



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PEDRO CÉZAR RODRIGUES BALTAZAR**

**MODELAGEM E CONTROLE DE UM QUADRICÓPTERO PARROT ROLLING  
SPIDER**

**SOBRAL**  
**2023**

PEDRO CÉZAR RODRIGUES BALTAZAR

MODELAGEM E CONTROLE DE UM QUADRICÓPTERO PARROT ROLLING SPIDER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana.

SOBRAL

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- R615m Rodrigues Baltazar, Pedro César.  
Modelagem e controle de um quadricóptero Parrot Rolling Spider / Pedro César Rodrigues Baltazar. –  
2023.  
82 f : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral,  
Curso de Engenharia Elétrica, Sobral, 2023.  
Orientação: Prof. Dr. Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana.
1. Quadricóptero. 2. Veículos Aéreos Não-Tripulados. 3. Parrot Rolling Spider. 4. PID. 5. LQR. I. Título.  
CDD 621.3
-

PEDRO CÉZAR RODRIGUES BALTAZAR

MODELAGEM E CONTROLE DE UM QUADRICÓPTERO PARROT ROLLING SPIDER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: 18/12/2023.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Marcelo Marques Simões  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Me. Éder Alves de Moura  
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Aos meus pais, Evanira Rodrigues Maia e C ezar Carlos Baltazar, que sempre me apoiaram e me tornaram na pessoa que poderiam contar.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família, que sempre esteve presente para me apoiar e incentivar, mesmo a distância.  
Aos amigos, que fizeram parte do caminho e ajudaram de alguma forma, sejam nos momentos de aula ou fora dele.

Ao Prof. Dr. Ícaro Bezerra Viana, por me ensinar como professor e agora como orientador.

À Universidade Federal do Ceará – Campus Sobral, pela estrutura física oferecida.

“Faça ou não faça. A tentativa não existe.”  
(George Walton Lucas Jr.).

## RESUMO

Veículos Aéreos Não-Tripulados (VANTs) autônomos tem amplas aplicações, no campo civil ou militar, o que contribui para redução de custos e riscos. Este trabalho apresenta a aplicação de técnicas de modelagem e controle de um quadricóptero modelo *Rolling Spider*, fabricado pela empresa francesa *Parrot*. Foram utilizadas duas abordagens de controle – o Controlador Regulador Linear Quadrático (LQR) e o Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) - para estabilização e rastreamento do veículo. A modelagem matemática da cinemática e da dinâmica, para os movimentos de rotação e translação, do quadricóptero foi realizada usando o formalismo Newton-Euler. O modelo não-linear foi obtido após se definir os estados relevantes para uma fiel simulação da dinâmica do veículo. Em seguida, realizou-se uma linearização numérica da planta, em relação a um ponto de equilíbrio para voo pairado. Para as simulações dos modelos usados, foi implementado um simulador usando o *software Matlab/Simulink*, e foram analisadas as respostas em relação aos comandos de atitude, que se referem aos ângulos de Euler utilizados para controlar a inclinação, rotação e orientação, além do comando de altitude do veículo. Uma análise comparativa de controle de altitude é feita, usando os controladores PID e LQR. Para uma dada trajetória de referência, o controlador LQR apresentou um tempo de estabilização de 2 s, e erro em regime de 0,005 ao passo que o controlador PID apresentou, respectivamente, 5 s de tempo para estabilização e erro de regime de 0,63. Os resultados validam que o controlador LQR é mais eficiente para controle de altitude em quadricópteros *Parrot Rolling Spider*.

**Palavras-chave:** Quadricóptero; Veículos Aéreos Não-Tripulados; Parrot Rolling Spider; PID; LQR; *Matlab/Simulink*.

## ABSTRACT

Autonomous Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) have wide applications, in the civil or military field, which contributes to reducing costs and risks. This work presents the application of modeling and control techniques of a Rolling Spider model quadcopter, manufactured by the French company Parrot. Two control approaches were used - the Linear Quadratic Regulatory Controller (LQR) and the Proportional-Integral-Derivative (PID) Controller - for stabilization and tracking of the vehicle. The mathematical modeling of the kinematics and dynamics, for the rotation and translation movements, of the quadcopter was carried out using the Newton-Euler formalism. The non-linear model was obtained after defining the relevant states for a faithful simulation of the vehicle dynamics. Next, a numerical linearization of the plant was carried out, in relation to an equilibrium point for hovering flight. For the simulations of the models used, a simulator was implemented using the Matlab/Simulink software, and the responses were analyzed in relation to the attitude commands, which refer to the Euler angles used to control the inclination, rotation, and orientation, in addition to the command vehicle altitude. A comparative analysis of altitude control is made using PID and LQR controllers. For a given reference trajectory, the LQR controller presented a stabilization time of 2 s, and a steady state error of 0.005, while the PID controller presented, respectively, 5 s stabilization time and a steady state error of 0.63. The results validate that the LQR controller is more efficient for altitude control in Parrot Rolling Spider quadcopters.

**Keywords:** Quadcopter; Unmanned Aerial Vehicles; Parrot Rolling Spider; PID; LQR; Matlab/Simulink.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Quadrirotor Bréguet-Richet, 1907 .....	23
Figura 2 – Modelo em tamanho real do Kettering Bug.....	23
Figura 3 - Flying Octopus, Georges Bothezat .....	24
Figura 4 - Quadrirotor, Nicolas Florine, 1933. ....	25
Figura 5 - TDR-1 em exibição no Museu Nacional em Pensacola, Florida.....	25
Figura 6 - Descrição das rotações dos propulsores (setas em preto) e resultado do movimento (setas em vermelho).....	27
Figura 7 – Modelo DJI Mavic 3. ....	28
Figura 8 - Parrot Rolling Spider. ....	28
Figura 9 - Os sistemas de coordenadas cartesianas .....	29
Figura 10 – Diagrama de blocos da dinâmica no modelo de Multicópteros .....	38
Figura 11 – Caso 1 .....	47
Figura 12 – Caso 2.....	48
Figura 13 – Caso 3.....	49
Figura 14 – Caso 4.....	50
Figura 15 – Caso 5.....	51
Figura 16 – Gráfico da saída de atitude para o controlador LQR.....	53
Figura 17 – Gráfico da saída de altitude para o controlador LQR .....	54
Figura 18 – Gráfico da velocidade vertical $w$ .....	54
Figura 19 – Gráfico da variação do ângulo Psi .....	55
Figura 20 – Gráfico da variação do ângulo Theta .....	55
Figura 21 – Gráfico da variação do ângulo Phi .....	56
Figura 22 – Resposta de atitude para variação no comando de $\phi$ .....	57
Figura 23 – Resposta de atitude para variação no comando de $\theta$ .....	58
Figura 24 – Resposta de atitude para variação no comando de $\theta$ .....	59
Figura 25 – Gráfico da saída de altitude para o controlador PID .....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do Parrot Rolling Spider .....	39
Tabela 2 – Avaliação do desempenho do controle LQR.....	56
Tabela 3 – Avaliação do desempenho do controle PID.....	60

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BFL	<i>Fuzzy Logic Backstepping</i>
BLE	<i>Bluetooth Low Energy</i>
BLMS	<i>Least Mean Square Backstepping</i>
CM	Centro de Massa
DCM	<i>Direction Cosine Matrix</i>
ESC	Controlador Eletrônico de Velocidade
GPS	<i>Global Positioning System</i>
ISM	<i>Integral Sliding Mode</i>
LQR	Regulador Linear Quadrático
MAVs	Micro Aerial Vehicles
MPC	<i>Model-Based Predictive Control</i>
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RL	<i>Reinforcement Learning</i>
SCC	Sistemas de Coordenadas Cartesianas
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
VANT	Veículo Aéreo Não-Tripulado
VTOL	<i>Vertical Take-off and Landing</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$S_B, S_G, S_R$	Sistema de Coordenadas Cartesianas
$X, Y, Z$	Eixos Ortogonais
$\theta, \psi, \phi$	Ângulos de Euler
$C_{ij} \triangleq \cos \angle(i_B, j_R)$	Cossenos Diretores
$D_{\frac{B}{R}}$	Matriz de Atitude
$v_B$	Vetor $\vec{v}$ em $S_B$
$v_R$	Vetor $\vec{v}$ em $S_R$
$\vec{\Omega}^{B/R}$	Velocidade Angular
$\Omega_B^{B/R}$	Representação de $\vec{\Omega}^{B/R}$ em $S_B$
$\Omega_x, \Omega_y$ e $\Omega_z$	Componentes da Velocidade Angular ao Longo dos Eixos X, Y e Z
$\vec{T}^c$	Torques Externos de Controle
$\vec{T}^p$	Torques Externos de Perturbação
$T_B$	Torque Resultante Aplicada no Centro de Massa do Veículo
$H_B$	Momento Angular Total do Veículo
$\sum_{i=1}^4 H_B^i$	Momento Angular Resultante em Termos de Cada Rotor
$I_r$	Momento de Inércia de Cada Rotor
$J_B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Matriz de Inércia do Veículo
$T_B^c = [T_x^c T_y^c T_z^c]^T \in \mathbb{R}^3$	Torques de Controle nas Três Dimensões
$T_B^p = [T_x^p T_y^p T_z^p]^T \in \mathbb{R}^3$	Torques de Perturbação nas Três Dimensões
$\vec{r}^{B/G}$	Posição do Centro de Massa
$\vec{v}^{B/G}$	Velocidade do Centro de Massa
$r_G^{B/G} \triangleq [r_x r_y r_z]^T$	Representação de $\vec{r}^{B/G}$ em $S_G$
$v_G^{B/G} \triangleq [v_x v_y v_z]^T$	Representação de $\vec{v}^{B/G}$ em $S_G$
$\vec{F}^r$	Força Externa Resultante
$F_B^c$	Forças de Controle em SB
$F_B^p$	Forças de Perturbação em SB
$F_G^g$	força Gravitacional em SG

$\ddot{\mathbf{r}}_G^{B/G}$	Dinâmica de Translação do Multicóptero em Relação a um Referencial Inercial
$F_p$	Força no Rotor
$T_p$	Torque no Rotor
$\mathbf{f} \triangleq [f_1 f_2 f_3 f_4]^T$	Força de Controle
$k \triangleq \frac{k_\tau}{k_f}$	Distância Entre o Rotor e o Centro de Massa
$l$	Distância Entre o Rotor e o Centro do Rotor
$\bar{F}$	Comando para a Magnitude Total de Força
$\vec{F}^c \triangleq [F_x F_y F_z]^T$	Vetor total de Força
$\bar{T}_B$	Comando para a Magnitude Total de Torque
$\mathbf{1}_n$	Matriz identidade de ordem $n$
$\bar{\omega}\mathbf{i}$	Comandos de Velocidade Angular
$\text{sat}_{[\cdot]}$	Função de Saturação
$\omega_{max}$	Máxima Velocidade Angular
$\vec{F}^g$	Força gravitacional
$m$	Massa do Veículo
$g$	Aceleração da Gravidade
$k_m$	Ganho do Motor
$\tau_m$	Constante de Tempo
$k_f$	Coefficiente de Força
$k_\tau$	Coefficiente de Torque
$\tau$	Torque de Controle
$I_x, I_y, I_z$	Momento de inércia
$\rho$	rho
$r$	Raio do rotor
$u(t)$	Saída do Controlador PID
$K_p$	Termo da Ação Proporcional
$K_i$	Termo da Ação Integral
$K_d$	Termo da Ação Derivativa
$e(t)$	Erro de Controle
$y(t)$	Saída Atual do Sistema

$r(t)$	Saída Desejada do Sistema
$u$	Lei de Controle por Realimentação de Estado para LQR
$J(u)$	Função de Custo
A	Matriz de Estados do Sistema
B	Matriz de Entradas de Controle
Q	Matriz de Ponderação dos Estado
R	Matriz de Ponderação das Entradas de Controle
N	Matriz de Termos Cruzados
K	Vetor Ganho dos Estado
S	Matriz de Ganho
$u, v, w$	Velocidades Angulares nos Eixos X, Y e Z
$p, q, r$	Taxas de Rotação nos Eixos X, Y e Z
$\dot{X} = f(X, U)$	Modelo Não Linear
$x(t)$	Modelo Linear

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Objetivos .....	19
1.2	Revisão Bibliográfica .....	19
1.3	Organização.....	21
2	Drones e Quadricópteros .....	22
2.1	Histórico .....	22
2.2	Funcionamento .....	25
2.3	Tecnologias.....	27
3	MODELAGEM MATEMÁTICA .....	29
3.1	Definições Preliminares e Notação .....	29
3.2	Movimento Rotacional.....	30
3.2.1	Representação de Atitude .....	30
3.2.2	Cinemática de Atitude .....	31
3.2.3	Dinâmica de Atitude.....	32
3.3	Movimento Translacional.....	34
3.3.1	Cinemática de Translação.....	34
3.3.2	Dinâmica de Translação .....	34
3.4	Forças e Torques Externos.....	35
3.4.1	Propulsão .....	35
3.4.2	Gravidade .....	37
3.4.3	Perturbações .....	37
3.5	Rotor.....	37
3.5.1	Propulsor (hélice) .....	38
3.6	Parâmetros do Modelo.....	38
3.6.1	Parâmetros do Parrot Rolling Spider.....	38
3.7	Modelo no Espaço de Estado .....	39

3.7.1	Modelo não-linear .....	39
3.7.2	Linearização .....	40
4	PROJETO DOS CONTROLADORES .....	42
4.1	Controle Proporcional, Integrativo e Derivativo .....	42
4.1.1	Ação Proporcional .....	42
4.1.2	Ação Integral .....	43
4.1.3	Ação Derivativa .....	43
4.2	Regulador Linear Quadrático .....	44
5	RESULTADOS .....	46
5.1	Resultados de Simulação .....	46
5.1.1	Simulação do Modelo Completo em malha aberta .....	46
5.1.2	LQR .....	51
5.1.3	PID .....	56
5.2	Discussões .....	61
5.2.1	Comparação de Atitude .....	61
5.2.2	Comparação de Altitude .....	61
6	CONCLUSÕES .....	62
6.1	Trabalhos futuros .....	62
	REFERÊNCIAS .....	64
	APENDICE A – SIMULINK DO MODELO DE QUADRICÓPTERO .....	67
	APENDICE B – SIMULINK DE CONTROLE DE ATITUDE - LQR .....	71
	APENDICE C – SIMULINK DO CONTROLE DE ALTITUDE – LQR .....	74
	APENDICE D –SIMULINK DO CONTROLE DE ATITUDE - PID .....	75
	APENDICE E – SIMULINK DO CONTROLE DE ALTITUDE - PID .....	80

## 1 INTRODUÇÃO

Um Veículo Aéreo Não-Tripulado (VANT), do inglês *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV), é uma aeronave que opera sem a presença de um piloto a bordo a bordo, o que reduz custos e riscos na execução de tarefas. Atualmente, os VANTs são empregados em uma ampla variedade de aplicações civis e militares. Pode ser controlado remotamente ou operar de forma autônoma. De acordo com a legislação brasileira, essa designação se aplica somente a aeronaves com fins não recreativos e exclui aquelas utilizadas para passatempo ou esporte (AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL, 2014). Dentre os VANTs pode-se listar em três grupos: os de asas rotativa ou multirrotor, os de asas fixa e os híbridos.

Há interesse crescente em pesquisas de modelagem e controle de quadricópteros em aplicações como inspeção de infraestruturas, monitoramento ambiental, mapeamento em 3D, transporte de carga, entre outras. Além disso, o aperfeiçoamento de tecnologias como sensores, processadores, baterias e motores tem permitido o desenvolvimento de quadricópteros mais avançados e confiáveis.

A modelagem e o controle de quadricópteros tem como objetivo melhorar o desempenho e a segurança dos VANTs. A pesquisa neste campo tem sido uma fonte valiosa de avanços tecnológicos para o aperfeiçoamento da estabilidade, precisão de voo e desempenho geral dos VANTs.

A complexidade da modelagem dinâmica em quadricópteros está relacionada ao desafio de identificar e representar matematicamente as forças e momentos que influenciam o voo destes veículos, incluindo fatores como aerodinâmica, peso, inércia, propulsão e outros. Ao modelar a dinâmica do quadricóptero, é possível desenvolver e aplicar algoritmos de controle que garantam a estabilidade do veículo e a manutenção da sua posição, altitude e trajetória desejadas.

O controle de quadricópteros pode ser realizado usando diferentes abordagens, como o controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e o controle Regulador Linear Quadrático (LQR) (OGATA, 2011). Além disso, o controle de quadricópteros também envolve a estimação de estados, que permitam ao veículo medir e corrigir sua posição e orientação ao longo do tempo.

O sistema de controle é projetado para garantir a estabilidade do veículo durante a operação. Para isso, é usado o controle PID para ajustar os motores mantendo uma estabilização de atitude e altitude. O sistema de controle é implementado em tempo real no

microcontrolador integrado a bordo do quadricóptero.

A técnica de controle PID é amplamente utilizada na indústria, sendo reconhecida como uma abordagem de controle eficiente. Essa estratégia de controle de malha fechada consiste em ajustar continuamente a saída do controlador, com base no erro de controle, que é a diferença entre o valor desejado e o valor real da variável controlada (OGATA, 2011). Os resultados obtidos por meio da modelagem e do controle são verificados em experimentos realizados em simuladores, onde avaliam-se a eficiência e a estabilidade do sistema de controle.

Este trabalho propõe a modelagem e o controle de um quadricóptero do modelo Rolling Spider, analisando e comparando os resultados de duas abordagens de controle: o Regulador Linear Quadrático (LQR) e o Proporcional-Integral-Derivativo (PID) quanto a capacidade de estabilização do sistema. Assim, buscou-se realizar simulações na perspectiva de identificar que abordagem produz resultados mais satisfatórios ao aplicar controles de atitude e de altitude acerca do quadricóptero estudado.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral é o estudo e a implementação de técnicas de modelagem e controle para um quadricóptero *Parrot Rolling Spider*, com foco na estabilização, controle de atitude e altitude, utilizando abordagens como o Regulador Linear Quadrático e o controle Proporcional-Integral-Derivativo.

Os objetivos específicos são:

1. Modelar matematicamente, as equações de movimento do quadricóptero
2. Comparar o desempenho das estratégias de controle usando o controlador realimentado LQR e o controlador PID.
3. Controle baseado em realimentação de estados usando LQR e PID.
4. Realização de simulação computacional em Matlab/Simulink.
5. Avaliar resultados computacionais e, se necessário, propor possíveis trabalhos futuros para solução do problema.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos têm se destacado na modelagem dinâmica e controle de VANTs. No trabalho de (BOUABDALLAH et al., 2005), foram utilizadas técnicas de

*backstepping* e *sliding-mode* em um *Micro Aerial Vehicle* (MAV) para controlar sua posição e atitude em ambientes internos. Os autores apresentam uma comparação das técnicas de controle em termos de robustez e eficiência, mostrando que o controlador *sliding-mode* apresenta melhor desempenho em relação às perturbações externas.

O trabalho de Waslander et al., (2005) apresenta um comparativo entre duas técnicas de controle, *Integral Sliding Mode* (ISM) e *Reinforcement Learning* (RL), para o controle de altitude de um quadrotor. Devido à complexidade do fluxo de ar induzido pelos rotores, técnicas lineares clássicas não foram capazes de fornecer estabilidade suficiente. Tanto o ISM quanto o RL apresentaram melhorias significativas no desempenho em comparação com as técnicas de controle clássicas.

Já em AI-Younes et al. (2008), introduz os controladores de *Fuzzy Logic Backstepping* (BFL) e *Least Mean Square Backstepping* (BLMS) para realizar a estabilização de atitude em um quadricóptero UAV. É feita entre os controladores de *Backstepping*, BFL e BLMS, e é constatado que o desempenho combinado do controlador BFL é superior.

Nicol et al. (2008) apresenta a aplicação de um novo método de controle adaptativo de rede neural para estabilizar um helicóptero quadricóptero contra erros de modelagem e perturbações do vento. O método é comparado a outras técnicas adaptativas e demonstra uma clara melhoria em termos de atingir uma atitude desejada e reduzir a deriva do peso. Os resultados da simulação mostram que o novo método supera outras técnicas adaptativas.

O trabalho de Viana et al. (2017) apresenta um controle distribuído de formação de voo para helicópteros multirrotores. O objetivo do trabalho é desenvolver um sistema de controle que permita que os veículos voem em formação, levando em consideração a evasão de obstáculos e a prevenção de colisões. É proposto uma arquitetura distribuída com controladores preditivos implementados em cada veículo, a fim de evitar colisões com outros veículos e obstáculos. Essa arquitetura inclui um conjunto de restrições convexas na posição dos veículos, garantindo a segurança durante o deslocamento. O método foi avaliado em simulações computacionais e mostrou-se eficaz na evasão de obstáculos e prevenção de colisões, mesmo na presença de perturbações externas.

Ashis e Sharma (2019) propõem a modelagem da cinemática e dinâmica e controle de altitude do *Parrot Rolling Spider* utilizando o regulador linear quadrático (LQR) e o controlador proporcional-integral-derivativo (PID) para fins de análise comparativa. Os resultados mostram que o controlador LQR é capaz de manter o quadricóptero estável e controlado em diferentes condições de voo.

Noordin et al. (2020) propõe um estudo experimental e de simulação sobre controle PID de um MAV, de pequeno porte, na presença de perturbações. É proposta uma simulação de um controlador PID para controlar a posição e a altitude do veículo em um modelo newtoniano com um ruído gaussiano normal de força como perturbações externas. Os resultados são obtidos usando um MAV comercial, o *Parrot Mambo* e mostram que o controlador PID é capaz de manter o quadricóptero estável e controlado em diferentes condições de voo, mesmo em presença de perturbações externas.

### 1.3 Organização

Esse trabalho está estruturado em seis capítulos.

No capítulo 2, é apresentado um histórico sobre drones e quadricópteros, seu funcionamento e as tecnologias envolvidas.

O capítulo 3 é dedicado à modelagem matemática do quadricóptero utilizando a abordagem de Newton-Euler. Neste capítulo, será realizada a identificação das forças que atuam sobre o quadricóptero, assim como a construção das equações cinemáticas e dinâmicas de rotação e translação que descrevem seu movimento. Serão também desenvolvidos o modelo no espaço de estados, baseado na cinemática e dinâmica, e a linearização do modelo não-linear.

No capítulo 4, são abordadas as técnicas de controle aplicadas no trabalho. Nesse capítulo, são discutidas as estratégias de controle empregadas, PID e LQR. Apresenta a metodologia de projeto dos controladores, com base no modelo.

O capítulo 5 examina o hardware utilizado nas simulações e avalia os resultados computacionais. Nesse capítulo, são discutidos os resultados computacionais obtidos.

Por fim, o capítulo 6 traz as conclusões do trabalho, incluindo uma síntese da metodologia empregada e dos resultados alcançados, bem como sugestões para futuros estudos.

## 2 DRONES E QUADRICÓPTEROS

Embora os quadrirrotores tenham uma história de pesquisa e desenvolvimento que remonta há mais de um século, só a partir do início dos anos 2000 houve avanços tecnológicos de quadrirrotores, graças aos avanços em eletrônica, baterias e tecnologia de sensores.

Drones, a literatura utiliza os termos quadricópteros, quadrirrotores ou Veículos Aéreos Multirrotores (MAVs), podem ser encontrados em diversos tamanhos, desde os pequenos com 10 centímetros de envergadura até os veículos maiores com um metro. O tamanho do veículo depende da aplicação desejada. Drones pequenos são geralmente usados em espaços fechados, enquanto os maiores são melhores para uso ao ar livre.

Quanto à sua estrutura, os VANTs podem ser categorizados em aeronaves com asas fixas ou rotativas, cada uma com suas próprias vantagens e desvantagens dependendo da aplicação. Uma das vantagens dos VANTs com asas rotativas é a capacidade de decolagem e pouso vertical, ou *Vertical Take-Off and Landing* (VTOL), o que elimina a necessidade de pistas de decolagem e pouso (WERNER, 2022). Além disso, sua capacidade de pairar também os torna atrativos para uma ampla gama de aplicações.

Um quadricóptero é uma aeronave que possui quatro hélices, dispostas em uma formação quadrada ou em cruz, com uma distância igual do centro de massa do veículo. As hélices têm sua velocidade controlada para executar diferentes manobras, como manter a estabilidade no ar, decolar e pousar. Antes da popularização do *Global Positioning System* (GPS) e da internet, os drones eram principalmente utilizados para fins militares. No entanto, devido aos avanços na tecnologia dos VANTs e ao aumento da popularidade e disponibilidade de diferentes marcas, tamanhos e modelos nos últimos dez anos, eles se tornaram comuns também no setor civil, sendo utilizados como brinquedos, para lazer e modalidades competitivas.

### 2.1 Histórico

De acordo com Leishman (2000), no começo do século 20, o inventor francês Louis Breguet conduziu os primeiros estudos sobre aeronaves com quatro rotores, emergindo como um notável pioneiro da aviação e desempenhando um papel crucial no desenvolvimento de aeronaves e motores de aviação. Sua contribuição mais significativa foi a concepção do "Gyroplane", um helicóptero com quatro rotores desenvolvido em 1907.

O projeto do Giroplane No. 1, ou Bréguet-Richet Quad-Rotor Helicopter (Figura 1), utilizava um conjunto de quatro rotores acionados por um motor a gasolina, controlado por meio de um conjunto de alavancas que permitiam ao piloto ajustar a velocidade e a inclinação dos rotores para controlar o movimento do veículo. A cabine de pilotagem era presa a uma estrutura central que sustentava os rotores, permitindo que o veículo pairasse no ar. Apesar de não ter sido capaz de se sustentar no ar por muito tempo, suas características básicas como o uso de quatro rotores para manter a estabilidade e a capacidade de pairar no ar, se tornaram elementos fundamentais para o desenvolvimento de helicópteros modernos.

Figura 1 - Quadrirotor Bréguet-Richet, 1907



Fonte: Leishman (2000)

O *Kettering Bug*, foi um quadrirotor desenvolvido pela Força Aérea dos Estados Unidos na década de 1920 com o objetivo de criar um veículo aéreo não tripulado que pudesse ser usado como arma autônoma durante a Primeira Guerra Mundial. Este veículo era movido a motor de combustão, que utilizava um sistema de piloto automático e era capaz de carregar uma carga explosiva de até 180 kg. Foi projetado para seguir um curso pré-determinado usando um sistema mecânico que o mantinha em um curso constante. O Bug de Kettering tinha um alcance de cerca de 120 km e era capaz de voar a uma altitude de até 2.500 metros.

Figura 2 – Modelo em tamanho real do Kettering Bug

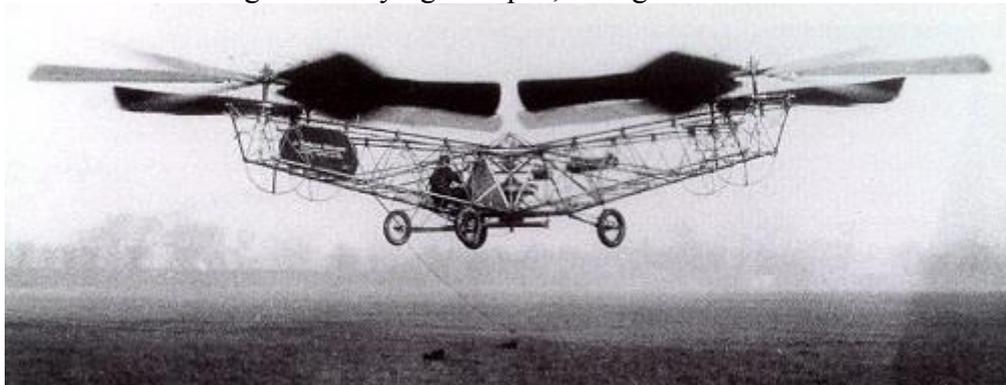


Fonte: Hume (2005).

Georges Bothezat foi um engenheiro e físico imigrante russo que se radicou nos Estados Unidos em 1922, na Universidade de Columbia, em Nova York. Lá ele iniciou estudos sobre aeronaves com rotores e criou o que pode ser considerado o primeiro helicóptero moderno. Em 1922, construiu e testou, com sucesso, um modelo de helicóptero com rotor duplo contra-rotativo para estabilidade e controle. Denominado de "*Flying Octopus*", este era composto por dois conjuntos de rotores, cada um com quatro pares de lâminas, montados em um suporte central. Os rotores eram impulsionados por um motor a gasolina e giravam em direções opostas, permitindo que a aeronave ficasse estável no ar e se movimentasse em várias direções.

Embora o "*Flying Octopus*" tenha sido um avanço significativo no desenvolvimento de aeronaves, ele também enfrentou problemas com a estabilidade e o controle. Como resultado, Bothezat teve dificuldade em obter financiamento para o projeto, e a aeronave nunca chegou a ser produzida em grande escala (LEISHMAN, 2000).

Figura 3 - *Flying Octopus*, Georges Bothezat



Fonte: Leishman (2000).

Nicolas Florine construiu um dos primeiros helicópteros de rotores do tipo tandem bem-sucedidos na Bélgica, em 1929. Os rotores giravam na mesma direção, mas eram inclinados em direções opostas para cancelar a reação dos torques. Em 1933, Florine desenvolveu um segundo protótipo, que realizou um voo de mais de nove minutos a uma altitude de 4.572 m. Esse feito superou o modesto recorde de d'Ascanio de duração de voo da época. A Figura 4 mostra o veículo quadrirrotor de Nicolas Florine.

Figura 4 - Quadrirrotor, Nicolas Florine, 1933.



Fonte: Leishman (2000).

Segundo Keane e Carr (2013) durante a Segunda Guerra Mundial, em 1943, em parceria com a Marinha dos Estados Unidos foi desenvolvido um VANT chamado TDR-1 (Figura 5). Esse veículo era controlado remotamente, orientando o piloto por imagens em sistema de televisão, foi utilizado em missões de combate contra alvos japoneses em 1944.

Figura 5 - TDR-1 em exibição no Museu Nacional em Pensacola, Florida.



Fonte: Goebel (2007).

## 2.2 Funcionamento

Para compreender o funcionamento do quadrirrotor, é importante entender o conceito de 6 graus de liberdade, conhecido como 6-DOF *6-degrees of freedom* (6-DOF) em inglês, para descrever o movimento de um quadricóptero. Esses graus de liberdade são divididos em rotação e posição. Em relação aos graus de rotação, ocorrem a rotação em torno do eixo roll, que envolve inclinação para a esquerda ou para a direita; o eixo pitch, que envolve inclinação para frente ou para trás; e o eixo yaw, que gira em torno de seu próprio eixo vertical. No que se refere aos graus de posição, eles indicam a capacidade de um objeto

se mover nas três dimensões: para cima e para baixo (eixo Z), para frente e para trás (eixo X) e para a esquerda e para a direita (eixo Y).

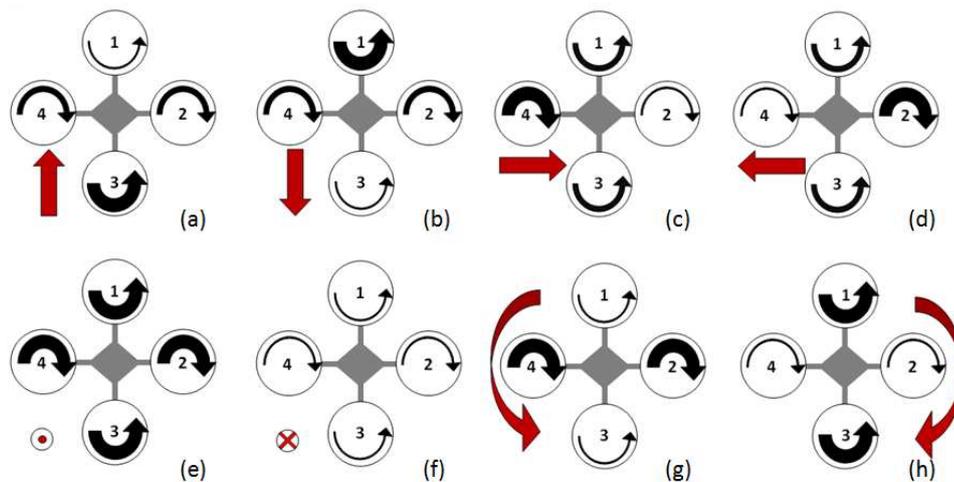
A movimentação de um quadricóptero ocorre por meio da variação da velocidade angular dos rotores. Os rotores de um quadricóptero são posicionados em pares opostos, com hélices adjacentes girando em sentidos opostos para cancelar o efeito dos torques gerados pelos motores. A Figura 8 ilustra os movimentos possíveis do quadricóptero, onde a largura das setas é diretamente proporcional a velocidade dos motores.

Segundo Sá (2012), a movimentação de um multirrotores é possível graças aos quatro rotores que o compõem, sendo que estes rotores são constituídos por quatro motores e dois pares de hélices, um par usado para girar em um sentido e o outro par usado no sentido contrário. Os motores 1 e 3 giram em sentido anti-horário, enquanto os motores 2 e 4 giram em sentido horário. É importante ressaltar que a disposição correta dos motores elimina o efeito dos torques gerados por eles, o que é essencial para a estabilidade da plataforma.

Quando a velocidade do motor 3 maior que a velocidade do motor 1, mantendo as velocidades dos motores 2 e 4 iguais, o quadricóptero se move para frente, como mostrado na Figura 8(a). Já quando a velocidade do motor 1 é maior que a velocidade do motor 3, o VANT se move para trás, conforme ilustrado na Figura 8(b).

Para movimentos laterais, ou seja, para a direita e esquerda, as velocidades dos motores 1 e 3 devem permanecer iguais, enquanto a velocidade do motor 2 varia em relação à velocidade do motor 4. Na Figura 8(c), a velocidade do motor 2 é maior que a do motor 4, o que resulta em um movimento lateral para a direita. Já na Figura 8(d), a velocidade do motor 4 é maior que a do motor 2, resultando em um movimento lateral para a esquerda.

Figura 6 - Descrição das rotações dos propulsores (setas em preto) e resultado do movimento (setas em vermelho)



Fonte: Sá (2012).

### 2.3 Tecnologias

O desenvolvimento de projeto de quadricópteros foi esquecido por muitas décadas após a Segunda Guerra Mundial, quando o desenvolvimento de helicópteros mais convencionais se tornou prioridade. A partir da década de 1980, houve um ressurgimento no interesse pela tecnologia dos quadricópteros, impulsionado pelos avanços em microeletrônica. Com a miniaturização de componentes eletrônicos, tornou-se possível construir quadricópteros menores e mais leves, com maior precisão de voo e estabilidade. Desde então, as pesquisas em modelagem dinâmica e controle de quadricópteros tornou-se uma área de grande interesse (LIMA, 2015).

As empresas *Dà-Jiāng Innovations Science and Technology Co., Ltd* (DJI), e *Parrot* têm sido líderes no desenvolvimento de drones comerciais nos últimos anos. Sediada na China, a primeira produz uma ampla variedade de drones de pequeno porte que são equipados com GPS, câmeras, motores mais eficientes e baterias capazes de sustentar o pleno funcionamento dos equipamentos durante o voo. Esses drones podem ser programados para seguir trajetórias pré-definidas de maneira autônoma. A Figura 6 apresenta o modelo Mavic 3 da DJI, lançado em 2021.

Figura 7 – Modelo DJI Mavic 3.



Fonte: DJI (2021).

A Parrot, por sua vez, é uma empresa francesa líder em dispositivos sem fio para telefones móveis e fabrica o quadricóptero Rolling Spider, ilustrado na Figura 7, um modelo de quadricóptero lançado em 2014 que pode ser controlado a partir de aparelhos celulares através de conexão *Bluetooth Low Energy* (BLE). O modelo *Rolling Spider* apresenta tanto um acelerômetro quanto um giroscópio de 3 eixos. O veículo também possui uma câmera de 0,3 megapixels e 60 fps, que é voltada para baixo, além de um sensor de pressão. Ele pode ser utilizado em um raio operacional de até 20 metros e é compatível com sistemas operacionais *Windows* e *Linux*. O quadricóptero possui quatro motores montados acima dele, responsáveis por girar as hélices. Para que o drone possa alçar voo e utilizar seus equipamentos, é alimentado por uma bateria removível de 550 mAh *Lithium-Polymer* (Li-Po). Essa bateria pode fornecer um tempo de voo de aproximadamente 8 a 6 minutos, dependendo das condições de uso. Este modelo de quadricóptero opera com uma placa-mãe com um *chipset Parrot SIP6* e processador Arm A9 de 800 MHz. No entanto, é importante destacar que o drone é suscetível a perturbações do ambiente, principalmente por pesar apenas 68 g (ASHIS; SHARMA, 2019).

Figura 8 - Parrot Rolling Spider.



Fonte: Ashis e Sharma (2019)

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

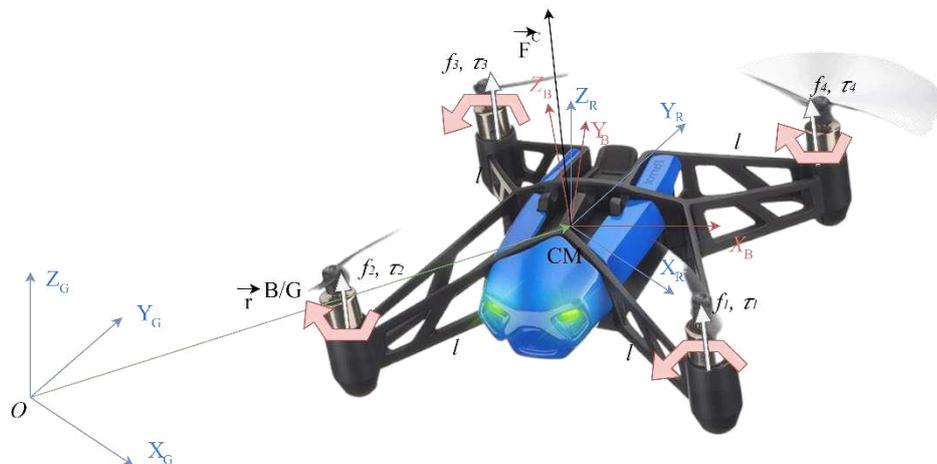
A modelagem do quadricóptero é realizada usando o formalismo Newton-Euler. Este capítulo deriva as equações de cinemática e dinâmica dos movimentos de rotação e translação, respectivamente. Os parâmetros físicos do modelo adotados na simulação do quadricóptero *Rolling Spider*.

#### 3.1 Definições Preliminares e Notação

A modelagem matemática emprega o sistema de coordenadas cartesiana (SCC) para representar as coordenadas espaciais do objeto no ambiente e as diferentes referências espaciais envolvidas. Esse é composto por três eixos ortogonais, denominados X, Y e Z, para um objeto em um ambiente tridimensional. A Figura 9 ilustra a disposição das SCC em um corpo rígido. As seguintes notações serão utilizadas.

Aqui são utilizados três SCCs: o do corpo ( $S_B \triangleq \{X_B, Y_B, Z_B\}$ ), o da Terra ( $S_G \triangleq \{X_G, Y_G, Z_G\}$ ) e o de referência ( $S_R \triangleq \{X_R, Y_R, Z_R\}$ ). O SCC do corpo é fixo à estrutura do veículo e tem seu centro de massa (CM) como origem. O SCC da Terra é fixo à Terra e tem como sua origem o ponto  $O$ . Já o SCC de referência é paralelo ao da Terra, mas tem sua origem o CM do veículo. É assumido que o SCC da Terra é um quadro inercial (VIANA, 2017).

Figura 9 - Os sistemas de coordenadas cartesianas



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 3.2 Movimento Rotacional

O movimento rotacional é importante para entender a orientação e estabilidade do quadricóptero no espaço tridimensional. A análise desse movimento é fundamental para desenvolver estratégias de controle eficazes, que visam estabilizar e controlar a atitude do quadricóptero durante o voo.

### 3.2.1 Representação de Atitude

A representação de atitude é uma técnica comum na área de controle de atitude de aeronaves, que tem como objetivo representar a orientação do corpo em relação ao espaço inercial. Neste trabalho foi escolhido para representar a atitude do veículo a Matriz de Cossenos Diretores, do inglês *Direction Cosine Matrix* (DCM) são comumente denominados de cossenos diretores de Euler (CHOBOTOV, 1991).

A Representação através da matriz DCM é vantajosa em relação a outras representações, como Ângulos de Euler, Parâmetros de Euler (quaternion) e Vetor de Gibbs, quando se tem forças ou torques que podem ser expressos em um referencial fixo ao corpo. Além disso, a matriz DCM tem uma interpretação geométrica intuitiva e é facilmente compreensível visualmente (WERTZ, 1978). Por outro lado, a representação através de Ângulos de Euler pode levar a singularidades e problemas de continuidade, enquanto a representação através de quaternions tem um custo computacional mais elevado e pode ser mais difícil de visualizar geometricamente e o vetor de Gibbs é limitada a atitudes que não possuem rotação em torno do eixo Z (KUIPERS, 1999).

A DCM é uma representação matricial que descreve a atitude, através dos cossenos diretores  $C_{ij} \triangleq \cos \angle(i_B, j_R)$ , onde  $i, j \in \{X, Y, Z\}$ . Dessa forma, a atitude é representada por:

$${}^B D^R = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

A matriz da Equação 2.1 permite determinar as coordenadas de um vetor arbitrário em um sistema de coordenadas  $S_B$ , conhecendo suas coordenadas em um referencial inercial  $S_R$ . A relação entre as representações vetoriais  $v_B$  e  $v_R$  pode ser obtida através da aplicação da matriz DCM a  $v_R$ :

$$v_B = D_{R}^B v_R \quad (2.9)$$

Uma matriz de atitude  $D_{R}^B$  é considerada ortonormal se suas linhas e colunas são ortogonais e possuem normas Euclidianas unitárias. Essa propriedade permite que a matriz DCM seja invertida facilmente, o que é importante para a conversão de coordenadas entre diferentes referenciais, como se segue:

$$\left(D_{R}^B\right)^{-1} = \left(D_{R}^B\right)^T = D_{B}^R \quad (2.10)$$

$$\det\left(D_{R}^B\right) = 1 \quad (2.11)$$

Os ângulos de Euler 1-2-3 são uma escolha comum para visualizar a atitude de um veículo, permitindo descrever sua orientação de forma intuitiva e compreensível. Para obter esses ângulos, é utilizada a seguinte expressão:

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{D_{32}}{D_{33}}, 0^\circ \leq \phi < 360^\circ \quad (2.12)$$

$$\theta = \sin^{-1} D_{31}, -90^\circ < \theta < 90^\circ \quad (2.13)$$

$$\psi = -\tan^{-1} \frac{D_{21}}{D_{11}}, 0^\circ \leq \psi < 360^\circ \quad (2.14)$$

### 3.2.2 Cinemática de Atitude

Se concentra em aspectos como orientação, posição e velocidade angular. A representação de  $\vec{\Omega}^{B/R}$  em  $S_B$  é simbolizado por  $\Omega_B^{B/R}$ . Conforme (SHUSTER, 1993) é possível demonstrar que a cinemática de atitude de  $S_B$  em relação a  $S_R$  é modelada em matriz de atitude pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{D}^{B/R} = -[\Omega_B^{B/R} \times] D^{B/R} \quad (2.15)$$

Na equação (2.15) a velocidade angular  $\Omega_B^{B/R} \triangleq [\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z]^T \in \mathbb{R}^3$  de um veículo. Juntamente, a matriz de produtos cruzados  $[\Omega_B^{B/R} \times]$  é definida como:

$$[\Omega_B^{B/R} X] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

### 3.2.3 Dinâmica de Atitude

É a análise das forças e torques que afetam o movimento do corpo rígido, levando em conta os momentos de inércia e as equações de movimento. Aplicando a segunda lei de Newton para o movimento rotacional, é possível obter a equação:

$$T_B = \dot{H}_B + \Omega_B^{B/R} X H_B \quad (2.17)$$

Onde o momento angular total do veículo é definido como:

$$H_B \triangleq J_B \Omega_B^{B/R} + \sum_{i=1}^4 H_B^i \quad (2.18)$$

O momento angular do rotor  $i$  é representado em  $S_B$  e o momento angular resultante em termos de cada rotor é expresso por:

$$\sum_{i=1}^4 H_B^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_r(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

O momento de inércia de cada rotor, representado por  $I_r$ , é um parâmetro importante para a modelagem da dinâmica de um veículo. Na Figura 9, é representado que a direção das velocidades angulares dos rotores 2 e 4 é no sentido horário, enquanto as velocidades angulares dos rotores 1 e 3 são no sentido anti-horário. A matriz de inércia  $J_B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , que descreve a inércia do veículo em relação a seus três eixos principais, pode ser expressa levando em consideração a estrutura simétrica do veículo:

$$J_B = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

A partir da equação (2.18), é possível realizar manipulações matemáticas para reescrevê-la na forma matricial. Assim, para aplicar essa forma matricial à equação para  $H_B$ :

$$H_B = \begin{bmatrix} J_x \Omega_x \\ J_y \Omega_y \\ J_z \Omega_z + I_r (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Com base nas definições apresentadas até o momento, equação (2.17), é possível escrever a equação para o torque resultante aplicada no centro de massa do veículo,  $T_B$ :

$$T_B = \begin{bmatrix} J_x \dot{\Omega}_x \\ J_y \dot{\Omega}_y \\ J_z \dot{\Omega}_z + I_r (\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_4) \end{bmatrix} + \Omega_B^{B/R} \begin{bmatrix} J_x \Omega_x \\ J_y \Omega_y \\ J_z \Omega_z + I_r (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

A partir das equações apresentadas, é possível expressar a equação para  $T_B$ , que é composta pelos torques externos de controle  $T_B^c \triangleq [T_x^c T_y^c T_z^c]^T \in \mathbb{R}^3$  e pelos torques de perturbação  $T_B^p \triangleq [T_x^p T_y^p T_z^p]^T \in \mathbb{R}^3$ . Utilizando a definição apresentada na equação (2.16), é possível reescrever explicitamente a equação (2.22):

$$(T_x^c + T_x^p) = J_x \dot{\Omega}_x - J_y \Omega_y \Omega_z + J_z \Omega_y \Omega_z + I_r \Omega_y (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \quad (2.23)$$

$$(T_y^c + T_y^p) = J_y \dot{\Omega}_y + J_x \Omega_x \Omega_z - J_z \Omega_x \Omega_z - I_r \Omega_x (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \quad (2.24)$$

$$(T_z^c + T_z^p) = J_z \dot{\Omega}_z - J_x \Omega_x \Omega_y + J_y \Omega_x \Omega_y + I_r (\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_4) \quad (2.25)$$

A dinâmica de rotação do veículo é definida como a variação temporal da velocidade angular  $\Omega_B^{B/R}$  em função do torque resultante  $T_B$ . Para obter a equação dinâmica completa, é necessário isolar as componentes de  $\dot{\Omega}_B^{B/R}$  em relação às componentes do torque externo de controle e perturbação, que são representados pelas equações (2.23), (2.24) e (2.25):

$$\dot{\Omega}_x = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} \Omega_y \Omega_z + \frac{1}{J_x} (T_x^c + T_x^p) - \frac{I_r}{J_x} \Omega_y (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \quad (2.26)$$

$$\dot{\Omega}_y = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} \Omega_y \Omega_z + \frac{1}{J_y} (T_y^c + T_y^p) - \frac{I_r}{J_y} \Omega_y (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) \quad (2.27)$$

$$\dot{\Omega}_z = \frac{(J_x - J_y)}{J_z} \Omega_y \Omega_z + \frac{1}{J_z} (T_z^c + T_z^p) - \frac{I_r}{J_z} \Omega_y (\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_4) \quad (2.28)$$

### 3.3 Movimento Translacional

O movimento translacional em quadricópteros nos eixos X, Y e Z é importante para garantir segurança e eficiência em diversas aplicações. A análise da cinemática e dinâmica de translação é fundamental para compreender como o quadricóptero se move no ambiente.

#### 3.3.1 Cinemática de Translação

A cinemática de translação de um corpo rígido,  $S_B$ , em relação a outro sistema de referência,  $S_G$ , é representada por duas grandezas vetoriais: a posição do centro de massa,  $\vec{r}^{B/G}$ , e a velocidade do centro de massa,  $\vec{v}^{B/G}$ . Essas grandezas podem ser representadas em  $S_G$  por  $r_G^{B/G} \triangleq [r_x r_y r_z]^T$  e  $v_G^{B/G} \triangleq [v_x v_y v_z]^T$ , respectivamente. A equação diferencial que modela a cinemática de translação é:

$$\dot{r}_G^{B/G} = \dot{v}_G^{B/G} \quad (2.29)$$

Na qual  $r_G^{B/G}$  é o vetor posição e  $v_G^{B/G}$  é o vetor velocidade, sendo ambos, de  $CM$  em relação a  $S_G$ .

#### 3.3.2 Dinâmica de Translação

Para modelar a dinâmica de translação em relação a um referencial inercial  $S_G$ , é necessário considerar a força externa resultante, denotada por  $\vec{F}^r$ , que age sobre o centro de massa do multicóptero. As representações das forças de controle e perturbação em  $S_B$  e da força gravitacional em  $S_G$ , respectivamente, são denotadas por  $F_B^c$ ,  $F_B^p$  e  $F_G^g$ . Utilizando a segunda lei de Newton, a dinâmica de translação pode ser descrita em  $S_G$  por uma equação diferencial de segunda ordem:

$$\ddot{r}_G^{B/G} = \frac{1}{m}(D^{B/R})^T F_B^c + \frac{1}{m} F_B^p + \frac{1}{m}(D^{B/R})^T F_G^g \quad (2.30)$$

A equação (2.30) descreve a dinâmica de translação do multicóptero em relação a um referencial inercial. Nela, o vetor  $F_B^c$ , como na Figura 9, representa a força total de sustentação do veículo e é perpendicular ao plano dos rotores:

$$F_B^c \triangleq [r_x r_y r_z]^T \in R^3 \quad (2.31)$$

O vetor  $F_B^p$  representa as forças de perturbação atuando no veículo e é representado no referencial  $S_B$ . Além disso, a massa do veículo é denotada por  $m$ , e  $F_G^g$  representa a força gravitacional atuando no veículo, com  $g$  sendo a aceleração gravitacional:

$$F_G^g \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

### 3.4 Forças e Torques Externos

Os quadricópteros que podem ser modelados como corpos rígidos, os quais são afetados por forças e torques externos, que incluem a propulsão, a gravidade e as perturbações externas, como ventos.

#### 3.4.1 Propulsão

A propulsão é uma das principais forças externas que atuam no quadricóptero, permitindo o controle de sua posição e movimento. Esta força é gerada por quatro rotores, dependentes da velocidade de rotação.

Os rotores do quadricóptero utilizado neste trabalho são dispostos em formato de "X", representado na Figura 9, e são retratados pelas variáveis  $F_p$  e  $T_p$  que, por sua vez, representam a força e o torque resultantes de cada rotor ( $f_i$  e  $\tau_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ) atuando sobre o veículo. Para descrever o sistema, podemos utilizar uma matriz de entrada representada a seguir:

$$\begin{bmatrix} F \\ T_B \end{bmatrix} = \Gamma_{QX} \mathbf{f} \quad (2.1)$$

Onde se define o força de controle,  $\mathbf{f}$ , e a matriz  $\Gamma_{QX}$ :

$$\mathbf{f} \triangleq [f_1 f_2 f_3 f_4]^T \quad (2.2)$$

$$\Gamma_{QX} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}l & -\frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & -\frac{\sqrt{2}}{2}l \\ k & -k & k & -k \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

No sistema mencionado, é considerado que  $k \triangleq \frac{k_\tau}{k_f}$  e  $l$  representam a distância entre o centro de massa e o centro do rotor, respectivamente. Para calcular os sinais de comando do computador de bordo do veículo, que é composto por um sistema de controle interno e externo, é considerado  $\bar{F}$  como um comando para representar a magnitude de  $\vec{F}^c$  e  $\bar{T}_B$  como um comando para representar  $\vec{T}^c$  em  $S_B$ . Em seguida, para determinar os comandos para as forças dos rotores  $\bar{f}_i, i = 1, \dots, 4$ , com  $1_n = [11 \dots 1]^T$ , é utilizada a seguinte relação:

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{\bar{F}}{4} 1_4 + \Xi_{QX} + \bar{T}_B \quad (2.4)$$

Onde  $\Xi_{QX}$  é uma definida por:

$$\Xi_{QX} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4l} & -\frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{1}{4k} \\ \frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{1}{4k} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{1}{4k} \\ \frac{\sqrt{2}}{4l} & -\frac{\sqrt{2}}{4l} & \frac{1}{4k} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Por fim, é obtida a expressão para o cálculo dos comandos de velocidade angular correspondentes  $\bar{\omega}_i$ , que é a entrada do bloco do modelo do motor, através da equação:

$$\bar{\omega}_i = \text{sat}_{[0, \omega_{max}]} \left\{ \frac{1}{\sqrt{k_f}} \sqrt{\bar{f}_i} \right\}, i = 1, \dots, 4 \quad (2.6)$$

Onde  $\text{sat}_{[\cdot]}$  é a função de saturação, com  $\omega_{max}$  representando a máxima velocidade angular permitida.

### 3.4.2 Gravidade

A força gravitacional que atua sobre o quadricóptero pode ser modelada pela seguinte equação:

$$\vec{F}^g = mg \quad (2.7)$$

Onde  $m$  é a massa do quadricóptero e  $g$  é a aceleração da gravidade. Além disso, a força gravitacional atua no centro de massa do quadricóptero, o que pode afetar sua estabilidade e controle.

### 3.4.3 Perturbações

Distúrbios de natureza aerodinâmica e a turbulência do vento podem afetar a posição e a orientação da aeronave, dificultando o seu controle, mas neste trabalho, visando um modelo ideal, as perturbações por turbulências serão ignoradas. Modelar matematicamente essas perturbações nas equações de movimento do quadricóptero, tornam o controle de voo mais preciso e eficiente, melhorando o desempenho dos quadricópteros em diversas situações.

## 3.5 Rotor

Os rotores de um quadricóptero precisam gerar a força necessária para a sustentação e controle de voo do veículo. Cada rotor é composto por um propulsor (hélice), um motor e um controlador de velocidade.

Com base nos trabalhos de (Valavanis, 2007), é possível modelar o conjunto formado pelo modelo do motor e o controlador de velocidade em uma forma reduzida, sem perder suas principais características. A dinâmica desse conjunto, cujo sinal de entrada é a velocidade angular  $\bar{\omega}$  e o sinal de saída é  $\omega$ , é modelada como um sistema de primeira ordem.

O ganho  $k_m$  e a constante de tempo  $\tau_m$ , são essenciais para a compreensão da dinâmica do sistema. O ganho representa a relação entre a velocidade de rotação do motor e o

sinal de entrada aplicado, enquanto a constante de tempo determina a rapidez com que o motor responde às mudanças no sinal de entrada, podendo ser representada matematicamente:

$$\frac{\omega(s)}{\bar{\omega}(s)} = \frac{k_m}{\tau_m s + 1} \quad (2.33)$$

### 3.5.1 Propulsor (hélice)

O propulsor de um rotor de quadricóptero é uma hélice que gira em torno de seu eixo longitudinal, gerando a força necessária para sustentar o veículo no ar. A força gerada pela hélice pode ser dividida em duas componentes: sustentação e arrasto.

O coeficiente de força  $k_f$  do propulsor é uma medida da eficiência da hélice em gerar força de sustentação, resultando no que chamamos de força do rotor,  $f$ . Essa força está diretamente relacionada com a velocidade angular do rotor,  $\omega$ , como expresso pela equação:

$$f = k_f \omega^2 \quad (2.34)$$

O coeficiente de torque  $k_\tau$  do propulsor é uma medida da força de torque gerada pela hélice em torno de seu eixo longitudinal. Por sua vez, o arrasto resulta em um torque sobre a estrutura do veículo, denominado torque de reação  $\tau$ , que possui relação direta com a velocidade angular do rotor  $\omega$ , como expresso pela equação:

$$\tau = k_\tau \omega^2 \quad (2.35)$$

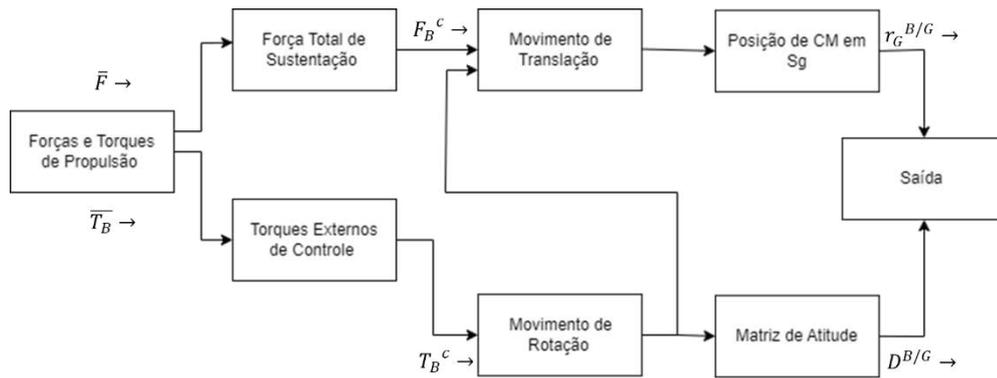
## 3.6 Parâmetros do Modelo

Neste trabalho, a modelagem será baseada em um drone *Parrot Rolling Spider*, representação do quadricóptero na Figura 7.

### 3.6.1 Parâmetros do Parrot Rolling Spider

A modelagem do *Parrot Rolling Spider* como quadricóptero foi simulada utilizando *Matlab/Simulink* e todas as equações apresentadas neste capítulo, considerando seus parâmetros físicos. O diagrama geral em blocos do Multicópteros pode ser visto na Figura 10:

Figura 10 – Diagrama de blocos da dinâmica no modelo de Multicópteros



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os parâmetros do modelo do drone *Parrot Rolling Spider* a ser estudado foram obtidos a partir do trabalho (ASHIS; SHARMA, 2019). A fim de emular essa plataforma real, este trabalho utilizou os valores de parâmetros medidos naquele estudo para configurar o simulador. Os parâmetros utilizados na simulação do modelo estão detalhados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros do Parrot Rolling Spider

Descrição	Variável	Valor	Unidade
Massa do quadricóptero	m	0,068	kg
Constante gravitacional	g	9,81	m/s <sup>2</sup>
Momento de inércia no eixo x	I <sub>x</sub>	0,0686 x 10 <sup>-3</sup>	kg.m <sup>2</sup>
Momento de inércia no eixo y	I <sub>y</sub>	0,092 x 10 <sup>-3</sup>	kg.m <sup>2</sup>
Momento de inércia no eixo z	I <sub>z</sub>	0,1366 x 10 <sup>-3</sup>	kg.m <sup>2</sup>
Densidade do ar	rho	1,184	kg/m <sup>3</sup>
Constante de força	k <sub>f</sub>	0,0107	N/(rad/s) <sup>2</sup>
Constante de torque	k <sub>t</sub>	0.00078264	N.m/(rad/s) <sup>2</sup>
Distância do rotor ao centro do drone	l	0,0624	m
Raio do rotor	r	0,033	m
Ganho do motor	K <sub>m</sub>	0,1	-
Constante de tempo do motor	τ	0,005	s
Máxima velocidade angular do rotor	ω <sub>max</sub>	10000	rad/s

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.7 Modelo no Espaço de Estado

Nesta seção, os conhecimentos pré-estabelecidos são aplicados ao caso do *Parrot Rolling Spider*. A análise é focada na cinemática e dinâmica e o alinhamento do referencial corporal é dinâmico e depende da atitude do quadricóptero. O modelo cinemático aborda a matriz rotacional e a matriz de transformação angular.

#### 3.7.1 Modelo não-linear

De acordo com Ashis e Sharma (2019), as propriedades físicas do quadricóptero são observadas em dois referenciais distintos. No referencial terrestre, variáveis como rotação, inclinação, ângulos de guinada e velocidades angulares são medidas, enquanto no referencial do corpo, outras propriedades, como acelerações lineares, são medidas. Definem-se as variáveis de estado do modelo do quadricóptero como:

$$X = [x \ y \ z \ u \ v \ w \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]^T \quad (2.36)$$

Dessa forma, o modelo não linear  $\dot{X} = f(X, U)$  pode ser definido como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w[s(\phi)s(\varphi) + c(\phi)c(\varphi)s(\theta)] - v[c(\phi)s(\varphi) - c(\varphi)s(\phi)s(\theta)] + u[c(\varphi)c(\theta)] \\ v[c(\phi)c(\varphi) + s(\phi)s(\varphi)s(\theta)] - w[c(\varphi)s(\phi) - c(\phi)s(\varphi)s(\theta)] + u[c(\theta)s(\varphi)] \\ w[c(\varphi)c(\theta)] - u[s(\theta)] + v[c(\theta)s(\phi)] \\ p + r[c(\phi)t(\theta)] + q[s(\phi)t(\theta)] \\ q[c(\phi)] - r[s(\phi)] \\ r \frac{c(\phi)}{c(\theta)} + q \frac{s(\phi)}{c(\theta)} \\ rv - qw - g[s(\theta)] + \frac{f_{wx}}{m} \\ pw - ru + g[s(\phi)c(\theta)] + \frac{f_{wy}}{m} \\ qu - pv + g[c(\theta)c(\phi)] + \frac{f_{wz} - f_t}{m} \\ \frac{I_y - I_z}{I_x} rq + \frac{(\tau_x + \tau_{wx})}{I_x} \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{(\tau_y + \tau_{wy})}{I_y} \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{\tau_z + \tau_{wz}}{I_z} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Para simplificar ainda mais o modelo não linear acima, podemos desconsiderar as forças produzidas pelo vento em um quadricóptero. Para introduzir um controle ideal, é necessário linearizar o sistema não linear (ASHIS; SHARMA, 2019).

### 3.7.2 Linearização

As equações não lineares do espaço de estados podem ser linearizadas em relação a um ponto operacional  $\bar{x}$  com um valor de entrada constante  $\bar{u}$ . Nesse contexto, considera-se

uma condição de atitude zero para a linearização. A linearização do modelo do quadricóptero é realizada em uma configuração de equilíbrio, resultando em um modelo linear generalizado de espaço de estados na forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.38)$$

As matrizes A e B em (2.38), obtidas com base nos estudos de Ashis (2019), são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Essas representam, respectivamente, a matriz de estado e a matriz de entrada.

## 4 PROJETO DOS CONTROLADORES

O objetivo deste capítulo é descrever as técnicas de controle aplicadas ao quadricóptero com o intuito de estabilizar as rotações, onde comandos de referência são enviados para o controlador por simulação e pelo sistema a bordo do drone.

### 4.1 Controle Proporcional, Integrativo e Derivativo

Um controlador linear PID pode ser aplicado ao sistema não-linear sem a linearização do sistema dinâmico sobre um ponto de equilíbrio. A fórmula utilizada para calcular a saída do controle PID é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.1)$$

O controle é composto por três termos que ajustam a saída do controlador: onde  $u(t)$  denota a entrada de controle,  $K_p$  o ganho proporcional,  $K_i$  o ganho integral e  $K_d$  o ganho derivativo. A taxa de mudança do erro é definida pela equação:

$$e(t) = y(t) - r(t) \quad (3.2)$$

Onde  $y(t)$  e  $r(t)$  representam, respectivamente, a saída atual e a saída desejada do sistema. Esta técnica é muito eficaz para controlar processos industriais complexos, pois permite ajustar a saída do controlador em tempo real, garantindo maior estabilidade e precisão no controle.

Ogata (2011) afirma que a técnica de controle PID é amplamente utilizada porque é fácil de implementar e ajustar, além de ser capaz de controlar uma ampla variedade de sistemas. A seguir, são discutidas individualmente os efeitos de cada ação de controle.

#### 4.1.1 Ação Proporcional

O controlador proporcional é dado por:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (3.3)$$

Seu principal efeito é estabilizar a variável de processo, corrigindo o erro entre o valor desejado e a saída do sistema. Entretanto, em plantas sem pólos na origem, é comum a presença de um erro residual, também chamado de *offset* ou erro de regime permanente. Esse erro pode limitar o desempenho do controlador proporcional, aumentando o tempo de resposta do sistema.

#### 4.1.2 Ação Integral

A ação integral ocorre proporcionalmente à integral do erro do sistema, ou seja:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (3.4)$$

Seu objetivo é complementar a ação proporcional e eliminar o erro de regime permanente. Nicula (2010) destaca a importância da magnitude do ganho  $K_i$ . Um ganho muito alto pode causar oscilação e sobrepasso elevado, levando à instabilidade no sistema. Logo, deve-se buscar o ajuste adequado desse ganho para garantir o melhor desempenho do sistema controlado e evitar oscilações excessivas ou instabilidades.

#### 4.1.3 Ação Derivativa

A ação derivativa atua proporcionalmente à derivada do erro do sistema, sendo definida sendo:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.5)$$

Seu objetivo é melhorar o desempenho transitório do sistema em malha fechada, ou seja, a resposta do sistema às variações. Ao aplicar um sinal proporcional à derivada do erro o controle derivativo torna o sistema mais rápido em reagir às mudanças (OGATA, 2011). No entanto, é importante lembrar que essa ação só é eficiente durante a resposta transitória e não afeta o comportamento em regime permanente, onde o sinal de erro é constante e a ação derivativa é igual a zero. Ajustar o ganho  $K_d$  com cuidado é essencial, já que um valor muito alto pode gerar oscilações no sistema.

## 4.2 Regulador Linear Quadrático

O controle LQR, representado na Figura 16, referente ao termo em inglês *Linear Quadratic Regulator*, é uma técnica ótima de controle de sistemas dinâmicos aplicada em áreas diversas, incluindo a modelagem de quadricópteros e processos de controle industriais. Esse tipo de controle otimiza o desempenho do sistema a partir das nuances dinâmicas específicas de cada aplicação, enquanto simultaneamente busca a minimização da função de custo  $J$ . Em quadricópteros, este possibilita o controle preciso da altitude, estabilização de voo e controle de atitude, proporcionando uma resposta rápida a mudanças nas condições do ambiente e incertezas do sistema.

A essência do LQR está na formulação de uma lei de retroalimentação de estado que visa minimizar uma função de custo  $J(u,x)$ , permitindo um controle preciso e eficiente do sistema (ASHIS; SHARMA, 2019). Essa lei, é definida pela relação:

$$u = -Kx \quad (3.6)$$

Essa relação é obtida através da minimização da função de custo  $J(u,x)$  dada por:

$$J(u, x) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (3.7)$$

Onde  $Q$ ,  $R$  e  $N$  são matrizes que representam os custos associados ao estado, ao controle e aos termos cruzados, respectivamente. O LQR lida com sistemas lineares invariantes no tempo contínuo, descritos pelas equações diferenciais:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.8)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.9)$$

As matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $Q$  e  $R$  estabelecem uma lei de controle que minimiza o valor da função de custo. O ganho de retroalimentação de estado  $K$  é calculado como:

$$K = R^{-1}(B^T S + N^T) \quad (3.10)$$

Onde  $S$  é uma matriz a ser encontrada ao resolver a equação algébrica de Riccati:

$$A^T S + SA - (SB + N)R^{-1}(B^T S + N^T) + Q = 0 \quad (3.11)$$

Essa abordagem permite ajustar a dinâmica do sistema de forma a minimizar o custo total ao longo do tempo. O objetivo principal é encontrar um vetor  $K$  que minimize o índice de desempenho  $J$ , visando otimizar o sistema. É importante ressaltar a relação direta entre a entrada de controle  $u(t)$  e o estado  $x(t)$  com o índice  $J$ . Ao simplificar  $J$ , espera-se que o estado  $x(t)$  tenda a zero à medida que o tempo  $t$  se aproxima do infinito, garantindo, assim, a estabilidade do sistema de malha fechada.

A definição da proporção entre as matrizes  $Q$  e  $R$  deve ser feita cuidadosamente entre essas matrizes para minimizar o índice  $J$ , implicando que, ao aumentar os valores de  $Q$ , os valores correspondentes de  $R$  devem ser reduzidos, e vice-versa. Por outro lado, caso sejam escolhidos valores altos para  $R$ , o esforço de controle será reduzido, uma vez que os polos do sistema se tornarão mais lentos. O equilíbrio adequado entre as matrizes  $Q$  e  $R$ , leva em conta os requisitos específicos do sistema e os objetivos desejados de desempenho e estabilidade.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo, serão detalhados os ensaios experimentais, para os controles LQR e PID, bem como a apresentação e análise dos resultados experimentais obtidos nesses ensaios. Por fim, apresenta-se a comparação desses resultados e discute-se seus desempenhos.

### 5.1 Resultados de Simulação

A estrutura do modelo de *Simulink* para o modelo completo é organizada conforme está representado no Apêndice A. Mais detalhes sobre os diagramas e algoritmos desenvolvidos para o controle de atitude e altitude podem ser encontrados nos Apêndices B e C.

No que diz respeito ao controle PID diagramas *Simulink* para os controles utilizados, encontram-se nos Apêndices D e E.

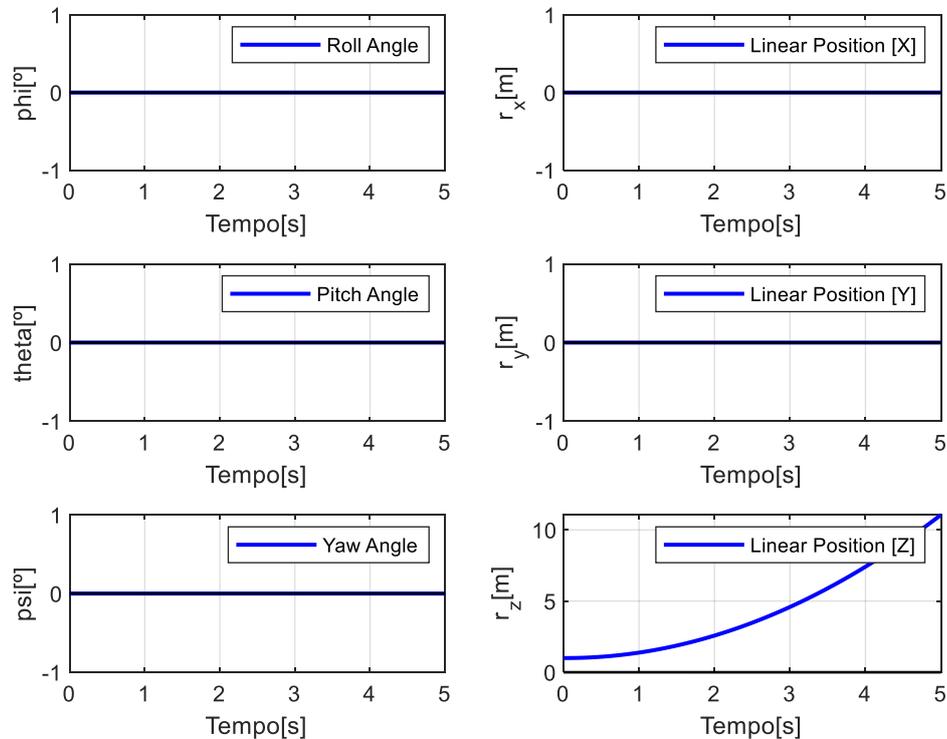
#### 5.1.1 Simulação do Modelo Completo em malha aberta

Foram realizadas simulações do modelo do drone *Parrot Rolling Spider* com a aplicação de diferentes configurações de forças e torques nos eixos X, Y e Z. Analisou-se o desempenho do quadricóptero quanto aos ângulos de Phi, Theta e Psi e variação de posição.

Os parâmetros de simulação são constituídos por forças e torques. Desse modo, definiu-se como parâmetros iniciais do modelo valores iguais a zero, que foram alterados para cada caso de simulação. A primeira simulação consistiu em aplicar uma força de 100 N no eixo Z, superior à força da gravidade. Os resultados obtidos estão apresentados nos gráficos da Figura 11.

Observa-se que a aplicação de força produziu o movimento de subida do veículo ao redor do eixo Z. Tal situação ocorre porque a força resultante  $(\bar{F} - F_G^g)$  acelera o quadricóptero na direção positiva do eixo Z. Ressalte-se que não há movimento em torno dos outros graus de liberdade do veículo, demonstrando que os demais estados da dinâmica permanecem em zero.

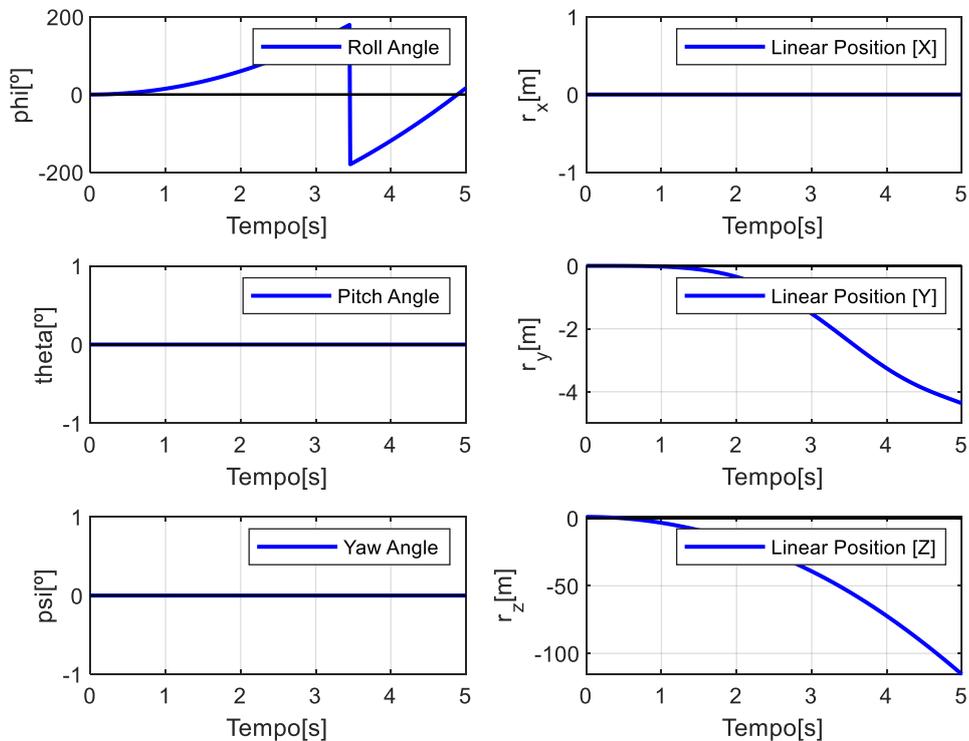
Figura 11 – Caso 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 12, apresenta-se os resultados da segunda simulação, na qual a força no eixo Z é igualada ao valor da gravidade e o torque no eixo X é definido como 0,005 N.m. Com a aplicação do torque, o veículo sofreu um movimento de rolagem para a direita em relação à frente do quadricóptero, resultando em uma variação positiva do ângulo  $\phi$ . Observa-se, que a aeronave realiza translação em torno do eixo Y em sentido negativo. Nota-se também que ao aplicar o torque de comando, o veículo leva cerca de 1 segundo para iniciar o movimento. A análise do gráfico da posição Z, indica queda do veículo devido à falta de uma ação de controle para a altura.

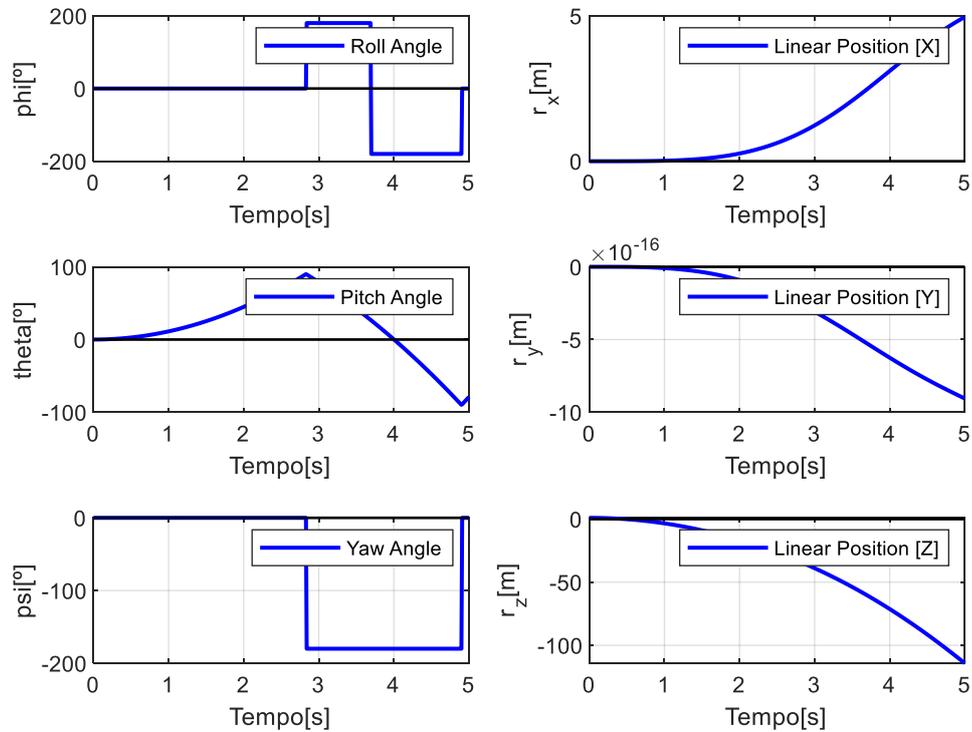
Figura 12 – Caso 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 13 apresenta-se o resultado da terceira simulação. Nessa, o valor do torque aplicado ao eixo Y é de 0,005 N.m, enquanto o torque eixo X volta ao valor 0. A variação de torque em X resultou em uma alteração no ângulo Theta. A Figura 13 mostra que o veículo se desloca positivamente na direção do eixo X. É importante notar que quando o ângulo  $\theta$  atinge  $90^\circ$ , ocorre o fenômeno de "gimbal lock", onde os ângulos  $\phi$  e  $\theta$  variam em  $\pm 180^\circ$ . Nesse caso, o veículo tende a cair devido à falta de uma força resultante efetiva em torno do eixo Z do veículo.

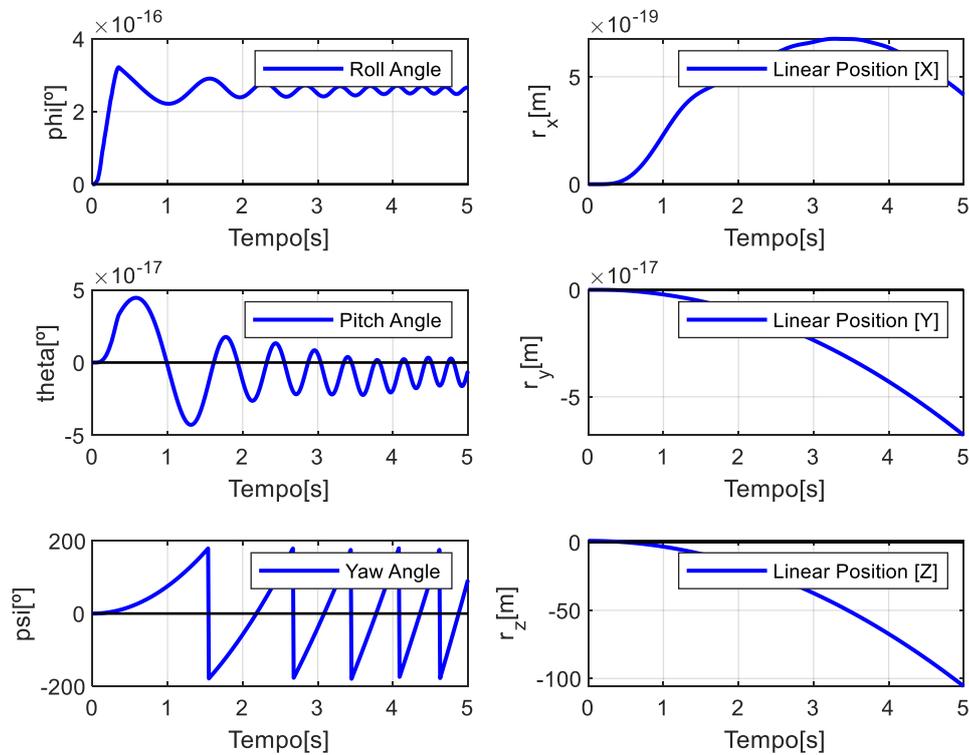
Figura 13 – Caso 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

A quarta simulação aplica uma força de 12 N e torque de 0,005 N.m no eixo Z. Os resultados obtidos estão apresentados nos gráficos da Figura 14. Esses gráficos demonstram que o veículo manobra em descida num movimento de guinada, com o ângulo de Psi variando entre  $-180^\circ$  e  $+180^\circ$ , em uma subida gradual, devido à força de comando resultante ser positiva.

Figura 14 – Caso 4

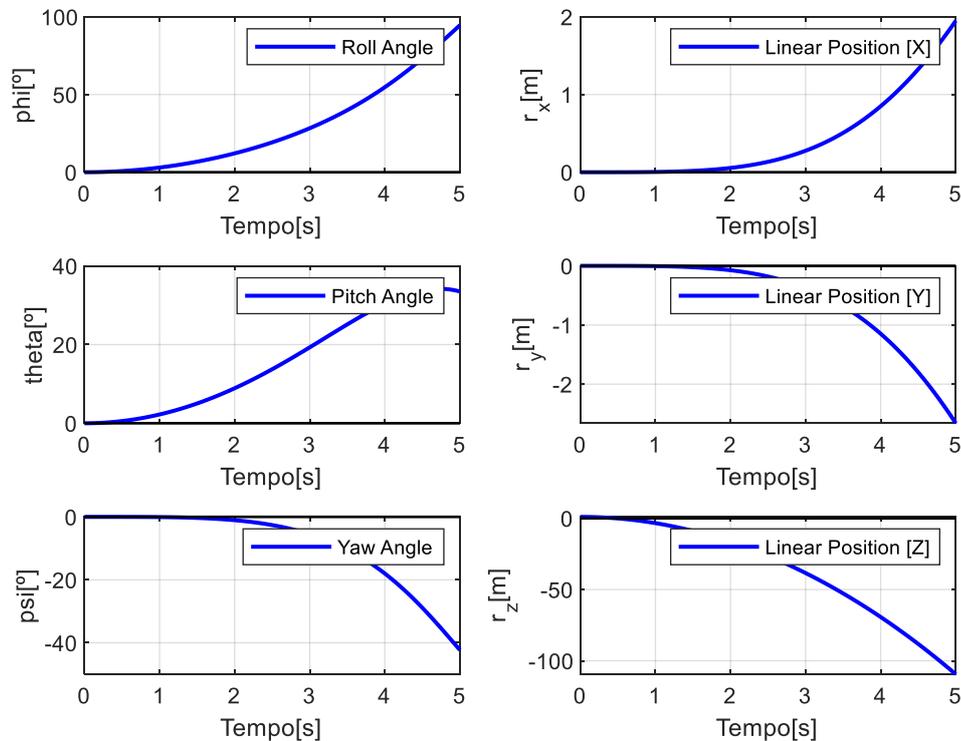


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 15 apresenta os resultados da quinta simulação. Nessa última, alterou-se a força do eixo Z, para 10 N, com os torques nos eixos X e Y, em 0,001 N.m. Os resultados obtidos são apresentados nos gráficos da Figura 15.

Nesses gráficos, observa-se um movimento, que ocorre a translação nas direções X, Y e Z, com uma variação positiva em Phi que resulta em uma rolagem para a direita em relação à frente do veículo. Observa-se ainda que o Theta sofre uma variação que produz um movimento de arfagem para frente. Essa combinação de manobras no plano horizontal, juntamente com a componente resultante de força, permite o controle dos três graus de liberdade inerentes à translação do veículo.

Figura 15 – Caso 5



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando os resultados obtidos em geral, conclui-se que estes apresentam comportamentos diferentes do quadricóptero em resposta às diferentes forças e torques aplicados. O comportamento do veículo foi afetado pelas forças e torques aplicados nos eixos X, Y e Z, bem como pelos ângulos de rotação em torno desses eixos.

### 5.1.2 LQR

Os parâmetros do modelo do controlador são:  $C = ([0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])$ ,  $R = \text{diag}([0.001, 0.001, 0.001, 0.001])$  e  $Q = \text{diag}([0.00001, 0.001, 0.001, 0.001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 150, 150, 150, 150])$ . Substituindo os valores nas equações (2.39) e (2.45), são obtidas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14577 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10870 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7321 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

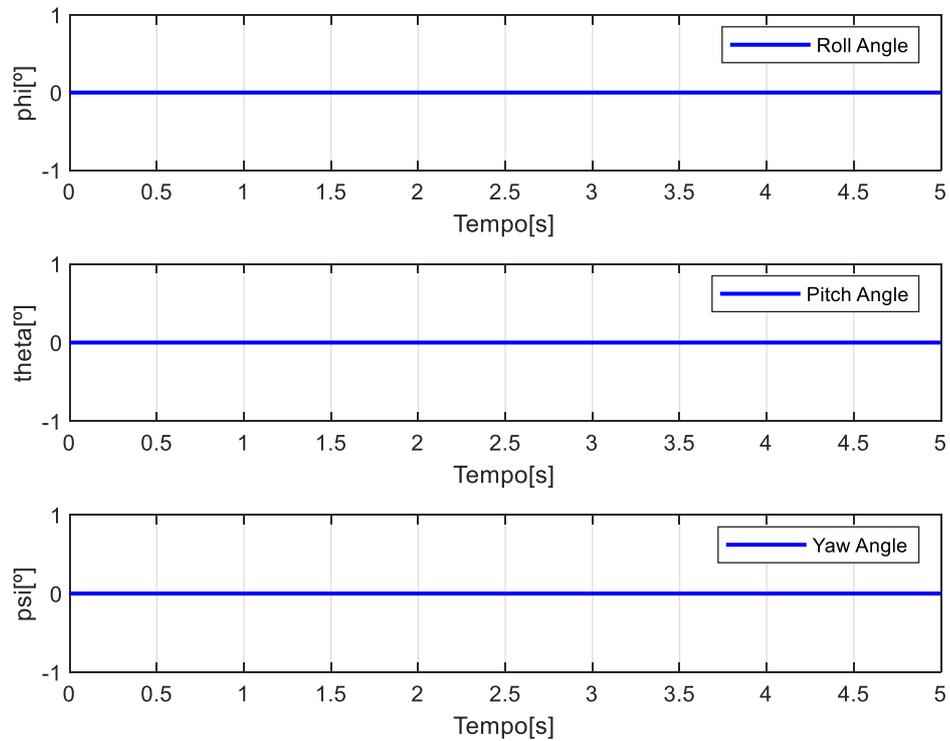
Primeiramente, é necessário verificar se o modelo que está sendo utilizado é controlável e observável. Foram obtidas duas matrizes,  $C_o$  para controlabilidade e  $O_b$  para observabilidade, A validação requer a análise dos postos, que são determinados após a decomposição em valores singulares, o posto de uma matriz é o número de valores singulares não nulos. Como resultado, as matrizes  $C_o$  e  $O_b$  possuem um total de 12 postos não nulos. Essa quantidade de postos está de acordo com os tamanhos das matrizes utilizadas, o que confirma que o modelo é controlável e observável. Com base nisso, pode-se prosseguir com a aplicação do controle.

### 5.1.2.1 Controle de Atitude

O controle LQR utiliza os torques e vetores de estados, conforme a equação (3.6), mas para o controle de atitude somente é usado os torques,  $u = [T_x T_y T_z]$ , para manter o ponto de equilíbrio. A análise consiste em alimentar o sistema com um ganho que representa voo pairado, para uma dada altura de referência, e observar se o modelo é capaz de se manter estável e sem variações dos ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  no tempo. Os resultados obtidos estão

apresentados na Figura 16:

Figura 16 – Gráfico da saída de atitude para o controlador LQR



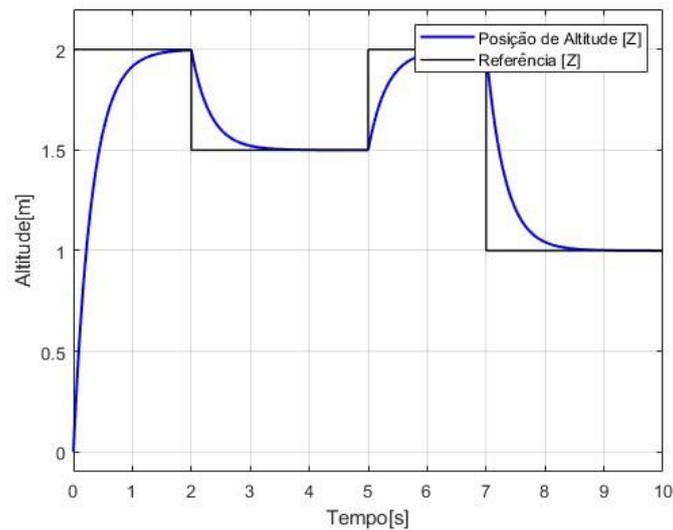
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se a estabilidade dos ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , que é indicativo de que o sistema permanece estável enquanto o veículo está operando em voo pairado. Com relação a atitude de referência, não há desvios, em decorrência de ajustes do controlador, ao longo da simulação nos torques e velocidades, para o veículo não variar sua posição angular e manter o voo estável.

### 5.1.2.2 Controle de Altitude

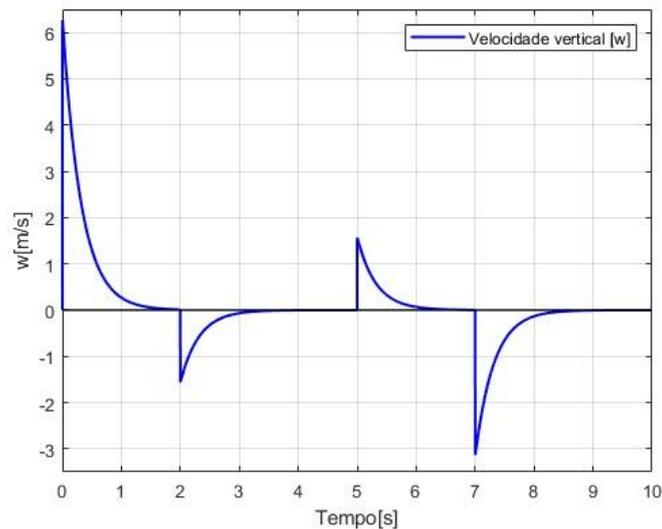
A Figura 17 ilustra a saída de altitude da aeronave após a simulação usando controle LQR. Analisando o gráfico, pode-se constatar que o veículo foi capaz de acompanhar o comando de referência.

Figura 17 – Gráfico da saída de altitude para o controlador LQR



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Gráfico da velocidade vertical  $w$

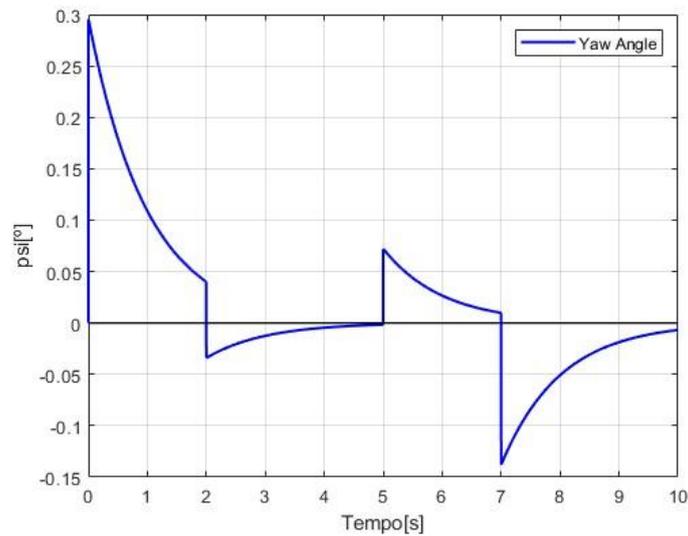


Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando a velocidade vertical  $w$  no tempo de simulação na Figura 18, observam-se picos de velocidade compatíveis com a variação de altitude e definindo que ao

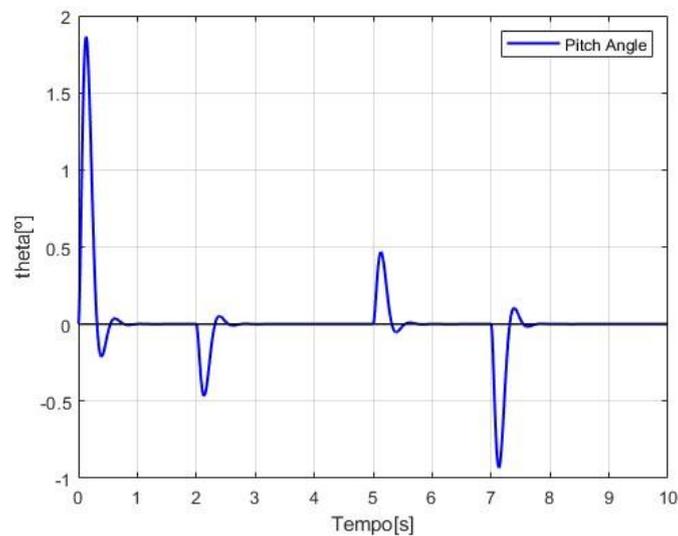
estar em voo pairado a velocidade  $w$  volta zero, mas para demonstrar que o quadricóptero mantém um voo estacionário, utilizam-se os ângulos de Euler, obtendo as variações desses ângulos durante a simulação, conforme ilustrado nas Figuras 19, 20 e 21:

Figura 19 – Gráfico da variação do ângulo Psi



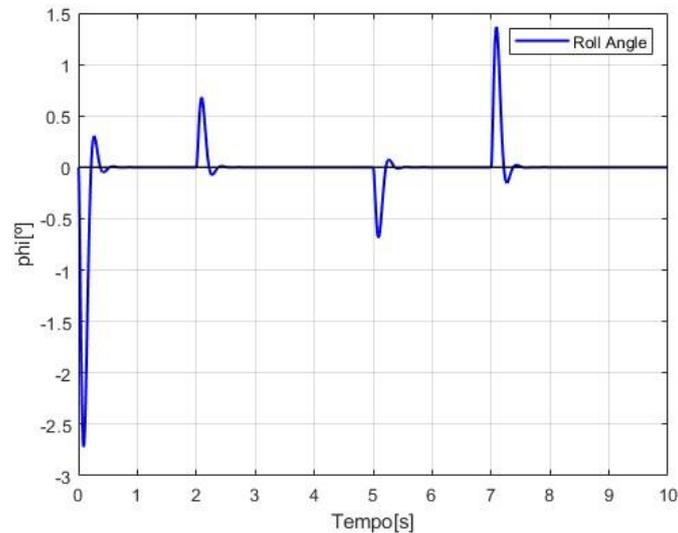
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Gráfico da variação do ângulo Theta



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Gráfico da variação do ângulo Phi



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se nos gráficos que em determinados momentos há uma variação na angulação do quadricóptero. Essa variação ocorre devido à mudança de altitude de referência da aeronave. No entanto, é possível verificar que após esses momentos, os ângulos retornam ao estado estacionário em zero, confirmando que a aeronave está em voo pairado. A avaliação do desempenho do controlador foi compilada na Tabela 2:

Tabela 2 – Avaliação do desempenho do controle LQR

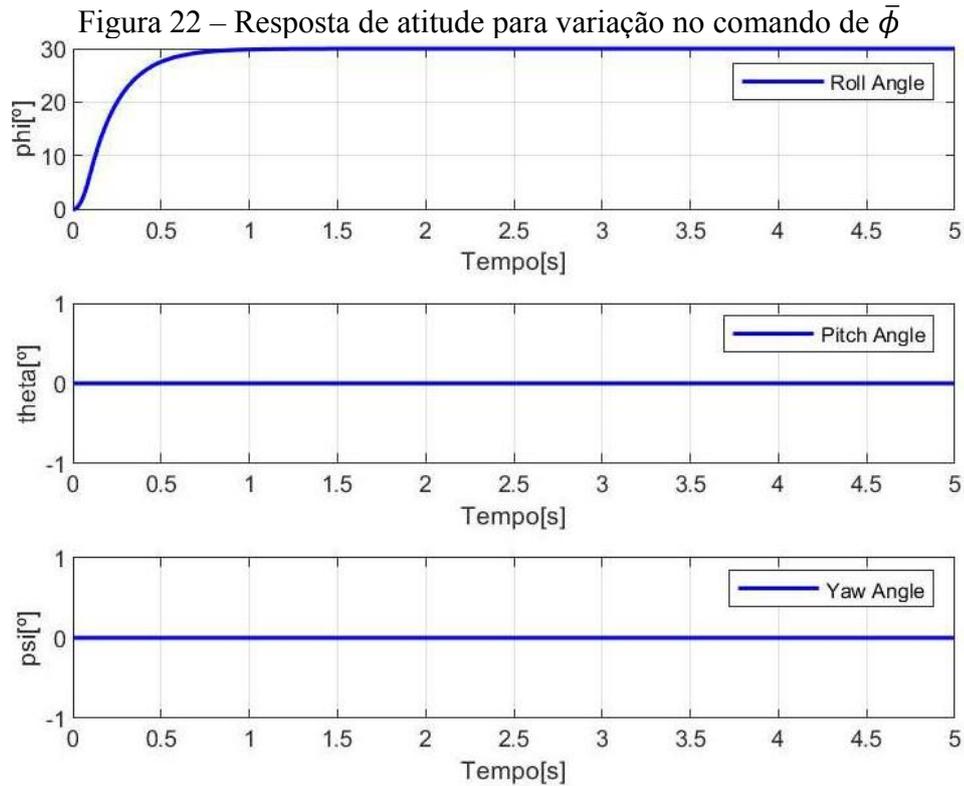
Tempo de estabilização	Erro em regime
2	0.005

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.3 PID

#### 5.1.3.1 Controle de Atitude

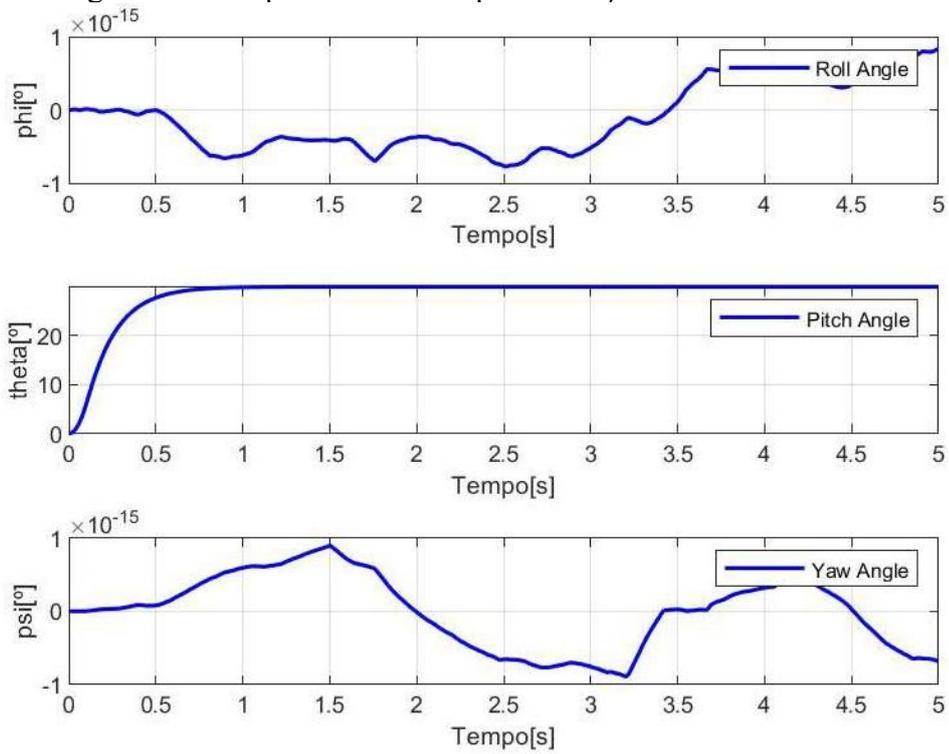
Para realizar o controle PID, é necessário obter as respostas temporais dos ângulos de Euler  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  para diferentes configurações de comando de atitude. Considerando um comando de atitude de  $\bar{\phi}=30^\circ$ , mantendo os comandos de  $\bar{\theta}$  e  $\bar{\psi}$  nulos, e desconsiderando o efeito do torque de perturbação, foram obtidas as respostas dos ângulos de Euler ilustrado na Figura 22. Observa-se que, a resposta temporal do ângulo Phi estabiliza em seu valor de referência. Nota-se também, que as respostas referentes aos demais graus de liberdade permanecem próximas de zero.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Mantendo a magnitude dos comandos  $\bar{\phi}$  e  $\bar{\psi}$  em zero e comandando  $\bar{\theta} = 30^\circ$ , obteve-se a resposta apresentada na Figura 23. Desse modo, verifica-se que a resposta referente ao ângulo Theta é idêntica a resposta do ângulo Phi da simulação anterior para comando em  $\bar{\phi}$ .

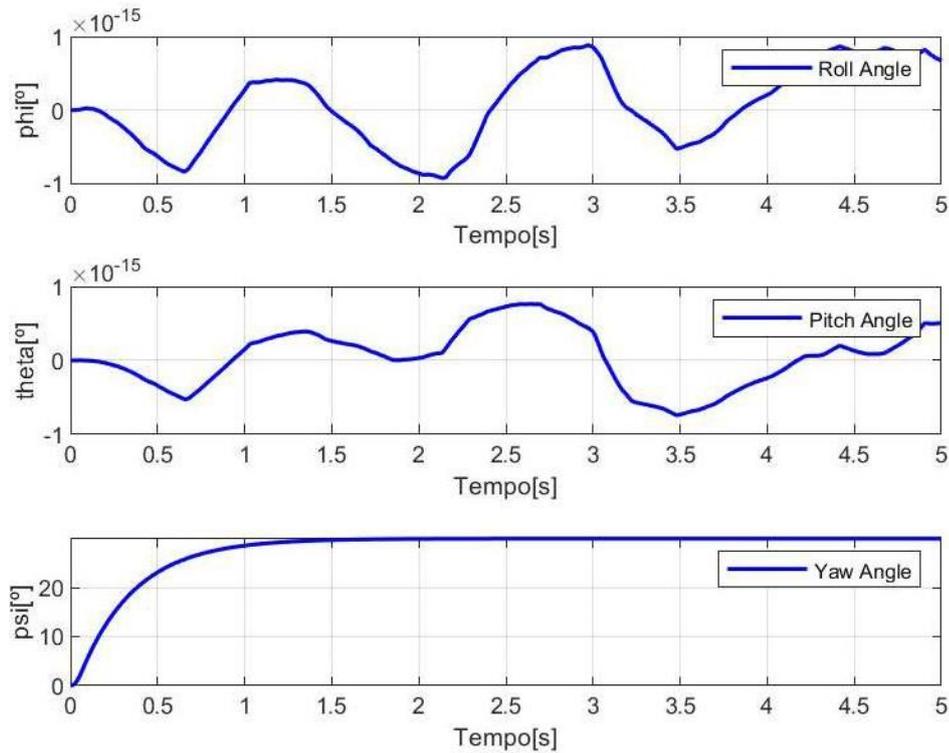
Figura 23 – Resposta de atitude para variação no comando de  $\bar{\theta}$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 24 observa-se o resultado para um sinal de comando individual de  $\bar{\psi}=30^\circ$ . O ângulo Psi responde, como esperado, para atingir o seu valor de referência.

Figura 24 – Resposta de atitude para variação no comando de  $\bar{\theta}$



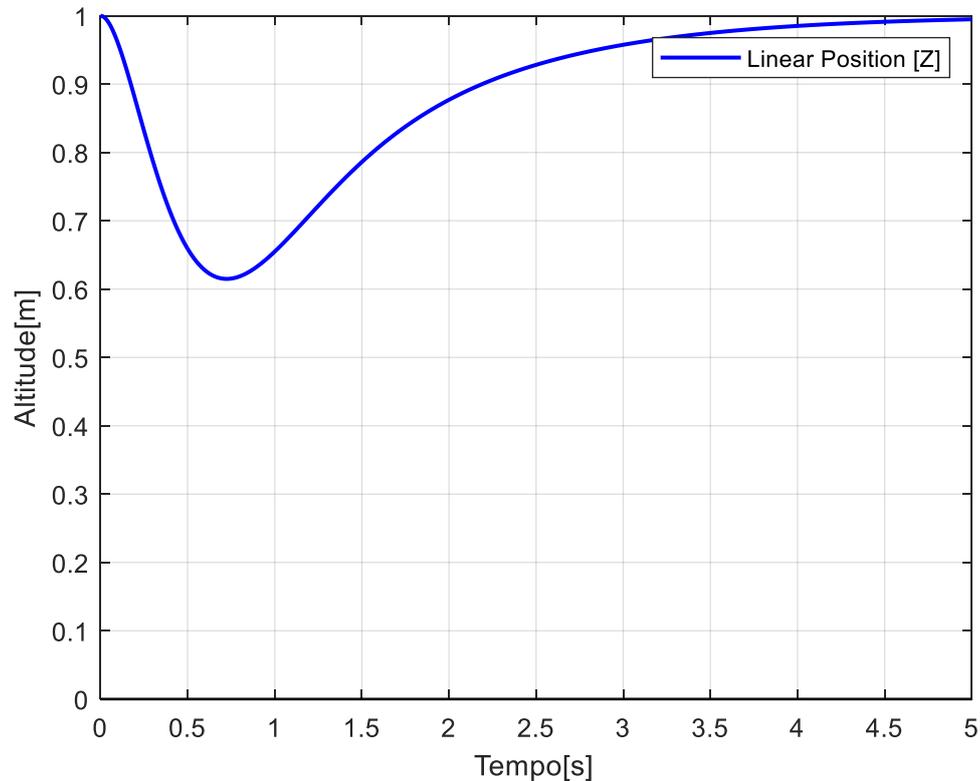
Fonte: Elaborado pelo autor.

Conclui-se que estes resultados para comandos individuais em  $\bar{\phi}$ ,  $\bar{\theta}$  e  $\bar{\psi}$  validam o controle considerando as dinâmicas, visto que foi possível controlar cada grau de liberdade da atitude do veículo separadamente. Após a validação do controle de atitude, é possível avançar para a parte de controle de altitude.

### 5.1.3.2 Controle de Altitude

Após o uso de comandos aplicados aos ângulos de Euler, os ganhos serão utilizados para implementar o controle da altitude durante o voo do quadricóptero. O controlador de altitude foi desenvolvido para utilizar ganhos proporcionais e derivativos, a fim de controlar o voo da aeronave com precisão e obter uma resposta de saída eficiente. Na Figura 25 apresenta-se o resultado na saída para o controlador de altitude:

Figura 25 – Gráfico da saída de altitude para o controlador PID



Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise da resposta de saída mostra que o veículo inicialmente desceu rapidamente, chegando a ficar 63% abaixo da altura de referência. Esse comportamento pode ser atribuído às características intrínsecas do sistema de controle. No entanto, o controlador PID atuou por 5 segundos, corrigindo a trajetória do drone e estabilizando-o à altura de referência. Essa dinâmica demonstra a capacidade do controlador em se adaptar a desvios iniciais e reestabelecer a estabilidade do sistema em um ambiente ideal. A avaliação do desempenho do controlador foi compilada na Tabela 3.

Tabela 3 – Avaliação do desempenho do controle PID

<b>Tempo de estabilização</b>	<b>Erro em regime</b>
5	0.63

Fonte: Elaborada pelo autor.

## 5.2 Discussões

### 5.2.1 *Comparação de Atitude*

Os resultados obtidos com o controle LQR da posição angular é preciso, estabilizando o voo pairado. O controlador atua continuamente para evitar alterações nos ângulos  $\psi$ ,  $\theta$  e  $\varphi$ , atuando no torque. Os resultados da simulação demonstram a eficiência do controle na execução dessas tarefas de forma consistente e confiável.

Com relação ao controle PID, o resultado obtido para os ângulos de Euler confirmou a eficácia do controle, considerando-se as dinâmicas envolvidas. Foi possível controlar cada grau de liberdade, de modo que os ângulos atingiram o valor de referência estabelecido sem apresentar erros ou desvios. Isso indica que o controle de atitude é eficaz e capaz de manter o veículo em voo pairado de forma estável.

Desta forma, ambos os controles relacionados à atitude foram eficazes, embora operando diferentemente no teste de controle.

### 5.2.2 *Comparação de Altitude*

Em relação a altitude, o controlador PID apresentou um tempo de estabilização maior que o controlador LQR, sendo respectivamente, 5 e 2 segundos. Além disso, o erro em regime também foi significativamente maior para o controlador PID, com valores de erro em regime 0,63 em comparação a 0,005 para o controlador LQR. Isso indica que o erro apresentado pelo controlador PID influenciou no tempo necessário para que o modelo atingisse a altura de referência estabelecida. No entanto, também é importante ressaltar que o modelo demonstrou capacidade de controlar o veículo e se adaptar a situações de desvio, permitindo assim a conclusão da tarefa definida.

Nesse ensaio, o modelo LQR demonstrou ser estável e confiável. Desde o momento da decolagem, todo o tempo e esforço foram dedicados exclusivamente para atingir a altitude de referência e concluir a tarefa atribuída. O LQR mostrou uma excelente capacidade de controle, adaptando-se facilmente as variações. Mesmo diante de desvios controlados, seu desempenho foi excepcional, mantendo o drone na trajetória desejada.

Este resultado é corroborado pelo trabalho de (ASHIS; SHARMA, 2019), que para simulações de controles similares, utilizando o mesmo modelo de quadricóptero, encontrou resultados semelhantes, afirmando que o controle LQR é superior ao PID quando empregado a estabilização da altitude.

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como foco principal a modelagem e controle de um quadricóptero *Parrot Rolling Spider*, utilizando as abordagens de controles dinâmicos. Para a modelagem do sistema foi considerado parâmetros e informações disponíveis na literatura pertinente ao tema e em plataforma de controle simulado. Escolheu-se dois métodos para a implementação: o controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e o controle Regulador Linear Quadrático (LQR), além do uso da plataforma de *software Matlab/Simulink* com o intuito de simular o modelo e implementar os controles para avaliar qual atuaria com melhor performance.

Para atender aos controladores selecionados, foi determinado um modelo de sistema dinâmico não-linear para a aeronave. Desse modo buscou-se obter a forma generalizada do espaço de estados, assumindo uma atitude zero e utilizando um ponto de equilíbrio com valor de entrada constante. Em seguida, o sistema foi linearizado e aplicado ao modelo, para utilizá-lo no controle.

Os métodos de controle PID e o LQR por realimentação de estado foram eficazes para a da atitude e altitude do quadricóptero. A arquitetura mais útil depende do objetivo específico do controle. O controle PID foi eficiente, mas o controle LQR é mais adequada para o sistema linear utilizado. As simulações foram úteis para testar os controles, avaliando a eficiência e a estabilidade do sistema. Permitindo a realização de testes em um ambiente controlado

O modelo LQR apresentou um erro em regime e tempo de estabilização, respectivamente, respostas 99% e 60% menores que os produzidos pelo controle PID. Conclui-se que o modelo de controle de estados com os melhores resultados, para modelagem matemática do controle de altitude em quadricópteros *Parrot Rolling Spider*, é o controle LQR, em razão de sua confiabilidade e melhor adequação ao sistema.

### 6.1 Trabalhos futuros

Após a finalização do estudo elenca-se as seguintes possibilidades de trabalhos futuros:

- Realizar experimentos práticos comparativos com o quadricóptero real em laboratório, a fim de obter um contraste mais preciso e um desenvolvimento mais aprofundado.

- Ser realizados no hardware real, fazendo uso do pacote de suporte do minidrone Parrot do Simulink que vem do conjunto de blocos Aerospace;
- Explorar outras técnicas de controle, como o controle avançado ou o controle adaptativo, que podem ser mais adequadas e eficientes.
- Escalonamento de Ganhos: Se os estados da planta se afastam do ponto de equilíbrio, o modelo linear considerado pode não ser mais adequado para o modelo real do sistema. Esta técnica implementa o cálculo de ganhos lineares em torno de diversos pontos de operação da planta

## REFERÊNCIAS

AI-YOUNES, Y.; JARRAH, M. A. Attitude stabilization of quadrotor UAV using backstepping fuzzy logic & backstepping least-mean-square controllers. *In: 5th INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MECHATRONICS AND ITS APPLICATIONS*. 2008, Amman, Jordan: IEEE. **Anais** [...]. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4648868/authors#authors> Acesso em: 22 nov. 2023.

AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL (ANAC). **Veículo aéreo não tripulado - VANT**. 2014. Disponível em: [https://www2.anac.gov.br/anacpedia/sig\\_por/tr735.htm](https://www2.anac.gov.br/anacpedia/sig_por/tr735.htm) Acesso em: 22 fev. 2023.

ASHIS, C. K.; SHARMA, K. R. Dynamic modeling and altitude control of Parrot Rolling Spider using LQR. *In: 2nd INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT COMPUTING, INSTRUMENTATION AND CONTROL TECHNOLOGIES (ICICICT)*. 2, 2019, Kannur, India: IEEE. **Anais** [...]. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8993150> Acesso em: 22 nov. 2023.

BOUABDALLAH, S.; SIEGWART, R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION*. 2005, Barcelona, Spain: IEEE. **Anais** [...]. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1570447> Acesso em: 22 nov. 2023.

CHOBOTOV, V. A. **Spacecraft attitude dynamics and control**. Florida(EUA): Krieger Publishing Company, 1991. 161p.

DÀ-JIĀNG INNOVATIONS SCIENCE AND TECHNOLOGY CO (DJI). **DJI Mavic 3 Classic**. 2021. Disponível em: <https://www.lojadji.com.br/dji-mavic-3-classic-fmc-rc-dji023> Acesso em: 14 fev. 2023.

GOEBEL, G. **File: Interstate TDR-1 "assault drone" at the National Museum of Naval Aviation**. 2007. Disponível em: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interstate\\_TDR-1\\_on\\_display\\_at\\_Naval\\_Aviation\\_Museum.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interstate_TDR-1_on_display_at_Naval_Aviation_Museum.jpg) Acesso em: 14 fev. 2023.

HUME, G. **Kettering Aerial Torpedo** - taken at the National Museum of the USAF. 2005. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:KetteringAerialTorpedo.jpg> Acesso em: 14 fev. 2023.

KEANE, J. F.; CARR, S. S. A Brief History of Early Unmanned Aircraft. **Johns Hopkins APL Technical Digest**. v. 32, n. 3, p. 558-571, 2013. Disponível em: <https://secwww.jhuapl.edu/techdigest/Content/techdigest/pdf/V32-N03/32-03-Keane.pdf> Acesso em: 22 fev. 2023.

KUIPERS, J. B. **Quaternions and rotation sequences: a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality**. Nova Jersey (EUA): Princeton University Press, 1999. 400p.

LEISHMAN, J. G. **A history of helicopter flight**. 2000. Disponível em: <https://www.aviatorsdatabase.com/wp-content/uploads/2013/07/A-History-of-Helicopter-Flight-.pdf> Acesso em: 14 fev. 2023.

LIMA, G. V. **Modelagem dinâmica e controle para navegação de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero**. 2015. 119 f. . Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) -Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/14608/1/ModelagemDinamicaControle.pdf> Acesso em: 14 fev. 2023.

MATHWORKS. **Hardware Support**. 2023. Disponível em: [https://www.mathworks.com/help/releases/R2022b/index.html?s\\_tid=CRUX\\_lftnav](https://www.mathworks.com/help/releases/R2022b/index.html?s_tid=CRUX_lftnav). Acesso em: 11 jul 2023.

NICOL, C.; MACNAB, C. J. B.; RAMIREZ-SERRANO, A. Robust neural network control of a quadrotor helicopter. *In: CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING*. 2008, Niagara Falls, ON, Canada: IEEE. **Anais [...]**. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4564736> Acesso em: 22 nov. 2023.

NICULA, M. T. **Estudo, Análise e Simulação das Técnicas de Sintonia de Controladores PID mais Empregadas Atualmente em Plantas Industriais**. 2010. 120 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação em Engenharia Mecatrônica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

NOORDIN, A.; BASRI, M. A. M.; MOHAMED, Z. Simulation and experimental study on PID control of a quadrotor MAV with perturbation. **Bull Electr Engineer Infor.**, v. 9, n, 5, p. 1811-1818, 2020.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2011.

PARROT. **Support documentation Rolling Spider**. 2019. Disponível em: <https://www.parrot.com/en/support/documentation/rolling-spider>. Acesso em: 14 fev. 2023.

SÁ, R. C. **Construção, modelagem dinâmica e controle PID para estabilidade de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadrimotor**. 2012. 67f. Dissertação (Engenharia de Teleinformática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. Disponível em: [https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/4097/1/2012\\_dis\\_rcsa.pdf](https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/4097/1/2012_dis_rcsa.pdf) Acesso em: 21 fev. 2023.

SANTOS, D. A. **MP-272: controle e navegação de multicópteros**. 2017. Disponível em: <https://docplayer.com.br/51182483-Ii-modelagem-matematica-cont.html> Acesso em: 31 mar. 2023.

SHUSTER, M. D. A survey of attitude representations. **J Astronautical Sci.**, v. 41, n. 4, 439-517, 1993.

VALAVANIS, K. P. **Advances in Unmanned Aerial Vehicles: Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering**. Berlim: Springer, 2007. 568p.

VIANA, Í, B. **Experimental evaluation of a formation control for quadcopters with obstacle deviation and collision avoidance**. 2017. 113f. Tese (Doutorado em Ciências) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.

VIANA, Í. B.; SANTOS, D. A.; GÓES, L. C. S.; PRADO, I. A. A. Distributed formation flight control of multicopter helicopters. **J Control Autom Electr Sys.**, v. 28, n. 4, p. 502-515, 2017.

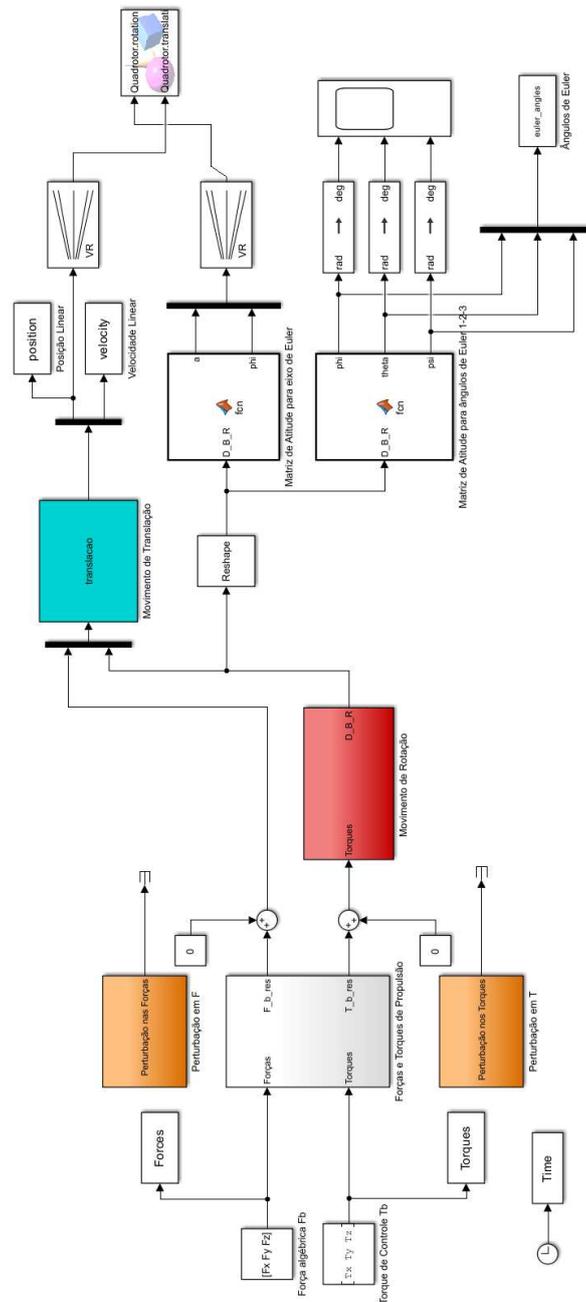
WASLANDER, S. L.; HOFFMANN, G. M.; JANG, J. S.; TOMLIN, C. J. Multi-agent quadrotor testbed control design: integral sliding mode vs. reinforcement learning. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS. 2005, Edmonton, AB, Canada: IEEE. **Anais [...]**. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1545025> Acesso em: 22 nov. 2023.

WERNER, A. **Modelagem e controle de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadrotor**. 2022. 57f. TCC Engenharia Aeroespacial. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2022.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. Berlim: Springer Science & Business Media, 1978. 876p.

## APENDICE A – SIMULINK DO MODELO DE QUADRICÓPTERO

O desenvolvido a modelagem do diagrama para realizar simulações do modelo do Parrot Rolling Spider com a aplicação de diferentes configurações de forças e torques nos eixos X, Y e Z. Analisou-se o desempenho do quadricóptero quanto aos ângulos de Phi, Theta e Psi e variação de posição.



```

clc
clear

%TESTES USANDO VALORES DO PARROT ROLLING SPIDER
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Este script tem por objetivo inicializar os parâmetros do modelo de
% cinemática e dinâmica do movimento translacional do quadricóptero
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Inicialização das variáveis de estado - Translação

x_init = [0 0 1 0 0 0]'; % [x y z Vx Vy Vz];

% Inicialização das DCMs - Cinemática de Rotação

D_B_R_init = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];

% Inicialização das Velocidades Angulares (wx,wy,wz) - Dinâmica de Rotação

W_B_R_init = [0;0;0];

% Matriz de Inércia do Veículo

J_B = [0.0000686 0 0; 0 0.000092 0; 0 0 0.0001366];

J_B_inv = inv(J_B);

% Rotor
kf = 0.0107;           %(constante de força)
k_tau = 0.00078264;    %(constante de torque)

% Propriedades Físicas do Veículo
l = 0.0624;           %(comprimento do braço - m)
m = 0.068;           %(massa do veículo - kg)

% Características do Motor
Km = 0.08;           %(ganho do modelo do motor + esc)
Tauf = 0.005;        %(constante de tempo do modelo do motor+esc)
w_max = 10000;       %(máxima velocidade angular do rotor)

% Modelo de Perturbação
alfa_f = 1;          %(modelo de força de perturbação)
beta_f = 0.3;        %(modelo de força de perturbação)
alfa_tau = 0.01;     %(modelo de torque de perturbação)
beta_tau = 0.3;      %(modelo de torque de perturbação)

g = 9.81;           %(gravidade)

% Relação entre as constantes k_tau e kf

k = k_tau/kf;

mynumber = input('Entre com o tipo de variação no comando desejado: F_z [1],
T_x [2], T_y [3], T_z [4], F e T simultâneos [5]');

```

```

% Valores de comando utilizados

switch mynumber
case 1
    Fx = 0;    % [N]
    Fy = 0;    % [N]
    Fz = 100;  % [N]
    Tx = 0;    % [N.m];
    Ty = 0;    % [N.m];
    Tz = 0;    % [N.m];
case 2
    Fx = 0;    % [N]
    Fy = 0;    % [N]
    Fz = 9.8;  % [N]
    Tx = 0.005;%[N.m];
    Ty = 0;    % [N.m];
    Tz = 0;    % [N.m];
case 3
    Fx = 0;    % [N]
    Fy = 0;    % [N]
    Fz = 9.8;  % [N]
    Tx = 0;    % [N.m];
    Ty = 0.005;%[N.m];
    Tz = 0;    % [N.m];
case 4
    Fx = 0;    % [N]
    Fy = 0;    % [N]
    Fz = 12;   % [N]
    Tx = 0;    % [N.m];
    Ty = 0;    % [N.m];
    Tz = 0.05; % [N.m];
otherwise
    Fx = 0;    % [N]
    Fy = 0;    % [N]
    Fz = 10;   % [N]
    Tx = 0.001; % [N.m];
    Ty = 0.001; % [N.m];
    Tz = 0;    % [N.m];
end

% Seleção da configuração do quadricóptero

% config = 0; % +
config = 1; % X

if config == 0

% Matriz caso quadricóptero em +
Qui_q = [1 1 1 1;
         0 -1 0 1;
         -1 0 1 0;
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);

else

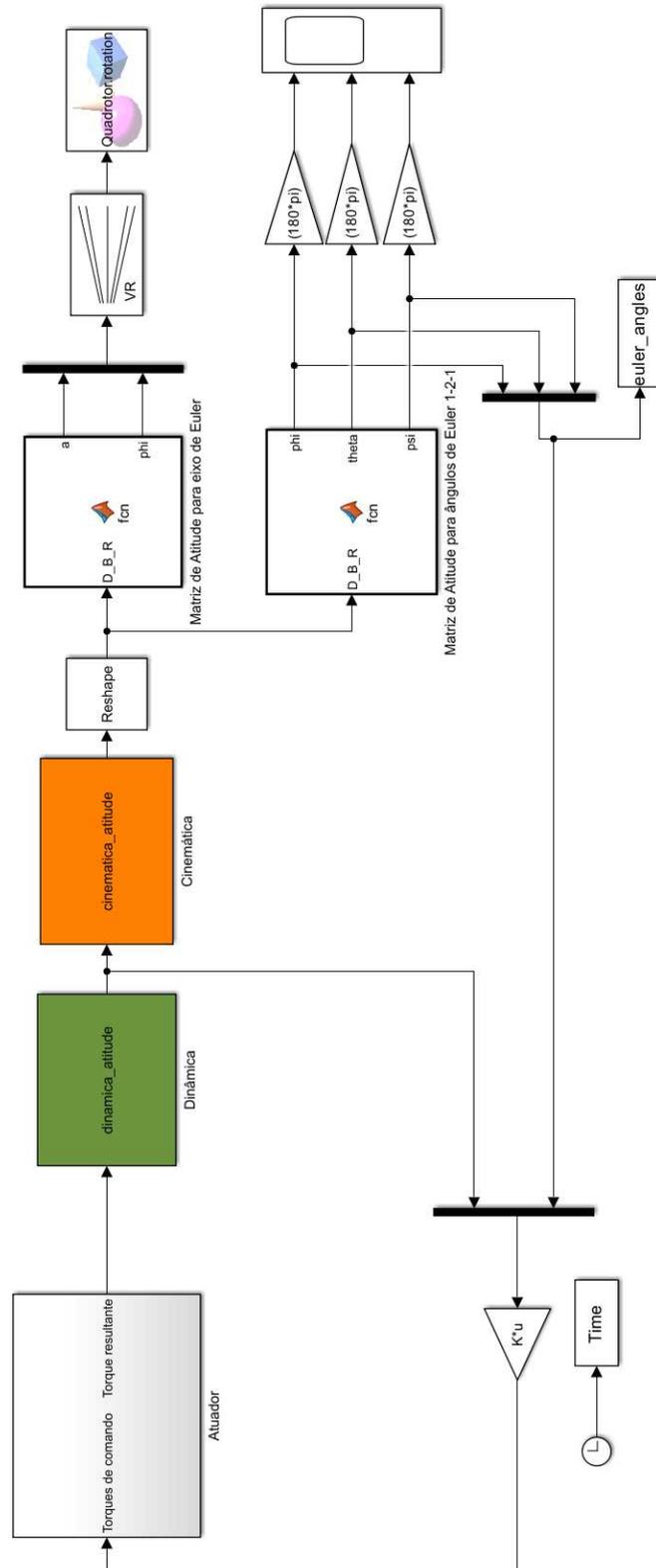
```

```
% Matriz caso quadricóptero em X
Qui_q = [1 1 1 1;
         (-0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1);
         (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1);
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);
end
```

## APENDICE B – SIMULINK DE CONTROLE DE ATITUDE - LQR

A aplicação do controle para a atitude tem como objetivo a estabilização e orientação da aeronave em relação aos ângulos de Euler, a fim de otimizar o desempenho.



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Este script tem por objetivo inicializar os parâmetros do modelo de
% cinemática e dinâmica do movimento translacional do quadricóptero
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Modelo no Espaço de Estados - Quadricóptero

clc
clear all
close all

g = 9.8;                %(gravidade)

% Rotor
k_tau = 0.00078264;    %(constante de torque)
kf = 0.0107;          %(constante de força)

% Relação entre as constantes k_tau e kf

k = k_tau/kf;

% Inicialização das DCMs

D_B_R_init = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];

W_B_R_init = [0;0;0];

% Matriz de Inércia do Veículo

J_B = [0.0000686 0 0; 0 0.000092 0; 0 0 0.0001366];

J_B_inv = inv(J_B);

Ix = J_B(1,1);
Iy = J_B(2,2);
Iz = J_B(3,3);

% Propriedades Físicas do Veículo
l = 0.0624;            %(comprimento do braço - m)
m = 0.068;            %(massa do veículo - kg)

A = [0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 -g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0];

```

```

B = [0 0 0 0;
      0 0 0 0;
      0 0 0 0;
      0 1/Ix 0 0;
      0 0 1/Iy 0;
      0 0 0 1/Iz;
      0 0 0 0;
      0 0 0 0;
      1/m 0 0 0;
      0 0 0 0;
      0 0 0 0;
      0 0 0 0];

C = [0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0];

Q = diag([0.00001, 0.001, 0.001, 0.001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 150,
150, 150, 150]);

R = diag([0.001,0.001,0.001,0.001]);

Co = ctrb(A,B); % Matriz de controlabilidade
O = obsv(A,C); % Matriz de observabilidade
s1 = svd(Co); %Decomposição em valores singulares para Co
s2 = svd(O); %Decomposição em valores singulares para Ob

K = lqr(A,B,Q,R);

K_tau_x_1 = K(2,4:6);
K_tau_x_2 = K(2,10:12);

K_tau_y_1 = K(3,4:6);
K_tau_y_2 = K(3,10:12);

K_tau_z_1 = K(3,4:6);
K_tau_z_2 = K(3,10:12);

K_hover = [K_tau_x_1 K_tau_x_2;
           K_tau_y_1 K_tau_y_2;
           K_tau_z_1 K_tau_z_2];

```





```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Este script tem por objetivo inicializar os parâmetros do modelo de
% cinemática e dinâmica do movimento rotacional do quadricóptero
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc
clear all

f_min = 0.5;
f_barra = 9.8;

Fx = 0;    %[N];
Fy = 0;    %[N];
Fz = 9.8;  %[N];
% Rotor
k_tau = 0.00078264;    %(constante de torque)
kf = 0.0107;          %(constante de força)

% Propriedades Físicas do Veículo
l = 0.0624;           %(comprimento do braço - m)
m = 0.068;           %(massa do veículo - kg)

% Características do Motor
Km = 0.085;          %(ganho do modelo do motor + esc)
Tauf = 0.005;        %(constante de tempo do modelo do motor+esc)
w_max = 10000;       %(máxima velocidade angular do rotor)

% Modelo de Perturbação
alfa_f = 1;          %(modelo de força de perturbação)
beta_f = 0.3;        %(modelo de força de perturbação)
alfa_tau = 0.01;     %(modelo de torque de perturbação)
beta_tau = 0.3;      %(modelo de torque de perturbação)

g = 9.8;             %(gravidade)

% Relação entre as constantes k_tau e kf
k = k_tau/kf;
% Sinais de referência de atitude

phi_d = 30*(pi/180) ;
theta_d = 0*(pi/180);
yaw_d = 0*(pi/180);

% Inicialização das DCMs
D_B_R_init = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
W_B_R_init = [0;0;0];

% Matriz de Inércia do Veículo
J_B = [0.0000686 0 0; 0 0.000092 0; 0 0 0.0001366];
J_B_inv = inv(J_B);

```

```

%% Projeto do Controlador

% % Pólos desejados
%
lambda = -10;

% Controlador roll

K_p_x = 2;
K_d_x = 0.4;

% Controlador pitch

K_p_y = 2;
K_d_y = 0.4;

% Controlador yaw

K_p_z = 3;
K_d_z = 1;

% Cálculo das saturações

f_min = 0.5;
f_barra = 9.8;

% Quadricóptero Q+

Tau_x_max = -2*f_min + 0.5*f_barra;
Tau_y_max = -2*f_min + 0.5*f_barra;
Tau_z_max = -4*k*f_min + k*f_barra;

% Quadricóptero QX

Tau_x_max = -2*(2^0.5)*f_min + 0.5*(2^0.5)*f_barra;
Tau_y_max = -2*(2^0.5)*f_min + 0.5*(2^0.5)*f_barra;
Tau_z_max = -4*k*f_min + k*f_barra;

% Hexacóptero

Tau_x_max = -2*(3^0.5)*f_min + (1/3)*(3^0.5)*f_barra;
Tau_y_max = -4*f_min + (2/3)*f_barra;
Tau_z_max = -6*k*f_min + k*f_barra;

% Seleção da configuração do quadricóptero

%config = 0; % +
config = 1; % X

if config == 0

% Matriz caso quadricóptero em +
Qui_q = [1 1 1 1;
         0 -1 0 1;
         -1 0 1 0;
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);

else

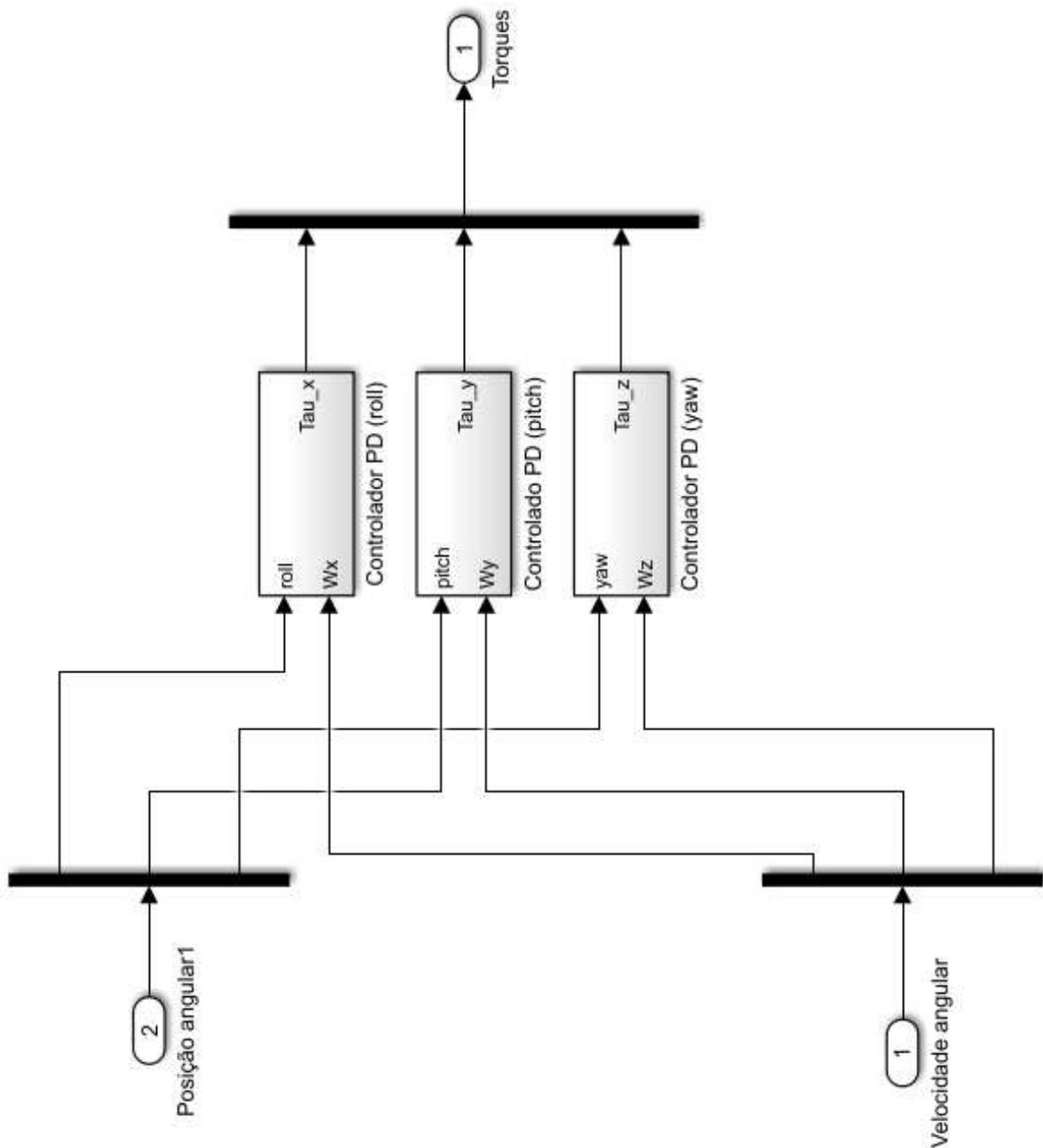
```

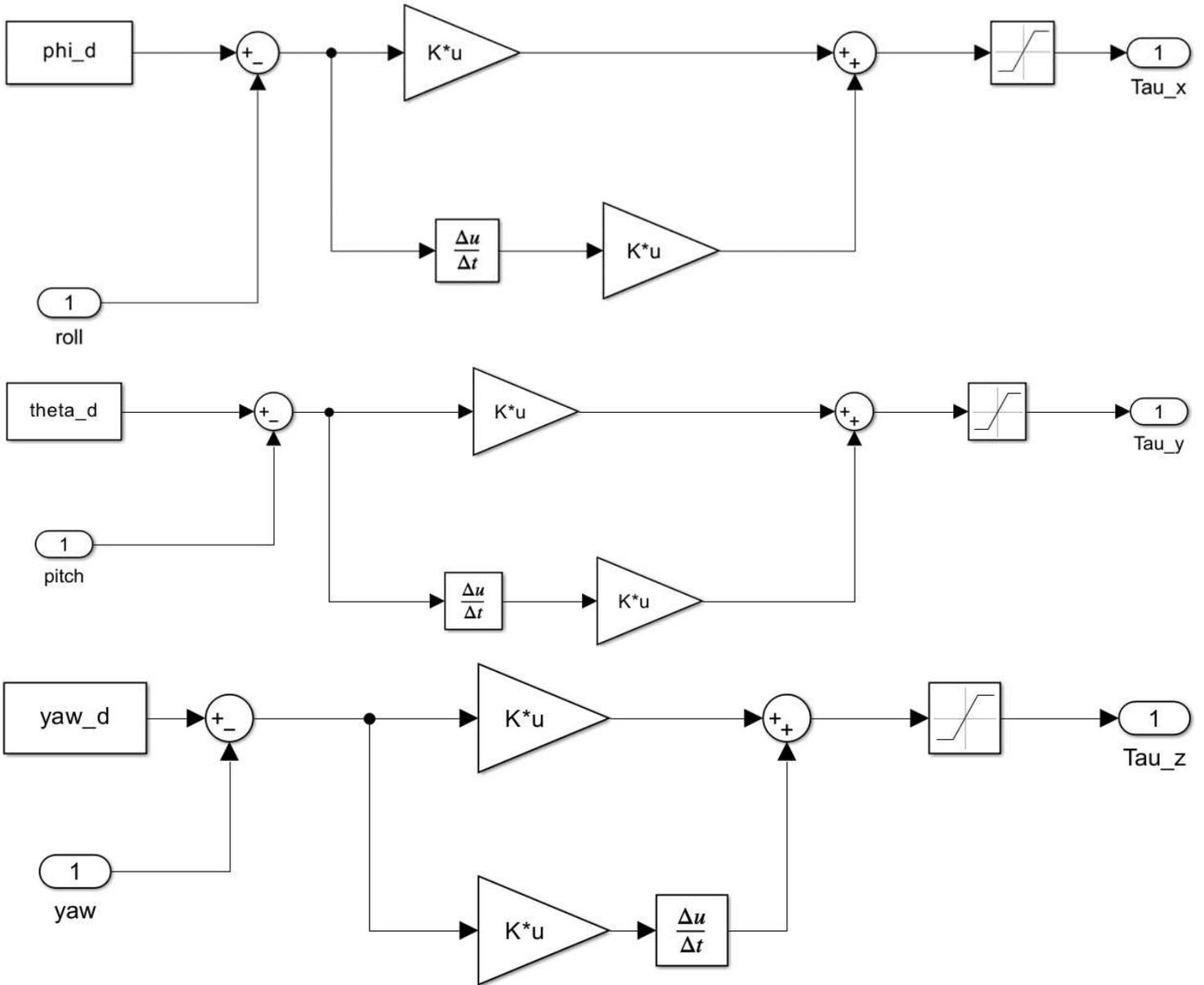
```

% Matriz caso quadricóptero em X
Qui_q = [1 1 1 1;
         (-0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1);
         (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1);
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);
end

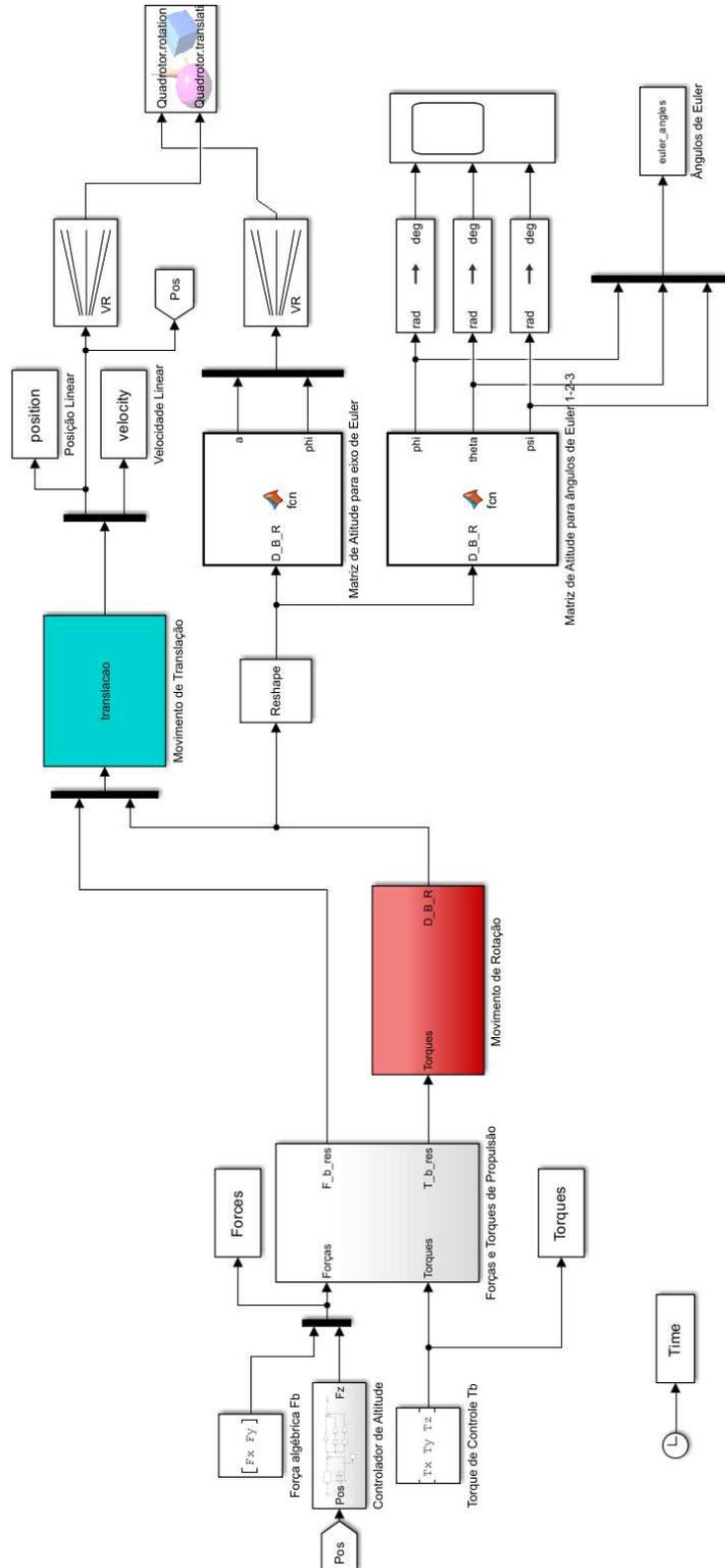
```





## APENDICE E – SIMULINK DO CONTROLE DE ALTITUDE - PID

Os ganhos proporcionais e derivativos são aplicados de acordo com o diagrama abaixo, e a eficiência do voo do quadricóptero será avaliada em relação à altitude definida e ao controle de estabilização durante a realização da tarefa.



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Este script tem por objetivo inicializar os parâmetros do modelo de
% cinemática e dinâmica do movimento translacional do quadricóptero
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
clear all
% Inicialização das variáveis de estado - Translação

x_init = [0 0 0 0 0 0]'; % [x y z Vx Vy Vz];

% Inicialização das DCMs - Cinemática de Rotação

D_B_R_init = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];

% Inicialização das Velocidades Angulares (wx,wy,wz) - Dinâmica de Rotação

W_B_R_init = [0;0;0];

% Matriz de Inércia do Veículo

J_B = [0.0000686 0 0; 0 0.000092 0; 0 0 0.0001366];

J_B_inv = inv(J_B);

% Rotor
k_tau = 0.0107;          %(constante de torque)
kf = 0.00078264;        %(constante de força)

% Propriedades Físicas do Veículo
l = 0.0624;             %(comprimento do braço - m)
m = 0.068;              %(massa do veículo - kg)
% Características do Motor
Km = 0.085;             %(ganho do modelo do motor + esc)
Taum = 0.004718;        %(constante de tempo do modelo do motor+esc)
w_max = 10000;          %(máxima velocidade angular do rotor)

g = 9.8;                %(gravidade)

% Relação entre as constantes k_tau e kf

k = k_tau/kf;

% Ganhos do controlador de altitude

K_p_alt = 150;
K_d_alt = 50;
K_i_alt = 110;

% Seleção da configuração do quadricóptero

%config = 0; % +
config = 1; % X

if config == 0

```

```

% Matriz caso quadricóptero em +
Qui_q = [1 1 1 1;
         0 -1 0 1;
         -1 0 1 0;
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);

else

% Matriz caso quadricóptero em X
Qui_q = [1 1 1 1;
         (-0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1);
         (-0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (0.5*sqrt(2)*1) (-0.5*sqrt(2)*1);
         k -k k -k];

Qui_q_inv = inv(Qui_q);
end

```

