



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

LUIZ DANIEL ALVES RIOS

**REVISITANDO A PROBLEMÁTICA DA MEDIÇÃO DA ROTAÇÃO ESTELAR EM
SISTEMAS PLANETÁRIOS VIA FOTOMETRIA**

FORTALEZA

2024

LUIZ DANIEL ALVES RIOS

REVISITANDO A PROBLEMÁTICA DA MEDIÇÃO DA ROTAÇÃO ESTELAR EM
SISTEMAS PLANETÁRIOS VIA FOTOMETRIA

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.

FORTALEZA
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Física

R453r Rios,Luiz Daniel Alves.
Revisitando a problemática da medição da rotação estelar em sistemas planetários via fotometria /
Luiz Daniel Alves Rios. – Fortaleza, 2024.
236 f.:il.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Física,
Fortaleza, 2024.

Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientação: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.

1. Rotação estelar; 2. Atividade magnética; 3. Rotação diferencial; 4. Mancha estelar. I. Título.

CDD:530.0

LUIZ DANIEL ALVES RIOS

REVISITANDO A PROBLEMÁTICA DA MEDIÇÃO DA ROTAÇÃO ESTELAR EM
SISTEMAS PLANETÁRIOS VIA FOTOMETRIA

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Aprovada em 17/ 05/ 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas (Presidente - Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Maria Liduina das Chagas (Examinadora
Externa - Co-orientadora)
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
(UNIFESSPA)

Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno
(Examinador Externo)
Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)

Prof. Dr. Afrânio de Araújo Coelho (Examinador Interno)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Francisco Jânio Cavalcante (Examinador Externo)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE)

*A minha filha Ana Laura,
fonte de inspiraço.*

AGRADECIMENTOS

Utilizo-me deste espaço para registrar meus sinceros agradecimentos e reconhecer os esforços empenhados por aqueles que desejam o meu crescimento, não somente profissional, mas também pessoal. Sem essas pessoas, talvez, não fosse possível chegar até aqui, pois foi por meio delas que tive a força, o apoio, o conforto e o estímulo necessários para a elaboração do trabalho.

- À minha mãe, Dona Socorro, que sempre me apoiou em tudo na vida. Por ser além de uma mãe maravilhosa, minha amiga, por ter me ensinado a sempre amar e respeitar o próximo, por me amar incondicionalmente, ter sido extremamente presente na minha vida e sempre estar torcendo pelo meu crescimento profissional e pessoal.
- A minha amada esposa, Luana Rios, que com amor e inteligência me amparou, protegeu, carregou e participou ativamente para a construção desse projeto.
- A minha filha Ana Laura, que veio completar minha existência e encher meu coração de um amor maior que a vida.
- Ao meu estimado amigo Rildson Vidal *in memoriam*. Foi um grande privilégio tê-lo conhecido e convivido com você, me confortam todas as nossas lembranças que guardo no peito. Para sempre lembrarei e sentirei saudades sua.
- Aos meus familiares e amigos, por todo o apoio.
- Ao meu Orientador, Professor Dr. Daniel Brito de Freitas. A minha Co-orientadora, Maria Liduina das Chagas e a todos os professores do curso de Pós-graduação em Física da Universidade Federal do Ceará (UFC), pelas críticas apresentadas, revisões feitas, sugestões e paciência durante toda a execução.
- Aos meus colegas de curso pelo apoio e as conversas, muitas vezes descontraídas, ao longo desses anos.
- Aos meus colegas do grupo Stellar Team.
- O apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

*"A mente que se abre para uma nova ideia,
jamais volta para seu tamanho original..."*
(Albert Einstein)

RESUMO

A presente tese tem como objetivo central jogar luz ao problema da medição da rotação diferencial superficial (RD) de estrelas com características solares. Nesse sentido, apresentamos um conjunto de técnicas para inferir um limite inferior da amplitude da RD a partir de séries temporais fotométricas extraídas da missão espacial Kepler (em especial a estrela Kepler-17) e curvas de luz do Sol em diferentes filtros. Como parte de nossa amostra, realizamos um *blind test* em 10 curvas de luz simuladas que foram geradas utilizando um código em MATLAB que cria séries temporais com rotação diferencial em dois grupos: com e sem trânsito planetário. Para investigar a variabilidade estelar, utilizamos diversas ferramentas estatísticas, tais como a função de autocorrelação, análise *wavelet*, o periodograma lomb-Scargle Generalizado (GLS), assim como, um modelo de duas manchas proposto no trabalho de Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014) que se baseia na técnica de Monte Carlo usando Cadeia de Markov (MCMC). Como resultado, estimamos um cisalhamento absoluto para K-17 fora de trânsito de $\Delta\Omega = 0,075 \pm 0,005 \text{ rad/dia}$ e uma amplitude de rotação diferencial relativa $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,6 \pm 0,3\%$, já para sua curva de luz autocorrelacionada com um fator de escala $n = 8$, encontramos $\Delta\Omega = 0,107 \pm 0,007 \text{ rad/dia}$ e $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,1 \pm 0,3\%$. No caso do Sol, onde usamos a curva Lyman- α , encontramos um $\Delta\Omega = 0,048 \pm 0,002 \text{ rad/dia}$ e uma $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,6 \pm 0,2\%$. Esses valores estão em bom acordo com o conhecido na literatura, ressaltando a confiabilidade da nossa abordagem. O *blind test* foi importante para testamos alguns parâmetros (como o trânsito na modelagem) e observamos que nossos métodos conseguem recuperar a RD dessas curvas. Em resumo, essa tese de doutorado oferece uma contribuição significativa acerca da discussão e investigação da RD por meio da análise de séries temporais fotométricas, uma vez que nossa abordagem apresenta resultados consistentes e abre novas perspectivas de análise, pontuando se de fato usar manchas estelares como traçadores é mais adequado para inferir RD superficial, algo que ainda é questão de debate na comunidade. Além de discutir o impacto da evolução dos indicadores de rotação na confiabilidade da medida.

Palavras-chave: Rotação estelar; Atividade magnética; Rotação diferencial; Mancha estelar.

ABSTRACT

The present thesis aims to shed light on the problem of measuring the surface differential rotation (RD) of stars with solar characteristics. In this regard, we present a set of techniques to infer a lower limit of the RD amplitude from photometric time series extracted from the Kepler space mission (especially the star Kepler-17) and light curves of the Sun in different filters. As part of our sample, we conducted a *blind test* on 10 simulated light curves generated using a MATLAB code that creates time series with differential rotation in two groups: with and without planetary transit. To investigate stellar variability, we used various statistical tools, such as autocorrelation function, wavelet analysis, the Lomb-Scargle Generalized Periodogram (GLS), as well as a two-spot model proposed in the work of Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014), based on the Monte Carlo technique using Markov Chain (MCMC). As a result, we estimated an absolute shear for K-17 out of transit of $\Delta\Omega = 0.075 \pm 0.005 \text{ rad/day}$ and a relative differential rotation amplitude $\Delta\Omega/\Omega \cong 14.6 \pm 0.3\%$. For its autocorrelated light curve with a scale factor $n = 8$, we found $\Delta\Omega = 0.107 \pm 0.007 \text{ rad/day}$ and $\Delta\Omega/\Omega \cong 20.1 \pm 0.3\%$. In the case of the Sun, where we used the Lyman- α curve, we found $\Delta\Omega = 0.048 \pm 0.002 \text{ rad/day}$ and $\Delta\Omega/\Omega \cong 20.6 \pm 0.2\%$. These values are in good agreement with those known in the literature, highlighting the reliability of our approach. The *blind test* was important to test some parameters (such as transit in the modeling), and we observed that our methods can recover the RD of these curves. In summary, this doctoral thesis makes a significant contribution to the discussion and investigation of RD through the analysis of photometric time series, as our approach yields consistent results and opens new perspectives for analysis, questioning whether using stellar spots as tracers is indeed more suitable for inferring surface RD, which is still a matter of debate in the community. Additionally, we discuss the impact of rotation indicator evolution on the reliability of the measurement.

Keywords: Stellar rotation; Magnetic activity; Differential rotation; Starspot.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Interpretação dos processos físicos responsáveis pelas diferentes características do espectro de frequência solar.	26
Tabela 2 – Parâmetros estelares e planetários do sistema Kepler-17.	82
Tabela 3 – Parâmetros das curvas de luz simuladas.	85
Tabela 4 – O período correspondente ao pico mais alto do periodograma em cada um dos subconjuntos de 158 dias.	104
Tabela 5 – Parâmetros estelares adotados na modelagem de manchas de nossa amostra, usamos esses valores para todas a curvas de luz solar.	111
Tabela 6 – Tempo inicial e final do intervalo considerado para análise MCMC, juntamente com os parâmetros para as estrelas de nossa amostra.	144
Tabela 7 – Nessa tabela, mostramos os valores de $R - 1$ de Gelman e Rubin para calcular a convergência da nossa cadeia de MCMC para todos os parâmetros do nosso modelo de duas manchas.	146
Tabela 8 – Resultados obtidos via análise de MCMC e periodograma GLS considerando os intervalos da tabela 6, para as estrelas da nossa amostra que revelaram evidências de rotação diferencial superficial.	164

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Rotação diferencial solar.	25
Figura 2 – Espectro de potência em escala logarítmica da estrela <i>KIC</i> 6603624. A linha sólida vermelha é atribuída ao modelo com fáculas e a linha sólida azul sem às fáculas. A linha tracejada em vermelho mostra a componente atribuída com granulação e a linha tracejada em azul sem a granulação, enquanto a linha pontilhada mostra a componente atribuído a oscilações de modo p.	27
Figura 3 – Imagem sintetizada da estrela <i>HD</i> 209458 com obscurecimento de limbo quadrático. O planeta é representado por um disco preto maior e a mancha por um pequeno disco. A linha pontilhada indica o trânsito planetário.	28
Figura 4 – Longitudes das manchas (círculos brancos) no tempo sobrepostas no mapa construído com o ME obtido da curva de luz fora do trânsito. As diferentes cores representam distintos fatores de preenchimento, o amarelo indicando o máximo de ocupação de manchas e o azul escuro o mínimo. As conexões de regiões ativas estão marcadas por A, B e C.	29
Figura 5 – Exemplo hipotético de um alias.	31
Figura 6 – Exemplo de uma modulação em um sinal causada pelo harmônico.	32
Figura 7 – Galileo realizou observações de uma série de manchas solares e elaborou um conjunto de desenhos nos quais mostra as posições das manchas no disco solar.	42
Figura 8 – Representação do efeito Doppler observado no espectro estelar, no caso de estrelas sem rotação (a) e com rotação (b). A largura das linhas de absorção numa estrela sem rotação (c) é menor, em relação, ao que é observado para o caso com rotação (d). O alargamento das linhas espectrais indicam a intensidade da rotação. Quanto maior for o alargamento das linhas espectrais, maiores serão os valores de velocidade, conseqüentemente, quando menor for seu alargamento, menor é sua velocidade de rotação.	44
Figura 9 – Conforme a estrela gira, as manchas modulam seu brilho, revelando a rotação estelar e as propriedades magnéticas. A amplitude da modulação é proporcional a área das manchas. Dados do instrumento VIRGO e do satélite Kepler mostram que estrelas com propriedades semelhantes às do sol são normalmente mais ativas.	45
Figura 10 – A figura mostra como a emissão de <i>CaII</i> , relacionado à atividade magnética, à rotação e à abundância de lítio mudam com a idade estelar.	45

Figura 11 –A figura mostra uma dependência linear entre a temperatura efetiva e o parâmetro $1/(q-1)$. Por exemplo, a lei de Schumanich ($1/(q-1) = 0,5$) corresponde a estrelas com temperatura efetiva solar, enquanto a lei de Pace e Pasquini corresponde às estrelas mais quentes.	46
Figura 12 –Ilustração do transporte de momento angular por mistura turbulenta. O sentido de rotação é mostrado no topo. Na <i>esquerda</i> : movimento radial original (setas tracejadas) é perturbado pela força de Coriolis para que o produto $u_r u_\phi$ (componente radial e azimutal da velocidade dos tubos convectivos) seja negativo e o momento angular seja transportado para baixo. Na <i>Direito</i> : $u_r u_\phi > 0$ para mistura horizontal produzindo o transporte ascendente do momento angular. A mistura anisotrópica com diferentes intensidades de movimentos radiais e horizontais é necessária para o fluxo líquido do momento angular emergir.	47
Figura 13 –Ilustração do dínamo Solar. Em (a) os campos magnéticos polares do Sol próximos ao período mínimo de manchas solares, (b) esses campos são envolvidos pela rotação diferencial e em (c) formam campos toroidais. Esses campos, mais tarde no ciclo, flutuam para a superfície do Sol e entram em erupção (d) para formar regiões ativas contendo manchas solares (e). Regeneração do campo polar do Sol com inversão de polaridade (f), permitindo que o processo se repita 11 anos depois, de forma anti-simétrica.	48
Figura 14 – <i>Painel superior</i> : Diagrama borboleta mostrando as posições de surgimento das manchas para cada rotação solar desde maio de 1874. <i>Painel inferior</i> : O ciclo de 11 anos observado por meio do número de manchas registrado ao longo de vários anos.	49
Figura 15 –O perfil de rotação solar em 2D derivou de inversões heliosísmicas (Larson; Schou, 2015). O perfil é simétrico em torno do equador e não varia com o comprimento. As medidas são insensíveis às altas latitudes polares ($> 75^\circ$) e ao núcleo profundo (abaixo de $r \approx 0.2R_\odot$). Portanto, os valores mostrados aqui não devem ser considerados representativos das taxas reais de rotação nessas regiões. A linha tracejada indica a base da zona de convecção.	52
Figura 16 –Ilustração esquemática dos processos do dínamo solar e o efeito α - ω	58
Figura 17 –Exemplos de <i>wavelets</i> contínuas. Na parte (a) temos o <i>Chapéu Mexicano</i> , na parte (b) a <i>wavelet</i> Paul de primeira ordem e na parte (c) temos a <i>wavelet</i> Morlet de ordem 5. A linha tracejada representa a parte imaginária da função e a linha contínua a parte real.	62

Figura 18 –Na parte <i>esquerda</i> : temos o mapa <i>wavelet</i> de um sinal artificial estacionário, em que mostra a presença de uma componente espectral ao longo de todo o tempo. Na parte <i>direita</i> , temos um sinal artificial não-estacionário, podemos identificar em qual momento cada frequência é presente ou não (usamos o Waipy para fazer a figura).	68
Figura 19 –Exemplo de um mapa <i>wavelet</i> de uma sinal artificial estacionário que foi introduzido um ruído, podemos notar a frequência real do sinal e outras frequências devido ao ruído (usamos o Waipy para fazer a figura).	68
Figura 20 –No parte superior, temos o fluxo fotométrico da estrela K-17 e na parte inferior temos o seu perfil de autocorrelação. Podemos notar com facilidade a estabilidade do sinal (a figura foi feita usando um código em <i>IDL</i> e a função <i>A_CORRELATE</i>).	72
Figura 21 –Comprimento ótico de K-17 (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida de cor preta) versus o ajuste de rotação de corpo rígido (linha tracejada de cor laranja). Podemos perceber que o ajuste feito pela rotação diferencial é melhor do que aquele feito pela rotação de corpo rígido (a figura foi feita usando um código em <i>IDL</i>).	76
Figura 22 –Imagem artística da missão Kepler operando como a missão K2.	80
Figura 23 –Curva de luz de cadência curta de KIC006116048 durante a duração da missão nominal do Kepler.	80
Figura 24 –Comparação da Curva de luz SAP (em vermelho) e PDCSAP (em preto) da estrela Kepler-17 para todos os quarters disponíveis, essas curvas foram normalizadas.	88
Figura 25 –Os oito CBVs usados pelo pipeline PDCSAP para correção de sistemáticas do primeiro quarter da estrela Kepler-17.	89
Figura 26 – <i>Superior Esquerdo</i> : Curvas de luz SAP e PDCSAP para o primeiro quarter da K-17. <i>Superior Direito</i> : Curva de luz corrigida com os dois primeiros CBVs do primeiro quarter da K-17. <i>Inferior Esquerdo</i> : Comparação entre as curvas de luz corrigida com dois CBVs e a PDCSAP. <i>Inferior Direito</i> : Comparação entre as curvas de luz corrigida com dois CBVs e a SAP.	90
Figura 27 –Comparação da Curva de luz SAP corrigida com trânsito (em preto) e sem trânsito planetário (em vermelho).	91
Figura 28 –Mostra uma gráfico comparativo entre as flutuações de incrementos $dx_n(t)$ do fluxo fotométrico, com um fator de escala $n = 0$ (em vermelho) e $n = 3$ (em azul), para a estrela Kepler-17 sem trânsito (em preto).	92

Figura 29 –Mostra um gráfico comparativo entre as flutuações de incrementos $dx_n(t)$ do fluxo fotométrico, com um fator de escala $n = 6$ (em verde) e $n = 9$ (em laranja), para a estrela Kepler-17 sem trânsito (em preto).	93
Figura 30 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 100 dias. Na parte <i>superior</i> : Espectro de potência da curva de luz SAP. Na parte <i>central</i> : Espectro de potência da curva de luz PDCSAP. Na parte <i>inferior</i> : Espectro de potência da curva de luz residual RST.	95
Figura 31 –Curva de luz multi-periódica artificial com lacunas de 100 dias para cada ano e 10 dias para cada mês.	97
Figura 32 –O método CLEANest sequencial aplicado aos dados artificiais de Foster (1995).	98
Figura 33 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal residual RTS.	99
Figura 34 –Parte <i>superior</i> : análise <i>wavelet</i> da série temporal SAP. Parte <i>inferior</i> : análise <i>wavelet</i> da série temporal PDCSAP.	100
Figura 35 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018.	104
Figura 36 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018 com as características de longa escala de tempo removidas.	105
Figura 37 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal solar autocorrelacionada para $n = 0$ (esquerda) e $n = 4$ (direita).	106
Figura 38 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal solar autocorrelacionada para $n = 7$ (esquerda) e $n = 9$ (direita).	106
Figura 39 –Função de autocorrelação aplicada a curva TSI solar total. Na parte superior temos a série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018, enquanto na parte logo abaixo mostramos o resultado da função de autocorrelação. No eixo horizontal temos a defasagem de tempo <i>lag</i> , expressa em dias. As linhas tracejadas indicam o intervalo de $\pm\sigma$, em que σ corresponde ao desvio padrão da autocorrelação esperada para um ruído aleatório puro. No outro gráfico, temos a curva TSI solar total sem a tendência de longo termo (sem o período de 11 anos) e, em seguida, a sua função de autocorrelação. Podemos notar o decaimento dos picos da função de autocorrelação, o que é um indicativo de que o tempo de vida das manchas é menor do que um período de rotação. . . .	108
Figura 40 –Função de autocorrelação aplicada a um subintervalo de 2000 dias da curva TSI solar total sem tendência de longo termo. Podemos notar uma pequena melhora na função de autocorrelação, mas ainda sim, os picos decaem rapidamente. . . .	109

Figura 41 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado à série temporal TSI solar com cadência diária na janela temporal entre 10 a 100 dias. Na parte superior, temos a curva de luz total TSI solar. Na parte central, temos a curva de luz total TSI solar removida à tendência de longo termo. Na parte inferior, temos a curva de luz TSI solar sem as tendências de longo termo para um intervalo de 2000 dias.	110
Figura 42 –Comprimento ótico do Sol (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). 111	111
Figura 43 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal TSI do Sol em cadência de 1 hora e com (superior) e sem as características de longa escala de tempo (inferior).	113
Figura 44 –Função de autocorrelação aplicada a curva TSI solar total na cadência de 1 hora. Na parte superior temos série temporal com tendência de longo termo, enquanto que na parte inferior mostramos o resultado da função de autocorrelação para a curva com a tendência de longo termo removida.	114
Figura 45 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado à série temporal TSI solar com cadência em horas na janela temporal entre 10 a 100 dias. Na parte superior, temos a curva de luz total TSI solar. Na parte central, temos a curva de luz total TSI solar removida as tendências de longo termo. Na parte inferior, temos a curva de luz TSI solar sem as tendências de longo para um intervalos de 200 dias.	115
Figura 46 –Na parte superior temos a análise <i>wavelet</i> aplicada a curva de 200 dias TSI solar com cad encia de horas. Enquanto que na parte inferior mostramos o resultado da função de autocorrelação aplicado a mesma curva de 200 dias.	116
Figura 47 –Comprimento ótico do Sol (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). 117	117
Figura 48 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a curva de luz MgII com tendência de longo termo (superior) e sem tendência (inferior) na janela temporal entre 20 e 35 dias.	119
Figura 49 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal MgII do Sol com (superior) e sem as características de longa escala de tempo (inferior).	121
Figura 50 –Função de autocorrelação aplicada a curva MgII solar total com características de longo tempo removidas. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.	122

Figura 51 –Comprimento ótico solar (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). . .	123
Figura 52 –Na parte superior, temos um trecho de 200 dias da curva de luz solar Lyman- α . Na parte intermediária, temos o mesmo trecho da curva solar Lyman- α com duas interpolações lineares. Já na parte inferior, temos o mesmo trecho em que foi feito duas interpolações splines.	124
Figura 53 –Comprimento ótico solar (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja) para a curva <i>MgII</i> feita duas interpolações <i>splines</i>	125
Figura 54 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz Lyman- α com tendência de longo termo (superior) e sem tendência (inferior) na janela temporal entre 20 e 35 dias.	126
Figura 55 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal Lyman- α do Sol com as características de longa escala de tempo (superior) e a feita detrend (inferior).	127
Figura 56 –Função de autocorrelação aplicada à curva solar Lyman- α total com características de longo tempo removidas. Na parte superior, temos a curva solar e na parte inferior temos o gráfico da função de autocorrelação mostrando a coerência ao longo do sinal fotométrico. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.	128
Figura 57 –Comprimento ótico solar (losango abertos verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). 129	129
Figura 58 –Na parte superior, temos o ajuste do nosso modelo de duas manchas (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido (circulos vermelhos), em que foi feito uma interpolação por <i>splines</i> . Já na parte inferior, temos o mesmo ajuste ao intervalo ΔT , em que foi feito duas interpolações por <i>splines</i>	130
Figura 59 –Picos do período em função dos quarters de observação da estrela Kepler-17. 131	131
Figura 60 –Periodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 120 dias.	133
Figura 61 –Periodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 20 dias.	134

Figura 62 –A curva de luz do segundo quarter da estrela Kepler-17. Nela podemos ver um formato de dupla oscilação devido às regiões ativas localizadas em lados opostos. Também podemos notar que o pico secundário vai se tornando mais raso e a região primária mais pronunciada, esse comportamento semi-senoidal geralmente é interpretada como manchas estelares em migração (Reinhold; Reiners; Basri, 2013).	135
Figura 63 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal entre 3 e 9 dias.	135
Figura 64 –"Espectro de potência"usando o método CLEANest aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal entre 8 e 16 dias.	136
Figura 65 –O método CLEANest sequencial aplicado aos dados da estrela Kepler-17. <i>Superior esquerdo</i> : espectro CLEANest(1). <i>Superior direito</i> : espectro CLEANest(2). <i>Inferior esquerdo</i> : espectro CLEANest(3). <i>Inferior Direito</i> : espectro CLEANest(9).	137
Figura 66 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal de Kepler-17 com trânsito (superior) e com ele removido (inferior).	139
Figura 67 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal autocorrelacionada de Kepler-17 para $n = 0$ (29,4 min) na parte superior esquerda, $n = 3$ ($\sim 0,16$ dias) na parte superior direita, $n = 6$ ($\sim 1,6$ dias) na parte inferior esquerda e $n = 8$ ($\sim 5,2$ dias) na parte inferior direita.	140
Figura 68 –Espectro de potência do períodograma GLS da série temporal autocorrelacionada de Kepler-17 para $n = 8$	140
Figura 69 –Na parte superior, temos a função de autocorrelação aplicada a curva de K-17 sem trânsito e na parte inferior, a função de autocorrelação da curva de K-17 autocorrelacionada para $n = 8$. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.	142
Figura 70 –Na parte superior, temos o comprimento ótico solar de Kepler-17 sem trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico solar de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$ (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	143

Figura 71 –Na parte superior, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva de K-17 sem trânsito (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos o melhor ajuste de nossa análise a curva de K-17 autocorrelacionada para $n = 8$ ao intervalo ΔT escolhido.	145
Figura 72 –Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC4 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC4 acrescida do trânsito.	148
Figura 73 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a curva de luz LC4 com RD (parte superior) e a curva LC4 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 10 dias.	149
Figura 74 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC4 com RD (parte superior) e LC4 com trânsito (parte inferior).	150
Figura 75 –Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC4 com RD (parte superior) e LC4 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	151
Figura 76 –Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz reduzida de K-17 (10 dias). Aparentemente, o perfil é ruim, mas se observamos que existe um primeiro pico maior e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma coerência do sinal fotométrico.	152
Figura 77 –Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC4-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC4-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada).	153
Figura 78 –Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC4-RD (círculos vermelhos).	154
Figura 79 –Análise MCMC da curva solar Lyman- α interpolada. No eixo vertical, temos a frequência marginal de distribuição para as duas manchas e, no eixo horizontal, temos o período de rotação para a primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	156

Figura 80 –Análise MCMC da estrela Kepler-17. No parte superior, temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada) da curva de Kepler-17 sem trânsito. Na parte inferior, temos os períodos de rotação das duas manchas da curva de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$	158
Figura 81 –Análise MCMC da curva simulada LC4-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	159
Figura 82 –Gráfico comparativo entre os valores da rotação diferencial relativa para 9 curvas simuladas sem trânsito. Os pontos azuis são referentes aos parâmetros do simulador e os pontos laranjas são os valores encontrados via modelagem de manchas.	160
Figura 83 –Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC1 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC1 acrescida do trânsito.	183
Figura 84 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC1 com trânsito (parte superior) e a curva LC1 sem trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	184
Figura 85 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC1 com RD (parte superior) e LC1 com trânsito (parte inferior).	185
Figura 86 –Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC1 com RD (parte superior) e LC1 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	186
Figura 87 –Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC1-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC1-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	187
Figura 88 –Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC1-RD (circulos vermelhos).	188

Figura 89 –Análise MCMC da curva simulada LC1-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	189
Figura 90 –Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC2 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC2 acrescida do trânsito.	190
Figura 91 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC2 com RD (parte superior) e a curva LC2 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	190
Figura 92 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC2 com RD (parte superior) e LC2 com trânsito (parte inferior).	191
Figura 93 –Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC2 com RD (parte superior) e LC2 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	192
Figura 94 –Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC2-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC2-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	193
Figura 95 –Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC2-RD (circulos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC2-trânsito.	194
Figura 96 –Análise MCMC das curvas simuladas LC2-RD e LC2-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	195
Figura 97 –Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC3 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC3 acrescida do trânsito.	196
Figura 98 –Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC3 com RD (parte superior) e a curva LC3 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	196
Figura 99 –Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC3 com RD (parte superior) e LC3 com trânsito (parte inferior).	197

Figura 100	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC3 com RD (parte superior) e LC3 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	198
Figura 101	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC3-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC3-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	199
Figura 102	Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC3-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC3-trânsito.	200
Figura 103	Análise MCMC das curvas simuladas LC3-RD e LC3-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	201
Figura 104	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC5 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC5 acrescida do trânsito.	202
Figura 105	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC5 com RD (parte superior) e a curva LC5 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	203
Figura 106	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC5 com RD (parte superior) e LC5 com trânsito (parte inferior).	204
Figura 107	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC5 com RD (parte superior) e LC5 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	205

Figura 108	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC5-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC5-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	206
Figura 109	Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC5-RD (círculos vermelhos).	207
Figura 110	Análise MCMC da curva simulada LC5-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	208
Figura 111	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC6 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC6 acrescida do trânsito.	209
Figura 112	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC6 com RD (parte superior) e a curva LC6 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	209
Figura 113	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC6 com RD (parte superior) e LC6 com trânsito (parte inferior).	210
Figura 114	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC6 com RD (parte superior) e LC6 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	211
Figura 115	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC6-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC6-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	212
Figura 116	Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC6-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o outro intervalo, a curva LC2-trânsito.	213

Figura 117	Análise MCMC das curvas simuladas LC6-RD e LC6-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	214
Figura 118	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC7 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC6 acrescida do trânsito.	215
Figura 119	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC7 com RD (parte superior) e a curva LC7 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	215
Figura 120	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC7 com RD (parte superior) e LC7 com trânsito (parte inferior).	216
Figura 121	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC7 com RD (parte superior) e LC7 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	217
Figura 122	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC7-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC7-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	218
Figura 123	Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC7-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para outro intervalo, a curva LC7-trânsito.	219
Figura 124	Análise MCMC das curvas simuladas LC7-RD e LC7-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	220
Figura 125	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC8 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC8 acrescida do trânsito.	221
Figura 126	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC8 com RD (parte superior) e a curva LC8 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	221
Figura 127	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC8 com RD (parte superior) e LC8 com trânsito (parte inferior).	222

Figura 128	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC8 com RD (parte superior) e LC8 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	223
Figura 129	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC8-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC8-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	224
Figura 130	Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC8-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC8-trânsito.	225
Figura 131	Análise MCMC das curvas simuladas LC8-RD e LC8-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	226
Figura 132	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC9 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC9 acrescida do trânsito.	227
Figura 133	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC9 com RD (parte superior) e a curva LC9 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	227
Figura 134	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC9 com RD (parte superior) e LC9 com trânsito (parte inferior).	228
Figura 135	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC9 com RD (parte superior) e LC9 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.	229

Figura 136	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC9-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC9-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	230
Figura 137	Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC9-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para outro intervalo, a curva LC9-trânsito.	231
Figura 138	Análise MCMC das curvas simuladas LC9-RD e LC9-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).	232
Figura 139	Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC10 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC10 acrescida do trânsito.	233
Figura 140	Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC10 com RD (parte superior) e a curva LC10 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.	233
Figura 141	Análise <i>wavelet</i> da série temporal LC10 com RD (parte superior) e LC10 com trânsito (parte inferior).	234
Figura 142	Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC10 com RD (parte superior) e LC10 com trânsito (parte inferior). Podemos notar que o perfil é muito ruim, praticamente imitando o próprio sinal, isso pode indicar a falta de coerência no sinal fotométrico.	235
Figura 143	Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC10-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC10-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).	236

LISTA DE SIGLAS

BiSON	Birmingham Solar-Oscillations Network
ESA	European Space Agency
GLS	Generalized Lomb-Scargle
GONG	The Global Oscillation Network Group
IDL	Interface Description Language
KIC	Kepler Input Catalog
MAST	Mikulski Archive for Space Telescopes
NASA	National Aeronautics and Space Administration
OMW	Observatory Mt. Wilson
SDO	Solar Dynamics Observatory
SOHO	Solar and Heliospheric Observatory
TESS	Transiting Exoplanets Survey Satellite
TSI	Total Solar Irradiance
VIRGO	Variability of solar Irradiance and Gravity Oscillations

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	Uma pequena digressão sobre séries temporais astrofísicas	29
1.1.1	<i>Aliasing</i>	31
1.1.2	<i>Harmônicos e sub-harmônicos</i>	32
1.2	O problema da medida da rotação diferencial	32
1.2.1	<i>Evolução das manchas estelares</i>	33
1.3	Motivação e objetivos	35
1.3.1	<i>Motivação</i>	35
1.3.2	<i>O cenário que a literatura nos fornece</i>	36
1.3.3	<i>Objetivos</i>	39
1.4	Plano de trabalho	40
2	UMA BREVE HISTÓRIA DA ROTAÇÃO ESTELAR	42
2.1	Rotação diferencial superficial	46
2.2	Rotação do Sol	50
2.2.1	<i>Rotação superficial</i>	51
2.2.2	<i>Rotação diferencial na zona convectiva</i>	51
2.2.3	<i>Rotação no núcleo</i>	52
2.2.4	<i>Rotação diferencial de condução</i>	53
3	ATIVIDADE MAGNÉTICA ESTELAR	54
3.1	Indicadores de atividade estelar	55
3.1.1	<i>Índices de atividade cromosférica S e R'_{HK}</i>	55
3.1.2	<i>A conversão do índice S em R'_{HK}</i>	56
3.1.3	<i>O número de Rossby</i>	57
3.1.4	<i>Índice de atividade cromosférica baseado no fluxo fotométrico</i>	59
4	ANÁLISE WAVELET	61
4.1	Uma pequena nota histórica	62
4.2	Transformada Wavelet	63
4.2.1	<i>Funções de base</i>	63
4.2.2	<i>Transformada wavelet contínua (TWC)</i>	63
4.2.3	<i>Transformada wavelet discreta (TWD)</i>	64
4.3	Alguns exemplos de <i>wavelets</i>	65
4.4	Os espectros <i>wavelets</i> local e global	67

5	SPOT MODELLING	69
5.1	Função de Autocorrelação	70
5.2	Modelagem de manchas	71
5.2.1	<i>Crítério de Gelman e Rubin</i>	77
5.2.2	<i>Correlações de parâmetros na modelagem de manchas</i>	78
6	NOSSA AMOSTRA OBSERVACIONAL	79
6.1	A Missão Kepler	79
6.2	Descrição da amostra selecionada	81
6.2.1	<i>Kepler-17</i>	81
6.2.2	<i>Sol</i>	83
6.2.3	<i>Curvas de luz simuladas pelo código <i>SimOne</i></i>	84
7	METODOLOGIA UTILIZADA	87
7.1	Pré-tratamento de nossa amostra	87
7.1.1	<i>Correção CBV da Kepler-17</i>	87
7.1.2	<i>Remoção do trânsito planetário do sistema Kepler-17</i>	89
7.1.3	<i>Determinação da série temporal autocorrelacionada da Kepler-17 em função da escala de tempo</i>	90
7.2	Utilização do periodograma Lomb-Scargle generalizado (GLS) e do método CLEANest	92
7.2.1	<i>Periodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS)</i>	94
7.2.2	<i>Método CLEANest</i>	96
7.3	O método Wavelet	97
7.4	Spot Modelling	99
8	RESULTADOS E DISCUSSÕES	102
8.1	Analisando a variabilidade Solar	102
8.1.1	<i>Curva de luz TSI solar com cadência de 1 dia</i>	103
8.1.2	<i>Curva de luz TSI solar com cadência de 1 hora</i>	110
8.1.3	<i>Curva de luz solar na banda ultravioleta</i>	117
8.1.3.1	<i>Curva de luz MgII solar</i>	118
8.1.3.2	<i>Curva de luz Lyman – α solar</i>	123
8.2	Investigando a modulação rotacional da estrela Kepler-17	129
8.2.1	<i>Inferindo a rotação diferencial por meio da variabilidade fotométrica de Kepler-17</i>	131
8.2.1.1	<i>Analisando a variabilidade de Kepler-17 usado a transformada wavelet</i> . . .	137
8.2.1.2	<i>Modelagem de manchas aplicado a Kepler-17</i>	138
8.3	Curvas simuladas usadas como <i>blind test</i>	147

8.4	Inferindo a Rotação Diferencial Superficial de toda a nossa amostra	154
8.4.1	<i>Rotação diferencial solar</i>	155
8.4.2	<i>Rotação diferencial da Kepler-17</i>	155
8.4.3	<i>Rotação diferencial das curvas simuladas</i>	157
8.4.4	<i>Considerações finais acerca da Rotação Diferencial</i>	161
9	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	165
9.1	Perspectivas	170
	REFERÊNCIAS	171
	APÊNDICE A – RESULTADOS DE NOSSA METODOLOGIA APLICADO AS DEMAIS CURVAS DE LUZ SIMULADAS	183

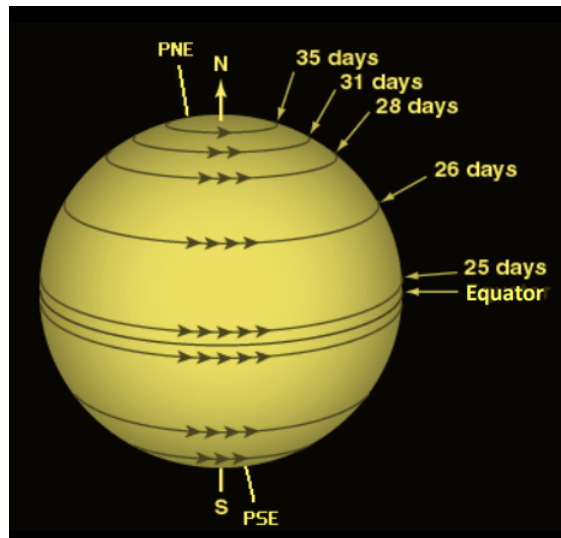
1 INTRODUÇÃO

A rotação parece ser uma característica universal que ocorre em diferentes escalas, do micro ou macrocosmos, em que até mesmo o próprio Universo não escapa dela (Hawking, 1969). No caso específico das estrelas, rotação é uma das propriedades astrofísicas fundamentais e possui uma estreita relação com a atividade magnética, especialmente, em estrelas no qual a evolução do *momentum* angular é controlada pelo vento magnetizado (Skumanich, 1972; KAWALER, 1988). Uma das questões mais intrigantes e que ainda não foi respondida por completo, versa sobre a origem dessa rotação. A hipótese mais comumente aceita é que as estrelas nascem a partir do núcleo denso das nuvens moleculares e do colapso da matéria giratória impulsionada pela auto-gravidade. Como de Freitas (2009a) explica, uma parte significativa do momento angular da nuvem deve ser dissipada, caso contrário a contração gravitacional seria contrabalanceada pelo momento angular e as condições para a formação do núcleo estelar não seriam alcançadas (os mecanismos dessa dissipação ainda não são totalmente conhecidos, uma boa referência é Tassoul (2000)). A rotação varia com o tempo, pode ser mais rápida ou lenta, e persistir ao longo de toda vida da estrela, além de ser regida pela conservação do momento angular, que é um dos principais mecanismo de transporte de matéria e/ou energia entre o núcleo e as camadas externas.

De modo geral, as estrelas não giram como esferas sólidas, mas com diferentes valores em cada camada da superfície. Esse fenômeno é definido como *Rotação Diferencial Superficial*, em que regiões em latitudes distintas giram em taxas diferentes. Por outro lado, a rotação diferencial também ocorre no interior das estrelas, em que núcleo e zona radiativa giram aproximadamente como corpos rígidos e a região convectiva apresenta em toda a sua extensão uma dependência do raio e da latitude (Thompson et al., 2003b). Um bom exemplo é o Sol, pois, enquanto que no equador uma rotação completa leva aproximadamente 25 dias, perto dos polos o tempo tem um valor por volta de 35 dias, como está destacado na figura 1. A caracterização desse padrão de rotação é importante, pois acredita-se que seja responsável pela geração de campos magnéticos e das manchas estelares (maiores detalhes serão mostrados na Seção 1 do próximo capítulo).

A interação da zona convectiva com a rotação é o principal mecanismo de geração da rotação diferencial e da atividade magnética estelar. Em escalas de tempo de bilhões de anos, os campos magnéticos afetam a rotação das estrelas pela perda de momento angular associada ao seu vento estelar magnetizado (Skumanich, 1972) (ver próximo Capítulo). Uma melhor compreensão desses processos complexos e suas interconexões pode ser obtida comparando o

Figura 1: Rotação diferencial solar.



Fonte: <http://www.astro.iag.usp.br/~thais/aga414_files/rotacaoosolar.pdf>

Sol com outras estrelas do *tipo tardio*¹, em particular com estrelas mais jovens e semelhantes ao Sol e que mostram um nível mais alto de atividade magnética (cf. Brun et al. (2017a)). Telescópios espaciais, como Kepler (Koch et al., 2010) e o TESS (Curtis et al., 2019), permitem-nos monitorar estrelas fotometricamente na banda passante óptica com uma precisão relativa entre 10^{-4} - 10^{-5} de magnitude e com tempos de integração de minutos a horas para intervalos de tempo de até 3 a 4 anos, fornecendo assim um conjunto de dados sem precedentes para estudar a atividade magnética estelar.

A atividade estelar está fortemente relacionada a fenômenos extremos e transitórios causados pela dissipação de energia magnética quando os campos magnéticos evoluem de topologias complexas para topologias mais simples, de acordo com a taxa de rotação estelar, como visto em de Freitas et al. (2013). De fato, como citado por Saar e Brandenburg (2002), o período do ciclo magnético e o período de rotação são correlacionados de tal maneira que os rotadores lentos têm ciclos magnéticos maiores, ou seja, atividade magnética menor. Além disso, o nível global de atividade magnética muda ao longo do tempo após os ciclos, e os níveis locais mudam em diferentes escalas de tempo associadas a flutuações altas e baixas intermitentes, que variam em escalas de tempo de alguns segundos a várias horas, dias e semanas (regiões ativas). No entanto, esse nível de atividade depende da rotação das estrelas. Como mencionado por Mathur et al. (2014), as estrelas de rotação mais rápida mostram os ciclos de atividade mais curtos (maior atividade magnética), enquanto as estrelas de rotação mais lenta geralmente apresentam períodos de ciclo semelhantes ao Sol ou mais longos. Dependendo da massa estelar, a variabilidade no comportamento estelar em escalas pequenas e grandes é um fator fundamental

¹Na classificação estelar, uma estrela do tipo tardio é uma estrela da classe K ou classe M. Este termo foi cunhado no início do século 20, época em que se acreditava que as estrelas começam suas “vidas” como estrelas do tipo inicial das classes O, B, ou A, e subsequentemente se resfriavam em estrelas do tipo tardio.

que pode ser usado para entender melhor os fenômenos do magnetismo estelar. Como a atividade magnética que emerge da superfície estelar é um mecanismo físico produzido pelo dínamo estelar, as variações de longo prazo devido ao período rotacional desempenham um papel importante na compreensão do nível de atividade na superfície da estrela (para maiores detalhes ver a seção 1 do capítulo 3). Especificamente, para estrelas de baixa massa, o magnetismo observado está associado ao envoltório convectivo externo, em que fortes movimentos de massa de plasma condutivo induzem um campo magnético por meio de um processo de dínamo cíclico (Kitchatinov, 2015). Por outro lado, o magnetismo fóssil não é o resultado desses mesmos mecanismos. Esse tipo de magnetismo surge do aprisionamento do fluxo magnético após a formação estelar ou de uma fase do dínamo inicial e pode, portanto, ser o mecanismo para a estabilidade de longa duração sem o efeito dínamo (Duez; Braithwaite; Mathis, 2010).

Para as estrelas da sequência principal, o estudo da atividade magnética estelar concentra-se na análise de assinaturas de flutuações nas variações de vida curta e longa devido a diferentes processos físicos, que se manifestam em escalas de tempo características desde oscilação ($> 2000\mu Hz$) até rotação ($< 1\mu Hz$), ver a figura 2 e a tabela 1. Esses processos são gerados por dinâmicas temporais complexas na fotosfera e atmosfera estelar. Em geral, os mecanismos responsáveis pela atividade magnética, como as interações entre rotação, convecção e campo magnético, que geram a rotação diferencial, não são completamente compreendidos (das Chagas et al., 2016).

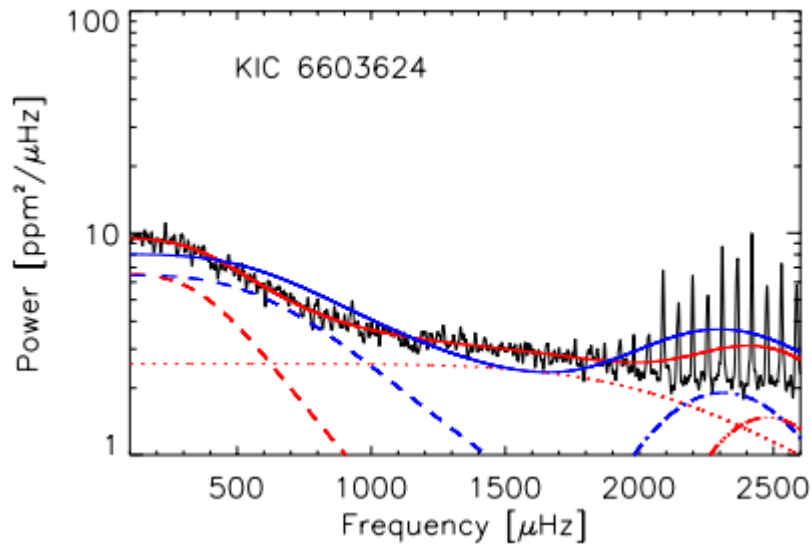
Tabela 1 – Interpretação dos processos físicos responsáveis pelas diferentes características do espectro de frequência solar.

0-1 μHz	Rotação
10-100 μHz	Supergranulação
80-1000 μHz	Mesogranulação
800-3000 μHz	Granulação
1000-3000 μHz	Fáculas
2000-4000 μHz	Oscilação

Fonte: Adaptado de Karoff et al. (2013).

Os campos magnéticos produzidos no interior estelar por dínamos hidromagnéticos emergem na fotosfera em que modificam o transporte de energia e o *momentum* angular dando origem a manchas mais quentes e frias chamadas de fáculas e manchas estelares, respectivamente (Strassmeier, 2009), que modulam o fluxo fotométrico integrado sobre o disco estelar devido à sua evolução intrínseca e à rotação da estrela. Essa modulação de fluxo pode ser usada para extrair informações sobre as regiões ativas na superfície e sua evolução. Trabalhos recentes exploraram a possibilidade oferecida por manchas estelares como traçadores de rotação estelar e rotação diferencial (por exemplo: (de Freitas et al., 2010), (das Chagas et al., 2016), (de Freitas et al., 2019), (Bonomo; Lanza, 2012), (Walkowicz; Basri; Valenti, 2013), (Reinhold; Reiners; Basri,

Figura 2: Espectro de potência em escala logarítmica da estrela *KIC 6603624*. A linha sólida vermelha é atribuída ao modelo com fáculas e a linha sólida azul sem às fáculas. A linha tracejada em vermelho mostra a componente atribuída com granulação e a linha tracejada em azul sem a granulação, enquanto a linha pontilhada mostra a componente atribuído a oscilações de modo p.



Fonte: Karoff et al. (2013).

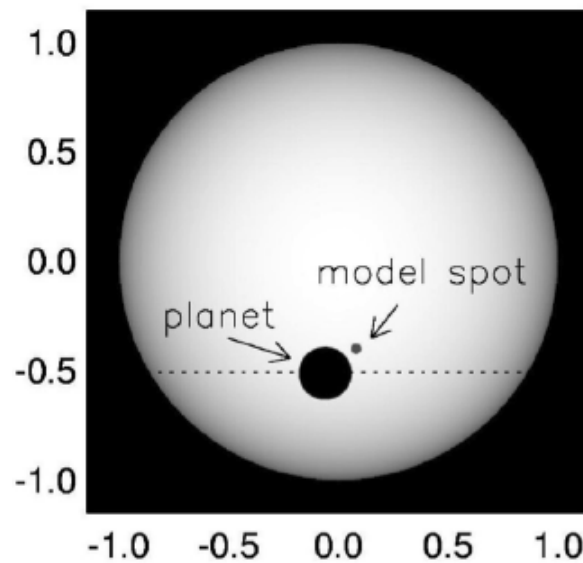
2013) e (Santos et al., 2017)), uma revisão geral das diferentes abordagens para modelagem de manchas pode ser encontrada em Lanza e Mathis (2016). Os modelos são menos restritos quando a inclinação do eixo de rotação estelar em relação à linha de visão é conhecida, como no caso de estrelas que têm um planeta em trânsito (de Marchi; Panagia; Sabbi, 2011).

Os métodos de detecção de rotação diferencial superficial (de agora em diante RD) podem ser, basicamente, divididos em duas grandes classes. A primeira usa a divisão ou o alargamento dos picos presentes no periodograma gerado por meio da aplicação da *Transformada de Fourier* na curva de luz, como pode ser visto nos trabalhos de Reinhold, Reiners e Basri (2013) e Nielsen et al. (2013). A outra classe depende do ajuste de um modelo de mancha à curva de luz, em que as manchas podem ter diferentes períodos de rotação em distintas latitudes, exemplos da aplicação de tal método pode ser encontrado nos trabalhos de Bonomo e Lanza (2012), Valio et al. (2017) e de Freitas et al. (2021).

Dentro da categoria dos métodos acima citados, existem dois que são de particular interesse para inferir RD usando fotometria e modelagem de manchas. Um deles é o método desenvolvido por Silva (2003), que se baseia na simulação de um trânsito planetário. Durante esse trânsito há uma certa diminuição periódica no brilho da estrela representado na curva de luz. No modelo de simulação, o planeta é representado por um disco opaco que ocupa uma fração R_p/R_* , em que R_p é o raio do planeta e R_* é o raio da estrela. Também é considerada uma órbita circular devido à proximidade entre os objetos. Para diversos instantes de tempo a posição do planeta na órbita é calculada de acordo com os parâmetros orbitais: período de

rotação, ângulo de inclinação e o semieixo maior. A simulação pode ser ajustada para uma curva de luz que apresenta uma mudança periódica em seu brilho, devido ao trânsito do planeta que a órbita. Esse modelo também permite adicionar manchas circulares sintéticas no disco estelar, possibilitando sua caracterização (ver figura 3). Os parâmetros relacionados às manchas estelares são escolhidos de tal forma a ter o melhor ajuste dos dados relacionados ao método dos mínimos quadrados e, assim, ser possível caracterizá-las fisicamente.

Figura 3: Imagem sintetizada da estrela *HD 209458* com obscurecimento de limbo quadrático. O planeta é representado por um disco preto maior e a mancha por um pequeno disco. A linha pontilhada indica o trânsito planetário.



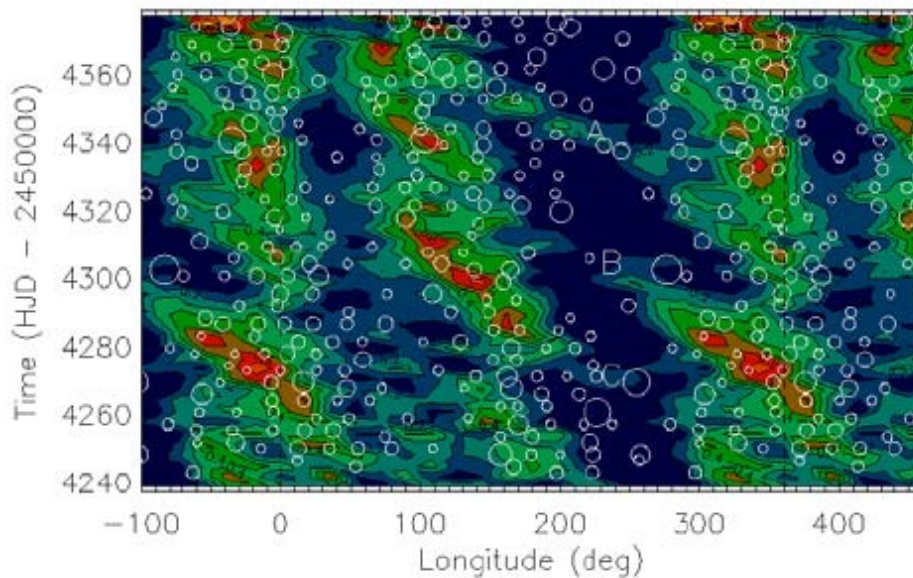
Fonte:(Valio, 2013).

O outro método utiliza os dados fotométricos fora de trânsito e foi desenvolvido por Lanza et al. (2003), conhecido na literatura como *Spot Modelling*. Esse método usa o conceito de Máxima Entropia (ME) que consiste em uma técnica para reconstrução da distribuição de brilho da estrela a partir de sua modulação rotacional. Essa reconstrução apresenta problemas, pois apenas as informações da distribuição das regiões ativas em função da longitude são apresentadas. As informações relacionadas às latitudes são perdidas na integração do disco estelar (Bonomo; Lanza, 2012). Em alguns casos é possível obter uma solução selecionando um mapa de superfície que minimize o χ^2 . Tal procedimento apresenta falhas, pois a maioria das estruturas que aparecem no mapa podem estar relacionados ao ajuste de ruídos presentes na série temporal e não equivalem a fenômenos reais da estrela. Portanto, para obter um mapa mais estável, é preciso utilizar algumas suposições *a priori*, no processo de inversão da curva de luz.

A técnica ME é baseada em reproduzir os complexos padrões observados na superfície do Sol ou de estrelas mais ativas, utilizando a distribuição contínua de suas regiões ativas. Para isso, a superfície é subdividida em 200 elementos quadrados de 18° de lado. Tais elementos

possuem fatores de preenchimento que variam de intensidade para reproduzir a modulação rotacional apresentada. A figura 4 é um exemplo de mapa de longitudes que demonstram a robustez dos valores encontrados para estrela CoRoT-2 (cf. (Valio; Lanza, 2011)). Em resumo, o método consiste em usar a fotometria fora de trânsito para derivar mapas do fator de preenchimento da mancha estelar versus a longitude e o tempo. Esses mapas são comparados aos pontos ocultos durante os trânsitos para validar a reconstrução e obter informações sobre as latitudes das manchas estelares.

Figura 4: Longitudes das manchas (círculos brancos) no tempo sobrepostas no mapa construído com o ME obtido da curva de luz fora do trânsito. As diferentes cores representam distintos fatores de preenchimento, o amarelo indicando o máximo de ocupação de manchas e o azul escuro o mínimo. As conexões de regiões ativas estão marcadas por A, B e C.



Fonte: Valio e Lanza (2011).

1.1 Uma pequena digressão sobre séries temporais astrofísicas

Uma série temporal é uma coleção de observações (medições, dados) feita sequencialmente em intervalos discretos de tempo. Em outras palavras, consiste em um conjunto de dados numéricos distribuídos em uma sequência temporal unidimensional como, por exemplo, a medida da magnitude (brilho) das estrelas. Obtemos assim um conjunto de pares de dados (t_i, x_i) , em que t é o tempo e x é a observação (valor dos dados).

Em um sentido mais amplo, a análise de série temporal é a aplicação de métodos matemáticos para quantificar variações presentes nos dados, ou seja, tentar encontrar algum comportamento periódico e por meio dessa periodicidade. Em última análise, aprender algo sobre a física do fenômeno representado pela sequência de observações. A análise de série temporal não é um campo exclusivo da astrofísica, mas é usada para muitas outras aplicações,

como análise de mercado de ações, previsão econômica, engenharia de manufatura e assim por diante (Geoghegan, 2006).

Em particular, as séries temporais astrofísicas fornecem informações essenciais para a compreensão de manifestações que ocorrem na superfície das estrelas e seu entorno, como é o caso de exoplanetas e binárias. As quantidades medidas podem ser de naturezas distintas, tais como astrométricas, fotométricas (domínio temporal) ou espectroscópicas (domínio espacial) (Morris; Chakraborty; Cotter, 2019). A análise de séries temporais no contexto da astrofísica estelar é um campo de pesquisa que se propõe investigar fenômenos de variabilidade em diferentes escalas de tempo, dependendo da massa e do estágio evolutivo (Balona; Dziembowski, 2011). Pode-se dizer, em termos históricos, que o nascimento dessa área de estudo nos remota às precisas observações planetárias realizadas por Tycho Brahe e os modelos matemáticos de Johannes Kepler para entender a origem desse comportamento (Uytterhoeven et al., 2011).

Existem três observações fundamentais que dão origem à variabilidade estelar. A primeira delas é baseada na análise da superfície estelar, que, por sua vez, é influenciada pela dinâmica das manchas e pela rotação superficial (de Freitas et al., 2021). Isso gera variações periódicas no brilho da estrela. A segunda observação é baseada nos movimentos orbitais periódicos dos planetas em torno de sua estrela-mãe (Valio et al., 2017). Esses movimentos causam variações periódicas no fluxo fotométrico observado, devido aos eclipses provocados pela passagem desses objetos pelo disco estelar, em relação à linha de visada. Por fim, a terceira observação está ligada às variações intrínsecas que ocorrem na luminosidade da estrela. Essas variações podem ser causadas por pulsações, explosões como os flares, regiões ativas, fáculas na superfície estelar, ejeções de massa coronal e pela acumulação de poeira e gás oriundos do ambiente estelar adjacente (Feigelson; Babu, 2012).

Além da componente periódica que é visível nas séries temporais, existem outras componentes que contribuem para o ruído presente nos dados. Essa componente estocástica pode se manifestar de várias formas, mas, de maneira geral, pode ser classificada como possuindo ou não correlação temporal. Além disso, uma série temporal pode ser multivariada, o que significa que diferentes fenômenos podem ocorrer simultaneamente em diferentes faixas de frequência (Wang; Shen, 2023). Isso aumenta a dificuldade na análise dos mecanismos que geram esses fenômenos.

Por fim, a caracterização de processos astrofísicos de memória curta, como a granulação e a atividade magnética estelar, compõem uma faixa do espectro que é amplamente conhecida como ruído estelar. Essas categorias de ruído são predominantes nas baixas frequências quando aplicamos a transformada de Fourier ao sinal. Juntamente com o ruído instrumental, elas representam a maior fonte de ruído quando se trata de curvas de luz. Nos últimos anos, esses processos astrofísicos de memória curta têm recebido destaque especial quando se trata de séries

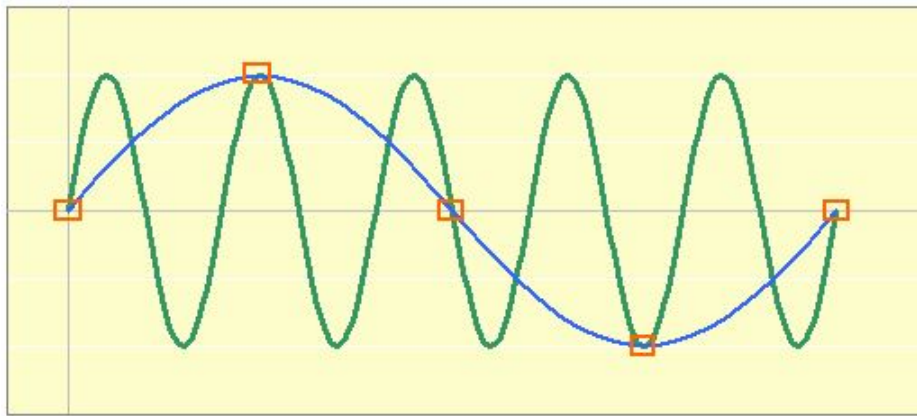
temporais que envolvem trânsito planetário (Aigrain; Favata; Gilmore, 2004).

1.1.1 *Aliasing*

Um alias em um periodograma pode produzir falsos picos na janela de observação desse período, que são artefatos do intervalo entre as observações. Ele mascara por meio de um outro período, em que os dados aparentemente se encaixam tão bem quanto o período correto. Além do mais, difere-se do período verdadeiro por uma fração inteira, por exemplo: $5/2$, $1/6$, etc. Isso geralmente acontece se um único intervalo de observação não cobre um ciclo completo da variável.

Alias são bastante comuns em séries temporais astrofísicas, por exemplo: suponha uma determinada estrela com um período de 20 dias (curva verde na figura 5) e você irá fazer observações a cada noite consecutiva quase exatamente no mesmo horário (caixas laranja na figura 5). Se você fizer uma análise do período em suas observações, você encontrará um pico em 100 dias, mas esse não é o resultado do estrela variando em um período de 100 dias, pois seu período de rotação é 20 dias. Esse é o resultado de uma onda senoidal (curva azul na figura 5) que também se ajusta às suas observações.

Figura 5: Exemplo hipotético de um alias.



Fonte: <<https://www.cbabelgium.com/peranso/UserGuideHTML/Aliasing.html>>

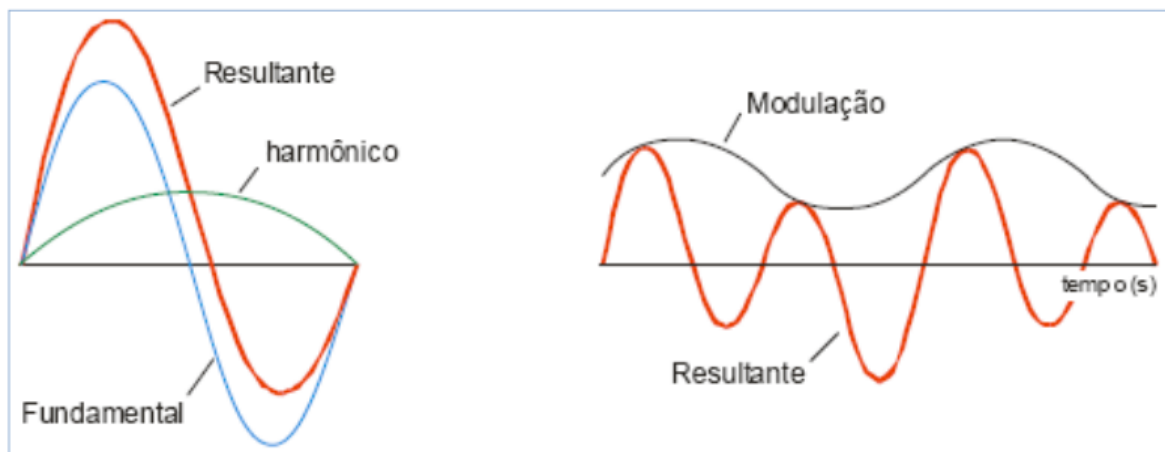
Uma maneira de evitar o aliasing é garantir que sua taxa de observação seja suficientemente alta. Um procedimento interessante é verificar a cadência dos dados, pois ela será o ponto de referência para menor período a ser considerado. Por exemplo, se você obteve observações a cada 30 minutos, o período mais curto que você pode determinar com precisão é 60 minutos. Períodos mais curtos não serão bem determinados, este é o chamado critério de *Nyquist*².

²Expresso no domínio da frequência: se o tempo entre as observações for t , então a frequência no qual devemos interromper nossa análise é $1/2t$, chamada de frequência de Nyquist.

1.1.2 Harmônicos e sub-harmônicos

Assim como alias, os harmônicos e sub-harmônicos são bastante comuns na análise do espectro de potência em curvas de luz astrofísicas. Um harmônico é um sinal cuja frequência é um múltiplo inteiro da frequência de algum sinal de referência (Frinking et al., 2010; Hübner et al., 2022). Para um sinal cuja frequência principal é f , o segundo harmônico tem uma frequência $2f$, o terceiro harmônico tem uma frequência $3f$ e assim por diante. Existe os chamados harmônicos pares (pois ocorrem em frequências de $2f, 4f, 6f, \dots, 2nf$ para n inteiro) e os harmônicos ímpares (que ocorrem em $3f, 5f, 7f, \dots, (2n - 1)f$ para n inteiro) (Scargle, 1982). Já um sub-harmônico é um sinal cuja frequência é um submúltiplo inteiro da frequência de algum sinal de referência. Devemos ter bastante cuidado em nossos métodos de determinação de periodicidades nas curvas de luz, pois a presença de harmônicos e sub-harmônicos podem causar uma falsa modulação no sinal, ver figura 6.

Figura 6: Exemplo de uma modulação em um sinal causada pelo harmônico.



Fonte: <<https://www.cbabelgium.com/peranso/UserGuideHTML/Aliasing.html>>

1.2 O problema da medida da rotação diferencial

Vamos iniciar essa seção com um dos pontos-chave da presente tese. Diante o emaranhado de técnicas e métodos para inferir assinaturas periódicas, assim como, variabilidades que podem competir espaço dada a proximidade de seus períodos, uma questão fundamental é se estamos, de fato, medindo períodos de rotação. Em uma abordagem estatística, ao invés de estritamente física, as distribuições dos períodos de rotação das manchas presentes nas curvas de luz reais e simuladas são ponderadas pelas distribuição das latitudes em que as manchas emergem, tamanho, tempo de vida e evolução das próprias manchas, além do método de medição utilizado (tendo em vista que estamos utilizando manchas estelares como traçadores de rotação). No entanto, é importante ter em mente que existe uma dificuldade intrínseca em diferenciar os

períodos de rotação das manchas "verdadeiro" em relação aos "falsos" em curvas de luz fotométricas e isso se deve não somente a técnica de medição utilizada, mas também de vários fatores e fenômenos presente na série temporal estelar.

Em um estudo de Aigrain et al. (2015) em que foi feito um *blind test*³ com curvas de luz simuladas, percebeu-se que tanto a sensibilidade quanto a confiabilidade da medição, avaliada em todas as equipes participantes, diminui para manchas de vida curta com amplitudes menores e períodos mais longos. Embora os resultados, de um modo geral, da medição de rotação diferencial desse estudo não tenham sido conclusivas, houve alguns casos em que uma série de períodos que se aproximaram da faixa simulada (cf. (Aigrain et al., 2015)). Isso naturalmente levanta uma outra questão: se a rotação diferencial pode ser medida de forma confiável em algumas circunstâncias, podemos identificar quais são essas circunstâncias? No próprio estudo citado acima os autores não conseguiram identificar, dentro do espaço de parâmetros coberto no exercício, uma região "segura" em que a rotação diferencial pode ser medida de forma confiável, embora alguns estudos revelassem que a rotação diferencial pode ser detectada de forma confiável para, digamos, tempos de vida das manchas superiores a 10 períodos de rotação e estrelas dominadas por apenas 2 ou 3 regiões ativas em qualquer momento (Reinhold; Reiners; Basri, 2013).

1.2.1 *Evolução das manchas estelares*

Como veremos posteriormente, podemos dividir em duas grandes classes os esforços em inferir a rotação diferencial superficial nas curvas de luz fotométricas. Uma classe usa o padrão de "batimento" na série temporal, que é interpretado como sinais de rotação diferencial, e o alargamento ou a divisão dos picos presentes no periodograma das medições do indicador de atividade cromosférica ou no curva de luz fotométrica (Reinhold; Reiners; Basri, 2013). A outra classe depende do ajuste de um modelo de manchas à curva de luz, em que as manchas podem ter diferentes períodos de rotação (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014). Essas duas classes de métodos têm diferentes vantagens e desvantagens. Os métodos no domínio de Fourier (periodograma) podem ser aplicados sistematicamente para um grande número de estrelas, mas a relação entre a largura ou separação dos picos medidos e as quantidades físicas de interesse, como o cisalhamento rotacional, não é trivial. A modelagem de manchas é computacionalmente intensiva e, portanto, restrita a amostras menores, mas, em princípio, tem uma interpretação física mais direta. Na prática, no entanto, a modelagem de manchas é altamente degenerada, mesmo quando se usa apenas algumas manchas, como veremos no Capítulo 5. As degenerescências entre a inclinação estelar e as latitudes das manchas, por exemplo, mostram que a rotação diferencial pode ser perdida se a curva de luz for dominada por uma grande região ativa.

³Teste às cegas

Outro ponto importante a se destacar, é que ambas abordagens sofrem de uma limitação adicional, a rotação diferencial é muito difícil de distinguir da evolução intrínseca das manchas ou da região ativa, que pode induzir padrões de "batimentos" semelhantes e picos ampliados ou divididos no periodograma e, no mínimo, é uma fonte adicional de ruído ao identificar e modelar picos individuais no periodograma, ou manchas de estrelas individuais (Lanza; Rodono; Zappala, 1994).

No Sol, os cinturões de atividade em que as regiões ativas se formam migram de acordo com a fase do ciclo e isso é interpretado como uma migração da latitude do campo magnético toroidal próximo à base da zona de convecção (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014). Esperamos que uma migração semelhante aconteça em estrelas do tipo tardio e que possuam um dínamo semelhante ao solar, produzindo uma variação sistemática no período da modulação fotométrica com a fase do ciclo. Uma variação desse tipo foi de fato observada na modulação rotacional do fluxo cromosférico solar da linha *K* de *CaII* integrada ao disco e que forneceu uma estimativa da amplitude da rotação diferencial do sol (Donahue; Keil, 1995).

Um parâmetro chave é a duração do intervalo de tempo usado para inferir o perfil rotacional solar dentro da sazonalidade. Ele é calibrado tentando combinar dois requisitos, o primeiro é evitar variações notáveis do padrão em larga escala de heterogeneidades cromosféricas que implicariam usar um intervalo tão curto quanto possível. O segundo é obter uma resolução de tempo suficiente e de baixa probabilidade de falso alarme na determinação do período da modulação rotacional que se beneficiaria de um intervalo de tempo o mais longo possível. No Sol, a extensão ideal do intervalo de tempo sazonal é de 150 a 200 dias que faz um compromisso entre os dois requisitos. Isso é possível porque regiões cromosféricas ativas são notavelmente mais longas (com vida média de 50 a 80 dias) em comparação com manchas fotosféricas (com uma vida média de 10 a 15 dias) (Lanza et al., 2003). Devemos salientar que uma abordagem semelhante baseada em manchas solares fotosféricas não foi bem sucedida por causa da natureza aleatória do surgimento das manchas em diversas longitudes e a vida curta dos seus grupos individuais (LaBonte, 1984).

Outro ponto a se observar, é que um método semelhante foi bem sucedido em estrelas muito ativas, jovens como o Sol, cujo período de rotação é mais curto e cujas manchas estelares fotosféricas têm vida útil de vários meses (Messina; Guinan, 2003). Para as estrelas componentes do grupo das subgigantes altamente ativas e de rotação rápida em sistemas binários próximos, como os binários *RS Canum Venaticorum* (*RS CVn*)⁴, a persistência de longitudes ativas por décadas nos permite medir uma rotação diferencial de baixa amplitude usando manchas estelares

⁴Uma variável *RS Canum Venaticorum* é um tipo de estrela variável, em que o tipo de variabilidade consiste em estrelas binárias próximas com cromosferas ativas que podem causar grandes manchas estelares na superfície das estrelas.

como traçadores fotosféricas (Lanza et al., 2006).

A maioria das estrelas observadas pela missão Kepler na banda passante óptica não são adequadas para essa abordagem porque suas regiões fotosféricas ativas têm tempos de vida menores do que a escala de tempo típica de cisalhamento da rotação diferencial ($1/\Delta\Omega$, em que $\Delta\Omega$ é a amplitude da rotação diferencial). Isso limita a precisão na determinação do período de rotação atingível com técnicas de periodograma e que usam transformada de Fourier, mesmo no caso de uma série temporal amostrada uniformemente (Lanza; Rodono; Zappala, 1994). Por outro lado, se a evolução intrínseca das manchas estelares for insignificante, técnicas de periodograma acopladas a uma abordagem de pré-branqueamento podem ser bem-sucedidas para estimar a rotação diferencial em estrelas semelhantes ao Sol, identificando o período de rotação das manchas em diferentes latitudes (Reinhold; Reiners; Basri, 2013).

Dentro do presente contexto exposto acima, nosso trabalho é uma nova investida no campo da medição de RD em estrelas do tipo tardio com manchas estelares que evoluem em uma escala de tempo comparável a $1/\Delta\Omega$ ou possivelmente mais curto. Para isso utilizamos um modelo simples de manchas estelares para extrair RD, em que aplicamos primeiramente uma técnica de autocorrelação simples para estimar o tempo de coerência da modulação rotacional presente na curva de luz e que, a partir daí, podemos ter uma estimativa do tempo de vida da mancha a ser comparada com a escala de tempo de cisalhamento. Assim poderemos selecionar candidatos promissores para a modelagem de manchas. Depois de dividir a curva de luz, selecionamos os melhores intervalos de tempo que mostram variações que provavelmente decorrem do efeito de RD, e não da evolução intrínseca das manchas estelares. Além disso, também consideramos o Sol como uma estrela de nossa amostra pelo fato dela gira mais lentamente. Também usamos os dados obtidos pela missão Kepler (Borucki et al., 2010) para um sistema estelar com um planeta do tipo Júpiter quente, Kepler-17. Tanto suas semelhanças quanto suas diferenças são utilizadas para tentar expandir nosso conhecimento a respeito da rotação diferencial e da atividade magnética estelar. Por fim, também realizaremos um *blind test* com 10 estrelas ativas simuladas pelo código em MATLAB desenvolvido pelo prof. Daniel Brito de Freitas do Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará (de Freitas et al., 2021).

1.3 Motivação e objetivos

1.3.1 Motivação

O principal interesse que desencadeou a presente tese está diretamente relacionado ao *problema da medição da Rotação Diferencial*. Além disso, vale ilustrar que um dos maiores expoentes na área de rotação estelar, em especial na modelagem de manchas, o professor Antonino Lanza do Osservatorio Astrofisico di Catania (OACT) na Itália, levantou a hipótese

de que talvez as medidas de rotação presentes na literatura podem estar totalmente ou em um certo grau equivocadas. Dessa maneira, a inspiração originou-se de uma conversa entre meu orientador e o professor Lanza, na qual foi discutido um tema relevante para a tese. Em resumo, a motivação emergiu das seguintes discussões, destacadas a seguir.

Primeiramente, a modelagem de manchas estelares baseada na curva de luz estelar é altamente degenerada, porque, devido ao grande número de parâmetros livres, são possíveis muitas soluções diferentes que se ajustam igualmente bem a uma determinada curva de luz. Neste contexto, a problemática foi subdividida nas seguintes considerações:

1) Para reduzir a degenerescência e enquadrar o problema num esquema Bayesiano, utilizamos um modelo com apenas duas manchas;

2) Tal modelo está muito longe das estrelas reais e, conseqüentemente, levam aos seguintes questionamentos: Quando medimos um parâmetro com tal modelo, o que estamos realmente medindo? Em particular, os diferentes períodos de rotação encontrados para as duas manchas são realmente uma medida de rotação diferencial? A evolução da mancha pode imitar o mesmo sinal?

1.3.2 O cenário que a literatura nos fornece

As missões espaciais Kepler e TESS produziram um conjunto de curvas de luz para cerca de 400 mil estrelas com excelente cadência temporal e alta precisão fotométrica. Tais dados, além de fornecerem informações para os principais objetivos científicos das missões, *asterosismologia*⁵ e a busca de exoplanetas, abrem novas perspectivas para o estudo de diferentes propriedades estelares, incluindo rotação, rotação diferencial e atividade magnética. Assim, nosso principal objetivo é discutir o problema da medida do perfil rotacional estelar utilizando séries temporais fotométricas. Há uma grande variedade de algoritmos usados em processamento de sinais, que podem ser usados para analisar curvas de luz. Eles podem ser divididos em diferentes tipos, como:

- Algoritmos que minimizam alguma medida de dispersão dos dados da série temporal no espaço de fase, isso inclui métodos como Jurkewich (Dupuy; Hoffman, 1985) e ANOVA (Schwarzenberg-Czerny, 1996).
- Algoritmos baseados em transformadas discretas de Fourier (um exemplo pode ser encontrado em Bochner, Chandrasekharan e Chandrasekharan (1949)), esses métodos tentam representar um conjunto de observações com uma série de funções trigonométricas (senos e cossenos, com diferentes períodos, amplitudes e fases). Eles são uma das formas mais

⁵A asterosismologia é o estudo dos modos ressonantes próprios de oscilação de uma estrela.

antigas de análise de séries temporais e também são bastante flexíveis. Os principais métodos de Fourier utilizados são: Transformada de Fourier Discreta - DFT , Transformada de Fourier Discreta com Compensação Temporal - DCDFFT (Ferraz-Mello, 1981), CLEANest (Foster, 1995), FALC (Harris et al., 1989) e Bloomfield (Bloomfield, 1976).

- Algoritmos que modelam a curva de luz por meio de um ajuste de quadrados mínimos a algum conjunto de funções de base ortogonais. Usando como função de base as funções trigonométricas, um método bastante usado é o periodograma Lomb-Scargle e Lomb-Scargle generalizado (GLS). Utilizando um conjunto de funções mais complicadas como função de base, temos como exemplo a transformada *wavelet*.
- Uma nova pesquisa em algoritmos de análise de séries temporal está explorando ainda outras abordagens, como métodos Bayesianos ou Redes Neurais.

A transformada *wavelet* (Torrence; Compo, 1998) é uma ferramenta, relativamente recente, aplicada ao tratamento de um grande número de fenômenos em diferentes áreas, incluindo geofísica, turbulência atmosférica, medicina (sinais eletrocardiográficos), mecânica de fluídos, astrofísica, bem como para a compressão e processamento de imagens. Uma das características que tem permitido a aplicação da análise *wavelet* em diferentes áreas de estudo é a capacidade de realizar uma análise em tempo e escala de fenômenos estacionários e não estacionários. Nesse contexto, o procedimento *wavelet* permite obter uma distribuição da potência do sinal no espaço tempo-escala, a partir da qual podemos identificar a evolução temporal de diferentes fenômenos que afetam as curvas de luz, como regiões ativas e possíveis batimentos relacionados às pulsações ou à rotação diferencial das estrelas estudadas. A análise das variações da frequência no tempo resulta em um espectro *wavelet* local e a continuidade de uma determinada escala (frequência) durante a maior parte do tempo pode representar um indicador de rotação e atividade. Em paralelo, periodicidades associadas ao período de rotação e possíveis regiões ativas são obtidas a partir do espectro de potência *wavelet* global (como a média ponderada por intervalo de tempo).

Análogas às manchas e fáculas fotosféricas solares, cuja visibilidade é modulada pela rotação estelar, as regiões ativas nas estrelas consistem em manchas escuras e fáculas brilhantes causadas pelo campo magnético da estrela. Essas manchas estelares estão bem estabelecidas como os principais marcadores de rotação, mas o seu comportamento dinâmico também pode ser utilizado para analisar outros fenômenos relevantes, tais como atividade, rotação diferencial e ciclos magnéticos (citamos a título de exemplo os seguintes trabalhos: (Mathur et al., 2014), (García et al., 2010), (Lanza et al., 2019) e (de Freitas et al., 2010)). Hoje, a rotação estelar pode ser medida a partir das variações periódicas da curva de luz devido à presença de manchas ou

outras características estelares na superfície de algumas estrelas, em particular estrelas muito ativas, cuja superfície é consideravelmente ocupada por manchas.

Entender a relação entre rotação e atividade magnética em estrelas mais jovens do tipo solar e que tem planetas em trânsito é crucial para entender um pouco mais sobre a própria evolução do nosso Sol. Com isso em mente, o sistema Kepler-17, doravante K-17, foi selecionado por ser uma estrela jovem e semelhante ao Sol, mas com um grande planeta próximo orbitando-a. Além disso, como mencionado por Bonomo e Lanza (2012), essa estrela apresenta traços de alta atividade magnética e rotação diferencial, pois sua curva de luz mostra modulações rotacionais causadas pela presença de manchas estelares com variação de amplitude em torno de 5% (figura 24). O Sol, para efeito de comparação, apresenta uma modulação de apenas cerca de 0,1%. Isso torna K-17 uma boa candidata para estudos sobre técnicas de detecção de rotação diferencial utilizando análise fotométrica.

Outro fato interessante é que por tratar-se de um sistema com um enorme planeta próximo, esse apresenta uma ótima oportunidade para testar teorias de maré, de extrema importância para entender as diferenças na evolução da rotação estelar de estrelas com e sem planetas. Dessa forma, desconsiderando os trânsitos planetários, as diferenças encontradas em nossas análises podem ser estudadas como originadas no perfil de rotação ou nas interações estrela-planeta.

Devemos salientar que para fazer pleno uso desse conjunto de técnicas de análise e as novas informações que são geradas, precisamos de uma compreensão detalhada da confiabilidade e integridade das medições feitas, sobretudo das taxas de rotação diferencial derivadas dessas curvas de luz. Em nosso estudo uma tentativa de jogar luz a esse problema é realizar um *blind test* por meio de curvas de luz simuladas que foram geradas utilizando um código em MATLAB que cria uma série temporal com rotação diferencial em dois grupos: com e sem trânsito planetário. A intenção é estudar os efeitos de cada parâmetro na série simulada e, com isso, entender melhor a estrutura de uma série temporal real.

Como iremos ver posteriormente, o Sol não gira como um corpo sólido rígido. Ele exibe um perfil de rotação em diferentes latitudes que chamamos de "rotação diferencial" a qual desempenha um papel fundamental no seu dínamo hidromagnético e como fonte de instabilidades magneto-hidrodinâmicas em seu interior. Podemos estudar a rotação diferencial solar em detalhes na fotosfera medindo a taxa de rotação em diferentes latitudes por deslocamentos Doppler das linhas espectrais, bem como usando manchas solares como marcadores do movimento do plasma circundante. Em estrelas distantes, temos informações muito mais limitadas porque apenas dados não resolvidos espacialmente podem ser adquiridos. Com o advento da fotometria espacial de alta precisão (como as missões espaciais CoRoT, Kepler e TESS) temos disponível um conjunto grande e homogêneo de medidas fotométricas de estrelas que representam um tesouro para estudar a rotação estelar e a rotação diferencial. Assim, visando recuperar a variabilidade solar

bem conhecida na literatura e ganhar confiabilidade e intuição na aplicação das nossas técnicas, usaremos a série temporal de irradiância solar total (TSI) adquirida pelo experimento VIRGO a bordo do satélite SoHO.

A curva de luz na banda passante óptica TSI do Sol não é estável o suficiente para permitir medir a rotação diferencial (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014). Portanto, devemos usar outras curvas de luz do Sol, em particular, na banda passante ultravioleta. O SOLSTICE⁶ foi um dos dez instrumentos a bordo da nave espacial UARS⁷ que forneceu à comunidade científica medições precisas e de longo prazo da irradiância espectral ultravioleta solar (UV) e ultravioleta distante (FUV). O SOLSTICE foi operado pelo Laboratório de Física Atmosférica e Espacial (LASP) da Universidade do Colorado em Boulder e esteve ativo de outubro de 1991 a setembro de 2001. Um de seus principais objetivos é fazer medições diárias da irradiância ultravioleta solar ($120\text{nm}–420\text{nm}$ com $\lambda/\Delta\lambda \approx 1000$), com isso em mente, usaremos duas séries temporais de irradiância solar com indicadores ultravioleta, a série temporal composta Lyman- α que inclui medições de vários instrumentos e modelos para construir uma longa série da irradiância solar integrada do disco sobre $121 – 122 \text{ nm}$ e a série de emissão solar da linha K de CaII integrada ao disco que é feita utilizando um espectrógrafo horizontal no espectro de $3898 – 3954 \text{ \AA}$.

1.3.3 *Objetivos*

O objetivo central da presente tese é revistar a problemática da medição da rotação estelar. No entanto, iremos restringir nossa pesquisa investigando tal problemática no contexto de sistemas planetários observados usando a técnica de trânsito planetário (fotometria).

Com a aplicação dos procedimentos de autocorrelação em função da escala de tempo, Periodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS), CLEANest sequencial, análise *wavelet*, Função de Autocorrelação e o método de Spot Modelling (modelagem de manchas) desenvolvido pelo professor Lanza (Lanza et al., 2003), nossos objetivos específicos são:

- Corrigir as curvas de luz fotométricas visando uma melhor preservação da variabilidade estelar intrínseca ao remover discontinuidades, *outliers* e efeitos instrumentais com a utilização dos nossos próprios vetores de base co-tendência (CBVs), quando for o caso, ou usar um algoritmo simples para remover essas tendências de longo prazo ajustando um polinômio de terceira ordem ou superior;
- Extrair o máximo de informação possível dos dados disponíveis da estrela Kelpier-17, ignorando o trânsito planetário já conhecido;

⁶SOLar STellar Irradiance Comparison Experiment

⁷Upper Atmosphere Research Satellite

- Analisar a série temporal da irradiância solar total (TSI), bem como outras curvas de luz solar na banda passante não visível ($MgII$ e Lyman- α) para recuperar a variabilidade solar bem conhecida na literatura e ganhar confiabilidade e intuição na aplicação das nossas técnicas;
- Determinar o período de rotação e outras periodicidades relacionadas com a atividade magnética de nossa amostra;
- Procurar por assinaturas características de rotação diferencial, já reportada em Lanza et al. (2019), utilizando os procedimentos ditos acima na análise da curva de luz estendida de Kepler-17, bem como as curvas de luz simuladas;
- Identificar similaridades e/ou distinções entre as assinaturas *wavelet* em função das curvas autocorrelacionadas para fatores de escalas de tempo distintas;
- Fazer uma discussão acerca do problema da medida da rotação diferencial superficial estelar em curvas de luz fotométricas.
- Analisar se de fato usar manchas estelares como traçadores de rotação diferencial superficial é sempre o mais adequado.
- Discutir o impacto da evolução dos indicadores de rotação diferencial superficial na confiabilidade da medida.

1.4 Plano de trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira:

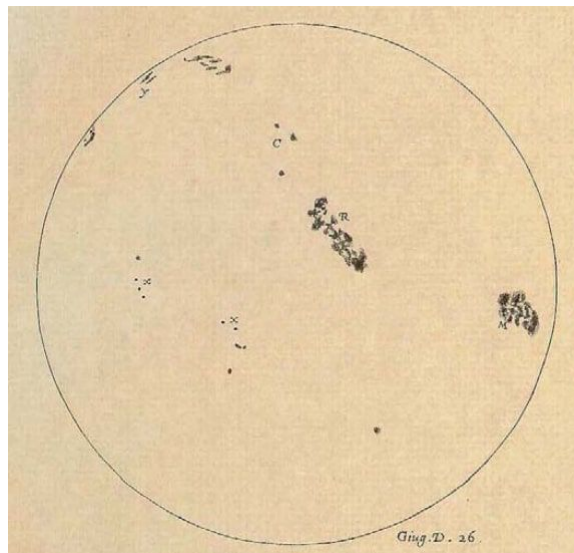
- No capítulo 1, apresentamos uma introdução ao tema de nosso trabalho, com a intenção de oferecer uma visão geral do conteúdo abordado, além de apresentarmos a motivação e os objetivos da nossa pesquisa.
- No capítulo 2, apresentamos um panorama geral sobre o problema da rotação estelar, com ênfase na rotação solar. Enfatizamos a ordem cronológica do estudo, os avanços e a rotação diferencial.
- No capítulo 3, comentamos brevemente sobre a atividade magnética estelar e sobre os principais indicadores que tentam medir tal atividade. Exibimos, no final do capítulo, um indicador que está relacionado ao fluxo fotométrico estelar.

- Em seguida, no capítulo 4, fizemos uma breve análise histórica sobre a transformada *wavelet* e descrevemos as principais *wavelets* utilizadas na literatura, com ênfase na *wavelet* de Morlet. Finalizamos o capítulo com a aplicação em alguns exemplos de curvas artificiais.
- No capítulo 5, fizemos uma breve discussão sobre a função de autocorrelação e a técnica de modelagem de manchas (Spot Modelling), as ideias por trás dessa abordagem e como podemos inferir a amplitude mínima de rotação diferencial das curvas de luz selecionadas.
- Já no capítulo 6, descrevemos nossa amostra e a metodologia empregada para coleta e análise dos dados, em que descrevemos as diferentes técnicas já empregada, bem como sua breve descrição e suas limitações para os objetivos de nossa pesquisa.
- No capítulo 7, apresentamos nossos resultados obtidos, além de uma discussão detalhada.
- Por fim, no capítulo 8, discorremos sobre nossas conclusões e perspectivas.

2 UMA BREVE HISTÓRIA DA ROTAÇÃO ESTELAR

A rotação é um fenômeno que se manifesta em escala universal desde os átomos até as galáxias. “*Epur si muove*”¹ disse Galileo Galilei ao afirmar que o Sol está girando, figura 7. Devido à rotação, o raio equatorial da Terra é cerca de 21,4 km mais longo que o seu raio polar. O mesmo também pode ser dito sobre as estrelas, em que os efeitos da rotação são em média muito maiores do que na Terra. Nas estrelas, o raio equatorial pode ser muito maior que o raio polar, até cerca de 1,5 vezes o raio polar. Isso mostra a importância dos possíveis efeitos rotacionais. A rotação é um fenômeno que acompanha toda a história evolutiva da estrela, desde a redistribuição do momento angular na formação da protoestrela até o estágio final da vida da estrela, como afirma de Freitas (2006). Além disso, enquanto a Terra gira como um corpo sólido, as estrelas podem ter uma rotação diferencial interna, como, por exemplo, um núcleo girando mais rápido que o envelope externo. Além disso, a rotação estelar não apenas produz um achatamento da configuração de equilíbrio, mas também impulsiona movimentos de circulação interna e várias instabilidades que transportam tanto os elementos químicos quanto o momento angular.

Figura 7: Galileo realizou observações de uma série de manchas solares e elaborou um conjunto de desenhos nos quais mostra as posições das manchas no disco solar.



Fonte: <http://www.portaldoastronomo.org/npod.php?id=135>.

As estrelas apresentam rotações que vão de valores menores que 10 km s^{-1} (por exemplo, estrelas do tipo *M*) até centenas de quilômetros por segundo (por exemplo, estrelas do tipo *Be*). A rotação influencia uma grande variedade de fenômenos estelares, tais como os processos de nucleossíntese e mistura convectiva de elementos químicos, formação de campos

¹Traduzida do italiano "Mesmo assim ela se move".

magnéticos, perda de massa e zona de habitabilidade em sua vizinhança (Nepomuceno, 2013). Ela pode influenciar em sua evolução em dois aspectos importantes: Em primeiro lugar, se for suficientemente rápida, pode afetar a estrutura interna da estrela por meio de uma redução efetiva da atração gravitacional em direção ao centro (devido à força centrífuga). Como resultado, teremos gradientes de pressão e temperatura em toda a estrela. Em segundo lugar, esses gradientes levam a fluxos de massas adicionais, que podem transportar material entre regiões de estrelas que, de outra forma, não seriam conectadas. Em particular, o último efeito leva a modificações observáveis da composição superficial das estrelas (Maeder, 2009). O que levou a um forte interesse na rotação estelar.

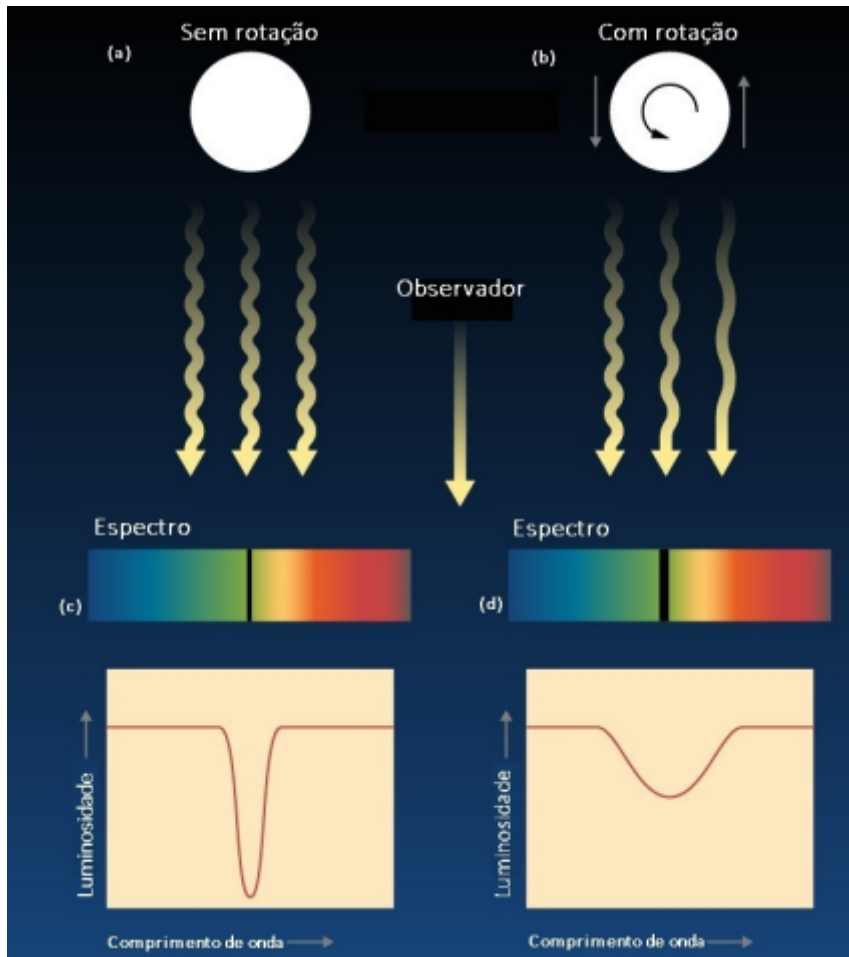
Existem várias maneiras de medir a taxa de rotação estelar, as duas principais técnicas empregadas são:

- A espectroscopia, que usa o alargamento Doppler das linhas espectrais da estrela e a partir disso, obtém a taxa de rotação equatorial projetada, e possivelmente a informação sobre rotação diferencial e escurecimento do limbo (ver figura 8). Uma das maneiras mais poderosas de analisar linhas espectrais para extrair taxas de rotação é pela análise de Fourier. A modelagem direta de perfis também funciona. Existem também métodos menos fundamentais, como a correlação cruzada de espectros, que são úteis para medir um grande número de estrelas após o método ter sido calibrado.
- Análise da série temporal fotométrica, que pode detectar a modulação rotacional causada por uma superfície estelar não uniforme, por exemplo, uma estrela com manchas (ver figura 9). A partir disso, obtemos o período de rotação e, possivelmente, alguma informação sobre a rotação diferencial e se as manchas mudam sua latitude ao longo do tempo.

A interação entre rotação estelar e convecção é a origem de vários fenômenos da atividade estelar. Para as estrelas da sequência principal, a taxa de rotação depende fortemente da idade estelar. Devido ao *magnetic braking* (em livre tradução, freio magnético), as estrelas perdem o momento angular ao longo do tempo e diminuem sua velocidade. Skumanich (1972) encontrou empiricamente uma relação de proporcionalidade entre a velocidade rotacional (v_{rot}) das estrelas e a raiz quadrada inversa de sua idade: $v_{rot} \sim t^{-1/2}$ (figura 10). Atualmente, um método chamado *girocronologia*² usa a relação de Skumanich acima para inferir as idades das estelares a partir da taxa de rotação (Barnes, 2007). Além disso, a taxa de rotação está fortemente correlacionada com a emissão de CaII e pode ser usada como uma medida da atividade estelar. Uma relação entre essas propriedades é frequentemente chamada de relação idade-rotação-atividade (Covey et al., 2017).

²A girocronologia é um método para estimar a idade de uma estrela de baixa massa como o Sol do seu período de rotação.

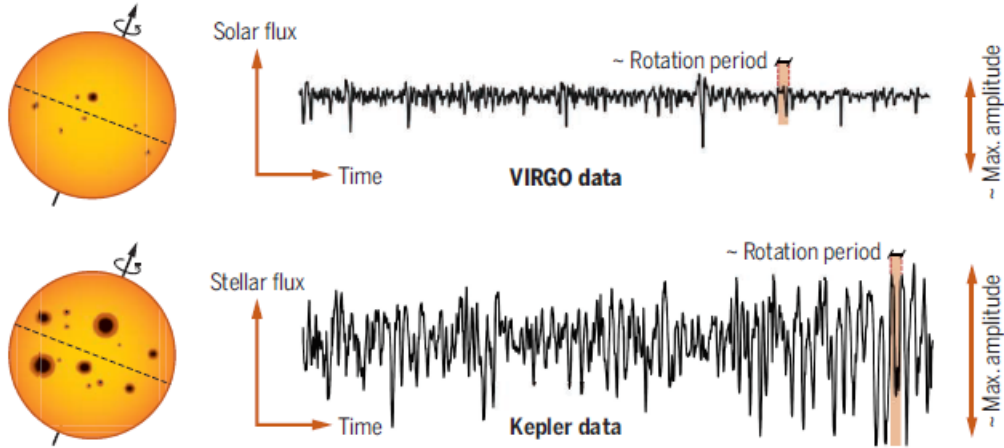
Figura 8: Representação do efeito Doppler observado no espectro estelar, no caso de estrelas sem rotação (a) e com rotação (b). A largura das linhas de absorção numa estrela sem rotação (c) é menor, em relação, ao que é observado para o caso com rotação (d). O alargamento das linhas espectrais indicam a intensidade da rotação. Quanto maior for o alargamento das linhas espectrais, maiores serão os valores de velocidade, conseqüentemente, quando menor for seu alargamento, menor é sua velocidade de rotação.



Fonte: Oliveira (2019)

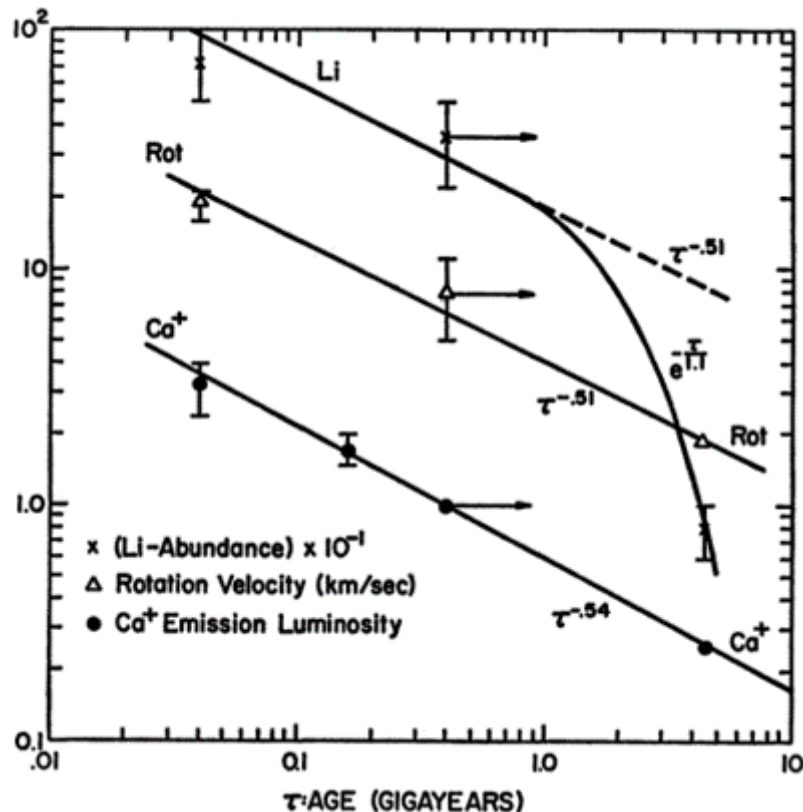
Além da famigerada lei de Skumanich, outras leis de escala surgiram na literatura com o objetivo de explicar o comportamento rotacional em que a referida lei apresentava falhas. Dentre elas, temos a lei de Barry *et al.* (Barry; Cromwell; Hege, 1987), a lei de Soderblom *et al.* (Soderblom; Duncan; Johnson, 1991) e a lei de Pace & Pasquini (Pace; Pasquini, 2004). Enquanto a lei de Skumanich tem expoente $-1/2$, as outras leis mencionadas apresentam expoente $-2/3$, $-3/4$ e $1,47$, respectivamente (de Freitas, 2009b). Por outro lado, de Freitas e de Medeiros (2013) apresentaram um arcabouço generalista, na qual pode derivar as referidas leis e qualquer outra, uma vez que o seu expoente é um parâmetro livre. Eles propõem uma nova abordagem para o estudo do *magnetic braking* em estrelas do tipo *F* e *G* limitadas em idade e massa, no qual os autores conseguiram uma conexão entre a perda de momento angular, devido ao vento estelar magnético, com a mecânica estatística não extensiva de Tsallis ($v_{rot} \sim t^{\frac{1}{(1-q)}}$).

Figura 9: Conforme a estrela gira, as manchas modulam seu brilho, revelando a rotação estelar e as propriedades magnéticas. A amplitude da modulação é proporcional à área das manchas. Dados do instrumento VIRGO e do satélite Kepler mostram que estrelas com propriedades semelhantes às do sol são normalmente mais ativas.



Fonte: (Santos; Mathur, 2020)

Figura 10: A figura mostra como a emissão de $CaII$, relacionado à atividade magnética, à rotação e à abundância de lítio mudam com a idade estelar.

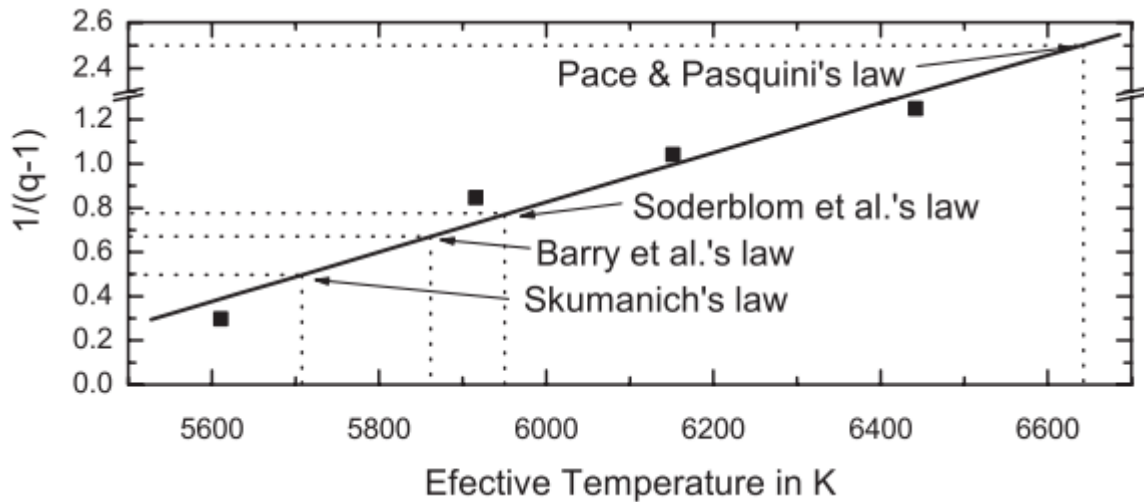


Fonte: (Skumanich, 1972).

Os resultado mostraram que as principais relações rotação-idade conhecidas na literatura, podem ser bem reproduzida usando uma abordagem não extensiva, em que o índice q está relacionado ao grau de não extensividade. Tal índice, pode está associando a processos no dínamo estelar e

a própria geometria do campo magnético, oferecendo informações relevantes sobre o nível de *magnetic braking* (ver figura 11).

Figura 11: A figura mostra uma dependência linear entre a temperatura efetiva e o parâmetro $1/(q-1)$. Por exemplo, a lei de Schumanich ($1/(q-1) = 0,5$) corresponde a estrelas com temperatura efetiva solar, enquanto a lei de Pace e Pasquini corresponde às estrelas mais quentes.



Fonte: Adaptado de Freitas e de Medeiros (2013).

2.1 Rotação diferencial superficial

O perfil de rotação estelar não é uniforme, a *heliosismologia*³ revela que a região do Sol acima da camada convectiva externa (cromosfera e fotosfera, por exemplo) apresenta uma grande disseminação das taxas de rotação em diferentes latitudes, enquanto o interior mantém um perfil de corpo rígido até a zona convectiva que, por sua vez, tem uma forte dependência com a latitude e o raio solar. A força de Coriolis atua na turbulência da zona convectiva e redistribui o momento angular alterando o comportamento de rotação global, levando à rotação diferencial (RD) da superfície, como pode ser visto na figura 12. Uma descrição teórica detalhada dessa figura pode ser encontrada em Kitchatinov (2015). No contexto do interior estelar, a RD é estudada pela *asterosismologia*, em que as informações extraídas na fotosfera podem dar uma pista sobre o comportamento da zona convectiva. Na verdade, a asterosismologia funcionaria melhor com dados da cromosfera estelar, no entanto, é necessário a chegada de instrumentos que operam na cadência das microvariabilidades que operam nessa região. O satélite PLATO (sigla em inglês para PLANetary Transits and Oscillation of stars), que será lançado em 2026, tem esse propósito (Goupil, 2017).

No Sol, a região equatorial gira mais rápido que os polos, ou seja, a velocidade

³A heliosismologia é o estudo da propagação das ondas de pressão no Sol.

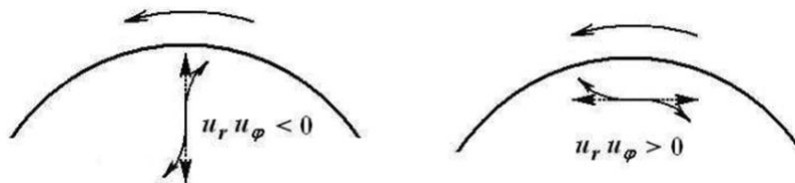
angular Ω depende da latitude θ . Essa RD latitudinal é geralmente descrito pela equação

$$\Omega(\theta) = \Omega_{eq}(1 - \alpha_{\odot} \sin^2 \theta) \quad (2.1)$$

com Ω_{eq} sendo a velocidade angular no equador e α_{\odot} ($\Delta\Omega/\Omega_{eq} = 0.2$) o cisalhamento horizontal relativo do Sol (Reinhold; Reiners; Basri, 2013). Em geral $\alpha > 0$ é conhecido como RD do tipo solar, $\alpha < 0$ é chamado de RD do tipo anti-solar, e $\alpha = 0$ fornece rotação do corpo rígido. O cisalhamento absoluto $\Delta\Omega$ entre o equador e o polo (Ω_{polo} sendo a velocidade angular no polo) está ligado a α pela relação

$$\Delta\Omega = \Omega_{eq} - \Omega_{polo} = \frac{2\pi}{P_{eq}} - \frac{2\pi}{P_{polo}} = \alpha\Omega_{eq} \quad (2.2)$$

Figura 12: Ilustração do transporte de momento angular por mistura turbulenta. O sentido de rotação é mostrado no topo. Na *esquerda*: movimento radial original (setas tracejadas) é perturbado pela força de Coriolis para que o produto $u_r u_\phi$ (componente radial e azimutal da velocidade dos tubos convectivos) seja negativo e o momento angular seja transportado para baixo. Na *Direito*: $u_r u_\phi > 0$ para mistura horizontal produzindo o transporte ascendente do momento angular. A mistura anisotrópica com diferentes intensidades de movimentos radiais e horizontais é necessária para o fluxo líquido do momento angular emergir.

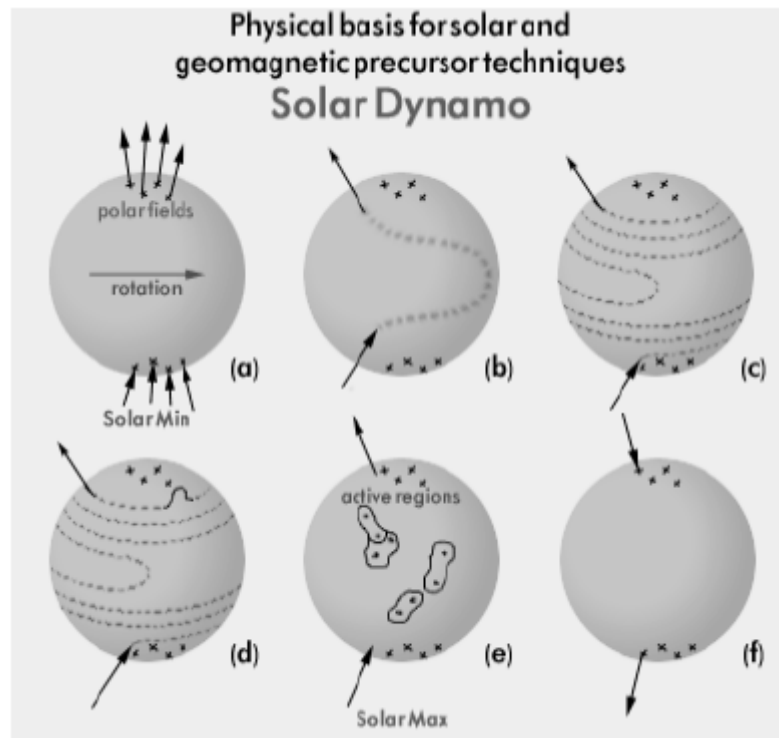


Fonte: (Kitchatinov, 2015).

Acredita-se que RD é um dos principais ingredientes do mecanismo de geração e condução do campo magnético estelar. A alta condutividade elétrica do plasma faz com que as linhas de campo acompanhe seu movimento e deforme sua topologia, ver figura 13. Dínamos turbulentos operando em estrelas podem produzir campos magnéticos intensos que são capazes de transformar campos poloidais em campos toroidais, e vice-versa. Esse efeito torna-se ainda mais importante quando as estrelas são totalmente convectivas, como é o caso das estrelas tipo M tardia (Morin et al., 2008). Além disso, a intensidade da RD varia com o tipo espectral da estrela. Barnes et al. (2005) descobriram que $\Delta\Omega$ aumenta fortemente com a temperatura efetiva (lembrando que temperatura efetiva é sinônimo de classe espectral e massa estelar). Para temperaturas acima de 6000K, essa tendência foi confirmada por outros autores (Reiners; Schmitt, 2002). Isto poderia ser uma sugestão para diferentes mecanismos de dínamo, mas o papel final do RD ainda não é compreendido.

O RD é muito mais difícil de se medir, já que somente se conhece razoavelmente bem a superfície do Sol. No entanto, manchas estelares localizadas em diferentes latitudes

Figura 13: Ilustração do dínamo Solar. Em (a) os campos magnéticos polares do Sol próximos ao período mínimo de manchas solares, (b) esses campos são envolvidos pela rotação diferencial e em (c) formam campos toroidais. Esses campos, mais tarde no ciclo, flutuam para a superfície do Sol e entram em erupção (d) para formar regiões ativas contendo manchas solares (e). Regeneração do campo polar do Sol com inversão de polaridade (f), permitindo que o processo se repita 11 anos depois, de forma anti-simétrica.



Fonte: (Schatten; Franz, 2005).

são marcadores úteis para RD. Observações detalhadas das manchas solares mostram que o número de manchas visíveis, de um mínimo a outro mínimo de atividade, obedece um ciclo de aproximadamente 11 anos. Essas manchas não aparecem aleatoriamente na superfície solar, mas estão concentradas simetricamente nos dois hemisférios. No período de mínimo solar (número muito baixo de manchas), as manchas se formam em latitudes em torno de 40° em ambos os hemisférios. Em alguns poucos casos elas podem aparecer em latitudes um pouco maior e quase nunca no equador. Na verdade, as manchas nos dois hemisférios tendem a desaparecer quando se aproximam do equador porque a força de Coriolis⁴ é nula nessa faixa.

O início de um novo ciclo é caracterizado pelo reaparecimento de manchas em maiores latitudes. Esse padrão de formação de manchas a cada ciclo em latitudes maiores e a migração para menores latitudes constitui um padrão denominado lei de *Spörer*⁵, representado pelo diagrama borboleta de Maunder. É importante notar o que está mudando é a localização

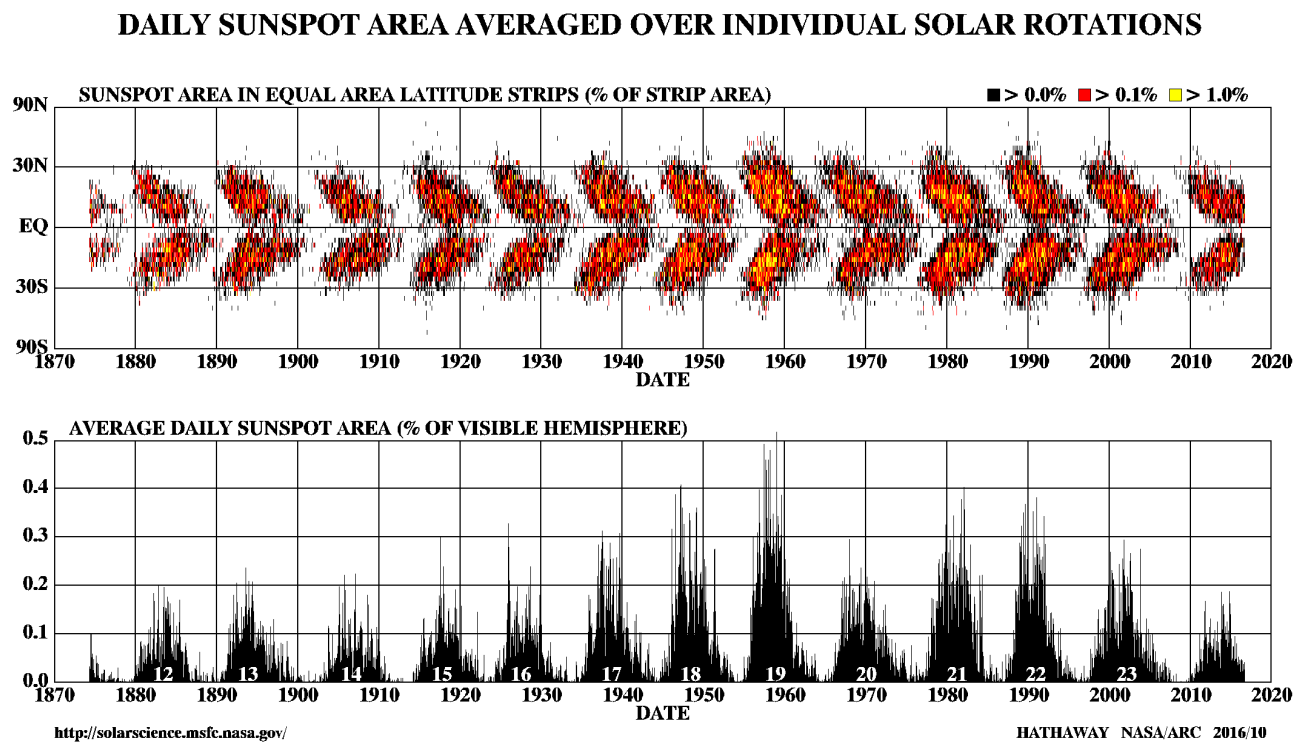
⁴A força inercial de Coriolis ou pseudo-força de Coriolis é uma pseudo-força ou força inercial percebida apenas por observadores solidários a referenciais não-inerciais animados de movimento de rotação em relação a um referencial inercial.

⁵A lei de Spörer mostra a variação das latitudes das manchas solares durante um ciclo solar, foi descoberto pelo astrônomo inglês Richard Christopher Carrington em 1861, e refinada pelo astrônomo alemão Gustav Spörer.

do surgimento das manchas, enquanto as manchas individuais, durante seu tempo de vida, não alteram sua latitude em relação ao superfície solar.

A teoria mais aceita para explicar esse movimento cíclico em distintas latitudes engloba a produção e relaxação de tensões magnéticas por RD. A deformação e o alongamento das linhas de campo magnético são maior a latitudes mais altas, que por sua vez irrompem-se através da fotosfera para formar manchas. Quando essa deformação magnética, em torno de 40° , está sendo relaxada por erupções solares (flares), a tensão continua a crescer em menores latitudes, o que explica a lei de *Spörer* e o diagrama borboleta (Schatten; Franz, 2005).

Figura 14: *Painel superior*: Diagrama borboleta mostrando as posições de surgimento das manchas para cada rotação solar desde maio de 1874. *Painel inferior*: O ciclo de 11 anos observado por meio do número de manchas registrado ao longo de vários anos.



Podemos também inferir uma medida da RD utilizando o espectro de potência de Fourier na curva de luz de uma estrela (Reiners; Schmitt, 2002; Barnes et al., 2005). Isso porque é praticamente impossível reproduzir o diagrama Borboleta para estrelas além do Sol, isso demandaria uma instrumentação colossal para mapear as manchas estelares por latitude. As manchas ativas em latitudes distintas rotacionam em períodos diferentes o que produziria vários picos espaçados próximos no espectro de potência. Entretanto, tais picos também podem aparecer como um único pico alargado, esse mesmo efeito pode aparecer se o tempo de vida médio das traçadores for curto. Da mesma forma, o imageamento Doppler pode ser usado para rastrear regiões ativas e seguir sua migração ao longo do tempo para tirar conclusões sobre a

lei de rotação estelar usando com base em seus efeitos nos perfis da linha espectral (Kovári et al., 2004). Uma outra técnica bastante utilizada para medir RD de superfície é o método da transformada de Fourier (Reiners; Schmitt, 2002), analisando as formas dos perfis de linha ampliados pelo deslocamento Doppler em diferentes latitudes. Um outro método é baseada na *asterosismologia*, na qual a divisão de frequência das oscilações globais é explicada em termos de diferentes taxas de rotação latitudinal (Gizon; Solanki, 2004). Seguindo uma outra abordagem, Lanza, Rodono e Zappala (1993) simulou manchas em curvas de luz de estrelas e detectaram diferentes períodos tomando a transformada de Fourier.

2.2 Rotação do Sol

Nosso conhecimento do perfil de rotação solar é o quadro mais detalhado de rotação que temos para qualquer estrela. Algumas das primeiras observações da rotação solar, por meio das manchas solares, incluem as de Johannes Fabricius, Galileo Galilei e Christopher Scheiner no século XVII, como já mencionado anteriormente. Desde então, o estudo da rotação solar avançou consideravelmente, utilizando fotometria (modulação da curva da luz por rotação permite obter períodos de rotação), espectroscopia (o alargamento das linhas espectrais é parcialmente devido à rotação da superfície), asterosismologia (a divisão dos modos de oscilação devido à rotação permite a reconstrução do perfil de rotação de algumas estrelas além do Sol) e espectropolarimetria (modulação do sinal polarizado por rotação, permitindo derivar os períodos de rotação e rotação diferencial latitudinal de superfície) (Iniesta, 2003).

Os métodos usados para estudar a rotação do Sol podem ser amplamente divididos em três grupos, que também estão em algumas variações aplicáveis às estrelas. São elas:

- método espectroscópico da velocidade radial via Desvio Doppler;
- método de análise de série temporal usando diferentes ferramentas estatísticas para traçar as características da superfície em todo o disco solar;
- métodos empregados no estudo da heliosismologia.

Os dois primeiros métodos são predominantemente sensíveis à superfície, enquanto a heliosismologia sonda a rotação no interior solar em camadas abaixo da fotosfera. Observatórios notáveis dedicados à heliosismologia incluem as missões espaciais SoHO (sigla em inglês para Solar and Heliospheric Observatory) (Domingo; Fleck; Poland, 1995), SDO (Solar Dynamics Observatory)(Pesnell; Thompson; Chamberlin, 2011), e as redes de observação baseadas em telescópios terrestres, como GONG (Global Oscillation Network Group)(Harvey et al., 1988) e BiSON (Birmingham Solar-Oscillations Network)(Chaplin et al., 1996).

2.2.1 *Rotação superficial*

As primeiras observações da rotação diferencial (simplificado pelo símbolo RD) de superfície no Sol foram realizadas medindo a rotação das manchas solares ao atravessar a superfície solar. A taxa de rotação de pontos perto do equador foi vista como sendo mais rápida do que aquelas em latitudes mais altas. Hoje, a variação da rotação solar com latitude é tipicamente representada por $\Omega(\theta)/2\pi = A + B\sin^2(\theta) + C\sin^4(\theta)$, (Howard; Harvey, 1970), em que θ é a latitude solar, A é a taxa de rotação equatorial, B e C definem a taxa de diminuição com a latitude. Houve vários estudos de rotação (Beck, 1999) e para cada método distinto, retorna valores diferentes dos coeficientes de $\Omega(\theta)$, por exemplo, a taxa de rotação equatorial $A = 453,75\text{nHz}$ (25,51 dias) medido por espectroscopia e $A = 473,01\text{nHz}$ (24,47 dias) medido por marcadores de superfície (Snodgrass, 1990). Isso pode refletir a sensibilidade à rotação de cada método, variando com a profundidade do sol. Os métodos espectroscópicos são principalmente sensíveis a profundidades, nas quais o plasma superficial se torna opticamente espesso em um dado comprimento de onda (a fotosfera), enquanto os traçadores de superfície podem ser enraizados mais profundamente dentro do Sol, e assim sentir a rotação nessa profundidade. As taxas de rotação do traçador de superfície parecem coincidir com aquelas observadas via helioseismologia em profundidades imediatamente abaixo da fotosfera, mas pode muito bem ser uma média ponderada de um intervalo mais amplo de profundidades.

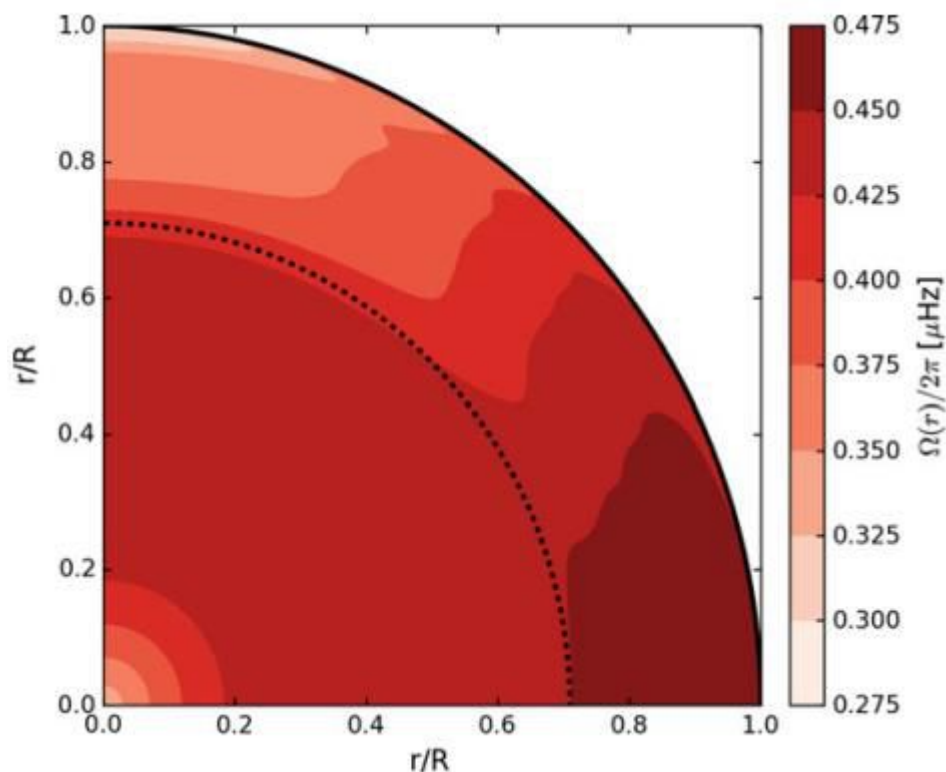
2.2.2 *Rotação diferencial na zona convectiva*

A heliosismologia é a única ferramenta disponível para sondar a rotação do interior solar. Resumidamente, a heliosismologia estuda as oscilações acústicas de modos de pressão que se propagam através do interior solar. Essas ondas são perturbadas pela rotação e revelam as taxas de rotação interna em vários raios e latitudes. Os princípios e conceitos desse método são em grande parte idênticos aos da asterosismologia (White et al., 2011).

A figura 15 apresenta o perfil de rotação solar em 2D (Schou et al., 1998) que é o resultado da inversão heliosísmica das perturbações para as oscilações acústicas. A zona de convecção, localizada entre a superfície e a curva tracejada, mostra uma forte variação latitudinal similar àquela observada pelas medidas de superfície. Existe uma camada de cisalhamento relativamente fina perto da superfície, que abrange apenas uma pequena porcentagem do raio solar externo. Nessa camada, a taxa de rotação aumenta para latitudes abaixo de $\sim 70^\circ$ e, acima dessa latitude, o cisalhamento inicialmente se torna muito fraco e depois muda de sinal em latitudes mais altas. Abaixo da camada de cisalhamento próxima da superfície, a taxa de rotação torna-se aproximadamente constante com o raio, tendo apenas um pequeno gradiente radial. O gradiente latitudinal é semelhante ao da superfície e mantido ao longo de uma grande

parte da zona de convecção. Logo abaixo da zona de convecção encontra-se uma camada de cisalhamento mais forte. Acredita-se que essa camada, chamada tacoclina, seja um dos principais impulsionadores do dínamo magnético solar (Basu; Antia, 2003) e esteja localizada em um raio de $0,69R_{\odot}$ e com uma largura de $0,02R_{\odot}$, mas especula-se que ela pode se mover levemente para fora e se tornar um pouco mais estreita em latitudes mais altas. Abaixo de $\sim 35^{\circ}$ de latitude a rotação do envelope é marginalmente mais rápida que a do interior, enquanto para latitudes mais altas o gradiente de rotação na camada de cisalhamento muda de sinal, produzindo um polo giratório mais lento. No entanto, a taxa de rotação média no envelope convectivo é cerca de 50 nHz mais lenta do que na radiação interna.

Figura 15: O perfil de rotação solar em $2D$ derivou de inversões heliosísmicas (Larson; Schou, 2015). O perfil é simétrico em torno do equador e não varia com o comprimento. As medidas são insensíveis às altas latitudes polares ($> 75^{\circ}$) e ao núcleo profundo (abaixo de $r \approx 0,2R_{\odot}$). Portanto, os valores mostrados aqui não devem ser considerados representativos das taxas reais de rotação nessas regiões. A linha tracejada indica a base da zona de convecção.



Fonte: Livro - Differential Rotation in Sun-like Stars from Surface Variability and Asteroseismology do Autor - Martin Bo Nielsen.

2.2.3 Rotação no núcleo

Abaixo da tacoclina, o perfil de rotação passa do invólucro com rotação diferencial para o interior radiativo que gira solidamente. As medições heliosísmicas indicam que não há gradientes no perfil de rotação até $\sim 0,2R_{\odot}$, ponto em que as incertezas de medição aumentam dramaticamente. Neste ponto, as oscilações acústicas usadas para medir a rotação na zona de

convecção perderam grande parte de sua sensibilidade, daí as grandes incertezas na taxa de rotação. No entanto, acredita-se que o perfil de rotação do corpo sólido continue até o núcleo solar (Howe, 2009).

2.2.4 Rotação diferencial de condução

Atualmente, muito trabalho está sendo feito para entender os mecanismos exatos para estabelecer e manter o perfil de rotação diferencial visto no Sol (ver a revisão de Miesch (2005)). O momento angular é assumido como sendo redistribuído de quatro maneiras: circulação meridional que é um fluxo circulatório na direção radial e latitudinal, movimento convectivo na direção radial, forças magnéticas e difusão viscosa (Thompson et al., 2003a). A localização e o papel de cada um desses termos, no entanto, ainda é incerto. Embora os termos de difusão magnética e viscosa sejam provavelmente pequenos na zona de convecção, as condições dentro ou perto da tacoclina em que o termo magnético pode se tornar mais importante são ainda desconhecidas.

3 ATIVIDADE MAGNÉTICA ESTELAR

Diversas técnicas de observação têm evidenciado que o magnetismo é um fenômeno ubíquo no Universo. A origem e o mecanismo regenerativo do magnetismo são temas de grande interesse no campo da astrofísica estelar, uma vez que essas observações permitem teorizar sobre o papel desempenhado pelos campos magnéticos na evolução do Universo. A existência do magnetismo estelar foi comprovada pela primeira vez por Hale (1908), quando ele observou o alargamento das linhas espectrais (conhecido como *efeito Zeeman*¹) no espectro das manchas solares. Com essa importante descoberta, iniciou-se uma corrida para estabelecer uma teoria que descrevesse o magnetismo em escala estelar e planetária.

As teorias modernas que explicam o magnetismo estelar surgiram de uma questão crucial: o campo magnético das estrelas evoluem no tempo ou ele é essencialmente constante? Essa dúvida motivou o desenvolvimento de estudos que buscam entender a origem e a regeneração do magnetismo em corpos celestes. Um dos primeiros esforços para explicar o campo magnético da Terra e do Sol foi realizado por Larmor (1919). Ele propôs que corpos astronômicos poderiam gerar campos magnéticos por meio de um processo chamado de dínamo auto-excitado (Nelson; de Medeiros, 2012). Atualmente, sabe-se que existem três processos possíveis para gerar campos magnéticos em estrelas: dínamo, rotação diferencial e a *pilha de Biermann*². A compreensão mais detalhada desses processos pode ser encontrada na tese de Freitas (2009a).

A atividade magnética das estrelas é composta por uma ampla variedade de fenômenos que levam a flutuações no seu fluxo luminoso. Alguns exemplos desses fenômenos são as manchas estelares, que surgem em regiões ativas de intenso campo magnético, as fáculas, que são áreas mais luminosas do que as regiões circundantes, e os flares, explosões na superfície estelar que liberam quantidades enormes de energia e causam alterações no brilho da estrela. Alguns indicadores como a emissão CaII, ou a emissão de linhas de H α e K ou ainda a emissão de raios-X, associados aos fenômenos mencionados logo acima são usados para medir a atividade magnética e muito úteis, porque estão fortemente correlacionados com a rotação para estrelas do tipo tardia, estrelas de alta rotação estão sempre ativas por causa do forte campo magnético gerado. Burasi (1997) mostrou que tubos de fluxos do material estelar subindo através da envoltória convectiva são deslocados para regiões polares em estrelas que giram rapidamente no início da sequência principal. Isso acontece devido à força de Coriolis e se intensifica para estrelas do tipo M e K devido a maior profundidade da zona convectiva, implicando que estrelas de baixa

¹ O efeito Zeeman é o desdobramento das raias espectrais de um espectro em resposta à aplicação de um campo magnético externo.

² A pilha de Biermann propõe que a pressão parcial do gás de elétrons em uma estrela em rotação atua com uma bateria, conduzindo a corrente elétrica que mantém um campo magnético em torno de um eixo de rotação.

massa que giram de modo rápido possuem frações menores da superfície estelar disponível para exibir atividade magnética. Além disso a presença de $H\alpha$ na ampla gama de frequências e energia que abrange os flares é o parâmetro que faz a distinção entre estrelas ativas e inativas, como considerado por Hawley et al. (2014).

3.1 Indicadores de atividade estelar

Alguns fenômenos espectroscópicos e fotométricos conhecidos por estarem associados com a atividade solar (por exemplo, raios-X, emissão de rádio, variabilidade fotosensível) foram observados em espectros estelares e interpretados, por analogia, com fenômenos solares (por exemplo, campos magnéticos, manchas estelares e erupções), a detecção só é possível quando o grau da atividade inferida é substancialmente maior nas estrelas observadas do que no sol. Parece que o Sol é uma estrela muito comum e que qualquer fenômeno de atividade solar pode estar presente mais cedo em algumas outras estrelas.

Felizmente, alguns indicadores de atividade são suficientemente sensíveis para nos permitir explorar níveis de atividades estelares comparáveis aos encontrados no Sol. Algumas linhas de emissão, como as linhas CaII H+K e, mais recentemente, de MgII, são os indicadores comuns mais amplamente usados de atividade solar e estelar. Fortes correlações entre as forças dessas linhas em uma dada amostra de estrelas sugerem a presença de um fator subjacente comum, como o campo magnético. A correlação entre a emissão de CaII e os campos magnéticos solares foi, de fato, bem estabelecida.

O desenvolvimento do “fotômetro H+K” por Arthur H. Vaughan ³, como parte do Projeto H+K, permitiu a amostragem rápida da emissão cromosférica de uma estrela (geralmente menos de 10 minutos por estrela), medida pelo índice de fluxo H-K. Esse índice é dado pela razão entre o número de fótons passando por fendas alinhadas com as linhas de emissão H-K para os fluxos correspondentes através de fendas mais largas afastadas dos núcleos de linha. Este instrumento pode obter medições de fluxo de H-K com uma precisão reproduzível de 1 a 2%, apesar dos efeitos da atmosfera da Terra e dos pequenos movimentos da imagem da estrela.

3.1.1 Índices de atividade cromosférica S e R'_{HK}

A previsão e a compreensão dos ciclos da atividade estelar continuam sendo uma área de intenso esforço teórico e observacional na astrofísica atual e um dos principais objetivos dessa área é entender a física que controla esse mecanismo. Em particular, a atividade cromosférica determina a quantidade de energia global emitida pela cromosfera estelar. A cromosfera é uma

³Arthur H. Vaughan estudou engenharia física na Universidade de Cornell e recebeu seu Ph.D. em física, matemática e astronomia da Universidade de Rochester, em 1964. Ele serviu por 17 anos como um astrônomo pessoal do Observatório Mt. Wilson (OMW). No final da década de 1970, ele forneceu o design óptico para a primeira geração de câmeras de campo amplo e planetária da JPL-Caltech para o telescópio espacial Hubble.

região caracterizada principalmente por uma inversão do gradiente de temperatura e situada entre a fotosfera e a corona. A atividade magnética (cromosférica) das estrelas da sequência principal varia com o tempo e as emissões de núcleo de linha CaII H+K representam o critério de atividade mais sensível no espectro visível. Wilson (1968) engajou-se em um programa no observatório Mt. Wilson (OMW) e usou um telescópio com um fotômetro de dois canais, centralizando com um canal na linha CaII H+K e com o outro canal contando em duas janelas 25\AA (R e V), separadas por 250\AA , em ambos os lados da região CaII H+K. O índice CaII H+K é definido pela relação S das contagens nas janelas H e K sobre aquelas nos canais R e V.

Para quantificar a atividade cromosférica, pesquisadores utilizaram dados do Observatório de Mt. Wilson (OMW) para definir o índice S como depende do fluxo de CaII das linhas H+K e R+V (Cincunegui, C.; Díaz, R. F.; Mauas, P. J. D., 2007). O programa desenvolvido pelo OMW surgiu com o intuito de descobrir se existiam outras estrelas análogas solares que apresentassem o mesmo ciclo de atividade que o Sol. Paralelamente criava-se uma base teórica para compreender os mecanismos responsáveis pelos ciclos magnéticos de estrelas do tipo solar.

O índice de fluxo S é definido da forma:

$$S = \alpha \frac{H + K}{R + V} \quad (3.1)$$

em que H , K , R e V representam o fluxo total em cada faixa. Isto significa medir o número de contagem de fótons que passa em cada uma das respectivas janelas. O α é uma constante de calibração que geralmente possui valor de 2.3 ou 2.4 conforme Duncan et al. (1991).

3.1.2 A conversão do índice S em R'_{HK}

O índice S fornece um fluxo que contém contribuições das componentes cromosférica e fotosférica. Dessa forma, é preciso restringir e separar a medida fotosférica do fluxo total. Para realizar esse procedimento utilizaremos o método introduzido por Noyes, Weiss e Vaughan (1984), definido da seguinte maneira:

$$R_{HK} = R'_{HK} + R_{\text{phot}}(B - V) \quad (3.2)$$

em que R_{HK} representa o fluxo total e R'_{HK} representa a componente cromosférica. Para remover o termo de cor do índice S , Middelkoop (1982) desenvolveu um método para corrigi-lo como função do $(B - V)$, em que $(B - V)$ é o índice de cor da estrela e representa a diferença entre a magnitude da estrela quando medida na região azul do espectro e aquela quando medida na região visual (amarela). Logo, temos:

$$R'_{HK} = C_{\text{cf}}(B - V)S - R_{\text{phot}}(B - V) \quad (3.3)$$

em que $C_{cf}(B - V)$ é um fator de conversão que transforma o fluxo dos canais R e V para o contínuo, e R_{phot} é a contribuição fotosférica. Essas medidas são determinadas da seguinte forma:

$$\log C_{cf} = 0.25(B - V)^3 - 1.33(B - V)^2 + 0.43(B - V) + 0.24 \quad (3.4)$$

$$\log R_{phot} = -4.898 + 1.918(B - V)^2 - 2.893(B - V)^3 \quad (3.5)$$

Feita a conversão, como mostra a equação acima, o único parâmetro envolvido na determinação do fluxo cromosférico é o índice de cor $(B - V)$ da estrela.

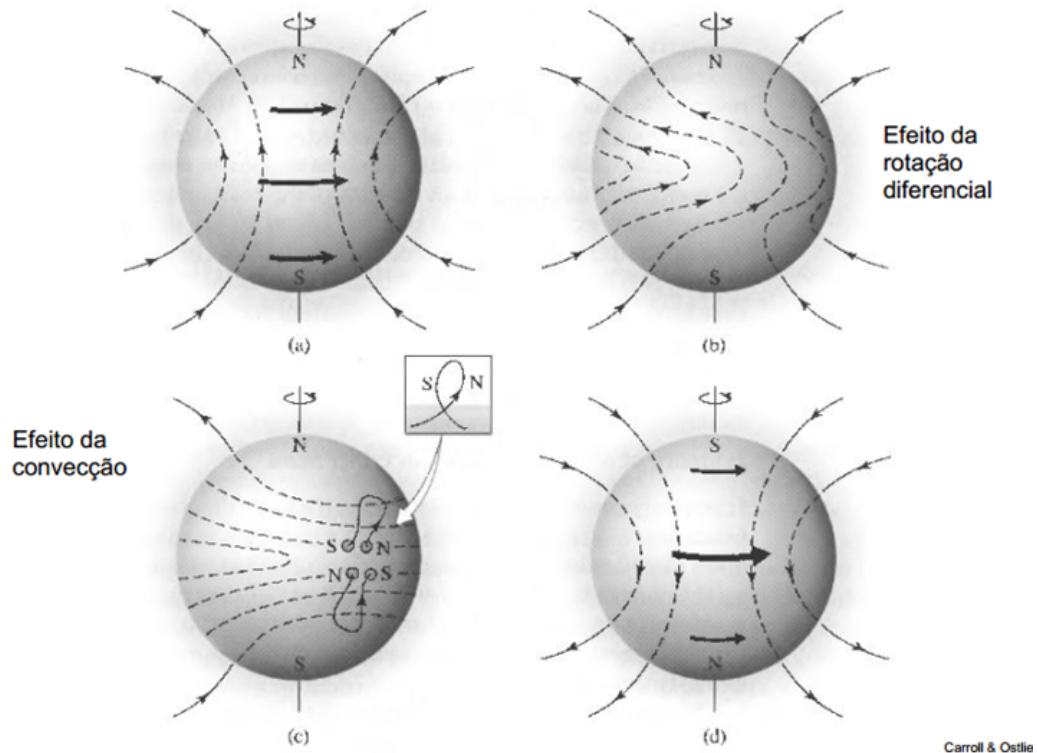
3.1.3 O número de Rossby

Como a atividade estelar é claramente influenciada tanto pela velocidade de rotação quanto pela convecção, os teóricos procuraram uma combinação particular das duas, o que poderia fornecer uma relação mais precisa entre elas. Para estrelas do tipo solar, Noyes, Weiss e Vaughan (1984) descobriram que a razão entre o período de rotação e o tempo de giro dos maiores redemoinhos convectivos, conhecido como o número de Rossby fornece essa relação. Esse parâmetro é uma grandeza física adimensional introduzida pelo meteorologista sueco Carl Gustaf Arvid Rossby (1898-1957) para explicar o movimento do fluido de ar na atmosfera. Embora tenha havido algumas críticas a essa abordagem, não se pode negar que ela funciona muito bem com a emissão da CaII e com todos os outros diagnósticos cromosféricos. Quando introduzimos esse conceito ao estudo da dinâmica estelar ele torna-se um parâmetro fundamental para se determinar o quanto a rotação interfere no processo de convecção, em outras palavras, podemos avaliar quantitativamente a eficiência do dínamo na tentativa de explicar como é produzido e amplificado o campo magnético nas estrelas.

O campo magnético estelar possui duas componentes distintas: o campo magnético poloidal (na direção dos polos) e o campo toroidal (paralelo às linhas de latitude). A interação entre esses dois campos é o principal fator para que o mecanismo do dínamo estelar seja autossuficiente, como foi visto no capítulo 2. A rotação estelar, assim como a convecção, é o principal agente dessa interação. Na figura 16 temos a representação esquemática do mecanismo de dínamo estelar, denominado efeito $\alpha - \omega$. O chamado efeito- ω é quando um campo poloidal inicial é convertido em um campo magnético toroidal em consequência da rotação diferencial. A turbulência do plasma agregada à força de Coriolis que causam o surgimento de campos magnéticos poloidais secundários e que, em média, geram um campo poloidal em larga escala, processo conhecido como efeito- α .

Uma das maneiras de representar o número de Rossby é por meio da razão entre dois tempos característicos, o período de rotação (P_{rot}) e o tempo de convecção (τ_c). Dessa forma,

Figura 16: Ilustração esquemática dos processos do dínamo solar e o efeito α - ω .



Fonte:(Sanchez et al., 2013)

podemos calculá-lo da seguinte forma:

$$R_0 = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_c}. \quad (3.6)$$

Utilizando-se a relação descrita por Durney e Latour (1978), podemos explicitar a relação existente entre rotação e convecção pela seguinte equação:

$$R_0 = \frac{v_c}{\left(\frac{l}{R}\right)v_r} \quad (3.7)$$

em que v_c é a velocidade de convecção, v_r é a velocidade de rotação, l é a profundidade da zona convectiva e R é o raio estelar. Por essa equação 3.7 vemos que, quanto maior a velocidade de rotação, menor será o número de Rossby e isso nos dá uma ideia quantitativa da eficiência do dínamo estelar.

Para calcular o tempo característico de convecção, τ_c , utilizaremos uma relação empírica obtida por Noyes, Weiss e Vaughan (1984), relacionando o índice de cor ($B - V$) para estrelas e o $\log \tau_c$, dado pelas seguintes expressões:

$$\log \tau_c = \begin{cases} 1.362 - 0.166x + 0.025x^2 - 5.323x^3 & \text{se } x > 0 \\ 1.362 - 0.14x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

em que $x = 1 - (B - V)$.

Sabendo que $\log \tau_c$ é o tempo de giro da zona convectiva local, podemos parametrizá-lo com o número de dínamo (N_D) para determinar a eficiência do dínamo. Esse parâmetro representa a relação entre a geração do campo magnético e os termos de difusão na zona convectiva. De acordo com Noyes, Weiss e Vaughan (1984), o número do dínamo pode ser expresso como:

$$N_D = \frac{\alpha \Omega' d^4}{\eta^2} \quad (3.8)$$

no qual $\alpha = \langle \mathbf{v}(\nabla \times \mathbf{v}) \rangle \cdot \tau_c$ (chamado de efeito- α), Ω' representa a magnitude de rotação diferencial, d é a escala de altura da zona convectiva e η é a difusividade magnética. Assumindo que α tem ordem de grandeza Ωd e $\eta \sim \frac{d^2}{\tau_c}$, e considerando $\Omega' \sim \frac{\Omega}{d}$, temos uma estimativa do número do dínamo

$$N_D \approx (\Omega \tau_c) = R_0^{-2} \quad (3.9)$$

Dessa forma, podemos supor que a atividade magnética diminui com o aumento do número de Rossby. Além disso, o número de Rossby pode ser usado para explicar a modulação do campo magnético do dínamo e a condução de erupções quase periódicas de fluxo magnético para a superfície, influenciando potencialmente as periodicidades da atividade estelar, principalmente, em estrelas anãs do tipo M dada a sua alta atividade magnética (Gastine et al., 2012).

3.1.4 Índice de atividade cromosférica baseado no fluxo fotométrico

Com o advento das missões espaciais, os dados fotométricos de CoRoT (sigla em inglês para Convection, Rotation and planetary Transit), Kepler e TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) para um vasto número de estrelas foram coletados, continuamente, simultaneamente e com uma precisão sem precedentes. Isso nos permite estudar a variabilidade estelar de um grande número de estrelas com variações de apenas milimagnitudes. Devido à grande quantidade de dados, é necessária uma classificação automatizada para os diferentes tipos de variabilidade estelar (Mathur et al., 2014; de Freitas et al., 2017). Foram feitas tentativas para agrupar toda a amostra de Kepler, assim como na missão CoRoT em classes conhecidas de variabilidade como classes de pulsação definidas (por exemplo, RR Lyrae, δ Scuti, etc.), variabilidade induzida por rotação, binariedade e outros grupos (Angeloni, R. et al., 2014; Ferreira Lopes, C. E. et al., 2015). Em muitos casos, no entanto, uma classificação única não foi possível.

Em Mathur et al. (2014) foram definidos dois índices magnéticos que são medidos em observações fotométricas. O primeiro, S_{ph} , é calculado como o desvio padrão das séries temporais completas. Ele fornece um nível médio de atividade durante o período de observação. O segundo, $\langle S_{ph,k} \rangle$, é um índice magnético baseado no conhecimento do período de rotação da superfície estelar, P_{rot} , suavizando as séries temporais sobre $k \times P_{rot}$. Foi calculado $\langle S_{ph,k} \rangle$, para

diferentes valores de k e testado em dados solares coletados durante ~ 6000 dias pelo instrumento VIRGO/SPM a bordo do SoHo. Em seguida, foi aplicado à amostra de anãs M observada pela missão Kepler. Foi mostrado que $k = 5$ é uma boa escolha para manter as informações sobre a atividade magnética global, tendo subséries suficientemente curtas para rastrear quaisquer variações do tipo de ciclo no nível médio de atividade. Para valores maiores de k , o índice atinge a saturação. Essa análise feita por Mathur et al. (2014) mostra, em particular, que as anãs M são mais ativas do que o Sol, confirmando as observações do observatório McDonald (Robertson et al., 2013).

Portanto, a presença de atividade magnética estelar pode afetar a variabilidade presente no fluxo fotométrico das estrelas. Além disso, a atividade magnética também pode gerar ruídos nas observações, dificultando a detecção e a interpretação das periodicidades presentes. É de suma importância o uso de técnicas de análise de sinais que permitam diferir o ruído estelar das oscilações causadas por fenômenos periódicos presentes nas curvas de luz. Nos próximos dois capítulos iremos descrever um conjunto de ferramenta notável no processamento de sinais e análise de dados em séries temporais que decompõe um sinal em diferentes frequências. Essas ferramentas são a base para compreender a medição da rotação diferencial.

4 ANÁLISE WAVELET

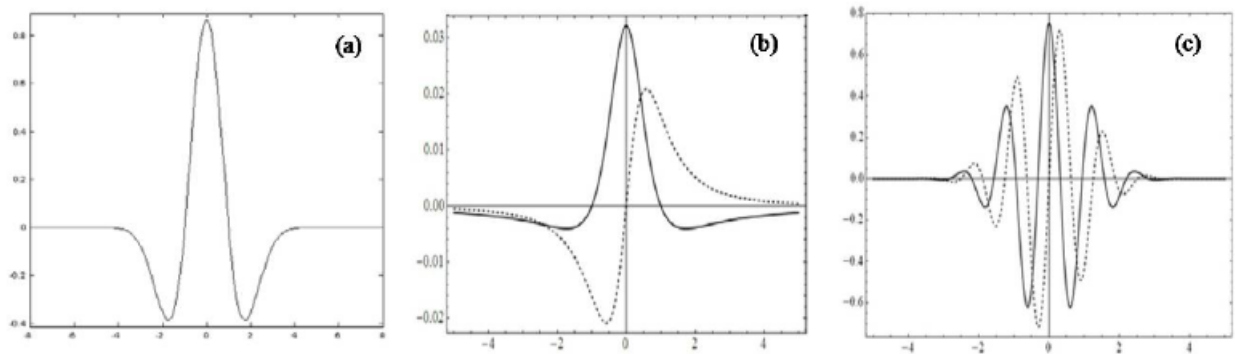
O processamento de sinais desempenha um papel central em uma ampla variedade de problemas astrofísicos, tais como, periodicidade rotacional, comportamento da atividade magnética estelar (áreas e número de manchas, fáculas e plages), oscilações e ruído que, por sua vez, são exemplos típicos de manifestações na superfície das estrelas que podem ser capturados pela fotometria de alta resolução. As principais técnicas tradicionais de análise dependem de uma característica estacionária desse sinal que é caracterizado por uma forma de invariância translacional (de Freitas et al., 2013, traz uma discussão mais detalhada sobre as diferenças entre métodos tradicionais e ferramentas mais robustas que circulam fora do cenário astrofísico). Não é surpreendente que a transformada de Fourier (TF) seja considerada a ferramenta chave na análise e manipulação desses problemas. Mas, existem muitos sinais cuja característica definidora é a sua não invariância à translação, mas sim à escala, ou seja, o processo exibe uma dependência em diferentes escalas de tempo. Além disso, enquanto o TF desempenha um papel central na análise e manipulação de sinal invariante por translação, a Transformada *Wavelet* (TW) desempenha um papel análogo para os tipos de sinal invariante à escala (tempo) (de Lira et al., 2019).

A análise *wavelet* está se tornando uma ferramenta comum para analisar variações localizadas de uma série temporal. Ao decompor uma série temporal em um plano de frequência no tempo, é possível determinar os modos dominantes de variabilidade e como eles variam no tempo (para mais detalhes ver Torrence e Compo (1998)). Ao contrário da análise clássica de Fourier, que decompõe um sinal em uma soma com diferentes frequências de senos e cossenos que não são limitados no tempo, a transformada *wavelet* usa funções caracterizadas por escala (período) e posição no tempo. A TW tem sido usada para vários estudos em astrofísica, incluindo ruído, periodicidade e assinatura de rotação diferencial em curvas de luz estelar.

Tendo como base alguns trabalhos na literatura sobre o tipo de *wavelet* que melhor se adequa às curvas de luz astrofísicas com presença de modulação rotacional, como foi descrito por de Lira et al. (2019), nós escolhemos a *wavelet* de Morlet, visto que se trata de uma “onda-mãe” com perfil ondulatorio encapsulada por uma gaussiana, como ilustrada na figura 17. Dessa forma, esse tipo de *wavelet* parece “imitar” melhor o perfil de nascimento e morte das manchas estelares, que são amplamente utilizadas como indicadores nas curvas de luz. O uso da *wavelet* de Morlet permite a melhor troca entre tempo e resolução de frequência, já que a função gaussiana é sua própria transformada de Fourier (Oliver; Ballester; Baudin, 1998). Usamos um pacote em Python chamado *Waipy*¹, que foi baseado em Torrence e Compo (1998), para fazermos a análise *wavelet* e a decomposição de nossas curvas de luz.

¹<https://github.com/mabelcalim/waipy>

Figura 17: Exemplos de *wavelets* contínuas. Na parte (a) temos o *Chapéu Mexicano*, na parte (b) a *wavelet* Paul de primeira ordem e na parte (c) temos a *wavelet* Morlet de ordem 5. A linha tracejada representa a parte imaginária da função e a linha contínua a parte real.



Fonte:(Castrillon, 2014).

4.1 Uma pequena nota histórica

Em 1982, Jean Morlet (1931-2007), um geofísico francês, introduziu o conceito de "*wavelet*", que em livre tradução significa pequena onda. O estudo da transformada *wavelet* é uma nova ferramenta para análise de sinais sísmicos usando certos tipos de *wavelets* de forma constante. Imediatamente, o físico teórico croata-francês Alex Grossmann (1930-2019) estudou a fórmula inversa para a transformada *wavelet*. A colaboração conjunta de Morlet e Grossmann (Grossmann; Morlet, 1984) rendeu um estudo matemático detalhado das transformadas *wavelet* contínuas e suas várias aplicações, é claro, sem a percepção de que resultados semelhantes já haviam sido obtidos anteriormente. No entanto, a redescoberta dos antigos conceitos forneceu um novo método para decompor uma função ou um sinal.

A análise *wavelet* é originalmente introduzida a fim de melhorar a análise de sinais sísmicos, alternando da análise de Fourier de curto prazo para novos e melhores algoritmos que visam detectar e analisar mudanças abruptas em sinais (Daubechies, 1990). Para a análise de tempo-frequência de um sinal, a análise clássica da transformada de Fourier é inadequada, pois não contém nenhuma informação local, o que torna sua principal desvantagem. Para superar esse problema, em 1946 o húngaro Dennis Gabor (1900-1979) adaptou a TF criando a Transformada por janelas de Fourier (TJF), ou seja, transformada de Fourier de curto tempo que ficou conhecida posteriormente como Transformada de Gabor. Mais tarde, muitos matemáticos eminentes, como por exemplo, I. Daubechies, A. Grossmann, S. Mallat, Y. Meyer, R.A. DeVore, Coifman, V. Wickerhauser fizeram contribuições notáveis para a teoria *wavelet*. As aplicações modernas dessa teoria são diversas, como propagação de ondas, compressão de dados, processamento de sinais, processamento de imagens, reconhecimento de padrões, computação gráfica, detecção de aeronaves e submarinos, tecnologias de imagens médicas, entre outras.

4.2 Transformada Wavelet

4.2.1 Funções de base

As *Wavelets* podem ser vistas como um complemento ao método clássico de decomposição de Fourier. Suponha que uma certa classe de funções $F(x)$ seja dada e queremos encontrar as "funções de base" $\psi_0(x), \psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_n(x)$, tal que

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n(x) \quad (4.1)$$

em que os a_n são os coeficientes da expansão. *Wavelet* é uma ferramenta matemática que leva a representação do tipo acima para uma grande classe de funções $F(x)$. Essa teoria é relativamente nova, mas já se provou útil em muitos contextos.

Uma *wavelet*, que em livre tradução significa "pequena onda" (as senoides usados na análise de Fourier são "ondas grandes"), em resumo, é uma oscilação que decai rapidamente. Ao contrário da transformada de Fourier, em que a função usada como base da decomposição é sempre uma onda senoidal, outras funções de base podem ser selecionadas para a forma da *wavelet* de acordo com as características do sinal. As funções de base (ou *wavelet* mãe) é definida por dois parâmetros: escala e translação. Essa propriedade leva a uma representação de múltiplas resoluções para sinais não estacionários.

A função de base devem satisfazer as duas condições a seguir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (4.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (4.3)$$

A equação 4.2 sugere que a função de base seja oscilatória ou tenha uma forma ondulada. Já a equação 4.3 implica que a maior parte da energia na função de base está confinada a uma duração finita. As propriedades importantes das funções de base são "*ortogonalidade*" e "*biortogonalidade*"², essas propriedades permitem calcular os coeficientes de forma muito eficaz.

4.2.2 Transformada wavelet contínua (TWC)

O TWC é definido como

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad \text{com } a, b \in \mathfrak{R}, a \neq 0. \quad (4.4)$$

²As *wavelets* biortogonais possuem propriedades de localização e cancelamento local de polinômios, fornecendo um método efetivo para a compressão de dados e estudos da regularização local (Domingues; Mendes Jr; Costa, 2004).

em que a e b são os parâmetros de escala e translação, respectivamente, e ψ^* é o conjugado complexo de ψ , que são as funções de base.

Se o parâmetro de escala a for $0 < a \ll 1$ isso resultará em janelas muito estreitas e será apropriado para componentes de alta frequência no sinal $f(t)$. Se o valor de a for $a \gg 1$, isso resultará em janelas muito amplas e será adequado para os componentes de baixa frequência do sinal. De acordo com o princípio da incerteza (também conhecido como desigualdade de Heisenberg), a resolução no tempo e na frequência tem a seguinte relação:

$$\Delta t \Delta \nu \geq \frac{1}{4\pi} \quad (4.5)$$

e $\Delta \nu$ é proporcional à frequência central ν , o que leva a

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = C \quad (4.6)$$

em que C é uma constante. Portanto, a resolução de tempo torna-se arbitrariamente boa em altas frequências, enquanto a resolução de frequência torna-se arbitrariamente boa em baixas frequências (Rioul; Vetterli, 1991). Essa propriedade ajuda a superar a limitação da transformada de Fourier em que a resolução tempo-frequência é fixa. Para que exista uma transformação *wavelet* inversa, a *wavelet mãe* deve satisfazer à condição de admissibilidade definida por

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (4.7)$$

em que ω é a frequência angular e $\Psi(\omega)$ é a transformada de Fourier de $\psi(t)$ (Daubechies, 1990).

A equação 4.4 pode ser representado como

$$W(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}^* \rangle \quad (4.8)$$

Portanto, TWC é uma coleção de produtos internos de um sinal $f(t)$ e das *wavelets* transladadas e dilatadas $\psi_{a,b}(t)$. O valor da escala a é proporcional ao recíproco da frequência que resulta de

$$F[\psi(t/a)] = |a| \psi(a\omega) \quad (4.9)$$

em que F denota a transformada de Fourier.

4.2.3 Transformada *wavelet* discreta (TWD)

A ideia de transformada contínua ou discreta está intrinsecamente relacionada ao fato dos parâmetros a e b pertencerem a um domínio contínuo ou discreto. O conceito principal da TWD é a mesma da TWC, embora o TWC exija muito esforço de cálculo para encontrar os

coeficientes em cada valor único do parâmetro de escala, o TWD adota escalas e translações diádicas (ou seja, escalas e translações baseadas em potências de dois) para reduzir a quantidade de cálculo, o que resulta em melhor eficiência. Filtros de diferentes frequências de corte são usados para a análise do sinal em diferentes escalas. O sinal é passado por uma série de filtros passa-altas para analisar as altas frequências e por uma série de filtros passa-baixas para analisar as baixas frequências. Na TWD, os sinais podem ser representados por aproximações e detalhes. O detalhe no nível j é definido como

$$D_j = \sum_{k \in Z} a_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (4.10)$$

em que Z é o conjunto de inteiros positivos. A aproximação no nível J é definida como

$$A_J = \sum_{j > J} D_j \quad (4.11)$$

Finalmente, o sinal $f(t)$ pode ser representado, de acordo com Staszewski (1998), por

$$f(t) = A_J + \sum_{j \leq J} D_j \quad (4.12)$$

Ao contrário do TWC, em que apenas uma função *wavelet* é usada, no TWD uma função de escala é usada, além da função *wavelet*. Eles estão relacionados aos filtros passa-baixa e passa-alta, respectivamente. A função de escala $\phi(t)$ deve satisfazer às seguintes três condições (Rao, 1998):

- Sua integral é unitária:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1 \quad (4.13)$$

- Possui energia unitária:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\phi(t)|^2 dt = 1 \quad (4.14)$$

- O conjunto $\phi(t)$ e seu inteiro transladado é ortogonal:

$$\langle \phi(t), \phi(t - n) \rangle = \delta(n) \quad (4.15)$$

4.3 Alguns exemplos de *wavelets*

As *wavelets* contínuas são comumente mais utilizadas para visualizar as relações que existem entre as componentes da frequência em função da escala de tempo do sinal analisado, tais relações são frequentemente categorizadas como não lineares. As *wavelets* contínuas mais comuns, dentre as várias que existem, são o *Chapéu Mexicano* (do inglês *Mexican Hat*), a

wavelet Paul e a *wavelet* Morlet.

O *Chapéu Mexicano* é uma *wavelet* muito utilizada na análise de sinais e que têm esse nome por ter uma curva similar a de um chapéu muito utilizado no México, ver parte (a) da figura 17. Ela é definida como a segunda derivada de uma função gaussiana, dada por

$$\psi(t) = \frac{2(1-t^2)e^{-\frac{t^2}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}}\sqrt{3}} \quad (4.16)$$

Uma versão complexa da função *chapéu mexicano* pode ser utilizada, mas na prática a *wavelet* de Morlet é usada quando uma função *wavelet* complexa é necessária. Um outro ponto interessante, é que o *chapéu mexicano* normalmente usado na prática é na verdade o negativo da segunda derivada da função *gaussiana*. Todas as derivadas da função *gaussiana* podem ser empregadas como *wavelet*, o mais adequado para uso vai depender da aplicação.

A *wavelet* Paul pode ser representada de forma analítica como

$$\psi_k(t) = \frac{i^k 2^k k!}{\sqrt{\pi(2\pi)!}} (1-it)^{-(k+1)} \quad (4.17)$$

em que k representa a ordem da função *Paul*. É interessante notar, que essa *wavelet* decai mais rapidamente do que a *wavelet* Morlet, tornando a resolução temporal ainda melhor, mas perdendo um pouco na resolução espacial. A *wavelet* Paul de primeira ordem está ilustrada na parte (b) da figura 17.

Como enfatizado anteriormente, a *wavelet* Morlet é a *wavelet* complexa mais utilizada na astrofísica, e é definida como

$$\Psi(t) = e^{-a[v(t-b)]^2} e^{-i2\pi v(t-b)} \quad (4.18)$$

é uma função harmônica complexa envolvida por uma *gaussiana*, em que a e b são os parâmetros de escala e translação, respectivamente, e v está relacionado à ordem da *wavelet*. O decaimento exponencial de segundo grau da gaussiana fornece uma excelente resolução espacial, e a transformada de Fourier dessa função é uma gaussiana com uma resolução muito boa no domínio da frequência. Ela tem uma forma muito semelhante à Transformada janelada de Fourier que também emprega um pacote *gaussiano* para encapsular as ondas (também conhecida como transformada de Gabor). A *wavelet* pode, portanto, localizar-se no tempo, para flutuações de curta duração (alta frequência), e no espaço, para flutuações de longa duração (baixa frequência). Entretanto, existe um certo espalhamento associado à distribuição das frequências em *wavelets* de curta duração. Como por outro lado, também há um espalhamento na resolução temporal associado as A *wavelet* Morlet de baixas frequências.

4.4 Os espectros *wavelets* local e global

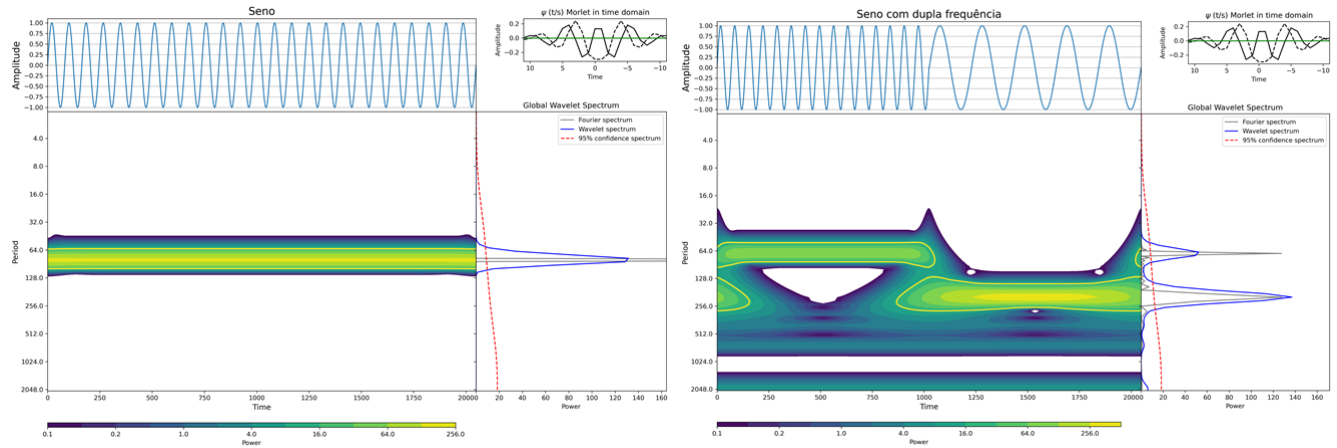
Como visto acima, a transformada *wavelet* é uma ferramenta eficaz de decomposição de um sinal unidimensional em duplo domínio tempo-escala, que permite a identificação dos principais modos de variabilidade e como esses mudam com o tempo.

Ao realizar uma convolução entre o sinal estudado e uma *wavelet*, obtemos uma medida de quanto a *wavelet* aparece no sinal. Os coeficientes *wavelet* medem o grau de correlação entre a *wavelet* usada e o segmento do sinal correspondente. Assim, é possível realizar uma análise local do comportamento do sinal a partir do deslocamento do suporte da função *wavelet* para todas as regiões do sinal estudado. Também podemos fazer contrações e dilatações desse suporte *wavelet* com a intenção de analisarmos fenômenos em diferentes escalas dentro do próprio sinal, além de construirmos um espectro de potência *wavelet*, também conhecido mapa *wavelet*.

O mapa *wavelet* também pode ser interpretado como a distribuição de energia do sinal no espaço tempo-escala. Esses mapas podem ser representados em um espaço tridimensional ou por meio de um mapa de cores (como utilizado neste trabalho). Assim, o eixo horizontal representa o *tempo*, o eixo vertical a *escala* e as cores representam a energia dos coeficientes $TWC(a, b, \psi)$. Ou seja, as cores representam a potência relativa $|TWC(a, b)|^2$ da transformada *wavelet*. Em nosso trabalho, a cor amarela corresponde a um valor relativamente alto de potência e a cor azul indica uma baixa concentração de potência.

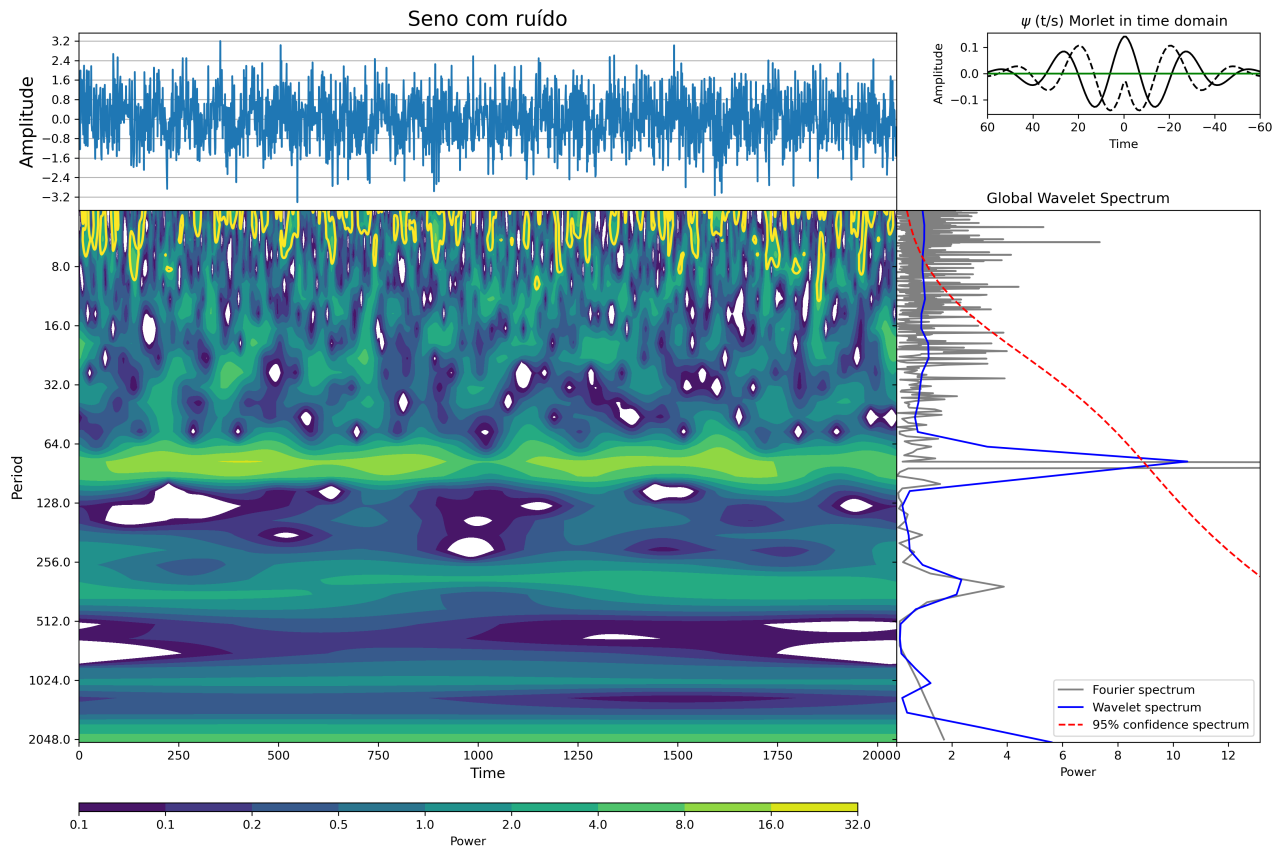
Observando as figuras 18 e 19 podemos notar os espectros locais *wavelet* resultantes da aplicação da TWC sobre dois sinais artificiais estacionário e um sinal não-estacionário. Na parte esquerda da figura 18, o mapa *wavelet* do sinal estacionário mostra a presença de uma componente espectral ao longo de todo o tempo, o que já era esperado. Já na parte direita, em que temos o sinal não-estacionário, podemos identificar em qual momento cada frequência é presente ou não. Na figura 19 temos um sinal estacionário com ruído, o mapa *wavelet* mostra a frequência real do sinal e outras frequências devido a introdução do ruído. Todas essas componentes espectrais que aparecem no mapa *wavelet* são confirmadas por uma integração da potência sobre o tempo. O espectro de potência global fornece uma excelente estimativa do espectro de potência verdadeiro da série temporal, e assim ele é um meio simples e robusto para caracterizar a variabilidade dos sinais.

Figura 18: Na parte *esquerda*: temos o mapa *wavelet* de um sinal artificial estacionário, em que mostra a presença de uma componente espectral ao longo de todo o tempo. Na parte *direita*, temos um sinal artificial não-estacionário, podemos identificar em qual momento cada frequência é presente ou não (usamos o Waipy para fazer a figura).



Fonte: Autor.

Figura 19: Exemplo de um mapa *wavelet* de uma sinal artificial estacionário que foi introduzido um ruído, podemos notar a frequência real do sinal e outras frequências devido ao ruído (usamos o Waipy para fazer a figura).



Fonte: Autor.

5 SPOT MODELLING

A modelagem de manchas é uma técnica bastante conhecida na literatura, por exemplo (Bonomo; Lanza, 2012) e (Valio et al., 2017), que tenta reconstruir a distribuição do brilho estelar a partir da modulação rotacional do fluxo fotométrico. Em de Freitas et al. (2021), os autores usam a modelagem de manchas em conjunto com a análise multifractal para investigar o comportamento da variabilidade e das flutuações presentes na curva de luz da estrela Kepler-30 e que podem estar associadas à convecção estelar e à evolução de campos magnéticos em escalas de tempo distintas. A abordagem da modelagem de manchas que iremos utilizar no presente estudo é a mesma utilizada por Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014), em que entraremos em detalhes a seguir.

Em resumo, utilizamos a função de autocorrelação na série temporal para quantificarmos a estabilidade do sinal e, assim, analisarmos a modulação rotacional presente na curva de luz. Em seguida aplicamos a modelagem de manchas para derivar o período de rotação de manchas individuais. Como as manchas estelares evoluem, cortamos a série temporal em intervalos iguais de comprimento ΔT durante o qual as manchas podem ser considerados estáveis. Para encontrarmos ΔT , consideramos intervalos cada vez mais curtos até que o melhor ajuste obtido pelo modelo com manchas que não evoluem se torne aceitável. Para cada um desses intervalos, comparamos o modelo de manchas com e sem rotação diferencial, ou seja, deixamos as duas manchas terem períodos de rotação diferentes ou iguais, respectivamente, e comparamos as qualidades do ajuste obtidas nas duas hipóteses (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014). Dessa forma, encontramos o intervalo de tempo para o qual a suposição de dois períodos de rotação diferentes, ou seja, rotação diferencial (RD, já definido anteriormente no Capítulo 2) oferece o melhor ajuste sobre a hipótese de rotação de corpo rígido, ou seja, sem RD. Para esse intervalo, as distribuições *a posteriori* dos períodos de rotação das manchas são determinadas usando uma abordagem MCMC como em Croll (2006), para ter uma boa estimativa estatística da amplitude de RD e sua incerteza.

A ideia por trás de nossa abordagem é que nem todos os intervalos de uma série temporal longa são igualmente adequados para fornecer uma boa estimativa de DR porque seu sinal pode ser ocultado pela evolução intrínseca das manchas estelares. Portanto, primeiramente procuramos estrelas que tenham um sinal de modulação rotacional estável, usando a função de autocorrelação. Em seguida, buscamos o(s) intervalo(s) com melhor ajuste em termos de manchas com área fixa e DR, ou seja, durante o qual o impacto da evolução das manchas estelares é mais fraco e um sinal DR significativo parece estar presente. Mesmo que esse intervalo cubra apenas uma ou duas rotações da estrela, estudos como Croll et al. (2006) e Fröhlich (2007)

demonstraram que a modelagem de manchas pode extrair um sinal significativo de RD. Isso é possível graças à sensibilidade do modelo a mudanças na longitude de manchas individuais produzidos por um cisalhamento latitudinal. Mesmo desvios tão pequenos quanto 20° a 30° , por período de rotação, podem ser significativamente detectados (por exemplo, Lanza, Bonomo e Rodonò (2007) e Valio e Lanza (2011)). Por outro lado, as técnicas baseadas na análise de periodogramas necessitam de deslocamentos de fase maiores, até 180° , para diferenciar os picos correspondentes às frequências de rotação de manchas individuais ((Lanza; Rodono; Zappala, 1993), (Reinhold; Reiners; Basri, 2013)). Portanto, eles são propensos a problemas graves devido à evolução intrínseca das manchas, porque tais deslocamentos são produzidos somente após uma escala de tempo comparável a $1/\Delta\Omega$, em que $\Delta\Omega$ é a amplitude de DR. Agora iremos descrever com maior detalhes as etapas sucessivas de nossa abordagem.

5.1 Função de Autocorrelação

A função de autocorrelação fornece uma boa estimativa do período médio de rotação estelar (McQuillan; Aigrain; Mazeh, 2013). Assumindo que a modulação rotacional do fluxo é produzida por apenas duas manchas que não evoluem no tempo, o fluxo pode ser expresso como

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) = \sum_{n=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{kj} \cos(k\Omega_j t + \phi_{kj}), \quad (5.1)$$

em que expandimos a contribuição de cada mancha em uma série de Fourier, uma vez que é uma função estritamente periódica do tempo t e $\Omega_j = 2\pi/P_j$ é a velocidade angular da j -ésima mancha com P_j sendo seu período de rotação, α_{kj} é o coeficiente de Fourier de ordem k para a mancha j e ϕ_{kj} sua fase inicial. Admitindo que a modulação do fluxo tem uma primeira derivada contínua, os coeficientes de Fourier da série acima diminuem com ordem crescente com k^{-2} (Smirnov, 1964), implicando que apenas os primeiros termos são relevantes para descrever a modulação.

No caso de um sinal contínuo a função de autocorrelação normalizada pode ser definida como

$$A(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{L(\tau)}{L(0)} \quad (5.2)$$

em que a função de autocorrelação contínua pode ser escrita como

$$L(\tau) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} F(t)F(t + \tau)dt \quad (5.3)$$

em função do tempo t e da defasagem do tempo τ . No nosso caso, a série temporal é finita, logo o intervalo de integração é finito e, adotamos esses limites de integração. Quando a evolução intrínseca das manchas estelares é desprezível, todos os coeficientes de Fourier α_{kj} são constantes e podemos calcular a autocorrelação para $P_1 \neq P_2$ considerando uma integração estendida a um

intervalo de tempo $[-T/2, T/2]$. Após algumas manipulações algébricas, obtemos

$$A(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{L(\tau)}{L(0)} = \frac{\sum_k \{2\alpha_{kj}^2 \cos[k \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)}{2} \tau] + (\alpha_{k2}^2 - \alpha_{k1}^2)\} \cos[k \frac{(\Omega_1 + \Omega_2)}{2} \tau]}{\sum_k (\alpha_{k1}^2 + \alpha_{k2}^2)} \quad (5.4)$$

Assim $A(\tau)$ é uma função periódica de período $P = \frac{2\pi}{(\Omega_1 + \Omega_2)/2}$ e com a amplitude modulada por um período de batimento $4\pi/|\Omega_1 - \Omega_2|$. Na situação em que temos rotação de corpo sólido, isto é, $\Omega_1 = \Omega_2$ teremos que $A(\tau) \propto \cos(k \frac{(\Omega_1 + \Omega_2)}{2} \tau)$.

A evolução das manchas pode ser estudada analisando uma situação simples na qual adotamos que os coeficientes de Fourier possuem uma dependência temporal do tipo abaixo, em que τ_s é o tempo de vida da mancha.

$$A(\tau) = \exp\left(\frac{-\tau}{\tau_s}\right) \frac{\sum_k \{2\alpha_{kj}^2 \cos[k \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)}{2} \tau] + (\alpha_{k2}^2 - \alpha_{k1}^2)\} \cos[k \frac{(\Omega_1 + \Omega_2)}{2} \tau]}{\sum_k (\alpha_{k1}^2 + \alpha_{k2}^2)} \quad (5.5)$$

Em outras palavras, na hipótese acima, temos um decaimento exponencial da área das manchas estelares. Isso é aproximadamente válido para manchas solares não recorrentes, embora sua taxa de decaimento varie amplamente de uma região ativa para outra. Dessa maneira, podemos verificar a estabilidade do sinal fotométrico, para selecionarmos as curvas mais adequadas a serem analisadas. Na figura 20, colocamos o perfil de autocorrelação da estrela Kepler-17 (K-17) tratada e sem trânsito planetário, em que podemos observar a qualidade do sinal.

Usamos uma função do *IDL*¹ chamada *A_CORRELATE*² para calcular o perfil de autocorrelação das estrelas da nossa amostra. Essa função não considera as lacunas ao longo da série temporal, entretanto se a série fotométrica apresentar lacunas extremamente longas ou imperfeições difíceis de corrigir, é interessante o uso do método proposto por Edelson e Krolik (1988).

5.2 Modelagem de manchas

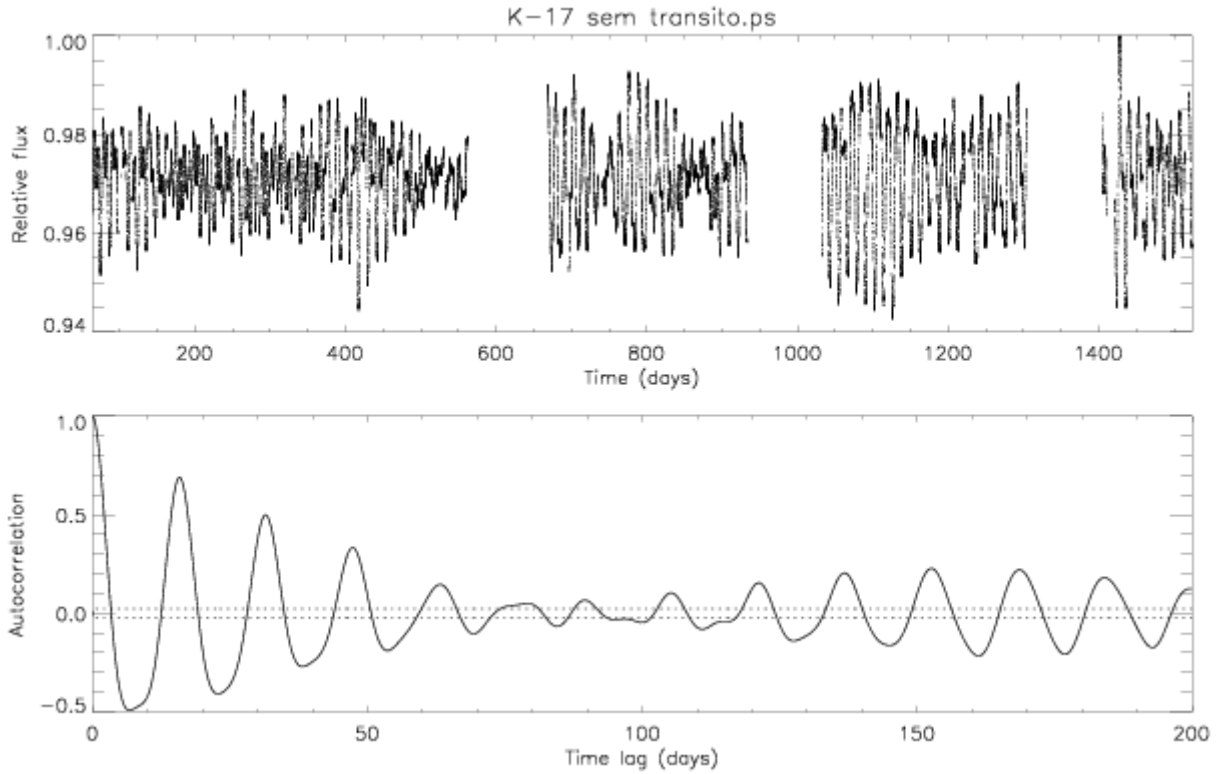
Na tentativa de deixar o modelo o mais simples possível, consideramos apenas duas manchas para ajustar a modulação fotométrica da estrela, a fim de manter o número de parâmetros livres o menor possível. Isso é vantajoso ao aplicar o método da cadeia de Markov Monte Carlo (MCMC), proposta por Croll et al. (2006). O fluxo da estrela é escrito como

$$F(t) = F_0 + \sum_{n=1}^2 \Delta F_j(t) \quad (5.6)$$

¹Interface Definition Language (IDL): <<http://www.sulsoft.com.br/idl/>>

²<https://www.l3harrisgeospatial.com/docs/a_correlate.html>

Figura 20: No parte superior, temos o fluxo fotométrico da estrela K-17 e na parte inferior temos o seu perfil de autocorrelação. Podemos notar com facilidade a estabilidade do sinal (a figura foi feita usando um código em *IDL* e a função *A_CORRELATE*).



Fonte: Autor.

em que F_0 é um valor constante e ΔF_j é a variação de fluxo devido à j -ésima mancha. Além das duas manchas discretas serem responsáveis pela modulação do fluxo, a intensidade não afetada por manchas é escrito em função do efeito do escurecimento do limbo (utilizamos a forma quadrática)

$$I_u(\mu) = a_p + b_p\mu + c_p\mu^2 \quad (5.7)$$

em que a_p , b_p e c_p são os parâmetros do escurecimento do limbo que dependem da temperatura efetiva, gravidade e abundância química da atmosfera estelar, enquanto $\mu \equiv \cos(\psi)$, em que ψ é o ângulo entre a normal à superfície de cada elemento e a linha de visada.

Considerando inicialmente que a superfície da estrela não possui manchas, podemos calcular a emissão de fluxo total, tomando um elemento infinitesimal de área

$$dF_u = I(\mu)[\cos(\mu)dA] \quad (5.8)$$

fazendo as devidas substituições e integrando, temos

$$F_u = \int_0^\pi 2dF_u = \pi R^2 \left(a_p + \frac{2}{3}b_p + \frac{1}{2}c_p \right) \quad (5.9)$$

Por simplicidade, consideramos apenas manchas escuras, embora as fáculas possam

ser relevantes para estrelas com um nível de atividade comparável ao do Sol (Lanza et al., 2003), enquanto para estrelas mais ativas, elas têm um impacto menor na modulação rotacional do fluxo (Gondoin, 2008). A intensidade específica da mancha é assumida como

$$I_s(\mu) = (1 - C_s)I(\mu) \quad (5.10)$$

em que o contraste da mancha $C_s \equiv 1 - I_s/I_u$ é assumida fixa para uma determinada estrela. Dessa forma, a variação relativa do fluxo devido a mancha é

$$\frac{\Delta F_s}{F_u} = -C_s \left(\frac{A_s}{\pi R_{star}^2} \right) \left(\frac{a_p + b_p \mu + c_p \mu^2}{a_p + \frac{2}{3} b_p + \frac{1}{2} c_p} \right) v(\mu) \mu \quad (5.11)$$

em que o valor de μ no tempo t para a j -ésima mancha é dado por

$$\mu = \sin i \cos \theta_j \cos[\lambda_j + \Omega_j(t - t_0)] + \cos i \cos \theta_j \quad (5.12)$$

com a_j sendo a área da j -ésima mancha, λ_j e θ_j sua longitude e colatitude, i a inclinação do eixo de rotação estelar em relação a linha de visada e $\Omega_j = 2\pi/p_j$ a velocidade angular de rotação da mancha, com t_0 sendo o tempo inicial. A visibilidade da mancha $v(\mu)$ é igual a 1 quando $\mu > 0$ e é zero caso contrário. Por simplicidade, podemos expressá-lo como $v(\mu) = \frac{\mu + |\mu|}{2}$. Este modelo é válido quando a área da mancha é muito menor que a área do disco estelar, isto é, assumimos manchas pontuais que se justificam para estrelas com um nível de atividade não muito maior que o do Sol, em que os maiores grupos de manchas estão distribuídos em sua superfície.

Além disso, utilizamos que a variação do fluxo para uma estrela que apresenta mancha na sua superfície é dada por

$$\Delta F_s = I_s(\psi)A_s \cos(\psi) - I_u(\psi)A_s \cos(\psi) = -I_u \left(1 - \frac{I_s}{I_u}\right) A_s \mu \quad (5.13)$$

sendo A_s a área da mancha, consideramos que o contraste da mancha é independente de sua localização na superfície da estrela.

A seguir mostraremos o efeito no fluxo estelar emitido devido à soma de dois fenômenos distintos em sua superfície: as fáculas e as manchas estelares. No nosso modelo, supomos que o contraste facular tem uma dependência linear em relação a μ que pode ser expresso como

$$c_f = c_0(1 - \mu) \quad (5.14)$$

em que seu valor máximo no limbo ($\mu = 0$) e zero no centro do disco estelar ($\mu = 1$). Assim, a variação no fluxo devido à contribuição das manchas e fáculas pode ser escrito como

$$\Delta F = -I_u A_s \cos \mu + I_s A_s \cos \mu + I + f A_f \cos \mu \quad (5.15)$$

sendo $Q = A_f/A_s$ a razão entre a área da fácula e a área da mancha em uma dada região ativa. Reescrevendo a variação do fluxo, temos

$$\Delta F = -(I_u - I_s + I_f - fQ)A_S \cos \mu \quad (5.16)$$

e após algumas manipulações e definindo a constante facular como $C_f \equiv 1 - I_f/I_u$. Podemos, finalmente, escrever uma expressão para o fluxo relativo devido à contribuição das fáculas e das manchas

$$\frac{F_{s+f}}{F_u} = 1 - \frac{a_p + b_p \mu + c_p \mu^2}{\pi R_{star}^2 (a_p + \frac{2}{3} b_p + \frac{1}{2} c_p)} [C_s - Q(1 - C_f)(1 - \mu)] A_S \mu \quad (5.17)$$

Resumidamente, o modelo adotado considera somente duas manchas, assim como no modelo proposto por Lanza et al. (2003), os parâmetros do escurecimento do limbo, o contraste das áreas das manchas e o contraste das áreas das fáculas são mantidos constantes. O nosso modelo é aplicado a intervalos individuais da série temporal de comprimento ΔT para reduzir o impacto da evolução das manchas. Especificamente, consideramos uma subdivisão de uma série temporal de comprimento T em M intervalos de igual comprimento $\Delta T = \frac{T}{M}$. O melhor valor é encontrado por tentativa e erro aumentando M até obtermos um ajuste aceitável.

Inicialmente, a curva de luz é normalizada para o valor máximo do fluxo observado ao longo de todo intervalo de tempo T , antes de aplicarmos as variações do fluxo do nosso modelo. Em seguida, usamos a função de autocorrelação para analisarmos a estabilidade da modulação rotacional presente na curva fotométrica. Em nosso modelo utilizamos 10 parâmetros livres para cada intervalo, que consistem no fluxo não modulado F_0 , a inclinação do eixo de rotação estelar i , as áreas das duas manchas a_1 e a_2 e suas coordenadas: θ_1 e θ_2 (colatitudes), λ_1 e λ_2 (longitudes). Além de seus períodos de rotação P_1 e P_2 .

Durante a busca pelo melhor valor de M , geralmente fixamos a inclinação i para evitar fortes correlações entre a área da mancha, a inclinação e sua colatitude, o que pode levar a ajustes ruins. Um algoritmo de regressão não-linear de *Levenberg-Marquardt* é aplicado para minimizar o qui-quadrado (χ^2) após fixar os valores permitidos de variação dos parâmetros e assim evitar resultados não físicos, como por exemplo as áreas das manchas negativas. Isso é possível usando uma rotina em *IDL* chamada *MPFIT*³. O algoritmo explora o espaço dos parâmetros procurando encontrar um valor de dispersão entre as variáveis usando o teste χ^2 . O objetivo é verificar se existe alguma correlação entre eles.

A rotina do χ^2 explora os dados a partir de um ponto inicial, pois a escolha desse ponto é fundamental para convergir para uma boa solução. Em outras palavras, se o ponto inicial estiver muito longe daquele que fornece o melhor ajuste, o algoritmo pode ficar preso em um mínimo local, fornecendo um ajuste ruim. Portanto, estimamos os valores iniciais das áreas

³<<http://purl.com/net/mpfit>>

das manchas e suas longitudes para uma dada inclinação a partir da curva de luz ao longo do intervalo dado. Em seguida, comparamos os χ^2 mínimos obtidos com diferentes longitudes, inclinações e área das manchas resultantes do modelo. Dessa forma, selecionamos os valores iniciais dos parâmetros que levam ao melhor ajuste como veremos no Capítulo de resultados.

Para modelar a curva de luz com rotação de corpo rígido, definimos $P_1 = P_2$ em nosso modelo e calculamos o melhor ajuste usando como ponto inicial o ajuste feito para $P_1 \neq P_2$, ou seja, permitindo DR, como ponto de partida. Isso geralmente garante a convergência para um ajuste aceitável. Para cada intervalo da curva de luz de duração ΔT , procurando os intervalos com o melhor sinal de RD da seguinte maneira:

- Para cada intervalo da curva de luz de duração ΔT , comparamos os χ^2 obtidos com DR (χ_{DR}^2) e sem DR (χ_{RR}^2), geralmente adotando uma inclinação fixa do eixo de rotação estelar para reduzir degenerescências entre parâmetros que, muitas vezes, produzem problemas de convergência;
- O χ^2 de melhor ajuste obtido com RD, geralmente é menor do que o obtido da rotação de corpo rígido, que possui apenas nove parâmetros livres em vez de dez. Portanto, adotamos o critério de informação Bayesiano (BIC) para medir a qualidade relativa do ajuste de um modelo versus o outro (Liddle, 2007). A diferença no estimador BIC entre os dois modelos é

$$\Delta BIC = \Delta \ln l + \ln N \quad (5.18)$$

em que $\Delta \ln l$ é a diferença na função de verossimilhança dos dois modelos e N o número de pontos de dados no intervalo de tempo ajustado. O segundo termo na equação 5.18 é responsável pela diferença no número de parâmetros livres nos dois modelos. O BIC é útil para selecionar o modelo mais parcimonioso, ou seja, aquele que apresenta o melhor equilíbrio entre ajuste aos dados e simplicidade, uma vez que o BIC fornece uma medida de qualidade relativa, ele pode ser usado para comparar diferentes modelos e selecionar o mais adequado.

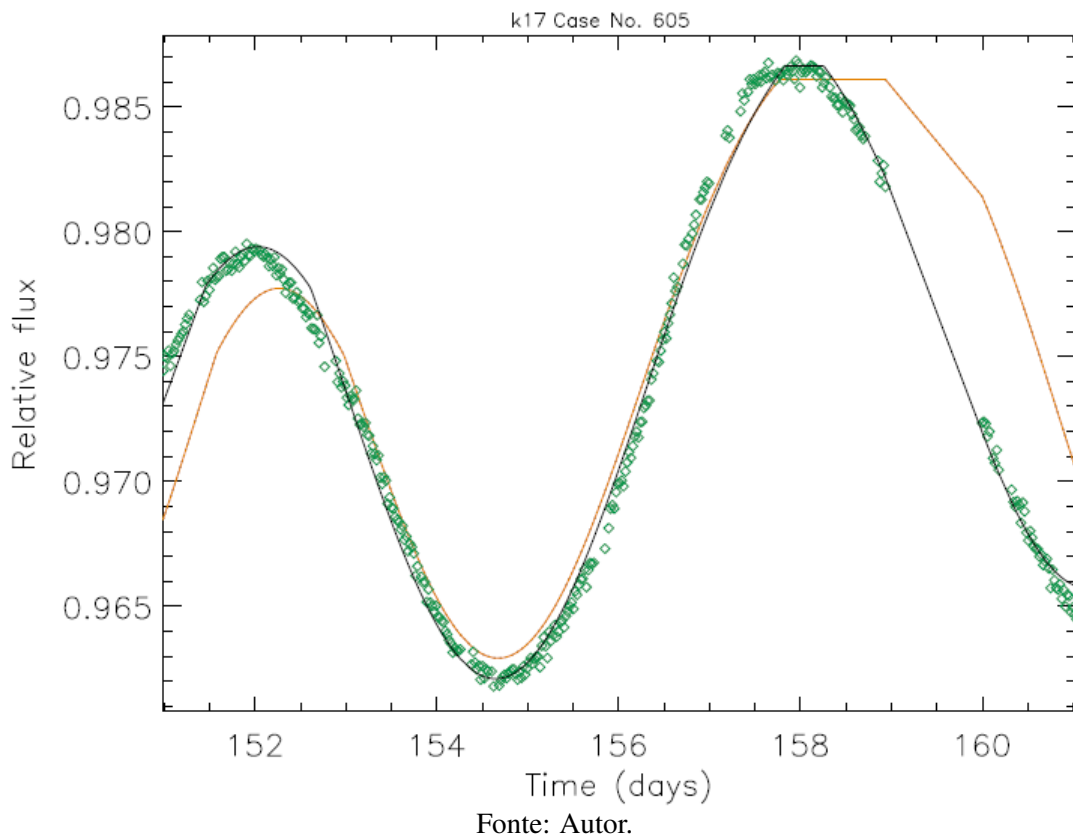
Assumindo que os desvios do modelo são aleatórios e normalmente distribuídos, a probabilidade é proporcional a $\exp(-\chi^2)$ (Press et al., 2002). Portanto, a diferença no logaritmo da função de verossimilhança é

$$\Delta \ln l = 2 \left(\frac{\chi_{RR}^2}{\chi_{RD}^2} - 1 \right) \quad (5.19)$$

consideramos um valor $\Delta BIC \geq 2$ como evidência preliminar a favor do modelo com DR. De fato, o BIC é uma aproximação assintótica de uma comparação completa do modelo Bayesiano. É rigorosamente válido quando o ruído é não correlacionado e identicamente distribuído de forma normal (ou pelo menos exponencial) ao longo do intervalo ajustado. Isso não é rigorosamente

válido em nosso caso, porque os efeitos fotométricos de pequenas manchas estão correlacionados em sua escala de tempo de evolução, e podem não estar distribuídos uniformemente ao longo do conjunto de dados analisados. Portanto, nosso procedimento pode ser resumido da seguinte forma. Primeiramente, os melhores ajustes para intervalos ΔT obtidos para diferentes valores de M com e sem RD são inspecionados visualmente quando $\Delta BIC \geq 2$ e assim removemos casos em que a diferença nos valores de χ^2 se deve a problemas de convergência. Em seguida, dentre os intervalos com os melhores ajustes adequados, escolhemos aquele que possui o sinal mais claro, conforme revelado pelo melhor ajuste do modelo ao intervalo da curva de luz escolhida quando a DR é incluída, como podemos ver na figura 21. Finalmente, esse intervalo é considerado para uma análise detalhada via MCMC.

Figura 21: Comprimento ótico de K-17 (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida de cor preta) versus o ajuste de rotação de corpo rígido (linha tracejada de cor laranja). Podemos perceber que o ajuste feito pela rotação diferencial é melhor do que aquele feito pela rotação de corpo rígido (a figura foi feita usando um código em *IDL*).



Outro ponto importante a se considerar, é que para gerar os pontos aleatórios da cadeia usamos o algoritmo de Metropolis-Hasting (Press et al., 2002) para explorar a distribuição *a posteriori* dos parâmetros. Além disso, devemos mencionar, sobre a convergência da cadeia que é testada aplicando o método de Gelman e Rubin implementado por Verde et al. (2003).

5.2.1 Critério de Gelman e Rubin

O parâmetro R de Gelman e Rubin (Gelman; Rubin, 1992), também conhecido como estatística de convergência de Gelman e Rubin ou simplesmente R , é uma medida da convergência de Múltiplas Cadeias de Markov Monte Carlo (MCMC) usadas para estimar um modelo. O objetivo do R é avaliar se as cadeias de MCMC convergiram para a mesma distribuição estacionária e se uma amostra suficientemente grande foi obtida.

A avaliação visual da semelhança entre as trajetórias das diferentes cadeias após um determinado número de iterações é um forte indicador de convergência. Gelman e Rubin (1992) apresentaram uma abordagem formal para essa ideia, na qual as trajetórias das cadeias devem se tornar iguais após a convergência, por meio do uso de técnicas de análise de variância. A ideia principal é verificar se a variação entre as cadeias é maior do que a variação dentro de cada cadeia. Em outras palavras, isso significa que o histograma das cadeias como um todo deve ser semelhante aos histogramas das cadeias consideradas individualmente.

Para calcular o R , utilizamos m cadeias paralelas e independentes que são simuladas a partir do mesmo modelo. A estatística é calculada como a razão entre a variância estimada dentro das cadeias (B) (variância média das amostras dentro de cada cadeia) e a variância estimada entre as cadeias (W) (variância média das médias das amostras entre as cadeias), como segue:

$$B = \frac{n}{m-1} \sum_{i=1}^n (\bar{t}_i - \bar{t})^2 \quad e \quad W = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (t_i^{(j)} - \bar{t}_i)^2, \quad (5.20)$$

em que m é o número de trajetórias da cadeia e n o tamanho. Além disso, \bar{t}_i é a média dos observações com $i = 1, 2, \dots, m$, e \bar{t} a média geral.

Nas condições de convergência, todos os valores de m e n serão gerados *a posteriori* e a variância pode ser estimada da seguinte forma

$$\hat{\sigma}^2 = (1 - 1/n)W + (1/n)B \quad (5.21)$$

Após a convergência, a variabilidade entre cadeias deve ser pequena, ou seja, a variância de W deverá estar próxima de $\hat{\sigma}^2$. Assim, a estatística é dada por

$$R = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{W}}. \quad (5.22)$$

Se as cadeias convergirem para a mesma distribuição estacionária, espera-se que a variância dentro das cadeias seja semelhante à variância entre as cadeias, resultando em um R próximo a 1. Valores maiores que 1 indicam que as cadeias ainda não convergiram, enquanto que valores menores que 1 indicam uma amostra potencialmente excessiva. Consideramos uma sub-cadeia com boa convergência e bem misturada quando o parâmetro R de Gelman e Rubin é

inferior a 1,2 para todos os parâmetros do modelo (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014).

5.2.2 Correlações de parâmetros na modelagem de manchas

Em muitos casos não é possível reduzir o parâmetro R de Gelman e Rubin abaixo do limite de aceitação de 1,2 para todos os parâmetros livres do modelo, mesmo após executar cadeias com até $7,5 \cdot 10^8$ pontos. Isso pode ocorrer por uma série de fatores, um deles é a falta do melhor qui-quadrado (χ^2) mínimo para o algoritmo de Levenberg-Marquardt. Em outros casos, ao executarmos o algoritmo para uma cadeia de vários milhões de pontos, podemos melhorar o χ^2 mínimo e a convergência da cadeia por meio de alguns ajustes manuais em alguns parâmetros. No entanto, em outros casos, esses ajustes manuais não é suficiente, pois somente uma inspeção cuidadosa dos valores dos parâmetros ao longo da cadeia pode revelar que a ocorrência desse fato pode esta ligada às fortes correlações existentes entre alguns parâmetros do modelo. Como uma curva de luz é um conjunto de dados unidimensionais, suas informações são bastantes limitadas para restringir um mapa de pontos bidimensional (Cowan; Fuentes; Haggard, 2013).

No nosso modelo, o nível do fluxo de referência sem manchas é fixado e os tempos em que ocorrem os mínimos da curva de luz fornecem informações sobre a longitude da mancha, enquanto suas profundidades nos fornecem informações sobre a área projetada da mancha. Portanto, a inclinação do eixo de rotação estelar i , a colatitude de uma determinada mancha θ_j e sua área a_j são fortemente correlacionadas, como podemos ver nas equações 5.11 e 5.12. Quando isso acontece, podemos tentar algumas estratégias. Uma delas é tentar restringir as correlações entre a inclinação i e as colatitudes θ_j , bem como as correlações entre as longitudes iniciais λ_j e as velocidades angulares $\Omega_j \equiv 2\pi/p_j$. Podemos fazer isso impondo que $\delta\theta_j = \delta i$ e $\delta\lambda_j/\lambda_j = -\delta p_j/p_j$, em que δ indica um incremento da quantidade dada em cada etapa da cadeia e $j = 1, 2$ indica a mancha de acordo com Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014).

Mesmo quando tais restrições não são suficientes, podemos ainda calcular uma regressão linear *a posteriori* entre o parâmetro com o maior R e os outros parâmetros livres para dar conta de correlações posteriores. É comum encontrar uma forte correlação entre o fluxo de referência F_0 e a área do segunda mancha a_2 , portanto, podemos calcular uma regressão linear entre esses dois parâmetros com um coeficiente angular (m) e impor a restrição adicional $\delta a_2 = m\delta F_0$ que possibilite determinar uma cadeia bem misturada e convergente. Em alguns casos, podemos encontrar a convergência fixando a inclinação i e as colatitudes das manchas θ_j nos valores correspondentes ao menor χ^2 . Vale salientar, que as estratégias acima são úteis quando alguma informação sobre DR está contida na série temporal da estrela, tendo em vista que não podemos produzir uma cadeia bem misturada e convergente quando este não é o caso, como veremos nos próximos capítulos.

6 NOSSA AMOSTRA OBSERVACIONAL

6.1 A Missão Kepler

A missão Kepler (Borucki et al., 2010) foi projetada para procurar exoplanetas semelhantes à Terra. Criada pela NASA¹ já monitorou 196.468 estrelas, em uma região da Via Láctea denotada por Constelação de Cygnus e Lyra, desde seu lançamento em março de 2009. A primeira etapa da missão, chamada de Kepler, obteve sucesso ao detectar 2778 exoplanetas e na missão estendida K2 foram mais 548 até 16 de junho de 2023² ainda somando milhares de candidatos a planeta que aguardam confirmação. O telescópio espacial do Kepler possui uma abertura efetiva de 0,95 m, um espelho primário com 1,4m de diâmetro e um campo de visão de 105° (Hartig et al., 2014). Foi posicionado em uma órbita heliocêntrica com um período de 372,5 dias, a qual possui a vantagem de não ter seu campo de visão encoberto pela Terra, evitando assim dados não igualmente espaçados na fotometria, além de mantê-lo longe da poluição luminosa dos grandes centros urbanos.

O satélite Kepler possui dois modos de observação, o modo de cadência curta (SC), gravando uma imagem a cada 0,98 minutos, e o modo de cadência longa (LC), gravando uma observação a cada 29,4 minutos. Os dados foram baixados em blocos trimestrais (conhecidos como *Quarters*) divididos em seções mensais. Depois de cada um dos blocos trimestrais, o satélite foi girado para que o próximo trimestre fosse observado com uma parte diferente da matriz de dispositivo de carga-acoplada (*charge-coupled device*, CCD). A figura 22 apresenta uma ilustração artística do telescópio Kepler operando como a missão K2, que passou cinco anos observando uma faixa do céu (linha azul) enquanto órbita o sol. Aproximadamente a cada 80 dias, a espaçonave entra em um novo campo de visão (selo azul) alinhado com o plano do sistema solar.

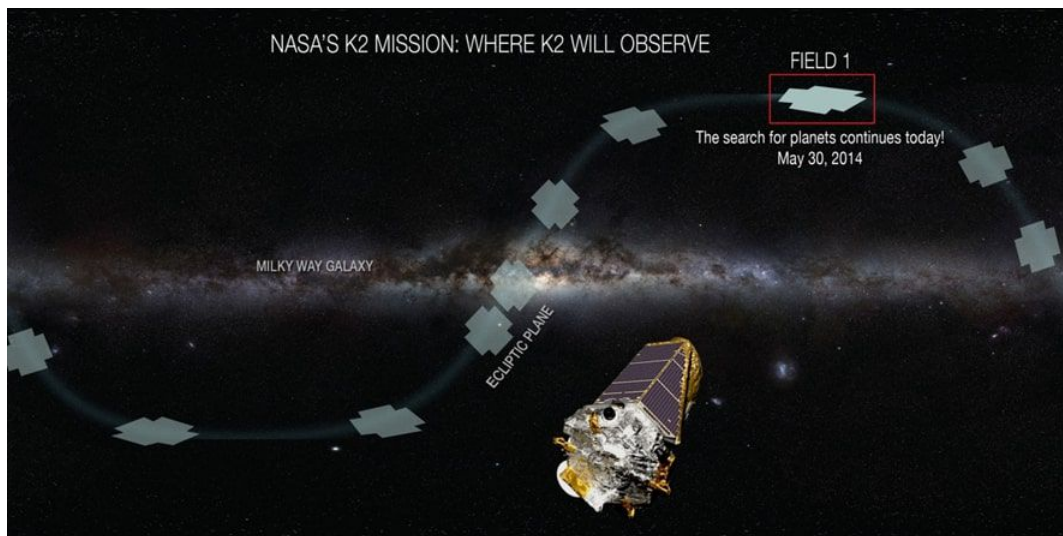
As estrelas observadas pelo Kepler são rotuladas com KIC (sigla em inglês para *Kepler Input Catalog*), seguidos por uma sequência numérica de nove dígitos. Em princípio, esse número se refere exclusivamente a uma única estrela, no entanto, em alguns casos, sistemas binários próximos ou estrelas de fundo também podem ser capturados na abertura fotométrica (Appourchaux et al., 2015).

O principal produto de dados da missão consiste em séries temporais de fotometria de abertura simples, em que as aberturas dentro das máscaras de pixel são computadas automaticamente para otimizar as chances de detectar os trânsitos de exoplanetas. Um exemplo de curva de luz do KIC006106415 é mostrado na figura 23, na qual podemos verificar assinaturas típicas

¹National Aeronautics and Space Administration

²<https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/counts_detail.html>

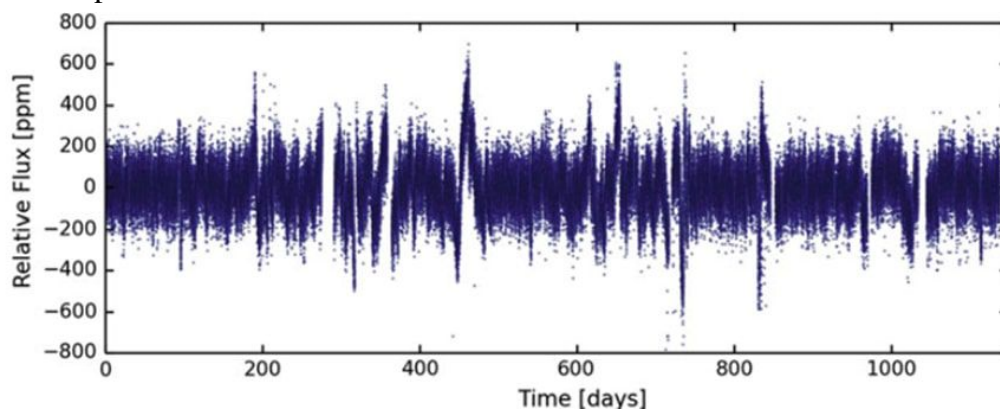
Figura 22: Imagem artística da missão Kepler operando como a missão K2.



Fonte: NASA Ames/W. Stenzel.

de modulação rotacional, assim como, lacunas originadas da mudança de quarter para outro. Os dados do Kepler estão disponíveis publicamente em dois formatos: a fotometria de abertura simples não corrigida e a fotometria PDC_MAP/msMAP corrigida automaticamente (Stumpe et al., 2012).

Figura 23: Curva de luz de cadência curta de KIC006116048 durante a duração da missão nominal do Kepler.



Fonte: Nielsen (2017)

O satélite Kepler ultrapassou sua duração nominal da missão de três anos e continuou operando por mais um ano como uma missão estendida. Entre as missões nominais e estendidas, Kepler descobriu milhares de planetas em trânsito e revelou que pequenos planetas são abundantes na Galáxia. O objetivo final da missão Kepler é medir a fração de estrelas com planetas do tamanho da Terra ($R < 2.5R_{\oplus}$, em que R_{\oplus} denota o raio da Terra), bem como a fração de estrelas que abrigam planetas do tamanho da Terra na Zona Habitável, trabalho que ainda está em andamento pelo Escritório de Ciência do Kepler (Mathur et al., 2014).

Devido a um defeito no sistema giroscópio da espaçonave Kepler, em maio de 2013,

que pôs fim à missão científica de mais de quatro anos, a NASA estendeu a missão original Kepler criando sua segunda fase, chamada de K2, que permite observações científicas contínuas com o telescópio espacial Kepler (Howell et al., 2014). A missão K2 tornou-se totalmente operacional em junho de 2014 e encerrou suas operações em 30 de outubro de 2018, depois que a espaçonave ficou sem combustível.

A missão K2 envolve uma série de "campanhas" de observação sequenciais de campos distribuídos ao redor do plano eclíptico e oferece uma precisão fotométrica que se aproxima da missão original do Kepler (Howell et al., 2014). A operação no plano da eclíptica minimiza o torque exercido na espaçonave pela pressão do vento solar, reduzindo o desvio de direção até o ponto em que a atitude da espaçonave pode ser efetivamente controlada por meio de uma combinação de propulsores e as duas rodas de reação restantes. Cada campanha é, portanto, limitada por restrições de ângulo solar a uma duração de aproximadamente 80 dias, mas mesmo assim foi possível detectar exoplanetas (Vanderburg et al., 2016).

No presente trabalho, analisamos e discutimos algumas técnicas para estimar a rotação diferencial estelar via fotometria. Objetivando testar nossos métodos, selecionamos estrelas que já tiveram a sua rotação diferencial determinada em outros trabalhos, além de um *blind test* com dez curvas de luz simuladas. A nossa amostra é composta pelos seguintes objetos:

- Sol, usamos a série temporal TSI do sol entre o intervalo de 1976 a 2018, fornecida pelo instrumento VIRGO, do satélite SOHO. Também usamos a curva de luz solar na banda passante UV fornecida pelo instrumento SOLSTICE que está a bordo da nave espacial Upper Atmosphere Research Satellite (UARS);
- A estrela Kepler-17, observada pela missão Kepler;
- 10 curvas de luz simuladas.

6.2 Descrição da amostra selecionada

6.2.1 Kepler-17

Nessa seção descrevemos os dados de um sistema com um exoplaneta (descoberto em 2011) que foi observado por aproximadamente quatro anos pelo satélite Kepler e previamente analisadas por Lanza et al. (2019), que serão utilizados neste trabalho. Kepler-17 é semelhante ao Sol e do tipo espectral G2V, é uma estrela jovem com menos de 1,8 Giga-anos, sua massa é de $1,02M_{\odot}$ e seu período de rotação médio é de ~ 12 dias. Além disso, está a uma distância de aproximadamente $800pc$, com uma temperatura efetiva de $T_{\text{eff}} = 5624K$ e uma gravidade superficial $\log g \geq 4,43$. A estrela é orbitada por um enorme planeta em trânsito próximo (semieixo maior de apenas $5,7R_{\text{star}}$) com uma massa de $\approx 2,5M_{\text{Jup}}$, um raio de $1,41R_{\text{Jup}}$ e de

um período orbital de 1,486 dias ((Désert et al., 2011)). A inclinação orbital de 89° , é tal que o planeta eclipsa a estrela muito perto de seu equador, para mais detalhes ver a Tabela 2, na qual são apresentados dados estelares e planetários do referido sistema.

Um ponto a se destacar sobre a escolha desse sistema é o fato da estrela hospedar um enorme planeta orbitando muito próximo a sua "estrela-mãe", o que denominamos como planeta do tipo "Júpiter quente". Devido a essa proximidade e a grande massa desse planeta, acreditamos que exista uma forte interação estrela-planeta nesse sistema e as marés levantadas na estrela pelo planeta são um exemplo de tal interação (o fato do período orbital do planeta ser um múltiplo inteiro do período de rotação da estrela é um indicativo). Sobre essa interação é necessário verificar se a frequência de maré $\hat{\omega}$ excede o valor de duas vezes a frequência de rotação Ω ³, em caso afirmativo a interação é dita forte ou em caso contrário ela é fraca. No entanto, etapas posteriores, como a análise via o método Spot Modelling, pode confirmar com mais acurácia essa hipótese.

Tabela 2 – Parâmetros estelares e planetários do sistema Kepler-17.

Parâmetros	Valores
Estrela (KIC10619192)	G2V
Massa (M_\odot)	$1,16 \pm 0,06$
Raio (R_\odot)	$1,05 \pm 0,03$
Temperatura Efetiva $T_{eff}(K)$	5780 ± 80
Período de Rotação P_{rot} (dias)	$12,4 \pm 0,1$
Idade (Gyr)	$< 1,78$
$v \sin i$ (kms^{-1})	$6,0 \pm 2,0$
$\log g$ (cms^{-1})	$4,432 \pm 0,039$
$[Fe/H]$	$0,300 \pm 0,160$
Planeta Kepler-17 b	
Massa (M_{Jup})	$2,45 \pm 0,014$
Raio (R_{star})	$0,138 \pm 0,001$
Raio (R_{Jup})	$1,41 \pm 0,02$
Período orbital P_{orb} (dias)	$1,485 \pm 2.10^{-7}$
Semi eixo maior (R_{star})	$5,738 \pm 0,005$
Semi eixo maior (au)	$0,028 \pm 0,007$
Inclinação angular	$(89,0 \pm 0,1)^\circ$

Fonte: Adaptado de Valio et al. (2017).

Neste trabalho usamos dados coletados de ~ 4 anos (Quarters 1 – 18) de observações contínuas da missão Kepler da NASA que nos permitiu medir a variabilidade a longo prazo, em que consideramos apenas a cadência de 29,42 minutos (Gilliland et al., 2010). Por fim, também usamos as curvas de luz de fotometria de abertura simples (SAP) da NASA e fizemos nossa

³Considerando a maré como uma componente dominante, a frequência da maré $\hat{\omega}$ é definida como $\hat{\omega} = 2(n - \omega)$, em que $n = 2\pi/P_{orb}$ é a frequência orbital e $\omega = 2\pi/P_{rot}$ é a frequência angular da estrela. Para mais detalhes ver Lanza et al. (2019)

própria correção CBV visando uma melhor preservação da variabilidade estelar intrínseca como será discutido posteriormente (Jenkins et al., 2010).

6.2.2 Sol

O fato de estar muito próximo de nós, torna o Sol um excelente modelo para comparação de estudos relativos à atividade estelar. Por analogia com o Sol e os ciclos magnéticos solares, regiões ativas identificadas em outras estrelas oferecem a possibilidade de estudar a rotação diferencial, a atividade magnética, a dinâmica de manchas, além dos ciclos de variabilidade estelar. Neste contexto, utilizaremos a série temporal da irradiância solar total⁴ com cadência diária, adquirida para o intervalo compreendido entre 1976 e 2018 obtidos por meio de radiômetros em diferentes plataformas espaciais que formam um banco de dados TSI contínuo de observações cobrindo quatro ciclos magnéticos solares (21, 22, 23 e 24). É composto pelas observações de sete experimentos independentes: Nimbus7/ERB, SMM/ACRIM1, ERBS/ERBE, UARS/ACRIM2, SOHO/VIRGO, ACRIMSAT/ACRIM3 e SORCE/TIM⁵. Esse banco de dados composto foi combinando usando comparações sobrepostas para fornecer novos *insights* sobre a variabilidade da irradiância solar total e suas implicações. A série temporal TSI, extraída do World Radiation Center (WRC), foi estendida para 1976 usando um modelo descrito em Fröhlich e Lean (2004).

A curva de luz óptica TSI do Sol não é estável o suficiente para permitir medir a rotação diferencial (muitas vezes até a rotação global é difícil de medir, ver Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014) e Lanza e Shkolnik (2014)) devido à rápida evolução de suas regiões fotosféricas ativas, ou seja, o tempo de vida dos grupos de manchas solares é geralmente menor do que uma rotação, e a modulação TSI que elas produzem é frequentemente dominada por sua evolução intrínseca, tornando difícil usá-los para medir o período de rotação solar. A modulação produzida pelas fáculas é geralmente mais coerente entre 70-100 dias, ou seja, para três a quatro rotações solares. Portanto, devemos usar outras curvas de luz do Sol, em particular, na banda passante ultravioleta. O SOLSTICE foi um dos dez instrumentos a bordo da nave espacial UARS que forneceu à comunidade científica medições precisas e de longo prazo da irradiância espectral ultravioleta solar (UV) e ultravioleta distante (FUV). O SOLSTICE foi operado pelo Laboratório de Física Atmosférica e Espacial (LASP) da Universidade do Colorado em Boulder e esteve ativo de outubro de 1991 a setembro de 2001. Seus principais objetivos são: fazer medições diárias

⁴Total Solar Irradiance abreviado como TSI

⁵Nimbus7 - experimento de orçamento de radiação terrestre (1978 - 1993); Solar Maximum Mission / Active Cavity Radiometer Irradiance Monitor 1 (1980 - 1989); Earth Radiation Budget Satellite / Earth Radiation Budget Experiment (1984 - 1999); Satélite de pesquisa da atmosfera superior / Radiometer Irradiance Monitor 2 de cavidade ativa (1991 - 2001); Observador Solar e Heliosférico / Variabilidade da Irradiância Solar e Oscilações Gravitacionais (1996; Satélite ACRIM / Radiômetro Radiômetro de cavidade ativa Monitor 3 (2000) e Experiência de radiação solar e clima / Monitor de irradiação total (2003).

da irradiância ultravioleta solar (120nm – 420nm com $\lambda/\Delta\lambda \approx 1000$) com uma precisão absoluta melhor que $\pm 5\%$ e uma precisão relativa melhor que 1% ; medir as variações solares em várias escalas de tempo (variabilidade da rotação solar de 27 dias, variações do ciclo solar de 11 anos e variações solares de longo prazo relacionadas ao clima). As observações são feitas integradas ao disco sem resolução espacial dos detalhes da superfície solar. Portanto, uma investigação dos dados públicos do SOLSTICE deve ser uma ferramenta poderosa para testar nossos métodos.

O instrumento é baseado em um espectrômetro que cobre a faixa espectral entre 115 e 430 nm com uma resolução espectral de 0,1–0,3 nm . Ele foi projetado para estudar a produção de energia solar ultravioleta (Rottman; Woods; Sparn, 1993). As medições são calibradas usando 30 estrelas do tipo *O-B-A* não variáveis que são regularmente observadas durante partes da órbita da espaçonave quando o instrumento não observa o Sol. A partir desses dados brutos, várias séries temporais em forma de médias diárias foram geradas e publicadas na internet⁶, entre elas um índice de linhas MgII e uma medida de irradiância Lyman- α .

A medida MgII é uma razão de fluxo da intensidade integrada do núcleo da linha de emissão k , cada intervalo de integração tem 0,125 nm de largura. Enquanto o índice de MgII é um fluxo relativo, a medida de Lyman- α é um fluxo absoluto derivado da integração ao longo de todo o perfil da linha e subtraindo o contínuo. Medições e redução de dados são descritas em detalhes por (Woods et al., 1996).

O espectrômetro SOLSTICE da UARS fornece séries temporais nas quais tanto o ciclo de atividade solar quanto o período de rotação solar global podem ser detectados. Hempelmann (2002) conclui que as curvas de luz solar no ultravioleta mostram forte e clara modulação rotacional, bem como variações com o ciclo solar. Logo, os dados do SOLSTICE devem ser bem adequados para a detecção da rotação diferencial da superfície solar. Ele ainda mostra que a rotação diferencial é visível no momento em que o ciclo 23 foi iniciado, como também permanece com uma tendência de seguir para períodos mais curtos. Portanto, MgII, assim como Lyman- α parecem ser bastante promissores para estudar a rotação solar com mais detalhes.

6.2.3 *Curvas de luz simuladas pelo código SimOne*

As curvas de luz simuladas foram criadas usando o código batizado SimOne⁷ escrito em MATLAB e desenvolvido pelo meu orientador (de Freitas, B. D.; Stellar Team, 2024, em preparação). Esse código segue o mesmo modelo teórico do capítulo 5 (seção 2), em que foi usado as equações 5.6 até a 5.17 para criar o fluxo fotométrico sintético com modulação rotacional. No mesmo código existe uma sub-rotina, baseado no algoritmo de Mandel e Agol

⁶<<https://lasp.colorado.edu/home/solstice/data/>>

⁷Nome que remete ao Primeiro Simulador Multiescala para testar o potencial da Missão PLATO.

(2002), para modelar o trânsito planetário nas curvas simuladas, considerando uma lei quadrática para o escurecimento do limbo. As curvas geradas pelo SimOne serão usadas para um “teste às cegas” (*blind test*, em inglês), em que o ferramental estatístico proposto na tese será testado.

O referido simulador de série temporal astrofísica criado, pode fornecer curvas de luz com rotação diferencial solar e antissolar baseado em diferentes parâmetros estelares e planetários. Dentre os parâmetros estelares, está incluído no código os seguintes elementos: ruído de fótons e de cintilação (*flicker noise*), massa, temperatura efetiva, rotação e atividade magnética. Além disso, o código foi escrito considerando os seguintes parâmetros planetários: fator de impacto (b), razão entre a distância do planeta à estrela e o raio estelar (a/R), raio planetário (R_p), massa mínima planetária ($M \sin i$), tempo do trânsito planetário (t_T) e período orbital (P_{orb}). O simulador cria uma série temporal com rotação diferencial em dois grupos: com e sem trânsito planetário. Para simular o sinal fotométrico com rotação diferencial superficial, foi usado duas manchas na superfície estelar em rotação. Uma mancha em co-rotação no equador da estrela com um período de rotação equatorial P_{eq} e outra com período de rotação P_2 dado pela equação 2.1 (foi usado uma rotação diferencial semelhante a solar).

Tabela 3 – Parâmetros das curvas de luz simuladas.

Parâmetros	LC1	LC2	LC3	LC4	LC5	LC6	LC7	LC8	LC9	LC10
Massa (M_\odot)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Raio (R_\odot)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
R_p/R_\odot	0,1	0,05	0,03	0,01	0,1	0,05	0,03	0,01	0,03	0,03
"Depth"	0,01	0,0025	0,0009	0,0001	0,01	0,0025	0,0009	0,0001	0,0009	0,0009
a/R_\odot	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306	12,306
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t_T (horas)	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985
P_{orb} (dias)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
γ_1	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985	0,3985
γ_2	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586	0,2586
P_{eq} (dias)	5	5	5	5	7,5	7,5	7,5	7,5	4	4
P_2 (dias)	5,7442	5,7442	5,7442	5,7442	8,6163	8,6163	8,6163	8,6163	4,4625	4
$\Delta\Omega/\Omega$	14,9%	14,9%	14,9%	14,9%	14,9%	14,9%	14,9%	14,9%	11,6%	0%

Fonte: Autor.

A tabela 3 mostra os parâmetros utilizados para criar as curvas de luz simuladas. O parâmetro "Depth" é a profundidade do trânsito e está relacionado com os raios planetário e estelar da seguinte forma: "Depth" = $\Delta F/F = (R_p/R_{star})^2$. A título de exemplo, um planeta do tipo Terra causa um "Depth" de 0,0001 e do tipo Júpiter é de 0,01. Já γ_1 e γ_2 são os parâmetros do escurecimento do limbo utilizados no código e estão relacionados com os parâmetros do escurecimento do limbo do capítulo 5 da seguinte maneira: $a_p = 1 - \gamma_1 - \gamma_2$, $b_p = \gamma_1 + 2\gamma_2$ e $c_p = -\gamma_2$. O objetivo é estudar os efeitos de cada parâmetro na série simulada e, com isso, entender melhor a estrutura de uma série temporal real e testar se nossos métodos são sensíveis as diferenças de períodos ΔP entre as duas manchas, por conseguinte, acreditamos que o número

de nossa amostra é suficiente para atingir tais objetivos.

Podemos notar na Tabela 3 que as curvas simuladas são do tipo solar e que giram bem mais rápido que o Sol, além de um cisalhamento relativo em torno de $\Delta\Omega/\Omega \cong 15\%$ (com exceção das curvas LC9 e LC10). É interessante notar, que o período orbital das curvas simuladas é fixo em 5 dias, mas o período de rotação global (P_{eq}) varia de 4 a 7,5 dias, além da RD introduzida. Isso irá introduzir falsos picos no periodograma, principalmente nas curvas com trânsito planetário. Assim, poderemos analisar os impactos desses parâmetros em nossa metodologia.

7 METODOLOGIA UTILIZADA

No presente capítulo, nós iremos seguir o percurso metodológico para investigar a variabilidade em diferentes frentes. Além disso, iremos discorrer caminhos particulares que serão usados para o tratamento inicial das estrelas de nossa amostra. Algumas primeiras aplicações serão apresentadas aqui para ilustrar o alcance da ferramenta estatística que será apresentada em maiores detalhes no próximo capítulo. Por fim, os procedimentos apresentados nesse capítulo são empregados para preparar e limpar as curvas de luz essenciais para a execução do Capítulo de Resultados.

7.1 Pré-tratamento de nossa amostra

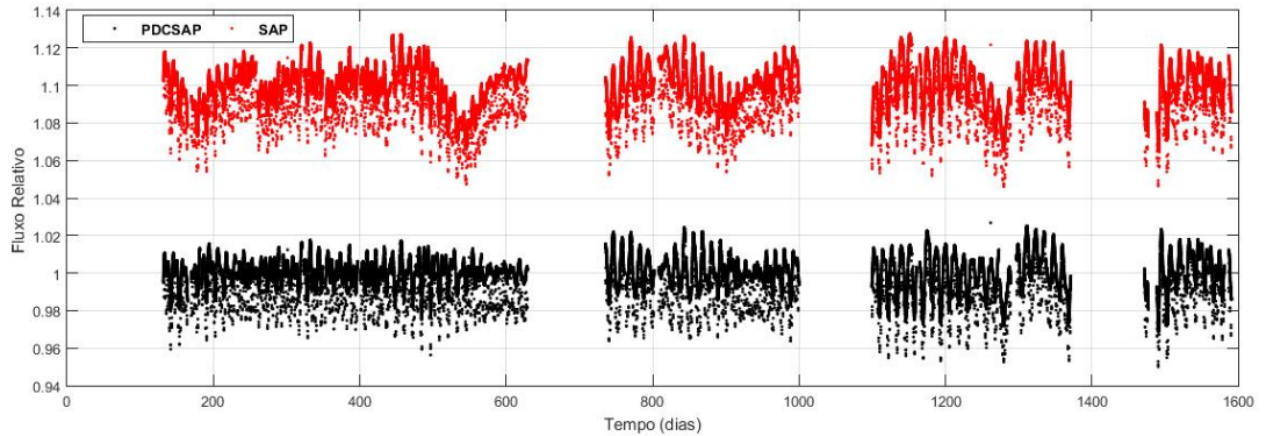
O pré-tratamento de curvas de luz astrofísicas é essencial para a análise dos dados e a compreensão dos fenômenos astronômicos envolvidos. O pré-tratamento inclui a redução, a calibração e a limpeza dos dados, que são operações fundamentais para a análise dos dados. Ao reduzir os dados, podemos eliminar ruídos, descontinuidades, *outliers* e possíveis efeitos instrumentais indesejados para obter curvas de luz livre de assinaturas que podem mascarar os resultados. A calibração de curvas de luz, por sua vez, ajuda a compensar efeitos observacionais, como o tempo de exposição, tamanho do pixel e algumas lacunas presentes. Por fim, a limpeza das curvas de luz permite-nos eliminar artefatos indesejáveis para obter uma curva de luz mais limpa e precisa.

7.1.1 Correção CBV da Kepler-17

A curva de luz da estrela Kepler-17, disponível publicamente no arquivo MAST¹, foi obtida dos arquivos da missão em séries temporais SAP e PDCSAP de cadência longa cobrindo 14 quarters de um total de 18 como mostra figura 24. A série temporal SAP é afetada por *outliers* e efeitos instrumentais sistemáticos que foram corrigidos no pipeline PDCSAP que, por sua vez, tenta remover artefatos sistemáticos enquanto mantém os trânsitos planetários intactos. No entanto, a série temporal PDCSAP mostra uma redução significativa da amplitude da variabilidade estelar intrínseca e, às vezes, uma distorção das modulações em escalas de tempo maiores que alguns dias, porque foi projetada para detectar trânsitos planetários, não para preservar a variabilidade estelar intrínseca (Gilliland et al., 2015). Esses efeitos são particularmente relevantes para Kepler-17, pois sua curva de luz mostra uma grande amplitude da ordem de 0,05 mag com escalas de tempo de modulação típicas ≥ 10 dias. Por essas razões,

¹Mikulski Archive for Space Telescopes

Figura 24: Comparação da Curva de luz SAP (em vermelho) e PDCSAP (em preto) da estrela Kepler-17 para todos os quaters disponíveis, essas curvas foram normalizadas.



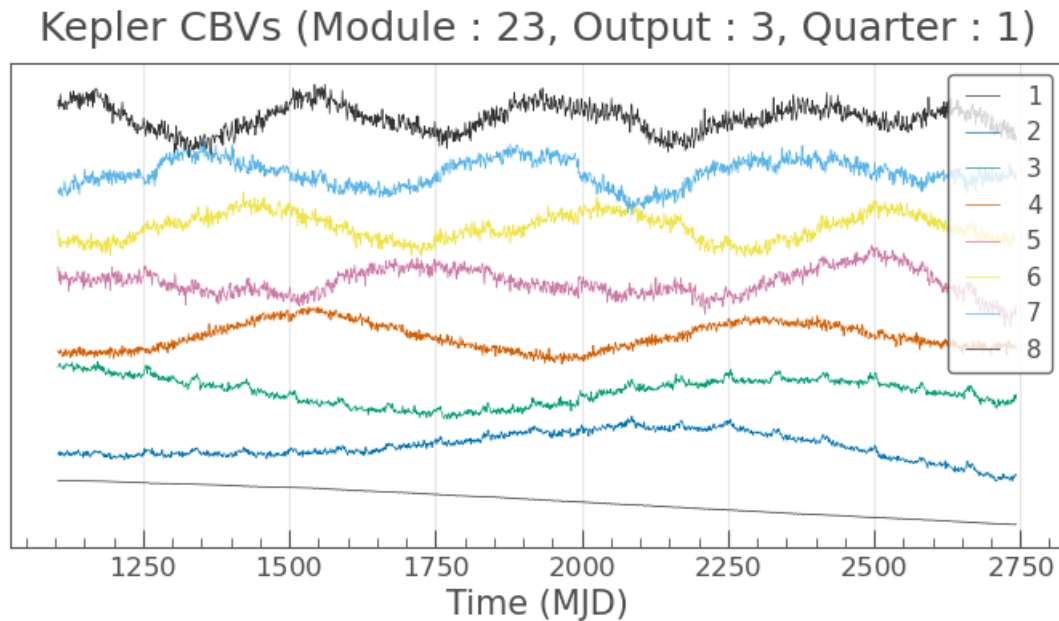
decidimos não usar a série temporal PDC, ver figura 30.

Derivamos a série temporal SAP e importamos o corretor CBV do código `LightKurve`² para fazer nossa própria correção, garantindo uma melhor preservação da variabilidade estelar intrínseca ao remover discontinuidades, outliers e efeitos instrumentais, fazendo uso dos vetores de base co-tendência (CBVs) calculados pelo pipeline de PDCSAP. Os vetores de base co-tendência descrevem efeitos instrumentais para cada alvo e são baseados nas tendências sistemáticas observadas em alvos que estão próximos no CCD de um determinado alvo e são semelhantes em fluxo. Eles também levam em consideração os efeitos instrumentais, fazendo uso das informações de telemetria da espaçonave. Portanto, eles fornecem a melhor descrição disponível das tendências sistemáticas que afetam a série temporal de um determinado alvo. Até oito CBVs são usados pelo pipeline PDC (ver figura 25) para realizar sua correção, muitas vezes levando a uma sobre-correção da variabilidade estelar intrínseca em escalas de tempo muito mais longas do que as características de trânsitos planetários e a uma injeção de ruído adicional nessas escalas de tempo. Por outro lado, a correção CBV executada pelo código `LightKurve` foi projetada para preservar, tanto quanto possível, a variabilidade intrínseca do alvo e reduzir o ruído injetado no processo de correção, particularmente valioso no caso de estrelas brilhantes e extremamente variáveis, como, por exemplo, a estrela Kepler-17, cujas curvas de luz são fortemente modificadas pelo pipeline PDC.

Em nossa aplicação, partimos da série temporal SAP e corrigimos cada quarter selecionando o melhor número de CBVs a ser usado visando um equilíbrio da redução da amplitude da curva de luz normalizada, que vem da remoção da sistemática pela adição de CBVs sucessivos, contra o aumento do ruído de curto prazo resultante da mesma operação

²Um pacote em Python para análise de dados do Kepler e TESS disponível em <<https://github.com/KeplerGO/Lightkurve>>.

Figura 25: Os oito CBVs usados pelo pipeline PDCSAP para correção de sistemáticas do primeiro quarter da estrela Kepler-17.

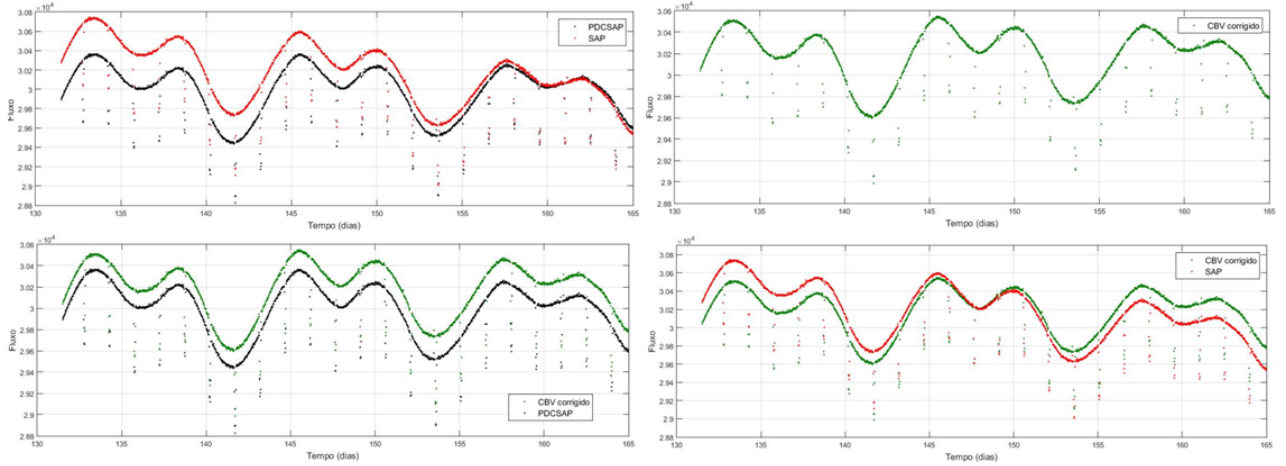


(Aigrain et al., 2017). Foi utilizado na correção os dois primeiros CBVs para os 14 quaters, proporcionando uma melhor preservação da variabilidade estelar intrínseca em comparação a curva de luz PDC, ver figura 26. Isso pode ser confirmado analisando um método similar usado por Lanza et al. (2019) e observando pequenas diferenças na curva de luz calculada com a abordagem de Bonomo e Lanza (2012) para os quais as tendências de longo prazo dentro de cada trimestre foram corrigidas por um simples ajuste parabólico e as variações acentuadas, que foram detectadas a olho nu, simplesmente eliminadas. Isso produz uma curva de luz mais plana, ou seja, mostrando menos modulação de seu nível médio em escalas de tempo comparáveis a um quarter ou mais.

7.1.2 Remoção do trânsito planetário do sistema Kepler-17

Como queremos investigar a rotação diferencial e a atividade magnética estelar, o trânsito planetário é uma componente do sinal que pode ser retirada da curva original sem que tenhamos prejuízo ao tratamento. O procedimento seguinte foi a eliminação dos sinais de trânsito e as variações mais ruidosas presentes na série temporal SAP corrigida. O desafio com esse tipo de procedimento está em remover os sinais indesejáveis preservando o máximo de sinais astrofísicos úteis, isto é, de forma que a remoção não afete a amplitude da modulação rotacional ou mesmo a dinâmica das manchas. Um grande número de algoritmos para este tipo de processo foi e vem sendo desenvolvido. Para removemos os trânsitos planetários da curva de luz SAP fornecida pela correção CBV do LighKkurve, usamos um método bastante robusto baseado

Figura 26: *Superior Esquerdo*: Curvas de luz SAP e PDCSAP para o primeiro quarter da K-17. *Superior Direito*: Curva de luz corrigida com os dois primeiros CBVs do primeiro quarter da K-17. *Inferior Esquerdo*: Comparação entre as curvas de luz corrigida com dois CBVs e a PDCSAP. *Inferior Direito*: Comparação entre as curvas de luz corrigida com dois CBVs e a SAP.



Fonte: Autor.

no algoritmo “Biweight” de Tukey (Mosteller; Tukey et al., 1977) calculados em uma janela temporal móvel. Esse método foi recentemente comparado a vários outros e foi considerado o mais eficiente em separar as assinaturas de trânsitos dos demais sinais presentes na série temporal (Hippke et al., 2019).

Nesse contexto, usamos o pacote em Python chamado WOTAN³ para remover os sinais de trânsito da curva SAP corrigida (de Freitas et al., 2021). Para tal, fizemos uso de uma função chamada de “*transit_mask*” para mascarar os trânsitos conhecidos, a qual requer alguns parâmetros de entrada como o período orbital do planeta, a duração do trânsito e o tempo inicial que começa o primeiro trânsito (caso não tenha de início a informação desses parâmetros, poderá obtê-la usando um pacote em Python chamado “*transitleastsquares*” para obter as efemérides). A figura 27 mostra as duas curvas de luz para fins de comparação. Acreditamos que removendo a assinatura de trânsito planetário a série temporal resultante evidenciará com mais clareza a variabilidade estelar relacionada a atividade magnética e a rotação, bem como a rotação diferencial.

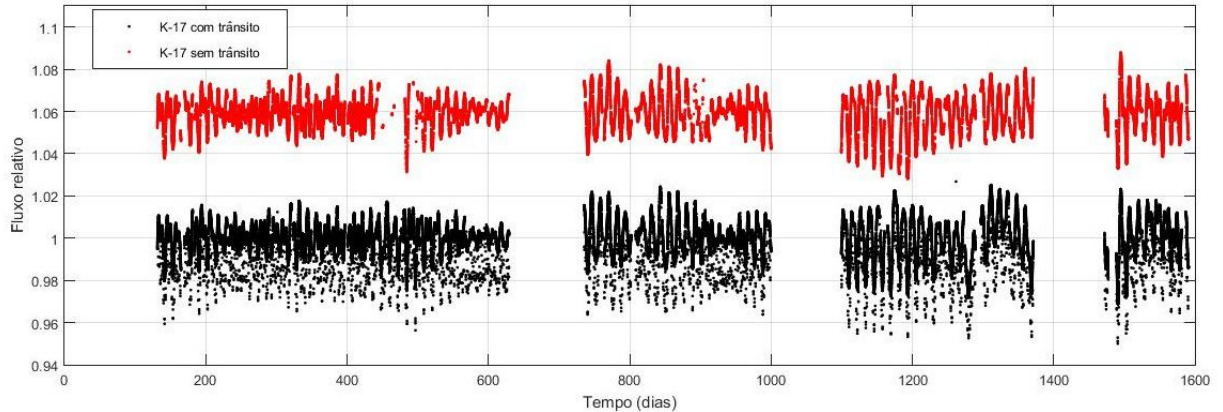
7.1.3 Determinação da série temporal autocorrelacionada da Kepler-17 em função da escala de tempo

Para pontos da série temporal fotométrica de abertura simples, aqui denotada por $x(t)$, as flutuações de incrementos devido à sua variabilidade sobre a escala de tempo τ são dadas como:

$$dx_n(t) = x(t + \tau) - x(t), \quad (7.1)$$

³<https://pypi.org/project/wotan/>

Figura 27: Comparação da Curva de luz SAP corrigida com trânsito (em preto) e sem trânsito planetário (em vermelho).



Fonte: Autor.

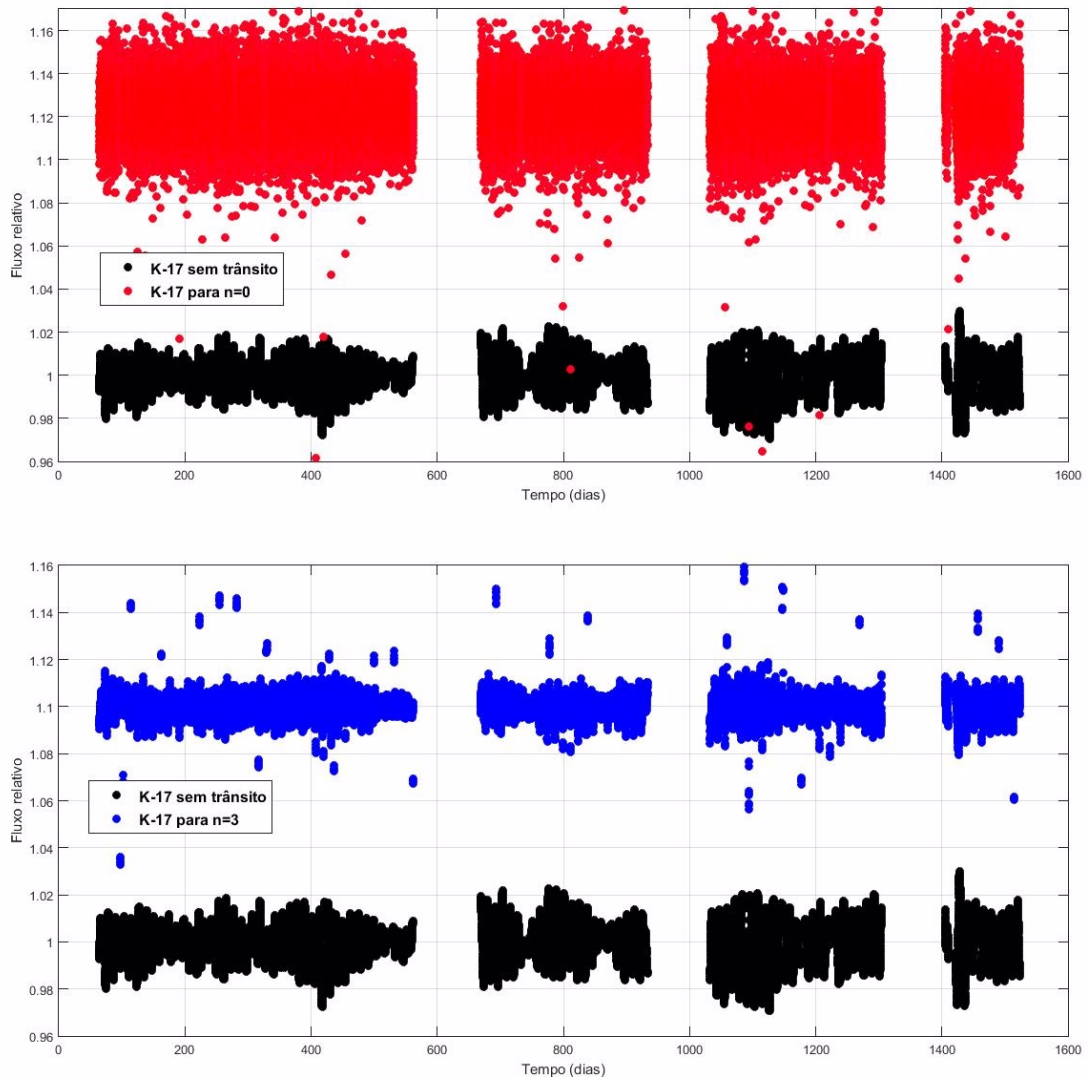
em que τ é um parâmetro definido como 2^n que determina o escala das flutuações representadas por $dx_n(t)$ e $n = 0, 1, 2, \dots$. Esse método tem sido usado para descrever as flutuações do campo magnético em função do vento solar em larga escala como descrito por Burlaga et al. (2006).

Um ponto importante a observar é o fato da curva de luz variar em função da escala para diferentes valores de n e isso pode ser interpretado em função das variabilidades fotométricas provocadas por efeitos característicos na curva de luz que mudam em diferentes escalas de tempo e que são associadas a flutuações intermitentes que variam de alguns segundos a várias horas, dias ou semanas, tais como: oscilações, ruídos, fáculas, flares, granulação, dinâmica das manchas, ciclos magnéticos entre outros. As figuras 28 e 29 abaixo mostra um gráfico comparativo entre as flutuações de incrementos $dx_n(t)$ do fluxo fotométrico, com um fator de escala $n = 1$ (correspondendo à cadência de 29,4 min), $n = 3$, $n = 6$ e $n = 9$ (próximo ao período de rotação da estrela), para a estrela Kepler-17.

Como τ é definido como sendo 2^n , para distintos valores de n estaremos associando o incremento do fluxo de pontos em escala diferentes no tempo, por exemplo: para $n = 0$ estaremos associando o fluxo a pontos vizinhos ($2^0 = 1$), para $n = 1$ estaremos associando pontos aos segundos vizinhos ($2^1 = 2$), para $n = 3$ estaremos associando o incremento no fluxo a pontos do oitavo vizinho consecutivo ($2^3 = 8$) e assim por diante. Em nossa pesquisa usamos os valores para n no intervalo entre 1 e 9, inclusive. Um ponto importante, para $n > 9$ estaremos correlacionando pontos que estão mais distantes que o período de rotação da estrela, ou seja, para 2^{10} o intervalo de tempo corresponde a 21,3 dias. Nesse caso, como iremos restringir a análise para tempo menores que o período de rotação da estrela, não faz sentido valores de n maiores do que 9.

Fica evidente a modulação causada na curva de luz para diferentes fatores de escala. Na figura 28 observamos uma modulação com bastante ruído, sendo mais evidente para $n = 1$.

Figura 28: Mostra um gráfico comparativo entre as flutuações de incrementos $dx_n(t)$ do fluxo fotométrico, com um fator de escala $n = 0$ (em vermelho) e $n = 3$ (em azul), para a estrela Kepler-17 sem trânsito (em preto).



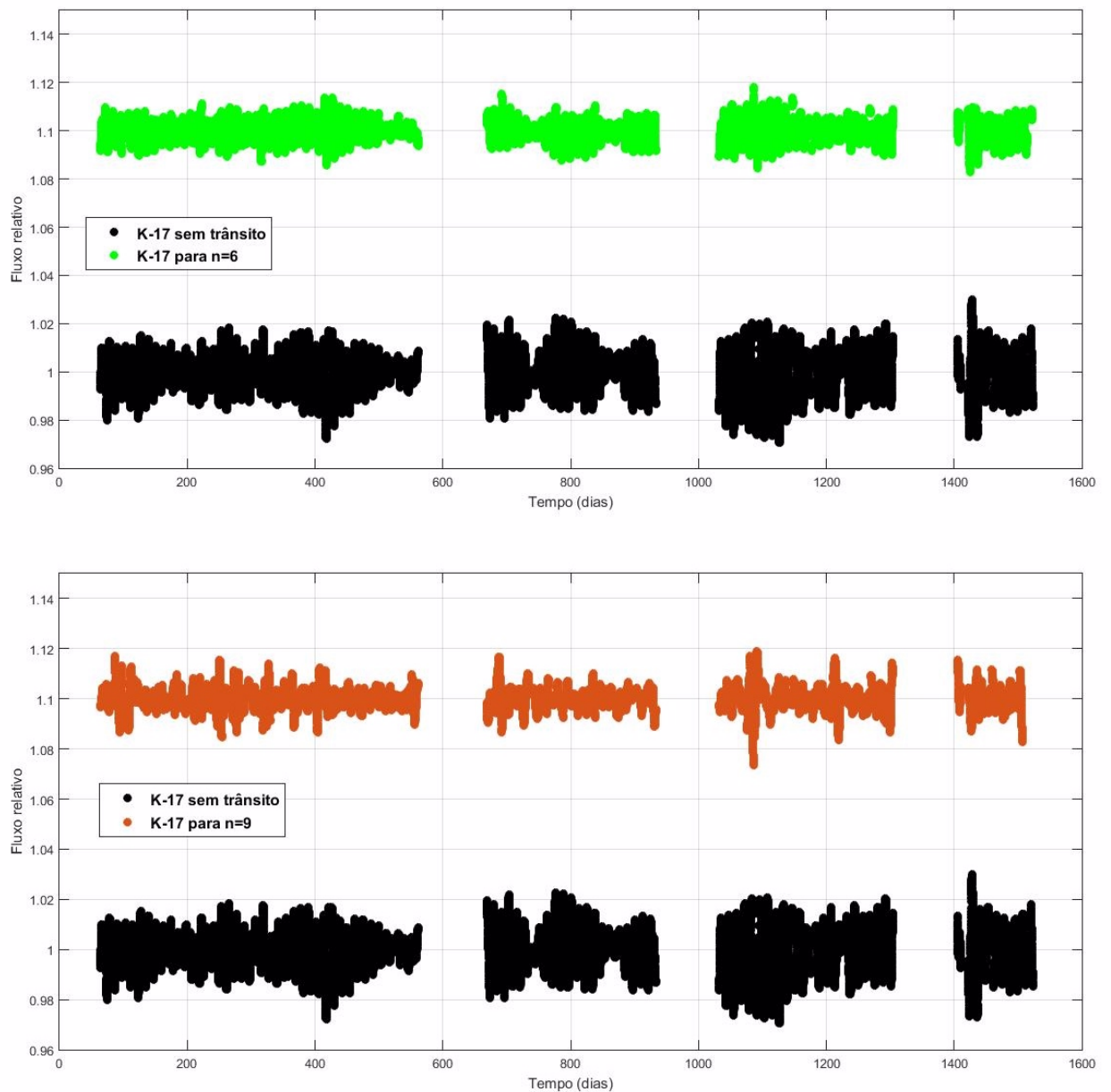
Fonte: Autor.

Para $n = 3$, as correlações entorno da escala de 4 horas afetam muito pouco a estrutura da série original. Por outro lado, na figura 29 fica evidente uma modulação rotacional, pois usamos fatores de escala próximo ao período de rotação da estrela.

7.2 Utilização do periodograma Lomb-Scargle generalizado (GLS) e do método CLEANest

Com o intuito de analisar as diferenças entre as séries temporais produzidas após os vários procedimentos descritos acima, principalmente as séries criadas das flutuações de incrementos do fluxo fotométrico em função da escala de tempo, iremos utilizar primeiramente o periodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) (Zechmeister; Kürster, 2009), pois fornece

Figura 29: Mostra um gráfico comparativo entre as flutuações de incrementos $dx_n(t)$ do fluxo fotométrico, com um fator de escala $n = 6$ (em verde) e $n = 9$ (em laranja), para a estrela Kepler-17 sem trânsito (em preto).



Fonte: Autor.

frequências mais precisas, é menos suscetível a *aliasing* e fornece uma determinação muito melhor da intensidade espectral em comparação ao Periodograma Lomb-Scargle tradicional (Lomb, 1976) e (Scargle, 1982). Em seguida, usaremos o algoritmo CLEANest (Foster, 1995) como método de remoção de falsos picos no *espectro de potência*, um procedimento bastante eficaz para detectar e descrever sinais multiperiodicos.

7.2.1 *Periodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS)*

O periodograma Lomb-Scargle (Scargle, 1982) é uma ferramenta comum na análise de frequência de dados com espaçamento irregular – muito importante para a fotometria de alta precisão, pois vários fatores podem afetar a qualidade da medição, como lacunas e problemas de ordem instrumental na aquisição da série temporal – amplamente utilizada em pesquisas de período de séries temporais. É equivalente ao ajuste de mínimos quadrados de ondas senoidais e que pode ser derivada dos princípios da teoria de probabilidade Bayesiana (VanderPlas, 2018). Enquanto os procedimentos de ajuste padrão requerem a solução de um conjunto de equações lineares para cada frequência da amostra, o método Lomb-Scargle fornece uma solução analítica e, portanto, é bem conveniente e eficiente (Zechmeister; Kürster, 2009).

No entanto, existem duas deficiências básicas no método de Lomb-Scargle tradicional. Primeiro, ele não leva em conta os erros da medição, isso foi resolvido com a introdução de somas ponderadas por Gilliland e Baliunas (1987) (um método equivalente à generalização para um χ^2 ajustável). Em segundo lugar, a análise da média dos dados é subtraída, o que pressupõe que a média dos dados e a média da função seno ajustada são iguais, o que não é sempre verdade. Uma forma de superar esses problemas é introduzindo um deslocamento c apropriado, resultando em uma generalização posterior desse periodograma para o equivalente do ajuste completo de onda senoidal ponderada (Zechmeister; Kürster, 2009).

Em comparação com o periodograma Lomb-Scargle clássico, sua generalização é bem superior, pois leva em consideração erros de medição e um termo constante no ajuste da função de onda. Como resultado, o GLS fornece frequências mais precisas e uma determinação muito melhor da intensidade espectral. Apenas algumas modificações são necessárias para o cálculo, resultando em um esforço computacional semelhante ao método tradicional.

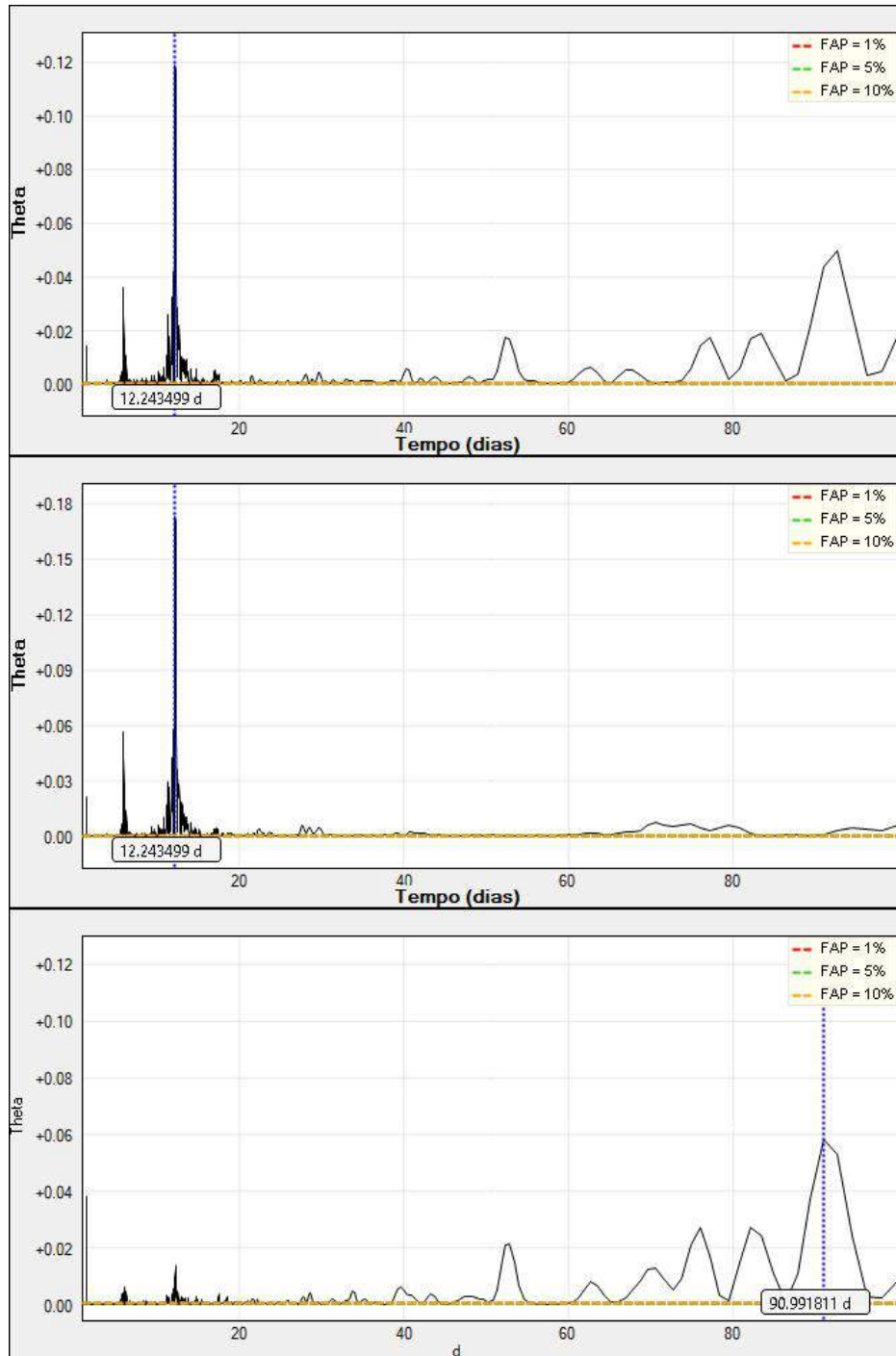
Como teste, iremos aplicar o periodograma GLS, por meio do software *Peranso*⁴, nas curvas de luz SAP (normalizada e sem *outliers*) e PDCSAP. Com o intuito de enfatizar ainda mais as diferenças entre as séries SAP e PDCSAP, uma outra série temporal foi criada a partir da subtração dessas duas (SAP–PDCSAP) e batizada de RTS (siga em inglês para Residual Time Series - Série Temporal Residual). O estudo da curva RTS pode fornecer informações sobre os sinais que o módulo PDCSAP da missão Kepler acaba excluindo ao utilizar todas as correções CVBs.

Como pode ser visto na figura 30, a curva PDCSAP, na tentativa de remover artefatos sistemáticos, acaba reduzindo de forma significativa a amplitude da variabilidade estelar intrínseca, em comparação a curva SAP, e causando uma distorção das modulações em escalas de tempo maiores que o período rotacional, pois foi projetada para detectar trânsitos planetários.

⁴Detalhes sobre esse software podem ser encontrados na página: <<https://www.cbabelgium.com/peranso/>>

Também podemos ver na curva residual RTS as modulações removidas na correção do pipeline PDC, sendo essas modulações de origem instrumental.

Figura 30: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 100 dias. Na parte *superior*: Espectro de potência da curva de luz SAP. Na parte *central*: Espectro de potência da curva de luz PDCSAP. Na parte *inferior*: Espectro de potência da curva de luz residual RST.



Fonte: Autor.

7.2.2 Método CLEANest

A maioria das séries temporais astrofísicas exibem características que podem alterar o resultado de uma Transformada de Fourier ordinária, ou seja, os dados dessas curvas de luz geralmente estão espaçados irregularmente no tempo, muitas vezes com grandes lacunas (*gaps*) que se repetem como um período regular próprio. Um espaçamento irregular no tempo introduz muitas complicações na Transformada de Fourier. Em primeiro lugar, ele pode alterar ligeiramente o pico de frequência e a amplitude de forma significativa. Em segundo lugar, quando os dados têm lacunas que se repetem regularmente, falsos picos extremamente grandes aparecem, chamados de “imagens fantasmas” dos picos reais ou “alias”. Esses falsos picos são mais fortes nas frequências $\omega_s \pm k\omega_g$, em que ω_s é a frequência do sinal, ω_g é a frequência dos intervalos e k é um número inteiro.

Assim, uma técnica capaz de resolver esses problemas (existem outras técnicas como a Transformada Discreta de Fourier com Compensação Temporal (DCDFT) (Ferraz-Mello, 1981)) é o periodograma GLS, já descrito anteriormente. Apesar da importância dessa técnica, os dados irregularmente espaçados ou dados ruidosos podem, ainda assim, produzir falsos picos no *espectro de potência*, tornando difícil a identificação dos períodos reais do sinal. Na tentativa de solucionar esse problema de “picos fantasmas”, considera-se o uso do algoritmo CLEANest (Foster, 1995) que é baseado numa implementação avançada da DCDFT. O método CLEANest é utilizado neste trabalho com a ajuda do software *Peranso* (Paunzen; Vanmunster, 2016), que por sua vez, é bastante utilizado para o tratamento de curvas de luz com um grande número de dados e fornece muitas funções para análise de períodos de um sinal.

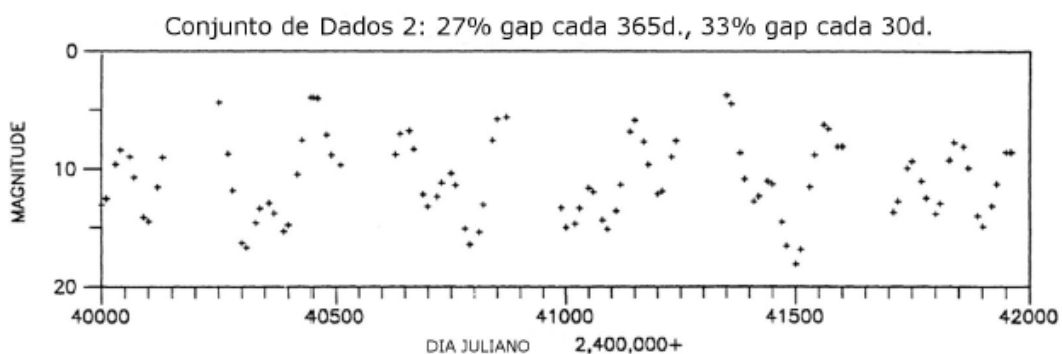
Levando em consideração as complicações na análise de sinais multiperiodicos, é interessante modelar os dados com mais de uma frequência simultaneamente. A amplitude de cada componente da frequência usada na construção da função modelo forma o espectro discreto, o qual é a primeira parte do nosso espectro CLEANest, em que é usado o método DCDFT. A segunda parte é obtida subtraindo-se a função modelo dos dados originais e fazendo-se uma análise de Fourier dos resíduos para assim obter o espectro residual. Adicionando esses dois espectros, formamos então o espectro CLEANest.

Basicamente, o algoritmo CLEANest consiste em eliminar, uma por vez, as frequências presentes nos dados. A partir do espectro DCDFT usam-se apenas as frequências predominantes do sinal, assim ficando com um número específico de frequências. Então, o pico mais significativo é subtraído do espectro e em seguida se calcula a DCDFT dos resíduos, construindo o espectro CLEANest(1). Em seguida, o espectro é escaneado a fim de determinar se o pico restante no espectro possui uma amplitude significativa. Se sim, então os dados originais são analisados a fim de se encontrar o par de frequências que melhor se ajusta aos dados. Essa

função modelo é subtraída dos dados e o espectro DCDFT dos resíduos é recalculado, formando o espectro CLEANest(2). Esse processo é repetido para outros picos, produzindo os espectros CLEANest(3), CLEANest(4) e assim por diante, até que a função modelo inclua todas as frequências estatisticamente significativas. O referido processo é chamado de CLEANest sequencial (Lee; Shin, 2008), quando cada um desses harmônicos é suprimido os picos falsos desaparecem e para um sinal multi-periódico sem ruído, e assim, o algoritmo CLEANest obtém a solução exata. Em geral, ao final do processo, os picos eliminados fornecem os períodos reais, as amplitudes e as fases do sinal.

A título de exemplo, a figura 31 ilustra uma curva de luz multi-periódica artificial com três períodos característicos (100, 230 e 370 dias) e que foram produzidos duas lacunas, 100 dias para cada ano e 10 dias para cada mês. Já na figura 32 foi usado o método CLEANest sequencial a essa curva artificial, em que são identificados os picos predominantes no espectro DCDFT (a), como pode ser visto que a introdução de lacunas produz “picos fantasmas”. Em seguida vemos a subtração do primeiro pico (100,2 dias) em (b) e a construção do espectro CLEANest(1), isso faz o “pico fantasma” em 78,4 dias desaparecer. Logo depois em (c) refazemos o processo e eliminamos o segundo pico (229 dias) reconstruindo o espectro CLEANest(2), podemos notar que o segundo pico ficou mais preciso e que outros “picos fantasmas” foram eliminados. Por fim, o processo foi repetido novamente em (d) e o espectro CLEANest(3), que recupera os três períodos característicos da série temporal original, os quais foram recalculados. Vale ressaltar que em sinais astrofísicos reais, sujeitos a vários tipos de ruídos e tendências complexas, o método CLEANest sequencial não produz uma solução exata.

Figura 31: Curva de luz multi-periódica artificial com lacunas de 100 dias para cada ano e 10 dias para cada mês.

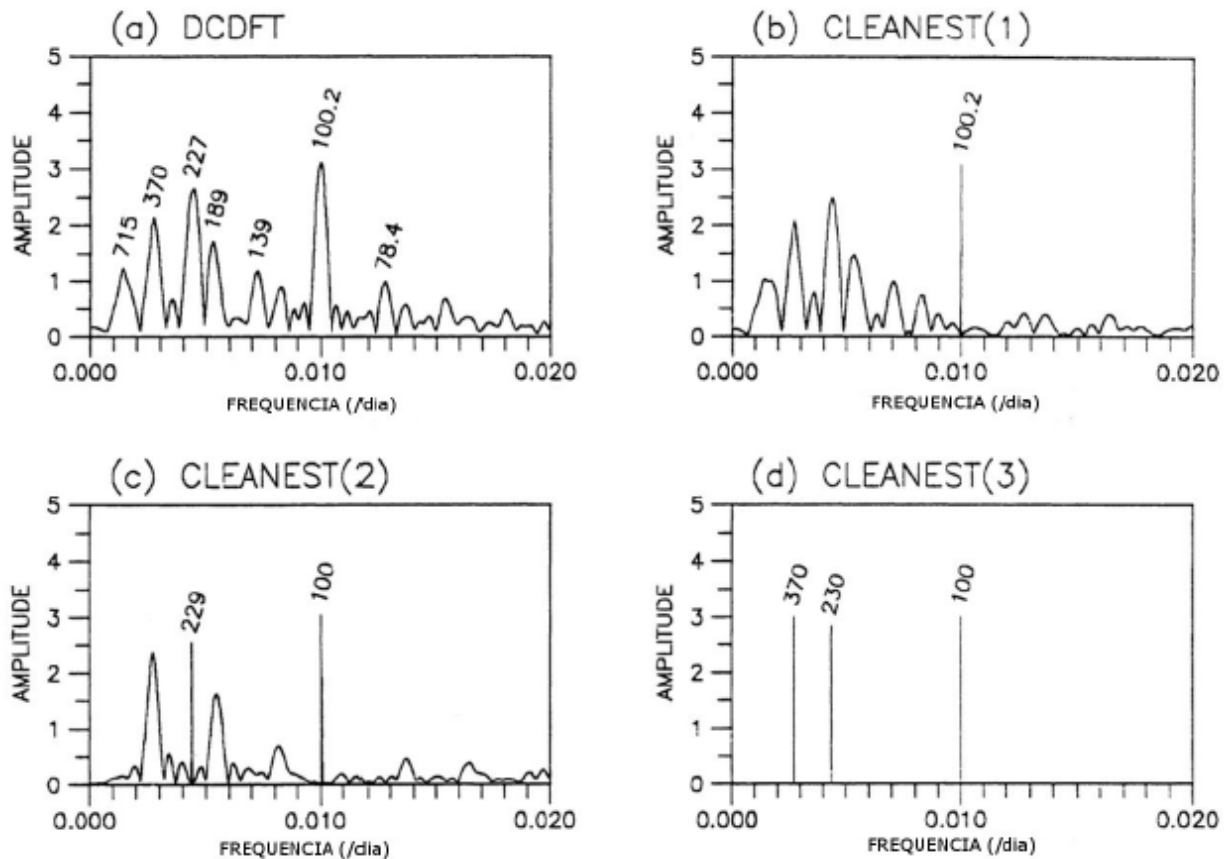


Fonte: (Foster, 1995).

7.3 O método Wavelet

Além da utilização dos métodos periodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) e CLEANest sequencial, é interessante uma técnica extra, mas não menos importante, de análise

Figura 32: O método CLEANest sequencial aplicado aos dados artificiais de Foster (1995).



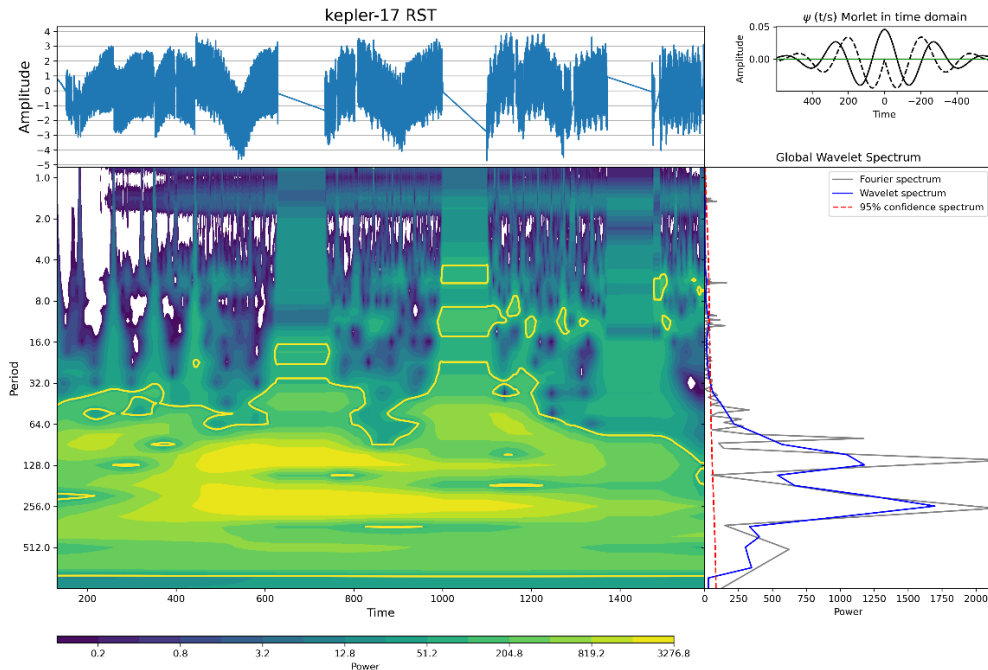
Fonte: (Foster, 1995).

para aprimorarmos a interpretação dos dados. A simples visualização de picos de potência em uma determinada frequência ou período específico não é o suficiente para inferirmos qual é o fenômeno físico que está por trás de tal comportamento. Neste trabalho iremos usar a transformada *wavelet* (Torrence; Compo, 1998), uma ferramenta que nos permite fazer uma análise de fenômenos estacionários e não estacionários, além de obter uma distribuição do espectro de potência do sinal no espaço tempo-escala na qual podemos identificar a evolução temporal de diferentes fenômenos que afetam as curvas de luz, como regiões com manchas ativas, ciclos magnéticos e possíveis batimentos relacionados às pulsações ou à rotação diferencial.

Assim como fizemos anteriormente com o periodograma GLS, iremos fazer um teste utilizando o método *wavelet* para elucidar as diferenças entre as curvas SAP e PDCSAP, bem como a curva residual RTS. As figuras 33 e 34 mostram a análise *wavelet* aplicado a tais curvas, em que o painel superior esquerdo exibe a série temporal, o seu mapa local está logo abaixo, contendo as respectivas amplitudes apresentadas na forma de um mapa de contorno colorido, e o espectro global à direita contendo o espectro de Fourier, o espectro *wavelet* e o espectro de confiança. Como podemos notar, a série PDCSAP reduz significativamente a amplitude da variabilidade estelar de médio e longo termo se comparado a série SAP, o que também pode ser

visto na curva residual RTS. Além disso, pode-se ver que em ambas as curvas exibem um falso pico no espectro, em torno de 112 dias, relacionado a grandes lacunas presentes na curva de luz. As outras periodicidades que podem ser notadas será discutida no próximo capítulo.

Figura 33: Análise *wavelet* da série temporal residual RTS.



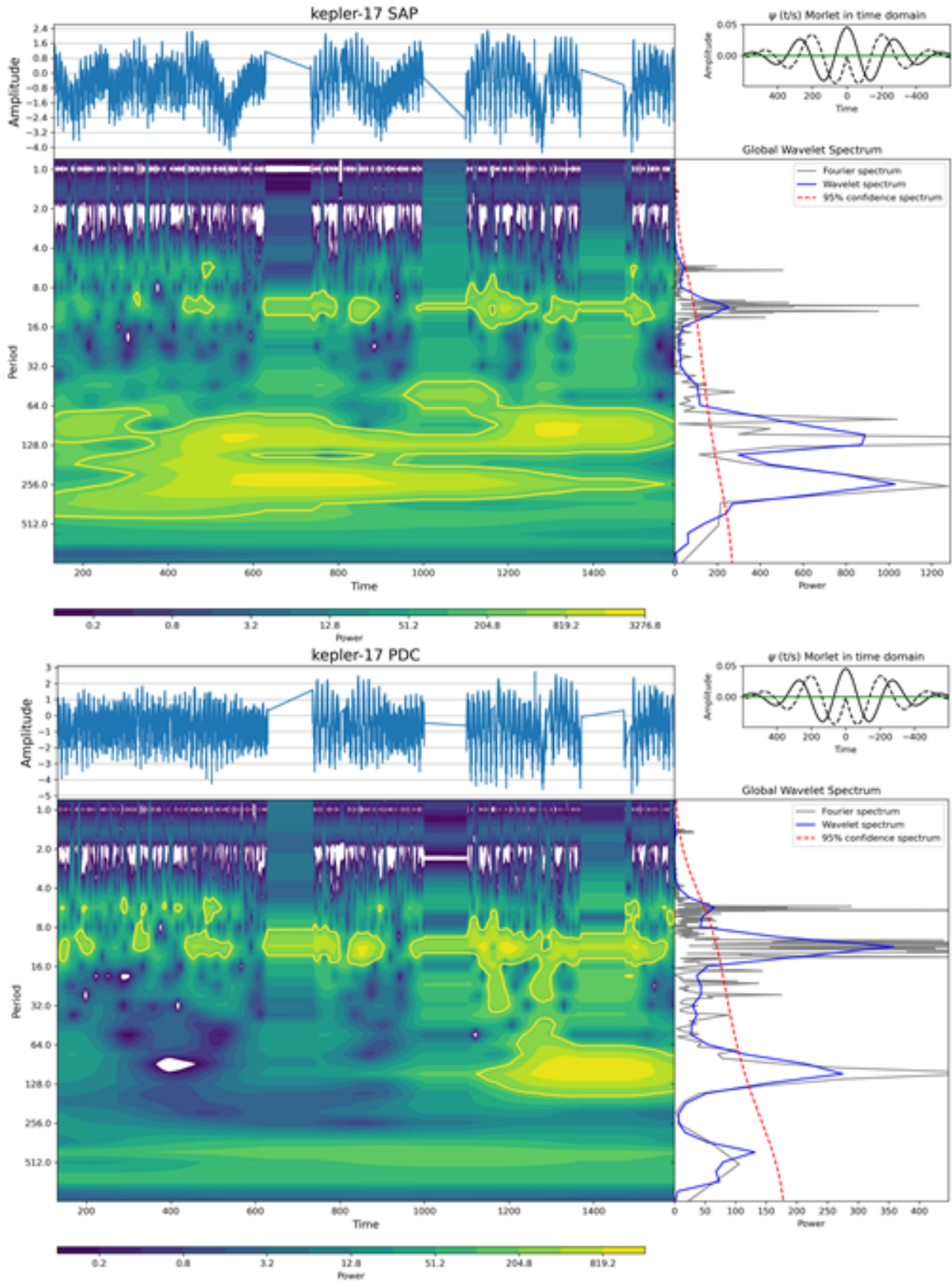
Fonte: Autor.

7.4 Spot Modelling

A maioria das estrelas observadas pelo Kepler na faixa óptica visível, não são adequadas para uma abordagem no domínio de Fourier (periodograma) porque suas regiões ativas na fotosfera têm vida útil mais curta do que a escala típica de cisalhamento de RD, como foi discutido anteriormente. Por outro lado, se o tempo de evolução intrínseca das manchas estelares puder ser negligenciável, as técnicas baseadas em periodogramas podem ter sucesso na estimativa de RD em estrelas semelhantes ao Sol.

Para avançar na tentativa de inferir uma RD em estrelas que possuam manchas estelares que evoluem em uma escala de tempo $1/\Delta\Omega$, investigamos as potencialidades de um modelo simples de duas manchas estelares (*Spot Modelling*), já discutido no capítulo 5, para extrair RD superficial. Nossa abordagem aplica uma técnica simples de autocorrelação para estimar o tempo de coerência da modulação na curva luz, que fornece uma estimativa da vida útil das manchas a serem comparadas com a escala de tempo de cisalhamento de RD. Isso nos permite selecionar candidatas promissoras para modelagem de manchas. Para uma dada estrela, realizamos uma triagem dos intervalos de tempo que mostram variações que provavelmente

Figura 34: Parte superior: análise wavelet da série temporal SAP. Parte inferior: análise wavelet da série temporal PDCSAP.



Fonte: Autor.

derivam do efeito de RD em vez da evolução intrínseca da mancha estelar. Finalmente, aplicamos um método de cadeia de Markov Monte Carlo (MCMC) para estimar o valor mais provável de RD e seu desvio padrão, seguindo uma abordagem introduzida por Croll (2006). Comparamos o método de modelagem de manchas com os anteriores, analisando nossa amostra de estrela, cuja RD foi extraída utilizando uma outra abordagem. Além disso, também consideramos o caso do Sol como uma estrela, para mostrar as limitações do nosso método no caso de uma estrela de rotação mais lenta, ou seja, quando a curva de luz não é estável o suficiente para permitir medir a RD.

A inclinação do eixo de rotação estelar i é fixado para as estrelas de nossa amostra e os valores se encontram na tabela 6. A temperatura efetiva e a gravidade superficial podem ser usadas para ter os valores iniciais dos coeficientes de escurecimento do limbo na banda passante do Kepler, os valores utilizados estão listados na tabela 5 juntamente com as referências. O contraste das manchas em todos os casos é fixado inicialmente no valor $C_s = 0,550$ (como usado em Valio et al. (2017)), isso porque não temos informações sobre a temperatura das manchas em nossas estrelas. Presume-se que as fáculas tenham um contraste fixo de $C_f = 0,115$, elas imitam o comportamento de contraste das fáculas fotosféricas solares, pelo menos em um sentido aproximado e médio. A razão Q entre a área da fácula e a área da mancha em uma dada região ativa é fixa e os valores usados também estão na tabela 5. Para uma descrição mais detalhada do impacto desses parâmetros no modelo, remetemos o leitor a Lanza et al. (2019).

8 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao longo de nossa tese procuramos discutir o problema de estimar rotação diferencial superficial de estrelas do tipo solar usando fotometria de alta resolução. Para tanto, empregamos dados fotométricos obtidos pela missão espacial Kepler, por radiômetros em diferentes plataformas espaciais (curva TSI solar), dados da SOLSTICE (curva na banda passante ultravioleta do Sol), além de dados fotométricos simulados (*blind test* com 10 curvas de luz simuladas pelo código `SimOne`). No presente capítulo, apresentamos os principais resultados da nossa análise, bem como as vantagens e desvantagens da nossa metodologia em comparação com os métodos atuais da literatura.

Como teste de validade para nossas discussões, selecionamos uma amostra de estrelas com rotação diferencial previamente conhecida, incluindo as simuladas. Para iniciar nosso estudo, começamos pelo Sol, sobre o qual temos um amplo conhecimento de sua rotação diferencial devido aos estudos realizados por meio de imageamento Doppler, movimento das manchas e heliosismologia.

8.1 Analisando a variabilidade Solar

Como visto no capítulo 2, a rotação diferencial é um parâmetro chave para compreender o funcionamento do dínamo solar e estelar, sua observação é uma tarefa de grande importância. Enquanto a rotação diferencial do Sol pode ser modelada teoricamente (Kitchatinov, 2015), o problema ainda intriga os astrofísicos e permanece uma questão em aberto, principalmente, para estrelas além do Sol.

De forma geral, os métodos disponíveis para o estudo da rotação diferencial superficial em estrelas envolvem:

- a investigação do alargamento rotacional de linhas espectrais estelares, ou seja, análise de perfil de linha;
- o monitoramento de manchas estelares por imageamento Doppler;
- a construção do perfil rotacional estelar monitorando o período de modulação rotacional de certos indicadores de atividade ao longo de um ciclo completo de atividade.

Enquanto os dois primeiros métodos são limitados a rotadores rápidos com períodos de rotação tipicamente variando de horas a alguns dias, a aplicação do terceiro método é basicamente independente do período de rotação estelar. Os únicos requisitos são que as regiões ativas sejam distribuídas de forma não homogênea sobre a superfície estelar para causar

modulação rotacional de um determinado rastreador de atividade, seu tempo de vida seja suficiente e que sua latitude média varie pouco durante um ciclo de atividade.

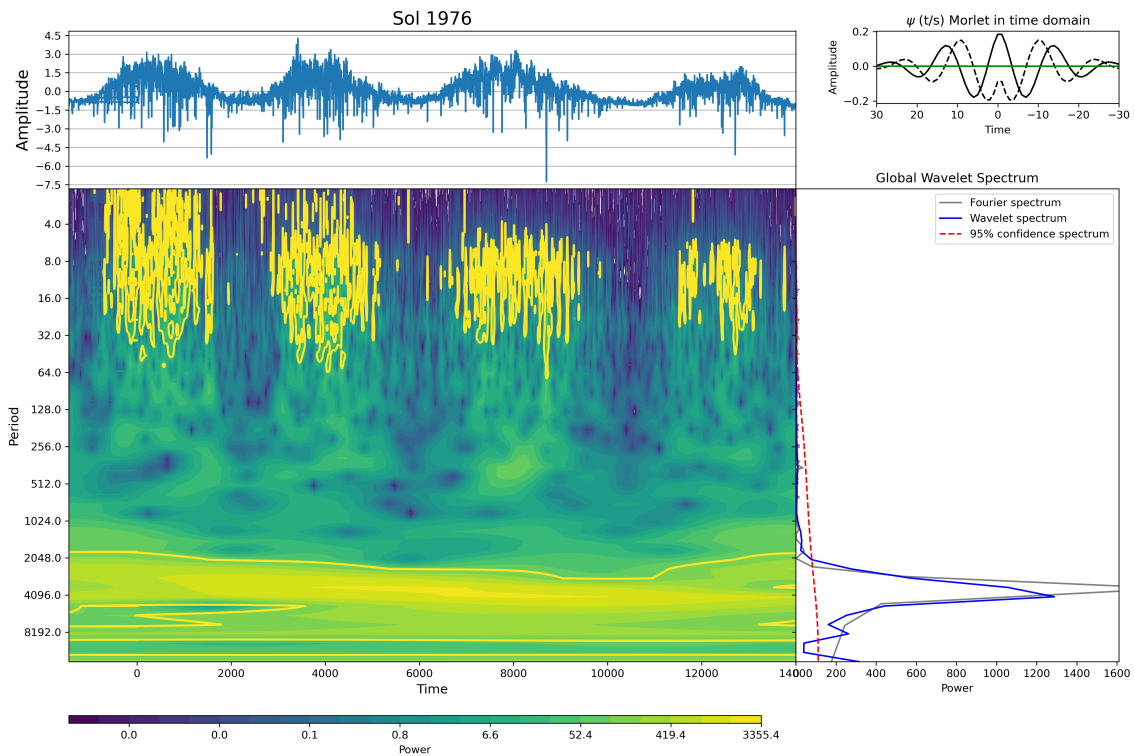
8.1.1 *Curva de luz TSI solar com cadência de 1 dia*

Como vimos anteriormente, a curva de luz TSI solar é uma excelente oportunidade para comparação de estudos relativos à atividade estelar, os ciclos magnéticos solares, as regiões ativas (que podem ser usadas para estudar a rotação diferencial), a atividade magnética, a dinâmica de manchas, além dos ciclos de variabilidade estelar. Nesse contexto, antes de trabalhar com a nossa amostra, descrevemos brevemente os resultados do procedimento *wavelet* aplicado à série temporal TSI solar com *cadência diária*. A figura 35 mostra a análise *wavelet* aplicada à série TSI do Sol, o painel superior esquerdo exibindo a série temporal, o seu mapa local logo abaixo, contendo as respectivas amplitudes apresentadas na forma de um mapa de contorno colorido, e o espectro global à direita contendo o espectro de Fourier, o espectro *wavelet* e o espectro de confiança. Além disso, no canto superior direito ainda temos a função Morlet no domínio do tempo. O mapa *wavelet* revela claramente dois picos predominantes do espectro, o ciclo de 11 anos (3.952 dias, usando o nosso método) bem como o ciclo de 22 anos (8180 dias) que corresponde ao campo magnético do Sol retornando ao seu estado original, completando o que é conhecido como ciclo de Hale (Batista et al., 2023). Além disso, o espectro global também mostra outras periodicidades e alguns sub-harmônicos com menor potência.

Já na figura 36, removemos as contribuições de longa escala de tempo utilizando correção polinomial de grau superior. As periodicidades solares de média e curta escala, bem como as suas variações ao longo de todo o intervalo de tempo, ficaram claramente identificadas. A característica dominante no espectro global é a periodicidade entorno de 30 dias, que está relacionado ao período de rotação médio solar, que é mais evidente nos períodos de maior atividade, mas persiste ao longo dos quatro ciclos. Devemos enfatizar que uma curva de luz com a janela temporal tão longa não é adequada para inferir com precisão o período rotacional, pois o valor varia com os ciclos, e isso pode ser notado no alargamento do pico no espectro *wavelet* e nos vários picos do espectro de Fourier em torno de 30 dias.

Em Lanza et al. (2003), os autores analisaram a variabilidade temporal da curva TSI solar. A determinação do período de rotação é dificultada pelos curtos tempos de vida das regiões ativas em comparação com o período de rotação. Apenas durante as fases com menor nível de atividade do ciclo solar, quando a variabilidade é dominada por fáculas de vida mais longa, é possível determinar o período sinódico solar verdadeiro. Para tal, usaram a fase mínima do ciclo solar 23 (1996-1998) que foi dividida em 13 subconjuntos de comprimento 158 dias. Em seguida, aplicaram o método do periodograma Lomb-Scargle a cada subconjunto. A Tabela 4 mostra os resultados, em que o MJD (Modified Julian Date, em livre tradução “Data Juliana Modificada”)

Figura 35: Análise *wavelet* da série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018.



Fonte: Autor.

de cada subconjunto, o ano e o período P_{mod} correspondente ao pico principal do periodograma dos dados no subconjunto são fornecidos.

Tabela 4: O período correspondente ao pico mais alto do periodograma em cada um dos subconjuntos de 158 dias.

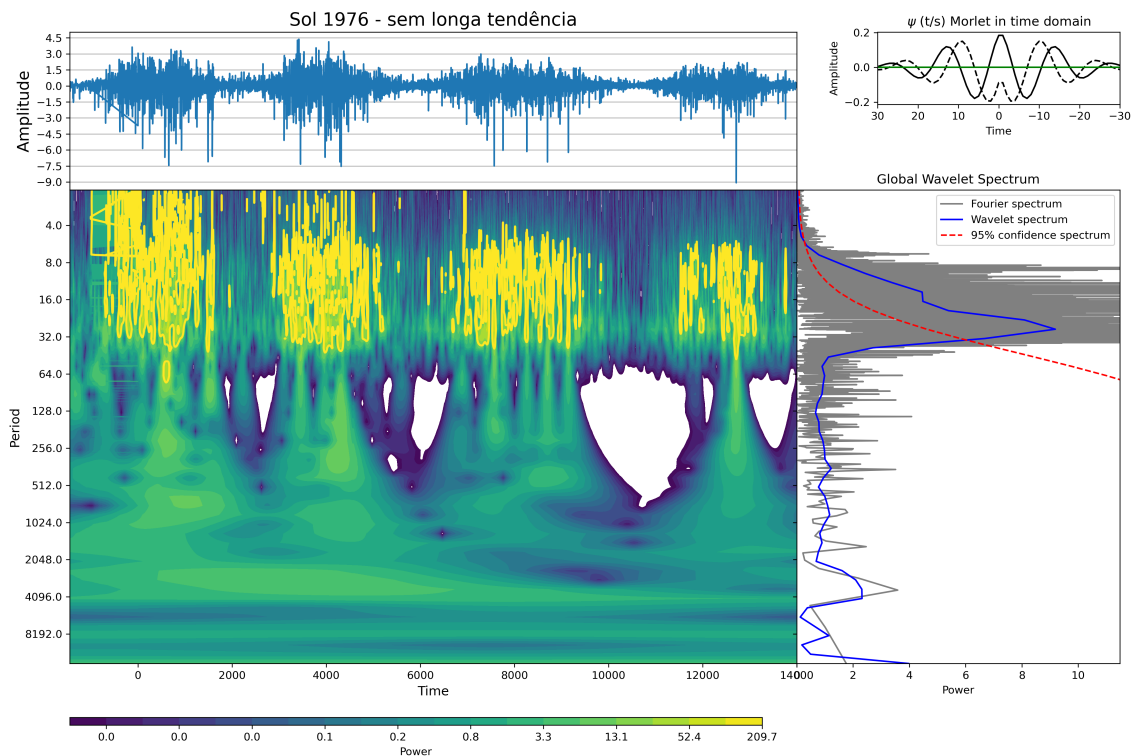
MJD (JD - 2.4×10^5)	Ano	P_{mod} (d)
50180.77	1996.27	26.2
50338.77	1996.70	26.7
50496.77	1997.13	27.2
50654.77	1997.56	31.4
50812.77	1998.00	30.3
50970.77	1998.43	29.3
51128.77	1998.86	25.0
51286.77	1999.30	24.5
51444.77	1999.73	28.5
51602.77	2000.16	29.9
51760.77	2000.59	31.9
51918.77	2001.03	22.0
52076.77	2001.46	26.2

Fonte: (Lanza et al., 2003).

Outras periodicidades interessantes no espectro global também são identificadas na figura 36: 14 dias (segundo pico menor no *espectro wavelet* próximo ao grande pico de ~ 30 dias)

e 396 dias (pequeno pico no *espectro wavelet*). A periodicidade de 14 dias também detectada parece ser um sub-harmônico do período rotacional. Donnelly e Puga (1990) demonstram que esse período está associado às regiões ativas em longitudes opostas na superfície do Sol. Já a periodicidade em torno de 396 dias, acreditamos estar relacionada com a periodicidade de 1,3 anos na base da zona de convecção solar que leva a uma característica solar anual causada por fluxos magnéticos, gerados no interior do Sol, como apontado por Howe et al. (2000). As características solares encontradas a partir de nossa análise *wavelet* realizadas neste trabalho, estão em boa concordância com os resultados obtidos na literatura (por exemplo: (Willson; Mordvinov, 1999) e (Fröhlich; LEAN, 1998)).

Figura 36: Análise *wavelet* da série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018 com as características de longa escala de tempo removidas.

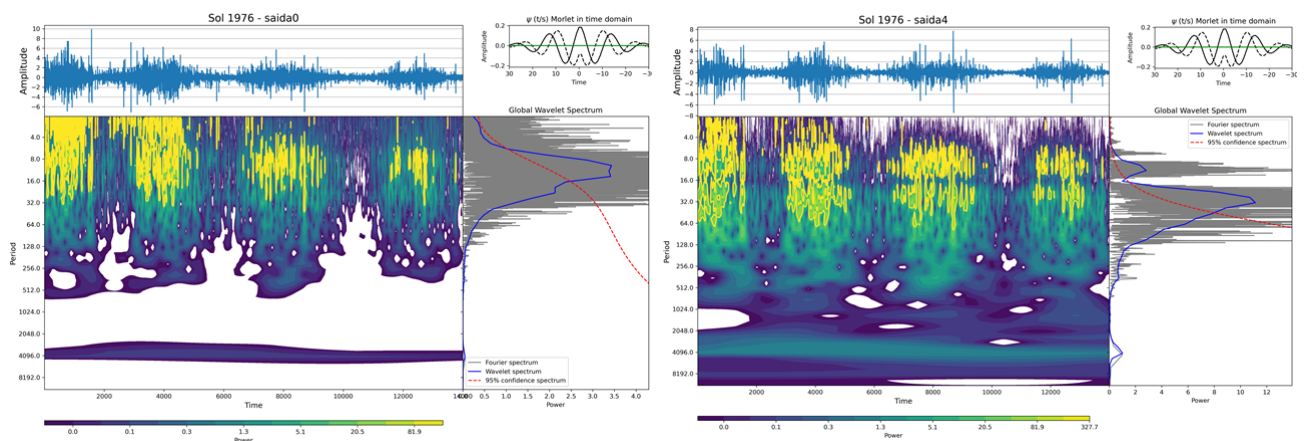


Fonte: Autor.

Na tentativa de analisar as variabilidades fotométricas provocadas por efeitos característicos na curva de luz do Sol e que mudam em diferentes escalas de tempo, determinamos a série temporal autocorrelacionada do Sol em função da escala de tempo para diferentes valores de n . As figuras 37 e 38 mostram o procedimento *wavelet* aplicado em tais séries em função da escala de tempo para $n = 0, 4, 7$ e 9 . Podemos observar que para $n = 0$ o mapa *wavelet* global mostra um sinal com bastante ruído (o que era esperado, pois estamos associando pontos vizinhos e a cadência temporal é de 1 dia), além de um pico largo característico em torno de 14 dias e um segundo pico de menor potência em torno de 30 dias. Já para $n = 4$ (16 dias, metade do período

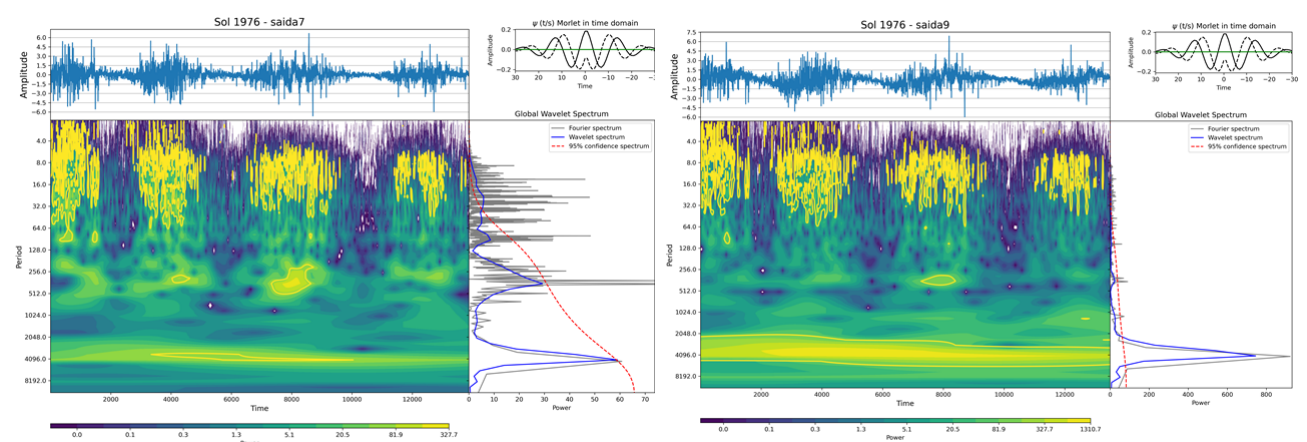
rotacional médio), temos como característica principal um largo pico em torno de 30 dias e picos de menores potência em 14 dias, 396 dias e 11 anos. Analisando o mapa *wavelet* para $n = 7$ (128 dias) e $n = 9$ (512 dias), voltamos a observar como periodicidade principal um pico em torno de 11 anos (o que era previsto, já que estamos associando pontos em maiores escala de tempo), bem como um segundo pico por volta de 396 dias, além de um pequeno pico em torno de 170 dias (para a curva com $n = 7$) que acreditamos está relacionada à ocorrência de “*flares*” também chamado de período de Rieger (Rieger et al., 1984). Outras periodicidades e alguns sub-harmônicos de menor potência também pode ser encontrados. É importante notar, que a medida que analisamos o mapa *wavelet* para n crescente, observamos o ruído do sinal diminuir e evidenciar periodicidades de maior escala temporal.

Figura 37: Análise *wavelet* da série temporal solar autocorrelacionada para $n = 0$ (esquerda) e $n = 4$ (direita).



Fonte: Autor.

Figura 38: Análise *wavelet* da série temporal solar autocorrelacionada para $n = 7$ (esquerda) e $n = 9$ (direita).



Fonte: Autor.

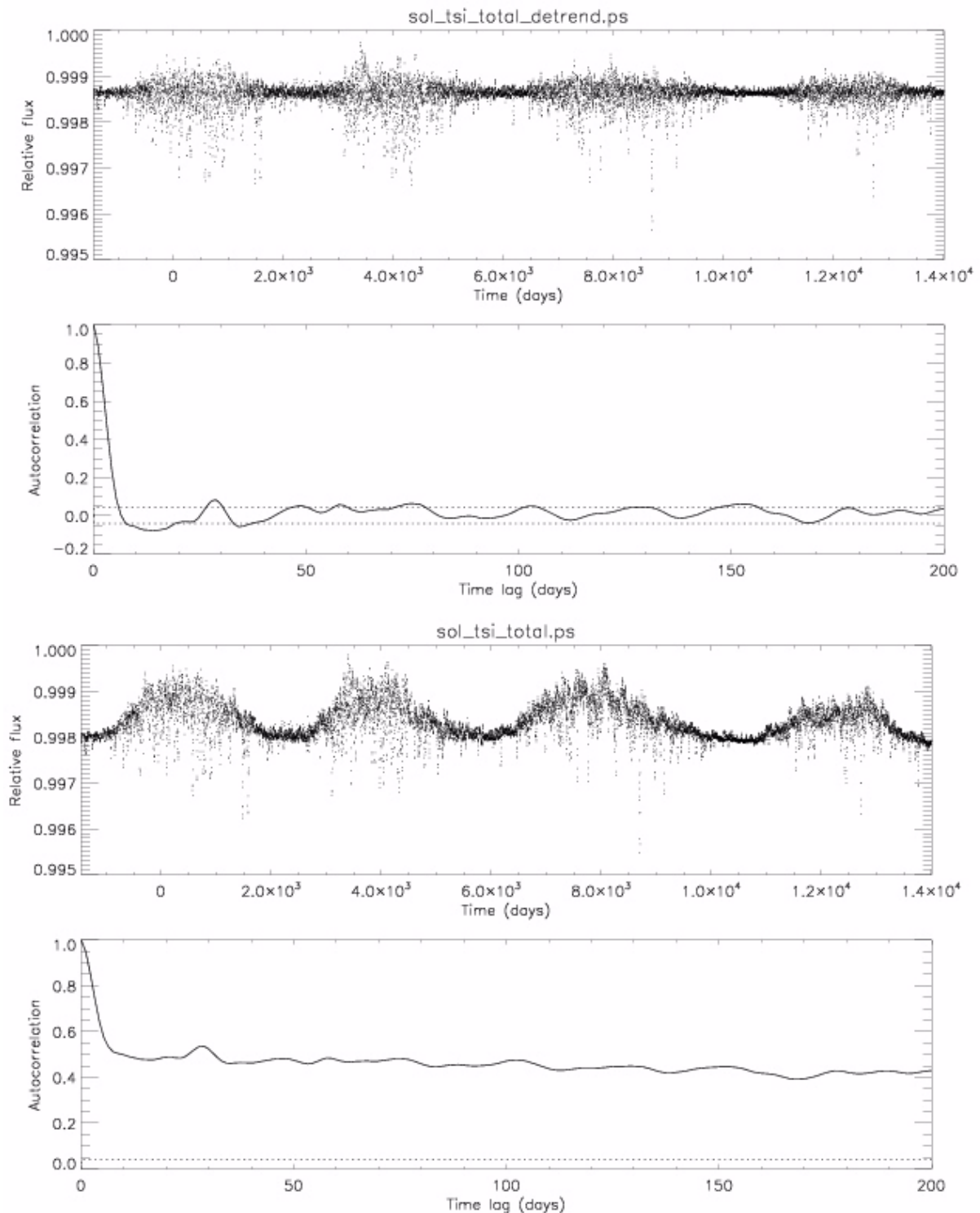
O próximo passo em nossa pesquisa consiste em utilizar uma função de autocorrelação descrita no Capítulo 5. Esse procedimento fornece informações importantes sobre a

consistência do sinal fotométrico e posterior aplicação da modelagem de manchas. A figura 39 apresenta os resultados da aplicação da função de autocorrelação para a curva de luz TSI solar. Como já mencionado anteriormente, nosso modelo é baseado na modelagem de manchas e, portanto, é possível que esse procedimento não seja aplicável a série TSI do Sol, uma vez que as manchas solares não são visíveis constantemente na superfície e seguem um ciclo de 11 anos (já bem conhecido) e, quando surgem, geralmente ficam confinadas em uma região de atividade conhecida como cinturão de atividade solar. Quando as manchas evoluem rapidamente, torna-se difícil extrair informação sobre RD baseando-se na modelagem delas, já que subdividimos a curva em intervalos ΔT e supomos que as manchas evoluem em uma escala de tempo menor e, assim, podemos considerar seus efeitos como apenas um aumento no ruído. Analisando a função de autocorrelação conseguimos observar claramente que a consistência da modulação é péssima, um forte indicativo que aplicar o método “Spot Modelling” será bastante difícil.

Como vimos na figura 36, existem períodos em que a modulação rotacional está mais forte no mapa *wavelet*. Então subdividimos a curva TSI solar, sem tendência de longo termo, em intervalos de 2000 dias e aplicamos a função de autocorrelação, notamos uma pequena melhora na função de autocorrelação (ver figura 40), mas o decaimento dos picos da referida função não ocorre de maneira lenta, como é previsto para a estabilidade do sinal fotométrico, o que indica que essa série temporal TSI solar não é uma boa candidata à aplicação do nosso método de modelagem de manchas. Seria necessário reduzir a janela temporal para isolar a assinatura rotacional, no entanto, tal restrição reduz consideravelmente o número de dados. Por exemplo, para 1 ano de observação são apenas 365 pontos, isso provocaria um efeito secundário, tais como, uma periodicidade de 1 dia que torna-se prevalente no espectro de Fourier, assim como, harmônicos que reduzem o período rotacional solar que é próximo de um mês, como confirmamos nas análises preliminares. Na próxima subseção a cadência é reduzida para uma hora e, certamente, a assinatura rotacional pode se tornar evidente.

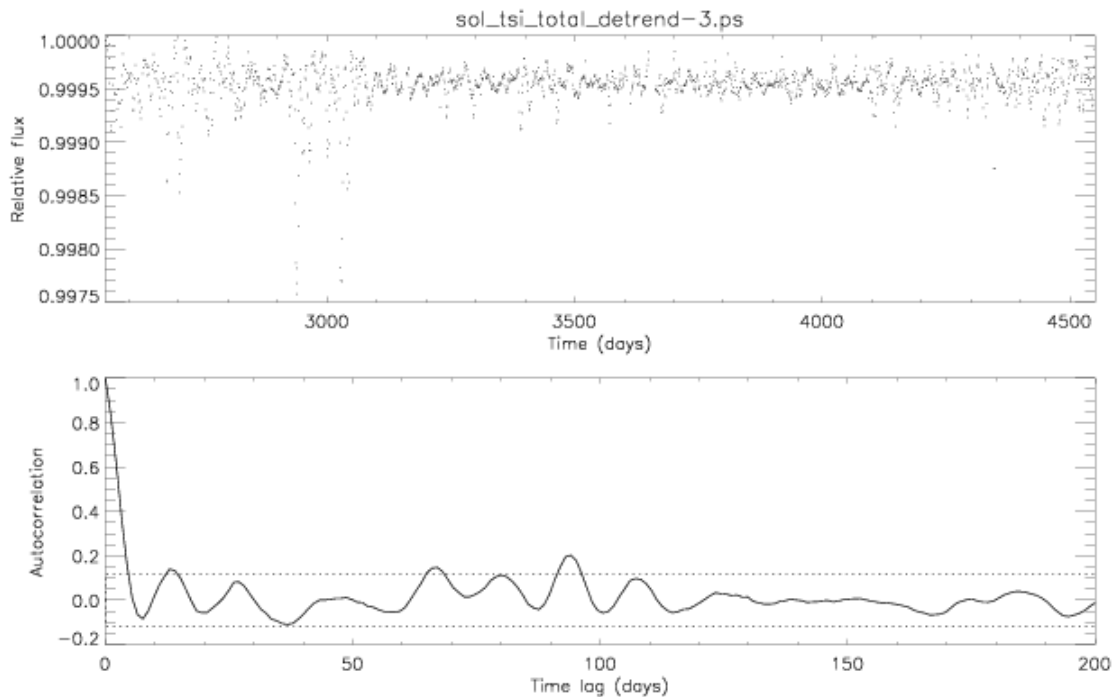
Como visto anteriormente, já era esperado que não conseguiríamos obter um valor para a amplitude da rotação diferencial na curva de luz TSI solar, uma vez que a função de autocorrelação não apresentava um sinal fotométrico coerente. Mas, mesmo assim, aplicamos nosso modelo de manchas para identificarmos o melhor ajuste para RD e realizarmos a análise com MCMC. A figura 41 apresenta o resultado do periodograma GLS aplicado à curva de luz TSI solar com o objetivo de obtermos com mais precisão o período de rotação global, além de estimarmos o melhor intervalo de períodos pra inferir DR com a modelagem de manchas. Podemos observar que essa curva de luz é bastante ruidosa, o que corrobora o fato de não termos uma modulação rotacional coerente presente na série temporal.

Figura 39: Função de autocorrelação aplicada a curva TSI solar total. Na parte superior temos a série temporal TSI do Sol entre 1976 e 2018, enquanto na parte logo abaixo mostramos o resultado da função de autocorrelação. No eixo horizontal temos a defasagem de tempo *lag*, expressa em dias. As linhas tracejadas indicam o intervalo de $\pm\sigma$, em que σ corresponde ao desvio padrão da autocorrelação esperada para um ruído aleatório puro. No outro gráfico, temos a curva TSI solar total sem a tendência de longo termo (sem o período de 11 anos) e, em seguida, a sua função de autocorrelação. Podemos notar o decaimento dos picos da função de autocorrelação, o que é um indicativo de que o tempo de vida das manchas é menor do que um período de rotação.



Fonte: Autor.

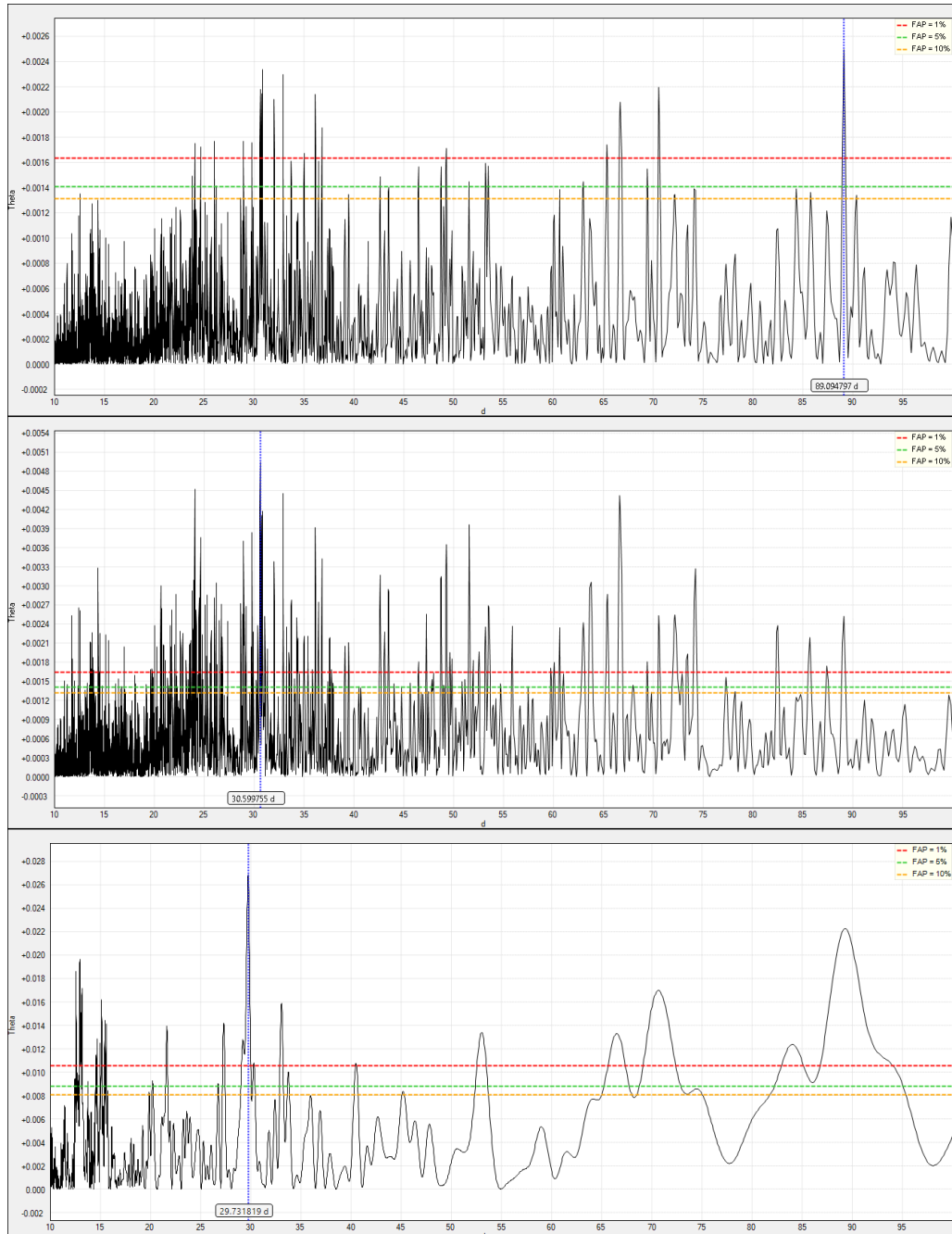
Figura 40: Função de autocorrelação aplicada a um subintervalo de 2000 dias da curva TSI solar total sem tendência de longo termo. Podemos notar uma pequena melhora na função de autocorrelação, mas ainda sim, os pico decaem rapidamente.



Fonte: Autor.

No caso do Sol, usamos como melhor comprimento óptico (ΔT) para nossa análise aproximadamente 14 dias como sugerido em Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014), mas esse comprimento varia muito de uma estrela para outra. As Tabelas 5 e 6 mostram os parâmetros utilizados para análise MCMC de nossa amostra. Para cada intervalo (ΔT) da curva de luz solar, realizamos uma comparação entre o χ^2 do modelo com e sem rotação diferencial, a figura 42 apresenta o resultado obtido com o melhor ajuste do modelo para o intervalo de tempo considerado. Podemos ver que o ajuste feito pela rotação diferencial é melhor do que aquele feito pela rotação de corpo sólido, mesmo assim, devido à qualidade de ambos os ajustes não foi possível inferir um valor de DR quando realizamos a análise com MCMC. Na tentativa de convergirmos a série para valores de $R < 1,2$ fixamos os valores da inclinação do eixo de rotação i e das longitudes θ_1 e θ_2 , além de ajustes manuais para as possíveis correlações entre alguns parâmetros sugeridos no capítulo 5 e, mesmo assim, as cadeias não convergiram para baixos valores de R . Em nenhum dos subintervalos e nem mesmo na curva total TSI solar foi possível fazer qualquer alteração que melhorasse os resultados. Para esses casos ainda repetimos a análise, utilizando diferentes intervalos e assim, confirmarmos que os resultados não dependiam do intervalo escolhido. Porém, para a curva TSI solar total não encontramos nenhum intervalo satisfatório para aplicarmos nosso modelo.

Figura 41: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado à série temporal TSI solar com cadência diária na janela temporal entre 10 a 100 dias. Na parte superior, temos a curva de luz total TSI solar. Na parte central, temos a curva de luz total TSI solar removida à tendência de longo termo. Na parte inferior, temos a curva de luz TSI solar sem as tendências de longo termo para um intervalo de 2000 dias.

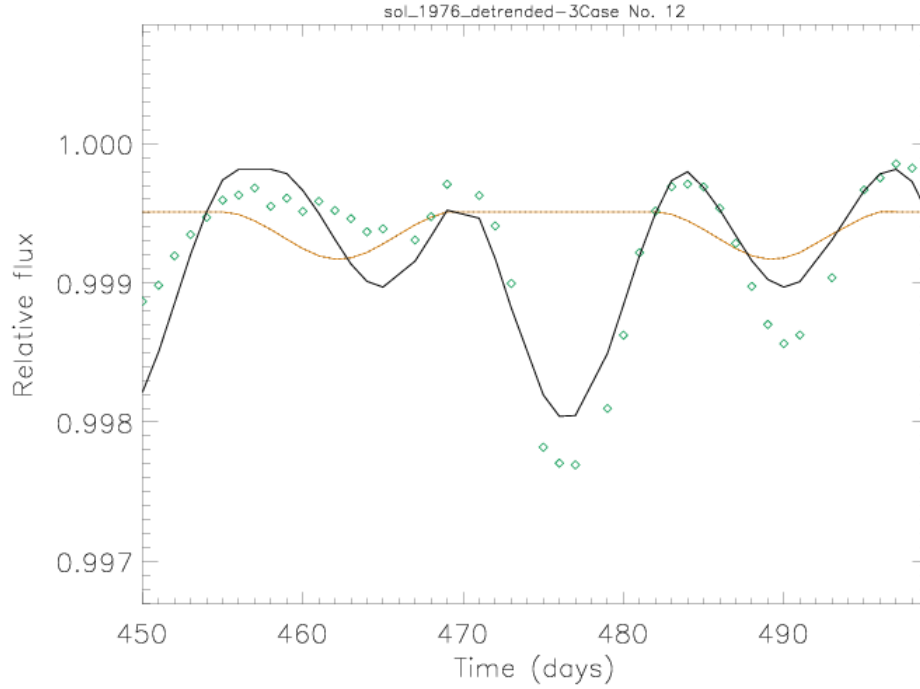


Fonte: Autor.

8.1.2 Curva de luz TSI solar com cadência de 1 hora

A curva de luz TSI solar foi produzida diariamente em duas cadências. Uma consiste em irradiâncias médias diárias e a outra em cadência de 1 hora, ambas relatadas a uma distância solar média de 1 unidade astronômica (UA). Na tentativa de estimarmos a RD, iremos aplicar

Figura 42: Comprimento ótico do Sol (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

Tabela 5 – Parâmetros estelares adotados na modelagem de manchas de nossa amostra, usamos esses valores para todas a curvas de luz solar.

Estrelas	a_p	b_p	c_p	c_s	c_f	Q	Referência
Sol	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014)
Kepler-17	0,580	0,340	0,079	0,550	0,115	2,4	Lanza et al. (2019)
K-17($n = 8$)	0,580	0,340	0,079	0,550	0,115	2,4	"
LC1	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	de Freitas, B. D. e Stellar Team (2024)
LC2	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC3	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC4	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC5	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC6	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC7	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC8	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC9	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"
LC10	0,360	0,840	-0,200	0,550	0,115	1,6	"

Fonte: Autor.

nossos métodos à curva TSI solar total com *cadência de 1 hora*. Iniciaremos com a análise *wavelet* na série temporal solar total para as curvas com e sem tendência de longo tempo (fizemos o mesmo procedimento de suavizar a curva de luz utilizando polinômios de ordem superior), a figura 43 mostra o resultado. As periodicidades encontradas na análise *wavelet* são as mesmas encontradas para a curva de luz TSI solar com cadência diária, isso sugere que a cadência não teve muito impacto em nossa análise, porque a janela temporal é muito grande.

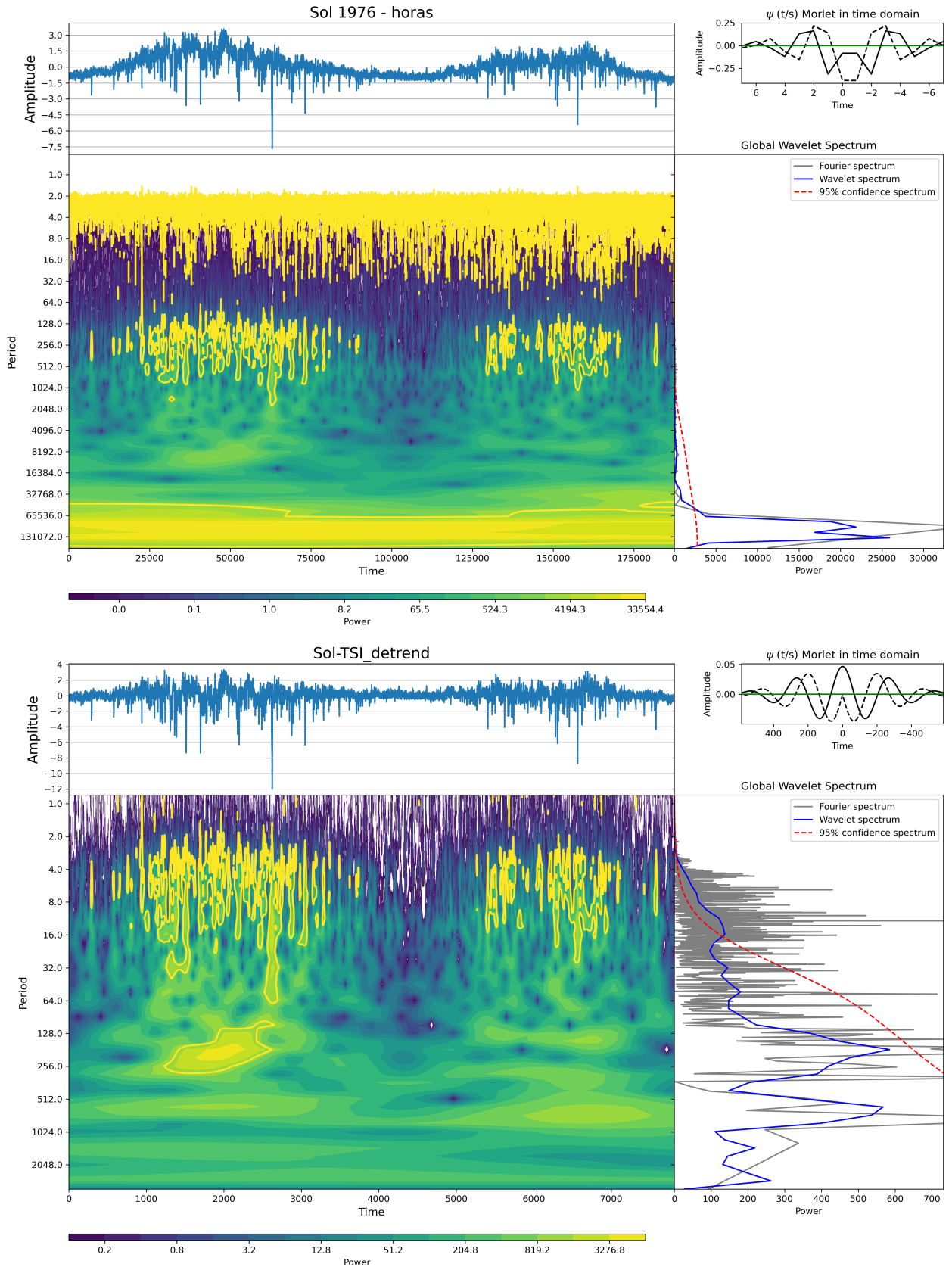
Já na figura 44 mostramos a função de autocorrelação aplicada as curvas TSI solar em cadência de 1 hora com e sem tendência de longo termo, em ambas as curvas a modulação não é evidenciada. Como discutido na seção passada, isso indica que a técnica de modelagem de manchas não dará bons resultados no tocante à dinâmica de manchas, ao menos nessa específica janela temporal.

Como visto anteriormente, as manchas solares têm tempo de vida menores do que uma rotação do Sol e a modulação presente na curva TSI provocada por elas, é geralmente intrínseca a sua própria evolução, tornando difícil o uso dessa modulação para inferir RD. Então, para realizar o estudo da RD solar escolhemos a época na qual a presença de manchas é mais evidente na modulação rotacional. Donahue e Keil (1995) apontaram que um parâmetro crucial para a determinação adequada da modulação rotacional é o comprimento do conjunto de dados sobre o qual o espectro de Fourier é calculado e sugeriram que não deveria exceder entre 150-200 dias para o Sol, a fim de detectar mudanças sistemáticas relacionadas com a evolução do ciclo da atividade. Tendo em vista tais considerações, o período selecionado tem uma duração de 200 dias com início em 30 de novembro de 1996 como também sugerido por Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014).

A figura 45 apresenta o resultado do periodograma (GLS) aplicado à curva de luz TSI solar em cadência de 1 hora, assim obtemos o período de rotação global e estimamos o melhor intervalo de períodos pra inferir DR com a modelagem de manchas *a posteriori*. A figura 46 mostra a análise *wavelet* e a função de autocorrelação aplicadas a essa curva de 200 dias. Nela podemos ver claramente um expressivo sinal de modulação. Mas, notamos que o primeiro pico da função de autocorrelação já é aproximadamente menor do que 0,5 e o segundo pico é menor ainda, mostrando que o decaimento dos picos da referida função não ocorre de maneira lenta como é previsto para uma boa estabilidade do sinal fotométrico. Essa curva também é bastante ruidosa, mas quando analisamos o intervalos de 200 dias, notamos um pico alargado em torno de 27 dias.

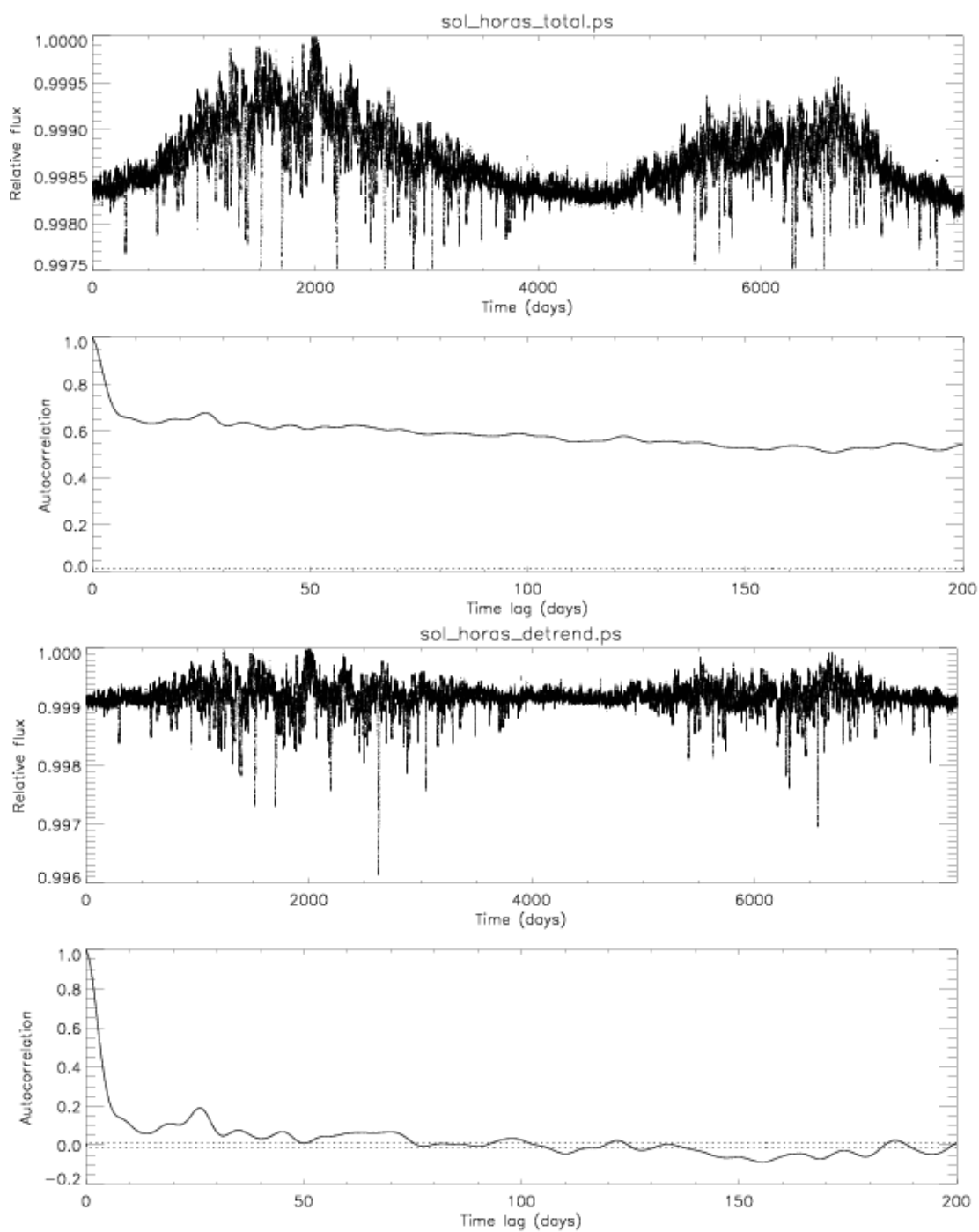
Mesmo assim, aplicamos nossa técnica de modelagem de manchas ao subintervalo ΔT de 14 dias para essa curva de luz, como é perceptível na figura 47, a qual apresenta os resultados obtidos com o melhor ajuste do modelo com e sem rotação diferencial. Podemos perceber que o ajuste feito pela rotação diferencial é melhor do que aquele feito pela rotação de

Figura 43: Análise *wavelet* da série temporal TSI do Sol em cadência de 1 hora e com (superior) e sem as características de longa escala de tempo (inferior).



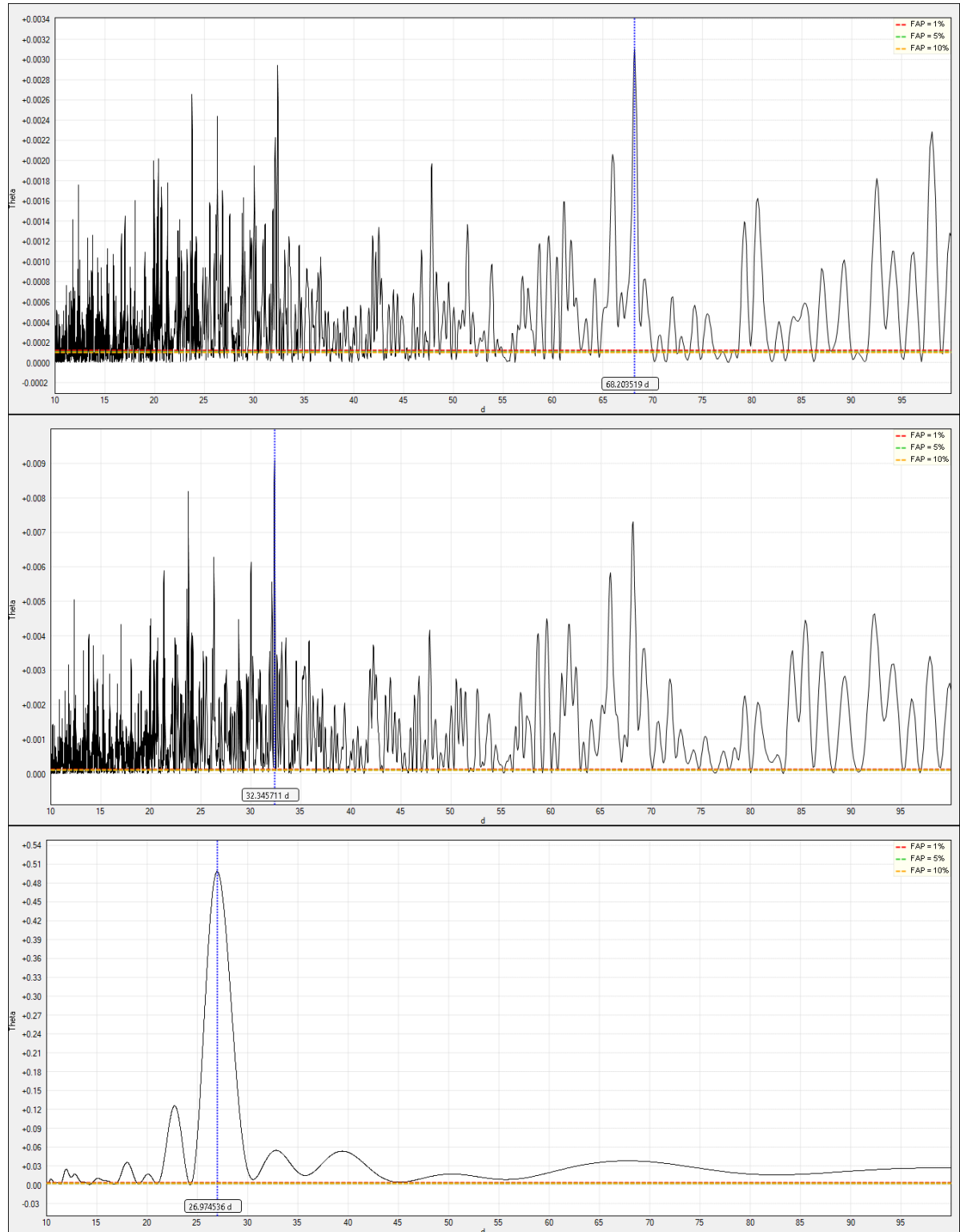
Fonte: Autor.

Figura 44: Função de autocorrelação aplicada a curva TSI solar total na cadência de 1 hora. Na parte superior temos série temporal com tendência de longo termo, enquanto que na parte inferior mostramos o resultado da função de autocorrelação para a curva com a tendência de longo termo removida.



Fonte: Autor.

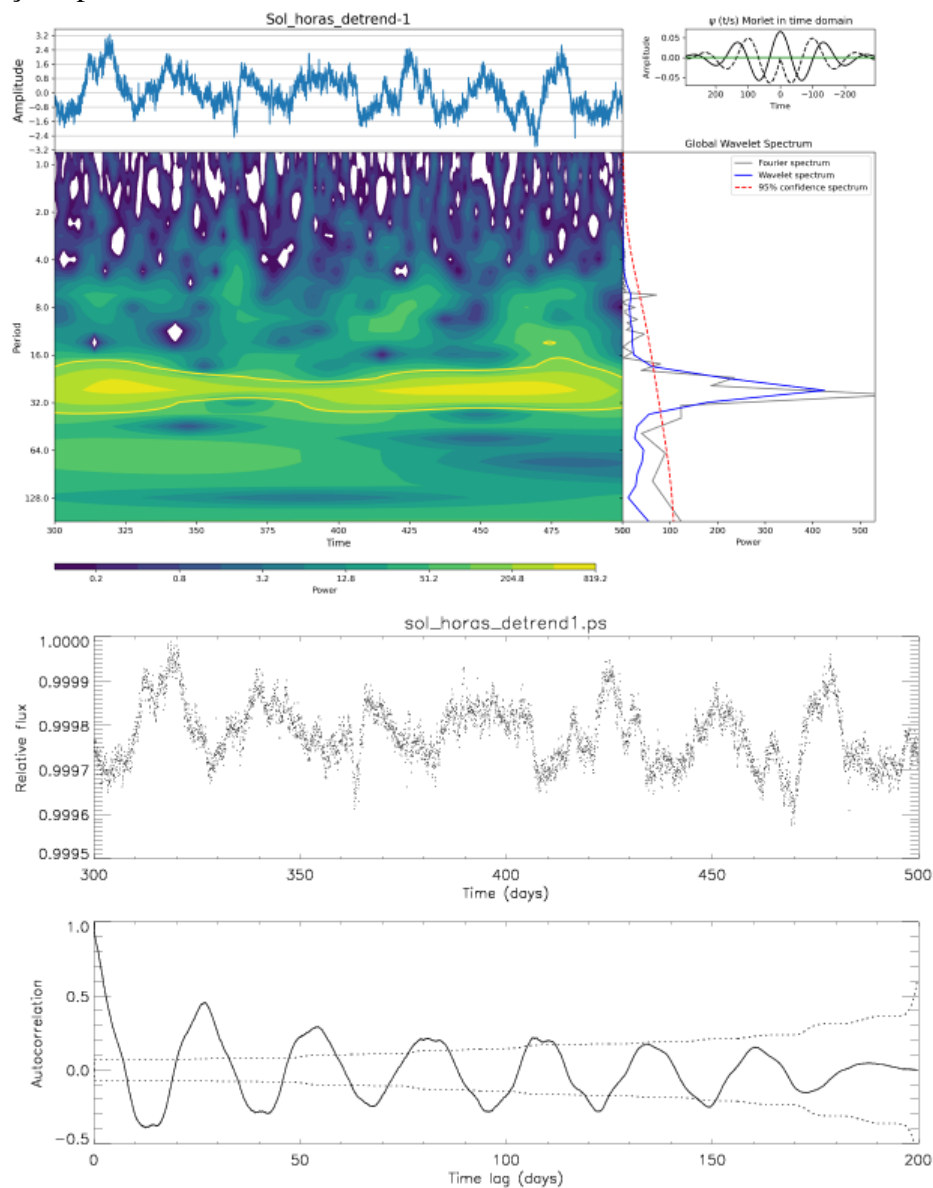
Figura 45: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado à série temporal TSI solar com cadência em horas na janela temporal entre 10 a 100 dias. Na parte superior, temos a curva de luz total TSI solar. Na parte central, temos a curva de luz total TSI solar removida as tendências de longo termo. Na parte inferior, temos a curva de luz TSI solar sem as tendências de longo para um intervalos de 200 dias.



Fonte: Autor.

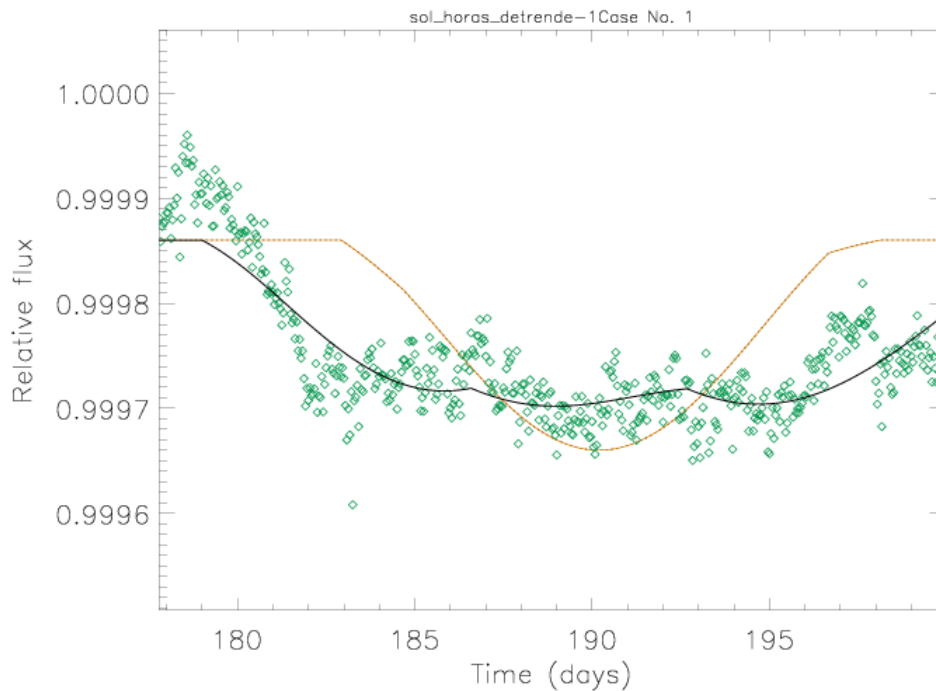
corpo sólido. Entretanto, devido à qualidade de ambos os ajustes, não foi possível inferir um valor de DR quando realizamos a análise MCMC (como aconteceu com a curva TSI solar de cadência diária). Esse era um resultado já esperado, primeiro porque a qualidade da função de autocorrelação não é muito boa e segundo porque o tempo de vida médio das manchas é curto demais e sua presença na superfície solar não é constante. Além disso, a variabilidade causada pelo efeito das fáculas também interfere na nossa análise. Logo, para estrelas que apresentam essas características o referido modelo não é adequado.

Figura 46: Na parte superior temos a análise *wavelet* aplicada a curva de 200 dias TSI solar com cadência de horas. Enquanto que na parte inferior mostramos o resultado da função de autocorrelação aplicado a mesma curva de 200 dias.



Fonte: Autor.

Figura 47: Comprimento óptico do Sol (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

8.1.3 Curva de luz solar na banda ultravioleta

Dentre os vários métodos para estudar a rotação diferencial em superfícies estelares, monitorar o período de rotação ao longo de um ciclo de atividade completo, é, muitas vezes, o único método disponível que pode ser aplicado a estrelas que giram como Sol. No entanto, o método requer regiões ativas na superfície estelar que se distribuem continuamente em sua latitude durante um ciclo. Além disso, é necessário um rastreador de atividade apropriado, ou seja, com tempo de vida suficiente para mostrar sua modulação rotacional. Traçadores que funcionam mesmo para estrelas de rotação lenta, ou seja, fracamente ativas, são os núcleos de emissão de certas linhas espectrais. Todavia, a questão é se a RD da superfície pode ser determinada a partir desse tipo de observação e, além disso, qual método de análise é mais adequado para produzir os resultados já conhecidos na literatura. Investigamos observações do Sol como uma estrela, ou seja, medições integradas ao disco, para refletir sobre essas indagações.

Como vimos, a curva de luz óptica TSI do Sol não é estável o suficiente para permitir inferir RD, até a rotação global, às vezes, é difícil de medir, pois a rápida evolução intrínseca dos marcadores fotosféricos ativos (manchas solares) é geralmente menor do que uma rotação global (Lanza; das Chagas; de Medeiros, 2014). A modulação produzida por outros marcadores, como as fáculas, por exemplo, é geralmente mais coerente, ou seja, permanece estável durante alguns ciclos de rotação. Portanto, devemos analisar outras curvas de luz solar, em particular, na banda

passante ultravioleta. Vimos no capítulo anterior que o SOLSTICE forneceu à comunidade científica medições precisas e de longo prazo da irradiância espectral ultravioleta solar (UV) e ultravioleta distante (FUV) (Meftah, M. et al., 2021). Os marcadores que mostram uma modulação rotacional relativamente precisa são os núcleos de emissão de certas linhas espectrais. As linhas mais importantes são de CaII na faixa espectral óptica, MgII e Lyman- α no ultravioleta.

O Sol, por sua proximidade e importância, é uma espécie de “chave-mestra” na busca por entender a dinâmica estelar. O padrão de rotação diferencial superficial solar é bem conhecido e pode ser comparado com resultados das observações do Sol como uma estrela, ou seja, das medidas integradas sobre o disco solar (Lanza et al., 2003). Donahue e Keil (1995) examinaram os dados integrados de CaII no disco solar e usando a análise de Fourier encontraram uma amplitude de DR muito alta. Já Hempelmann e Donahue (1997) descobriram uma amplitude de DR significativamente menor, aplicando a análise wavelet aos mesmos dados. No entanto, comparando os resultados com observações solares em detalhes Gray e Baliunas (1997) mostraram que a amplitude de DR que eles descobriram ainda parece ser um pouco grande demais. Em nosso estudo, iremos também investigar o perfil rotacional solar usando os traçadores de atividade cromosférica MgII e Lyman- α , como segue.

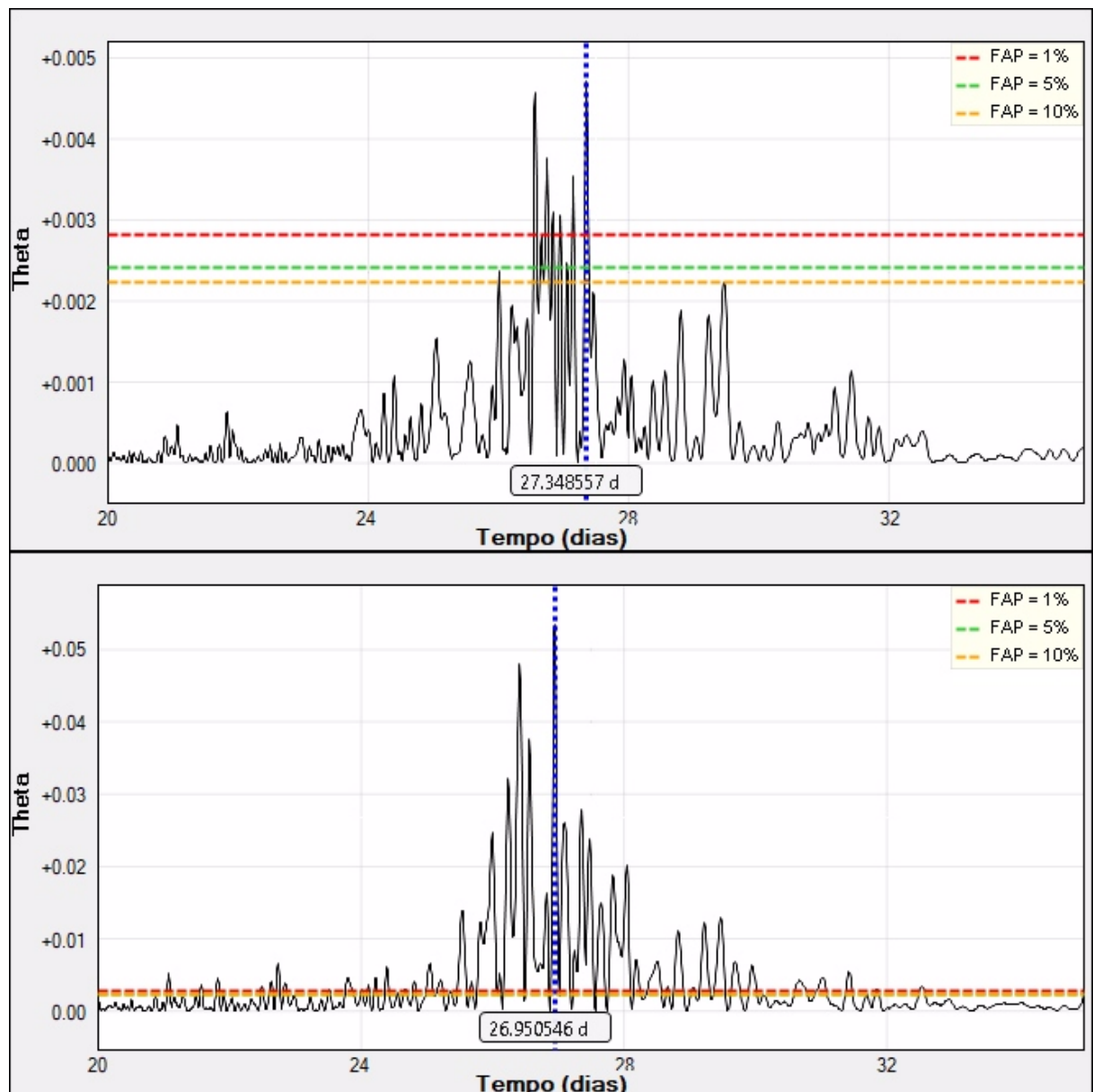
8.1.3.1 *Curva de luz MgII solar*

Com os dados em mãos, iniciaremos estimando o período de rotação global de ambas as curvas a partir da aplicação do periodograma GLS (utilizando o software *Peranso*) e posterior comparação com os períodos encontrados na análise *wavelet*. Usamos o periodograma para uma janela temporal entre 10 e 40 dias, assim poderemos ver mais detalhadamente a modulação rotacional presente na curva. Também removemos as contribuições de longa escala de tempo utilizando correção polinomial como fizemos com a curva de luz solar TSI, pois nossa intenção é evidenciar a modulação rotacional presente. A figura 48 mostra o resultado do periodograma aplicado à curva de luz MgII com e sem tendência de longo termo, observamos vários picos no periodograma em torno do período global de $27,35 \pm 0,2$ dias para a curva com tendência de longo termo e um período global de $26,95 \pm 0,2$ dias para a curva sem tendência de longo termo. Um ponto importante a se observar é o FAP, que para a curva com tendência de longo termo a maioria dos picos em torno do período global estão abaixo do FAP de 1%, indicando uma curva muito ruidosa.

Já para a curva sem tendência de longo termo esses picos em torno do período global são significativos (acima do FAP de 1%) e indicam rotação diferencial. Podemos estimar o valor de RD usando o espectro de potência do periodograma GLS e pegando somente o pico com altura de pelo menos quatro vezes a do ruído branco estimado a partir da raiz do valor quadrático médio (RMS) ou valor eficaz da série temporal. O valor de cisalhamento absoluto superficial

estimado de acordo com a equação 2.2 é $\Delta\Omega = 0,033 \text{ rad/dia}$ e da rotação diferencial relativa é de $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,6\%$, esses valores estão um pouco abaixo do conhecido na literatura que é de $\Delta\Omega = 0,050 \text{ rad/dia}$. Lembrando que fizemos apenas uma estimativa de um limite inferior para RD usando o periodograma GLS, o que mostra que esses indicadores são promissores para nossa técnica de modelagem.

Figura 48: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a curva de luz MgII com tendência de longo termo (superior) e sem tendência (inferior) na janela temporal entre 20 e 35 dias.



Fonte: Autor.

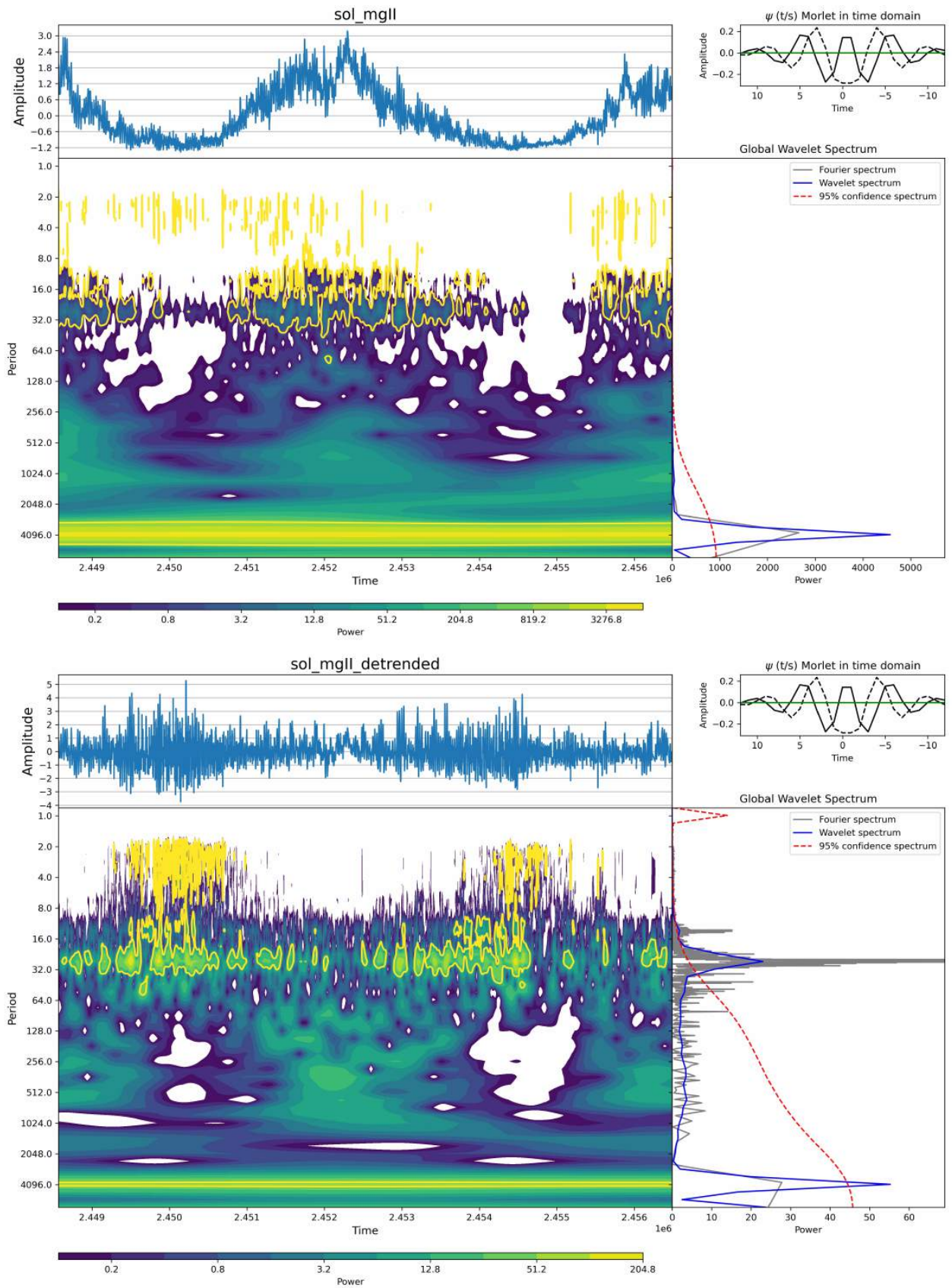
Agora iremos aplicar a análise *wavelet* nas curvas MgII com e sem tendência de longo termo, assim podemos ver o melhor intervalo de tempo para aplicação da modelagem de manchas posteriormente. A figura 49 mostra o mapa *wavelet* contendo no espectro global, o

espectro *wavelet* e o de Fourier com suas respectivas amplitudes, além das séries temporais e o seu mapa de cores. O mapa *wavelet* revela claramente um pico predominante no espectro da curva com características de longo tempo (parte superior da figura), o ciclo de 11 anos (em torno de 4.095 dias) bem como uma pequena modulação rotacional em torno de 30 dias no mapa de cores. Já na parte inferior da figura 49, em que removemos as contribuições de longa escala de tempo, as modulações solares de média e curta escala ficaram claramente evidenciadas. Observamos que o pico em torno de 4.090 dias ainda continua presente, mas com uma intensidade no mapa de cores bem menor. A característica dominante no espectro global é a modulação rotacional em torno de 30 dias que fica mais evidente no mapa de cores nos períodos de maior atividade solar, mas persiste ao longo de toda a curva. Além de outras periodicidades interessantes presentes e já discutidas na seção anterior por analogia a curva TSI solar, queremos ressaltar os vários picos presentes próximos do período de rotação global e que indicam RD. Essa curva é bem menos ruidosa que a curva TSI solar e uma boa candidata a modelagem de manchas, como revela sua análise *wavelet*.

Seguindo nossa metodologia, iremos aplicar a função de autocorrelação como procedimento importante para averiguar a consistência da modulação presente no sinal fotométrico. A figura 50 mostra o resultado da aplicação da função de autocorrelação, podemos observar um ótimo perfil, em que a amplitude dos picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo ao longo da curva de luz, indicando a estabilidade do sinal. Isso faz dela uma boa candidata a aplicação do método de modelagem de manchas, mas não garante sucesso na tentativa de inferir RD.

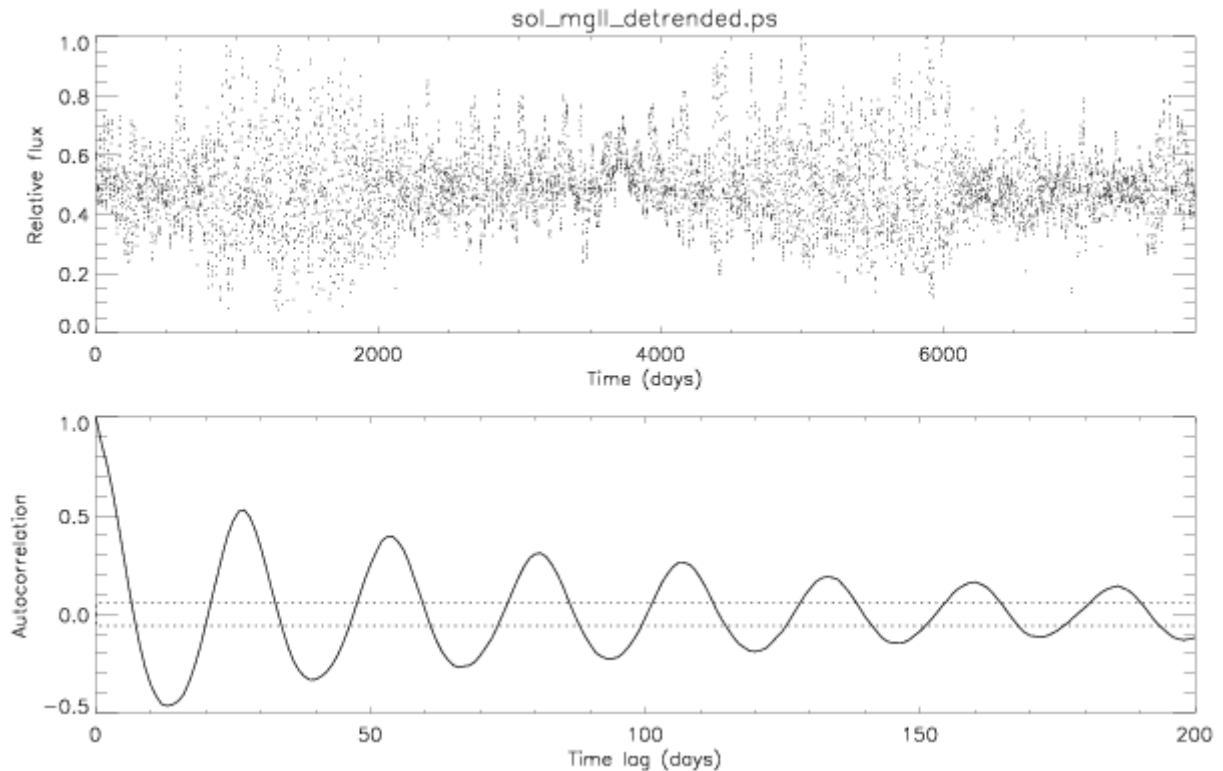
Ao aplicarmos a modelagem de manchas na curva MgII total sem tendência de longo-termo, não encontramos um intervalo ΔT em que o χ^2 do modelo com RD seja melhor que χ^2 do modelo de rotação do corpo rígido. Como a cadência desse indicador é diária, resolvemos dividir a série temporal em intervalos de 2000 dias e aplicamos o *Spot Modelling* para encontramos um intervalo ΔT em que o modelo com RD seja melhor e assim, posteriormente, aplicarmos a análise MCMC. Além disso, dividimos todos os pontos da curva de luz por um fator 10 e normalizamos a série temporal no intuito de diminuirmos a amplitude das oscilações, tendo em vista que estamos utilizando um outro indicador. A figura 51 mostra o melhor intervalo ΔT com o ajuste do modelo com e sem RD. Quando utilizamos a análise MCMC, verificamos que a cadência diária interferia no valor do χ^2 mínimo e, por conseguinte, na convergência da série para valores de $R < 1,2$ para os parâmetros.

Figura 49: Análise *wavelet* da série temporal MgII do Sol com (superior) e sem as características de longa escala de tempo (inferior).



Fonte: Autor.

Figura 50: Função de autocorrelação aplicada a curva MgII solar total com características de longo tempo removidas. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

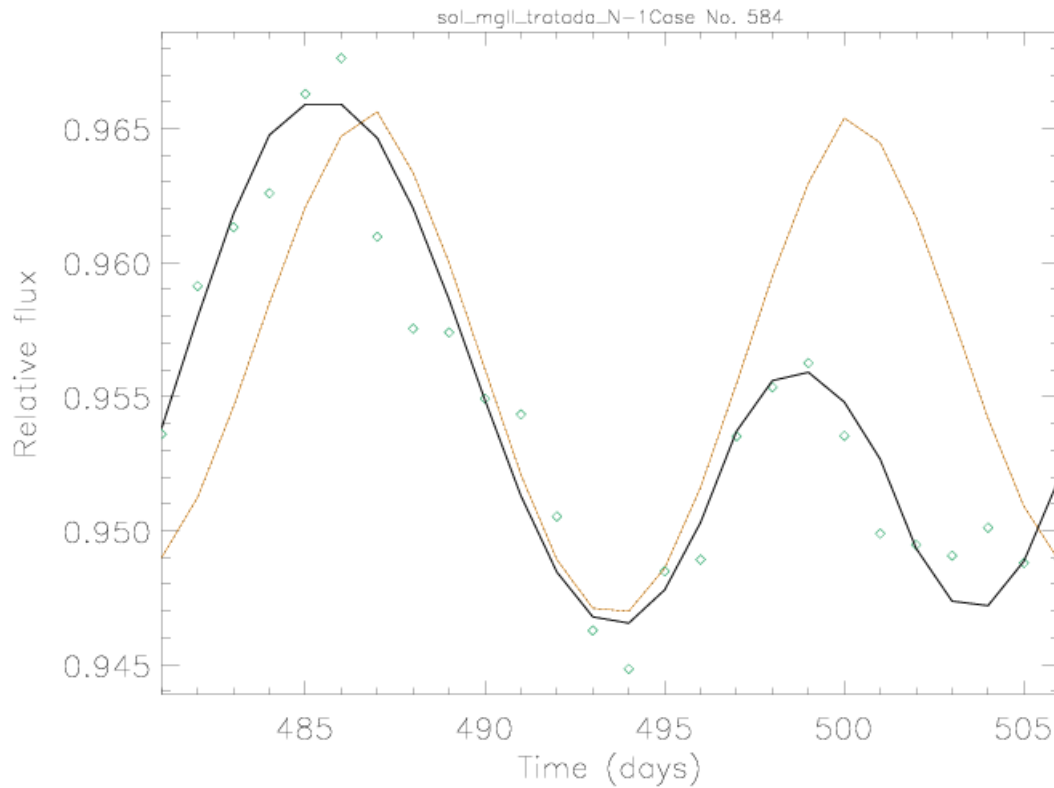
Visando produzir uma amostra com cadência melhor espaçada para aplicação da modelagem de manchas, fizemos uma interpolação a curva MgII. Para isso, usamos dois tipos de interpolação: a *linear*¹ e usando *splines*². A figura 52 mostra um trecho da curva de luz solar com as duas interpolações, notamos que a interpolação por *splines* é mais suave e produz uma melhor curva para análise MCMC.

A figura 53 mostra o melhor intervalo ΔT com o ajuste do modelo com e sem RD para a curva de luz MgII com duas interpolações *Splines*, assim conseguimos melhorar o valor do χ^2 mínimo e aplicarmos a análise MCMC. Mesmo usando as técnicas para diminuir as correlações entre os parâmetros, não conseguimos convergir a série para valores de $R < 1,2$ para todos os parâmetros do modelo. A tabela 7 mostra os valores de R encontrados, podemos observar que para a maioria dos parâmetros dessa curva esse valor é menor que 1,2 (os parâmetros que foram fixados não apresentam valor nessa tabela). Quando o valor de R é menor do que 1,2 para um subconjunto dos parâmetros, não implica necessariamente que as distribuições dos

¹ Interpolação linear é um método de estimativa de um valor intermediário entre dois pontos conhecidos em uma reta ou em uma curva. É feita uma linha reta que passa pelos dois pontos e, em seguida, é encontrado o valor desconhecido na posição desejada na linha reta.

² Splines é uma técnica de interpolação que utiliza polinômios de grau mais alto para estimar valores intermediários entre os pontos conhecidos. Splines são usados quando a relação entre os pontos conhecidos não é uma linha reta ou uma curva simples, mas uma curva mais complexa.

Figura 51: Comprimento ótico solar (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



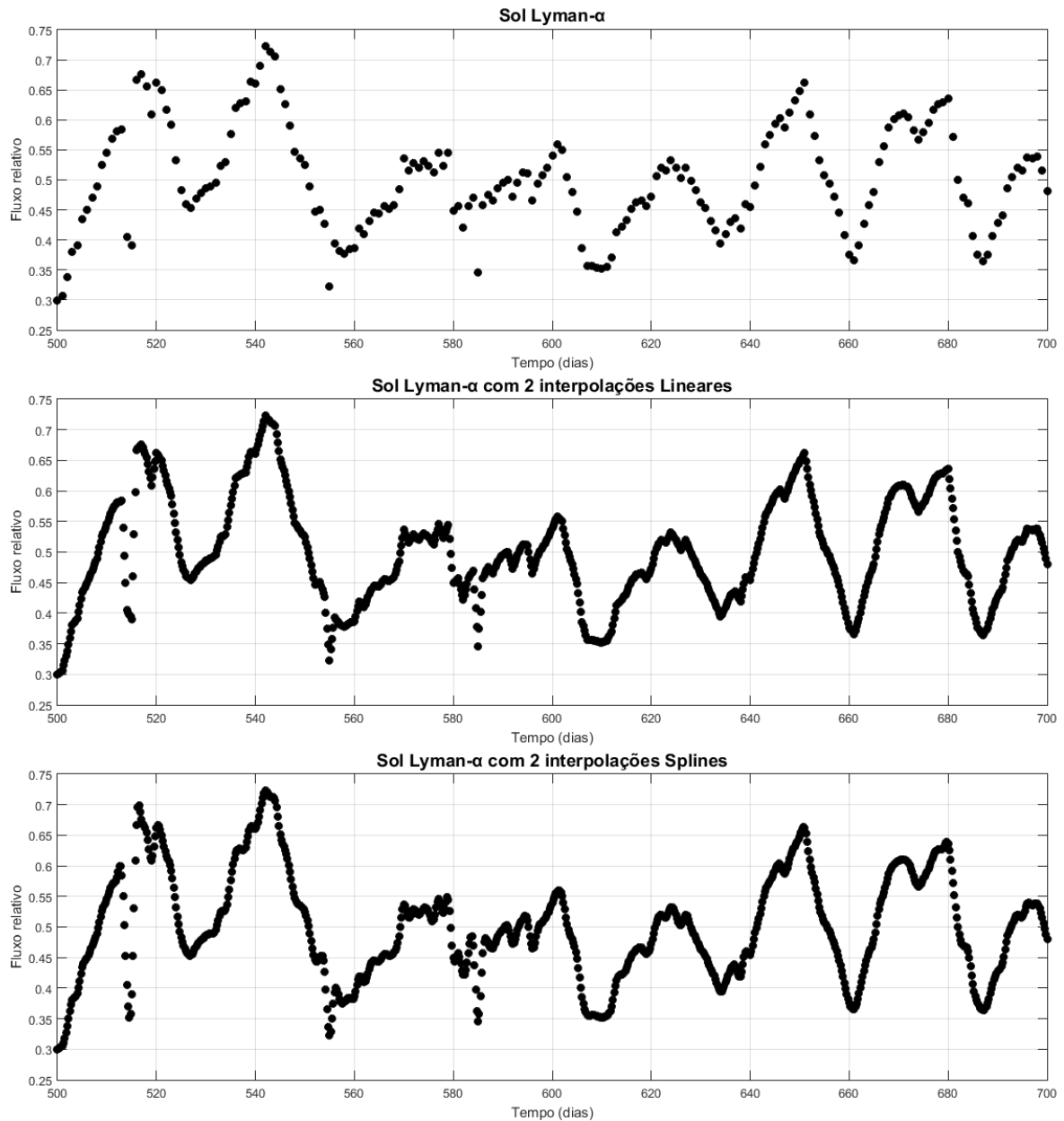
Fonte: Autor.

parâmetros correspondentes convergiram, porque algumas correlações entre esses parâmetros tornam o resultado pouco confiável. Dessa forma assumimos que R deve ser menor do que 1,2 para todos os parâmetros, exceto para os que fixamos, para podermos usar as distribuições *a posteriori* com segurança.

8.1.3.2 Curva de luz Lyman – α solar

De posse dos dados, aplicamos os mesmos procedimentos usados na curva MgII. Primeiramente, fizemos um tratamento inicial a curva Lyman – α , ou seja, normalizamos e dividimos por um fator 10, em seguida, retiramos os pequenas lacunas e *outliers*, depois aplicamos uma correção polinomial para retirar as tendência de longo-termo. Assim, ficamos com duas curvas: uma com e outra sem tendência de longo-termo. Para estimarmos o período rotacional global de ambas as curvas, aplicamos o periodograma GLS para uma janela temporal entre 10 e 40 dias, apresentado na figura 54 que mostra um período global em torno de $26,20 \pm 0,2$ dias para a curva com tendência e $26,93 \pm 0,2$ dias para a curva com a tendência removida. Podemos observar que essa curva é bastante similar à curva MgII, assim, estimamos o valor de RD usando o *espectro de potência* do periodograma GLS e utilizando somente o pico com altura de pelo

Figura 52: Na parte superior, temos um trecho de 200 dias da curva de luz solar Lyman- α . Na parte intermediária, temos o mesmo trecho da curva solar Lyman- α com duas interpolações lineares. Já na parte inferior, temos o mesmo trecho em que foi feito duas interpolações splines.

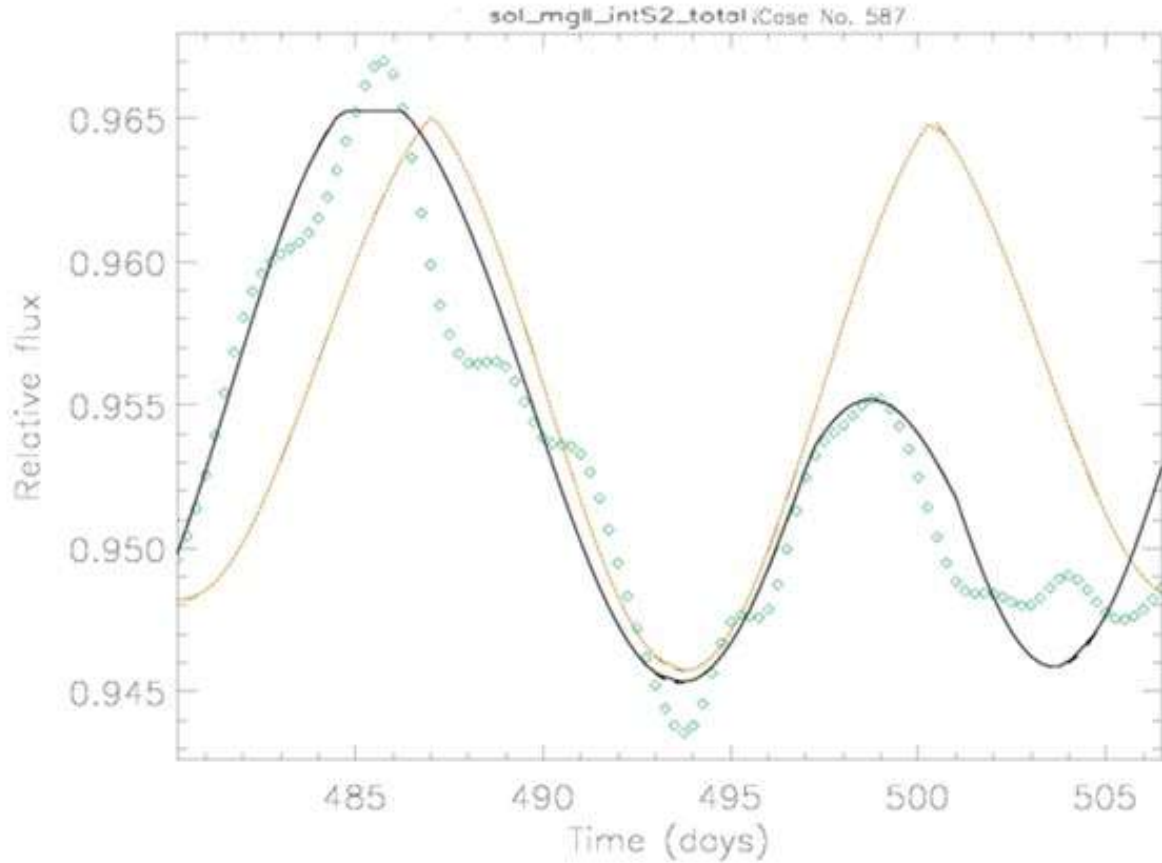


Fonte: Autor.

menos quatro vezes a do ruído branco estimado da série temporal. O valor de cisalhamento absoluto superficial estimado de acordo com a equação 2.2 é $\Delta\Omega = 0,053 \text{ rad}/\text{dia}$ e da rotação diferencial relativa é de $\Delta\Omega/\Omega \cong 22,6\%$, esses valores estão em bom acordo com o conhecido na literatura.

Em seguida, aplicamos a análise *wavelet* nas curvas Lyman- α com e sem tendência, para assim, analisarmos o melhor intervalo de tempo para aplicação da modelagem de manchas. A figura 55 mostra nossa análise, na parte inferior temos a curva sem tendência e podemos observar que a modulação rotacional em torno de 30 dias é mais coerente e menos ruidosa que a

Figura 53: Comprimento óptico solar (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja) para a curva *MgII* feita duas interpolações *splines*.



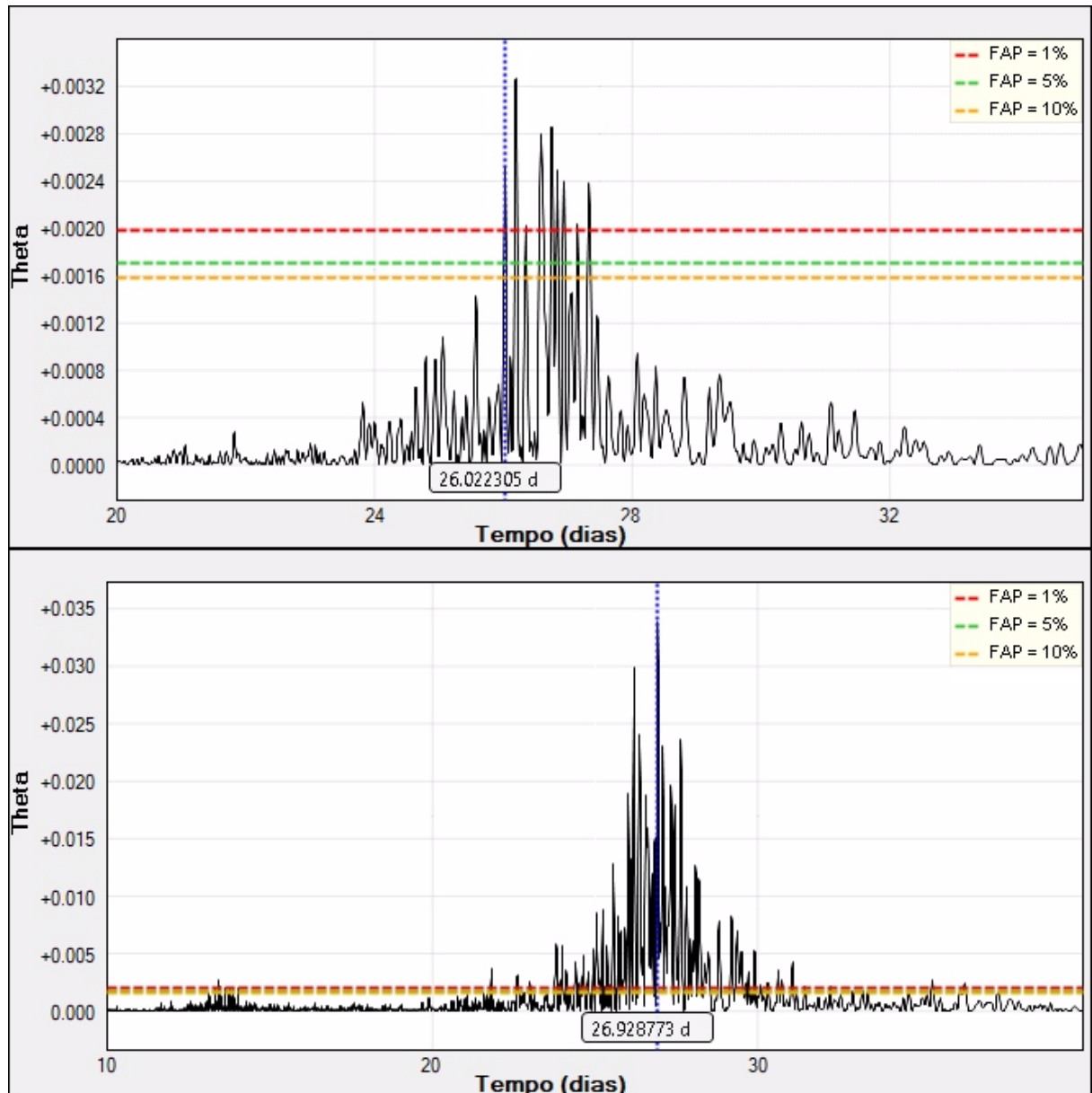
Fonte: Autor.

curva *MgII*, tornando-a uma melhor candidata à análise MCMC.

Seguindo nossos métodos, aplicamos a função de autocorrelação com o intuito de verificarmos a modulação presente no sinal. A figura 56 mostra o resultado da aplicação da função de autocorrelação a curva solar Lyman- α feita sem tendência e podemos observar um ótimo perfil, à medida que a amplitude dos picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, além da amplitude dos picos serem levemente maiores que o da curva *MgII*, indicando uma melhor estabilidade do sinal.

Logo depois, aplicamos a modelagem de manchas a curva Lyman- α total sem tendência longa e também não encontramos um intervalo ΔT satisfatório, em que o χ^2 do modelo com RD seja melhor que o de rotação do corpo rígido. Como a cadência desse indicador também é diária, dividimos a série temporal em intervalos de 2000 dias e aplicamos o "Spot modelling" para encontramos um intervalo ΔT em que o modelo com RD seja melhor para aplicarmos a análise MCMC. A figura 57 mostra o melhor intervalo escolhido ΔT com o ajuste do modelo com e sem RD.

Figura 54: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz Lyman- α com tendência de longo termo (superior) e sem tendência (inferior) na janela temporal entre 20 e 35 dias.

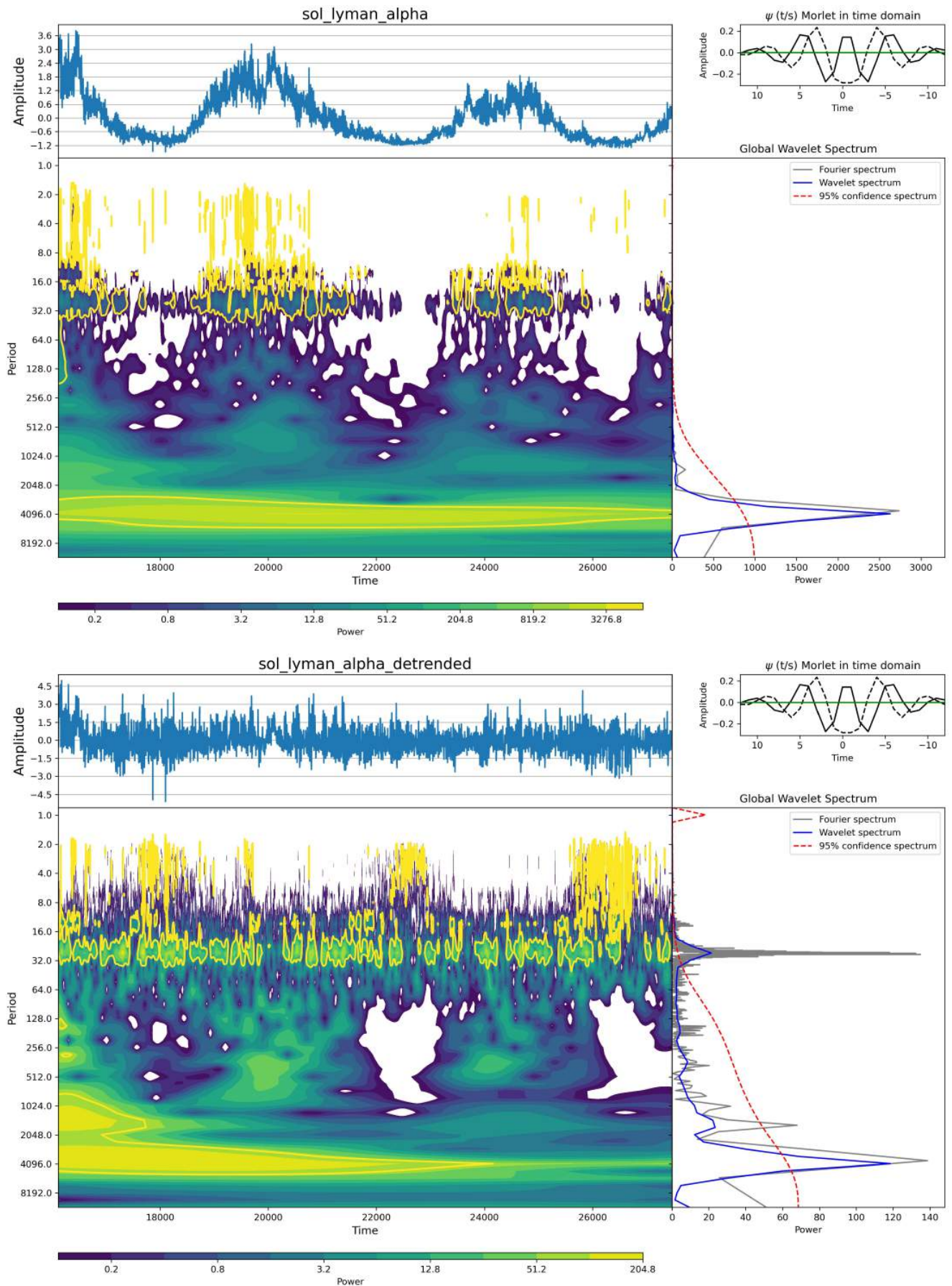


Fonte: Autor.

Da mesma forma, fizemos uma interpolação por *splines* a curva Lyman- α , com o objetivo de produzir uma amostra com cadência melhor espaçada. A figura 58 mostra o melhor ajuste do modelo com RD para o intervalo ΔT escolhido. A Tabela 7 mostra os valores de R encontrados e podemos observar que todos os parâmetros tiveram um valor menor que 1,2 (com exceção dos parâmetros que foram fixados para convergimos a série).

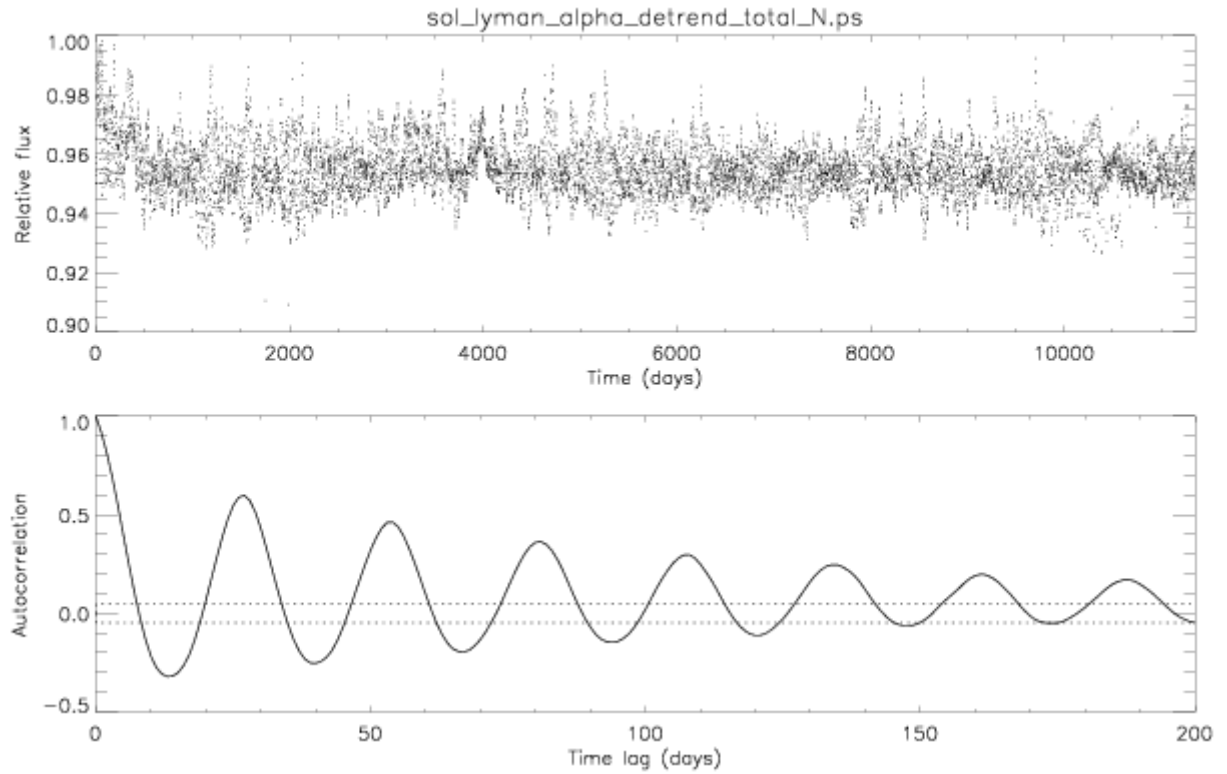
Assim, de acordo com o exposto acima, concluímos que a curva de luz solar Lyman- α com cadência ajustada é a melhor candidata a análise MCMC *a posteriori*, pois, essa curva de luz é modulada por traçadores mais coerentes e que permanecem estáveis durante alguns ciclos

Figura 55: Análise *wavelet* da série temporal Lyman- α do Sol com as características de longa escala de tempo (superior) e a feita detrend (inferior).



Fonte: Autor.

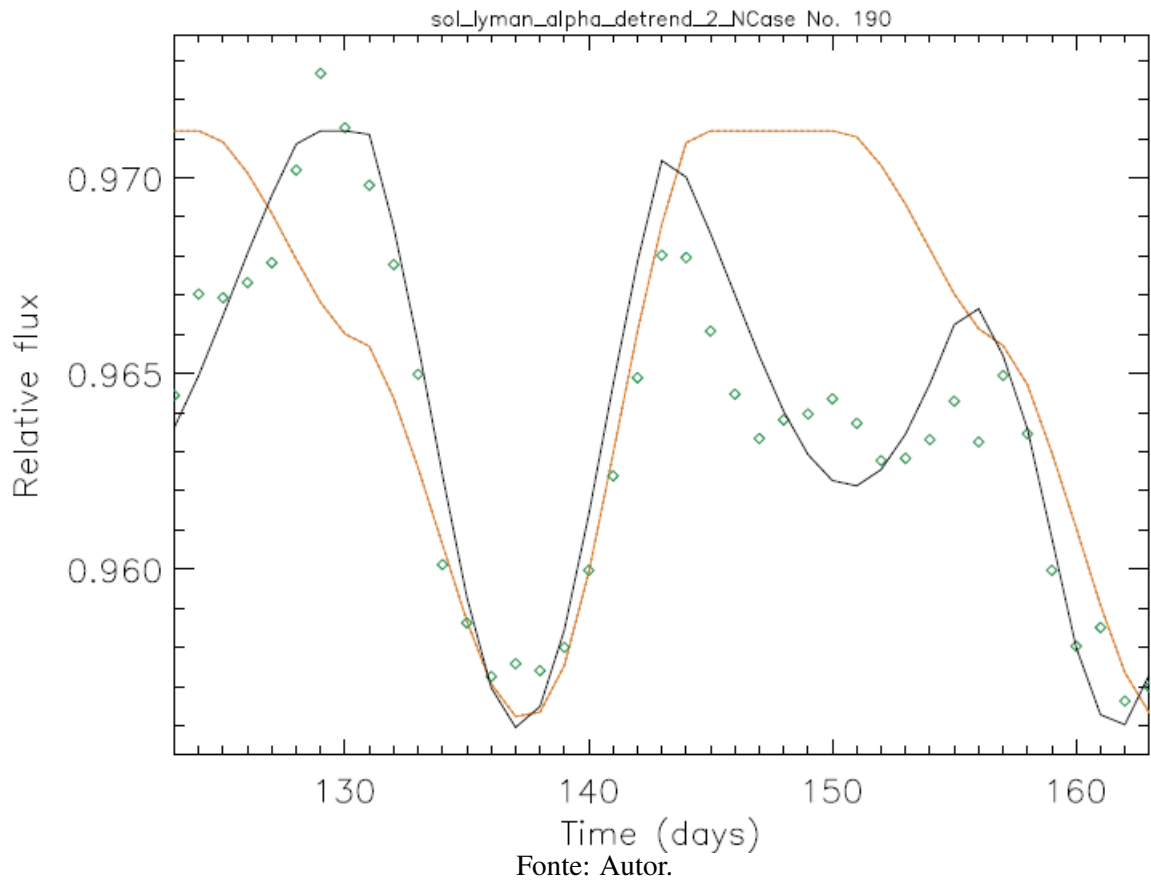
Figura 56: Função de autocorrelação aplicada à curva solar Lyman- α total com características de longo tempo removidas. Na parte superior, temos a curva solar e na parte inferior temos o gráfico da função de autocorrelação mostrando a coerência ao longo do sinal fotométrico. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

de rotação, fazendo com que consigamos extrair a modulação rotacional solar já conhecida e indicando que a modelagem de manchas é uma excelente técnica para inferir RD, desde que sejam utilizados indicadores de rotação estáveis.

Figura 57: Comprimento óptico solar (losango abertos verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



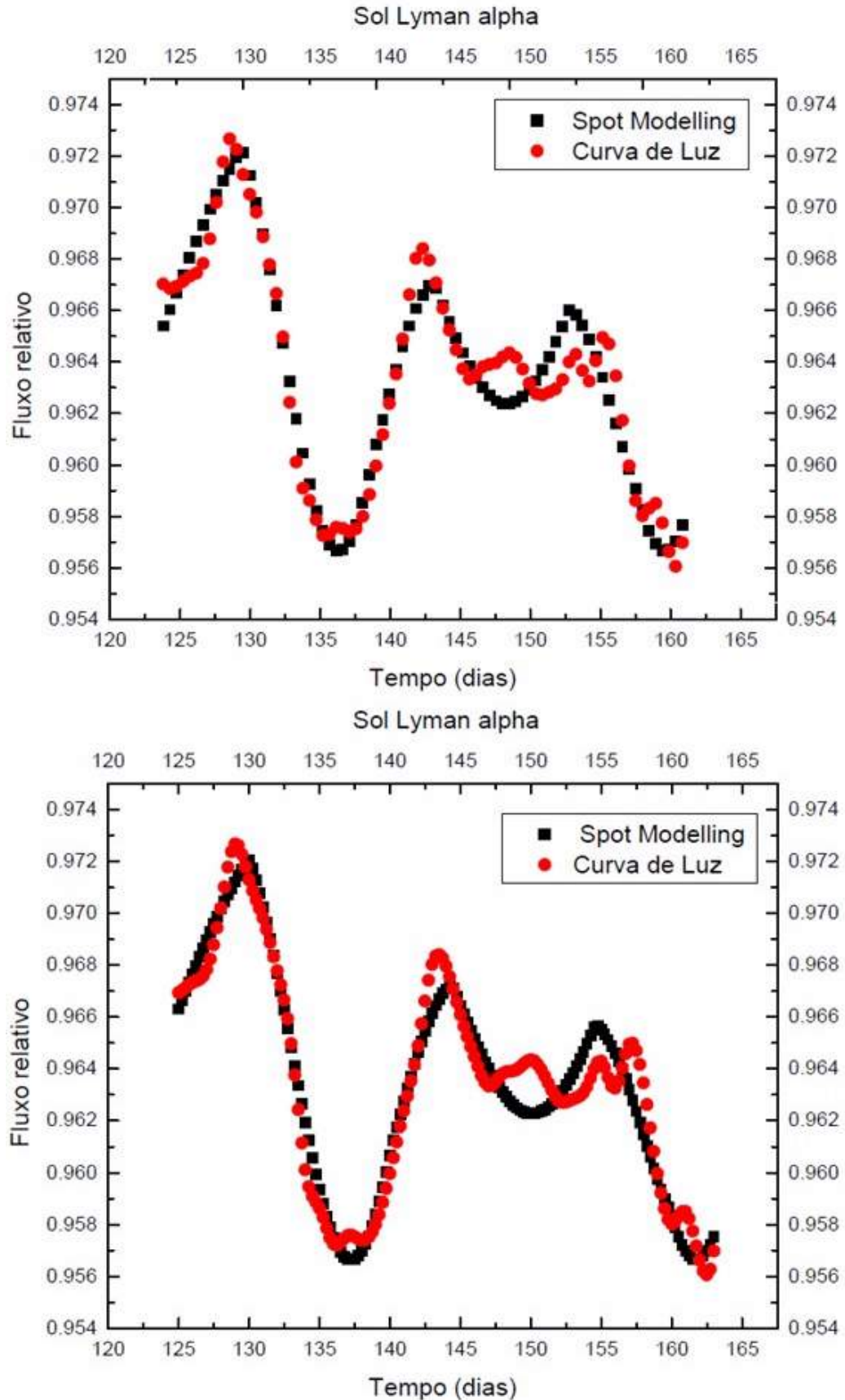
8.2 Investigando a modulação rotacional da estrela Kepler-17

A rotação das estrelas pode ser inferida a partir da variabilidade periódica de suas curvas de luz causada por características da superfície do disco estelar, como regiões com manchas ativas em co-rotação. Fazendo uso das variações da curva de luz em longa cadência e fora de trânsito de Kepler-17, Lanza et al. (2019) apresentam um estudo da rotação dessa estrela e a evolução das regiões ativas fotosféricas por meio do método *Spot Modelling*, além de estimarem um valor mínimo para a rotação diferencial relativa. Iremos estimar o período de rotação médio de Kepler-17 a partir da modulação rotacional presente na curva de luz tratada, com o trânsito removido, a aplicação do periodograma GLS (utilizando o software *Peranso*) e, por fim, por meio da comparação com os períodos encontrados no procedimento *wavelet*.

Para determinamos o período de rotação, usamos um método similar ao de Nielsen et al. (2013) que se baseia na:

- Utilização do periodograma GLS para cada *Quarter* e por faixas de períodos (janela temporal do periodograma) entre 1 e 100 dias;

Figura 58: Na parte superior, temos o ajuste do nosso modelo de duas manchas (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido (círculos vermelhos), em que foi feita uma interpolação por *splines*. Já na parte inferior, temos o mesmo ajuste ao intervalo ΔT , em que foi feito duas interpolações por *splines*.

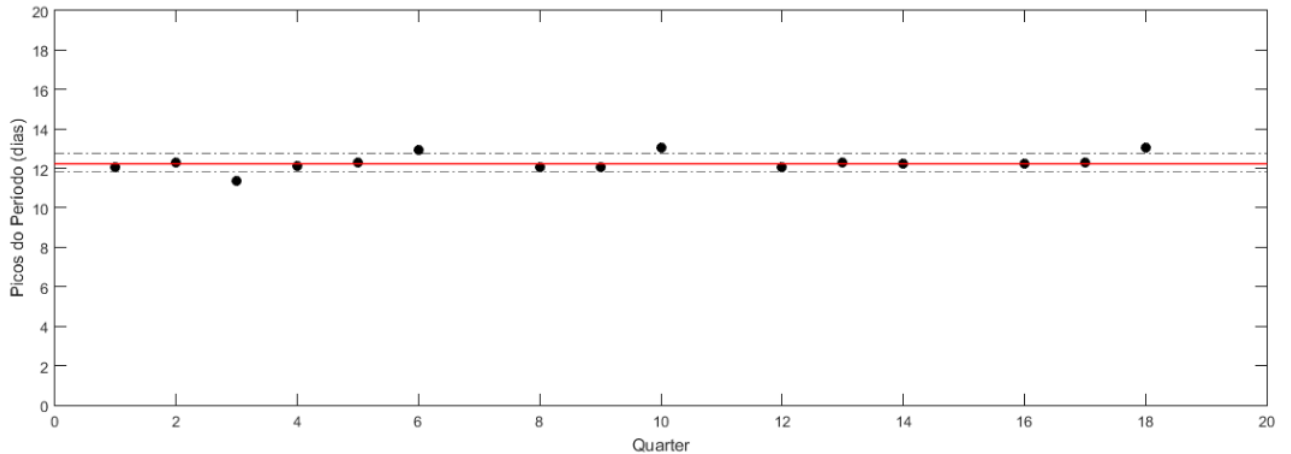


Fonte: Autor.

- Identificação o pico de maior potência nessa faixa de períodos e o registro do seu valor;
- Condição, em que se o pico do período cair entre 2 e 30 dias, pode ser devido à variabilidade estelar, à estabilidade da assinatura ao longo de vários quarters e não a efeitos instrumentais;
- Avaliação da altura do pico que deve ser pelo menos quatro vezes maior do que o ruído branco estimado a partir da raiz do valor quadrático médio (RMS) ou valor eficaz da série temporal (Kjeldsen; Bedding, 1994);
- Determinação do valor mediano dos períodos medidos ao longo de todos os quarters disponíveis.

A figura 59 mostra os períodos medidos em cada quarter de observação. A linha sólida em vermelho indica o período mediano em todos os quarters, seu valor é $P_{\text{rot}} = 12,23 \pm 0,02$ dias. Já as linhas horizontais tracejadas em preto indicam os dois desvios absolutos medianos ($MAD = 0,4393$ dias) do período mediano. O valor do período de rotação para a estrela Kepler-17 que usaremos neste trabalho será $P_{\text{rot}} = 12,23$ dias que está em boa concordância com os valores encontrados na literatura.

Figura 59: Picos do período em função dos quarters de observação da estrela Kepler-17.



Fonte: Autor.

8.2.1 Inferindo a rotação diferencial por meio da variabilidade fotométrica de Kepler-17

Medir a rotação diferencial da superfície de uma estrela a partir da luz integrada é relativamente simples, desde que os traçadores de rotação superficial sejam muito persistentes ao longo de toda a janela temporal. Se duas ou mais dessas características da superfície aparecem na estrela, simultaneamente ou em momentos diferentes, pode-se, em princípio, medir dois ou mais períodos de rotação em distintas longitudes. A diferença entre esses períodos de rotação nos fornece então o grau de cisalhamento superficial entre as latitudes nas quais os pontos

estão localizados (ver Equação 2.2). No entanto, essa distância em latitude é geralmente uma quantidade desconhecida, tornando difícil estimar o cisalhamento total na superfície estelar (das Chagas et al., 2015).

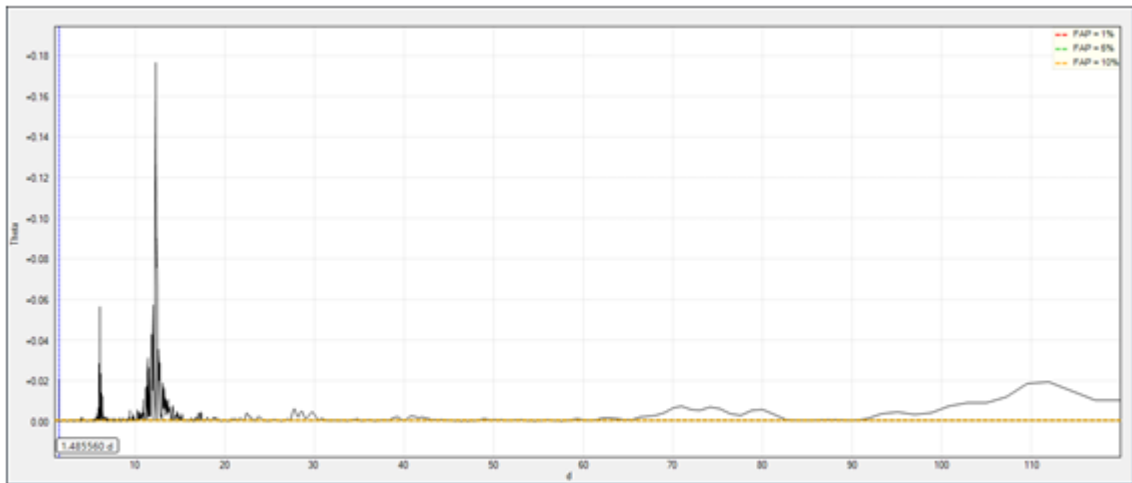
Nessas condições, no espectro de potência de Fourier, a rotação diferencial produziria vários picos espaçados próximos, pois, como sabemos, manchas ativas em latitudes distintas rotacionam em períodos diferentes. Entretanto, tais picos também podem aparecer como um único pico alargado e esse mesmo efeito pode aparecer se o tempo de vida médio dos traçadores for curto. Em outras palavras, um sinal localizado na série temporal produz um pico amplo no espaço de Fourier, significando que qualquer alargamento dos picos no espectro de potência deve ser assumido como uma média da vida útil do sinal e da rotação diferencial.

Primeiramente, iremos comparar o espectro de potência de Kepler-17 com e sem trânsito. Usaremos o periodograma GLS para duas janelas temporais distintas (20 e 120 dias), com isso, poderemos observar com mais detalhes a modulação presente na curva de luz. As figuras 60 e 61 mostram essa análise para a série temporal de Kepler-17 com trânsito em (a) e sem trânsito planetário em (b), também está presente nas figuras os três níveis de Probabilidade de Falso Alarme (FAP^3) para ajudar a distinguir entre picos significativos e pontos espúrios.

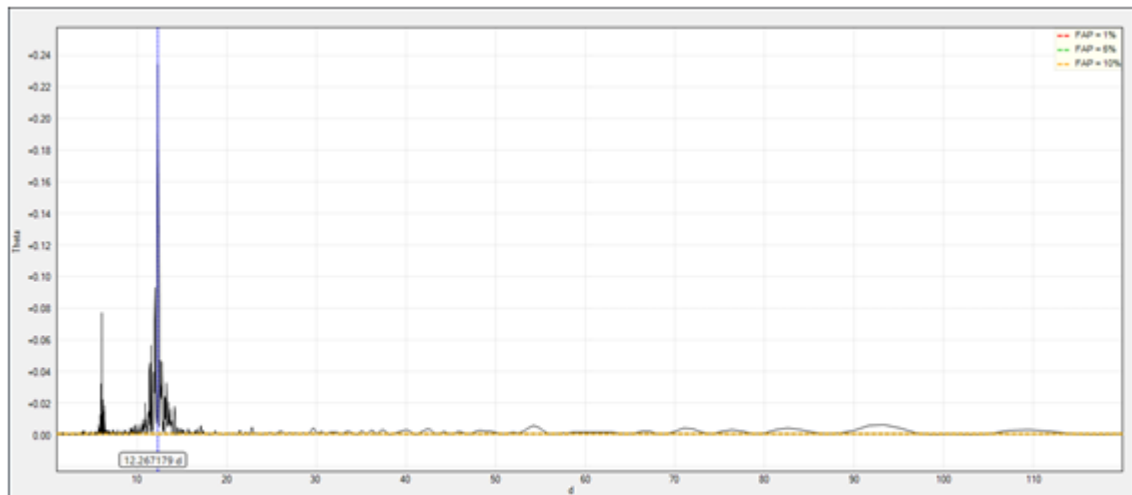
Como podemos ver mediante o espectro de potência na figura 60, que existem dois picos predominantes que modulam a curva de luz de Kepler-17. O primeiro está relacionado à rotação da estrela e seu valor é $P_{\text{rot}} = 12,27 \pm 0,017$ dias, esse valor está de acordo com o período rotacional médio que encontramos na seção anterior. Já o segundo pico em $6,01 \pm 0,003$ dias, acreditamos ser um sub-harmônico do P_{rot} e está relacionado com a presença de regiões ativas em lados opostos na superfície da estrela (ver figura 62), algo similar acontece ao Sol como mostra Donnelly e Puga (1990). Além disso, existem outros picos de menor intensidade que estão presentes. Um deles em $1,48 \pm 0,002$ dias (ver painel superior da figura 61) evidencia o trânsito planetário, pois está presente na curva de luz com trânsito e ausente na curva sem trânsito planetário. Esse valor está em comum acordo com os valores encontrados na literatura, como aquele estimado por Valio et al. (2017). Verificando novamente a figura 60, outro pico relevante de menor intensidade que ocorre em 112 dias é encontrado. No entanto, analisando a curva de luz em detalhes, concluímos que ele está relacionado a um falso período causado pelos três grandes lacunas de dados presentes na série temporal. É interessante notar que na curva de luz sem trânsito esse pico de 112 dias está com uma intensidade ainda menor, pois no

³Probabilidade de Falso Alarme (FAP) é uma métrica para expressar a significância de um período. Um alarme falso surge nas técnicas de análise de período, quando um período é incorretamente encontrado em que ele não deveria existir. Quanto menor o valor da FAP para um determinado período P , mais provável que P seja um período significativo. Os valores FAP são expressos como um número entre 0 e 1. Como regra geral, $FAPs$ abaixo de 0,01 (1%) indicam principalmente períodos muito seguros, e aqueles entre 0,01 e 0,20 são muito menos certos. Qualquer coisa acima de 0,20 (20%) está relacionado, principalmente, a um artefato em seus dados, em vez de um período verdadeiro.

Figura 60: Periodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 120 dias.



(a) Períodograma GLS de K-17 com trânsito para 120 dias



(b) Períodograma GLS de K-17 sem trânsito para 120 dias

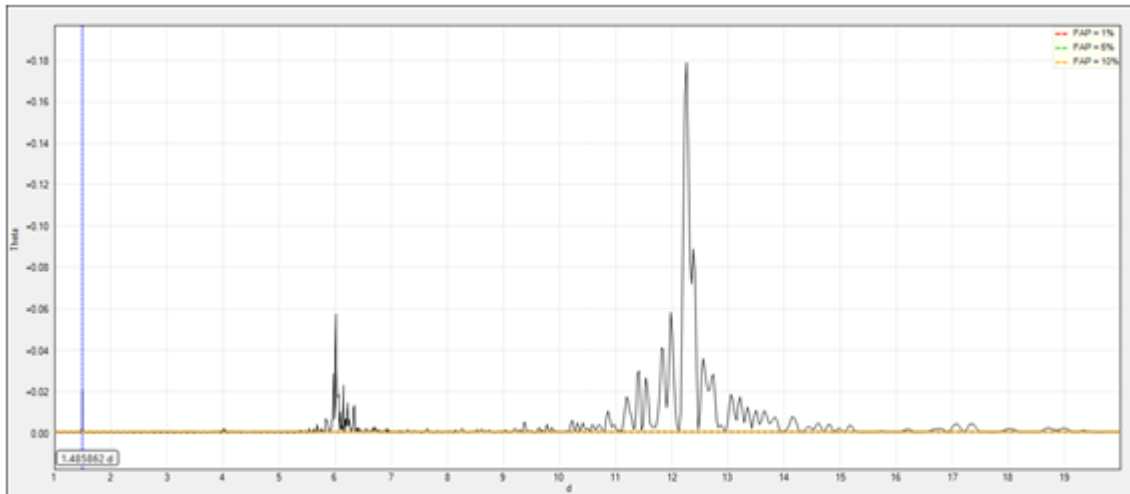
Fonte: Autor.

processo de remoção de trânsitos criamos lacunas, relacionados ao período do trânsito, que são corrigidas por interpolação e isso pode ter corrigido algumas outras lacunas presentes na curva de luz original.

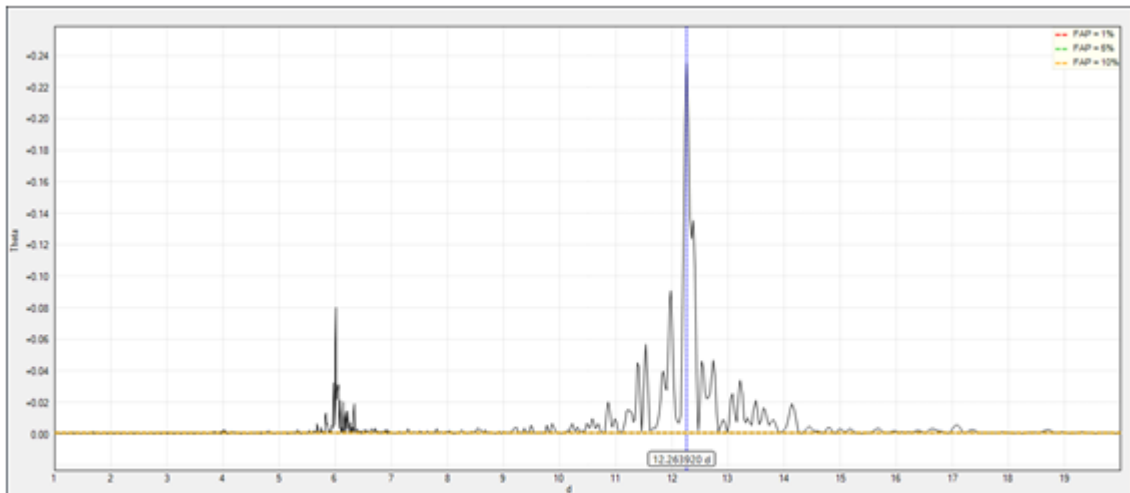
Na figura 61 podemos observar um fato importante, existem vários picos em torno do pico central que representa o período de rotação de Kepler-17. Isso pode ser um forte indicativo de rotação diferencial, pois podem existir manchas em co-rotação que provavelmente estão localizadas em diferentes latitudes, embora essa verificação não implique diretamente nessa medida de rotação diferencial (Nagel, E., Czesla, S. e Schmitt, J. H. M. M. (2016) faz uma ampla discussão sobre essa questão, em que nos apoiamos nossas conclusões). Portanto, necessitamos de métodos mais robustos para inferir com mais acurácia essa medida.

Adotando uma rotação diferencial semelhante à solar, podemos tentar estimar a rota-

Figura 61: Periodograma Lomb-Scargle Generalizado - GLS aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal de 20 dias.



(a) Períodograma GLS de K-17 com trânsito para 20 dias



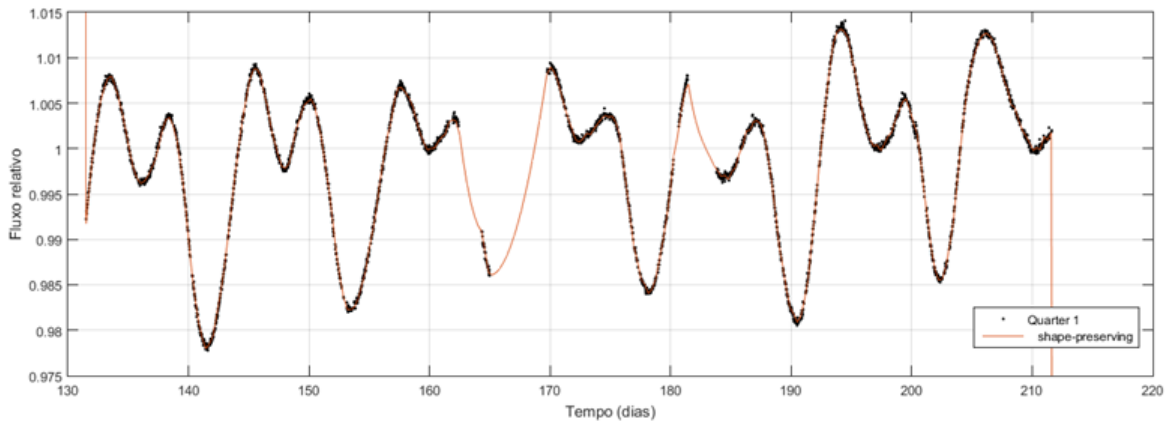
(b) Períodograma GLS de K-17 sem trânsito para 20 dias

Fonte: Autor.

ção diferencial de Kepler-17 usando o espectro de potência do periodograma GLS. Encontramos um valor de cisalhamento absoluto $\Delta\Omega = 0,058 \text{ rad/dia}$, que está próximo ao valor solar de $0,050 \text{ rad/dia}$, e uma rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 11,2\%$. De acordo com Barnes et al. (2005), a rotação diferencial de uma estrela aumenta com sua temperatura efetiva. Assim, não é surpreendente que o cisalhamento do Kepler-17 seja aproximadamente o mesmo que o solar, embora ela seja muito mais ativa. Parece que, para essa estrela, uma taxa de rotação maior é mais eficaz na geração de campos magnéticos do que o cisalhamento.

Um ponto a se observar, é que em torno do segundo pico em 6,01 dias, que acreditamos estar relacionado com a presença de regiões ativas em lados opostos na superfície da estrela, também existem vários picos próximos (ver figura 63). Como sabemos, esse tipo de comportamento pode colaborar a favor da presença de rotação diferencial. Usando o espectro de

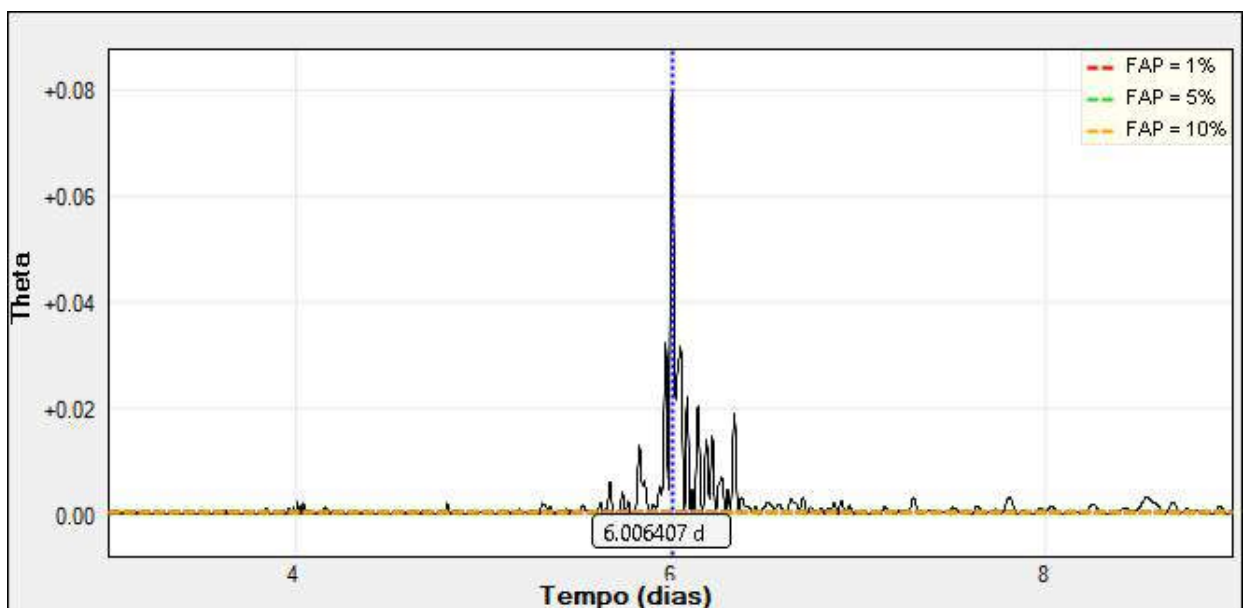
Figura 62: A curva de luz do segundo quarter da estrela Kepler-17. Nela podemos ver um formato de dupla oscilação devido às regiões ativas localizadas em lados opostos. Também podemos notar que o pico secundário vai se tornando mais raso e a região primária mais pronunciada, esse comportamento semi-senoidal geralmente é interpretada como manchas estelares em migração (Reinhold; Reiners; Basri, 2013).



Fonte: Autor.

potência do periodograma GLS numa janela temporal entre 3 e 9 dias, estimamos o cisalhamento absoluto no segundo pico como sendo $\Delta\Omega = 0,117 \text{ rad/dia}$ e uma amplitude relativa de rotação diferencial de $\Delta\Omega/\Omega \cong 10,8\%$, em que analisamos os picos significativos próximo ao segundo pico como mostrado na figura 63. Isso ajusta-se perfeitamente aos valores obtidos no parágrafo anterior.

Figura 63: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal entre 3 e 9 dias.

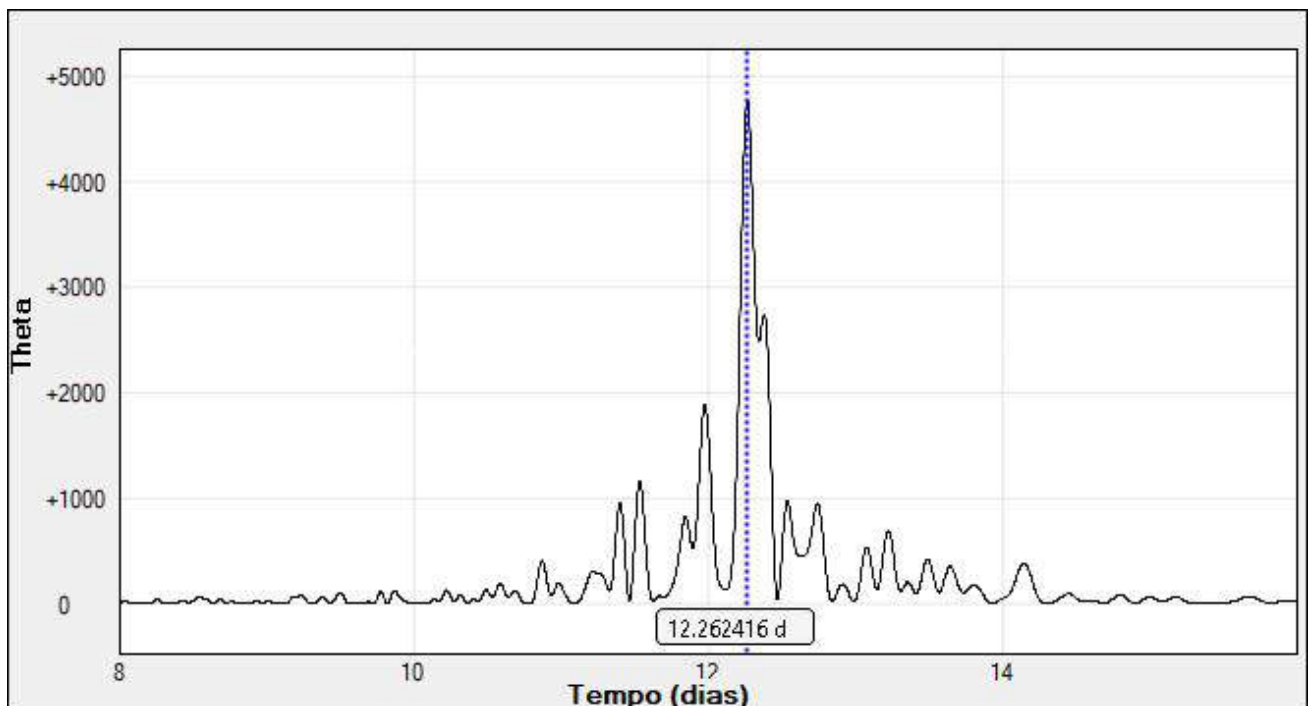


Fonte: Autor.

Tentando melhorar essa estimativa de rotação diferencial, iremos utilizar o método CLEANest sequencial visando eliminar “falsos picos” na análise de nossa curva de luz multi-

periódica. Para isso, identificamos os picos predominante no espectro DCDFT aplicado a uma janela temporal entre 8 e 16 dias (ver figura 64 para maiores detalhes). Logo em seguida, eliminamos o pico predominante em $12,26 \pm 0,017$ dias, que corresponde ao período de rotação médio da estrela, construindo o espectro CLEANest(1). Podemos observar, por meio da figura 65, que o segundo pico ($12,38 \pm 0,017$ dias) e o terceiro pico ($11,98 \pm 0,017$ dias) teve sua potência no sinal aumentada, o que acreditamos serem picos verdadeiros. Em seguida, eliminamos o segundo pico e criamos espectro CLEANest(2). Novamente, observamos o quarto pico ($11,39$ dias) ter sua potência no sinal aumentada. Depois, eliminamos o terceiro pico do sinal e criamos o espectro CLEANest(3), em que o quarto pico aumentou sua potência ainda mais. Posteriormente, eliminamos o quarto pico e construímos o espectro CLEANest(4), nesse caso o quinto pico ($11,84$ dias) teve sua potência no sinal diminuída, eliminamos esse pico de nossa análise. Logo após, extraímos o quinto pico e criamos o espectro CLEANest(5). Observamos que o sexto pico ($12,57$ dias) teve sua potência no sinal aumentada. Depois disso, seguimos esse método de extrair os picos e criar os espectro CLEANest(6), CLEANest(7), CLEANest(8) e CLEANest(9) (ver figura 65). Em todos esses espectros os picos restantes tiveram sua potência no sinal diminuídas sequencialmente, o que leva-nos a descartar tais picos de nossa análise.

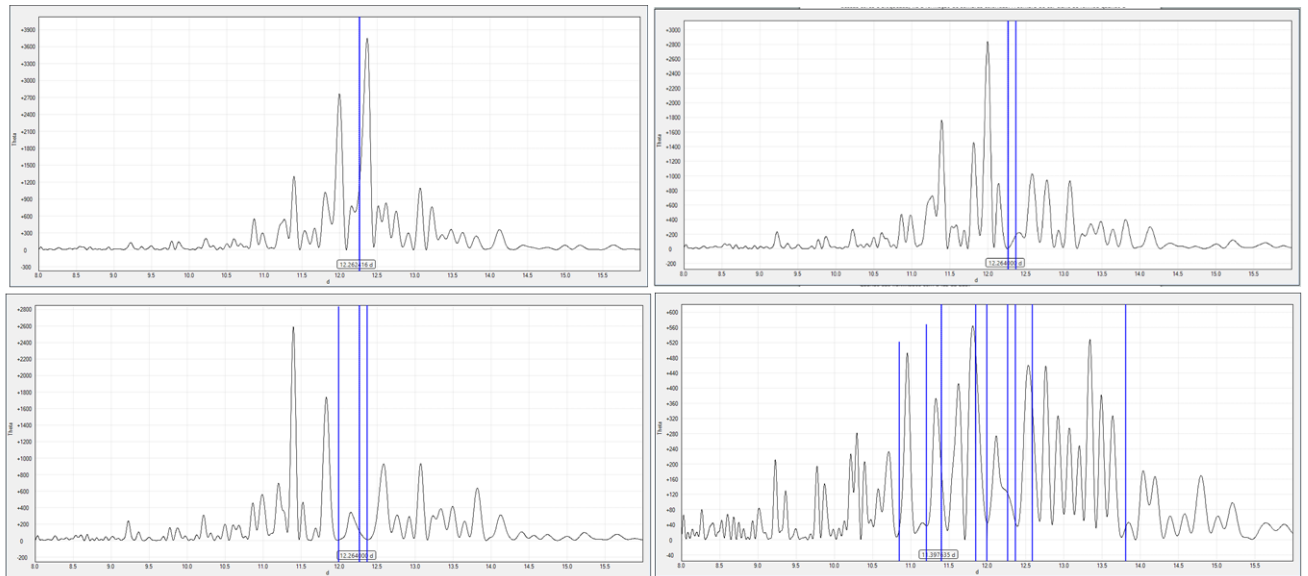
Figura 64: "Espectro de potência" usando o método CLEANest aplicado a estrela Kepler-17 na janela temporal entre 8 e 16 dias.



Fonte: Autor.

Utilizando os picos filtrados no procedimento CLEANest sequencial em torno do período de rotação médio da estrela, determinamos um valor de cisalhamento absoluto $\Delta\Omega = 0,052 \text{ rad}/\text{dia}$ e uma rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 10,1\%$. Esse valor está em bom acordo

Figura 65: O método CLEANest sequencial aplicado aos dados da estrela Kepler-17. *Superior esquerdo*: espectro CLEANest(1). *Superior direito*: espectro CLEANest(2). *Inferior esquerdo*: espectro CLEANest(3). *Inferior Direito*: espectro CLEANest(9).



Fonte: Autor.

com o encontrado anteriormente e muito próximo do valor solar.

8.2.1.1 Analisando a variabilidade de Kepler-17 usando a transformada wavelet

Observando a curva de luz de Kepler-17, de forma mais detalhada, é possível identificar variações significativas, com uma amplitude máxima de $\sim 5\%$, como pode ser visto na variação do fluxo relativo de K-17 na figura 27. Consequentemente, é razoável considerar que trata-se de uma estrela muito ativa, para efeito de comparação, o sol apresenta uma modulação de apenas cerca de $0,1\%$. Essas variações são causadas por uma modulação rotacional das regiões ativas em co-rotação, como manchas e fáculas. Dessa forma, Kepler-17 é uma excelente candidata para o estudo da atividade magnética em uma estrela jovem em relação ao Sol. Nesse contexto, iremos utilizar o procedimento *wavelet* na curva de luz de Kepler-17 tratada com e sem trânsito planetário, além das curvas autocorrelacionadas em função da escala temporal.

A figura 66 ilustra o mapa *wavelet* de Kepler-17 com e sem trânsito. Existem três picos predominantes que modulam a curva de luz de Kepler-17 com trânsito: o primeiro está relacionado à rotação da estrela e seu valor é $P_{\text{rot}} = 12,24$ dias. Já o segundo pico acontece em $112,17$ dias e fazendo uma análise detalhada concluímos estar relacionado a um falso período causado pelos três grandes lacunas presentes na série temporal. O terceiro pico está presente em $6,01$ dias e desse modo, acreditamos ser um sub-harmônico do P_{rot} e estar relacionado com a presença de regiões ativas em lados opostos na superfície da estrela, como acontece com o sol (Donnelly; Puga, 1990). Além disso, existem outros picos de menor intensidade que estão

presentes, um deles em 1,48 dias que evidencia o trânsito planetário e outros dois em torno de 340 dias e 550 dias, que julgamos estar relacionado ao ciclo de atividade magnético semelhante ao ciclo solar de 11 anos, embora de duração mais curta (Lanza e Mathis (2016) e Valio et al. (2017) encontraram evidências de uma periodicidade semelhante). Esse comportamento é também evidenciado no espectro *wavelet* global.

Observando o mapa *wavelet* de Kepler-17 sem trânsito, podemos ver dois grandes picos que caracterizam o sinal. O primeiro acontece em torno de 12,27 dias e está relacionado à rotação estelar. O segundo está presente em 6,01 dias e acreditamos estar relacionado à presença de regiões ativas. Também podemos notar outros picos de menor intensidade, um deles em torno de 68 dias e que achamos ser um sub-harmônico causado pelas grandes lacunas presentes na curva de luz. Existe um outro próximo 42 dias e que também está presente em menor intensidade na curva de luz com trânsito, sendo aproximadamente 4 vezes o período de rotação, julgamos estar associado como período de Rieger (que também acontece no Sol) como identificado por Lanza e Mathis (2016) com valor ~ 48 dias. Além disso, também encontramos mais dois picos em torno de 340 dias e 550 dias, como na curva com trânsito.

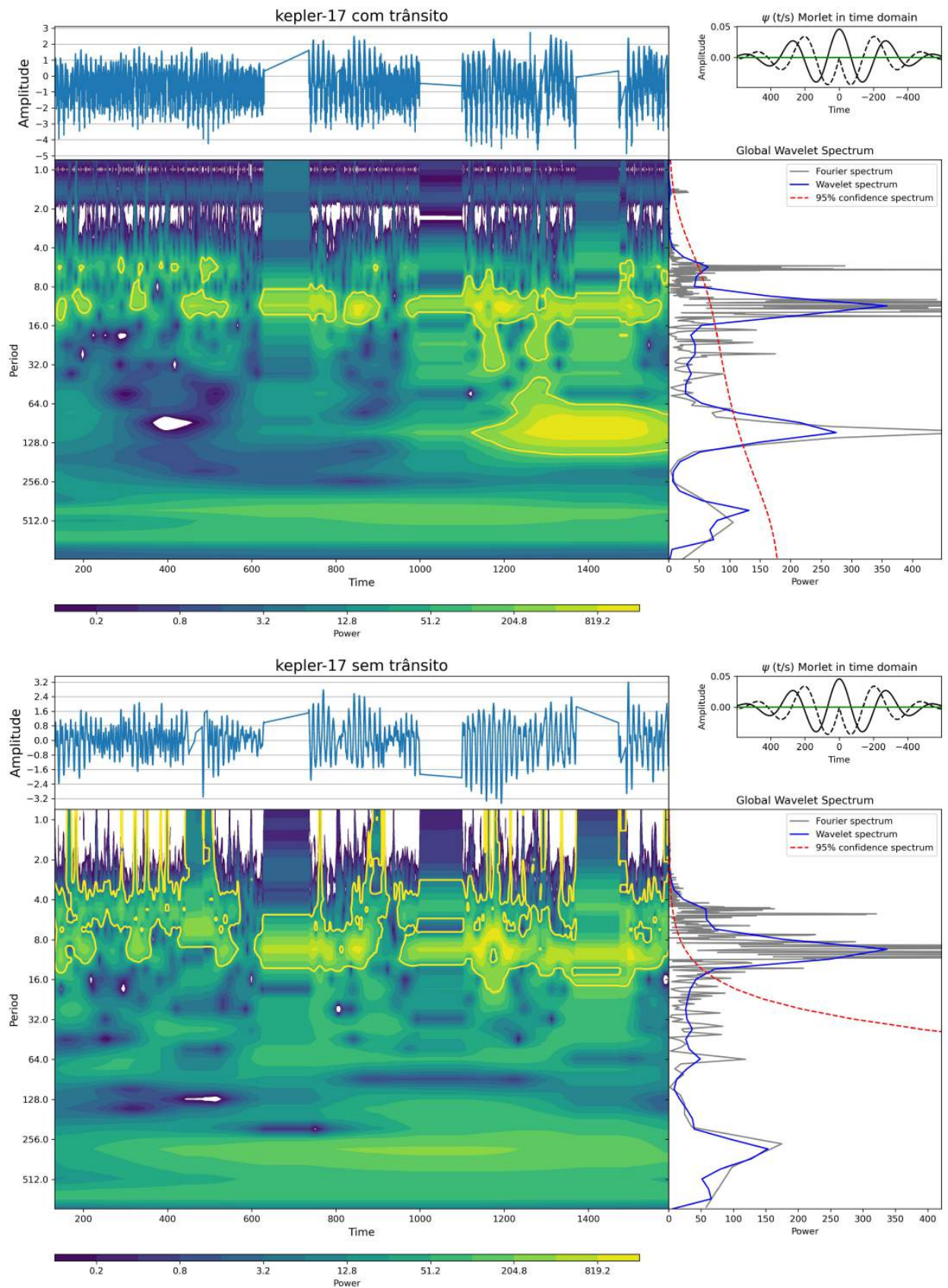
Agora, iremos analisar as curvas de luz autocorrelacionadas em função do tempo usando o procedimento *wavelet*. A figura 67 mostra o mapa *wavelet* aplicado nas séries em função da escala de tempo para $n = 0, 3, 6$ e 8 . Podemos notar novamente, que para $n = 0, 4$ e 6 o mapa *wavelet* global mostra um sinal com bastante ruído em $n = 0$ (29,4 min) e que à medida que utilizamos valores de n maior, esse ruído vai diminuindo. Também observamos dois picos predominantes no sinal, um em torno de 12 dias (período de rotação) e outro próximo de 6 dias (regiões ativas). Já para $n = 8$ ($\sim 5,2$ dias), temos um sinal com pouco ruído e um grande pico característico em torno 12,26 dias. Isso mostra que $n = 8$ é um fator de escala de tempo que evidencia a modulação rotacional para essa curva de luz com essa cadência.

Ainda relativa à curva de luz autocorrelacionada de Kepler-17 para $n = 8$, verificamos uma acentuada e isolada periodicidade em torno do período de rotação médio. Para certificar esse resultado, aplicamos o períodograma GLS para tentarmos analisar se existem alguma indicação de rotação diferencial. A figura 68 mostra o espectro de potência GLS numa janela temporal entre 10 e 20 dias, em que fica evidente os vários picos em torno do pico central em 12,26 dias (período rotacional médio). Estimamos o cisalhamento absoluto $\Delta\Omega = 0,057 \text{ rad}/\text{dia}$ e uma amplitude relativa de rotação diferencial de $\Delta\Omega/\Omega \cong 11,1\%$. Esse valor está em perfeito acordo com os valores obtidos anteriormente.

8.2.1.2 Modelagem de manchas aplicado a Kepler-17

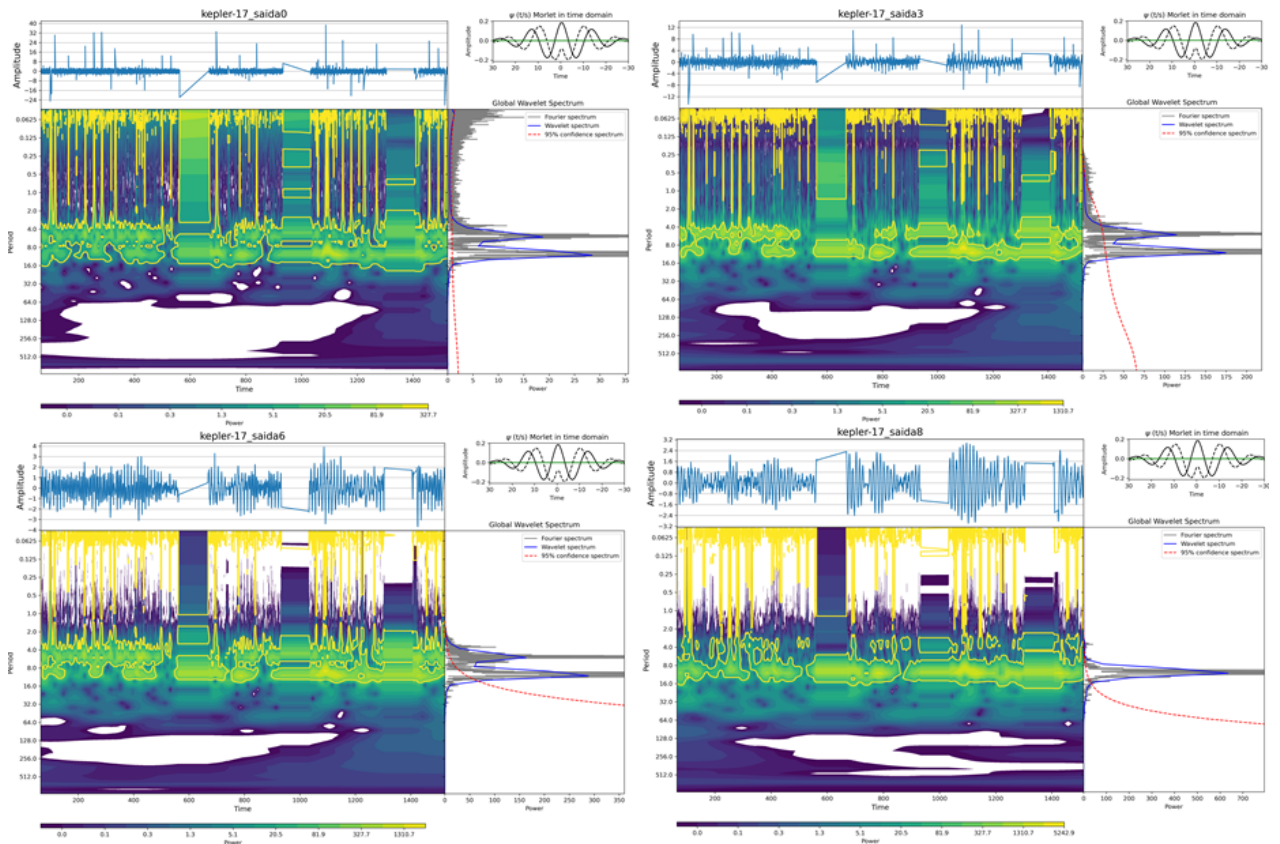
Iremos aplicar o “Spot Modelling” às curvas de Kepler-17 sem trânsito e aquela autocorrelacionada para $n = 8$. A figura 69 mostra a função de autocorrelação aplicada as duas

Figura 66: Análise *wavelet* da série temporal de Kepler-17 com trânsito (superior) e com ele removido (inferior).



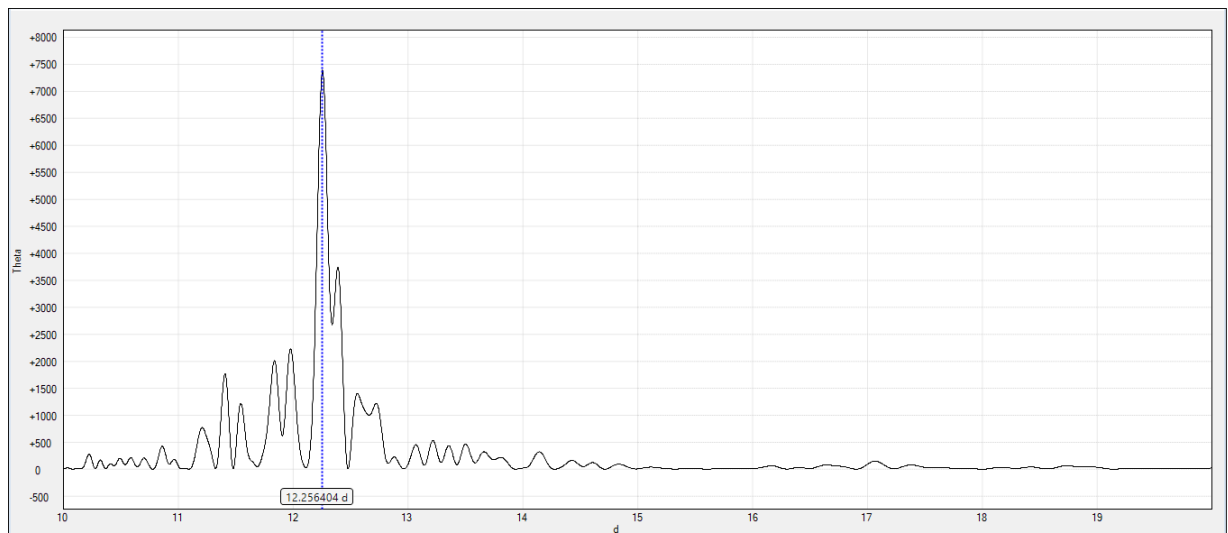
Fonte: Autor.

Figura 67: Análise *wavelet* da série temporal autocorrelacionada de Kepler-17 para $n = 0$ (29,4 min) na parte superior esquerda, $n = 3$ ($\sim 0,16$ dias) na parte superior direita, $n = 6$ ($\sim 1,6$ dias) na parte inferior esquerda e $n = 8$ ($\sim 5,2$ dias) na parte inferior direita.



Fonte: Autor.

Figura 68: Espectro de potência do periodograma GLS da série temporal autocorrelacionada de Kepler-17 para $n = 8$.



Fonte: Autor.

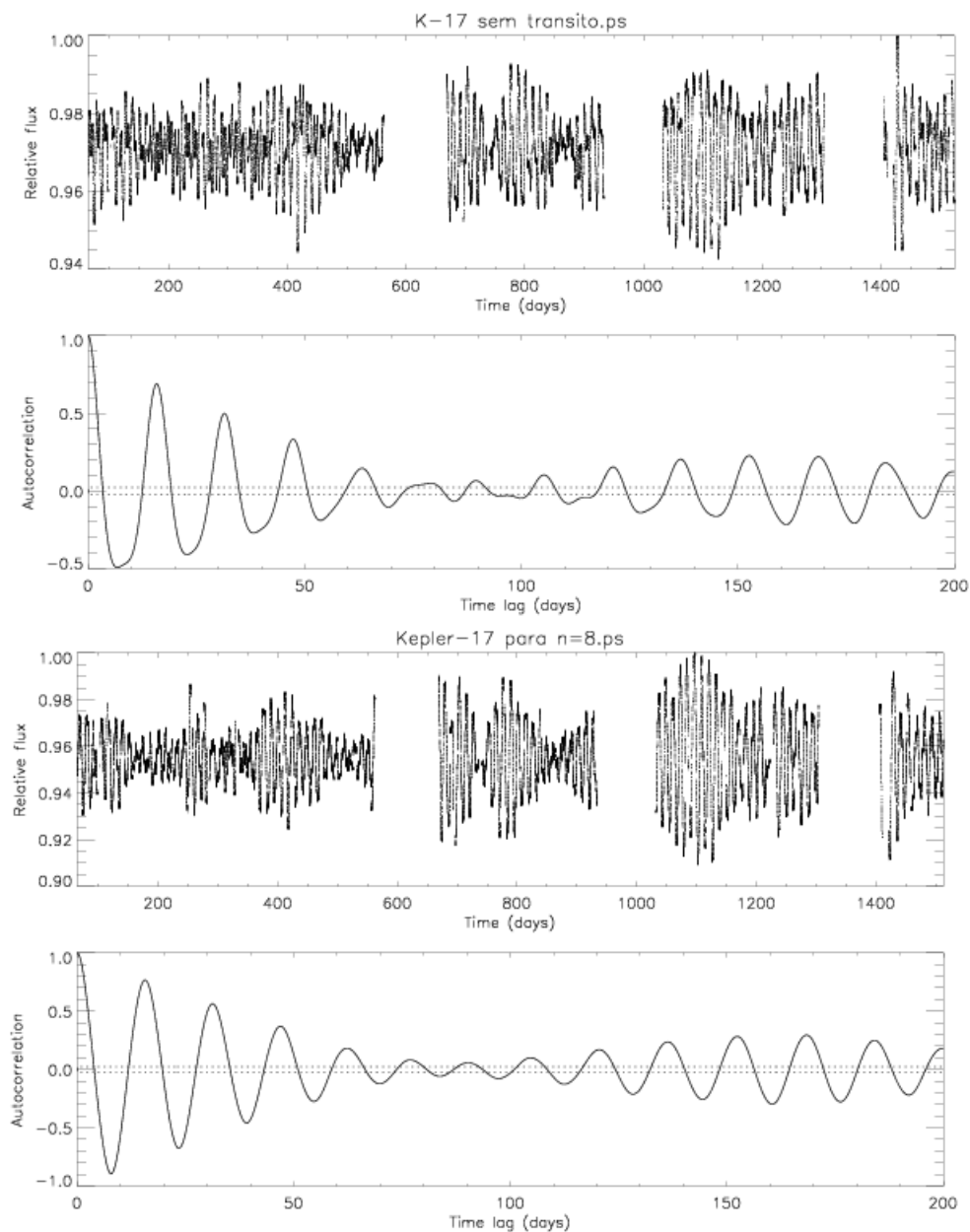
curvas referidas com o intuito de verificarmos a modulação presente no sinal. Podemos observar que ambas as curvas apresentam um excelente perfil, em que a amplitude dos picos da função

de autocorrelação tem um decaimento gradativo. Notamos que o segundo pico da função de autocorrelação está aproximadamente em torno de 0,5, mostrando uma ótima estabilidade do sinal fotométrico. Também podemos notar que a curva de luz de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$ tem um sinal mais estável, pois de acordo com Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014), quando o segundo pico da função de autocorrelação é maior que 0,5 a rotação diferencial superficial pode ser melhor detectada. Uma grande parte das estrelas observadas pela missão Kepler na faixa óptica não são adequadas para extrair RD por meio da fotometria, haja vista que as suas áreas ativas na fotosfera têm uma vida útil mais breve do que a escala típica de cisalhamento. Isso restringe a precisão na determinação dos períodos de rotação das manchas em diferentes latitudes que podem ser obtidos com as técnicas do periodograma, mesmo quando se trata de uma série temporal uniformemente amostrada. Conforme observado por Aigrain et al. (2015), em quase todos os casos relatados em seu estudo, em que um período "ruim" foi significativamente mais longo do que o valor "verdadeiro", as manchas estelares apresentaram uma duração curta. Esses são exemplos nos quais o sinal detectado não é resultado da modulação rotacional, mas sim da evolução da cobertura global das manchas estelares. Ainda que essa evolução não seja estritamente periódica, ela pode gerar um sinal que aparenta ser quase periódico nas curvas de luz. Assim, ao utilizarmos a função de autocorrelação, combinada com a análise *wevelet* e o periodograma GLS, conseguimos retirar informações a respeito da escala temporal da evolução intrínseca do padrão de manchas, que é um dos principais fatores limitantes na medição da rotação diferencial superficial.

Em seguida, aplicamos a modelagem de manchas em ambas as curvas de Kepler-17 para encontramos um intervalo ΔT satisfatório, em que o χ^2 do modelo com rotação diferencial seja melhor que o de rotação do corpo sólido. A figura 70 mostra o melhor intervalo escolhido ΔT com o ajuste do modelo para as duas curvas. Acreditamos que esse intervalo ΔT seja menor que a evolução temporal das manchas, mas suficientes para revelar os desvios das longitudes causados pela RD. É claro que esse subintervalo vai depender do indicador rotacional usado para construir a curva de luz e da própria estrela analisada.

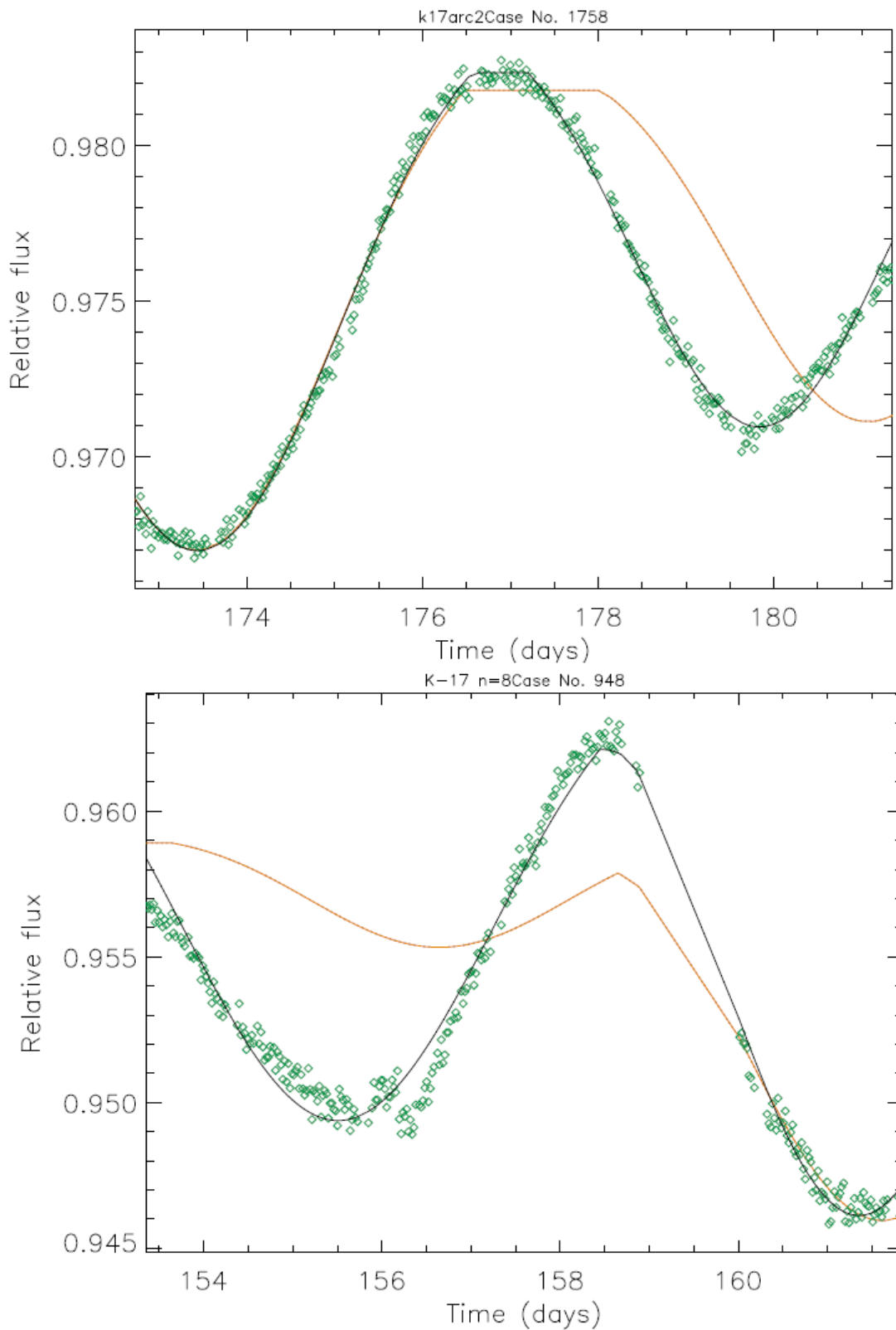
A Tabela 7 mostra os valores de R encontrados em nossa análise e podemos observar que todos os parâmetros tiveram um valor menor que 1,2 para a curva Kepler-17 sem trânsito. Já para a curva de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$, tivemos mais trabalho para convergimos a série e só conseguimos fixando alguns parâmetros e observando as correlações vistas no capítulo 5. Já na figura 71 mostramos o melhor ajuste do modelo com rotação diferencial para o intervalo ΔT escolhido de ambas as curvas de Kepler-17, em que usamos a análise MCMC. Podemos observar um ótimo ajuste entre os dados da curva de luz de Kepler-17 e os dados gerados pela modelagem de manchas no intervalo ΔT considerado, isso indica um baixo valor do χ^2 na análise MCMC e a convergência da série para uma boa solução. Em outras palavras, os pontos do

Figura 69: Na parte superior, temos a função de autocorrelação aplicada a curva de K-17 sem trânsito e na parte inferior, a função de autocorrelação da curva de K-17 autocorrelacionada para $n = 8$. O decaimento gradativo dos picos da função de autocorrelação é o comportamento esperado ao testar a coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

Figura 70: Na parte superior, temos o comprimento ótico solar de Kepler-17 sem trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico solar de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$ (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

subintervalo escolhido estão muito próximos do melhor ajuste e que, por meio da convergência de R , as cadeias de MCMC convergiram para a mesma distribuição estacionária. Para a curva de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$ tivemos que fixar a inclinação i e as colatitudes das manchas λ_1 e λ_2 nos menores valores encontrados para o χ^2 , além de calcularmos uma regressão linear entre o fluxo de referência F_0 e a área da segunda mancha a_2 e encontrar um coeficiente angular (m) impondo a restrição $\delta a_2 = m\delta F_0$.

Tabela 6 – Tempo inicial e final do intervalo considerado para análise MCMC, juntamente com os parâmetros para as estrelas de nossa amostra.

Estrelas	$t_1(d)$	$t_2(d)$	$i(^{\circ})$	F_0	$a_{1,2}$	$\theta_{1,2}(^{\circ})$	$\Delta\lambda_{1,2}(^{\circ})$	$P_{1,2}(d)$
Sol TSI	177,8	200,0	89,0	$-1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}; 2,6 \cdot 10^{-4}$	20,5;90,5	654,1;434,2	31,49;27,35
Sol <i>MgII</i>	506,7	533,3	80,8	$-3,9 \cdot 10^{-2}$	$6,2 \cdot 10^{-2}; 8,1 \cdot 10^{-2}$	41,9;28,3	720,0; -360,0	29,04;24,02
Sol Lyman- α	122,5	163,3	80,8	$-2,9 \cdot 10^{-2}$	$4,6 \cdot 10^{-2}; 4,7 \cdot 10^{-2}$	41,1;27,5	144,9;720,0	24,50;30,15
Kepler-17	172,7	181,3	89,0	$-1,7 \cdot 10^{-2}$	$4,7 \cdot 10^{-2}; 4,6 \cdot 10^{-2}$	43,3;142,9	360,7; -277,2	12,39;10,72
K-17($n = 8$)	156,1	164,7	89,0	$-3,7 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-2}; 2,3 \cdot 10^{-2}$	43,7;104,6	720,0; -87,7	13,48;10,94
LC1-RD	37,05	42,35	89,0	$-3,1 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	143,0;320,6	292,3;720,0	05,03;05,70
LC1-trânsito	—	—	—	—	—	—	—	—
LC2-RD	37,1	42,3	89,0	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	144,1;35,4	720,0;306,9	05,70;05,06
LC2-trânsito	37,1	42,3	89,0	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	141,1;34,9	315,5;720,0	05,70;05,06
LC3-RD	36,8	40,9	89,0	$-3,5 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	34,7;30,1	168,8;720,0	04,80;05,68
LC3-trânsito	36,8	40,9	89,0	$-3,5 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	34,9;29,7	82,7;720,0	04,66;05,67
LC4-RD	156,1	164,7	89,0	$-3,7 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-2}; 2,3 \cdot 10^{-2}$	43,7;104,6	720,0; -87,7	13,5;10,9
LC4-trânsito	156,1	164,7	89,0	$-3,7 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-2}; 2,3 \cdot 10^{-2}$	43,7;104,6	720,0; -87,7	13,5;10,9
LC5-RD	17,9	26,9	89,0	$-6,5 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}; 2,3 \cdot 10^{-2}$	30,8;4,2	715,2;720,0	8,61;7,43
LC5-trânsito	—	—	—	—	—	—	—	—
LC6-RD	79,9	84,9	89,0	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-2}; 2,3 \cdot 10^{-2}$	101,7;35,8	7,8;502,7	7,1;8,8
LC6-trânsito	72,8	77,1	89,0	$-2,3 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-2}; 2,0 \cdot 10^{-2}$	38,5;92,8	720,0;398,1	8,5;7,2
LC7	59,9	63,7	89,0	$-6,5 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-2}; 1,8 \cdot 10^{-2}$	30,1;135,7	720,0;534,5	8,5;7,2
LC7-trânsito	59,9	64,2	89,0	$-3,0 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-2}; 1,2 \cdot 10^{-2}$	35,1;38,9	720,0;720,0	8,7;7,4
LC8	64,2	68,5	89,0	$-2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-2}; 1,6 \cdot 10^{-2}$	27,6;133,4	720,0;133,4	8,5;7,4
LC8-trânsito	57,2	65,4	89,0	$-2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}; 2,9 \cdot 10^{-2}$	37,9;22,0	720,0;342,2	8,7;7,3
LC9	39,0	42,0	89,0	$-4,6 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-2}; 1,9 \cdot 10^{-2}$	34,2;139,3	212,0; -25,3	3,9;4,4
LC9-trânsito	39,0	42,0	89,0	$-4,6 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}; 1,7 \cdot 10^{-2}$	36,5;35,4	571,6;662,8	3,8;4,3
LC10	73,9	77,1	89,0	$-6,3 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-2}; 4,8 \cdot 10^{-2}$	18,8;37,0	-360,0;720,0	3,8;4,2
LC10-trânsito	81,5	84,3	89,0	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-2}; 4,6 \cdot 10^{-2}$	41,6;39,4	-360,0;720,0	3,8;4,1

Fonte: Autor.

A parte crucial na modelagem de manchas é obtermos, por meio da análise MCMC para um subintervalo escolhido, uma distribuição dos parâmetros das manchas que proporcione um melhor χ^2 mínimo e, em seguida, testarmos a convergência da série usando o parâmetro R de Gelman e Rubin (consideramos um $R < 1,2$ para uma boa convergência dos parâmetros). Em seguida, fazemos uma análise dos períodos encontrados para as duas manchas, que são dois parâmetros dentro do teste de convergência, e estimamos um valor de RD superficial mínimo, pois a colatitude das manchas e inclinação do eixo de rotação estelar são fortemente correlacionados. Diferente de outros trabalhos encontrados na literatura (Fröhlich, 2007), não tentamos determinar a amplitude do cisalhamento *Polo–Equador*, apenas um valor limite.

Figura 71: Na parte superior, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva de K-17 sem trânsito (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos o melhor ajuste de nossa análise a curva de K-17 autocorrelacionada para $n = 8$ ao intervalo ΔT escolhido.

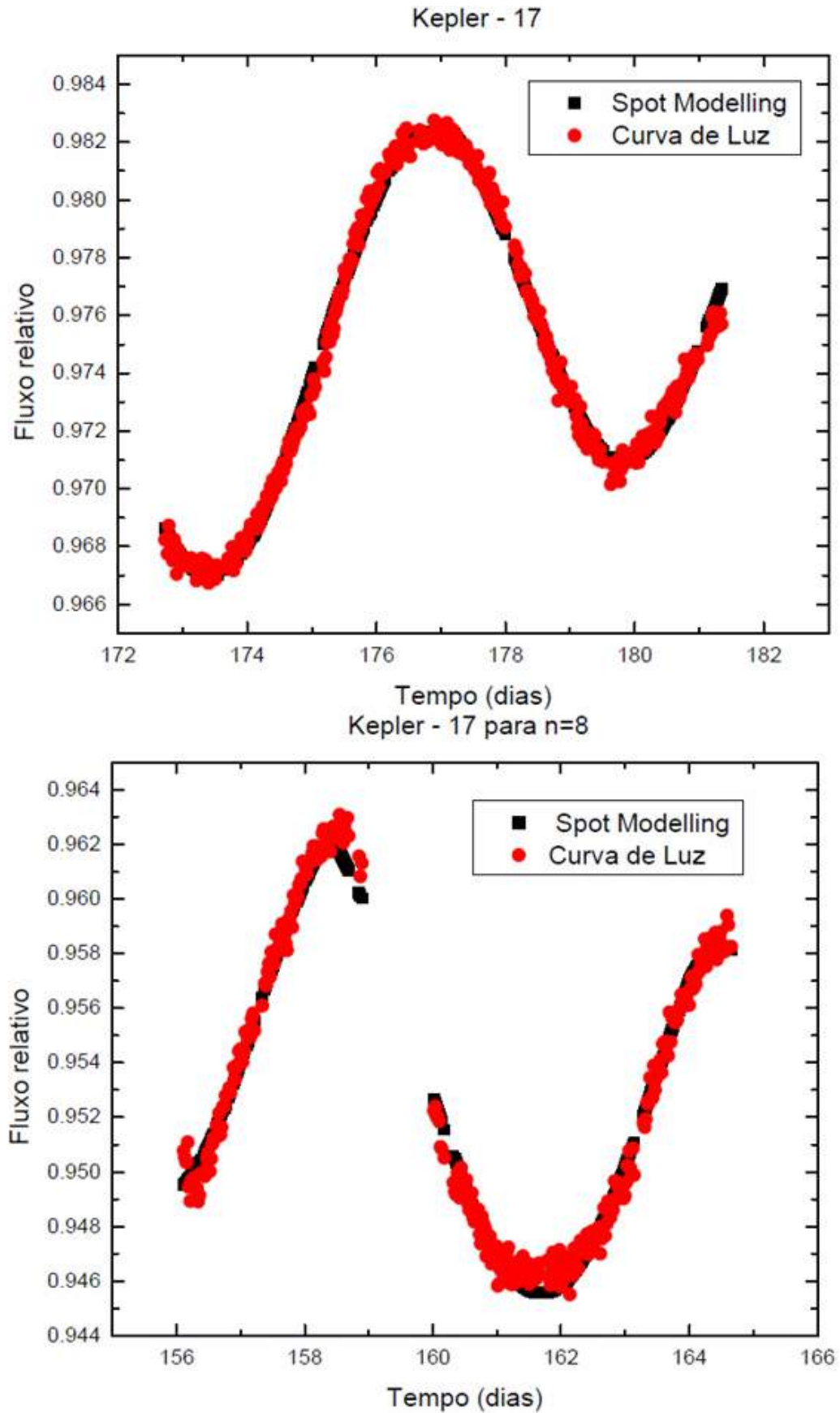


Tabela 7 – Nessa tabela, mostramos os valores de $R - 1$ de Gelman e Rubin para calcular a convergência da nossa cadeia de MCMC para todos os parâmetros do nosso modelo de duas manchas.

Estrelas	i	F_0	a_1	θ_1	λ_1	P_1	a_2	θ_2	λ_2	P_2
Sol TSI	—	2,87	11,71	—	$9,85 \cdot 10^{-2}$	$9,85 \cdot 10^{-2}$	2,87	—	$2,84 \cdot 10^{-2}$	$2,84 \cdot 10^{-2}$
Sol $MgII$	—	4,25	3,07	—	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$2,15 \cdot 10^{-3}$	4,25	—	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$5,95 \cdot 10^{-3}$
Sol Lyman- α	—	$1,17 \cdot 10^{-2}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	—	$9,10 \cdot 10^{-4}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$1,17 \cdot 10^{-3}$	—	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$
Kepler-17	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$
K-17($n = 8$)	—	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-6}$	—	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-6}$	—	$9,92 \cdot 10^{-3}$
LC1-RD	—	$1,30 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$6,51 \cdot 10^{-3}$	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-2}$	$6,51 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$
LC1-trânsito	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LC2-RD	—	$5,12 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-3}$	$6,80 \cdot 10^{-2}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$5,12 \cdot 10^{-2}$	$6,80 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
LC2-trânsito	—	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$5,08 \cdot 10^{-2}$	—	$2,80 \cdot 10^{-3}$	$2,80 \cdot 10^{-3}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	—	$1,28 \cdot 10^{-2}$	$1,28 \cdot 10^{-2}$
LC3-RD	—	$2,29 \cdot 10^{-2}$	$7,84 \cdot 10^{-3}$	$7,76 \cdot 10^{-3}$	$6,58 \cdot 10^{-2}$	$6,58 \cdot 10^{-2}$	$2,92 \cdot 10^{-3}$	$7,76 \cdot 10^{-2}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$
LC3-trânsito	—	$7,58 \cdot 10^{-2}$	$5,01 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	$7,58 \cdot 10^{-2}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$
LC4-RD	—	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$	$6,43 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^{-2}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$6,43 \cdot 10^{-2}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$
LC4-trânsito	—	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$	$6,43 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^{-2}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$6,43 \cdot 10^{-2}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$
LC5-RD	—	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-2}$	$2,20 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-2}$	$8,33 \cdot 10^{-2}$	$8,33 \cdot 10^{-2}$
LC5-trânsito	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LC6-RD	—	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$3,4 \cdot 10^{-2}$	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$2,50 \cdot 10^{-2}$	$2,21 \cdot 10^{-2}$	$4,48 \cdot 10^{-2}$	$4,48 \cdot 10^{-2}$
LC6-trânsito	—	$1,45 \cdot 10^{-1}$	$5,47 \cdot 10^{-2}$	—	$4,94 \cdot 10^{-3}$	$4,94 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-1}$	—	$1,30 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-2}$
LC7-RD	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$6,31 \cdot 10^{-3}$	$7,19 \cdot 10^{-2}$	$1,99 \cdot 10^{-1}$	$7,31 \cdot 10^{-2}$	$4,07 \cdot 10^{-2}$	$6,31 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-1}$	$4,95 \cdot 10^{-2}$	$2,94 \cdot 10^{-2}$
LC7-trânsito	—	$2,13 \cdot 10^{-2}$	$5,32 \cdot 10^{-2}$	$2,90 \cdot 10^{-5}$	$9,97 \cdot 10^{-3}$	$9,77 \cdot 10^{-3}$	$1,35 \cdot 10^{-2}$	$2,90 \cdot 10^{-4}$	$2,50 \cdot 10^{-2}$	$7,48 \cdot 10^{-3}$
LC8-RD	—	$6,28 \cdot 10^{-3}$	$2,62 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$4,48 \cdot 10^{-2}$	$6,28 \cdot 10^{-3}$	$9,58 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$
LC8-trânsito	—	—	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-5}$	$4,39 \cdot 10^{-2}$	$3,39 \cdot 10^{-2}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-5}$	$1,63 \cdot 10^{-2}$	$1,63 \cdot 10^{-2}$
LC9-RD	—	$6,33 \cdot 10^{-3}$	$7,56 \cdot 10^{-3}$	$3,35 \cdot 10^{-2}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$6,33 \cdot 10^{-2}$	$3,58 \cdot 10^{-2}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$
LC9-trânsito	—	$8,95 \cdot 10^{-2}$	$9,68 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$5,08 \cdot 10^{-2}$	$5,08 \cdot 10^{-2}$	$6,95 \cdot 10^{-2}$	$1,90 \cdot 10^{-5}$	$3,46 \cdot 10^{-3}$	$3,46 \cdot 10^{-3}$
LC10-RD	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LC10-trânsito	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Fonte: Autor.

8.3 Curvas simuladas usadas como *blind test*

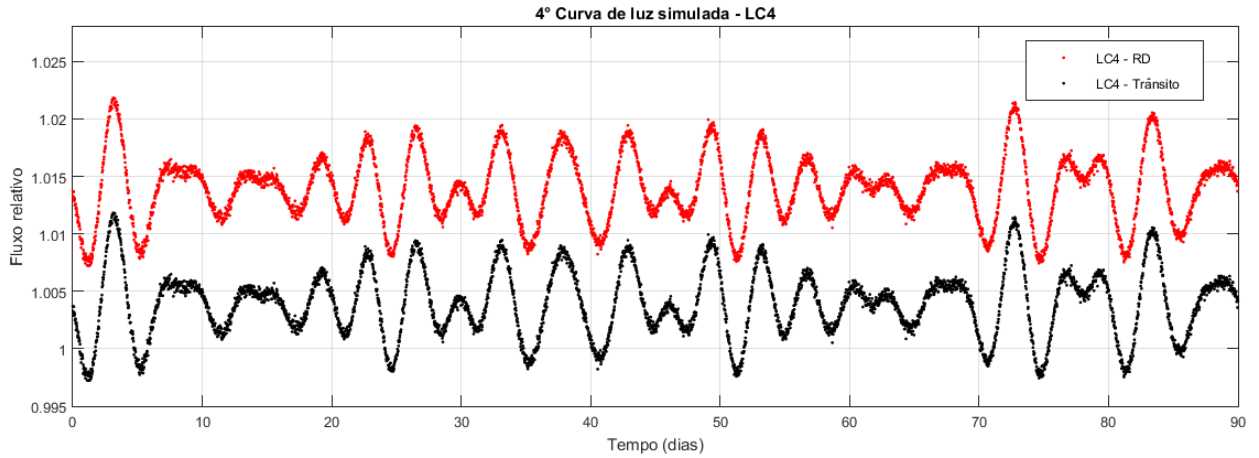
Agora, iremos aplicar nossos métodos para detectar a rotação diferencial superficial de 10 curvas de luz simuladas em uma espécie de *blind test* que foram descritas na Seção 2 do Capítulo 6. O objetivo é estudar a eficiência de nossos métodos e os efeitos de cada parâmetro na série simulada e, com isso, entender melhor a estrutura de uma série temporal real. Devemos salientar que fizemos a caracterização dessa amostra sem ter conhecimento prévio dos parâmetros estelares adotados, como descritos na Tabela 3. Em uma análise posterior, comparamos com os valores de entrada usados pelo simulador SimOne.

Nessa seção, decidimos detalhar a aplicação dos nossos métodos para apenas uma das curvas de luz simulada, a LC4. Essa escolha é apenas para reduzir o número de figuras no texto principal da tese. Vale ressaltar que não existe nada de especial nessa curva em relação às outras, foi uma escolha aleatória. No entanto, na seção final, iremos trazer outras curvas simuladas para demonstrar os resultados acerca da rotação diferencial. As demais, seguirão a mesma metodologia e seus resultados se encontram no apêndice A e nas Tabelas 5, 6, 7 e 8. Seguindo nossa metodologia, cada curva simulada foi duplicada, em que uma é inserida rotação diferencial superficial e na outra adicionada um trânsito planetário. Isso é muito interessante, pois podemos analisar o impacto do trânsito em nossos métodos, principalmente, na modelagem de manchas.

As curvas simuladas já se encontram normalizadas sem lacunas, pontos espúrios e tendências de longo-termo. Isso é importante, pois nosso objetivo é analisar a variabilidade rotacional que se encontra em uma janela temporal indicada para estrelas do tipo solar. A figura 72 mostra a quarta curva de luz simulada (LC4), podemos notar que ambas as curvas, com rotação diferencial (RD) e trânsito, praticamente não diferem em relação à sua modulação. Isso sugere que os trânsitos inseridos correspondem a um planeta tipo-Terra que, por sua vez, deve estar escondido na faixa do ruído estelar (isso pode ser verificado retornando a Tabela 3, em que podemos encontrar a razão entre os raios é de 1%).

Para estimarmos o período rotacional de ambas as curvas, aplicamos o periodograma GLS para uma janela temporal entre 1 e 10 dias. A figura 73 mostra quatro grandes picos no espectro de potência que modulam a curva LC4: o maior em torno de $4,99 \pm 0,03$ dias, o segundo em torno de $5,75 \pm 0,03$ dias, o terceiro em $3,83 \pm 0,03$ dias e o quarto em $3,33 \pm 0,03$ dias. Fazendo uma análise na curva de luz, acreditamos que os dois maiores picos estão relacionados à rotação diferencial. Já os dois menores, acreditamos estarem relacionados a sub-harmônicos dos dois picos maiores e correspondem a $4,99/3,33 \simeq 1,5$ vezes um do outro ou $5,75/3,83 \simeq 1,5$ (isso é algo que se repete nas outras curvas simuladas). Assim, como fizemos antes, iremos estimar a RD usando espectro de potência do periodograma GLS e investigar os dois picos que

Figura 72: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC4 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC4 acrescida do trânsito.



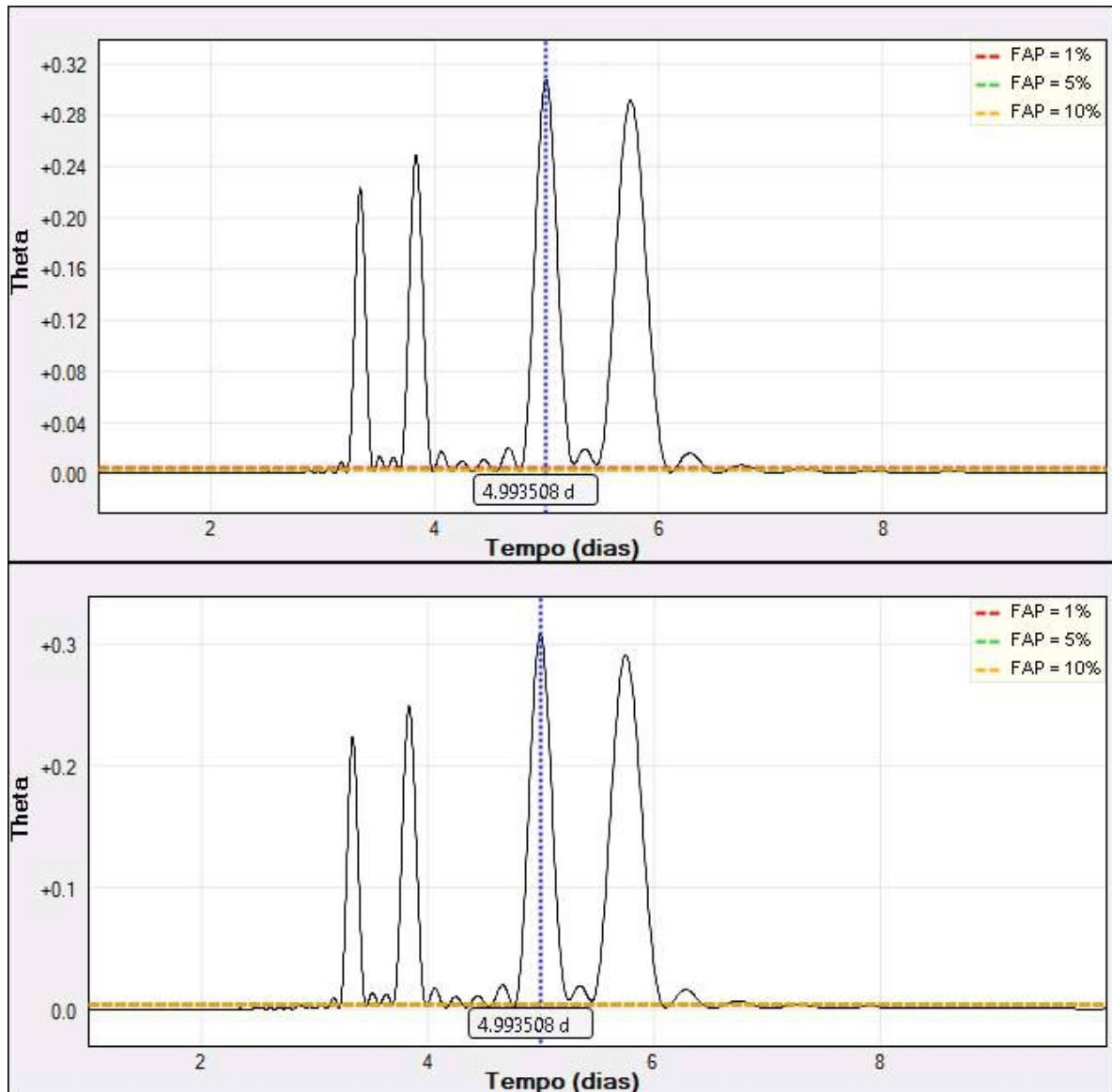
Fonte: Autor.

acreditamos estarem relacionados à RD. O valor de cisalhamento absoluto superficial estimado é $\Delta\Omega = 0,166 \text{ rad/dia}$ e da rotação diferencial relativa é de $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,2\%$, em que usamos que $\Omega = \frac{2\pi}{(P_2 + P_1)/2}$.

Seguidamente, aplicamos a análise *wavelet* nas curvas LC4-RD e LC4-trânsito. Assim, podemos analisar o melhor intervalo de tempo da curva para aplicação da modelagem de manchas. A figura 74 mostra os resultados de nossa análise, em que observamos que a modulação em ambas as curvas é praticamente idêntica. Podemos ver os quatro picos no *espectro de Fourier* e um grande pico alargado em torno da modulação rotacional no *espectro wevelet*, além de notarmos que em alguns intervalos de tempo o sinal da modulação é mais forte no mapa de cores. O *espectro wevelet* reforça que o trânsito é de um planeta com raio tipo-terrestre. Dessa forma, o método não é capaz de distinguir planetas tão pequenos. (de Freitas, B. D.; Stellar Team, 2024) estimou que a grande maioria dos métodos, análise de Fourier e método multifractal são exemplos deles e conseguem distinguir planetas com razão $R_{\oplus}/R_{\odot} \geq 0,3$, talvez isso se repita com o *espectro wevelet*, mas não testamos na presente tese.

Ademais, aplicamos a função de autocorrelação com o intuito de verificarmos a modulação presente no sinal. A Figura 75 mostra o resultado da aplicação da função de autocorrelação a ambas as curva LC4-RD e LC4-trânsito, vemos que novamente não detectamos diferenças na modulação. Também podemos observar um perfil aparentemente muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um decaimento profundo e que os demais picos da função de autocorrelação têm um decaimento gradativo, isso pode indicar alguma estabilidade do sinal e que podemos ter sucesso na aplicação da modelagem de manchas. No entanto, manchas concorrendo com o mesmo tempo de vida podem gerar um padrão como esse, em que podemos verificar uma superposição de ondas em fase. Além disso, para curvas de luz com poucos ciclos

Figura 73: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado (GLS) aplicado a curva de luz LC4 com RD (parte superior) e a curva LC4 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 10 dias.

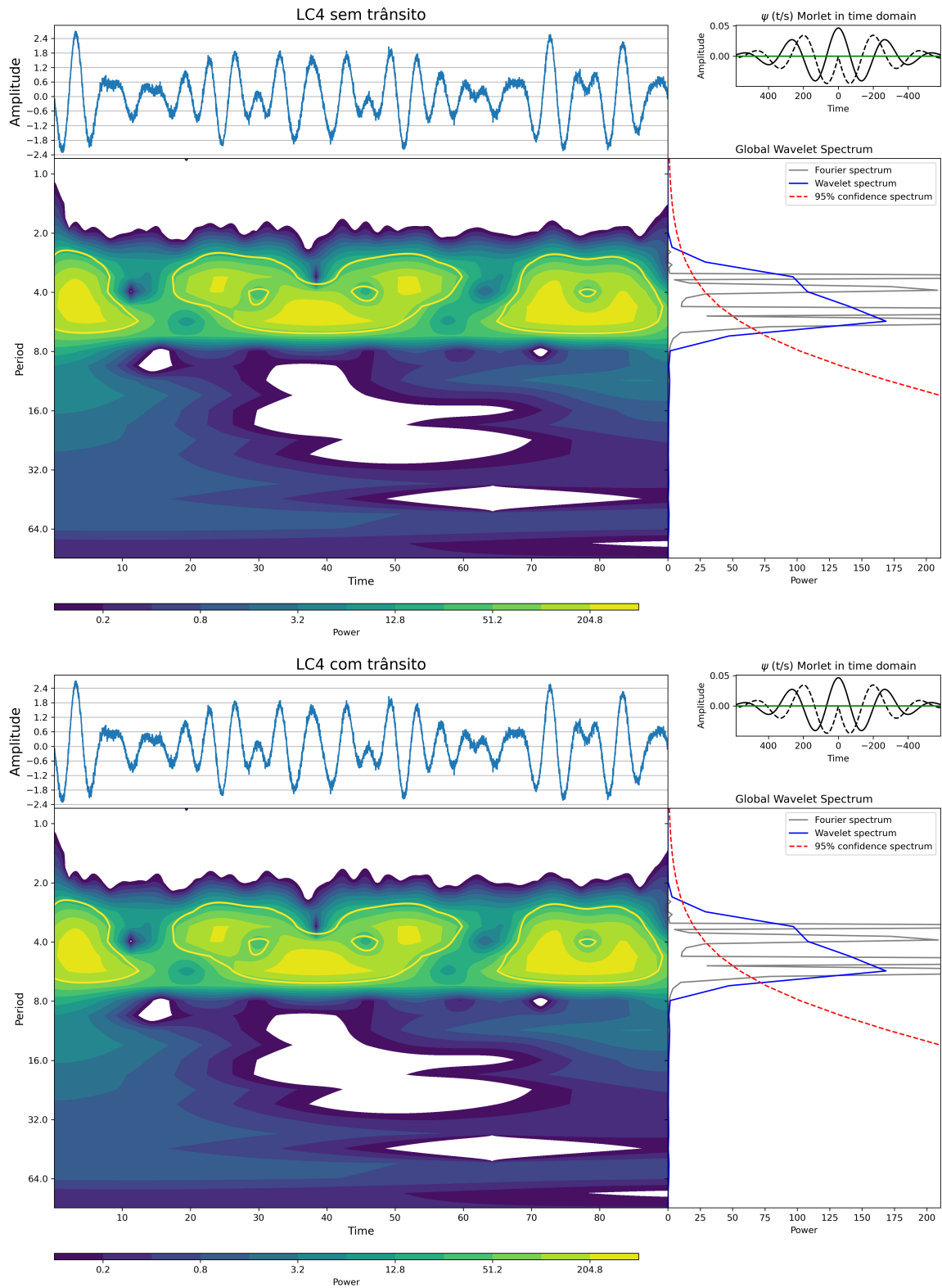


Fonte: Autor.

de rotação presente a função de autocorrelação tende a não ter um perfil bom como as curvas mais longas, a figura 76 ilustra a função de autocorrelação aplicada a curva de K-17 reduzida para 100 dias, ou seja, menos de 10 ciclos de rotação. Podemos notar um perfil de autocorrelação diferente ao aplicado na curva de luz completa de k-17.

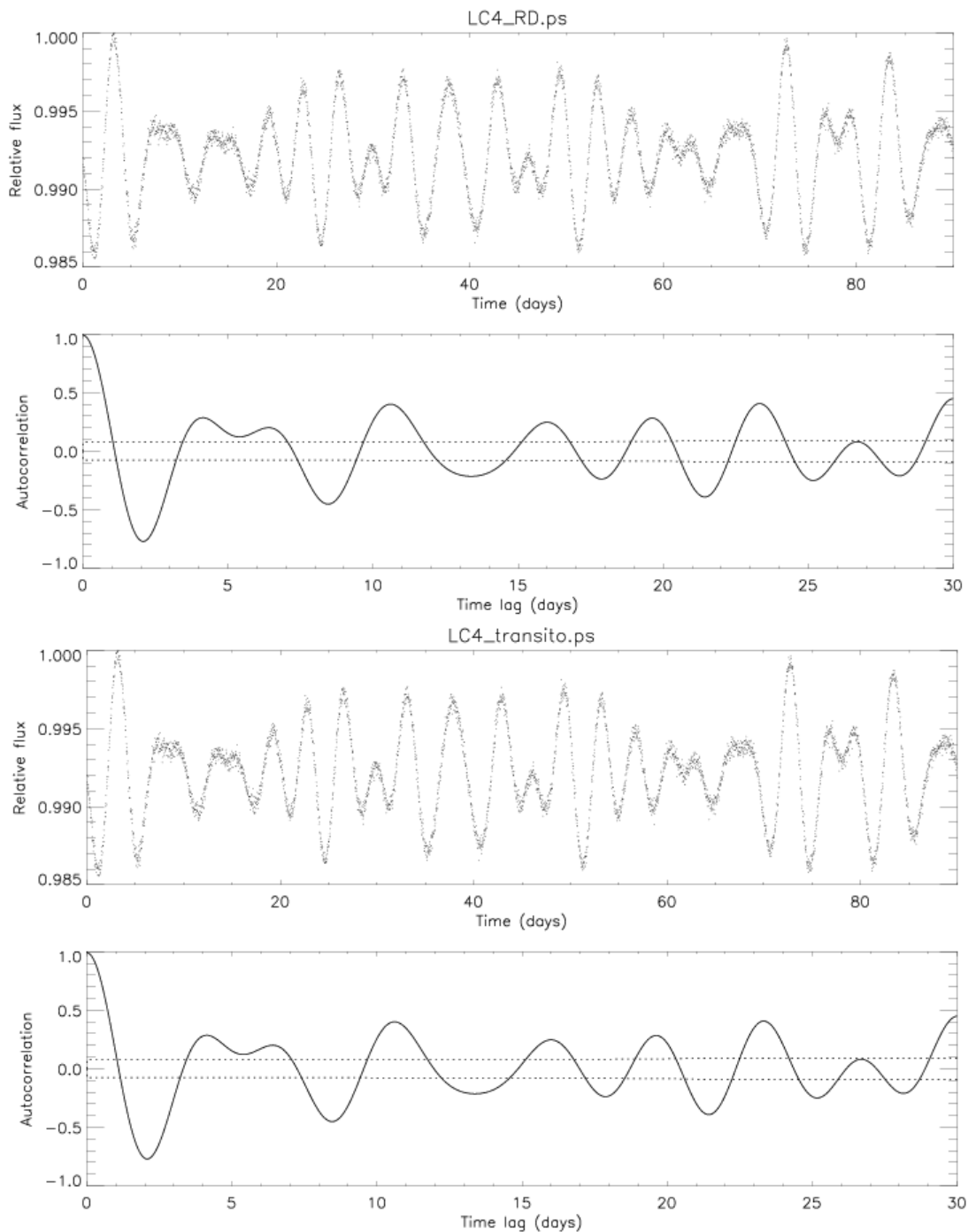
Continuando com nossa metodologia, aplicamos a modelagem de manchas em ambas as curvas LC4 para encontramos um intervalo ΔT satisfatório, em que o χ^2 do modelo com RD seja melhor que o de rotação do corpo sólido e, assim, fazemos a análise MCMC *a posteriori*. A figura 77 mostra o melhor intervalo escolhido ΔT com o ajuste do modelo de duas manchas para as duas curvas, os resultados são idênticos. Isso sugere que nossa modelagem de manchas

Figura 74: Análise *wavelet* da série temporal LC4 com RD (parte superior) e LC4 com trânsito (parte inferior).



Fonte: Autor.

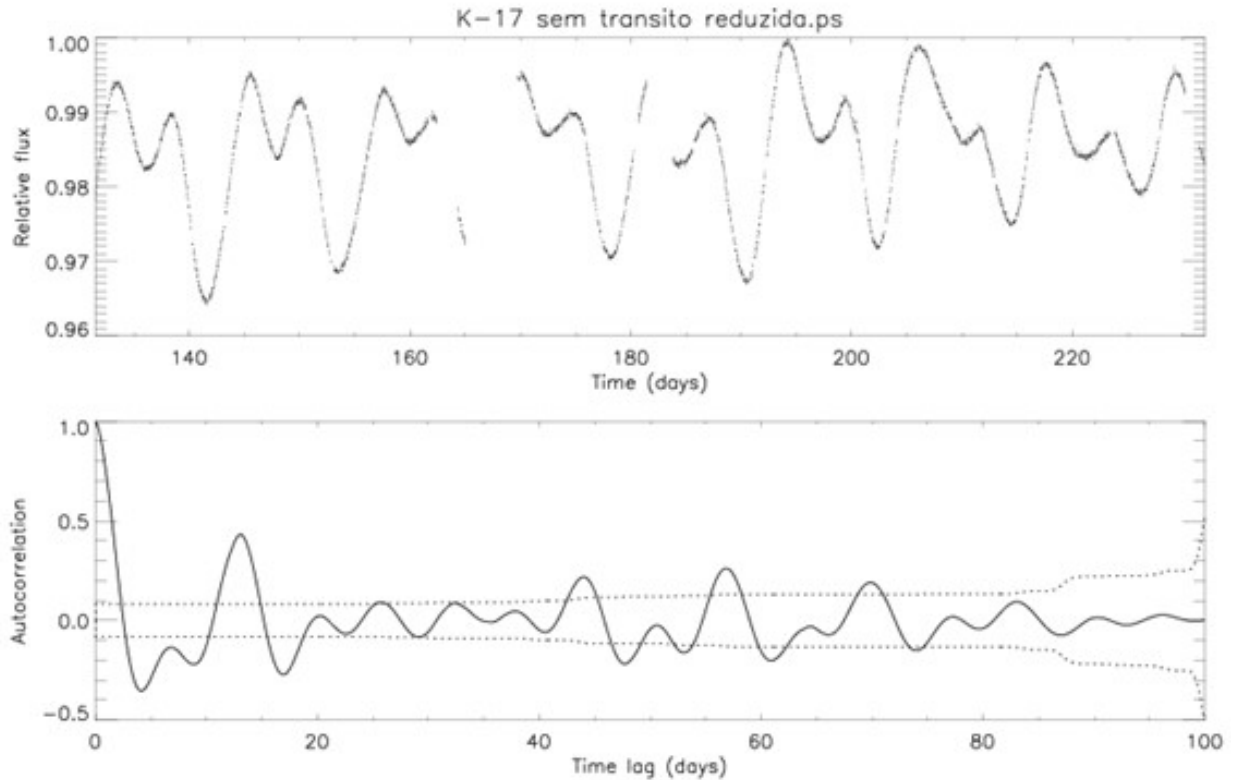
Figura 75: Função de autocorrelação aplicada às curvas de luz LC4 com RD (parte superior) e LC4 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação têm um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

não detecta pequenas diferenças, que estejam dentro do ruído, presente nas séries temporais. Isso já era esperado, já que no modelo fixamos a variação dos limites das áreas das manchas, que influenciam diretamente nas variações do fluxo causados por elas, ou seja, para variações no fluxo fotométrico que sejam menores que as variações causadas pelo tamanho das áreas das

Figura 76: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz reduzida de K-17 (10 dias). Aparentemente, o perfil é ruim, mas se observamos que existe um primeiro pico maior e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma coerência do sinal fotométrico.

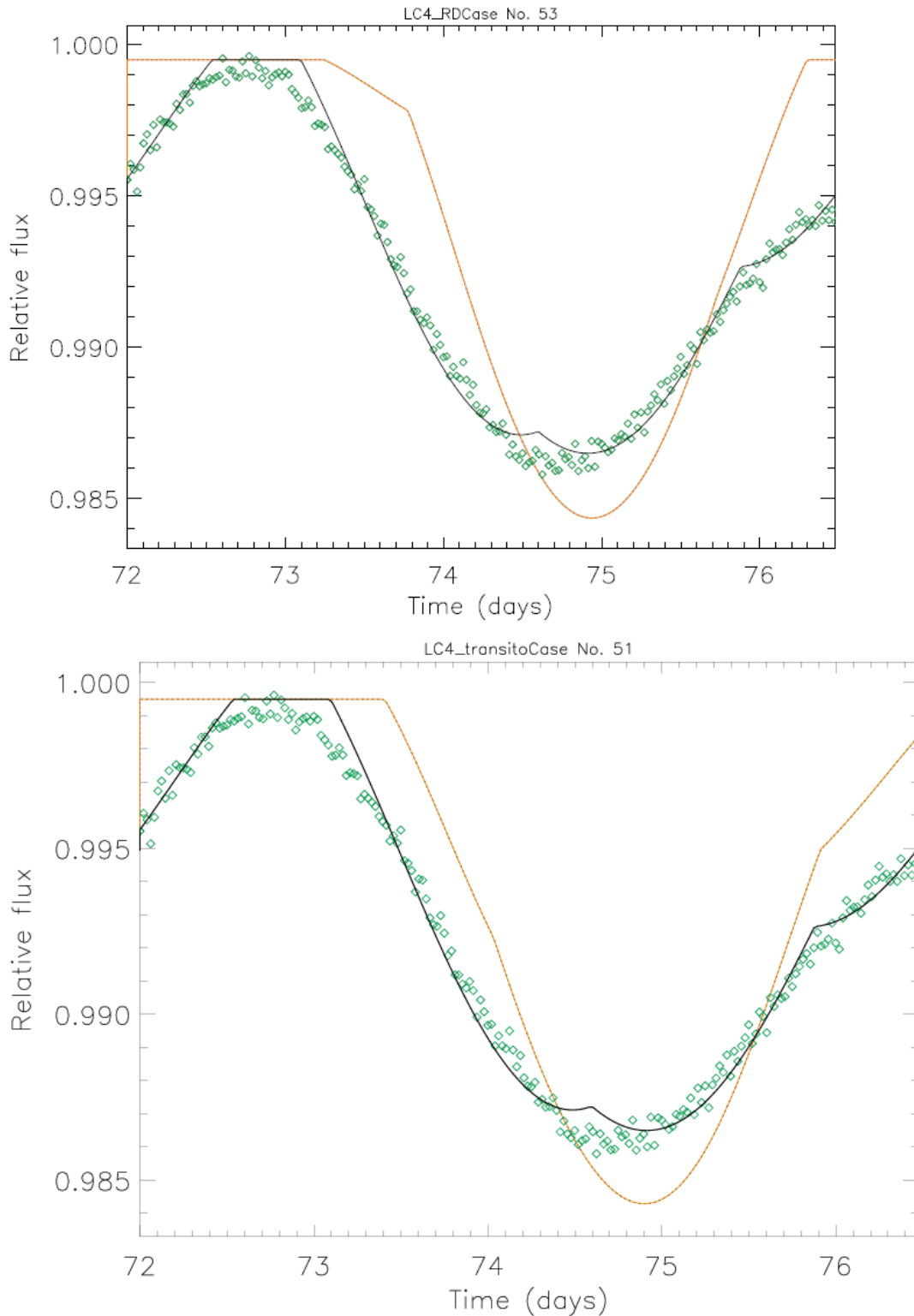


Fonte: Autor.

machas no limite inferior, o modelo detecta como ruído.

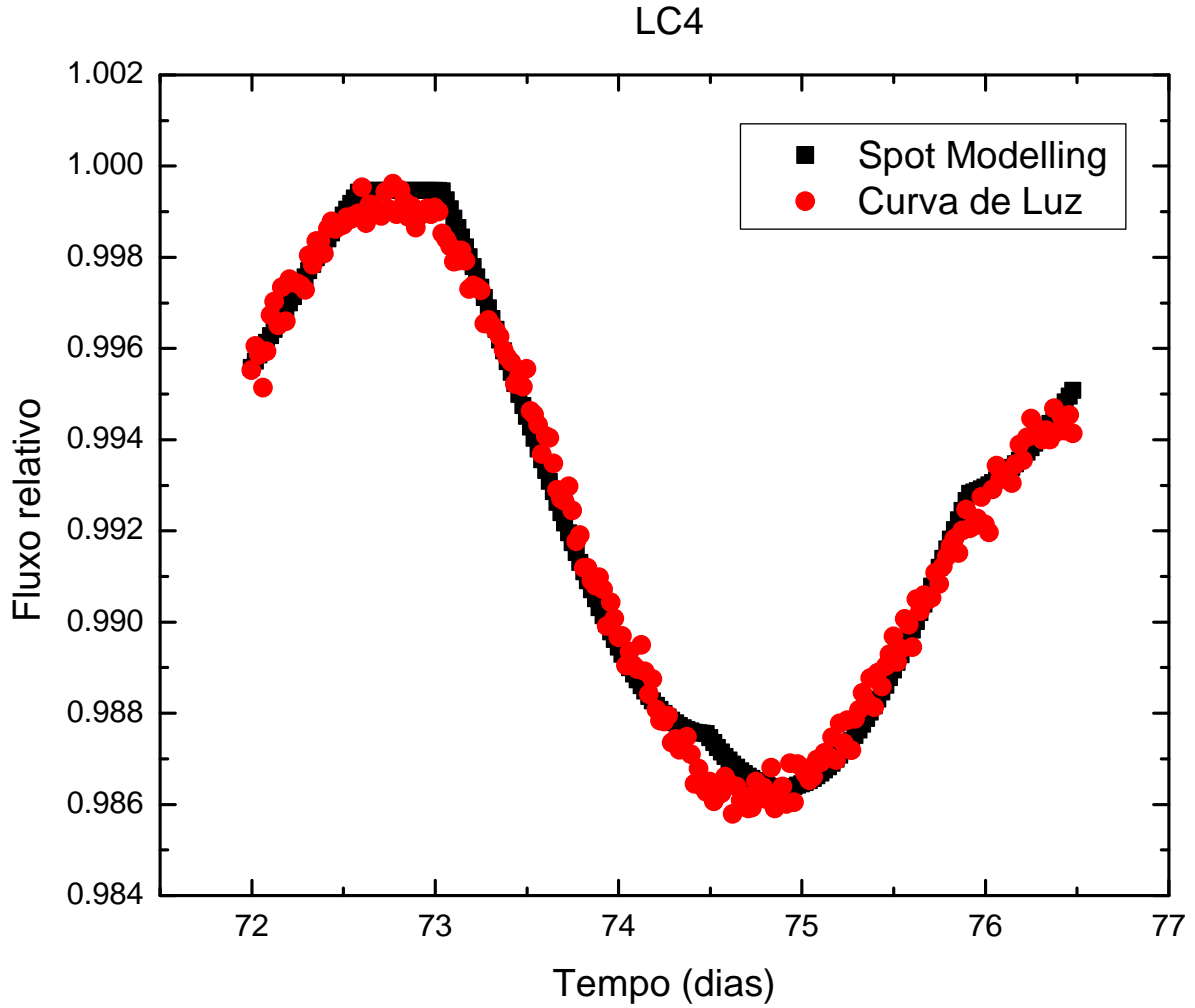
A Tabela 7 mostra os valores de R encontrados em nossa análise e podemos observar que todos os parâmetros tiveram valores menores que 1,2 para a curva LC4. Mas, para convergirmos a série, fixamos a inclinação do eixo de rotação e a colatitude da segunda mancha. (O valor de R correspondente a esses parâmetros fixos são indefinidos). Já na figura 78 mostramos o melhor ajuste do modelo com rotação diferencial para o intervalo ΔT escolhido da curva LC4, no qual usamos a análise MCMC.

Figura 77: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC4-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC4-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada).



Fonte: Autor.

Figura 78: Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC4-RD (círculos vermelhos).



8.4 Inferindo a Rotação Diferencial Superficial de toda a nossa amostra

Nessa seção, que traz a parte final de nossa análise, iremos mostrar a distribuição *a posteriori* dos períodos de rotação das duas manchas do nosso modelo e inferir um limite inferior de rotação diferencial superficial de toda a nossa amostra. Para isso, usamos os dois períodos encontrados em nosso modelo e calculamos o valor de cisalhamento absoluto superficial $\Delta\Omega$ de acordo com a Equação 2.2, em que substituímos P_{eq} e P_{polo} por o período maior e menor, respectivamente, encontrado em nossa análise. Já para determinar a rotação diferencial relativa, usamos $\Delta\Omega/\Omega$, em que $\Omega = \frac{2\pi}{(P_2 + P_1)/2}$. Seguindo a ordem das três amostras descritas anteriormente, iremos começar pelos dados do Sol.

8.4.1 Rotação diferencial solar

Para a curva TSI solar estendida e sem tendência de longo-termo, não conseguimos obter um valor para a amplitude da rotação diferencial, uma vez que essa curva não apresentava um sinal fotométrico coerente. O ajuste feito pela rotação diferencial no subintervalo escolhido é melhor do que aquele feito pela rotação de corpo sólido, mesmo assim, devido à qualidade de ambos os ajustes não foi possível inferir um valor de DR quando realizamos a análise MCMC. Fizemos várias tentativas de convergirmos a série para que todos os parâmetros tivessem valores de $R < 1,2$ e, mesmo assim, não foi possível fazer qualquer alteração que melhore os resultados. Já para a curva de luz TSI solar com cadência em horas e sem as tendências de longo tempo para um intervalo de 200 dias, conseguimos que alguns parâmetros tivessem valores de $R < 1,2$ (como mostra a Tabela 7). Mas, para podermos usar as distribuições, *a posteriori*, com segurança, assumimos que todos os parâmetros devem ter os valores de $R < 1,2$ como foi feito em Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014).

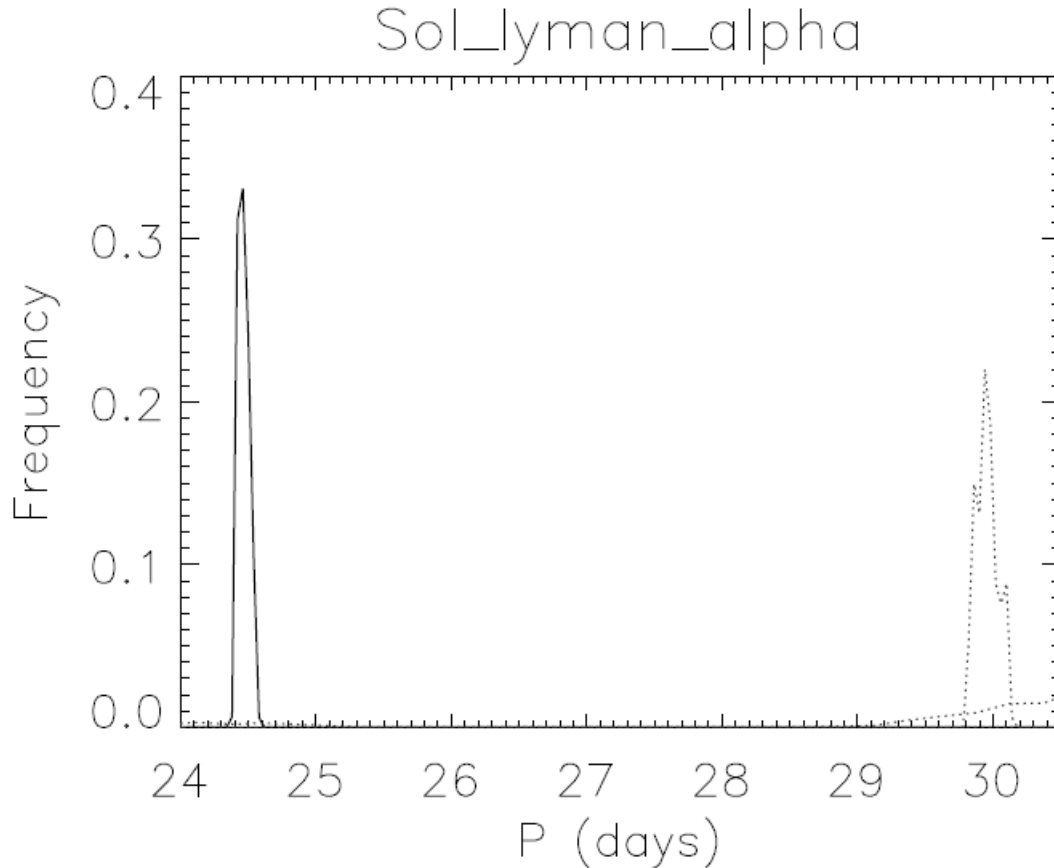
Também não conseguimos inferir a amplitude de DR da curva MgII solar interpolada, mesmo usando as técnicas para diminuir as correlações entre os parâmetros, não conseguimos convergir a série para valores de $R < 1,2$ para todos os parâmetros do modelo, como no caso da curva de luz TSI solar com cadência em horas. A Tabela 7 mostra os valores de R encontrados, podemos observar que para a maioria dos parâmetros dessa curva esse valor é menor que 1,2, já os parâmetros que foram fixados não apresentam valor nessa tabela.

Ademais, para a curva solar Lyman- α interpolada, conseguimos inferir um valor para a amplitude de DR com nosso modelo, mesmo que com alguma dificuldade. Encontramos um valor de cisalhamento absoluto superficial de $\Delta\Omega = 0,048 \pm 0,002 \text{ rad}/\text{dia}$ e da rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,6 \pm 0,2\%$, assim, recuperamos os valores conhecido na literatura. A Tabela 7 mostra os valores de R encontrados, podemos observar que todos os parâmetros tiveram um valor menor que 1,2, com exceção de alguns parâmetros que foram fixados para convergirmos a série. Acreditamos que devido ao indicador usado e a cadência, que são responsáveis por produzir uma série não muito suave, mesmo interpolada, tivemos dificuldades na convergência da série. Para isso, fixamos os parâmetros que estavam correlacionados e fizemos várias alterações manuais para dar conta de correlações posteriores entre o parâmetro com maior R e os outros parâmetros livres. A figura 79 mostra a distribuição dos períodos de rotação das duas manchas derivadas da distribuição, *a posteriori*, dada pelo método de MCMC.

8.4.2 Rotação diferencial da Kepler-17

Para as curvas de Kepler-17 sem trânsito, fomos capazes de obter uma boa convergência entre os parâmetros do modelo, como mostra a Tabela 7. Encontramos um cisalhamento

Figura 79: Análise MCMC da curva solar Lyman- α interpolada. No eixo vertical, temos a frequência marginal de distribuição para as duas manchas e, no eixo horizontal, temos o período de rotação para a primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

de $\Delta\Omega = 0,075 \pm 0,005 \text{ rad/dia}$ e uma rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,6 \pm 0,3\%$, esses valores estão em bom acordo com os encontrados por Lanza et al. (2019). Já para a série de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$, tivemos que fixar os valores da inclinação i e as colatitudes das manchas λ_1 e λ_2 para conseguirmos convergir a série, além de calcularmos uma regressão linear entre os valores do fluxo de referência F_0 e a área do segunda mancha a_2 e encontrar um coeficiente angular (m) impondo a restrição $\delta a_2 = m\delta F_0$, para darmos conta da correlação entre esses parâmetros. A figura 80 mostra a distribuição dos períodos de rotação das duas manchas derivadas de nossa análise, na qual podemos notar uma amplitude de RD maior para a curva autocorrelacionada para $n = 8$. O cisalhamento encontrado foi de $\Delta\Omega = 0,107 \pm 0,007 \text{ rad/dia}$ e a rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,1 \pm 0,3\%$. Esse valores são maiores que os encontrados para a curva de K-17 fora de trânsito e mais próximos dos valores solar. De acordo com Barnes et al. (2005), a rotação diferencial de uma estrela aumenta com sua temperatura efetiva, assim, não é surpreendente que o cisalhamento do K-17 seja aproximadamente o mesmo que o solar (a temperatura efetiva de K-17 e a solar é em torno de $T_{eff} \sim 5780K$). Portanto, podemos concluir

que a amplitude da rotação diferencial superficial de Kepler-17, conforme derivada de nossos métodos, está de acordo com as observações e modelos teóricos para estrelas do mesmo tipo espectral e de períodos de rotação médio semelhantes. Como Kepler-17 é muito mais ativa que o nosso Sol, além de girar mais rápido, parece que, para essa estrela, uma taxa de rotação maior é mais eficaz na geração de campos magnéticos do que o cisalhamento como já reportado por Valio et al. (2017).

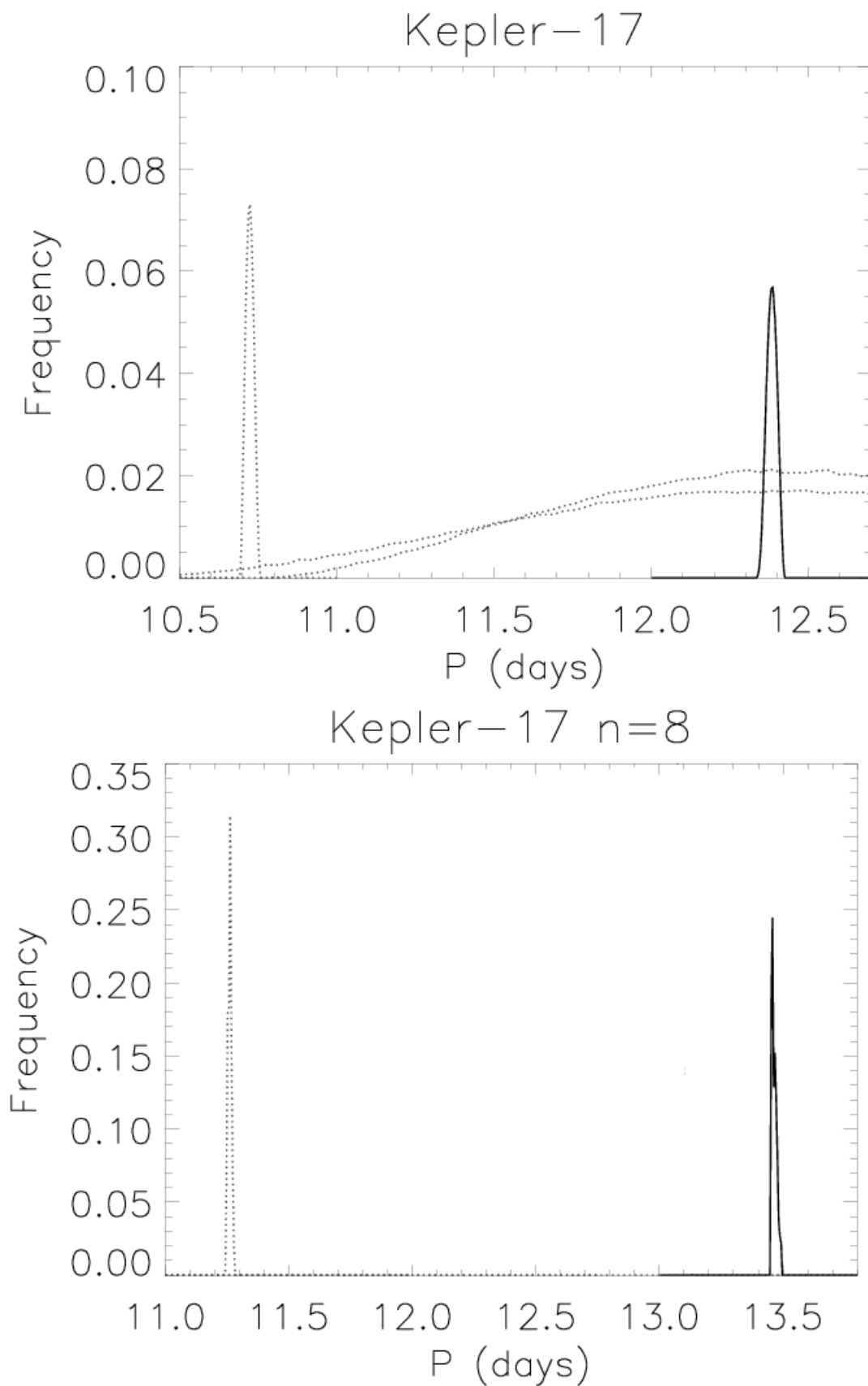
8.4.3 Rotação diferencial das curvas simuladas

No que toca aos dados simulados, a figura 81 mostra a distribuição dos períodos de rotação das manchas derivadas de nossa análise MCMC para a curva de luz simulada LC4. Como dito anteriormente, na tentativa de convergirmos a série, fixamos a inclinação do eixo de rotação i e a colatitude da segunda mancha θ_2 , no intuito de darmos conta das correlações existentes entre esses parâmetros, como pode ser vista na Tabela 7. O resultado da aplicação dos nossos métodos às demais curvas simuladas podem ser vistos nas Tabelas 7 e 8 e suas respectivas figuras no apêndice A.

Analisando os resultados presentes no apêndice A para as demais curvas de luz simuladas, constatamos que existem características que precisam ser destacadas e que podem ser notadas nas tabelas 6, 7 e 8. Observamos que as estrelas LC1 e LC5 têm trânsitos mais profundos (a profundidade do trânsito está relacionado com os raios planetário e estelar R_p/R_{star} , para essas estrelas os valores são $R_p/R_{star} = 0, 1$) como pode ser visto nas figuras 83 e 104, que influenciam nas suas respectivas funções de autocorrelação e no tamanho dos subintervalos escolhidos para posterior análise MCMC (pois temos que pegar um subintervalo menor que o período orbital do planeta e, assim, ajustarmos ao modelo de duas manchas). Além disso, para essas estrelas com trânsito não conseguimos convergir a série e encontrar um valor de RD, como mostra a tabela 8. Além do mais, podemos notar, comparando as tabelas 3 e 8, que as curvas com trânsito cujo razão $R_p/R_\odot > 0,3$ apresentaram um resultado mais distante do valor real (via modelagem de manchas) e uma maior dificuldade de convergir a série, indicando que intervalos menores, para fugir dos trânsitos e fazer um melhor *fit* na modelagem, influenciam nos valores da RD encontrados. Como já reportado por (de Freitas, B. D.; Stellar Team, 2024), a grande maioria dos métodos que se baseiam na análise de Fourier não conseguem distinguir planetas com razão $R_p/R_\odot < 0,3$, talvez isso esteja acontecendo na modelagem de manchas, o que é natural, pois o código foi construído com parâmetros que não levam em conta o trânsito. Já para trânsitos de menor profundidade ($R_p/R_\odot < 0,3$), como de LC4, conseguimos convergir a série e encontrar valores de RD bem próximos ou iguais para ambas as curvas com e sem trânsito.

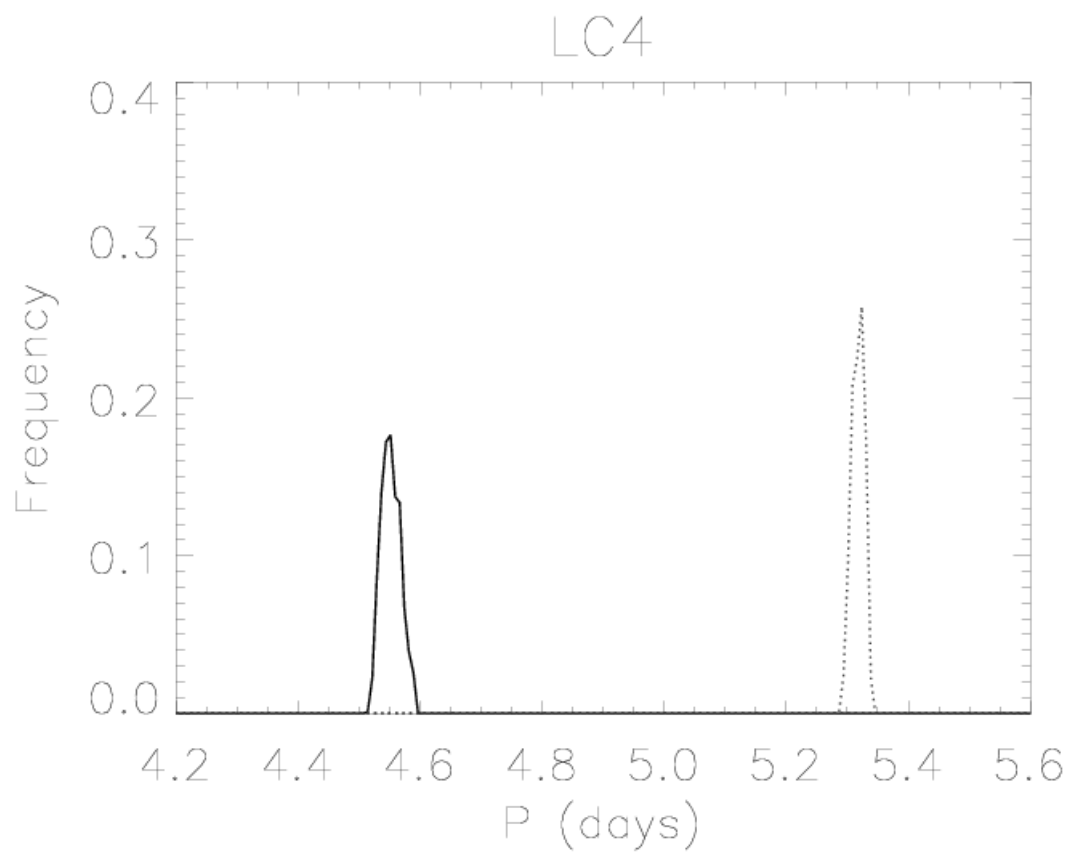
A figura 82 mostra os valores de RD relativo para as curvas simuladas sem trânsito e os encontrados via técnica de modelagem de manchas, podemos observar que nosso *blind*

Figura 80: Análise MCMC da estrela Kepler-17. Na parte superior, temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada) da curva de Kepler-17 sem trânsito. Na parte inferior, temos os períodos de rotação das duas manchas da curva de Kepler-17 autocorrelacionada para $n = 8$.



Fonte: Autor.

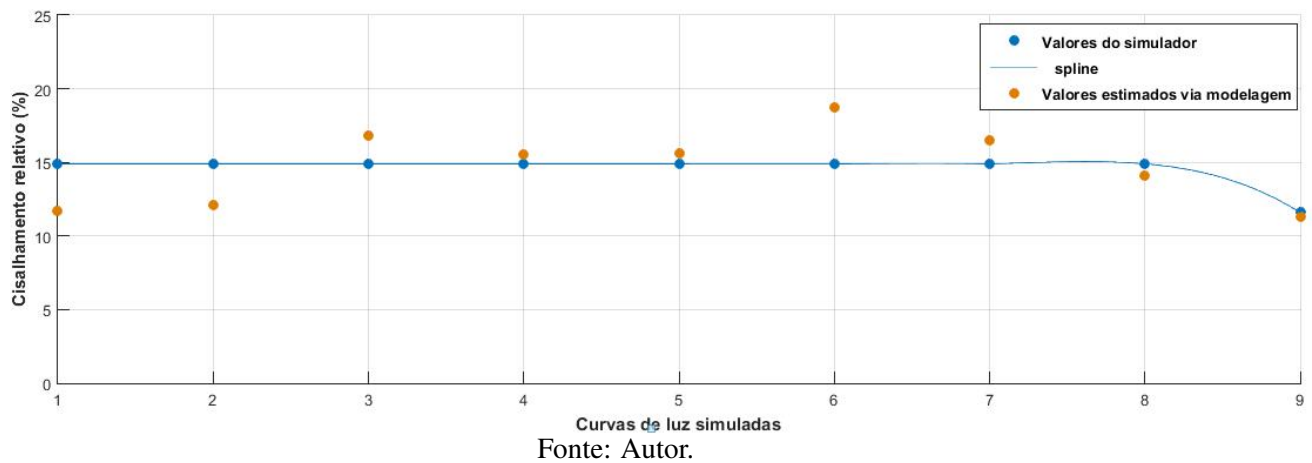
Figura 81: Análise MCMC da curva simulada LC4-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

test com as curvas simuladas teve uma ótima taxa de acerto (como também pode ser observado comparando as tabelas 3 e 8). Vale destacar, que os valores de RD inferidos via periodograma GLS estão muito próximos dos valores reais, pois as curvas simuladas apresentam apenas duas manchas estáveis que produziram picos destacados no espectro de potência. De um modo geral, o *blind test* foi importante para testarmos alguns parâmetros (como o trânsito na modelagem) e observamos que nossos métodos são sensíveis a rotação diferencial, pelo menos para traçadores estáveis. Principalmente, porque temos o controle dos parâmetros de entrada e podemos inferir com mais segurança sobre os resultados.

Figura 82: Gráfico comparativo entre os valores da rotação diferencial relativa para 9 curvas simuladas sem trânsito. Os pontos azuis são referentes aos parâmetros do simulador e os pontos laranjas são os valores encontrados via modelagem de manchas.



Para a curva LC10, nós não logramos êxito em extrair sua amplitude de RD, como pode ser verificado na análise do periodograma GLS presente na figura 140, em que podemos verificar dois grandes picos no espectro de potência que modulam a curva: o maior em torno de 4 dias e que acreditamos estar relacionado com o período rotacional estelar e o segundo em torno de 2,6 dias e que acreditamos ser um sub-harmônicos do pico maior ($4,0/2,6 \simeq 1,5$) como aconteceu com as outras curvas.

Fazendo uma análise mais cuidadosa na curva de luz da figura 139, podemos observar que a modulação rotacional presente sugere não haver RD e que a profundidade do trânsito é muito pequena e está dentro do próprio ruído astrofísico. A função de autocorrelação da figura 142 apresenta um perfil muito ruim, praticamente imitando o próprio sinal, isso pode indicar a falta de coerência no sinal fotométrico, ou seja, um sinal no qual os períodos praticamente não mudam. Por fim, usamos a modelagem de manchas e escolhemos o melhor subintervalo como mostra a figura 143. Mesmo assim, devido à qualidade de ambos os ajustes, não foi possível inferir um valor de RD quando realizamos a análise MCMC, pois não conseguimos convergir a série para que todos os parâmetros tivessem valores de $R < 1,2$, mesmo diante de várias

tentativas. Isso nos indicou que a presente curva simulada não apresentava rotação diferencial superficial ou a amplitude relativa de RD é muito pequena ($\Delta\Omega/\Omega \leq 1\%$), o que pode afetar os resultados e dificultar a convergência da série.

8.4.4 Considerações finais acerca da Rotação Diferencial

O valor inferido da rotação diferencial superficial, via modelagem de manchas, está sujeito ao subintervalo escolhido da curva de luz. Isso ocorre porque as manchas na superfície estelar podem surgir em latitudes distintas em estrelas semelhantes ao Sol. Já em estrelas mais ativas que o Sol, a faixa de latitudes em que tais manchas aparecem é bem maior de acordo com Moss, Sokoloff e Lanza (2011). Isso torna as diferenças maiores para estrelas de maior massa e mais ativas. Em nossos métodos, procuramos pegar um subintervalo ΔT que estivesse num intervalo de tempo da curva de luz, em que a modulação rotacional fosse mais evidente usando o mapa de cores na análise *wavelet*. Assim, procuramos diminuir a dependência do subintervalo ΔT escolhido ao valor da amplitude da rotação diferencial determinada.

Na Tabela 8, apresentamos os períodos de rotação das duas manchas P_1 e P_2 , o valor do cisalhamento absoluto superficial ($\Delta\Omega$) e da amplitude relativa da rotação diferencial ($\Delta\Omega/\Omega$) de nossa amostra que foram estimados usando o periodograma GLS e modelagem de manchas.

Podemos destacar os principais resultados dessa tabela, como segue:

- Conseguimos recuperar (usando a curva Lyman- α) o valor de RD solar já bem conhecido na literatura, para o cisalhamento absoluto superficial determinamos $\Delta\Omega = 0,048 \pm 0,002 \text{ rad/dia}$ e para a rotação diferencial relativa $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,6 \pm 0,2\%$. Devemos enfatizar a importância desses resultados para a confiabilidade da nossa abordagem, pois a modelagem de manchas, com base na curva de luz estelar, é altamente degenerada e para enquadrar o problema em um esquema bayesiano, o modelo usa apenas duas manchas, mas esse modelo está muito longe de estrelas reais. Isso é motivo de indagações na comunidade científica, pois os diferentes períodos de rotação encontrados para as duas manchas são realmente uma medida de rotação diferencial? Os valores encontrados atualmente estão subestimados ou superestimados? A evolução da mancha pode imitar o mesmo sinal? Então recuperar o valor de RD solar conhecido, via modelagem de manchas, mostra que essa técnica é poderosa e confiável, desde que tenhamos uma curva de luz modulada por traçadores mais coerentes e que permaneçam estáveis durante alguns ciclos de rotação.
- Encontramos um valor de RD da estrela Kepler-17 em perfeito acordo com os valores encontrados em (Lanza et al., 2019) e Valio et al. (2017), para a curva de luz fora de trânsito encontramos um cisalhamento de $\Delta\Omega = 0,075 \pm 0,005 \text{ rad/dia}$ e uma rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,6 \pm 0,3\%$;

- Para a série autocorrelacionada de Kepler-17 com $n = 8$, o cisalhamento encontrado, via modelagem de manchas, foi de $\Delta\Omega = 0,107 \pm 0,007 \text{ rad/dia}$ e a rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,1 \pm 0,3\%$, bem próximo do valor solar. Esse resultado pode indicar, como sugere Barnes et al. (2005), que a RD de uma estrela aumenta com sua temperatura efetiva. Já Brun et al. (2017b), usando modelos teóricos, preveem uma rotação diferencial semelhante à solar para Kepler-17 (Eq. 33 e fig. 22 de seu artigo) e um número do fluido de Rossby de $R_{of} \sim 0,6$ o que dá uma amplitude relativa esperada da rotação diferencial de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20\%$, o que corrobora os nossos resultados. Assim, uma curva autocorrelacionada para um fator de escala n que seja próximo de seu período rotacional global pode evidenciar sua modulação e permitir inferir sua RD com uma amplitude mais próximo do real. Devemos ressaltar que testes adicionais, com uma amostragem maior e mais variada, é necessário para ver se os sinais de rotação diferencial podem ser recuperados de forma mais confiável em estrelas mais ativas, que normalmente têm sido o foco de estudos sobre rotação diferencial;
- Os valores encontrados de RD das curvas de luz simuladas estão em ótimo acordo com os valores descritos na Tabela 3, resultado que pode ser visto comparando com a tabela 8 e a figura 82. De maneira geral, como afirma (de Freitas, B. D.; Stellar Team, 2024), a maioria das técnicas que se baseiam na análise de Fourier são insensíveis a planetas com razão $R_p/R_\odot < 0,3$. Assim, observando nossos resultados para as curvas simuladas com trânsito, o nosso método de modelagem de manchas também apresenta dificuldades para trânsitos de maior profundidade ($R_p/R_\odot > 0,3$), o que é natural, pois o código foi construído com parâmetros que não levam em conta tais trânsitos;
- Já para a curva LC10, nós não obtivemos êxito em inferir sua amplitude de RD, como pode ser verificado analisando as figuras 139, 140 e 142. Ao usarmos a modelagem de manchas e escolhemos o melhor subintervalo, como mostra a figura 143, não foi possível extrair um valor de RD (devido à qualidade dos ajustes) e convergirmos a série, mesmo diante de várias tentativas. Isso nos indicou que a presente curva simulada não apresentava rotação diferencial superficial ou a amplitude relativa de RD é muito pequena ($\Delta\Omega/\Omega \leq 1\%$).
- Ressaltamos, que os valores de RD inferidos via periodograma GLS estão bem mais próximos dos parâmetros do simulador, pois as curvas simuladas apresentam apenas duas manchas estáveis e que produziram picos destacados no espectro de potência. De um modo geral, o *blind test* foi importante para testamos alguns parâmetros (como o trânsito na modelagem) e observamos que nossos métodos conseguem recuperar a rotação diferencial dessas curvas.

Iremos discutir esses resultados em maior detalhes no próximo capítulo. Em tese, nossos resultados são comparáveis com aqueles encontrados na literatura e que utilizaram outras abordagens. A maior vantagem do nosso método é a simplicidade do modelo de duas manchas adotado, o que nos permite executar cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC) com um grande número de passos para estudar a distribuição *a posteriori* dos parâmetros. Caso contrário, seria necessário um tempo computacional significativamente maior e talvez não conseguíssemos obter uma boa convergência para R . Além do mais, nossos estudos sugerem que suas medições de RD são confiáveis, desde que tenhamos traçadores mais coerentes e que permaneçam estáveis durante alguns ciclos de rotação. Assim, os resultados com base na análise wevelet, técnicas de periodograma ou na modelagem de manchas da curva de luz, em que os traçadores têm uma evolução intrínseca menor que o período de rotação, devem ser tratados com certa cautela. Em resumo, nossos resultados oferecem uma discussão significativa e profunda sobre a problemática de inferir um valor de rotação diferencial superficial via fotometria, uma vez que investigamos se de fato usar sempre manchas estelares como traçadores é mais adequado, algo que ainda é questão de debate na comunidade científica.

Tabela 8 – Resultados obtidos via análise de MCMC e periodograma GLS considerando os intervalos da tabela 6, para as estrelas da nossa amostra que revelaram evidências de rotação diferencial superficial.

Estrelas	Periodograma GLS		Modelagem de manchas			
	$\Delta\Omega$ (rad/dia)	$\Delta\Omega/\Omega$ (%)	P_1 (dias)	P_2 (dias)	$\Delta\Omega$ (rad/dia)	$\Delta\Omega/\Omega$ (%)
Sol Lyman- α	0,053	22,6	24.51	30.05	0,048	20,6
Kepler-17	0,058	11,2	12.39	10.72	0,075	14,6
K-17($n = 8$)	0,057	11,1	13.47	10.94	0,107	20,1
LC1-RD	0,166	14,2	05.02	05.69	0,147	11,7
LC1-trânsito	0,163	13,9	—	—	—	—
LC2-RD	0,166	14,2	05.70	05.05	0,142	12,1
LC2-trânsito	0,166	14,2	05,07	05,68	0,133	11,4
LC3-RD	0,166	14,2	04,80	05.68	0,202	16,8
LC3-trânsito	0,166	14,2	04,66	05.67	0,240	19,7
LC4-RD	0,166	14,2	04,56	05,32	0,197	15,5
LC4-trânsito	0,166	14,2	04,56	05,32	0,197	15,5
LC5-RD	0,113	14,5	08,60	07,36	0,123	15,6
LC5-trânsito	0,111	14,2	—	—	—	—
LC6-RD	0,113	14,5	07,13	08,59	0,150	18,7
LC6-trânsito	0,113	14,5	08,53	07,25	0,130	16,3
LC7-RD	0,113	14,5	08,57	07,27	0,131	16,5
LC7-trânsito	0,113	14,5	8,78	07,45	0,128	16,5
LC8-RD	0,113	14,5	08,54	07,42	0,111	14,1
LC8-trânsito	0,113	14,5	07,76	08,36	0,058	07,4
LC9-RD	0,169	11,4	03,93	04,40	0,171	11,3
LC9-trânsito	0,169	11,4	03,93	04,42	0,177	11,7
LC10-RD	—	—	—	—	—	—
LC10-trânsito	—	—	—	—	—	—

Fonte: Autor.

9 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Em nosso estudo apresentamos um conjunto de técnicas para estimar a rotação diferencial superficial de estrelas com trânsito a partir de séries temporais fotométricas de alta precisão, como aquelas transmitidas por meio da missão espacial Kepler. Um ponto importante a destacar é a tentativa de jogar luz ao problema da compreensão mais detalhada e da confiabilidade e integridade das medições feitas, sobretudo, das taxas de rotação diferencial derivadas de nossa amostra. Utilizamos a função de autocorrelação combinada com a análise *wevelet* e o periodograma GLS, para retirar informações a respeito da escala temporal da evolução intrínseca do padrão de manchas em séries temporais contínuas, que é um dos principais fatores limitantes na medição da RD superficial. Nossa amostra consiste de onze estrelas do tipo solar com trânsito planetário, em que já existem estudos na literatura (Kepler-17) ou já se sabe, de antemão (curvas de luz simuladas), sobre a RD superficial. Também incluímos o Sol, com o objetivo de recuperar e entender melhor sua RD.

A maioria das estrelas observadas pela missão Kepler não são adequadas para inferir RD via fotometria, pois suas regiões ativas na fotosfera têm vida útil mais curta do que a escala típica de cisalhamento. Isso limita a precisão na determinação dos períodos de rotação de manchas em diferentes latitudes que pode ser obtida com técnicas de periodograma. Aigrain et al. (2015) observa que em quase todos os casos que foram relatados um período "ruim" que foi significativamente mais longo do que o valor "verdadeiro" em seu *blind test*, as manchas tinham tempos de vida curtos. Esses são casos em que o sinal detectado não se deve à modulação rotacional, mas sim à evolução da cobertura global das manchas da estrela. Embora essa evolução não seja de fato periódica, ela pode dar origem a algum sinal aparentemente quase periódico nas curvas de luz.

Estudos anteriores da curva TSI solar mostraram que seu verdadeiro período de rotação era mais significativamente detectável apenas durante as fases de atividade mínima no seu ciclo de 11 anos, quando a modulação era dominada por fáculas (Lanza et al., 2003). Assim, um bom indicador seria as fáculas, que geralmente são mais coerentes, ou seja, permanecem estáveis durante alguns ciclos de rotação. Tendo em vista que a curva de luz óptica do Sol não é estável o suficiente para inferir RD (muitas vezes até a rotação global é difícil de medir), usamos a curva de luz solar na banda passante ultravioleta (dois traçadores de atividade cromosférica: *MgII* e Lyman- α) para tentar recuperar o valor de RD bem conhecido na literatura, combinando a análise *wevelet*, que nos dá a evolução temporal dos traçadores e a modelagem de manchas, que nos dá a evolução espacial.

O valor encontrado de RD via modelagem de manchas está sujeito ao subintervalo

escolhido da curva de luz. Isso ocorre porque os traçadores na superfície da estrela podem surgir em diferentes latitudes. Em nossos métodos, procuramos pegar um subintervalo ΔT que estivesse num intervalo de tempo da curva de luz, em que a modulação rotacional fosse mais forte usando análise *wevelet*. Assim, diminuimos a dependência do subintervalo ΔT escolhido ao valor da amplitude da rotação diferencial determinada. Para as estrelas de nossa amostra, escolhemos um intervalo de tempo usando o mapa de cores *wevelet*, em que observamos o intervalo com o melhor sinal. Além disso, usamos o periodograma GLS combinado com o método CLEANest sequencial e, assim, obtemos uma estimativa inicial do valor de RD para cada curva de luz para posterior análise MCMC. Acreditamos que esse conjunto de técnicas ajuda a reduzir a degenerescência dos parâmetros (limita o intervalo de alguns deles) na modelagem de manchas e a inferir um valor mais confiável da RD.

Como já reportado por Lanza, das Chagas e de Medeiros (2014), a RD pode ser melhor identificada, via análise MCMC, quando a altura relativa do segundo pico da função de autocorrelação é maior que 0,5. De certa forma, isso indica que a evolução intrínseca dos traçadores é menor que o tempo de cisalhamento. Assim, dividimos o melhor intervalo de tempo da curva de luz em subintervalos curtos ΔT , que são menores do que a evolução temporal dos traçadores de cada série, mas suficientemente longos para revelar os desvios das longitudes causados pela RD superficial. Em nossa amostra, observamos que esse subintervalo vai depender do traçador usado para construir a curva de luz e da própria estrela em análise. No caso do Sol, em que usamos traçadores de atividade cromosférica, o subintervalo ΔT foi proporcionalmente maior que o usado na estrela K-17, por exemplo, em que usamos como traçador as manchas. Já nas curvas simuladas esse subintervalo depende da estrela analisada e do tipo de curva, com ou sem trânsito planetário. Nas curvas simuladas com trânsito tivemos que pegar um subintervalo menor que o período orbital do planeta e, assim, ajustarmos ao modelo de duas manchas. Finalmente, selecionamos o melhor subintervalo comparando o ajuste da rotação diferencial com o ajuste da rotação de corpo sólido e realizamos uma análise bayesiana, *a posteriori*, utilizando o método de ajuste de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC) para avaliar a rotação diferencial e determinar seu valor mais provável e suas incertezas. Vale salientar, que mesmo em curvas de luz em que os picos da função de autocorrelação não são satisfatórios para alguns casos, podemos inferir um limite inferior de RD. Mas, temos que ter em mente que esses valores não são completamente confiáveis, tendo em vista a própria evolução temporal do traçador.

Em nossa modelagem de manchas, utilizamos informações disponíveis sobre a inclinação do eixo de rotação estelar para fixar a distribuição, *a priori*, da inclinação, já que essa é fortemente correlacionada com as colatitudes e área das manchas. No entanto, outras correlações podem existir em casos de baixa razão do sinal/ruído na fotometria (caso da curva TSI solar, por exemplo), evolução rápida das manchas ou quando a amplitude relativa da

rotação diferencial é muito pequena ($\Delta\Omega/\Omega \leq 1\%$), o que pode afetar os resultados e dificultar a convergência da série.

Em suma, primeiramente, as curvas de luz de nossa amostra passam por um tratamento inicial que envolve identificar descontinuidades usando um algoritmo simples e remover tendências de longo prazo ajustando um polinômio de terceira ordem ou superior. Em casos em que se usa dados da missão Kepler, esse procedimento fornece resultados bastante semelhantes aos obtidos pela subtração de uma combinação linear dos vetores de base de co-tendência (CBV) do arquivo SAP baixado. Em seguida, um periodograma GLS é calculado para cada curva de luz, em que o pico mais alto é usado como uma estimativa preliminar do período de rotação global da estrela (em alguns casos usamos o CLEANest sequencial para eliminar possíveis falsos picos), como uma entrada para a modelagem de manchas. Logo depois, usamos a análise *wevelet* para identificarmos a variabilidade presente na série temporal e observamos o intervalo de tempo no qual a modulação rotacional é mais forte para posterior aplicação do "spot modelling".

Para curvas de luz maiores (como a de K-17), determinamos a série temporal autocorrelacionada em função da escala de tempo. De acordo com a cadência da curva, usamos uma escala de tempo próximo ao seu período rotacional e obtemos uma série em que a modulação rotacional é mais evidente e, assim, mais promissora para inferir RD com nossas técnicas. Devemos salientar que precisamos de uma amostragem maior para analisarmos a eficácia desse método.

Na próxima etapa usamos a função de autocorrelação (ACF) para identificarmos a estabilidade rotacional de cada curva e observamos os melhores candidatos para posterior análise MCMC. Seguidamente, aplicamos nossa modelagem de manchas e encontramos os melhores subintervalos ΔT , durante os quais as manchas podem ser consideradas estáveis. Cada segmento é então ajustado ao modelo de duas manchas, a taxa de rotação angular de cada mancha é inicialmente ajustada para o valor encontrado na análise do periodograma GLS e *wevelet* mencionada acima, mas permitimos variar esse valor em torno de $\pm 10\%$ a $\pm 20\%$. A inclinação da estrela i é inicialmente fixada, pois é muito degenerada. O nosso modelo de manchas foi ajustado usando MPFIT e usamos uma implementação em IDL do algoritmo de Levenberg–Marquart para o método dos quadrados mínimos não lineares, que permite que alguns ou todos os parâmetros sejam restringidos dentro de certos limites. Como este é um otimizador local, a escolha dos parâmetros iniciais pode afetar fortemente os resultados, e nem todos os segmentos resultam em ajustes aceitáveis, mesmo para ΔT curto. Começando com ΔT igual à duração da curva de luz, intervalos cada vez mais curtos foram considerados (aumentando gradualmente o número inteiro total de intervalos) até que o ajuste se tornasse aceitável. Para cada segmento, a melhoria relativa no ajuste entre os modelos com RD e de rotação do corpo sólido é calculada usando o critério de informação bayesiano (*BIC*). Fazemos uma seleção manual para

encontrarmos os subintervalos em que a RD é mais evidente e consideramos os que têm $\Delta BIC \geq 2$. Finalmente, fazemos uma análise MCMC para cada caso e obtemos a distribuição posterior sobre os parâmetros das manchas, na maioria dos casos ainda fazemos algumas alterações nos valores desses parâmetros para obtermos um melhor χ^2 mínimo e testarmos a convergência da série usando o parâmetro R de Gelman e Rubin. A tabela 8 representa os resultados de RD encontrados utilizando o periodograma GLS e a distribuição, *a posteriori*, do período de rotação das duas manchas, obtidas por meio da modelagem de manchas via MCMC.

No caso do Sol, conseguimos convergir a série (com certa dificuldade e fixando alguns parâmetros) e encontramos para a curva Lyman- α um melhor ajuste usando $P_{rot} = 26,93 \pm 0,2$ dias e um valor de cisalhamento absoluto superficial de $\Delta\Omega = 0,048 \pm 0,002$ *rad/dia* e da rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,6 \pm 0,2\%$, esses valores estão em excelente acordo com o conhecido na literatura. Devemos frisar, a importância desses resultados para a confiabilidade de nossos métodos. Assim, recuperar esses valores bem conhecido, via modelagem de manchas, mostra que essa técnica é poderosa e confiável, desde que tenhamos uma curva de luz modulada por traçadores mais coerentes e estáveis, para durarem alguns ciclos de rotação.

Testes baseados em curvas de luz simuladas, como já citado em Aigrain et al. (2015), sugerem que as informações sobre a rotação diferencial não podem ser extraídas das curvas de luz fotométricas. Uma forma interessante e possível de mostrar que esses resultados não são a palavra final, é usar o Sol como estrela de disco integrado e recuperar sua RD via modelagem de manchas. A curva de luz do Sol como estrela, geralmente mostra uma coerência de tempo bem definida, semelhante ao que observamos em estrelas muito ativas. Nesse sentido, ao aplicarmos nosso modelo de duas manchas e recuperarmos a RD solar já bem conhecida, é um resultado muito interessante, sobretudo, no tocante à confiabilidade e validade das medidas.

Para Kepler-17, conseguimos um melhor ajuste usando um período de rotação global na curva fora de trânsito de $P_{rot} = 12,23 \pm 0,02$ dias. Com isso, o cisalhamento foi de $\Delta\Omega = 0,075 \pm 0,005$ *rad/dia* e da rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 14,6 \pm 0,3\%$, esses valores estão em bom acordo com os encontrados por Lanza et al. (2019). Já para a curva de luz autocorrelacionada, encontramos $P_{rot} = 12,26 \pm 0,03$ dias, o cisalhamento de $\Delta\Omega = 0,107 \pm 0,007$ *rad/dia* e a rotação diferencial relativa de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20,1 \pm 0,3\%$. Esses valores são maiores que os encontrados para a curva de K-17 fora de trânsito e mais próximos dos valores solar. Reinhold e Gizon (2015), usando uma grande amostra estatística, mostraram que para estrelas do tipo G e com o período de rotação médio de K-17 a amplitude relativa de RD está em torno de 10% a 20%, com base na análise da série temporal fotométrica da missão Kepler. De acordo com Barnes et al. (2005), a rotação diferencial de uma estrela aumenta com sua temperatura efetiva, assim, não é surpreendente que o cisalhamento do K-17 seja aproximadamente o mesmo que o solar. Já Brun et al. (2017b), usando modelos teóricos,

preveem uma rotação diferencial semelhante à solar para Kepler-17 (Eq. 33 e fig. 22) e um número do fluido de Rossby de $R_{of} \sim 0,6$ o que dá uma amplitude relativa esperada da rotação diferencial de $\Delta\Omega/\Omega \cong 20\%$. Portanto, podemos concluir que a amplitude da RD superficial de K-17, conforme derivada de nossos métodos, está de acordo com as observações e modelos teóricos para estrelas do mesmo tipo espectral e de períodos de rotação médio semelhantes. Como K-17 é muito mais ativa que o nosso Sol, além de girar mais rápido, parece que, para essa estrela, uma taxa de rotação maior é mais eficaz na geração de campos magnéticos do que o cisalhamento.

Comparando as tabelas 3 e 8, podemos observar que nosso *blind test* com as curvas simuladas teve uma ótima taxa de acerto. Devemos enfatizar que os subintervalos escolhidos para posterior análise MCMC, dependeram da estrela analisada e do tipo da curva, ou seja, com ou sem trânsito planetário. Nas curvas simuladas com trânsito, tivemos que pegar um subintervalo menor que o período orbital do planeta e, assim, ajustarmos ao modelo de duas manchas. Outro ponto importante foi que, para as curva com trânsito mais profundo, ou seja, com um "*Depth*" de 0,01, não foi possível convergir a série. Além do mais, as curvas com transito apresentaram um resultado mais distante do valor real (via modelagem de manchas) e uma maior dificuldade de convergir a série, indicando que intervalos menores, para fugir dos trânsitos e fazer um melhor *fit* na modelagem, influenciam nos valores da RD encontrados. Vale destacar, que os valores de RD inferidos, via periodograma GLS, estão muito próximos dos valores reais, pois as curvas simuladas apresentam apenas duas manchas estáveis que produziram picos destacados no espectro de potência. Contudo, não conseguimos inferir a amplitude de RD da curva LC10, pois devido à qualidade dos ajustes não conseguimos convergirmos a série, mesmo diante de várias tentativas. Isso nos indicou que a presente curva simulada não apresentava RD superficial ou sua amplitude relativa é muito pequena ($\Delta\Omega/\Omega \leq 1\%$). De um modo geral, o *blind test* foi importante para testarmos alguns parâmetros (como o trânsitos na modelagem) e o observarmos que nossos métodos são sensíveis à rotação diferencial, pelo menos para traçadores estáveis.

Devemos salientar que testes adicionais com uma amostragem maior e mais variada composta de curvas de luz com regiões ativas de vida mais longa são necessários para ver se os sinais de RD podem ser recuperados de forma mais confiável em estrelas mais ativas, que normalmente têm sido o foco de estudos sobre rotação diferencial. Enquanto isso, os bons resultados do presente estudo e suas reflexões sugerem que as medições de RD encontradas na literatura com base em técnicas de periodograma, análise wevelet ou na modelagem de manchas da curva de luz, em que os traçadores têm uma evolução intrínseca menor que o período de rotação, devem ser tratados com certa cautela.

Em resumo, essa tese de doutorado oferece uma contribuição significativa acerca da discussão e investigação da rotação diferencial superficial por meio da análise de séries

temporais fotométricas, além de abordar alguns de seus problemas, como a evolução intrínseca das manchas e seu tempo de vida, uma vez que nossa abordagem apresenta resultados consistentes em relação aos estudos anteriores e abre novas perspectivas de análise, pontuando se de fato usar manchas estelares como traçadores é mais adequado para inferir RD superficial, algo que ainda é questão de debate na comunidade científica. Conseqüentemente, este trabalho apresentou sua metodologia e demonstrou alguns resultados importantes e relevantes sobre a medição da rotação diferencial em nossa amostra.

9.1 Perspectivas

Na perspectiva que já possuímos um conjunto de técnicas previamente testadas, nossa intenção é estudar e estimar a amplitude da rotação diferencial em uma nova amostra de estrelas (as estrelas usadas por Mathur et al. (2014), por exemplo), além de estrelas observadas por outros telescópios como o TESS e futuramente o PLATO, ampliando a amostra de estrelas do tipo solar analisadas.

Pretendemos de imediato reportar nossos estudos, submetendo um artigo para publicação. Além do artigo sobre Kepler-17 e o Sol, em fase final de desenvolvimento, já estamos articulando um artigo sobre o impacto do trânsito planetário sobre a rotação diferencial de estrelas ativas do tipo *M* observadas pelas missões Kepler e TESS.

Para trabalhos futuros, temos a intenção de analisar, para uma amostra mais variada e ampliada, a nossa técnica que cria curvas de luz autocorrelacionada para uma escala de tempo da ordem do período de rotação da estrela e juntamente com a modelagem de manchas, observamos o impacto do tempo de vida e a evolução intrínseca dos traçadores na determinação da rotação diferencial, tendo em vista que encontramos indícios nos quais a utilização de um fator de escala de tempo correto na criação da curva autocorrelacionada pode ajudar a eliminar a falsa periodicidade criada pela evolução intrínseca do traçador.

Por fim, acreditamos que com a eficiência comprovada, nosso método será uma importante ferramenta para futuras missões espaciais. Nossa abordagem pode se tornar um procedimento-chave na caracterização dos níveis de atividade magnética das estrelas observadas pela missão PLATO, que irá expandir o trabalho da missão *CHEOPS*¹, que utiliza fotometria de ultra-alta precisão na busca por planetas orbitando estrelas brilhantes.

¹CHEOPS, que é a sigla para CHAracterising ExOplanets Satellite, é um telescópio que foi desenvolvido e lançado em 18/12/2019 para registrar exoplanetas transitando suas estrelas e assim caracterizá-los. A ideia inicial não é descobrir novos planetas, mas trabalhar com os já descobertos, e então fazer observações precisas do tamanho do planeta enquanto ele passa na frente da estrela.

REFERÊNCIAS

- AIGRAIN, S.; Favata, F.; Gilmore, G. Characterising stellar micro-variability for planetary transit searches. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 414, n. 3, p. 1139–1152, 2004.
- AIGRAIN, S. et al. Testing the recovery of stellar rotation signals from kepler light curves using a blind hare-and-hounds exercise. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 450, n. 3, p. 3211–3226, 2015.
- AIGRAIN, S. et al. Robust, open-source removal of systematics in kepler data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 471, n. 1, p. 759–769, 2017.
- ANGELONI, R. et al. The vvv templates project towards an automated classification of vvv light-curves - i. building a database of stellar variability in the near-infrared. *AA*, v. 567, p. A100, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201423904>. Acesso em: 4 jan. 2024.
- APPOURCHAUX, T. et al. Astrophysics A seismic and gravitationally bound double star observed by Kepler Implication for the presence of a convective core. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 25, p. 1–19, out. 2015. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2015A%26A...582A..25A>. Acesso em: 4 jan. 2024.
- BALONA, L. A.; Dziembowski, W. A. Kepler observations of scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011.
- BARNES, J. R. et al. The dependence of differential rotation on temperature and rotation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, v. 357, n. 1, p. 1–5, 2005. ISSN 17453933.
- BARNES, S. A. Ages for Illustrative Field Stars Using Gyrochronology: Viability, Limitations, and Errors. *The Astrophysical Journal*, v. 669, n. 2, p. 1167–1189, 2007. ISSN 0004-637X. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0004-637X/669/i=2/a=1167>. Acesso em: 20 fev. 2024.
- BARRY, D. C.; Cromwell, R. H.; Hege, E. K. Chromospheric Activity and Ages of Solar-Type Stars. , v. 315, p. 264, abr. 1987.
- BASU, S.; Antia, H. M. Changes in solar dynamics from 1995 to 2002. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 585, n. 1, p. 553–565, mar 2003.
- BATISTA, L. F. G. et al. Hemispheric Asymmetry in the Sunspot Cycle as a Nonextensive Phenomenon. , v. 298, n. 7, p. 84, jul. 2023.
- BECK, J. A comparison of differential rotation measurements. *Modern Physics Letters B*, v. 27, p. 1350234–304, dez. 1999. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2013MPLB...2750234M>. Acesso em: 11 set. 2023.
- BLOOMFIELD, P. Fourier analysis of time series: An introduction john wiley & sons. *New York, London, Sidney, Toronto*, 1976.
- BOCHNER, S.; CHANDRASEKHARAN, K.; CHANDRASEKHARAN, K. *Fourier transforms*. [S.l.]: Princeton University Press, 1949.

- BONOMO, A. S.; Lanza, A. F. Starspot activity and rotation of the planet-hosting star kepler-17. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 547, p. A37, 2012.
- BORUCKI, W. J. et al. 38th COSPAR Scientific Assembly 2010. *Science*, n. Mli, p. 13–15, 2010.
- BRUN, A. S. et al. On differential rotation and overshooting in solar-like stars. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 836, n. 2, p. 192, feb 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aa5c40>. Acesso em: 4 jan. 2024.
- BRUN, A. S. et al. On differential rotation and overshooting in solar-like stars. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 836, n. 2, p. 192, 2017.
- BURASI, D. L. Reply of the manuscript of authors (elsayed and abdul-ghani) in title (comment on the paper of our paper [superlattices and microstructures, 113 (2018) 346-358]) (in press). *AAS*, v. 123, n. 191, p. 460–464, nov. 1997. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2018SuMi..123..460S>. Acesso em: 8 dez. 2023.
- BURLAGA, L. F. et al. Tsallis statistics of the magnetic field in the heliosheath. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 644, n. 1, p. L83–L86, may 2006.
- Castrillon, J. P. B. Análise wavelet e modelo de manchas em curvas de luz estelares dos telescópios espaciais kepler e corot. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014.
- CHAPLIN, W. J. et al. Bison performance. *Journal of Nuclear Materials*, v. 496, p. 129–139, dez. 1996.
- CINCUNEGUI, C.; Díaz, R. F.; Mauas, P. J. D. H and the ca ii h and k lines as activity proxies for late-type stars*. *AA*, v. 469, n. 1, p. 309–317, 2007.
- COVEY, K. et al. The Factory and the Beehive. III. PTFEB132.707+19.810, A Low-mass Eclipsing Binary in Praesepe Observed by PTF and K2. *Astrophysical Journal*, v. 845, n. 1, p. 1–37, 2017. ISSN 15384357.
- COWAN, N. B.; Fuentes, P. A.; Haggard, H. M. Light curves of stars and exoplanets: estimating inclination, obliquity and albedo. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 434, n. 3, p. 2465–2479, 2013.
- ROLL, B. Markov chain monte carlo methods applied to photometric spot modeling. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, IOP Publishing, v. 118, n. 847, p. 1351, 2006.
- ROLL, B. et al. Differential rotation of ϵ eridani detected by most. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 648, n. 1, p. 607, 2006.
- CURTIS, J. L. et al. Tess reveals that the nearby pisces–eridanus stellar stream is only 120 myr old. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 158, n. 2, p. 77, 2019.
- DAS CHAGAS, M. et al. New suns in the cosmos ii: differential rotation in kepler sun-like stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 463, n. 2, p. 1624–1631, 2016.
- DAS CHAGAS, M. L. et al. New Suns in the Cosmos II: Differential rotation in Kepler Sun-like stars. *Mnras*, v. 000, n. 1, 2015. ISSN 0035-8711.

- DAS CHAGAS, M. L. D. et al. New Suns in the Cosmos II: Differential rotation in Kepler Sun-like stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press (OUP), v. 1631, n. 2, p. 1624–1631, aug 2016. ISSN 0035-8711.
- DAUBECHIES, I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE transactions on information theory*, Ieee, v. 36, n. 5, p. 961–1005, 1990.
- DE FREITAS, B. D.; Stellar Team. The impact of planetary transit on the stellar rotation using simulated solar-like time series based on the kepler mission. *in preparation*, 2024.
- DE FREITAS, D.; de Medeiros, J. A non-extensive approach to the stellar rotational evolution–i. f-and g-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 433, n. 3, p. 1789–1795, 2013.
- DE FREITAS, D. et al. Multiscale behaviour of stellar activity and rotation of the planet host kepler-30. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 650, p. A40, 2021.
- DE FREITAS, D. et al. New suns in the cosmos. v. stellar rotation and multifractality in active kepler stars. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 880, n. 2, p. 151, 2019.
- DE FREITAS, D. B. A EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO ESTELAR NA VIZINHAÇA SOLAR. *ArXiv e-prints*, Springer International Publishing, v. 145, p. 439, jul. 2006. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2014SPPhy.145..439N>. Acesso em: 5 jan. 2024.
- DE FREITAS, D. B. *Formação de Caudas Maxwellinas no Contexto da Rotação Estelar*. 171 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte(UFRN), 2009.
- DE FREITAS, D. B. *Formação de Caudas Maxwellinas no Contexto da Rotação Estelar*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte(UFRN), 2009.
- DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos? *Astrophysical Journal Letters*, v. 773, n. 2, p. 1–20, 2013. ISSN 20418205.
- DE FREITAS, D. B. et al. Wavelet analysis of stellar rotation and other periodicities. *ArXiv e-prints*, WORLD SCIENTIFIC, p. 1–5, abr. 2010.
- DE FREITAS, D. B. et al. New Suns in the Cosmos IV: the multifractal nature of stellar magnetic activity in\textit{Kepler} cool stars. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 843, n. 2, p. 103, jul 2017. ISSN 1538-4357.
- DE LIRA, S. R. et al. A wavelet analysis of photometric variability in Kepler white dwarf stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 484, n. 3, p. 3935–3940, 01 2019. ISSN 0035-8711. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/mnras/stz122>. Acesso em: 4 jan. 2024.
- DE MARCHI, G.; Panagia, N.; Sabbi, E. Clues to the star formation in ngc 346 across time and space. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 740, n. 1, p. 10, 2011.
- DÉSSERT, J.-M. et al. The hot-jupiter kepler-17b: Discovery, obliquity from stroboscopic starspots, and atmospheric characterization. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 197, n. 1, p. 14, 2011.

- DOMINGO, V.; Fleck, B.; Poland, A. I. THE SOHO MISSION : AN OVERVIEW. *Solar Physics*, v. 162, n. 1, p. 1–37, abr. 1995. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2016EGUGA..18.7750H>. Acesso em: 6 jan. 2024.
- DOMINGUES, M. O.; Mendes Jr, O.; Costa, A. M. D. On wavelet techniques in atmospheric sciences. *First Latin American Advanced School on Space Environment*, 2004.
- DONAHUE, R. A.; Keil, S. L. The solar surface differential rotation from disk-integrated chromospheric fluxes. *Solar Physics*, Springer, v. 159, n. 1, p. 53–62, 1995.
- DONNELLY, R.; Puga, L. Thirteen-day periodicity and the center-to-limb dependence of uv, euv, and x-ray emission of solar activity. *Solar Physics*, Springer, v. 130, n. 1, p. 369–390, 1990.
- DUEZ, V.; Braithwaite, J.; Mathis, S. On the stability of non-force-free magnetic equilibria in stars. *Astrophysical Journal Letters*, v. 724, n. 1 PART 2, p. 34–38, 2010. ISSN 20418213.
- DUNCAN, D. K. et al. CAII H and K measurements made at Mount Wilson Observatory, 1966-1983. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 76, p. 383, may 1991.
- DUPUY, D.; Hoffman, G. A jurkevich period search program. *International Amateur-Professional Photoelectric Photometry Communications*, v. 20, p. 1, 1985.
- DURNEY, B.; LATOUR, J. Geophys., astrophys. *Fluid Dyn*, v. 9, p. 241, 1978.
- EDELSON, R.; KROLIK, J. The discrete correlation function-a new method for analyzing unevenly sampled variability data. *The Astrophysical Journal*, v. 333, p. 646–659, 1988.
- FEIGELSON, E. D.; Babu, G. J. *Modern statistical methods for astronomy: with R applications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012.
- FERRAZ-MELLO, S. Estimation of periods from unequally spaced observations. *The Astronomical Journal*, v. 86, p. 619, 1981.
- FERREIRA LOPES, C. E. et al. The variability behaviour of corot m-giant stars. *AA*, v. 583, p. A122, 2015.
- FOSTER, G. The cleanest fourier spectrum. *The Astronomical Journal*, v. 109, p. 1889–1902, 1995.
- FRINKING, P. et al. Subharmonic scattering of phospholipid-shell microbubbles at low acoustic pressure amplitudes. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, 2010.
- FRÖHLICH, C.; LEAN, J. The sun's total irradiance: Cycles, trends and related climate change uncertainties since 1976. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 25, n. 23, p. 4377–4380, 1998.
- FRÖHLICH, C.; Lean, J. Solar radiative output and its variability: evidence and mechanisms. *The Astronomy and Astrophysics Review*, Springer, v. 12, n. 4, p. 273–320, 2004.
- FRÖHLICH, H.-E. The differential rotation of ϵ eri from most data. *Astronomische Nachrichten: Astronomical Notes*, Wiley Online Library, v. 328, n. 10, p. 1037–1039, 2007.

- GARCÍA, R. A. et al. CoRoT reveals a magnetic activity cycle in a sun-like star. *Science*, v. 329, n. 5995, p. 1032, 2010. ISSN 00368075.
- GASTINE, T. et al. What controls the magnetic geometry of m dwarfs? *Astronomy and Astrophysics*, 2012.
- GELMAN, A.; Rubin, D. B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical science*, JSTOR, p. 457–472, 1992.
- GEOGHEGAN, R. Time series analysis and its applications: with r examples. Springer, 2006.
- GILLILAND, R. L.; BALIUNAS, S. L. Objective characterization of stellar activity cycles. i-methods and solar cycle analyses. *The Astrophysical Journal*, v. 314, p. 766–781, 1987.
- GILLILAND, R. L. et al. Kepler mission stellar and instrument noise properties revisited. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 150, n. 4, p. 133, 2015.
- GILLILAND, R. L. et al. Initial characteristics of Kepler short cadence data. *Astrophys. J. Lett.*, IOP Publishing, v. 713, n. 2, p. 160, abr. 2010. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2010ApJ...713L.160G>. Acesso em: 7 nov. 2023.
- GIZON, L.; Solanki, S. K. Measuring stellar differential rotation with asteroseismology. *Solar Physics*, Springer, v. 220, n. 2, p. 169–184, 2004.
- GONDOIN, P. Contribution of sun-like faculae to the light-curve modulation of young active dwarfs. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 478, n. 3, p. 883–887, 2008.
- GOUPIL, M. Expected asteroseismic performances with the space project PLATO. In: *European Physical Journal Web of Conferences*. [S.l.: s.n.], 2017. (European Physical Journal Web of Conferences, v. 160), p. 01003.
- GRAY, D. F.; Baliunas, S. L. The rotation of the g0 dwarf β comae. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 475, n. 1, p. 303, 1997.
- GROSSMANN, A.; Morlet, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM journal on mathematical analysis*, SIAM, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984.
- HALE, G. No Title. *Astrophys. J*, n. 28, 1908.
- HARRIS, A. et al. Phase relations of high albedo asteroids: The unusual opposition brightening of 44 nysa and 64 angelina. *Icarus*, Elsevier, v. 81, n. 2, p. 365–374, 1989.
- HARTIG, E. et al. KEPLER AND THE LONG-PERIOD VARIABLES. *The Astronomical Journal*, 2014.
- HARVEY, J. et al. The global oscillation network group (GONG). *Advances in Space Research*, Elsevier BV, v. 8, n. 11, p. 117–120, jan 1988.
- HAWKING, S. On the rotation of the Universe. , v. 142, p. 129, jan. 1969.
- HAWLEY, S. L. et al. Flares. i. active and inactive m dwarfs. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 121, n. 1, p. 121, dec 2014.
- HEMPELMANN, A. Wavelet analysis of stellar differential rotation-ii. the sun in ultraviolet. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 388, n. 2, p. 540–545, 2002.

- HEMPELMANN, A.; Donahue, R. Wavelet analysis of stellar differential rotation. i. the sun. *Astronomy and Astrophysics*, v. 322, p. 835–840, 1997.
- HIPPKE, M. et al. Wōtan: Comprehensive time-series detrending in python. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 158, n. 4, p. 143, 2019.
- HOWARD, R.; Harvey, J. Spectroscopic determinations of solar rotation. *Solar Physics*, Springer Nature, v. 12, n. 1, p. 23–51, apr 1970.
- HOWE, R. Solar interior rotation and its variation. *Living Reviews in Solar Physics*, Springer Nature, v. 6, 2009.
- HOWE, R. et al. Dynamic variations at the base of the solar convection zone. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 287, n. 5462, p. 2456–2460, 2000.
- HOWELL, S. B. et al. The K2 Mission: Characterization and Early Results. , v. 126, n. 938, p. 398, abr. 2014.
- HÜBNER, M. T. et al. Searching for quasi-periodic oscillations in astrophysical transients using gaussian processes. *The Astrophysical Journal*, 2022.
- INIESTA, J. C. del T. *Introduction to spectropolarimetry*. [S.l.]: Cambridge university press, 2003.
- JENKINS, J. M. et al. Overview of the kepler science processing pipeline. *Astrophysical Journal Letters*, v. 713, n. 2 PART 2, 2010. ISSN 20418213.
- KAROFF, C. et al. Observations of intensity fluctuations attributed to granulation and faculae on sun-like stars from the kepler mission. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 767, n. 1, p. 34, 2013.
- KAWALER, S. Angular momentum loss in low-mass stars. **The Astrophysical Journal**, v. 333, n., p. 236–247. 1988.
- KITCHATINOV, L. L. The differential rotation of stars. *Astronomy Reports*, Pleiades Publishing Ltd, v. 54, n. January 2010, p. 1–5, jan 2015.
- KJELDSSEN, H.; Bedding, T. R. Amplitudes of stellar oscillations: the implications for asteroseismology. *arXiv preprint astro-ph/9403015*, 1994.
- KOCH, D. G. et al. Kepler mission design, realized photometric performance, and early science. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 713, n. 2, p. L79, 2010.
- KOVÁRI, Z. et al. Doppler imaging of stellar surface structure. *Astronomy and Astrophysics-Les Ulis*, Berlin; New York: Springer-Verlag, 1969-, v. 417, n. 3, p. 1047–1054, 2004.
- LABONTE, B. Is stellar differential rotation observable? *The Astrophysical Journal*, v. 276, p. 335–340, 1984.
- LANZA, A.; Bonomo, A.; Rodonò, M. Comparing different approaches to model the rotational modulation of the sun as a star. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 464, n. 2, p.741–751, 2007.
- LANZA, A.; das Chagas, M.; de Medeiros, J. Measuring stellar differential rotation with high-precision space-borne photometry. *A&A*, v. 564, p. A50, 2014.

- LANZA, A.; Mathis, S. Tides and angular momentum redistribution inside low-mass stars hosting planets: a first dynamical model. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Springer, v. 126, n. 1, p. 249–274, 2016.
- LANZA, A. et al. Stellar activity and rotation of the planet host kepler-17 from long-term space-borne photometry. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 626, p. A38, 2019.
- LANZA, A. et al. Long-term starspot evolution, activity cycle, and orbital period variation of v711 tauri (hr 1099). *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 455, n. 2, p. 595–606, 2006.
- LANZA, A. et al. Modelling the rotational modulation of the sun as a star. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 403, n. 3, p. 1135–1149, 2003.
- LANZA, A.; Rodono, M.; Zappala, R. Fourier analysis of spotted star light curves as a tool to detect stellar differential rotation. spots' evolution and binarity. *Astronomy and Astrophysics*, v. 290, p. 861–867, 1994.
- LANZA, A.; Shkolnik, E. Secular orbital evolution of planetary systems and the dearth of close-in planets around fast rotators. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 443, n. 2, p. 1451–1462, 2014.
- LANZA, A. F.; Rodono, M.; Zappala, R. Fourier analysis of spotted star light curves as a tool to detect stellar differential rotation. *Astronomy and Astrophysics (ISSN 0004-6361)*, v. 269, p. 351–354, 1993. ISSN 0004-6361.
- LARMOR, J. No Title. fev. 1919. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2011sphh.book>. Acesso em: 7 out. 2023.
- LARSON, T. P.; Schou, J. Improved helioseismic analysis of medium- ℓ data from the michelson doppler imager. *Solar Physics*, Springer Nature, v. 290, n. 11, p. 3221–3256, nov 2015.
- LEE, B.; Shin, G. CleanEST: a database of cleansed EST libraries. *Nucleic Acids Research*, v. 37, n. suppl1, p. D686 – D689, 102008. ISSN 0305 – 1048.
- LIDDLE, A. R. Information criteria for astrophysical model selection. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 377, n. 1, p. L74–L78, 2007.
- LOMB, N. R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophysics and space science*, Springer, v. 39, n. 2, p. 447–462, 1976.
- MAEDER, A. *Physics, formation and evolution of rotating stars*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISSN 0941-7834. ISBN 9783642012891.
- MANDEL, K.; AGOL, E. Analytic light curves for planetary transit searches. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 580, n. 2, p. L171, 2002.

- MATHUR, S. et al. Photometric magnetic-activity metrics tested with the Sun: Application to Kepler M dwarfs. *Journal of Space Weather and Space Climate*, EDP Sciences, v. 4, p. A15, 2014. ISSN 2115-7251.
- MCQUILLAN, A.; Aigrain, S.; Mazeh, T. Measuring the rotation period distribution of field M dwarfs with kepler. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 432, n. 2, p. 1203– 1216, 2013. ISSN 00358711.
- MEFTAH, M. et al. Solar-v: A new solar spectral irradiance dataset based on solar/solspec observations during solar cycle 24. *AA*, v. 645, p. A2, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038422>. Acesso em: 12 jan. 2024.
- MESSINA, S.; Guinan, E. Magnetic activity of six young solar analogues ii. surface differential rotation from long-term photometry. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 409, n. 3, p. 1017–1030, 2003.
- MIDDELKOOP, F. Magnetic structure in cool stars. IV - Rotation and CA II H and K emission of main-sequence stars. *aap*, v. 107, p. 31–35, mar. 1982.
- MIESCH, M. S. Large-scale dynamics of the convection zone and tachocline. *Living Reviews in Solar Physics*, Springer Nature, v. 2, 2005.
- MORIN, J. et al. The stable magnetic field of the fully convective star V374 Peg. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 384, n. 1, p. 77–86, 2008. ISSN 00358711.
- MORRIS, P.; Chakraborty, N.; Cotter, G. Deviations from normal distributions in artificial and real time series: A false positive prescription. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019.
- MOSS, D.; SOKOLOFF, D.; LANZA, A. Polar branches of stellar activity waves: dynamo models and observations. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 531, p. A43, 2011.
- MOSTELLER, F.; Tukey, J. W. et al. *Data analysis and regression: a second course in statistics*. [S.l.: s.n.], 1977.
- NAGEL, E.; Czesla, S.; Schmitt, J. H. M. M. Spectral characterization and differential rotation study of active corot stars. *AA*, v. 590, p. A47, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201527508>. Acesso em: 2 jan. 2024.
- NELSON, O. R.; de Medeiros, J. R. Assim na Terra como no céu: a teoria do dínamo como uma ponte entre o geomagnetismo e o magnetismo estelar. *Rbef*, v. 34, n. 4, p. 4601, 2012. ISSN 1806-1117.
- NEPOMUCENO, M. M. F. *Sobre a orientação dos eixos de rotação das estrelas em aglomerados abertos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, 2013.

- NIELSEN, M. B. *Differential Rotation in Sun-like Stars from Surface Variability and Asteroseismology*. Tese (Doutorado) — University of Gottingen, Institute for Astrophysics, mar. 2017.
- NIELSEN, M. B. et al. Rotation periods of 12 000 main-sequence kepler stars: Dependence on stellar spectral type and comparison with $v \sin i$ observations. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 557, p. L10, 2013.
- NOYES, R. W.; WEISS, N. O.; VAUGHAN, A. H. The relation between stellar rotation rate and activity cycle periods. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 287, p. 769, dec 1984.
- OLIVEIRA, L. L. A. d. A rotação estelar revelada pela modulação fotométrica. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2019.
- OLIVER, R.; BALLESTER, J.; BAUDIN, F. Emergence of magnetic flux on the sun as the cause of a 158-day periodicity in sunspot areas. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 394, n. 6693, p. 552–553, 1998.
- PACE, G.; PASQUINI, L. The age-activity-rotation relationship in solar-type stars. *Astronomy & Astrophysics*, v. 426, p. 1021–1034, nov. 2004.
- PAUNZEN, E.; VANMUNSTER, T. Peranso—light curve and period analysis software. *Astronomische Nachrichten*, Wiley Online Library, v. 337, n. 3, p. 239–245, 2016.
- PESNELL, W. D.; THOMPSON, B. J.; CHAMBERLIN, P. C. The Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Physics*, Springer Nature, v. 275, n. 1-2, p. 3–15, oct 2011.
- PRESS, W. H. et al. Numerical recipes in c++[c, fortran,...], the art of scientific computing. *Cambridge University Press*, v. 59, p. 319–320, 2002.
- RAO, R. M. *Wavelet transforms: Introduction to theory and applications*. [S.l.: s.n.], 1998.
- REINERS, A.; SCHMITT, J. H. M. M. On the feasibility of the detection of differential rotation in stellar absorption profiles. *Astronomy & Astrophysics*, v. 384, n. 1, p. 155–162, mar 2002. ISSN 0004-6361.
- REINHOLD, T.; GIZON, L. Rotation, differential rotation, and gyrochronology of active kepler stars. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 583, p. A65, 2015.
- REINHOLD, T.; REINERS, A.; BASRI, G. Rotation and differential rotation of active kepler stars. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 560, p. A4, 2013.
- RIEGER, E. et al. A 154-day periodicity in the occurrence of hard solar flares? *Nature*, Nature Publishing Group, v. 312, n. 5995, p. 623–625, 1984.
- RIOUL, O.; VETTERLI, M. Wavelets and signal processing. *IEEE signal processing magazine*, IEEE, v. 8, n. 4, p. 14–38, 1991.

- ROBERTSON, P. et al. H α activity of old M dwarfs: Stellar cycles and mean activity levels for 93 low-mass stars in the solar neighborhood. *Astrophysical Journal*, v. 764, n. 1, 2013. ISSN 15384357.
- ROTTMAN, G. J.; Woods, T. N.; Sparn, T. P. Solar-stellar irradiance comparison experiment 1: 1. instrument design and operation. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, Wiley Online Library, v. 98, n. D6, p. 10667–10677, 1993.
- SAAR, S. H.; BRANDENBURG, A. A new look at dynamo cycle amplitudes. *Astronomische Nachrichten*, Wiley, v. 323, n. 3-4, p. 357–360, aug 2002.
- SANCHEZ, S. et al. A mean-field Babcock-Leighton solar dynamo model with long-term variability. *arXiv e-prints*, jul. 2013.
- SANTOS, A. et al. Starspot signature on the light curve-learning about the latitudinal distribution of spots. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 599, p. A1, 2017.
- SANTOS, Â. R.; Mathur, S. What future awaits the sun? *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 368, n. 6490, p. 466–467, 2020.
- SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis. ii-statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal*, v. 263, p. 835–853, 1982.
- SCHATTEN, K.; Franz, H. A forecast of reduced solar activity and its implications for nasa. *NASA Technical Report*, 2005.
- SCHOU, J. et al. Helioseismic studies of differential rotation in the solar envelope by the solar oscillations investigation using the michelson doppler imager. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 505, n. 1, p. 390–417, sep 1998.
- SCHWARZENBERG-CZERNY, A. Fast and statistically optimal period search in uneven sampled observations. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 460, n. 2, p. L107, 1996.
- SILVA, A. V. Method for spot detection on solar-like stars. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 585, n. 2, p. L147, 2003.
- SKUMANICH, A. Time scales for caii emission decay, rotational braking, and lithium depletion. *NASA STI/Recon Technical Report N*, v. 85, n. Frazier 1970, p. 565–567, mar. 1972.
- SMIRNOV, V. I. *A Course of Higher Mathematics: Vol. 4, Integral Equations and Partial Differential Equations*. [S.l.]: Pergamon Press, 1964.
- SNODGRASS, R. U. H. Rotation of doppler features in the solar photosphere. *Journal for the History of Astronomy*, v. 31, p. 261, ago. 1990.

- SODERBLOM, D. R.; Duncan, D. K.; Johnson, D. R. H. The Chromospheric Emission–Age Relation for Stars of the Lower Main Sequence and Its Implications for the Star Formation Rate. , v. 375, p. 722, jul. 1991.
- STASZEWSKI, W. Structural and mechanical damage detection using wavelets. *The Shock and Vibration Digest*, v. 30, n. 6, p. 457–472, 1998.
- STRASSMEIER, K. G. Starspots. *The Astronomy and Astrophysics Review*, Springer, v. 17, n. 3, p. 251–308, 2009.
- STUMPE, M. C. et al. Kepler Presearch Data Conditioning I—Architecture and Algorithms for Error Correction in Kepler Light Curves. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 124, n. 919, p. 985–999, 2012. ISSN 00046280.
- TASSOUL, J.-L. *Stellar rotation*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. v. 36.
- THOMPSON, M. J. et al. The internal rotation of the sun. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews, v. 41, n. 1, p. 599–643, sep 2003.
- THOMPSON, M. J. et al. The Internal Rotation of the Sun. , v. 41, p. 599–643, jan. 2003.
- TORRENCE, C.; Compo, G. P. A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological society*, American Meteorological Society, v. 79, n. 1, p. 61–78, 1998.
- UYTTERHOEVEN, K. et al. The kepler characterization of the variability among a- and f-type stars. *Astronomy and Astrophysics*, 2011.
- VALIO, A. Stellar activity from analysis of planetary transits. *New Quests in Stellar Astrophysics III: A Panchromatic View of Solar-Like Stars, With and Without Planets*, v. 472, p. 239, 2013.
- VALIO, A. et al. Activity and rotation of kepler-17. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 835, n. 2, p. 294, 2017.
- VALIO, A. S.; Lanza, A. Time evolution and rotation of starspots on corot-2 from the modelling of transit photometry. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 529, p. A36, 2011.
- Vanderburg, A. et al. Planetary Candidates from the First Year of the K2 Mission. , v. 222, n. 1, p. 14, jan. 2016.
- VANDERPLAS, J. T. Understanding the lomb–scargle periodogram. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 236, n. 1, p. 16, 2018.
- VERDE, L. et al. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: Parameter estimation methodology. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 148, n. 1, p. 195, 2003.

WALKOWICZ, L. M.; Basri, G.; Valenti, J. A. The information content in analytic spot models of broadband precision light curves. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 205, n. 2, p. 17, 2013.

WANG, Q.; Shen, Q. Multivariate time-series anomaly detection. In: Liu, X.; Wang, L. (Ed.). *International Conference on Intelligent Systems, Communications, and Computer Networks (ISCCN 2023)*. [S.l.: s.n.], 2023. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 12702), p. 127021T.

WHITE, T. R. et al. Calculating asteroseismic diagrams for solar-like oscillations. *The Astrophysical Journal*, 2011.

WILLSON, R. C.; Mordvinov, A. V. Time-frequency analysis of total solar irradiance variations. *Geophysical research letters*, Wiley Online Library, v. 26, n. 24, p. 3613–3616, 1999.

WOODS, T. N. et al. Validation of the uars solar ultraviolet irradiances: Comparison with the atlas 1 and 2 measurements. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, Wiley Online Library, v. 101, n. D6, p. 9541–9569, 1996.

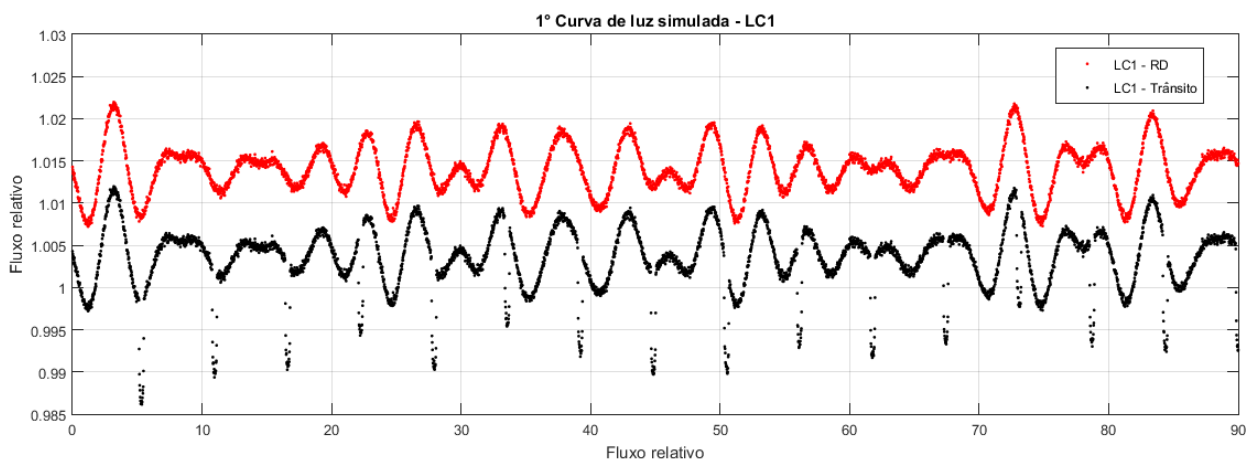
ZECHMEISTER, M.; Kürster, M. The generalised lomb-scargle periodogram-a new formalism for the floating-mean and keplerian periodograms. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 496, n. 2, p. 577–584, 2009.

APÊNDICE A – RESULTADOS DE NOSSA METODOLOGIA APLICADO AS DEMAIS CURVAS DE LUZ SIMULADAS

No presente Apêndice, nós iremos mostrar os resultados para as curvas de luz simuladas não mostradas no texto principal. Os resultados das figuras aqui apresentadas são sintetizadas nas Tabelas 6, 7 e 8. No final do Apêndice, iremos apresentar uma pequena síntese das considerações finais relativa aos resultados que apresentam maior destaque.

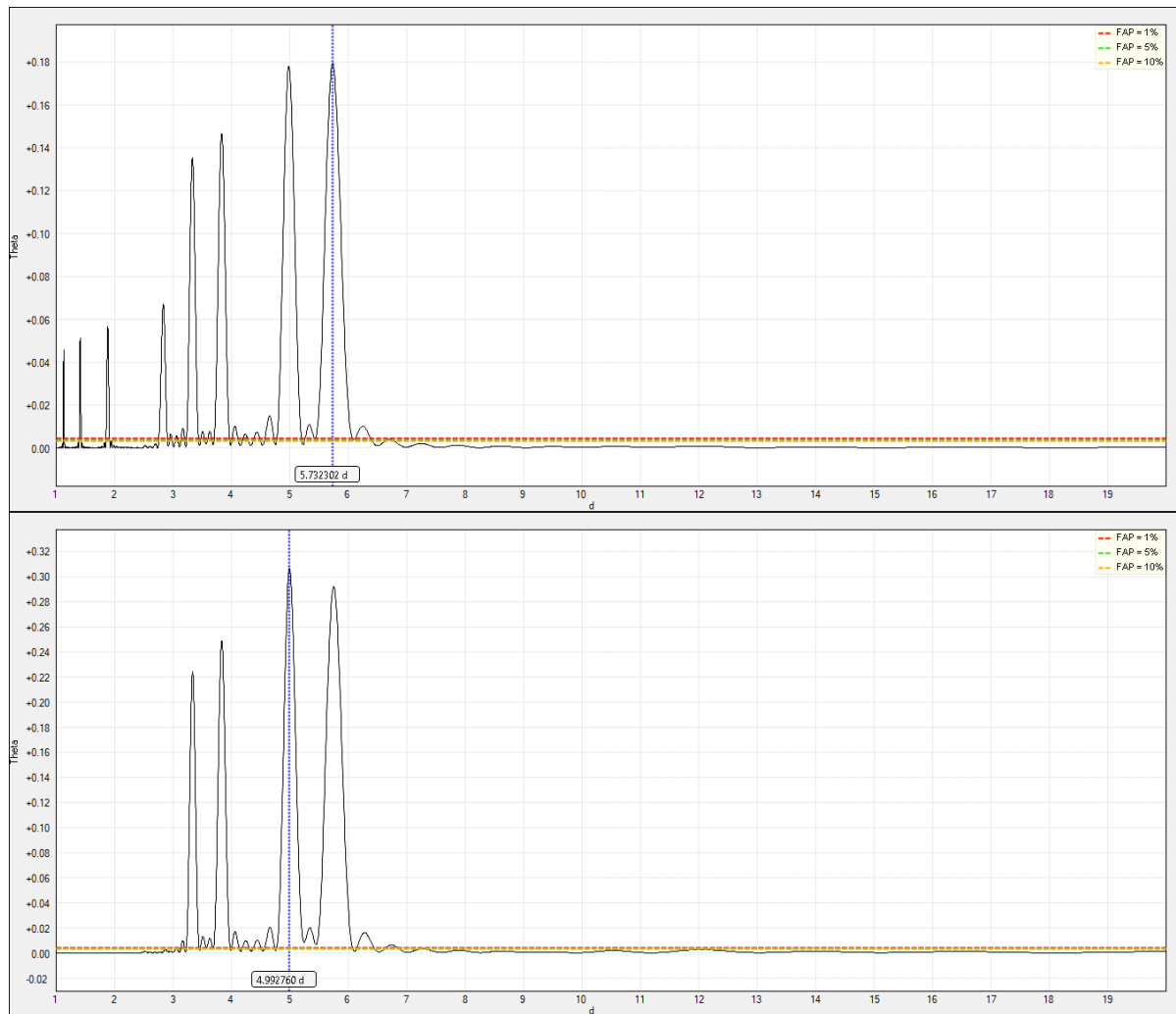
A.1 Curva de Luz Simulada LC1

Figura 83: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC1 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC1 acrescida do trânsito.



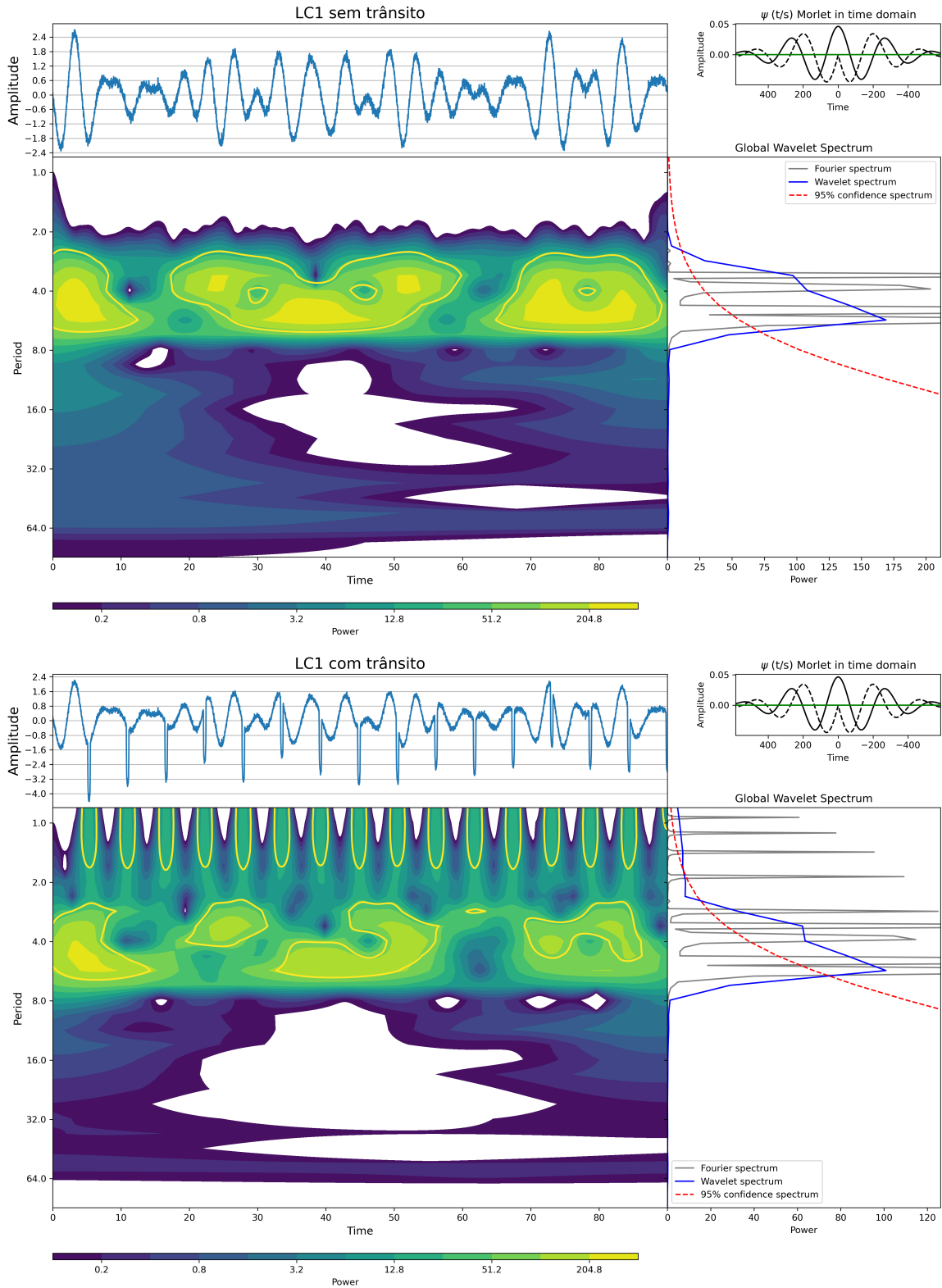
Fonte: Autor.

Figura 84: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC1 com trânsito (parte superior) e a curva LC1 sem trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.



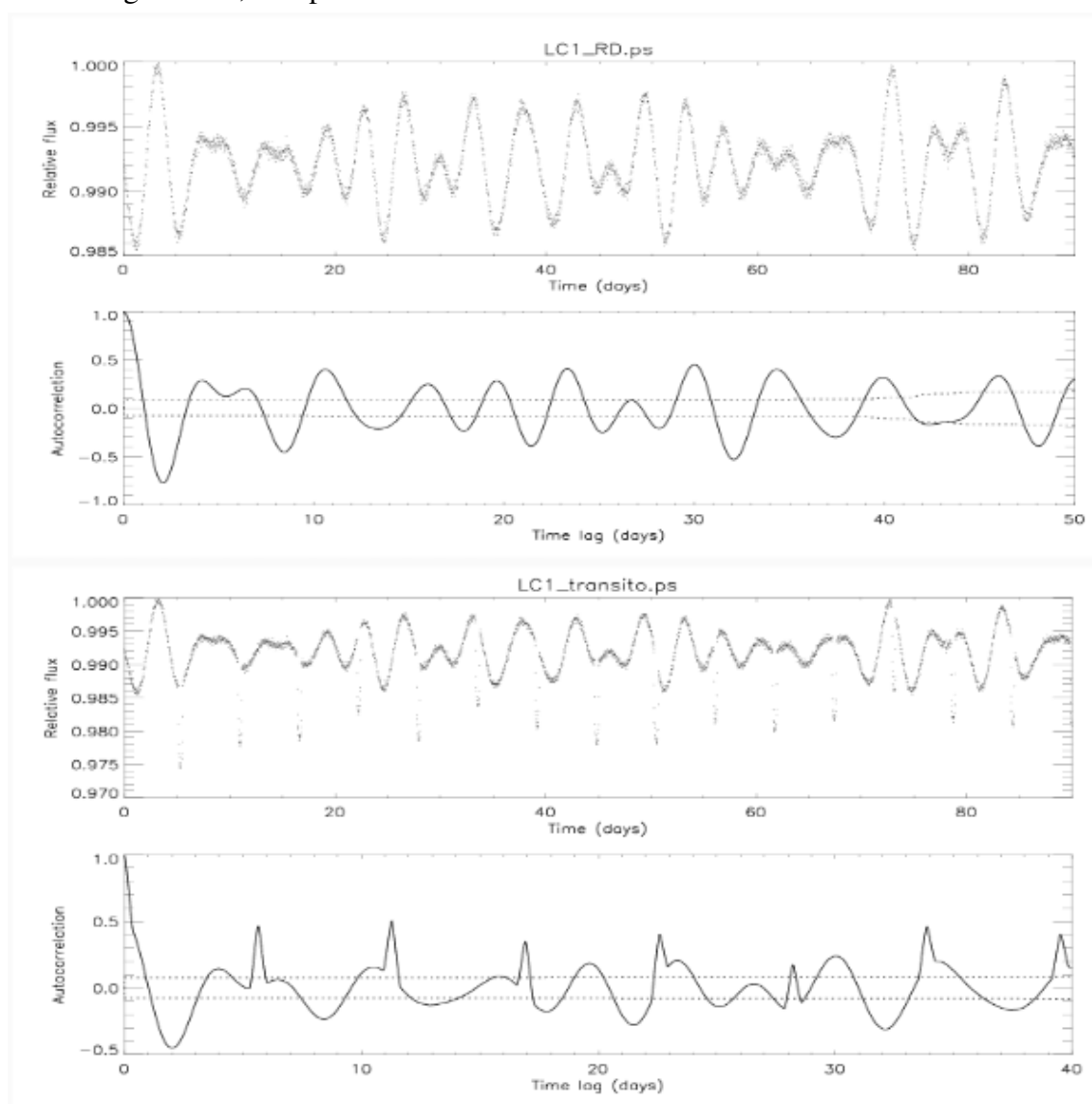
Fonte: Autor.

Figura 85: Análise *wavelet* da série temporal LC1 com RD (parte superior) e LC1 com trânsito (parte inferior).



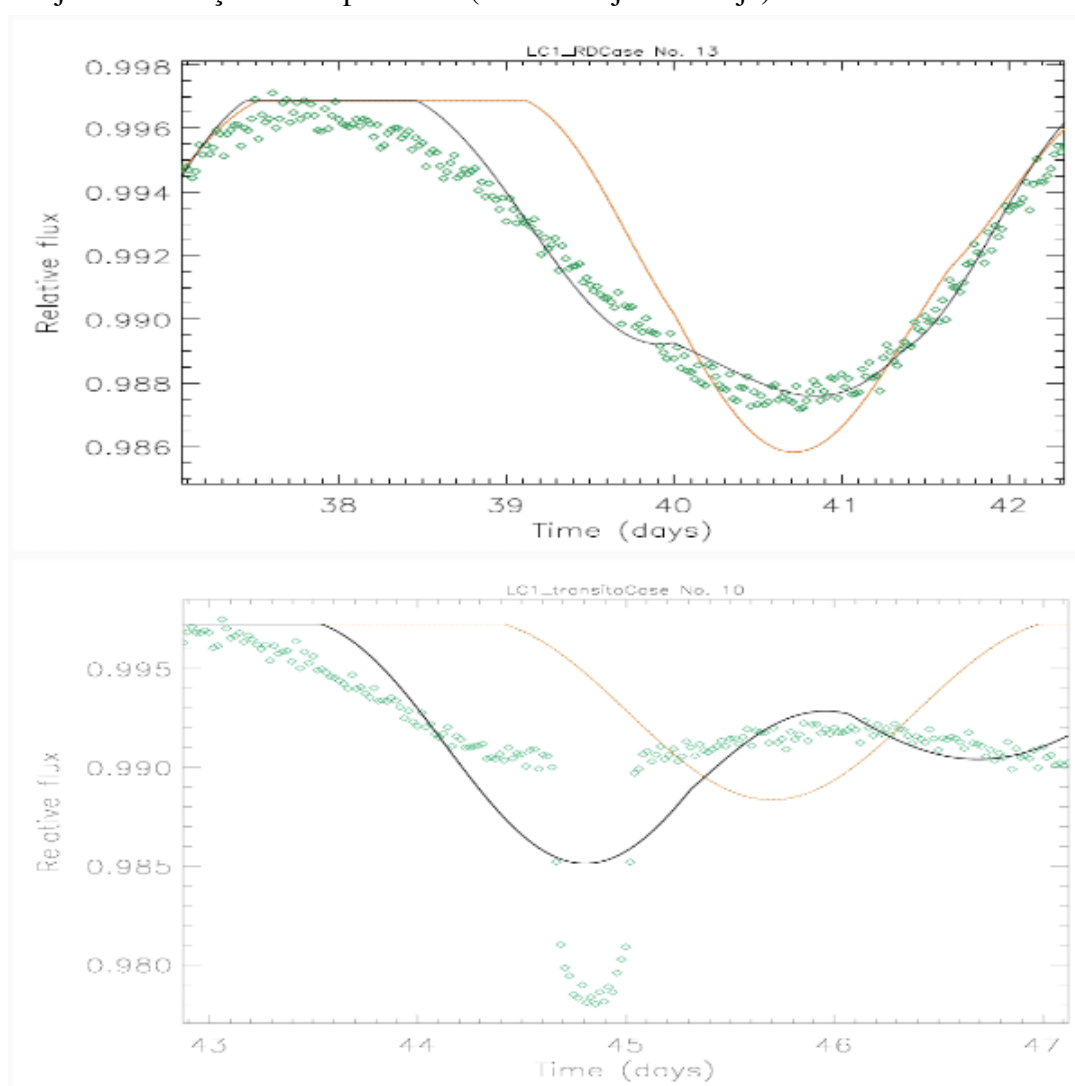
Fonte: Autor.

Figura 86: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC1 com RD (parte superior) e LC1 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



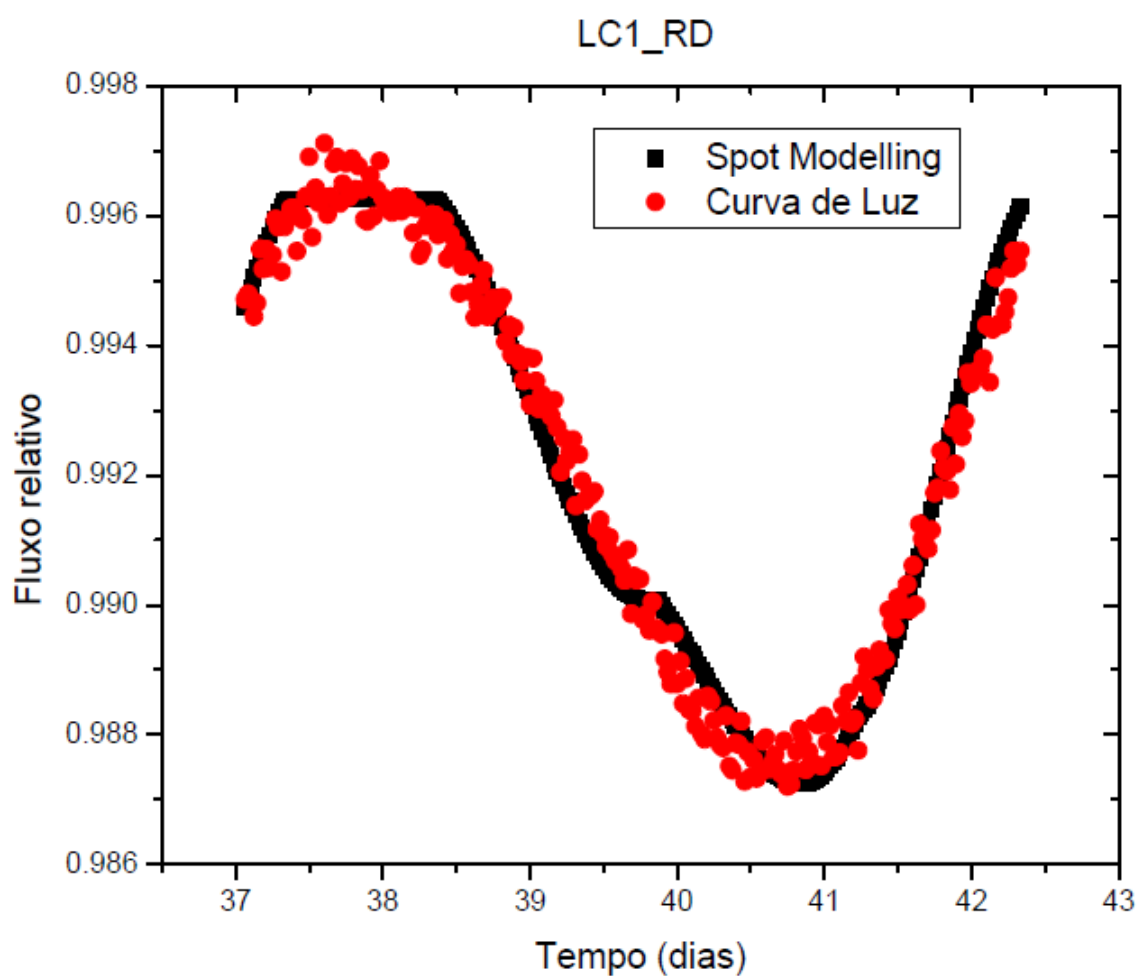
Fonte: Autor.

Figura 87: Na parte superior, temos o comprimento óptico de LC1-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento óptico de LC1-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

Figura 88: Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC1-RD (circulos vermelhos).



Fonte: Autor.

Figura 89: Análise MCMC da curva simulada LC1-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).

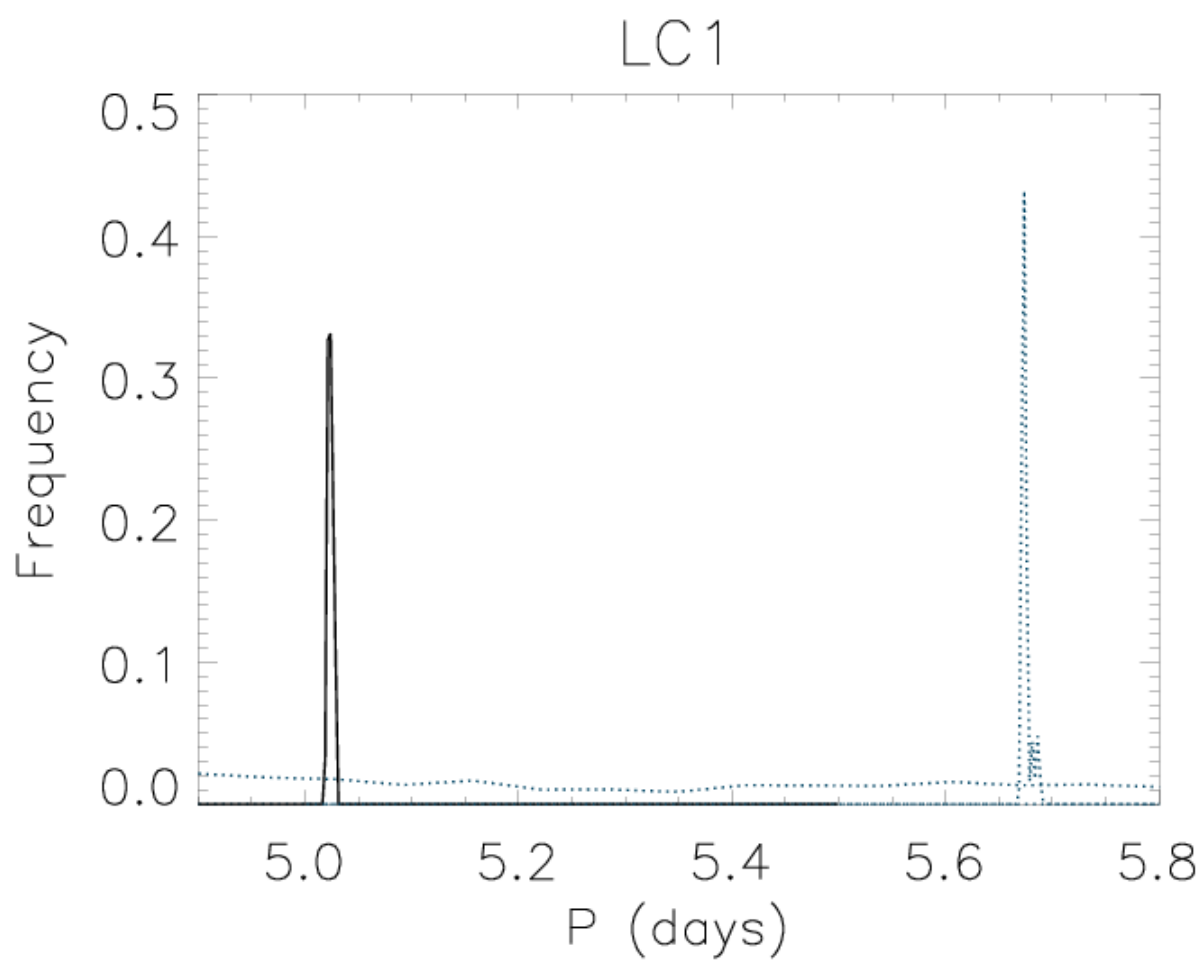
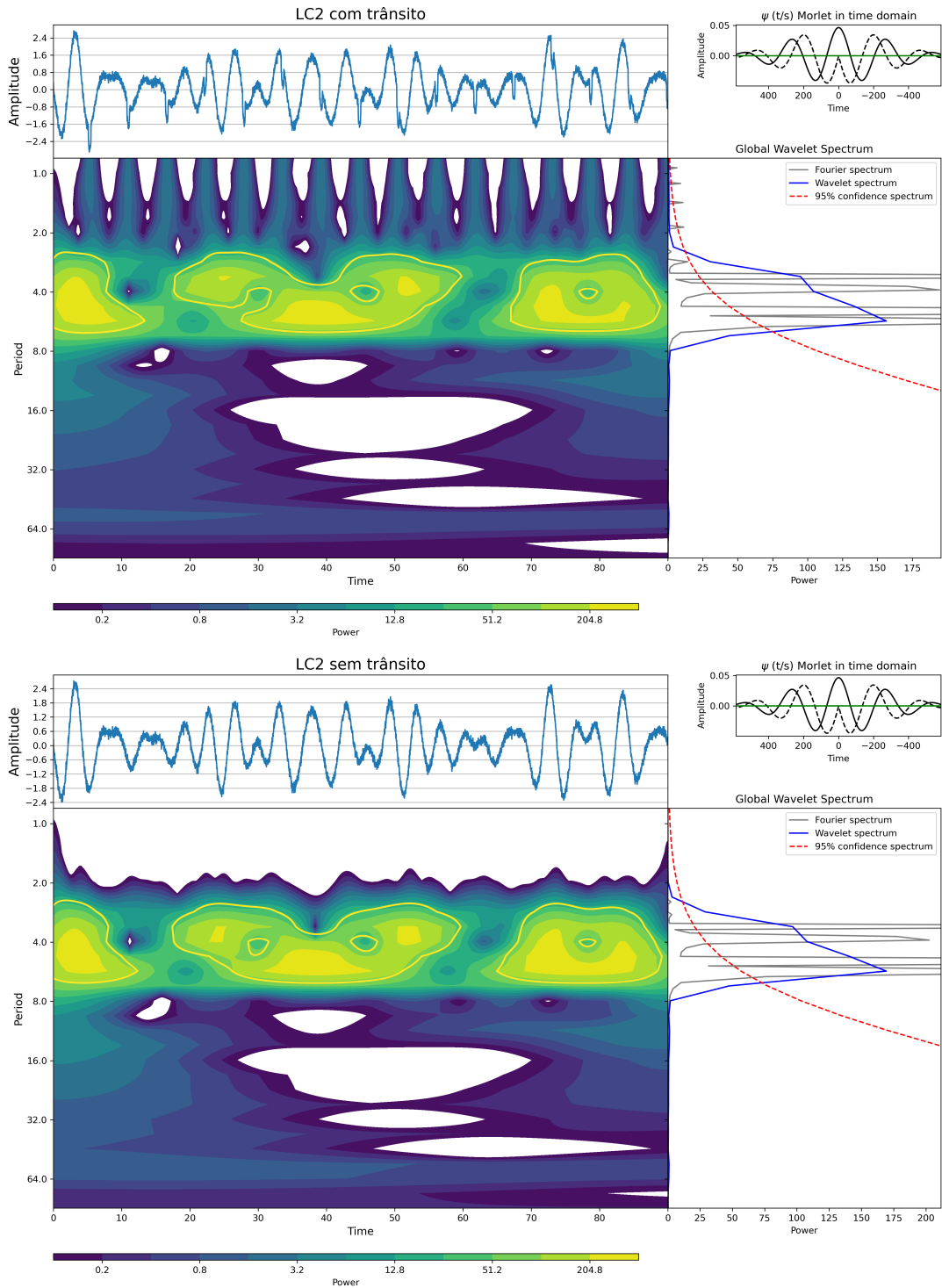
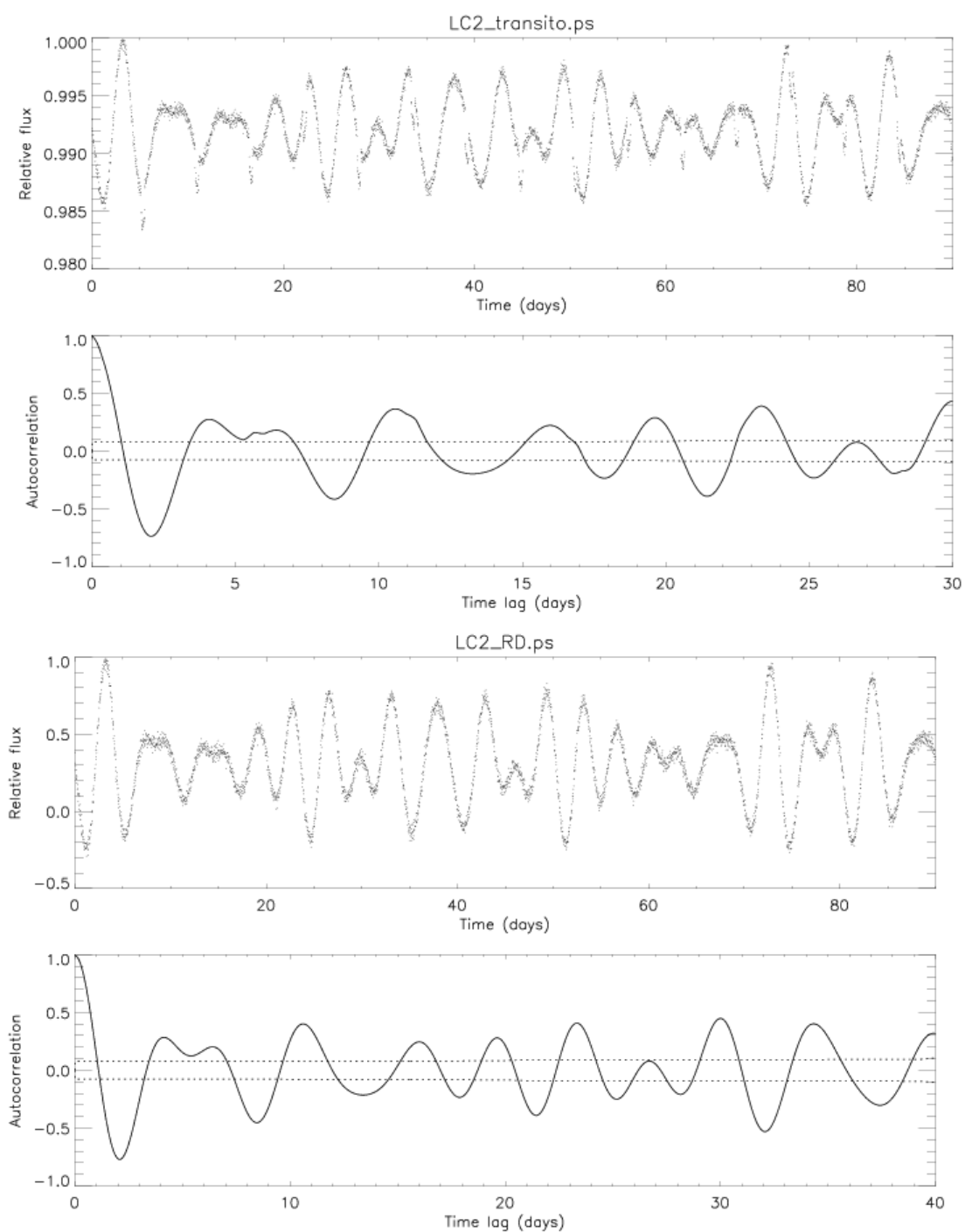


Figura 92: Análise *wavelet* da série temporal LC2 com RD (parte superior) e LC2 com trânsito (parte inferior).



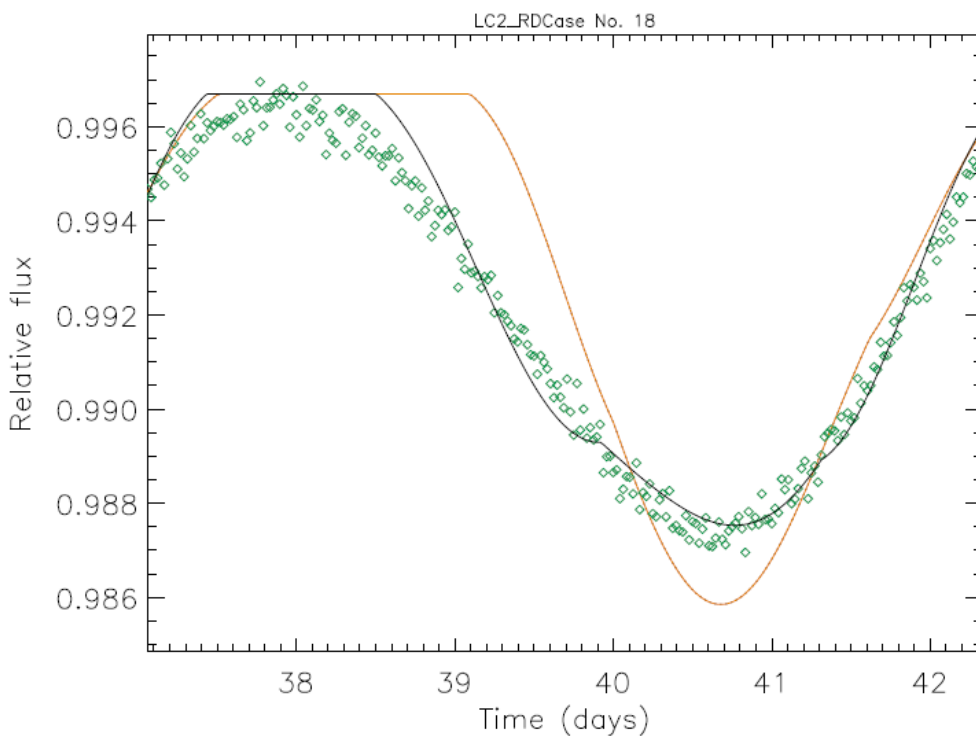
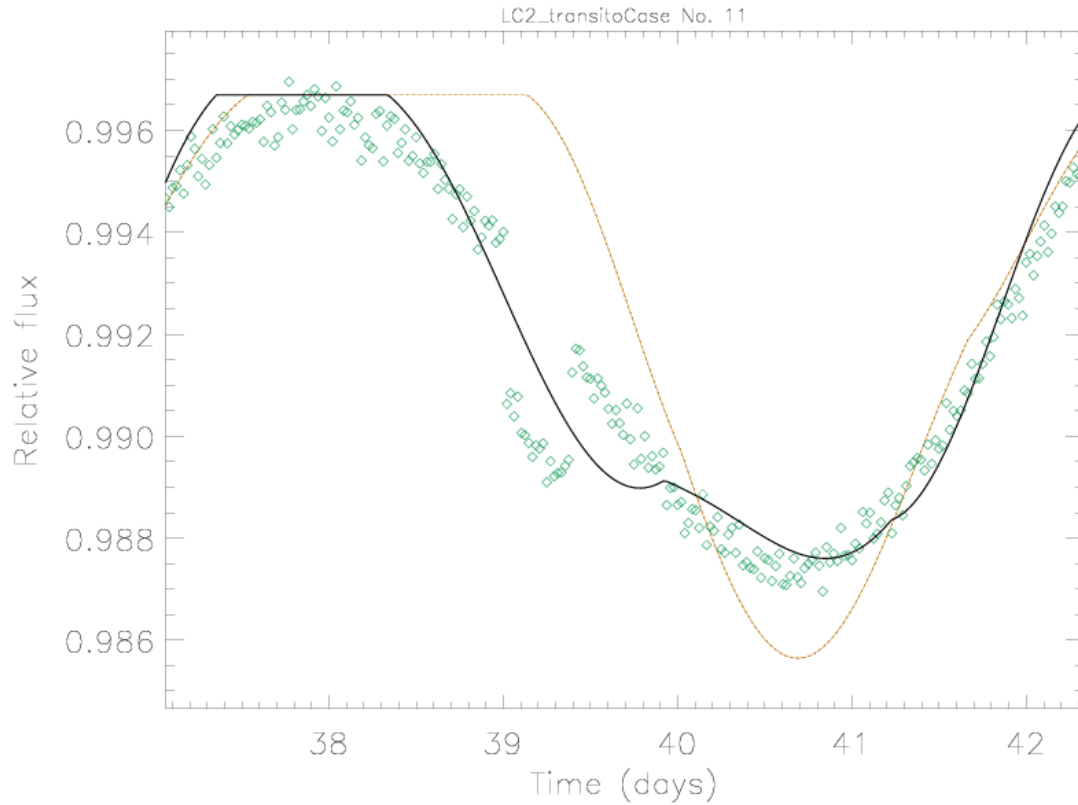
Fonte: Autor.

Figura 93: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC2 com RD (parte superior) e LC2 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



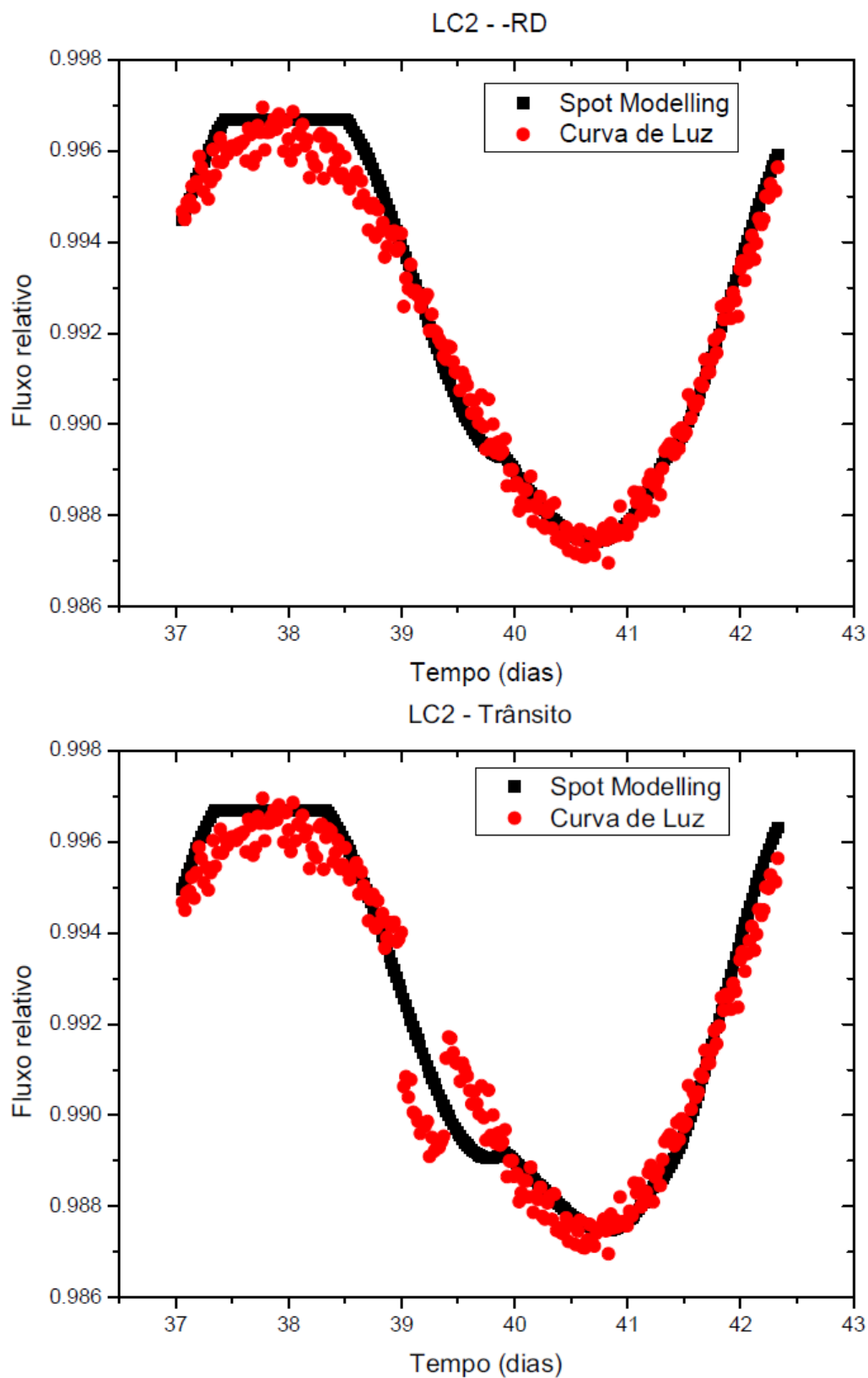
Fonte: Autor.

Figura 94: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC2-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC2-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



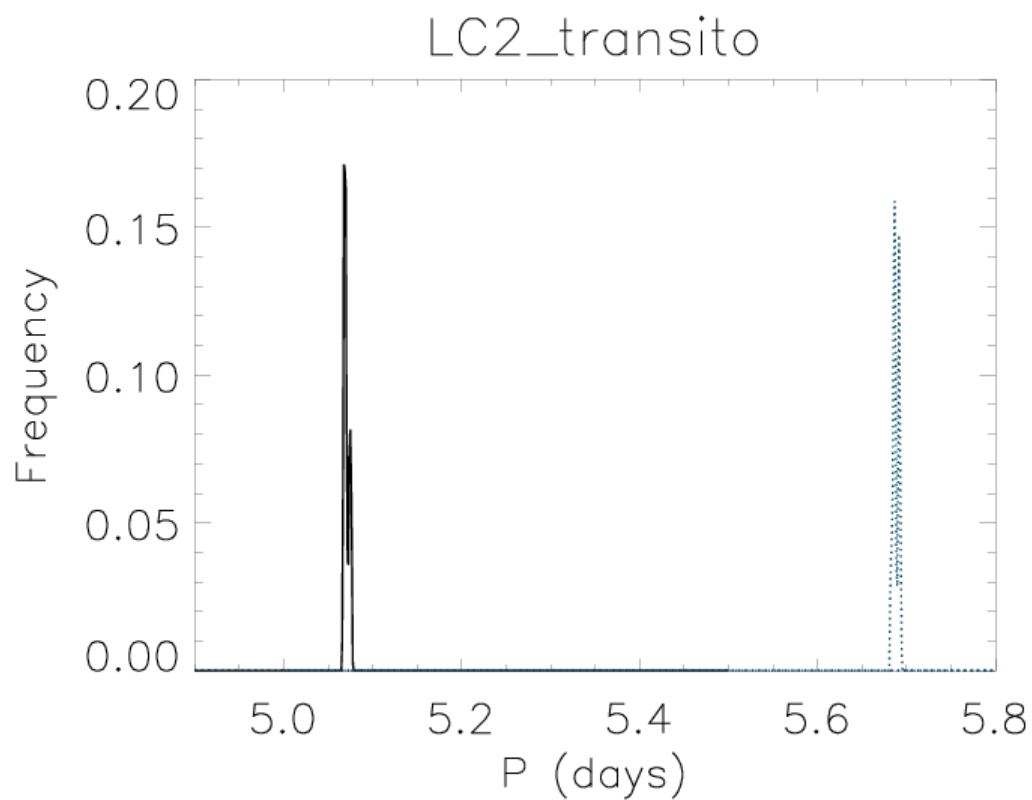
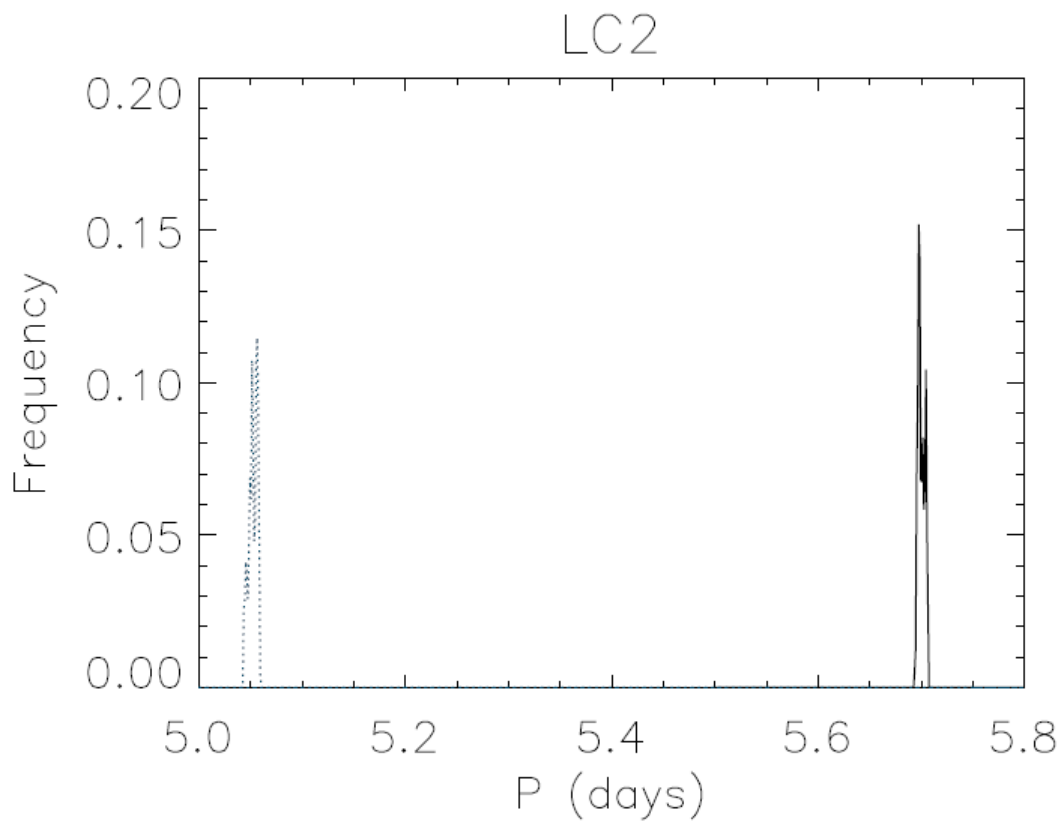
Fonte: Autor.

Figura 95: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC2-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC2-trânsito.



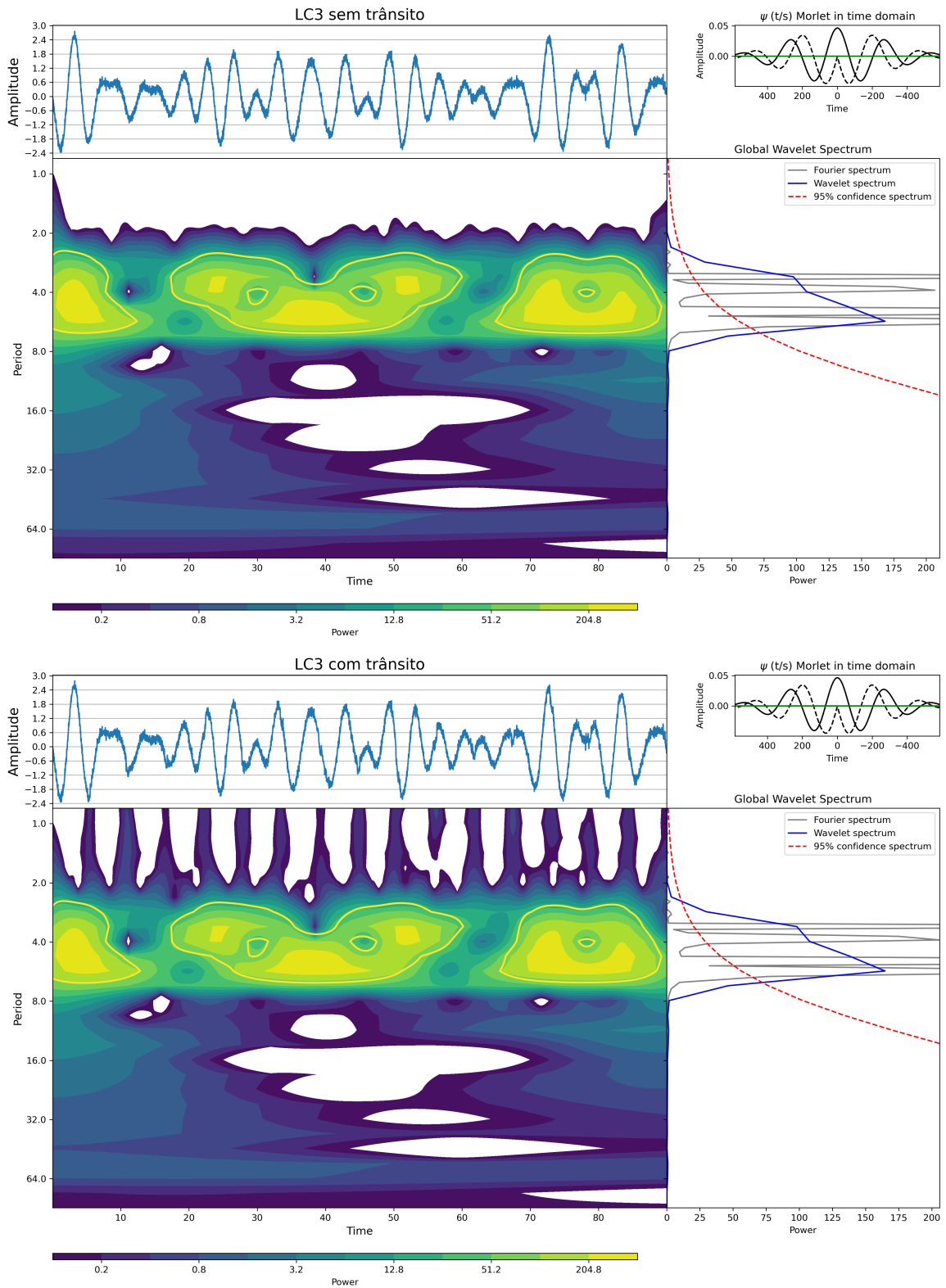
Fonte: Autor.

Figura 96: Análise MCMC das curvas simuladas LC2-RD e LC2-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



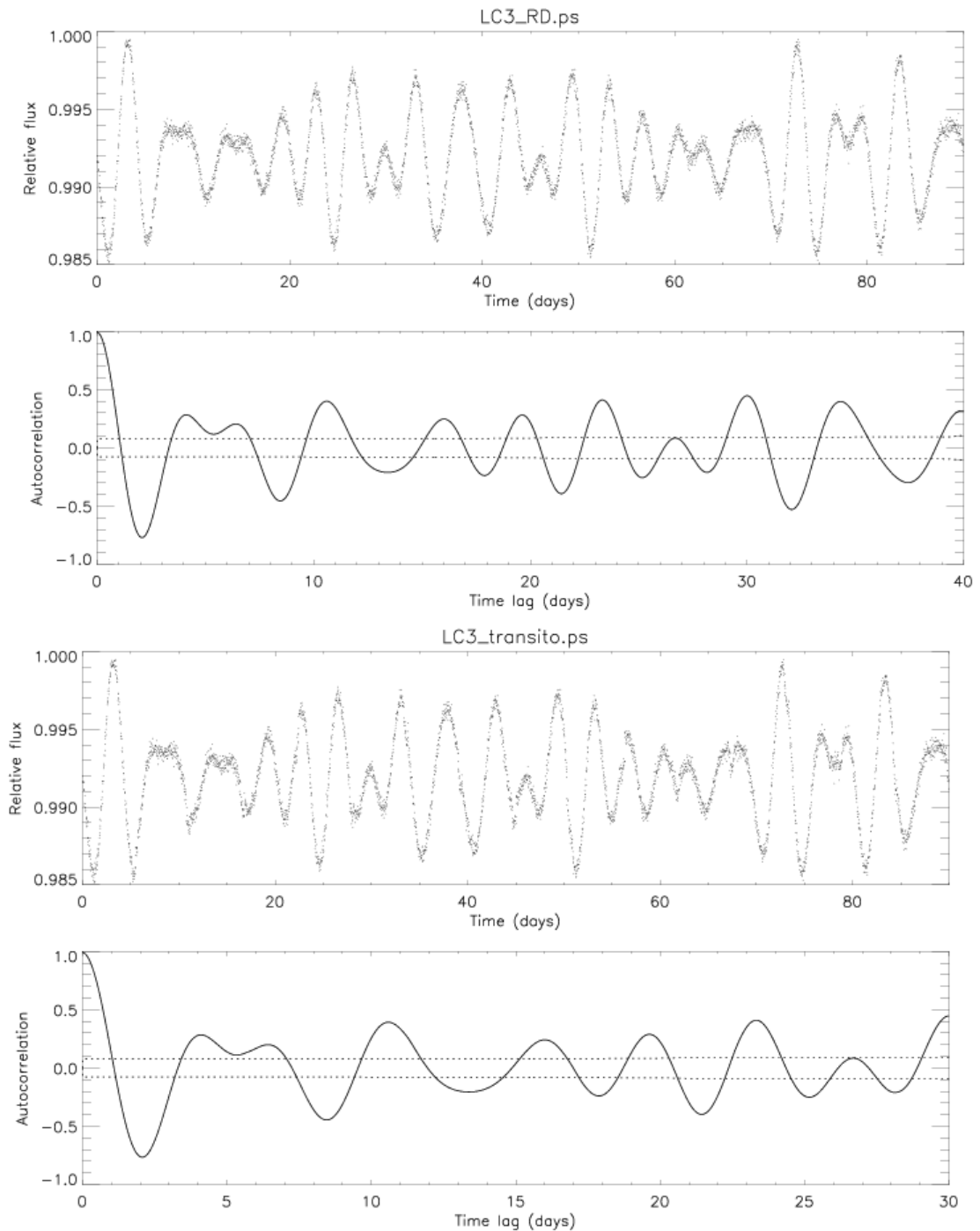
Fonte: Autor.

Figura 99: Análise *wavelet* da série temporal LC3 com RD (parte superior) e LC3 com trânsito (parte inferior).



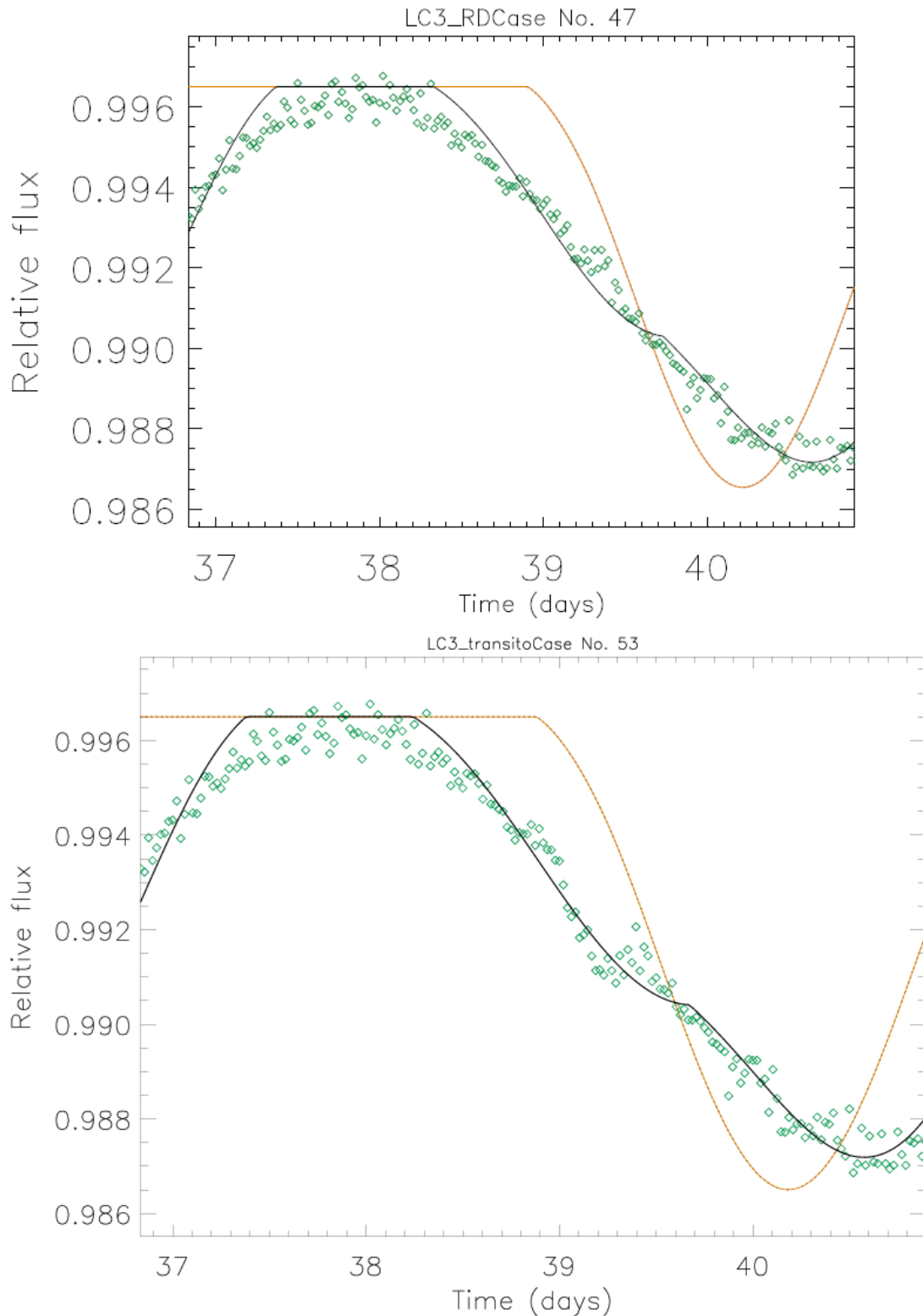
Fonte: Autor.

Figura 100: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC3 com RD (parte superior) e LC3 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

Figura 101: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC3-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC3-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

Figura 102: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC3-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC3-trânsito.

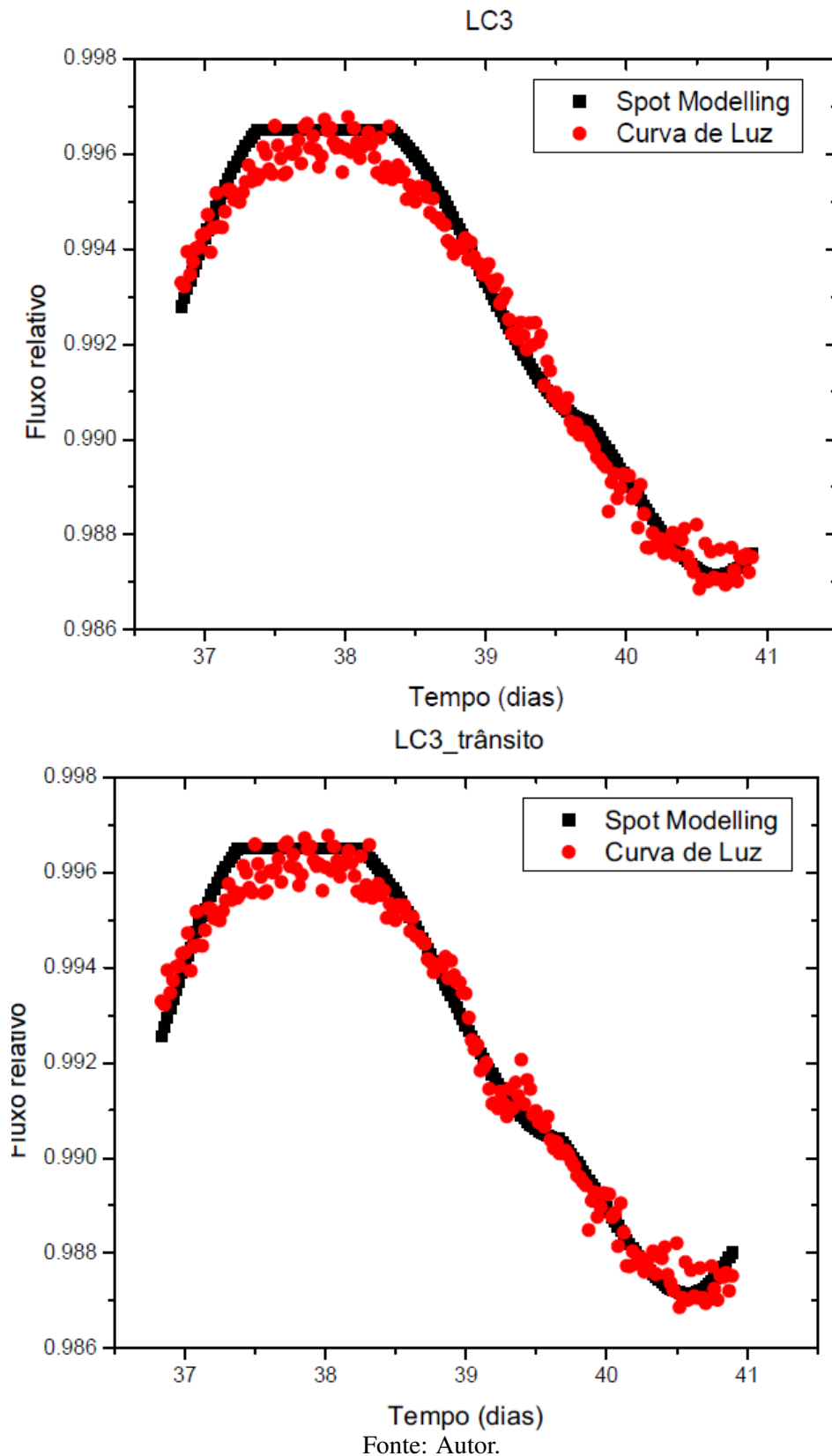
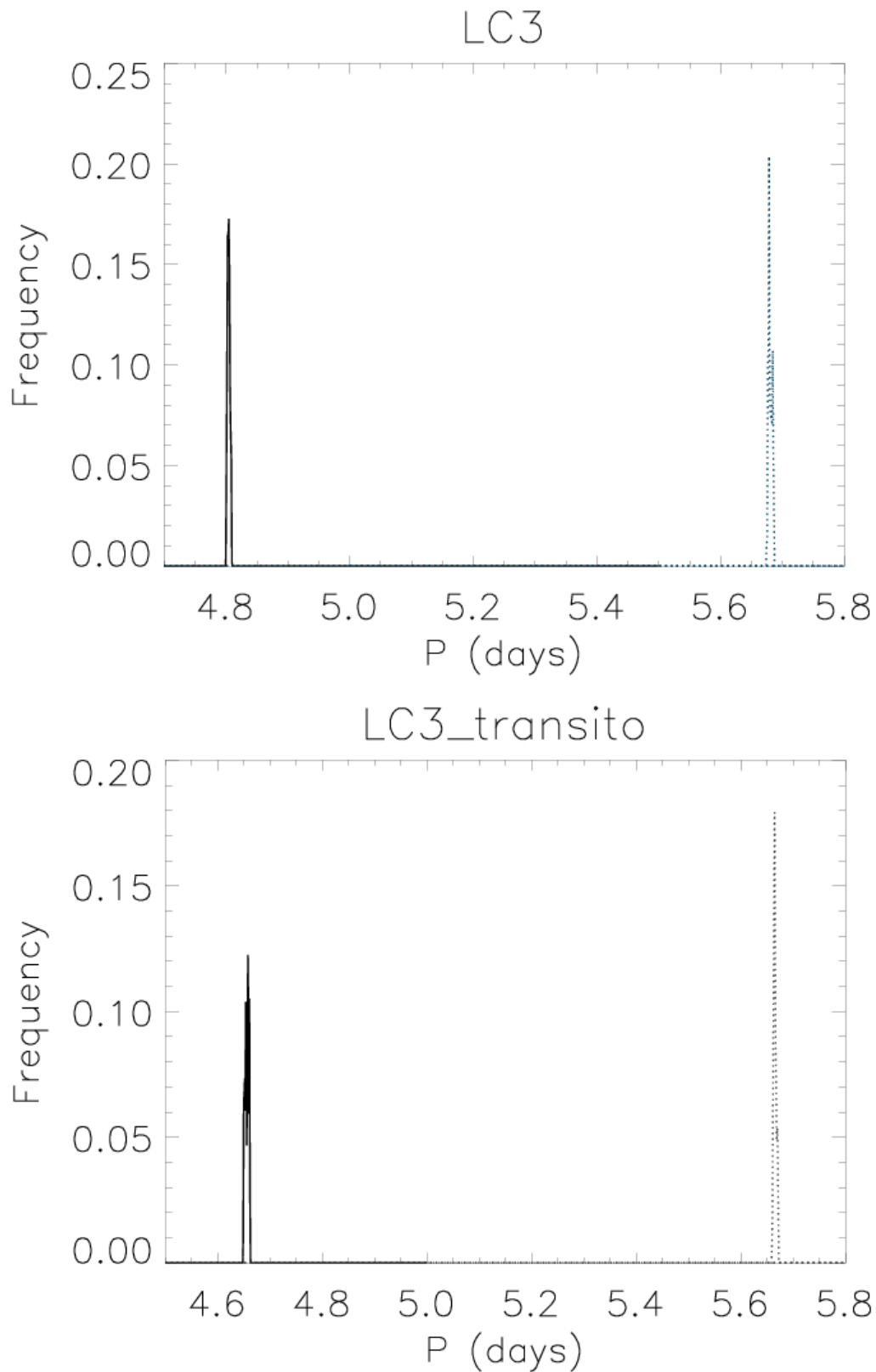
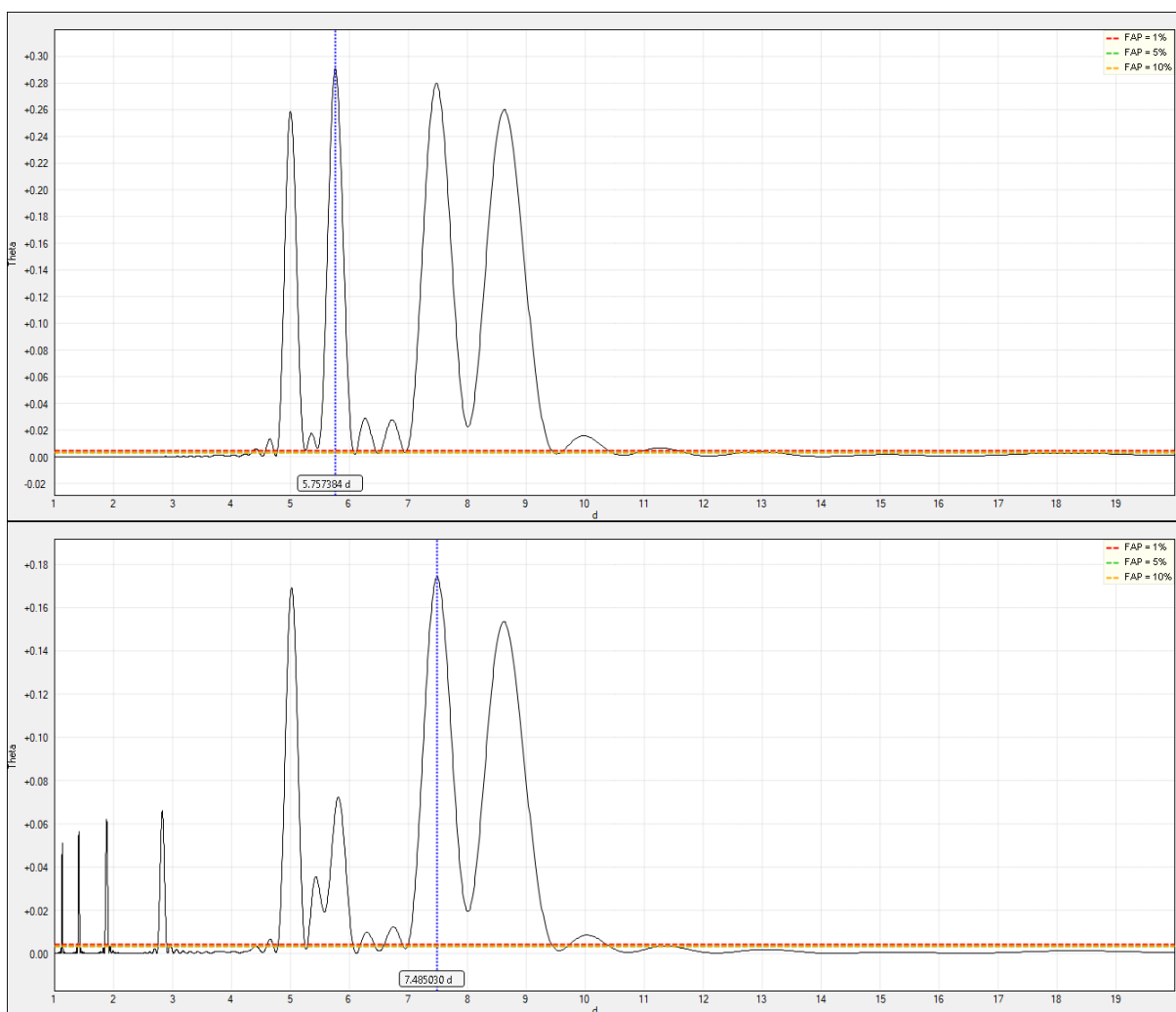


Figura 103: Análise MCMC das curvas simuladas LC3-RD e LC3-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



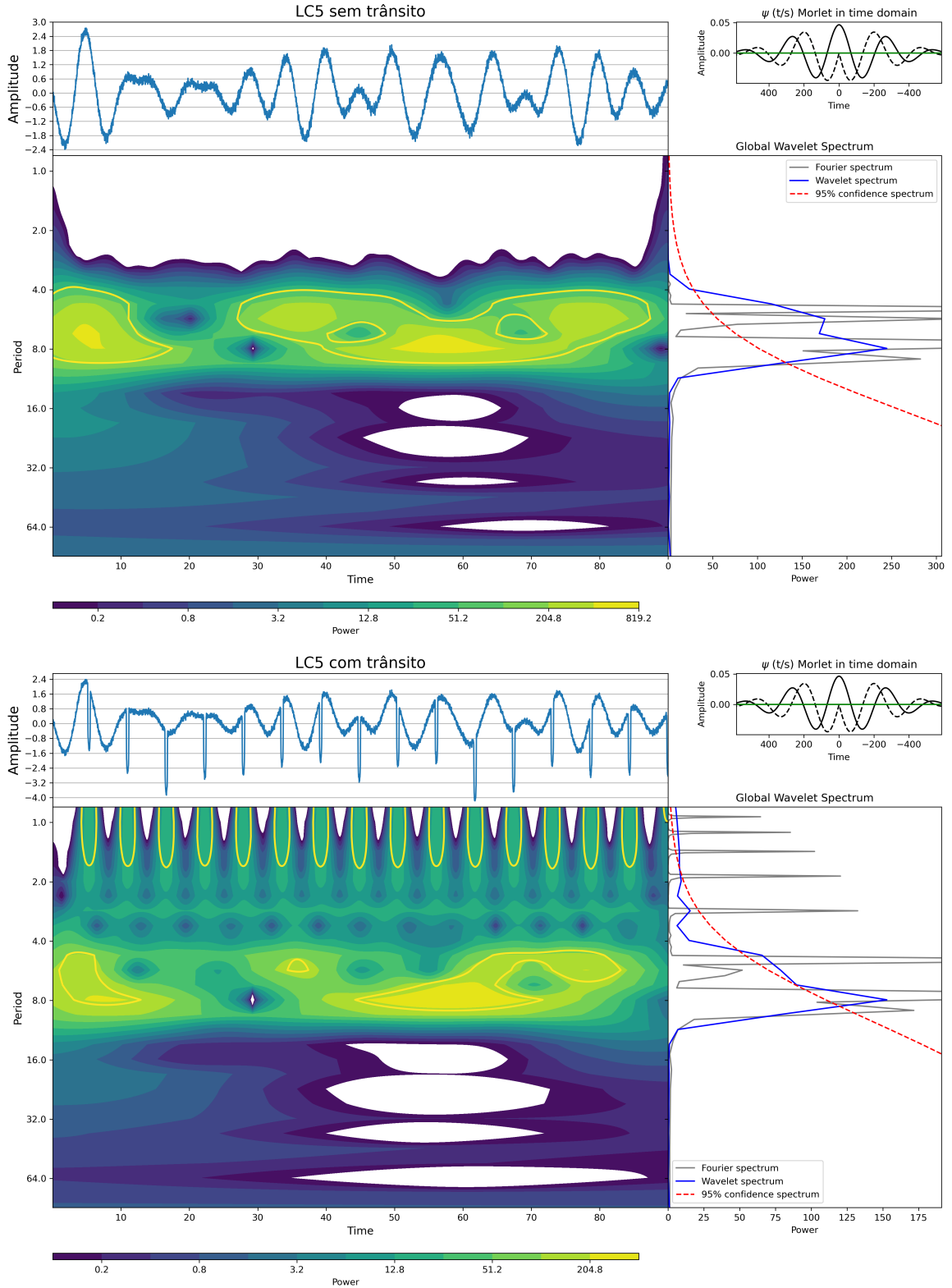
Fonte: Autor.

Figura 105: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC5 com RD (parte superior) e a curva LC5 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.



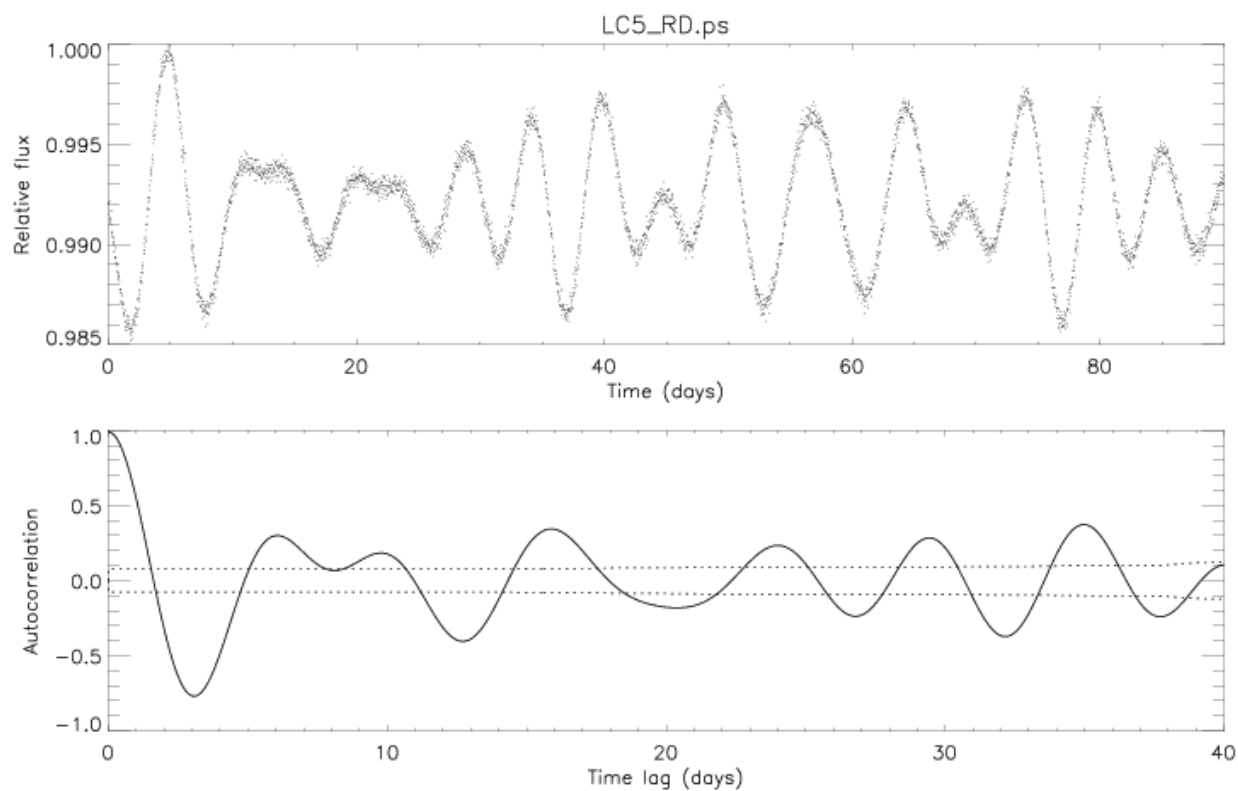
Fonte: Autor.

Figura 106: Análise *wavelet* da série temporal LC5 com RD (parte superior) e LC5 com trânsito (parte inferior).



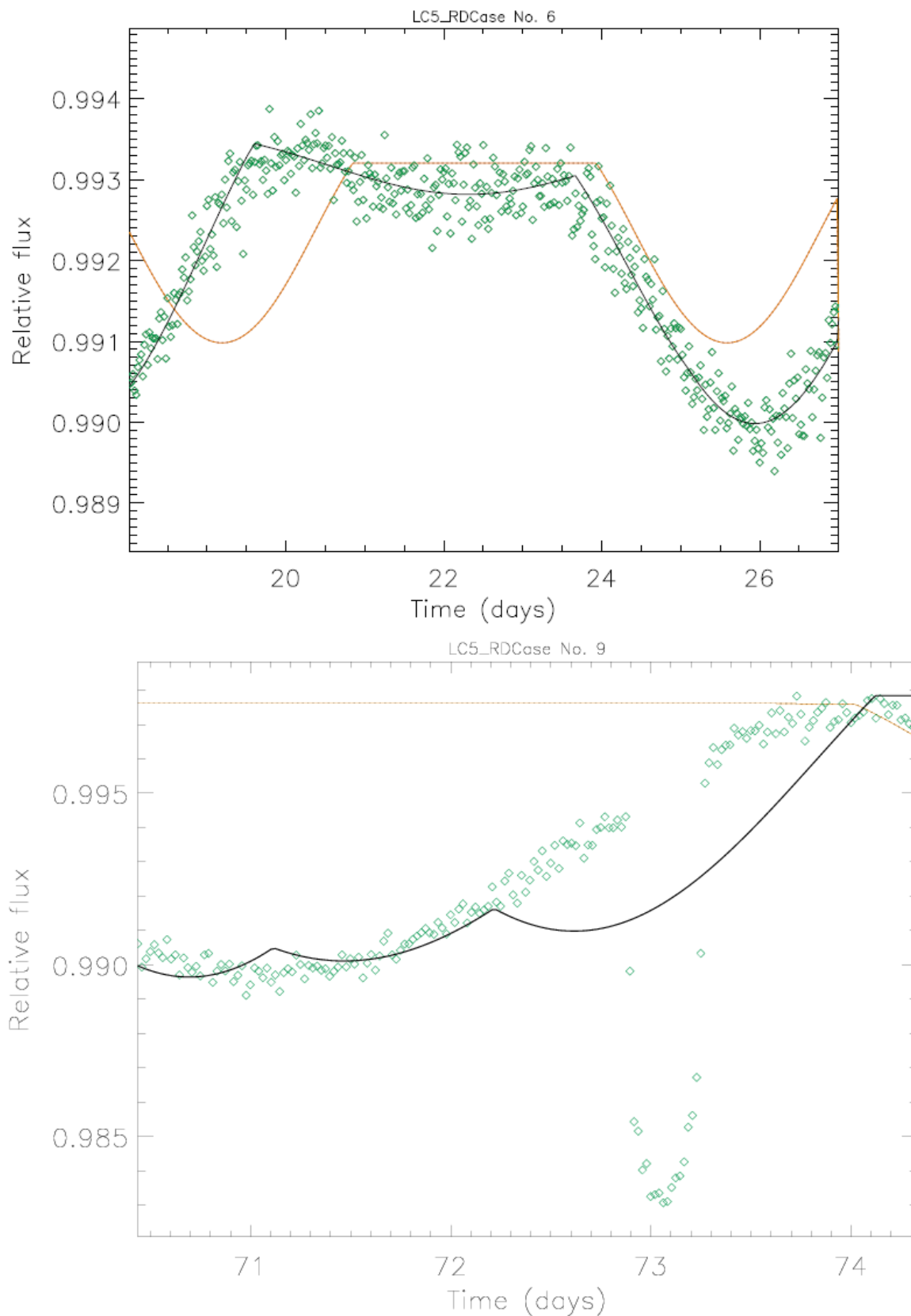
Fonte: Autor.

Figura 107: Função de autocorrelação aplicada às curvas de luz LC5 com RD (parte superior) e LC5 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação têm um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



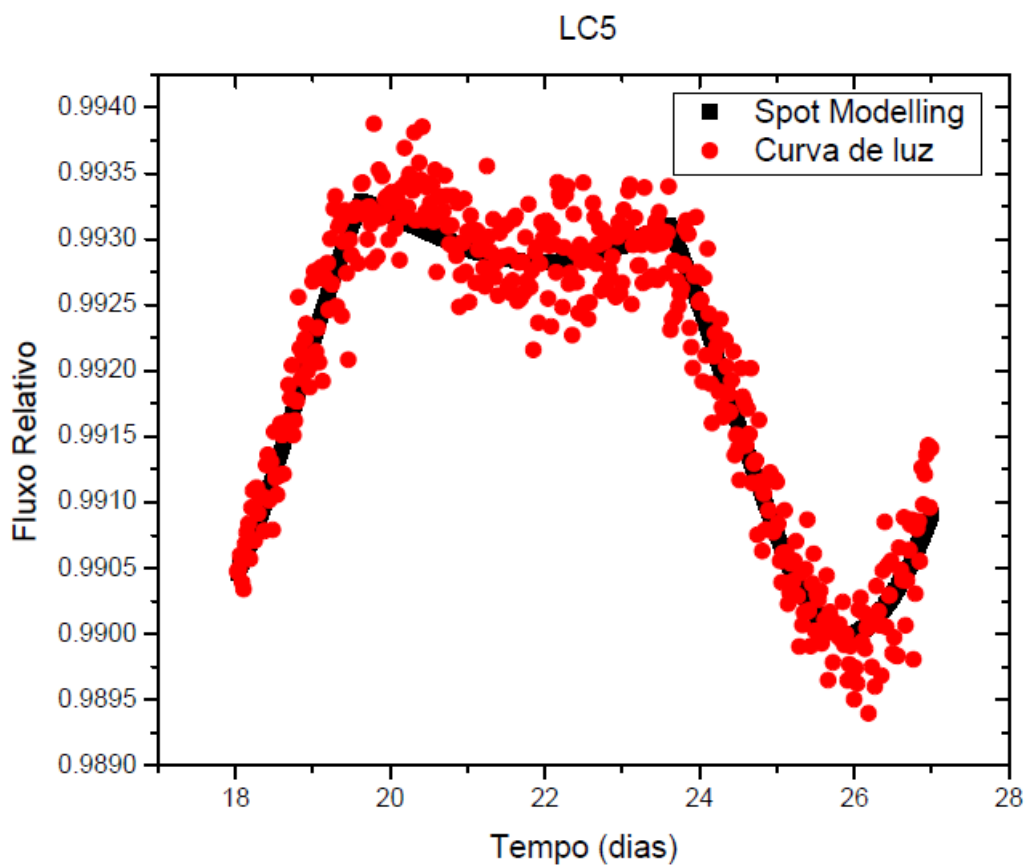
Fonte: Autor.

Figura 108: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC5-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC5-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



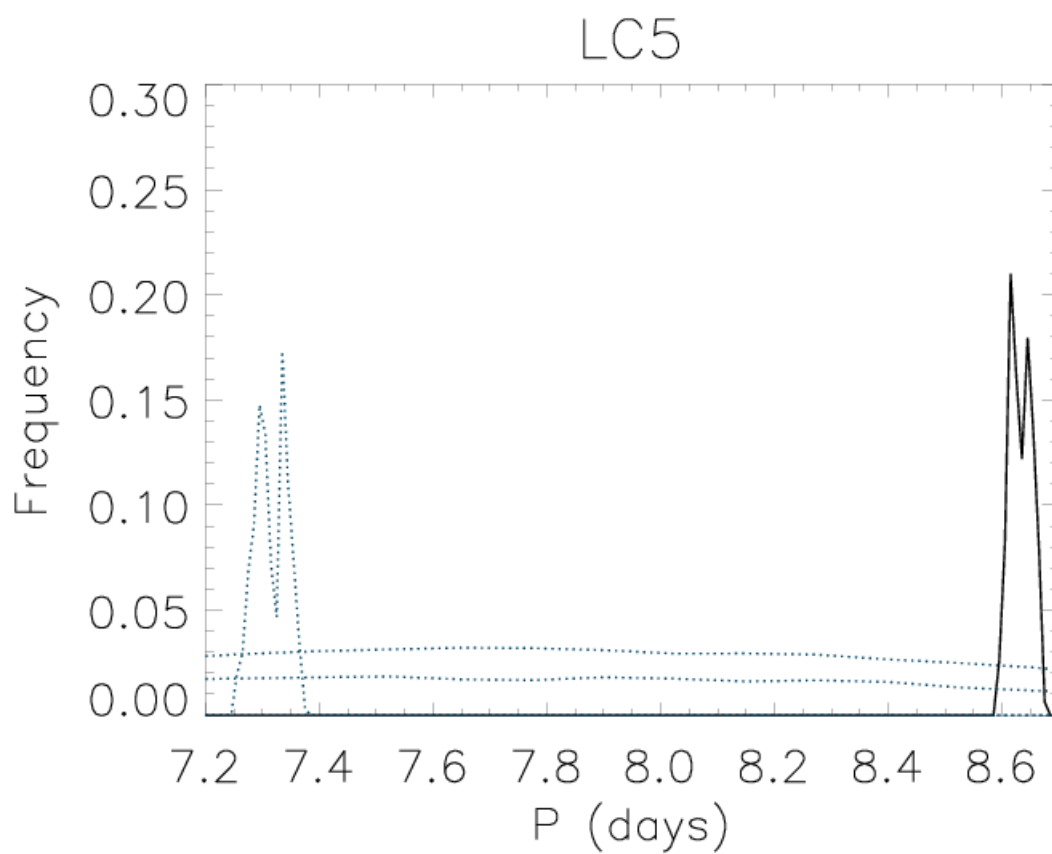
Fonte: Autor.

Figura 109: Na figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC5-RD (círculos vermelhos).



Fonte: Autor.

Figura 110: Análise MCMC da curva simulada LC5-RD, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

A.5 Curva de Luz Simulada LC6

Figura 111: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC6 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC6 acrescida do trânsito.

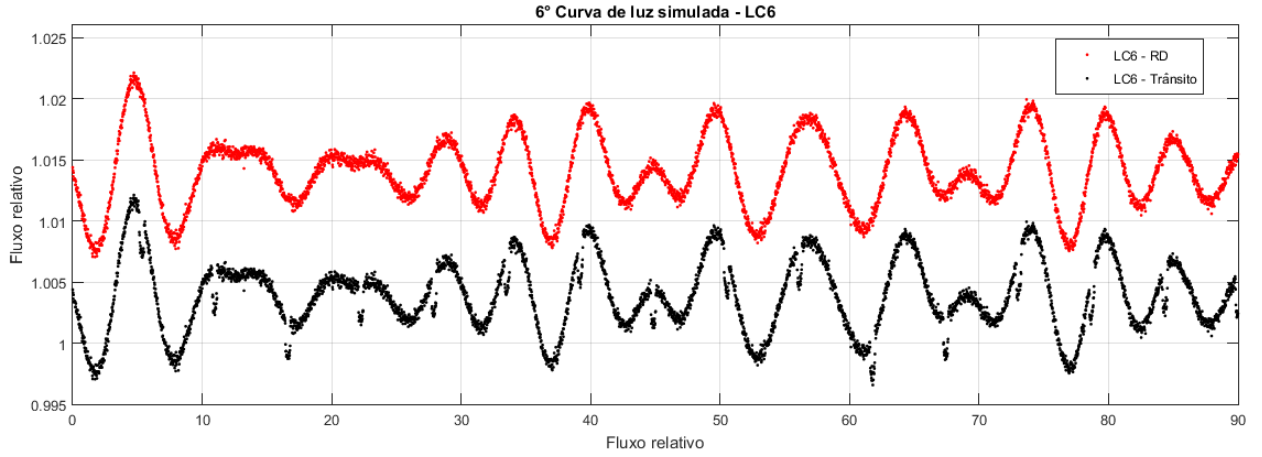


Figura 112: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC6 com RD (parte superior) e a curva LC6 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.

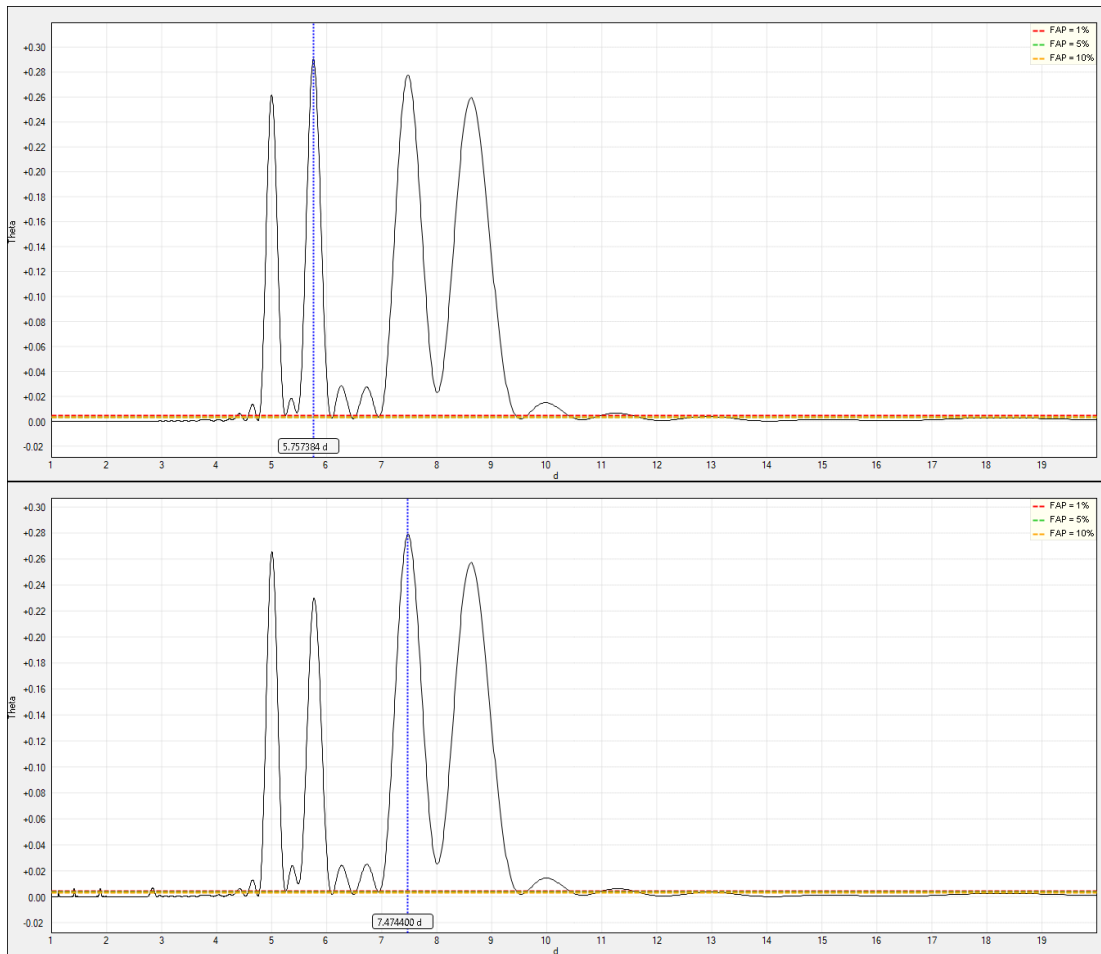
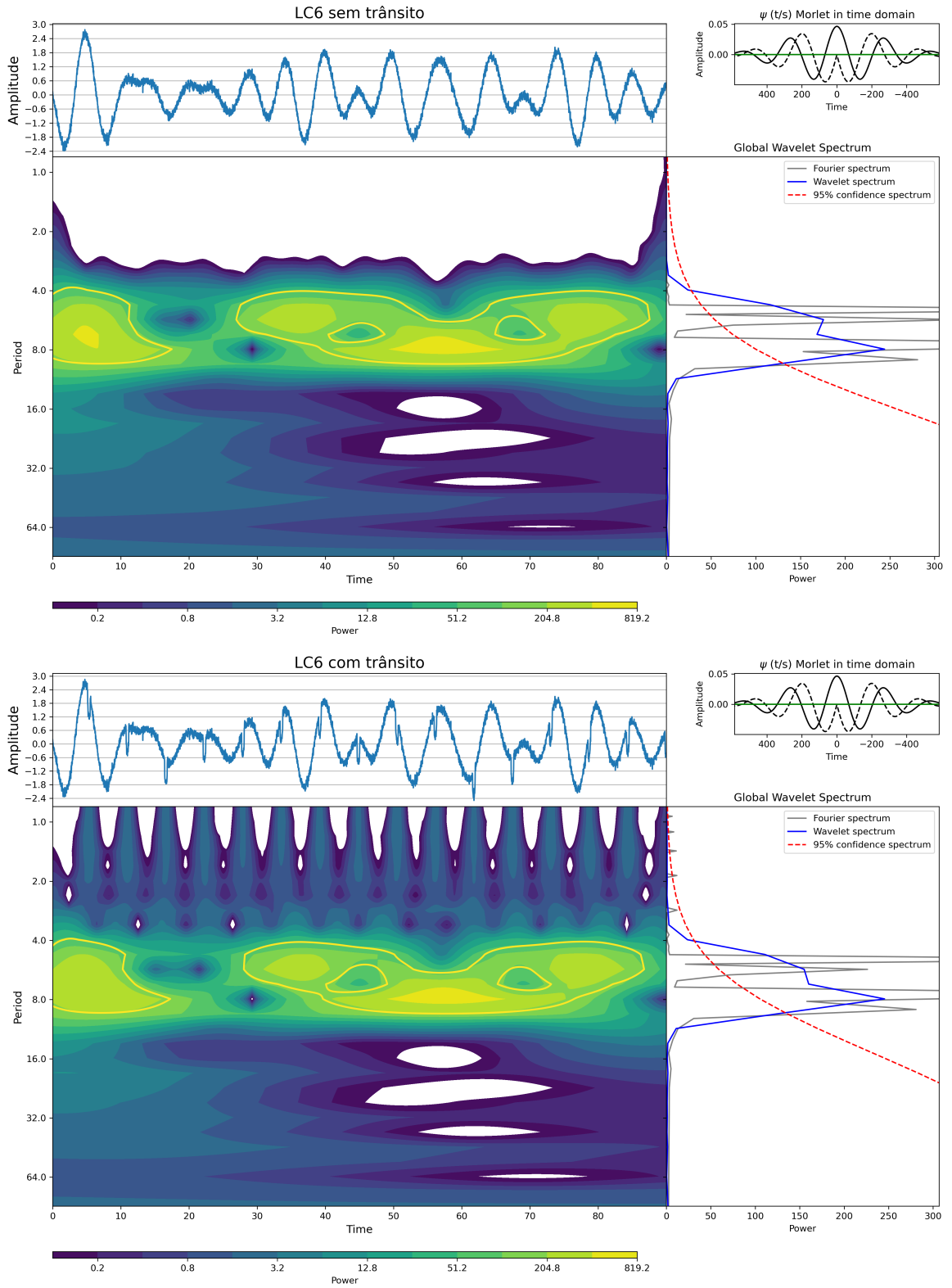
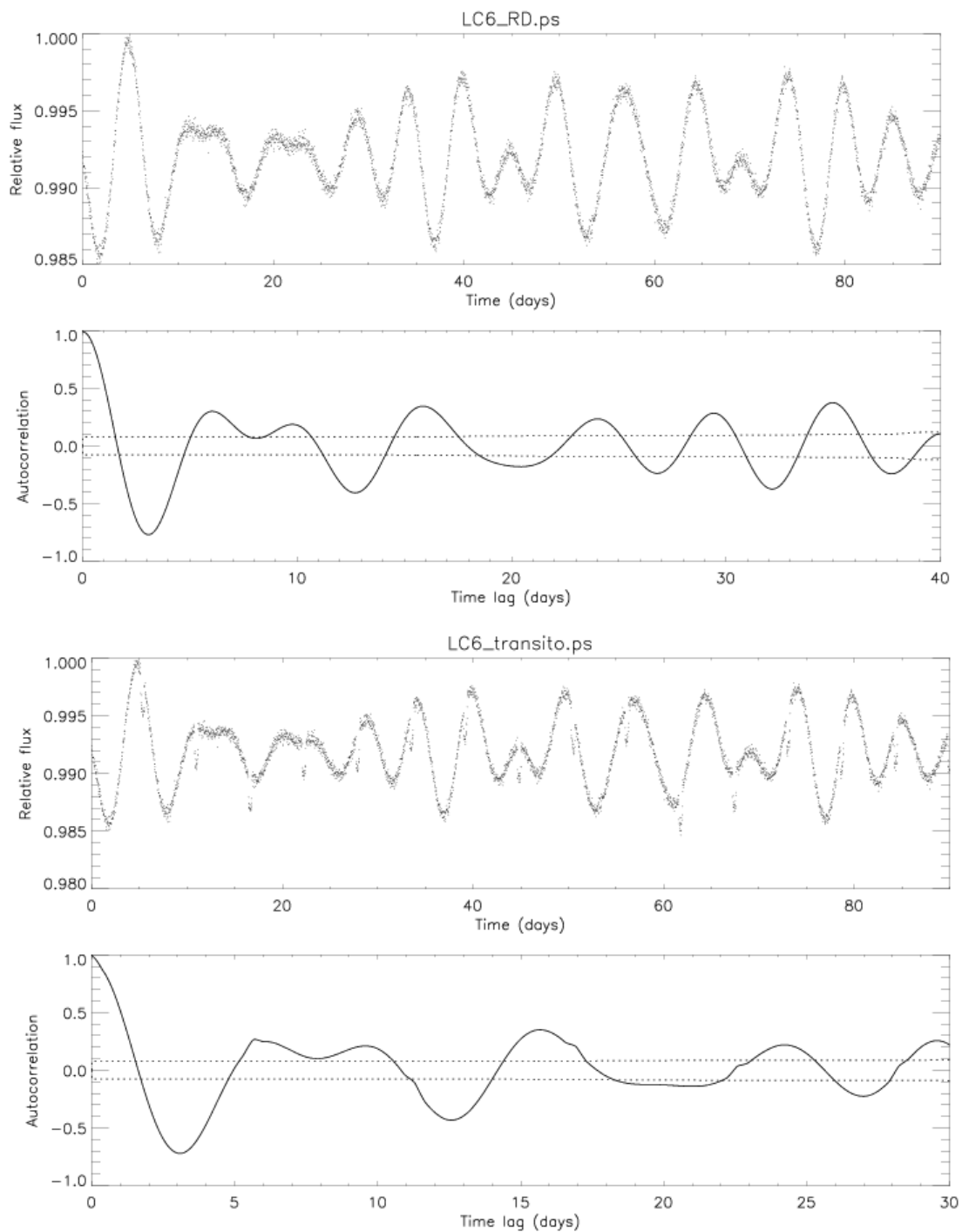


Figura 113: Análise *wavelet* da série temporal LC6 com RD (parte superior) e LC6 com trânsito (parte inferior).



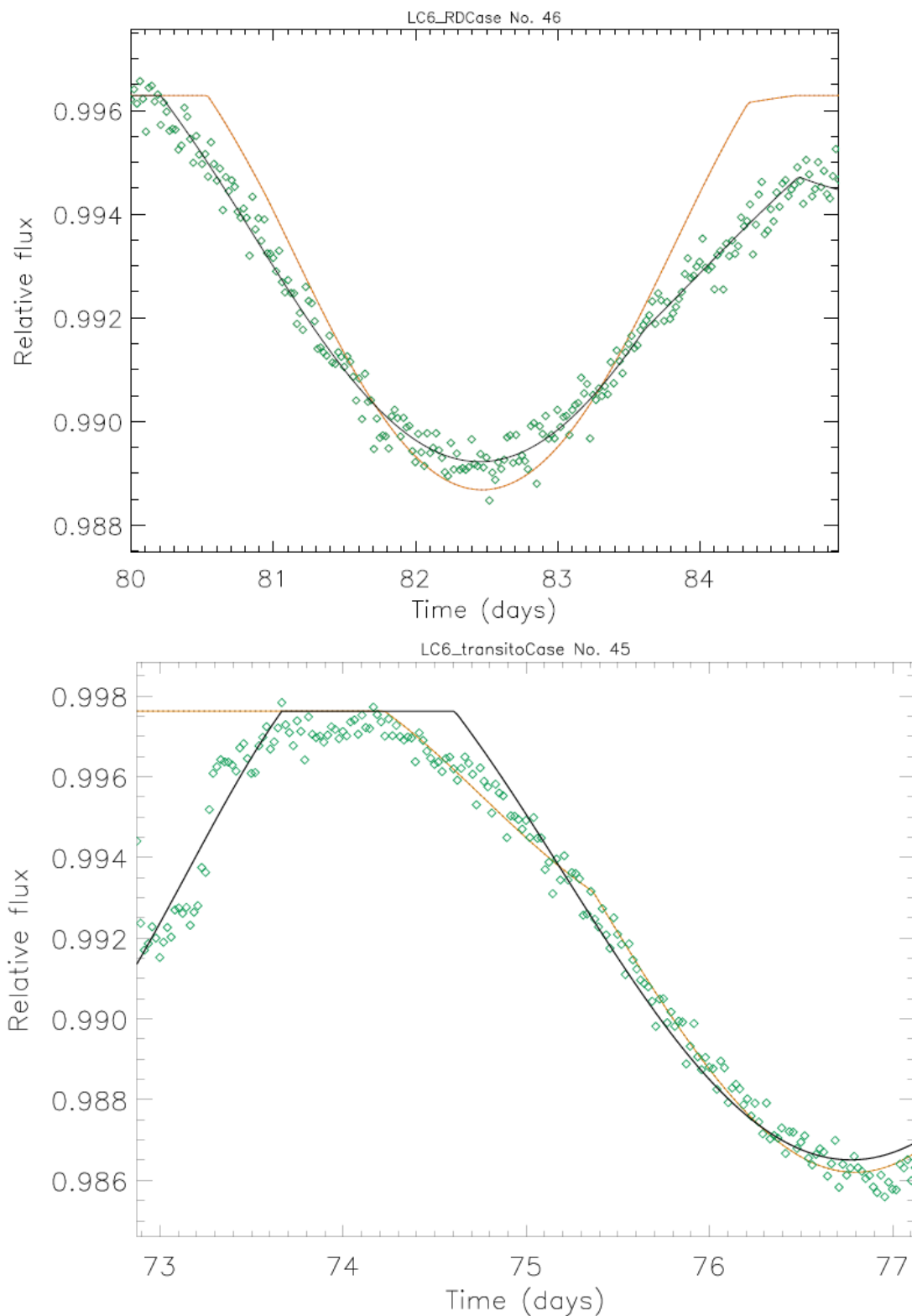
Fonte: Autor.

Figura 114: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC6 com RD (parte superior) e LC6 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



Fonte: Autor.

Figura 115: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC6-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC6-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

Figura 116: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC6-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o outro intervalo, a curva LC2-trânsito.

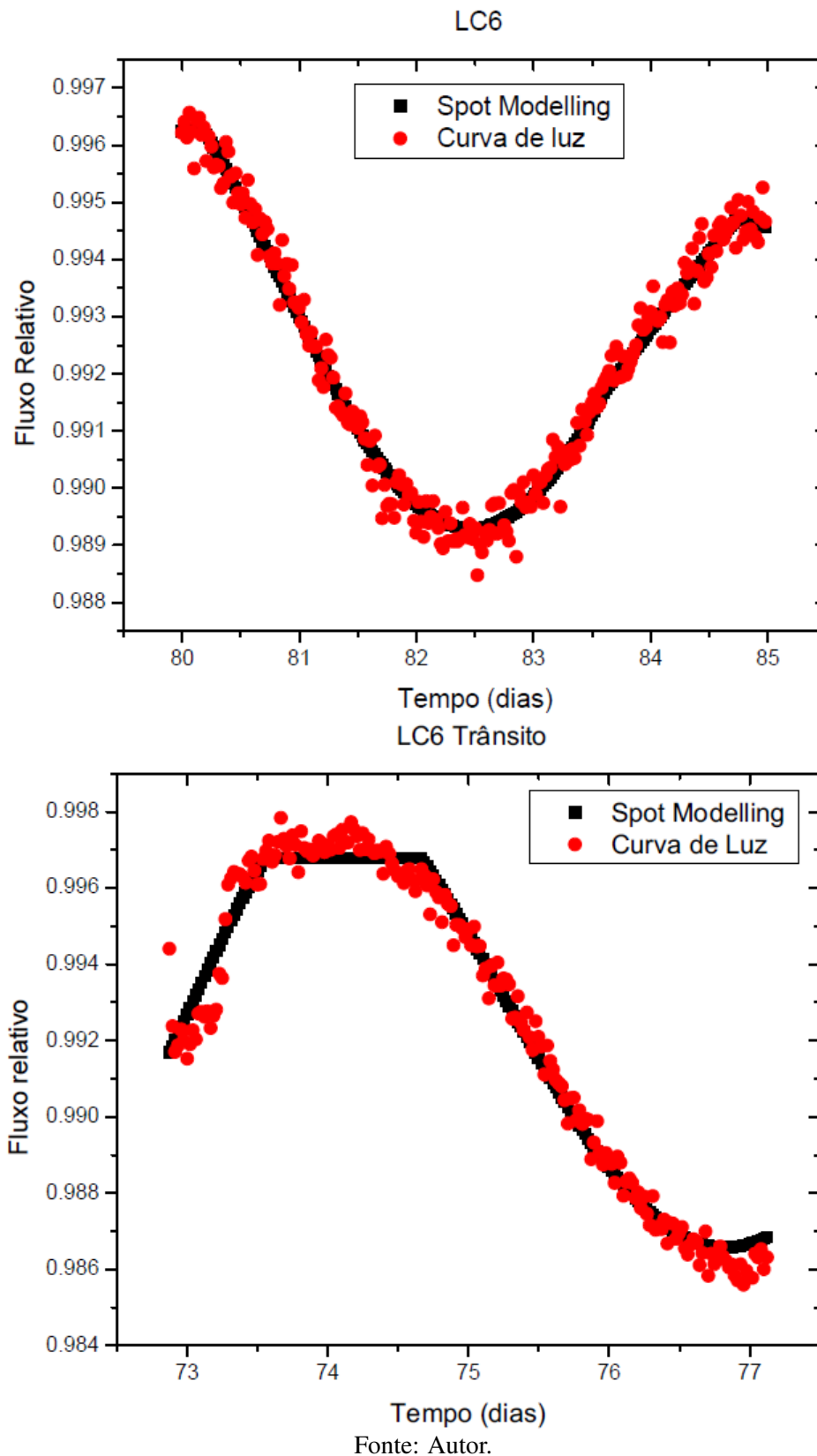
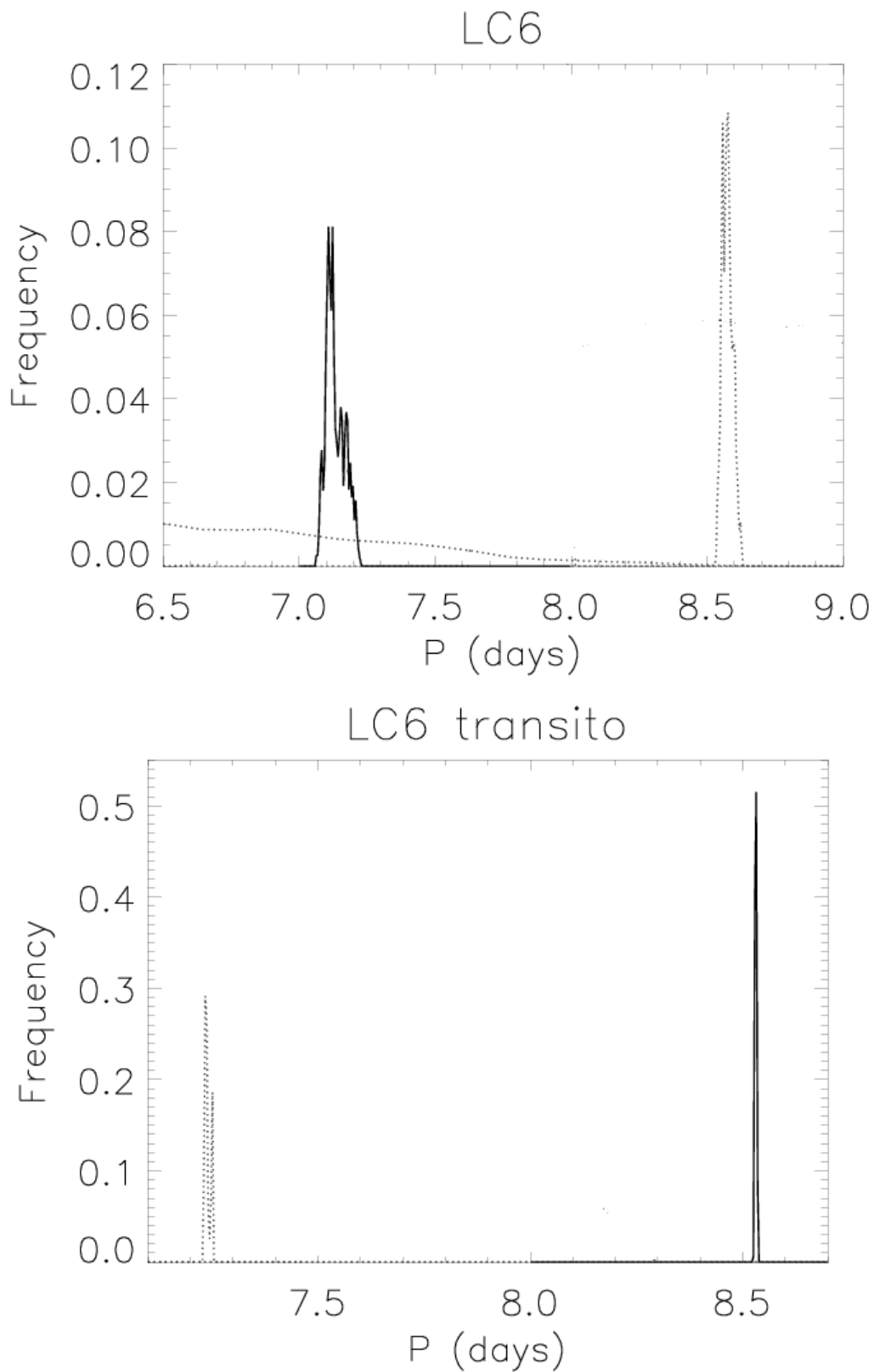


Figura 117: Análise MCMC das curvas simuladas LC6-RD e LC6-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

A.6 Curva de Luz Simulada LC7

Figura 118: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC7 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC6 acrescida do trânsito.

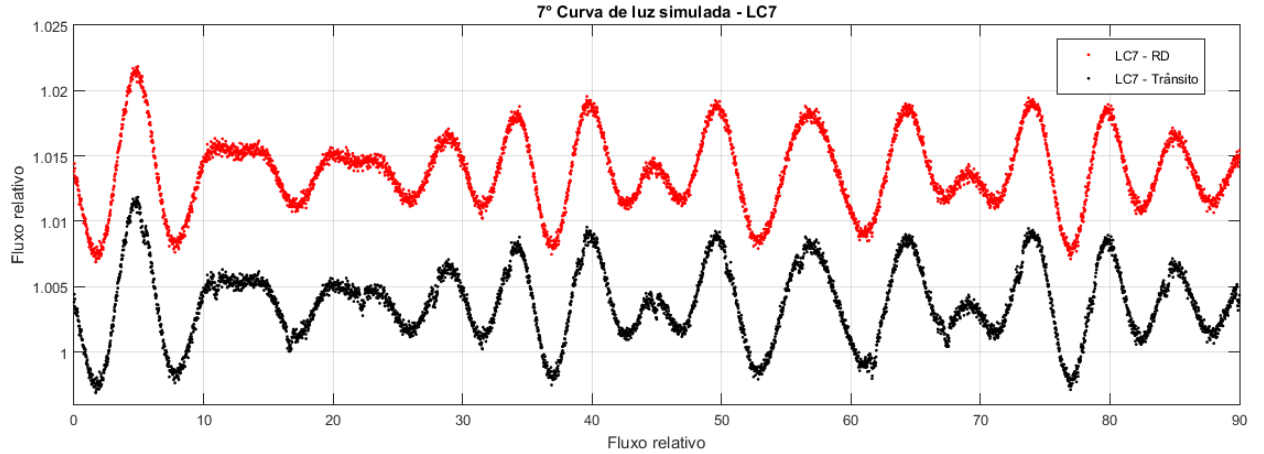


Figura 119: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC7 com RD (parte superior) e a curva LC7 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.

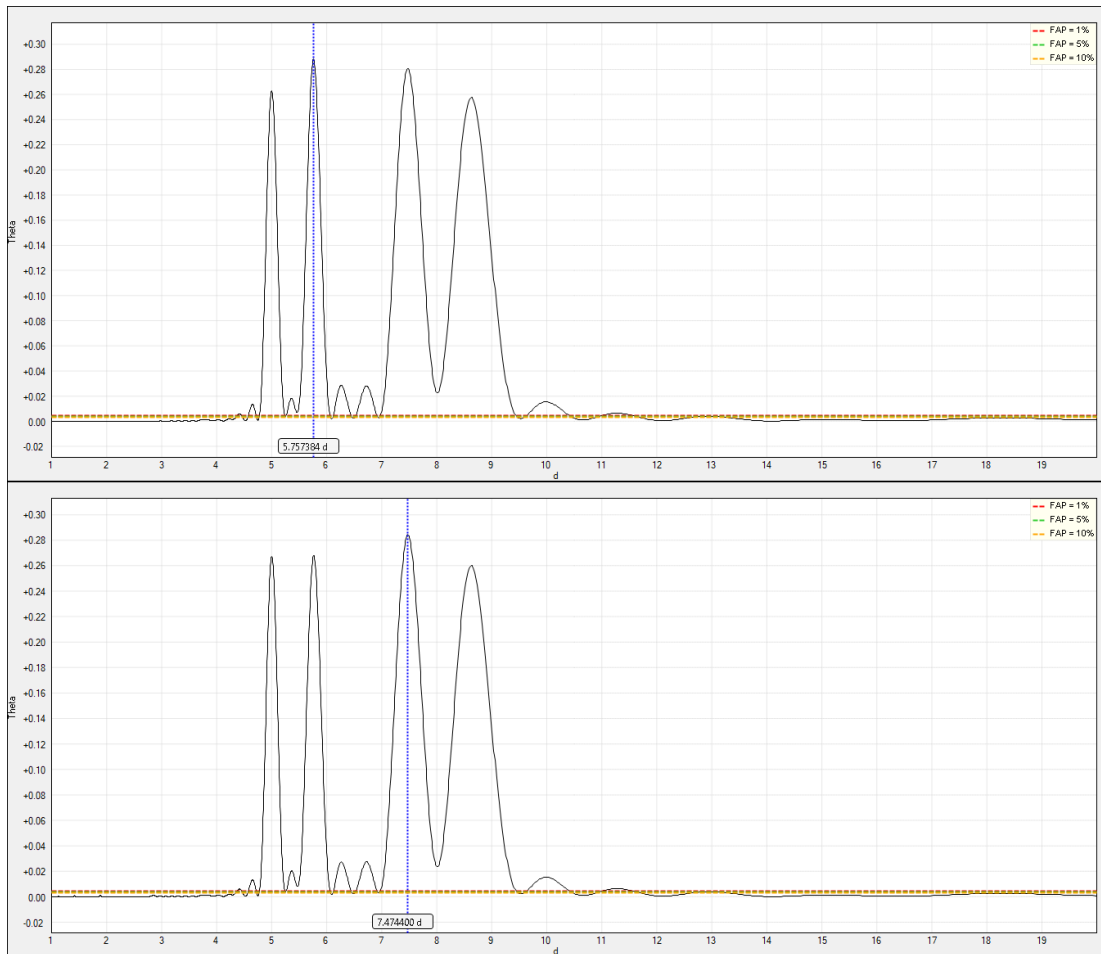
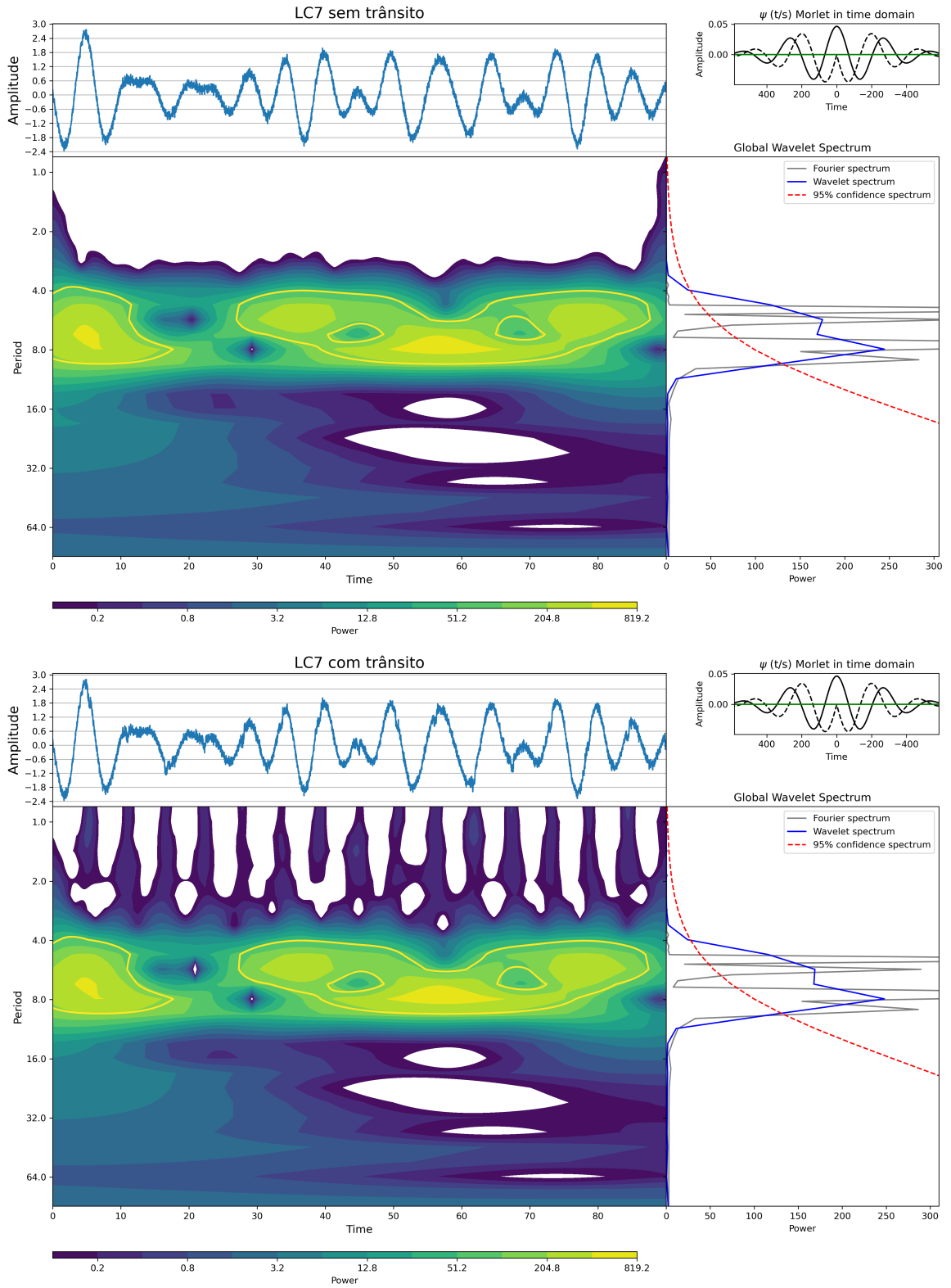
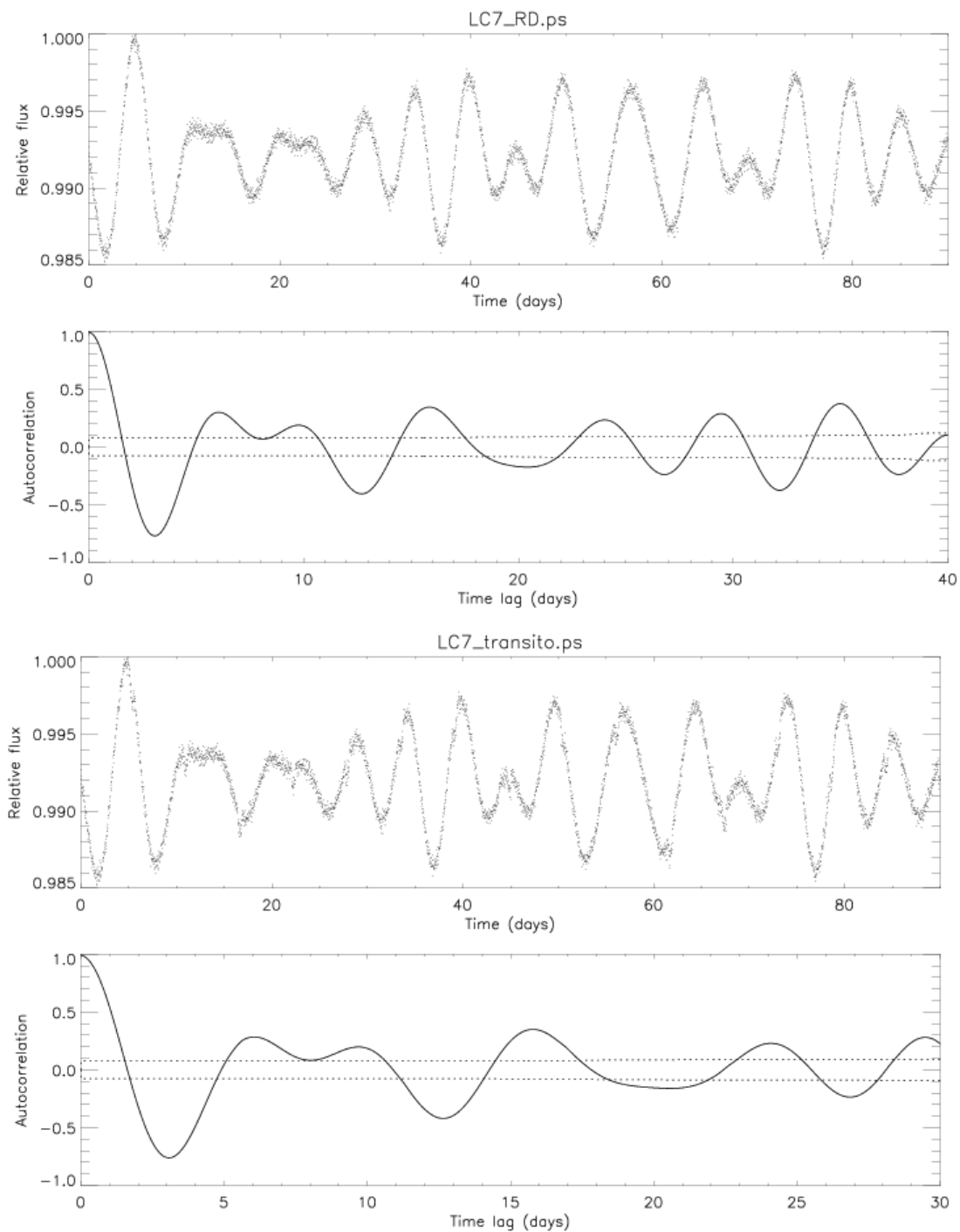


Figura 120: Análise *wavelet* da série temporal LC7 com RD (parte superior) e LC7 com trânsito (parte inferior).



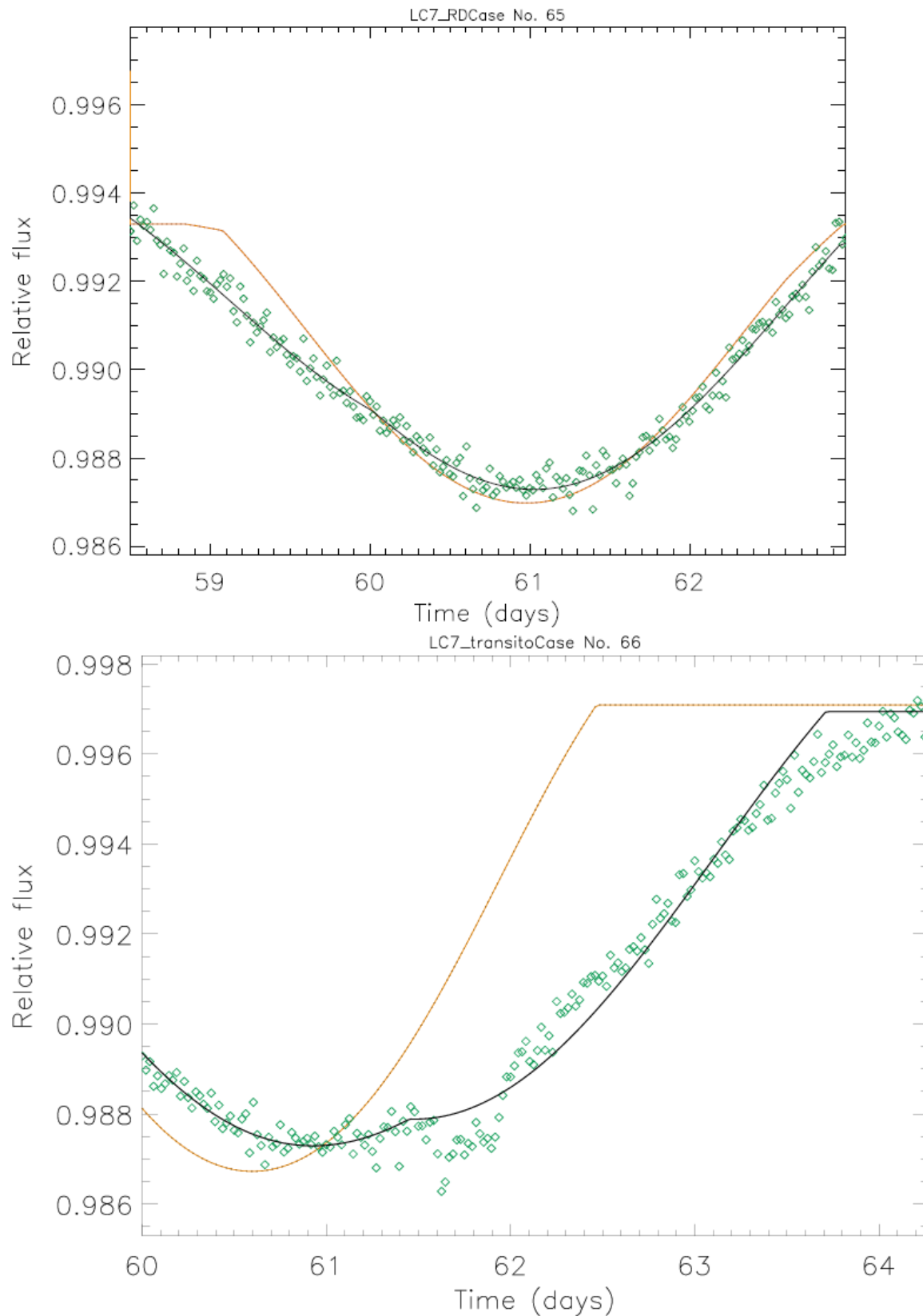
Fonte: Autor.

Figura 121: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC7 com RD (parte superior) e LC7 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



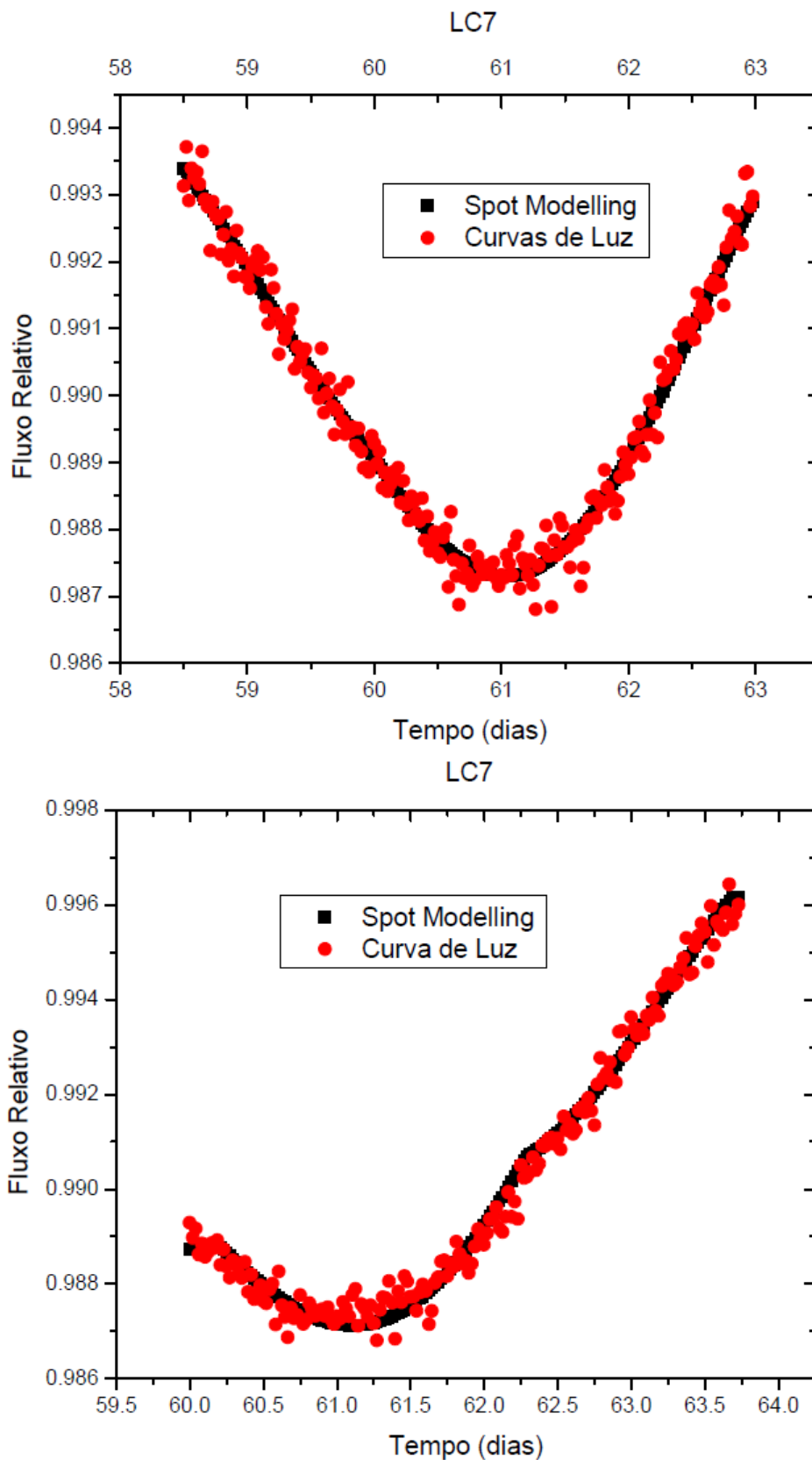
Fonte: Autor.

Figura 122: Na parte superior, temos o comprimento óptico de LC7-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento óptico de LC7-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



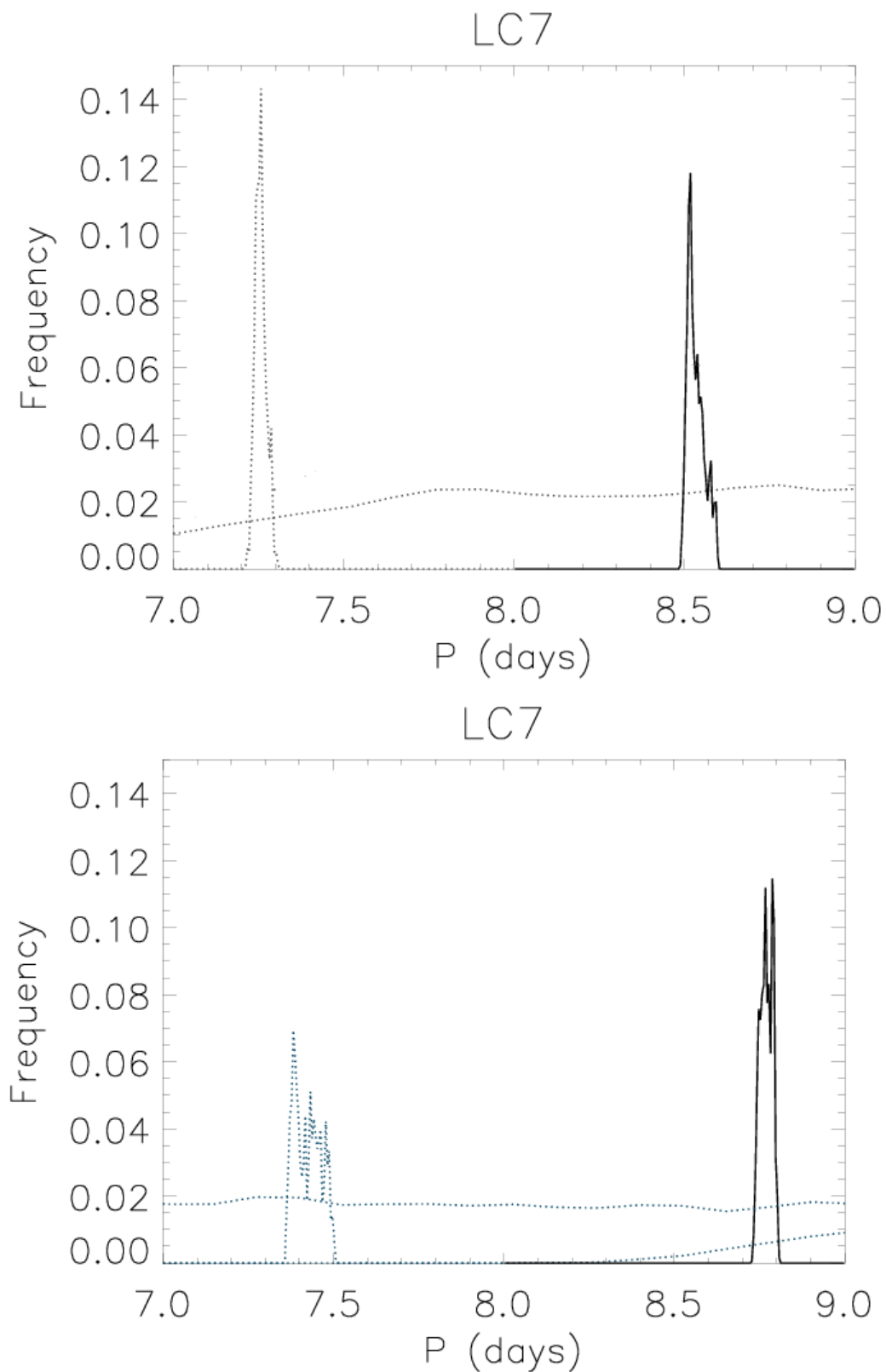
Fonte: Autor.

Figura 123: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC7-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para outro intervalo, a curva LC7-trânsito.



Fonte: Autor.

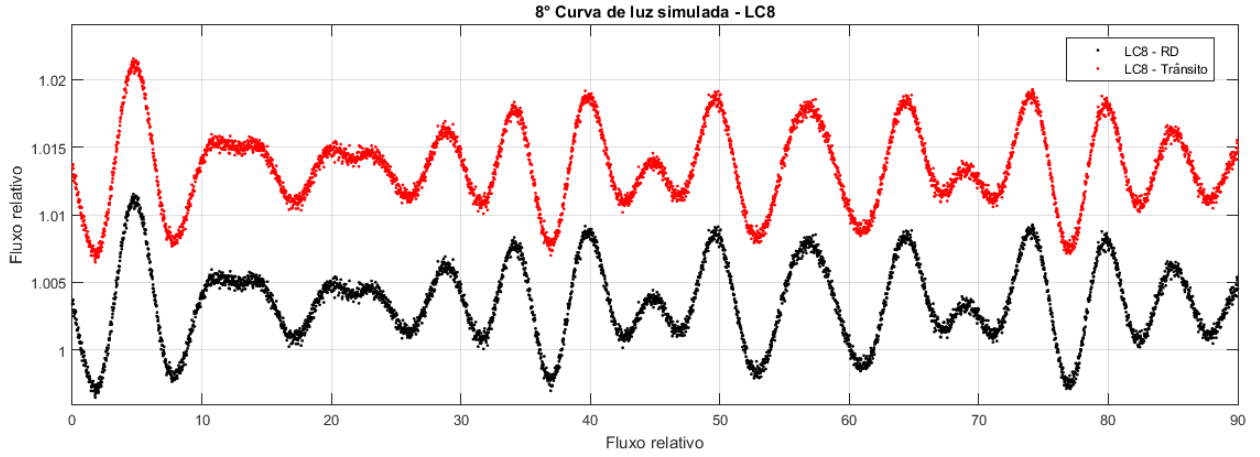
Figura 124: Análise MCMC das curvas simuladas LC7-RD e LC7-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

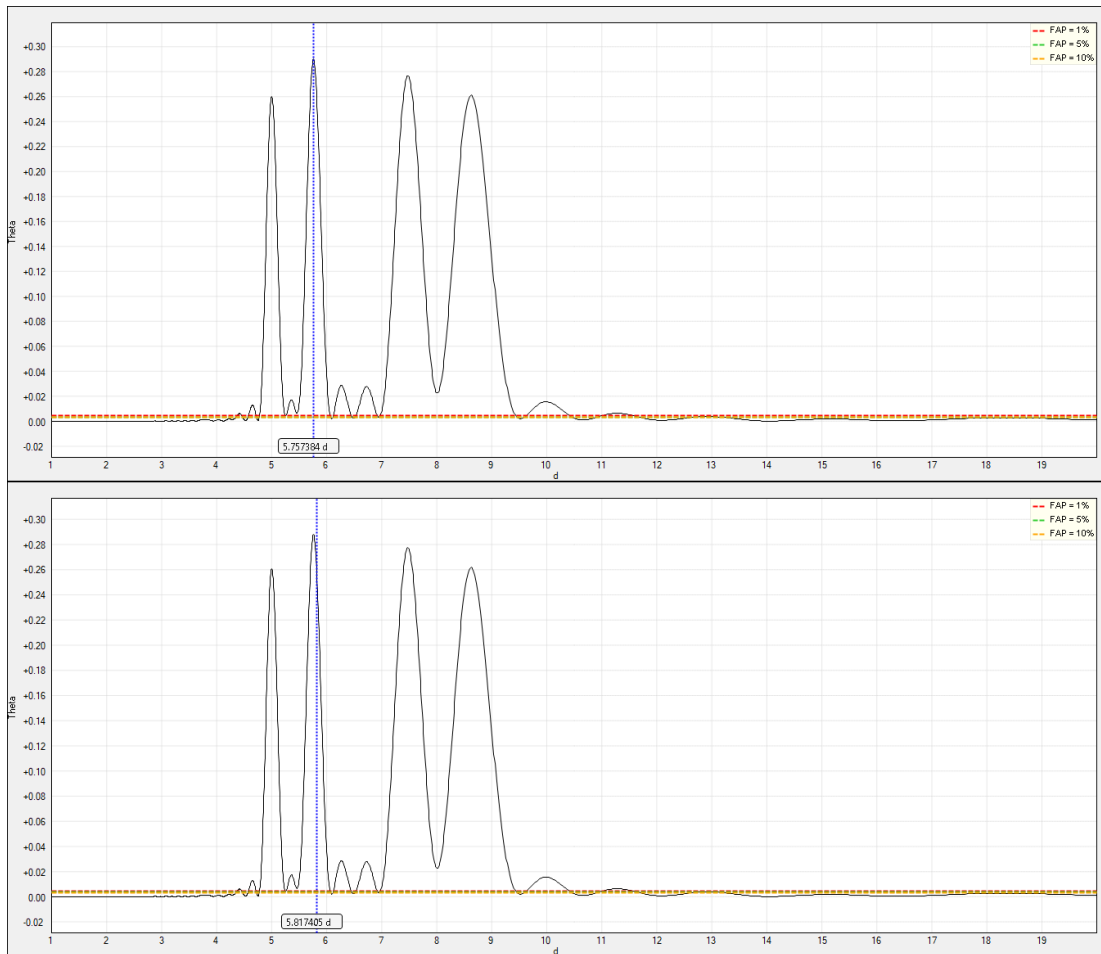
A.7 Curva de Luz Simulada LC8

Figura 125: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC8 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC8 acrescida do trânsito.



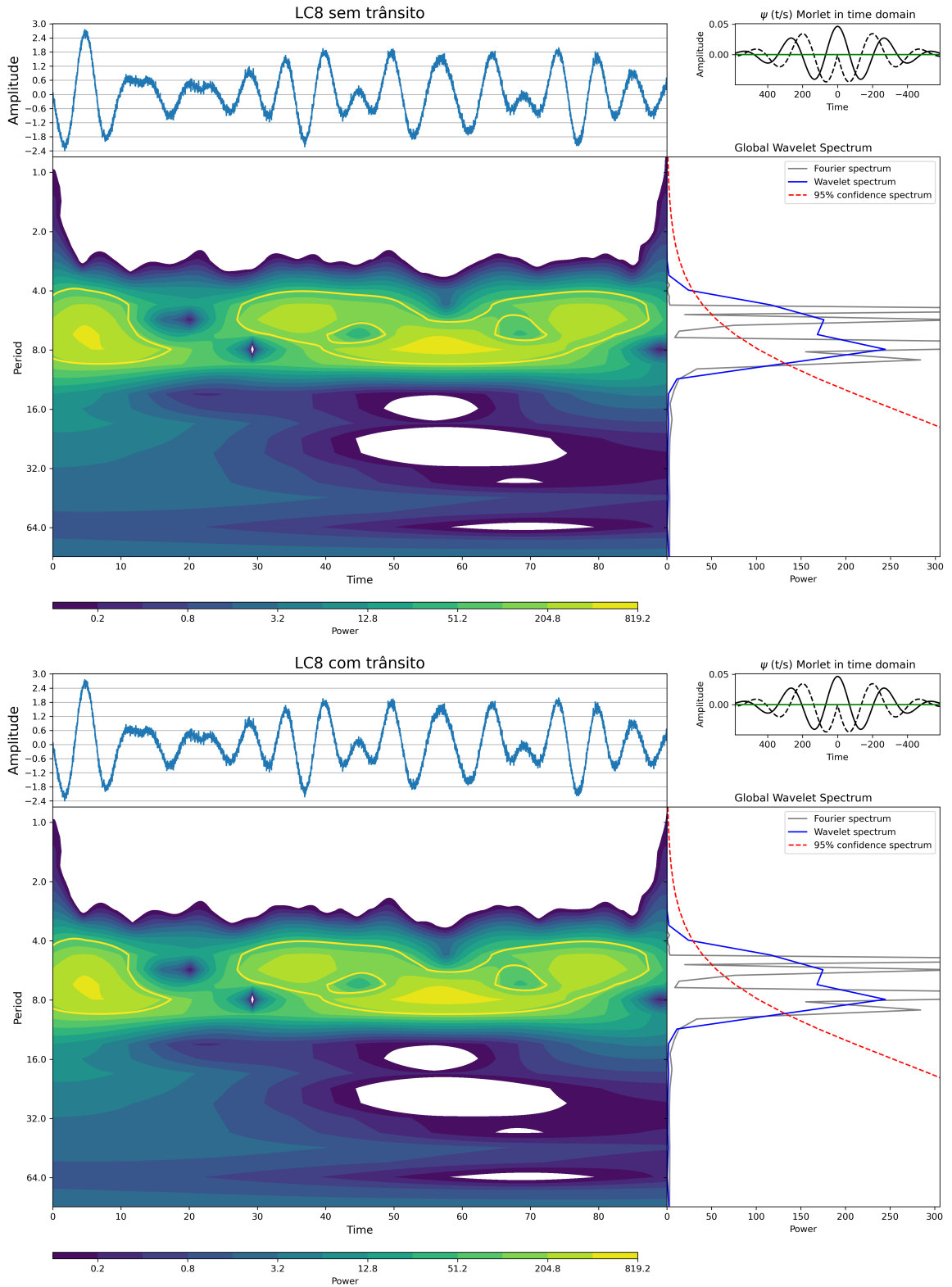
Fonte: Autor.

Figura 126: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC8 com RD (parte superior) e a curva LC8 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.



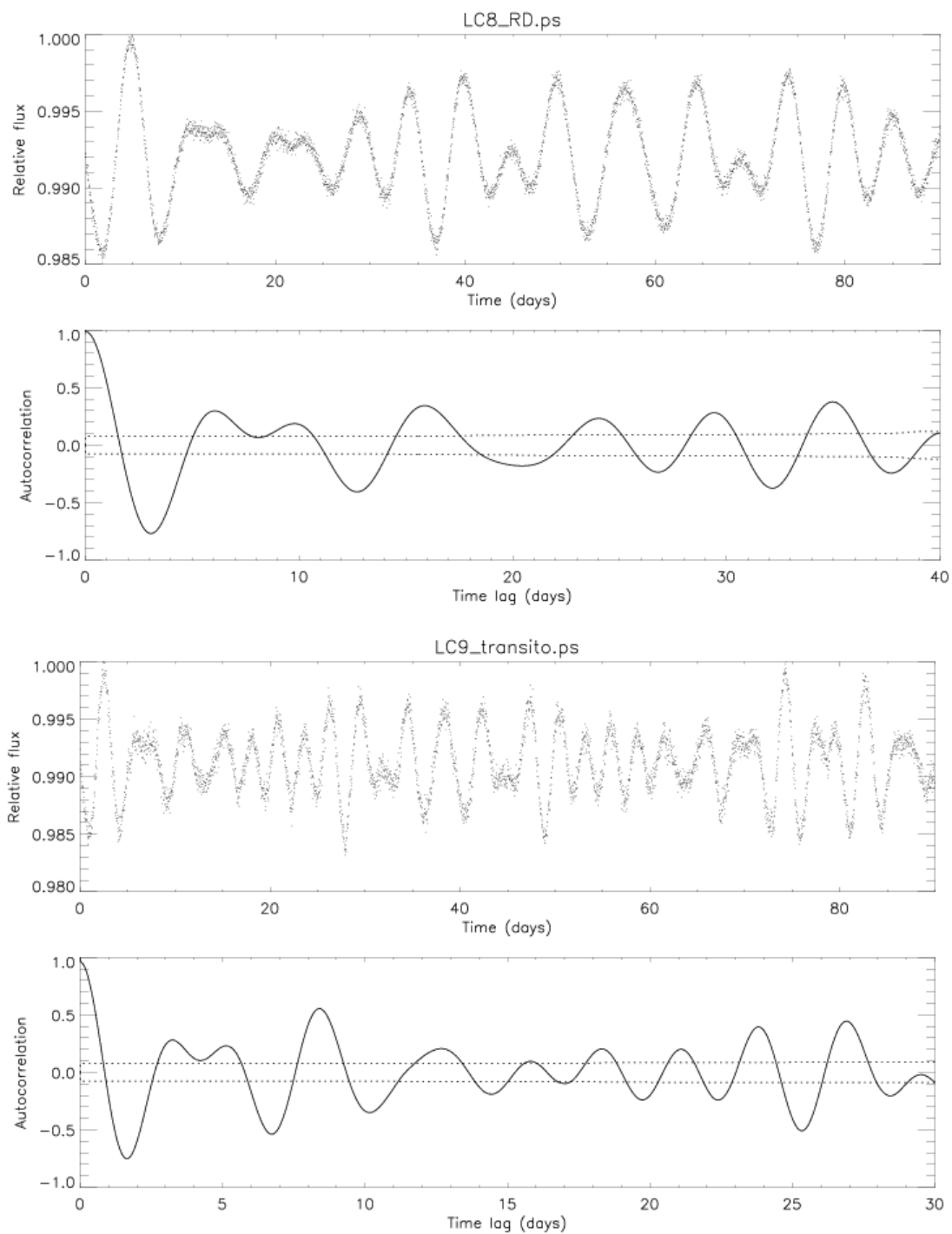
Fonte: Autor.

Figura 127: Análise *wavelet* da série temporal LC8 com RD (parte superior) e LC8 com trânsito (parte inferior).



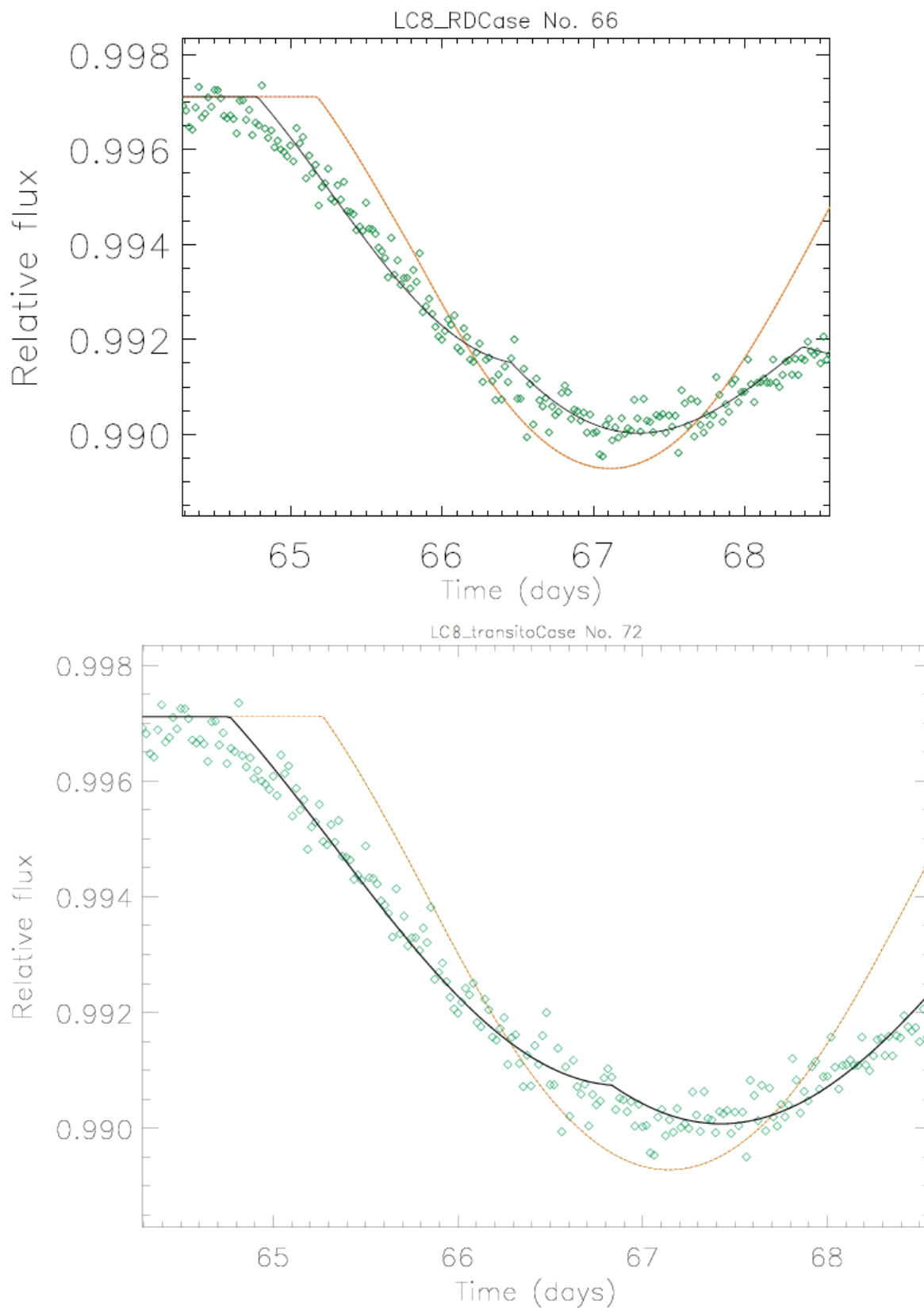
Fonte: Autor.

Figura 128: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC8 com RD (parte superior) e LC8 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação tem um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



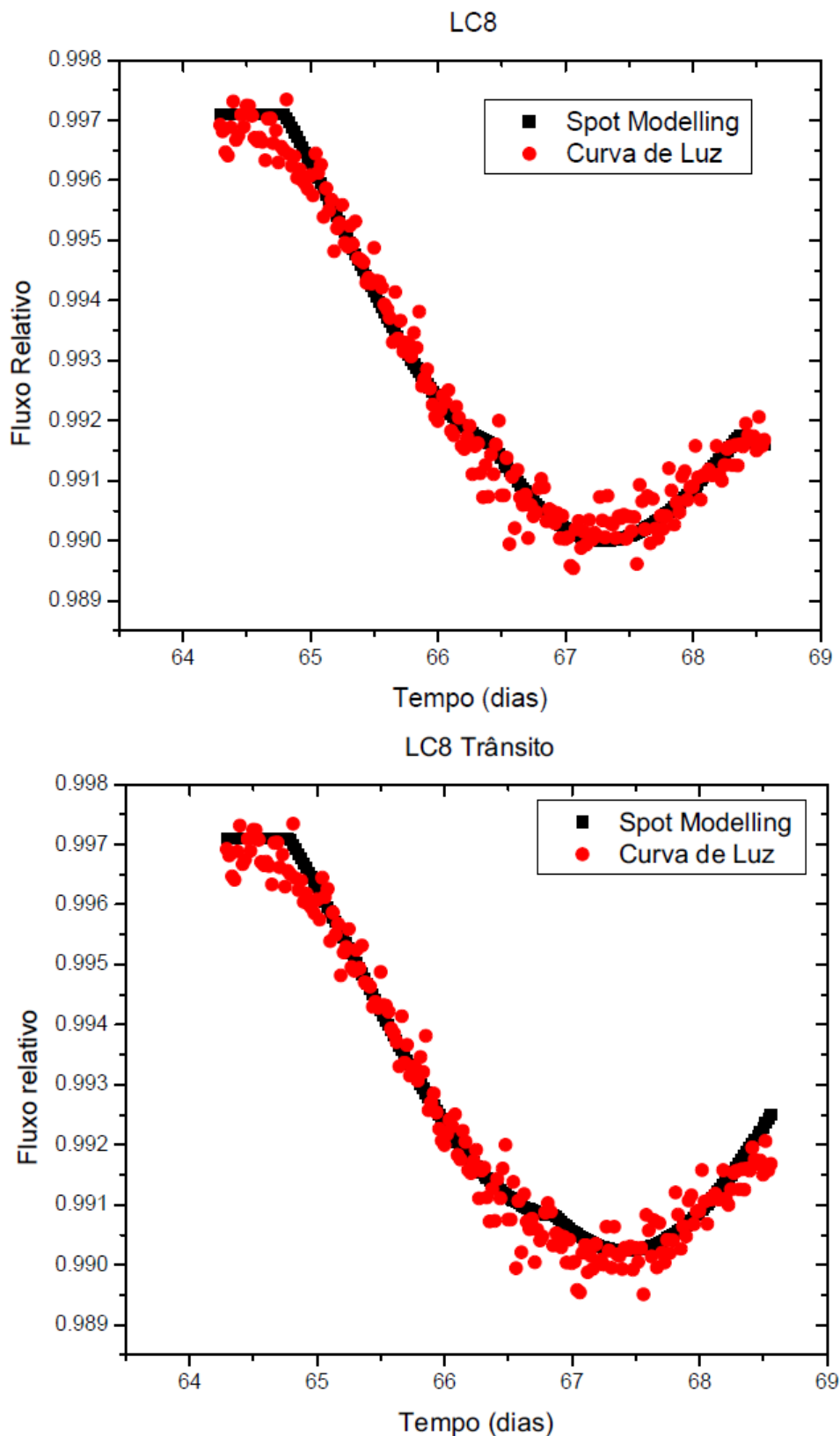
Fonte: Autor.

Figura 129: Na parte superior, temos o comprimento óptico de LC8-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento óptico de LC8-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



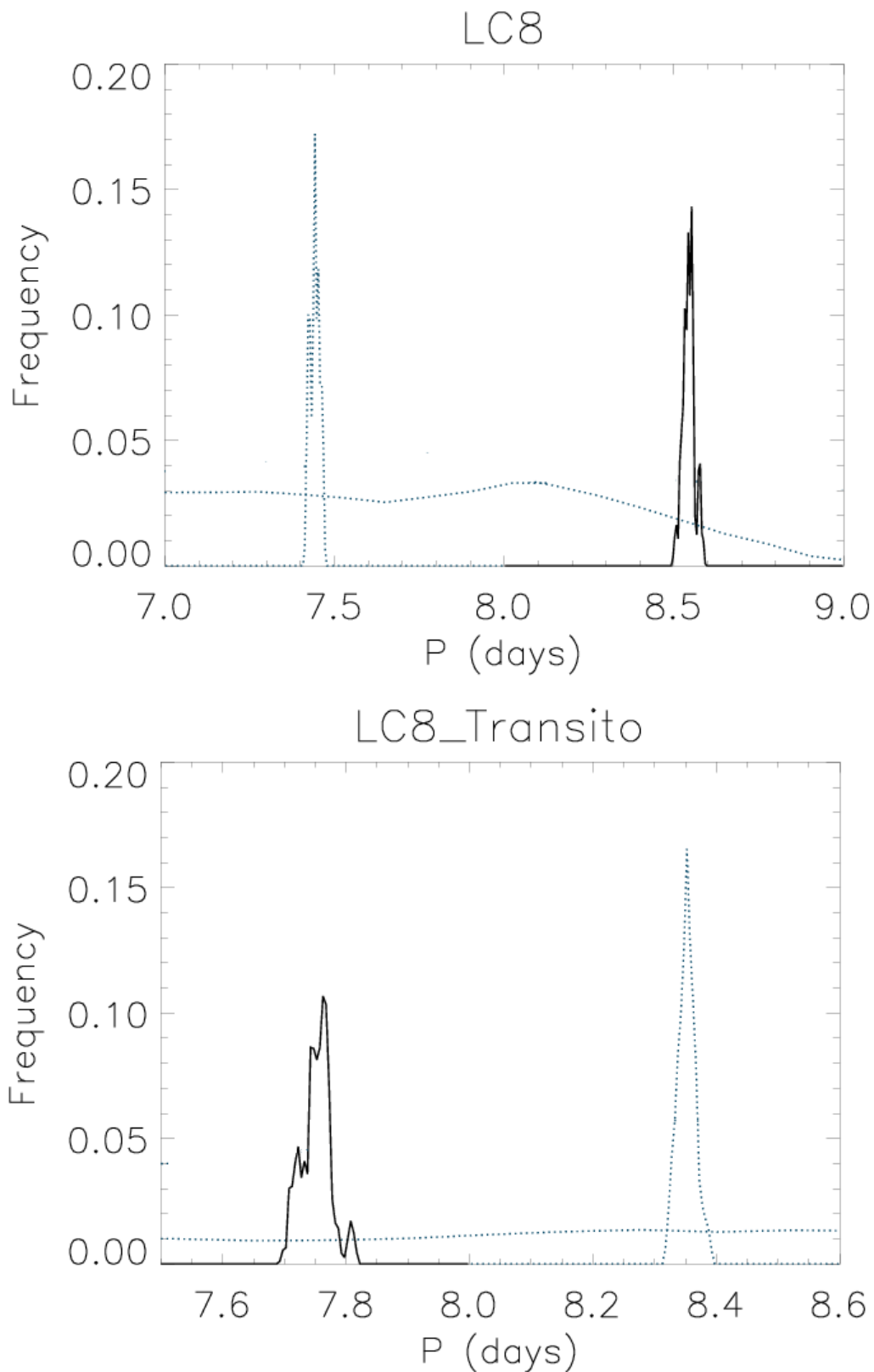
Fonte: Autor.

Figura 130: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC8-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para o mesmo intervalo, a curva LC8-trânsito.



Fonte: Autor.

Figura 131: Análise MCMC das curvas simuladas LC8-RD e LC8-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

A.8 Curva de Luz Simulada LC9

Figura 132: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC9 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC9 acrescida do trânsito.

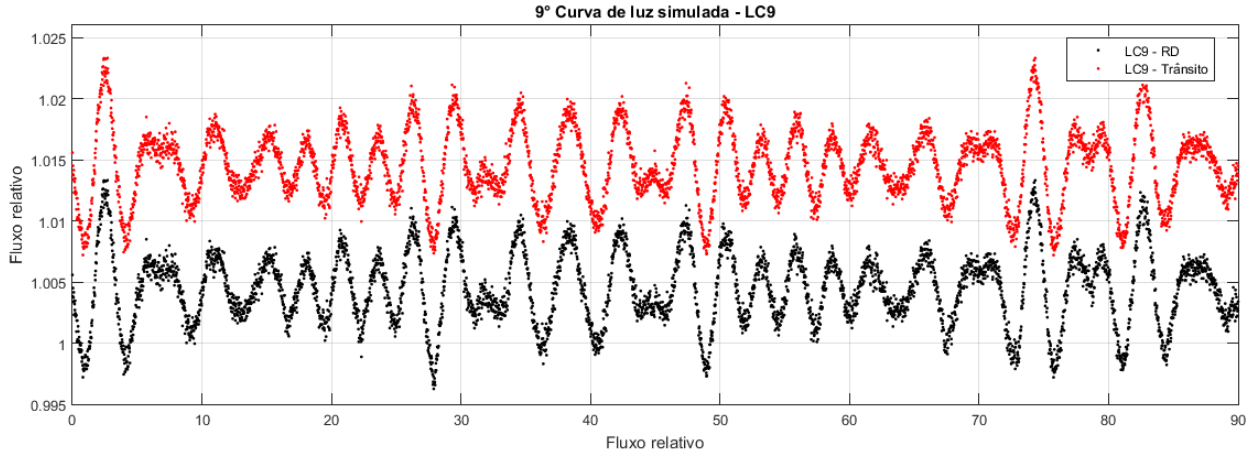


Figura 133: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC9 com RD (parte superior) e a curva LC9 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.

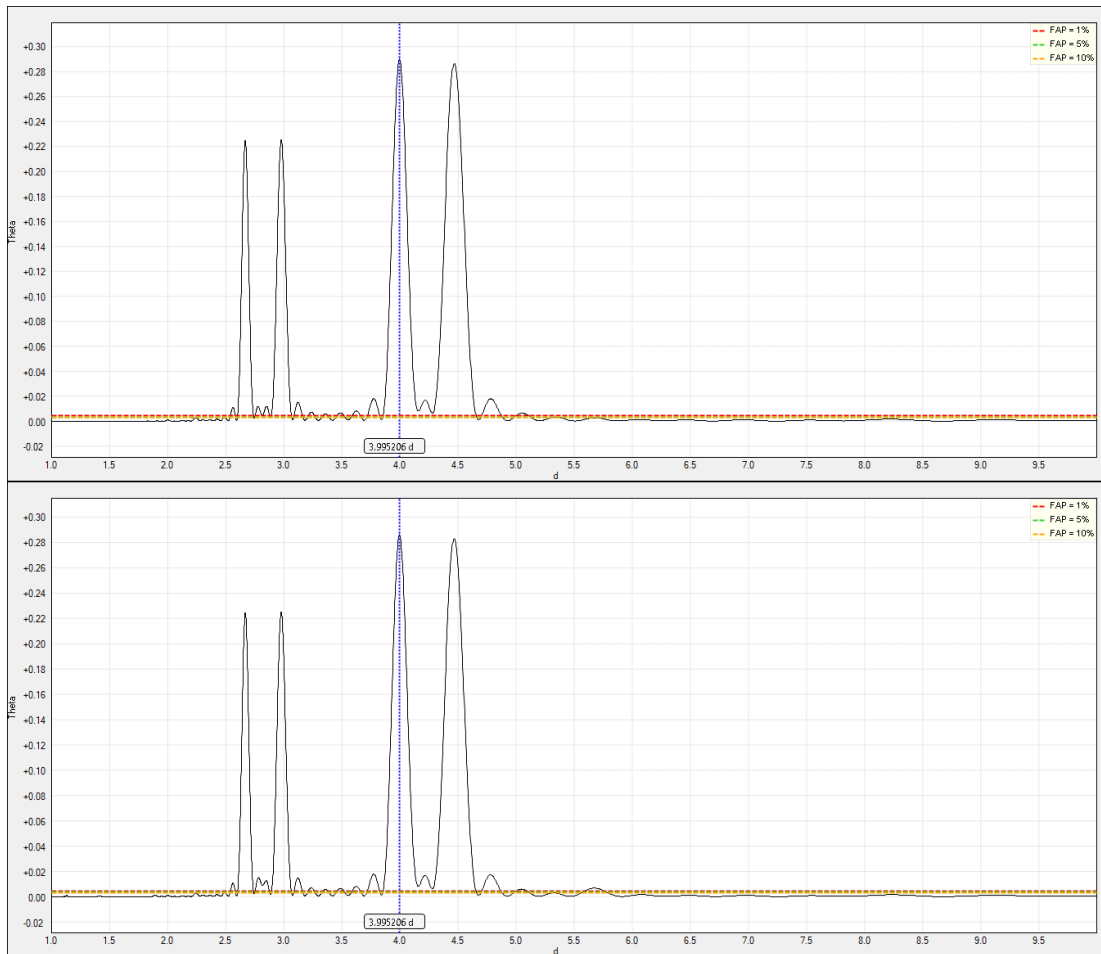
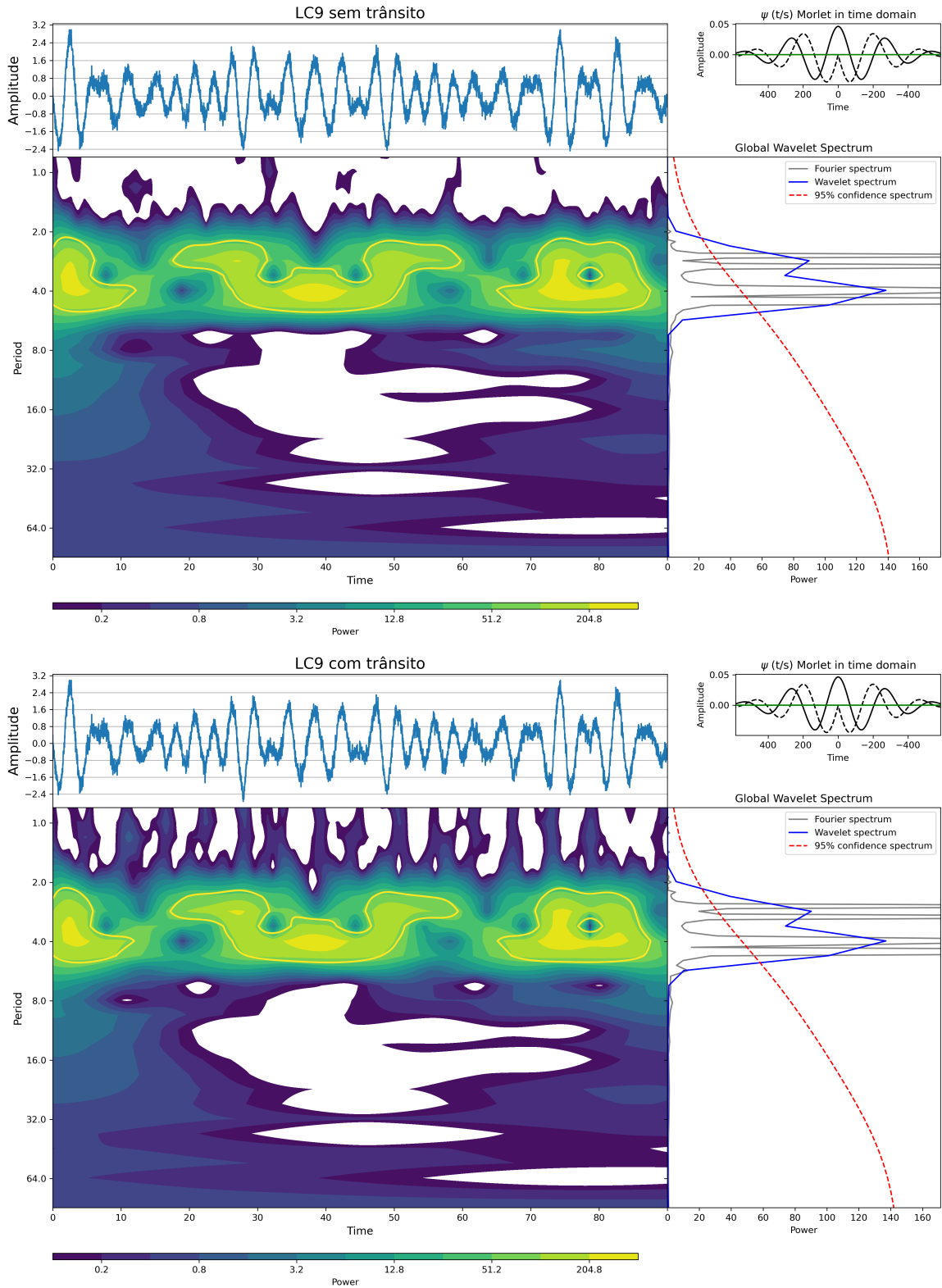
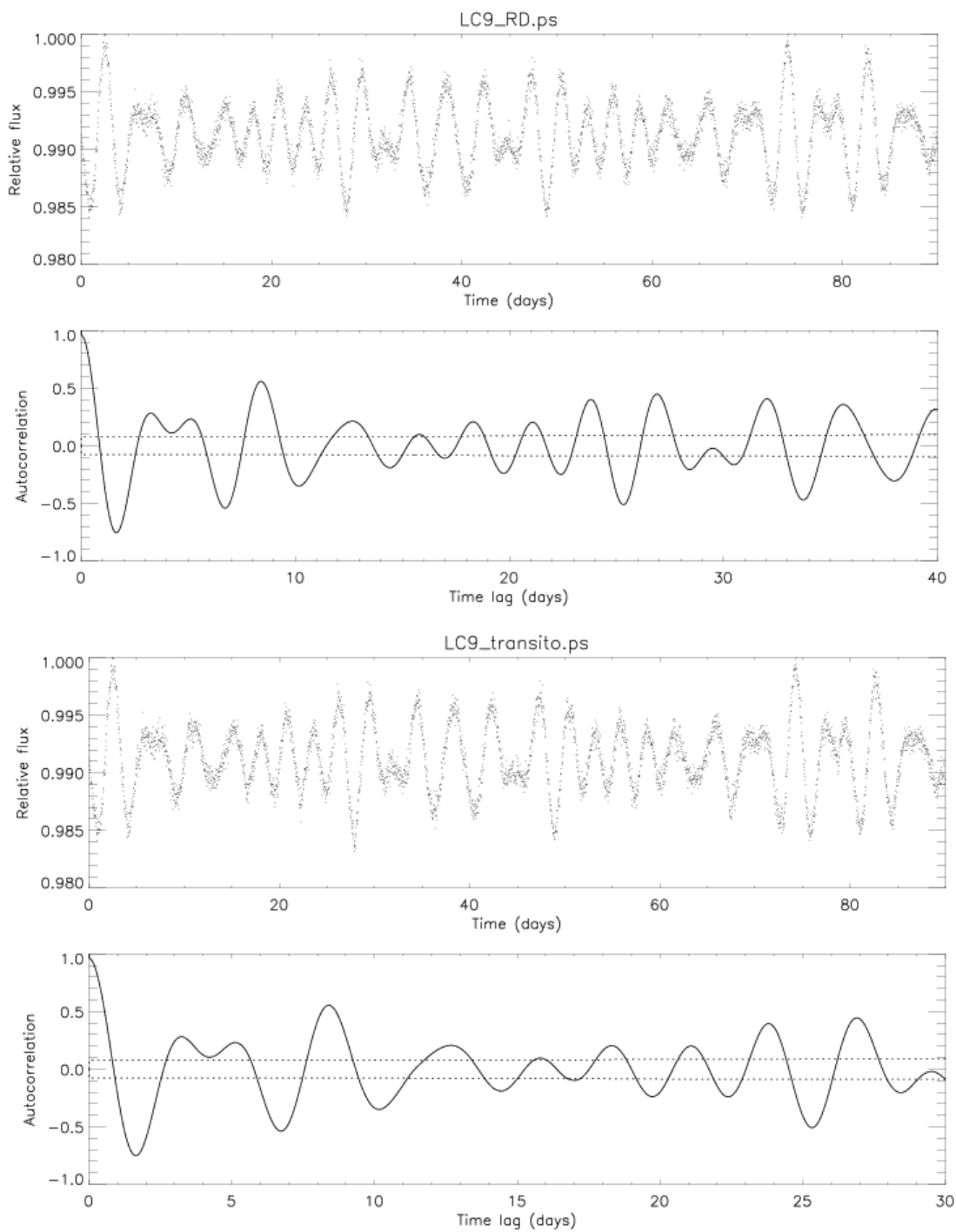


Figura 134: Análise *wavelet* da série temporal LC9 com RD (parte superior) e LC9 com trânsito (parte inferior).



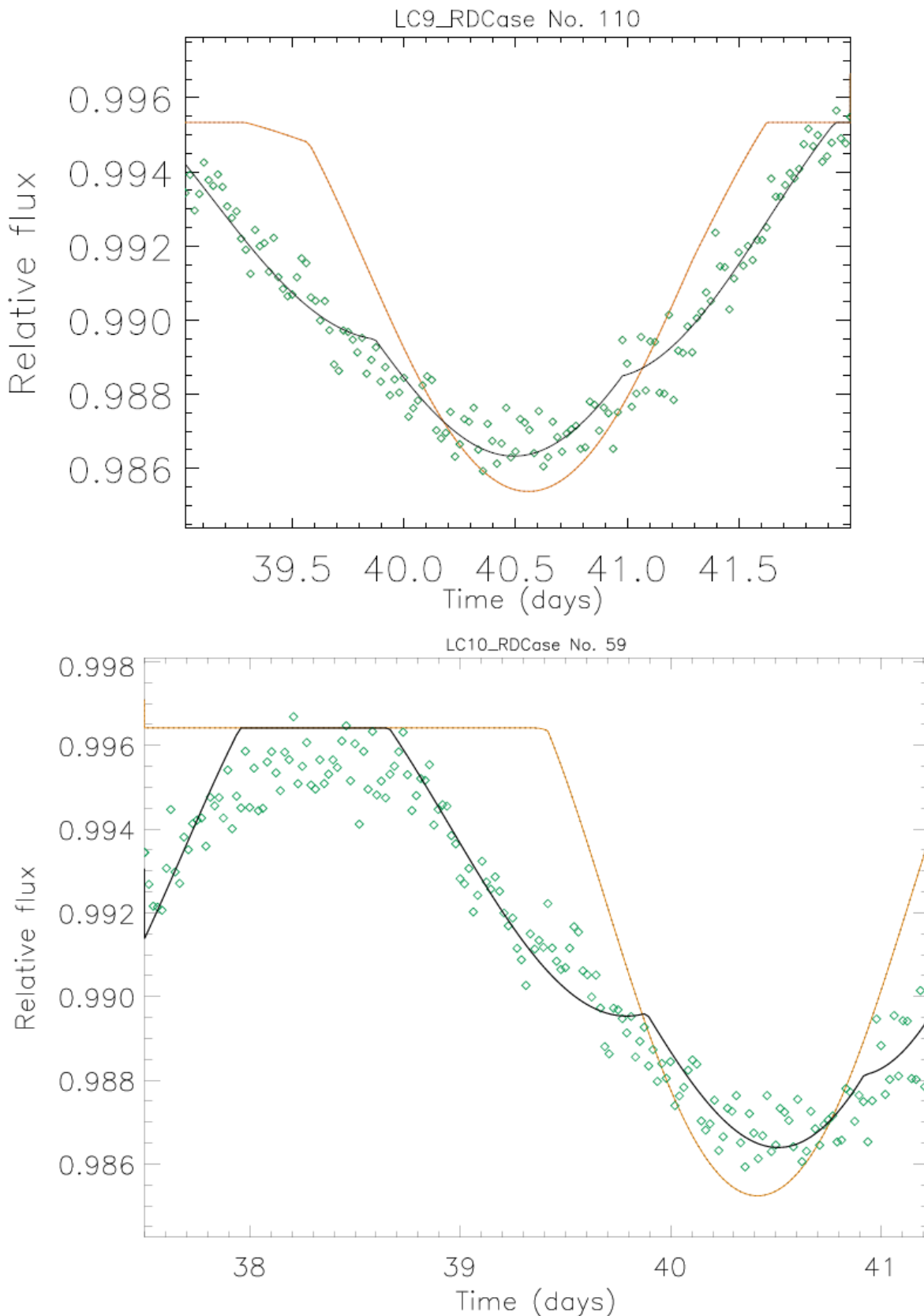
Fonte: Autor.

Figura 135: Função de autocorrelação aplicada às curvas de luz LC9 com RD (parte superior) e LC9 com trânsito (parte inferior). Aparentemente, o perfil é muito ruim, mas se observamos que no primeiro pico existe um mergulho e que os demais picos da função de autocorrelação têm um decaimento gradativo, isso pode indicar uma certa coerência do sinal fotométrico.



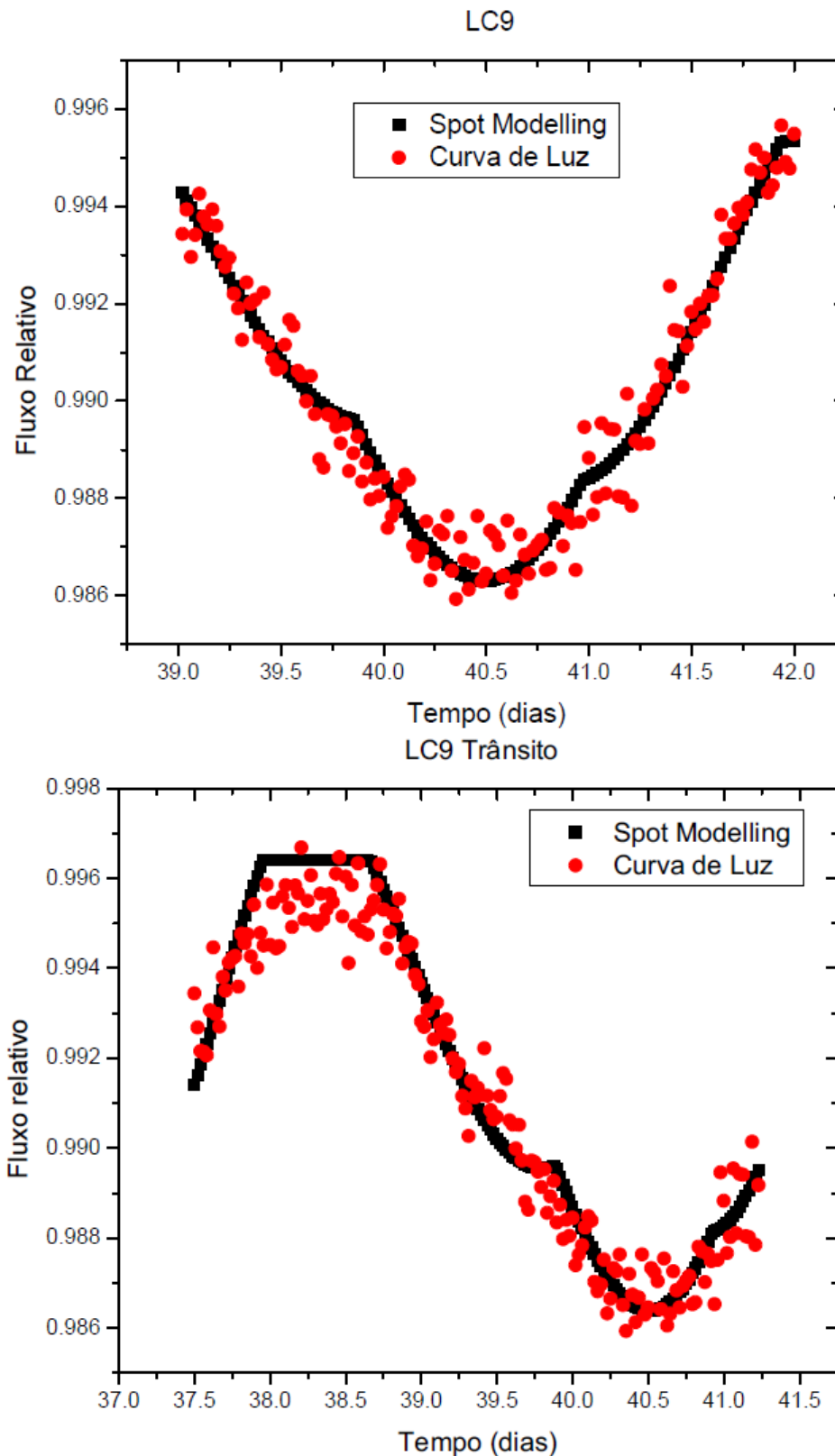
Fonte: Autor.

Figura 136: Na parte superior, temos o comprimento ótico de LC9-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento ótico de LC9-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



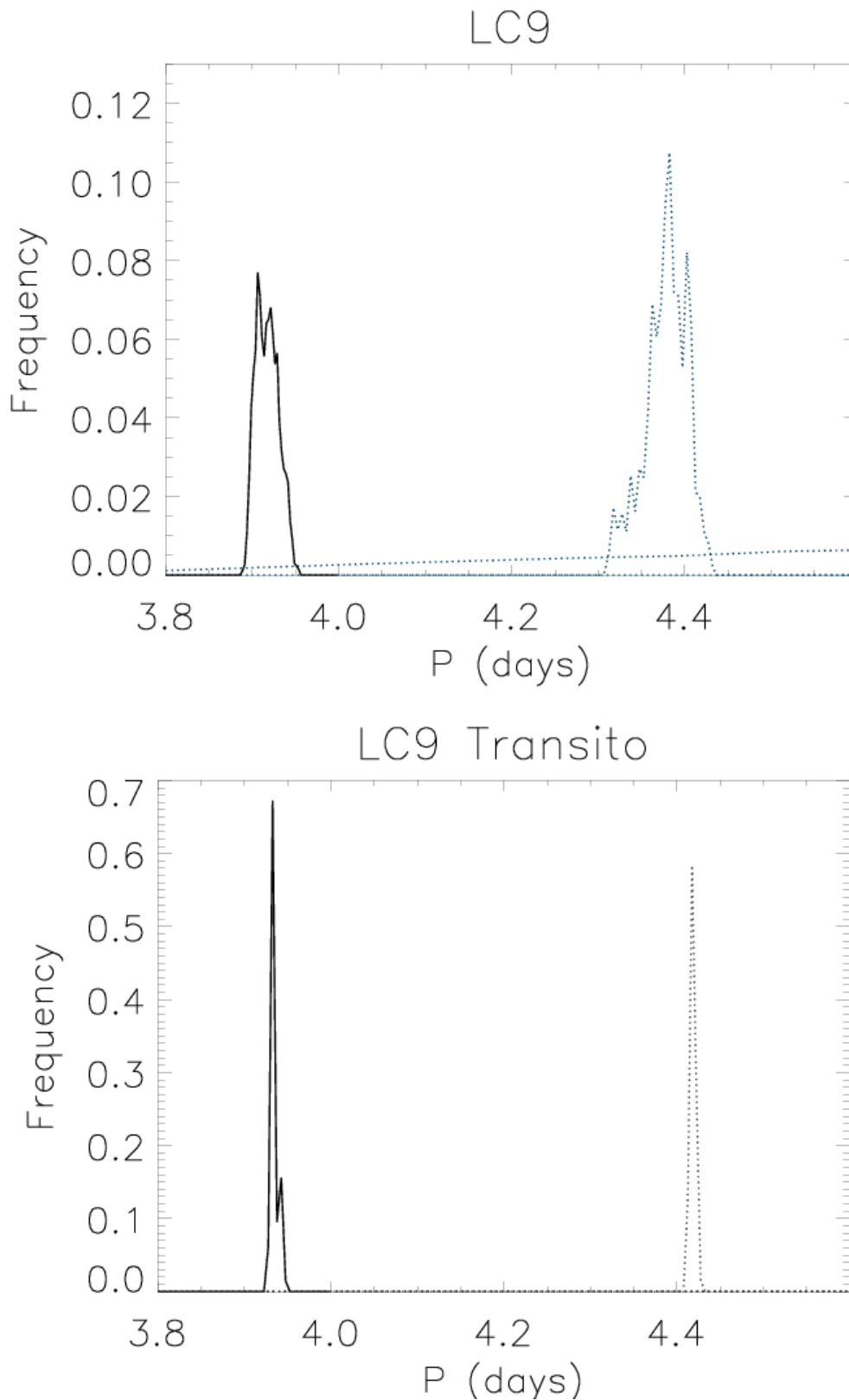
Fonte: Autor.

Figura 137: Na parte superior da figura, temos o melhor ajuste do nosso modelo de duas manchas via análise MCMC (quadrados pretos) aplicado ao intervalo ΔT escolhido da curva LC9-RD (círculos vermelhos). Já na parte inferior, temos, para outro intervalo, a curva LC9-trânsito.



Fonte: Autor.

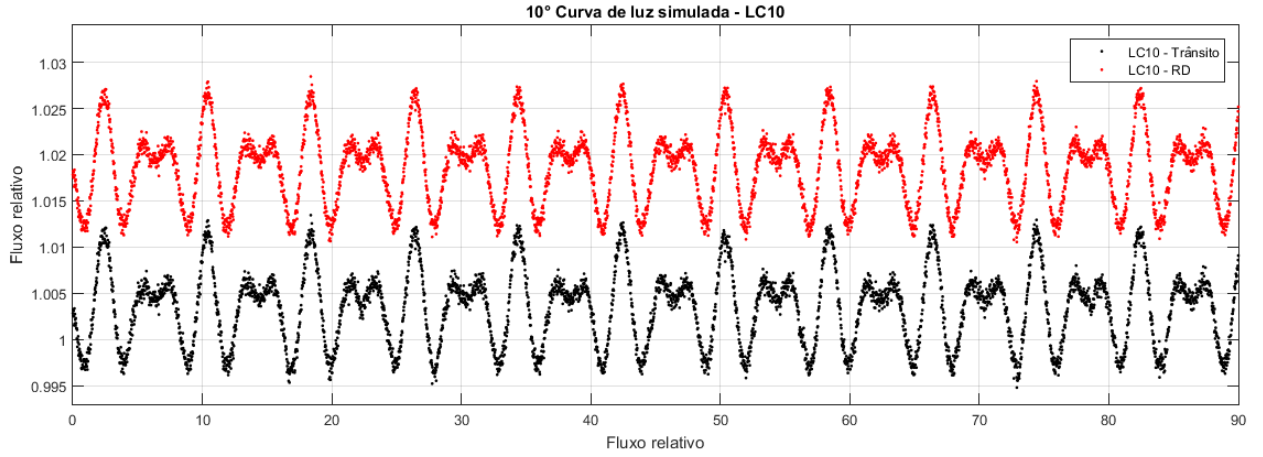
Figura 138: Análise MCMC das curvas simuladas LC9-RD e LC9-trânsito, em que temos o período de rotação da primeira mancha (linha sólida) e o período para a segunda mancha (linha pontilhada).



Fonte: Autor.

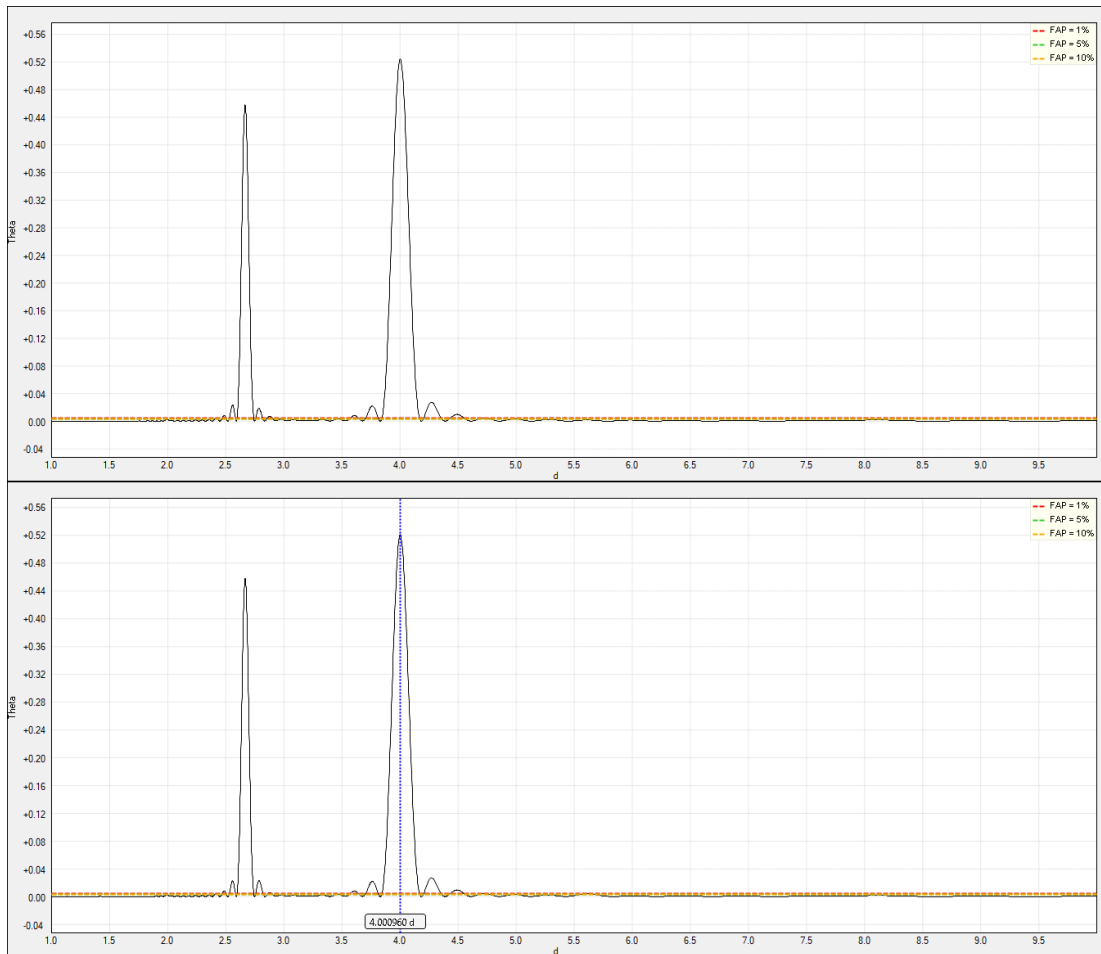
A.9 Curva de Luz Simulada LC10

Figura 139: Em vermelho, temos a curva de luz simulada LC10 com rotação diferencial. Em preto, temos a curva de luz simulada LC10 acrescida do trânsito.



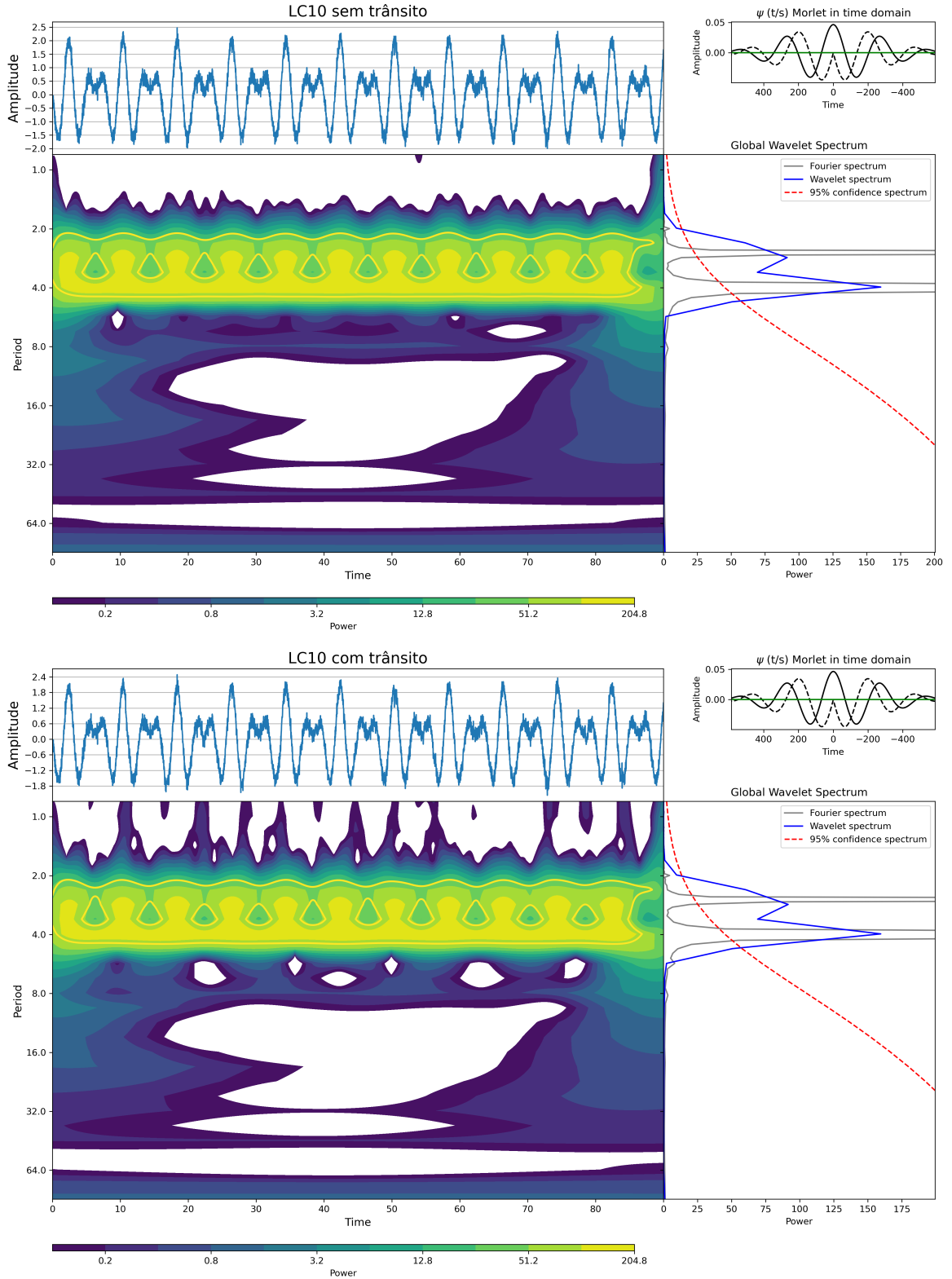
Fonte: Autor.

Figura 140: Períodograma Lomb-Scargle Generalizado-GLS aplicado a curva de luz LC10 com RD (parte superior) e a curva LC10 com trânsito (parte inferior) na janela temporal entre 1 e 20 dias.



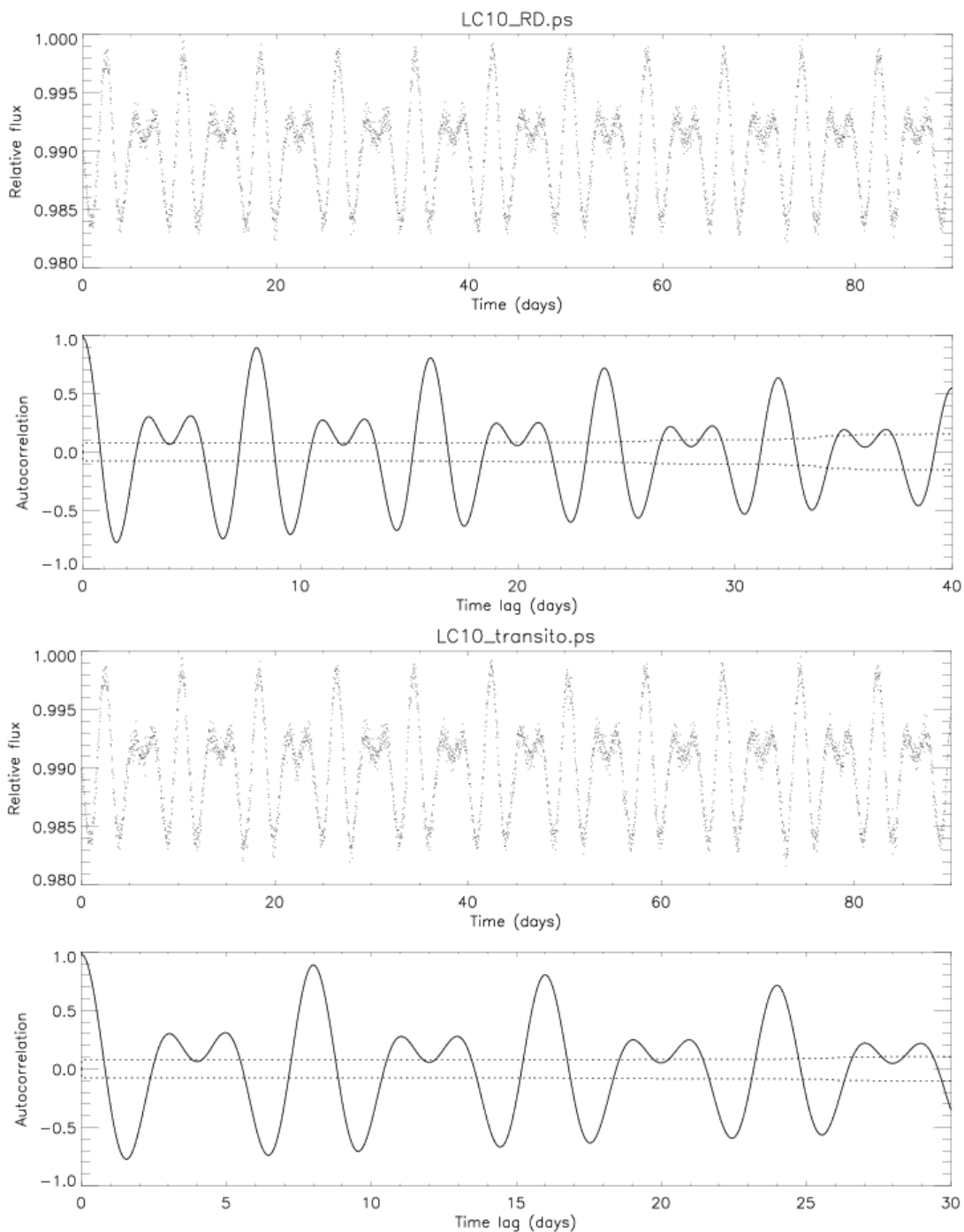
Fonte: Autor.

Figura 141: Análise *wavelet* da série temporal LC10 com RD (parte superior) e LC10 com trânsito (parte inferior).



Fonte: Autor.

Figura 142: Função de autocorrelação aplicada as curvas de luz LC10 com RD (parte superior) e LC10 com trânsito (parte inferior). Podemos notar que o perfil é muito ruim, praticamente imitando o próprio sinal, isso pode indicar a falta de coerência no sinal fotométrico.

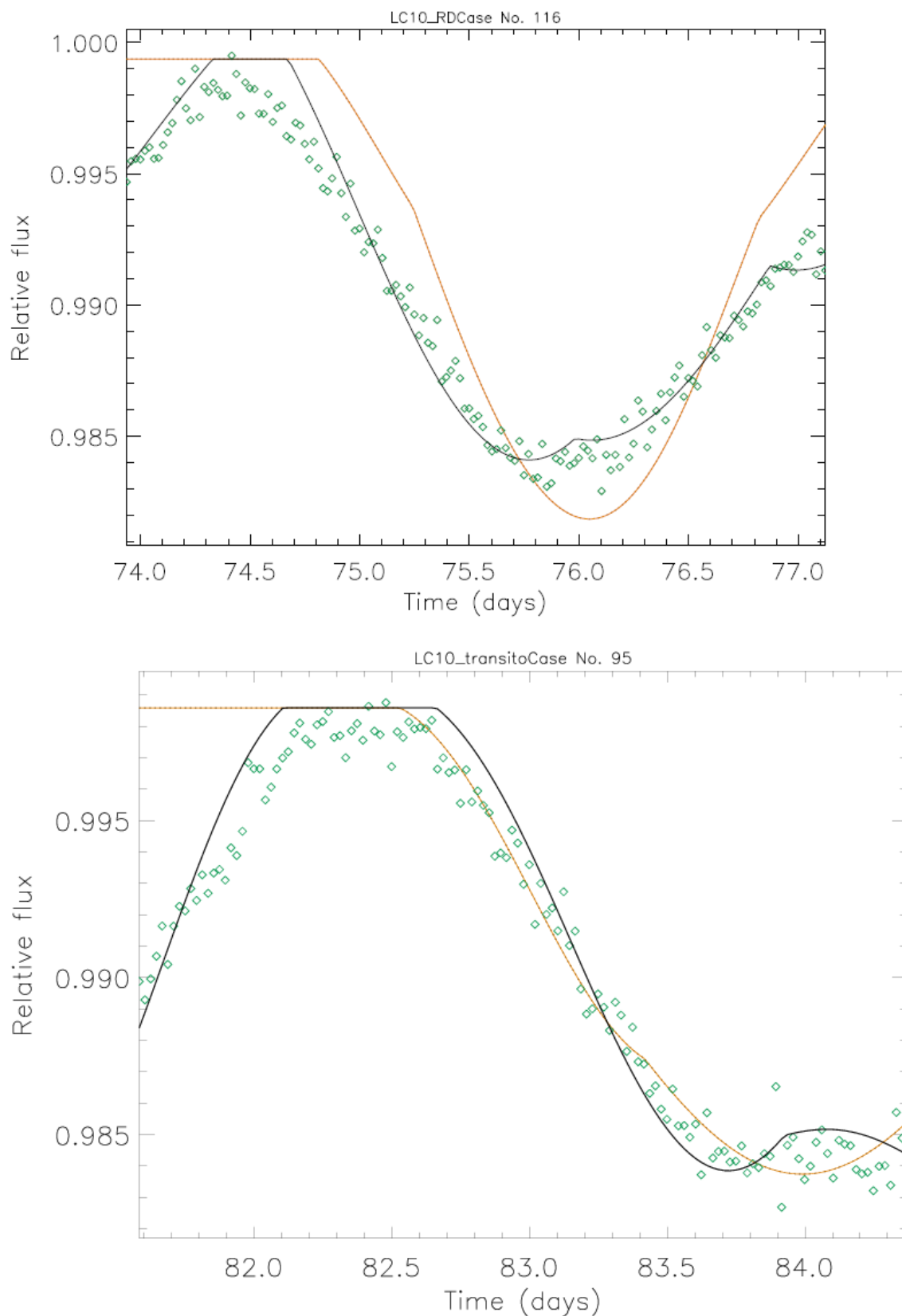


Fonte: Autor.

A.10 Considerações finais acerca da amostra presente no Apêndice

Para uma determinada parcela da amostra presente no Apêndice, existem características que precisam ser destacadas, mas que não mudam, de modo geral, os resultados alcançados nos Capítulo 8. Nesse contexto, nós não logramos êxito em extrair a amplitude de RD da série

Figura 143: Na parte superior, temos o comprimento óptico de LC10-RD (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja). Na parte inferior, temos o comprimento óptico de LC10-trânsito (losango aberto verde) com melhor ajuste obtido para rotação diferencial com nosso modelo de duas manchas (linha sólida preta) versus o melhor ajuste de rotação de corpo sólido (linha tracejada laranja).



Fonte: Autor.

simulada LC10, como pode ser verificado na análise do periodograma GLS presente na figura 140, em que podemos verificar dois grandes picos no espectro de potência que modulam a curva: o maior em torno de 4 dias e que acreditamos está relacionado com o período rotacional estelar e o segundo em torno de 2,6 dias e que acreditamos ser um sub-harmônicos do pico maior ($4,0/2,6 \simeq 1,5$).

Fazendo uma análise mais cuidadosa na curva de luz da figura 139, podemos observar que a modulação rotacional presente, sugere não haver RD e que a profundidade do trânsito é muito pequena e está dentro do próprio ruído astrofísico. A função de autocorrelação da figura 142 apresenta um perfil muito ruim, praticamente imitando o próprio sinal, isso pode indicar a falta de coerência no sinal fotométrico. Por fim, usamos a modelagem de manchas e escolhemos o melhor subintervalo como mostra a figura 143. Mesmo assim, devido à qualidade de ambos os ajustes, não foi possível inferir um valor de DR quando realizamos a análise MCMC, pois não conseguimos convergir a série para que todos os parâmetros tivessem valores de $R < 1,2$, mesmo diante de várias tentativas. Isso pode indicar que a presente curva simulada não apresenta rotação diferencial superficial ou sua amplitude relativa é muito pequena ($\Delta\Omega/\Omega \leq 1\%$), o que pode afetar os resultados e dificultar a convergência da série.

Os valores encontrados de RD das curvas de luz simuladas estão em ótimo acordo com os valores descritos na Tabela 3, resultado que pode ser visto comparando com a tabela 8 e a figura 82. De maneira geral, como afirma (de Freitas, B. D.; Stellar Team, 2024), a maioria das técnicas que se baseiam na análise de Fourier são insensíveis a planetas com razão $R_p/R_\odot < 0,3$. Assim, observando nossos resultados para as curvas simuladas com trânsito, o nosso método de modelagem de manchas também apresenta dificuldades para trânsitos de maior profundidade ($R_p/R_\odot > 0,3$), o que é natural, pois o código foi construído com parâmetros que não levam em conta tais trânsitos. Ainda ressaltamos, que os valores de RD inferidos via periodograma GLS estão bem mais próximos dos parâmetros do simulador, pois as curvas simuladas apresentam apenas duas manchas estáveis e que produziram picos destacados no espectro de potência. Mas, de um modo geral, o *blind test* foi importante para testamos alguns parâmetros (como o trânsitos na modelagem) e o observamos que nossos métodos conseguem recuperar a rotação diferencial dessas curvas.