



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ – UFC
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E
CONTABILIDADE – FEAAC
PROGRAMA DE ECONOMIA PROFISSIONAL – PEP

RAFAEL GONÇALVES ZIDAN

CURVA DE JUROS E INDICADORES MACROECONÔMICOS NO BRASIL: UMA
ANÁLISE DA REGRA DE TAYLOR POR WAVELETS

FORTALEZA

2024

RAFAEL GONÇALVES ZIDAN

CURVA DE JUROS E INDICADORES MACROECONÔMICOS NO BRASIL: UMA
ANÁLISE DA REGRA DE TAYLOR POR WAVELETS

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Economia Profissional – PEP, da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Economia do Setor Público.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos

FORTALEZA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Z62c Zidan, Rafael Gonçalves.
Curva de juros e indicadores macroeconômicos no Brasil: uma análise da regra de Taylor por wavelets /Rafael Gonçalves Zidan. – 2024.
46 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade, Mestrado Profissional em Economia do Setor Público, Fortaleza, 2024.

Orientação: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos.

1. Curva de juros. 2. Regra de Taylor. 3. Wavelet. 4. Ciclos. I. Título.

CDD 330

RAFAEL GONÇALVES ZIDAN

CURVA DE JUROS E INDICADORES MACROECONÔMICOS NO BRASIL: UMA
ANÁLISE DA REGRA DE TAYLOR POR WAVELETS

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Economia Profissional – PEP, da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Economia do Setor Público.

Aprovada em: **8 de fevereiro de 2024.**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Cristiano da Costa da Silva
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Jaime de Jesus Filho
Universidade de Fortaleza (UNIFOR)

AGRADECIMENTOS

Ao escrever estas linhas de agradecimento, palavras parecem insuficientes para expressar a imensidão de minha gratidão e amor às pessoas extraordinárias que me acompanharam nesta jornada. Cada uma delas deixou marcas indeléveis em minha vida e nesta conquista.

Ao meu querido pai, Emir Elias Zidan, cuja força e sabedoria foram minha rocha e farol. Sua presença e seu apoio constante foram a base sobre a qual construí meus sonhos e aspirações.

À minha mãe, Denise Gonçalves Zidan, fonte inesgotável de amor e apoio. Mãe, suas palavras de incentivo e seu inabalável acreditar em mim iluminaram os caminhos mais escuros desta jornada.

Aos meus filhos, Theo e Gabriel, vocês são minha fonte de energia, a razão pela qual persisto e busco ser uma versão melhor de mim mesmo a cada dia. Impossível expressar em palavras o que sinto por vocês.

À minha irmã, Carolina, e meu cunhado, Rodrigo, gratidão pelo apoio de sempre. Obrigado pelos sobrinhos lindos que tenho, Eduardo e Felipe.

Aos meus avós "*in memoriam*", Maria José Gonçalves Ferreira, José Gonçalves Ferreira, Elias Ibrahim Zidan e Tamine Lattouf Zidan cujas histórias e ensinamentos são o tecido da nossa história familiar. Me ensinaram a valorizar nossas raízes e a força que vem delas.

À minha esposa, Juliana, minha companheira, confidente e maior incentivadora. Com você sou forte, feliz e completo. Deus é maravilhoso, Ele realmente sabe o que faz.

E à minha "Sogra", Dona Vilma, que me acolheu com tanto amor. Obrigado por confiar em mim. Sou abençoado por tê-la em minha vida.

Ao meu orientado Paulo Matos pela ajuda e direcionamento e a banca examinadora pela sua contribuição para o texto final.

Cada um de vocês tem um papel especial nesta conquista. Sem sua presença, apoio e amor, as páginas desta dissertação não teriam a mesma significância. Obrigado por estarem ao meu lado, nos momentos de desafio e celebração. Esta conquista é nossa.

Com todo o meu amor e gratidão,

Rafael Gonçalves Zidan.

RESUMO

Nessa dissertação buscou-se compreender a relação, ao longo do tempo, entre os componentes da regra de Taylor (juros, inflação e produto). Para o componente juros foi estimada conforme o modelo de Nelson uma curva de juros e extraídas os componentes de nível, curvatura e inclinação, para o produto usamos como proxy o IBC-Br, os dados foram extraídos do Banco Central do Brasil para o período de janeiro de 2004 a outubro de 2023. O segundo passo da metodologia foi a análise no domínio do tempo-frequência, onde se analisou a relação das variáveis ao longo do tempo com a frequência de seus ciclos. Por meio dessas duas metodologias foi possível analisar a relação cíclica entre as variáveis de inflação e gap do produto com os componentes da curva de juros. Os resultados revelaram que, em sua maioria, tanto o gap do produto quanto a inflação precedem a curva de juros. Além disso, a análise identificou predominantemente ciclos de curto prazo nas relações entre essas variáveis. Essas descobertas sugerem uma dinâmica complexa e possíveis interações causais entre as variáveis econômicas estudadas, destacando a importância da análise de séries temporais no contexto financeiro e macroeconômico.

Palavras-chave: Curva de juros. Regra de Taylor. *Wavelet*. Ciclos.

ABSTRACT

In this dissertation, we sought to understand the relationship over time between the components of the Taylor rule (interest rates, inflation, and output). For the interest rate component, a yield curve was estimated using the Nelson model, and components of level, curvature, and slope were extracted. As a proxy for output, we used the IBC-Br index, with data extracted from the Central Bank of Brazil for the period from January 2004 to October 2023. The second step of the methodology involved time-frequency domain analysis, examining the relationship of variables over time with the frequency of their cycles. Through these two methodologies, it was possible to analyze the cyclical relationship between inflation and the output gap with the components of the yield curve. The results revealed that, for the most part, both the output gap and inflation precede the yield curve. Moreover, the analysis predominantly identified short-term cycles in the relationships between these variables. These findings suggest a complex dynamic and potential causal interactions among the studied economic variables, underscoring the importance of time series analysis in the financial and macroeconomic context.

Keywords: Yield curve. Taylor rule. Wavelet. Cycles.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Poder do Espectro do Nível da Curva de juros.....	28
Figura 2 - Poder do Espectro da Curvatura da Curva de juros.....	29
Figura 3 - Poder do Espectro da Inclinação da Curva de juros.....	29
Figura 4 - Poder do Espectro da taxa de Inflação.....	30
Figura 5 - Poder do Espectro do IBC-Br.....	31
Figura 6 - Coerência entre a Inflação e o nível da curva de juros.....	32
Figura 7 - Coerência entre a Inflação e a curvatura da curva de juros.....	32
Figura 8 - Coerência entre a Inflação e a inclinação da curva de juros.....	33
Figura 9 - Coerência entre o Gap do IBC-Br e o nível da curva de juros.....	34
Figura 10 - Coerência entre o Gap do IBC-Br e a curvatura curva de juros.....	34
Figura 11 - Coerência entre o Gap do IBC-Br e a inclinação da curva de juros.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Principais resultados entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros.....	35
Tabela 2 - Principais resultados entre os ciclos do gap de IBC-BR e os ciclos dos fatores de juros.....	37
Tabela 3 - Resultados inconclusivos entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros.....	45
Tabela 4 - Resultados inconclusivos entre os ciclos do gap de IBC-BR e os ciclos dos fatores de juros.....	46

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	CURVA DE JUROS E REGRA DE TAYLOR.....	11
2.1	Curva de juros.....	11
2.2	Regra de Taylor.....	13
3	REVISÃO DE LITERATURA.....	14
4	ESTRUTURA TEÓRICA E METODOLOGIA.....	16
4.1	Base de dados.....	16
4.2	O modelo de Nelson e Siegel para a curva de juros.....	16
4.3	Conceitos básicos para a identificação da estrutura a termo da taxa de juros.....	16
4.4	A abordagem de Nelson-Siegel para identificação da curva de juros.....	18
4.5	Estimação do modelo Nelson-Siegel via modelo de fatores latentes dinâmicos... 	18
5	ASSOCIAÇÃO ENTRE OS FATORES DA CURVA DE JUROS E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS: FERRAMENTAS DE WAVELET... 	21
5.1	A transformada contínua de Wavelet.....	21
5.2	Wavelet Power Spectrum and Global Wavelet Power Spectrum.....	24
5.3	Diferença de fase de Wavelet e coerência parcial de Wavelet.....	24
6	RESULTADOS.....	28
6.1	Análise individual das variáveis.....	28
6.2	Análise par-a-par.....	31
7	CONCLUSÕES.....	40
	REFERÊNCIAS.....	42
	APÊNDICE A – TABELA 3.....	45
	APÊNDICE B – TABELA 4.....	46

1 INTRODUÇÃO

As variáveis macroeconômicas, como inflação, desemprego e demanda agregada, possuem uma relação de interdependência com a taxa de juros da economia. Essa relação é específica com cada variável em si e pode ter efeitos distintos conforme o tempo, curto e longo prazo. Essa relação denota o quanto a política monetária de um país pode afetar outras áreas macroeconômicas, inclusive o setor real da economia (Feijó; Araújo; Bresser-Pereira, 2022; Freitas Júnior, 2023).

A política monetária aplicada pelo Banco Central do Brasil (BCB) consiste em uma tentativa de conter o nível de inflação e manter um certo nível de liquidez, as metas de inflação. Dessa forma o ente responsável pela política monetária no Brasil ajusta sua taxa de juros, a SELIC, na direção de manter a taxa de inflação dentro de uma meta. No entanto essa taxa de juros do banco central possui uma relação direta com a dívida pública do governo, pois o governo vende os títulos da dívida pública a essa taxa (Vargas, 2022).

Essas variáveis como Selic, desemprego e inflação podem ser analisadas a partir da sua relação com a curva de juros. Essa curva esboça a relação entre as taxas de juros e os prazos de vencimento da dívida pública. Por meio dessa curva é possível elaborar uma análise da taxa de juros em um ponto específico do tempo e sua variação conforme os diferentes vencimentos.

Portanto a forma e a inclinação dessa curva relatam a situação das dívidas em relação a taxa de juros e sinaliza as expectativas futuras sobre a saúde fiscal de um país. Dado que a taxa Selic possui relação com diversas variáveis macroeconômicas, também, a curva de juros se relaciona com essas variáveis. A relação ao longo do tempo da curva de juros com outras variáveis macroeconômicas é de interesse das autoridades fiscais e monetárias de um país. Esse comportamento dinâmico da curva de juros e outras variáveis em diversos períodos ajuda compreender o papel dos juros no curto e no longo prazo (Vargas, 2022).

Nesse projeto busca-se analisar a dinâmica das variáveis macroeconômicas como taxa Selic, desemprego e inflação em relação a curva de juros da economia. Para tanto utiliza-se duas metodologias complementares. A princípio, para a elaboração da curva de juros, foi utilizada a metodologia de Nelson e Siegel (1988), a posteriori foi elaborada uma análise de domínio de tempo-frequência (*wavelet*).

A presente dissertação divide-se em mais 6 seções além dessa introdução. Na seção seguinte é abordado de forma breve as características e mensurações da curva de juros. Na terceira seção segue um breve levantamento de trabalhos que estudaram a curva de juros empiricamente. A seção quatro e cinco contêm a metodologia da pesquisa, uma para estimação

da curva de juros e outra para mensurar a relação bidirecional da curva de juros com os indicadores macroeconômicos. Por fim na sexta e na sétima seção se encontra os resultados e as considerações acerca desses achados.

2 CURVA DE JUROS E REGRA DE TAYLOR

2.1 Curva de juros

A curva de juros é uma associação entre as taxas de juros e o vencimento dos títulos e, por meio da forma e especificidades dessa curva, é possível captar informações sobre o cenário econômico atual e as expectativas do mercado. A formulação de uma curva de juros pode ser com modelos paramétricos e não paramétricos, nesse trabalho focaremos na estrutura paramétrica de Nelson e Siegel (1988). Esses autores afirmam que Milton Friedman foi quem primeiro atentou para a necessidade de um modelo parcimonioso, com poucos parâmetros, da curva de juros.

Essa curva é uma ferramenta fundamental no mercado financeiro, não apenas como um indicador do custo do dinheiro ao longo do tempo, mas também como um reflexo das expectativas dos investidores em relação à economia. Sua relação com outras variáveis econômicas oferece *insights* valiosos sobre as condições financeiras e macroeconômicas de um país (Cochrane; Piazzesi, 2010).

Conforme explica Choudhry (2019), a curva de juros reflete as expectativas de política monetária dos bancos centrais. Quando a curva de juros está inclinada para cima, indicando taxas de juros mais altas no futuro, isso sugere uma postura mais restritiva da política monetária, destinada a conter a inflação. Por outro lado, uma curva de juros plana ou inclinada para baixo pode indicar expectativas de cortes nas taxas de juros, visando estimular o crescimento econômico.

Além disso, a curva de juros está intimamente ligada às expectativas de inflação. Os investidores exigirão taxas de juros mais altas para compensar a desvalorização esperada da moeda devido à inflação. Portanto, uma curva de juros ascendente pode refletir preocupações com pressões inflacionárias futuras, enquanto uma curva de juros descendente pode indicar expectativas de inflação moderada ou declinante.

A relação entre a curva de juros e o ciclo econômico também é crucial. Durante períodos de expansão econômica, a demanda por crédito é geralmente maior, levando a taxas de juros mais altas em prazos mais longos, o que pode resultar em uma curva de juros mais inclinada. Por outro lado, durante recessões, a demanda por crédito tende a diminuir, levando a taxas de juros mais baixas e possivelmente a uma curva de juros achatada ou invertida (Choudhry, 2019).

Além disso, a curva de juros influencia diretamente os mercados financeiros e a alocação de capital. Por exemplo, investidores institucionais e gestores de fundos usam a curva de juros como referência para precificar ativos e tomar decisões de investimento. Uma curva de juros mais alta pode incentivar investimentos em títulos de renda fixa, enquanto uma curva de juros mais baixa pode direcionar investimentos para ativos de maior risco, como ações e commodities.

Em resumo, a curva de juros desempenha um papel central na determinação das condições financeiras e macroeconômicas de uma economia. Sua relação dinâmica com outras variáveis econômicas fornece insights valiosos para investidores, formuladores de políticas e analistas de mercado, ajudando a entender melhor o funcionamento dos mercados financeiros e as perspectivas econômicas futuras.

Diante dessa necessidade Nelson e Siegel (1988) propuseram um modelo para a curva de juros com características flexíveis como a monotonicidade, côncava e com inclinação de S. Esse modelo foi ampliado por Diebold e Li (2006) com o uso de fatores dinâmicos latentes.

A curva de juros de proposta por Nelson e Siegel (1988), curva NS, separa a curva de juros em três componentes, de curto, médio e longo prazo. Por sua vez Diebold e Li (2006) interpretam esses fatores como componentes de nível, inclinação e curvatura. A estimação dessa curva ajuda na análise de curto e longo prazo em relação a diversas outras variáveis.

A inclinação da curva de juros é um bom indicador para períodos de crescimento ou recessão. A curva de juros positivamente inclinada indica que as taxas de juros de longo prazo são maiores que as taxas de curto prazo, o que é esperado pela economia. Dessa forma essa inclinação positiva indica uma boa expectativa do mercado, porém uma curva negativamente inclinada indica que os juros presentes são maiores que os juros futuros, indicando insegurança nas expectativas (Campbell, 1995; Estrella; Mishkin, 1996).

A parte da curva que representa o longo prazo reflete as expectativas de inflação, ao passo que mudanças na forma e no movimento da curva de juros normalmente são associados a política monetária do banco central. O desemprego é afetado pela boa expectativa de mercado em relação à economia e com a política monetária do banco central. Dessa maneira é muito importante trabalhos empíricos que mensurem a relação entre os componentes da curva de juros e outros agregados macroeconômicos. Na seção seguinte listamos uma gama de artigos e trabalhos que se dedicaram nessa tarefa.

2.2 Regra de Taylor¹

A Curva de Taylor, um dos conceitos fundamentais da teoria monetária, descreve a relação entre as taxas de juros nominais, a inflação e o gap do produto. Desenvolvida pelo economista John Taylor, essa curva fornece insights valiosos sobre as decisões de política monetária e seus efeitos na economia real.

Neste contexto, explorar a relação no domínio tempo-frequência entre a curva de juros, a inflação e o gap do produto oferecem uma perspectiva dinâmica e detalhada das flutuações econômicas. Ao analisar essas variáveis em diferentes frequências ao longo do tempo, é possível identificar padrões, tendências e interações que podem ser cruciais para entender e prever os movimentos da economia.

Neste texto, examinaremos de forma sucinta como as análises no domínio tempo-frequência podem enriquecer nossa compreensão da relação entre a curva de juros, a inflação e o gap do produto, destacando a importância da Curva de Taylor como um guia fundamental para a formulação de políticas monetárias e a estabilidade econômica.

$$i_t = r^* + 0,5(\pi_t + \pi^*) + 0,5((y_t - y^*))$$

onde:

i_t : taxa de juros de curto prazo no período t .

r^* : taxa de juros real de equilíbrio de longo prazo

π_t : a taxa de inflação no período t .

π^* : é a meta de inflação.

y_t : é o produto interno bruto (PIB) no período

y^* : é o nível potencial do PIB

¹ Para mais detalhes ver Taylor (1993).

3 REVISÃO DE LITERATURA

Há, na literatura nacional e internacional, artigos que buscam encontrar a interdependência entre variáveis macroeconômicas e a curva de juros. Para o caso brasileiro são poucos os que analisam a curva de juros em si, a maioria utiliza simplesmente a Selic. A seguir apresenta-se dois estudos que analisam a relação das decisões monetárias do Banco Central com a curva de juros.

O trabalho de Wu *et al.* (2009) analisou a influência do Comitê de Política Monetária (COPOM) do Banco Central na dinâmica da taxa de juros. O período de análise da pesquisa foi entre 2004 e 2008. A hipótese do artigo é que o COPOM afeta a curva de juros pelas suas decisões acerca da taxa Selic, quanto por suas sinalizações para o mercado de suas decisões futuras.

Os resultados indicaram que os efeitos do COPOM sobre a curva de juros dependem mais da surpresa das decisões do que das medidas propriamente dita. No período analisado foram 48 reuniões e, apenas nove, diferentes da decisão consensual. Tais surpresas tiveram impacto mais significativo na parte média da curva, onde há uma maturidade de 3 a 6 meses. Por sua vez as notícias de um efeito inflacionário ou aquecimento da economia tendem a aumentar os juros, deixando a curva de juros com uma forma aberta. Tal resultado também foi confirmado por Zobot *et al.* (2021), no que se refere a curva de juros e decisões do COPOM. Os resultados apontam que surpresas advindas das reuniões levam os agentes a rever os contratos de títulos e dívidas, alterando, assim, a forma da curva de juros.

Nessa mesma linha, Matos e Neto (2015), modelaram a política de condução da taxa de juros pelo Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil (COPOM), utilizando o arcabouço estatístico desenvolvido por Engle e Russel (1998) e aplicado por Hamilton e Jordà (2002) no estudo das decisões do *Federal Reserve* nos Estados Unidos. Os resultados obtidos, com base nos dados do período de janeiro de 2002 a julho de 2010, com frequência semanal, sugerem que o COPOM é influenciado pelos gastos governamentais e possui um comportamento *forward-looking*, levando em consideração as expectativas do Produto Interno Bruto (PIB) e da inflação oficial do país.

Como já explicado, em linhas anteriores, Diebold e Li (2006) ampliaram a metodologia proposta por Nelson e Siegel (1988) para a estimação da curva de juros. Os primeiros autores trabalham a curva com fatores dinâmicos latentes. A partir dessa ampliação Diebold, Li e Yue (2008) modelaram curvas de juros para diversos países e estimaram fatores globais e específicos. Com dados da dívida pública de Alemanha, Reino Unido, Japão e Estados

Unidos os autores estimaram os fatores dinâmicos. Foi concluído que existe um fator global que é muito importante para o comportamento das curvas de juros de cada país.

Os autores Wu e Xia (2020) pesquisaram a relação da curva de juros com as políticas de taxa de juros negativas (NIRP, sigla em inglês) praticadas pelo Banco Central Europeu. Foram introduzidos dois indicadores de políticas induzida pelo BCE para captar os acontecimentos de curto e longo prazo. Os eventos indicaram que as políticas praticadas pelo BCE reduzem a taxa de juros de curto prazo na curva de juros.

Ojo, Aguiar-Conraria e Soares (2020), por sua vez, abordaram a curva de juros, para a economia canadense, por uma ampla perspectiva, seja pela questão temporal ou pela relação com outras variáveis. O estudo utilizou a abordagem de Nelson-Siegel para modelar a curva de juros, para estimar os fatores variáveis no tempo (nível, inclinação e curvatura) foi utilizado o filtro de Kalman. Para estudar a relação da curva de juros e os indicadores macroeconômicos foi utilizado uma análise de *wavelet* (domínio de tempo-frequência).

O artigo ampliou a análise ao estabelecer uma relação entre a política monetária e a curva de juros, analisou-se a relação bidirecional entre os indicadores macroeconômicos e curva de juros. As conclusões indicaram que a taxa de juro da economia², variável de política monetária afeta a taxa de juros no curto prazo. A variável de maior impulso na economia foi a taxa de juro de longo prazo³, indicando uma ineficiência da política monetária. Também pôde-se concluir que o Banco Central do Canadá é ativo no combate à inflação.

² Equivalente a SELIC.

³ Espera-se que seja a de curto prazo.

4 ESTRUTURA TEÓRICA E METODOLOGIA

4.1 Base de dados

Para a construção da curva de juros serão utilizados como referência os contratos derivativos das taxas de depósitos interbancários (DI) da B3 (Brasil, Bolsa e Balcão). Em relação aos títulos de renda prefixados da dívida do governo (Letras do Tesouro Nacional – LTN – e Notas do Tesouro Nacional Série F – NTN-F), os contratos derivativos de DI possuem a vantagem de serem do tipo *zero-coupon*, com suas taxas sendo definidas pela média das operações interbancárias de empréstimos de um dia. Martins (2020) destacam ainda que as taxas DI apresentam forte correlação com as respectivas taxas dos títulos públicos.

Serão utilizadas as taxas referenciais diária DI dos *swaps* prefixados, para os vencimentos de 3 meses, 6 meses, 12 meses, 18 meses, 24 meses, 36 meses, 48 meses, 60 meses, 72 meses e 120 meses para o período entre janeiro de 2004 até junho de 2023.

4.2 O modelo de Nelson e Siegel para a curva de juros

Esta subseção apresenta os fundamentos teóricos do denominado modelo parcimonioso da estrutura a termo da taxa de juros. Em um primeiro instante, baseado em Diebold e Li (2006), é discutida de forma abreviada a relação entre a curva de desconto, curva de juros futuro e a curva de juros, componentes que dão suporte à derivação do modelo de Nelson e Siegel (1988). Na segunda subseção, apresenta-se o modelo supracitado e, em seguida, sua variante com parâmetros dinâmicos, em que estes últimos podem ser estimados e interpretados a partir de fatores latentes.

4.3 Conceitos básicos para a identificação da estrutura a termo da taxa de juros

Suponha um título sem cupom, com um único pagamento de seu valor de face (\$1) ao atingir a data de maturidade (τ). Seja $P_t(\tau)$ o seu preço no período t , a premissa básica do modelo de curva de juros, é que o preço de um título deve ser igual ao seu fluxo de caixa futuro:

$$P_t(\tau) = \frac{1}{(1 + Y_t(\tau))^\tau} \quad (1)$$

onde $Y_t(\tau)$ denota o retorno do título (*bond yield*), que torna o valor presente do título com maturidade τ igual ao seu preço de mercado no instante t . Assumindo que os rendimentos são continuamente compostos, então o preço do título para cada maturidade τ pode ser aproximado a partir da curva de juros $y_t(\tau)$, como:

$$P_t(\tau) = e^{-\tau y_t(\tau)} \quad (2)$$

A equação (2) define a curva de desconto da estrutura a termo da taxa de juros. Na medida em que $y_t(\tau)$ depende do horizonte de maturidade, é natural definir taxas futuras (*forward rates*) como taxas instantâneas, que devem igualar o fluxo de caixa futuro de títulos com diferentes horizontes de maturidade. Neste caso, para títulos com rendimentos continuamente compostos, a curva futura de taxa de retorno instantânea é dada por:

$$f_t(\tau) = -P'_t(\tau)/P_t(\tau) \quad (3)$$

onde $P'_t(\cdot)$ denota a derivada da curva de desconto com respeito ao tempo. Note que a partir da equação (2), tomando o logaritmo natural e em seguida diferenciando ambos os lados em relação à t , produz-se:

$$\ln(P_t(\tau)) = -\tau y_t(\tau) \quad (4)$$

$$\frac{P'_t(\tau)}{P_t(\tau)} = -\tau y'_t(\tau) \rightarrow y'_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \left(-\frac{P'_t(\tau)}{P_t(\tau)} \right) \quad (5)$$

Substituindo a equação (3) na equação (5) e integrando ambos os lados, expressa-se a relação entre o retorno do título para cada maturidade e a taxa de juros futura, da forma:

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f_t(u) du \quad (6)$$

o que implica que o retorno do título sem cupom é uma média ponderada das taxas de juros futuras. Logo, identificado a curva de juros ou a curva de juros futura, é possível precificar qualquer título com cupom como a soma dos valores presentes dos cupons futuros e do pagamento do principal.

Entretanto, títulos sem cupom com taxa de juros continuamente compostas são raramente disponíveis no mercado financeiro, o que torna ambas as curvas supracitadas não-

observáveis. Dado este entrave, a literatura (McCulloch, 1975; Vasicek; Fong, 1982; Fama; Bliss, 1987; McCulloch; Kwoan, 1993) têm desenvolvido uma série de modelos e abordagens para extrair os retornos sem cupom através de títulos livre de risco com pagamento de cupons, dentre os quais os títulos de dívida soberana dos governos são usualmente utilizados.

4.4 A abordagem de Nelson-Siegel para identificação da curva de juros

O modelo de Fama e Bliss (1987) extrair a curva de juros a partir das taxas de juros futuros para maturidades observadas. Os autores constroem os juros futuros sequencialmente para precificar títulos com maturidade sucessivamente mais longas, os quais são denominados juros futuros não-suavizados de Fama-Bliss. Por fim, a curva de juros não-suavizada de Fama-Bliss é obtida ao ponderar de forma apropriada os juros futuros construídos.

O modelo de Nelson e Siegel (1987) é uma abordagem paramétrica, que adota uma forma funcional parcimoniosa através da aproximação de três componentes exponenciais para identificar a curva das taxas de juros futuros, com base em um conjunto amplo de retornos obtidos a partir do modelo não-suavizado de Fama-Bliss. O modelo Nelson-Siegel (NS), é estendido por Siegel e Nelson (1988), e define a curva de juros futuros como:

$$f_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda_1\tau} + \beta_{3t}\lambda_t e^{-\lambda_1\tau} \quad (7)$$

onde β_{jt} , com $j = 1,2,3$, são parâmetros a serem estimados. E, a partir da equação (6), note que a curva de juros de juros pode ser obtida através da integração da curva de juros futuros:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_t\tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda_1\tau} \right) \quad (8)$$

Note que o parâmetro λ_t defina a velocidade de decaimento dos termos exponenciais. Neste caso, quanto maior (menor) for o seu valor, mais rápido (lento) será o decaimento da curva, o que tende a promover um melhor ajuste para curvas de curta (longa) maturidade (Diebold; Li, 2006).

4.5 Estimação do modelo Nelson-Siegel via modelo de fatores latentes dinâmicos

Diebold e Li (2006) observam que os parâmetros variantes no tempo β_{jt} do modelo NS podem ser interpretados como fatores dinâmicos latentes. Os autores indicam que para

títulos com maturidade longa ($\tau \rightarrow \infty$), os termos exponenciais convergem para zero nas equações (7) e (8), de forma que a curva de juros futuros ($f_t(\tau)$) e curva de juros ($y_t(\tau)$) ambas assintoticamente aproximam-se de β_{1t} . Neste sentido, o parâmetro β_{1t} é tido como um fator de longo-prazo.

Com respeito ao *loading* do fator β_{2t} , note que $\lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{\lambda_t e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t} \right) = 1$, com queda monotônica a medida que $\tau \rightarrow \infty$, de forma que o parâmetro β_{2t} pode ser interpretado como um fator de curto-prazo.

Por fim, note que $\lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_1 \tau} \right) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_1 \tau} \right) = 0$, e que a função atinge um ponto de máximo, e superior a zero, que depende λ_t . Assim, o *loading* do fator β_{3t} inicia em zero, apresenta um intervalo de crescimento, atinge um ponto de máximo, e em seguida possui uma fase de queda, aproximando-se assintoticamente de zero novamente. Logo, o parâmetro β_{3t} pode ser interpretado como um fator de médio-prazo.

Dessa forma, o modelo paramétrico estrutural de Nelson-Siegel permite realizar a identificação dos fatores latentes dinâmicos (fatores NS), permitindo, assim, a sua interpretação econômica. Com base no proposto pela literatura, o fator de longo-prazo, β_{1t} , é identificado como o nível (L_t) da curva de juros, o fato de médio-prazo, β_{3t} , como a curvatura (C_t) da curva de juros enquanto o fator de curto-prazo, β_{2t} , é denominada a inclinação (S_t) da curva de juros.

Logo, a curva de juros $y_t(\tau)$ para cada maturidade τ , pode ser estimado através do modelo de fatores da forma:

$$y_t(\tau) = L_t + S_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda^{NS} \tau}}{\lambda^{NS} \tau} \right) + C_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda^{NS} \tau}}{\lambda^{NS} \tau} - e^{-\lambda^{NS} \tau} \right) + \varepsilon_t(\tau) \quad (9)$$

onde $\varepsilon_t(\tau)$ é o termo de erro, o termo λ^{NS} é o parâmetro que controla a forma dos *loadings* para os fatores NS. A equação (9) pode ser rearranjada de forma equivalente para fins de estimação, da forma:

$$y_t(\tau) = \mathbf{B}(\tau) F_t^{NS} + \varepsilon_t(\tau) \quad (10)$$

onde $F_t^{NS} = [L_t^{NS}, S_t^{NS}, C_t^{NS}]'$ é o vetor com os três fatores NS, $\mathbf{B}(\tau)$ é o vetor com os *loadings* e $\varepsilon_t(\tau)$ é o termo de erro. A seleção adequada do coeficiente λ^{NS} é crucial para o ajuste e previsão da curva de juros, seguindo a literatura (Diebold e Li, 2006; Bianchi *et al.*, 2009, Byrne

et al., 2019) especifica-se $\lambda = 0.0609$. Dado o valor escolhido para o parâmetro, Diebold e Li (2006) destacam que a curvatura (C_t^{NS}) exercerá o maior impacto sobre os títulos com 30 meses de maturidade.

Com base em Aguiar-Conraria *et al.* (2012) e Ojo, Aguiar-Conraria e Soares (2018), os fatores são então modelados a partir do seguinte sistema de equações em transição:

$$\begin{bmatrix} L_t - \bar{L} \\ S_t - \bar{S} \\ C_t - \bar{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - \bar{L} \\ S_{t-1} - \bar{S} \\ C_{t-1} - \bar{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{L,t} \\ \eta_{S,t} \\ \eta_{C,t} \end{bmatrix} \quad (11)$$

onde $t = 1, \dots, T$ denota o intervalo temporal, \bar{L} , \bar{S} e \bar{C} são estimativas dos valores médios dos respectivos fatores latentes, e $\eta_{L,t}$, $\eta_{S,t}$ e $\eta_{C,t}$ são inovações associadas ao processo autorregressivo dos fatores latentes. O sistema de equações é estimado a partir do filtro de Kalman, partindo do pressuposto de que o conjunto de condições iniciais para os vetores de estado não são correlacionadas com as inovações de ambos os sistemas. Ou seja, $E(F_t^{NS} \eta_t^T) = E(F_t^{NS} \varepsilon_t^T) = 0$.

Com base em Diebold e Li (2006), o termo de erro em (10) e as inovações do processo autorregressivo em (11) seguem um processo de ruído branco e são mutuamente não-correlacionadas.

$$\begin{bmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \sim WN \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

onde a matriz de variância-covariância das inovações no sistema de transição Q é irrestrita, enquanto a matriz de variância-covariância do sistema da curva de juros H é assumida como diagonal. Esta última hipótese significa que os desvios dos retornos dos títulos observados em relação àqueles implicados pela curva de juros ajustado são não-correlacionados através do tempo e da maturidade (Aguiar-Conraria *et al.*, 2012). Para mais detalhes operacionais, veja Aguiar-Conraria *et al.*, 2012.

5 ASSOCIAÇÃO ENTRE OS FATORES DA CURVA DE JUROS E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS: FERRAMENTAS DE WAVELET

A análise de *Wavelet* têm se tornado um instrumento relevante na área de macro-finanças devido a sua capacidade de explorar a interdependência entre variáveis no domínio do tempo e da frequência. Ramsey e Zhang (1997) foram os primeiros autores a adotar a *wavelet* para avaliar a dinâmica da taxa de câmbio através de flutuações de curto-prazo (domínio de frequência alta do espectro), ao passo que Ramsey e Lampart (1998) introduzem a transformada discreta de *wavelet* para investigar a relação entre a oferta de moeda e a renda per-capita nominal para os EUA. Com base nas flutuações em distintas frequências, os autores identificaram que a relação entre as séries não é homogênea em distintas frequências, na medida em que a oferta de moeda causa, no sentido de Granger, a renda *per-capita* nominal no curto prazo ao passo que a relação se inverte no longo prazo.

O uso da transformada contínua de *wavelet* para em economia ganha nova relevância a partir dos trabalhos de Crowley e Mayes (2008), Rua (2010) e Aguiar-Conraria e Soares (2011), os quais derivaram propriedades assintóticas e construíram um conjunto de ferramentas *wavelet*, para modelagem de risco financeiro e de efeito contágio, entre outros. Aguiar-Conraria e Soares (2018) expande um conjunto de medidas baseadas em *wavelet* (*Wavelet Coherency*, *Wavelet Phase Difference* e *Wavelet Partial Gain*) em termos condicionais, de forma a instrumentalizar o efeito de variáveis de controle sobre a relação das variáveis de interesse.

Ao longo das próximas subseções é realizada uma breve apresentação do instrumental contínuo baseado em *wavelet*. Uma discussão mais completa sobre a análise *wavelet* em economia pode ser obtida em Crowley (2007) e Rua (2012).

5.1 A transformada contínua de Wavelet

A análise de Fourier, que constitui a pedra fundamental para o desenvolvimento da transformada de *wavelet*, parte do pressuposto de que qualquer função periódica pode ser expressa por uma soma infinita de funções trigonométricas (transformada de Fourier). Dado uma série temporal x_t , a transformada contínua de Fourier pode ser expressa por:

$$F_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_t e^{-i\omega t} dt \quad (13)$$

onde w indica a frequência angular, $i = \sqrt{-1}$ é um número imaginário e, segundo a fórmula de Euler, $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\sin(\omega t)$. Logo, a transformada de Fourier recompila a série temporal em função da frequência e não preserva a informação no tempo.

In e Kim (2013) destacam a impossibilidade de decompor sinais em diferentes escalas como um fator limitador para a aplicabilidade da transformada contínua de Fourier no estudo de séries temporais, uma vez que estas últimas geralmente sofrem com mudanças abruptas de regime, não-estacionariedade e heteroscedasticidade, entre outros problemas.

Os autores indicam ainda que a transformada de *wavelet* apresenta três características adicionais que contornam a limitação da análise espectral de Fourier:

- i) é possível decompor um sinal em diferentes escalas temporais;
- ii) a transformada de *wavelet* utiliza funções de base locais que ajustam a extensão da janela em distintas frequências, garantindo uma abordagem mais flexível para decompor os componentes de baixa e alta frequências e;
- iii) é possível trabalhar com séries não-estacionárias.

Dado uma série temporal $x(t)$, a transformada contínua de *wavelet* (CWT) é definida por:

$$W_x(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{\tau,s}^*(t) dt \quad (14)$$

onde $*$ denota o complexo conjugado, τ determina a posição do sinal, s é o fator de escala e $\psi_{\tau,s}$ é a função de base, que é implantada para dimensionar e deslocar o sinal original, de forma a permitir a decomposição das séries de tempo em ambas as dimensões tempo e escala.

Para capturar distintas frequências de um dado sinal é utilizado a função de base *mother wavelet*, representada por:

$$\psi_{\tau,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (15)$$

O fator $1/\sqrt{s}$ é multiplicado para garantir a preservação de energia unitária ($\|\psi_{\tau,s}\| = 1$) na função. Escalas baixas (ou flutuações de alta frequência) são capturadas ao comprimir o fator de escala ($|s| < 1$), ao passo que escalas altas (ou flutuações de baixa frequência) são obtidas ao modificar lentamente o sinal ($|s| > 1$). Então, a CWT pode ser definida por:

$$W_x(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (16)$$

onde a função de base $\psi_{\tau,s}$ deve obedecer às condições de admissibilidade⁴, similaridade⁵, regularidade, momentos de fuga e invertibilidade. A condição de admissibilidade⁶, em suma, garante a preservação do sinal original de $x(t)$, o que possibilita ao menos uma fórmula de reconstrução exata do sinal a partir dos coeficientes de *wavelet*.

Na medida em que a CWT requer uma função de base *wavelet mother*, é necessário selecioná-la entre um leque de famílias existentes⁷, Aguiar-Conraria e Soares (2011) sugere o uso de uma função analítica⁸ para o estudo de interdependência/contágio entre séries macroeconômicas, na medida em que esta fornece uma estimativa de amplitude e fase instantânea dos sinais na vizinhança de cada localização de tempo/escala (τ, s) . A função Morlet *wavelet mother* é a alternativa popularmente adotada, a qual é definida como:

$$\psi_{\omega_0}(t) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (17)$$

onde a frequência não dimensional $\omega_0 = 6$ é adotada em ordem de satisfazer a condição de admissibilidade (Torrence; Compo, 1998), este valor torna mais simples a interpretação econômica dos resultados obtidos, a partir da análise no domínio do tempo e da frequência (τ, f) , na medida em que está última torna-se igual ao recíproco da escala $(f = \frac{6}{2\pi s} \approx \frac{1}{s})$.

Tendo em vista que na prática a CWT é efetivada sobre séries temporais com extensão temporal finita, os valores estimados pela transformação para o início e para o fim da amostra serão computados de forma imprecisa, sendo necessário imputar valores artificiais nos extremos da amostra. Ao diminuir a amplitude próximo das bordas, a janela de imprecisão será positivamente associada ao tamanho da escala avaliada (Torrence; Compo, 1998). A região do espectro da *wavelet* que sofre com distorção de borda é representada pela área externa ao cone

⁴ Uma função integrável, isso significa que a média deve ser zero e a função precisa ser definida no tempo e na frequência: $C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|H(\omega)|}{\omega} d\omega < \infty$ onde $H(\omega)$ é a transformada de Fourier com frequência ω . A condição de primeira ordem para garantir a condição Dialect ($\lim_{\omega \rightarrow 0} H(\omega) = 0$) é que a integral em todo o espaço temporal da função wavelet resulte em $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$. Se a energia da função é definida como uma função quadrada integrada em seu domínio, a segunda condição secundária é que a função wavelet tenha energia unitária ($\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1$).

⁵ A decomposição em Escala deve ser obtida pela translação e dilatação de uma única função wavelet mother.

⁶ A condição de admissibilidade implica que $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_x(\tau, s)|^2 \frac{d\tau ds}{s^2}$

⁷ As funções Daubechies, Haar, Morlet e Meyer são exemplos específicos.

⁸ Uma função wavelet analítica é uma função complexa tal que sua transformada de Fourier é zero para frequências negativas ($w < 0$).

de influência (COI). No caso da Morlet *wavelet mother*, o limiar do cone de influência é dado por $\sqrt{2s}$.

5.2 Wavelet Power Spectrum and Global Wavelet Power Spectrum

Tendo em vista que a CWT de $x(t)$ é uma função complexa, a decomposição permite analisar a fase e o módulo do sinal avaliado. Isto porque a CWT de $x(t)$ pode ser dividida em uma parte real ($\Re\{W_x(\tau, s)\}$), que, em termos absolutos, indica a amplitude do sinal, e uma parte imaginária ($\Im\{W_x(\tau, s)\}$), que é adotada para obter a fase do espectro ($\tan^{-1} \left[\frac{\Im\{W_x(\tau, s)\}}{\Re\{W_x(\tau, s)\}} \right]$, onde \tan denota a tangente).

O espectro de potência de *wavelet* (WPS) pode ser definido como o quadrado da amplitude do sinal, e fornece uma medida de distribuição da variância (neste caso, definido a partir da oscilação da energia do sinal) no domínio tempo-escala (ou tempo-frequência). A medida é representada como:

$$WPS_x(\tau, s) = |W_x(\tau, s)|^2 \quad (18)$$

Para facilitar a comparação da oscilação de energia em diferentes escalas, e identificar em quais bandas de frequência a série apresenta maior grau de variabilidade, é utilizado o espectro global de potência de *wavelet* (GWPS), que é obtido a partir da integração temporal do WPS, da forma:

$$GWPS_x(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W_x(\tau, s)|^2 d\tau \quad (19)$$

Note que a partir do GWPS é obtido a variabilidade média ao longo do tempo da série temporal em cada banda de frequência.

5.3 Diferença de fase de Wavelet e coerência parcial de Wavelet

Sejam $x(t)$ e $y(t)$ duas séries temporais quaisquer e $\mathbf{z}(t)$ um vetor de instrumentos (conjunto de séries temporais), com $t = 1, \dots, T$. A partir do cômputo da transformada contínua de *wavelet* para cada série, é possível construir medidas multivariadas de *wavelet* com o objeto

de investigar a dependência entre as duas séries temporais $x(t)$ e $y(t)$ no plano do tempo-frequência, controlando o efeito das oscilações no conjunto de instrumentos $\mathbf{z}(t)$.

As ferramentas aqui reportadas, denominadas coerência parcial de *wavelet* (WPC) e diferença de fase parcial de *wavelet*, são baseadas nas definições propostas por Aguiar-Conraria e Soares (2014) e Aguiar-Conraria *et al.* (2018). Antes de introduzi-las, é necessário apresentar as suas versões bivariadas incondicionais.

Primeiro, defina a transformada cruzada de *wavelet* da forma:

$$W_{xy}(\tau, s) = W_x(\tau, s)W_y^*(\tau, s) \quad (20)$$

onde $W_x(\cdot)$ and $W_y(\cdot)$ denotam as CWT's de $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente, e $*$ denota o complexo conjugado. Visto que a transformada cruzada de *wavelet* é uma função complexa, pode-se definir o espectro cruzado de *wavelet* (XWT) com base em sua parte real como $|W_{x,y}(\tau, s)|$, o qual é mensura a covariância local entre as séries no domínio tempo-escala (ou tempo-frequência).

Já a coerência de *wavelet* complexa pode ser definida como:

$$\rho_{xy} = \frac{S\left(s^{-1}W_{x,y}(\tau, s)\right)}{\left[S\left(s^{-1}W_x(\tau, s)^2\right)S\left(s^{-1}W_y(\tau, s)^2\right)\right]^{1/2}} \quad (21)$$

onde $S(\cdot)$ é um operador de suavização sobre ambos o tempo e escala e s^{-1} é um fator de normalização que garante a conversão para uma densidade de energia. Com base em Torrence e Webster (1999), a coerência de *wavelet* (WC) é construída a partir de:

$$R_{xy}(\tau, s) = \frac{\left|S\left(s^{-1}W_{x,y}(\tau, s)\right)\right|}{\left[S\left(s^{-1}W_x(\tau, s)^2\right)S\left(s^{-1}W_y(\tau, s)^2\right)\right]^{1/2}} \quad (22)$$

Note que no denominador da WC, ambas as partes real e imaginária da XWT são separadamente suavizadas antes de tomar o valor absoluto, ao passo que é tomado o quadrado do operador de suavização no denominador sobre os respectivos WPS's. Esta definição garante que $0 \leq R^2 \leq 1$.

Uma vez que a transformada de *wavelet* conserva a variância, a WC é uma representação adequada da covariância normalizada entre duas séries de tempo (Torrence;

Compo, 1999), com valores próximos da unidade (zero) na WC, indicando fraca (forte) correlação local entre $x(t)$ e $y(t)$.

Entretanto, note que a medida é restrita ao domínio dos valores positivos, o que impossibilita a verificação da direção (positivo ou negativo) do comovimento e tão pouco expressa a relação *lead-lag* entre as variáveis.

Para examinar padrões de liderança entre as flutuações das séries temporais, Torrence e Webster (1999) adotam a diferença de fase de *wavelet*. Na prática, a medida investiga as oscilações das duas séries temporais a partir de seus respectivos ângulos de fase, o que pode ser expresso por:

$$\phi_{xy}(\tau, s) = \tan^{-1} \left(\frac{\Im \left\{ S \left(s^{-1} W_{x,y}(\tau, s) \right) \right\}}{\Re \left\{ S \left(s^{-1} W_{x,y}(\tau, s) \right) \right\}} \right), \quad \text{with } \phi \in [-\pi, \pi] \quad (23)$$

em que a parte real (\Re) e a parte imaginária (\Im) suavizadas são obtidas a partir da função coerência de *wavelet*. A relação entre as flutuações das séries temporais no domínio do tempo-frequência pode ser sumarizada em cinco cenários:

- i) Caso a diferença de fase seja estatisticamente igual à zero ($\phi_{xy} = 0$), então as séries temporais movimentam-se localmente de forma conjunta;
- ii) se $\phi_{xy} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, então diz-se que as séries se movem em fase, com a série $y(t)$ liderando localmente as oscilações na série $x(t)$;
- iii) se $\phi_{xy} \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, então as séries se movem em fase, com a série $x(t)$ liderando localmente as oscilações na série $y(t)$;
- iv) se $\phi_{xy} \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, então as séries se movem fora de fase, com a série $x(t)$ liderando localmente as oscilações na série $y(t)$;
- v) se $\phi_{xy} \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right)$, então as séries se movem fora de fase, com a série $y(t)$ liderando localmente as oscilações na série $x(t)$.

Retornando ao caso multivariado, dado $x(t)$, $y(t)$, defina um conjunto de $p - 2$ instrumentos $\mathbf{z}(t) (z_1(t), z_2(t), \dots, z_{p-2}(t); p > 2)$, e seja $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{i,j}^p$ uma matriz de ordem $p \times p$ composta pela coerência composta de *wavelet* (q_{ij}) entre todos os pares de séries temporais, onde $[x_1(t) = x(t), x_2(t) = y(t) \text{ e } x_i(t) = z_{i-2}(t) \text{ para } i = 3, \dots, p]$.

Note que \mathfrak{L} é uma função local de uma combinação específica (τ, s) na qual a coerência de *wavelet* complexa é computada em relação ao espectro das variáveis e à sua matriz Hermitiana ($\mathfrak{L} = \mathfrak{L}^H$) onde o símbolo H denota o conjugado transposto. Logo, $\varrho_{ij} = \varrho_{ji}^*$, para todo $i \neq j$ e $\varrho_{ii} = 1$ para todo i .

De acordo com a proposição de Aguiar-Conraria e Soares (2014), a coerência parcial de *wavelet* complexa entre $x_1(t)$ e $x_2(t)$, condicionada a influência do conjunto de instrumentos $(x_3(t), \dots, x_p(t))$ denotada por $\varrho_{12|q}$ é obtida a partir de:

$$\varrho_{12|q} = - \frac{\mathfrak{L}_{21}^d}{\sqrt{\mathfrak{L}_{11}^d} \sqrt{\mathfrak{L}_{22}^d}} \quad (24)$$

em que d denota o determinante da matriz, e \mathfrak{L}_{ij}^d indica o cofator do elemento (i, j) da matriz (isto é $\mathfrak{L}_{ij}^d = (-1)^{i+j} \det \mathcal{L}_i^j$, onde $\det \mathcal{L}_i^j$ é o determinante da submatriz obtida ao excluir a linha i e a coluna j da matriz \mathcal{L}).

De forma similar, a coerência parcial de *wavelet* (WPC) de $x_1(t)$ and $x_2(t)$, controlada pelo conjunto de instrumentos $(x_3(t), \dots, x_p(t))$ é definida como

$$R_{12|q} = \frac{|\mathfrak{L}_{21}^d|}{\sqrt{\mathfrak{L}_{11}^d} \sqrt{\mathfrak{L}_{22}^d}} \quad (25)$$

Por fim, a diferença parcial de fase de $x_1(t)$ e $x_2(t)$, controlada pelo conjunto de instrumentos, é dada a partir do ângulo de fase de $\varrho_{12|q}$, e pode ser expressa por:

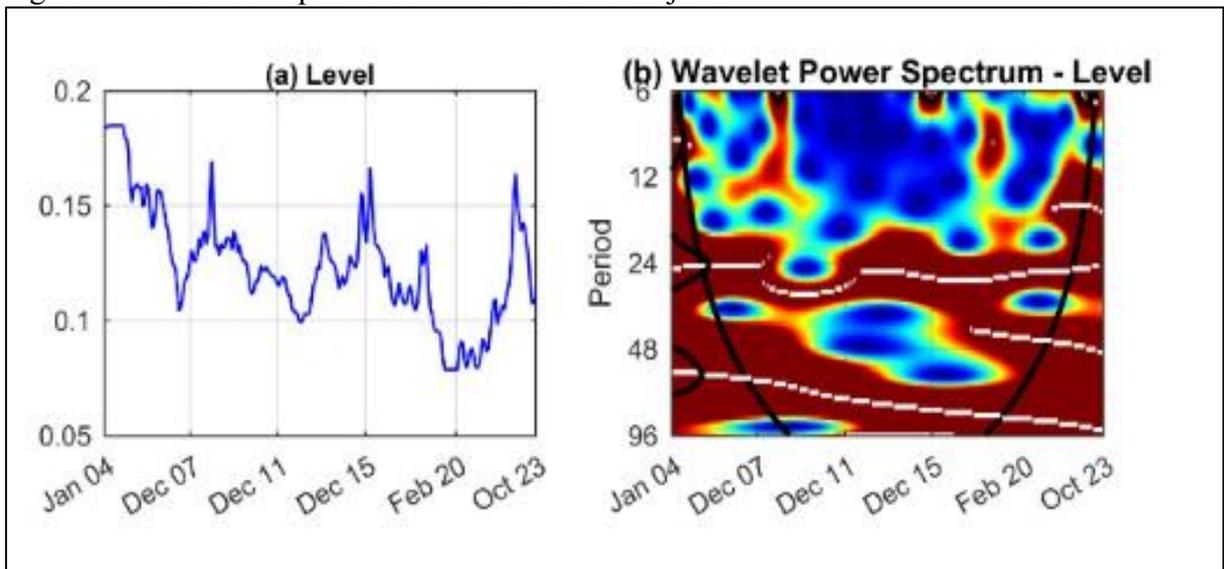
$$\phi_{12|q} = \tan^{-1} \left(\frac{\Im(\varrho_{12|q})}{\Re(\varrho_{12|q})} \right) \quad (26)$$

6 RESULTADOS

6.1 Análise individual das variáveis

Os espectros de potência, lado direito da figura 1, medem a variância das séries, na figura 1 o fator nível da curva de juros, em cada localização tempo-frequência, fornecendo uma descrição inicial no domínio tempo-frequência dos dados. Eles mostram como a energia do nível da curva está distribuída ao longo do tempo e em diferentes frequências, ajudando a identificar padrões e características importantes da série. Lembrando que toda análise deve ser feita dentro do cone e nas regiões contornadas de preta.

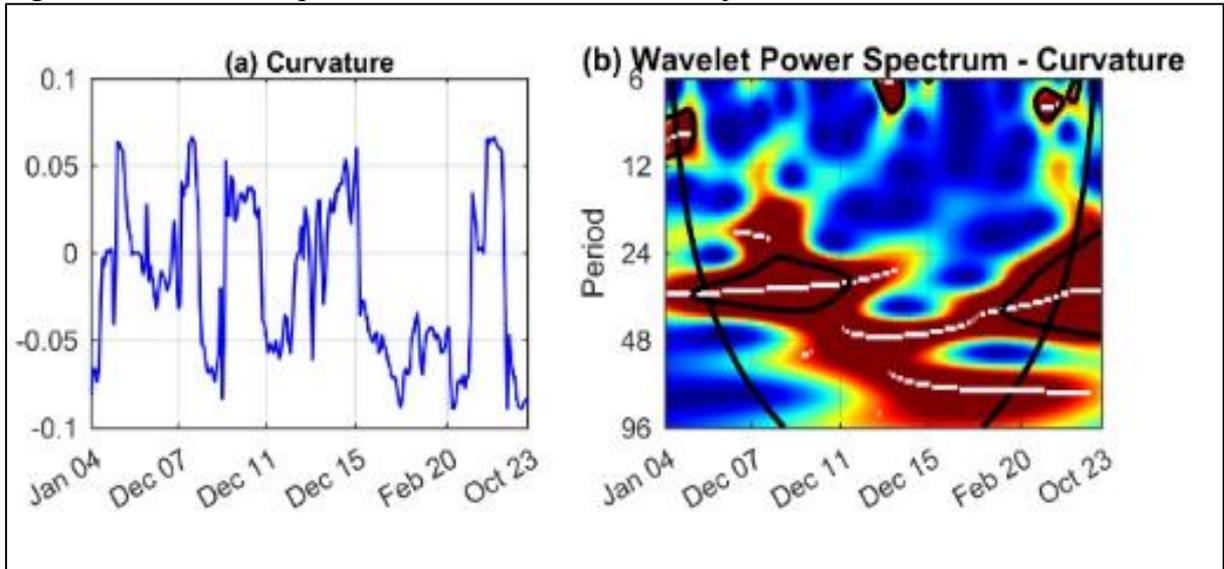
Figura 1 – Poder do Espectro do Nível da Curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A figura a esquerda representa a trajetória do fator de nível da curva de juros, nela pode-se observar três picos em janeiro de 2008 e dezembro e 2015 e em meados de 2023. Também se nota um período de baixa entre 2019 e 2021. Ao observamos o espectro de potência identificamos dois ciclos de curto prazo (0-1 ano), em dezembro de 2007 e 2015. Um terceiro ciclo dessa mesma frequência é identificado em meados de 2023. A médio prazo são poucos indícios de ciclos. De forma geral ao longo da amostra são identificados ciclos de 2-4 anos e de 4-8 anos, mas não foram significantes nem a 5% nem a 10%.

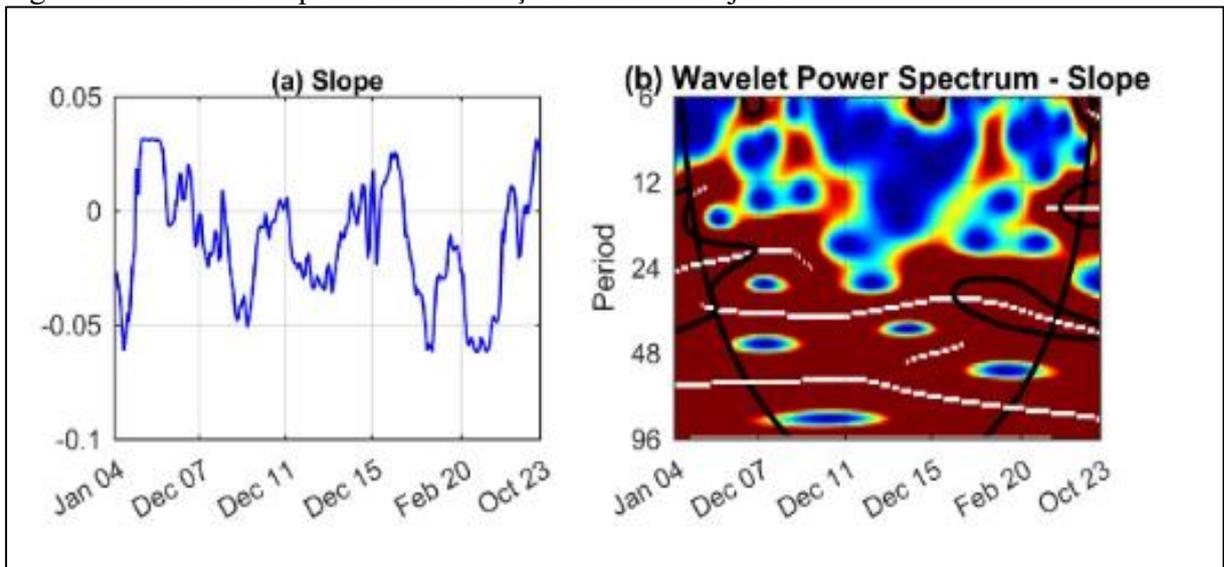
Figura 2 – Poder do Espectro da Curvatura da Curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A curvatura da curva de juros, figura 2, possui mais oscilações que o nível da curva de juros. Em 2006, 2008 e 2022 essa curvatura apresenta momentos de alta, ao passo que em 2009 há uma forte queda. Essa variável também por um momento de baixa entre 2016 e 2020. Quanto aos ciclos captados pelo espectro em 2013 e 2020 há um de curto prazo (0-1 ano). Entre 2006 e 2012 há evidência de ciclos de médio prazo (2-4 anos).

Figura 3 – Poder do Espectro da Inclinação da Curva de juros

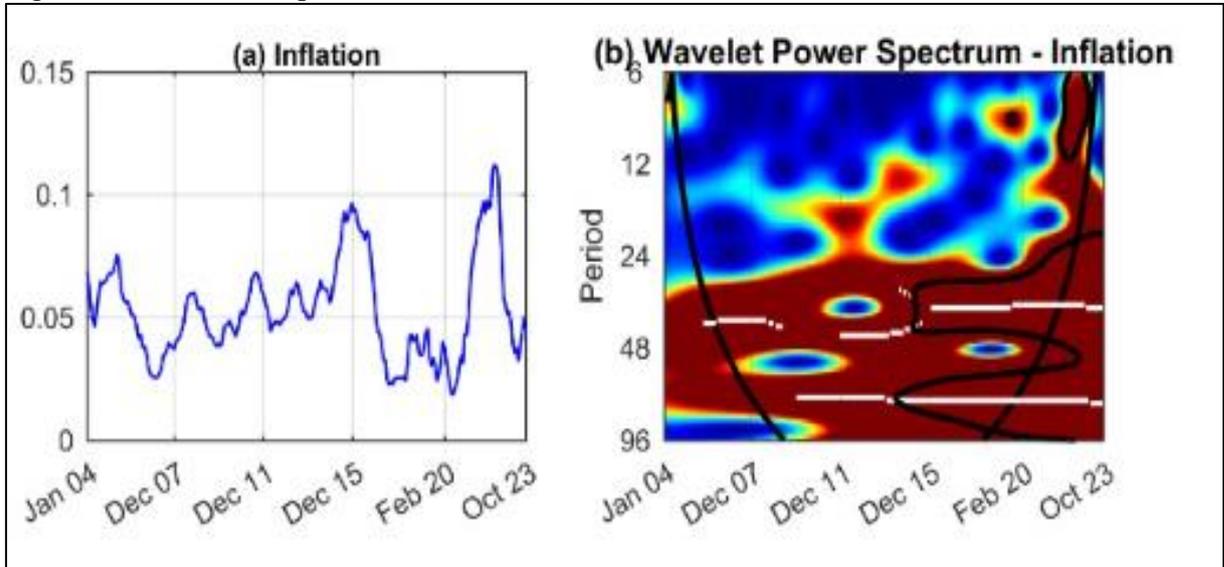


Fonte: Elaboração do autor.

Em relação a trajetória temporal a inclinação da curva de juros se assemelha em certo nível a curvatura. Com baixas em 2009, 2018 e 2020. O maior valor dessa curvatura é alcançado entre 2005 e 2006 e em 2016. Sobre a frequência são identificados ciclos entre 2 e 3

anos em 2006 e 2007. Entre 2016 e 2020 são encontrados ciclos de médio prazo (2-4 anos). Por fim, no início de 2022, se caracterizam ciclos entre 1 e 2 anos.

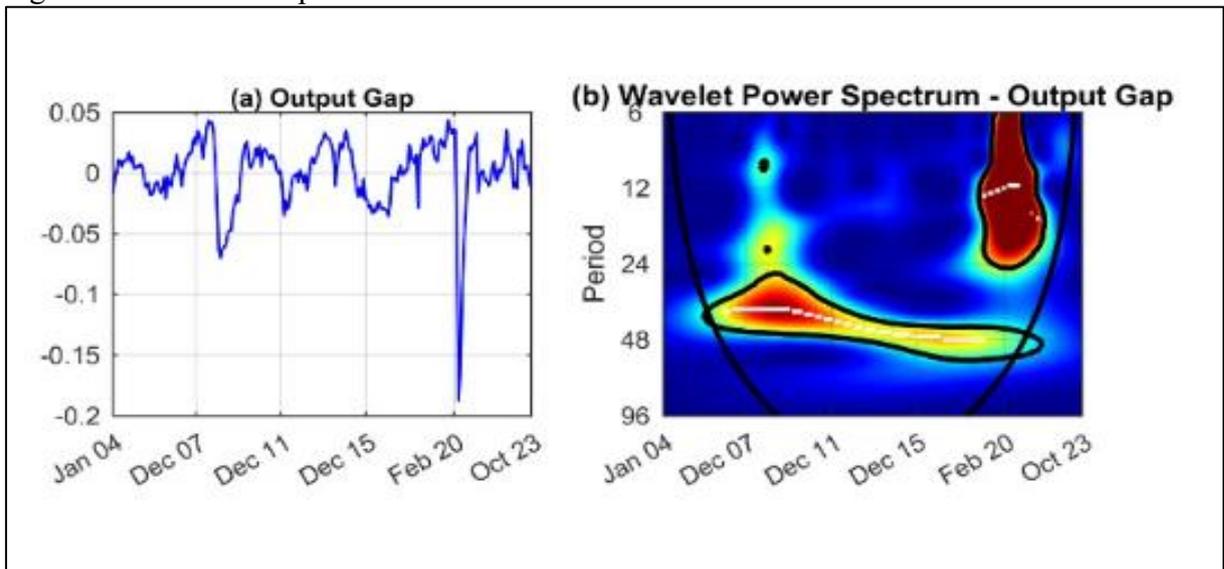
Figura 4 – Poder do Espectro da taxa de Inflação



Fonte: Elaboração do autor.

A dinâmica da inflação se caracteriza por dois momentos inflacionários, em dezembro de 2015 e outro em 2021. O primeiro momento está associado a crise política e econômica que o país passou em 2015, enquanto que o segundo momento está ligado a pandemia do Corona vírus. Outro destaque é a baixa dessa variável entre 2016 e 2020. No espectro de poder pode-se notar uma tendência cíclica a partir de 2 anos, mas nem todos significativos. No ano de 2022 foi intenso as características de ciclo de 0-1 ano. Por sua vez entre dezembro de 2015 e meados de 2020 foram caracterizados ciclos de longo prazo (4-8 anos). Entre 2016 e 2022 se observou ciclos de 2-4 anos.

Figura 5 – Poder do Espectro do IBC-Br



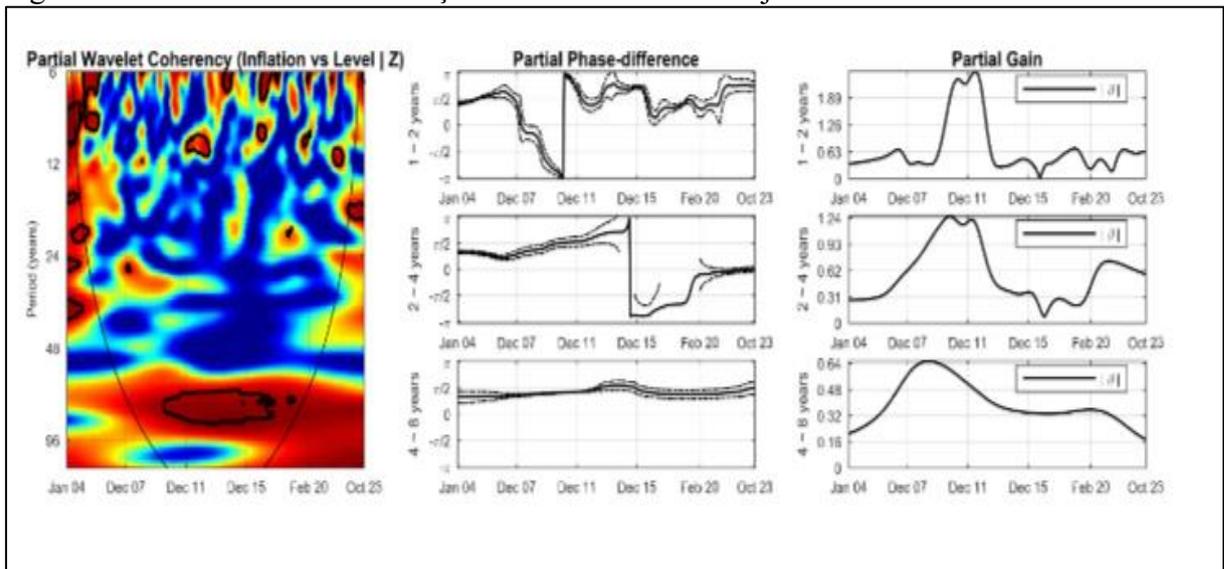
Fonte: Elaboração do autor.

Quando observamos o gap do IBC, são notórias as quedas ocorridas em 2009 e 2020. A primeira queda tem relação com a crise dos *subprimes* nos Estados Unidos, que afetou grande parte da economia global. Por sua vez a pandemia do Covid-19 e as medidas restritivas foram responsáveis pela segunda queda. Em relação a frequência todo o período entre 2006 e 2011 foi caracterizado por ciclos de 2 a 4 anos. De 2011 a 2020 também houve uma presença de ciclos entre 2 e 4 anos, mas com menor intensidade. 2008 apresentou intensidade cíclica de 0-1 a ano e de 2-4 anos. No entanto a maior característica cíclica ocorreu em 2020, com ciclos de 0-1 ano e 2-4 anos.

6.2 Análise par-a-par

A parte à esquerda da figura 6 mostra coerência entre inflação e o nível da curva de juros. A figura do meio representa a frequência (de quanto foi o ciclo) e sentido dessa relação (se na mesma direção ou inversa) e que variável lidera. A figura da direita capta a elasticidade dessa relação.

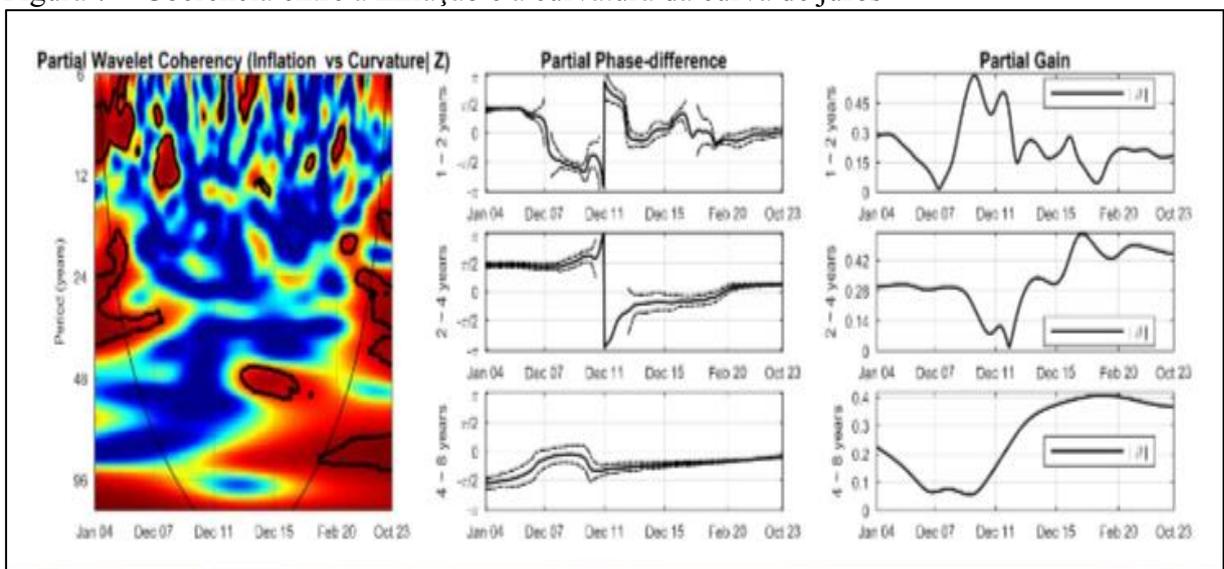
Figura 6 – Coerência entre a Inflação e o nível da curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

Observando a figura 6 nota-se pouca interação entre as variáveis para ciclos entre 2 e 4 anos. Apenas entre 2007 e 2008 e 2019 tem registros. Para ciclos de curto prazo (0-1 ano) há coerência entre 2005 e 2006; 2014, dezembro de 2015 e fevereiro de 2020. Entre 2009 e 2016 há uma coerência para ciclos entre 4 e 8 anos. Na diferença de fase para curto prazo (0-1 ano) em 2006 há movimento em direção contrária e o nível de juros se antecipa a inflação $\phi_{xy} \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$. Entre 2009 e 2012 as variáveis caminha na mesma direção e os ciclos de inflação se antecipam ao nível de juros $\phi_{xy} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Também em 2020 para ciclos curtos (0-1 ano) a inflação domina e o trajeto é na mesma direção.

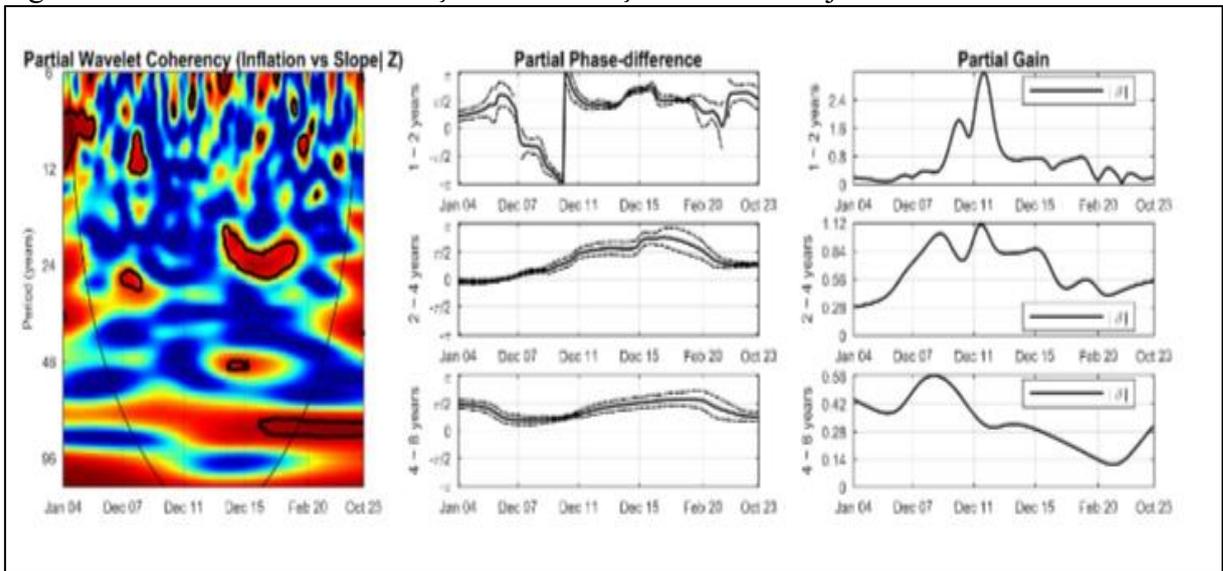
Figura 7 – Coerência entre a Inflação e a curvatura da curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A relação de coerência da curva de juros com a inflação pode ser vista a figura 7. Na frequência de longo prazo há coerência entre 2013 e 2017. Para o curto prazo (0-1 ano) há vários em quase todos os anos. No médio prazo (2-4 anos) houve coerência entre 2007 e 2008. Observando a diferença de fases em 2007 e 2008 os ciclos de inflação antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção $(0, \frac{\pi}{2})$. De 2013 a 2017 os ciclos de fator curvatura dos juros antecipam ciclos de inflação na mesma direção $\phi_{xy} \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$.

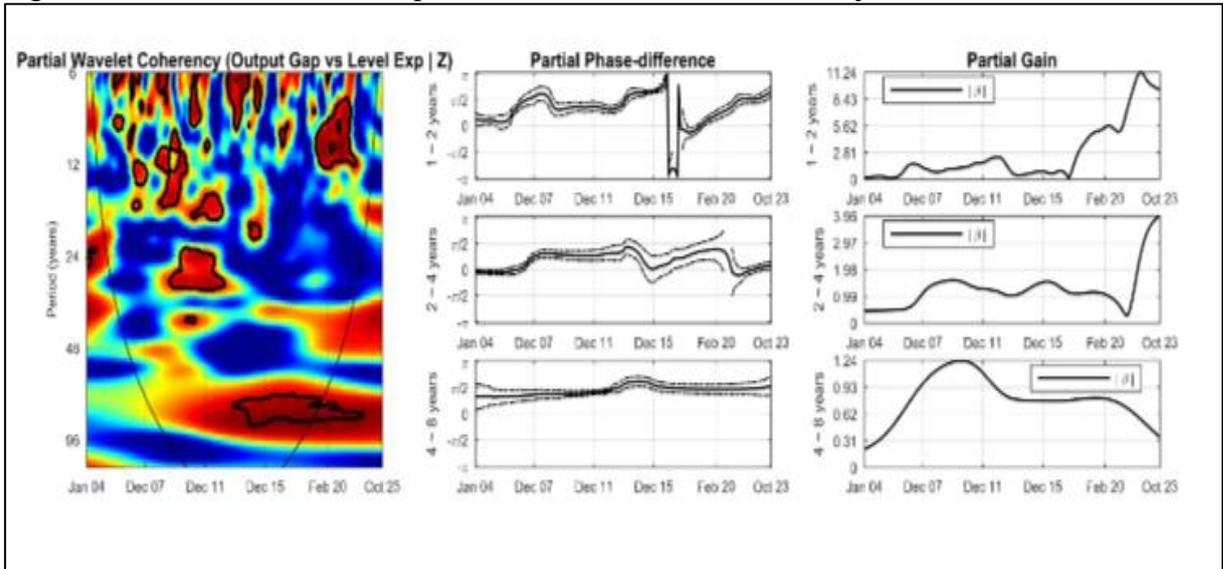
Figura 8 – Coerência entre a Inflação e a inclinação da curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A coerência entre a inclinação da curva de juros e a inflação, a figura 8, possui muitas relações de curto prazo. Em 2005-2006 se nota uma coerência de curto prazo entre 0 e 1 ano. Em 2007 tem-se uma relação de 0-1 ano e de 2-4 anos. Entre 2016 e 2017 há uma coerência entre as variáveis para uma frequência de 4-8 anos. Na fase de diferença a maioria das relações de curto prazo, a maioria são os ciclos de inflação se antecipando a inclinação da curva de juros, apenas em 2006 e 2015 a inclinação da curva se antecipou a inflação.

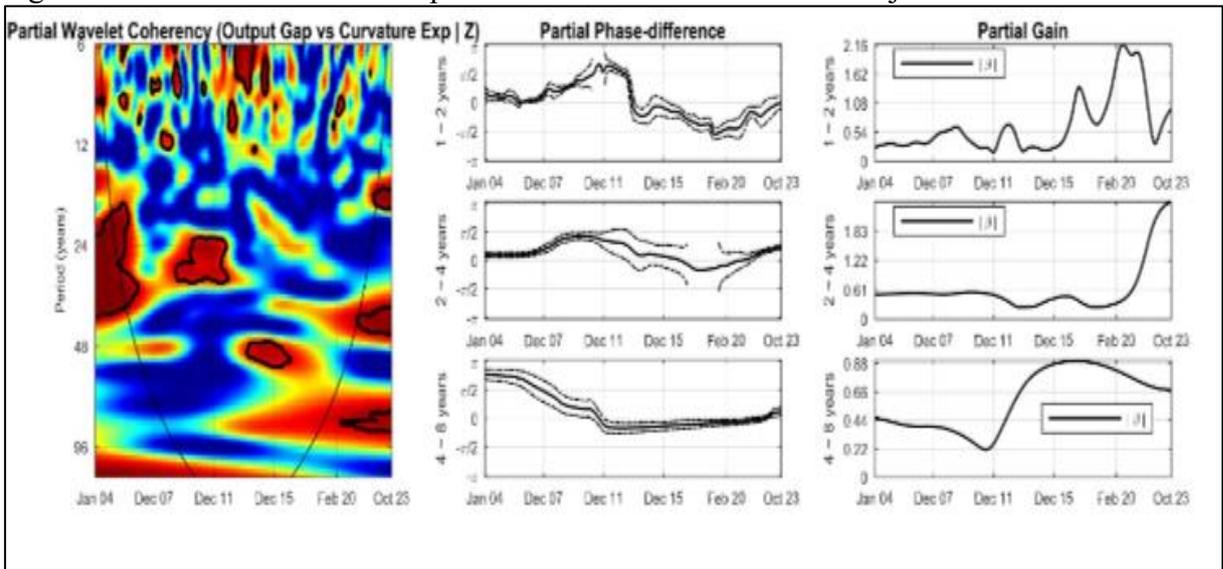
Figura 9 – Coerência entre o Gap do IBC-Br e o nível da curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A relação do gap do produto (IBC) com o nível da curva de juros é bem mais intensa que a relação com esse nível com a inflação. Existem zonas de significância em diversas frequências. De 2006 a 2022 existem relações entre essas variáveis de curto prazo (0-1, 1- 2 anos e 2-4 anos). Dessas relações podemos destacar dezembro de 2007, 2011 e 2015 bem como fevereiro de 2020. De acordo com a diferença de fase, na maioria das vezes os ciclos de IBC antecipam os ciclos de do nível de juros.

Figura 10 – Coerência entre o Gap do IBC-Br e a curvatura curva de juros

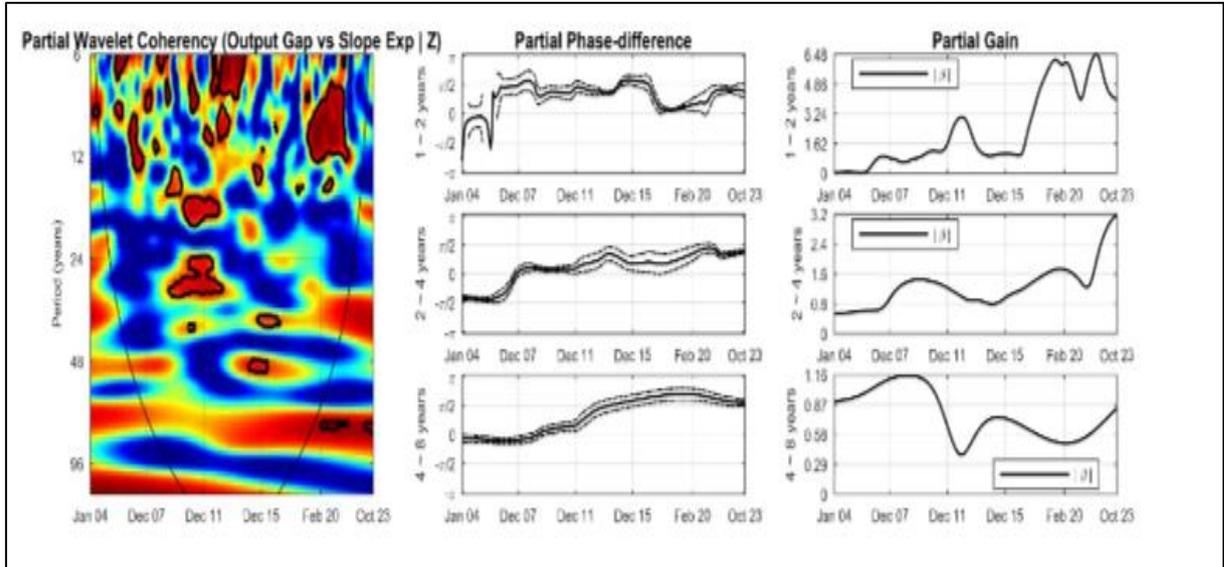


Fonte: Elaboração do autor.

Por sua vez a coerência do gap do IBC-Br com a curvatura da curva de juros revela uma coerência de curto prazo (0-1 ano) para 2006-2008; 2012-2014 e 2019. No médio prazo

(2-4 anos) houve relação entre 2005 e 2006 entre 2009 e 2011. Para esses resultados a maioria das relações foram na mesma direção e com muitas vezes o IBC antecipando a curvatura dos juros.

Figura 11 – Coerência entre o Gap do IBC-Br e a inclinação da curva de juros



Fonte: Elaboração do autor.

A coerência entre inclinação e o gap do produto revela uma forte relação entre 2012 e 2014 para ciclos de 0-1 anos, esse padrão se repete em 2005-2006, dezembro de 2011 e a partir de fevereiro de 2022. Não houve coerência significativa para ciclos de 4-8 anos, mas em dezembro de 2011 e dezembro de 2015 houve coerência dos ciclos para uma frequência de 2-4 anos. A diferença e fases indica que os ciclos dessas duas variáveis caminham na mesma direção com antecipação do gap do IBC-Br.

Para melhor visualização da coerência entre inflação e gap do IBC-Br foram elaboradas as tabelas 1 e 2, onde cada frequência e período são melhor detalhado. Para os momentos em que não foi possível sinalizar a direção e qual variável se antecipa foram elaboradas as tabelas 3 e 4, que estão nos apêndices dessa dissertação.

Tabela 1 – Principais resultados entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento	Elasticidade
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)			
2004.2	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,45 - 0,50
2005.1 - 2006.1	0 - 1	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos de inflação em direção contrária	0,50 - 0,60

Continua

Continuação

Tabela 1 – Principais resultados entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento	Elasticidade
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)			
2005.1 - 2006.1	1 - 2	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos de inflação em direção contrária	0,50 - 0,55
2008.1	2 - 4	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,60 - 0,70
2010.2 - 2012.2	4 - 8	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,40 - 0,60
2019.1	4 - 8	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,35
2014.2	0 - 1	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos de inflação em direção contrária	0,45
2016.2 - 2018.1	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,00 - 0,60
2018.2	1 - 2	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,60 - 0,70
2020.1	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,30 - 0,45
2021.2 - 2022.1	0 - 1	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos de inflação em direção contrária	0,30 - 0,65
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator curvatura dos juros (x)			
2004.2 - 2006.2	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,15 - 0,30
2006.1 - 2006.2	1 - 2	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,20 - 0,25
2013.2 - 2014.2	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2015.1 - 2015.2	1 - 2	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2017.1	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,15 - 0,30
2018.1	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2020.1 - 2020.2	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2020.2 - 2021.1	1 - 2	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2013.2 - 2017.1	2 - 4	Ciclos de fator curvatura dos juros antecipam ciclos de inflação na mesma direção	0,25 - 0,55
2013.2 - 2017.2	4 - 8	Ciclos de fator curvatura dos juros antecipam ciclos de inflação na mesma direção	0,30 - 0,40
2021.1 - 2021.2	2 - 4	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,45 - 0,50
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator inclinação dos juros (x)			
2004.2 - 2006.2	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,15 - 0,25

Continua

Conclusão

Tabela 1 – Principais resultados entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento	Elasticidade
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator inclinação dos juros (x)			
2006.1 - 2006.2	1 - 2	Ciclos de fator inclinação dos juros antecipam ciclos de inflação na mesma direção	0,25 - 0,40
2013.2 - 2014.2	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,65 - 0,90
2015.1 - 2015.2	1 - 2	Ciclos de fator inclinação dos juros antecipam ciclos de inflação direção contrária	1,40 - 1,80
2017.1	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,75 - 0,80
2018.1	0 - 1	Ciclos de inflação antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,40 - 0,50

Fonte: Elaboração do autor.

Pela tabela 1 pode-se auferir que em relação ao nível da curva de juros a inflação há uma predominância da inflação em relação a ao fator nível da curva. Nas vezes em que o nível se antecipava a inflação a relação entre os ciclos era na direção contrária e no curto prazo (0-1 ano). As maiores elasticidade dessa relação foram em 2008 e 2018, entre 0,60 e 0,70.

No que concerne ao fator curvatura houve cinco movimentos cíclicos sem liderança definida. Por sua vez, entre 2013 e 2017 o fator curvatura se antecipou a inflação, com ciclos na mesma direção e em frequência de médio e longo prazo, 2-4 anos e 4-8 anos. As maiores elasticidades foram para o período de 2013 a 2017 e em 2021.

Quando se trata da relação da inflação com a inclinação da curva de juros foram encontradas as maiores elasticidades, de 0,65 a 0,90 entre 2013 e 2014 e 1,40 e 1,80 entre os dois meses iniciais de 2015. Por dois períodos o fator inclinação antecedeu a inflação (2006.1-2006.2 e 2015.1-2015.2). Nos demais períodos a inflação liderou a coerência de ciclos com a inclinação da curva de juros. Com a relação frequência cíclica todas as coerências para a inflação e a inclinação foram de curto prazo (1-2 anos).

Tabela 2 – Principais resultados entre os ciclos do gap de IBC-BR e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento	Elasticidade
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)			
2014.2 - 2015.1	4 - 8	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos do gap do IBC-BR em direção contrária	0,70
2009.2 - 2013.1	2 - 4	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	1,00 - 1,70

Continua

Conclusão

Tabela 2 – Principais resultados entre os ciclos do gap de IBC-BR e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento	Elasticidade
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)			
2005.2 - 2006.1	0 - 2	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2006.2	0 - 2	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	1,50 - 2,00
2009.2 - 2013.2	0 - 2	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	0,50 - 2,50
2014.1 - 2015.2	0 - 2	Ciclos de fator nível dos juros antecipam ciclos do gap do IBC-BR em direção contrária	0,40 - 0,90
2017.1	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator nível dos juros em direção contrária	0,80 - 1,00
2019.1 - 2020.2	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator nível dos juros na mesma direção	5,00 - 5,70
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator curvatura dos juros (x)			
2005.2 - 2006.2	2 - 4	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,55
2013.1 - 2016.2	4 - 8	Ciclos de fator curvatura dos juros antecipam ciclos do gap do IBC-BR na mesma direção	0,75 - 0,90
2005.1 - 2005.2	1 - 2	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,30 - 0,35
2005.2	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,35
2006.2	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2007.2 - 2009.2	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,40 - 0,70
2013.1	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator curvatura dos juros na mesma direção	0,55 - 0,75
2013.2	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
2014.1 - 2014.2	0 - 1	Ciclos de fator curvatura dos juros antecipam ciclos do gap do IBC-BR na mesma direção	0,25 - 0,30
2015.1 - 2015.2	0 - 1	Comovimento fásico sem liderança definida	-
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator inclinação dos juros (x)			
2009.2 - 2013.2	2 - 4	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,90 - 1,50
2015.2 - 2016.2	2 - 4	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	0,80 - 1,20
2019.1 - 2021.1	0 - 1	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	4,00 - 6,20
2009.2 - 2011.1	0 - 2	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	1,10 - 1,40
2013.1 - 2014.2	0 - 2	Ciclos do gap de IBC-BR antecipam ciclos de fator inclinação dos juros na mesma direção	1,20 - 3,20

Fonte: Elaboração do autor.

Ao compararmos os gaps do IBC-Br com os fatores para os componentes da curva de juros, tabela 2, pode-se observar uma predominância do gap do produto se antecipando a ao nível da curva. Somente em um momento (2014.2-2015.1 e 2014.1-2015.2), o nível do produto se antecipou ao gap do produto (IBC-Br). Os ciclos entre gap e nível foram em maioria de curto prazo (0-2 anos). Somente entre 2009 e 2013 e 2014 e 2015 houve ciclos de médio e longo prazo. O destaque para o nível da curva foi o período imediatamente pré-pandemia (2019.1-2020.2) que apresentou uma elevada elasticidade entre os ciclos (5,00-5,70).

Para a coerência com a curvatura se destacam em sua maioria momentos com a dominância do gap do produto. Somente em dois períodos a curvatura dominou a relação cíclica, entre 2013 e 2016 e entre janeiro e fevereiro de 2014. No triênio 2013-2016 os ciclos foram de longo prazo (4-8 anos) e com elasticidade entre 0,75 e 0,90. Para 2014 a frequência indicou um ciclo de curto prazo (0-1 ano).

Por fim quando se atenta para relação de coerência entre a inclinação da curva de juros e o gap do produto, foram cinco períodos detectados, todos com predominância do gap e na mesma direção. O destaque foi a alta elasticidade para o período entre 2019.1-2021.2 com intervalo de elasticidade entre 4,00 e 6,20. Todas as relações foram de curto ou médio prazo.

7 CONCLUSÕES

Com base nos resultados apresentados, é possível observar padrões interessantes na relação entre a curva de juros e a inflação, fornecendo *insights* importantes para entender os movimentos do mercado financeiro e as dinâmicas econômicas no Brasil.

Inicialmente, a predominância da inflação em relação ao nível da curva de juros sugere uma forte influência das expectativas inflacionárias na determinação das taxas de juros. Esse fenômeno reflete a sensibilidade dos agentes econômicos às perspectivas de inflação e sua disposição para ajustar as taxas de juros em resposta a essas expectativas.

Os movimentos cíclicos na curvatura da curva de juros, especialmente entre 2013 e 2017, indicam períodos em que as variações na estrutura da curva anteciparam mudanças na inflação. Isso sugere que as condições macroeconômicas e políticas durante esses períodos tiveram um impacto significativo nas expectativas de inflação e nas preferências dos investidores por ativos de renda fixa.

A relação entre a inclinação da curva de juros e a inflação revela uma dinâmica complexa, com elasticidades variando ao longo do tempo. A liderança da inflação sobre a inclinação da curva de juros em grande parte dos períodos sugere que as expectativas de inflação desempenham um papel crucial na determinação da estrutura temporal das taxas de juros.

Por fim, a predominância de coerências de curto prazo na relação entre a inflação e a inclinação da curva de juros indica que os movimentos de curto prazo na inflação podem ter um impacto imediato nas taxas de juros de curto prazo, refletindo a sensibilidade dos mercados financeiros às mudanças nas condições macroeconômicas e políticas.

Em resumo, os resultados apresentados destacam a importância de considerar a dinâmica complexa entre a curva de juros e a inflação para entender as tendências do mercado financeiro e formular políticas econômicas eficazes no Brasil. Essas análises fornecem *insights* valiosos para investidores, formuladores de políticas e economistas na interpretação das condições econômicas e na tomada de decisões estratégicas.

Ao analisarmos os gaps do IBC-Br em comparação com os fatores para os componentes da curva de juros, observamos que o gap do produto geralmente se antecipa ao nível da curva de juros. Embora tenham ocorrido momentos em que o nível do produto antecipou o gap do produto, a maioria dos ciclos foi de curto prazo, com exceção de alguns períodos entre 2009 e 2013 e 2014 e 2015, que apresentaram ciclos de médio e longo prazo.

Um destaque notável foi o período imediatamente pré-pandemia (2019.1-2020.2), que demonstrou uma elevada elasticidade entre os ciclos.

Com base nos resultados apresentados, é evidente que a relação entre a curva de juros e o gap do produto (IBC-Br) reflete as complexidades e os desafios enfrentados pela economia brasileira ao longo dos anos. Os padrões identificados fornecem insights valiosos sobre a dinâmica econômica do país e suas implicações para o futuro.

No contexto brasileiro, os resultados sugerem que a economia é sensível a uma variedade de fatores, incluindo políticas governamentais, ciclos econômicos globais e eventos específicos, como a pandemia do COVID-19. Por exemplo, observa-se que durante períodos de incerteza econômica, como o início da pandemia, a relação entre a curva de juros e o gap do produto foi mais volátil e menos previsível.

Além disso, a forte correlação entre a inclinação da curva de juros e o gap do produto em determinados períodos, especialmente durante o período pré-pandêmico, sugere que políticas monetárias e fiscais podem desempenhar um papel crucial na estabilização da economia e na promoção do crescimento.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR-CONRARIA, Luís Aguiar; MARTINS, Manuel M. F.; SOARES, M. J. The yield curve and the macro-economy across time and frequencies. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 36, n. 12, p. 1950-1970, 2012.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; SOARES, M. J. The continuous wavelet transform: Moving beyond uni-and bivariate analysis. **Journal of Economic Surveys**, v. 28, n. 2, p. 344-375, 2014.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; MARTINS, M. M.; SOARES, M. J. Estimating the Taylor rule in the time-frequency domain. **Journal of Macroeconomics**, v. 57, p. 122-137, 2018.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; SOARES, M. J. Business cycle synchronization and the Euro: A wavelet analysis. **Journal of Macroeconomics**, v. 33, n. 3, p. 477-489, 2011.
- BIANCHI, Francesco; MUMTAZ, Haroon; SURICO, Paolo. The great moderation of the term structure of UK interest rates. **Journal of Monetary Economics**, v. 56, n. 6, p. 856-871, 2009.
- BYRNE, Joseph P.; CAO, Shuo; KOROBILIS, Dimitris. Decomposing global yield curve co-movement. **Journal of Banking & Finance**, v. 106, p. 500-513, 2019.
- CAMPBELL, John Y. Some lessons from the yield curve. **Journal of economic perspectives**, v. 9, n. 3, p. 129-152, 1995.
- CHOUDHRY, Moorad. **Analysing and interpreting the yield curve**. John Wiley & Sons, 2019.
- COCHRANE, John H.; PIAZZESI, Monika. Decomposing the yield curve. *In: AFA 2010 Atlanta Meetings Paper*. 2009.
- CROWLEY, Patrick M. A guide to wavelets for economists. **Journal of Economic Surveys**, v. 21, n. 2, p. 207-267, 2007.
- CROWLEY, Patrick M.; MAYES, David G. How fused is the Euro area core?: An evaluation of growth cycle co-movement and synchronization using wavelet analysis. **OECD Journal: Journal of Business Cycle Measurement and Analysis**, v. 2008, n. 1, p. 63-95, 2009.
- DE FREITAS JUNIOR, Aroldo *et al.* Efeitos dos choques de política monetária sobre as taxas de inflação desagregadas: uma análise a partir de um TVP-VAR entre 2003 e 2020. **Revista de Economia Mackenzie**, v. 20, n. 1, p. 119-151, 2023.
- DIEBOLD, Francis X.; JI, Lei; LI, Canlin. A three-factor yield curve model: non-affine structure, systematic risk sources, and generalized duration. **Macroeconomics, Finance and Econometrics: Essays in Memory of Albert Ando**, v. 1, p. 240-274, 2006.

DIEBOLD, Francis X.; LI, Canlin; YUE, Vivian Z. Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic Nelson–Siegel approach. **Journal of Econometrics**, v. 146, n. 2, p. 351-363, 2008.

ESTRELLA, Arturo; MISHKIN, Frederic S. The yield curve as a predictor of US recessions. **Current issues in economics and finance**, v. 2, n. 7, 1996.

FAMA, Eugene F.; BLISS, Robert R. The information in long-maturity forward rates. **The American Economic Review**, v. 77, n. 4, p. 680-692, 1987.

FEIJÓ, Carmem; ARAÚJO, Eliane Cristina; BRESSER-PEREIRA, Luiz Carlos. Política monetária no Brasil em tempos de pandemia. **Brazilian Journal of Political Economy**, v. 42, p. 150-171, 2022.

MARTINS, Breno Maurício Mattos. **Decomposição da Curva de Juros Brasileira**. 2020. 52f. Dissertação (Mestrado em Macroeconomia) – Centro de Ciências Sociais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

MATOS, Paulo Rogério Faustino; NETO, Jayme Andrade. Analisando as decisões do COPOM. **BBR-Brazilian Business Review**, v. 12, n. 6, p. 26-48, 2015.

MCCULLOCH, J. Huston. The tax-adjusted yield curve. **The Journal of Finance**, v. 30, n. 3, p. 811-830, 1975.

MCCULLOCH, J. Huston; KWON, Heon-Chul. **US term structure data, 1947-1991**. Working Paper, Ohio State University, 1993.

NELSON, Charles R.; SIEGEL, Andrew F. Parsimonious modeling of yield curves. **Journal of business**, p. 473-489, 1987.

OJO, Mustapha Olalekan; AGUIAR-CONRARIA, Luís; SOARES, Maria Joana. A time–frequency analysis of the Canadian macroeconomy and the yield curve. **Empirical Economics**, v. 58, p. 2333-2351, 2020.

RAMSEY, James B.; LAMPART, Camille. Decomposition of economic relationships by timescale using wavelets. **Macroeconomic dynamics**, v. 2, n. 1, p. 49-71, 1998.

RAMSEY, James B.; ZHANG, Zhifeng. The analysis of foreign exchange data using waveform dictionaries. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, n. 4, p. 341-372, 1997.

SIEGEL, Andrew F.; NELSON, Charles R. Long-term behavior of yield curves. **Journal of financial and quantitative analysis**, v. 23, n. 1, p. 105-110, 1988.

TAYLOR, John B. Discretion versus policy rules in practice. *In: Carnegie-Rochester conference series on public policy*. North-Holland, 1993. p. 195-214.

TORRENCE, C.; COMPO, G. P. A practical guide to wavelet analysis. **Bulletin of the American Meteorological society**, v. 79, n. 1, p. 61-78, 1998.

TORRENCE, C.; WEBSTER, P. J. Interdecadal changes in the ENSO–monsoon system. **Journal of climate**, v. 12, n. 8, p. 2679-2690, 1999.

VARGAS, Bruno Antônio. Estudo Empírico sobre Mudança no Padrão de Volatilidade da Curva de Juros Prefixada durante a Pandemia da Covid-19. **Revista Debates em Economia Aplicada–REDEA**, v. 2, n. 3, 2022.

VASICEK, Oldrich A.; FONG, H. Gifford. Term structure modeling using exponential splines. **The Journal of Finance**, v. 37, n. 2, p. 339-348, 1982.

WU, Thomas; DE RECURSOS, Ventura Gestão; SANTA CRUZ, U. C. **A Relação entre Política Monetária e a Curva de Juros: Evidência empírica da experiência brasileira entre 2004 e 2008**. Rio de Janeiro: Instituto de Estudos de Política Econômica Casa das Garças, 2009.

WU, Jing Cynthia; XIA, Fan Dora. Negative interest rate policy and the yield curve. **Journal of Applied Econometrics**, v. 35, n. 6, p. 653-672, 2020.

ZABOT, U. C.; CAETANO, S. M.; CALDEIRA, J. F. Antecipação e surpresa monetária e seus efeitos nas taxas de juros de mercado. **Economia Aplicada**, v. 17, n. 2, p. 227–249, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TABELA 3

Tabela 3 – Resultados inconclusivos entre os ciclos de inflação e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)		
2012.1 - 2013.1	0 - 1	Inconclusivo
2013.1 - 2014.2	4 - 8	Inconclusivo
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator curvatura dos juros (x)		
2006.2 - 2008.1	2 - 4	Inconclusivo
2008.1 - 2009.2	0 - 1	Inconclusivo
2012.2	0 - 1	Inconclusivo
Ciclos de inflação (y) versus ciclos do fator inclinação dos juros (x)		
2005.2	0 - 1	Inconclusivo
2012.2	0 - 1	Inconclusivo
2017.1	0 - 1	Inconclusivo
2018.1	0 - 1	Inconclusivo
2019.1 - 2020.1	0 - 1	Inconclusivo
2021.2	0 - 1	Inconclusivo
2015.1 - 2016.1	4 - 8	Inconclusivo
2017.1 - 2019.1	4 - 8	Inconclusivo

Fonte: Elaboração do autor.

APÊNDICE B – TABELA 4

Tabela 4 – Resultados inconclusivos entre os ciclos do gap de IBC-BR e os ciclos dos fatores de juros

Período	Frequência (anos)	Comovimento
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator nível dos juros (x)		
2015.2 - 2019.1	4 - 8	Inconclusivo
2007.1 - 2009.1	0 - 2	Inconclusivo
2021.1 - 2021.2	0 - 1	Inconclusivo
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator curvatura dos juros (x)		
2008.2 - 2012.2	2 - 4	Inconclusivo
2010.2 - 2012.2	1 - 2	Inconclusivo
2011.1	0 - 1	Inconclusivo
2012.1 - 2012.2	0 - 1	Inconclusivo
2020.1 - 2020.2	0 - 1	Inconclusivo
Ciclos do gap de IBC-BR (y) versus ciclos do fator inclinação dos juros (x)		
2015.1 - 2016.1	4 - 8	Inconclusivo
2015.1 - 2015.2	1 - 2	Inconclusivo
2005.2 - 2009.1	0 - 2	Inconclusivo
2011.2 - 2012.2	0 - 2	Inconclusivo

Fonte: Elaboração do autor.