



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL:
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

GILVAM FERREIRA BARBOSA

APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS *FUZZY TOPSIS* E *FUZZY SPOTIS*
NA SELEÇÃO DOS PARÂMETROS MAIS RELEVANTES EM AVALIAÇÕES
IMOBILIÁRIAS

FORTALEZA

2024

GILVAM FERREIRA BARBOSA

APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS *FUZZY TOPSIS* E *FUZZY SPOTIS* NA
SELEÇÃO DOS PARÂMETROS MAIS RELEVANTES EM AVALIAÇÕES
IMOBILIÁRIAS

Dissertação de Mestrado apresentada à
Coordenação do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil: Estruturas e Construção
Civil, da Universidade Federal do Ceará, como
requisito parcial para obtenção do título de
Mestre. Área de concentração: Construção Civil.

Orientador: Prof.a. Dra. Vanessa Ribeiro
Campos.

FORTALEZA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- B197a Barbosa, Gilvam Ferreira.
Aplicação e comparação dos métodos Fuzzy TOPSIS e Fuzzy SPOTIS na seleção dos parâmetros mais relevantes em avaliações imobiliárias / Gilvam Ferreira Barbosa. – 2024.
97 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2024.
Orientação: Profª. Dra. Vanessa Ribeiro Campos.
1. Mercado Imobiliário. 2. Avaliação de Imóveis. 3. Apoio à Decisão Multicritério. I. Título.
CDD 624.1
-

GILVAM FERREIRA BARBOSA

APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS *FUZZY TOPSIS* E *FUZZY SPOTIS* NA
SELEÇÃO DOS PARÂMETROS MAIS RELEVANTES EM AVALIAÇÕES
IMOBILIÁRIAS

Dissertação de Mestrado apresentada à
Coordenação do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil: Estruturas e Construção
Civil, da Universidade Federal do Ceará, como
requisito parcial para obtenção do título de
Mestre. Área de concentração: Construção Civil.

Aprovada em: 05/04/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof.a. Dra. Vanessa Ribeiro Campos (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antônio Nunes de Miranda Filho
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Carlos Francisco Simões Gomes
Universidade Federal Fluminense (UFF)

Dedico este trabalho a Deus, por suas bênçãos derramadas sobre mim e minha família. A minha mãe, Elineide, e a minha irmã Elaine, pelo apoio e por sempre acreditar no meu potencial.

AGRADECIMENTOS

À Instituição FUNCAP, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.
À Prof.a. Dra. Vanessa Ribeiro Campos, pela excelente orientação.

Aos professores participantes da banca examinadora, Prof. Dr. Antônio Nunes de Miranda Filho e Prof. Dr. Carlos Francisco Simões Gomes, pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos profissionais do setor imobiliário entrevistados, em especial, o Sr. Sérgio Teles, pelo tempo concedido nas entrevistas.

A minha mãe, Elineide, por sempre me haver apoiado e incentivado a realizar meus sonhos.

Aos colegas da turma de mestrado, pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

Faça o seu melhor na condição que você tem,
enquanto você não tem condições melhores
para fazer melhor ainda! (MÁRIO SÉRGIO
CORTELLA)

RESUMO

No contexto imobiliário, a conexão entre as características dos imóveis e sua percepção de valor impacta diretamente na eficácia dos modelos de avaliação. Em razão, porém, da diversidade significativa nos mercados imobiliários, a seleção de parâmetros para avaliação torna-se uma tarefa complexa. Em muitos casos, essa escolha recai sobre a subjetividade do avaliador. A falta de um método claro para justificar a seleção desses parâmetros levanta questionamentos sobre a validade e consistência dessas decisões. Com efeito, esta pesquisa tem como objetivo propor um modelo de seleção dos melhores parâmetros a serem utilizados em avaliações imobiliárias, respeitando as individualidades dos mercados imobiliários. Inicialmente, realizou-se demanda na literatura para identificar e consolidar os parâmetros mais usados em avaliações imobiliárias. Posteriormente, os métodos *Fuzzy TOPSIS* e *Fuzzy SPOTIS* foram empregados para ordenar e selecionar os principais parâmetros em duas circunstâncias de análise (dois Cenários) uma orientada para imóveis de baixo padrão e a outra de alto padrão. Tais situações foram avaliadas, considerando os critérios de atratividade do comprador e liquidez de venda associada ao imóvel, levando em conta a opinião do decisor. A aplicação do modelo sinalizou que, para a circunstância (Cenário 1), os parâmetros “Facilidade de financiamento”, “Bairro”, “Custos Fixos”, “Número de quartos” e “Taxa de juros” foram os que atingiram as melhores colocações; e, para a 2 (Cenário 2), os melhores parâmetros foram: “Bairro”, “Idade aparente” (infraestrutura), “Área do Imóvel”, “Número de quartos”, “Vistas para paisagens cênicas”, “Número de banheiros” e “Potencial de desenvolvimento do bairro”. Ambos os métodos de seleção denotaram eficiência semelhante nas circunstâncias examinadas. O *Fuzzy SPOTIS* destaca-se pela usabilidade em razão da sua ausência de reversão de ordem e axiomática mais simples em comparação com o *Fuzzy TOPSIS*. Análise de sensibilidade, no entanto, indicou que a modelagem com o *Fuzzy SPOTIS* é mais suscetível a mudanças nos pesos dos critérios, especialmente em valores extremos, em comparação com o *Fuzzy TOPSIS*. Espera-se que os desfechos e considerações resultantes deste trabalho atuem como estímulo para futuras investigações e abordagens práticas que favoreçam os processos de tomada de decisão no âmbito da construção civil.

Palavras-chave: Mercado Imobiliário; Avaliação de Imóveis; Apoio à Decisão Multicritério.

ABSTRACT

In the real estate context, the connection between the characteristics of properties and their perception of value directly impacts the effectiveness of valuation models. However, given the significant diversity in real estate markets, the selection of parameters for valuation becomes a complex task. In many cases, this choice falls on the subjectivity of the evaluator. The lack of a clear method to justify the selection of these parameters raises questions about the validity and consistency of these decisions. In this context, this research aims to propose a model for selecting the best parameters to be used in real estate valuations respecting the individualities of the real estate markets. Initially, a literature search was conducted to identify and consolidate the most used parameters in real estate valuations. Subsequently, the *Fuzzy* TOPSIS and *Fuzzy* SPOTIS methods were used to order and select the main parameters in two analysis scenarios, the first focused on low-end properties and the second focused on high-end properties, these scenarios were evaluated considering the criteria of attractiveness of the buyer and sale liquidity associated with the property. Considering the opinion of the decision-maker. The application of the model indicated that for scenario 1 the parameters "Ease of financing", "Neighborhood", "Fixed Costs", "Number of bedrooms" and "Interest Rate" were the ones that reached the best placements and for scenario 2 the best parameters were: Neighborhood, Apparent Age (infrastructure), Property Area, Number of Bedrooms, Views of scenic landscapes, Number of bathrooms and Potential for development of the neighborhood. The two methods showed similar efficiency in the scenarios analyzed. Fuzzy SPOTIS stands out for usability due to its absence of order reversal and simpler axiomatics compared to Fuzzy TOPSIS. However, sensitivity analysis indicated that modeling with Fuzzy SPOTIS is more susceptible to changes in criterion weights, especially at extreme values, compared to Fuzzy TOPSIS. It is hoped that the outcomes and considerations resulting from this work will function as a stimulus for future investigations and practical approaches that favor decision-making processes in the field of civil construction.

Keywords: real estate market; real estate valuation; multicriteria decision support.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Representação gráfica da escala de avaliação	27
Figura 2	– Fluxograma do método de pesquisa	34
Figura 3	– Etapas de modelagem no método Fuzzy TOPSIS	41
Figura 4	– Etapas de modelagem no método Fuzzy SPOTIS	43
Figura 5	– Parâmetros do Cenário 1 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy TOPSIS	53
Figura 6	– Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy TOPSIS	54
Figura 7	– Demais Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy TOPSIS	55
Figura 8	– Parâmetros do Cenário 1 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy SPOTIS	56
Figura 9	– Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy SPOTIS	57
Figura 10	– Demais Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy SPOTIS	57

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Parâmetros analisados no Cenário 1	36
Quadro 2 – Parâmetros analisados no Cenário 2	38
Quadro 3 – Escala linguística e números Fuzzy associados para avaliação das alternativas	42
Quadro 4 – Escala linguística e números Fuzzy associados para avaliação dos pesos dos critérios	42
Quadro 5 – Pontuação das alternativas	43
Quadro 6 – Combinações de pesos aplicação com Fuzzy TOPSIS	44
Quadro 7 – Combinações de pesos aplicação com Fuzzy SPOTIS	45
Quadro 8 – Comparação de métodos – Cenário 1	46
Quadro 9 – Comparação de métodos – Cenário 2	47
Quadro 10– Prioridades expressas pelo público de baixa renda na procura de um imóvel	50
Quadro 11 – Prioridades expressas pelo público de alta renda na procura de um imóvel	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Pontuação - Critérios	29
Tabela 2 – Pontuação - Alternativas TOPSIS	29
Tabela 3 – Pontuação - Alternativas SPOTIS	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AHP	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
ELECTRE	<i>Elimination and Choice Translating Reality</i>
FIS	Inferência <i>Fuzzy</i>
FTOPSIS	<i>Fuzzy TOPSIS</i>
AMD	Apoio multicritério à decisão
NBR	Norma Brasileira Regulamentar
NIS	<i>Negative Ideal Solution</i>
PIS	<i>Positive Ideal Solution</i>
PM2.5	Partículas de até 2,5 micrometros
PMCMV	<i>Programa Minha Casa, Minha Vida</i>
PO	Pesquisa Operacional
PSCM	<i>Psceudo Self Comparison Method</i>
RNA	Redes Neurais Artificiais
SPOTIS	<i>Stable Preference Ordering Towards Ideal Solution</i>
TCA	Conjuntos Aproximados
TOPSIS	<i>Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa	15
1.2	Objetivos.....	16
1.3	Estrutura da dissertação	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Relevância das avaliações imobiliárias	18
2.2	Características capazes de afetar o valor dos imóveis	19
2.3	Métodos de avaliação imobiliária	22
2.4	Métodos de tomada de decisão multicritério e a teoria dos conjuntos <i>Fuzzy</i>	25
2.5	Método Fuzzy TOPSIS	28
2.6	Método Fuzzy SPOTIS	31
3	DADOS E MÉTODO	33
3.1	Identificação	34
3.1.1	<i>Parâmetros Imobiliários</i>	34
3.1.2	<i>Critérios de seleção</i>	39
3.1.3	<i>Decisor</i>	40
3.2	Modelagem	40
3.2.1	<i>Fuzzy TOPSIS</i>	41
3.2.2	<i>Fuzzy SPOTIS</i>	43
3.3	Análise da Modelagem	44
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	46
4.1	Ordenação dos parâmetros para o Cenário 1	48
4.2	Ordenação dos parâmetros para o Cenário 2	51
4.3	Resultados da análise de sensibilidade	53
4.3.1	<i>Análise do Método Fuzzy TOPSIS</i>	53
4.3.2	<i>Análise do Método Fuzzy SPOTIS</i>	55
5	CONCLUSÕES	57
	REFERÊNCIAS	60
	APÊNDICE A – PARÂMETROS COLETADOS	68
	APÊNDICE B – APLICAÇÃO NO CENÁRIO 1 - FUZZY TOPSIS	73

APÊNDICE C – APLICAÇÃO NO CENÁRIO 2 - FUZZY TOPSIS	80
APÊNDICE D – APLICAÇÃO NO CENÁRIO 1 - FUZZY SPOTIS	86
APÊNDICE E – APLICAÇÃO NO CENÁRIO 2 - FUZZY SPOTIS	92

1 INTRODUÇÃO

As avaliações de imóveis influenciam no desempenho de atividades importantes para o mercado imobiliário, tais como a regulamentação de zoneamento, tributação, desapropriação (BUNYAN UNEL; YALPIR, 2019; UNEL; YALPIR, 2023), corretagem, avaliação de empréstimos fiscais e colaterais, gerenciamento de portfólio de propriedades (LEE; PARK, 2021) e revisão bancária de hipotecas de empréstimos (YANG, ZONGYAN *et al.*, 2022). Dessa maneira, para que essas atividades sejam desempenhadas de forma eficiente, é necessário que a metodologia dessas avaliações promova resultados precisos, evitando, assim, inconsistências que fomentem impactos negativos para esse mercado (YALPIR; OZKAN, 2018; RENIGIER-BIŁOZOR; JANOWSKI; D'AMATO, 2019).

Uma das modalidades de melhorar a precisão dessas avaliações vem da hipótese criada por parte de Rosen (1974), a qual afirma que o valor de um produto depende diretamente de suas características intrínsecas. Assim no contexto do mercado imobiliário, as características ligadas aos imóveis impactam diretamente na percepção de valor deles, de modo que o uso delas repercute na precisão dos modelos de avaliação. Em razão, porém, da grande heterogeneidade dos mercados imobiliários, os parâmetros determinantes para criação de modelos de avaliação precisos variam conforme a região, de modo que em muitos casos a escolha destes fica a cargo da subjetividade do avaliador, fato este que gera questionamentos sobre a validade dessa escolha, em decorrência da falta de um método que justifique a seleção desses parâmetros.

Conforme Aires e Ferreira (2018), métodos de apoio à decisão multicritério (AMD) são amplamente utilizados em metodologias de decisão nas áreas da ciência, negócios, governo e engenharia, pois conseguem selecionar e classificar soluções alternativas de acordo com vários critérios conflitantes. Chen e Pan (2021) e Fayek (2020), ainda, afirmam que a combinação desses métodos AMD com a teoria dos conjuntos difusos (Teoria dos conjuntos *fuzzy*) aufere cada vez mais espaço em pesquisas da área de gerenciamento, pois demonstrou ser bastante eficiente no tratamento da imprecisão e da incerteza subjetiva que geralmente acompanham problemas onde ocorrem dificuldades em lidar com dados incompletos, julgamentos subjetivos e informações expressas linguisticamente por especialistas.

Nguyen e Fayek (2022), em sua metanálise sobre as aplicações de técnicas híbridas em engenharia de construção e pesquisa em gestão, também, alegaram que os métodos AMD em conjunto com a lógica *fuzzy* são recomendados na resolução de problemas que envolvam a avaliação de parâmetros em razão da sua capacidade de realizar análises de necessidades,

priorizar alternativas disponíveis para determinar a opção ideal e capturar a complexidade e a interdependência dos critérios de seleção. Eles ainda afirmam que a interpretabilidade e a precisão desses métodos são pontos fortes que promovem o seu uso na resolução de problemas desse tipo.

Nestas circunstâncias, este escrito demandou desenvolver um modelo de tomada de decisão multicritério associado à teoria dos conjuntos *fuzzy* que ofereça uma abordagem explicativa para seleção dos melhores parâmetros a serem empregados em avaliações imobiliárias. Para isso foi feito um levantamento, na literatura, dos principais parâmetros utilizados em avaliações. Em seguida, para composição do modelo, foram comparados os métodos *Fuzzy TOPSIS* e *Fuzzy SPOTIS* para ordenação e seleção dos principais parâmetros em dois contextos de análise. O primeiro direcionou-se a propriedades de baixo padrão, enquanto o segundo se direcionou para propriedades de alto padrão. Esses Cenários foram examinados com base nos critérios de atratividade para compradores e na liquidez de venda associada aos imóveis, considerando a perspectiva do tomador de decisões que, no caso focalizado, foi um experiente corretor imobiliário.

1.1 Justificativa

As abordagens de avaliações imobiliárias são utilizáveis para dois fins, sendo estes a avaliação individual de um imóvel e a avaliação em massa de um grande conjunto de imóveis. Apesar da quantidade de dados demandada para essas avaliações divergirem, os métodos utilizados nessas abordagens interpretam os parâmetros imobiliários como dados determinísticos para predição dos valores, de modo que a precisão dessas avaliações deriva diretamente da qualidade desses dados (SISMAN; AYDINOGLU, 2022).

Apesar de existir uma ampla gama de estudos que desenvolvem novos métodos de avaliação, em grande parte destes, a seleção dos parâmetros de entrada é trabalhada de maneira superficial, de modo que, na maioria dos trabalhos, a seleção é feita com base num banco de dados predeterminado, onde os parâmetros são escolhidos com suporte no histórico de outras avaliações ou mediante cruzamento de dados feito por algoritmos computacionais (ALEXANDRIDIS *et al.*, 2019; BUNYAN UNEL; YALPIR, 2019).

No caso dos algoritmos computacionais, seu emprego na seleção denota dificuldades em transparecer sobre quais parâmetros foram determinantes na construção do modelo de avaliação, sendo necessário o emprego de um algoritmo para reconstituição de passos, para, assim, descobrir quais parâmetros do banco de dados foram utilizados (IBAN,

2022; KUCKLICK, 2023). Essa triagem, no entanto, é só uma das etapas necessárias, pois ainda há necessidade de uma análise desses parâmetros para se ter um entendimento completo das causas que os tornam influentes, visto que estas mudam conforme os setores imobiliários, os locais e à extensão do tempo e, portanto, não são estáticas (YAKUB *et al.*, 2022). Além disso, o dinamismo dos mercados imobiliários também exige uma escolha cautelosa quanto ao uso de parâmetros utilizados em avaliações passadas, principalmente quando não se tem um histórico abundante ou mesmo confiável. Desse modo, o uso do conhecimento dos especialistas locais exprime-se como alternativa mediante os casos apresentados.

Na literatura, todavia, pesquisas dirigidas ao desenvolvimento de técnicas de seleção de parâmetros em avaliações imobiliárias que façam uso do conhecimento de especialistas locais ainda são escassas, existindo uma lacuna notável na literatura, onde a maioria dos estudos está direcionada para o desenvolvimento de métodos de avaliação em larga escala, sem atribuir uma ênfase significativa à seleção dos parâmetros imobiliários, essenciais para avaliação.

Desse modo, para aumentar a clareza e a credibilidade da seleção de parâmetros em avaliações imobiliárias, é necessário aplicar um método prático capaz de explicar o nível de influência desses parâmetros, que respeite as individualidades características de cada mercado imobiliário e que também organize sistematicamente as opiniões dos especialistas atuantes nos mercados imobiliários locais, fomentando com isso justificativas de seleção com maior credibilidade, tanto para as avaliações imobiliárias quanto para os estudos sobre esse tema.

1.2 Objetivos

A pesquisa ora sob relato tem como objetivo geral oferecer uma abordagem explicativa para seleção dos melhores parâmetros a serem utilizados em avaliações imobiliárias, respeitando as individualidades dos mercados imobiliários. Os objetivos específicos configuram-se em:

- identificar os parâmetros imobiliários mais relevantes para os Cenários estudados;
- definir os critérios para análise dos parâmetros identificados;
- desenvolver uma matriz com parâmetros imobiliários e com os critérios identificados e posteriormente consolidá-los com o decisor; e

- aplicar e comparar os métodos multicritérios *Fuzzy TOPSIS* e *Fuzzy SPOTIS* para ordenação dos parâmetros, por grau de importância.

1.3 Estrutura da dissertação

Este texto dissertativo *stricto sensu* é estruturada em cinco capítulos, com a estrutura delineada na sequência.

No primeiro capítulo, procede-se a uma introdução do tema de pesquisa, revelando os fatores que incentivaram a realização deste estudo e os objetivos pretendidos. O segundo módulo contém uma revisão da literatura sobre a relevância das avaliações imobiliárias, os parâmetros capazes de afetar o valor dos imóveis, os métodos de avaliação imobiliária, os métodos de tomada de decisão multicritério, a teoria dos conjuntos *Fuzzy* e a axiomática dos Métodos *Fuzzy TOPSIS* e *Fuzzy SPOTIS*. No terceiro segmento, estão os dados e o método que rege a pesquisa, bem como a descrição das etapas planejadas para o alcance dos objetivos. A quarta seção capitular aborda os resultados e discussões derivados do modelo proposto, juntamente com uma análise dos parâmetros identificados como relevantes para os Cenários estudados. O capítulo de fecho – o quinto - exprime a conclusão, com a abordagem das principais descobertas da investigação, aditando, ainda, sugestões para trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Relevância das avaliações imobiliárias

O mercado imobiliário reflete o Cenário econômico de um país, pelo fato de estar diretamente alinhado com o crescimento populacional e o aumento do desenvolvimento urbano (YILMAZER; KOCAMAN, 2020). Nesse aspecto, as avaliações imobiliárias contribuem para o entendimento desse mercado, visto que o valor dos imóveis é suscetível de ser afetado por muitas forças externas, como flutuações econômicas, regulamentações governamentais e planos de desenvolvimento econômico (CHOI; YI, 2021).

Em decorrência desse fato, as instituições financeiras, importantes contribuintes para a movimentação econômica do mercado imobiliário, utilizam essas avaliações para formulação e adaptação de suas políticas de empréstimos, referentes a taxa de juros, ampliação da oferta de crédito e requisitos para pagamento (YANG, ZONGYAN *et al.*, 2022). Com isso, os mais diversificados perfis de investidores atuantes nesse mercado, tais como empresas - e até mesmo pessoas físicas que obtêm receitas oriundas da venda ou aluguel de unidades imobiliárias (comerciais ou residenciais) - utilizam as avaliações imobiliárias para norteamento de seus investimentos (CROSBY *et al.*, 2018).

Demais disso, essas avaliações também são usadas como indicadoras por parte do governo na aplicação de medidas de renovação urbana e bem-estar social, visto que os valores dos imóveis também estão atrelados à infraestrutura do bairro, do estado de conservação dos edifícios, da sua proximidade de áreas valorizadas (WOO; LEE, 2016; WANG *et al.*, 2023) e da taxa de criminalidade (PONTES; PAIXÃO; ABRAMO, 2011; BECONYTÉ; GRUŽAS; SPIRIAJEVAS, 2023). Assim, regiões sinalizadas pela grande concentração de imóveis com valores muito abaixo da média são os principais alvos de políticas públicas, com o intuito de reviver terrenos ociosos, remover propriedades perigosas e degradadas, incentivar a construção e revitalização de prédios (ZHONG; HUI, 2020), vias de tráfego e a malha de transporte público (YANG, LINCHUAN *et al.*, 2020).

Ademais, a variação negativa dos preços dos imóveis, principalmente em áreas altamente urbanizadas ou com elevada concentração industrial, também, serve como indicadora da necessidade de políticas públicas para mitigar os impactos negativos da poluição e do desmatamento sobre o bem-estar da população (ZHANG; CHEN; WANG, 2021). Isto porque a salubridade ambiental também se exprime como agente determinante nos preços dos imóveis, já que áreas com alto índice de poluição e desmatamento, com destaque para a poluição do ar

(MIŁUCH; KOPCZEWSKA, 2024) e a redução exponencial de áreas verdes em paisagens urbanas (TEO *et al.*, 2023), tendem a depreciar o preço dos imóveis, tanto no local de incidência quanto em áreas circunvizinhas (LI *et al.*, 2022).

Este fato corrobora as pesquisas de Rebelo (2022); Mittal e Byahut (2019), os quais identificaram que áreas que com alto potencial turístico, por proporcionarem paisagens cênicas e outros atrativos de belezas naturais, tendem a ter imóveis com valores acima da média de outras áreas. Com efeito, os impostos e taxas correspondentes a essas áreas são passíveis de ser reformulados, com vistas a aproveitar essa valorização e converter os valores arrecadados para financiar melhorias em infraestruturas e na aplicação de políticas públicas tendidas ao bem-estar social.

Haja vista o que foi exposto, é perceptível a grande relevância que a avaliação imobiliária exerce nos contextos expressos, de modo que várias pesquisas demandam desenvolver novas abordagens para o aprimoramento desse processo. Nesta Dissertação, a abordagem utilizada para esse fim se baseia na hipótese criada por parte de Rosen (1974), ao assinalar que o valor de um produto depende diretamente de suas características intrínsecas. Assim, as características associadas aos imóveis são abordadas na seção seguinte.

2.2 Características capazes de afetar o valor dos imóveis

Poeta, Gerhardt e Gonzalez (2019) desenvolveram um modelo de avaliação imobiliária, nos municípios brasileiros de Lajeado e Montenegro (RS), argumentando que as características associadas ao valor dos imóveis reunidas em três grupos principais:

- o dos atributos físicos, relacionados ao tamanho (área total, número de cômodos, banheiros e garagens), padrão construtivo, projeto, tecnologia e forma de construir;
- o dos aspectos de localização, que representam as condições de qualidade e acessibilidade do bairro, níveis de criminalidade, educação, renda dos moradores e a acessibilidade de locomoção; e
- o grupo das características de mercado, como a modalidade de pagamento para compra do imóvel e a sua demanda.

Yalpir *et al.* (2021), para determinar as melhores características a serem usadas em avaliações imobiliárias em massa, identificaram mais dois grupos de características associadas ao valor os imóveis, que são:

- dos parâmetros legais, relacionados a normas e leis da região analisada que regulamentam a construção, venda e reforma de imóveis; e
- dos parâmetros espaciais, que representam as distâncias do imóvel de pontos estratégicos, como hospitais, escolas, parques etc.

Já outras pesquisas destacaram o potencial individual de algumas características, dentre as quais está a de Lee e Park (2021). Em sua pesquisa realizada na cidade de Seul, Coreia do Sul, eles identificaram que o padrão de acabamento e a estética das fachadas influenciaram consideravelmente a percepção de valor do imóvel. Conforme relataram, essas características, por serem as mais aparentes de um imóvel, são as responsáveis pelas primeiras impressões de valor.

Por sua vez, o estudo realizado por Woo e Lee (2016), concentrou-se na influência dos *brownfields* (terrenos baldios com instalações inacabadas ou em desuso com ou sem contaminantes) no valor dos imóveis circunvizinhos. Assim, conforme os resultados do estudo, que teve como Cenário de teste o Condado de Cuyahoga, Ohio, nos EUA, a revitalização e a transformação dos *brownfields* em áreas de lazer, influenciaram positivamente na valorização dos imóveis unifamiliares, principalmente em áreas onde há, majoritariamente, moradores de baixa renda.

Outros estudos, como os de Sun e Yang (2020); Ou, Zheng e Nam (2022); Nam et al (2022); Miłuch e Kopczewska (2024) concentraram-se no efeito que a poluição do ar causa no valor dos imóveis. Conforme eles argumentam, houve um aumento da conscientização pública sobre o risco à saúde e de perdas econômicas causadas pela poluição do ar. Desse modo, em suas análises, eles quantificaram esse nível de poluição por meio do percentual de partículas inaláveis, com diâmetro inferior a 2,5 micrometros (PM2.5) presentes no ar, e aplicaram em seus modelos de avaliação. Consoante, então, os resultados dessas pesquisas, sobrou demonstrado que a poluição do ar causou um efeito consideravelmente negativo sobre os preços dos imóveis analisados.

Já Mittal e Byahut (2019) examinaram o efeito de acessibilidade visual de terras cênicas (terrenos dispostos de características naturais, históricas e paisagísticas) como causa no valor dos imóveis. Assim, utilizando como *locus* de estudo a cidade de Worcester, que é a segunda maior do Estado de Massachusetts, nos EUA, eles identificaram, por meio de seu modelo de precificação hedônica, que os imóveis que denotaram essa acessibilidade visual obtiveram valorização de 3,4% sobre o preço dos imóveis que não a apresentavam. O efeito dessa característica na valorização dos imóveis se mostrou mais expressivo nas pesquisas de Castro Noblejas, Vías Martínez e Mérida Rodríguez (2022), que, ao recorrerem a um modelo

de precificação hedônica para avaliar o preço dos imóveis da zona oeste do Município de Benalmádena, na costa de Málaga (Espanha), e dentro da turística Costa del Sol, identificaram que os imóveis com acessibilidade visual de terras cênicas tiveram uma valorização de até 18,1% sobre o preço médio dos imóveis que não exprimiam essa característica.

Em sintonia com os experimentos apontados anteriormente, Li *et al.* (2022) e Teo *et al.* (2023) concentraram-se no estudo do efeito que o campo de visão dos imóveis proporcionaria no seu valor. Assim, foi identificado pelos pesquisadores o fato de que os imóveis que oferecem uma visibilidade da natureza ou de uma paisagem arborizada tendem a ser mais valorizados pelo mercado. Segundo os autores, esse efeito de apreciação de paisagens verdes ganhou mais força em razão das medidas de restrições causadas pela Covid-19, que obrigou as pessoas a ficarem mais em suas casas.

Já a pesquisa de Yang *et al.* (2020) se concentrou no estudo do efeito que a acessibilidade aos pontos de ônibus exerce sobre o valor dos imóveis na cidade chinesa de Xiamen. Os pesquisadores identificaram, por meio de análises econômicas e espaciais, que o número de paradas de ônibus e a frequência de viagens nessas paradas afetam significativamente os preços dos imóveis, especialmente os localizados em áreas periféricas.

Conforme outros pesquisadores relataram, a distância do imóvel até pontos específicos teve bastante repercussão no valor dos imóveis em diversas regiões. Estes pontos são componíveis, por exemplo, de zonas comerciais (KOPCZEWSKA; KOPYT; ĆWIAKOWSKI, 2021), hospitais (YILMAZER; KOCAMAN, 2020), escolas e universidades (CHOI; YI, 2021), locais de culto religioso (YALPIR; OZKAN, 2018), áreas de ocorrência de desastres naturais (YALPIR *et al.*, 2021) e áreas culturais e centros de entretenimento (CHANASIT *et al.*, 2021).

Outra pesquisa relevante foi a de Beconyté, Gružas e Spiriajevas (2023) que sugeriu a utilização de mapas de área de crime como parâmetro a ser usada em avaliações imobiliárias. Complementar a essa pesquisa o trabalho de Pontes, Paixão e Abramo (2011), demonstrou que os índices de homicídios e roubos a transeuntes (índices comumente apontados em mapas de área de crime), tendem a influenciar o preço dos imóveis. Para isso, eles desenvolveram um modelo de precificação hedônica, feito o Município de Belo Horizonte MG, utilizando esses índices. De efeito, os pesquisadores identificaram uma relação inversamente proporcional entre esses índices de violência e o valor dos imóveis. Nessa circunstância, a quem procedeu a uma análise mais aprofundada foi possível identificar que haveria uma valorização de até 25,1% nos preços dos imóveis desse Município, caso esses índices caíssem pela metade.

2.3 Métodos de avaliação imobiliária

O tratamento dos dados de entrada (características dos imóveis) distingue-se conforme cada método de avaliação imobiliária, de modo a ser relevante entender essas particularidades para o desenvolvimento de um método de seleção de dados. No Brasil, a prática de avaliações de imóveis urbanos é regida pela NBR 14653 – Avaliação de Bens, dividida em duas partes, a primeira correspondendo aos procedimentos gerais sobre avaliações, e a segunda que trata especificamente da avaliação de imóveis urbanos. Essa norma classifica os métodos de avaliação (ABNT, 2001) conforme está à continuação.

- Método comparativo direto de dados de mercado: mensura o valor do imóvel, avaliando por meio da comparação de suas características com as dos imóveis componentes da amostra de dados usada no modelo de avaliação.
- Método involutivo: estima o valor do imóvel com base em um estudo de viabilidade técnico-econômica, fundamentado em um empreendimento hipotético formado por imóveis compatíveis com o imóvel avaliando, considerando as condições do mercado vigente na região e os Cenários viáveis para execução e comercialização do produto.
- Método evolutivo: mede o valor do imóvel avaliando mediante o somatório de estimativas de cada componente do imóvel-alvo;
- Método de capitalização de renda: quando a estimativa do valor do imóvel é derivada da capitalização da sua renda líquida prevista.

Dentre os métodos, a NBR 14653 recomenda sempre que possível o uso de métodos comparativos. Dentre estes, os mais aceitos são os que utilizam o tratamento científico para criar modelos matemáticos e estatísticos que estimem o valor de mercado dos imóveis (CHOI; YI, 2021). Entre esses modelos, o mais usado é o de regressão linear dos mínimos quadrados ordinários dada sua simplicidade de aplicação (HONG; CHOI; KIM, 2020), pois ele estima o valor de mercado dos imóveis por meio da criação de uma equação linear que expressa o relacionamento do valor do imóvel (variável dependente) com as suas características (variáveis independentes) (CUI *et al.*, 2018). Além deste, há modelos que utilizam outros tipos de regressão, como a logarítmica e a quantílica, para expressar essa relação.

Outras abordagens de avaliação imobiliária também são aceitas pela NBR 14653, desde que sejam devidamente justificadas do ponto de vista teórico e prático, com a inclusão

de validação, quando pertinente (ABNT, 2011). Dentre estas, encontram-se as que utilizam métodos computacionais baseados em Redes Neurais Artificiais (RNA). Essas redes são formadas por várias partições de processamento de dados comparáveis aos neurônios dos seres vivos. Essas partições se conectam, semelhantemente às sinapses neurais, formando diversos tipos de combinações de processamentos que interpretam os padrões que há nos dados para fazer as avaliações de valor (SCHMIDHUBER, 2015).

Os ensaios de Yilmazera e Kocamana (2020) e de Hoxha (2023) foram dos que utilizaram essa abordagem para o desenvolvimento de seus métodos de avaliação imobiliária, implementados na região metropolitana de Ancara, capital da Turquia e na República do Kosovo. Conforme os resultados das pesquisas, a avaliação feita pela RNA foi mais flexível do que os métodos tradicionais de avaliação, uma vez que não precisou criar modelos de regressão que preveem o valor de mercado do imóvel por intermédio de equação única.

Bogin e Shui (2020), também, recorreram a uma RNA para avaliar o preço de propriedades rurais localizadas nos Estados Unidos da América (EUA). Os resultados da pesquisa também indicaram que a RNA teve boa precisão nas estimativas de valores, porém exigiu grande demanda de processamento computacional. Com isso, Bogin e Shui (2020), também, concluíram que os métodos de regressão oferecem uma opção melhor diante de casos em que faltam recursos de processamento de dados.

Por sua vez, Torres-Pruñonosa, García-Estévez e Prado-Román (2021) utilizaram dados de imóveis da região da Catalunha para comparar a precisão dos modelos de avaliação baseados em regressões quantílica e logarítmica, com seu modelo baseado em RNA. Assim, os resultados das pesquisas indicaram que a precisão do método baseado em RNA e da regressão logarítmica foi semelhante e superior à da regressão quantílica. Em casos nos quais, entretanto, não se tem muitas informações referentes aos imóveis, a regressão logarítmica obteve uma performance ligeiramente superior à dos demais métodos.

Desse modo, percebe-se que, apesar de a precisão dos métodos de avaliação imobiliária baseados em RNA ser muitas vezes superior à dos métodos tradicionais, é recomendável a utilização de um mecanismo de seleção dos dados de entrada para assegurar o seu desempenho, tanto em Cenários onde há escassez de dados, em que se faz necessária uma seleção de amostras criteriosa para que elas sejam representativas (OLADOKUN; MOOYA, 2023), quanto em Cenários onde há grande demanda de processamento computacional, sendo aconselhável realizar uma pré- seleção dos dados para diminuir a sobrecarga de processamento (CHANASIT *et al.*, 2021).

Outros métodos de avaliação imobiliária usam informações de

imóveis circunjacentes ao imóvel avaliado para determinar o seu valor de mercado. Nesses métodos, acredita-se que quanto maior a similaridade dos dados de entrada com os do imóvel avaliado melhor será a aproximação da precisão das avaliações. Essa abordagem oferece um mecanismo que ajuda a refletir diretamente na flutuação do preço da propriedade/alvo e a volatilidade do mercado imobiliário à medida do tempo, mecanismo esse faltante em métodos mais tradicionais de avaliação.

Um exemplo desse tipo de abordagem está no trabalho de Yeh e Hsu (2018), que desenvolveram o método de Comparação Quantitativa. Na citada investigação, pressupõe-se que o preço de um imóvel é determinável com suporte na multiplicação do preço médio dos imóveis vizinhos, com coeficientes de correção. Esses coeficientes são estabelecidos por um modelo de regressão que utiliza como dados de entrada informações de imóveis próximos, comparáveis ao imóvel avaliado. Mais um exemplo de método que segue essa abordagem é o desenvolvido por Choi e Yi (2021), denominado de *Pseudo Self Comparison Method* (PSCM), que calcula o valor da propriedade com arrimo na média de preços e histórico de vendas dos imóveis vizinhos. Malgrado, entretanto, as vantagens oferecidas pelos métodos que obedecem a essa abordagem, é importante ressaltar que a aproximação da precisão destes em regiões com baixa densidade populacional ou que expressem poucos dados de transações imobiliárias, geralmente, é bastante limitada (CHOI; YI, 2021).

Outra abordagem de avaliação imobiliária seguida por pesquisadores é a utilização de métodos que se baseiam no efeito da depreciação calculada com apoio nas características físicas relacionadas com o estado de conservação de estruturas, acabamentos e sistemas prediais. Um exemplo dessa abordagem está no trabalho de Zhong e Hui (2020), que elaboraram um modelo estatístico assente em dados físicos de imóveis para calcular a taxa de depreciação e, a seu turno, o valor dos imóveis da cidade de Hong Kong.

Os estudos de Arcuri *et al.* (2020); Khodabakhshian e Toosi (2021); Radulović *et al.* (2023) também, utilizaram essas características físicas para elaborar um método de avaliação imobiliária aplicado nos municípios de Rence, Eslovênia, Teerã, Irã e Bar, Montenegro. Esse método propõe avaliar o custo do ciclo de vida dos imóveis, por meio de modelos paramétricos baseados em BIM que incorporem informações de custo e estado de conservação de estruturas, acabamentos e sistemas prediais, caracterizando a metodologia do BIM 5D.

Assim como na categoria de métodos mencionada anteriormente, porém, a precisão desses métodos não foi testada em áreas com baixa densidade populacional ou com poucos dados de transações imobiliárias, passível de ser significativamente restrita. Para essas situações, alguns pesquisadores desenvolveram métodos de avaliação capazes de trabalhar com dados de

entrada reduzidos, porém com alta influência sobre o valor do imóvel. Para isso, esses métodos procuram identificar a relevância de cada dado na composição de valor dos imóveis, esperando com isso uma melhora na precisão desses métodos.

Um exemplo desses métodos foi o elaborado por parte de Renigier-Biłozor; Janowski e D'Amato (2019), que utiliza um algoritmo de tomada de decisão baseado na Teoria dos Conjuntos Aproximados (TCA), que cria um modelo matemático capaz de determinar a porcentagem de influência que cada dado de entrada provoca no preço do imóvel avaliado. Assim, o modelo expresso foi testado em cidades da Itália e da Polônia, seguindo os normativos de uma análise de validações de modelos de avaliação em massa. Desse modo, o modelo proposto denotou, boa confiabilidade em sua acurácia perante os padrões expostos.

Por sua vez, Yalpir e Ozkan (2018), em seu método de avaliação imobiliária, procuraram identificar a relevância dos dados disponíveis por via de um questionário elaborado para reconhecer a preferência das características imobiliárias que mais influenciam a população da região de estudo. Desse modo, um questionário foi aplicado dentro dos distritos centrais da área metropolitana de Konya, na Turquia, onde 1010 pessoas o responderam. Assim, com os resultados das análises, foi montando um Sistema de Inferência *Fuzzy* (FIS), cujo intuito é converter os relatos verbais de preferência da população em números representativos associáveis aos dados disponíveis dos imóveis da região, para, com isso, montar um modelo de avaliação.

2.4 Métodos de tomada de decisão multicritério e a teoria dos conjuntos *Fuzzy*

Os métodos de apoio à decisão multicritério (AMD) são desenvolvidos para dar apoio na resolução de problemas de tomada de decisão, que visam a identificar em um conjunto de alternativas, a(s) mais elegível(is) mediante avaliações baseadas em múltiplos critérios (YAZDANI *et al.*, 2019). Pelo fato de eles fornecerem uma estrutura formal de modelagem de problemas, desenvolvida para elucidar o comportamento de escolha de uma pessoa tornando suas decisões mais racionais e eficientes, esses métodos são cada vez mais utilizados em problemas complexos, onde a tomada de decisão é capaz de se tornar uma tarefa difícil e pouco compreensiva (DE ALMEIDA; GEIGER; COSTA MORAIS, 2018)

Dentre essas estruturas de modelagem, quatro tipos se destacam na resolução de problemas multicritério. Ei-las na sequência (BELTON; STEWART, 2002).

- Escolha (Problema $P\alpha$) – intenta selecionar, dentre as alternativas, de um conjunto a(s) de melhor avaliação perante os critérios de análise.

- Ordenação (Problema $P\beta$) – tenciona ordenar as alternativas de um conjunto em ordem decrescente, conforme o seu desempenho perante os critérios de análise.
- Classificação (Problema $P\gamma$) – demanda alocar as alternativas de um conjunto em classes pré-ordenadas, utilizando o desempenho das alternativas perante os critérios.
- Estruturação (Problema $P\delta$) – visa estabelecer uma descrição ou um procedimento cognitivo baseado em ações e suas consequências de modo a esclarecer uma decisão.

Além dessas estruturas, os métodos AMD são classificados em duas categorias - métodos compensatórios e não compensatórios. A principal diferença entre eles é que, nos métodos compensatórios, o baixo desempenho da alternativa em um determinado critério é compensado pelo ótimo desempenho dessa mesma alternativa em outro critério de análise. Essa compensação não acontece na outra categoria, de modo que outros parâmetros também são levados em consideração, tais como os limiares de preferência fraca (valor que institui o quanto a diferença de desempenho entre as alternativas não é significativa), preferência estrita (valor que institui o quanto a diferença de desempenho entre as alternativas permita uma sobrepujar a outra) e o veto (valor que institui um limite que, caso ultrapassado, invalide a alternativa) (TAHERDOOST; MADANCHIAN, 2023).

No que se refere às abordagens dos métodos AMD, estas são classificadas em três escolas (TAHERDOOST; MADANCHIAN, 2023), conforme se encontra à continuação.

- Modelos de medição de valor: utilizam uma pontuação numérica dada a cada alternativa para representar o desempenho desta frente aos critérios de análise.
- Modelos de meta, aspiração e nível de referência: medem o quão bem estão as alternativas em comparação a uma solução ideal.
- Modelos de superação: fazem comparações par a par entre as alternativas para cada critério e, com isso, determinam a força de preferência de uma alternativa sobre a outra.

Conforme Aires e Ferreira (2018), são os métodos AMD amplamente utilizados em metodologias de decisão nas áreas da ciência, negócios, governo e engenharia. Em razão da abrangência de Cenários, os pesquisadores tencionam, constantemente, melhorar a eficiência

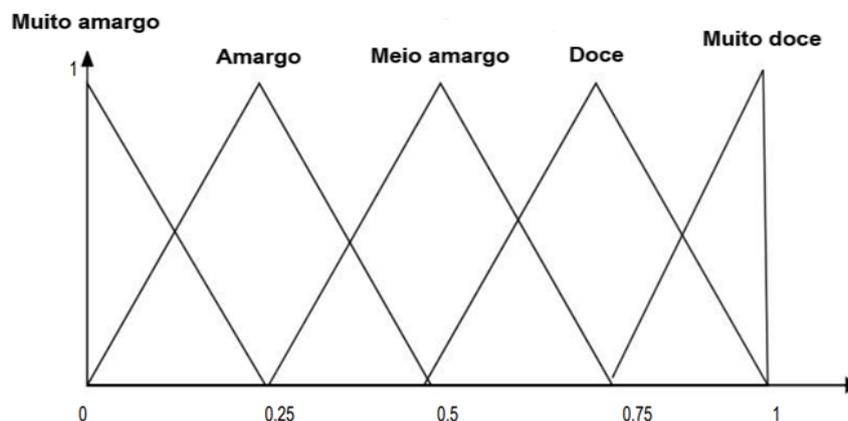
da modelagem, principalmente em problemas onde ocorrem dificuldades em lidar com dados incompletos, julgamentos subjetivos e informações expressas linguisticamente (NGUYEN; ROBINSON FAYEK, 2022).

Uma das abordagens mais proeminentes de melhoria é a utilização conjunta dos métodos AMD com a teoria dos conjuntos *fuzzy*. Essa junção proporciona ao modelo de tomada de decisão a capacidade de lidar com situações de incerteza, ambiguidade e imprecisão, ensejando o emprego, de informações subjetivas e do raciocínio heurístico, baseado na experiência e no julgamento de especialistas, em vez de dados numéricos que, em algumas situações, não refletem completamente o problema enfrentando (FAYEK, 2020).

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi introduzida por Zadeh (1965). Esses conjuntos diferem da noção de conjuntos clássicos, visto que suas fronteiras não são nítidas, de modo que, nesse tipo de conjunto, é atribuído aos seus elementos um grau de pertencimento em que os valores de associação variam de zero a um. Essa característica é utilizável em aplicações onde há subjetividade ou imprecisão de medidas, ou da ambiguidade na especificação de um valor (FAYEK, 2020).

Por exemplo, três xícaras de café são adoçadas com 2,1; 2,2 e 2,3 gramas de açúcar. Apesar de a quantidade de açúcar ser diferente, na prática, quem for experimentar as três xícaras, perceberá alterações no sabor, de modo que a fronteira que dita a quantidade de adoçante capaz de fazer perceptível a mudança no gosto da bebida não é nítida, pois varia conforme o paladar de cada pessoa. Nesta situação, uma abordagem mais realista é usar avaliações linguísticas para medir o nível de doçura do café em vez de valores numéricos. Assim, uma escala de avaliação linguística é associável ao grau de pertinência de um conjunto *fuzzy*, consoante expresso no exemplo da Figura 1.

Figura 1: Representação gráfica da escala de avaliação



Fonte: Adaptado de Singhaputtangkul e Zhao (2016)

Um dos tipos de conjunto *fuzzy* mais amplamente usado para quantificar as informações qualitativas é o conjunto *fuzzy* triangular. Neste, o grau de pertinência de um elemento é escrito pelo número *fuzzy* $\tilde{a} = (a, b, c)$ sendo $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$, onde “a” é o valor do limite mínimo, “b” é o valor médio e “c” é o valor do limite máximo. A função de pertinência de um número *fuzzy* triangular é a seguinte:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x \geq c \end{cases} \quad (1)$$

2.5 Método *Fuzzy TOPSIS*

O método *TOPSIS*, acrônimo para *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*, é um AMD desenvolvido por Hwang e Yoon (1981), de caráter compensatório, pertencente à classe dos modelos de meta, aspiração e nível de referência, empregável para solucionar problemas de Escolha (Problema P α) e Ordenação (Problema P β).

O seu emprego é feito por meio de avaliações numéricas que o tomador de decisão realiza em relação a determinados critérios, do tipo monotônico de lucro ou de custo. Fundamentado nessas avaliações, esse método define a solução ideal positiva (*Positive Ideal Solution* - PIS), e a solução ideal negativa (*Negative Ideal Solution* - NIS). Com procedência nessas duas, a ordenação das alternativas é pautada, pois as melhores serão as que apontarem as menores distâncias euclidianas da solução ideal positiva e as maiores distâncias euclidianas da solução ideal negativa (KAYA; KAHRAMAN, 2014).

Chen (2000) e Hwang e Yoon (1981) propuseram a combinação da teoria dos conjuntos *fuzzy* junto com o método *TOPSIS*, criando com isso o método *Fuzzy TOPSIS* (*FTOPSIS*). Nele o desempenho das alternativas é avaliado mediante uma escala nominal, associada a números *fuzzy* triangulares, essa característica possibilita que o *TOPSIS* quantifique e trabalhe com dados de caráter subjetivo, tais como a opinião de especialistas.

As etapas para a utilização do *FTOPSIS* são mostradas nos passos a seguir expressos (KAYA; KAHRAMAN, 2014).

Passo 1 - Reunir um grupo de decisores e estabelecer os critérios de avaliação de desempenho das alternativas.

Passo 2 - Escolher a escala linguística apropriada para o peso de importância dos critérios e

para avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios. Para tanto, são utilizáveis as Tabelas 1 e 2.

Tabela 1- Pontuação Critérios

Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Nada importante	NI	1	1	2
Pouco importante	PI	1	2	3
Importância média	IM	2	3	4
Importante	I	3	4	5
Muito importante	MI	4	4	5

Fonte: Adaptado de Chen (2000)

Tabela 2 - Pontuação Alternativas método *TOPSIS*

Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Absolutamente baixa	AB	0,0	0,0	0,1
Muito baixa	MB	0,0	0,1	0,3
Baixa	B	0,1	0,3	0,5
Média	M	0,3	0,5	0,7
Muito alta	MA	0,5	0,7	0,9
Alta	A	0,7	0,9	1,0
Absolutamente alta	AA	0,9	1,0	1,0

Fonte: Adaptado de Chen (2000)

Passo 3 - Reunir as opiniões do(s) tomador(es) de decisão para obter a avaliação de desempenho agregada \tilde{x}_{ij} da alternativa A_{ij} sob o critério C_j e agregar os pesos dos critérios para obter o peso agregado \tilde{w}_{ij} do critério C_j usando as equações (2) e (3), respectivamente:

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{x}_{ij}^1 + \tilde{x}_{ij}^2 + \dots + \tilde{x}_{ij}^K] \quad (2)$$

$$\tilde{w}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{w}_{ij}^1 + \tilde{w}_{ij}^2 + \dots + \tilde{w}_{ij}^K] \quad (3),$$

em que K é o número de tomadores de decisão, \tilde{x}_{ij}^K e \tilde{w}_{ij}^K são a avaliação de desempenho e o peso do critério do K -ésimo tomador de decisão.

Passo 4 - Construir a matriz de decisão *fuzzy* e a matriz de decisão *fuzzy* normalizada como nas equações (4) e (5):

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n} \quad (4)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*} \right), j \in C \quad (5)$$

$$c_j^* = \max_i c_{ij} \text{ se } j \in B;$$

$$a_j^- = \min_i a_{ij} \text{ se } j \in C,$$

em que B e C são conjuntos de critérios de monotônicos de lucro e custo, respectivamente.

Passo 5 - Aplicar os pesos sobre a matriz de decisão *fuzzy* normalizada, obtendo com isso a matriz ponderada \tilde{V} , usando as equações (6) e (7).

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}; \quad (6)$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes \tilde{w}_j \quad (7)$$

Passo 6 - Determinar a solução *fuzzy* positiva-ideal (FPIS, A^*) e a solução *fuzzy* negativa-ideal (FNIS, A^-), conforme as equações abaixo:

$$A^* = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^* \dots, \tilde{v}_m^*), \quad (8)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^- \dots, \tilde{v}_m^-).$$

em que:

$$\tilde{v}_j^* = \max_i V_{ij}^*; \text{ e}$$

$$\tilde{v}_j^- = \min_i V_{ij}^*;$$

Para $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$.

Passo 7 - Calcular o coeficiente de proximidade de cada alternativa conforme a equação (9).

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^*), i = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^-), i = 1, 2, \dots, m,$$

em que (d_i^*, d_i^-) representam as distâncias euclidianas das alternativas em relação ao FPIS e FNIS, respectivamente.

OBS: (d_i^*, d_i^-) estão descritos na forma de números *fuzzy*, para aplicação da equação (11) é necessário converter esses números *fuzzy* em números convencionais utilizando a equação (10).

$$d(\tilde{x}, \tilde{z}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]} \quad (10).$$

Passo 8 - Com essas distancias, um coeficiente de proximidade é definido para determinar a ordem de classificação de todas as alternativas, conforme demonstra a equação (11):

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (11).$$

Passo 9 - Definir um ranque por meio da ordenação decrescente dos valores de CCI. Quanto mais próximo de 1,0 for este valor, melhor é o desempenho global da alternativa.

2.6 Método *Fuzzy SPOTIS*

O método SPOTIS - acrônimo para *Stable Preference Ordering Towards Ideal Solution* - é um AMD desenvolvido por Dezert *et al.* (2020) para solucionar problemas de escolha e ordenação. Semelhante ao método *TOPSIS*, ele também possui caráter compensatório e pertencente à classe dos modelos de meta, aspiração e nível de referência. Destaca-se, no entanto, dos métodos tradicionais, como AHP (*Analytic Hierarchy Process*), ELECTRE (*ELimination and Choice Translating Reality*) e *TOPSIS* (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), por ser livre de reversão de ordem, ou seja, a ordenação das alternativas dada pelo método mantém-se estável mesmo com a adição ou retirada de alternativas (DEZERT *et al.*, 2020).

Conforme Dezert *et al.* (2020), o método *SPOTIS* consegue manter essa estabilidade na ordenação das alternativas, pois o referencial de solução ideal não provém do desempenho das alternativas, mas sim do referencial fornecido pelo próprio decisor durante a modelagem do problema. Shekhovtsov *et al.* (2022) assinalam que métodos que proporcionem resistência ao fenômeno de reversão de ranque estão sendo cada vez mais desejados em aplicações AMD, porque estes proporcionam maior qualidade em seus resultados. Com isso, eles propuseram a combinação do método *SPOTIS* com a teoria dos conjuntos *fuzzy*, para aprimorar a versatilidade do método em quantificar informações subjetivas provenientes da experiência e do julgamento de especialistas.

A estrutura de funcionamento do método *Fuzzy SPOTIS*, é dividida em cinco passos, conforme estão sequencialmente (SHEKHOVTSOV *et al.*, 2022).

Passo 1 - Reunir um grupo de decisores e estabelecer os critérios de avaliação de desempenho das alternativas.

Passo 2 - Escolher a escala linguística apropriada para a avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios. Para tanto, recorre-se à Tabelas 3.

Tabela 3 - Pontuação Alternativas método *SPOTIS*

Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	M	u
Absolutamente baixa	AB	0,0	0,0	0,1
Muito baixa	MB	0,0	0,1	0,3
Baixa	B	0,1	0,3	0,5
Média	M	0,3	0,5	0,7
Muito alta	MA	0,5	0,7	0,9
Alta	A	0,7	0,9	1,0
Absolutamente alta	AA	0,9	1,0	1,0

Fonte: Adaptado de Dezert *et al.* (2020).

Passo 3 - Definir os limites mínimos e máximos (S_n^{min}, S_n^{max}) que a matriz de decisão está habilitada a pontuar. Conforme Dezert *et al.* (2020), essa definição sobra ao encargo do tomador de decisão e depende muito do problema de AMD que se quer solucionar.

Passo 4 - Definir a solução ideal S^* , como um conjunto representando as melhores pontuações possíveis ($S_1^*, \dots, S_j^*, \dots, S_N^*$) para os N critérios de análise, respeitando o tipo do critério (monotônico de lucro, monotônico de custo).

Passo 5 - Montar uma matriz de decisão *fuzzy* \tilde{X} para as pontuações das alternativas.

Passo 6 - Calcular a matriz de distância normalizada em relação à solução ideal (S^*) para o conjunto de alternativas A_i ($i = 1, 2, \dots, M$) utilizando a equação (12).

$$\tilde{d}_{ij}(A_i, s_j^*) = \frac{|\tilde{x}_{ij} - s_j^*|}{|s_j^{max} - s_j^{min}|} \quad (12).$$

Passo 7 - Determinar a pontuação *fuzzy* final de cada alternativa mediante a distância média ponderada normalizada *fuzzy*, conforme mostrado em (12).

$$\tilde{d}(A_i, s^*) = \bigcup_{j=1}^N w_j \mu \tilde{d}_{ij}(A_i, s_j^*)(X), \quad (13)$$

Passo 8 - Transformar a distância média ponderada normalizada *fuzzy* em distância euclidiana por meio do método do centro de gravidade, demonstrado na equação (14).

$$cog(A) = \frac{\int x \mu_A(x)}{\int \mu_A(x)} \quad (14).$$

Passo 9 - Classificar as alternativas em ordem crescente, usando valores de $d(A_i, s^*)$, sendo que quanto menores forem estes valores mais perto as alternativas estarão da solução ideal.

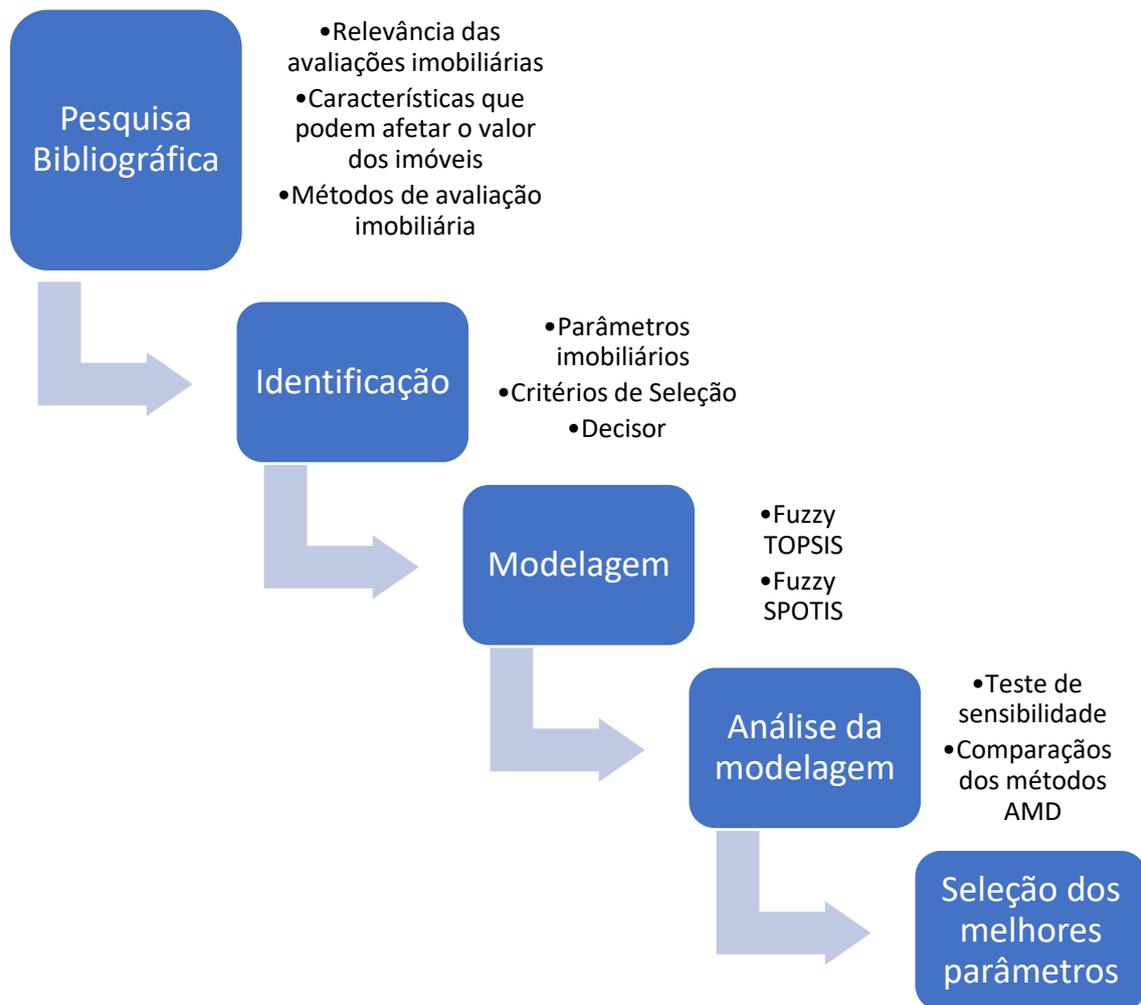
3 DADOS E MÉTODO

Em meio às inúmeras definições oferecidas na literatura sobre pesquisa científica, parece haver um consenso de que, ela é definível como processo de indagação e investigação que deve ser feito de modo sistemático e metódico e serve para aumentar o conhecimento referente ao objeto de estudo (AMARATUNGA *et al.*, 2002). Dentre os variados tipos de investigação científica, a Pesquisa Operacional (PO) estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões nas mais diversas áreas de atuação humana. Em expressas circunstâncias, o tipo de demanda realizado nesta Dissertação se encaixa nessa definição, visto que seu enfoque reside na seleção dos melhores parâmetros a serem empregados em avaliações imobiliárias, utilizando para isso métodos de tomada de decisão multicritério.

Além dessa definição, este estudo também se caracteriza como uma demanda de caráter exploratório, pois, as principais finalidades desse tipo são o desenvolvimento e o esclarecimento de conceitos e ideias, com o intuito de formular problemas mais próximos da precisão para investigações futuras. Nessa contextura, a pesquisa adota esse caráter exploratório, uma vez que ela intentou compreender a influência dos parâmetros imobiliários sobre o preço de venda dos imóveis e como os métodos de tomada de decisão multicritério são capazes de colaborar com a seleção dos parâmetros mais influentes, levando em conta a visão do comprador e do mercado.

Para alcançar os objetivos aqui propostos, nesta pesquisa foram empregadas técnicas de levantamento bibliográfico para o entendimento dos principais pontos teóricos, entrevistas semiestruturadas e tratamento de dados por meio de métodos de tomada de decisão multicritério e análises quantitativas. A abordagem metodológica empregada compreendeu cinco etapas distintas, como ilustrado na Figura 2, que detalha o fluxo sequencial adotado no decorrer do ensaio.

Figura 2 - Fluxograma do método de pesquisa



Fonte: próprio autor

3.1 Identificação

3.1.1 Parâmetros Imobiliários

Para a aplicação do método proposto nesta dissertação, inicialmente, foi feito um levantamento bibliográfico à procura de parâmetros usados em avaliações imobiliárias. A pesquisa bibliográfica foi baseada no levantamento de artigos nacionais e internacionais dos últimos cinco anos (2019 a 2023) na base de dados *Web of Science* que abordassem sobre: a relevância das avaliações imobiliárias, os principais parâmetros imobiliários capazes de afetar o valor dos imóveis e suas implicações nos métodos de avaliações imobiliárias. Assim, foram identificados 25 estudos que abordavam sobre essas avaliações em variados Cenários de

aplicação. Estes estudos serviram de base para criação de uma lista (Apêndice A) contendo 63 parâmetros.

Para validar essa lista, a fim de torná-la mais próxima dos parâmetros usados no mercado imobiliário regional, foi realizada uma entrevista com um corretor imobiliário atuante no Município de Fortaleza/CE. Nessa, foram mostrados ao especialista os parâmetros identificados na literatura, e, após isso, foi-lhe pedido que opinasse acerca desses indicativos e acrescentasse outros que considerasse importante. Alguns parâmetros foram removidos, enquanto outros restaram adicionados, tendo-se, ao cabo, realizado um refinamento nesse conjunto para aplicação do modelo de tomada de decisão com base em dois Cenários, de acordo com o que está expandido na sequência.

- a) Cenário 1: foram priorizados os parâmetros mais relevantes para avaliação de imóveis da Cidade de Fortaleza/CE direcionados ao público de baixa renda (famílias com renda familiar mensal *per capita* de até meio salário-mínimo ou a família com renda mensal de todos os integrantes de até três salários-mínimos).
- b) Cenário 2: priorizaram-se os parâmetros mais relevantes para avaliação de imóveis da cidade de Fortaleza/CE dirigidos ao público de alta renda (famílias com renda familiar mensal *per capita* mínima de R\$ 15.000 ou com patrimônio mínimo de R\$ 200.000 a R\$ 300.000).

Desse modo, o número total de parâmetros baseados no Cenário 1 ficou em 26 (Quadro 1) e o número total de parâmetros baseados no Cenário 2 ficou em 20 (Quadro 2).

Quadro 1 – Parâmetros analisados no Cenário 1

Tipo	Parâmetros		Referências
Físicas	P1	Número de banheiros	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Iban (2022);Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P2	Número de quartos	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Iban (2022);Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P3	Número de vagas de estacionamento por apartamento	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021);Choi e YI (2021);Yang <i>et al.</i> (2022)
	P4	Área útil	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021);Yalpir <i>et al.</i> (2021); Iban (2022);Yang <i>et al.</i> (2022)
	P5	Presença de Piscina (sim ou não)	Yilmazera e Kocamana (2020); Yang <i>et al.</i> (2022)
	P6	Qualidade do acabamento das fachadas	Yalpir e Ozkan (2018); Lee e Park (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021)
	P7	Idade aparente (infraestrutura)	Xu <i>et al.</i> (2018);Yalpir <i>et al.</i> (2021)
Legais	P8	Taxa de juros (financiamento)	Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021);
	P9	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	P10	Custos Fixos	
	P11	Facilidade de financiamento (sim/não)	

Continua

Conclusão

Espaciais	P12	Distância do centro comercial da cidade	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Iban (2022)
	P13	Distância do litoral	Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022)
	P14	Distância dos principais meios de transporte público.	Yalpir e Ozkan (2018); Yeh e Hsu (2018); Choi e YI (2021); Iban (2022); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	P15	Distância até o hospital mais próximo	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P16	Distância até o mercado ou loja de conveniência	Yeh e Hsu (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P17	Distância até a escola mais próxima	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P18	Distância até a universidade mais próxima	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P19	Distância de zonas industriais	Yalpir e Ozkan (2018); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Locais	P20	Bairro
P21		Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Choi e YI (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
P22		Taxa de crime	Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021);
P23		Área turística (sim ou não)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Rebelo (2021)
P24		Presença de terrenos abandonados	Woo e Lee (2016)
P25		Vista para paisagens cênicas	Mittal e Byahut (2019); Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Khodabakhshian e Toosi (2021); Li <i>et al.</i> (2022)
P26		Potencial de desenvolvimento do bairro (sim ou não)	Yalpir <i>et al.</i> (2021)

Fonte: próprio autor

Quadro 2 – Parâmetros analisados no Cenário 2

Características	Parâmetros		Referências
Físicas	P1	Número de quartos	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P2	Número de banheiros	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P3	Número de vagas de estacionamento por apartamento	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021); Yang <i>et al.</i> (2022)
	P4	Área Útil do Imóvel	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022)
	P5	Área da sala de estar	Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P6	Idade aparente (infraestrutura)	Xu <i>et al.</i> (2018); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
Legais	P7	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	P8	Facilidade de financiamento (sim/não)	
Espaciais	P9	Distância do litoral	Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022)
	P10	Distância até o hospital mais próximo	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)

Continua

Espaciais	P11	Distância até o shopping mais próximo	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021)
	P12	Distância até a escola mais próxima	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P13	Distância até a universidade mais próxima	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	P14	Distância de postos de gasolina	
	P15	Distância dos centros de trabalho	Khodabakhshian e Toosi (2021);
Locais	P16	Bairro	Choi e YI (2021)
	P17	Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Choi e YI (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	P18	Área turística (sim ou não)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Rebelo (2021)
	P19	Vistas para paisagens cênicas	Mittal e Byahut (2019); Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Khodabakhshian e Toosi (2021); Li <i>et al.</i> (2022)
	P20	Potencial de desenvolvimento do bairro (sim ou não)	Khodabakhshian e Toosi (2021); Li <i>et al.</i> (2022)

Fonte: próprio autor

3.1.2 Critérios de seleção

Após a caracterização dos parâmetros imobiliários, o passo seguinte foi a definição dos critérios para aplicação do modelo de tomada de decisão aqui proposto. A escolha dos critérios partiu de consultas a um grupo de especialistas que atuam diretamente com a venda e avaliações de imóveis no município de Fortaleza. Esse grupo foi composto por: dois corretores imobiliários, um com 12 e o outro com 17 anos de experiência, e um engenheiro civil que a 10 anos presta serviços para um banco atuando como avaliador de imóveis.

Assim, chegou-se a dois critérios: atratividade do público-alvo e liquidez associada. A definição de cada um está na sequência.

- a) Atratividade – tenciona medir a percepção de valor agregado que determinado parâmetro causa no comprador.

- b) Liquidez associada – mensura a liquidez de venda que determinado parâmetro causa no imóvel.

Conforme os especialistas relataram, os compradores de imóveis, ao mesmo tempo em que querem um imóvel com parâmetros que satisfaçam preferências individuais, também pretendem que o imóvel possua parâmetros que sejam valorizados pelo mercado, de modo que o investimento feito no imóvel também signifique retorno financeiro ao comprador. Desse modo, os especialistas concordaram mutuamente na ideia de que a combinação desses dois critérios foi eficiente para a avaliação dos parâmetros imobiliários, visto que o primeiro critério trata diretamente das preferências do comprador do imóvel, e, entretantes, o segundo cuida diretamente da relação dos parâmetros com a demanda do mercado imobiliário. Dessa maneira, os melhores parâmetros serão aqueles que apresentarem alta influência sobre as preferências do comprador e do mercado, de sorte que todos os critérios são do tipo monotônico de lucro, pois, quanto maior essa influência, mais benquisto será o parâmetro.

3.1.3 Decisor

Em problemas de tomadas de decisão multicritério, o decisor assume o papel de protagonista, pois é ele a emitir o juízo de valor conclusivo a ser utilizado na avaliação das alternativas consideradas, identificar a melhor opção. Desse jeito, o decisor selecionado foi um corretor imobiliário com 26 anos de atuação no mercado imobiliário de Fortaleza, onde já trabalhou para três grandes imobiliárias da Cidade, sendo que na última prestou o cargo de gerência e atualmente possui escritório, a própria empresa.

A escolha desse profissional como decisor decorreu do fato de sua profissão permitir que ele tenha tanto conhecimento das preferências e desejos dos mais diversos perfis de compradores quanto uma visão holística do funcionamento do mercado em que atua, visto que em seu tempo de carreira já trabalhou com a venda de vários tipos de imóveis.

3.2 Modelagem

Para definir o método multicritério apropriado para formulação do modelo de tomada de decisão proposto nesta Dissertação, é necessário analisar se as particularidades do método são compatíveis com as particularidades da problemática abordada. Desse modo, o método adequado precisaria mostrar as seguintes características: ser habilitado para resolver problemas de seleção e ordenação, ser capaz de copilar termos linguísticos, convertendo-os para

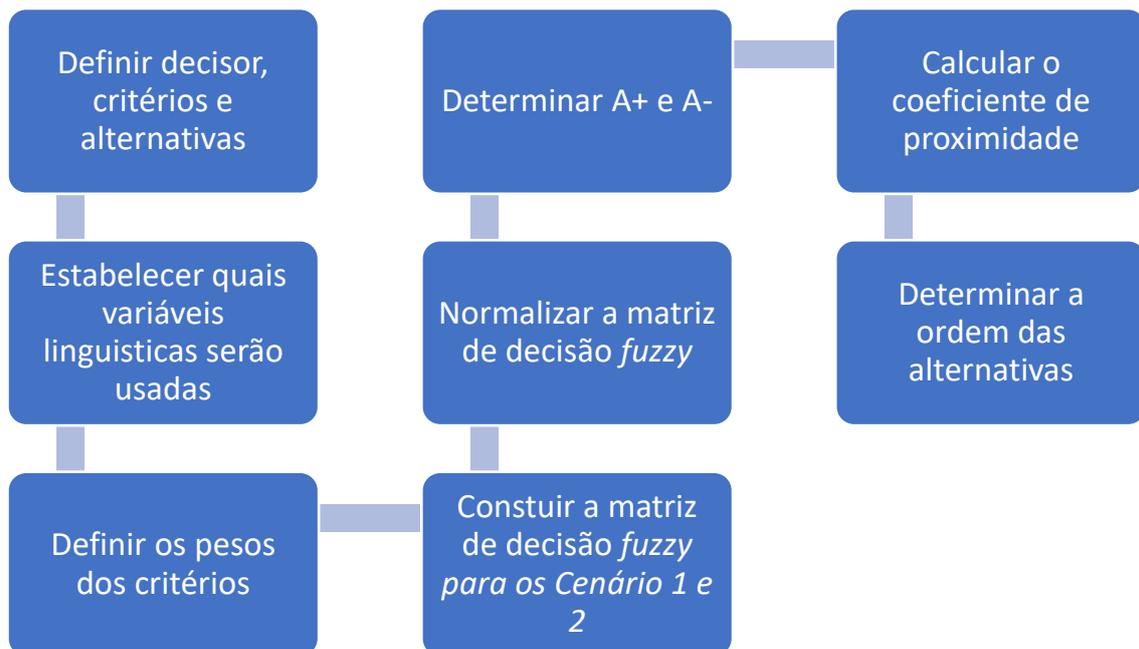
a forma numérica, e ser caracterizado como não compensatório, visto que as alternativas estão no mesmo patamar de comparação perante os critérios estabelecidos.

Com isso, foi selecionado dois métodos cujas características se encaixavam com a problemática proposta, estes foram o *Fuzzy TOPSIS* e o *Fuzzy SPOTIS*. A principal diferença entre estes é que o *Fuzzy SPOTIS* é livre de reversão de ordem, no entanto apesar de ter essa característica ele é um método bastante novo (sendo lançado em 2022), não tendo ainda muitas aplicações. Assim, optou-se pelo uso dos dois métodos para posterior comparação de resultados.

3.2.1 *Fuzzy TOPSIS*

A modelagem baseada no método *Fuzzy TOPSIS* seguiu as etapas conforme descrito na Figura 3.

Figura 3 – Etapas de modelagem no método *Fuzzy TOPSIS*



Fonte: próprio autor

A definição do decisor, critérios e alternativas seguiram conforme descrito no tópico identificação. Por sua vez, as variáveis linguísticas adotadas para avaliar as alternativas e os critérios estão no Quadro 3 e 4 (quatro). No caso das alternativas, foi adotada uma escala para medir o grau de influência que determinado parâmetro exerce em uma avaliação imobiliária. Enquanto isso, no caso dos critérios, a escala mensura o grau de importância que determinado critério possui para avaliação dos parâmetros.

Quadro 3 – Escala linguística e números *fuzzy* associados para avaliação das alternativas.

Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Extremamente Baixa	EB	0	0	1
Muito Baixa	MB	0	1	3
Baixa	B	1	3	5
Média	M	3	5	7
Alta	A	5	7	9
Muito Alta	MA	7	9	10
Extremamente Alta	EA	9	10	10

Fonte: próprio autor

Quadro 4 – Escala linguística e números *fuzzy* associados para avaliação dos pesos dos critérios.

Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Nada importante	NI	0	0,1	0,1
Pouco importante	PI	0,1	0,3	0,5
Importância média	IM	0,3	0,5	0,7
Importante	I	0,5	0,7	0,9
Muito importante	MI	0,9	0,9	1

Fonte: próprio autor

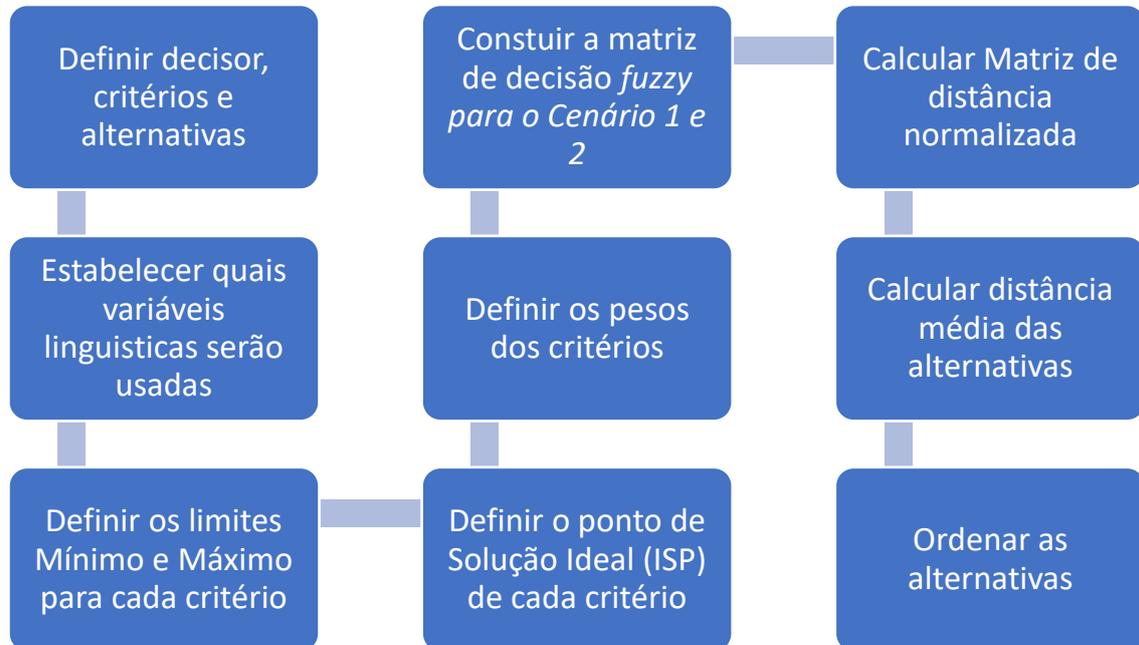
Conforme consta nos Quadros 3 e 4, as escalas linguísticas estão associadas a escalas de números *fuzzy*. Essa associação torna possível toda a operacionalização matemática correspondente à axiomática do método. Assim, após a avaliação do decisor, instituiu-se uma matriz de tomada de decisão, utilizando termos linguísticos e, após isso, iniciou-se o tratamento matemático mediante a conversão das variáveis linguísticas em números *fuzzy* triangulares. Nos Apêndices B e C estão as matrizes de tomada de decisão para os Cenários propostos.

Com relação aos critérios, o decisor considerou-os como igualmente importantes, porém, para testar a sensibilidade do modelo, diferentes pesos foram atribuídos aos critérios para analisar a influência que cada critério possui na ordenação das alternativas. A normalização da matriz de decisão *fuzzy*, determinação da solução ideal negativa (A-) e positiva (A+), o cálculo do coeficiente de proximidade e a ordenação das alternativas seguiram o passo a passo contido no referencial teórico, enquanto a aplicação proposta do método está contida nos Apêndice C e D.

3.2.2 Fuzzy SPOTIS

A modelagem baseada no método *Fuzzy SPOTIS* seguiu as etapas, conforme descrito na Figura 4.

Figura 4 – Etapas de modelagem no método *Fuzzy SPOTIS*



Fonte: próprio autor

A definição do decisor, os critérios e as alternativas seguiram conforme descrito no tópico identificação. Por sua vez, as variáveis linguísticas adotadas para avaliar as alternativas estão no Quadro 5. No caso das alternativas, foi adotada uma escala para medir o grau de influência que determinado parâmetro exerce em uma avaliação imobiliária.

Quadro 5 – Pontuação das alternativas

Termos Linguísticos	Sigla	Número fuzzy triangular		
		l	m	U
Extremamente Baixa	EB	0	0	0,1
Muito Baixa	MB	0	0,1	0,3
Baixa	B	0,1	0,3	0,5
Média	M	0,3	0,5	0,7
Alta	A	0,5	0,7	0,9
Muito Alta	MA	0,7	0,9	1
Extremamente Alta	EA	0,9	1	1

Fonte: próprio autor

Conforme consta no Quadro 5, a escala linguística está associada à escala de números *fuzzy*. Tal associação torna possível toda a operacionalização matemática correspondente à axiomática do método.

Para definir o ponto de solução ideal para cada critério, é necessário, primeiro, definir os limites mínimo e máximo. Como as alternativas serão avaliadas com base na escala apresentada no Quadro 5, os limites mínimo e máximo serão os mesmos da escala que, no caso focalizado, correspondem aos valores 0 (zero) e 1(um). Desse modo, como os critérios são todos monotônicos de lucro, o ponto de solução ideal para cada critério (s^*) será formado pelos limites máximos.

Com relação aos critérios, a distribuição dos pesos foi dada em forma de porcentagem. Dessa maneira, o decisor considerou os critérios como igualmente importantes, de modo que a distribuição dos pesos ficou 50% de relevância para o primeiro critério e 50% para o segundo. Para testar a sensibilidade do modelo, variadas distribuições de pesos foram atribuídas aos critérios para analisar a influência que cada um possui na ordenação das alternativas. Essas distribuições serão detalhadas no segmento de análise de sensibilidade.

A construção da matriz de decisão *fuzzy* foi feita mediante avaliação do decisor por intermédio das escalas expressadas no Quadro 5. Nos Apêndice D e E, encontram-se as matrizes de tomada de decisão para os Cenários propostos. A matriz de distância normatizada, o cálculo da distância média normatizada de cada alternativa e a ordenação das alternativas seguiram o passo a passo contido no referencial teórico, ao passo que a aplicação proposta do método está contida nos Apêndices D e E.

3.3 Análise da Modelagem

Em ambas as aplicações do modelo de tomada de decisão, o decisor optou por igualar o peso dos critérios. De tal modo, para testar a consistência da ordenação das alternativas, atribuíram-se distintos pesos sobre os critérios de análise. Desse modo, foram testadas variegadas combinações de pesos, conforme se divisam nos Quadros 6 e 7(sete).

Quadro 6 – Combinações de pesos - aplicação com *Fuzzy TOPSIS*

C1 - Atratividade do Comprador	Critério 2 - Correlação com a liquidez de venda do imóvel
Importante	Importante
Muito Importante	Nada Importante
Nada Importante	Muito Importante

Fonte: próprio autor

Quadro 7 – Combinações de pesos aplicação com *Fuzzy SPOTIS*

C1 - Atratividade do Comprador	Critério 2 - Correlação com a liquidez de venda do imóvel
0,5	0,5
0,9	0,1
0,1	0,9

Fonte: próprio autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a realização de todos os processos abordados no capítulo anterior, visualiza-se no Quadro 8 e 9 (nove) o resultado das ordenações para os dois Cenários de análise aplicados nos métodos propostos nesta Dissertação.

Quadro 8 – Comparação de métodos – Cenário 1

Alternativas		Ordenação	
		<i>Fuzzy</i> TOPSIS	<i>Fuzzy</i> SPOTIS
P11	Facilidade de financiamento (sim/não)	1	1
P20	Bairro	2	2
P10	Custos Fixos	3	3
P2	Número de quartos	3	3
P8	Taxa de juros (financiamento)	3	3
P26	Potencial de desenvolvimento do bairro (sim ou não)	4	4
P4	Área útil	4	4
P22	Taxa de crime	5	5
P7	Idade aparente (infraestrutura)	5	5
P1	Número de banheiros	6	6
P12	Distância do centro comercial da cidade	6	6
P14	Distância dos principais meios de transporte público.	6	6
P15	Distância até o hospital mais próximo	6	6
P16	Distância até o mercado ou loja de conveniência	6	6
P17	Distância até a escola mais próxima	6	6
P18	Distância até a universidade mais próxima	6	6
P19	Distância de zonas industriais	6	6
P23	Área turística (sim ou não)	6	6
P6	Qualidade do acabamento das fachadas	6	6

Continua

Conclusão

P9	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)	6	6
P24	Presença de terrenos abandonados	7	7
P25	Vista para paisagens cênicas	7	7
P5	Presença de Piscina (sim ou não)	7	7
P13	Distância do litoral	8	8
P21	Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos)	9	9
P3	Número de vagas de estacionamento por apartamento	9	9

Fonte: próprio autor

Quadro 9 – Comparação de métodos – Cenário 2

Alternativas		Ordenação	
		<i>Fuzzy</i> TOPSIS	<i>Fuzzy</i> SPOTIS
P16	Bairro	1	1
P6	Idade aparente (infraestrutura)	1	1
P4	Área do Imóvel	2	2
P1	Número de quartos	3	3
P19	Vistas para paisagens cênicas	3	3
P2	Número de banheiros	3	3
P20	Potencial de desenvolvimento do bairro (sim ou não)	3	3
P7	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)	4	4
P17	Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos)	5	5
P18	Área turística (sim ou não)	5	5
P8	Facilidade de financiamento (sim/não)	5	5
P10	Distância até o hospital mais próximo	6	6
P11	Distância até o <i>shopping</i> mais próximo	6	6
P12	Distância até a escola mais próxima	6	6
P13	Distância até a universidade mais próxima	6	6
P15	Distância dos centros de trabalho	6	6
P3	Número de vagas de estacionamento por apartamento	6	6
P9	Distância do litoral	7	7
P14	Distância de postos de gasolina	8	8
P5	Área da sala de estar	8	8

Fonte: próprio autor

Como é percebido nesses quadros, a quantidade de parâmetros analisados no Cenário 2 é menor do que a do Cenário 1. Conforme explicações do especialista, dentro destes Cenários de análise existem parâmetros cuja presença já é esperada, de modo que sua análise não causaria um grande impacto na avaliação do imóvel. Parâmetros como existência de piscina, garagem coberta, elevador, por exemplo, já são esperados nos imóveis do Cenário 2, de modo que em uma avaliação estes parâmetros não trazem tanto impacto na aferição de valor.

Em ambos os Cenários de análise, a ordenação definida pelos métodos foi compatível, revelando com isso uma eficiência equivalente para resolução do problema proposto nesta Dissertação. No que tange, contudo, à usabilidade, a aplicação do modelo utilizando o *Fuzzy SPOTIS* leva vantagem, por ser livre de reversão de classificação, o que torna a ordenação das alternativas mais estável, mesmo com a adição ou remoção de parâmetros, tornando o ranque de alternativas mais estável e consistente.

4.1 Ordenação dos parâmetros para o Cenário 1

No Quadro 12, são destacados os parâmetros pertencentes às seis primeiras colocações no ranque dos mais relevantes para serem usados em avaliações imobiliárias. O parâmetro “facilidade de financiamento (P11)” foi o que expressou maior relevância na avaliação dos imóveis de baixo padrão. Conforme o especialista comentou, nesse Cenário, grande parte do público comprador, geralmente, está adquirindo um imóvel pela primeira vez, e tem o financiamento imobiliário como único meio para compra do imóvel.

Por sua vez, o parâmetro “Bairro (P20)” foi o segundo mais importante. Conforme reportado pelo especialista, no caso específico do Município de Fortaleza, as fronteiras que separam as zonas mais e menos valorizadas não são bem definidas, de maneira que existem bairros cuja maioria da população é de baixa renda, são circundados por bairros cuja população apresenta maior poder aquisitivo. Desse modo, esse parâmetro consegue trazer para a avaliação as nuances de valores existentes em cada região.

Os parâmetros “Custos Fixos (P10)”, “Número de quartos (P2)” e “Taxa de juros (financiamento) (P8)” ocuparam a mesma posição - terceiro lugar. A taxa de juros, conforme elucidado pelo especialista, remete à preferência do público de baixa renda por imóveis que denotem valores mais acessíveis, e que sejam subsidiados por programas governamentais de habitação como o PMCMV (Programa Minha Casa, Minha Vida). Já custos fixos, como taxa de condomínio, iluminação pública, taxa de gás encanado, entre outros custos ligados ao imóvel, são fatores que influenciam na aquisição, visto que, segundo o especialista, o público de baixa

renda não está disposto a arcar com custos que ultrapassem o valor permitido por sua renda. Com relação ao “Número de quartos (P2)”, o especialista afirmou que é uma das informações mais procuradas pelos compradores, em especial, núcleos familiares compostos por vários integrantes.

O “Potencial de desenvolvimento do bairro (P26)” e a “Área útil (P4)” ocuparam a mesma posição: quarto lugar. Segundo o especialista, o potencial de desenvolvimento do bairro acrescenta na visão do comprador a expectativa de que a valorização do imóvel acompanhe o desenvolvimento do bairro. Já a Área útil, na visão dele, serve de complemento ou mesmo alternativa de substituição do parâmetro “Número de quartos (P2)”, dependendo do formato do modelo de avaliação e da disponibilidade de dados.

Ocupando a quinta posição, estão os parâmetros “Taxa de crime (P22)” e “Idade aparente (infraestrutura) (P7)”. Com relação à primeira, conforme relatado pelo especialista, essa característica recebe destaque em avaliações imobiliárias, haja vista a preferência do comprador por adquirir imóveis que estejam localizados em regiões consideradas mais seguras. Já a “Idade aparente”, também, repercute bastante nas preferências do comprador, visto que o estado de conservação do imóvel está associado à percepção de segurança e durabilidade da estrutura.

Dentre os parâmetros ocupantes da sexta posição, os classificados como espaciais formam a maioria. Conforme descrito pelo especialista, o distanciamento do imóvel de localizações que geram algum tipo de conveniência ao morador é passível de se tornar um parâmetro decisivo para a avaliação do valor do imóvel, caso haja uma especificação maior do público comprador. Já o “Número de banheiros (P1)” e “Qualidade do acabamento das fachadas (P6)” são parâmetros físicos que, na visão do especialista, são relevantes, uma vez que em muitos casos servem de critério de desempate na escolha de um imóvel. Quanto ao parâmetro “Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio) (P9)”, está ligado à intenção do comprador em fazer melhorias no imóvel, tais como construção ou demolição de um cômodo, de modo que, caso haja alguma restrição legal que impossibilite isso, a preferência por esse imóvel cairia consideravelmente.

Com base nas declarações do especialista e da ordenação dos parâmetros, identificou-se a ordem de prioridades expressas por grande parte do público de baixa renda. Estas prioridades constituem-se na procura de um imóvel com: recursos facilitadores de compra, custos fixos condizentes com a renda ganha, potencial de valorização do imóvel e destaques positivos referentes a características físicas, espaciais e de localização. O Quadro 10 classifica os parâmetros mediante essas prioridades, além de informar a posição de cada parâmetro no

ranque de relevância de uso em avaliações imobiliárias.

Quadro 10 – Prioridades expressas pelo público de baixa renda na procura de um imóvel

Prioridades na procura de um imóvel	Parâmetros correspondentes	Posição do parâmetro no ranking
Recursos facilitadores de compra	Facilidade de financiamento (P11)	1°
	Bairro (P20)	2°
	Taxa de juros (financiamento) (P8)	3°
Custos fixos condizentes com a renda ganha	Custos fixos (Taxa de condomínio, iluminação pública, taxa de gás encanado etc.)	3°
Potencial de valorização do imóvel	Potencial de desenvolvimento do bairro (P26)	4°
Destques positivos referentes a características físicas	Número de quartos	3°
	Área útil (P4)	4°
	Idade aparente (infraestrutura) (P7)	5°
	Número de banheiros (P1)	6°
	Qualidade do acabamento das fachadas (P6)	6°
Destques positivos referentes características espaciais e de localização	Baixa taxa de crime (P22)	5°
	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio) (P9)	6°
	Área turística (sim ou não) (P23)	6°
	Distância do centro comercial da cidade (P12)	6°
	Distância dos principais meios de transporte público. (P14)	6°
	Distância até o hospital mais próximo (P15)	6°
	Distância até o mercado ou loja de conveniência (P16)	6°
	Distância até a escola mais próxima (P17)	6°
	Distância até a universidade mais próxima (P18)	6°
Distância de zonas industriais (P19)	6°	

Fonte: próprio autor

4.2 Ordenação dos parâmetros para o Cenário 2

De igual modo ao referido antes, no Quadro 13, são ressaltados os elementos referentes às seis posições iniciais no ranque dos parâmetros considerados mais significativos para a condução de avaliações imobiliárias.

Ocupando a primeira posição estão os parâmetros “Bairro (P16)” e “Idade aparente (infraestrutura) (P6)”. Conforme o especialista, o bairro, além refletir a localização do imóvel, também transmite uma visão de *status* ao público comprador, pois a população mais rica mora em localidades específicas, de modo que essas localidades se tornam cada vez mais valorizadas pelo mercado. Entrementes, a idade aparente do imóvel está associada a beleza e conservação da estrutura, atributos estes bastante valorizados pelos compradores de imóveis de alto padrão.

Ocupando a segunda posição está a “Área do imóvel (P4)”. Segundo o especialista, o público comprador dos imóveis de alto padrão possui o hábito de customizar seus imóveis de modo que a área do imóvel é um importante item de avaliação pois ela está diretamente associada ao número de possibilidades de customização que o imóvel é capaz de mostrar.

Os parâmetros “Número de quartos (P1)”, “Vistas para paisagens cênicas (P19)”, “Número de banheiros (P2)” e “Potencial de desenvolvimento do bairro (P20)” ocuparam a mesma posição de terceiro lugar. Segundo as declarações do especialista, os quartos e os banheiros são os parâmetros físicos que mais transitam por customizações, seja para aumentar ou diminuir o seu número ou mesmo para transformá-los em outros cômodos. Por tal pretexto, ganham bastante destaque nas avaliações. Já a “Vista para paisagens cênicas” vem se tornando um diferencial que agrada o público comprador de imóvel de alto padrão. O “Potencial de desenvolvimento do bairro” passa a ideia implícita de valorização contínua do imóvel, haja vista o potencial de crescimento da região.

Ocupando o quarto lugar está o parâmetro “Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio) (P7)”. Conforme mencionado pelo especialista, esse parâmetro se torna relevante porque, em certas áreas, há limitações legais relativamente à construção e à reforma de imóveis, impactando com isso os valores de mercado nessas regiões.

Ocupando o quinto lugar estão os parâmetros “Andar onde se localiza o imóvel (caso de apartamentos) (P17)”, “Área turística (P18)”, “Facilidade de financiamento (P8)”. Conforme o especialista argumenta, em prédios de alto padrão, o andar onde se localiza o apartamento transmite uma percepção de *status*, de modo que os apartamentos mais próximos da cobertura tendem a ser mais valorizados. Por sua vez, imóveis localizados em áreas turísticas, geralmente, possuem elevado fluxo econômico em decorrência da visita constante de

turistas, aumentando com isso sua valorização perante o mercado. Tem-se notado uma preferência crescente do público comprador de imóveis de alto padrão em adquirir imóveis por meio de financiamento, de modo que, quanto mais fácil de realizar esse processo, maiores são as chances de venda do imóvel.

Semelhante à ordenação dos parâmetros para o Cenário 1, a sexta posição foi ocupada em sua maioria por parâmetros espaciais. Segundo o especialista, esses parâmetros podem ser decisivos, dependendo do público comparador do imóvel. Assim, em Cenários de análise mais específicos, esses parâmetros são capazes de vir a ganhar a posição de protagonistas na análise de valor do imóvel. Além desses parâmetros, o “Número de vagas de estacionamento por apartamento (P3)” também ocupa a sexta posição. Conforme o especialista, grande parte do público de alta renda possui mais de um carro, de modo que imóveis que proporcionem mais de um vaga denotam um diferencial bastante positivo para esse nicho.

Diferentemente do Cenário 1, onde a prioridade do público é a aquisição de seu primeiro imóvel, as prioridades do público do Cenário 2 rodam em torno da aquisição de um imóvel que expresse *status*, seja customizável, denote bons retornos financeiros e que possua destaques positivos referentes a características físicas, espaciais e de localização. O Quadro 11 classifica os parâmetros mediante essas prioridades, além de informar a posição de cada parâmetro no ranque de relevância de uso em avaliações imobiliárias.

Quadro 11 – Prioridades expressas pelo público de alta renda na procura de um imóvel

Prioridades na procura de um imóvel	Parâmetros correspondentes	Posição do parâmetro no ranking
Status	Bairro (P16)	1°
	Idade aparente (infraestrutura) (P6)	1°
	Vistas para paisagens cênicas (P19)	3°
	Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos) (P17)	5°
Potencial de customização	Área do Imóvel (P4)	2°
	Número de quartos (P1)	3°
	Número de banheiros (P2)	3°
	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio) (P7)	4°
Potencial de valorização do imóvel e de investimento	Potencial de desenvolvimento do bairro (P20)	3°
	Área turística (sim ou não) (P18)	5°

Continua

		Conclusão
Potencial de valorização do imóvel e de investimento	Facilidade de financiamento (sim/não) (P8)	5°
Destques positivos referentes a características físicas	Número de vagas de estacionamento por apartamento (P3)	6°
	Distância até o hospital mais próximo (P10)	6°
	Distância até o shopping mais próximo (P11)	6°
Destques positivos referentes características espaciais e de localização	Distância até a escola mais próxima (P12)	6°
	Distância até a universidade mais próxima (P13)	6°
	Distância dos centros de trabalho (P15)	6°

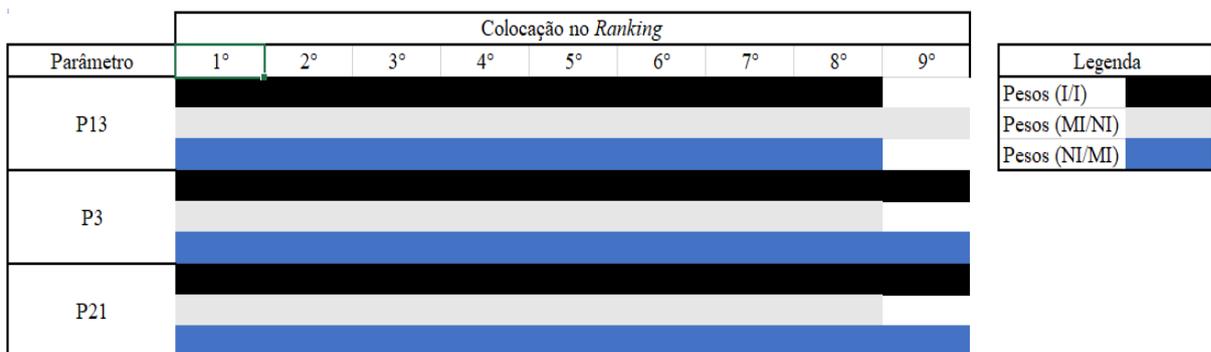
Fonte: próprio autor

4.3 Resultados da análise de sensibilidade

4.3.1 Análise do Método Fuzzy TOPSIS

Conforme a análise de sensibilidade demonstrou, houve poucas mudanças de posição no ranque das alternativas, quando a combinação dos pesos assume valores extremos. No caso das alternativas analisadas no Cenário 1, houve uma mudança apenas na 8° e 9° colocações, como é demonstrado na Figura 5.

Figura 5 – Parâmetros do Cenário 1 que passaram por mudança de colocação – Método Fuzzy TOPSIS.



Fonte: próprio autor

Nele é possível perceber que, quando o critério 1 assume o peso mínimo e o critério 2 o peso máximo (NI/MI), ou quando os critérios possuem pesos iguais (I/I), o parâmetro “Distancia do Litoral (P13)” assume sozinho a oitava posição, enquanto os parâmetros “Número de vagas de estacionamento por apartamento (P3)” e “Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos) (P21)” dividem o nono lugar. Já quando o critério 1 assume o peso máximo e o critério 2 o mínimo (MI/NI), P13 assume o nono lugar, enquanto os demais assumem o oitavo.

Já no caso das alternativas analisadas no Cenário 2, quando pesos assumem um grau igualmente importante (I/I), os parâmetros “Idade aparente (infraestrutura) (P6)” e “Bairro (P16)” dividem a primeira colocação. Nos outros casos, eles se alternam nas posições de primeiro e segundo lugar, conforme expresso na Figura 6.

Figura 6 – Parâmetros do Cenário 2 que transitaram por mudança de colocação – Método *Fuzzy TOPSIS*.



Fonte: próprio autor

Além disso, também, se visualiza na Figura 5 que os parâmetros “Números de quartos (P1)”, “Número de banheiros (P2)”, “Vista para paisagens cênicas (P19)” e “Potencial de desenvolvimento do bairro (P20)” seguiram um padrão de variação, uma vez que, na situação (MI/NI), os parâmetros assumiram uma colocação a mais que, na situação (I/I), por exemplo, P4 assumiu a 2° posição na situação (I/I), e na situação (MI/NI), assumiu a 3ª posição. Já na situação (NI/MI), os parâmetros assumiram duas colocações a mais do que na situação (I/I). Por exemplo, P4 assumiu a 2ª posição na situação (I/I) e na situação (NI/MI) assumiu a 4ª posição. Por sua vez, o parâmetro “Restrições Legais (código de obras municipal e do

condomínio) (P7)” fugiu desse padrão, pois foi alvo de maior variação assumindo na situação (I/I) a 4ª posição, na situação (MI/NI) a 5ª posição e na situação (NI/MI) a 3ª posição.

Quanto aos demais parâmetros, o padrão de variação seguido por eles foi que, na situação (MI/NI) e situação (NI/MI), os parâmetros assumiram uma colocação a mais do que na situação (I/I), como se visualiza na Figura 7.

Figura 7 – Demais Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método *Fuzzy TOPSIS*.

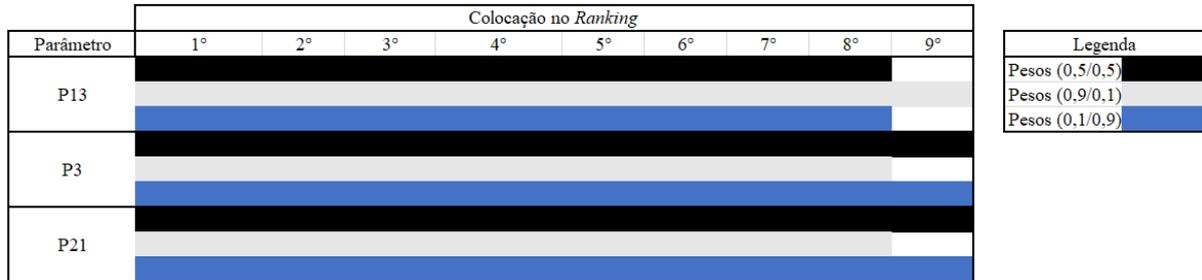


Fonte: próprio autor

4.3.2 Análise do Método *Fuzzy SPOTIS*

Semelhante ao que aconteceu com o Método *Fuzzy TOPSIS* na análise das alternativas do Cenário 1, houve a mesma mudança na 8ª e 9ª colocações, como é demonstrado na Figura 8.

Figura 8 – Parâmetros do Cenário 1 que passaram por mudança de colocação – Método *Fuzzy SPOTIS*.



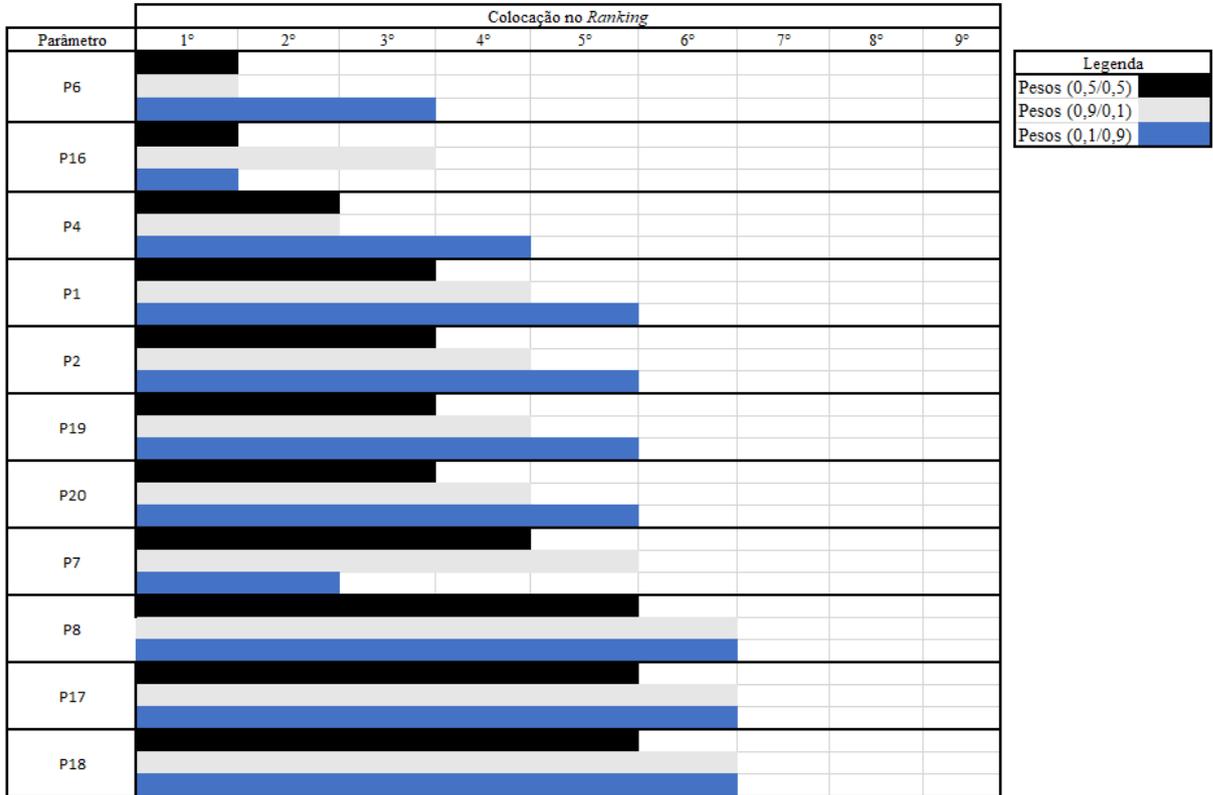
Fonte: próprio autor

Já no caso das alternativas analisadas no Cenário 2, ocorreu uma instabilidade maior de posições do que no método *Fuzzy TOPSIS* como é visto na Figura 7. Entre os casos mais acentuados estão os dos parâmetros

- P6, que ficou na 1ª colocação nas situações em que os pesos atingiram os valores (0,5/0,5) e (0,9/0,1), e 3ª colocação na situação em que os pesos atingiram os valores (0,1/0,9).
- P16, que ficou na 1ª colocação nas situações em que os pesos atingiram os valores (0,5/0,5) e (0,1/0,9) e 3ª colocação na situação (0,9/0,1).
- P4, que ficou na 2ª colocação nas situações em que os pesos atingiram os valores (0,5/0,5) e (0,9/0,1) e 4ª colocação na situação (0,1/0,9).
- P7, que ficou na 4ª colocação na situação em que os pesos atingiram os valores (0,5/0,5), 5ª colocação na situação (0,9/0,1) e 2ª colocação na situação (0,1/0,9).

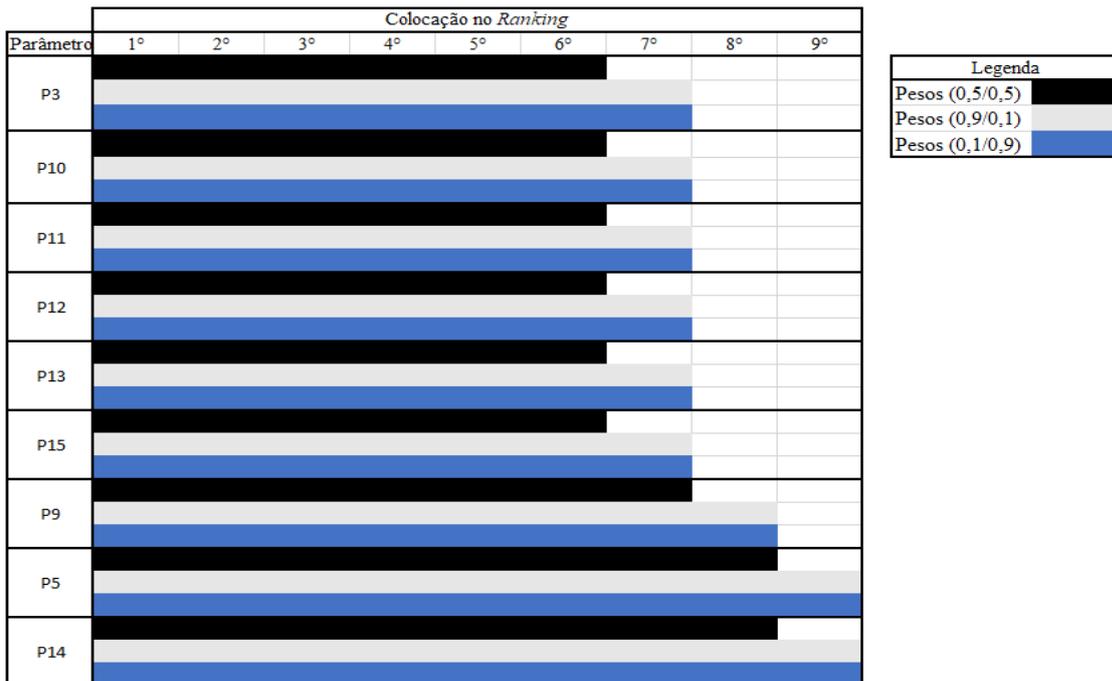
Quanto às demais variações, semelhantemente ao que ocorreu com a aplicação do método *Fuzzy TOPSIS*, os parâmetros P1, P2, P19 e P20 seguiram um padrão de variação, uma vez que, na situação de pesos (0,9/0,1), os parâmetros assumiram uma colocação a mais do que na situação (0,5/0,5), e, na situação (0,1/0,9), os parâmetros assumiram duas colocações a mais do que na situação (0,5/0,5). Quanto aos demais parâmetros, o padrão de variação seguido foi que, na situação (MI/NI) e situação (NI/MI), os parâmetros assumiram uma colocação a mais do que na situação (I/I). As análises descritas estão visíveis nas Figuras 9 e 10. Com amparo nessa análise, identifica-se o fato de que a modelagem feita com o método *Fuzzy SPOTIS* exprimiu maior sensibilidade à mudança de pesos do que a que feita com o método *Fuzzy TOPSIS*.

Figura 9 – Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método *Fuzzy SPOTIS*.



Fonte: próprio autor

Figura 10 – Demais Parâmetros do Cenário 2 que passaram por mudança de colocação – Método *Fuzzy SPOTIS*.



Fonte: próprio autor

5 CONCLUSÕES

Em decorrência da grande heterogeneidade dos mercados imobiliários, há uma variação no poder de influência dos parâmetros utilizados em avaliações. Em muitos modelos de avaliação, a escolha das características usadas fica a cargo da subjetividade do avaliador, não havendo nenhuma abordagem que justifique suas escolhas. Em virtude desse fato, o modelo proposto surge como um meio que oferece abordagem explicativa do nível de influência desses parâmetros, respeitando as particularidades de cada mercado imobiliário.

Tanto a utilização do Método *Fuzzy TOPSIS* quanto a do *Fuzzy SPOTIS* demonstraram ser instrumentos eficientes na composição do modelo proposto nesta Dissertação, a qual tem como intuito principal processar as ideias e preferências do(s) decisor(es) de modo sistemático, oferecendo uma modelagem de apoio à tomada de decisão. Por isso, é importante ressaltar que a experiência e o conhecimento do(s) decisor(es) são fundamentais para o sucesso da aplicação desse modelo.

Para alcançar o objetivo proposto, foram estabelecidas as seguintes etapas, que incluíram: a identificação dos parâmetros utilizados em avaliações imobiliárias, a definição dos critérios de avaliação, a montagem da matriz de tomada de decisão, aplicação dos métodos *Fuzzy TOPSIS* e *Fuzzy SPOTIS* nos dois Cenários de análise e a realização do teste de sensibilidade.

Os resultados da modelagem revelaram que os parâmetros mais relevantes para avaliações imobiliárias a serem executadas no Cenário 1 de análise são: “Facilidade de financiamento”, “Bairro”, “Custos Fixos”, “Número de quartos”, “Taxa de juros (financiamento)”, “Potencial de desenvolvimento do bairro”, “Área útil”, “Taxa de crime”, “Idade aparente (infraestrutura)”, “Número de banheiros”, “Distância do centro comercial da cidade”, “Distância dos principais meios de transporte público”; “Distância até o hospital mais próximo”, “Distância até o mercado ou loja de conveniência”, “Distância até a escola mais próxima”, “Distância até a universidade mais próxima”, “Distância de zonas industriais”, “Área turística”, “Qualidade do acabamento das fachadas”, “Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)”.

Já no Cenário 2, os parâmetros mais relevantes foram: “Bairro”, “Idade aparente (infraestrutura)”, “Área do Imóvel”, “Número de quartos”, “Vistas para paisagens cênicas”, “Número de banheiros”, “Potencial de desenvolvimento do bairro”, “Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)”, “Em qual andar se localiza o imóvel (caso de

apartamentos)”, “Área turística”, “Facilidade de financiamento”, “Distância até o hospital mais próximo”, “Distância até o *shopping* mais próximo”, “Distância até a escola mais próxima”, “Distância até a universidade mais próxima”, “Distância dos centros de trabalho”, “Número de vagas de estacionamento por apartamento”.

Em ambos os Cenários, a ordenação definida pelos métodos foi equivalente, revelando com isso uma eficiência similar. No quesito usabilidade, o método *Fuzzy SPOTIS* leva vantagem sobre o método *Fuzzy TOPSIS*, por ser livre de reversão de ordem e exibir uma axiomática mais simples, porém a análise de sensibilidade revelou que a modelagem feita com o método *Fuzzy SPOTIS* denotou maior sensibilidade à mudança de pesos do que a feita com o método *Fuzzy TOPSIS*, quando os pesos dos critérios assumem valores extremos.

A pesquisa ainda ressalta que a escassez de estudos na seleção de parâmetros em avaliações imobiliárias é uma lacuna significativa na literatura da construção civil. Este estudo contribui para preencher essa lacuna, ao propor um modelo de suporte à decisão na seleção de parâmetros. Espera-se que os desfechos e considerações resultantes deste trabalho atuem como estímulo para futuras investigações e abordagens práticas que favoreçam os processos de tomada de decisão no âmbito da construção civil. Sob tais circunstâncias, tem-se como sugestão para trabalhos futuros a adaptação deste modelo para resolução de outros problemas de seleção nas fases da construção, como, por exemplo, a seleção do local ideal para construção de um empreendimento ou mesmo a priorização de procedimentos de manutenção predial.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14653-1**: Avaliação de bens. Parte 1: Procedimentos gerais. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14653-2**: Avaliação de bens. Parte 2: Imóveis urbanos. Rio de Janeiro, 2011.

AIRES, Renan Felinto de Farias; FERREIRA, Luciano. The rank reversal problem in multi-criteria decision making: a literature review. **Pesquisa Operacional**, São Paulo, v. 38, n. 2, p. 331–362, ago. 2018. DOI 10.1590/0101-7438.2018.038.02.0331. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382018000200331&lng=en&tlng=en. Acesso em: 23 jan. 2024.

ALEXANDRIDIS, Antonios K.; KARLIS, Dimitrios; PAPASTAMOS, Dimitrios; ANDRITSOS, Dimitrios. Real Estate valuation and forecasting in non-homogeneous markets: A case study in Greece during the financial crisis. **Journal of the Operational Research Society**, Londres, v. 70, n. 10, p. 1769–1783, out. 2019. DOI 10.1080/01605682.2018.1468864. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01605682.2018.1468864>. Acesso em: 16 jan. 2023.

AMARATUNGA, Dilanthi; BALDRY, David; SARSHAR, Marjan; NEWTON, Rita. Quantitative and qualitative research in the built environment: application of “mixed” research approach. **Work Study**, Washington, v. 51, n. 1, p. 17–31, fev. 2002. DOI 10.1108/00438020210415488. Disponível em: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/00438020210415488/full/html>. Acesso em: 30 mar. 2023.

ARCURI, Natale; DE RUGGIERO, Manuela; SALVO, Francesca; ZINNO, Raffaele. Automated valuation methods through the cost approach in a bim and gis integration framework for smart city appraisals. **Sustainability**, Berna, v. 12, n. 18, p. 7546, set. 2020. DOI 10.3390/su12187546. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/12/18/7546>. Acesso em: 26 dez. 2022.

BECONYTĖ, Giedrė; GRUŽAS, Kostas; SPIRIAJEVAS, Eduardas. Areas of crime in cities: case study of lithuania. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, Vilnius, v. 13, n. 1, p. 1, dez. 2023. DOI 10.3390/ijgi13010001. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2220-9964/13/1/1>. Acesso em: 10 abr. 2024.

BELTON, Valerie; STEWART, Theodor. **Multiple criteria decision analysis: an integrated approach**. 1. ed. Berlin: Springer Science & Business Media, 2002. 326p.

BOGIN, Alexander N.; SHUI, Jessica. Appraisal accuracy and automated valuation models in rural areas. **The Journal of Real Estate Finance and Economics**, Berlin, v. 60, n. 1–2, p. 40–52, fev. 2020. DOI 10.1007/s11146-019-09712-0. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11146-019-09712-0>. Acesso em: 16 jan. 2023.

BUNYAN UNEL, Fatma; YALPIR, Sukran. Valuations of building plots using the ahp method. **International Journal of Strategic Property Management**, Ancara, v. 23, n. 3, p.

197–212, fev. 2019. DOI 10.3846/ijspm.2019.7952. Disponível em: <https://journals.vilniustech.lt/index.php/IJSPM/article/view/7952>. Acesso em: 26 dez. 2022.

CASTRO NOBLEJAS, Hugo; YAB, Jesús; MÉRIDA RODRÍGUEZ, Matías F. Relation between the Views and the Real Estate Application to a Mediterranean Coastal Area. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, Madrid, v. 11, n. 7, p. 365, jun. 2022. DOI 10.3390/ijgi11070365. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2220-9964/11/7/365>. Acesso em: 27 jan. 2023.

CHANASIT, Kankawee; CHUANGSUWANICH, Ekapol; SUCHATO, Atiwong; PUNYABUKKANA, Proadpran. A real estate valuation model using boosted feature selection. **IEEE Access**, Washington, v. 9, p. 86938–86953, jun. 2021. DOI 10.1109/ACCESS.2021.3089198. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9454508/>. Acesso em: 26 dez. 2022.

CHEN, Chen-Tung. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. **Fuzzy Sets and Systems**, Washington, v. 114, n. 1, p. 1–9, ago. 2000. DOI 10.1016/S0165-0114(97)00377-1. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011497003771>. Acesso em: 24 jan. 2024.

CHEN, Long; PAN, Wei. Review fuzzy multi-criteria decision-making in construction management using a network approach. **Applied Soft Computing**, Washington, v. 102, p. 107103, abr. 2021. DOI 10.1016/j.asoc.2021.107103. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494621000260>. Acesso em: 23 jan. 2024.

CHOI, Seungwoo; YI, Mun Yong. Computational valuation model of housing price using pseudo self-comparison method. **Sustainability**, Berlin, v. 13, n. 20, p. 11489, out. 2021. DOI 10.3390/su132011489. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/13/20/11489>. Acesso em: 26 dez. 2022.

CROSBY, Henry; DAMOULAS, Theo; CATON, Alex; DAVIS, Paul; PORTO DE ALBUQUERQUE, João; JARVIS, Stephen A. Road distance and travel time for an improved house price Kriging predictor. **Geo-spatial Information Science**, Londres, v. 21, n. 3, p. 185–194, jul. 2018. DOI 10.1080/10095020.2018.1503775. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10095020.2018.1503775>. Acesso em: 26 dez. 2022.

CUI, Nana; GU, Hengyu; SHEN, Tiyang; FENG, Changchun. The Impact of Micro-Level Influencing Factors on Home Value: A Housing Price-Rent Comparison. **Sustainability**, Berlin, v. 10, n. 12, p. 4343, nov. 2018. DOI 10.3390/su10124343. Disponível em: <http://www.mdpi.com/2071-1050/10/12/4343>. Acesso em: 2 jan. 2023.

DE ALMEIDA, Adiel Teixeira; GEIGER, Martin J; COSTA MORAIS, Danielle. Challenges in multicriteria decision methods. **IMA Journal of Management Mathematics**, Oxford, v. 29, n. 3, p. 247–252, jun. 2018. DOI 10.1093/imaman/dpy005. Disponível em: <https://academic.oup.com/imaman/article/29/3/247/4951675>. Acesso em: 24 jan. 2024.

DEZERT, J.; TCHAMOVA, A.; HAN, D.; TACNET, J. The SPOTIS rank reversal free method for multi-criteria decision-making support. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION FUSION (FUSION), 23., 2020, Rustenburg. **Anais [...]**. Washington:

IEEE, 2020. p. 1–8. DOI 10.23919/FUSION45008.2020.9190347. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9190347/>. Acesso em: 3 out. 2023.

FAYEK, Aminah Robinson. Fuzzy Logic and Fuzzy Hybrid Techniques for Construction Engineering and Management. **Journal of Construction Engineering and Management**, Washington, v. 146, n. 7, p. 04020064, jul. 2020. DOI 10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001854. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CO.1943-7862.0001854>. Acesso em: 16 fev. 2023.

HONG, Jengei; CHOI, Heeyoul; KIM, Woo-sung. A house price valuation based on the random forest approach: the mass appraisal of residential property in South Korea. **International Journal of Strategic Property Management**, Seul, v. 24, n. 3, p. 140–152, mar. 2020. DOI 10.3846/ijspm.2020.11544. Disponível em: <https://journals.vilniustech.lt/index.php/IJSPM/article/view/11544>. Acesso em: 6 jan. 2023.

HOXHA, Visar. Exploring the predictive power of ANN and traditional regression models in real estate pricing: evidence from Prishtina. **Journal of Property Investment & Finance**, Berna, v. 42, n. 2, p. 134–150, out. 2023. DOI 10.1108/JPIF-06-2023-0051. Disponível em: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/JPIF-06-2023-0051/full/html>. Acesso em: 10 abr. 2024.

HWANG, Ching-Lai; YOON, Kwangsun. Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications: A State-of-the-Art Survey. In: HWANG, Ching-Lai; YOON, Kwangsun (org.). **Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**. Berlin: Springer, 1981. p. 58–191. DOI 10.1007/978-3-642-48318-9_3. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-642-48318-9_3. Acesso em: 24 jan. 2024.

IBAN, Muzaffer Can. An explainable model for the mass appraisal of residences: The application of tree-based Machine Learning algorithms and interpretation of value determinants. **Habitat International**, Vancouver, v. 128, p. 102660, out. 2022. DOI 10.1016/j.habitatint.2022.102660. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0197397522001576>. Acesso em: 26 dez. 2022.

KAYA, İhsan; KAHRAMAN, Cengiz. A comparison of fuzzy multicriteria decision making methods for intelligent building assessment. **Journal of civil engineering and management**, Washington, v. 20, n. 1, p. 59–69, 10 mar. 2014. DOI 10.3846/13923730.2013.801906. Disponível em: <https://journals.vilniustech.lt/index.php/JCEM/article/view/3092>. Acesso em: 16 fev. 2023.

KHODABAKHSHIAN, Ania; TOOSI, Hossein. Residential Real Estate Valuation Framework Based on Life Cycle Cost by Building Information Modeling. **Journal of Architectural Engineering**, Washington, v. 27, n. 3, p. 04021020, set. 2021. DOI 10.1061/(ASCE)AE.1943-5568.0000479. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29AE.1943-5568.0000479>. Acesso em: 26 dez. 2022.

KOPCZEWSKA, Katarzyna; KOPYT, Mateusz; ĆWIAKOWSKI, Piotr. Spatial Interactions in Business and Housing Location Models. **Land**, Adelaide, v. 10, n. 12, p. 1348, dez. 2021. DOI 10.3390/land10121348. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-445X/10/12/1348>. Acesso em: 16 jan. 2023.

KUCKLICK, Jan-Peter. HIEF: a holistic interpretability and explainability framework.

Journal of Decision Systems, Berlin, p. 1–41, maio 2023. DOI 10.1080/12460125.2023.2207268. Disponível em:

<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/12460125.2023.2207268>. Acesso em: 10 abr. 2024.

LEE, Changro; PARK, Key-Ho. Using photographs and metadata to estimate house prices in South Korea. **Data Technologies and Applications**, Madrid v. 55, n. 2, p. 280–292, abr. 2021. DOI 10.1108/DTA-05-2020-0111. Disponível em:

<https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/DTA-05-2020-0111/full/html>. Acesso em: 26 dez. 2022.

LI, Maosu; XUE, Fan; WU, Yijie; YEH, Anthony G.O. A room with a view: Automatic assessment of window views for high-rise high-density areas using City Information Models and deep transfer learning. **Landscape and Urban Planning**, Massachusetts, v. 226, p. 104505, out. 2022. DOI 10.1016/j.landurbplan.2022.104505. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0169204622001542>. Acesso em: 27 jan. 2023.

MILUCH, Oktawia; KOPCZEWSKA, Katarzyna. Fresh air in the city: the impact of air pollution on the pricing of real estate. **Environmental Science and Pollution Research**, Bordeaux, v. 31, n. 5, p. 7604–7627, jan. 2024. DOI 10.1007/s11356-023-31668-1.

Disponível em: <https://link.springer.com/10.1007/s11356-023-31668-1>. Acesso em: 10 abr. 2024.

MITTAL, Jay; BYAHUT, Sweta. Scenic landscapes, visual accessibility and premium values in a single family housing market: A spatial hedonic approach. **Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science**, Londres, v. 46, n. 1, p. 66–83, jan. 2019. DOI 10.1177/2399808317702147. Disponível em:

<http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/2399808317702147>. Acesso em: 16 jan. 2023.

NAM, Kyung-Min; OU, Yifu; KIM, Euijune; ZHENG, Siqu. Air Pollution and Housing Values in Korea: A Hedonic Analysis with Long-range Transboundary Pollution as an Instrument. **Environmental and Resource Economics**, Perth, v. 82, n. 2, p. 383–407, jun. 2022. DOI 10.1007/s10640-022-00682-1. Disponível em:

<https://link.springer.com/10.1007/s10640-022-00682-1>. Acesso em: 16 jan. 2023.

NGUYEN, Phuong H.D.; ROBINSON FAYEK, Aminah. Applications of fuzzy hybrid techniques in construction engineering and management research. **Automation in Construction**, West Lafayette, v. 134, n.1, p. 104064, fev. 2022. DOI 10.1016/j.autcon.2021.104064. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S092658052100515X>. Acesso em: 16 fev. 2023.

OLADOKUN, Sunday Olarinre; MOOYA, Manya Mainza. Another look at data challenges in property valuation practice: a case of Lagos property market. **Journal of Property Investment & Finance**, Cidade do Cabo, v. 41, n. 6, p. 1–23, dez. 2023. DOI 10.1108/JPIF-07-2023-0069. Disponível em: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/JPIF-07-2023-0069/full/html>. Acesso em: 10 abr. 2024.

OU, Yifu; ZHENG, Siqu; NAM, Kyung-Min. Impacts of air pollution on urban housing prices in China. **Journal of Housing and the Built Environment**, Amsterdam, v. 37, n. 1, p. 423–441, mar. 2022. DOI 10.1007/s10901-021-09845-w. Disponível em:

<https://link.springer.com/10.1007/s10901-021-09845-w>. Acesso em: 16 jan. 2023.

POETA, S; GERHARDT, T; GONZALEZ, M. Análisis de precios hedónicos de viviendas hedonic price analysis of single-family housing. **Revista Ingeniería de Construcción**, Santiago, v. 34, n. 2, p. 215–220, abr. 2019. Disponível em: https://www.scielo.cl/pdf/ric/v34n2/en_0718-5073-ric-34-02-215.pdf. Acesso em: 16 jan. 2023.

PONTES, Eduardo; PAIXÃO, Luiz Andrés; ABRAMO, Pedro. O mercado imobiliário como revelador das preferências pelos atributos espaciais: uma análise do impacto da criminalidade urbana no preço de apartamentos em Belo Horizonte. **Revista de Economia Contemporânea**, Rio de Janeiro v. 15, n. 1, p. 171–197, abr. 2011. DOI 10.1590/S1415-98482011000100007. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-98482011000100007&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 8 fev. 2023.

RADULOVIĆ, Aleksandra; SLADIĆ, Dubravka; GOVEDARICA, Miro; RAIČEVIĆ, Dušan. Using LADM and BIM for property and tourist taxation in the municipality of Bar, Montenegro. **Land Use Policy**, Enschede, v. 131, p. 106715, ago. 2023. DOI 10.1016/j.landusepol.2023.106715. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837723001813>. Acesso em: 10 abr. 2024.

REBELO, Emília Malcata. Land value capture from touristic development: methodological approach and practical implementation. **Journal of Urban Planning and Development**, Washington v. 148, n. 1, p. 05021061, mar. 2022. DOI 10.1061/(ASCE)UP.1943-5444.0000765. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29UP.1943-5444.0000765>. Acesso em: 26 dez. 2022.

RENIGIER-BIŁOZOR, Malgorzata; JANOWSKI, Artur; D'AMATO, Maurizio. Automated valuation model based on fuzzy and rough set theory for real estate market with insufficient source data. **Land Use Policy**, Enschede, v. 87, p. 104021, set. 2019. DOI 10.1016/j.landusepol.2019.104021. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837719302182>. Acesso em: 27 jan. 2023.

ROSEN, Sherwin. Hedonic prices and implicit markets: product differentiation in pure competition. **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 82, n. 1, p. 34–55, jan. 1974. DOI 10.1086/260169. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/260169>. Acesso em: 6 jan. 2023.

SCHMIDHUBER, Jürgen. Deep learning in neural networks: An overview. **Neural Networks**, Columbus, v. 61, p. 85–117, jan. 2015. DOI 10.1016/j.neunet.2014.09.003. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0893608014002135>. Acesso em: 30 jan. 2023.

SHEKHOVTSOV, A.; PARADOWSKI, B.; WIECKOWSKI, J.; KIZIELEWICZ, B.; SALABUN, W. Extension of the SPOTIS method for the rank reversal free decision-making under fuzzy environment. *In*: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL (CDC), 61., 2022, Cancun. **Anais [...]**. Washington: IEEE, 2022. p. 5595–5600. DOI 10.1109/CDC51059.2022.9992833. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9992833/>. Acesso em: 21 nov. 2023.

SINGHAPUTTANGKUL, Natee; ZHAO, Xianbo. Applying a fuzzy consensus scheme to enhance the group decision making of a building envelope design team. **Journal of**

Construction Engineering and Management, Washington, v. 142, n. 8, p. 04016025, ago. 2016. DOI 10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001142. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CO.1943-7862.0001142>. Acesso em: 16 fev. 2023.

SISMAN, S.; AYDINOGLU, A.C. Improving performance of mass real estate valuation through application of the dataset optimization and Spatially Constrained Multivariate Clustering Analysis. **Land Use Policy**, Enschede, v. 119, p. 106167, ago. 2022. DOI 10.1016/j.landusepol.2022.106167. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837722001946>. Acesso em: 15 jun. 2023.

SUN, Biao; YANG, Shan. Asymmetric and spatial non-stationary effects of particulate air pollution on urban housing prices in chinese cities. **International Journal of Environmental Research and Public Health**, Berna, v. 17, n. 20, p. 7443, 13 out. 2020. DOI 10.3390/ijerph17207443. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1660-4601/17/20/7443>. Acesso em: 16 jan. 2023.

TAHERDOOST, Hamed; MADANCHIAN, Mitra. Multi-Criteria Decision Making (MCDM) methods and concepts. **Encyclopedia**, Berna, v. 3, n. 1, p. 77–87, 9 jan. 2023. DOI 10.3390/encyclopedia3010006. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2673-8392/3/1/6>. Acesso em: 24 jan. 2024.

TEO, Hoong Chen; FUNG, Tze Kwan; SONG, Xiao Ping; BELCHER, Richard N.; SIMAN, Kelly; CHAN, Ian Z.W.; KOH, Lian Pin. Increasing contribution of urban greenery to residential real estate valuation over time. **Sustainable Cities and Society**, Montréal, v. 96, n.1 p. 104689, set. 2023. DOI 10.1016/j.scs.2023.104689. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2210670723003001>. Acesso em: 10 abr. 2024.

TORRES-PRUÑONOSA, Jose; GARCÍA-ESTÉVEZ, Pablo; PRADO-ROMÁN, Camilo. Artificial neural network, quantile and semi-log regression modelling of mass appraisal in housing. **Mathematics**, Berna, v. 9, n. 7, p. 783, 6 abr. 2021. DOI 10.3390/math9070783. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/7/783>. Acesso em: 26 dez. 2022.

UNEL, Fatma Bunyan; YALPIR, Sukran. Sustainable tax system design for use of mass real estate appraisal in land management. **Land Use Policy**, Berna, v. 131, p. 106734, ago. 2023. DOI 10.1016/j.landusepol.2023.106734. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837723002004>. Acesso em: 10 abr. 2024.

WANG, Sutong; ZHU, Jiacheng; YIN, Yunqiang; WANG, Dujuan; EDWIN CHENG, T.C.; WANG, Yanzhang. Interpretable multi-modal stacking-based ensemble learning method for real estate appraisal. **IEEE Transactions on Multimedia**, Washington, v. 25, p. 315–328, 2023. DOI 10.1109/TMM.2021.3126153. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9609681/>. Acesso em: 10 abr. 2024.

WOO, Ayoung; LEE, Sugie. Illuminating the impacts of brownfield redevelopments on neighboring housing prices: Case of Cuyahoga County, Ohio in the US. **Environment and Planning A: Economy and Space**, Nova York, v. 48, n. 6, p. 1107–1132, jun. 2016. DOI 10.1177/0308518X16636380. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0308518X16636380>. Acesso em: 16 jan. 2023.

YAKUB, AbdurRaheem A.; ACHU, Kamalahasan; ALI, Hishamuddin Mohd; ABDUL JALIL,

Rohaya. An analysis of the determinants of office real estate price modelling in Nigeria: using a Delphi approach. **Property Management**, Wellington, v. 40, n. 5, p. 758–779, 29 set. 2022. DOI 10.1108/PM-08-2021-0060. Disponível em:

<https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/PM-08-2021-0060/full/html>. Acesso em: 15 jun. 2023.

YALPIR, Sukran; OZKAN, Gulgun. Knowledge-based fis and anfis models development and comparison for residential real estate valuation. **International Journal of Strategic Property Management**, Ancara, v. 22, n. 2, p. 110–118, 23 mar. 2018. DOI 10.3846/ijspm.2018.442.

Disponível em: <https://journals.vilniustech.lt/index.php/IJSPM/article/view/442>. Acesso em: 27 jan. 2023.

YALPIR, Sukran; SISMAN, Suleyman; AKAR, Ali Utku; UNEL, Fatma Bunyan. Feature selection applications and model validation for mass real estate valuation systems. **Land Use Policy**, Berna, v. 108, p. 105539, set. 2021. DOI 10.1016/j.landusepol.2021.105539.

Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837721002623>. Acesso em: 25 out. 2023.

YANG, Linchuan; CHAU, K.W.; SZETO, W.Y.; CUI, Xu; WANG, Xu. Accessibility to transit, by transit, and property prices: Spatially varying relationships. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Minneapolis v. 85, p. 102387, ago. 2020. DOI 10.1016/j.trd.2020.102387. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1361920920305745>. Acesso em: 16 jan. 2023.

YANG, Zongyan; HONG, Zhonghua; ZHOU, Ruyan; AI, Hong. Graph convolutional network-based model for megacity real estate valuation. **IEEE Access**, Washington, v. 10, p. 104811–104828, dez 2022. DOI 10.1109/ACCESS.2022.3210281. Disponível em:

<https://ieeexplore.ieee.org/document/9904611/>. Acesso em: 26 dez. 2022.

YAZDANI, Morteza; ABDI, M. Reza; KUMAR, Niraj; KESHAVARZ-GHORABAEI, Mehdi; CHAN, Felix T. S. Improved decision model for evaluating risks in construction projects. **Journal of Construction Engineering and Management**, Washington, v. 145, n. 5, p. 04019024, maio 2019. DOI 10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001640. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CO.1943-7862.0001640>. Acesso em: 16 fev. 2023.

YEH, I-Cheng; HSU, Tzu-Kuang. Building real estate valuation models with comparative approach through case-based reasoning. **Applied Soft Computing**, Londres, v. 65, p. 260–271, abr. 2018. DOI 10.1016/j.asoc.2018.01.029. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494618300358>. Acesso em: 26 dez. 2022.

YILMAZER, Seekin; KOCAMAN, Sultan. A mass appraisal assessment study using machine learning based on multiple regression and random forest. **Land Use Policy**, Berna, v. 99, p. 104889, dez. 2020. DOI 10.1016/j.landusepol.2020.104889. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264837719316540>. Acesso em: 26 dez. 2022.

ZHANG, Haiyong; CHEN, Jie; WANG, Zhen. Spatial heterogeneity in spillover effect of air pollution on housing prices: Evidence from China. **Cities**, Pequim, v. 113, p. 103145, jun. 2021. DOI 10.1016/j.cities.2021.103145. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264275121000433>. Acesso em: 26 dez. 2022.

ZHONG, Jiawei; HUI, Eddie C. M. Depreciation, building age, and market price statistics for reference in urban redevelopment option pricing. **Journal of Urban Planning and Development**, Washington, v. 146, n. 1, p. 04019031, mar. 2020. DOI 10.1061/(ASCE)UP.1943-5444.0000546. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29UP.1943-5444.0000546>. Acesso em: 26 dez. 2022.

APÊNDICE A – PARÂMETROS COLETADOS

Tipo de Parâmetro	Parâmetros	Referências
FÍSICAS	Área da Sacada (Se possuir)	Yilmazera e Kocamana (2020)
	Presença de elevador (sim ou não)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Iban (2022)
	Metragem do Jardim frontal (Se possuir)	Yilmazera e Kocamana (2020)
	Altura da fachada	Yilmazera e Kocamana (2020); Yalpir <i>et al.</i> (2021); Yilmazera e Kocamana (2020); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	Número de banheiros	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	Número de quartos	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	Tipo de estacionamento (coberto/ não coberto)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019)
	Número de vagas de estacionamento por apartamento	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021); Yang <i>et al.</i> (2022)
	Área Bruta do Imóvel	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021); Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022)

Continua

Continua

FÍSICAS	Presença de Piscina (sim ou não)	Yilmazera e Kocamana (2020); Yang <i>et al.</i> (2022)
	Direção das faces da sala do imóvel (norte, sul, leste, oeste)	Yilmazera e Kocamana (2020); Yang <i>et al.</i> (2022)
	Qualidade do acabamento das fachadas	Yalpir e Ozkan (2018); Lee e Park (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021)
	Área da sala de estar	Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	Ar-condicionado ao menos em um quarto (sim ou não)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	Área verde	Khodabakhshian e Toosi (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Isolamento acústico (sim ou não)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	Estilo de Fachada (industrial, minimalista, rústica, eclética)	Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Idade aparente (infraestrutura)	Xu <i>et al.</i> (2018); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
LEGAIS	Taxa de juros (financiamento)	Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021);
	Restrições Legais (código de obras municipal e do condomínio)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	Custos Fixos	
	Facilidade de financiamento (sim/não)	
ESPACIAIS	Distância do centro comercial da cidade	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Iban (2022)
	Distância do litoral	Iban (2022); Yang <i>et al.</i> (2022)

Continua

Continua

ESPACIAIS	Distância dos principais meios de transporte público.	Yalpir e Ozkan (2018); Yeh e Hsu (2018); Choi e YI (2021); Iban (2022) / Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Distância de áreas culturais e centros de entretenimento	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Distância até o hospital mais próximo	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	Distância até a estrada principal mais próxima	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021)
	Distância até o shopping mais próximo	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021)
	Distância até o mercado ou loja de conveniência	Yeh e Hsu (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	Distância de locais de culto religioso	Yalpir e Ozkan (2018);
	Distância até a escola mais próxima	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	Distância até a creche mais próxima	Choi e YI (2021)
	Distância até a universidade mais próxima	Yilmazera e Kocamana (2020); Chanasit <i>et al.</i> (2021); Choi e YI (2021)
	Distância das linhas de transmissão de energia	Yalpir e Ozkan (2018);
	Distância de cemitérios	
	Distância de zonas industriais	Yalpir e Ozkan (2018); Yalpir <i>et al.</i> (2021)

Continua

Continua

ESPACIAIS	Distância de áreas de desastres naturais	Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Distância de postos de gasolina	
	Distância dos centros de trabalho	Khodabakhshian e Toosi (2021);
	Distância de locais de armazenamento de resíduos	Yalpir e Ozkan (2018);
LOCAIS	Largura da rua	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020)
	Bairro	Choi e YI (2021)
	Fachada do imóvel voltada para a estrada principal (sim ou não)	Yalpir e Ozkan (2018); Yilmazera e Kocamana (2020); Khodabakhshian e Toosi (2021);
	Em qual andar se localiza o imóvel (caso de apartamentos)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Yilmazera e Kocamana (2020); Choi e YI (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Baur, Rosenfelder e Lutz (2023)
	Taxa de crescimento populacional do distrito	Chanasit <i>et al.</i> (2021)
	Densidade populacional de cada distrito	Chanasit <i>et al.</i> (2021); Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Taxa de crime	Chanasit <i>et al.</i> (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021);
	Taxa de imigração por distrito	Chanasit <i>et al.</i> (2021)
	Taxa de emprego por distrito	
	Renda média por distrito	
	Número de imóveis à venda em cada distrito	
	Área turística (sim ou não)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Rebelo (2021)
	Poluição do ar	Mei <i>et al.</i> (2019); Zhang, Chen e Wang (2021); Khodabakhshian e Toosi (2021); Nam <i>et al.</i> (2022); Xue <i>et al.</i> (2022)
	Presença de terrenos abandonados	Woo e Lee (2016)

Continua

Conclusão

LOCAIS	Localização do imóvel e vistas para paisagens cênicas	Mittal e Byahut (2019); Alexandridisa <i>et al.</i> (2019); Khodabakhshian e Toosi (2021); Li <i>et al.</i> (2022)
	Topografia (terreno plano, acidentado, com declive)	Khodabakhshian e Toosi (2021)
	Padrão de acabamento dos imóveis vizinhos	
	Classificação urbana (zona rural, metropolitana, periférica, central)	Alexandridisa <i>et al.</i> (2019)
	Qualidade das ruas	Yalpir <i>et al.</i> (2021)
	Terreno do tipo esquina (sim ou não)	
	Potencial de desenvolvimento do bairro (sim ou não)	

APÊNDICE B - APLICAÇÃO NO CENÁRIO 1 - FUZZY TOPSIS

Logo abaixo estão as escalas linguísticas utilizadas para avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios, a matriz de decisão com os termos linguísticos e com os números *fuzzy* correspondentes:

Pontuação Alternativas				
Termos Linguísticos	Sigla	Número fuzzy triangular		
		l	m	u
Extremamente Baixa	EB	0	0	1
Muito Baixa	MB	0	1	3
Baixa	B	1	3	5
Média	M	3	5	7
Alta	A	5	7	9
Muito Alta	MA	7	9	10
Extremamente Alta	EA	9	10	10

Pontuação Critérios				
Termos Linguísticos	Sigla	Número fuzzy triangular		
		l	m	u
Nada importante	NI	0	0,1	0,1
Pouco importante	PI	0,1	0,3	0,5
Importância média	IM	0,3	0,5	0,7
Importante	I	0,5	0,7	0,9
Muito importante	MI	0,9	0,9	1

MATRIZ DE DECISÃO COM TERMOS LINGUÍSTICOS		
Alternativas	Critério 1 - Atratividade	Critério 2 - Liquidez associada
P1	M	M
P2	MA	A
P3	B	B
P4	A	A
P5	B	M
P6	M	M
P7	M	A
P8	MA	A
P9	M	M
P10	MA	A
P11	EA	EA
P12	M	M
P13	MB	M
P14	M	M

P15	M	M
P16	M	M
P17	M	M
P18	M	M
P19	M	M
P20	MA	MA
P21	B	B
P22	M	A
P23	M	M
P24	B	M
P25	B	M
P26	A	A
Pesos	I	I

MATRIZ FUZZY DE DECISÃO						
ALTERNATIVAS	C1			C2		
	l	m	u	l	m	u
P1	3	5	7	3	5	7
P2	7	9	10	5	7	9
P3	1	3	5	1	3	5
P4	5	7	9	5	7	9
P5	1	3	5	3	5	7
P6	3	5	7	3	5	7
P7	3	5	7	5	7	9
P8	7	9	10	5	7	9
P9	3	5	7	3	5	7
P10	7	9	10	5	7	9
P11	9	10	10	9	10	10
P12	3	5	7	3	5	7
P13	0	1	3	3	5	7
P14	3	5	7	3	5	7
P15	3	5	7	3	5	7
P16	3	5	7	3	5	7
P17	3	5	7	3	5	7
P18	3	5	7	3	5	7
P19	3	5	7	3	5	7
P20	7	9	10	7	9	10
P21	1	3	5	1	3	5
P22	3	5	7	5	7	9
P23	3	5	7	3	5	7
P24	1	3	5	3	5	7
P25	1	3	5	3	5	7
P26	5	7	9	5	7	9
Pesos	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

Logo abaixo estão as matrizes de decisão *fuzzy*, normalizadas e ponderada, obtidas mediante as equações (4), (5), (6) e (7):

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n} \quad (4)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*} \right), j \in C \quad (5)$$

$$c_j^* = \max_i c_{ij} \text{ se } j \in B;$$

$$a_j^- = \min_i a_{ij} \text{ se } j \in C,$$

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}; \quad (6)$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes \tilde{w}_j \quad (7)$$

ALTERNATIVAS	MATRIZ DE DECISÃO FUZZY NORMALIZADA					
	C1			C2		
	l	m	u	L	m	u
P1	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P2	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P3	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P4	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P5	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P6	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P7	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P8	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P9	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P10	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P11	0,9	1	1	0,9	1	1
P12	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P13	0	0,1	0,3	0,3	0,5	0,7
P14	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P15	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P16	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P17	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P18	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P19	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P20	0,7	0,9	1	0,7	0,9	1
P21	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P22	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P23	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P24	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P25	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P26	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
Pesos	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

ALTERNATIVAS	MATRIZ DE DECISÃO NORMALIZADA E PONDERADA					
	C1			C2		
	l	m	u	l	m	u
P1	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P2	0,35	0,63	0,9	0,25	0,49	0,81
P3	0,05	0,21	0,45	0,05	0,21	0,45
P4	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81
P5	0,05	0,21	0,45	0,15	0,35	0,63
P6	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P7	0,15	0,35	0,63	0,25	0,49	0,81
P8	0,35	0,63	0,9	0,25	0,49	0,81
P9	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P10	0,35	0,63	0,9	0,25	0,49	0,81
P11	0,45	0,7	0,9	0,45	0,7	0,9
P12	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P13	0	0,07	0,27	0,15	0,35	0,63
P14	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P15	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P16	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P17	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P18	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P19	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P20	0,35	0,63	0,9	0,35	0,63	0,9
P21	0,05	0,21	0,45	0,05	0,21	0,45
P22	0,15	0,35	0,63	0,25	0,49	0,81
P23	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P24	0,05	0,21	0,45	0,15	0,35	0,63
P25	0,05	0,21	0,45	0,15	0,35	0,63
P26	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81

A solução *fuzzy* positiva-ideal (FPIS, A^*) e a solução *fuzzy* negativa-ideal (FNIS, A^-), conforme as equações abaixo:

$$A^* = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_j^* \dots, \tilde{v}_m^*), \quad (8)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_j^- \dots, \tilde{v}_m^-),$$

em que:

$$\tilde{v}_j^* = \max_i V_{ij}^*; \text{ e}$$

$$\tilde{v}_j^- = \min_i V_{ij}^*;$$

Para $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$.

Neste caso, considera-se $\tilde{v}_j^* = (1,1,1)$ como a solução ideal e $\tilde{v}_j^- = (0,0,0)$ como a solução anti-ideal para $j = 1, 2, \dots, n$.

SOLUÇÃO IDEAL POSITIVA (A*) E NEGATIVA (A-)						
	C1			C2		
	l	m	u	l	m	u
A*	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
A-	0	0	0	0,05	0,05	0,05

O coeficiente de proximidade de cada alternativa foi calculado conforme as equações (9) e (10).

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^*), i = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^-), i = 1, 2, \dots, m,$$

OBS: (d_i^*, d_i^-) estão descritos na forma de números *fuzzy*, para aplicação da equação (11) é necessário converter esses números *fuzzy* em números convencionais utilizando a equação (10).

$$d(\tilde{x}, \tilde{z}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]} \quad (10)$$

Alternativas	Distância d*			Distância d-		
	C1	C2	d*	C1	C2	d-
P1	0,559	0,559	1,118	0,719	0,050	0,769
P2	0,354	0,447	0,800	0,342	0,050	0,392
P3	0,683	0,683	1,367	0,719	0,050	0,769
P4	0,447	0,447	0,893	0,526	0,050	0,576
P5	0,683	0,559	1,243	0,526	0,050	0,576
P6	0,559	0,559	1,118	0,719	0,050	0,769
P7	0,559	0,447	1,006	0,719	0,050	0,769
P8	0,354	0,447	0,800	0,526	0,050	0,576
P9	0,559	0,559	1,118	0,719	0,050	0,769
P10	0,354	0,447	0,800	0,968	0,050	1,018
P11	0,284	0,284	0,569	0,526	0,050	0,576
P12	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P13	0,795	0,559	1,354	0,526	0,050	0,576
P14	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P15	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P16	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P17	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P18	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P19	0,559	0,559	1,118	0,876	0,050	0,926
P20	0,354	0,354	0,707	0,342	0,050	0,392

P21	0,683	0,683	1,367	0,719	0,050	0,769
P22	0,559	0,447	1,006	0,526	0,050	0,576
P23	0,559	0,559	1,118	0,526	0,050	0,576
P24	0,683	0,559	1,243	0,526	0,050	0,576
P25	0,683	0,559	1,243	0,719	0,050	0,769
P26	0,447	0,447	0,893	0,719	0,050	0,769

Com essas distâncias, um coeficiente de proximidade foi definido para determinar a ordem de classificação de todas as alternativas, conforme demonstra a equação (11):

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

Alternativas	Coeficiente de aproximação		Ordenação
P1	CC1	0,419	6°
P2	CC2	0,597	3°
P3	CC3	0,282	9°
P4	CC4	0,548	4°
P5	CC5	0,350	7°
P6	CC6	0,419	6°
P7	CC7	0,484	5°
P8	CC8	0,597	3°
P9	CC9	0,419	6°
P10	CC10	0,597	3°
P11	CC11	0,706	1°
P12	CC12	0,419	6°
P13	CC13	0,286	8°
P14	CC14	0,419	6°
P15	CC15	0,419	6°
P16	CC16	0,419	6°
P17	CC17	0,419	6°
P18	CC18	0,419	6°
P19	CC19	0,419	6°
P20	CC20	0,645	2°
P21	CC21	0,282	9°
P22	CC22	0,484	5°
P23	CC23	0,419	6°
P24	CC24	0,350	7°
P25	CC25	0,350	7°
P26	CC26	0,548	4°

Conforme mencionado na seção referente ao teste de sensibilidade, os pesos assumiram seus valores máximos e mínimos, a fim de detectar alterações na ordenação das alternativas. Desse modo, logo abaixo encontra-se o quadro com as ordenações derivadas das

combinações dos pesos.

Pesos (I/I)		Pesos (MI/NI)		Pesos (NI/MI)	
Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação
P11	1	P11	1	P11	1
P20	2	P20	2	P20	2
P2	3	P2	3	P2	3
P8	3	P8	3	P8	3
P10	3	P10	3	P10	3
P4	4	P4	4	P4	4
P26	4	P26	4	P26	4
P7	5	P7	5	P7	5
P22	5	P22	5	P22	5
P1	6	P1	6	P1	6
P6	6	P6	6	P6	6
P9	6	P9	6	P9	6
P12	6	P12	6	P12	6
P14	6	P14	6	P14	6
P15	6	P15	6	P15	6
P16	6	P16	6	P16	6
P17	6	P17	6	P17	6
P18	6	P18	6	P18	6
P19	6	P19	6	P19	6
P23	6	P23	6	P23	6
P5	7	P5	7	P5	7
P24	7	P24	7	P24	7
P25	7	P25	7	P25	7
P13	8	P3	8	P13	8
P3	9	P21	8	P3	9
P21	9	P13	9	P21	9

APÊNDICE C - APLICAÇÃO NO CENÁRIO 2 - FUZZY TOPSIS

Logo abaixo, estão as escalas linguísticas utilizadas para avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios, a matriz de decisão com os termos linguísticos e com os números *fuzzy* correspondentes.

Pontuação Alternativas				
Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Extremamente Baixa	EB	0	0	1
Muito Baixa	MB	0	1	3
Baixa	B	1	3	5
Média	M	3	5	7
Alta	A	5	7	9
Muito Alta	MA	7	9	10
Extremamente Alta	EA	9	10	10

Pontuação - Critérios				
Termos Linguísticos	Sigla	Número <i>fuzzy</i> triangular		
		l	m	u
Nada importante	NI	0	0,1	0,1
Pouco importante	PI	0,1	0,3	0,5
Importância média	IM	0,3	0,5	0,7
Importante	I	0,5	0,7	0,9
Muito importante	MI	0,9	0,9	1

MATRIZ DE DECISÃO COM TERMOS LINGUÍSTICOS		
Alternativas	Critério 1 - Atratividade	Critério 2 - Liquidez associada
P1	A	A
P2	A	A
P3	M	M
P4	MA	A
P5	B	B
P6	EA	MA
P7	M	MA
P8	M	A
P9	B	M
P10	M	M
P11	M	M
P12	M	M

P13	M	M
P14	B	B
P15	M	M
P16	MA	EA
P17	M	A
P18	M	A
P19	A	A
P20	A	A
Pesos	I	I

MATRIZ FUZZY DE DECISÃO						
Alternativas	C1			C2		
	l	m	u	l	m	u
P1	5	7	9	5	7	9
P2	5	7	9	5	7	9
P3	3	5	7	3	5	7
P4	7	9	10	5	7	9
P5	1	3	5	1	3	5
P6	9	10	10	7	9	10
P7	3	5	7	7	9	10
P8	3	5	7	5	7	9
P9	1	3	5	3	5	7
P10	3	5	7	3	5	7
P11	3	5	7	3	5	7
P12	3	5	7	3	5	7
P13	3	5	7	3	5	7
P14	1	3	5	1	3	5
P15	3	5	7	3	5	7
P16	7	9	10	9	10	10
P17	3	5	7	5	7	9
P18	3	5	7	5	7	9
P19	5	7	9	5	7	9
P20	5	7	9	5	7	9
Pesos	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

Logo abaixo, estão as matrizes de decisão *fuzzy*, normalizadas e ponderadas, obtidas mediante as equações (4), (5), (6) e (7):

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n} \quad (4)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*}, \frac{a_j^-}{c_j^*} \right), j \in C \quad (5)$$

$$c_j^* = \max_i c_{ij} \text{ se } j \in B;$$

$$a_j^- = \min_i a_{ij} \text{ se } j \in C,$$

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}; \quad (6)$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes \tilde{w}_j \quad (7)$$

MATRIZ DE DECISÃO FUZZY NORMALIZADA						
Alternativas	C1			C2		
	l	m	u	l	m	U
P1	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P2	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P3	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P4	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P5	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P6	0,9	1	1	0,7	0,9	1
P7	0,3	0,5	0,7	0,7	0,9	1
P8	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P9	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P10	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P11	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P12	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P13	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P14	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P15	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P16	0,7	0,9	1	0,9	1	1
P17	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P18	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P19	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P20	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
Pesos	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

MATRIZ DE DECISÃO FUZZY NORMALIZADA E PONDERADA						
Alternativas	C1			C2		
	l	m	u	l	m	U
P1	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81
P2	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81
P3	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P4	0,35	0,63	0,9	0,25	0,49	0,81
P5	0,05	0,21	0,45	0,05	0,21	0,45
P6	0,45	0,7	0,9	0,35	0,63	0,9
P7	0,15	0,35	0,63	0,35	0,63	0,9
P8	0,15	0,35	0,63	0,25	0,49	0,81
P9	0,05	0,21	0,45	0,15	0,35	0,63
P10	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P11	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63

P12	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P13	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P14	0,05	0,21	0,45	0,05	0,21	0,45
P15	0,15	0,35	0,63	0,15	0,35	0,63
P16	0,35	0,63	0,9	0,45	0,7	0,9
P17	0,15	0,35	0,63	0,25	0,49	0,81
P18	0,15	0,35	0,63	0,25	0,49	0,81
P19	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81
P20	0,25	0,49	0,81	0,25	0,49	0,81

A solução *fuzzy* positiva-ideal (FPIS, A^*) e a solução *fuzzy* negativa-ideal (FNIS, A^-), conforme as equações abaixo:

$$A^* = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_j^* \dots, \tilde{v}_m^*), \quad (8)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_j^- \dots, \tilde{v}_m^-),$$

em que:

$$\tilde{v}_j^* = \max_i V_{ij}^*; \text{ e}$$

$$\tilde{v}_j^- = \min_i V_{ij}^*;$$

Para $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$.

Neste caso, considera-se $\tilde{v}_j^* = (1,1,1)$ como a solução ideal e $\tilde{v}_j^- = (0,0,0)$ como a solução anti-ideal para $j=1, 2, \dots, n$.

SOLUÇÃO IDEAL POSITIVA (A^*) E NEGATIVA (A^-)						
	C1			C2		
	l	m	u	l	m	u
A^*	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
A^-	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

O coeficiente de proximidade de cada alternativa foi calculado conforme as equações (9) e (10).

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^*), i = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^-), i = 1, 2, \dots, m,$$

OBS: (d_i^*, d_i^-) estão descritos na forma de números *fuzzy*, para aplicação da equação (11); é necessário converter esses números *fuzzy* em números convencionais, utilizando a equação (10).

$$d(\tilde{x}, \tilde{z}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]} \quad (10)$$

Alternativas	Distância d*			Distância d-		
	C1	C2	d*	C1	C2	d*
P1	0,447	0,447	0,893	0,670	0,050	0,720
P2	0,447	0,447	0,893	0,479	0,050	0,529
P3	0,559	0,559	1,118	0,670	0,050	0,720
P4	0,354	0,447	0,800	0,299	0,050	0,349
P5	0,683	0,683	1,367	0,826	0,050	0,876
P6	0,284	0,354	0,638	0,826	0,050	0,876
P7	0,559	0,354	0,913	0,670	0,050	0,720
P8	0,559	0,447	1,006	0,479	0,050	0,529
P9	0,683	0,559	1,243	0,479	0,050	0,529
P10	0,559	0,559	1,118	0,479	0,050	0,529
P11	0,559	0,559	1,118	0,479	0,050	0,529
P12	0,559	0,559	1,118	0,479	0,050	0,529
P13	0,559	0,559	1,118	0,299	0,050	0,349
P14	0,683	0,683	1,367	0,479	0,050	0,529
P15	0,559	0,559	1,118	0,918	0,050	0,968
P16	0,354	0,284	0,638	0,670	0,050	0,720
P17	0,559	0,447	1,006	0,670	0,050	0,720
P18	0,559	0,447	1,006	0,670	0,050	0,720
P19	0,447	0,447	0,893	0,670	0,050	0,720
P20	0,447	0,447	0,893	0,670	0,050	0,720

Com essas distâncias, um coeficiente de proximidade foi definido para determinar a ordem de classificação de todas as alternativas, conforme demonstra a equação (11):

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

Alternativas	Coeficiente de aproximação		Ordenação
P1	CC1	0,538	3°
P2	CC2	0,538	3°
P3	CC3	0,406	6°
P4	CC4	0,587	2°
P5	CC5	0,267	8°
P6	CC6	0,667	1°
P7	CC7	0,523	4°
P8	CC8	0,473	5°
P9	CC9	0,336	7°
P10	CC10	0,406	6°
P11	CC11	0,406	6°
P12	CC12	0,406	6°
P13	CC13	0,406	6°
P14	CC14	0,267	8°
P15	CC15	0,406	6°
P16	CC16	0,667	1°

P17	CC17	0,473	5°
P18	CC18	0,473	5°
P19	CC19	0,538	3°
P20	CC20	0,538	3°

Conforme mencionado na seção referente ao teste de sensibilidade, os pesos assumiram seus valores máximos e mínimos, a fim de detectar alterações na ordenação das alternativas. De tal modo, na sequência imediata encontra-se o quadro com as ordenações derivadas das combinações dos pesos.

Pesos (I/I)		Pesos (MI/NI)		Pesos (NI/MI)	
Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação
P6	1	P6	1	P16	1
P16	1	P16	2	P6	2
P4	2	P4	3	P7	3
P1	3	P1	4	P4	4
P2	3	P2	4	P1	5
P19	3	P19	4	P2	5
P20	3	P20	4	P19	5
P7	4	P7	5	P20	5
P8	5	P8	6	P8	6
P17	5	P17	6	P17	6
P18	5	P18	6	P18	6
P3	6	P3	7	P3	7
P10	6	P10	7	P10	7
P11	6	P11	7	P11	7
P12	6	P12	7	P12	7
P13	6	P13	7	P13	7
P15	6	P15	7	P15	7
P9	7	P9	8	P9	8
P5	8	P5	9	P5	9
P14	8	P14	9	P14	9

APÊNDICE D - APLICAÇÃO NO CENÁRIO 1 - FUZZY SPOTIS

Logo abaixo, está a escala linguística utilizada para avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios.

PONTUAÇÃO ALTERNATIVAS				
TERMOS LINGUÍSTICOS	SIGLA	NÚMERO FUZZY TRIANGULAR		
		l	m	u
Extremamente Baixa	EB	0	0	0,1
Muito Baixa	MB	0	0,1	0,3
Baixa	B	0,1	0,3	0,5
Média	M	0,3	0,5	0,7
Alta	A	0,5	0,7	0,9
Muito Alta	MA	0,7	0,9	1
Extremamente Alta	EA	0,9	1	1

No quadro referente à pontuação das alternativas, os números *fuzzy* associados aos termos linguísticos vão de 0 a 1. Com isso os limites mínimos e máximos (S_n^{min}, S_n^{max}) assumiram esses valores.

A solução ideal S^* é definida como um conjunto, representando as melhores pontuações possíveis ($S_1^*, \dots, S_j^*, \dots, S_N^*$) para os N critérios de análise. No caso em questão, todos os critérios são monotônicos de lucro, pois, quanto maior a pontuação, mais relevante será a alternativa. De tal modo, a solução ideal é definida por $S^* = 1, 1$.

A matriz de decisão com os termos linguísticos e com os números *fuzzy* correspondentes está à disposição na sequência imediata.

MATRIZ DE DECISÃO COM TERMOS LINGUÍSTICOS		
Alternativas	Critério 1 - Atratividade	Critério 2 - Liquidez associada
P1	M	M
P2	MA	A
P3	B	B
P4	A	A
P5	B	M
P6	M	M
P7	M	A
P8	MA	A
P9	M	M
P10	MA	A
P11	EA	EA
P12	M	M
P13	MB	M

P14	M	M
P15	M	M
P16	M	M
P17	M	M
P18	M	M
P19	M	M
P20	MA	MA
P21	B	B
P22	M	A
P23	M	M
P24	B	M
P25	B	M
P26	A	A
Pesos	0,5	0,5

MATRIZ FUZZY DE DECISÃO						
Alternativas	C1			C2		
	l	M	u	l	m	u
P1	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P2	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P3	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P4	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P5	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P6	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P7	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P8	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P9	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P10	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P11	0,9	1	1	0,9	1	1
P12	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P13	0	0,1	0,3	0,3	0,5	0,7
P14	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P15	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P16	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P17	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P18	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P19	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P20	0,7	0,9	1	0,7	0,9	1
P21	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P22	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P23	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P24	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P25	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P26	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

A matriz de distância normalizada em relação solução ideal (S*) foi calculada utilizando a

equação (12).

$$\tilde{d}_{ij}(A_i, s_j^*) = \frac{|\tilde{x}_{ij} - s_j^*|}{|s_j^{max} - s_j^{min}|} \quad (12)$$

MATRIZ DE DISTÂNCIA NORMALIZADA EM RELAÇÃO SOLUÇÃO IDEAL (S*)						
Alternativas	C1			C2		
	l	M	u	l	m	u
P1	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P2	0,3	0,1	0	0,1	0,3	0,5
P3	0,9	0,7	0,5	0,5	0,7	0,9
P4	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5
P5	0,9	0,7	0,5	0,3	0,5	0,7
P6	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P7	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5
P8	0,3	0,1	0	0,1	0,3	0,5
P9	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P10	0,3	0,1	0	0,1	0,3	0,5
P11	0,1	0	0	0	0	0,1
P12	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P13	1	0,9	0,7	0,3	0,5	0,7
P14	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P15	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P16	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P17	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P18	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P19	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P20	0,3	0,1	0	0	0,1	0,3
P21	0,9	0,7	0,5	0,5	0,7	0,9
P22	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5
P23	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P24	0,9	0,7	0,5	0,3	0,5	0,7
P25	0,9	0,7	0,5	0,3	0,5	0,7
P26	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5

A matriz de distância normalizada foi multiplicada com o vetor de pesos dos critérios. No caso desta aplicação, o vetor definido pelo decisor foi: $W = (0,5; 0,5)$.

MATRIZ DE DISTÂNCIA PONDERADA						
Alternativas	C1			C2		
	L	m	u	l	m	u
P1	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P2	0,15	0,05	0	0,05	0,15	0,25
P3	0,45	0,35	0,25	0,25	0,35	0,45
P4	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25
P5	0,45	0,35	0,25	0,15	0,25	0,35
P6	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P7	0,35	0,25	0,15	0,05	0,15	0,25
P8	0,15	0,05	0	0,05	0,15	0,25
P9	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P10	0,15	0,05	0	0,05	0,15	0,25
P11	0,05	0	0	0	0	0,05
P12	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P13	0,5	0,45	0,35	0,15	0,25	0,35
P14	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P15	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P16	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P17	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P18	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P19	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P20	0,15	0,05	0	0	0,05	0,15
P21	0,45	0,35	0,25	0,25	0,35	0,45
P22	0,35	0,25	0,15	0,05	0,15	0,25
P23	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P24	0,45	0,35	0,25	0,15	0,25	0,35
P25	0,45	0,35	0,25	0,15	0,25	0,35
P26	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25

A pontuação *fuzzy* final de cada alternativa foi obtida conforme a equação (13).

$$\tilde{d}(A_i, s^*) = \bigcup_{j=1}^N w_j \mu_{ij}(A_i, s_j^*)(X), \quad (13)$$

PONTUAÇÃO FUZZY FINAL DAS ALTERNATIVAS			
Alternativas	L	m	n
P1	0,4475	0,4375	0,4475
P2	0,1925	0,1925	0,25
P3	0,5875	0,5775	0,5875
P4	0,2875	0,2775	0,2875
P5	0,5325	0,5125	0,5125
P6	0,4475	0,4375	0,4475
P7	0,3825	0,3625	0,3625
P8	0,1925	0,1925	0,25

P9	0,4475	0,4375	0,4475
P10	0,1925	0,1925	0,25
P11	0,05	0	0,05
P12	0,4475	0,4375	0,4475
P13	0,575	0,5875	0,5775
P14	0,4475	0,4375	0,4475
P15	0,4475	0,4375	0,4475
P16	0,4475	0,4375	0,4475
P17	0,4475	0,4375	0,4475
P18	0,4475	0,4375	0,4475
P19	0,4475	0,4375	0,4475
P20	0,15	0,0975	0,15
P21	0,5875	0,5775	0,5875
P22	0,3825	0,3625	0,3625
P23	0,4475	0,4375	0,4475
P24	0,5325	0,5125	0,5125
P25	0,5325	0,5125	0,5125
P26	0,2875	0,2775	0,2875

A pontuação expressa em números *fuzzy* triangulares foi convertida em números convencionais, que representam a distância das alternativas da solução ideal. Com efeito, quanto mais próxima de 0,0 for essa distância, melhor é o desempenho global da alternativa. Essa conversão foi feita mediante a equação (14).

$$cog(A) = \frac{\int x \mu_A(x)}{\int \mu_A(x)} \quad (14)$$

Alternativas	Distância da solução ideal	Ordenação
P1	0,444216698	6°
P2	0,215137795	3°
P3	0,584204708	9°
P4	0,284244868	4°
P5	0,519337881	7°
P6	0,444216698	6°
P7	0,369407449	5°
P8	0,215137795	3°
P9	0,444216698	6°
P10	0,215137795	3°
P11	0,05	1°
P12	0,444216698	6°
P13	0,580050287	8°
P14	0,444216698	6°
P15	0,444216698	6°
P16	0,444216698	6°
P17	0,444216698	6°

P18	0,444216698	6°
P19	0,444216698	6°
P20	0,137122642	2°
P21	0,584204708	9°
P22	0,369407449	5°
P23	0,444216698	6°
P24	0,519337881	7°
P25	0,519337881	7°
P26	0,284244868	4°

Conforme mencionado na seção referente ao teste de sensibilidade, os pesos assumiram seus valores máximos e mínimos, a fim de detectar alterações na ordenação das alternativas. Assim, modo logo abaixo encontra-se o quadro com as ordenações derivadas das combinações dos pesos.

Pesos (0,5/0,5)		Pesos (0,9/0,1)		Pesos (0,1/0,9)	
Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação
P11	1	P11	1	P11	1
P20	2	P20	2	P20	2
P2	3	P2	3	P2	3
P8	3	P8	3	P8	3
P10	3	P10	3	P10	3
P4	4	P4	4	P4	4
P26	4	P26	4	P26	4
P7	5	P7	5	P7	5
P22	5	P22	5	P22	5
P1	6	P1	6	P1	6
P6	6	P6	6	P6	6
P9	6	P9	6	P9	6
P12	6	P12	6	P12	6
P14	6	P14	6	P14	6
P15	6	P15	6	P15	6
P16	6	P16	6	P16	6
P17	6	P17	6	P17	6
P18	6	P18	6	P18	6
P19	6	P19	6	P19	6
P23	6	P23	6	P23	6
P5	7	P5	7	P5	7
P24	7	P24	7	P24	7
P25	7	P25	7	P25	7
P13	8	P3	8	P13	8
P3	9	P21	8	P3	9
P21	9	P13	9	P21	9

APÊNDICE E - APLICAÇÃO NO CENÁRIO 2 - FUZZY SPOTIS

Abaixo encontra-se a escala linguística utilizada para avaliação de desempenho das alternativas em relação aos critérios.

PONTUAÇÃO ALTERNATIVAS				
TERMOS LINGUÍSTICOS	SIGLA	NÚMERO FUZZY TRIANGULAR		
		l	M	u
Extremamente Baixa	EB	0	0	0,1
Muito Baixa	MB	0	0,1	0,3
Baixa	B	0,1	0,3	0,5
Média	M	0,3	0,5	0,7
Alta	A	0,5	0,7	0,9
Muito Alta	MA	0,7	0,9	1
Extremamente Alta	EA	0,9	1	1

No quadro referente à pontuação das alternativas, os números *fuzzy* associados aos termos linguísticos vão de 0 a 1. De efeito, os limites mínimos e máximos (S_n^{min}, S_n^{max}) assumiram esses valores.

A solução ideal S^* é definida como um conjunto representando as melhores pontuações possíveis ($S_1^*, \dots, S_j^*, \dots, S_N^*$) para os N critérios de análise. No caso focalizado, todos os critérios são monotônicos de lucro, pois, quanto maior a pontuação, mais relevante será a alternativa. De tal sorte, a solução ideal é definida por $S^* = 1, 1$.

A matriz de decisão com os termos linguísticos e com os números *fuzzy* correspondentes está expressa sequencialmente.

MATRIZ DE DECISÃO COM TERMOS LINGUÍSTICOS		
Alternativas	Critério 1 – Atratividade	Critério 2 - Liquidez associada
P1	A	A
P2	A	A
P3	M	M
P4	MA	A
P5	B	B
P6	EA	MA
P7	M	MA
P8	M	A
P9	B	M
P10	M	M
P11	M	M
P12	M	M
P13	M	M

P14	B	B
P15	M	M
P16	MA	EA
P17	M	A
P18	M	A
P19	A	A
P20	A	A
Pesos	0,5	0,5

MATRIZ FUZZY DE DECISÃO						
Alternativas	C1			C2		
	l	M	u	l	m	u
P1	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P2	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P3	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P4	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9
P5	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P6	0,9	1	1	0,7	0,9	1
P7	0,3	0,5	0,7	0,7	0,9	1
P8	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P9	0,1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7
P10	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P11	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P12	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P13	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P14	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
P15	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
P16	0,7	0,9	1	0,9	1	1
P17	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P18	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
P19	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9
P20	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9

A matriz de distância normalizada em relação à solução ideal (S^*) foi calculada utilizando a equação (12).

$$\tilde{d}_{ij}(A_i, s_j^*) = \frac{|\tilde{x}_{ij} - S_j^*|}{|S_j^{max} - S_j^{min}|} \quad (12)$$

MATRIZ DE DISTÂNCIA NORMALIZADA EM RELAÇÃO SOLUÇÃO IDEAL (S*)						
Alternativas	C1			C2		
	l	m	u	l	m	U
P1	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5
P2	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5
P3	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P4	0,3	0,1	0	0,1	0,3	0,5
P5	0,9	0,7	0,5	0,5	0,7	0,9
P6	0,1	0	0	0	0,1	0,3
P7	0,7	0,5	0,3	0	0,1	0,3
P8	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5
P9	0,9	0,7	0,5	0,3	0,5	0,7
P10	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P11	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P12	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P13	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P14	0,9	0,7	0,5	0,5	0,7	0,9
P15	0,7	0,5	0,3	0,3	0,5	0,7
P16	0,3	0,1	0	0	0	0,1
P17	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5
P18	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5
P19	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5
P20	0,5	0,3	0,1	0,1	0,3	0,5

A matriz de distância normalizada foi multiplicada com o vetor de pesos dos critérios. No caso desta aplicação, o vetor definido pelo decisor foi: $W = (0,5; 0,5)$.

MATRIZ DE DISTÂNCIA PONDERADA						
Alternativas	C1			C2		
	L	m	u	l	m	U
P1	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25
P2	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25
P3	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P4	0,15	0,05	0	0,05	0,15	0,25
P5	0,45	0,35	0,25	0,25	0,35	0,45
P6	0,05	0	0	0	0,05	0,15
P7	0,35	0,25	0,15	0	0,05	0,15
P8	0,35	0,25	0,15	0,05	0,15	0,25
P9	0,45	0,35	0,25	0,15	0,25	0,35
P10	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P11	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P12	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P13	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35
P14	0,45	0,35	0,25	0,25	0,35	0,45
P15	0,35	0,25	0,15	0,15	0,25	0,35

P16	0,15	0,05	0	0	0	0,05
P17	0,35	0,25	0,15	0,05	0,15	0,25
P18	0,35	0,25	0,15	0,05	0,15	0,25
P19	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25
P20	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25

A pontuação *fuzzy* final de cada alternativa foi obtida conforme a equação (13).

$$\tilde{d}(A_i, s^*) = \bigcup_{j=1}^N w_j \mu_{\tilde{d}_{ij}}(A_i, s_j^*)(X), \quad (13)$$

PONTUAÇÃO FUZZY FINAL DAS ALTERNATIVAS			
Alternativas	L	m	n
P1	0,2875	0,2775	0,2875
P2	0,2875	0,2775	0,2875
P3	0,4475	0,4375	0,4475
P4	0,1925	0,1925	0,25
P5	0,5875	0,5775	0,5875
P6	0,05	0,05	0,15
P7	0,35	0,2875	0,2775
P8	0,3825	0,3625	0,3625
P9	0,5325	0,5125	0,5125
P10	0,4475	0,4375	0,4475
P11	0,4475	0,4375	0,4475
P12	0,4475	0,4375	0,4475
P13	0,4475	0,4375	0,4475
P14	0,5875	0,5775	0,5875
P15	0,4475	0,4375	0,4475
P16	0,15	0,05	0,05
P17	0,3825	0,3625	0,3625
P18	0,3825	0,3625	0,3625
P19	0,2875	0,2775	0,2875
P20	0,2875	0,2775	0,2875

A pontuação expressa em números *fuzzy* triangulares foi convertida em números convencionais, que representam a distância das alternativas da solução ideal. De tal maneira, então, quanto mais próximo de 0,0 for essa distância, melhor é o desempenho global da alternativa. Essa conversão foi feita mediante a equação (14).

$$cog(A) = \frac{\int x \mu_A(x)}{\int \mu_A(x)} \quad (14)$$

Alternativas	Distância da solução ideal	Ordenação
P1	0,28424487	3°
P2	0,28424487	3°
P3	0,4442167	6°
P4	0,2151378	2°
P5	0,58420471	8°
P6	0,11	1°
P7	0,30837432	4°
P8	0,36940745	5°
P9	0,51933788	7°
P10	0,4442167	6°
P11	0,4442167	6°
P12	0,4442167	6°
P13	0,4442167	6°
P14	0,58420471	8°
P15	0,4442167	6°
P16	0,11	1°
P17	0,36940745	5°
P18	0,36940745	5°
P19	0,28424487	3°
P20	0,28424487	3°

Conforme mencionado na seção referente ao teste de sensibilidade, os pesos assumiram seus valores máximos e mínimos, a fim de detectar alterações na ordenação das alternativas. De tal jeito, logo abaixo encontra-se o quadro com as ordenações derivadas das combinações dos pesos.

Pesos (0,5/0,5)		Pesos (0,9/0,1)		Pesos (0,1/0,9)	
Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação	Alternativas	Ordenação
P6	1	P6	1	P16	1
P16	1	P4	2	P7	2
P4	2	P16	3	P6	3
P1	3	P1	4	P4	4
P2	3	P2	4	P1	5
P19	3	P19	4	P2	5
P20	3	P20	4	P19	5
P7	4	P7	5	P20	5
P8	5	P8	6	P8	6
P17	5	P17	6	P17	6
P18	5	P18	6	P18	6
P3	6	P3	7	P3	7
P10	6	P10	7	P10	7
P11	6	P11	7	P11	7
P12	6	P12	7	P12	7
P13	6	P13	7	P13	7

15	6	P15	7	P15	7
P9	7	P9	8	P9	8
P5	8	P5	9	P5	9
P14	8	P14	9	P14	9