciado ou percebido pelos alunos não havendo previsibilidade do que ocorre na abordagem ou dos conteúdos que serão requeridos numa atividade causa insegurança no professor e o leva a manter suas práticas tradicionais de ensino. Importante destacar que

Quando o professor se propõe a compartilhar o processo de ensino que usualmente é deflagrado por ele, sujeita-se a perder um pouco da sua segurança, pois depara-se com o desconhecido, não possui domínio completo da situação, dissipa a forma linear de se tratar o conteúdo matemático. (Burak, 2016, p.30).

Nesse sentido, identificar os pontos de tensão no emprego desta tendência é necessário e nos encaminha a buscar ou desenvolver práticas favoráveis que justifiquem sua importância para as ações de ensino e para o desenvolvimento dos estudantes. Como superar as dificuldades inerentes a esse tipo de estratégia é, portanto, substancial para sua consolidação em sala de aula.

Ceolim e Caldeira (2017), com efeito, consideram que para a adoção de práticas de Modelagem o professor necessita romper com a rigidez imposta pelas instituições no cumprimento do currículo. Caldeira (2013), entretanto, assevera que é possível a efetivação do currículo prescrito de modo a agregar outros conhecimentos ou conteúdos inerentes às atividades de Modelagem – culturais, sociais, ambientais ou éticos. Blum e Niss (1991), neste seguimento, apresentam diversos argumentos favoráveis a inclusão da Modelagem em sala de aula (Quadro 13).

Quadro 13 – Argumentos favoráveis ao uso de Modelagem Matemática

ARGUMENTO	SÍNTESE DOS ARGUMENTOS
Argumento de formação	Enfatiza a aplicação da Matemática e da realização de modelagem matemática e resolução de problemas como meio apropriado para o desenvolvimento de competências e atitudes dos alunos, em particular orientados para a criatividade e a capacidade de resolver problemas.
Argumento da competência crítica	Enfatiza a preparação dos alunos para viver e agir com integridade como cidadãos individuais e sociais para que desenvolvam uma competência crítica na sociedade extremamente matematizada. Busca-se capacitar os alunos a "ver e julgar" de forma independente, para reconhecer, compreender, analisar e

	avaliar os exemplos representativos dos usos da matemática no mundo real, incluindo a proposição de soluções para problemas socialmente significativos.
Argumento da utilidade	Enfatiza que os alunos devem ser preparados para utilizarem a Matemática e resolver problemas ou descreverem aspectos específicos das áreas e situações extra matemáticas, se referindo a outras disciplinas ou contextos profissionais ou para o cotidiano presente e futuro dos alunos.
Argumento da importância da Matemática	Considera que, por meio da Modelagem e da Resolução de Problemas surgem situações significativas para entender e interpretar a própria Matemática nas suas diferentes facetas, como uma ciência e como um campo de atividade na sociedade e na cultura.
Argumento da promoção da aprendizagem da Matemática	Considera a incorporação de resolução de problemas, aplicações e aspectos de atividades de modelagem e em aulas de matemática auxilia os alunos na aprendizagem e manutenção de conceitos matemáticos proporcionando motivação e relevância dos estudos em Matemática.

Fonte: Blum e Niss (1991)

Considerando que as ações de ensino têm como propósito a aprendizagem discente, observamos que os argumentos de Blum e Niss (1991) estão relacionadas aos benefícios inerentes aos estudantes ao lidarem com essa alternativa de manipular conceitos matemáticos. Entendemos, entretanto, que precisamos unir as duas ideias aqui trazidas: as dificuldades dos professores e os ganhos na aprendizagem dos estudantes.

Não parece ser suficiente uma abordagem formativa para o professor que não tenha observância aos argumentos favoráveis para o professor que, constantemente, precisa lidar com diversos desafios. Sua motivação também precisa ser estimulada. A singularidade de cada indivíduo é um aspecto importante a ser considerado. Um modelo de práticas pode não funcionar para todos os professores que atuam nos mais diferentes espaços escolares.

A formação docente para adoção de estratégias de Modelagem coloca o professor na condição de mediador do processo de investigação levando os estudantes e dependerem cada vez menos de suas intervenções, ou seja, “quanto maior a familiarização dos alunos com atividades de Modelagem Matemática, menor é a interferência do professor no que se refere à indicação de procedimentos durante o desenvolvimento da atividade.” (Vertuan; Almeida, 2016b, p.1074). Não se trata, no entanto, de absolver as funções do professor e torná-lo ausente nas discussões em sala de aula.

Professor e estudantes atuam colaborativamente na busca de soluções para os problemas suscitados por meio do diálogo e da reflexão acerca do ambiente no qual estão inseridos. Devemos, portanto, ter claro que a Modelagem Matemática, enquanto estratégia de ensino, apesar dos muitos obstáculos que se interpõem a sua implementação, apresenta muitas

vantagens e deve contribuir, também, para a mudança de postura do professor tal qual o faz a Sequência Fedathi.

3.2.2 Escolhendo o tema de investigação

Em atividades de Modelagem, a escolha do tema é o ponto de partida do processo investigativo. Mediante o interesse dos estudantes em um assunto qualquer, passa-se a sua problematização e, em seguida, segue-se as etapas da Modelagem com o intuito de alcançar uma solução com o auxílio do modelo matemático estabelecido.

A questão que surge é: quem faz a escolha do tema de investigação? Estudantes ou o professor? Nos autores que tratamos, existe alguma diferenciação a esse respeito. Há quem considere que a responsabilidade seja totalmente dos estudantes, já que o tema tem origem em situações de seu cotidiano. Há, no entanto, defesas no sentido de o professor poder indicar um tema – ou vários temas – para os alunos e, com um diálogo, decidirem o que querem pesquisar.

Burak (1992), por exemplo, afirma que, preferencialmente, a escolha do tema deve partir dos alunos, podendo o professor, caso esteja inseguro, optar por trabalhar com um único tema. A experiência é que vai permitir uma autonomia docente que o levará a trabalhar com vários temas ao mesmo tempo, sempre no interesse do aluno.

As possibilidades de inserção da Modelagem, em Barbosa (2001), situam o professor em três estágios (já explicados em 3.1.2) de interação com os estudantes. Este autor considera que a participação docente é de copartícipe, mantendo um envolvimento constante na atividade. Este envolvimento pode ser alterado mediante as limitações do contexto escolar, levando o professor a concentrar em si próprio as ações do processo de modelar e se responsabilizar pela organização das etapas do processo. O autor sugere maior participação estudantil no terceiro caso, no qual desde a elaboração da situação a ser investigada os estudantes estão mobilizados.

Tem-se, ainda, a alternativa de o professor planejar alguns temas, expô-los em sala de aula e estimular o interesse discente na escolha, tendo como condição o fato de que “o tema escolhido pode não ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos.” (Klüber, 2016, p.43). Isso significa que situações de várias áreas do conhecimento podem ser inseridas para promover a discussão e busca por soluções.

Importante observar, então, duas situações: a primeira, quando os estudantes são responsáveis pelo assunto que desejam pesquisar, seu interesse vai nortear toda a atividade que

é orientada na mediação docente; a segunda, quando o professor é quem apresenta os temas de investigação que serão escolhidos pelos estudantes. Neste caso, a indicação do tema pode já estar condicionada aos conteúdos matemáticos que serão mobilizados na atividade. Nesta segunda alternativa, o professor deve perceber que:

Para que um tema seja abraçado pelo grupo, no entanto, não basta a intervenção docente em propor algo. Aceitar o que os estudantes pretendem com suas escolhas deve, sob o prisma do professor, contribuir para o desenvolvimento da criticidade, da autonomia e, ainda, da sua criatividade. (Mendonça; Borges Neto, 2019, p.3).

Assim, a escolha do tema de investigação parte de interesses dos sujeitos em querer aprofundar os conhecimentos relativos a algum assunto próprio da comunidade escolar ou de contextos mais amplos em escala nacional ou internacional, mas que oportunize a motivação dos estudantes para aprender. Importa que essa escolha seja percebida pelo professor em seu caráter didático e pedagógico, ou seja, não significa apenas cumprir algo que se impõe teoricamente, mas que a finalidade da aprendizagem esteja firmada nas concepções docentes.

Não podemos perder de vista que “cada grupo demanda, na ação docente, conhecimentos mais específicos que se ajustem aos interesses individuais, mas também aos proveitos coletivos.” (Mendonça; Borges Neto, 2019, p.4). A heterogeneidade das turmas de estudantes, por exemplo, é um fator relevante no planejamento da atividade e pode ser encarada positivamente sob a óptica das diversas possibilidades de assuntos que podem ser abordados em sala de aula. Mas não é apenas isso. A questão é mais abrangente.

O interesse acerca de um tema específico, se se consideram as questões culturais do grupo, pode ter abordagens totalmente diferentes em grupos de trabalho também diferentes. Trabalhar com o tema *Saúde*, por exemplo, pode ter conotações muito distintas se os estudantes moram em uma comunidade de periferia e não dispõem dos mesmos recursos que outros estudantes que morem numa região mais estruturada física e financeiramente. Pesquisar o tema *Água* com grupos de estudantes que morem nas regiões de seca não será o mesmo que pesquisar com outros grupos que morem nas capitais e não sintam tanto as consequências dos períodos de estiagem. É importante, portanto, observar o que cada tema representa para os estudantes.

Queremos, por conseguinte, chamar a atenção para o fato de que “a sensibilidade do professor em perceber essas nuances fortalecerá o caráter dialógico das atividades com Modelagem e poderá estimular a motivação dos alunos no aprendizado de Matemática.” (Mendonça; Borges Neto, 2019, p.5). Nesta discussão, impõe-se, mais uma vez, destacar a

questão do planejamento, quando o docente almeja implementar a Modelagem Matemática em suas ações. Observa-se que

[...] pela Modelagem é possível, além de atender o currículo prescrito, fazer com que alguns conteúdos que constituem esse currículo sirvam de instrumentos de compreensão para que conteúdos éticos, sociais, culturais e ambientais possam ser incluídos nos currículos de Matemática da Educação Básica. (Caldeira, 2013, p.20).

A ideia aqui exposta não se refere a realizar mudanças estruturais no currículo, mas considerar o que já é determinado na escola e, mediante a escolha dos temas de investigação, planejar ações que estejam em conformidade com as exigências escolares no cumprimento do plano de aula. Assim, no planejamento, a escolha do tema em atividades de Modelagem direciona o professor a pensar em outro elemento: os recursos didáticos.

Os recursos didáticos, em atividades de Modelagem, além de evidenciar o tema de investigação, podem “fomentar a curiosidade dos estudantes acerca de algum assunto, bem como obter informações e proceder a coleta e análises de dados que implicarão na tomada de decisão e na elaboração do modelo matemático.” (Mendonça; Borges Neto, 2020, p.8). Por isso, é importante observar que seu emprego está relacionado a duas condições: recursos *planejados* ou *emergentes*.

Recursos planejados são aqueles que o professor seleciona anteriormente a realização da atividade, estão em conformidade com o tema estabelecido e estão direcionados a objetos do conhecimento de específicos da área de matemática. Recursos emergentes são aqueles que não foram previstos pelo professor e tem relação maior com a escolha do tema ser feita pelos estudantes (Mendonça; Borges Neto, 2020). O uso de um *software* como o Geogebra, por exemplo, pensado para a atividade com antecedência seria um recurso planejado. Esse mesmo *software*, se demandado mediante as condições de investigação no decorrer da pesquisa, será um recurso emergente.

Assim, a prática docente com Modelagem Matemática subsidiada pelos fundamentos fedathianos engloba variantes diversas, mas que se entrelaçam na junção dessas metodologias. Deste modo, faz-se pertinente elencarmos quais são essas variantes, as interfaces que se relacionam e permitem o emprego de ambas em harmonia para o planejamento docente.

3.2.3 Interfaces entre Sequência Fedathi e Modelagem Matemática

A análise prática e teórica das propostas Modelagem Matemática e Sequência Fedathi apontam para a existência de características comuns às duas metodologias. Dentre elas podemos citar: participação docente/discente, planejamento, tempo didático e ciclos de aplicação que serão denominadas de *facetas pedagógicas*.

No que diz respeito à participação docente/discente observamos o direcionamento que se dá aos sujeitos, ou seja, o que é evidenciado acerca da participação do professor e dos estudantes no processo dialógico impetrado em cada proposta. Cabe observar que tanto professor quanto estudantes assumem postura ativa no processo de ensino e aprendizagem, cada um deles com a compreensão de seu espaço. Assim, “é necessário o papel ativo do aluno em seu próprio desenvolvimento e o apoio ativo e mediador do professorado e de outros atores sociais na organização de atividades e tarefas” (Imbernón, 2012, p. 208), num movimento que destaca a experiência e o conhecimento de ambos, relevantes no aprender a aprender.

Na atividade escolar, a mediação – que envolve o diálogo, dentre outras coisas – favorece a interação dos sujeitos. O professor estabelece uma relação de empatia e proximidade com os estudantes. A Modelagem Matemática tem foco nas ações dos estudantes, ou seja, os ciclos de Modelagem oferecem as estratégias para que eles alcancem o modelo matemático que responda às suas indagações. A Sequência Fedathi, por sua vez, fornece ao professor elementos para que a mediação ocorra efetivamente, tais como o uso da pergunta e a pedagogia mão no bolso. Nessa metodologia de ensino, aluno e professor interagem e há, continuamente, o estímulo à pesquisa e à investigação mediados constantemente pela ação docente.

Ponto muito discutido quando se fala da implementação de ações que envolvam Modelagem Matemática ou Sequência Fedathi são o tempo didático e o planejamento. Já explicitamos nos capítulos anteriores que essas são questões pertinentes no entendimento docente acerca da mudança de postura denotada pelas duas metodologias e que as práticas recorrentes das escolas reforçam modelos de ensino que priorizam o currículo engessado. As demandas do planejamento, na verdade, situam os conteúdos de ensino em escala de maior importância em detrimento da aprendizagem significativa.

Assim, o professor de Matemática, em decorrência do tempo didático escasso para executar o planejamento de conteúdos manifestos pelo currículo considera manter as práticas tradicionais de ensino para atender ao extenso conteúdo disciplinar considerado necessário para formação dos estudantes. Além disso, as demandas das escolas em orientar os currículos para

avaliações externas como Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), por exemplo, também dificultam ações que possam inserir outras práticas docentes.

Neste aspecto, acaba não existindo oportunidades para dedicar tempo a um planejamento que contemple, por exemplo, os conhecimentos prévios dos estudantes. A gestão da aprendizagem, ou seja, o gerenciamento de estratégias que possibilitem a aprendizagem dos estudantes não ocorre adequadamente. Deve, na verdade, ser observado o fato de que

Com certos aprendizados, o princípio dos conhecimentos prévios comanda uma hierarquização dos conteúdos a serem assimilados. Por conseguinte, deve ser feito um planejamento sistemático dos conteúdos de aprendizado. O professor não pode se contentar em ‘cobrir’, em uma apresentação sumária, os pré-requisitos necessários a aula. Ele deve prever como ativar tais conhecimentos e, caso seja preciso, ensiná-los. (Gauthier et al, 2014)

No que tange ao desenvolvimento dos ciclos de Modelagem e das ações propostas na Sequência Fedathi, apesar da coerência lógica em seguir estruturas definidas que apresentam um caráter linear de aplicação, o professor deve estar atento em não se arraigar numa estrutura pronta para uso e vincular suas ações nessa estrutura. Cada situação do ambiente escolar pode demandar uma postura própria e particular.

As duas propostas metodológicas permitem um ir e vir constante em suas etapas, retomando conceitos e ideias não assimiladas pelos estudantes, mas que são importantes para a elaboração de conhecimentos consistentes. Na Sequência Fedathi, por exemplo, ao atingir a etapa de maturação, o professor pode retornar à etapa de tomada de posição, caso os estudantes tenham muitas dificuldades em desenvolver a resolução do problema matemático.

Deste modo, destacamos o fato de que essas facetas pedagógicas, ao fazerem parte do contexto escolar, são adaptáveis de modo a favorecer a implementação de atividades de Modelagem Matemática, desde que se considerem as peculiaridades da escola. No caso da EEMTI, seu contexto oferece maiores oportunidades para que o professor de Matemática perceba como realizar essa adequação, conforme veremos no detalhamento da estrutura organizacional da EEMTI. O Quadro 14, a seguir, sintetiza as ideias expressas acerca dessas facetas.

Quadro 14 – Facetas pedagógicas na interface entre Modelagem Matemática e Sequência Fedathi

Facetas pedagógicas	Sequência Fedathi	Modelagem Matemática
Participação docente/discente	Postura ativa discente Autonomia discente Foco no professor Princípios que norteiam a ação docente	Postura ativa discente Autonomia discente Foco no estudante Regras a serem seguidas pelos alunos
Planejamento e tempo didático	Adaptáveis	Adaptáveis
Ciclos de aplicação	Recorrente	Fixo, contínuo

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Assim, a participação docente e discente se mantém ativa em todo o processo de ensino e de aprendizagem. A experiência docente, especialmente quando o professor desenvolve a prática de imersão pedagógica, levará a adequação do planejamento que insere as atividades de Modelagem Matemática e alcança o cumprimento dos conteúdos de cada ano letivo. Assim, a sequência linear de ações de um ciclo de Modelagem é consolidada mediante a flexibilidade das fases da Sequência Fedathi.

Cabe considerar que esses elementos não esgotam as possibilidades de observação do professor sobre seu espaço de atuação. Esses que apresentamos foram os mais observados na literatura e outras questões podem se manifestar ou serem necessárias na condução de atividades. Deste modo, as estratégias de imersão não se fecham em si mesmas, elas são um caminho que nos fazem perceber as muitas possibilidades de imersão. Para criar um ambiente de Modelagem para os estudantes da EEMTI, a união desses elementos é essencial ao fazer docente, já que ampliam uma concepção de saber-fazer que precisa ser transformada nos espaços escolares.

O próximo capítulo apresentará como essas facetas pedagógicas, aliadas aos pressupostos da Sequência Fedathi, fundamentam a prática docente para atividades de Modelagem no campo específico da Escola de tempo integral.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta os procedimentos metodológicos empregados no desenvolvimento da pesquisa. Apoiamo-nos, principalmente em Yin (2010, 2016) e Bogdan e Biklen (1994). Além disso, como suporte à análise de dados, temos como referência os pressupostos de Bardin (2010) no emprego da Análise de Conteúdo.

4.1 O estudo de caso

Esta pesquisa é caracterizada como uma investigação de natureza qualitativa na perspectiva de que esse tipo de abordagem “preocupa-se em analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano. Fornece análise mais detalhada sobre as investigações, hábitos, atitudes e tendências de comportamento.” (Marconi; Lakatos, 2008, p. 269).

Além disso, atentamos para algumas das características apontadas por Bogdan e Biklen (1994) acerca da pesquisa qualitativa: a fonte direta de dados é o ambiente natural (nosso ambiente foi a escola); interesse maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos (esse é um dos pressupostos da Modelagem Matemática); análise dos dados de forma indutiva, ou seja, “as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (p.50).

Em Educação Matemática, Borba e Araújo (2020) destacam a importância de que, na pesquisa qualitativa, seja adotada a multiplicidade de procedimentos no intuito de favorecer a confiabilidade da pesquisa. Os autores também ponderam acerca da triangulação⁸ de fontes e/ou métodos para que o pesquisador alcance resultados que não estejam intrinsecamente relacionados às suas observações, mas que manifestem compreensão mais abrangente do fato estudado.

Adicionalmente, na pesquisa qualitativa é possível “contribuir com revelações sobre conceitos existentes ou emergentes [...] e usar múltiplas fontes de evidência em vez de se basear em uma única fonte” (Yin, 2016, p.7). Isto significa que a triangulação dos dados coletados favoreceu interpretações que originaram novas ideias, novos conceitos.

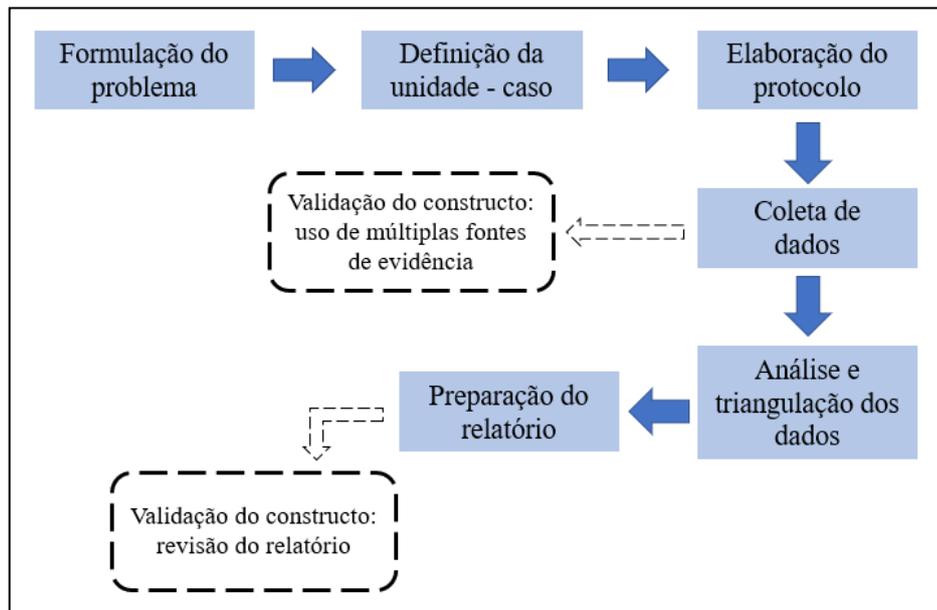
⁸ Triangulação de fontes e/ou métodos: procedimento que combina diferentes métodos de coleta e de análise de dados, diferentes populações/sujeitos (ou amostras/objetos), diferentes perspectivas teóricas e diferentes momentos no tempo, com o propósito de consolidar suas conclusões a respeito do fenômeno que está sendo investigado. (Zappellini; Feuerschütte, 2015, p.246-247).

Diante dessa caracterização da pesquisa qualitativa e do objetivo desta tese – desenvolver uma proposta pedagógica para uso da Modelagem Matemática para a implementação de atividades em sala de aula, associada à Sequência Fedathi para o fortalecimento de uma práxis docente, em uma Escola de Tempo Integral do estado do Ceará – optamos pelo *estudo de caso* por ser, de acordo com Yin (2010), o método mais adequado quando se quer entender um fenômeno em profundidade e quando as fronteiras entre o fenômeno investigado e o contexto não são facilmente perceptíveis.

Assim, observamos: 1) fenômeno investigado: práticas pedagógicas com Modelagem Matemática em uma escola de tempo integral EEMTI do estado do Ceará; 2) contexto de investigação: uma escola de tempo integral com características bem definidas que trabalha com projetos diversos. Optamos, deste modo, pelo estudo de caso do tipo descritivo que visa a compreensão do fenômeno.

No estudo de caso, a unidade de análise – ou o caso, propriamente dito – é definida pelas questões de pesquisa e deve ser um fenômeno da vida real (Yin, 2010). Neste caso, nossas questões apontaram como unidade de análise um grupo com dois professores de Matemática da EEMTI. A figura 05, a seguir, descreve as etapas seguidas no estudo.

Figura 05 – Esquema do estudo de caso



Fonte: Adaptado de Yin (2010).

Após a definição do caso, elaboramos o protocolo (APÊNDICE A), que tem como um de seus propósitos aumentar a confiabilidade da pesquisa. Nele constam os instrumentos,

procedimentos, as variáveis que definem o caso. Ele apresenta uma visão geral do estudo de caso sendo, portanto, um guia para a elaboração do relatório final. As fontes de evidência da coleta de dados contemplam: observação direta, observação participante, entrevistas, diálogos (pessoalmente, por *e-mail* ou no aplicativo *WhatsApp*). E, tendo em vista a especificidade do caso da EEMTI, documentos normativos e diretrizes estaduais ou nacionais também foram considerados como fonte de evidências.

Para a análise, em todas as etapas foi realizada a triangulação de dados (Yin, 2010) para alcançar linhas convergentes de investigação. Como técnica analítica para estudos de caso, empregamos a técnica dos modelos lógicos que “consiste em combinar eventos empiricamente observados com eventos teoricamente previstos” (Yin, 2010, p.178). Neste caso, observamos que, em uma análise robusta, “os dados não falam por si, devem ser articulados com os referenciais teóricos e pressupostos que norteiam a pesquisa, de modo a compor um quadro consistente” (Zanelli, 2002, p. 86). Adicionalmente, empreendemos a Análise do Conteúdo (Bardin, 2011) em dados diversos, como por exemplo as entrevistas.

4.2 Descrição do campo de pesquisa

A constituição das Escolas de Ensino Médio de Tempo Integral (EEMTI) faz parte do Plano de Universalização desse formato de escola no Estado do Ceará que vem, desde o ano de 2016, adaptando escolas para alcançar o desenvolvimento do Plano Nacional de Educação (PNE) especialmente no que diz respeito à Meta 6 - oferta de educação em Tempo integral em no mínimo 50% das escolas públicas até 2024 - e à Meta 7 - melhoria do fluxo escolar e de aprendizagem de modo a atingir as médias nacionais do IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (CEARÁ, 2020).

No âmbito do Novo Ensino Médio, a EEMTI visa a atender à Lei nº 16.287, de 20 de julho de 2017, que institui a política de Ensino Médio em Tempo Integral no âmbito da rede estadual de ensino do Ceará. Assim, questões diversas são consideradas na proposta pedagógica, tais como:

- I - currículo flexível, com vistas a oferecer itinerários formativos diversificados e em diálogo com os projetos de vida de cada estudante e articulado com o desenvolvimento de competências socioemocionais;
- II - acompanhamento individualizado de cada estudante na perspectiva de garantir sua permanência e aprendizagem, promovendo, assim, maior equidade;

- III - implementação de métodos de aprendizagem baseados na cooperação, na pesquisa científica como princípio pedagógico e no trabalho como princípio educativo;
- IV - maior envolvimento da comunidade e da família dos alunos nas atividades escolares. (Ceará, 2017)

As EEMTI possuem um Plano de Participação da Comunidade por meio do qual trabalham como Comunidade de Aprendizagem. Diversos sujeitos são considerados no processo educacional – gestão, professores, alunos, família. É um modelo no qual ensino e aprendizagem são favorecidos por meio das interações e da participação da comunidade, ou seja,

os princípios norteadores das ações da Comunidade de Aprendizagem, como a eficácia, a equidade e a coesão social, promovem a melhoria dos resultados da aprendizagem dos alunos, o avanço na melhoria da convivência social e melhoria da participação da comunidade nas ações da escola. (Ceará, p.40, 2020).

Deste modo, esse Plano de Participação da Comunidade para as EEMTI contempla os conceitos de aprendizagem dialógica e de dialogicidade com destaque para princípios que versam sobre esse tema, tais como Inteligência Cultural, Solidariedade e Criação de sentido. Além disso, a EEMTI apresenta uma Proposta Pedagógica alinhada às Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) com três dimensões fundantes da prática educativa e quatro dimensões pedagógicas na estruturação do Projeto Curricular (Ceará, 2020). O quadro 15, a seguir, especifica cada um desses elementos.

Quadro 15 – Proposta Pedagógica e Projeto Curricular da EEMTI

	DIMENSÕES
Proposta Pedagógica Dimensões fundantes	1) Escola como Comunidade de Aprendizagem: as interações e a participação da comunidade.
	2) Aprendizagem Cooperativa como método pedagógico estruturante;
	3) Protagonismo estudantil como princípio imperativo para a proposta de ensino médio.
Projeto curricular Dimensões pedagógicas	1) Pesquisa como princípio pedagógico.
	2) Trabalho como princípio educativo.
	3) Desmassificação do ensino.
	4) Itinerários formativos diversificados: Núcleo de Trabalho, Pesquisa e Práticas Sociais – NTPPS; Projeto Professor Diretor de Turma – PPDT; Parte Flexível composta pelos Tempos Eletivos.

Fonte: Ceará (2020)

No projeto curricular, o surgimento do Núcleo de Trabalho, Pesquisa e Práticas Sociais (NTPPS) tem relação com a necessidade de adequação da escola às demandas da juventude. Por meio do Núcleo, os estudantes passam a ter uma relação mais próxima com a escola articulando as diversas áreas do conhecimento ao realizarem pesquisas sobre temas diversos alinhados ao seu cotidiano.

Outro ponto a destacar da EEMTI é a organização disciplinar. A proposta curricular abrange os componentes curriculares definidos pela Base Nacional Comum Curricular – Língua Portuguesa e Matemática – e as outras áreas do conhecimento, além do componente eletivo que compõe a parte flexível (Quadros 16 e 17).

Quadro 16 – Componente Curricular da EEMTI

ÁREA	COMPONENTE CURRICULAR	CARGA HORÁRIA SEMANAL	
Linguagens	Língua Portuguesa	05	
	Redação	01	
	Artes	01	02
	Educação Física	01	02
	Língua estrangeira	01	02
Matemática	Matemática I	00	06
	Matemática II	00	06
Ciências da Natureza	Biologia	02	03
	Química	02	03
	Física	02	03
Humanas	História	02	03
	Geografia	02	03
	Sociologia	01	02
	Filosofia	01	02
Total Base Comum		30	

Fonte: Ceará (2021)

Quadro 17 – Componente Eletivo da EEMTI

COMPONENTE ELETIVO		CARGA HORÁRIA
Parte flexível	Componente Eletivo 1 – Linguagens	2
	Componente Eletivo 2 – Matemática e suas Tecnologias	2
	Componente Eletivo 3 – Ciências da Natureza e suas Tecnologias	2
	Componente Eletivo 4 – Ciências Humanas e suas Tecnologias	2
	Componente Eletivo 5 – Formação Profissional e Clube Estudantil	2

Fonte: Ceará (2021)

As EEMTI são escolas com jornada escolar ampliada. Os alunos têm mais tempo na escola e dispõem de atividades diversificadas. No caso da Matemática, são 12 horas semanais no componente curricular e mais 2 horas na parte flexível. O Catálogo da Eletivas (Ceará, 2021)

mantém um conjunto de 287 ementas distribuídas nos eixos estruturantes da BNCC: investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo.

O objetivo do Catálogo é “ser um condutor para as escolhas dos itinerários formativos dos estudantes, no que diz respeito à parte flexível do currículo desenvolvido nessas escolas.” (Ceará, 2021, p.12). Deste modo, a EEMTI deve apenas utilizar eletivas já catalogadas. É possível, no entanto, que se proponha uma nova eletiva que deve passar por análise antes de sua efetivação.

No componente eletivo de Matemática, identificamos 20 disciplinas distribuídas nos eixos estruturantes (Quadro 18). Além disso, existem mais duas disciplinas associadas à Matemática no componente eletivo Formação Profissional: FPR001 - Matemática Aplicada à Construção Civil e FPR002 - Matemática para concursos e o Clube de Matemática no Clube Estudantil.

Quadro 18– Eletivas do Componente Eletivo Matemática

EIXO ESTRUTURANTE	DISCIPLINA ELETIVA
Investigação científica	MAT001 - Matemática básica I MAT001 - Matemática básica II MAT001 - Matemática básica III MAT005 - Matemática para olimpíadas MAT007 - Matemática para o ENEM MAT008 - Matemática para SPAECE MAT010 - práticas laboratoriais de Matemática MAT011 - estudo das funções I MAT012 - desenho geométrico MAT014 - geometria básica I MAT015 - geometria básica II MAT016 - geometria básica III
Processos criativos	MAT006 - Matemática e game: um novo aprendizado MAT009 - jogos matemáticos MAT013 - aprendendo geometria com origami MAT018 - raciocínio lógico MAT019 - apoio e monitoramento às tarefas escolares MAT020 - introdução ao estudo integral e ao autodidatismo
Mediação e intervenção sociocultural	MAT017 - Introdução à Estatística
Empreendedorismo	MAT004 - Matemática financeira

Fonte: Ceará (2021)

Deste modo, o *locus* de pesquisa é uma escola estadual de tempo integral (EEMTI) localizada na cidade de Fortaleza-Ceará no bairro Sapiranga. Esta escola era do tipo regular e, em decorrência do Plano de Universalização, foi transformada em EEMTI no ano de 2016. Tem

funcionamento nos três turnos – manhã, tarde e noite – com a particularidade de o turno noturno funcionar em regime regular com a modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Possui, aproximadamente, 800 alunos distribuídos da seguinte maneira: a) Tempo Integral: 5 turmas de 1º ano, 4 turmas de 2º ano e 3 turmas de 3º ano; b) Regular noturno: 4 turmas de EJA.

Figura 06 – Escola de Tempo Integral



Fonte: Arquivo pessoal (2021)

O funcionamento das turmas integrais segue o mapa da figura 07, podendo sofrer alterações a depender da estrutura da escola. Neste mapa são distribuídos os componentes curriculares e a parte diversificada (Eletivas, NTPPS e PPDT).

Figura 07 – Orientações operacionais para organização do mapa curricular

Mapa de Organização do Tempo					
TEMPO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
07h00					
07h50					
08h40 – Lanche					
09h00					
09h50					
10h40					
11h30 – Almoço					
13h00					
13h50					
14h40 – Lanche					
15h00					
15h50					
16h40 – Encerramento das Atividades					

Fonte: Ceará (2016)

A escola possui um corpo docente com 30 professores, dos quais seis são da área de Matemática e dois participaram efetivamente da pesquisa. Existe um Núcleo Gestor composto por uma diretora e três coordenadores. Nesta pesquisa, participaram, efetivamente, dois professores de Matemática, a diretora e um dos coordenadores que serão caracterizados na próxima seção.

4.3 Etapas da pesquisa

A pesquisa foi dividida em três etapas associadas aos objetivos específicos em um esquema estruturado em “sequência lógica que conecta os dados empíricos às questões de pesquisa iniciais do estudo e, finalmente, às suas conclusões.” (Yin, 2010, p.48). A pesquisa não tem um caminho linear, mas em sua propositura tem-se em vista uma constante reflexão das ações do pesquisador e dos sujeitos participantes.

A primeira etapa, alinhada ao primeiro objetivo específico da tese, aconteceu no período de março a setembro de 2021. Neste período, várias visitas foram feitas à escola para coleta de materiais relativos à organização da EEMTI. Buscou-se, por meio de pesquisa bibliográfica e documental, analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi. O quadro 19, a seguir, exibe o detalhamento desta etapa.

Quadro 19 – Detalhamento da Primeira Etapa

PRIMEIRA ETAPA	
Objetivo específico 1	Analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi.
Unidade de análise	A EEMTI
Fonte de evidências (registros)	Observação direta (diário de campo, fotografias) Entrevistas (gravação de áudio) Documentação EEMTI (fichamento)
<i>Locus</i>	Reuniões virtuais no <i>Google Meet</i> Sala da gestão escolar
Sujeitos	Gestão escolar (diretor e um coordenador) Grupo de professores de Matemática
Categorias de análise	Tempo didático Currículo Planejamento Práticas pedagógicas

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Os instrumentos de pesquisa empregados foram o diário de campo, fotografias para registros do espaço escolar, gravação de áudio das entrevistas e fichamento da documentação

obtida. As entrevistas com gestores e professores foram fundamentais para o reconhecimento inicial do campo de pesquisa. Associadas aos documentos da EEMTI, o panorama foi mais bem delineado.

No que tange às observações, participamos de 07 reuniões, conforme mostra o quadro 20, com o intuito de verificar como era o funcionamento da parte pedagógica da escola. Em decorrência do período de pandemia, no ano de 2021, as escolas da rede estadual de ensino funcionaram em sistema remoto, no qual as aulas e reuniões de professores aconteciam por meio da plataforma *Google Meet*, e híbrido⁹, com a alternância das atividades tanto presencial quanto virtualmente.

Quadro 20 – Relação cronológica da observação na primeira etapa

Data	Atividade da escola	Tipo de observação
08/03/2021	Reunião com professores de todas as áreas	Observação direta
15/03/2021	Reunião com professores de todas as áreas	
09/04/2021	Reunião para recepção de novos professores	
14/04/2021	Reunião com os professores novatos de Matemática	
23/04/2021	Reunião com professores de Matemática	
29/04/2021	Reunião com professores de todas as áreas – 2º bimestre	
01/09/2021	Reunião com professores de todas as áreas – 3º bimestre	

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Inicialmente, a pesquisa se deu no ambiente virtual. Em seguida, no segundo semestre no ano letivo, seguimos o horário articulado da escola que se adaptou ao período de pandemia dividindo as turmas de alunos em grupos: cada turma foi dividida em dois grupos que se alternavam nos turnos manhã e tarde. Deste modo, cada professor teve que desenvolver as mesmas atividades nos grupos distintos da mesma turma.

⁹ Em consequência da pandemia de COVID-19, o retorno às atividades escolares, no ano de 2021, se deu com a utilização das modalidades definidas como ensino híbrido ou ensino remoto. Vale destacar, no entanto, que o ensino híbrido é uma metodologia que contempla tanto o presencial quanto o *on-line* de modo personalizado com características peculiares, onde as formas mais conhecidas são os Modelos de rotação: Rotação por estações, Laboratório rotacional, Sala de aula invertida e Rotação individual (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015). Tem, portanto, uma estrutura que supera a junção presencial/online. O ensino remoto, ou emergencial remoto, é a maneira pela qual as redes de ensino estruturaram as relações entre professores, alunos, comunidade e gestão escolar devido a suspensão das aulas presenciais por conta da pandemia do coronavírus. Nele, “os professores utilizarão estratégias de ensino e acompanhamento da aprendizagem de forma remota, as quais podem utilizar o suporte de tecnologias ou não.” (Disponível em: <https://www.seduc.ce.gov.br/2020/03/28/seduc-e-apeoc-divulgam-diretrizes-para-escolas-durante-periodo-de-suspensao-de-aulas-presenciais/> Acesso em: 18 out. 2021).

A observação realizada durante a primeira fase permitiu a elaboração do roteiro de entrevista semiestruturada inicial realizada com o Núcleo Gestor (APÊNDICE A). Ao todo, foram realizadas cinco entrevistas, todas presenciais. Aquelas realizadas com o Núcleo Gestor aconteceram na sala da coordenação da escola, enquanto as entrevistas com os professores aconteceram na Sala dos professores. Todas as entrevistas, que tiveram uma média de 35 minutos, foram transcritas, totalizando 64 páginas. O quadro 21, a seguir, traz a relação dos entrevistados.

Quadro 21 – Relação dos entrevistados no Núcleo Gestor

Categoria	Função	Formação	Atividade
Gestão escolar	Diretora	Bacharelado em Ciências Sociais Especialização em Administração escolar	Direção da escola nos três turnos
	Coordenador	Licenciatura em Matemática Especialização no ensino de Matemática Mestre em Matemática	Coordenação com foco no atendimento aos professores

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

As entrevistas foram realizadas com a diretora da escola e um dos coordenadores que apresentaram a escola com muitos detalhes. Este coordenador foi escolhido por já ter sido professor de Matemática na mesma escola. Sua visão de quem atuou em sala de aula e, atualmente, assume o papel de gestor acompanhando os professores desta área foi muito relevante.

No que se refere às categorias de análise desta etapa, elas foram elencadas mediante o referencial teórico e a análise bibliográfica documental. Os termos *tempo didático*, *currículo*, *planejamento e práticas pedagógicas* apareceram de modo recorrente em todo o material estudado e, além disso, fazem parte da discussão das interfaces entre Sequência Fedathi e Modelagem Matemática. O quadro 22 resume o que será analisado no capítulo 5.

Quadro 22 – Categorias de análise da primeira etapa

Categoria	Detalhamento
Tempo didático	Analisa aspectos relativos à carga horária do componente de Matemática e suas Tecnologias da EEMTI e as possibilidades de adequação tempo/atividade com atividades de Modelagem Matemática.
Currículo	Analisa a estruturação curricular da EEMTI nos documentos normativos em correlação com as demandas da comunidade escolar. Interdisciplinaridade
Planejamento	Analisa as especificidades da EEMTI no planejamento docente da área de Matemática.
Práticas pedagógicas	Analisa o emprego de metodologias no ensino de Matemática e do apoio da gestão escolar.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Relativamente aos documentos coletados (Quadro 23), para esta etapa foram utilizados aqueles que tratavam especificamente da EEMTI – documentos 1, 2, 3 e 4 – e outros que foram direcionados a toda a rede estadual de ensino – 5 e 6. Esse material foi essencial na constituição do panorama da EEMTI descrito na seção anterior e para nortear nossa proposta pedagógica.

Quadro 23 – Documentos analisados na primeira etapa da pesquisa

DOCUMENTO		DESCRIÇÃO
1	Diretrizes e orientações pedagógicas para a EEMTI 2020	Apresenta a organização da EEMTI no estado do Ceará.
2	Projeto Político Pedagógico	Pressupostos e proposta curricular da EEMTI.
3	Catálogo das eletivas 2021	Apresentar às escolas possibilidades pedagógicas para implementação nos tempos eletivos que compõem a parte flexível do currículo das EEMTI.
4	Plano de Execução Curricular (PEC)	Instrumento pedagógico que visa institucionalizar a correspondência das atividades remotas/híbridas e a carga horária de cada componente/área.
5	Diretrizes para o ano letivo 2021	Objetivo de orientar os estabelecimentos de ensino da rede pública estadual para a organização do trabalho escolar.
6	Continuum Curricular	Readequação curricular para garantir aos estudantes a aprendizagem necessária ao prosseguimento de estudos. Resolução CNE/CP nº 2, de 10 de dezembro de 2020 Resolução CNE/CP nº 2, de 5 de agosto de 2021

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Com base nas fontes de evidência – entrevistas, visitação aos espaços da escola, estudo da documentação – e das categorias de análise foi possível evidenciar no contexto da EEMTI elementos para a estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem mediada pela Sequência Fedathi. Alcançado este objetivo específico, seguiu-se para as outras etapas da pesquisa.

Na segunda etapa, associada ao segundo objetivo específico da tese, desenvolvemos o planejamento para aplicação das atividades de Modelagem Matemática na EEMTI. O detalhamento apresentado no quadro 24, a seguir, sintetiza os elementos desta etapa.

Quadro 24 – Detalhamento da Segunda Etapa

SEGUNDA ETAPA	
Objetivo	Desenvolver o planejamento e aplicação de atividades de Modelagem Matemática com os professores com foco nas especificidades da EEMTI.
Unidade de análise	Grupo de professores de Matemática da EEMTI
Fonte de evidências (registro)	Observação participante (diário de campo, fotografias) Entrevistas com professores (gravação de áudio) Diálogos

<i>Locus</i>	Sala de aula Sala dos professores
Sujeitos	Professores de Matemática
Categorias de análise	Fases e princípios fedathianos Elementos de imersão pedagógica Ciclo de Modelagem Matemática

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Empregamos, como fontes de evidência, a observação participante com uso de diário de campo e registros fotográficos, entrevistas com os três professores participantes da pesquisa e diálogos que foram chamados de *Conversas paralelas* – momentos nos quais professores e pesquisadora, enquanto os alunos realizavam as atividades propostas no dia, conversavam sobre algum tema da aula, tiravam dúvidas sobre planejamento, expunham suas insatisfações.

Quadro 25 – Relação dos professores entrevistados

Categoria	Função	Formação	Atividade
Professor	Professor 1	Licenciatura em Matemática	Turmas de 1º ano
	Professor 2	Licenciatura em Física e Matemática	Turmas de 2º ano
	Professor 3	Licenciatura em Matemática Mestre em Matemática	Coordenação da área de Matemática

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Nesta etapa, ainda, observamos as aulas dos professores de Matemática – aqui representados como Professor 1 e Professor 2 – com a finalidade de verificar como ocorrem na prática de sala de aula os pressupostos teóricos que definem a escola de tempo integral.

Devido ao novo horário de aulas definido na escola com a divisão de grupos e ocupação dos turnos manhã e tarde, optamos pela observação das aulas de um professor de primeiro ano e outro de segundo. Assim, no ano de 2022, o Professor 1 é lotado nas turmas de 1º ano, enquanto o Professor 2 nas turmas de 2º ano.

Deste modo, aspectos culturais, sociais, afetivos e efetivos do grupo, o plano de aula do professor e o plano definido pela própria escola foram essenciais na constituição dessa proposta pedagógica de ação com Modelagem e Sequência Fedathi. As trocas de ideias com os professores foi ponto indispensável para a elaboração de um plano específico para a EEMTI.

Mediante as conversas, as atividades foram pensadas para serem aplicadas em sala de aula baseadas no planejamento bimestral que deveria ser cumprido pelos professores. Assim, cada professor aplicou uma atividade de Modelagem Matemática preliminar (ANEXO 4) que

serviu de base para os ajustes na proposta que estava em construção. O quadro 26 exibe a relação cronológicas das aulas observadas nesta etapa.

Quadro 26 – Relação cronológica da observação na segunda etapa

Data	Atividade da escola	Tipo de observação
28/09/2021	Aula do Professor 2	Observação participante
05/10/2021	Aula do Professor 2	
22/10/2021	Aula do Professor 1	
28/10/2021	Aula do Professor 2	
29/10/2021	Aula do Professor 1	
04/11/2021	Aula do Professor 1 e Professor 2	
11/11/2021	Aula do Professor 1 e Professor 2	
19/11/2021	Aula do Professor 1 (NTPPS)	

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Acompanhamos, também, a apresentação dos projetos desenvolvidos pelos alunos de 1º ano na aula de NTPPS. Mais uma vez, em decorrência da pandemia, houve adequação das atividades realizadas pelos alunos e as propostas preliminares de investigação foram efetivadas apenas no ano de 2022, quando já estariam no 2º ano. Esse fato foi examinado com muita atenção, já que o NTPPS agrega muitos temas que podem ser abordados pelos professores em atividades de Modelagem.

Com relação às categorias de análise desta etapa, sua escolha teve razão nos elementos discutidos nos capítulos 2 e 3 que fundamentam a proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi (Quadro 27).

Quadro 27 – Categorias de análise da segunda etapa

Categoria	Detalhamento	
Fases e princípios fedathianos	Plateau Análise do ambiente Análise teórica Acordo didático Postura mão no bolso	Tomada de posição Maturação Solução Prova
Elementos de imersão pedagógica	Investigação, comunicação e argumentação	
Ciclo de Modelagem Matemática	Situação inicial e situação final	

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Assim, fases e princípios fedathianos, além dos elementos de imersão pedagógica elencados fizeram parte de nossa análise. Adicionalmente, a escolha da situação inicial e como ocorre o processo até a situação final, também, conferem destaque ao processo de análise.

Buscamos a construção, conjuntamente com os professores participantes da pesquisa, de um modelo pedagógico de aplicação refletindo acerca dos elementos que são desencadeados nas aulas, no interesse não apenas do professor, mas dos estudantes e da comunidade na qual estão inseridos.

A terceira etapa da pesquisa traz como objetivo descrever a proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática, amparada na Sequência Fedathi, em uma EEMTI do estado do Ceará. O quadro 28 exibe o detalhamento desta etapa.

Quadro 28 – Detalhamento da Terceira Etapa

TERCEIRA ETAPA	
Objetivo	Descrever a proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática, com suporte na Sequência Fedathi, em uma EEMTI.
Unidade de análise	Documentos analisados na primeira etapa e aqueles gerados na segunda etapa.
Fonte de evidências (registro)	Diálogo com professores e coordenadores Documentos analisados na primeira etapa e aqueles gerados na segunda etapa.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Para descrever a proposta pedagógica por meio das linhas convergentes de investigação e entender o fenômeno em profundidade, utilizamos o documento gerado na etapa anterior como fonte de evidência para esta etapa cujo detalhamento consta no Quadro 99. Assim, fenômeno e contexto são os elementos que norteiam nossas conclusões acerca da proposta pedagógica.

Fizemos uma triangulação das fontes de evidência dessa etapa com a anterior, ou seja, a separação entre os dois momentos é muito sutil e permite, conforme assegura Yin (2010), alcançar uma relação dos dados empíricos com a teoria.

Foi entregue aos professores a versão preliminar elaborada pela pesquisadora na etapa anterior (ANEXO 2) e solicitado que fizessem suas considerações sobre o que poderia ser alterado. Como o documento foi gerado a partir da prática docente observada em sala de aula, dos documentos da instituição EEMTI e dos diálogos efetivados com a gestão escolar, foi orientado que a devolutiva desses professores seria importante para a entrega de uma proposta que estivesse realmente alinhada com os pressupostos pedagógicos da escola. Essa etapa, conforme Yin (2010), garante a validação do estudo de caso.

Mediante as observações realizadas pelos professores e pela pesquisadora e, ainda, as especificidades da EEMTI, elaborou-se uma estrutura denominada *Planejamento Referencial* (ANEXO 2) com orientações para os professores utilizarem na preparação das atividades de Modelagem.

No relatório final do estudo de caso, elaborado com base nos ciclos de Modelagem Matemática e da Sequência Fedathi, o planejamento referencial poderá ser implementado no componente curricular da área de Matemática, na disciplina Eletiva ou, ainda, no NTPPS. Ele servirá de base para orientar o professor no planejamento e na organização das ações para executar atividades, sessões didáticas ou projetos de Modelagem na EEMTI.

Em uma das conversas com o coordenador nos foram apresentados os requisitos necessários para a efetivação de uma Eletiva. Por isso, o formato final do relatório será entregue ao Núcleo Gestor da escola para efetivo cumprimento do que se propõe em um estudo de caso e, adicionalmente, um relatório adaptado foi encaminhado como proposta da disciplina Eletiva *Modelagem Matemática na Geometria*.

Por fim, ressaltamos que esta etapa da tese não se destina apenas a escrita, a descrição. No entanto, vale reforçar o fato de que não há pesquisa sem escrita, sem o registro dos fatos. A escrita é quem guia nosso trabalho numa perspectiva de que “para escrever com o máximo de suas habilidades, convém construir sua própria caixa de ferramentas” (King, 2015, p.101). Nesse sentido, para a efetivação desta etapa, foi necessária a busca das ferramentas mais adequadas para sua consecução.

5 O CONTEXTO DA ESCOLA DE TEMPO INTEGRAL

O objetivo expresso na primeira etapa da tese foi analisar o contexto da Escola de Tempo de Integral para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática amparada pela Sequência Fedathi. Além da ampla pesquisa bibliográfica e documental para alcançar esse objetivo, todas as interações com sujeitos permitiram elaborar, inicialmente, um panorama da EEMTI do Estado do Ceará. Assim, os dados descritos nesta seção contemplam o percurso investigativo para a análise desse contexto do estudo de caso.

A descrição do caso no capítulo 5 – Percurso metodológico – já antecipa informações para descrição desse contexto. Deste modo, os resultados aqui descrevem e analisam os documentos oficiais da EEMTI e as falas docentes que norteiam esse ambiente escolar.

5.1 O que dizem os documentos oficiais

Analisando o Projeto Político Pedagógico da EEMTI cearense, observamos que a definição de ser integral é mais ampla, ou seja, a “noção de integralidade não consiste apenas em ampliar o tempo, mas em atender os estudantes nas suas necessidades de formação integral, favorecendo o desenvolvimento de competências pessoais, sociais, acadêmicas e profissionais” (Ceará, p.9, 2017). E essa concepção de formação integral é bastante consistente na BNCC que orienta a elaboração dos currículos das redes de ensino e das escolas.

Nessa perspectiva, a ampliação do tempo escolar na EEMTI é característica de relevância em comparação com outros tipos de escola da mesma rede. Esse aumento na carga horária diária da escola “deve acompanhar não somente no seu aspecto formativo, mas ao cognitivo, estético e histórico, através de atividades interdisciplinares e transdisciplinares que valorizem as potencialidades dos estudantes.” (Ceará, p.8, 2017). Assim, o aumento do tempo na escola, inter e transdisciplinaridade são atributos que conferem um direcionamento afirmativo quando focamos na implementação das atividades de Modelagem Matemática.

De acordo com Bassanezi (2002), o ensino com Modelagem auxilia na compreensão e resolução de problemas em diferentes áreas do conhecimento. A partir desse direcionamento, verificamos que a EEMTI já desenvolve esse tipo de trabalho, especialmente na perspectiva interdisciplinar, como se observa nas falas seguintes que, também, expressam uma crítica em relação ao que é proposto no Novo Ensino Médio.

No interdisciplinar era tipo assim: o projeto é água. Aí, quando eu era do Português eu ia trabalhar poesia envolvendo a água. O professor de Matemática etc., e assim ia geografia e tal. Agora eu não vejo assim, eu não estou percebendo assim, mas eu estou percebendo uma coisa mais isolada. (Diretora)

A gente tem chamado Amostra Jucá, que é como se fosse a feira de ciências. Aí, eles [os alunos] fazem várias pesquisas. Aí tem a Amostra Cultural. Ou eles dançam ou apresentam uma peça. Bem interdisciplinar. (Coordenador)

De fato, Almeida, Silva e Vertuan (2019) e Klüber (2012) apontam que o trabalho por meio de Modelagem abrange conhecimentos diversos, matemáticos e não-matemáticos, em diferentes campos disciplinares. A escolha dos temas de investigação perpassa essa relação entre os componentes curriculares levando os estudantes a perceberem e empregarem a Matemática como ferramenta para solução de problemas.

Os projetos desenvolvidos na EEMTI nos itinerários diversificados, como o NTPPS, por exemplo, são uma forte referência para as práticas do professor de Matemática em cooperação com professores de outras áreas. A partir de um mesmo tema, os estudantes podem solicitar o acompanhamento docente para a realização das pesquisas. Aqui, também Barbosa (2001), ressalta a pertinência do ambiente de aprendizagem criado por meio da Modelagem Matemática com situações de outras áreas da realidade proposta na situação inicial.

Assim, a integralidade conferida à escola de tempo integral respalda o que a literatura de Modelagem discute acerca da implementação dessa tendência de ensino (Barbosa, 2001; Caldeira, 2013; Skovsmose, 2014) enquanto meio para compreender o papel da Matemática na sociedade. A carga horária ampliada, neste aspecto, potencializa as ações docentes com atividades diversas.

O tempo didático na EEMTI, ressaltado como obstáculo (Frango, 2019; Silveira e Caldeira, 2012) ou que situa as atividades de Modelagem como possibilidade apenas em atividades extracurriculares e projetos (Caldeira, 2015; Forner, 2015; Honorato, 2015), é fator que favorece a efetivação desse tipo de ação em sala de aula. Conforme destacado no Capítulo 5, a carga horária semanal do componente eletivo de Matemática é de 12 horas divididas em Matemática I e Matemática II, além do componente eletivo 2 que tem mais 2 horas. Em relação a escola regular da mesma rede de ensino, tem-se um acréscimo de, pelo menos 8 horas semanais. Assim,

o ensino em tempo integral se apresenta como uma estratégia de proporcionar educação formal sem desvincular os aspectos subjetivos e sociais do estudante de ensino médio da rede pública de ensino. O pensamento passa a configurar a educação

nas dimensões física, afetiva, cognitiva, intelectual e ética do ser humano através da ampliação do tempo, espaço e currículo. (Ceará, p.8, 2017)

Deste modo, com o tempo didático, que se mostra favorável às práticas com Modelagem, desvela-se outro aspecto essencial, mas também crítico, desta tendência de ensino: o currículo. A linearidade curricular e o cuidado no cumprimento dos conteúdos de ensino (Palanch, 2016; Silva; Pires, 2013; Silveira; Caldeira, 2012) se mantém entre os professores como obstáculos para a integração desse tipo de metodologia.

No entanto, conforme Caldeira (2013) assevera, é possível o cumprimento do currículo prescrito com foco em aspectos diversos da realidade dos estudantes, tais como culturais, sociais, ambientais ou éticos. Percebemos, então, na EEMTI, que tempo didático e currículo estão pedagogicamente alinhados e permitem que os professores articulem em seu planejamento atividades e metodologias diferenciadas.

Diante dessa discussão, é preciso considerar o posicionamento da gestão escolar que, frente a grande quantidade de atividades na escola, ao ser questionada sobre a motivação dos estudantes na EEMTI, pondera:

A gente é obrigado a colocar muita atividade. E falta tempo para o aluno utilizar pra estudar na escola. [...] eu digo aqui, botem atividade para o aluno fazer dentro da escola. Porque tem o que pode e tem o que não pode (Diretora da escola).

Quando a diretora da escola expressa essa preocupação, demonstra um cuidado com o desenvolvimento de atividades que possam, realmente, agregar conhecimentos da formação dos estudantes. Embora observemos positivamente a quantidade de aulas da EEMTI, a crítica feita nos alerta para o fato de que o currículo deve ser pensado de modo que os professores consigam superar a ideia de cumprimento de conteúdo no decorrer do ano letivo. A diversificação curricular é importante, mas junto a carga horária, requer uma organização que contemple os interesses dos estudantes sendo “um elo concreto entre eles, sua vida e o cotidiano” (Ceará, p.10, 2017).

Na EEMTI, o currículo é “entendido como elemento que direciona as atividades desenvolvidas na/em torno da escola, deve integrar a Base Comum e conteúdos que se relacionem com a vida do estudante, seu cotidiano,” (Ceará, p.8, 2017). Essa valorização das atividades não apenas dentro escola, é ponto de destaque em todos os autores que abordam Modelagem Matemática (Bassanezi, 2002; Burak, 1992; Barbosa, 2001; Biembengut, 2016; Biembengut; Hein, 2016; Almeida; Silva; Vertuan, 2019; Caldeira, 2009). A realidade ou

cotidiano dos estudantes é o que molda a elaboração do currículo da EEMTI, fato que corrobora a inserção da Modelagem nesse ambiente escolar.

A participação da comunidade escolar, professores e estudantes, na escolha de temas de investigação é fundamental, conforme descreveram Mendonça e Borges Neto (2019). Neste aspecto, nesse estudo de caso, a EEMTI enquanto “escola de comunidade”, ou seja, uma escola integrada às ações do bairro na qual está inserida, consegue articular o trabalho de diversas ações e projetos ao seu currículo. As vivências, as práticas sociais, culturais e artísticas que surgem na escola são um reflexo do cotidiano dos estudantes. Deste modo, o sentido de comunidade gerado em virtude da mudança de escola regular para EEMTI é aspecto de destaque que chama atenção para a motivação dos membros da escola, como expõe a fala a seguir.

Realmente foi um impacto muito grande, né, a gente botava um aluno numa Universidade, contanto SISU e UECE, né, na época do regular, 1 ou 2. E, e esse ambiente de escola integral mudou a cabeça dos meninos também né, estão na escola direto, então assim, até puxando um pouco da outra pergunta né, né da resposta que eu dei nessa questão assim do ambiente que eles vivem né, motiva eles estando mais dentro da escola, eles se sentem mais motivados.

Assim, de positivo, eu acho que o público que a gente recebe é um público, assim, é um pouco carente, mas são meninos muito tranquilos. Porque quando as pessoas veem a localização que aí já entra a questão de um ponto negativo pra outras pessoas, né? (Coordenador)

Assim, o que verificamos é que as ações desenvolvidas nessa escola são focadas no fortalecimento da construção de um espaço de formação dos estudantes voltado para a comunidade. A fala do coordenador, conforme ressaltam Zeichner e Liston (1996), expressa interesse no contexto institucional e cultural além de manifestar envolvimento com as transformações da escola cuja localização é vista como ponto favorável, já que, sendo conhecedor dessa comunidade, percebe os interesses dos estudantes e fomenta entre os professores discussões relativas a temas convergentes, dentro do espaço escolar, com empatia, em sintonia que as vivências da comunidade. Há, portanto, um senso de unidade que perpassa o comprometimento com as ideias defendidas pela EEMTI.

Há, ainda, o trabalho focado nos interesses discentes que procura conhecer o perfil dos estudantes (Cardoso, 2015; Pinheiro, 2016) como a fala a seguir expressa.

A gente fez uma busca ativa em agosto, e eu disse para os professores, no ano que for possível, na nossa semana pedagógica, a gente visitar, nós vamos, ter um dia aqui que vocês vão na casa dos alunos. [...] A gente foi entregar as atividades deles, que eles não tinham. Quem não teve acesso ao primeiro bimestre de 2020. Aí, no início de agosto, nós fomos entregar as atividades em casa. (Diretora)

Essa “busca ativa” foi a ação desenvolvida nas escolas estaduais para evitar a evasão no retorno às aulas, no ano de 2021, durante o período de pandemia. Nesta ação, os gestores escolares tiveram papel fundamental na mobilização da comunidade. A fala, portanto, salienta o impacto da atuação do Núcleo Gestor dessa EEMTI na atenção conferida aos estudantes. Em sintonia com a literatura, ao afirmar que os vínculos de aprendizagem dos estudantes acontecem, também, em virtude da prática docente cotidiana (Mendonça; Oliveira; Borges Neto, 2022), há, por conseguinte, a confluência com a categoria das práticas pedagógicas ao manifestar o apoio da gestão escolar.

Assim, a sintonia entre os discursos da diretora e do coordenador acima se mostram em harmonia com as ideias de apoio ativo (Imbernón, 2012) e mediador (Borges Neto, 2018) do professorado, dado que a integração da gestão com o restante da comunidade escolar representa ganhos significativos para a motivação no ensino e na aprendizagem. Essa postura ativa da gestão encaminha a postura ativa docente e discente, fatores relevantes nas práticas fedathianas.

Nesse contexto, relativamente às mudanças previstas na BNCC (BRASIL, 2018), a EEMTI já atende a critérios diversos demandados para o Ensino Médio: parte flexível do currículo com disciplinas eletivas, carga horária ampliada, projetos de vida, iniciação científica, trabalho como princípio educativo.

No documento que versa sobre Diretrizes e Orientações Pedagógicas da EEMTI (Ceará, 2020), verificamos que as dimensões pedagógicas – pesquisa, trabalho, desmassificação e itinerários formativos – revelam amplo interesse na formação integral dos estudantes buscando atender aos seus interesses e às questões da sociedade contemporânea. Nessa organização, também as dimensões fundantes – comunidade de aprendizagem, aprendizagem coletiva, protagonismo estudantil – reforçam a atenção que é conferida à essa formação integral.

Essa caracterização preliminar descreve o caráter integrador da EEMTI atenta a realidade do estudante. Esse ponto é essencial para a escolha de temas de investigação. Verificamos na parte diversificada do currículo da EEMTI, por exemplo, duas ações muito pertinentes para o trabalho com projetos: parte flexível composta pelos tempos eletivos e Núcleo de Trabalho, Pesquisa e Práticas Sociais (NTPPS) que

funciona como um elemento articulador do currículo na escola, que trabalha competências socioemocionais dos estudantes, de forma transdisciplinar, através de oficinas, e articula as áreas do conhecimento de modo interdisciplinar e contextualizado, por meio de projetos de pesquisa desenvolvidos pelos estudantes. (Ceará, 2020, p.9)

A EEMTI trabalha com temas transversais – Projeto de vida; Mundo do trabalho; Iniciação à pesquisa científica – que estimulam os estudantes a desenvolverem competências pessoais, sociais, produtivas e cognitivas. No Núcleo, a participação docente é essencial na orientação dos projetos realizados. Assim,

Em cada um dos três anos do ensino médio, os alunos são instigados a problematizar assuntos relacionados à família, à escola, à comunidade, à vida acadêmica e ao mundo do trabalho. Os professores tornam-se orientadores de pesquisas que surgem da curiosidade dos alunos e se materializam em conhecimento significativo. (Ceará, 2020, p.10-11)

Com relação aos tempos eletivos, já expusemos na seção 4.2 as vinte disciplinas que integram o componente eletivo de Matemática. Essas disciplinas, de acordo com o Catálogo das Eletivas (Ceará, 2021), servirão para a composição dos itinerários formativos dos estudantes. Ressaltamos, aqui, que essas eletivas estão distribuídas em eixos estruturantes – investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo.

Neste ponto, descortinamos outras possibilidades que contribuem para as práticas docentes por meio de Modelagem Matemática e da Sequência Fedathi. Tanto os temas transversais, quanto os eixos estruturantes das eletivas, oferecem amplo repertório para o planejamento de atividades dentro da perspectiva da Modelagem. Essas opções de temas identificados na organização da EEMTI convergem para a noção de “cenários de investigação” proposta por Skovsmose (2000). Adicionalmente, corroboram com o que foi exposto por Mendonça e Borges Neto (2019) ao destacarem que o processo investigativo em Modelagem contribui com os processos criativos e com a autonomia discente.

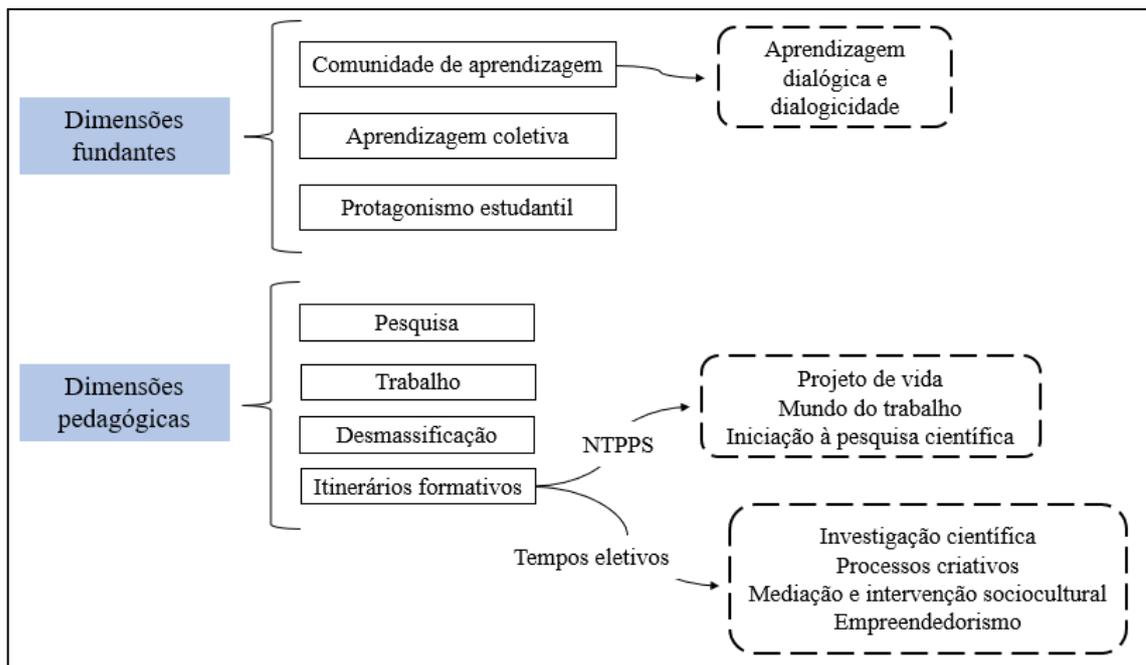
Retomamos, aqui, a discussão sobre comunidade. O Plano de Participação da Comunidade para as EEMTI tem foco na aprendizagem dialógica do educador Paulo Freire e na dialogicidade do sociólogo e filósofo Jürgen Habermas. Alguns dos princípios das Comunidades de Aprendizagem tais como inteligência cultural, solidariedade e criação de sentido trazem uma concepção de aprendizagem focada na transformação educacional por meio da convivência entre os pares (Ceará, 2020).

Essa convivência e o sentimento de pertencimento da comunidade são relevantes para a escolhas de temas de investigação relacionados à realidade dos estudantes, conforme preconiza a teoria acerca de Modelagem Matemática. Observamos, portanto, a necessidade de

o professor estar atento ao ambiente no qual está inserido e as possibilidades que já permeiam seu trabalho no âmbito da pesquisa.

Nesse sentido, observamos que as dimensões fundantes e pedagógicas da EEMTI, sintetizados na figura 08, exibem em seu projeto possibilidades diversas de temas de investigação já atribuídas na escola.

Figura 08 – Dimensões fundantes e pedagógicas da EEMTI



Fonte: Elaborado pela autora com base em Ceará (2020)

O que se observa acerca das dimensões fundantes e pedagógicas da EEMTI é que, na própria constituição na escola, o professor tem fontes de pesquisa e investigação intrínsecos ao campo de vivência dos sujeitos. Existe uma conexão, seja nos componentes curriculares por área, seja nos componentes eletivos, que favorece a ação pedagógica de planejar aulas (Stenhouse, 1975; Barbosa, 2004; Mendonça; Borges Neto, 2019).

Observamos, também, que esse conceito de comunidade de aprendizagem, fortemente arraigado na EEMTI revela o diálogo como base estrutural das relações pessoais e sociais na escola. Assim, reforça a importância de que os professores precisam desenvolver as competências de comunicação e argumentação (Freire, 2015; Sousa, F. 2015) para empreenderem a aprendizagem dialógica.

Ao desenvolver as ações definidas na EEMTI com base nos temas já vivenciados pela escola, é provável que o professor articule afirmativamente argumentos que, conforme

Tambarussi e Klüber (2016), contribuem para a formulação e/ou confirmação das conjecturas do processo investigativo e impulsionem a comunicação entre os alunos. Tem-se, portanto, um movimento dialógico de troca de conhecimentos entre professor e estudantes. A promoção do ambiente investigativo e dos processos criativos, conectados à realidade dos estudantes na efetivação dos tempos eletivos e respondendo aos eixos estruturantes da BNCC, abrem muitas oportunidades para que o professor possa ampliar as opções de temas que podem ser trabalhados pelos estudantes.

Em conexão com o processo investigativo, o planejamento é outra categoria que analisamos nesta etapa. Identificamos um documento específico, denominado Planejamento de Execução Curricular (PEC), que é feito anual e bimestralmente. A figura 09, a seguir, exhibe o modelo utilizado até o ano de 2019, antes da pandemia. Esse PEC é utilizado em todas os componentes curriculares e solicita o preenchimento de informações mais objetivas, tais como o conteúdo disciplinar e os recursos que serão empregados.

Figura 09 – Modelo do Plano de Execução Curricular (PEC)

PLANEJAMENTO ANUAL – ANO LETIVO DE 2019				
ÁREA DE CONHECIMENTO:				
DISCIPLINA:				
PROFESSOR(A)(S):				
SÉRIE/TURMA/TURNO:				
ETAPA	AULA	EIXO TEMÁTICO	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO	ATIVIDADES/RECURSOS
1º BIM				
AVALIAÇÕES BIMESTRAIS				

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Existe, ainda, o Plano Semestral do Componente Eletivo elaborado mediante ementa do componente ofertado no Catálogo das Eletivas (modelo no Anexo 04), além de considerar o trabalho desenvolvido no NTPPS e na Formação Cidadã (Ceará, 2016). Neste Plano, consta toda a dinâmica proposta pelo professor: objetivos, objetos do conhecimento,

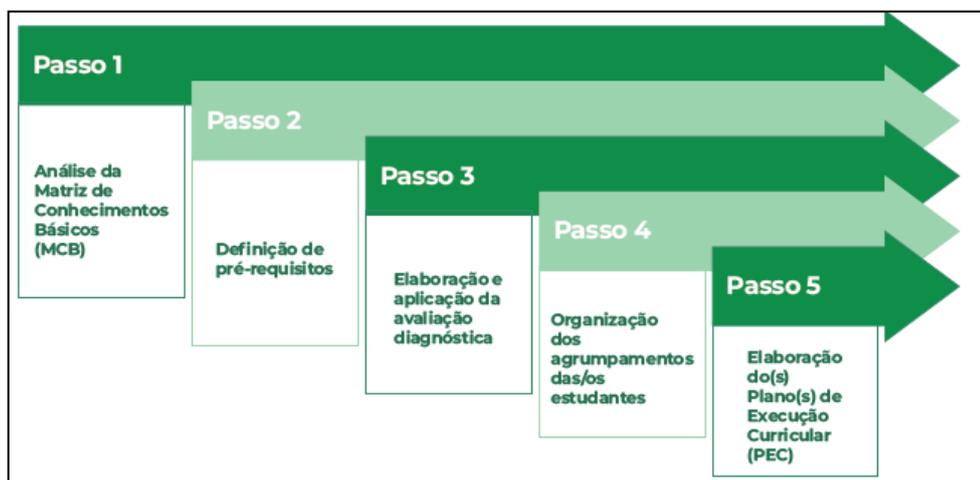
ambiente, metodologia, material, avaliação ou produto final, projetos relacionados, áreas do conhecimento (Ceará, 2020).

O Plano Semestral do Componente Eletivo exige mais informações para sua elaboração e, com isto, que o professor tenha amplos conhecimentos práticos e teóricos que respondam à proposta curricular da EEMTI, tais como competências e habilidades da BNCC (Brasil, 2018) ou metodologias mais adequadas para o que for proposto na eletiva. O PEC, devido a simplificação estrutural, exibe poucos elementos que guiem o planejamento das aulas do componente curricular. Neste caso, o professor faz a devolutiva do PEC à coordenação escolar que acompanha o trabalho docente e, no caso de uma proposta mais robusta, realiza um planejamento à parte para desenvolver suas aulas.

Estes achados, em sintonia com o exposto em Pinheiro (2019), Cardoso (2015) e no Projeto Fedathi quando descrevem ideias relevantes para o planejamento evidenciam a necessidade de melhoria do PEC para que alcance elementos semelhantes ao que é preconizado no plano das eletivas. Já que os dois documentos se referem à organização curricular da EEMTI, consideramos que ambos devam oferecer o mesmo suporte ao professor.

Mediante esses modelos de planejamento, como a pesquisa de campo se deu no contexto de pandemia, atentamos para as orientações que nortearam o ensino remoto/híbrido quanto ao retorno às atividades letivas na rede pública educacional cearense no segundo semestre de 2021 (Ceará, 2021). O PEC sofreu algumas adaptações com especificações das aulas atividades presenciais e remotas. Essas modificações (Figura 10) têm alinhamento com a readequação curricular, denominada *Continuum Curricular* (Ceará, 2020), necessária durante o período de pandemia.

Figura 10 – Elaboração do Continuum Curricular 2020 - 2021



Fonte: Ceará (2021)

O Continuum Curricular foi um reordenamento que, na educação básica, definiu duas séries ou anos escolares contínuos – 2020 e 2021, podendo ser prorrogado até 2022. Neste cenário, o PEC foi elaborado mediante análise da Matriz de conhecimentos básicos (Ceará, 2021) e avaliação diagnóstica que definiria os conteúdos essenciais a serem trabalhados pelos professores. A figura 11 a seguir exibe o modelo adaptado pela escola para este período.

Figura 11 – Modelo do Plano de Execução Curricular (PEC) adaptado na pandemia

 EEMTI JOÃO HOGUEIRA JUCÁ PLANO DE EXECUÇÃO CURRICULAR - PEC					
ÁREA: MAT 1	DISCIPLINA: MATEMÁTICA 1		PROFESSOR(A): ELIZANGELA ABREU E ERALDO CORREIA		
	SÉRIE/TURNO: 1º ANO INTEGRAL		CARGA HORÁRIA SEMANAL: 4 HA		
OBJETOS DE CONHECIMENTOS (PRIORIZAÇÃO CURRICULAR)	CONTEÚDO/ ATIVIDADE	METODOLOGIA ENSINO HÍBRIDO		ESTRATÉGIAS AVALIATIVAS	CH
		PRESENCIAL	REMOTO		
1. FUNÇÃO EXPONENCIAL	1.1. EQUAÇÕES EXPONENCIAIS 1.2. ATIVIDADE E EXERCÍCIOS	AULAS EXPOSITIVAS COM EXEMPLOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM, PARTICIPAÇÃO E ATIVIDADES PRESENCIAIS	2 H
2. FUNÇÃO LOGARÍTMICA	2.1. DEFINIÇÃO DE LOGARITMO 2.2 PROPRIEDADES OPERATÓRIAS DE LOGARITMO	AULAS EXPOSITIVAS COM EXEMPLOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM	ATIVIDADE NO GOOGLE FORMS E PARTICIPAÇÃO DA AULA ONLINE	4 H
	2.3 DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA E GRÁFICO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA 2.4 CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO LOGARÍTMICA 2.5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS E QUESTÕES DO LIVRO	AULAS EXPOSITIVAS COM EXEMPLOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM	ATIVIDADE NO GOOGLE FORMS E PARTICIPAÇÃO DA AULA ONLINE	4H
3. SEQUÊNCIAS	3.1 SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS 3.2 PROGRESSÕES ARITMÉTICAS 3.3 PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS	AULAS EXPOSITIVAS COM EXEMPLOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM	ATIVIDADES NO GOOGLE FORMS E CLASSROOM, PARTICIPAÇÃO E ATIVIDADES PRESENCIAIS	4H

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Assim, verificamos que o modelo adaptado do PEC não avança em relação aos elementos constituintes do planejamento. Ocorre, ainda, a priorização de objetos do conhecimento que se cristalizam nas ações docentes, conforme ilustra o trecho a seguir.

Esse ano [2021] a gente já está trabalhando, né. A gente já viu os conteúdos que teve mais dificuldade. E eu fico pedindo muito para os professores não avancarem tanto. Eu digo, gente, não adianta a gente cumprir o currículo do primeiro ano e ele terminar sem saber, vamos colocar o básico do primeiro ano. O que é que eu tenho que sair da matemática sabendo, é fração. (Diretora)

A fala revela uma postura docente, ainda, condicionada pelos objetos de conhecimento da Matemática. Mesmo com as definições do Continuum Curricular de priorização de assuntos essenciais, os professores incorrem na manutenção de práticas usuais. Não há uma postura reflexiva (Alarcão, 2011; Silva, 2015; Fontenele, 2018) que direcione o

pensar certo (FREIRE, 2015) e a escolha daquilo que seja essencial na aprendizagem dos estudantes.

Tanto na Modelagem quanto em Fedathi, o planejamento das aulas não descuida dos assuntos matemáticos. O que prevalece, no entanto, é o desempenho dos estudantes no decorrer das etapas em desenvolvimento. O conceito de essência do conteúdo, expresso por Fontenele (2018), remete às ideias centrais a serem ensinadas sobre determinado assunto matemático e não apenas em cumprir o conteúdo selecionado.

Os saberes docentes (Tardif, 2014; Gauthier et al, 2014) são pontos que conferem ao professor atitudes para a tomada de decisão na escolha do que, realmente, seja essencial, seja no período regular de ensino ou em decorrência do Continuum Curricular. Em quaisquer situações, o professor precisa estar pronto para agir e possibilitar a aprendizagem.

Vale destacar que, em atividades de Modelagem Matemática, os objetos do conhecimento emergem durante o processo investigativo. Mesmo em um planejamento no qual o professor antecipe o tema e o problemas de investigação (Barbosa, 2001), a preparação para lidar com conteúdos não previstos é fundamental e, por isso, a concepção de essência de conteúdo é necessária em todas as situações de sala de aula.

Essa discussão, que envolve tempo didático, currículo e planejamento na EEMTI, nos leva a um ponto convergente entre essas categorias: as práticas pedagógicas, especialmente no que se refere ao emprego de metodologias no ensino de Matemática. Nessa direção, Mendonça, Oliveira e Borges Neto (2021) falam da importância de se conhecer a teoria incorporada em uma metodologia, ação inerente ao papel docente. A fala a seguir, no entanto, expõe a ausência desse conhecimento.

Realmente essa parte teórica fica a desejar, a gente não faz essa discussão antes, mas realmente eu acho importante. Eu acho importante discutir antes. Mas realmente falta essa parte teórica, a gente tem que fazer mesmo. [...] A gente sempre faz no começo do ano, a gente fala alguma coisa, né, na semana pedagógica, mas eu acho que falta mesmo essa formação mais continua né, da gente discutir isso. (Coordenador)

A fala do coordenador demonstra uma intencionalidade na formação docente para os aspectos pedagógicos que, no entanto, não acontece. Neste sentido, reforçamos o entendimento de que a relação teoria e prática na ação pedagógica não privilegia uma ou outra (Pinheiro, 2016; Cardoso, 2015), mas estabelece uma harmonização entre ambos para o fortalecimento da práxis docente. O que observamos é que na EEMTI as práticas pedagógicas ocorrem, principalmente, em decorrência da experiência cotidiana sem haver relação com os pressupostos teóricos do que é adotado como metodologia de ensino e aprendizagem.

Tanto a BNCC (Brasil, 2018), quanto os documentos normativos da EEMTI (Ceará, 2017, 2020) fomentam o uso de metodologias no planejamento das ações propostas para a sala de aula. Há, portanto, a necessidade de um ajustamento entre as diretrizes e o que acontece na escola, nas ações dos professores. Esse ajuste, que deve acontecer na formação docente, é um caminho possível para a implementação de metodologias que fortaleçam o desenvolvimento profissional docente e, adicionalmente, a formação dos estudantes. Neste aspecto, o seguinte trecho exhibe com clareza o que vimos discutindo sobre essa relação teoria-prática.

Eu achava que todo mundo tinha que ser como eu, tem que gostar daquela teoria e tal. Eu lembro até uma vez que eu fui demonstrar o Teorema de Pitágoras, eu com toda a empolgação do mundo. Quando eu terminei, que olhei, só decepção. Quando eu terminei, assim que olhei para os meninos... Ave Maria. Todo mundo voando e tal. E para mim, tinha sido a coisa mais linda do mundo. Aí, você vai aprendendo, né, com a prática mesmo, que é diferente a matemática na vida dos meninos. (Coordenador)

Essa fala emocionada do coordenador da escola perfaz a realidade de muitos professores de Matemática na resolução de problemas, teoremas (Mendonça; Oliveira; Borges Neto, 2019, 2020). Contudo, revela uma postura reflexiva que, (Perez, 2005; Zeichner, 2008; Alarcão, 2013), crítico de suas ações, busca na prática cotidiana alternativas para os problemas que surgem.

5.2 Na prática, a fala docente neste contexto

Por definição, a Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino, pensada para o professor. A Modelagem Matemática, por sua vez, é um ambiente de aprendizagem, no qual a realidade dos próprios estudantes é o campo de investigação.

As especificidades da escola de tempo integral, delineadas na sessão anterior, são pontos essenciais na constituição de estratégias de implementação de atividades de Modelagem. Assim, a análise aqui explicitada encontra elementos intrínsecos a esse tipo de escola que tem como proposta pedagógica a aprendizagem cooperativa e o protagonismo estudantil.

Para o desenvolvimento das atividades, seja qual for a área do conhecimento, planejar é imprescindível ao trabalho pedagógico do professor. No caso da EEMTI, além de envolver aspectos técnicos dos instrumentos de planejamento, tais como o PEC e Plano Semestral da Eletiva, o planejamento auxilia na orientação das atividades de ensino e aprendizagem para buscar alcançar os objetivos educacionais. Conforme observamos em Sousa, F. (2015), o nível de preparação é ferramenta indispensável para guiar a prática docente

no conhecimento da realidade escolar e, em específico, dos estudantes. Assim, os diálogos empreendidos com o Professor 3 sobre o planejamento de ciclos de Modelagem e a conduta docente nesse aspecto revelam que, na EEMTI, existe uma abertura favorável a inserção de metodologias diversas.

Professor 3: [...] o pessoal da Matemática é muito engessado e são muito conteudistas, que tem que só ver o conteúdo, o menino tem que ver aquilo, o menino tem que ver o livro todo, é só aquilo. Então, você tem um ponto positivo desse trabalho aqui porque você está trabalhando com professores que tem uma mente muito boa e muito aberta. Mas essa é uma grande dificuldade da maioria dos professores de Matemática e exatas.

Essa fala é relevante no sentido de exprimir uma realidade comum das escolas, mesmo da EEMTI, em que há uma tendência de privilegiar os objetos do conhecimento. Esta visão dominante, na qual ainda predomina a preocupação no cumprimento dos conteúdos, conforme asseveram Silveira e Caldeira (2012), é passível de mudanças. Assim, há o fato favorável de, na escola, alguns professores serem mais flexíveis em suas práticas pedagógicas e estarem dispostos ao emprego de metodologias diversas, como pudemos vivenciar com os professores participantes da pesquisa.

Ocorre que, em um plano global da EEMTI, os elementos que a caracterizam oferecem uma imagem que, no entanto, ainda não faz parte da natureza formativa dos professores. Na fala do coordenador, acontecem muitas formações internas na escola sobre assuntos diversos. Mas em nossas observações, na vivência cotidiana da escola, o ato de planejar tem se limitado à seleção de páginas e questões do livro didático. Não acontece um planejamento focado nas aprendizagens dos alunos, mas no cumprimento do conteúdo mínimo definido para o ano letivo ou conforme o continuum curricular.

Os membros da escola acabam não percebendo a importância de, no seu cotidiano de aulas, estarem imersos na proposta pedagógica da escola que é tão rica nas suas duas dimensões constituintes – fundantes e pedagógicas. A preparação de aulas não pode prescindir de princípios básicos que motivem os estudantes em sua aprendizagem. A participação docente efetiva e ativa, capaz de provocar mudanças no interesse discente, se inicia com o planejamento que deve contemplar aspectos diversos da aula, tais como os conhecimentos prévios dos estudantes, e, essencialmente, ter observância na análise do ambiente.

Tendo em consideração que a análise do ambiente, definida em Sousa, F. (2015), tem relação com a organização do material, dos recursos, sala de aula e laboratórios, ampliamos esse entendimento para o caso da EEMTI. O professor tem de conhecer esse ambiente estrutural

na prática e na teoria. Para um planejamento, saber, por exemplo que a EEMTI atua como Comunidade Aprendizagem (Ceará, 2020) é fator que ampara a tomada de decisão para a escolha dos objetos do conhecimento, dos objetivos de aprendizagem, das habilidades e recursos e mesmo a escolha de temas de investigação em uma aula.

Essa percepção abrangente da EEMTI é, deveras, importante para a elaboração de um planejamento coerente com as necessidades dos estudantes. Junto a isso, os conceitos de análise teórica e do ambiente legitimam a preparação das atividades de Modelagem Matemática. Retomando os diálogos do estudo de caso, as falas do Professor 2, a seguir, ilustram diversos desses aspectos.

Pesquisadora: Agora, voltando à questão da Modelagem, você tem noção do que é exatamente trabalhar um ciclo de Modelagem em sala de aula? Como é que dá para desenvolver?

Professor 2: Na sala de aula a gente fica muito preso a seguir o conteúdo, para correr a tempo, e às vezes não consegue preparar um [ciclo].

Pesquisadora: Então, a gente não consegue sair para outras coisas por que o conteúdo amarra a gente?

Professor 2: Às vezes não só o conteúdo. Às vezes, eu tenho muita dificuldade: você prepara, tem aquele assunto para você trabalhar uma coisa diferente, mas aí acontece alguma coisa na escola que corta aquele feeling, ou seja, você já não consegue aplicar aquilo. A gente ia aplicar Modelagem agora, mas estava num período de prova, NTPPS, turmas separadas, então... E no período que não tinha pandemia também ocorria isso, só que entrava um projeto bem na hora que estava dando matrizes. Aí os alunos já não conseguiam focar tanto. Projeto é bom, mas não é um problema, não é a gestão, não é a escola, não é o professor, o problema é o contexto geral que os alunos não conseguem separar, eles querem falar em matemática resolvendo as coisas do projeto. Eles têm que separar um tempo para resolver isso.

Pesquisadora: Se você propõe uma coisa diferente, eles só querem dar atenção para aquilo?

Professor 2: Então, esse é o problema, às vezes durante um tempo de trabalho, no momento que você quer parar, você tem que abrir um pouco de mão para lidar com um projeto, com outra coisa, então eu não consigo trabalhar tudo. Mas eu tenho super vontade de fazer aquela aula diferente, com aquele tipo de material, com essa abordagem, porque eu vejo onde que o aluno consegue se engajar mais. Não precisa ser um material difícil, tem que ser um que material consiga sentir que ele está conseguindo entender.

Nesse diálogo, se observa o que vários autores de Modelagem dissertam: utilizar esta tendência de ensino compromete o tempo didático e sua inserção não se relaciona com o cumprimento da proposta curricular da escola (Caldeira, 2013) ou que Modelagem só é possível em atividades extracurriculares, projetos à parte do plano de conteúdos (Caldeira, 2015; Forner, 2015; Honorato, 2015).

Os excertos dessa fala “trabalhar uma coisa diferente” e “A gente ia aplicar Modelagem agora” são representativos de uma percepção restrita acerca do emprego de metodologias de ensino que reforçam o entendimento docente de que a efetivação do currículo se dá apenas numa sequência linear dos conteúdos. A realização dos diversos projetos dessa escola é campo fértil para a criatividade dos estudantes e, neles, os alunos não precisam separar as ações da sala de aula. É preciso, certamente, ações de convergência nas duas situações que, certamente o aprofundamento prático e teórico da proposta pedagógica pode favorecer para empreender o conceito proposto por Caldeira (2009) de se educar matematicamente.

Na oportunidade que tivemos de assistir à apresentação dos projetos dos estudantes de 1º ano no NTPPS. Nos projetos apresentados pelos estudantes, vários temas foram escolhidos para o desenvolvimento de uma pesquisa que culminaria no ano de 2022: futebol, pandemia, gravidez durante a adolescência, dentre outros.

Os professores que avaliaram a exposição, orientaram que, na investigação eles fizessem coleta de dados, apresentassem gráficos. Observamos, deste modo, que o NTPPS é espaço de ensino por meio da pesquisa e que tem estreita relação com práticas de Modelagem Matemática e com o processo investigativo da Sequência Fedathi conforme expressam as falas a seguir.

É, no primeiro ano é na escola. Tem que ser algo relacionado a escola. No 2º ano já é relacionado a comunidade, aí eles vão mesmo, vão pesquisar né. Tem uma lagoa bem ali perto, acho que tu até deve ter passado. Aí eles foram lá, pesquisar. (Coordenador)

No 2º ano é que é bacana, no 1º ano é só dentro da escola, e no 2º ano já é externo, então ele vão pro meio da rua coletar os dados na rua mesmo, os outros anos por exemplo, teve uma turma que fez um trabalho, eles queriam saber dos jogadores de futebol do bairro o que que eles achavam, o que eles precisavam mudar. Eles tinham uma lista de perguntas. (Professor 2)

Consideramos, portanto, que um planejamento bem estruturado fornece condições ao professor de, mediante suas escolhas, realizar uma tomada de posição – fase inicial da Sequência Fedathi (Borges Neto et al, 2013) – com mais segurança e, com isto, desenvolver as outras etapas. A escolha da situação generalizável, dentro do tema de investigação na Modelagem Matemática, que observe a essência do conteúdo e o elemento desafiador terão mais relação com o contexto dos estudantes para motivá-los em sua aprendizagem.

A tomada de posição é o momento-chave de construção do ambiente investigativo. Diante disso, as falas a seguir trazem um contexto que é contrário ao que a literatura evidencia.

Eu acho sempre interessante o professor sempre ler para o aluno, ajudar a ele a identificar sempre o que é o problema, por que quando o aluno chega no mercado de trabalho, eu trabalhei em empresa e eu tipo...o meu chefe chegava e ...A gente tá com um problema assim, qual a solução que a gente pode ter pra isso? Então ele estruturava todo o problema, falava sobre o problema e quer uma solução, ele não sabe a solução, ele quer a solução. Então é isso que eu tento apresentar, aí ele vai ler e vai responder com base do que ele acha que vai ser a solução. Tem sempre que ir nesse caminho porque quando ele for para a realidade ele vai ter isso, ou ele vai identificar ele mesmo o problema ou alguém vai identificar e dizer para ele que existe aquele problema para ele tentar resolver, vai ser uma das duas situações. (Professor 2)

Eu bato muito na tecla, quando eu estou trabalhando com atividade, que eles ficam ali só esperando a gente responder para copiar, eu digo: 'Gente a matemática é um processo de construção e isso não serve só para a matemática. Se eu fizer 50 exercícios e vocês copiarem 50 exercícios, mas se eu passar 1 e se vocês tentarem responder esse 1, esse 1 que você tentou resolver vai valer muito mais pelos 50 que vocês copiaram no quadro [...] porque o fato de vocês tentarem resolver, tentarem fazer essa construção, vocês têm um aprendizado muito maior do que só copiar aquilo que eu estou colocando aqui.' Essa é a grande dificuldade, e às vezes quando a gente passa, os meninos chegam: 'Professora, mas o que é que é pra fazer aqui?' Aí, eu digo: 'Leia!' Aí ele lê. (Professor 3)

A primeira fala, do Professor 2, traz indícios de uma postura docente que, ainda, não percebe como desenvolver o protagonismo discente. Existem traços de um pensamento reflexivo, como o expresso em Dewey (1956), quando o professor associa a Matemática da sala de aula com aquela que será vivenciada em outras circunstâncias. Para a tomada de posição, no entanto, a ação indicada pelo professor de ler e identificar o problema retira do aluno a possibilidade de desenvolver as competências e habilidades para alcançar as soluções.

O pensamento expresso em “quando ele for para a realidade” é limitante no sentido de separar a Matemática da escola e a Matemática do cotidiano. Conforme destacam Freire (2015) e Caldeira (2009), em uma perspectiva construtivista, o conhecimento (e, aqui, falamos da Matemática) deve ter relação com a realidade concreta dos alunos. Assim, o problema a ser resolvido precisa de um elemento desafiador que provoque reações nos alunos, que direcione sua autonomia.

Em oposição a ação de ler para o aluno, o Professor 3 considera que o aluno é quem deve realizar este ato. De fato, essa atitude coaduna com o princípio da Sequência Fedathi postura “mão no bolso” (Sousa, F. 2015) que situa o professor na condição de observador e mediador. A tomada de posição, portanto, como se observou em Souza, F. (2015), precisa dessa compreensão de aprendizagem ativa manifesta na fala docente.

No processo investigativo desencadeado nas atividades de Modelagem com temas de interesse dos estudantes, além da tomada de posição clara e bem definida, demanda essa postura mediadora do professor que, no uso da pergunta, argumenta e comunica solicitando, implícita e explicitamente, a participação dos estudantes. Com isto, buscamos uma proposta

para Modelagem que ousasse transformar situações como a descrita no trecho a seguir, no qual todas as falas são do professor.

- O que é que a questão pede?

- Ela pede para descobrir após quantos dias após o início da observação a população passou a 1024 bactérias.

- E o que é que a questão fala que está em dias?

- É o valor de X.

- Então eu tenho que descobrir o valor de X. Ele vai me dizer quantos dias demorou para chegar em 1024 bactérias, e esse 1024 bactérias se refere a esse X que ele dá. (Professor 1)

O problema proposto aos estudantes, que demandava a elaboração de um modelo matemático, correspondia a uma situação generalizável com elemento desafiador. Também atendia a essência do conteúdo, já que foi definida em consonância com o continuum curricular para o período de pandemia. No entanto, em sua propositura, não ocorre mediação nem um diálogo com os estudantes.

Esse trecho da aula, que se repete durante as aulas dos professores, reforçam a fase da maturação da Sequência Fedathi como uma das maiores dificuldades de mediação, conforme indica Mendonça (2017). Essa observação direcionou nosso olhar na elaboração de uma proposta que reforce a importância deste momento para o desempenho dos estudantes. Não fornecer respostas prontas e observar o desempenho, como destaca Fontenele (2018), são ações do professor que merecem muita atenção e que terão ressonância nas atividades de Modelagem, tendo em vista que os alunos precisam empreender o senso investigativo e de curiosidade. Com isto, convém ressaltar, o planejamento direciona a tomada de posição e, num processo contínuo das ações docentes, favorecem a mediação pedagógica.

Assim, no tocante a primeira etapa da tese, os resultados revelam que, para as práticas com Modelagem Matemática e Sequência Fedathi, o contexto da EEMTI envolve:

(a) carga horária ampliada para o componente curricular de Matemática, superando um dos principais obstáculos na implementação da Modelagem Matemática e permitindo sua inserção para além de projetos extracurriculares;

(b) o currículo, que também é tido como impedimento para as práticas com Modelagem, apresenta condições proficuas no contexto em que dimensões pedagógicas e fundantes norteiam as ações docentes. Além disso, o apoio e acompanhamento da gestão

escolar, nesse ambiente denominado de Comunidade de Aprendizagem, fortalece a constituição curricular e as condições de atuação do professor em sala de aula;

(c)um planejamento por meio de dois instrumentos – PEC e Plano Semestral da Eletiva – que dão suporte ao professor em suas ações com acompanhamento da coordenação escolar. Embora o PEC, ainda, tenha foco no objeto do conhecimento da Matemática, tem-se duas estruturas importantes para o acompanhamento docente que pode levá-lo a refletir sobre aspectos diversos a preparação de sua aula, como a essência do conteúdo, por exemplo. No caso da Modelagem, os diversos temas podem ser contemplados em consonância com os atributos didáticos;

(d)emprego incipiente de práticas pedagógicas ou a falta de conhecimento teórico acerca de metodologias de ensino na Matemática. Os saberes docentes da experiência cotidiana se destacam como meio obtenção de práticas de ensino. Embora a constituição da EEMTI, sinalize o emprego de metodologias – fator positivo para a Modelagem Matemática – a escola carece de alinhamento no que tange aos aspectos que interligam prática e teoria.

O capítulo a seguir descreve o planejamento da proposta pedagógica e a culminância do Planejamento Referencial para o emprego de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi.

6 PLANEJAMENTO REFERENCIAL: MODELAGEM MATEMÁTICA COM SEQUÊNCIA FEDATHI

Neste capítulo, considerando o objetivo de *desenvolver uma proposta pedagógica para aplicação de atividades de Modelagem Matemática, associada à Sequência Fedathi, em uma EEMTI*, descrevemos os dados referentes à segunda e terceira etapas da pesquisa.

Com relação à segunda etapa, descrevemos e analisamos o desenvolvimento do planejamento da proposta pedagógica e, em seguida, apresentamos a descrição da proposta pedagógica, nomeada de Planejamento Referencial. Adicionalmente, apresentamos uma versão da proposta para implementação da disciplina eletiva na EEMTI.

6.1 Vivenciando etapas e princípios

Diante da discussão engendrada no capítulo anterior, cabe recuperar o segundo objetivo específico da tese, qual seja, desenvolver o planejamento e a aplicação de atividades de Modelagem Matemática com foco nas especificidades da EEMTI. Nesta seção, a dinâmica foi construída a partir da observação das aulas e dos diálogos com os professores.

Tomamos desde o início a nossa concepção de Modelagem Matemática, ou seja, um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são motivados por meio de situações desafiadoras com origem em sua realidade e generalizáveis. O problema proposto deve conter a essência do conteúdo, embora possa desencadear outros conteúdos matemáticos.

Para aplicação inicial de uma situação com Modelagem Matemática, optamos pela escolha do problema, conforme Barbosa (2001), devido a pouca familiaridade dos professores com essa metodologia. Esta escolha permite ao professor apresentar o problema e os dados necessários à sua resolução. A situação inicial, portanto, será escolhida pelo professor. Neste caso, os objetos do conhecimento de Matemática podem ser definidos anteriormente, fato que concorre para a efetivação do currículo prescrito.

Deste modo, o planejamento referencial preliminar, ao discutir o nível da preparação em Fedathi, seguiu os estágios 1, 2 e 3 descritos na figura 12, a seguir.

Figura 12 – Estágios da preparação do Planejamento Referencial

PLANEJAMENTO REFERENCIAL PRELIMINAR – MODELAGEM MATEMÁTICA/SEQUÊNCIA FEDATHI			
Atividade de Modelagem Matemática			
Escola:			
Professor:			
Série:	Turma:	Turno:	Data:
PREPARAÇÃO			
Estágio 1	Identificar os resultados desejados.	Que os alunos sejam capazes de ... Habilidade: Objeto do conhecimento:	
Estágio 2	Definir as evidências dos resultados de aprendizagem.	Possibilidades: Diálogo em sala de aula Atividades de desempenho Questionários Observação	
Estágio 3	Planejar experiências de aprendizagem e instrução. Usar problemas com aplicação no mundo real	O que será ensinado? Quais recursos usar? Temas transversais – Projeto de vida; Mundo do trabalho; Iniciação à pesquisa científica Eixos estruturantes: Investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo.	

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Assim, para o estágio 1, deve-se identificar os resultados almeçados com a atividade de Modelagem especificando as habilidades da BNCC e os objetos do conhecimento de Matemática. No estágio 2, indicam-se os instrumentos que serão indicativos das evidências de aprendizagem. No estágio 3, expõem-se o que será ensinado, quais serão as experiências de aprendizagem dos estudantes por meio dos problemas que partam de sua realidade. Aqui, cabem os temas transversais e os eixos estruturantes da BNCC que fazem parte da proposta pedagógica da EEMTI.

Para responder aos questionamentos e fazer as escolhas propostas neste nível, pudemos analisar os fundamentos fedathianos – fases e princípios – como poderiam ser trabalhadas as competências de comunicação, argumentação e investigação. Do ciclo de

modelagem, foi possível analisar a situação inicial, já que neste nível ainda se refere ao planejamento da aula e o processo de mediação docente. Nas falas, pudemos analisar questões relativas às essas categorias e, com isto, fazer os devidos ajustes no Planejamento Referencial.

Como possibilidade de evidências dos resultados de aprendizagem, as atividades de desempenho¹⁰ foram escolhidas neste processo devido a praticidade de escolha e elaboração. A figura 13 exibe a atividade que foi aplicada pelo Professor 1 nas turmas de 1º ano. Esta foi a situação 2 de uma lista contendo três questões que foi entregue aos estudantes (ANEXO 4).

Figura 13 – Atividade de desempenho com o Professor 1

Situação 2:	
A expectativa de vida em anos em uma região, de uma pessoa que nasceu a partir de 1900 no ano x ($x = 1900$), é dada por	
$L(x) = 12(199 \log_{10}^x - 651)$	
Considerando $\log_{10}^2 = 0,3$, uma pessoa dessa região que nasceu no ano 2000 tem expectativa de viver:	
Área do conhecimento:	
Variáveis envolvidas:	
Solução:	

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Essa atividade, ao seguir o que propõe Barbosa (2001) no caso 1, é importante para a familiarização, tanto do professor quanto dos estudantes, com Modelagem Matemática, haja vista a pouca complexidade no processo inicial. Neste caso, já foram definidos o tema de investigação, o objeto do conhecimento e algumas orientações para os estudantes. Em situações mais complexas – casos 2 e 3 de Barbosa (2001) – podem emergir assuntos não planejados pelo professor ou, ainda, como explicam Mendonça e Borges Neto (2020), os recursos didáticos diversos.

¹⁰ Atividades de desempenho são tarefas por meio das quais os estudantes demonstrarão as compreensões desejadas. Pode ser uma questão pronta, como as expressas em livros didáticos, elaborar uma receita, preparar uma dieta alimentar, resolver um problema de olimpíadas de matemática.

Assim, no nível de preparação, os estágios de aplicação da atividade de modelagem tiveram as características exibidas no Quadro 29, a seguir.

Quadro 29 – Análise do nível de preparação na aplicação da atividade do Professor 1

Nível de preparação da aula		
Estágios	Categorias	Ações realizadas
Estágio 1	Análise teórica Análise do ambiente Acordo didático Plateau	Análise teórica não realizada. Análise do ambiente contemplada com a preparação do material (lista de questões para os estudantes). Acordo didático não mencionado. Definição da habilidade e do objeto do conhecimento. Plateau verificado mediante as aulas anteriores que trataram do mesmo objeto do conhecimento (função exponencial).
Estágio 2	Plateau	Escolha da atividade de desempenho que melhor se ajustou às condições dos estudantes
Estágio 3	Análise do ambiente Tomada de posição	Feita a escolha do material (lista de exercícios em material impresso), foram selecionados os problemas que seriam resolvidos pelos estudantes.

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Neste nível da Sequência Fedathi, espera-se o envolvimento com os princípios (análise teórica, análise do ambiente, plateau, acordo didático). Observamos na ação do Professor 1 um distanciamento relativo aos dois primeiros (análise teórica, análise do ambiente), mas houve uma atenção no que tange a preparação das questões.

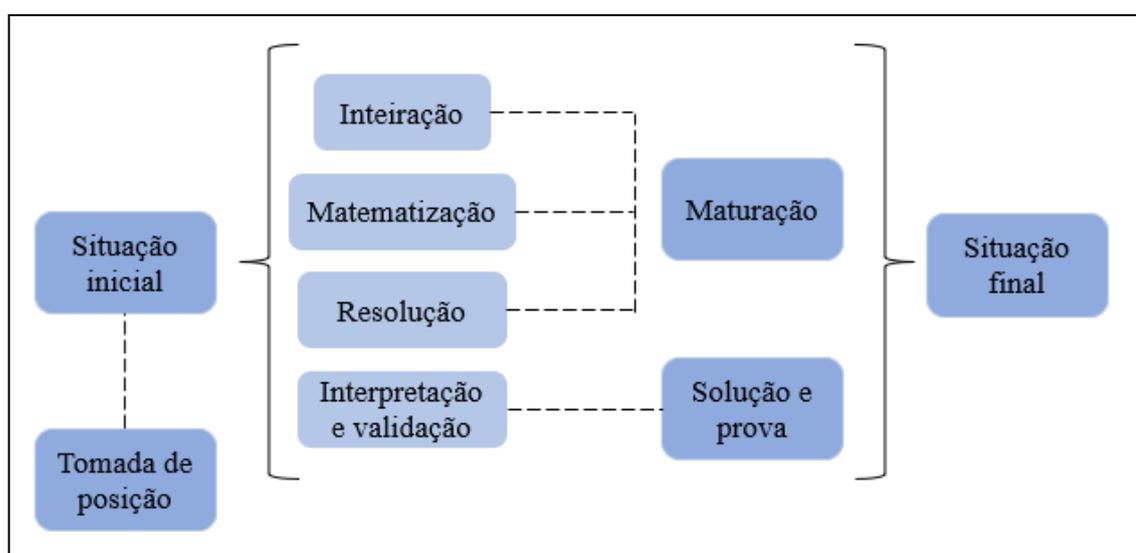
O acordo didático foi observado implicitamente na relação do professor com os estudantes, ou seja, durante as aulas eles já mantêm uma postura que se conserva em todas as situações. Os estudantes têm uma relação de cordialidade e a maioria se envolve com a atividade. É preciso, no entanto, tornar o acordo explícito para melhor desempenho das atividades de modelagem, especialmente para preparar os estudantes nos níveis seguintes que demandarão uma interação mediante as etapas da Sequência Fedathi e dos ciclos de modelagem.

A atividade já tem um problema definido com o objeto do conhecimento Função logarítmica e o modelo matemático já foi explicitado. Também constam alguns dados que serão utilizados na resolução e, além disso, o professor pode discutir a área do conhecimento associada ao problema e quais as variáveis envolvidas. Neste ponto, a tomada de posição fedathiana, que inicia o nível de vivência, foi bem definido seguindo a proposta de Barbosa

(2001). Deste modo, o Planejamento referencial discutido, irá explorar mais detalhadamente cada princípio nos três estágios assinalados no nível de preparação.

Mais adiante, observamos o nível de vivência fedathiano. Nele, constam as etapas da Sequência Fedathi que dão suporte às ações docentes nas fases do ciclo de modelagem, conforme é apresentado na figura 14.

Figura 14 – Nível de vivência de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Nesta proposta com as duas metodologias, desde a situação inicial até a situação final, existe uma flexibilidade na condução das etapas. Esse entendimento é importante para o que o professor possa articular as facetas pedagógicas: na tomada de posição, estruturar o tempo didático, os objetos do conhecimento pensados no currículo (PEC ou Plano Semestral). Na maturação, coordenar as participações docente e discente e guiar o ciclo de Modelagem. Na solução e na prova, validar o modelo matemático.

Além disso, durante todo o processo, estar atento às ideias que caracterizam a imersão pedagógica: com a flexibilidade conferida pelas duas propostas metodológicas, refletir sobre a prática de modelagem e, junto aos estudantes, fomentar a investigação para além do que o problema sugere. Solução e prova, são momentos oportunos para, no uso das perguntas adequadas a cada contexto, argumentar e comunicar. Não oferecer as respostas prontas na Sequência Fedathi (Sousa, F. 2015) implica fomentar debates, prolongar o estado de dúvida (Dewey, 1956).

O quadro 30, a seguir, exhibe trechos da aula de aplicação das atividades e modelagem, no qual foram categorizadas as falas do Professor 1. Empregamos, aqui, a análise de conteúdo de Bardin (2011).

Quadro 30 – Categorização dos excertos das falas do Professor 1

Unidade de análise	Categorização
<p>Professor 1: <i>Essa questão aqui fala da população de bactérias, essa daqui a gente vai falar sobre a expectativa de vida de pessoas de uma determinada região. E como é que eu posso calcular a expectativa de vida dessa pessoa? Ele fala que a expectativa de vida dessa pessoa é dada por essa função aqui. Para pessoas nascidas depois de 1900. Então o que é que eu vou fazer aqui? A expectativa de vida em anos de uma região de uma pessoa que nasceu a partir de 1900, ou seja, o X ele é maior ou igual a 1900, ela é dada por essa lei de formação, aí ele pede pra gente considerar esse logaritmo. Uma pessoa dessa região que nasceu no ano 2000, tem expectativa de viver quantos anos?</i></p>	Tomada de posição
<p>Professor 1: <i>Então de ela nasceu no ano 2000, o 2000 ele é exatamente o valor de X que se refere ao ano. Então aqui eu vou calcular o L de 2000, que é igual...onde tem X eu vou colocar o 2000. Então a primeira coisa que eu vou fazer aqui, é o que está entre parênteses e entre parênteses a gente tem um logaritmo, então eu vou calcular ele bem aqui, que é o Log 2000.</i></p> <p>Professor 1: <i>Se não aparece a base...qual é a base?</i></p> <p>Aluno: 10</p> <p>Professor 1: <i>Então eu vou colocar o 2000, na base 10.</i></p> <p>Aluno: <i>Como é que eu faço isso?</i></p> <p>Professor 1: <i>Vou fatorar.</i></p>	Maturação
<p>Professor 1: <i>Aqui a gente vai aplicar o que?</i></p> <p>Aluno: <i>As propriedades operatórias que a gente aprendeu na aula anterior.</i></p> <p>Professor 1: <i>E fica o logaritmo de 10 elevado a 3 mais o Log de 2.</i></p>	Maturação
<p>Professor 1: <i>Qual o resultado desse primeiro aqui?</i></p> <p>Aluno: <i>O log de 10 elevado a 3 na base 10?</i> (Silêncio)</p>	Maturação
<p>Professor 1: <i>Aqui é o Log de 2000, eu venho bem aqui e vou substituir, vou repetir o 12, 199x...no lugar de Log de 2000, eu vou usar o 3,3 menos 651. Quem vai primeiro? A multiplicação ou a subtração?</i> (Silêncio).</p> <p>Aluno: <i>Dá 656,7.</i></p>	Solução
<p>Professor 1: <i>Aí eu continuo resolvendo o que está dentro do parêntese primeiro. Quando eu subtrair isso aqui vai sobrar o 5,7. Agora é só multiplicar 12x5,7</i></p>	Prova

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

A escolha da situação inicial atendeu aos aspectos de ser generalizável, já que possui um elemento desafiador. Ao tratar da expectativa de vida, se insere na condição de realidade dos estudantes que pode ser ampliado com uso das informações dos membros da escola ou do bairro onde está inserida. No entanto, não se observa a característica essencial da tomada de posição, a postura mão no bolso. Há, na verdade um repertório de perguntas retóricas que não dá espaço aos estudantes para fazerem sua própria leitura e pensarem acerca da questão. Houve, de certo, uma confusão no uso da pergunta que não teve a intenção de se ensejar reflexões, conforme defende Sousa, F. (2015).

Neste ponto inicial, discutiu-se com o professor 1, nas conversas paralelas, a falta de motivação dos estudantes para justificar as ações docentes de não esperar, para cumprir o conteúdo da aula. A conversa durou pouco, era preciso ler e iniciar a resolução da situação proposta.

Ao realizarmos a tomada de posição, há um conjunto de processos desencadeados com intencionalidade – verificamos que a postura mão no bolso é um desses processos que precisam ser mais bem discutidos para o aprimoramento das ações docentes nas práticas fedathianas.

Na maturação, prevaleceu a participação docente. Verificamos que, tanto a Sequência Fedathi quanto a Modelagem Matemática preconizam uma inversão desta conduta. O professor deve mediar o processo. Mais uma vez, o uso da pergunta foi mal estabelecido, haja vista a verificação de respostas prontas como em “*Vou fatorar*”. Neste caso, o ideal seria um contraexemplo, uma maneira de devolver para o aluno a reflexão e fazê-lo pensar na resolução.

Em outro momento, quando o professor questiona o resultado de uma parte do processo, o aluno devolve uma pergunta (*O log de 10 elevado a 3 na base 10?*). A expectativa para esse tipo de situação seria outro contraexemplo. Verificamos que o acompanhamento do Professor 1 nesta aula foi muito bom, que ele percorreu a sala buscando tirar dúvidas dos estudantes, mas com pouco incentivo à leitura e ao raciocínio. A entrega de respostas prontas retirou dos estudantes a oportunidade de desenvolverem sua autonomia, conforme assevera Borges Neto (2018).

As etapas de solução e prova aqui categorizadas seguiram o mesmo padrão aqui descrito com poucas interações entre os estudantes e um aligeiramento da resposta. Embora o ciclo de modelagem tenha sido concluído e as etapas da Sequência Fedathi evidenciadas,

verificamos muitos pontos a serem melhorados, como a mediação e o uso da pergunta, e outros a serem incorporados, como a postura mão no bolso.

Após a aplicação da atividade e revisão do planejamento, o Professor 1 analisou que é preciso trabalhar mais as competências de comunicação e argumentação. Nesse sentido, observamos que, também, é preciso ter foco maior na postura docente, fato que atinge a segurança e maior confiabilidade do professor no próprio trabalho que não está pronto para o reconhecimento afirmativo de suas atitudes.

O quadro 31, a seguir, exhibe uma síntese da análise realizada no nível de vivência do ciclo de modelagem. Mesmo com muitos ajustes a serem observados as reflexões posteriores ajudaram na elaboração da proposta pedagógica para a EEMTI mediante o processo reflexivo do professor.

Quadro 31 – Análise do nível de vivência na aplicação da atividade do Professor 1

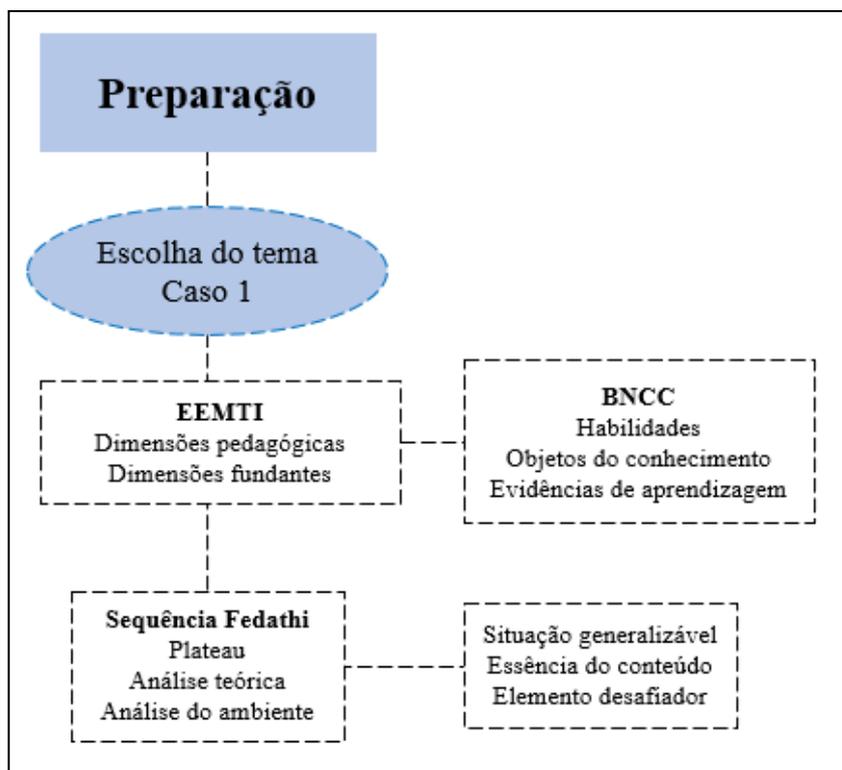
Nível de vivência da aula		
Categorias		Ações realizadas
Sequência Fedathi e Ciclo de Modelagem Matemática	Tomada de posição	Atividade apresentada aos estudantes sem dar tempo para leitura e análise dos estudantes. A escolha da situação inicial permite o processo investigativo, mas não houve mediação para que os estudantes pudessem explorá-la.
	Maturação	Momentos de interação, mas a participação docente ganha destaque.
	Solução	Os estudantes apenas apresentam a resposta numérica, sem exposição de suas ideias.
	Prova	A situação final é apresentada pelo professor.
Imersão pedagógica	Investigação Comunicação Argumentação	O processo investigativo é escasso. Ocorre pouca comunicação entre alunos e professor. Não há argumentação dos estudantes.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

As observações da pesquisadora e a socialização das dificuldades fortaleceram a construção de uma proposta que foi fortalecida mediante o fazer docente ensejando mais discussões teóricas acerca da Modelagem e Sequência Fedathi para fortalecer a prática docente.

Essa análise preliminar feita com base na ação dos professores permitiu que fizéssemos um estudo do que seria relevante na composição do planejamento referencial para aplicação das atividades de Modelagem Matemática, que dividimos em dois momentos: Preparação e Ciclo de Modelagem. A figura 15 apresenta uma síntese dos elementos constitutivos da preparação.

Figura 15 – Preparação de atividades de Modelagem Matemática



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

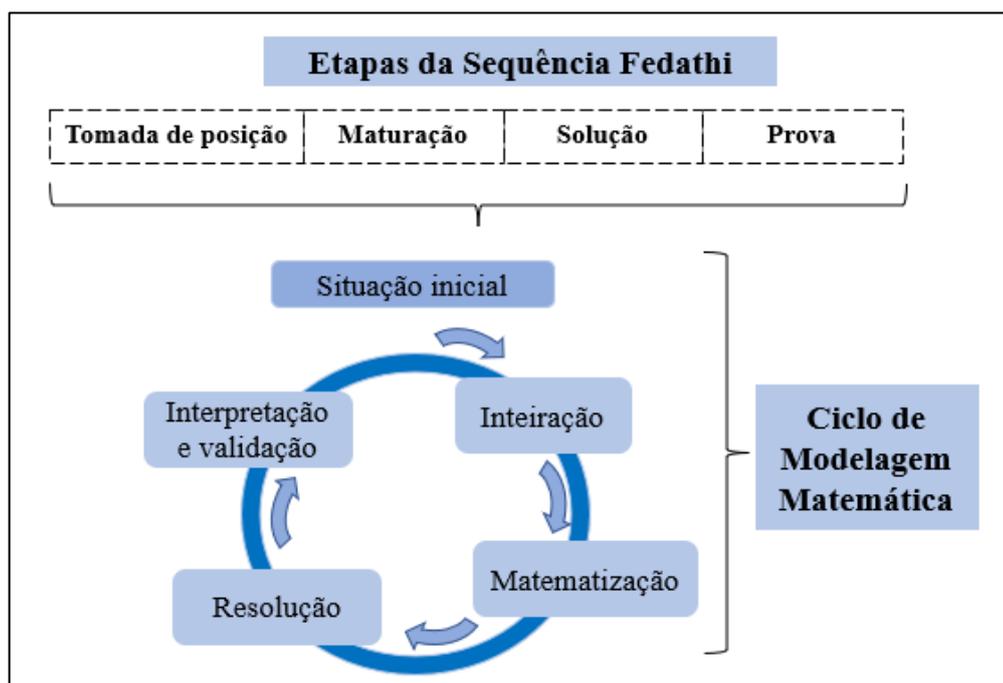
Essa escolha do caso (Barbosa, 2001) está alinhada às dimensões pedagógicas (pesquisa, trabalho, Itinerários formativos diversificados: Núcleo de Trabalho, Pesquisa e Práticas Sociais – NTPPS; Projeto Professor Diretor de Turma – PPDT; Parte Flexível composta pelos Tempos Eletivos) e fundantes (comunidade de aprendizagem, aprendizagem cooperativa, protagonismo estudantil) da EEMTI.

Imersos na concepção de escola de tempo integral, dos temas possíveis de investigação, identifica-se as habilidades e os objetos do conhecimento que podem estar relacionados a cada situação. Também, na preparação, foram indicadas as evidências de aprendizagem que são os instrumentos que fornecerão ao professor informações acerca da aprendizagem dos estudantes. No caso dos professores da pesquisa, utilizamos as atividades de desempenho, mas outras opções podem ser empregadas.

Em sintonia com os fundamentos da Sequência Fedathi, para a escolha do caso de investigação, destacamos os princípios *plateau*, postura mão no bolso, análise teórica e análise do ambiente. Além disso, conforme explicitado nos capítulos anteriores, procede-se à escolha de uma situação generalizável que contenha um elemento desafiador e observe, na relação com o que solicitam o PEC ou o Plano Semestral da Eletiva, a essência do conteúdo.

Em seguida, realizamos a execução do ciclo de Modelagem. Utilizamos as etapas sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) que se iniciam com uma situação que contém a problemática (Figura 16). O ciclo segue com inteiração, matematização, resolução e validação do modelo matemático.

Figura 16 – Ciclo de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Ao chegar no ciclo de Modelagem, a vivência das etapas da Sequência Fedathi é o ponto que favorecerá a mediação pedagógica da atividade com auxílio dos princípios fedathianos. Deste modo, durante a inteiração, matematização e resolução o professor deverá atuar de acordo com o que é definido na fase de maturação: deixar os alunos pensarem sobre o problema, observar seu desempenho e não fornecer respostas prontas.

Na interpretação e validação, o professor procede observando o que é indicado nas fases solução e prova: permite que os alunos apresentem suas respostas, faz questionamentos para discussão, trabalha os possíveis erros, formaliza o modelo matemático e, se possível, faz as generalizações do modelo.

Na próxima sessão, descrevemos a proposta pedagógica integralmente, elencando seus elementos constituintes.

6.2 Planejamento Referencial para a EEMTI

O emprego de Modelagem Matemática no ambiente da escola de tempo integral demanda: observar as dimensões que a definem; ter em conta a realidade da comunidade; observar as transformações educacionais expressas nos documentos normativos; conhecer o conceito de Comunidade de Aprendizagem que envolve dialogicidade; trabalhar a partir da realidade dos sujeitos; definir temas de investigação da própria realidade da escola; superar a ideia de que o tempo didático é escasso ou de que não é possível cumprir a demanda curricular; atentar para os aspectos práticos e teóricos da metodologia de ensino.

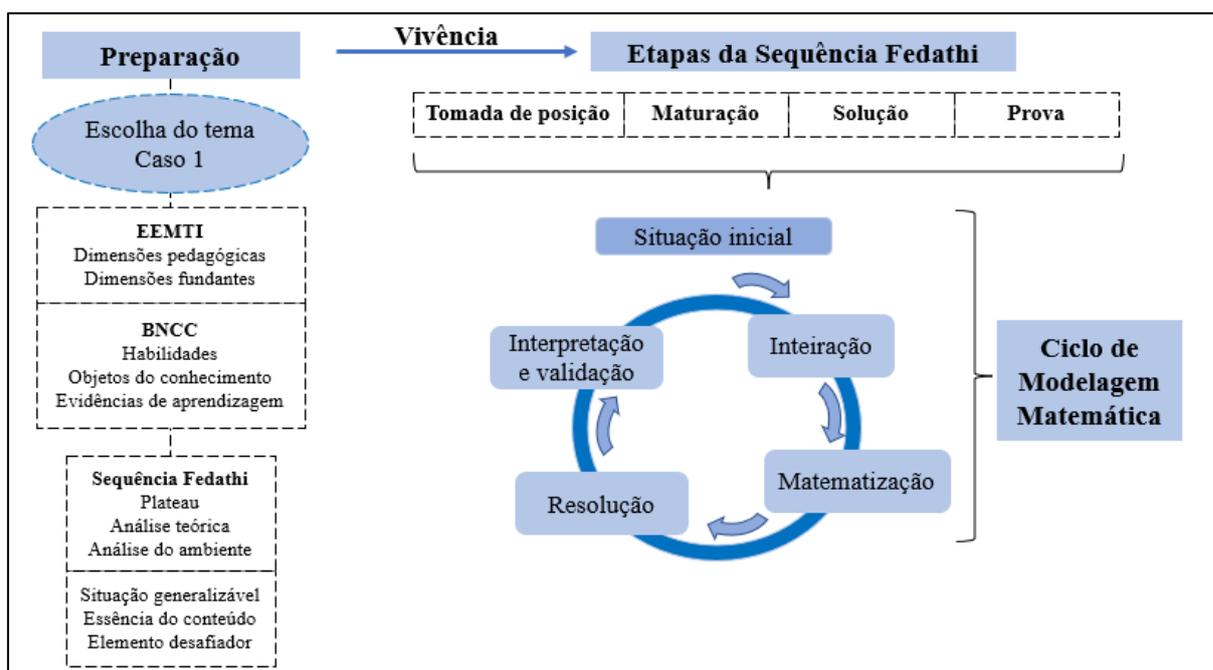
O uso da Sequência Fedathi, por sua vez, evidencia o professor pesquisador de sua realidade, do ambiente escolar. Faz-se necessário o conhecimento de princípios norteadores da prática – *plateau*, postura mão no bolso, análise teórica e análise do ambiente – e de momentos de planejamento dos quais não se pode prescindir – preparação, vivência e análise. Além disso, destacam-se a mediação docente e uma postura reflexiva acerca do fazer docente sem descuidar do caráter investigativo que enseja competência de comunicação e argumentação.

Na conjugação desses elementos, alcançamos a escola de tempo integral (EEMTI) com suas peculiaridades: atenção a comunidade escolar, à pesquisa, ao trabalho e às práticas sociais, à aprendizagem cooperativa e ao protagonismo juvenil. São dimensões pedagógicas e fundantes que se alinham e favorecem a convergência no emprego das duas metodologias, Modelagem e Fedathi.

Na sessão anterior, exibimos separadamente duas ideias centrais que compõem o Planejamento Referencial para as atividades de Modelagem Matemática – preparação e ciclo de Modelagem, com suporte na Sequência Fedathi. Aqui, apresentamos como elas conversam para a consecução integral da proposta pedagógica.

Assim, os dois esquemas apresentados nas figuras 15 e 16 estão relacionados conforme é exibido na figura 17 a seguir.

Figura 17 – Planejamento Referencial de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Seguindo os níveis fedathianos propostos por Sousa, F. (2015), inicia-se no nível de preparação da atividade e, em seguida, desenvolve-se o ciclo de Modelagem Matemática. Neste esquema, é preciso incluir mais um elemento, a análise, que será discutido a seguir.

6.2.1 O nível de preparação

Na aplicação de uma atividade com o Professor 1, pudemos explorar aspectos diversos no nível de preparação da atividade. Falamos, inclusive, da importância da teoria subjacente às metodologias utilizadas pelo professor.

Nesse sentido, esse momento de preparação deve incluir esse fator imprescindível para a integração entre teoria e prática: a formação docente para o emprego dessas metodologias. Por isso, trazemos a orientação de formação mínima no que tange às características de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi. Mas, por que formação mínima? O que isso significa?

O espaço da sala de aula é muito dinâmico e, considerando os conhecimentos que o professor possui, a ideia de formação mínima se relaciona com os elementos mínimos necessários à execução de uma atividade como a que propomos. São, portanto, os elementos

essenciais sem os quais não seria possível pensar em iniciar uma atividade desse tipo, mesmo as menos complexas como o caso 1 de Barbosa (2001).

A Sequência Fedathi, conforme é expresso em Borges Neto (2013, 2018) é uma postura do professor. Ele não aplica essa metodologia, ele a vive a cada dia. Ser um professor fedathiano é uma questão de descoberta dos novos horizontes mediante atitudes que são suscitadas na práxis.

Por isso é tão comum o suporte da Sequência Fedathi com metodologias diversas. Com educomunicação (Santana, 219), com Pensamento Matemático Avançado (Fontenele, 2018) ou, ainda, com Novas Tecnologias (Silva, 2015). No nosso caso, com Modelagem Matemática. Deste modo, elencamos no quadro 32 elementos que consideramos pertinentes e essenciais a fazer bem de Freire (2015).

Quadro 32 – Elementos mínimos de formação docente para uso de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi

Sequência Fedathi	Modelagem Matemática
Etapas: tomada de posição, maturação, solução, prova. Princípios: plateau, postura mão no bolso, análise teórica, análise do ambiente. Mediação e uso da pergunta.	Conceito de modelo matemático, modelagem matemática. Ciclo de Modelagem Matemática. Processo investigativo. Tema de investigação.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Consideremos esses elementos como mínimos para a formação inicial docente que se propõe ao engajamento com essas metodologias devido ao amplo repertório teórico que as duas oferecem na literatura. Os capítulos 2 e 3 da tese as descrevem detalhadamente, mas é na vivência o espaço real de aprendizagem, onde se une teoria e prática.

Na aplicação da EEMTI, empreendemos os elementos mínimos em decorrência do tempo, haja vista estarmos observando as aulas e preparando o professor para desenvolver as atividades. Essa ação nos permitiu momentos de reflexão mais contínuos e a inserção gradativa de outros fatores, também importantes para a formação do professor, tais como a concepção do erro (Borges Neto, 2018) ou apresentar outros ciclos de modelagem diferentes do que utilizamos (Almeida; Silva; Vertuan, 2019).

Essas ideias nos encaminharam para o nível da preparação com uma estrutura formativa mais definida. Deste modo, pudemos implementar as seguintes orientações (Quadro 33) para dois estágios deste nível. Neste ponto, houve a redução de um dos estágios, haja vista os dois iniciais já contemplarem os elementos necessários para a preparação.

Quadro 33 – Orientações para o nível de preparação

Estágios	Ações a serem desenvolvidas	Instrumentos
Estágio 1	Análise do ambiente Está relacionado à organização material, recursos didáticos, sala de aula, laboratórios.	Materiais diversos a depender do tema de investigação e dos problemas propostos.
	Análise teórica Definir os conteúdos de ensino e suas habilidades do conhecimento, segundo a BNCC. Observar as dimensões pedagógicas e fundantes da EEMTI. Escolha do tema de investigação. O problema deve observar: situações generalizáveis, essência do conteúdo e elemento desafiador.	Plano de aula Documentos norteadores da EEMTI
	Acordo didático Os acordos entre professores e estudantes devem ser realizados periodicamente.	Conversa entre professores e estudantes
	Plateau Definir o nível dos estudantes para que a escolha das evidências de aprendizagem e dos problemas de modelagem sejam motivadoras da aprendizagem.	Pode ser uma pergunta, um questionário, uma avaliação ou
Estágio 2	Definir as evidências e aprendizagem orientando-se na tomada de posição do ciclo de modelagem matemática. A escolha das evidências está em consonância com o plateau que orienta a prática docente na ação com o grupo de estudantes.	Podem ser: um diálogo, uma atividade de desempenho, questionários, observações.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Deste modo, o estágio 1 relaciona os princípios fedathianos que mencionamos na formação mínima para aplicação das atividades de Modelagem Matemática. O estágio 2 contempla as evidências de aprendizagem que serão utilizados no decorrer da aula no ciclo de modelagem. Realizado o nível de preparação, seguimos para o nível de vivência.

6.2.2 Ciclo de Modelagem Matemática com Sequência Fedathi

O ciclo de Modelagem Matemática está inserido no nível fedathiano de vivência. Na aplicação na EEMTI e no esboço apresentado na figura 19, utilizamos o ciclo de Almeida,

Silva e Vertuan (2019). Ressaltamos, no entanto, que outros ciclos podem ser adaptados a esta proposta no interesse docente. Consideramos este modelo mais acessível para os estudantes e mais simplificado para os professores, por isso nossa escolha por ele.

Tomamos como referência as etapas da Sequência Fedathi para a inserção do ciclo de modelagem. Deste modo, orienta-se que, para cada etapa, elementos do ciclo sejam desenvolvidos.

Quadro 34 – Orientações para o nível de vivência

VIVÊNCIA DA SEQUÊNCIA FDATHI		
FASES DA MM	FASES DA SF	AÇÃO
<p>Inteiração Identificação do problema Representação mental da situação</p> <ul style="list-style-type: none"> Levar o aluno a compreender e estruturar a situação 	<p>Tomada de posição</p> <ul style="list-style-type: none"> Apresentação da situação investigada Apresentar uma situação desafiadora que esteja no nível dos estudantes Postura mão no bolso 	<p>Situação inicial (problemática)</p>
<p>Matematização e resolução</p> <ul style="list-style-type: none"> Levar o aluno a matematizar e sintetizar os dados da situação para obter o modelo matemático; Incentivar o uso de representações matemáticas e de variáveis. 	<p>Maturação</p> <ul style="list-style-type: none"> Deixar os alunos pensarem sobre a situação proposta; Postura mão no bolso; Usar perguntas que estimulem a curiosidade e a investigação sem oferecer respostas prontas; Intervir quando necessário. 	<p>Elaboração do modelo matemático que descreva a situação.</p>
<p>Interpretação dos resultados Validação do modelo matemático</p> <ul style="list-style-type: none"> Incentivar a interpretação e validação do modelo; Fomentar a comunicação e a argumentação 	<p>Solução</p> <ul style="list-style-type: none"> Chamar os alunos para apresentarem suas respostas; Apontar e discutir os possíveis erros de modo a favorecer a aprendizagem; Comparar os resultados apresentados. <p>Prova</p> <ul style="list-style-type: none"> Formalizar os resultados matematicamente; Fazer generalizações. 	<p>Situação final (solução para a situação inicial)</p> <p>Apresentação das soluções encontradas Formalização do modelo</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na tomada de posição, apresenta-se a situação inicial ou problema aos estudantes. Nesta etapa é essencial a postura mão no bolso. Permitir e motivar os estudantes a desenvolverem o senso investigativo e as competências de comunicação e argumentação.

Outro fator que deve ser considerado é o uso adequado das perguntas na etapa de maturação. Conforme verificamos na aplicação da atividade do Professor 1, essa competência docente foi pouco desenvolvida e comprometeu negativamente na compreensão da situação e na exposição dos resultados. Por isso, perguntas e contraexemplos devem ser um dos focos desta etapa.

Importante destacar que o modelo matemático pode ser expresso por meio de estruturas diversas, tais como tabelas, fórmulas, um texto, gráficos – as representações matemáticas diversas. As etapas solução e prova correspondem, no ciclo de modelagem, a interpretação dos resultados e a validação do modelo matemático. Mais uma vez, destacam-se os elementos de imersão pedagógica que precisam ser observados com a Sequência Fedathi.

6.2.3 O nível de Análise

O nível de análise da Sequência Fedathi corresponde ao momento de avaliação “do trabalho realizado pelo professor, tomando como base os dois níveis anteriores, referentes à sua preparação e à sua vivência” (Sousa F., 2015, p.67). Aqui, o professor assume uma postura fedathiana reflexiva da prática. O quadro 35 apresenta alguns questionamentos que podem ser feitos pelo professor para avaliar o processo

Quadro 35 – Orientações para o nível de análise

ANÁLISE DA SEQUÊNCIA FDATHI	
O que avaliar	Perguntas a serem feitas pelo professor
Níveis de preparação e vivência	<p>Como foi feita a preparação dessa aula? Ela trouxe os elementos necessários ao seu desenvolvimento? Como se deu a vivência dessa aula? O que foi preparado para ser cumprido? Eu assumi uma postura mediadora? Utilizei perguntas como estratégias de mediação didática? De que forma as perguntas dos alunos influenciaram para a minha mudança de postura na sala de aula? Os objetivos definidos para essa aula foram alcançados? De que forma a Sequência Fedathi influenciou para minha mudança de postura em sala de aula?</p>
Ciclo de modelagem no nível de vivência	<p>O modelo matemático foi alcançado? Que tipo de representações matemáticas apresentei aos estudantes? Incentivei a comunicação e argumentação entre os estudantes? A situação escolhida favorece um ambiente investigativo? O modelo permitiu apresentado aos estudantes fazer generalizações?</p>

Fonte: Adaptado de Sousa, F. (2015)

Mediante os questionamentos, o que o professor deve fazer com as respostas? Espera-se que ele possa, numa postura fedathiana, melhorar sua prática docente, reforçando os pontos positivos e retomando aqueles que não foram atingidos. É preciso compreender que a práxis docente será fortalecida na avaliação do seu trabalho.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta tese foi desenvolver uma proposta pedagógica para uso da Modelagem Matemática para a implementação de atividades em sala de aula, associada à Sequência Fedathi para o fortalecimento de uma práxis docente, em uma Escola de Tempo Integral do estado do Ceará. Para isto, empreendemos um estudo de caso dividido em três etapas concatenadas aos objetivos específicos. Nossa imersão no campo de estudo – onde realizados observações, entrevistas, diálogos – foi importante para uma percepção abrangente da escola de tempo integral cearense.

A análise dos dados permite concluir que a EEMTI é um ambiente favorável para a implementação de práticas de Modelagem e que o conceito de imersão pedagógica que ampliamos na tese é essencial para a elaboração e aplicação de atividades com esta tendência de ensino em convergência com os princípios da Sequência Fedathi.

O estudo aprofundado do contexto de pesquisa que foi nossa unidade de análise do estudo de caso, a EEMTI, revelou aspectos que, na prática docente, ainda se constituem como obstáculos para inserção de metodologias de ensino e aprendizagem, tais como o tempo didático, o planejamento curricular e as relações que se estabelecem entre professor e estudantes. No entanto, a própria constituição pedagógica da escola é fator que, com o gradativo envolvimento docente, permite a superação dessas dificuldades.

Os resultados da primeira etapa da pesquisa em conformidade com o primeiro objetivo específico, revelou que o contexto da escola de tempo integral é favorável ao desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, haja vista seu amplo recorte na realidade da comunidade em que está inserida. Tem-se um panorama cujas dimensões, pedagógicas e fundantes, se alinham aos contextos institucional e cultural da comunidade. Deste modo, este resultado converge para práticas de modelagem favorecendo a definição de temas de investigação que estão em consonância com a realidade estudantil.

Assim, estes resultados denotam que o primeiro objetivo específico da tese foi alcançado, pois visava analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática.

Com relação ao segundo objetivo específico – desenvolver com os professores o planejamento e aplicação de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi com foco nas especificidades da EEMTI – analisamos a aplicação de uma atividade de

Modelagem Matemática mediante planejamento preliminar que seria base, após os ajustes, do Planejamento Referencial.

Neste aspecto, observamos que a participação docente na construção do próprio conhecimento foi fator imprescindível para o planejamento. As discussões entre pesquisadora e professores, mediante os estágios de preparação da Sequência Fedathi, para posterior vivência do ciclo de modelagem, denotam que essa postura é essencial para o emprego de uma metodologia.

Além disso, destacamos, ainda, que os princípios fedathianos não assimilados pelos professores na aplicação da atividade denotam a necessidade de ampliação dos estudos para apropriação desses saberes. Em vista disso, propusemos que, antes do nível de preparação, sejam considerados elementos mínimos de formação docente para uso de Modelagem Matemática e Sequência Fedathi. Adicionalmente, observamos que as categorias tempo didático, planejamento e currículo fazem parte do contexto da EEMTI e, portanto, devem estruturar a proposta pedagógica.

Dessa maneira, o tempo didático ampliado concorre para a efetivação desse tipo de atividades que demandam maior período de execução em sala de aula, para além de projetos extracurriculares. O currículo da EEMTI, por sua vez, concebido mediante dimensões pedagógicas e fundantes para nortear as ações docentes apresenta condições profícuas no contexto que tem o apoio da gestão escolar que ampliam as condições de atuação do professor.

Em relação ao planejamento, a EEMTI possui dois instrumentos muito importantes para a prática pedagógica docente – Plano de Execução Curricular e Plano Semestral da Eletiva. Ambos demandam conhecimentos teóricos e práticos para sua elaboração. Neste aspecto, atentamos para a relevância da imersão docente em seu ambiente de trabalho para ampliar o olhar sobre as possibilidades expressas no currículo da escola. Neste seguimento, se alinham as práticas pedagógicas do professor de Matemática para o uso da Modelagem na EEMTI que apresenta campo favorável para sua implementação.

Assim, as especificidades da EEMTI, o contexto, possibilitou o desenvolvimento da proposta pedagógica, antecipada com um planejamento referencial elaborado mediante as observações das aulas, para elaboração e aplicação de atividades de Modelagem Matemática. A observância ao ambiente e às ações já desenvolvidas na escola são a base dessa proposta.

O terceiro objetivo específico da tese foi descrever a proposta pedagógica para uso da Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi em atividades na EEMTI. Neste

seguimento, analisamos os aspectos discutidos nos níveis de preparação e vivência para realizar os ajustes em conformidade com as discussões com os professores e com o contexto da EEMTI.

Neste sentido, foram apresentadas orientações para os três níveis do Planejamento Referencial: preparação, vivência e análise – assim, nomeador em virtude das etapas de Sequência Fedathi.

Sobre o nível de vivência, houve o estabelecimento das conexões entre Sequência Fedathi e Modelagem Matemática. Observamos que as etapas fedathianas se relacionem com as fases de um ciclo de modelagem e que os princípios dão suporte à prática docente no percurso entre a situação final e a situação inicial para obtenção de um modelo matemático. Vale destacar que, no Planejamento Referencial, tivemos uma opção de ciclo de modelagem, mas o professor tem liberdade para escolher outros que sejam mais adequados às necessidades estudantis. Por isso, a análise do ambiente e a análise teórica destacadas no nível de preparação são tão importantes par este processo.

Propusemos, ainda, no nível de análise, um conjunto de perguntas que podem nortear a prática docente na reflexão sobre o processo de modelagem com Fedathi. Este nível, conforme verificamos nas conversas com os professores, geralmente é esquecido na práxis docente. No entanto, do mesmo modo que um ciclo de modelagem não é fechado em si mesmo, verificamos que o professor tende a atender momentos de reflexão de modo afirmativo. Ele entende que isto traz contribuições favoráveis à postura docente em todo o processo formativo e, especialmente, em sala de aula.

Mediante tais observações acerca do contexto da EEMTI e da proposta desenvolvida nesta escola para emprego das atividades de Modelagem Matemática, com apoio da Sequência Fedathi, consideramos que o objetivo geral da tese foi alcançado.

Dentre as contribuições acadêmicas desta tese, ressaltamos a implementação de atividades para o emprego da Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi, favorecendo o planejamento de aulas sem comprometer o cumprimento dos conteúdos previstos no currículo ou o tempo didático.

A pesquisa contribui, ainda, com a ampliação do conceito de imersão pedagógica. Embora nosso foco tenha sido a práxis docente em uma EEMTI, ele pode ser generalizado e adaptado para outros contextos educacionais que demandem o emprego de metodologias de ensino e aprendizagem. É um conceito importante no que tange a ampliação dos saberes docentes na interligação dos conhecimentos teóricos e práticos.

Além disso, destacamos que, para a Sequência Fedathi, devem ser considerados como princípios para planejamento de aulas ou sessões didáticas as ideias de **situação generalizável** (já consideradas desde a concepção desta metodologia), **essência do conteúdo** e **elemento desafiador**.

Observamos que a metodologia de ensino Sequência Fedathi tem contribuído em vários aspectos na formação docente, inclusive no entendimento de que, para a efetivação de propostas metodológicas em sala de aula, é preciso a imersão pedagógica dos sujeitos no seu contexto de experiência, teórico e prático.

Ademais, a originalidade desta tese reside em dois aspectos: primeiro, busca estabelecer orientações em Modelagem Matemática na perspectiva do professor; segundo, une duas propostas metodológicas para promover uma imersão pedagógica e oferecer ao professor possibilidades para o ensino de Matemática que possam ser uma alternativa às práticas tradicionais.

Frente ao exposto, julgamos que os achados desta de tese contribuirão para o fortalecimento da prática docente por meio de uma proposta pedagógica para o ensino com Modelagem Matemática que seja crítica, reflexiva e valorize as ações do professor.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. Ser professor reflexivo. In: ALARCÃO, I. (org.). **Formação Reflexiva de Professores: estratégias de supervisão**. Portugal: Porto Editora, 2013.

ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. 8. ed. Brasil: Cortez. 2011.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**. In: ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da (org.). *Modelagem Matemática em Foco*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014, p. 1-20.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2019.

BADIOU, Alain. **Sobre o conceito de modelo**. São Paulo: Edições Mandacaru, 1989.

BARDIN, Lawrence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. **Alexandria**, v.2, n.2, p.69-85, jul.2009.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Biomatemática IX**, p.9-22, 1999. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf. Acesso em: 22 mar. 2021

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

Biembengut, Maria Salett. (2008). **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

BEIMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016. (Coleção Contextos da Ciência)

BEIMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2016.

BLUM, Werner; NISS, Mogens. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BLUM, Werner; FERRI, Rita Borromeo. Mathematical Modelling: can It be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Vol. 1, No. 1, p.45-58, 2009.

BOGDAN, Robert Charles; BIKLEN, Sara Knopp **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BONOTTO, Danusa de Lara. **(Re)configurações do agir modelagem na formação continuada de professores de matemática da educação básica**. Tese (Doutorado em Ciências e Matemática). 310f. 2017. Faculdade de Física, PUC-RS, Porto Alegre, 2017.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BORGES NETO, Herminio. **Fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. (Coleção Sequência Fedathi)

BRASIL. **Ministério da Educação**; Secretaria de Educação Básica; Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRAZZO, Walter Antônio; PEREIRA, Luiz Teixeira do Vale. **Introdução à Engenharia: conceitos, ferramentas e comportamentos**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2006.

BUNGE, Mário. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 2017.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – INICAMP, Campinas – SP, 1992.

BURAK, Dionísio. **Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática**. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: perspectivas, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**. v. 2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Formação de professores de matemática para uma sociedade sustentável: contribuições da modelagem matemática. **RPEM**, Campo Mourão, PR, v.2, n.2, jan-jun. 2013.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática na educação matemática: uma legitimação do discurso curricular. **Educação Matemática em Revista**. v.2, n.46, p.53-62, 2015.

CARARO, Elhane De Fatima Fritsch; KLÜBER, Tiago Emanuel. Formação continuada de professores em modelagem matemática: um relato de experiência. **Reflexão e Ação**. Santa Cruz do Sul, v. 28, n. 1, p. 273-289, jan./abr. 2020.

CARDOSO, Rafaela Ponte Lisboa. **MAF: Modelo de Referência para Aplicação da Sequência Fedathi na formação profissional e na produção de conteúdo.** 2015. 180f. – Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2015.

CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil. **Em Aberto**, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun. 1994. p. 81.

CEARÁ. Secretaria de Educação do Estado do Ceará. **Proposta de organização curricular em escolas de tempo integral.** 25f. 2016. Disponível em: https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2018/09/proposta_organizacao_curricular.pdf. Acesso em: 180 mar. 2021.

CEARÁ. Lei nº 16278, de 20 de julho de 2017. Institui a política de Ensino Médio em tempo integral no âmbito da rede estadual de ensino do Ceará. **Diário Oficial do Estado**, Ceará, 20 de julho de 2017. Disponível em: https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2018/09/lei_16.287.pdf. Acesso em: 18 mar. 2021.

CEARÁ. Secretaria de Educação do Estado do Ceará. **Diretrizes e orientações pedagógicas da EEMTI.** 45f. 2020. Disponível em: <https://www.seduc.ce.gov.br/escolas-de-ensino-medio-em-tempo-integral-eemti/>. Acesso em: 18 mar. 2021.

CEARÁ. Secretaria de Educação do Estado do Ceará. **Catálogo das disciplinas eletivas.** 325f. 2021. Disponível em: https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2023/03/catalogo_unidades_curriculares_eletivas_2023.pdf. Acesso em: 18 mar. 2021.

CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Obstáculos e Dificuldades Apresentados por Professores de Matemática Recém-Formados ao Utilizarem Modelagem Matemática em suas Aulas na Educação Básica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 58, p. 760-776, ago. 2017.

CUNDY, Martyn; ROLLETT, A. P. **Mathematical models.** 2ª ed. New York: Oxford University Press, 1961.

DAVIS, Philip; HERSH, Rauben. **A Experiência Matemática.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

DELLA NINA, Clarissa Ttrojack. **Modelagem Matemática e Novas Tecnologias: uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática.** 2005. 228f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre – RS.

DEMO, Pedro. **Pesquisa: princípio científico e educativo.** 3. ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1992.

DEWEY, John. **Como pensamos.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

FIorentini, Dario; Lorenzato, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de professores)

FORNER, Régis. **Modelagem Matemática e o Currículo Oficial do Estado de São Paulo: investigando possíveis relações a partir do diálogo entre professores**. In. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Juiz de Fora, XIX. Anais... 2015.

FRANGO, Edyenis Rodrigues. **As contribuições de um curso de formação em Modelagem Matemática para o desenvolvimento de um guia formativo na perspectiva dos professores participantes**. 2019. 181f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 54ª. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. **Contribuições da Sequência Fedathi para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado: uma análise da mediação docente em aulas de Álgebra Linear**. 2018. 154f. Tese (Doutorado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

GAUTHIER, Clermont. et al. **Ensino explícito e desempenho dos alunos: a gestão dos aprendizados**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

GOULART, Érika Brandhuber. **Formação de professores e modelagem matemática: implicações na prática pedagógica**. 2015. 152f. Dissertação (Mestrado em Epistemologia da Prática Pedagógica). Centro Universitário UNIVATES, Lajeado (RS), 2015.

HARTMAN, Hope. **Como ser um professor reflexivo em todas as áreas do conhecimento**. Porto Alegre: Editora AMGH, 2015.

HONORATO, Alex Henrique Alves. **Atividades de Modelagem Matemática: delineando algumas compreensões**. In. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Juiz de Fora, XIX. Anais... 2015.

HUETE, Sanchez; BRAVO, Fernandéz. **O ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2012.

KAISER, Gabrielle; SRIRAMAN, Bharath. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p.302-310, 2006.

KLÜBER, Tiago Emanuel. (Des)encontros entre a modelagem matemática na educação matemática e a formação de professores de matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 63-84, mai. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37697>. Acesso em: 20 mar. 2021.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino.** In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: perspectivas, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

KLÜBER, Tiago Emanuel. et al. **Considerações sobre o Projeto de Extensão: Formação de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática.** SEMINÁRIO DE EXTENSÃO DA UNIOESTE – SEU, 17, Francisco Beltrão, 2016a. Anais... Francisco Beltrão. 2016, p. 469-477.

LEVI, Lênio Fernandes; SANTO, Adílson Oliveira do Espírito Modelagem matemática no ensino, complexidade e saberes necessários à educação do futuro. **Zetetiké**, v. 19, n. 35, p. 165 – 177, jan./jun. 2011.

LOPES, João Paulo Benevides **A Sequência Fedathi e o ensino de sólidos geométricos.** Dissertação (Mestrado em Educação). 166f. 2015. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes.** São Paulo: Cortez, 2013.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem.** 2008, 187f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica.** 7. ed., São Paulo: Atlas, 2008.

MENDES, Iran Abreu. **Tendências metodológicas no ensino de Matemática.** Belém: EdUFPA, 2008.

MENDONÇA, Adriana Ferreira. **Sequência Fedathi na formação docente: o conceito de função.** Dissertação (Mestrado em Educação). 111f. 2017. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2017.

MENDONÇA, Adriana Ferreira; BORGES NETO, H. Aspectos culturais na Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). 11.; 2019. Belo Horizonte (MG). **Anais...** Belo Horizonte: UFMG, 2019.

MENDONÇA, Adriana Ferreira. BORGES NETO, H. Uso de recursos didáticos em atividades de Modelagem Matemática: uma análise de relatos de experiência. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG). v. 4, n.10, p.1-24, 2020.

MENDONÇA, Adriana Ferreira; OLIVEIRA, Silvia Sales; BORGES NETO, Herminio. Sequência Fedathi e a dicotomia teoria e prática no discurso de professores em formação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). 13.; 2019. Cuiabá (MT). **Anais...** Cuiabá: SBEM, 2019.

MENDONÇA, Adriana Ferreira; OLIVEIRA, Silvia Sales; BORGES NETO, Herminio. Análise de conteúdo do percurso formativo continuado docente mediante as propostas da

Sequência Fedathi e do Professor Reflexivo. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-19, mai./ago. 2020.

MIGUEL, Antonio. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p.70-93, set./dez. 2004.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins. **Práticas pedagógicas de professores da Educação Básica num contexto de formação continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino). 236f. 2016. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Foz do Iguaçu, 2016.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins; MARTINS, Silvio Rogério; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Formação continuada de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática**: Grupo Foz do Iguaçu. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática. 15.; 2017. Paraná: SBEM, 2017.

OLIVEIRA, Silvia Sales. **Mediação pedagógica e Sequência Fedathi contributos para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de crianças e adolescentes com mielomeningocele no contexto hospitalar de reabilitação em Fortaleza/ Ceará /Brasil**. 2022. 359f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2022.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira; Modelagem Matemática e Situações de Tensão na Prática Pedagógica dos Professores. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.24, n.38, p.265-296, abril 2011.

PALANCH, Wagner Barbosa de Lima. Panorama sobre Currículo em Educação Matemática. **Boletim GEPEM**, v.1, n. 68, p.52-65 – jan./jun. 2016.

PEREZ, Geraldo. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 250-263.

PERRENOUD, Philippe. **Desenvolver competências ou ensinar saberes?** A escola que prepara para a vida. Porto Alegre: Penso, 2002.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. **Concepção e desenvolvimento de uma formação continuada de professores de Matemática baseada na Sequência Fedathi**. 2016. 135f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Fortaleza, 2016.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Nelsa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDCME, 2008.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Metodologia do ensino de Matemática e Física: jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: Intersaberes, 2012.

SANTANA, Ana Carmen. **Mão no bolso: postura, metodologia ou pedagogia?** In: BORGES NETO, Herminio. (org.) Sequência Fedathi: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018. P.15-21

SANTANA, Ana Carmen. **Uma proposta de ciclos formativos em Educomunicação baseados na práxis fedathiana: o case do CRID.** 2019. 85 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Ceará. Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2019.

SCHÖN, Donald Alan. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

SHULMAN, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SILVA, Marta Alves da. **Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência Fedathi para o uso das tecnologias digitais.** Tese (Doutorado em Educação). 115f. 2015. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

SILVA, Marcio Virginio da. **Concepções prévias de professores e formação continuada em Modelagem Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação). 163f. 2017. Universidade Estadual Do Oeste Do Paraná – UNIOESTE. Cascavel (PR), 2017.

SILVA, Marcio Antônio da; PIRES, Celia Maria Carolino. Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249-266, 2013.

SILVEIRA, Everaldo; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, p.1-24, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica.** Campinas, SP: Papirus. 2014. (Perspectivas em Educação Matemática).

SOUSA, Francisco Edson Eugênio. **A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de Matemática por meio da Sequência Fedathi.** 283f. 2015. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

SOUSA, Joilson Pedrosa de. **A aprendizagem matemática no âmbito do programa jovem de futuro: foco na metodologia entre jovens.** Dissertação (Mestrado em Educação). 118f. 2017. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza (CE), 2015.

SOUZA, Maria José Araújo. **Sequência Fedathi: apresentação e caracterização.** In: SOUSA, Francisco Edson Eugênio et al. (org.). **Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática.** Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.

SOUZA, Antônio Marcos. **Sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra.** Dissertação (Mestrado em Educação). 157f. 2015. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza (CE), 2015.

STANAT, Donald; MCALLISTER, David. **Discrete mathematics in computer science.** New Jersey, EUA: Prentice Hall, 1977.

STENHOUSE, Lawrence. **An introduction to curriculum research and development**. Londres, Heinemann, 1975.

TAMBARUSSI, Carla Melli; KLUBER, Tiago Emanuel. **Formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica**. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. *Modelagem Matemática: perspectivas, reflexões e teorizações*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Registros de representação semiótica em atividades de Modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. **Unión**, v. 25, p. 109-125, 2016.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016

YIN, Robert. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Porto Alegre: Penso, 2010.

YIN, Robert. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ZANELLI, José Carlos. Pesquisa qualitativa em estudos da gestão de pessoas. *Estudos da Psicologia*, n. 7, 2002, p.79-88.

ZEICHNER, Kenneth. **A formação reflexiva de professores: ideias e práticas**. Lisboa: Educa, 1993. (Coleção Professores 3)

ZEICHNER, Kenneth. Uma análise crítica sobre a “reflexão” como conceito estruturante na formação docente. **Educação e Sociedade**, Campinas, vol. 29, n. 103, p. 535-554, maio/ago. 2008.

ZEICHNER, Kenneth.; LISTON, Daniel. **Reflective teaching: an introduction**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1996.

APÊNDICE A

PROTOCOLO DE PESQUISA – ESTUDO DE CASO

Dados gerais da pesquisa
<p>Universidade Federal do Ceará Programa de Pós-graduação em Educação Linha de pesquisa: História e Educação Comparada Tipo de pesquisa: doutorado</p> <p>Pesquisadora: Professora Adriana Ferreira Mendonça Professora de Matemática da rede Estadual. Formada em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará (IFCE), mestre no ensino de Matemática e doutoranda em Novas tecnologias e Educação a distância. E-mail: drika.29@hotmail.com Contato: 85 996525636 Orientador: Professor Dr. Hermínio Borges Neto</p> <p>Objetivo da pesquisa: desenvolver uma proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática com suporte na Sequência Fedathi em uma escola de tempo integral do estado do Ceará</p> <p>Objetivos específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analisar o contexto da EEMTI para estruturação da proposta pedagógica de atividades de Modelagem Matemática. • Desenvolver o planejamento e aplicação de atividades de Modelagem Matemática com os professores com foco nas especificidades da EEMTI. • Descrever a proposta pedagógica para uso de atividades de Modelagem Matemática, com suporte na Sequência Fedathi, em uma EEMTI.

Sobre as fontes de informação
<p>A informação será recolhida através de entrevistas, observação e análise documental.</p> <p>As fontes de evidência da coleta de dados contemplam: observação direta, observação participante, entrevistas, diálogos (pessoalmente, por e-mail ou no aplicativo WhatsApp). E, tendo em vista a especificidade do caso da EEMTI, documentos normativos e diretrizes estaduais ou nacionais.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observação direta (diário de campo, fotografias) • Entrevistas (gravação de áudio) • Documentação EEMTI (fichamento) • Observação participante (diário de campo, fotografias) • Entrevistas com professores (gravação de áudio)

- Diálogos

Orientação para as entrevistas

Primeira seção: dados sobre o entrevistado e a entrevista (para controle do pesquisador)

- Nome, telefone e e-mail;
- Formação;
- Dados profissionais atuais: organização, área, cargo e data de entrada na escola;
- Data e horário de início da entrevista, além do local (incluindo a cidade);
- Tipo da entrevista (estruturada ou semiestruturada);
- Forma de registro dos dados (anotação, gravação - áudio, vídeo);
- Especificar se a identidade do entrevistado deve ser mantida em sigilo (“Sim” ou “Não”).

Segunda seção: perguntas da pesquisa

SOBRE A FORMAÇÃO

1. Qual sua área de formação? Em qual instituição se formou? Há quanto tempo?
2. Após a graduação, houve outros investimentos na sua formação?
3. Desde quando atua como docente?
4. Em quais instituições de ensino já lecionou?
5. Já atuou em outras modalidades de ensino que não o Ensino Médio?
6. Das experiências que presenciou no campo da educação, qual delas considera mais significativa no seu trabalho?
7. Na escola, além das atribuições docentes que desenvolve, há outras tarefas? Quais?

SOBRE A ESCOLA

8. Fale livremente sobre sua escola.
9. Em relação a esta escola, o que considera positivo? E negativo?
10. Como acontece o planejamento das disciplinas? E dos projetos?
11. Como vê o processo ensino/aprendizagem com os educandos?
12. Ser uma escola de tempo integral favorece a aprendizagem dos estudantes?
13. Qual o diferencial de uma escola de tempo integral?
14. Quais os impactos da pandemia para gestão/professores/alunos?
15. Fale sobre os resultados dos alunos.

SOBRE OS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

16. Quantos professores de Matemática existem na escola? Tempo de atuação dos professores na escola.
17. Nesse período de pandemia, os professores realizaram alguma formação?
18. Existe projeto para a formação continuada dos professores nesta escola? Como é? Quem são os responsáveis por tal formação?
19. A escola realiza discussões sobre a BNCC?
20. A formação proposta pela SEDUC foi feita pelos professores?
21. Como tem sido o ensino remoto na perspectiva dos professores? E dos estudantes?

22. Além do livro didático, que outro material é utilizado pelos professores da área?

SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

23. Como é a atuação dos coordenadores de área com os professores?
24. BNCC e ensino de Matemática. O que dizer sobre isso?
25. Fale das avaliações, da estrutura das provas, dos resultados da área.
26. Como acontece o planejamento das disciplinas eletivas?
27. Como é realizado o trabalho com projetos nessa disciplina?
28. Qual o material didático utilizado nas atividades com projetos?
29. Os resultados dos alunos mudam com os projetos?
30. Existe alguma metodologia de ensino específica utilizada na escola?
31. Os professores têm conhecimentos teóricos sobre essa metodologia?
32. Quais adaptações foram feitas no cenário de pandemia?
33. O que poderia ser feito para melhorar ensino e aprendizagem da Matemática?

Sobre o relatório final

Do estudo de caso resultará um relatório que inclui a seguinte informação.

- Conteúdo: contexto da EEMTI
- Processo de desenvolvimento da proposta pedagógica de Modelagem Matemática com Sequência Fedathi
- Planejamento Referencial MM/SF
- Proposta de disciplina Eletiva para a EEMTI.

Adriana Mendonça

ANEXO 01

MODELO GERAL

O modelo de sessão didática a seguir foi desenvolvido para uso durante o curso *Projeto Fedathi: proposta de ensino para formação de docentes da rede pública de educação*.

Cabeçalho (a critério do professor)

Sessão Didática			
Escola:			
Professor:		Duração da Aula:	
Série:	Turma:	Turno:	Data:

Análise ambiental

Público-alvo: Turma (público, clientela) para/com o/a qual será ministrada/realizada a atividade.

Conteúdo: Conteúdo ou tema que será trabalhado na atividade.

Tempo didático: Tempo da atividade, em horas e/ou minutos

Materiais: Verificação dos possíveis materiais que poderão ser utilizados durante a aula.

Análise teórica

Objetivo da sessão didática: O que os(as) alunos(as) poderão aprender com essa atividade (aula, curso, ...)?

Plateau: Conhecimentos prévios ou pré-requisitos que o (as) alunos(as) (turma, público, ...) precisarão dispor para acompanhar e ter uma participação ativa na atividade que será realizada (conhecimento/definição do plateau da turma)

Justificativa do uso dos materiais: O professor deve explicitar o motivo pelo qual irá utilizar determinado exercício, jogo, software etc.

Vivência

Nivelamento do plateau: Trata-se de uma breve explanação dos conhecimentos prévios necessários ao bom acompanhamento do assunto, com a participação dos alunos, na qual professor faz perguntas sobre estes conteúdos verificando como os alunos reagem (se acompanham, têm dúvidas, se estão de fato lembrando algo que já estudaram)

O professor(a), com base nos conhecimentos prévios (delimitados como plateau na análise teórica), deve descrever como estes conteúdos serão trabalhados (revisão breve) e identificados, antes de passar para a tomada de posição.

Tomada de Posição: Descrição do problema que será apresentado à turma, bem como das perguntas: principal, reflexiva e desafiadora, que serão utilizadas para abordá-lo.

Maturação: *O(A) professor(a) deverá descrever os erros e/ou dificuldades que os(as) alunos(as) poderão ter, apresentando as ações de mediação (perguntas e/ou contraexemplos) que utilizará para auxiliá-los(as) na resolução do problema.*

Solução: *O(A) professor(a) deverá descrever aqui como irá direcionar esse momento de apresentação dos(as) alunos(as), prevendo que estratégias utilizará (perguntas e/ou contraexemplos) frente aos resultados que eles(as) irão apresentar.*

Prova: *O(A) professor(a) deverá apresentar, de maneira detalhada, como irá formalizar/generalizar o conteúdo abordado, descrevendo as estratégias que utilizará para a sistematização dessa atividade. É importante lembrar que o(a) aluno(a), dentro das possibilidades, deverá participar desse momento e que o professor(a) poderá, ainda, instigar reflexões para a próxima sessão didática.*

Avaliação

Estratégias e/ou atividades de avaliação da atividade (aula, curso, ...), definindo estratégias/instrumentos que serão utilizados para verificar se os objetivos definidos para aquela atividade foram alcançados, levando em conta o número de ações utilizadas na atividade.

Avaliar apenas o que foi trabalhado, utilizando como referência o(s) objetivo(s) definido(s) e a(s) atividade(s) realizada(s); não avaliar diferente (o que não ensinou/trabalhou), nem mais, nem menos do que foi pensado e trabalhado na atividade (aula, curso, ...) ou do que foi ensinado.

Referência

Obras utilizadas pelo professor para compor a aula e dar subsídio para os alunos.

ANEXO 02

**PLANEJAMENTO REFERENCIAL PRELIMINAR – MODELAGEM
MATEMÁTICA/SEQUÊNCIA FEDATHI**

Atividade de Modelagem Matemática			
Escola:			
Professor:			
Série:	Turma:	Turno:	Data:

PREPARAÇÃO		
Estágio 1	Identificar os resultados desejados.	Que os alunos sejam capazes de ... Habilidade: Objeto do conhecimento:
Estágio 2	Definir as evidências dos resultados de aprendizagem.	Possibilidades: Diálogo em sala de aula Atividades de desempenho Questionários Observação
Estágio 3	Planejar experiências de aprendizagem e instrução. Usar problemas com aplicação no mundo real	O que será ensinado? Quais recursos usar? Temas transversais – Projeto de vida; Mundo do trabalho; Iniciação à pesquisa científica Eixos estruturantes: Investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo.

VIVÊNCIA		
FASES DA MM	FASES DA SF	AÇÃO
Inteiração Identificação do problema Representação mental da situação • Levar o aluno a compreender e estruturar a situação	Tomada de posição • Apresentação da situação investigada • Apresentar uma situação desafiadora que esteja no nível dos estudantes	Situação inicial (problemática)
Matematização e resolução	Maturação	Elaboração do modelo matemático que descreva a

<ul style="list-style-type: none"> • Levar o aluno a matematizar e sintetizar os dados da situação para obter o modelo matemático; • Incentivar o uso de representações matemáticas e de variáveis. 	<ul style="list-style-type: none"> • Deixar os alunos pensarem sobre a situação proposta; • Postura mão no bolso; • Usar perguntas que estimulem a curiosidade e a investigação sem oferecer respostas prontas; • Intervir quando necessário. 	situação.
<p>Interpretação dos resultados Validação do modelo matemático</p> <ul style="list-style-type: none"> • Incentivar a interpretação e validação do modelo; • Fomentar a comunicação e a argumentação 	<p>Solução</p> <ul style="list-style-type: none"> • Chamar os alunos para apresentarem suas respostas; • Apontar e discutir os possíveis erros de modo a favorecer a aprendizagem; • Comparar os resultados apresentados. <p>Prova</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formalizar os resultados matematicamente; • Fazer generalizações. 	<p>Situação final (solução para a situação inicial)</p> <p>Apresentação das soluções encontradas Formalização do modelo</p>

ANÁLISE

Que procedimentos utilizar?

Quais instrumentos?

ANEXO 3

ELETIVA		MATEMÁTICA	
	TÍTULO	CÓDIGO	
	Estudo das Funções	MAT011	
COMPONENTES CURRICULARES	EIXO ESTRUTURANTE - BNCC	DURAÇÃO	
Matemática e suas tecnologias	Investigação científica	40 h/A	

OBJETIVOS DA ELETIVA

GERAL: reconhecer e utilizar funções lineares e não-lineares, especialmente quadráticas, exponenciais e logarítmicas, em diversos contextos, científicos, tecnológicos e cotidianos. **ESPECÍFICOS:** 1) Apresentar aspectos algébricos e geométricos do estudo de funções. 2) Identificar a interdependência entre duas grandezas e representá-la em um sistema de coordenadas cartesianas. 3) Resolver problemas que envolvam funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas. 4) Produzir, ler, analisar e interpretar gráficos que representem funções afins, quadráticas, exponencial e logarítmica no plano cartesiano.

JUSTIFICATIVA

O estudo de funções matemáticas é, de fato, um dos mais importantes e historicamente relevantes para a construção de toda a ciência. Tendo em vista o aprofundamento do estudo desse conhecimento, tanto na resolução de problemas como na análise gráfica, se fez necessário abordá-lo de uma maneira que envolva situações do contexto social do aluno e instigando-o a conhecer e se envolver em soluções inovadoras que utilizam-se desses conceitos para melhorar a vida em sociedade.

OBJETOS DO CONHECIMENTO

Relações lineares e não lineares: exemplos e contextos científicos, tecnológicos e cotidianos. Reconhecimento da relação entre a proporcionalidade direta e funções afins. Funções afins e crescimento linear em contextos científicos, tecnológicos e cotidianos. Funções quadráticas: conceitos, notações e representação gráfica. Representação gráfica de uma função quadrática em termos de parábola: interpretações dinâmicas e geométricas. Relação entre os coeficientes e os elementos geométricos do gráfico de uma função quadrática: vértice, concavidade, eixos de simetria, entre outros. Propriedade operacional de potências (expoentes inteiros) e raízes (expoentes racionais). Aproximações e arredondamentos no cálculo de potências e raízes via seqüências. Potências com expoentes reais. Logaritmos: definição, propriedades e operações básicas. Função exponencial e função logarítmica: conceitos fundamentais, propriedades e representações gráficas. Modelos, problemas e contextos envolvendo funções exponenciais e logarítmicas. Funções exponenciais e logarítmicas como funções inversas uma da outra. Equações e inequações exponenciais e logarítmicas. Exemplos, aplicações e problemas envolvendo funções, equações e inequações exponenciais e logarítmicas.

OBJETIVOS DA APRENDIZAGEM

1) Reconhecer relações não-lineares entre variáveis ou suas variações. 2) Resolver problemas envolvendo fatorações de expressões algébricas e a utilização de produtos notáveis. 3) Associar um fator linear de uma expressão algébrica quadrática a uma raiz. 4) Reconhecer, em diversos contextos, a dependência de uma variável como função quadrática de outra. 5) Identificar os parâmetros de uma função quadrática em termos da parábola que a representa graficamente. 6) Distinguir crescimentos/decrescimentos aritmético e geométrico em diversos contextos e aplicações. 7) Relacionar funções afins a progressões aritméticas e funções exponenciais a progressões geométricas. 8) Reconhecer funções exponenciais e suas inversas, logarítmicas, a partir da representação gráfica. 9) Efetuar cálculos aplicando logaritmos.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro Branco.
Pincel Aléuico.
Computador e softwares matemáticos.
Apostilhas.
Projector Multimídia.

AValiação

Avaliações diagnóstica e formativas, em uma seqüência de testes que avaliam progressão de habilidades na Matriz dos Saberes. Portfólio composto por grupos de exercícios, problemas e construções de modelos. Avaliações entre pares. Participação em sala nas atividades propostas e envolvimento nos grupos de trabalho.

SUGESTÃO PRODUTO FINAL / CULMINÂNCIA

1) Culminância online: repositório de portfólio de atividades na forma de micro-testes diagnóstico e de acompanhamentos. 2) Culminância presencial: exposição de problemas matemáticos modelados a partir de situações, inspiradas em contextos cotidianos ou científicos, do uso d funções lineares e não-lineares.

OBSERVAÇÕES**REFERÊNCIAS**

- IEZZI, G. Matemática e Aplicações Vol. 1, São Paulo Editora Saraiva, 2010.
- DANTE, L. R. Matemática. Volume Único. São Paulo: Ática, 2009.
- PAIVA, M. Matemática. Volume Único. São Paulo: Moderna, 2008.
- Portal da Matemática - OBNEP: <https://portaldobnep.impa.br/index.php/moduloAer?modulo=04>.
- Khan Academy: <https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-funcions>.
- Lima, E. L. A Matemática do Ensino Médio, volumes 1 e 2. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

ANEXO 4
ATIVIDADES DE DESEMPENHO – TURMAS DE 1º ANO

Escola João Nogueira Jucá			
Aluno:			
Professor(a)			
Atividade 2: Modelos matemáticos			
Habilidade: S11.N14 SAEB D29	Formular e resolver problemas envolvendo funções exponenciais e/ou funções logarítmicas	Objeto do conhecimento:	Função logarítmica

Situação 1:

Durante os estudos sobre o crescimento de uma determinada árvore, foi possível modelar o crescimento dela no decorrer do tempo por meio da função

$$A(t) = 1 + \log_3 (5 + t)$$

em que t é o tempo em anos e $A(t)$ é a altura em metros. Sendo assim, podemos afirmar que altura dessa árvore, após 4 anos, será de:

Área do conhecimento:**Variáveis envolvidas:****Solução:****Situação 2:**

A expectativa de vida em anos em uma região, de uma pessoa que nasceu a partir de 1900 no ano x ($x = 1900$), é dada por

$$L(x) = 12(199 \log_{10}^x - 651)$$

Considerando $\log_{10}^2 = 0,3$, uma pessoa dessa região que nasceu no ano 2000 tem expectativa de viver:

Área do conhecimento:**Variáveis envolvidas:****Solução:**

Situação 3:

A partir de dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) para as séries iniciais do Ensino Fundamental da escola Estadual Básica Professora Margarida Lopes (Santa Maria, RS) pode ser representada pela expressão

$$f(t) = 5 + \log_2 \left(\frac{t - 1997}{8} \right)$$

Onde $f(t)$ representa o IDEB em função do ano t em que o dado foi coletado.

Diante dessas informações, pode-se afirmar que o acréscimo do IDEB previsto para essa escola, de 2005 a 2013, é de

Área do conhecimento:**Variáveis envolvidas:****Solução:**