



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
DOUTORADO EM RECURSOS HÍDRICOS

VICENTE DE CASTRO SANDERS NETO

**PROPOSIÇÃO DA EQUAÇÃO DO COEFICIENTE POLITRÓPICO E DO
COEFICIENTE DE ABERTURA DE VÁLVULA PARA A MODELAGEM
COMPUTACIONAL DO ESVAZIAMENTO DE CONDUTOS FORÇADOS**

FORTALEZA

2024

VICENTE DE CASTRO SANDERS NETO

PROPOSIÇÃO DA EQUAÇÃO DO COEFICIENTE POLITRÓPICO E DO COEFICIENTE DE
ABERTURA DE VÁLVULA PARA A MODELAGEM COMPUTACIONAL DO
ESVAZIAMENTO DE CONDUTOS FORÇADOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Civil. Área de Concentração: Recursos Hídricos.

Orientador: Prof. Marco Aurélio Holanda de Castro, Ph.D.

Coorientador: Prof. D.Sc. João Marcelo Costa Barbosa.

FORTALEZA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S198p

Sanders Neto, Vicente de Castro.

Proposição da equação do coeficiente politrópico e do coeficiente de abertura de válvula para a modelagem computacional do esvaziamento de condutos forçados / Vicente de Castro Sanders Neto. – 2024. 213 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Recursos Hídricos, Fortaleza, 2024.

Orientação: Prof. Dr. Marco Aurelio Holanda de Castro.

Coorientação: Prof. Dr. João Marcelo Costa Barbosa.

1. esvaziamento. 2. coeficiente politrópico. 3. lei de abertura de válvula. 4. ventosa. I. Título.

CDD 627

VICENTE DE CASTRO SANDERS NETO

PROPOSIÇÃO DA EQUAÇÃO DO COEFICIENTE POLITRÓPICO E DO COEFICIENTE
DE ABERTURA DE VÁLVULA PARA A MODELAGEM COMPUTACIONAL DO
ESVAZIAMENTO DE CONDUTOS FORÇADOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Civil. Área de Concentração: Recursos Hídricos.

Aprovada em: __/__/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marco Aurélio Holanda de Castro, Ph.D. (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. D.Sc. João Marcelo Costa Barbosa (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. D.Sc. Paulo Roberto Lacerda Tavares
Universidade Federal do Cariri (UFCA)

Prof. D.Sc. Luís Henrique Magalhães Costa
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Prof. D.Sc. Alexandre Kepler Soares
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. D. Sc. Alessandro de Araújo Bezerra
Universidade Federal do Piauí (UFPI)

Ao Projetista/Construtor/Gestor do Universo.

Aos meus pais, Helio e Socorro.

À Jéssica.

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho, em primeiro lugar, a Deus, Aquele que rege o universo e, em Sua infinita bondade, possibilitou meu ingresso no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos), além da cura das sequelas causadas pela COVID-19.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, expresse minha gratidão pelo auxílio financeiro com a disponibilização e manutenção da bolsa para o doutorado.

Ao Prof. Marco Aurélio Holanda de Castro, que me acolheu como orientando, expresse minha gratidão pela paciência, prontidão e por ter me ensinado o lado moderno e versátil da Ciência e da Engenharia. Como orientador, guiou-me sobre o propósito de um verdadeiro pesquisador, deixando-me o principal ensinamento: "... não complique...". Minha mais sincera gratidão.

Ao Prof. João Marcelo Barbosa Costa, muito obrigado pela coorientação e prontidão; sou grato pelo excepcional auxílio durante toda esta tese. Sua constante disponibilidade e incentivo foram fundamentais para avançar na programação em Java para o desenvolvimento dos nossos trabalhos científicos. A você, minha eterna gratidão.

Ao Prof. Vicente S. Fuertes Miquel que, durante sua passagem pelo Brasil, pessoalmente me concedeu a autorização da utilização dos seus estudos experimentais de seus artigos neste trabalho, com as devidas referências a ele e ao Prof. Oscar E. Coronado Hernández. Isto foi fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa e enriqueceu significativamente o meu trabalho.

Aos meus pais, José Hélio e Maria do Socorro, que me concederam o dom da vida, expresse minha profunda gratidão pela formação da nossa adorável família. Às minhas irmãs, Tatiana e Ticiane e ao seu marido desta, Luciano, agradeço por me acompanharem nesta longa jornada e por me presentear com sobrinhos maravilhosos: Sophie, Letícia, Eduardo e Laís.

Gostaria de expressar meu agradecimento ao presente que Deus me proporcionou, minha companheira Jéssica, que se tornou meu alicerce para suportar a exaustiva rotina acadêmica.

Ao grande amigo Luís Felipe Cândido, minha gratidão pelo apoio, compreensão e pelas palavras de incentivo que me impulsionaram na vida discente.

Ao corpo docente do PosDEHA, especialmente aos Professores Assis Filho, Iran Eduardo, José Capelo e Harry Schulz, agradeço o incentivo à produção acadêmica, apoio e

dedicação aos alunos durante as aulas do doutorado.

Ao meu parceiro de pesquisa e colega de turma, Bruno Araújo, amigo de todas as horas, que busca minúcia na informação para afirmar as coisas sem titubear, pragmático e um exemplo de superação. Que nossa parceria e amizade perdurem por anos.

Aos colegas do Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC), em especial ao grupo de estudo em Hidráulica Transiente: Lucas Florêncio, José Paulo, Lídio Campos e David Arruda. Sem esquecer Gilnário, Erlandson e Erivelton (ASTEFA), figuras carimbadas do laboratório. Obrigado a todos.

"Sobrevivência é a capacidade de nadar em águas estranhas... Temos de encontrar as correntes e os padrões nestas águas estranhas, se quisermos sobreviver."

(Duna, de Frank Herbert)

RESUMO

Este estudo visa analisar o processo termodinâmico adiabático no decorrer do escoamento de um conduto forçado, concomitantemente com a influência da abertura da válvula de jusante no processo. Estudos recentes propõem o uso do coeficiente politrópico como um valor fixo para gases em processos adiabáticos, porém isso pode levar a modelagens inadequadas. Com isso, propõe-se o desenvolvimento de equações para calcular o coeficiente politrópico, k , e o coeficiente de abertura de válvula, α , para melhorar a modelagem computacional do esvaziamento em condutos forçados usando o Modelo da Coluna Rígida de Água (RWCM). O estudo metodológico envolveu uma pesquisa bibliográfica para explorar a teoria do esvaziamento de tubulações, utilizando dados de pesquisas experimentais. Um conjunto de trabalhos de pesquisa experimental foi selecionado para análise, com o objetivo de aplicar suas soluções quantitativas na modelagem computacional. Nestes trabalhos, foram realizados 12 experimentos sem admissão de ar e 23 experimentos com admissão de ar, simulando uma ventosa para admissão de ar. Com base nos resultados desses experimentos, desenvolveu-se uma solução simplificada a partir do RWCM em condições de esvaziamento sem admissão de ar. Posteriormente, avaliou-se a hipótese de que o coeficiente politrópico é variável a partir dos valores de k para o ar atmosférico e do vapor de água (1,40 e 1,33). Desenvolveu-se um novo entendimento da lei de abertura de válvula, considerando-se um coeficiente, α , em função do passo de tempo computacional. As descobertas são apresentadas em três segmentos. Na primeira parte é feita a exposição dos gráficos que comparam o achado da solução simplificada com os dados de 12 experimentos sem admissão de ar, incluindo os resultados de três métodos numéricos para comparação. Na segunda parte dos resultados, realizou-se a calibração dos coeficientes k e α utilizando a metodologia desenvolvida, para cada um dos 35 experimentos analisados. Na terceira e última parte, desenvolveram-se as equações para a predição dos coeficientes k e α , gerando indicadores de desvio Nash-Sutcliffe acima de 0,90; sendo considerados bons resultados no que as equações se propõem. Tais resultados contribuem para um melhor entendimento do processo termodinâmico do bolsão de ar durante o esvaziamento da coluna de água, no que se refere à sensibilidade do coeficiente politrópico. Também, contribui cientificamente com a proposição do coeficiente de abertura de válvula para a modelagem o esvaziamento de condutos forçados.

Palavras-chave: esvaziamento; coeficiente politrópico; lei de abertura de válvula; ventosa.

ABSTRACT

This study aims to analyze the adiabatic thermodynamic process during the emptying of a forced conduit, concurrently with the influence of downstream valve opening in the process. Recent studies propose the use of the polytropic coefficient as a fixed value for gases in adiabatic processes, however, this can lead to inadequate modeling. Therefore, the development of equations to calculate the polytropic coefficient, k , and the valve opening coefficient, α , is proposed to improve the computational modeling of forced conduit emptying using the Rigid Water Column Model (RWCM). The methodological study involved a literature review to explore the theory of pipeline emptying, using data from experimental research. A set of experimental research works was selected for analysis, aiming to apply their quantitative solutions in computational modeling. In these works, 12 experiments without air admission and 23 experiments with air admission were conducted, simulating an air valve for air admission. Based on the results of these experiments, a simplified solution was developed from RWCM under emptying conditions without air admission. Subsequently, the hypothesis that the polytropic coefficient varies from the values of k for atmospheric air and water vapor (1,40 and 1,33) was evaluated. A new understanding of the valve opening law was developed, considering a coefficient, α , as a function of computational time step. The findings are presented in three segments. The first part presents graphs comparing the findings of the simplified solution with data from 12 experiments without air admission, including the results of three numerical methods for comparison. In the second part of the results, the calibration of coefficients k and α was performed using the developed methodology for each of the 35 analyzed experiments. In the third and final part, equations for predicting coefficients k and α were developed, generating Nash-Sutcliffe Error above 0,90; these are considered good results regarding the proposed equations. Such results contribute to a better understanding of the thermodynamic process of the air pocket during water column emptying, regarding the sensitivity of the polytropic coefficient. Also, it scientifically contributes to the proposal of the valve opening coefficient for modeling the emptying of forced conduits.

Keywords: emptying; polytropic coefficient; discharge valve opening law; air valve.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Histórico de publicações acerca do estudo de esvaziamento em condutos forçados	35
Gráfico 2 – Publicações por autor acerca do estudo de esvaziamento em condutos forçados	36
Gráfico 3 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E1	86
Gráfico 4 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E1	87
Gráfico 5 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos Numéricos - E4	88
Gráfico 6 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E4	89
Gráfico 7 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E7	90
Gráfico 8 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E7	91
Gráfico 9 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E10	92
Gráfico 10 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E10	93
Gráfico 11 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E1	96
Gráfico 12 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E1	96
Gráfico 13 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E1	97
Gráfico 14 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E4	98
Gráfico 15 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E4	99
Gráfico 16 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E4	99
Gráfico 17 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E7	100
Gráfico 18 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E7	101
Gráfico 19 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E7	102

Gráfico 20 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E10	103
Gráfico 21 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E10	103
Gráfico 22 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E10	104
Gráfico 23 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E13	106
Gráfico 24 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E13	107
Gráfico 25 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E13	107
Gráfico 26 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E16	108
Gráfico 27 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E16	109
Gráfico 28 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E16	110
Gráfico 29 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E20	111
Gráfico 30 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E20	111
Gráfico 31 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E20	112
Gráfico 32 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E23	113
Gráfico 33 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E23	113
Gráfico 34 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E23	114
Gráfico 35 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E25	116
Gráfico 36 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E25	117
Gráfico 37 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E25	117
Gráfico 38 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E28	118

Gráfico 39 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E28	119
Gráfico 40 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E28	120
Gráfico 41 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E31	121
Gráfico 42 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E31	121
Gráfico 43 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E31	122
Gráfico 44 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E34	123
Gráfico 45 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E34	123
Gráfico 46 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E34	124
Gráfico 47 – Compilado da otimização dos coeficientes k e α - E1 a E36	125
Gráfico 48 – Compilado da otimização dos coeficientes k e α com ajuste de R_v - E1 a E36	127
Gráfico 49 – Determinação da equação de k a partir do teorema dos Π	131
Gráfico 50 – Determinação da equação de α a partir do teorema dos Π	132
Gráfico 51 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E2	135
Gráfico 52 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E2	135
Gráfico 53 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E8	136
Gráfico 54 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E8	136
Gráfico 55 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E14	137
Gráfico 56 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E14	137
Gráfico 57 – Variação da carga de pressão Absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E20	138
Gráfico 58 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E20	138
Gráfico 59 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E26	139
Gráfico 60 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E26	139

Gráfico 61 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E32	140
Gráfico 62 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E32	140

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aglomerados de palavras-chave relacionadas a linhas de pesquisa	34
Figura 2 – Aglomerados de linhas de pesquisa definidas por artigos citados entre si . . .	35
Figura 3 – Diagrama dos modelos matemáticos 1D para regimes de vazão em condutos forçados	38
Figura 4 – Diagrama dos modelos matemáticos 1D para regimes de vazão em condutos forçados.	40
Figura 5 – Curvas características de válvulas de fechamento/abertura.	45
Figura 6 – Exemplo de ventosa de pequeno orifício	52
Figura 7 – Exemplo de ventosa de grande orifício	53
Figura 8 – Exemplo de ventosa de tríplice função	54
Figura 9 – Instalação de ventosas ao longo de sistemas de tubulação.	55
Figura 10 – Parâmetros básicos para o dimensionamento do tubo de descarga	60
Figura 11 – Parâmetros básicos para o dimensionamento do tubo de descarga	62
Figura 12 – Vista esquemática do modelo de esvaziamento de conduto forçado com extremidade fechada de montante e válvula de jusante	65
Figura 13 – Vista esquemática do modelo de esvaziamento de conduto forçado com ventosa de montante e válvula de jusante.	66

LISTA DE FLUXOGRAMAS

Fluxograma 1 – Estrutura e planejamento da tese	31
Fluxograma 2 – Procedimento metodológico no estudo do esvaziamento de condutos forçados	63
Fluxograma 3 – Calibração de k e α	79
Fluxograma 4 – Modelagem do RWCM	80
Fluxograma 5 – Rotina de variação dos valores de k e α	81
Fluxograma 6 – Etapas para modelagem do RWCM e otimização dos coeficientes k e α	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes politrópicos para diversos gases comuns a 300 K	49
Tabela 2 – Dados dos experimentos de esvaziamento realizados sem admissão de ar a montante	66
Tabela 3 – Dados dos experimentos de esvaziamento realizados com admissão de ar a montante	67
Tabela 4 – Indicadores dos resultados - E1	87
Tabela 5 – Indicadores dos resultados - E4	89
Tabela 6 – Indicadores dos resultados - E7	90
Tabela 7 – Indicadores dos resultados - E10	92
Tabela 8 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E1 a E12 . . .	95
Tabela 9 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E1	97
Tabela 10 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E4	100
Tabela 11 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E7	102
Tabela 12 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E10	104
Tabela 13 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E13 a E24 . .	105
Tabela 14 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E13	108
Tabela 15 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E16	110
Tabela 16 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E20	112
Tabela 17 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E23	114
Tabela 18 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E25 a E36 . .	115
Tabela 19 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E25	118
Tabela 20 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E28	120
Tabela 21 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E31	122
Tabela 22 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E34	124
Tabela 23 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α com ajuste de R_v - E1 a E36	126
Tabela 24 – Cálculo dos valores de Π e para a montagem dos gráficos	133
Tabela 25 – Indicadores dos resultados com os coeficientes k e α calculados - E1 a E36 .	134

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ID	unidimensional
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AWWA	<i>American Water Works Association</i>
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EWCM	<i>Elastic Water Column Model</i>
LAHC	Laboratório de Hidráulica Computacional
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MOC	<i>Method of Characteristics</i> - Método das Características
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
NSE	<i>Nash-Sutcliff Error</i> - Desvio Nash-Sutcliff
POO	Programação Orientada a Objetos
RE	<i>Relative Error</i> - Desvio Relativo
RHO	Reservatório Hidropneumático
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i> - Desvio Quadrático Médio
RWCM	<i>Rigid Water Column Model</i>
TAU	Tanque de Alimentação Unidirecional
UFC	Universidade Federal do Ceará
VAO	Válvula Antecipadora de Onda

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Celeridade [$L \cdot T^{-1}$]
A	Área da secção transversal de um conduto forçado [L^2]
A_{adm}	Área da secção nominal do orifício de admissão de ar da ventosa [L^2]
A_{exp}	Área da secção nominal do orifício de expulsão de ar da ventosa [L^2]
c_p	Calor Específico a pressão constante [$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$]
c_v	Calor Específico a volume constante [$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$]
C_{adm}	Coefficiente adimensional de admissão de ar através do orifício da ventosa
C_{exp}	Coefficiente adimensional de expulsão de ar através do orifício da ventosa
D	Diâmetro interno do conduto forçado [L]
d	Diâmetro interno do tubo de descarga [L]
d_a	Diâmetro da válvula de admissão de ar [L]
E_{ent}	Energia que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
E_{sai}	Energia que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
$E_{massa,ent}$	Energia mássica que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
$E_{massa,sai}$	Energia mássica que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
f	Fator de atrito
g	Aceleração gravitacional [$L \cdot T^{-2}$]
H	Carga piezométrica [L]
k	razão dos calores específicos do bolsão de ar
L	Comprimento da coluna líquida no conduto forçado [L]
L_e	Comprimento da coluna líquida no conduto forçado [L]
L_T	Comprimento total da tubulação [L]
m	fator de forma para a lei de vazão
m_{ar}	Massa do bolsão de ar [M]
n	Quantidade de mols em um volume ocupado pelo bolsão de ar [mol]
t	Tempo [T]

T	Tempo de simulação [T]
T	Temperatura do bolsão de ar [θ]
T_C	Tempo característico de abertura ou fechamento de válvula [T]
p	Pressão absoluta do gás ideal [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$]
p_{ar}^*	Pressão absoluta do bolsão de ar [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$]
p_{atm}^*	Pressão absoluta atmosférica [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$]
Q	Vazão Volumétrica [$L^3 \cdot T^{-1}$]
Q_{ar}	Vazão de ar através do orifício da ventosa [$L^3 \cdot T^{-1}$]
Q_{ent}	Calor que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
Q_{sai}	Calor que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
R	Constante universal dos gases [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1} \cdot mol^{-1}$]
v	Velocidade média no conduto forçado [$L \cdot T^{-1}$]
v_{h_2o}	Velocidade de esvaziamento da coluna líquida [$L \cdot T^{-1}$]
V_1	Velocidade máxima da drenagem da adutora [$L \cdot T^{-1}$]
V_2	Velocidade mínima da drenagem da adutora [$L \cdot T^{-1}$]
W_{ent}	Trabalho sob o sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
W_{sai}	Trabalho exercido pelo sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
Z	Cota máxima entre Z_1 e Z_2 [L]
Z_m	Cota geométrica média disponível [L]
Z_{max}	Cota geométrica máxima disponível entre Z_1 e Z_2 [L]
Z_{min}	Cota geométrica mínima disponível entre Z_1 e Z_2 [L]
$\Delta E_{sistema}$	Varição da energia do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
ΔH	Varição da carga piezométrica do sistema [L]
γ	Peso específico da coluna líquida [$M \cdot L^{-3}$]
ρ_{ar}	massa específica do bolsão de ar [$M \cdot L^{-3}$]
\forall	Volume do Bolsão de Ar [L^3]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Problemática	25
1.2	Relevância e originalidade	26
1.3	Hipóteses	28
1.4	Objetivos	28
<i>1.4.1</i>	<i>Objetivo geral</i>	<i>28</i>
<i>1.4.2</i>	<i>Objetivos específicos</i>	<i>28</i>
1.5	Estrutura do trabalho	29
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	32
2.1	Produção científica sobre o esvaziamento de condutos forçados	32
<i>2.1.1</i>	<i>Análise bibliométrica do tema com o uso da plataforma Scopus e da ferramenta computacional VOSviewer</i>	<i>32</i>
<i>2.1.2</i>	<i>Sistema UFC e o desenvolvimento de pesquisas em Hidráulica Transiente</i>	<i>36</i>
2.2	Modelo da Coluna Rígida de Água (RWCM) para simulação da fase líquida do esvaziamento de tubulações	37
<i>2.2.1</i>	<i>Determinação do RWCM a partir do EWCM</i>	<i>38</i>
2.3	Lei de vazão e sua aplicabilidade nos modelos matemáticos 1D	42
<i>2.3.1</i>	<i>Estudos sobre a lei de fechamento/abertura de válvulas</i>	<i>42</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Definição de condição de contorno para a lei de fechamento/abertura de válvula para modelos matemáticos 1D</i>	<i>43</i>
<i>2.3.3</i>	<i>Modelagem de válvulas de fechamento/abertura</i>	<i>44</i>
<i>2.3.4</i>	<i>Curvas características de válvulas de fechamento/abertura</i>	<i>44</i>
2.4	Processo termodinâmico adiabático	45
<i>2.4.1</i>	<i>Primeira lei da termodinâmica</i>	<i>45</i>
<i>2.4.2</i>	<i>A equação de estado gás ideal e o processo adiabático</i>	<i>47</i>
<i>2.4.3</i>	<i>Equação de expansão e compressão para bolsão de ar a montante da tubulação</i>	<i>49</i>
2.5	Válvula ventosa e suas aplicações	51
<i>2.5.1</i>	<i>Tipos de válvulas ventosas</i>	<i>51</i>
<i>2.5.1.1</i>	<i>Ventosas de pequeno orifício</i>	<i>51</i>
<i>2.5.1.2</i>	<i>Ventosas de grande orifício</i>	<i>52</i>

2.5.1.3	<i>Ventosas de tríplice função</i>	53
2.5.1.4	<i>Dispositivos opcionais das ventosas</i>	54
2.5.2	<i>Instalação de ventosas ao longo de sistemas de tubulação durante o enchimento, esvaziamento e operação em regime permanente</i>	54
2.5.3	<i>Modelo matemático do comportamento de admissão e expulsão de ar da válvula ventosa</i>	56
2.6	Equacionamento usual em projetos de sistema de abastecimento de água para esvaziamento de tubulações	58
2.6.1	<i>Válvulas de descarga para drenagem em sistemas de tubulações</i>	58
2.6.2	<i>Dimensionamento da tubulação para as válvulas de descarga</i>	59
2.6.3	<i>Válvulas ventosas para admissão de ar em adutoras</i>	60
2.6.4	<i>Dimensionamento das válvulas ventosas para admissão de ar</i>	61
3	METODOLOGIA	63
3.1	Caracterização do objeto de estudo	64
3.1.1	<i>Os experimentos de Fuertes-Miquel et al. (2019) e Coronado-Hernández (2019)</i>	64
3.1.2	<i>Aplicação do Modelo de Coluna Rígida de Água (RWCM) para o esvaziamento de condutos forçados</i>	67
3.1.2.1	<i>Aplicação do RWCM para o esvaziamento de condutos forçados sem admissão de ar</i>	67
3.1.2.2	<i>Aplicação do RWCM para o esvaziamento de condutos forçados com admissão de ar</i>	69
3.2	Proposição de solução simplificada para o Modelo de Coluna Rígida de Água (RWCM)	72
3.2.1	<i>Desenvolvimento de uma solução simplificada</i>	72
3.2.2	<i>Seleção do método numérico para o RWCM para esvaziamento</i>	74
3.3	Análise da sensibilidade e da variabilidade do coeficiente politrópico	75
3.3.1	<i>Implementação de uma lei de abertura de válvula para o modelo RWCM</i>	75
3.3.2	<i>Indicadores de desvio</i>	76
3.3.3	<i>Análise heurística do coeficiente politrópico e do coeficiente de abertura da válvula</i>	77

3.4	Elaboração de algoritmo para implementação computacional do RWCM para esvaziamento	79
3.4.1	<i>Ajuste dos valores de coeficiente de resistência da válvula, R_v, para adequação dos valores do coeficiente politrópico, k</i>	82
3.5	Desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula	83
3.6	Método de análise dos resultados	84
3.6.1	<i>Normalização das variáveis analisadas</i>	84
4	RESULTADOS	85
4.1	Verificação da acurácia da solução simplificada em relação ao RWCM para esvaziamento sem admissão de ar	85
4.1.1	<i>Comparativo entre os métodos numéricos e a solução simplificada utilizados para a modelagem do esvaziamento, onde $\theta = 0,457$ rad - E1 a E6</i>	85
4.1.1.1	<i>Modelagem - E1 a E3</i>	85
4.1.1.2	<i>Modelagem - E4 a E6</i>	88
4.1.2	<i>Comparativo entre os métodos numéricos e a solução simplificada utilizados para a modelagem do esvaziamento, onde $\theta = 0,515$ rad - E7 a E12</i>	89
4.1.2.1	<i>Modelagem - E7 a E9</i>	90
4.1.2.2	<i>Modelagem - E10 a E12</i>	91
4.1.3	<i>Considerações sobre o uso da solução simplificada para esvaziamento sem admissão de ar</i>	93
4.2	Análise da sensibilidade do coeficiente politrópico (k) durante o esvaziamento de condutos forçados	93
4.2.1	<i>Modelagem do RWCM sem admissão de ar</i>	94
4.2.1.1	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E1 a E3</i>	95
4.2.1.2	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E4 a E6</i>	97
4.2.1.3	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E7 a E9</i>	100
4.2.1.4	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E10 a E12</i>	102
4.2.2	<i>Modelagem do RWCM com admissão de ar via orifício de $D = 1,50$ mm</i>	105
4.2.2.1	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E13 a E15</i>	106
4.2.2.2	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E16 a E18</i>	108
4.2.2.3	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E20 e E21</i>	110

4.2.2.4	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E22 a E24</i>	112
4.2.3	Modelagem do RWCM com admissão de ar via orifício de $D = 3,00$ mm . .	115
4.2.3.1	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E25 a E27</i>	115
4.2.3.2	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E28 a E30</i>	118
4.2.3.3	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E31 a E33</i>	120
4.2.3.4	<i>Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E34 a E36</i>	122
4.2.4	Ajuste dos valores de R_v para a adequação dos valores do coeficiente politrópico, k	125
4.2.5	Considerações sobre a análise da sensibilidade do coeficiente politrópico durante o esvaziamento de condutos forçados	127
4.3	O desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula	127
4.3.1	<i>Aplicação do teorema dos π de Buckingham</i>	128
4.3.2	<i>Determinação das equações de k e α</i>	130
4.3.3	<i>Modelagem do RWCM a partir das equações de k e α</i>	133
4.3.4	<i>Considerações sobre o desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula</i>	140
5	CONCLUSÃO	141
5.1	Contribuições	142
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	143
	REFERÊNCIAS	144
	APÊNDICE A –MODELAGEM UTILIZANDO A SOLUÇÃO SIMPLIFICADA - E1 A E12	149
	APÊNDICE B –MODELAGEM E CALIBRAÇÃO DOS COEFICIENTES k E α - E1 A E36	161

1 INTRODUÇÃO

O sistema de abastecimento de água é composto por infraestrutura de adução, tratamento e distribuição (Tsutiya, 2006). Nesse sistema, a água bruta é transportada por recalque via estação elevatória - adutora, de um reservatório para uma estação de tratamento de água por meio de uma adutora. A água tratada é transferida para um reservatório elevado e logo após é transportada, preferencialmente por gravidade, para uma rede de distribuição. Espera-se que, ao fim deste processo, o produto possa chegar ao usuário dentro dos padrões de potabilidade adequados ao consumo humano.

Durante o processo de adução e distribuição de água, o conjunto operante deve garantir vazão e pressão constantes ao final do percurso. Por trás do funcionamento contínuo de um sistema de abastecimento, há a operação, o monitoramento e a manutenção de toda a infraestrutura. Estas são atividades frequentes e programadas para que o fornecimento de água ao usuário final ocorra com o mínimo de interrupções possível.

Realiza-se a operação da estação elevatória, linha de recalque ou adutora mediante utilização de equipamentos que promovam a integridade do sistema (Barbosa; Castro, 2014). Já o monitoramento consiste em verificar se as condições de projeto estão sendo obedecidas, dentro da faixa de funcionamento considerada para o pleno abastecimento, seja urbano, industrial ou rural.

A partir do momento em que se identifica desabastecimento de água ou queda de pressão, inicia-se a etapa de manutenção. Esta fase engloba operações que vão desde a manobra de válvulas até a desmontagem de trechos de adutora ou de rede de distribuição. Tais operações visam a substituição de conexões, tubulações ou ambas. A manutenção, durante a operação do sistema, contempla as manobras de enchimento (Izquierdo *et al.*, 1999; Romero *et al.*, 2020; Zhou *et al.*, 2002a, 2002b, 2018, 2020) e esvaziamento (Laanearu *et al.*, 2012, 2015; Besharat *et al.*, 2018; Coronado-Hernández *et al.*, 2018a, 2018b) de trechos da adutora para substituição de tubulações e equipamentos de proteção contra os transitórios hidráulicos.

É crucial salientar a importância do uso desses equipamentos de proteção. Eles não só previnem sinistros como o golpe de aríete e a cavitação, mas também auxiliam na manutenção entre os trechos da adutora. Estes instrumentos permitem a admissão controlada de ar na tubulação, quando há a necessidade de intervenção ou substituição de tubos, conexões e/ou equipamentos defeituosos ou avariados (Iglesias-Rey *et al.*, 2014; Romero *et al.*, 2020).

Durante o enchimento de adutoras, limita-se a vazão de recalque para o enchimento

lento da tubulação. Assim, o ar enclausurado é purgado a jusante do sistema por meio de dispositivos como válvulas ventosas (Iglesias-Rey *et al.*, 2014; Coronado-Hernández *et al.*, 2017; Romero *et al.*, 2020). Por outro lado, é necessário o esvaziamento parcial de determinados trechos para a realização de trocas de tubulações ou equipamentos (Fuertes-Miquel *et al.*, 2019a).

O processo de esvaziamento deve envolver a admissão de ar no sistema para a drenagem da água através da descarga de fundo. Quando a pressão absoluta do trecho em esvaziamento está abaixo da pressão atmosférica (Coronado-Hernández *et al.*, 2018a), sem admissão de ar no sistema, a bolsa de ar formada a montante induz uma pressão de sucção que impede a drenagem completa da tubulação.

A Norma Brasileira Regulamentadora (NBR) 12215-1:2017 - Projeto de adutora de água Parte 1: Conduto forçado - orienta que o dimensionamento deste sistema deve apresentar os resultados das características operacionais de todas as unidades necessárias de um sistema adutor. Deve-se dimensionar: tubulações, bombas, proteção aos transitórios hidráulicos, condição de operação com vazão máxima e mínima, enchimento, esvaziamento e eventuais manobras operacionais (Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2017).

Um projeto bem dimensionado no Regime Permanente e mal dimensionado em relação aos equipamentos de proteção de surtos - Regime Transiente resulta em ocorrência de golpe de aríete (Sanders Neto *et al.*, 2020) e de cavitação nas tubulações (Paiva *et al.*, 2021).

Da mesma forma, ocorrem problemas durante a operação de adutoras, quando não há o dimensionamento considerando o enchimento e esvaziamento do sistema. Isso resulta na formação de bolsas de ar enclausuradas em trechos sem ventosa que podem gerar perdas de carga localizadas e restrição de vazão do sistema (American Water Works Association (AWWA), 2016). A simulação de enchimento e esvaziamento durante o dimensionamento do sistema não é comumente realizada nos projetos de adutora, embora a NBR 12215-1 de 2017 oriente a realização deste estudo.

Em relação ao regime transitório em condutos forçados, identificam-se tanto fenômenos rápidos, como o enchimento e o esvaziamento, quanto fenômenos muito rápidos, como Golpe de Aríete, Cavitação e Separação de Coluna (Figura 3, Capítulo 2). O modelo da coluna elástica de água, *Elastic Water Column Model* (EWCM), (Barbosa; Castro, 2014; Ferreira *et al.*, 2016) pode prever tais eventos incluindo metodologias para cada tipo. Este modelo pode ser aplicado com a utilização de métodos numéricos como o Método das Características - *Method of Characteristics* - Método das Características (MOC), Método das Diferenças Finitas (MDF),

Método dos Elementos Finitos (MEF), Método dos Volumes Finitos e Método sem Malhas (*meshless*).

Já o modelo da coluna rígida de água, *Rigid Water Column Model (RWCM)*, é mais simplificado, desprezando a variação da massa específica do fluido e da tubulação (Parmakian, 1963). A solução analítica deste modelo para o esvaziamento de condutos forçados possui complexidades relacionadas à variação da coluna de água em relação ao comprimento da bolsa de ar enclausurada a montante da tubulação. Portanto, é necessária a aplicação de métodos numéricos para obter-se uma solução aproximada quando se compara com resultados obtidos mediante experimentos como o realizado por Fuertes-Miquel *et al.* (2019b).

Durante o esvaziamento de tubulação, há a formação de bolsas de ar devido à drenagem de água por um orifício a jusante. Entretanto, essa condição pode variar de acordo com presença ou ausência da admissão de ar. Quando há admissão de ar, a água da tubulação é drenada, dando espaço à bolsa de ar que entrou por meio de um orifício a montante, podendo ser uma ventosa ou outro equipamento aberto às condições atmosféricas.

A drenagem de uma tubulação sem admissão de ar a montante não permite que a coluna de água seja totalmente drenada. Logo, a pressão da bolsa de ar interna fica abaixo da pressão atmosférica, embora seja possível a admissão de ar a jusante, pelo mesmo orifício por onde a água é drenada.

É possível analisar o modelo físico-matemático do comportamento do bolsão de ar durante o esvaziamento de uma tubulação considerando-se um processo termodinâmico adiabático, ou seja, sem transferência de calor entre o bolsão de ar e a coluna de água. Este processo ocorre por estar associado a um fenômeno transiente considerado como rápido (Abreu *et al.*, 1999; Izquierdo *et al.*, 1999; Fuertes-Miquel *et al.*, 2019a).

Para calcular a variação de pressão durante a expansão da bolsa de ar a montante da tubulação, aplica-se a equação de Boyle no RWCM, usando o índice politrópico do ar atmosférico, que é equivalente a 1,40. Essa equação considera o modelo bifásico de esvaziamento, isto é, a interação entre a expansão da bolsa de ar e a diminuição da coluna de água.

1.1 Problemática

O dimensionamento inadequado ou o não dimensionamento do esvaziamento em condutos forçados pode acarretar danos à integridade e ao funcionamento do sistema de abastecimento de água, resultando em um aumento significativo nos custos de operação e manutenção

deste sistema. Portanto, é necessário dar a devida atenção a este problema na etapa de projeto, visando minimizar os problemas mencionados acima.

Segundo Fuertes-Miquel *et al.* (2019a), há muitos estudos considerando o enchimento de adutoras e poucos estudos considerando o esvaziamento com a formação de bolsas de ar enclausuradas em tubulações. Também, ainda não há um consenso de um princípio físico prático para aplicação em projetos, seja o modelo pistão (Fuertes-Miquel *et al.*, 2019a; Fuertes-Miquel *et al.*, 2019b), modelo com calda de água (Zhou *et al.*, 2019; Zhou *et al.*, 2020), ambos considerando o RWCM. Também, há trabalhos considerando modelo EWCM, sendo menos usual (Lee, 2005).

No tocante às condições de contorno para a modelagem matemática do esvaziamento, Abreu *et al.* (1999) definiram uma lei de vazão prescrita para válvulas, que necessita de resultados experimentais para justificar a sua utilização. E por fim, a consideração de que o índice politrópico é fixo para o processo termodinâmico adiabático durante a drenagem de tubulações pode ocasionar desvios de resultados numéricos, podendo não ser o valor representativo para diferentes configurações de esvaziamento.

Mediante a problemática mencionada, pode-se fazer o seguinte questionamento: é possível estimar o coeficiente politrópico e a abertura de válvula para o esvaziamento de condutos forçados por meio da modelagem computacional, utilizando como base teórica o Modelo da Coluna Rígida de Água (RWCM)?

1.2 Relevância e originalidade

Em estudos mais recentes acerca do esvaziamento em condutos forçados, é comum adotar-se o coeficiente politrópico, k , como um valor fixo para gases em um processo termodinâmico adiabático. Entretanto, esta prática negligencia a anisotropia e as condições não controladas do meio onde o gás está inserido. Isso gera resultados que podem acarretar modelagens inadequadas do esvaziamento em condutos forçados.

Concomitantemente, o comportamento da abertura e fechamento de válvulas de jusante ainda não possui um equacionamento que represente fielmente aos experimentos realizados. Atualmente o que se faz é utilizar curvas predeterminadas para cada tipo de válvula existente no mercado, desprezando a variabilidade das condições de vazão e pressão para cada situação imposta.

Com isso, este trabalho busca aprofundar a análise do modelo matemático do esvazi-

amento de um conduto forçado, considerando a interação entre a bolsa de ar e a coluna líquida proposto por Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019). O foco está nos aspectos relacionados à variabilidade do coeficiente politrópico, levando em conta o processo termodinâmico adiabático durante o esvaziamento.

O aprofundamento dessa análise visa o dimensionamento mais assertivo de válvulas ventosas na fase de projeto destes sistemas, uma vez que atualmente é realizado de maneira heurística ou com base na experiência de erros e acertos na prática.

O resultado principal desta análise será a proposição de uma equação para a determinação do coeficiente politrópico, que possui variabilidade conforme as características físicas do sistema:

- a) inclinação;
- b) diâmetro interno;
- c) tipo de material da tubulação;
- d) tempo de abertura da válvula;
- e) condição de admissão ou não admissão de ar durante a drenagem da tubulação.

Também, este trabalho visa estabelecer uma lei de abertura de válvula nas condições de esvaziamento de maneira mais objetiva, devido ao pouco destaque que se dá a este tema crucial para a modelagem do regime transiente de modo geral. Esta análise é fundamental para auxiliar na determinação do coeficiente politrópico e ambos serão inseridos diretamente no modelo matemático do esvaziamento de condutos forçados.

Os achados deste trabalho serão relevantes na(o):

- a) Contribuição para o Gerenciamento de Recursos Hídricos - Redução das ocorrências de desabastecimento;
- b) Contribuição para o Gerenciamento de Recursos Hídricos - Otimização do tempo de manutenção e diminuição dos custos de operação;
- c) Contribuição para a Engenharia Hidráulica – aprofundamento do estudo de temas de hidráulica transiente;
- d) Refinamento do Método Científico - admissão do coeficiente politrópico, arbitrado de maneira heurística, até então;
- e) Refinamento do Método Científico - compreensão e adoção de uma lei de abertura de válvula que possa se adequar melhor à modelagem computacional do esvaziamento de condutos forçados.

1.3 Hipóteses

Vários estudos que envolvem transitórios hidráulicos e fluido bifásico consideram o processo termodinâmico sendo adiabático, por ser um fenômeno muito rápido, no caso do golpe de aríete, ou rápido, ao exemplo do enchimento e esvaziamento de tubulações. Ou seja, não há transferência de calor entre a fase líquida e gasosa, conforme a primeira lei da termodinâmica.

Portanto, a variação de volume e pressão da bolsa de ar pode ser verificada conforme a lei de Boyle. Partindo desta lei, o coeficiente politrópico, k , pode variar de 1,00 até 1,67; dependendo do tipo de gás e do tipo de molécula deste gás considerado. Para o ar atmosférico, o valor de k equivale a 1,40 e para o vapor de água, k assume o valor de 1,33; em condições normais de temperatura e pressão (Çengel; Boles, 2013).

No entanto, estudos como o de Magalhães *et al.* (2003) e o de Tam (2009), que realizaram experimentos transientes em diferentes situações, verificaram valores de k diferentes dos que rege a literatura. O fluxo bifásico entre ar e água, o vapor de água, pode influenciar no comportamento deste fenômeno, assim, alterando os valores de k para diferentes configurações de sistemas.

Com isso, espera-se que por meio da modelagem computacional do RWCM será possível estimar o coeficiente politrópico e a abertura de válvula. E que, por meio da mensuração correta destes índices, haverá um dimensionamento mais assertivo do esvaziamento em condutos forçados.

1.4 Objetivos

1.4.1 *Objetivo geral*

Desenvolver uma equação adimensional o cálculo do coeficiente politrópico, k , e para o cálculo do coeficiente de abertura de válvula, α , por meio do Modelo da Coluna Rígida de Água (RWCM), para aplicação na modelagem computacional do esvaziamento em condutos forçados.

1.4.2 *Objetivos específicos*

- a) Propor solução simplificada do modelo da coluna rígida de água para a simulação do esvaziamento de adutoras;

- b) Verificar sensibilidade e variabilidade do coeficiente politrópico, k , em cenários sem admissão de ar;
- c) Verificar sensibilidade e variabilidade do coeficiente politrópico, k , em cenários com admissão de ar;
- d) Estabelecer lei de abertura de válvula para esvaziamento de condutos forçados, em cenários sem admissão de ar;
- e) Estabelecer lei de abertura de válvula para esvaziamento de condutos forçados, em cenários com admissão de ar;
- f) Ajustar os valores do coeficiente de resistência da válvula de jusante, R_v , para melhor adequação da modelagem dos valores do coeficiente k ;
- g) Realizar análise dimensional dos cenários testados para a predição do coeficiente k e para a lei de abertura de válvula;

1.5 Estrutura do trabalho

Este estudo é composto pelas seções: introdução, fundamentação teórica, metodologia, resultados/discussão e conclusão.

O primeiro capítulo é introdutório e apresenta o objeto de estudo como ponto de partida para salientar a relevância do tema de esvaziamento para o âmbito técnico e acadêmico. Além da problemática, tem-se a proposição dos objetivos geral e específicos, relacionados de modo a estabelecer a sequência lógica do que será abordado na metodologia.

No segundo capítulo, apresenta-se a análise bibliométrica realizada para embasar a temática do esvaziamento de condutos forçados, composto por artigos de pesquisas reconhecidas internacionalmente. Além disso, aborda-se o conteúdo necessário para a compreensão do assunto e suas principais referências na literatura.

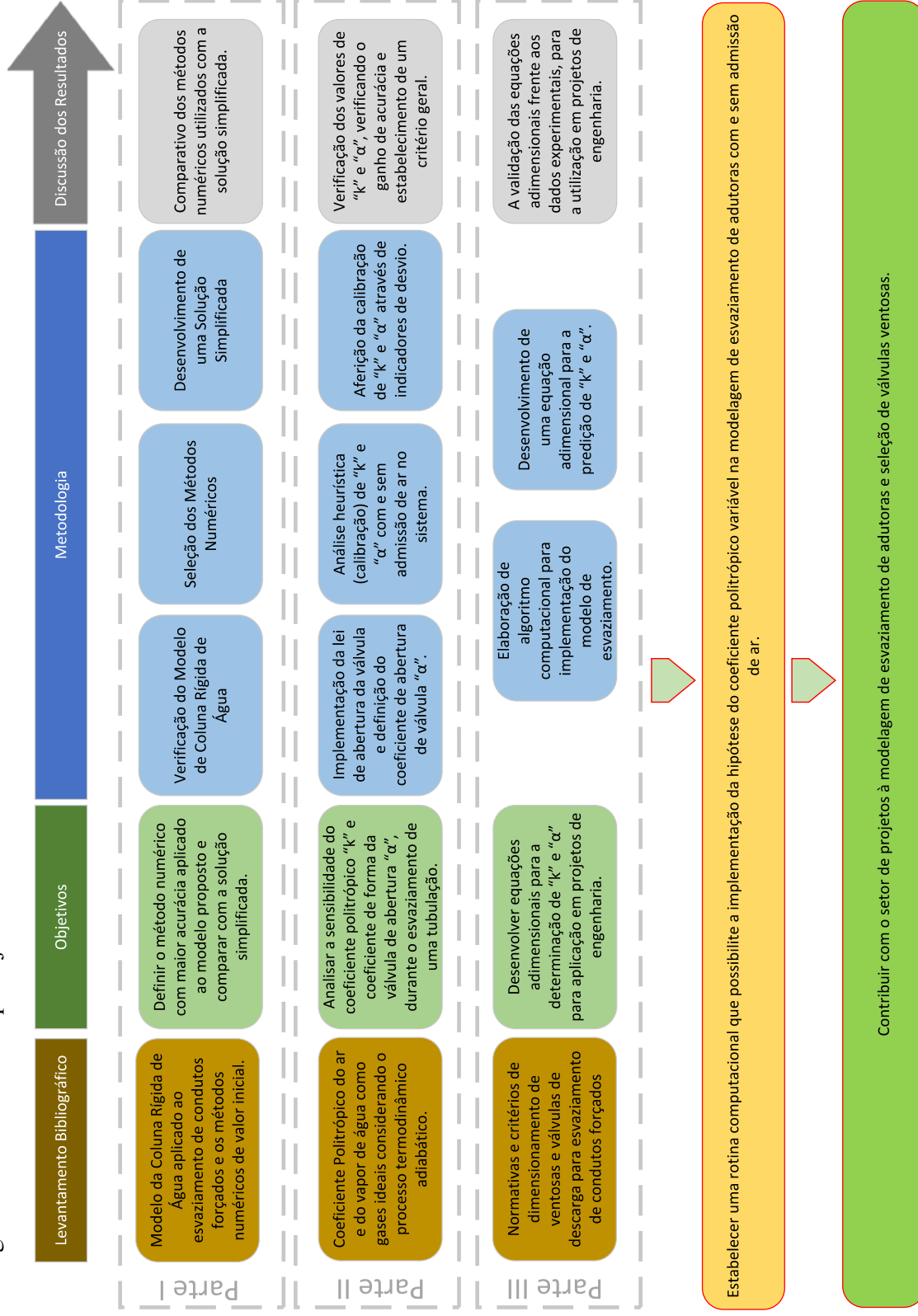
No terceiro capítulo é realizada a caracterização do objeto de estudo, com a apresentação do experimento realizado por Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019).

No capítulo seguinte, são apresentados os resultados obtidos com a metodologia detalhada no capítulo anterior. Devido à quantidade considerável de modelagens computacionais realizadas, os resultados são apresentados de maneira sintética, porém, relacionando todas as nuances e ponderações necessárias para seu entendimento. Todos os gráficos e planilhas gerados a partir da metodologia podem ser consultados nos apêndices do trabalho.

Por fim, o último capítulo encerra o trabalho com as conclusões realizadas com base no atendimento dos objetivos geral e específicos, relacionando as contribuições científicas obtidas. Sugestões e proposições de trabalhos futuros são apresentadas para a continuidade do tema, que ainda carece de estudos, mas possui crescente relevância técnica e acadêmica.

Com base nos resultados deste experimento, desenvolveu-se a metodologia dividida em três partes, relacionadas no Fluxograma 1.

Fluxograma 1 – Estrutura e planejamento da tese



Fonte: Elaborado pelo Autor.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Realizou-se inicialmente, busca por trabalhos atuais relevantes para o desenvolvimento de novos estudos acerca do fenômeno do esvaziamento de condutos forçados. Esta pesquisa foi realizada por meio de busca em repositórios de periódicos, utilizando palavras-chave.

Nesta seção explana-se os principais tópicos utilizados diretamente na metodologia deste trabalho. São apresentados os modelos matemáticos e os principais desenvolvimentos necessários utilizados para a obtenção dos resultados.

2.1 Produção científica sobre o esvaziamento de condutos forçados

A decisão de realizar estudos sobre o comportamento transitório durante o processo de esvaziamento de condutos forçados para este trabalho surgiu da necessidade de ampliar o escopo de atuação do Grupo de Pesquisa em Hidráulica Transiente, do Laboratório de Hidráulica Computacional Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC), da Universidade Federal do Ceará (UFC). Atualmente, o grupo conduz pesquisas aplicadas ao espectro de subtemas relacionados ao fenômeno do golpe de aríete desencadeado por parada de bomba ou fechamento de válvula.

Compreender o esvaziamento em tubulações, como em adutoras ou em redes de abastecimento de água, exige conhecimento da base teórica que envolve o tema. A análise, desde os primeiros estudos, até as pesquisas mais recentes permite identificar importantes lacunas no entendimento desse fenômeno.

2.1.1 *Análise bibliométrica do tema com o uso da plataforma Scopus e da ferramenta computacional VOSviewer*

Com o advento dos repositórios disponíveis na internet, é possível realizar buscas de trabalhos acadêmicos mediante bases de periódicos de diferentes revistas. É possível observar as principais linhas de pesquisas contemporâneas e futuras.

O repositório utilizado para a consulta bibliográfica acerca do tema de esvaziamento de condutos forçados foi o *Scopus*, da empresa Elsevier. Nesse sistema, é possível realizar a consulta de artigos científicos pela busca por palavras-chave, como no Google Acadêmico. Entretanto, há um diferencial relativo à combinação de palavras-chave, que possibilita o uso mais assertivo de filtros direcionado ao tema de pesquisa. Também é possível filtrar diversos

aspectos da pesquisa, como tipos de documentos, idioma de escrita, periódico, dentre outras bases de dados relevantes.

Realizada a pesquisa e o trabalho de seleção e filtros no sistema do *Scopus*, gerou-se uma lista de artigos, direcionada para o tema de estudo requerido. Verificou-se o resultado da consulta, separando aqueles adequados à pesquisa, como artigos de alta prioridade de estudos, artigos secundários ou complementares e as linhas de pesquisa existentes.

Para tal verificação, foi necessária uma análise aprofundada para reconhecer a fronteira do conhecimento fundamental para realizar os trabalhos de investigação e possível contribuição. Foram necessárias horas de estudo e leitura para identificar os principais trabalhos, linhas de pesquisa e autores do assunto a ser estudado na atualidade.

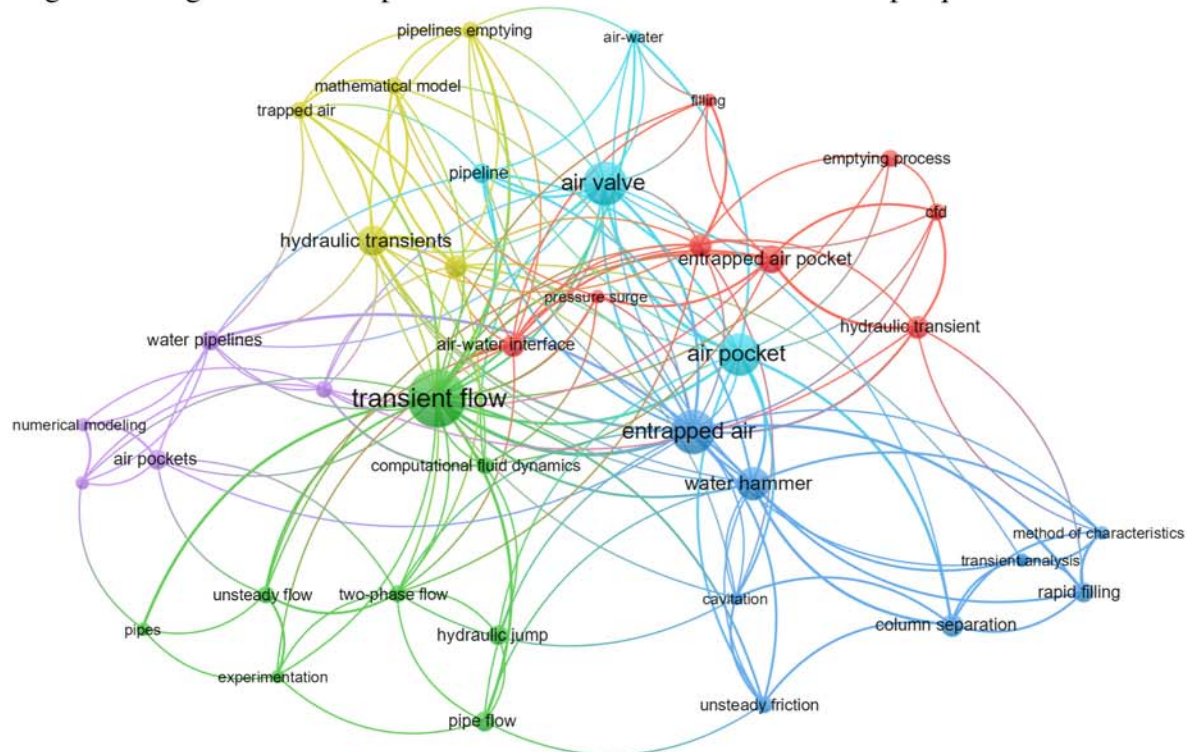
Infográficos facilitaram a tomada de decisão, demonstrando por quais trabalhos os estudos deveriam ser iniciados, com maior assertividade e minimizando os desvios ao descartar trabalhos que não possuíam vínculos com o tema investigado.

O *VOSviewer* é uma ferramenta computacional desenvolvida no *Centre for Science and Technology Studies*, na *Leiden University*, Holanda, disponibilizada gratuitamente na *internet*. Essa aplicação fornece uma visão abrangente de atividades científicas, funcionando como ferramenta de apoio à tomada de decisões estratégicas de um pesquisador diante de uma pesquisa em estágio inicial.

Para este trabalho, realizou-se a pesquisa das palavras-chave em inglês: "*Emptying*", "*Air Pocket*", "*Air Valve*", "*Entrapped Air*" e "*Air-Water*" (Esvaziamento, Bolsa de Ar, Válvula Ventosa e Ar Aprisionado), no buscador *Scopus*, com aplicações de filtros. Com isso, uma lista de artigos foi gerada e salva em arquivo “.csv”, de modo que pudesse ser importada pelo *VOSviewer*, para serem realizadas as devidas análises.

No primeiro infográfico gerado, foi possível identificar um aglomerado de palavras-chave, com agrupamentos em escala de cores associadas a círculos de diversos diâmetros. Cada cor representa uma linha de pesquisa distinta, associada a um tema central definido por um círculo de diâmetro maior. Este padrão repete-se até a palavra-chave principal, que representa a base do conhecimento dos temas a ele interligados (Figura 1).

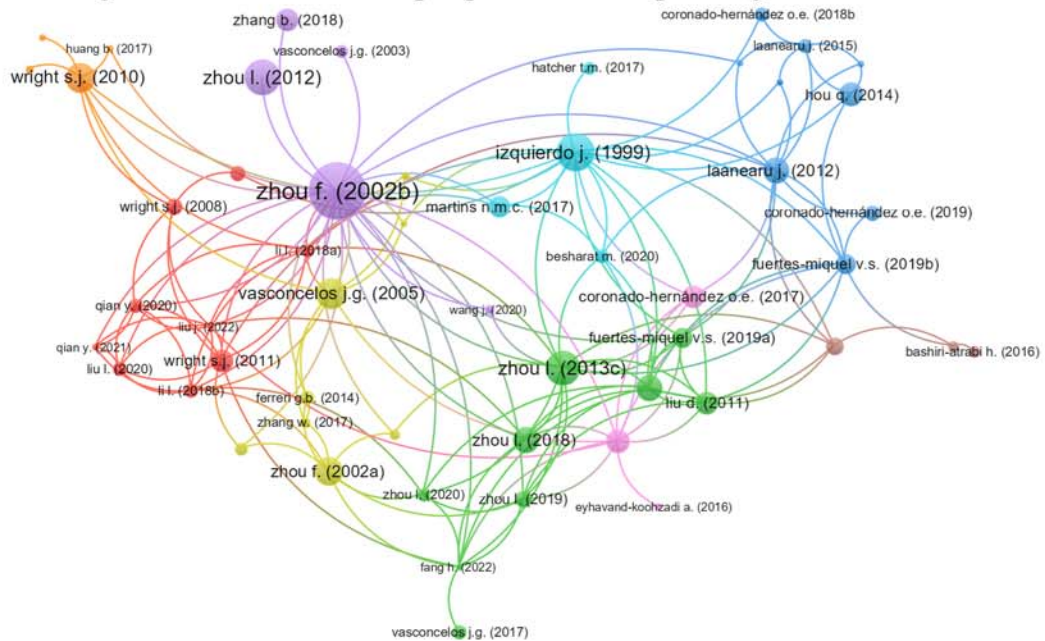
Figura 1 – Aglomerados de palavras-chave relacionadas a linhas de pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor, com dados gerados pelo *software VOSviewer*.

Posteriormente, gerou-se aglomerados referentes aos artigos citados entre si, gerando agrupamentos que revelaram linhas de pesquisas bem definidas. Dentre as linhas de pesquisa reveladas, destacou-se a citação de Izquierdo *et al.* (1999), sendo o principal artigo para o desenvolvimento de vários estudos, incluindo o trabalho de Fuertes-Miquel *et al.* (2019a, 2019b) e Coronado-Hernández *et al.* (2017, 2018a, 2018b, 2018c) (Figura 2).

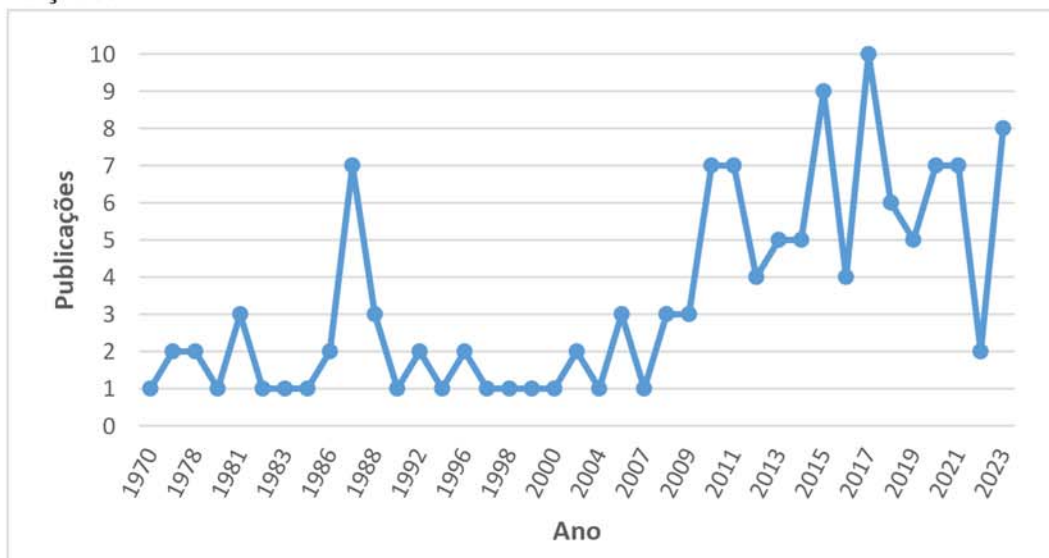
Figura 2 – Aglomerados de linhas de pesquisa definidas por artigos citados entre si



Fonte: Elaborado pelo autor, com dados gerados pelo *software VOSviewer*.

Por meio dos resultados gerados pelo *Scopus*, a ocorrência de trabalhos publicados ao longo dos anos desde a década de 1970 até os dias atuais pôde ser mensurada, comprovando crescimento e interesse pelo tema. Ou seja, o estudo de esvaziamento em condutos forçados, na área de hidráulica transiente, vem ganhando mais espaço no meio acadêmico e trazendo mais assuntos à tona, que devem ser investigados no campo experimental e teórico (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Histórico de publicações acerca do estudo de esvaziamento em condutos forçados

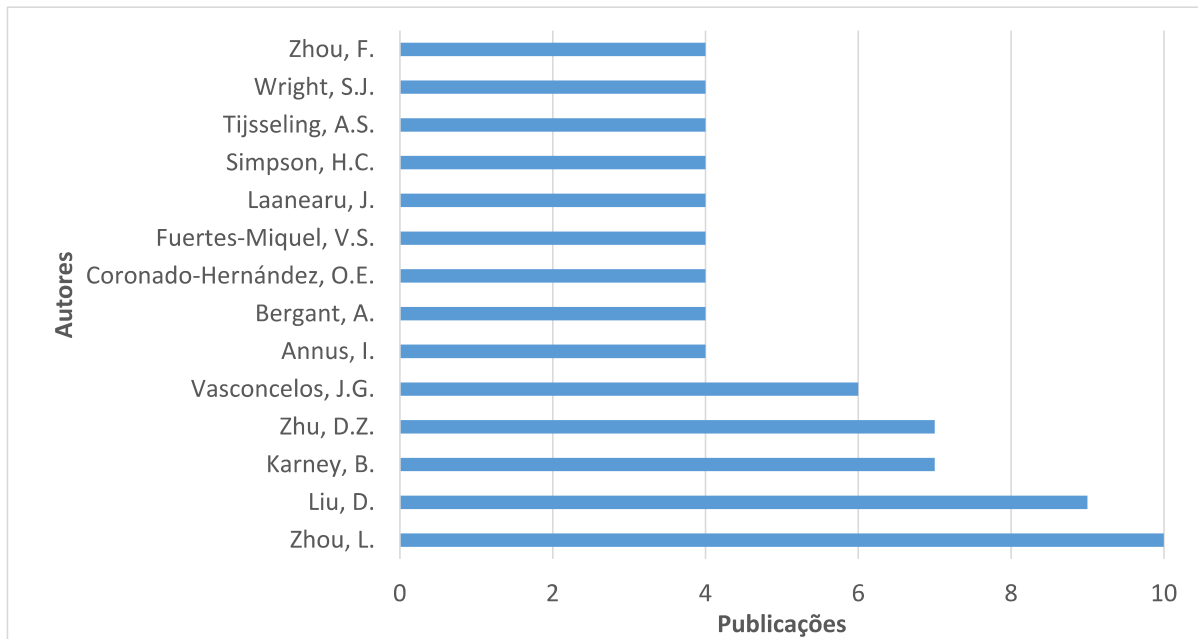


Fonte: Elaborado pelo autor, com dados obtidos por meio da plataforma *Scopus* (Elsevier).

Por último, foi possível quantificar a quantidade de artigos publicados pelos autores.

Diversas linhas de pesquisa abrangeram diferentes modelos matemáticos e métodos numéricos para a obtenção de resultados condizentes com dados experimentais. Dentre as linhas de pesquisa existentes, os estudos realizados por Izquierdo *et al.* (1999), Fuertes-Miquel *et al.* (2019a, 2019b) e Coronado-Hernández *et al.* (2017, 2018a, 2018c, 2018c) foram os que melhor se adequaram à linha de pesquisa em hidráulica transiente do LAHC (Gráfico 2).

Gráfico 2 – Publicações por autor acerca do estudo de esvaziamento em condutos forçados



Fonte: Elaborado pelo autor, com dados obtidos por meio da plataforma *Scopus* (Elsevier).

2.1.2 Sistema UFC e o desenvolvimento de pesquisas em Hidráulica Transiente

O LAHC está há mais de 20 anos desenvolvendo pesquisas na área de Recursos Hídricos, abrangendo as subáreas de Hidrologia, Hidráulica e Saneamento Ambiental. O foco das pesquisas realizadas ao longo deste tempo é desenvolver soluções computacionais para projetos de engenharia atreladas aos avanços acadêmicos mais recentes. Seu compromisso é realizar inovações tecnológicas embasadas no rigor do método científico e nas necessidades da sociedade.

Ao longo dessas duas décadas, as linhas de pesquisa desenvolvidas no LAHC convergiram para o Sistema UFC, programa computacional em sistema CAD, destinado a soluções computacionais para o desenvolvimento de projetos em engenharia. Atualmente, para o desenvolvimento de projetos de adutoras, o sistema possui os módulos UFC2 (para o traçado de adutoras), UFC5 (para a seleção de bombas) e UFC7 (para a modelagem computacional do golpe de aríete em adutoras) compõem a solução de traçado e dimensionamento de sistemas adutores,

seja por bombeamento, seja por gravidade e incluindo todos os componentes necessários para o funcionamento do sistema, como bombas e reservatórios.

Em especial, o módulo UFC7 é o responsável pela modelagem do regime transiente causado pelo desligamento abrupto do conjunto motobomba ou pelo fechamento rápido de uma válvula de jusante. Além disso, é possível incluir dispositivos de atenuação do golpe de aríete, como: Chaminé de Equilíbrio, Tanque de Alimentação Unidirecional (TAU) (Barbosa, 2006), Reservatório Hidropneumático (RHO), Válvula Antecipadora de Onda (VAO) (Barbosa, 2010) e a Válvula Ventosa (Peroba Júnior, 2007; Rodrigues, 2008; Barbosa 2015).

Igualmente relevante, destacam-se as seguintes funcionalidades únicas do módulo UFC7: a modelagem computacional do golpe de aríete considerando o efeito do fator de atrito variável e a viscoelasticidade de materiais vinílicos (Ferreira, 2011; 2016), a modelagem computacional do processo de cavitação e quebra da coluna líquida durante o golpe de aríete em condutos forçados (Paiva, 2019; 2023); a modelagem do golpe de aríete em redes de distribuição de água (Sanders Neto, 2019) e a utilização de condições de contorno que representem melhor a realidade, como a entrada superior em reservatórios a jusante (Teixeira, 2021).

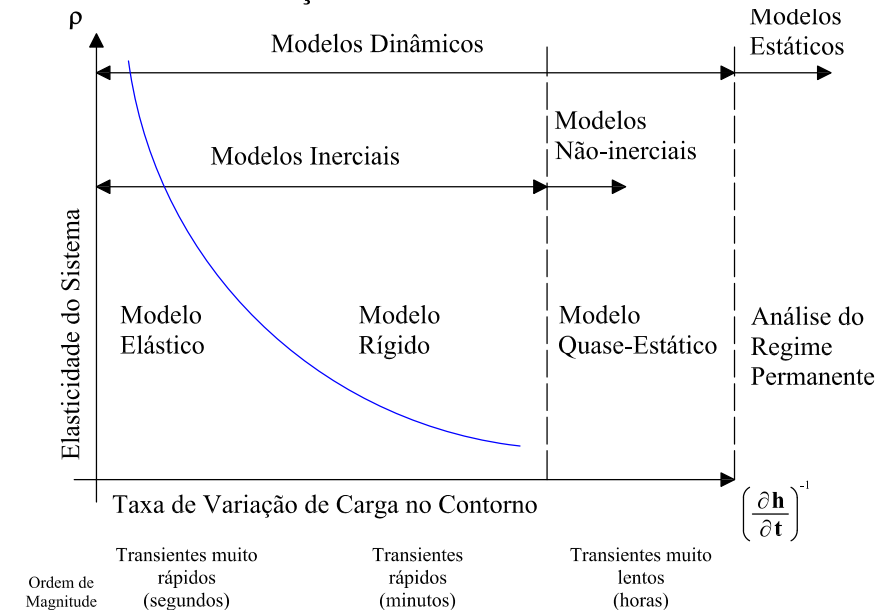
No entanto, fenômenos transitórios, como o enchimento e o esvaziamento de tubulações, ainda não são contemplados por este módulo.

2.2 Modelo da Coluna Rígida de Água (RWCM) para simulação da fase líquida do esvaziamento de tubulações

A análise do regime transiente em condutos forçados em modelo unidimensional (1D) inclui pelo menos três tipos de fenômenos: através do transitório hidráulico ou golpe de aríete, o enchimento e o esvaziamento das tubulações. Essas três situações descritas podem ocorrer em um curto espaço de tempo (Abreu *et al.*, 2019).

Os modelos matemáticos 1D podem ser classificados como modelos dinâmicos, nos quais vazão e pressão são variáveis em função do tempo e modelos estáticos, nos quais vazão e pressão não variam com o tempo (Figura 3).

Figura 3 – Diagrama dos modelos matemáticos 1D para regimes de vazão em condutos forçados



Fonte: Adaptado de Abreu *et al.* (1999). Tradução própria.

Os modelos dinâmicos são classificados como inerciais, com base na inércia do sistema, e não inerciais, nos quais as características dinâmicas dependem das condições de contorno.

Os dois tipos de modelos inerciais são considerados como modelo de golpe de aríete ou modelo da coluna elástica de água (com abordagem discretizada do sistema, modelo euleriano) e modelo de oscilação de massa ou modelo da coluna rígida de água (com abordagem do sistema em sua totalidade, sem discretização, modelo lagrangiano).

Os modelos não inerciais podem ser chamados de quase estáticos ou modelos de simulação de período estendido. O modelo estático é definido pela análise do regime permanente.

Neste trabalho, o termo Modelo da Coluna Elástica de Água será abreviado para EWCM (*Elastic Water Column Model*) e o Modelo da Coluna Rígida de Água será abreviado para RWCM (*Rigid Water Column Model*) para tornar o texto menos prolixo.

2.2.1 Determinação do RWCM a partir do EWCM

Para a simulação de esvaziamento de adutoras, recomenda-se utilizar um modelo físico-matemático que considere a interação entre o ar e a água em uma tubulação, visando o cálculo das variações de pressão e vazão destas duas fases do sistema. Os modelos bifásicos podem ser utilizados para a modelagem das operações de enchimento e esvaziamento de tubulações

(Fuertes-Miquel *et al.*, 2019b). Eles levam em consideração a integração de um modelo de fase líquida (água) com outro de fase gasosa (ar, vapor de água ou ambos) em um regime hidráulico transiente.

Na fase líquida, considerando o estudo de adutoras, a água em temperatura ambiente é tratada como fluido líquido do sistema. Os modelos dinâmicos e inerciais são utilizados para simular o regime transiente da coluna líquida da tubulação (Abreu *et al.*, 1999; Fuertes-Miquel *et al.*, 2019b). Dentre estes modelos, existem dois tipos que caracterizam o fenômeno: o EWCM e o RWCM.

O EWCM, ou Modelo do Golpe de Aríete, é um modelo dinâmico inercial elástico, que caracteriza regimes transientes muito rápidos. As equações que o compõem são (Wylie *et al.*, 1993; Chaudhry, 2014):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

onde:

g = aceleração gravitacional [$L \cdot T^{-2}$];

a = celeridade [$L \cdot T^{-1}$];

A = área da seção nominal da adutora [L^2];

f = fator de atrito;

t = tempo [T];

D = diâmetro interno do conduto forçado [L];

Q = vazão volumétrica [$L^3 \cdot T^{-1}$]; e

H = carga piezométrica [L].

As Equações 2.1 e 2.2 são comumente utilizadas para a modelagem computacional do golpe de aríete por meio da utilização do MOC. Este método numérico gera uma solução para as equações supracitadas, a princípio em uma dimensão (eixo x), mas que pode ser adaptado para duas ou três dimensões, em base canônica (ortonormal) ou radial.

O modelo elástico também pode ser utilizado para simular o esvaziamento de adutoras, com o auxílio do MOC (Lee, 2005), mas não se limita somente a este método (Fuertes-Miquel *et al.*, 2019b). Fazendo-se a consideração de que a elasticidade do ar na tubulação é maior do

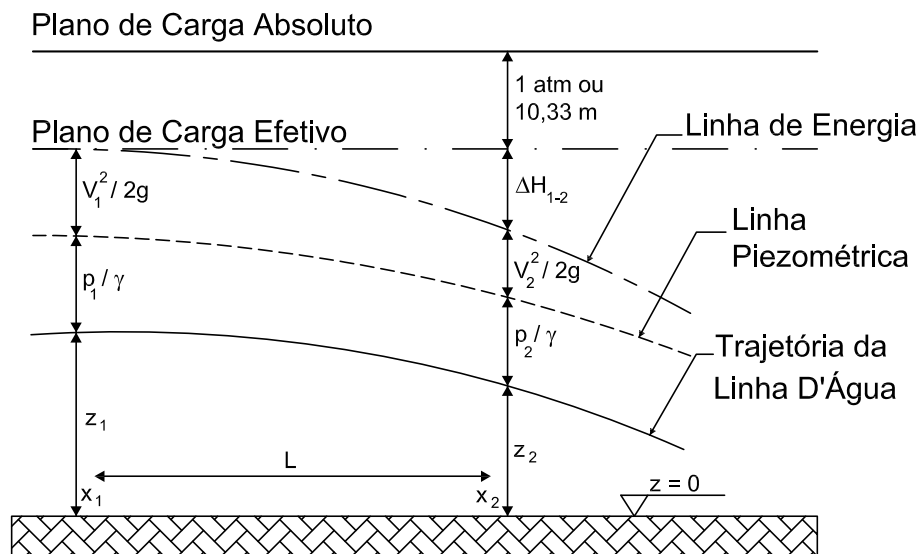
que a elasticidade da água do material do tubo, pode-se considerar que a celeridade, $a \rightarrow \infty$ (a celeridade tende ao infinito com a consideração de um sistema rígido) ou $\frac{\partial H}{\partial t} \rightarrow 0$. Com isso, a Equação (2.2) torna-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad Q = Q(t) \quad (2.3)$$

Assumindo que o material das paredes da tubulação é rígido e a água é um fluido incompressível (Parmakian, 1963), a Equação 2.1 pode ser reescrita da seguinte forma (Figura 4):

$$\frac{dQ}{dt} + gA \frac{(H_2 - H_1)}{(x_2 - x_1)} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.4)$$

Figura 4 – Diagrama dos modelos matemáticos 1D para regimes de vazão em condutos forçados.



Fonte: Adaptado de Porto (2006).

De modo que apenas a vazão seja a variável que depende do tempo. Assumindo que $x_2 - x_1 = L$ conforme a Figura 4, reorganizando e simplificando a Equação (2.4) em função de Q , tem-se:

$$\frac{dQ}{dt} + gA \frac{(H_2 - H_1)}{L} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.5)$$

$$-\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} = H_2 - H_1 + \frac{fL}{2gDA^2} \cdot Q|Q| \quad (2.6)$$

Sendo a Equação 2.6 considerada o RWCM, ou Modelo de Oscilação de Massa, caracterizado por regimes transientes rápidos. Novamente, assumindo que a vazão é constante e reorganizando a Equação (2.6), tem-se:

$$H_2 - H_1 + \frac{fL}{2gDA^2} \cdot Q|Q| = 0 \quad (2.7)$$

$$H_1 - H_2 = \frac{fL}{2gDA^2} \cdot Q|Q| \quad (2.8)$$

$$\Delta H = \frac{fL}{2gDA^2} \cdot Q^2 \quad (2.9)$$

Considerando $Q = v \cdot A$ e reorganizando a Equação (2.9), tem-se:

$$\Delta H = \frac{fL}{2gDA^2} \cdot (v \cdot A)^2 \quad (2.10)$$

$$\Delta H = \frac{fL}{2gDA^2} \cdot v^2 \cdot A^2 \quad (2.11)$$

$$\Delta H = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (2.12)$$

Que se trata da Equação de Darcy-Weisbach (Porto, 2006; Netto; Fernández, 2018), onde:

ΔH = é a perda de carga do sistema [L];

v = é a velocidade média no conduto forçado [$L \cdot T^{-1}$];

L = é o comprimento da coluna líquida no conduto forçado [L].

2.3 Lei de vazão e sua aplicabilidade nos modelos matemáticos 1D

2.3.1 Estudos sobre a lei de fechamento/abertura de válvulas

No trabalho de Abreu *et al.* (1999) foi feita uma revisão de literatura, iniciando com estudos de caso de uma válvula com fechamento linear (redução uniforme da área aberta com o tempo). Nela, foram citados os trabalhos de Johnson (1915,1920), que apresentou:

- a) uma fórmula para a elevação máxima de pressão;
- b) um método para determinar a curva pressão-tempo com base no modelo rígido;
- c) três critérios (inferior, lateral e superior), que definiram os limites de aplicação nos quais a fórmula era suficientemente precisa para fins práticos.

Posteriormente, o estudo de Parmakian (1963) estipulou que, no caso de um fechamento linear da válvula, o RWCM fornece bons resultados para a elevação de pressão para $L \cdot T_c > 1.000$. Aqui, T_c é o tempo de fechamento em segundos e L é o comprimento do tubo em pés entre o reservatório a montante e a válvula. Este estudo desconsidera os efeitos elásticos, devido às mudanças nos contornos ocorrerem mais lentamente em relação ao comprimento do tubo.

Axworthy *et al.* (2000) mencionou Pickford (1969) afirmando que a abertura ou fechamento de válvula é uma causa relevante para a instabilidade de uma rede de tubulações. A variação na vazão causa uma imediata mudança de pressão no sistema. Quando essa manobra é realizada de maneira lenta, a compressibilidade ou elasticidade do fluido pode ser desprezada.

Elansary *et al.* (1994) converteu o sinal elétrico dos transdutores do experimento para gerar a curva de fechamento da válvula utilizada na modelagem do golpe de aríete. Um programa computacional foi desenvolvido para a conversão da variação de tensão elétrica em carga hidráulica, para a geração da curva de fechamento da válvula.

McInnis *et al.* (1997) utilizou a equação da vazão através de um orifício modificado, considerando um multiplicador “SGN” (positivo ou negativo) para indicar o sentido da vazão através da válvula. Cada tipo de válvula (por acionamento, modulada, redutora de pressão, sustentadora de vazão, controladora de vazão) foi associado a uma lei predeterminada de fechamento ou abertura, de modo que o funcionamento exclusivo de cada equipamento foi caracterizado.

Brunone *et al.* (1999) lidou em seu trabalho com a operação de válvulas de abertura e fechamento automáticas para o controle do transitório hidráulico durante a operação de rede de

distribuição existente. Foram realizados dois conjuntos de testes de campo nos ramais conectados aos tubos em operação. A abertura e o fechamento das válvulas de controle foram acionados por mudanças na demanda de água simuladas pela ação de válvulas de alívio instaladas na rede. Como vazões e pressões do sistema são aferidas constantemente, o comportamento do contorno da válvula é avaliado a cada passo de tempo de medição, de modo a determinar a lei de vazão específica para o sistema instalado.

2.3.2 Definição de condição de contorno para a lei de fechamento/abertura de válvula para modelos matemáticos 1D

Abreu *et al.* (1999) definiu que as condições de contorno que não variam com o tempo são consideradas autônomas, caso contrário, são consideradas não autônomas.

Pelo aspecto físico, as condições de contorno não autônomas são ativas na geração de perturbações (demanda de fluxo, manobra de válvula e partida ou desligamento de bomba). Por outro lado, as condições de contorno autônomas são passivas. Elas absorvem, transmitem ou refletem perturbações já existentes. Estas perturbações podem ser pontos de pressão constante, como reservatórios, vasos de ar ou grandes tanques. Podem ser também orifícios, pontas secas ou mudanças na área transversal do tubo.

As condições de contorno podem ser ou não em função do tempo, permitindo categorizar modelos dinâmicos e estáticos em faixas claramente definidas de aplicação (Figura 3). Os modelos dinâmicos são caracterizados por escoamento transitório, com isso são necessários critérios para a aplicabilidade de parâmetros em função do tempo que caracterizam as condições de contorno não autônomas (ativa).

A classificação das condições de contorno também pode ser utilizada para distinguir entre modelos não inerciais e modelos estáticos:

- a) O modelo não inercial ou quase-estático é caracterizado pela Equação (2.12) e por possuir pelo menos uma condição de limite não autônoma (ativa) que varia lentamente (se comparado ao RWCM);
- b) O modelo estático ou modelo de Regime Permanente é caracterizado pela Equação (2.12) e por possuir condições de limite autônomas (passivas).

2.3.3 Modelagem de válvulas de fechamento/abertura

Tratando-se das condições de contorno ativas, é necessário introduzir o conceito de tempo característico do contorno, T_c [T], que define o transitório hidráulico. Uma escolha trivial para o tempo característico é o tempo total da atuação do forçante (ou seja, o tempo de fechamento de uma válvula, o tempo sem fluxo de uma estação de bombeamento, o tempo de enchimento de um reservatório).

Abreu *et al.* (1999) afirmou que o comportamento do transitório não depende somente da variação da vazão no conduto, mas também do formato da curva de Vazão x Tempo do contorno (válvula, comporta, bomba), chamada de característica efetiva do contorno. Sua forma depende, em parte, da característica inerente do contorno associado e, em parte, das características do fluido/tubo.

Há pelo menos dois casos distintos de modelagem do fechamento de válvula: o fechamento instantâneo de válvula e a predeterminação de uma lei de vazão.

Ambas as situações podem ser determinadas através da Equação (2.13), onde T [T] é o tempo da simulação computacional durante a atuação da válvula, que pode variar de 0 (zero) a T_c . Q_0 [$L \cdot T^{-3}$] é a vazão na válvula de fechamento ou abertura durante o regime permanente e Q [$L \cdot T^{-3}$] refere-se ao resultado da vazão durante a atuação da válvula no passo de tempo computacional da simulação. O expoente adimensional “m” refere-se ao fator de forma para a lei de vazão.

$$Q = Q_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right]^m \quad (2.13)$$

Para configuração do fechamento / abertura instantânea da válvula, T_c deve ser menor ou igual ao passo de tempo computacional da simulação. Para predefinir uma lei de vazão, T_c necessita ter uma duração que corresponda ao tempo de atuação pré-estabelecido para a simulação.

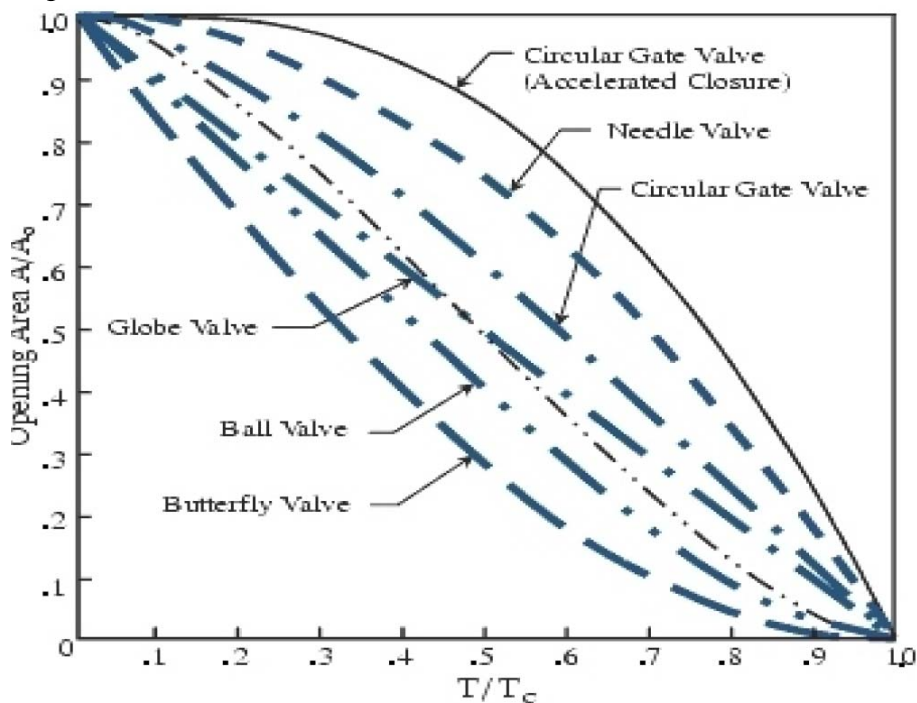
2.3.4 Curvas características de válvulas de fechamento/abertura

Uma das maneiras de se predeterminar o comportamento de uma válvula de fechamento ou abertura é através da medição direta da vazão ou da abertura do orifício da válvula em função do tempo.

Elansary *et al.* (1994) mencionaram em seu trabalho o desenvolvimento de um programa computacional utilizado para realizar a conversão do sinal elétrico dos transdutores de um experimento para gerar a curva de fechamento da válvula, utilizada na modelagem do golpe de aríete.

Polanco (2016) fez referência à tese de Fok (1987) na qual as curvas típicas de variação de área têm formas ou equações funcionais diferentes dependendo do tipo de válvula e do tipo de fechamento (restrições de geometria e mecanismos de velocidade de movimento). Isso foi definido para cinco tipos de válvulas: luva, esfera, borboleta, gaveta e agulha (Figura 5).

Figura 5 – Curvas características de válvulas de fechamento/abertura.



Fonte: Polanco (2016).

2.4 Processo termodinâmico adiabático

2.4.1 Primeira lei da termodinâmica

A primeira lei da termodinâmica, também conhecida como princípio da conservação de energia, enuncia que “energia não pode ser criada e nem destruída durante um processo, ela pode apenas mudar de forma”. Também enuncia que “para todos os processos adiabáticos entre dois estados especificados de um sistema fechado, o trabalho líquido realizado é o mesmo independentemente da natureza do sistema fechado e dos detalhes do processo” (Çengel; Boles, 2013).

Uma das principais consequências da primeira lei da termodinâmica é a definição da Energia Total. Essa definição declara que a variação da energia total durante um processo adiabático deve ser igual ao trabalho realizado, sem haver transferência de calor entre o sistema e o meio adjacente ($Q = 0$).

A energia pode ser transferida para um sistema sob três formas: calor, trabalho e fluxo de massa:

- a) **transferência de calor, Q:** a transferência de calor para um sistema (ganho de calor) aumenta a energia das moléculas. Consequentemente, a energia interna do sistema, e a transferência de calor de um sistema (perda de calor) a diminui, pois, a energia transferida para fora sob a forma de calor vem da energia das moléculas do sistema;
- b) **realização de trabalho, W:** a realização de trabalho sobre um sistema aumenta sua energia, enquanto a realização de trabalho por um sistema a diminui;
- c) **fluxo de massa, m:** a energia do sistema aumenta quando há entrada de massa, pois a massa carrega energia. Da mesma forma, quando qualquer massa sai do sistema, a energia nele contida diminui.

A energia pode ser transferida sob a forma de calor, trabalho e fluxo de massa. Quantificar essa transferência significa calcular a variação da energia entre o que entra e o que sai do sistema, ou seja, realizar o balanço de massa ou energético do sistema (Equação 2.14):

$$E_{ent} - E_{sai} = (Q_{ent} - Q_{sai}) + (W_{ent} - W_{sai}) + (E_{massa,ent} - E_{massa,sai}) = \Delta E_{sistema} \quad (2.14)$$

Onde:

E_{ent} = Energia que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

E_{sai} = Energia que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

Q_{ent} = Calor que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

Q_{sai} = Calor que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

W_{ent} = Trabalho sob o sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

W_{sai} = Trabalho exercido pelo sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

$E_{massa,ent}$ = Energia mássica que entra no sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

$E_{massa,sai}$ = Energia mássica que sai do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

$\Delta E_{sistema}$ = Variação da energia do sistema [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$];

O calor transferido Q é zero para os sistemas adiabáticos, o trabalho realizado W é zero para os sistemas que não envolvem interações de trabalho e a energia transportada com a massa E_{massa} é zero nos sistemas em que não há escoamento via um sistema fechado.

Assim, pode-se reescrever a Equação (2.14) transformando os termos diferenciais e estabelecendo-se a primeira lei da termodinâmica:

$$dE_{int} = \delta Q - \delta W \quad (2.15)$$

De modo que qualquer processo em que se acrescenta calor $\delta Q [M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$, a um sistema termodinâmico ou gás e trabalho, $\delta W [M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$, é realizado pelo sistema ou gás. A energia líquida resultante desse processo, $\delta Q - \delta W$, é igual à variação da energia interna, $dE_{int} [M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$, do sistema ou gás (Lima; Oliveira, 2010).

No caso de processos adiabáticos, o sistema é isolado e não há troca de calor com o meio externo, desta forma a Equação (2.16), torna-se:

$$dE_{int} = -\delta W \quad (2.16)$$

Significando que a variação da energia interna do sistema ou gás, dar-se-á apenas através da variação do trabalho exercido pelo sistema ou gás (Lima; Oliveira, 2010).

2.4.2 A equação de estado gás ideal e o processo adiabático

Os gases reais apresentam comportamentos diferentes dependendo da situação em que as propriedades macroscópicas são controladas (pressão, volume, temperatura e número de mols) (Lima; Oliveira, 2010). Nem toda substância dispersa ao ar atmosférico pode ser considerada um gás. Entende-se o vapor como uma forma gasosa que está próxima do estado de condensação. Quando a temperatura da fase vapor está acima do valor crítico, a substância pode ser chamada de gás.

Entretanto, ambos possuem propriedades como pressão, volume e temperatura que, em um sistema fechado, podem comportar-se como gás ideal. Qualquer equação que relacione pressão, temperatura e volume específico de uma substância é chamada de equação de estado. A mais é a equação do gás ideal (Çengel; Boles, 2013) e a mais generalista é a equação de Clapeyron (Equação 2.17).

$$p \cdot \forall = n \cdot R \cdot T \quad (2.17)$$

Onde:

p = é a pressão absoluta do gás [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

\forall = é o volume ocupado pelo gás ideal [L^3];

n = é a quantidade de mols em um volume ocupado pelo gás ideal [mol];

R = é a constante universal dos gases [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1} \cdot mol^{-1}$];

T = é a temperatura do gás ideal [θ].

Em um processo adiabático, durante os processos físicos reais de expansão e compressão de gases, a pressão e o volume podem ser relacionados por $p \cdot \forall^k = C$. Esta relação é chamada de equação do processo politrópico, onde o k é a razão dos calores específicos do gás ideal, também chamado de coeficiente politrópico (Equação 2.18).

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.18)$$

Onde:

c_p = é o calor específico a pressão constante [$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$];

c_v = é o calor específico a volume constante [$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$];

O valor de k pode variar conforme o tipo de processo termodinâmico e de gás ideal no sistema. Em processos isotérmicos k assume o valor 1,00. Também pode assumir valores de $k = 1,67$ para o caso de gases ideais monoatômicos, $k = 1,40$ para o caso de gases ideais diatômicos e $k = 1,33$ para o caso de gases ideais poliatômicos.

Os valores de k para diferentes gases ideais estão disponíveis na literatura (Tabela 1):

Tabela 1 – Coeficientes politr\u00f3picos para diversos gases comuns a 300 K

G\u00e1s	c_p	c_v	k
Ar	1,0050	0,7180	1,400
Arg\u00f4nio	0,5203	0,3122	1,667
Butano	1,7164	1,5734	1,091
Di\u00f3xido de Carbono	0,8460	0,6570	1,289
Mon\u00f3xido de Carbono	1,0400	0,7440	1,400
Etano	1,7662	1,4897	1,186
Etileno	1,5482	1,2518	1,237
H\u00e9lio	5,1926	3,1156	1,667
Hidrog\u00eanio	14,3070	10,1830	1,405
Metano	2,2537	1,7354	1,299
Ne\u00f4nio	1,0299	0,6179	1,667
Nitrog\u00eanio	1,0390	0,7430	1,400
Octano	1,7113	1,6385	1,044
Oxig\u00eanio	0,9180	0,6580	1,395
Propano	1,6794	1,4909	1,126
Vapor de \u00e1gua	1,8723	1,4108	1,327

Fonte: \u00c7engel e Boles (2013).

2.4.3 Equa\u00e7\u00e3o de expans\u00e3o e compress\u00e3o para bols\u00e3o de ar a montante da tubula\u00e7\u00e3o

Conforme Fuertes-Miquel *et al.* (2019a), o bols\u00e3o de ar se comprime durante o enchimento da tubula\u00e7\u00e3o e se expande durante o esvaziamento. Portanto, o processo adiab\u00e1tico inerente ao comportamento bols\u00e3o de ar depende da varia\u00e7\u00e3o da massa de ar ao longo do tempo.

Se $\frac{dm_{ar}}{dt} \neq 0$, ent\u00e3o:

$$\frac{dp_{ar}^*}{dt} = -k \frac{p_{ar}^*}{\forall_{ar}} \frac{d\forall_{ar}}{dt} + \frac{p_{ar}^*}{\forall_{ar}} \frac{k}{\rho_{ar}} \frac{dm_{ar}}{dt} \quad (2.19)$$

onde:

p_{ar}^* = \u00e9 a press\u00e3o absoluta do bols\u00e3o de ar [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

\forall_{ar} = \u00e9 o volume ocupado pelo bols\u00e3o de ar [L^3];

k = \u00e9 o coeficiente politr\u00f3pico referente ao bols\u00e3o de ar que pode variar de um processo isot\u00e9rmico a um adiab\u00e1tico;

ρ_{ar} = \u00e9 a massa espec\u00edfica do bols\u00e3o de ar [$M \cdot L^{-3}$];

m_{ar} = \u00e9 a massa do bols\u00e3o de ar [M].

Se $\frac{dm_{ar}}{dt} = 0$, ent\u00e3o:

$$\frac{dp_{ar}^*}{dt} = -k \frac{p_{ar}^*}{\forall_{ar}} \frac{d\forall_{ar}}{dt} \quad (2.20)$$

$$\frac{1}{p_{ar}^*} \frac{dp_{ar}^*}{dt} = -k \frac{1}{\nabla_{ar}} \frac{d\nabla_{ar}}{dt} \quad (2.21)$$

$$\frac{dp_{ar}^*}{p_{ar}^*} = -k \frac{d\nabla_{ar}}{\nabla_{ar}} \quad (2.22)$$

Integrando os dois termos da equação (2.24), tem-se:

$$\int_{p_{ar,0}^*}^{p_{ar}^*} \frac{dp_{ar}^*}{p_{ar}^*} = \int_{\nabla_{ar,0}^*}^{\nabla_{ar}^*} -k \frac{d\nabla_{ar}}{\nabla_{ar}} \quad (2.23)$$

$$\int_{p_{ar,0}^*}^{p_{ar}^*} \frac{dp_{ar}^*}{p_{ar}^*} = k \cdot \int_{\nabla_{ar}^*}^{\nabla_{ar,0}^*} \frac{d\nabla_{ar}}{\nabla_{ar}} \quad (2.24)$$

$$[\ln |p_{ar}^*|]_{p_{ar,0}^*}^{p_{ar}^*} = k \cdot [\ln |\nabla_{ar,0}|]_{\nabla_{ar,0}}^{\nabla_{ar}} \quad (2.25)$$

$$\ln |p_{ar}^*| - \ln |p_{ar,0}^*| = k \cdot (\ln |\nabla_{ar,0}| - \ln |\nabla_{ar}|) \quad (2.26)$$

$$\ln \left| \frac{p_{ar}^*}{p_{ar,0}^*} \right| = k \cdot \ln \left| \frac{\nabla_{ar,0}}{\nabla_{ar}} \right| \quad (2.27)$$

$$\ln \left| \frac{p_{ar}^*}{p_{ar,0}^*} \right| = \ln \left| \frac{\nabla_{ar,0}}{\nabla_{ar}} \right|^k \quad (2.28)$$

$$\ln \left| \frac{p_{ar}^*}{p_{ar,0}^*} \right| = \ln \left| \left(\frac{\nabla_{ar,0}}{\nabla_{ar}} \right)^k \right| \quad (2.29)$$

$$\frac{p_{ar}^*}{p_{ar,0}^*} = \left(\frac{\nabla_{ar,0}}{\nabla_{ar}} \right)^k \quad (2.30)$$

$$p_{ar}^* \cdot \nabla_{ar}^k = p_{ar,0}^* \cdot \nabla_{ar,0}^k \quad (2.31)$$

Sendo a equação (2.31), a lei de Boyle para processos adiabáticos.

2.5 Válvula ventosa e suas aplicações

A válvula de admissão e expulsão de ar, chamada de válvula ventosa ou simplesmente ventosa, é um equipamento essencial para o funcionamento do sistema de abastecimento de água. É um dispositivo hidromecânico projetado para a expulsão de ar e de gases, durante o enchimento; ou para a admissão de ar, durante o esvaziamento ou operação de tubulação em redes de água e esgoto.

Em condições normais de temperatura e pressão, a água normalmente contém cerca de 2% de ar, vapor ou gás dissolvido em volume. Porém esse valor pode variar dependendo da pressão e temperatura no sistema de tubulação líquida.

Quando há perda de pressão na tubulação, ocorre diminuição da vazão volumétrica e aumento no consumo de energia do sistema elevatório. Isso pode acarretar o surgimento de bolsas de ar devido ao acúmulo na tubulação. Tal situação é de difícil detecção e reduz a eficiência do conjunto motor-bomba do sistema.

O comportamento dos gases em suspensão em condutos forçados é influenciado por quatro fatores principais: empuxo, velocidade, arrasto e equilíbrio de tensão superficial entre o líquido, os gases e a parede da tubulação. O movimento dos bolsões de ar e dos gases causa perturbação no fluxo do sistema, gerando mais turbulência e atrito contra as paredes dos condutos. Como resultado, a capacidade de fluxo diminui, as perdas de carga e o consumo de energia aumentam.

2.5.1 Tipos de válvulas ventosas

No Brasil ainda não há uma norma regulamentadora específica para o dimensionamento e seleção das ventosas.

Há pelo menos três tipos básicos de válvulas ventosas utilizados na indústria do saneamento: a ventosa simples ou de liberação de ar, a ventosa de dupla função ou de admissão/expulsão de ar e a ventosa de tríplice função.

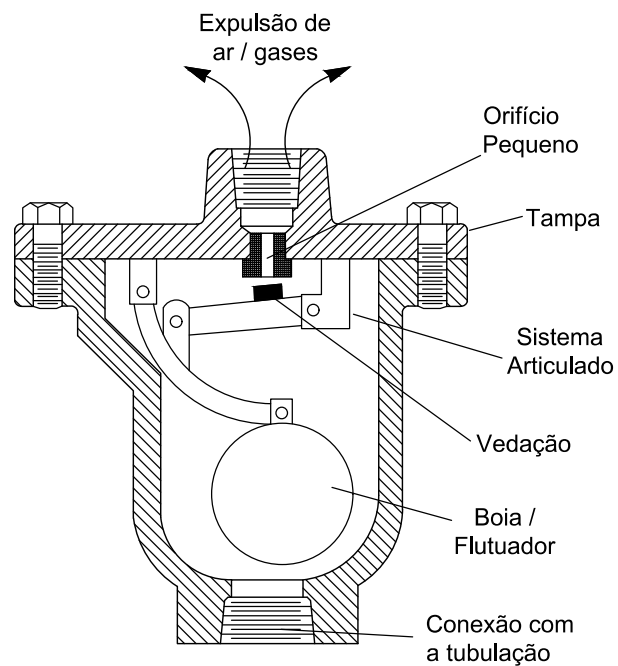
2.5.1.1 Ventosas de pequeno orifício

Também conhecidas como ventosas simples, são projetadas para expulsar pequenos bolsões de ar ou gases acumulados no interior do conduto forçado. São caracterizadas por terem orifícios de saída bem menores que a conexão de entrada da válvula. Os diâmetros dos orifícios

geralmente variam entre 13 mm e 150 mm.

Ao ser instalada, fica normalmente aberta, admitindo ar e gases através do orifício pequeno. Quando o líquido entra na válvula, o flutuador sobe, fechando o orifício. Quando ar e gases acumulados na tubulação, entram na válvula, o flutuador cai, expurgando-os através do orifício (Figura 6).

Figura 6 – Exemplo de ventosa de pequeno orifício

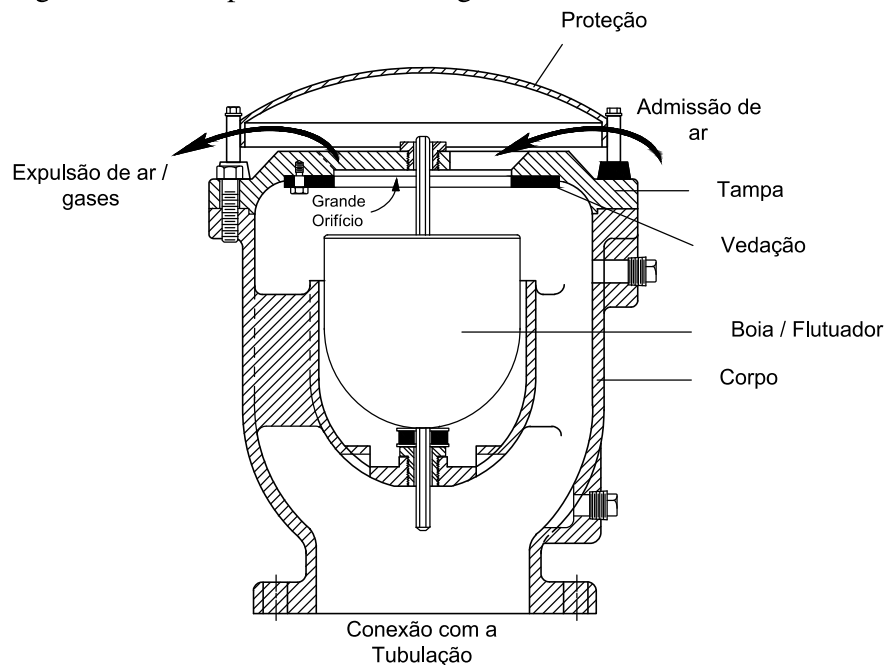


Fonte: Adaptado de AWWA (2016).

2.5.1.2 Ventosas de grande orifício

Também chamadas de ventosas de dupla função, são projetadas para expulsar ou admitir automaticamente grandes volumes de ar e gases durante o enchimento ou esvaziamento, respectivamente, de um sistema de tubulação líquida (Figura 7).

Figura 7 – Exemplo de ventosa de grande orifício



Fonte: Adaptado de AWWA (2016).

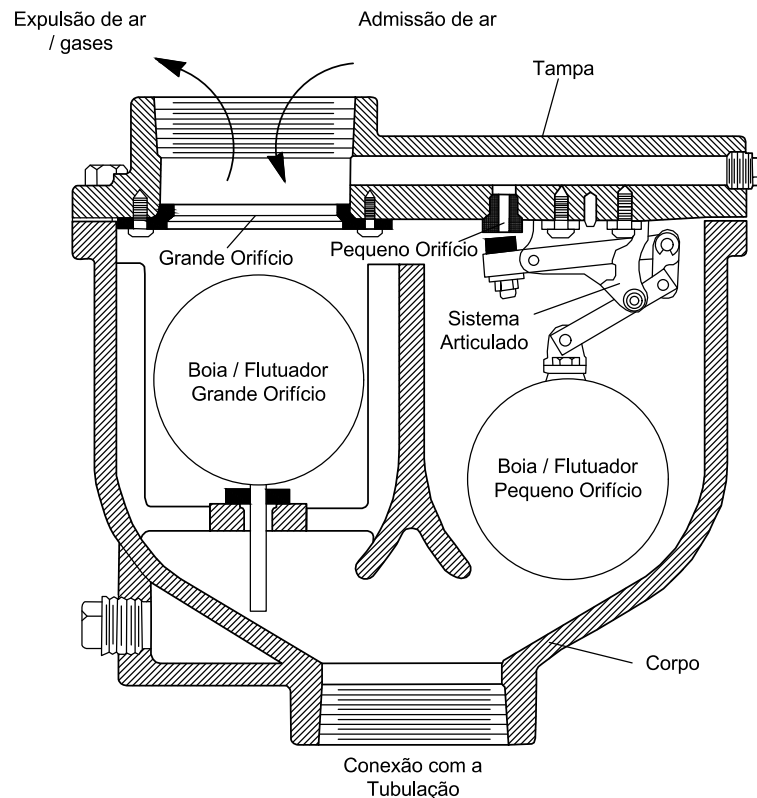
O tamanho dos orifícios possui um diâmetro que varia entre 13 mm e 500 mm, com conexões de entrada de diâmetros iguais ou maiores.

Um quebra-vácuo é um tipo de válvula de grande orifício que permite entrada apenas de ar. O ar e os gases devem ser expelidos de forma suave e uniforme para minimizar as variações de pressão.

2.5.1.3 Ventosas de tríplice função

Podem apresentar configuração de corpo único ou configuração de corpo duplo. São ventosas que realizam as mesmas funções que as ventosas de liberação de ar e as ventosas de ar/vácuo, liberando automaticamente pequenos ou grandes bolsões de ar e gases, dependendo da situação em que ocorram (Figura 8).

Figura 8 – Exemplo de ventosa de tríplice função



Fonte: Adaptado de AWWA (2016).

2.5.1.4 Dispositivos opcionais das ventosas

As válvulas ventosas podem ser fornecidas com equipamentos opcionais, incluindo dispositivos de fechamento lento e dispositivos de estrangulamento que controlam a vazão de ar ou gases através dos orifícios da válvula.

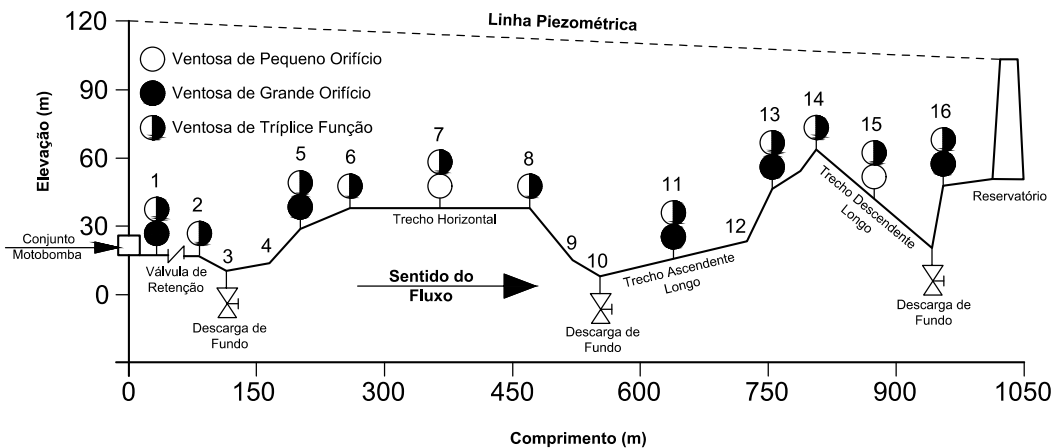
2.5.2 Instalação de ventosas ao longo de sistemas de tubulação durante o enchimento, esvaziamento e operação em regime permanente

A localização adequada das ventosas é tão importante quanto seu dimensionamento adequado. A instalação em localização inadequada pode tornar a ventosa ineficaz.

Quando o sistema de tubulação contém deflexões em sua cota geométrica, onde pode ocorrer obstrução ou quando é necessária proteção contra quebra de coluna líquida, as ventosas devem ser instaladas para reduzir a constrição de vazão, eliminando o ar enclausurado e reduzindo a perda de carga no sistema.

Se o fluxo estiver na direção oposta, as subidas se tornam descidas e os tipos de válvulas de ar podem mudar (Figura 9).

Figura 9 – Instalação de ventosas ao longo de sistemas de tubulação.



Nº	Descrição	Ventosa Recomendada	Nº	Descrição	Ventosa Recomendada
1	Saida de Recalque	Grande Orifício ou Tríplice	9	Diminuição de Declive	Não requer ventosa
2	Aumento de Declive	Tríplice	10	Ponto Baixo	Não requer ventosa
3	Ponto Baixo	Não requer ventosa	11	Trecho Ascendente Longo	Ar / Vácuo ou Combinação
4	Início de Aclive	Não requer ventosa	12	Aumento de Aclive	Não requer ventosa
5	Diminuição de Aclive	Grande Orifício ou Tríplice	13	Diminuição de Aclive	Grande Orifício ou Tríplice
6	Trecho Horizontal (início)	Tríplice	14	Ponto Alto	Tríplice
7	Trecho Horizontal	Pequeno Orifício ou Tríplice	15	Trecho Descendente Longo	Pequeno Orifício ou Tríplice
8	Trecho Horizontal (fim)	Tríplice	16	Diminuição de Aclive	Grande Orifício ou Tríplice

Fonte: Adaptado de AWWA (2016).

De modo a nortear o engenheiro projetista em quais tipos de solução pode-se determinar, a AWWA, no Manual M51 de Práticas de Abastecimento de Água, estabeleceu cenários de situações recorrentes, onde sugere a instalação de válvulas ventosas e os tipos respectivos, conforme a relação abaixo:

- a) **pontos altos:** as ventosas de tríplice função podem ser alocadas nos pontos altos das adutoras para a expulsão de ar no decorrer do enchimento e durante a operação normal de um sistema, para admissão de ar, atuando contra a quebra da coluna líquida durante o esvaziamento. Um ponto alto é definido pela extremidade de uma tubulação em aclive, na direção ao gradiente hidráulico, seguido imediatamente por um declive;
- b) **registro de linha:** ventosas de grande orifício ou de tríplice função podem ser alocadas imediatamente a jusante dos registros de linha para facilitar o esvaziamento da tubulação em um segmento do sistema a partir de sua válvula de isolamento até a descarga de fundo. Ventosas de pequeno orifício devem ser alocadas no lado pressurizado (a montante) de um registro de linha, para facilitar a expulsão ar

- durante o enchimento ou teste inicial de segmentos de adutora;
- c) **aumento da inclinação em declives:** válvulas de tríplice função podem ser alocadas em deflexões abruptas em declives;
 - d) **diminuição da inclinação em aclives:** ventosas de grande orifício ou ventosas de tríplice função podem ser alocadas em deflexões abruptas em aclives;
 - e) **active longo:** ventosas de grande orifício ou ventosas de tríplice função devem ser instaladas em intervalos de 400 m a 800 m, ao longo de seções ascendentes de adutoras;
 - f) **declive longo:** ventosas de pequeno orifício ou ventosas de tripla função devem ser consideradas em intervalos de 400 m 800 m, ao longo de seções descendentes de adutoras;
 - g) **trecho horizontal:** ventosas de tríplice função devem ser consideradas no início e no final de seções horizontais longas. Ventosas de pequeno orifício ou ventosas de tríplice função devem ser consideradas em intervalos de 400 m a 800 m, ao longo das seções horizontais de tubulação. É difícil purgar ar e gases por toda a extensão de uma adutora horizontal em baixas velocidades de fluxo.
 - h) **locais com problemas de transitórios hidráulicos:** locais suscetíveis a separações de coluna podem necessitar de ventosas de tríplice função com dispositivos de fechamento lento ou quebra-vácuo.

2.5.3 Modelo matemático do comportamento de admissão e expulsão de ar da válvula ventosa

A utilização da válvula ventosa é indispensável para assegurar o funcionamento eficiente de estações elevatórias, segundo as especificações definidas pelo dimensionamento do sistema. É de extrema importância garantir vazão mássica apropriada através do orifício da válvula ventosa, a fim de possibilitar o enchimento ou esvaziamento completo da tubulação em um intervalo de tempo que permita uma operação e manutenção eficazes, minimizando os custos para a administração do sistema.

Para introduzir o modelo matemático da ventosa, Peroba Junior (2007) definiu o conceito de escoamento isentrópico como escoamento adiabático e sem atrito. Para isso foram assumidas as seguintes simplificações:

- a) desprezam-se os efeitos de atrito, devido às curtas distâncias percorridas;
- b) as trocas de calor são pequenas porque as variações sofridas por uma partícula

são suficientemente lentas para manter baixos os gradientes de velocidade e de temperatura.

Com isso, Peroba Junior (2007), Rodrigues (2009), Barbosa (2015), Fuertes-Miquel *et al.* (2019a e 2019b) e Coronado-Hernández (2019) apresentaram as equações abaixo para a modelagem matemática da válvula ventosa para admissão e expulsão de ar. Essas equações foram baseadas na teoria apresentada por Wylie e Streeter (1993), Lingireddy *et al.* (2004) e Chaudhry (2014).

– Caso I: expulsão de ar em escoamento subsônico ($p_{atm}^* < p_a^* < 1,893p_{atm}^*$):

$$Q_{ar} = C_{exp} \cdot A_{exp} \cdot p_{ar}^* \sqrt{\frac{7}{RT} \left[\left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar}^*} \right)^{1,4286} - \left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar}^*} \right)^{1,714} \right]} \quad (2.32)$$

– Caso II: expulsão de ar em escoamento crítico ($p_a^* \geq 1,893p_{atm}^*$):

$$Q_{ar} = C_{exp} \cdot A_{exp} \cdot \frac{0,686}{\sqrt{RT}} \cdot p_a^* \quad (2.33)$$

– Caso III: admissão de ar em escoamento subsônico ($p_{atm}^* > p_a^* > 0,528p_{atm}^*$):

$$Q_{ar} = C_{adm} \cdot A_{adm} \sqrt{7 \cdot p_{atm}^* \cdot \rho_{ar,cn} \left[\left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar}^*} \right)^{1,4286} - \left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar}^*} \right)^{1,714} \right]} \quad (2.34)$$

– Caso IV: admissão de ar em escoamento crítico ($p_a^* \leq 0,528p_{atm}^*$):

$$Q_{ar} = C_{adm} \cdot A_{adm} \cdot \frac{0,686}{\sqrt{RT}} \cdot p_{atm}^* \quad (2.35)$$

Onde:

Q_{ar} = é a vazão de ar através do orifício da ventosa [$L^3 \cdot T^{-1}$];

C_{exp} = é o coeficiente adimensional de expulsão de ar através do orifício da ventosa;

C_{adm} = é o coeficiente adimensional de admissão de ar através do orifício da ventosa;

A_{exp} = área da secção nominal do orifício de expulsão de ar da ventosa [L^2];

A_{adm} = área da secção nominal do orifício de admissão de ar da ventosa [L^2];

p_{ar}^* = é a pressão absoluta do ar que flui através da ventosa [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

p_{atm}^* = é a pressão atmosférica absoluta [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

$\rho_{ar,cn}$ = é a massa específica do ar em condições normais [$M \cdot L^{-3}$];

$R =$ é a constante universal dos gases [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1} \cdot mol^{-1}$];

$T =$ é a temperatura da massa de ar na ventosa [Θ].

Para as equações 2.32 a 2.35, dependendo do tipo de ventosa selecionada, os coeficientes C_{exp} e C_{adm} podem assumir valores no intervalo de 0,30 a 0,70. Tais valores podem ser obtidos experimentalmente ou fornecidos pelos fabricantes (Iglesias-Rey *et al.*, 2014; Fuertes-Miquel *et al.*, 2019a).

2.6 Equacionamento usual em projetos de sistema de abastecimento de água para esvaziamento de tubulações

2.6.1 Válvulas de descarga para drenagem em sistemas de tubulações

Tubulações como a de uma adutora, gravitária ou pressurizada, usualmente podem ser drenadas via válvula gaveta ou no termo prático, registro de gaveta. Esta válvula pode ser anexada ao tubo por um tê de redução exercendo a função de saída lateral da água.

Tsutiya (2006) relatou que válvulas de descarga para drenagem em adutoras para água, bruta ou tratada, são instaladas em trechos de cota geométrica mais baixa, com os seguintes argumentos técnicos:

- a) limpeza interna da tubulação na fase de pré-operação da adutora;
- b) manutenção ou remoção de equipamentos e acessórios da tubulação;
- c) remoção de sedimentos que decantam no fundo das tubulações e que diminuem a seção e a vazão do sistema; e
- d) drenagem total do sistema para eventual inspeção.

A norma ABNT NBR 12215-1 de 2017 orienta que deve ser prevista válvula de descarga em pontos baixos ou em pontos estratégicos para a drenagem de água, com as seguintes funções:

- a) deve ser dimensionada para proporcionar uma velocidade mínima de arraste, de modo a remover o material que possa ter sedimentado;
- b) deve propiciar o esvaziamento completo do trecho da adutora, de modo gravitário e caso seja possível, prever meio adequado para o esvaziamento;
- c) deve prever a dissipação da energia da água descarregada e o encaminhamento a um sistema receptor.

E não menos importante, para o dimensionamento da válvula, deve-se verificar a

capacidade hidráulica de esvaziamento da tubulação do sistema a ser projetado. Considera-se o perfil, a extensão, o volume do trecho a ser esgotado, o volume de ar a ser introduzido para evitar a subpressão e as condições para escoamento da água descarregada.

Ou seja, o esvaziamento por meio de uma válvula de descarga deve estabelecer o tempo máximo de escoamento da tubulação ou do sistema adutor para atender o tempo de parada operacional definido pela operadora do sistema.

2.6.2 Dimensionamento da tubulação para as válvulas de descarga

Segundo Tsutiya (2006), o esvaziamento completo por gravidade da linha ou de um trecho de tubulação pode ser dimensionado para um tempo máximo de quatro horas. Azevedo Netto e Fernández (2018), recomendaram, na falta de melhores estudos, adotar o diâmetro de descarga igual a 1/6 do diâmetro da tubulação a ser drenada. Essa recomendação serviria como regra prática de campo, para um dimensionamento provisório.

Tsutiya (2006) também se referiu ao Koelle (1998), que propôs um modelo para obter dimensões da válvula de descarga, em função da velocidade do escoamento e do tempo de esvaziamento. A relação entre o diâmetro da adutora e o diâmetro da descarga é apresentada na Equação (2.36) e as velocidades máximas e mínimas são apresentadas nas equações (2.37) e (2.38). Na Figura 10 são ilustrados os parâmetros dessas equações.

$$\frac{D}{d} = 65 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot \sqrt{Z_m}}{L}} \quad (2.36)$$

$$V_1 = 2,5 \cdot \sqrt{Z_{max}} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \quad (2.37)$$

$$V_2 = 1,25 \cdot \sqrt{Z_{min}} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \quad (2.38)$$

Onde:

D = Diâmetro da tubulação da adutora [L];

d = Diâmetro do tubo de descarga [L];

T = Tempo de esvaziamento da adutora [T];

Z_m = Cota geométrica média disponível $\left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right)$ [L];

L = Extensão total da adutora entre deflexões máximas (os pontos altos) nos quais há a admissão de ar ($L_1 + L_2$) [L]

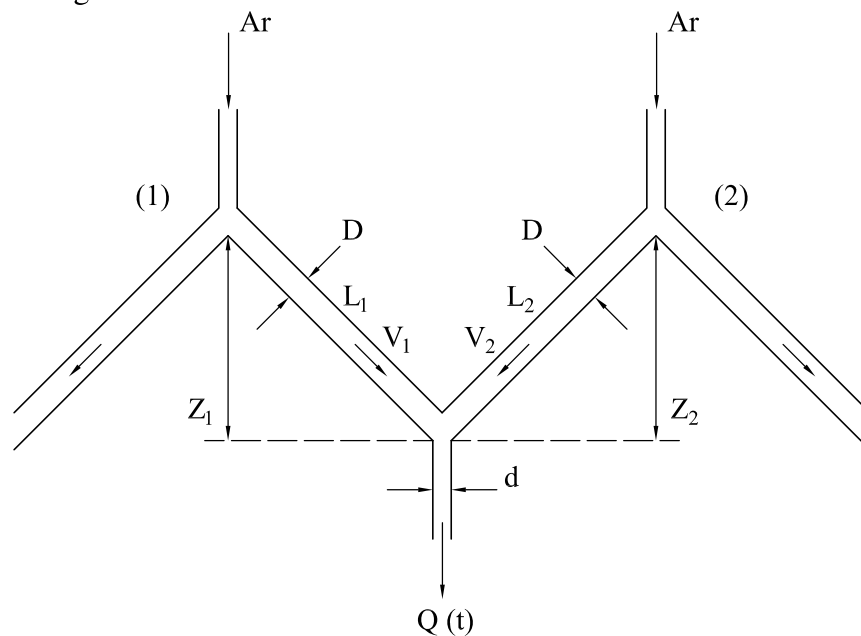
Z_{max} = Cota geométrica máxima disponível entre Z_1 e Z_2 [L];

Z_{min} = Cota geométrica mínima disponível entre Z_1 e Z_2 [L];

V_1 = Velocidade máxima da drenagem da adutora [$L \cdot T^{-1}$];

V_2 = Velocidade mínima da drenagem da adutora [$L \cdot T^{-1}$];

Figura 10 – Parâmetros básicos para o dimensionamento do tubo de descarga



Fonte: Adaptado de Tsutiya (2006).

2.6.3 Válvulas ventosas para admissão de ar em adutoras

Para Tsutiya (2006), quando ocorre a descarga de água na adutora ou eventual ruptura em um ponto baixo, era necessária a admissão de ar nos pontos de cota geométrica mais alta de uma adutora. Essa ação evitaria a ocorrência de subpressões menores do que a pressão atmosférica, evitando o colapso das paredes da tubulação.

A norma ABNT NBR 12215-1 de 2017 orienta que se deve prever a instalação de válvula ventosa em adutoras para permitir a expulsão, admissão (ou ambas) do ar enclausurado no tubo. Essa prática visa auxiliar as operações de enchimento, esvaziamento (ou ambos) e os efeitos na ocorrência dos transitórios hidráulicos.

Orienta-se, na mesma norma, que se deve prever as válvulas ventosas em pontos estratégicos, tais como:

- a) no ponto de alimentação da adutora (injetamento);
- b) na saída de bombeamento;
- c) na saída de reservatório em tubulação operando por gravidade;
- d) em trecho longo de tubulação sem derivações;
- e) em mudanças de declividade;
- f) em pontos suscetíveis de acumulação de ar;
- g) em pontos altos;
- h) a jusante de válvula de bloqueio (registro de linha);
- i) em pontos intermediários de entrada de ar, quando a linha piezométrica correspondente à descarga de um trecho da adutora estiver situada abaixo desta.

Em relação ao esvaziamento de tubulações, a válvula ventosa deve ser dimensionada de modo que admita a vazão de ar equivalente ou compatível à vazão máxima de água descarregada pela válvula de descarga de cada trecho a ser drenado. Esta orientação é muito importante, ao estabelecer que a continuidade entre admissão de ar em relação à descarga deve ser mantida para uma correta operação de esvaziamento.

Dentre outras orientações, destaca-se que o dimensionamento, a solução técnica e a instalação adotada para o dispositivo devem sempre garantir a entrada e saída do ar na quantidade definida no projeto. E, finalmente, a especificação técnica do dispositivo deve indicar a capacidade de expulsão e admissão de ar necessárias e detalhar as suas características geométricas e hidráulicas.

2.6.4 Dimensionamento das válvulas ventosas para admissão de ar

Tsutiya (2006) também se referiu ao Koelle (1998), que propôs um modelo adequado para a determinação do diâmetro da válvula ventosa para admissão de ar. O modelo pode ser definido através da Equação (2.39) e seus parâmetros hidráulicos são apresentados na Figura 11.

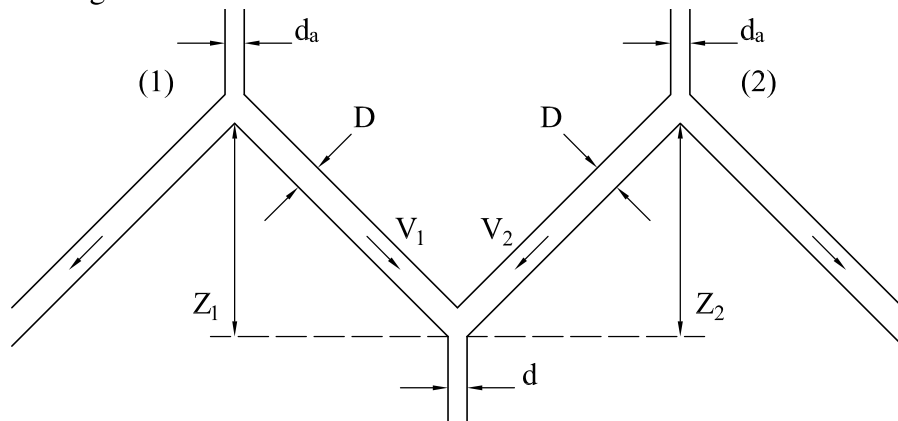
$$d_a = 0,21 \cdot Z^{1/4} \cdot d \quad (2.39)$$

Onde:

d_a = Diâmetro da válvula de admissão de ar [L];

Z = Cota máxima entre Z_1 e Z_2 [L].

Figura 11 – Parâmetros básicos para o dimensionamento do tubo de descarga



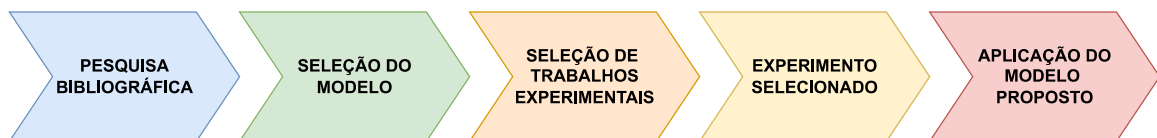
Fonte: Adaptado de Tsutiya (2006).

3 METODOLOGIA

Inicialmente, o objeto de pesquisa deste trabalho era a variação do coeficiente politrópico do processo termodinâmico adiabático. Este processo ocorre durante a expansão do bolsão de ar em tubulações com água, durante o esvaziamento pela abertura da válvula de jusante. Entretanto, ao longo do desenvolvimento da pesquisa, investigou-se também a modelagem da lei de abertura de válvula, necessária para a obtenção dos resultados que serão apresentados mais adiante.

O procedimento metodológico ocorreu por meio de pesquisa bibliográfica (procedimento detalhado no Tópico 2.1) com a conceituação básica do tema de artigos que exploram a teoria do esvaziamento de tubulações usando pesquisas experimentais, de modo que os dados obtidos pudessem ser utilizados na análise deste trabalho (Fluxograma 2).

Fluxograma 2 – Procedimento metodológico no estudo do esvaziamento de condutos forçados



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Em seguida, adotou-se um tratamento qualitativo na seleção dos trabalhos mais relevantes para compor o referencial teórico durante a revisão da literatura. Selecionou-se um conjunto de trabalhos de pesquisa experimental, cujas soluções experimentais quantitativas pudessem ser aplicadas na modelagem computacional e na análise dos dados alcançados por meio da verificação dos desvios entre modelo físico-matemático e experimento. Por fim, as respostas obtidas passaram por uma abordagem qualitativa no que se refere à subjetividade dos resultados quantitativos, dos desvios entre modelagem e experimento e da verificação expedita dos resultados gráficos obtidos.

Referente à natureza da pesquisa, o trabalho possui o viés empírico quanto à análise de dados obtidos dos experimentos selecionados. Possui também viés aplicado, pois o resultado obtido será implementado em projetos de abastecimento de água, visando selecionar ventosas para a modelagem do esvaziamento de adutoras.

O objetivo da realização desta pesquisa possui o caráter exploratório do fenômeno a ser estudado, que ainda é pouco investigado na literatura. Também possui o caráter explicativo visando compreender o comportamento das variáveis que compõem o objeto de pesquisa deste

trabalho.

3.1 Caracterização do objeto de estudo

A ideia que norteou o desenvolvimento deste trabalho é a de que o processo termodinâmico adiabático, na expansão do bolsão de ar na tubulação durante o processo de esvaziamento, pode assumir valores de k (coeficiente politrópico). Estes valores variam em torno de 1,40, o qual é o k para o ar atmosférico (Tabela 1).

Porém, durante esta investigação, percebeu-se a necessidade de se estabelecer uma lei de abertura de válvula para a analisar os resultados dos experimentos de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019). Essa necessidade surge do fato de que a literatura não especifica o critério ou a equação para a modelar a manobra de abertura da válvula instalada.

Buscou-se também desenvolver uma lei de abertura de válvula, para a drenagem de tubulações com base nos experimentos realizados, explorando a variabilidade dos termos constantes nas equações existentes na literatura e estabelecendo-os heurísticamente através da utilização de indicadores de desvios que nortearam as tomadas de decisões neste trabalho.

3.1.1 Os experimentos de Fuertes-Miquel *et al.* (2019) e Coronado-Hernández (2019)

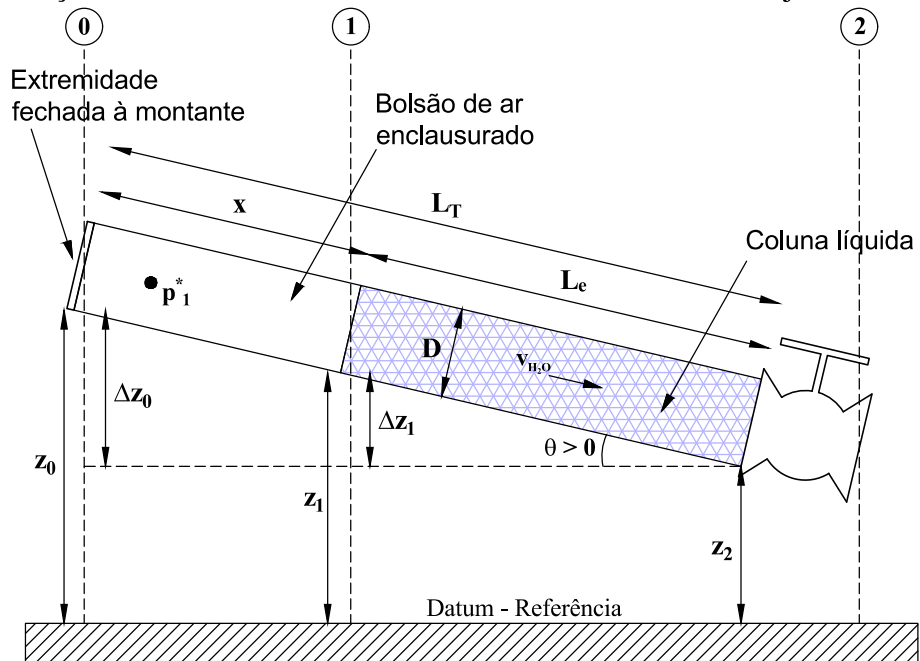
Este trabalho possui o caráter exploratório, onde se realizou um levantamento bibliográfico referente aos temas de esvaziamento e termodinâmica com foco experimental. Esperando, assim, que o coeficiente politrópico de um sistema bifásico (ar/vapor + água) em uma tubulação a princípio confinado e rapidamente posto em esvaziamento, pode variar em função de diversas combinações de fatores.

Conforme o trabalho de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019), o experimento foi realizado no Laboratório de Fluidos, na Universitat Politècnica de València, Valência – Espanha. Composto por tubulação em acrílico, com diâmetro interno de 42 mm e comprimento de 4,36 m, possuía também um transdutor de pressão, para medir as pressões do bolsão de ar a montante da tubulação. Além de uma válvula esfera de jusante, com o mesmo diâmetro, controlando a vazão e despejando o líquido em um reservatório, como se refere nos trabalhos supracitados. A configuração deste experimento possibilitava a mudança de inclinação que permitia a obtenção de um espectro de resultados para validar o modelo de esvaziamento.

Foram realizados 12 experimentos sem admissão de ar (E1 a E12) e 24 experimentos

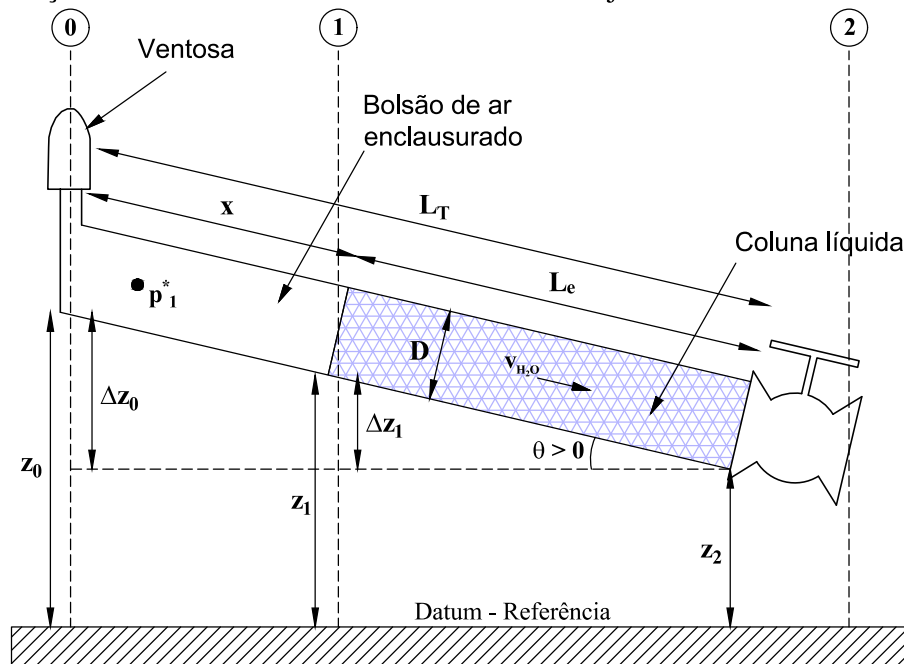
com admissão de ar (E13 a E36). Para simular uma ventosa para admissão de ar, a conexão da extremidade fechada a montante da tubulação foi substituída por uma conexão com um furo de $D = 1,50 \text{ mm}$ ($C_{adm} = 0,50$) para os experimentos E13 a E24. Para os experimentos E25 a E36, o furo da conexão usada foi de $D = 3,00 \text{ mm}$ ($C_{adm} = 0,62$) (Figura 12 e Figura 13) (Tabela 2 e Tabela 3).

Figura 12 – Vista esquemática do modelo de esvaziamento de conduto forçado com extremidade fechada de montante e válvula de jusante



Fonte: Adaptado de Fuertes-Miquel *et al.* (2019a).

Figura 13 – Vista esquemática do modelo de esvaziamento de conduto forçado com ventosa de montante e válvula de jusante.



Fonte: Adaptado de Fuertes-Miquel *et al.* (2019a).

Tabela 2 – Dados dos experimentos de esvaziamento realizados sem admissão de ar a montante

Experimento	Tag	$x_{ar,0}$ (m)	θ (rad)	$R_v \cdot 10^{-6}$ (ms^2m^{-6})	T_m (s)
1	E1	0,205	0,457	11,89	0,40
2	E2	0,340	0,457	11,89	0,40
3	E3	0,450	0,457	11,89	0,50
4	E4	0,205	0,457	25,00	0,25
5	E5	0,340	0,457	22,68	0,15
6	E6	0,450	0,457	30,86	0,30
7	E7	0,205	0,515	14,79	0,50
8	E8	0,340	0,515	14,79	0,40
9	E9	0,450	0,515	14,79	0,75
10	E10	0,205	0,515	135,21	0,30
11	E11	0,340	0,515	138,41	0,30
12	E12	0,450	0,515	100,00	0,30

Fonte: Adaptado de Fuertes-Miquel *et al.* (2019a).

Tabela 3 – Dados dos experimentos de esvaziamento realizados com admissão de ar a montante

Experimento	Tag	D_v (mm)	$x_{ar,0}$ (m)	θ (rad)	$R_v \cdot 10^{-6}$ (ms^2m^{-6})	T_m (s)
13	E13	1,50	0,205	0,457	9,18	0,40
14	E14	1,50	0,340	0,457	11,11	0,40
15	E15	1,50	0,450	0,457	11,11	0,40
16	E16	1,50	0,205	0,457	20,66	0,25
17	E17	1,50	0,340	0,457	16,66	0,15
18	E18	1,50	0,450	0,457	12,76	0,10
19	E19	1,50	0,205	0,515	8,65	0,40
20	E20	1,50	0,340	0,515	9,18	0,50
21	E21	1,50	0,450	0,515	11,11	0,40
22	E22	1,50	0,205	0,515	18,90	0,35
23	E23	1,50	0,340	0,515	17,36	0,30
24	E24	1,50	0,450	0,515	22,68	0,25
25	E25	3,00	0,205	0,457	2,16	0,50
26	E26	3,00	0,340	0,457	2,60	0,50
27	E27	3,00	0,450	0,457	2,97	0,50
28	E28	3,00	0,205	0,457	6,25	0,40
29	E29	3,00	0,340	0,457	5,95	0,40
30	E30	3,00	0,450	0,457	5,95	0,35
31	E31	3,00	0,205	0,515	3,08	0,50
32	E32	3,00	0,340	0,515	2,60	0,35
33	E33	3,00	0,450	0,515	3,08	0,50
34	E34	3,00	0,205	0,515	5,67	0,40
35	E35	3,00	0,340	0,515	6,57	0,40
36	E36	3,00	0,450	0,515	6,25	0,40

Fonte: Adaptado de Fuertes-Miquel *et al.* (2019a).

Os dados apresentados nas Tabelas 2 e 3, foram necessários para estabelecer as condições iniciais para a modelagem do RWCM, de modo que, posteriormente, simulou-se o esvaziamento dos 36 experimentos realizados.

3.1.2 Aplicação do Modelo de Coluna Rígida de Água (RWCM) para o esvaziamento de condutos forçados

Para aplicar o RWCM para esvaziamento de condutos forçados, fez-se necessário realizar a divisão do modelo para dois cenários: sem admissão de ar e com admissão de ar por um pequeno orifício. As duas situações partem do mesmo princípio, mas diferem quanto à consideração da variação da massa de ar atmosférico durante a admissão de ar no esvaziamento.

3.1.2.1 Aplicação do RWCM para o esvaziamento de condutos forçados sem admissão de ar

Para simular o esvaziamento de tubulação a partir da equação (2.6), considerou-se a equação $Q = A \cdot v_{h_2O}$, para analisar a coluna de água em função da velocidade do esvaziamento

da tubulação. Também, fez-se a consideração de que a variação da carga piezométrica, $\Delta H = \Delta p/\gamma + \Delta z$, é a variação da soma da carga de pressão absoluta e da cota geométrica do problema. Com isso, a equação (2.6) pode ser representada pela Equação Diferencial Ordinária (EDO) do Modelo da Coluna Rígida de Água para oscilação de massa (Equação 3.1):

$$\frac{dv_{h_2o}}{dt} = \frac{p_1^* - p_{atm}^*}{\rho_{h_2o} \cdot L_e} + g \cdot \frac{\Delta z_1}{L_e} - f \cdot \frac{v_{h_2o} |v_{h_2o}|}{2D} - \frac{R_v g A^2 v_{h_2o} |v_{h_2o}|}{L_e} \quad (3.1)$$

Onde:

p_1^* = é a pressão interna absoluta [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

p_{atm}^* = é a pressão atmosférica absoluta [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

Δz = é a variação da cota geométrica [L];

Δz_1 = é a variação da cota geométrica da interface ar-água [L];

γ = é o peso específico [$M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}$];

ρ_{h_2o} = é a massa específica da água [$M \cdot L^{-3}$];

R_v = é o coeficiente de resistência da válvula de jusante [$L^{-5} \cdot T^2$];

L_e = é o comprimento da coluna líquida de água [L].

Na fase gasosa, calculou-se o comprimento da coluna gasosa através da Equação (3.2), de modo a compor o cálculo da pressão do bolsão de ar enclausurado à montante da coluna líquida.

$$L_{e,i} = L_{e,i-1} - \int_0^t v_{H_2O} \cdot dt \quad (3.2)$$

Onde:

$L_{e,i}$ = Comprimento da coluna líquida no passo de tempo atual [L];

$L_{e,i-1}$ = Comprimento da coluna líquida no passo de tempo anterior [L]; e

v_{H_2O} = Velocidade de esvaziamento da coluna líquida [$L \cdot T^{-1}$].

Uma maneira de solucionar a integral que compõe a equação que mede o comprimento de esvaziamento da tubulação acima mencionado é utilizando metodologias de integração numérica. Para este trabalho, utilizou-se a regra trapezoidal para integração numérica, conforme Burden *et al.* (2016).

$$L_{e,i} = L_{e,i-1} - \sum_{i=0}^t \frac{\Delta t}{2} \cdot [v_{H_2O,i-1} + v_{H_2O,i}] \quad (3.3)$$

onde:

Δt = Passo de tempo computacional [T];

$v_{H_2O,i-1}$ = Velocidade de esvaziamento da coluna líquida do passo de tempo anterior [$L \cdot T^{-1}$]; e

$v_{H_2O,i}$ = Velocidade de esvaziamento da coluna líquida do passo de tempo atual [$L \cdot T^{-1}$].

Por se tratar de um regime transiente rápido, a expansão da bolsa de ar durante o esvaziamento da tubulação foi calculada com base na primeira lei da termodinâmica ($\delta E_{int} = W + \delta Q_T$), por um processo adiabático de um gás ideal diatômico, no caso do ar atmosférico (Lima; Oliveira, 2010; Çengel; Boles, 2013). Do mesmo modo, a energia interna, E_{int} [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$], desse processo termodinâmico realiza apenas trabalho, W [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$], sem transferência de calor Q_T [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]. Isso possibilitou a utilização da equação do processo politrópico (Equação 3.4):

$$p_{1,i}^* \cdot (\forall_{ar,i})^k = p_{1,i-1}^* \cdot (\forall_{ar,i-1})^k \quad (3.4)$$

onde:

k = Razão entre os calores específicos do gás ideal, índice politrópico;

$p_{1,0}^*$ = Pressão absoluta inicial da bolsa de ar [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$];

$\forall_{ar,0}$ = Volume inicial da bolsa de ar [L^3];

p_1^* = Pressão absoluta da bolsa de ar após o esvaziamento [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$]; e

\forall_{ar} = Volume da bolsa de ar após o esvaziamento [L^3].

Levando-se em consideração que não há variação do diâmetro interno da tubulação onde o corre o esvaziamento e que $\forall = x_{ar} \cdot A_{D_{int}}$, a equação (3.5) pode ser reescrita como:

$$p_{1,i}^* \cdot (x_{ar,i})^k = p_{1,i-1}^* \cdot (x_{ar,i-1})^k \quad (3.5)$$

As equações (3.1), (3.3) e (3.5), nesta sequência, foram necessárias para a modelar o esvaziamento da coluna líquida/expansão do bolsão de ar, em cenário sem admissão de ar.

3.1.2.2 Aplicação do RWCM para o esvaziamento de condutos forçados com admissão de ar

Quando não há admissão de ar na tubulação, a equação (3.5) serve como modelo para a expansão do bolsão de ar, à medida que a coluna de água diminui devido ao esvaziamento.

Nesse caso, a massa de ar interna à tubulação não varia (conforme mencionado no tópico 2.4.3).

Entretanto, com a admissão de ar na tubulação, a massa interna de ar passa a variar, sendo necessária a utilização de equações específicas para tal finalidade, conforme Fuertes-Miquel *et al.* (2019).

Assumiui-se que as equações (3.1) e (3.3) representam o esvaziamento da coluna líquida na tubulação. Portanto o comportamento do bolsão de ar pôde ser modelado inicialmente pela equação da continuidade (ou equação de conservação da massa):

$$\frac{dm_{ar}}{dt} = \rho_{ar} \cdot v_{ar} \cdot A_{adm} \quad (3.6)$$

Ao considerar que $m_{ar} = \rho_{ar} \cdot \forall_{ar}$, a derivada da equação 3.6 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{dm_{ar}}{dt} = \frac{d(\rho_{ar} \cdot \forall_{ar})}{dt} = \frac{d\rho_{ar}}{dt} \forall_{ar} + \frac{d\forall_{ar}}{dt} \rho_{ar} \quad (3.7)$$

Combinando as equações (3.6) e (3.7), obteve-se:

$$\frac{d\rho_{ar}}{dt} \forall_{ar} + \frac{d\forall_{ar}}{dt} \rho_{ar} = \rho_{ar} \cdot v_{ar} \cdot A_{adm} \quad (3.8)$$

Isolando a derivada de ρ_{ar} pelo tempo, obteve-se:

$$\frac{d\rho_{ar}}{dt} \forall_{ar} = \rho_{ar} \cdot v_{ar} \cdot A_{adm} - \frac{d\forall_{ar}}{dt} \rho_{ar} \quad (3.9)$$

$$\frac{d\rho_{ar}}{dt} = \frac{\rho_{ar} \cdot v_{ar} \cdot A_{adm} - \frac{d\forall_{ar}}{dt} \rho_{ar}}{\forall_{ar}} \quad (3.10)$$

Fazendo $\forall_{ar} = x \cdot A = (L_T - L_e) \cdot A$ e $\frac{d\forall_{ar}}{dt} = -\frac{dL_e}{dt} \cdot A = v_{h_2o} \cdot A$, alcançou-se:

$$\frac{d\rho_{ar,i}}{dt} = \frac{\rho_{ar,i-1} \cdot v_{ar,i-1} \cdot A_{adm} - v_{h_2o,i-1} \cdot A \cdot \rho_{ar}}{(L_T - L_e) \cdot A} \quad (3.11)$$

Onde:

$\rho_{ar,i}$ = é a variação da massa específica do bolsão de ar no passo de tempo atual $[M \cdot L^{-3}]$;

$\rho_{ar,i-1}$ = é a variação da massa específica do bolsão de ar no passo de tempo anterior $[M \cdot L^{-3}]$;

$v_{ar,i-1}$ = é a velocidade de admissão do ar através do orifício do passo de tempo anterior $[L \cdot T^{-1}]$;

$v_{h_2o,i-1}$ = é a velocidade de esvaziamento da coluna líquida do passo de tempo anterior $[L \cdot T^{-1}]$;

A_{adm} = é a área do orifício de admissão de ar $[L^2]$;

A = é a área da seção transversal da coluna líquida $[L^2]$;

L_T = Comprimento total da tubulação $[L]$; e

L_e = Comprimento da coluna líquida $[L]$.

Assim, sendo a equação (3.11) a solução da variação da massa específica do ar na equação (3.7). Simultaneamente, a equação (3.7) compõe a solução para a variação da massa de ar da equação de expansão e compressão abaixo (mencionada no Tópico 2.4.3):

$$\frac{dp_{ar,i}^*}{dt} = -k \frac{p_{ar,i-1}^*}{\forall_{ar,i-1}} \frac{d\forall_{ar,i-1}}{dt} + \frac{p_{ar,i-1}^*}{\forall_{ar,i-1}} \frac{k}{\rho_{ar}} \frac{dm_{ar,i-1}}{dt} \quad (3.12)$$

Onde:

$p_{ar,i}^*$ = é a pressão absoluta do bolsão de ar no passo de tempo atual $[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$;

$p_{ar,i-1}^*$ = é a pressão absoluta do bolsão de ar no passo de tempo anterior $[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$;

$\forall_{ar,i-1}$ = é o volume ocupado pelo bolsão de ar no passo de tempo anterior $[L^3]$; e

$m_{ar,i-1}$ = é a massa do bolsão de ar no passo de tempo anterior $[M]$.

Por fim, fez-se necessário o uso das equações que caracterizam o comportamento de ventosas para admissão de ar atmosférico (mencionado no Tópico 2.5.3):

– Admissão de ar em escoamento subsônico ($p_{atm}^* > p_a^* > 0,528p_{atm}^*$):

$$Q_{ar,i} = C_{adm} \cdot A_{adm} \sqrt{7 \cdot p_{atm}^* \cdot \rho_{ar,i-1} \left[\left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar,i-1}^*} \right)^{1,4286} - \left(\frac{p_{atm}^*}{p_{ar,i-1}^*} \right)^{1,714} \right]} \quad (3.13)$$

– Admissão de ar em escoamento crítico ($p_a^* \leq 0,528p_{atm}^*$):

$$Q_{ar,i} = C_{adm} \cdot A_{adm} \cdot \frac{0,686}{\sqrt{RT}} \cdot P_{atm}^* \quad (3.14)$$

Onde:

$Q_{ar,i}$ = é a vazão de ar através do orifício da ventosa no passo de tempo atual [$L^3 \cdot T^{-1}$];

Logo a sequência de equações (3.1), (3.3), (3.11), (3.12) e (3.13) foi necessária para modelar o esvaziamento da coluna líquida/expansão do bolsão de ar, em cenário com admissão de ar.

3.2 Proposição de solução simplificada para o Modelo de Coluna Rígida de Água (RWCM)

Durante o estudo do RWCM para o esvaziamento de condutos forçados, verificou-se a possibilidade de se desenvolver uma solução simplificada que permitisse a verificação da variação da pressão absoluta de maneira aproximada.

Esta solução aproximada foi comparada a três métodos numéricos para solução de problemas de valor inicial, sendo eles: Método de Euler, Método Heun e Método Runge-Kutta de Quarta Ordem. Estas abordagens também serão explanadas nesse tópico.

3.2.1 Desenvolvimento de uma solução simplificada

Simplificando o lado direito da igualdade da equação (3.1) em quatro termos distintos A, B, C e D, obteve-se:

$$A = \frac{p_1^* - P_{atm}^*}{\rho_{h_2o} \cdot L_e} \quad (3.15)$$

$$B = g \cdot \frac{\Delta z_1}{L_e} \quad (3.16)$$

$$C = \frac{f}{2D} \quad (3.17)$$

$$D = \frac{R_v g A^2}{L_e} \quad (3.18)$$

Substituindo na equação (3.1), conseguiu-se:

$$\frac{dv_{h_2o}}{dt} = A + B - C \cdot (v_{h_2o})^2 - D \cdot (v_{h_2o})^2 \quad (3.19)$$

Simplificando-se a equação (3.19) nos termos X e Y, gerou-se:

$$X = A + B \quad (3.20)$$

$$Y = C + D \quad (3.21)$$

$$\frac{dv_{h_2o}}{dt} = X - Y \cdot (v_{h_2o})^2 \quad (3.22)$$

Sendo a equação (3.22) uma EDO separável, obteve-se a solução analítica na equação (3.23), a qual foi reorganizada na equação (3.24):

$$v_{H_2O,i+1} = \frac{\sqrt{XY} \cdot e^{2\sqrt{XY} \cdot t} - \sqrt{XY}}{Y \cdot e^{2\sqrt{XY} \cdot t} + Y} \quad (3.23)$$

$$v_{H_2O,i+1} = \frac{\sqrt{XY}}{Y} \cdot \frac{(e^{2\sqrt{XY} \cdot t} - 1)}{(e^{2\sqrt{XY} \cdot t} + 1)} \quad (3.24)$$

Conforme sequência de cálculo que consta no Tópico 3.1.2, substituiu-se a equação (3.24) na equação (3.2), obtendo-se a equação (3.25) para a modelagem do comprimento de esvaziamento para a solução simplificada do RWCM:

$$L_e = L_{e,0} - \int_0^t \left[\frac{\sqrt{XY}}{Y} \cdot \frac{(e^{2\sqrt{XY} \cdot t} - 1)}{(e^{2\sqrt{XY} \cdot t} + 1)} \right] \cdot dt \quad (3.25)$$

$$L_e = L_{e,0} - \left[\ln \left(\frac{|e^{2\sqrt{XY} \cdot t} + 1|}{2} \right)^{\frac{1}{y}} - \frac{\sqrt{XY} \cdot t}{Y} \right] \quad (3.26)$$

Portanto as equações (3.24), (3.26) e (3.5) foram a sequência necessária para a modelagem do esvaziamento da coluna líquida/expansão do bolsão de ar, utilizando a solução simplificada em cenário sem admissão de ar.

Para este trabalho, não foi desenvolvida uma metodologia para cenário com admissão de ar utilizando a solução simplificada.

3.2.2 Seleção do método numérico para o RWCM para esvaziamento

É necessário verificar se a solução simplificada pode gerar bons resultados para a análise do fenômeno de expansão/ compressão da bolsa de ar. Para isso, foram implementados três métodos numéricos para soluções de problemas de valor inicial para comparação: o método de Euler, Heun e Runge-Kutta de 4.^a Ordem (Zill; Cullen, 2001; Sterza; Brandi, 2016).

O método de Euler (Equação 3.27) é uma técnica que utiliza tangentes para a aproximação de soluções de EDO. Quanto menor o valor do incremento entre os passos de tempo da análise, melhor a precisão do resultado.

$$y_i = y_{i-1} + y'_{i-1} \cdot h \quad (3.27)$$

Onde:

y_i = é o resultado da função no passo de tempo atual;

y_{i-1} = é o resultado da função no passo de tempo anterior;

h = é o incremento ou passo de tempo.

O método de Heun (ou método de Euler melhorado) calcula o coeficiente angular médio entre dois pontos da tangente, possibilitando uma melhor convergência do resultado ao final do passo de tempo, comparado ao método de Euler e utilizando o mesmo incremento (Equação 3.28).

$$y_i = y_{i-1} + h \cdot \frac{f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_i, y_i^*)}{2} \quad (3.28)$$

Onde:

$f(x_{i-1}, y_{i-1})$ = é o coeficiente angular no passo de tempo anterior; e

$f(x_i, y_i^*)$ = é o coeficiente angular calculado através do método de Euler para o passo de tempo atual.

O método Runge-Kutta de Quarta Ordem (Equação 3.29) é o mais utilizado dentre as técnicas de soluções de EDO, apesar de ser necessária a realização de mais cálculos em relação aos demais métodos. A determinação de constantes com base em uma equação expansível em uma série de Taylor com cinco termos possibilita uma melhor precisão dos resultados deste método.

$$y_i = y_{i-1} + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \quad (3.29)$$

Sendo:

$$k_1 = hf(x_{i-1}, y_{i-1});$$

$$k_2 = hf\left(x_{i-1} + \frac{1}{2}h, y_{i-1} + \frac{1}{2}k_1\right);$$

$$k_3 = hf\left(x_{i-1} + \frac{1}{2}h, y_{i-1} + \frac{1}{2}k_2\right);$$

$$k_4 = hf(x_{i-1} + h, y_{i-1} + k_3);$$

Portanto, a análise da Solução Simplificada já mencionada será realizada paralelamente com os métodos numéricos supracitados. Os resultados serão comparados para a verificação da acurácia das soluções das modelagens em relação aos dados experimentais.

3.3 Análise da sensibilidade e da variabilidade do coeficiente politrópico

A modelagem numérica dos experimentos realizados por Fuertes-Miquel e Coronado Hernández foi realizada em três etapas distintas. São elas: sem admissão de ar, com admissão de ar por um orifício de 1,50 mm e com admissão de ar por um orifício de 3,00 mm.

3.3.1 Implementação de uma lei de abertura de válvula para o modelo RWCM

Durante a análise dos dados experimentais e da modelagem numérica do processo de esvaziamento da tubulação do experimento, verificou-se a necessidade de se implementar uma lei de abertura de válvula. A lei precisa representar o comportamento do primeiro segundo de cada resultado obtido dos trabalhos acima mencionados.

Entretanto, os trabalhos de Izquierdo, Abreu e Fuertes-Miquel, não mencionam como se dá essa lei de abertura específica para o caso de esvaziamento ou enchimento. Fato que sugere a utilização de uma técnica heurística para cada experimento realizado. Ou seja, cada experimento tem sua lei de abertura de válvula arbitrada, conforme mencionado no trabalho de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b).

Por meio de diversas tentativas e erros, formulou-se o pressuposto a partir da Equação (2.13). Nela, a potência "m", o coeficiente que dá a forma do comportamento da válvula, pode ser reescrita com a seguinte expressão:

$$Q_i = Q_{i-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right]^m \quad (3.30)$$

$$m = \alpha \cdot \Delta t \quad (3.31)$$

$$Q_i = Q_{i-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right]^{\alpha \cdot \Delta t} \quad (3.32)$$

Onde:

α = é o coeficiente de forma da válvula de abertura; e

Δt = é o passo de tempo computacional [T].

Foram realizados vários testes para a expressão de “m” acima mencionada e descobriu-se que cada experimento possui um valor de coeficiente de forma da válvula, α , em função de um passo de tempo. Esse coeficiente de forma, α , pode ser calibrado em paralelo ao coeficiente politrópico, k. Tal calibração revelou um padrão numérico no decorrer da modelagem dos experimentos, a ser apresentado no capítulo de resultados.

3.3.2 Indicadores de desvio

Para compor a análise dos resultados foram adotados indicadores de desvio entre os dados experimentais e modelagem. São eles: *Nash-Sutcliff Error* - Desvio Nash-Sutcliff (NSE), *Root Mean Square Error* - Desvio Quadrático Médio (RMSE) e o *Relative Error* - Desvio Relativo (RE); conforme utilizados no trabalho de Saemi *et al.* (2019) e Paiva *et al.* (2021).

O NSE (Equação 3.33) é um indicador que determina a magnitude da variância dos dados do modelo comparado com a variância dos dados experimentais. Para NSE = 1 ou

próximos deste valor, o indicador representa a uma perfeita correspondência do modelo com os dados observados.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_1^n (X_n - Y_n)^2}{\sum_1^n (X_n - \bar{X}_{exp})^2} \quad (3.33)$$

Onde:

X_n = é o dado experimental em um determinado passo de tempo;

Y_n = é o dado do resultado do modelo em um determinado passo de tempo;

X_{exp} = é a média dos dados experimentais;

O RMSE (Equação 3.34) é um indicador que determina a raiz quadrática média dos erros entre os dados experimentais e os dados do modelo analisado. Para RMSE = 0 ou próximos deste valor, o indicador também representa a perfeita correspondência do modelo com os dados observados.

$$RMSE = \left| \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n (X_n - Y_n)^2 \right|^{0,5} \quad (3.34)$$

A análise dos RE (Equação 3.35) se deu através do desvio entre o dado do modelo correspondente e o dado experimental, a cada passo de tempo de simulação. A análise da dispersão dos pontos de RE trará uma perspectiva de como é o comportamento dos desvios relativos ao longo da simulação do modelo e o que pode representar o motivo para tais vieses.

$$RE_n = \left| \frac{X_n - Y_n}{X_n} \right| \quad (3.35)$$

Tais indicadores auxiliaram na análise e na tomada de decisão para cada modelagem realizada nesse trabalho.

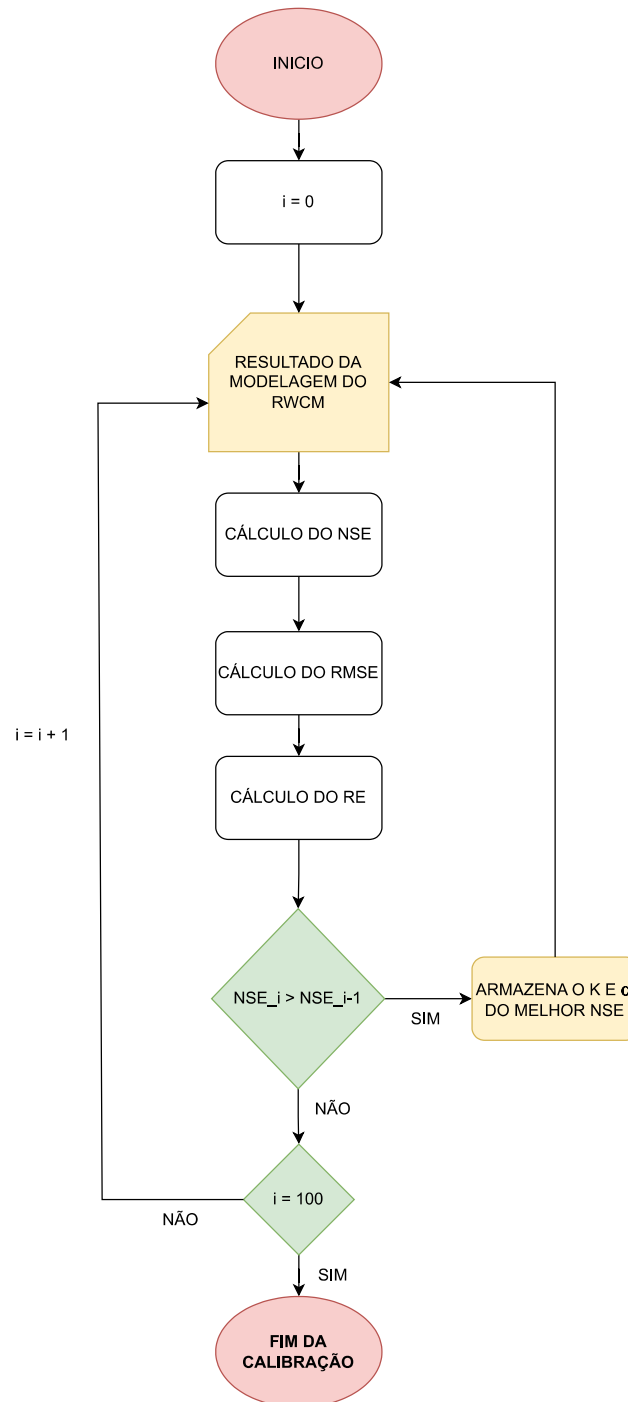
3.3.3 *Análise heurística do coeficiente politrópico e do coeficiente de abertura da válvula*

Sabe-se que o coeficiente politrópico, k (mencionado no tópico 2.4.2), pode assumir qualquer valor entre 1,00 e 1,67. Essa variação ocorre em condições normais de temperatura e pressão, em ambiente controlado e homogêneo, dependendo do tipo de gás e do tipo de molécula que este gás possui.

Porém, ao analisar processos nos quais não há garantia do controle hermético dos gases, o k pode sofrer alterações em relação aos seus valores (Tabela 1). Assim como no trabalho Nguyen (2009) e Paiva (2021), onde o valor de k , referente aos vazios (ar e vapor de água) no fluxo bifásico, em condições heterogêneas e não controladas, foi diferente do que está tabelado.

Por isso, considerou-se que tanto o coeficiente de abertura da válvula, α , quanto o coeficiente politrópico, k , são constantes passíveis de calibração. Necessita-se, portanto, definir uma função objetivo (Bezerra, 2018; Sousa, 2020) que possa ser minimizada ou maximizada, de modo a alinhar o resultado da modelagem computacional do esvaziamento em condutos forçados aos dados dos experimentos realizados.

Para este trabalho foi definido o Desvio Nash-Sutcliff (Equação 3.33) como a função objetivo, de modo que esta função seja maximizada através de um processo iterativo, retornando valores de α e k o mais adequado para cada experimento realizado. Assim, relevando padrões de α e k que norteiem o desenvolvimento de equações adimensionais para a predição destes dois coeficientes. O Fluxograma 3 ilustra a calibração realizada neste trabalho.

Fluxograma 3 – Calibração de k e α 

Fonte: Elaborado pelo autor.

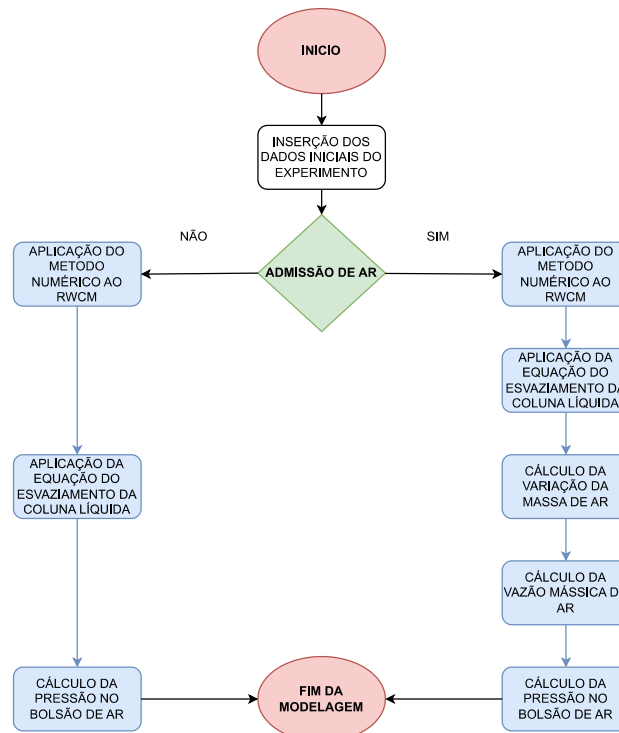
3.4 Elaboração de algoritmo para implementação computacional do RWCM para esvaziamento

Foram desenvolvidas duas aplicações para a modelagem computacional do RWCM para o esvaziamento em condutos forçados. De maneira imediata foi elaborada uma planilha de cálculo, para a ambientação e experimentação dos métodos numéricos e organização da

sequência de cálculos.

Em seguida, foi desenvolvido um programa computacional na linguagem de programação Java, aos moldes das bases de dados do Sistema UFC, mais especificamente do UFC7. O Fluxograma 4 ilustra como funciona a modelagem no programa desenvolvido.

Fluxograma 4 – Modelagem do RWCM

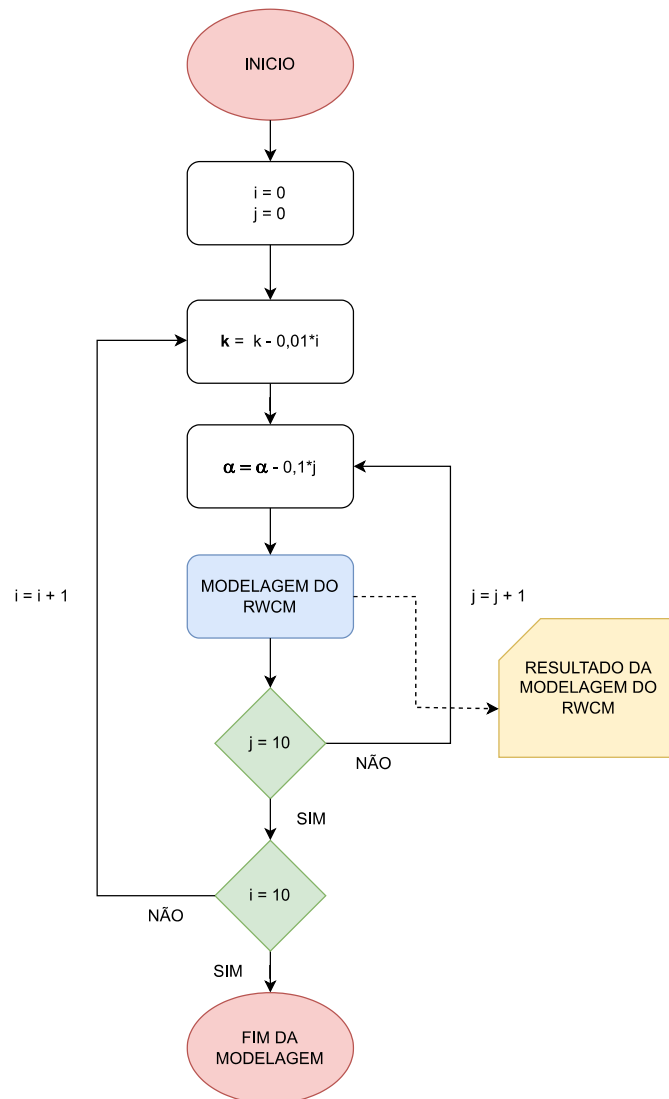


Fonte: Elaborado pelo autor.

A verificação dos valores ótimos de k e α foi realizada em duas etapas distintas. A primeira etapa consistiu em realizar a modelagem numérica do esvaziamento de uma tubulação, conforme a metodologia dos Tópicos 3.2 e 3.3.

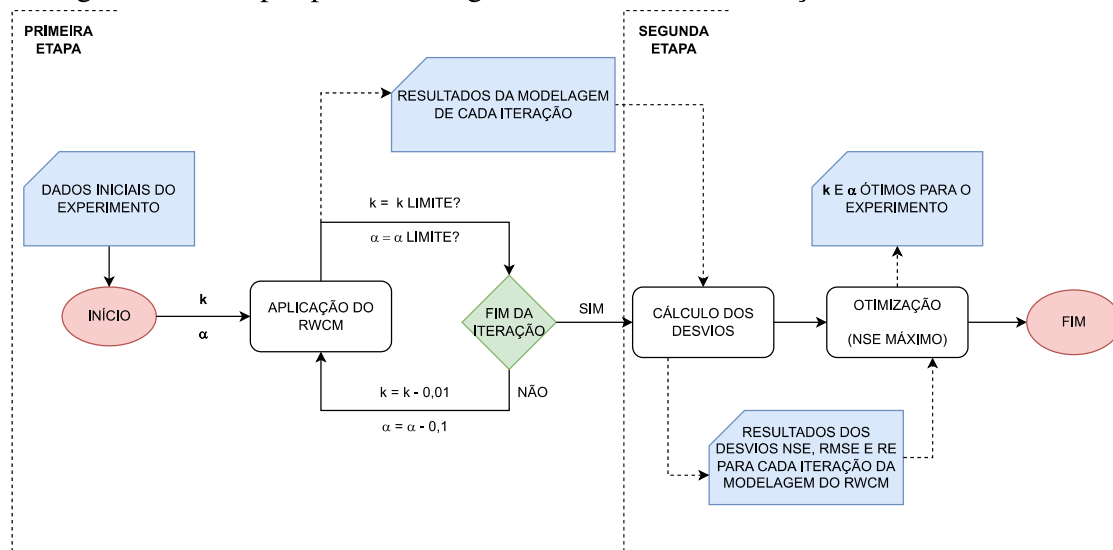
Essa primeira etapa foi segmentada em duas subetapas: a primeira, consistiu na aplicação do método numérico Runge-Kutta de 4ª Ordem ao RWCM, solucionando o sistema de equações diferenciais parciais e ordinárias para os casos de esvaziamento com e sem ventosa variando os valores de k e α (Fluxograma 5).

Fluxograma 5 – Rotina de variação dos valores de k e α



Fonte: Elaborado pelo autor.

Já a segunda subetapa consistiu em aplicar uma estrutura de repetição. Nesta fase variou-se os valores de k e α em um intervalo, onde posteriormente a situação ótima das duas variáveis pudesse ser verificada para cada experimento (Fluxograma 6).

Fluxograma 6 – Etapas para modelagem do RWCM e otimização dos coeficientes k e α 

Fonte: Elaborado pelo autor.

As simulações foram realizadas individualmente para cada experimento, ajustando o intervalo de valores de k e α com incrementos pré-definidos.

Esses ajustes foram necessários para encontrar o ponto ótimo, conforme a função objetivo para cada experimento. Ou seja, quais são os valores de k e α que podem retornar o melhor NSE, que é a Função Objetivo definida para esta etapa de resultados.

Durante o processo de modelagem, houve a necessidade de se gerar novos resultados para o RWCM para diferentes intervalos de k e α , de modo que se pudesse obter uma otimização mais próxima do ponto de ótimo.

Tal procedimento demandou bastante atenção, pois existia a possibilidade de resultados incoerentes, em relação aos limites preestabelecidos para os valores de k , como preconiza a literatura da termodinâmica. Portanto, foi estabelecido, de antemão, que o coeficiente politrópico, k , para o tipo de gás “ar atmosférico” presente no bolsão de ar do experimento não ultrapassasse o valor de 1,40. Também se estabeleceu que k pudesse variar em torno de 1,32 ou 1,33; os quais são valores de k para o vapor d’água (Çengel; Boles, 2013).

3.4.1 Ajuste dos valores de coeficiente de resistência da válvula, R_v , para adequação dos valores do coeficiente politrópico, k

Após serem realizadas as modelagens computacionais com os dados iniciais dos experimentos realizados por Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019), detectou-se que os valores de k , em parte dos resultados obtidos da calibração, indicavam uma

tendência de crescimento acima do valor máximo de 1,40.

Em virtude disso, realizou-se o ajuste do parâmetro R_v (Coeficiente de Resistência da Válvula). Esse ajuste objetivou melhor adequação dos valores do coeficiente politrópico, k , e conseqüentemente dos valores do coeficiente de abertura da válvula, α . Foi realizado com o auxílio do comando “Solver” nas planilhas de cálculo elaboradas para servir de base para a programação em Java.

Primeiramente, com os valores calibrados que resultaram em $k = 1,40$; aplicou-se a rotina “Solver” variando os valores de R_v e maximizando o resultado de NSE. Logo após, os novos resultados de R_v foram atualizados na base de dados iniciais para a rotina de modelagem do RWCM e de otimização de k e α . Assim, obteve-se valores de k mais ajustados, dentro do intervalo teórico proposto para este trabalho.

3.5 Desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula

A última parte deste trabalho consiste em determinar as equações adimensionais para a predição dos valores do coeficiente politrópico, k , e do coeficiente de abertura da válvula, α . Para isto, foi necessário realizar a análise dimensional do fenômeno de transporte presente no processo de esvaziamento de um conduto forçado.

A análise dimensional foi realizada conforme o Teorema dos π de Buckingham (Schulz, 2003; Fox *et al.*, 2006) e consiste nos seguintes passos:

Passo 1: Listar todos os parâmetros envolvidos;

Passo 2: Selecionar o conjunto de dimensões fundamentais;

Passo 3: Listar as dimensões de todos os parâmetros em termos das dimensões primárias;

Passo 4: Selecionar da lista um conjunto de “ r ” parâmetros dimensionais que inclua todas as dimensões primárias;

Passo 5: Formar equações dimensionais, combinando os parâmetros dimensionais com cada um dos outros parâmetros remanescentes, um de cada vez, a fim de tornar grupos adimensionais (π s).

A relação funcional entre os grupos adimensionais π s é determinada por meio de experimentação. Estabeleceu-se uma relação dos grupos adimensionais em função dos resultados de k e α obtidos nas modelagens realizadas, utilizando-se da técnica de regressão exponencial para a obtenção das equações mencionadas acima.

Fez-se uso da regressão exponencial, para evitar valores de k e α negativos.

3.6 Método de análise dos resultados

Neste tópico são apresentadas as definições dos eixos cartesianos dos gráficos dos resultados das modelagens, para a comparação visual com os dados experimentais. O conceito de normalização dos eixos cartesianos é utilizado para dar uma referência física do problema, com o intuito de tornar a análise mais concisa e objetiva.

Também, são apresentadas as ferramentas numéricas para análise da acurácia do resultado da modelagem numérica, em relação aos dados experimentais.

3.6.1 Normalização das variáveis analisadas

Para uma melhor análise dos dados experimentais em comparação com os dados obtidos através da modelagem da solução simplificada e dos métodos numéricos que serão implementados, as variáveis tempo (Equação 3.36) e carga (Equação 3.37) serão normalizadas com base em um referencial comum no experimento (Saemi *et al.*, 2019; Paiva *et al.*, 2021).

$$\tau = \frac{t}{T_m} \quad (3.36)$$

Para o eixo das abcissas, a variável tempo, t [T], será normalizado em relação ao referencial tempo de abertura da válvula esfera de jusante, T_m [T] (Equação 3.36), para cada experimento analisado.

$$\eta = \frac{\frac{p_i^*}{\gamma}}{p_{atm}} = \frac{p_i^*}{p_{atm} \gamma} \quad (3.37)$$

Para o eixo das ordenadas, a carga de pressão absoluta, p_i^*/γ [L], tanto dos dados experimentais quanto da modelagem, será normalizada em relação ao referencial carga de pressão atmosférica, p_{atm}/γ [L] (Equação 22).

4 RESULTADOS

4.1 Verificação da acurácia da solução simplificada em relação ao RWCM para esvaziamento sem admissão de ar

Para todas as modelagens realizadas utilizou-se o passo de tempo computacional de 0,01 s. A modelagem foi realizada considerando a lei de abertura de válvula conforme utilizado no trabalho de Fuertes-Miquel *et al.* (2019). Utilizou-se os tempos de abertura, T_m , referentes a cada cenário definido na Tabela 2.

A sequência de resultados que será apresentada nesse tópico foi dividida em duas partes, sendo os experimentos E1 ao E6 realizados na inclinação $\theta = 0,457$ rad e os experimentos E7 ao E12 realizados na inclinação $\theta = 0,515$ rad.

4.1.1 Comparativo entre os métodos numéricos e a solução simplificada utilizados para a modelagem do esvaziamento, onde $\theta = 0,457$ rad - E1 a E6

Nesta seção, a análise foi dividida em duas partes, apresentando o resultado das modelagens para os experimentos E1, E2 e E3, com os tempos de abertura de válvula de jusante semelhantes.

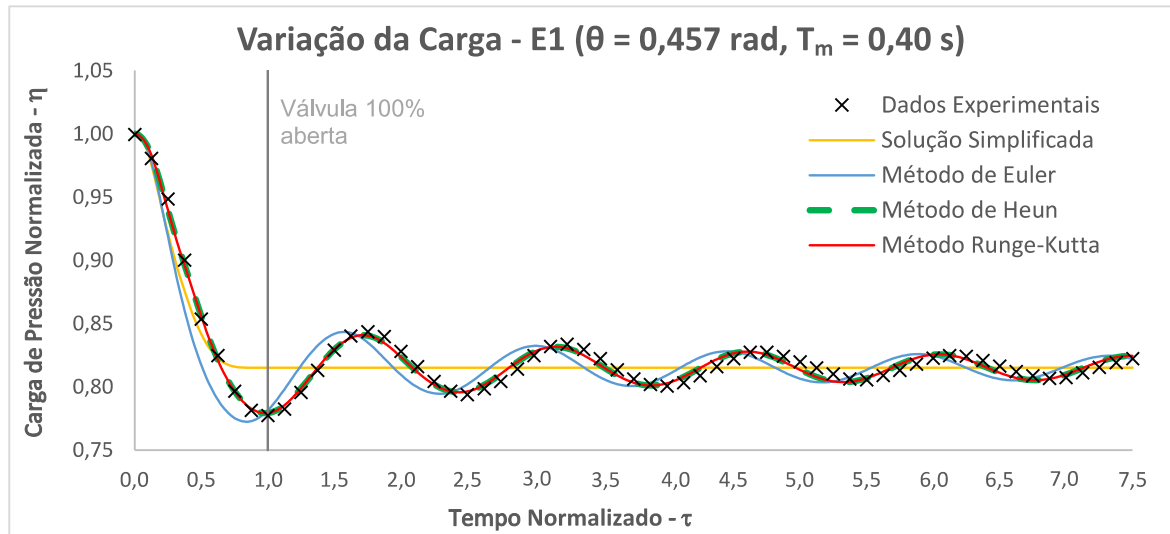
Para os experimentos E4, E5 e E6, a modelagem foi realizada com o comprimento de bolsão de ar semelhante aos dos experimentos E1, E2 e E3, porém, com os tempos de abertura da válvula de jusante mais rápidos.

4.1.1.1 Modelagem - E1 a E3

Os experimentos E1, E2 e E3 fazem parte de uma sequência de esvaziamentos realizados com bolsões de ar de comprimento $x_{0,1} = 0,205$ m, $x_{0,2} = 0,304$ m e $x_{0,3} = 0,450$ m. O tempo de abertura da válvula de jusante para cada experimento foi de $T_{m_1} = 0,40$ s, $T_{m_2} = 0,40$ s e $T_{m_3} = 0,50$ s.

Comparou-se os dados experimentais E1 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$). Percebeu-se, de maneira expedita, que os métodos de Heun e Runge-Kutta se aproximaram bem ao experimento, saindo de fase somente após $\tau = 3,5$ (Gráfico 3).

Gráfico 3 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

A linha vertical cinza na abscissa $\tau = 1$ sugere que o tempo normalizado coincide com a válvula plenamente aberta, coincidindo também com a carga normalizada mais baixa de E1. Divide-se, assim, o gráfico em dois momentos: a diminuição da pressão ($0 < \tau < 1$), partindo do regime permanente estático ($\tau = 1$) e a variação da pressão tendendo a um novo regime permanente ($\tau > 1$), a uma pressão abaixo da pressão atmosférica ($\tau < 1$).

O método de Euler foi o mais discrepante dos métodos numéricos deste cenário, entretanto, ainda reproduziu as nuances das variações de pressão absoluta, mesmo que fora de fase em relação aos dados do experimento. A solução simplificada se manteve na média das variações de pressão após $\tau = 1$, coincidindo com a abertura plena da válvula de jusante.

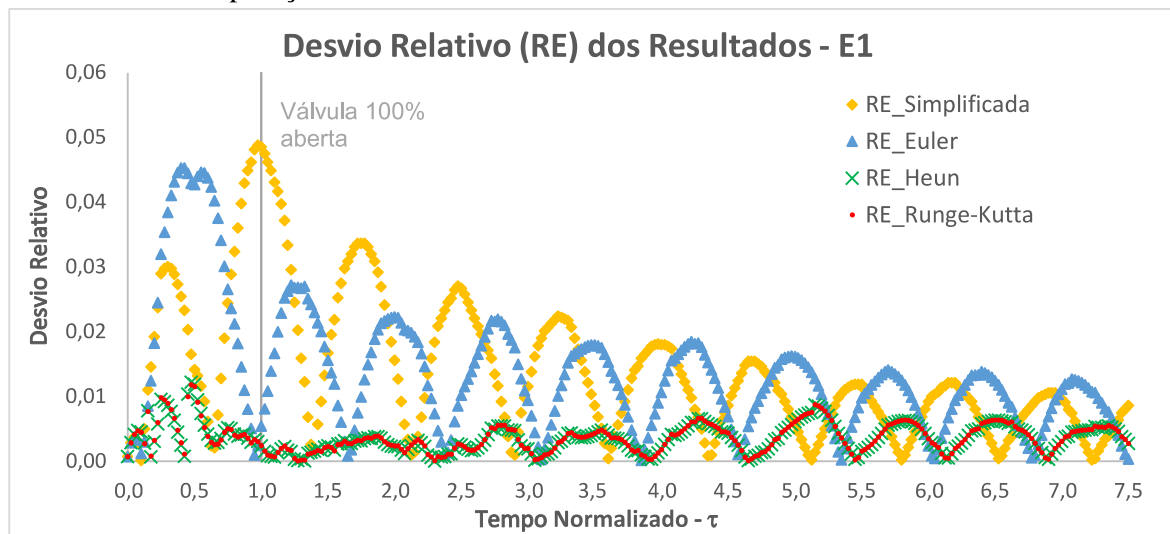
A Tabela 4 mostra, para os quatro métodos utilizados neste trabalho, os indicadores NSE, RMSE e o valor máximo obtido dos RE. Neste cenário analisado, percebe-se que apesar de visualmente as simulações do Gráfico 3 estabelecerem proximidade em relação aos dados experimentais, os parâmetros mais sensíveis NSE e RMSE possibilitaram distinguir a diferença da acurácia de cada método. O método Heun possuiu os melhores indicadores. Pode se considerar que todos resultados analisados em conjunto para este cenário mostraram uma tendência de diminuição dos desvios relativos (Gráfico 4).

Tabela 4 – Indicadores dos resultados - E1

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,8471	0,1479	0,0488
Euler	0,8547	0,1442	0,0453
Heun	0,9901	0,0362	0,0122
Runge-Kutta	0,9907	0,0364	0,0118

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 4 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os desvios relativos mais acentuados acumularam-se em torno da abertura da válvula de jusante, que tendem a estabilizar ao longo da simulação, exceto os métodos Heun e Runge-Kutta, que mantiveram estável os RE após $t = 0,5$. A similaridade entre essas metodologias ocorre nos quatro cenários analisados do experimento. Isto se deu porque esses dois métodos possuem expansão aproximada da série de Taylor em sua dedução, garantindo uma boa acurácia em relação aos dados experimentais. O método Heun, para este trabalho, possui a expansão de terceira ordem e o método Runge-Kutta possui a expansão de quarta ordem.

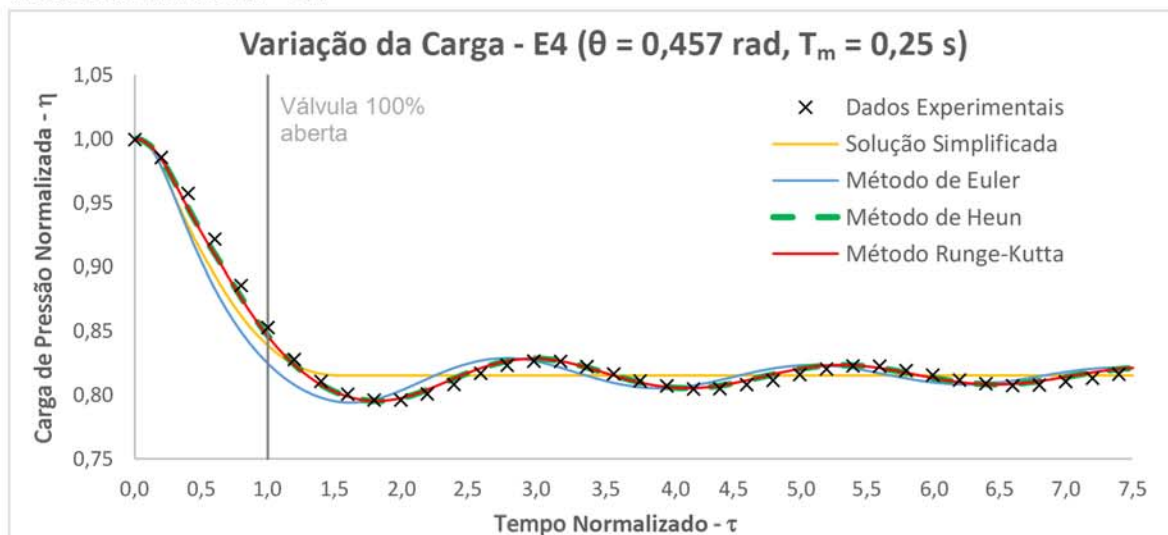
Resultados semelhantes ao experimento E1 foram apresentados pelos experimentos E2 e E3, pois julgou-se desnecessário realizar a mesma análise repetidas vezes. Estes experimentos constam no Apêndice A, nos gráficos (Gráfico A 3 a Gráfico A 6) e nas tabelas (Tabela A 2 e Tabela A 3).

4.1.1.2 Modelagem - E4 a E6

O experimento E4 faz parte de uma sequência de experimentações realizadas com aberturas de válvula mais rápidas, de modo a investigar os efeitos dos resultados em relação às manobras mais lentas dos experimentos E1, E2 e E3.

No Gráfico 5, tem-se a comparação dos dados experimentais E4 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$). Diferentemente ao observado no Gráfico 3 (Experimento E1), notou-se que os métodos de Heun e Runge-Kutta se aproximam bem ao experimento, sem sair de fase ou distanciar-se dos pontos dos dados coletados para o experimento E4.

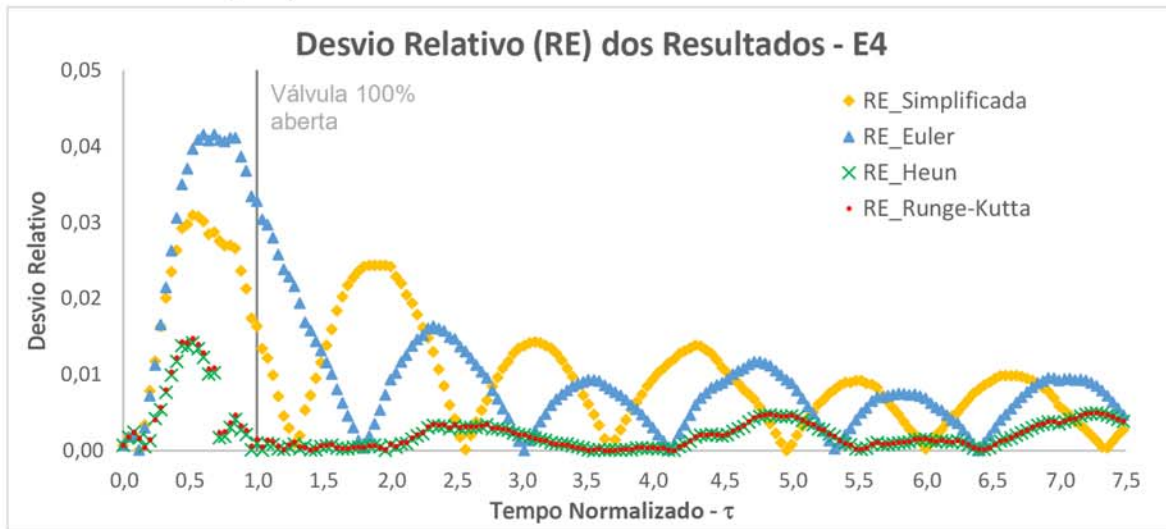
Gráfico 5 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos Numéricos - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

As simulações também estabeleceram proximidade em relação aos dados experimentais. O método Heun possui os melhores indicadores, porém possui resultados muito próximos ao método Runge-Kutta. É possível observar que ao comparar tanto os gráficos da variação da carga de pressão quanto aos desvios relativos, os pontos relativos ao RE para cada método numérico aplicado estão aproximadamente sobrepostos (Gráfico 5 e Gráfico 6).

Gráfico 6 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

O método numérico de Heun foi o que possuiu o melhor resultado entre os indicadores de desvio, conforme a Tabela 5. A solução simplificada retornou bons indicadores em relação aos dados experimentais para o E4, assim como o resultado obtido através do Método de Euler.

Tabela 5 – Indicadores dos resultados - E4

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9430	0,0925	0,0309
Euler	0,9212	0,1088	0,0415
Heun	0,9939	0,0303	0,0142
Runge-Kutta	0,9935	0,0313	0,0147

Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E4 foram apresentados pelos experimentos E5 e E6. Estes experimentos constam no Apêndice A, nos gráficos (Gráfico A 9 a Gráfico A 12) e nas tabelas (Tabela A 5 e Tabela A 6).

4.1.2 Comparativo entre os métodos numéricos e a solução simplificada utilizados para a modelagem do esvaziamento, onde $\theta = 0,515 \text{ rad}$ - E7 a E12

Assim como na seção 4.1.1 deste capítulo, nesta seção, a análise também foi dividida em duas partes, apresentando o resultado das modelagens para os experimentos E7, E8 e E9, com o tempo de abertura de válvula de jusante semelhantes.

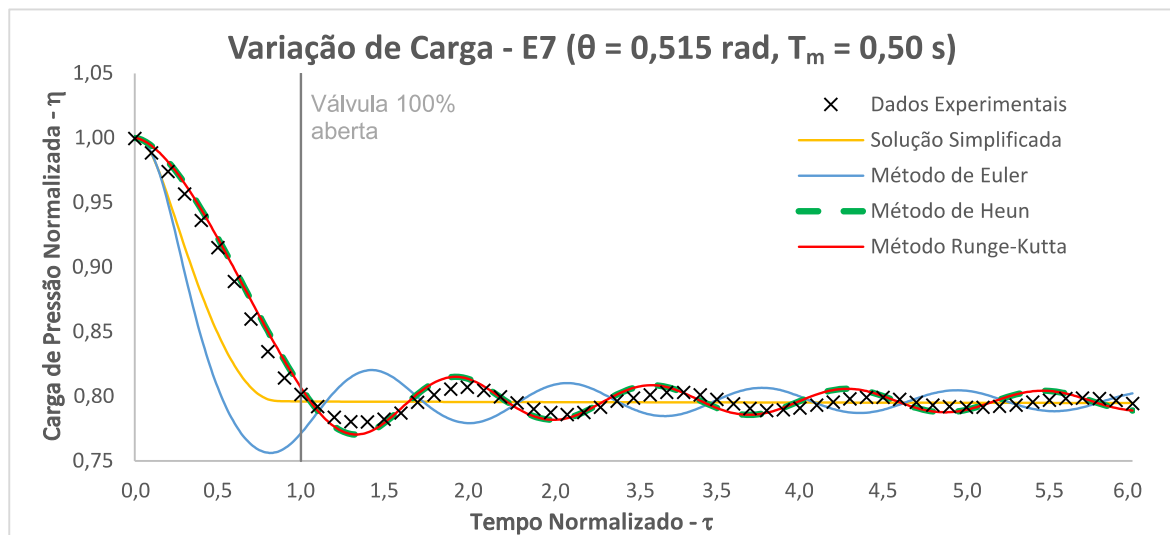
Para os experimentos E10, E11 e E12, a modelagem foi realizada com o comprimento de bolsão de ar semelhante aos dos experimentos E7, E8 e E9, porém com os tempos de abertura

da válvula de jusante mais rápidos.

4.1.2.1 Modelagem - E7 a E9

Para os seis primeiros cenários analisados (E1 a E6), o experimento foi realizado com a tubulação inclinada em $\theta = 0,457$ radianos, por volta de $26,18^\circ$, variando apenas o comprimento da bolsa de ar, x_0 . Neste cenário, a tubulação foi inclinada em $\theta = 0,515$ radianos, aproximadamente 29.51° . Esta variação da inclinação foi o suficiente para reduzir a média de carga de pressão após $\tau = 1$ para valores abaixo de $\eta = 0,80$, com $x_0 = 0,205$ m (Gráfico 7).

Gráfico 7 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E7



Fonte: Elaborado pelo autor.

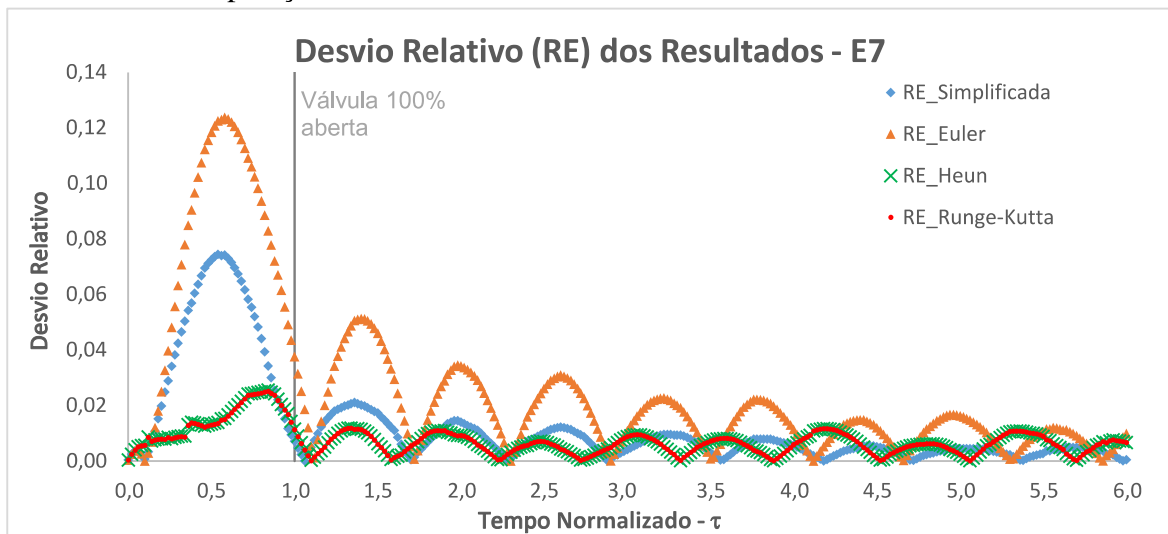
Conforme analisado nos cenários anteriores, a solução simplificada, apesar de não representar as variações de pressão após a abertura total da válvula ($\tau = 1$), possui indicadores melhores em relação ao método de Euler. Assim como os métodos Heun e Runge-Kutta, que geram resultados RMSE muito próximos nos outros indicadores da Tabela 6.

Tabela 6 – Indicadores dos resultados - E7

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,8648	0,1901	0,0745
Euler	0,5509	0,3464	0,1239
Heun	0,9778	0,0770	0,0256
Runge-Kutta	0,9783	0,0762	0,0252

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 8 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E7



Fonte: Elaborado pelo autor.

Percebe-se que os desvios da solução aproximada em relação aos dados experimentais aproximaram-se mais dos desvios referentes aos métodos Heun e Runge-Kutta. Para todos os métodos utilizados, os desvios em relação aos dados experimentais vão diminuindo após a abertura total da válvula esfera de jusante, a partir da linha vertical cinza (Gráfico 8).

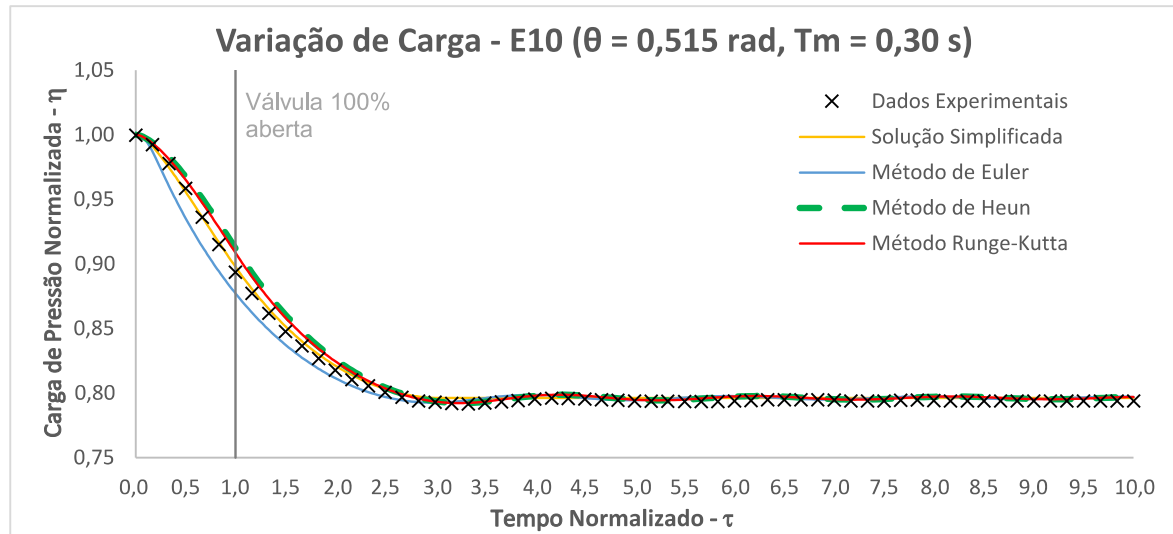
Resultados semelhantes ao experimento E7 foram apresentados pelos experimentos E8 e E9. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice A, nos gráficos (Gráfico A 15 a Gráfico A 18) e nas tabelas (Tabela A 8 e Tabela A 9).

4.1.2.2 Modelagem - E10 a E12

O experimento E10 equivale ao E1 e E4, quanto ao comprimento do bolsão de ar. Entretanto, além de estar submetido a uma inclinação maior ($0,515$ rad ou $29,51^\circ$), a manobra de abertura da válvula de jusante é mais rápida. O mesmo ocorre para o experimento E7, porém sob a mesma inclinação.

O E10 apresentou resultado experimental peculiar, dentre os cenários analisados, por possuir a mesma configuração de E7, exceto quanto ao tempo de abertura da válvula esfera de jusante. Isto se refletiu também no valor do coeficiente de resistência da válvula, que contribuiu para a suavização das variações de pressão após a abertura plena da válvula (Gráfico 9).

Gráfico 9 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

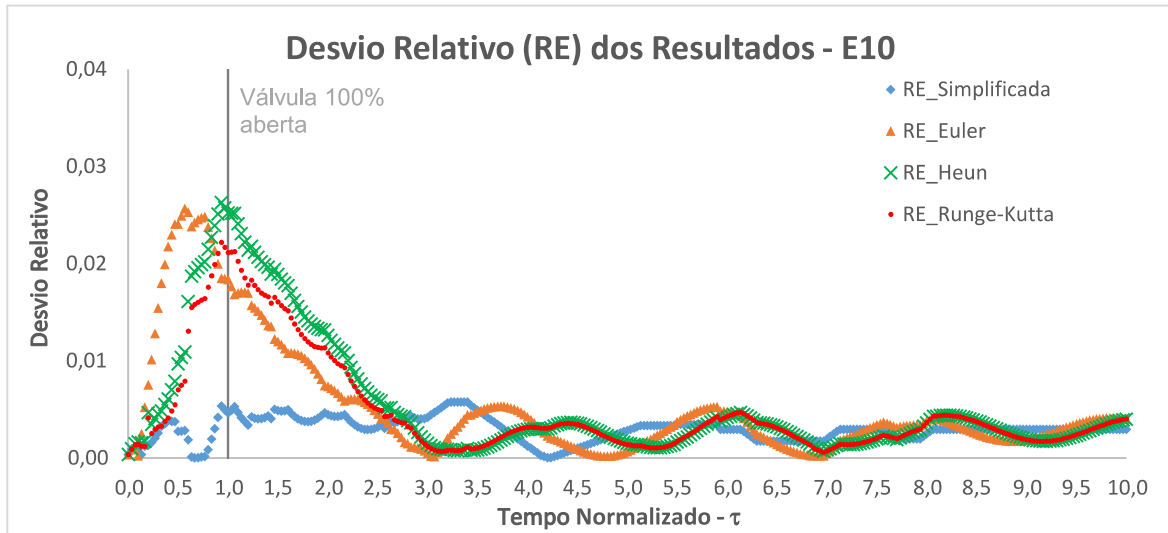
Constatou-se que os indicadores da Tabela 7 estão muito próximos, corroborando com o resultado apresentado no Gráfico 9. Os desvios da solução aproximada em relação aos dados experimentais estão na mesma grandeza dos desvios referentes aos métodos Heun e Runge-Kutta. Coincidentemente isso ocorreu com os desvios referentes ao método de Euler, exceto pelos resultados durante abertura da válvula ($0 < \tau < 1$) (Gráfico 10).

Tabela 7 – Indicadores dos resultados - E10

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9974	0,0268	0,0058
Euler	0,9803	0,0741	0,0257
Heun	0,9802	0,0742	0,0263
Runge-Kutta	0,9858	0,0628	0,0222

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 10 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E10 foram apresentados pelos experimentos E11 e E12. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice A, nos gráficos (Gráfico A 21 a Gráfico A 24) e nas tabelas (Tabela A 11 e Tabela A 12).

4.1.3 Considerações sobre o uso da solução simplificada para esvaziamento sem admissão de ar

A partir da análise da sensibilidade do coeficiente politrópico (k) optou-se por utilizar o método numérico Runge-Kutta de 4.^a ordem, por dois fatores. Este método é um dos que retorna o melhor NSE para cada experimento e é também um dos mais aplicados na literatura (Sterza; Brandi, 2016) para problemas de valor inicial.

Os avanços obtidos a partir da elaboração da solução simplificada do RWCM para esvaziamento de condutos forçados serão importantes no setor de consultoria em engenharia, para a elaboração de projetos de infraestrutura hídrica. Facilitarão a verificação de ocorrência de subpressão e de cavitação durante o esvaziamento de adutoras ou de redes de distribuição de água na fase de projeto.

4.2 Análise da sensibilidade do coeficiente politrópico (k) durante o esvaziamento de condutos forçados

Nesta seção, será apresentada a modelagem computacional para 35 dos 36 experimentos apresentados nos trabalhos de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández

(2019). O resultado da modelagem do RWCM para o experimento 19 não foi divulgado nos trabalhos citados.

4.2.1 Modelagem do RWCM sem admissão de ar

Os experimentos foram realizados em três cenários distintos. Neste tópico, será explorado o primeiro cenário, sem admissão de ar, onde ocorreu a condição de pressão subatmosférica durante o esvaziamento do conduto forçado.

Para os 12 primeiros experimentos realizados sem admissão de ar, ou seja, induzindo-se condições subatmosféricas, os valores ótimos obtidos para o coeficiente politrópico, k , variaram entre 1,26 e 1,40 (valor máximo pré-estabelecido). Os resultados foram obtidos através da otimização dos valores de k e α simultaneamente. Isso fez com que o melhor resultado da aproximação entre os dados da modelagem e os dados experimentais não ultrapassasse o valor de k para o ar atmosférico e que estivesse próximo aos valores de k para o vapor d'água.

Para os experimentos E1 ao E6, α retornou valores entre 4 e 19, o que indica que existe a relação direta com os valores de x_0 e T_m informado para cada experimento. A mesma situação ocorreu para os experimentos E7 ao E12, retornando valores de α entre 13 e 37 (Tabela 8).

Foi possível perceber uma correlação em E4 e E5 e entre E10 e E11 ao se fixar o valor de k , variando x_0 , diminuindo o valor de α à medida que o comprimento do bolsão de ar aumenta. A diferença da modelagem entre os experimentos foi notória quando houve a mudança de inclinação da tubulação durante o processo de esvaziamento da tubulação do experimento.

Essa diferença foi percebida principalmente ao se comparar os resultados de α dos experimentos E1 a E6 para os experimentos E7 a E12, ambos sem admissão de ar. A única situação que mudou para esses experimentos é a diferença da inclinação da tubulação.

Tabela 8 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E1 a E12

Experimento	k - Coef. Politrópico	α - Coef. da Válvula	NSE	RMSE	RE - Máximo
E1	1,35	6,50	0,9791	0,0547	0,0194
E2	1,40	9,70	0,9953	0,0278	0,0098
E3	1,35	3,90	0,9891	0,0417	0,0129
E4	1,39	18,60	0,9971	0,0212	0,0080
E5	1,39	15,20	0,9980	0,0179	0,0058
E6	1,26	2,30	0,9980	0,0189	0,0042
E7	1,29	36,50	0,9956	0,0344	0,0120
E8	1,32	17,90	0,9949	0,0350	0,0098
E9	1,30	12,30	0,9967	0,0292	0,0076
E10	1,40	36,60	0,9973	0,0275	0,0072
E11	1,40	16,30	0,9980	0,0254	0,0059
E12	1,27	24,30	0,9992	0,0168	0,0044

Fonte: Elaborado pelo autor.

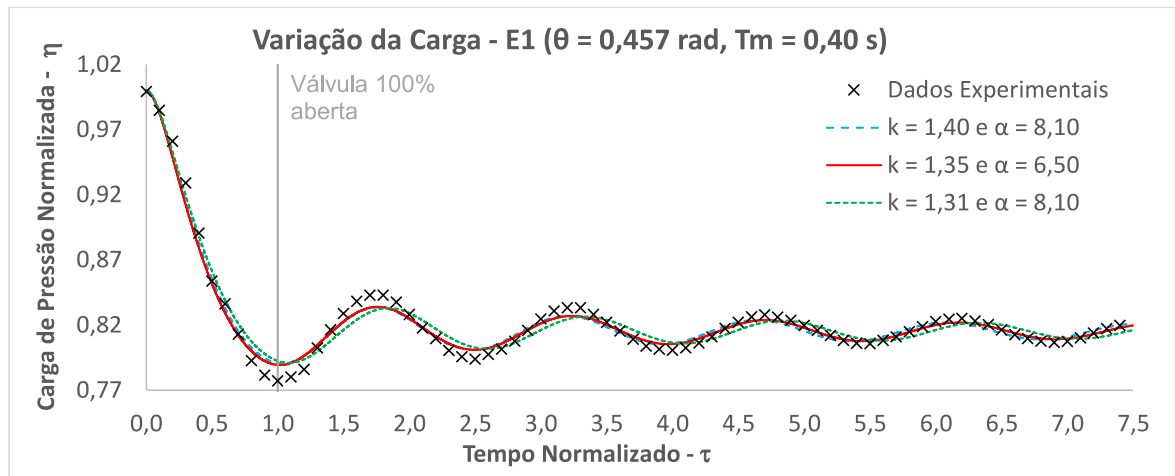
4.2.1.1 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E1 a E3

Esta foi a primeira sequência de modelagem e calibração dos coeficientes k e α , onde todos os erros de código e os equívocos ao estabelecer os intervalos corretos para a realização do processo iterativo foram cometidos. A solução para este problema foi utilizar uma planilha de cálculo, onde o RWCM foi modelado pela primeira vez, para servir de base para a montagem dos códigos em Java, com auxílio da Programação Orientada a Objetos (POO).

Na planilha de cálculo, fixou-se o valor do coeficiente politrópico, k , em 1,40. Desta forma, calibrou-se o valor de α , em especial para esse valor de k , com o auxílio do módulo "Solver". Assim, o resultado para o coeficiente da válvula serviu de chute inicial para a calibração dos valores de k e α simultaneamente no código feito escrito em Java.

Com isso, fez-se a primeira modelagem para os experimentos E1, E2 e E3; que fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula entre 0,40 e 0,50 s. Comparou-se os dados experimentais E1 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$), com três cenários simulados variando os valores de k e α (Gráfico 11).

Gráfico 11 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E1

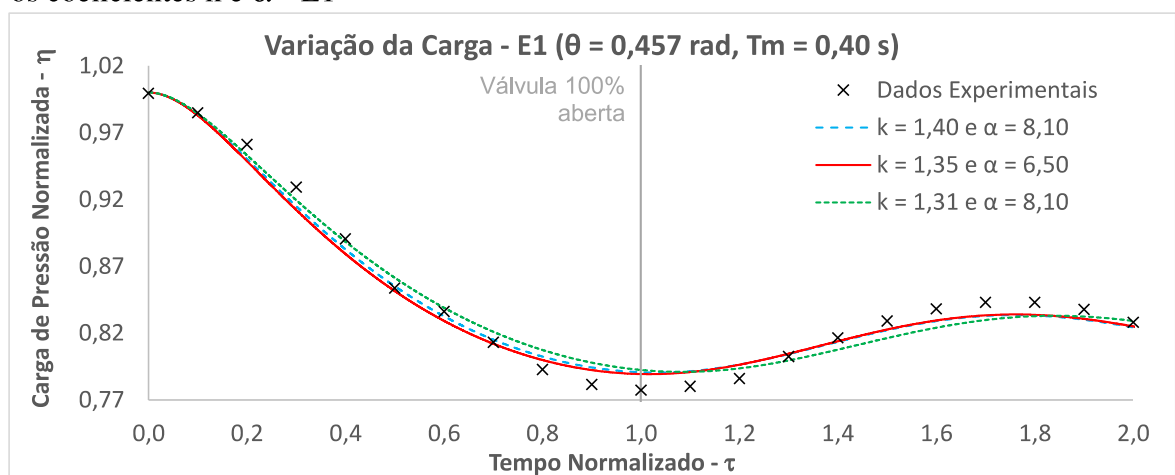


Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário foi o de $k = 1,40$ e $\alpha = 8,10$, onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O intervalo para valores para k , portanto, sempre foi menor ou igual a 1,40 para o ar atmosférico, para todas as simulações deste trabalho.

O resultado das iterações do modelo RWCM para o E1 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, no caso, retornando o maior valor para o NSE. A calibração retornou o resultado $k = 1,35$ e $\alpha = 6,50$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Para fim de comparação, plotou-se também o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 8,10$ apenas para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser mais bem analisadas através do Gráfico 12.

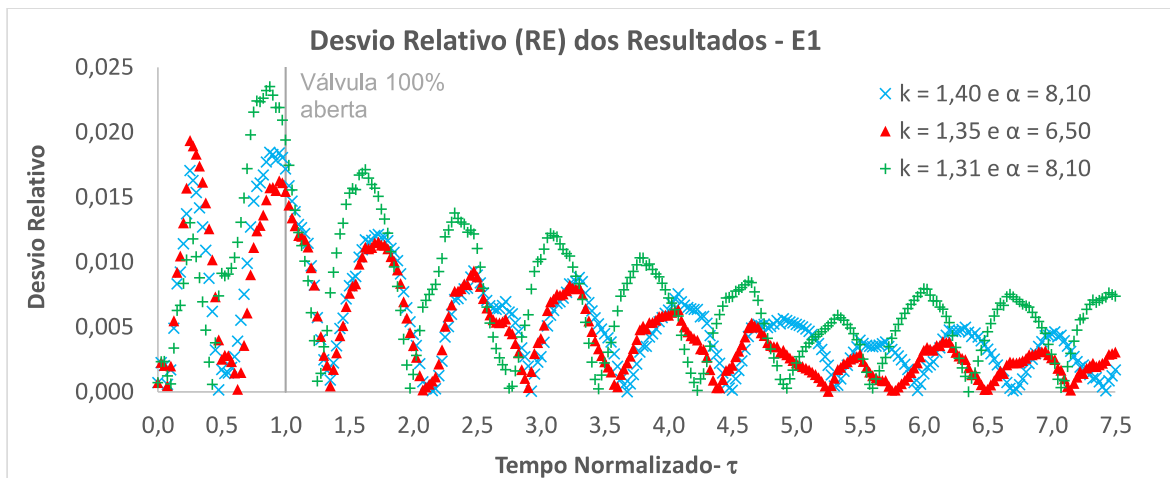
Gráfico 12 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 13 revela o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E1, analisando, dado a dado, aquele que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,35$ e $\alpha = 6,50$ foi o que mais se aproximou dos dados experimentais de E1. A Tabela 9 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário mencionado. Entretanto, o RE - máximo não foi o menor dos três panoramas, sendo justificado por desvios relativos maiores no início da modelagem ($0,0 < \tau < 0,5$).

Gráfico 13 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E1

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,35$ e $\alpha = 6,5$	0,9791	0,0547	0,0194
$k = 1,40$ e $\alpha = 8,1$	0,9768	0,0576	0,0185
$k = 1,31$ e $\alpha = 8,1$	0,9619	0,0738	0,0235

Fonte: Elaborado pelo autor.

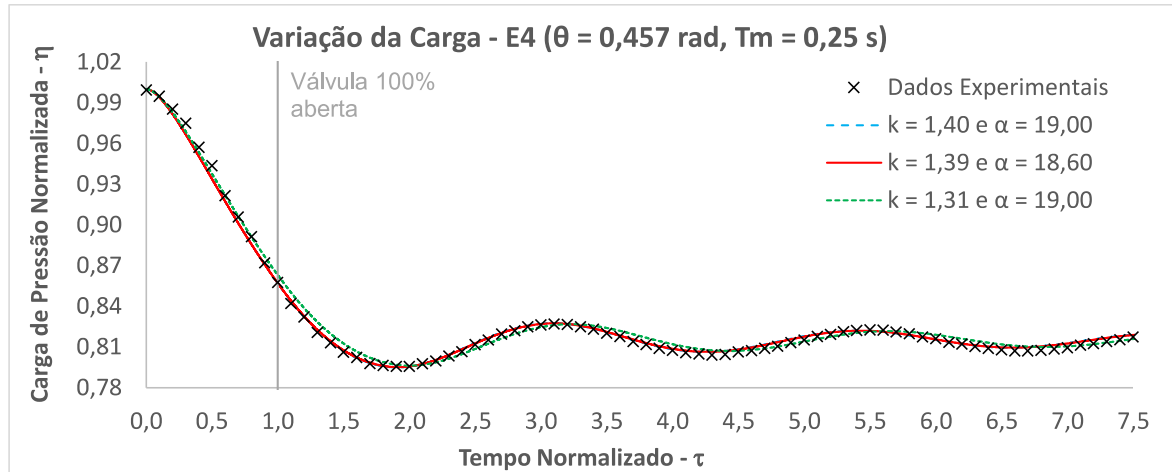
Resultados semelhantes ao experimento E1 foram apresentados pelos experimentos E2 e E3, pois julgou-se desnecessário realizar a mesma análise repetidas vezes. Estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 4 a Gráfico B 9) e nas tabelas (Tabela B 2 e Tabela B 3).

4.2.1.2 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E4 a E6

O experimento E4 faz parte de uma sequência de testes realizados com aberturas de válvula mais rápidas realizadas entre 0,15 e 0,30 s, de modo a investigar os efeitos dos resultados

em relação às manobras mais lentas dos experimentos E1, E2 e E3. Comparou-se os dados experimentais E4 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$), com três cenários simulados variando os valores de k e α (Gráfico 14).

Gráfico 14 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E4

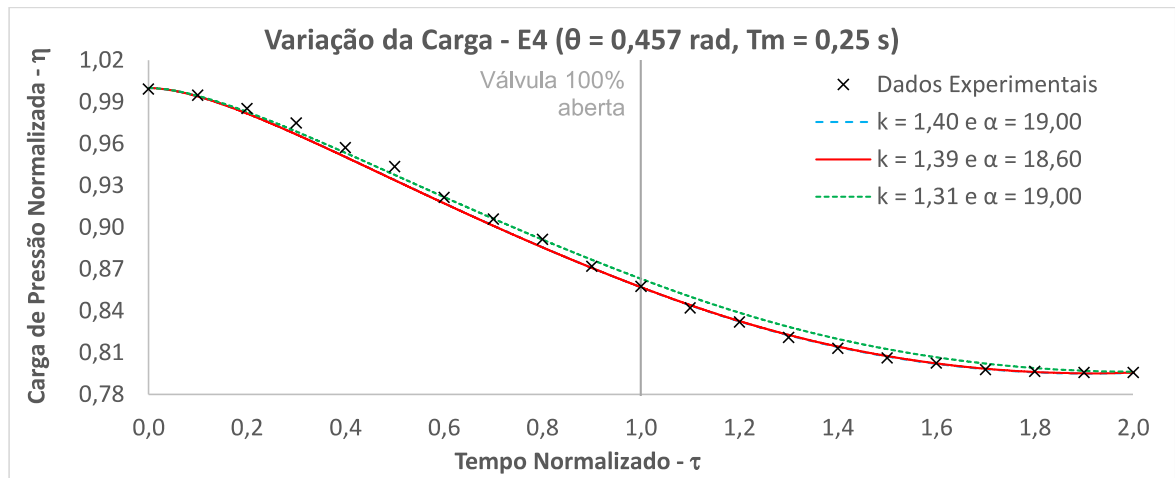


Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário, $k = 1,40$ e $\alpha = 19,00$, foi onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . Percebe-se logo a diferença ocasionada pela abertura da válvula sendo mais rápida em relação ao E1, onde $\alpha = 8,10$.

O resultado das iterações do modelo RWCM para o E4 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,39$ e $\alpha = 18,60$, sendo estes os valores que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 19,00$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas através do Gráfico 15.

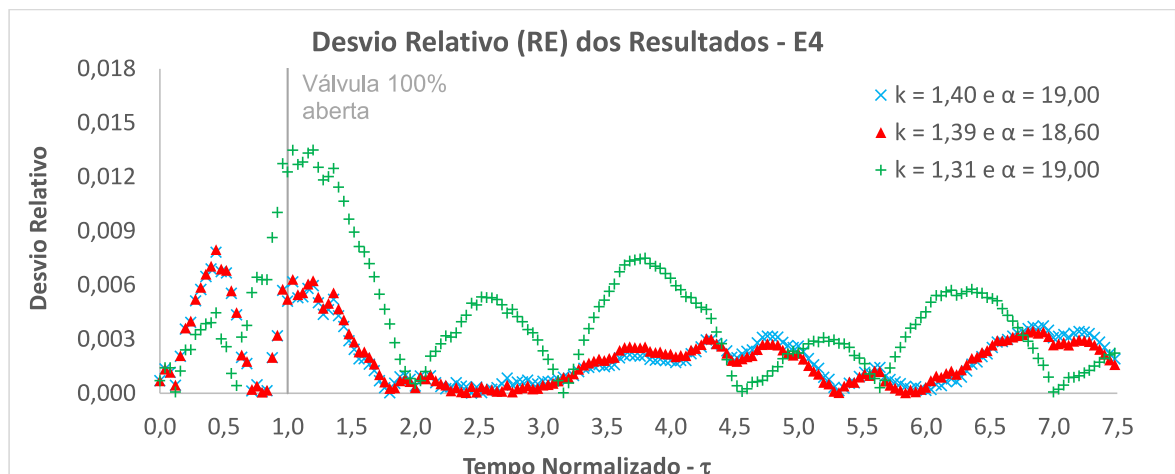
Gráfico 15 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 16 demonstra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E4, analisando, dado a dado, aquele que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que os panoramas onde $k = 1,39$ e $\alpha = 18,60$ foram os que melhor se aproximaram dos dados experimentais de E4. A Tabela 10 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário mencionado. Entretanto, o RE - máximo não é o menor dos três cenários, sendo justificado por desvios relativos maiores no início da modelagem ($0,0 < \tau < 0,5$).

Gráfico 16 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 10 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E4

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,39$ e $\alpha = 18,60$	0,9970	0,0212	0,0080
$k = 1,40$ e $\alpha = 19,00$	0,9969	0,0215	0,0078
$k = 1,31$ e $\alpha = 19,00$	0,9904	0,0380	0,0135

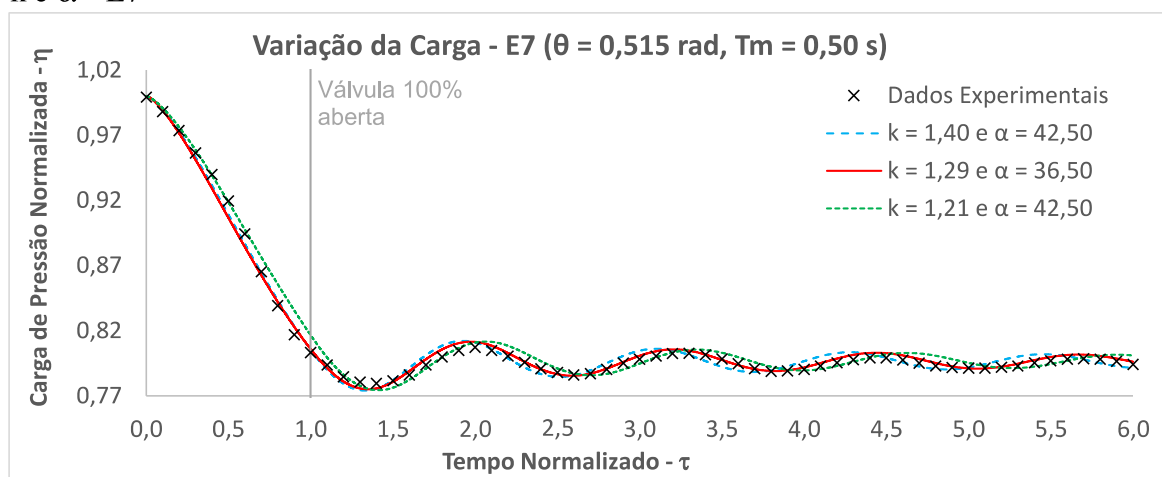
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E4 foram apresentados pelos experimentos E5 e E6. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 13 a Gráfico B 18) e nas tabelas (Tabela B 5 e Tabela B 6).

4.2.1.3 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E7 a E9

A partir do experimento E7, a inclinação da tubulação mudou para $\theta = 0,515$ rad, repetindo o ciclo de testes executados nos experimentos E1 ao E6. Os experimentos E7, E8 e E9 fazem parte de uma sequência de testes realizados com aberturas de válvula entre 0,40 e 0,75 s. No Gráfico 17, tem-se a comparação dos dados experimentais E7 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 6,0$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

Gráfico 17 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E7

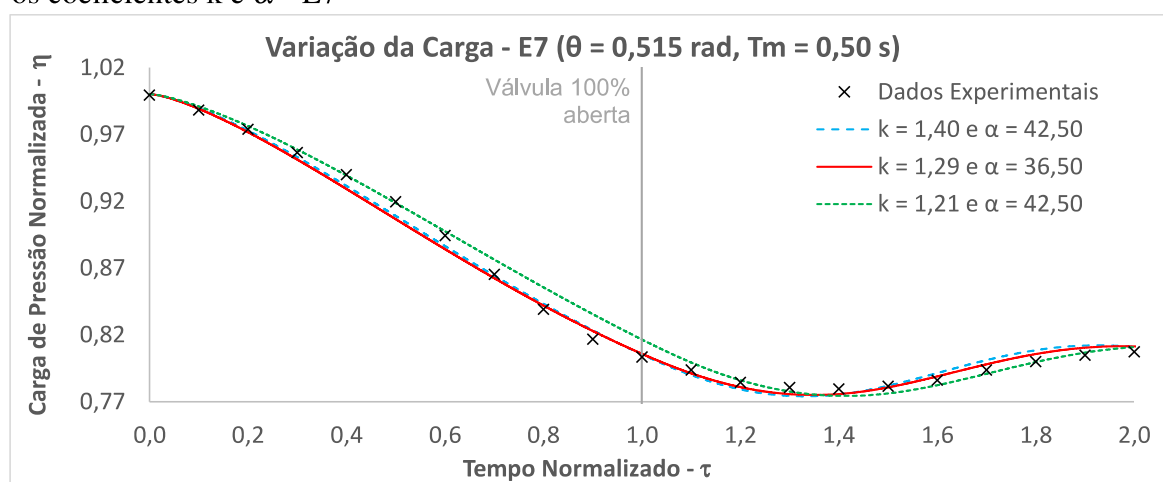


Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário, $k = 1,40$ e $\alpha = 42,00$, foi onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . Notou-se haver sensibilidade referente à abertura da válvula e à inclinação em relação ao E1 e E4, onde $\alpha = 8,10$ e $\alpha = 19,00$, simultaneamente.

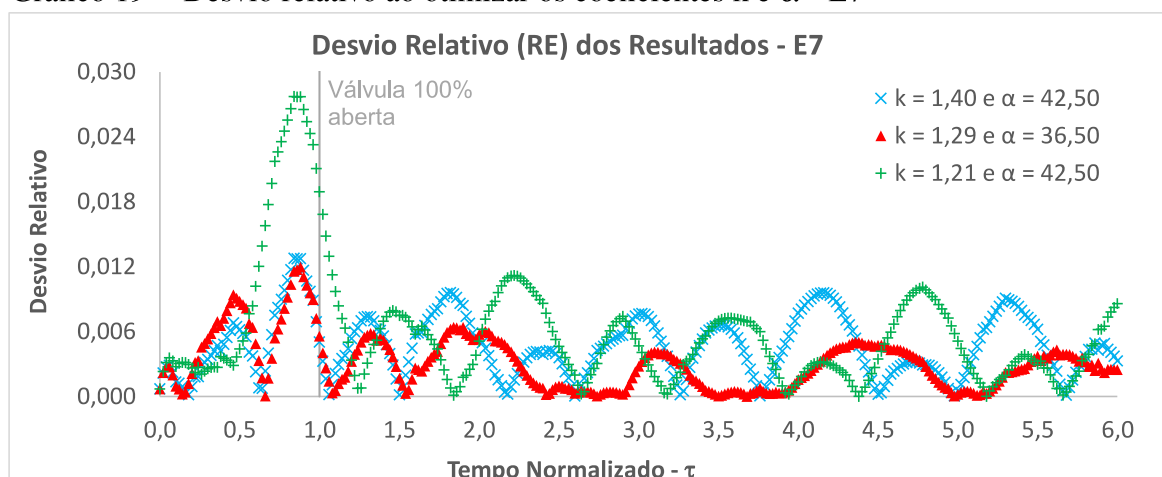
O resultado das iterações do modelo RWCM para o E7 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,29$ e $\alpha = 36,50$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,21$ e $\alpha = 42,50$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas através do Gráfico 18.

Gráfico 18 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E7



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 19 demonstra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E7, analisando, dado a dado, aquele que mais se aproximara do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o panorama onde $k = 1,29$ e $\alpha = 42,50$ foi o que mais se aproximou dos dados experimentais de E7. A Tabela 11 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário analisado.

Gráfico 19 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E7

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E7

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,29$ e $\alpha = 36,50$	0,9956	0,0344	0,0120
$k = 1,40$ e $\alpha = 42,50$	0,9923	0,0454	0,0128
$k = 1,21$ e $\alpha = 42,50$	0,9830	0,0674	0,0277

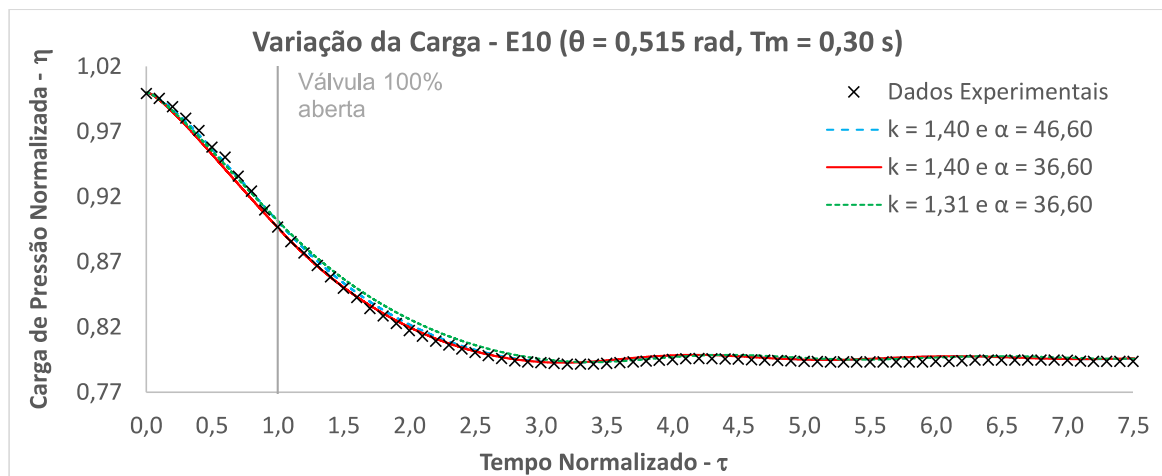
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E7 foram apresentados pelos experimentos E8 e E9. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 22 a Gráfico B 27) e nas tabelas (Tabela B 8 e Tabela B 9).

4.2.1.4 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E10 a E12

No experimento E10, comparado ao E4, a inclinação da tubulação muda para $\theta = 0,515$ rad. Os experimentos E10, E11 e E12 fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula realizadas em 0,30 s. No Gráfico 20, tem-se a comparação dos dados experimentais E10 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

Gráfico 20 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E10

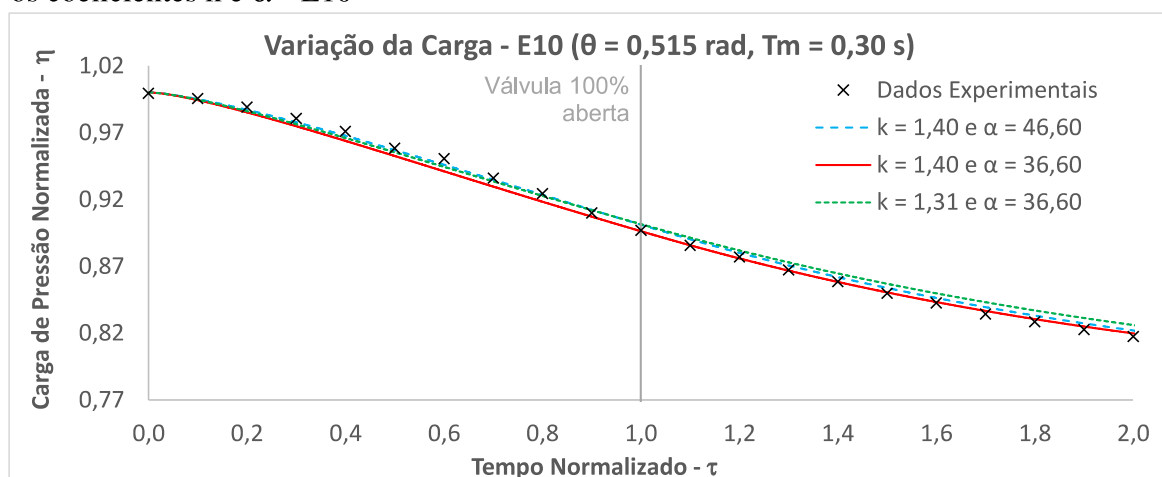


Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário é o de $k = 1,40$ e $\alpha = 46,60$ onde estabeleceu-se o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . Nota-se que o comportamento do gráfico do E10 é mais suave em relação ao comportamento do gráfico do E4, apenas pela mudança da inclinação da tubulação.

O resultado das iterações do modelo RWCM para o E10 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,40$ e $\alpha = 36,60$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 36,60$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas através do Gráfico 21.

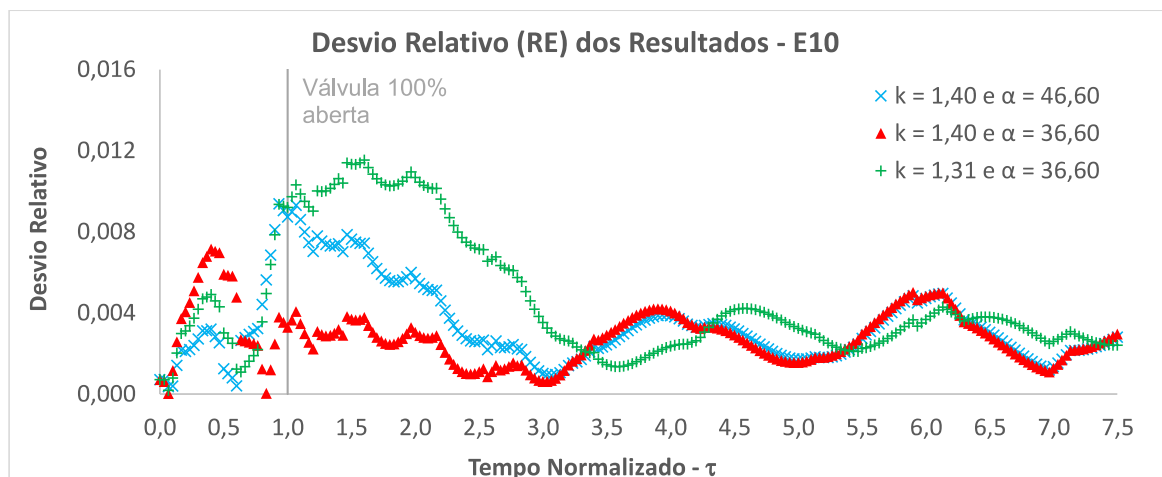
Gráfico 21 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 22 mostra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E10, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,40$ e $\alpha = 36,60$ foi o que mais se aproximou dos dados experimentais de E10. A Tabela 12 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário mencionado.

Gráfico 22 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 12 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E10

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 36,60$	0,9973	0,0274	0,0071
$k = 1,40$ e $\alpha = 46,60$	0,9961	0,0329	0,0094
$k = 1,31$ e $\alpha = 36,60$	0,9932	0,0434	0,0115

Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante ressaltar o fato de que a calibração dos coeficientes para este experimento retornou $k = 1,40$. Entretanto, este valor de k poderia ter resultado em um valor maior; porém, como já foi mencionado, estabeleceu-se que o valor de k para o ar atmosférico não seria superior ao que é aceito na literatura.

Resultados semelhantes ao experimento E10 foram apresentados pelos experimentos E11 e E12. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 31 a Gráfico B 36) e nas tabelas (Tabela B 11 e Tabela B 12).

4.2.2 Modelagem do RWCm com admissão de ar via orifício de $D = 1,50$ mm

Neste tópico, será explorado o segundo cenário de esvaziamento, com admissão de ar, no qual inicialmente ocorre uma condição de pressão subatmosférica, estabilizando-se à pressão atmosférica ao longo do tempo do experimento. O ar atmosférico foi admitido a montante da tubulação, por meio de um orifício de 1,50 mm de diâmetro, simulando o funcionamento de um orifício pequeno de ventosa.

Para os 12 experimentos realizados com admissão de ar, com o orifício $D = 1,50$ mm, os valores ótimos obtidos para o coeficiente politrópico, k , variaram entre 1,01 e 1,40 (valor máximo pré-estabelecido). Foram resultados obtidos através da otimização dos valores de k e α simultaneamente. Em consequência disto, o melhor resultado da aproximação entre os dados da modelagem e os dados experimentais não ultrapassou o valor de k para o ar atmosférico e esteve próximo aos valores de k para o vapor d'água.

Entretanto o resultado de $k = 1,01$ para o experimento E23, indicou duas possibilidades: a proximidade do fenômeno do experimento ao processo termodinâmico isotérmico ou o desvio de qualquer dado aferido, como o R_v referente ao coeficiente de resistência da válvula de jusante durante o esvaziamento da tubulação. Estes resultados serão mais bem explorados no Tópico 4.2.2.4.

Os resultados desta análise foram obtidos e organizados na Tabela 13 para os experimentos E13 a E24, com exceção do E19, que não foi apresentado no trabalho de Coronado Hernandez (2019).

Tabela 13 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E13 a E24

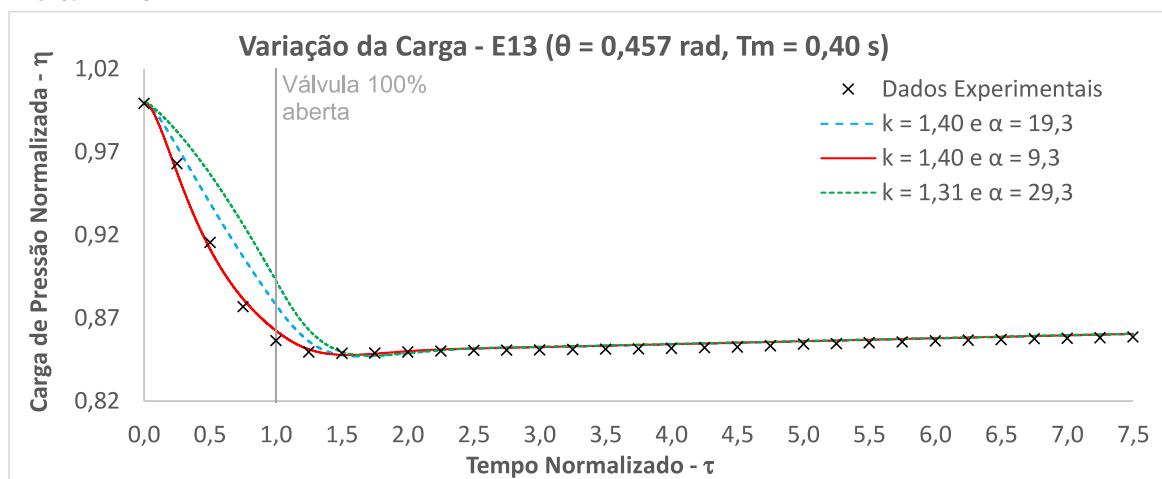
Experimento	k - Coef. Politrópico	α - Coef. da Válvula	NSE	RMSE	RE - Máximo
E13	1,40	9,30	0,9948	0,0250	0,0069
E14	1,40	10,30	0,9950	0,0245	0,0073
E15	1,40	7,20	0,9888	0,0364	0,0056
E16	1,26	17,50	0,9909	0,0273	0,0060
E17	1,40	36,40	0,9882	0,0347	0,0055
E18	1,21	63,70	0,9843	0,0424	0,0092
E20	1,15	15,50	0,9963	0,0263	0,0060
E21	1,40	15,60	0,9596	0,0857	0,0134
E22	1,40	13,50	0,9975	0,0163	0,0045
E23	1,01	10,30	0,9996	0,0070	0,0014
E24	1,40	17,10	0,9770	0,0502	0,0073

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.2.1 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E13 a E15

O experimento E13, comparado ao E1, dispôs, de diferença, apenas o processo de admissão de ar a montante, por meio de um orifício de diâmetro $D = 1,50$ mm. Os experimentos E13, E14 e E15 fazem parte de uma sequência de testes realizados com aberturas de válvula realizadas em 0,40 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 23, tem-se a comparação dos dados experimentais E13 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 7,5$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

Gráfico 23 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E13

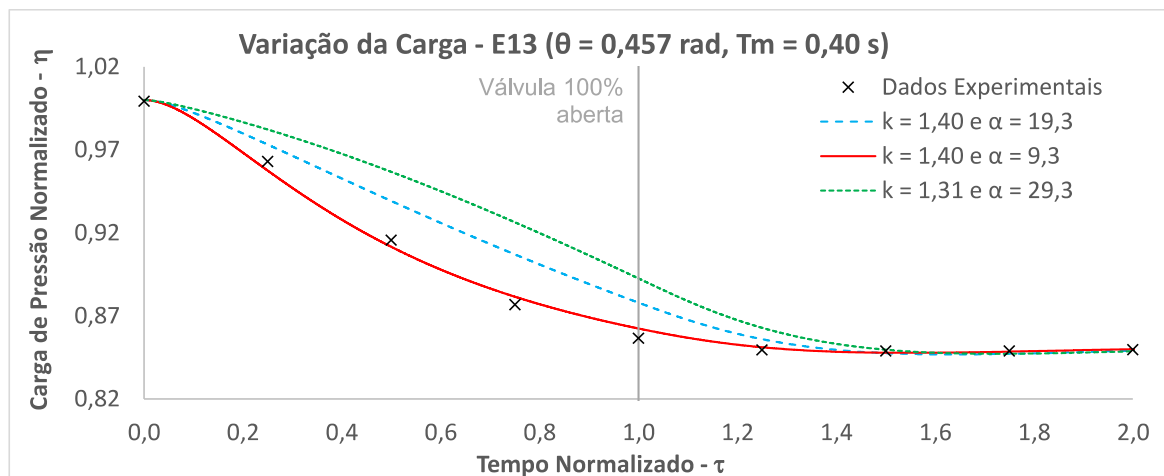


Fonte: Elaborado pelo autor.

No primeiro cenário, o de $k = 1,40$ e $\alpha = 19,30$, foi onde se designou o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . Nota-se que o comportamento do gráfico do E13 não possui as ondulações devido à condição subatmosférica em relação ao comportamento do gráfico do E1, em razão da ocorrência de admissão de ar na tubulação. Isso resultou na estabilização da pressão relativa na tubulação, equilibrando-se com a pressão atmosférica.

O resultado das iterações do modelo RWCM para o E13 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 29,30$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisados através do Gráfico 24.

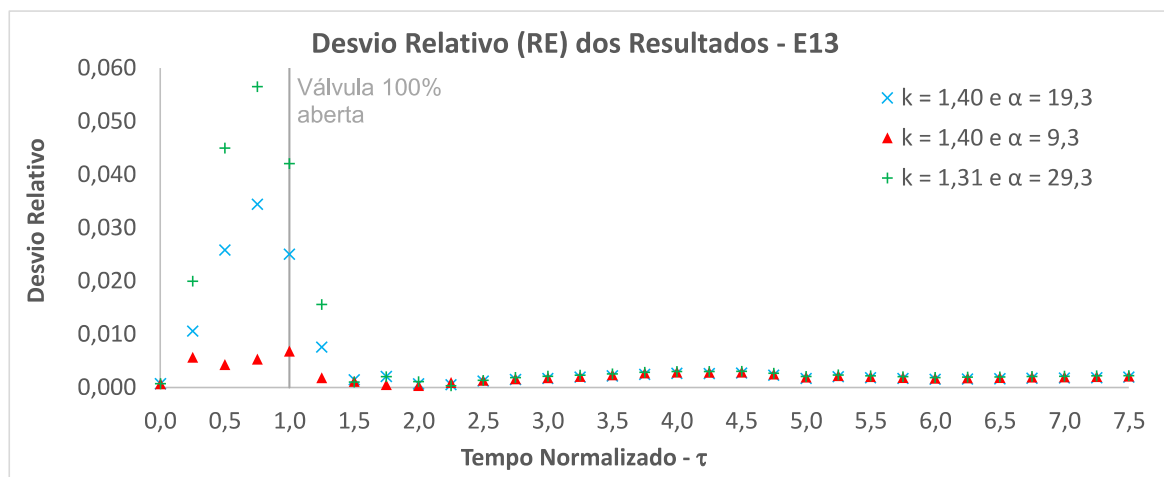
Gráfico 24 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E13



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 25 mostra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E13, analisando, dado a dado, o panorama que mais se aproxima do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de demonstrar que o cenário onde $k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$ foi o que melhor se aproximou dos dados experimentais de E13. A Tabela 14 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o contexto mencionado.

Gráfico 25 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E13



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 14 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E13

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$	0,9947	0,0249	0,0069
$k = 1,40$ e $\alpha = 19,30$	0,9374	0,0859	0,0344
$k = 1,31$ e $\alpha = 29,30$	0,8221	0,1448	0,0565

Fonte: Elaborado pelo autor.

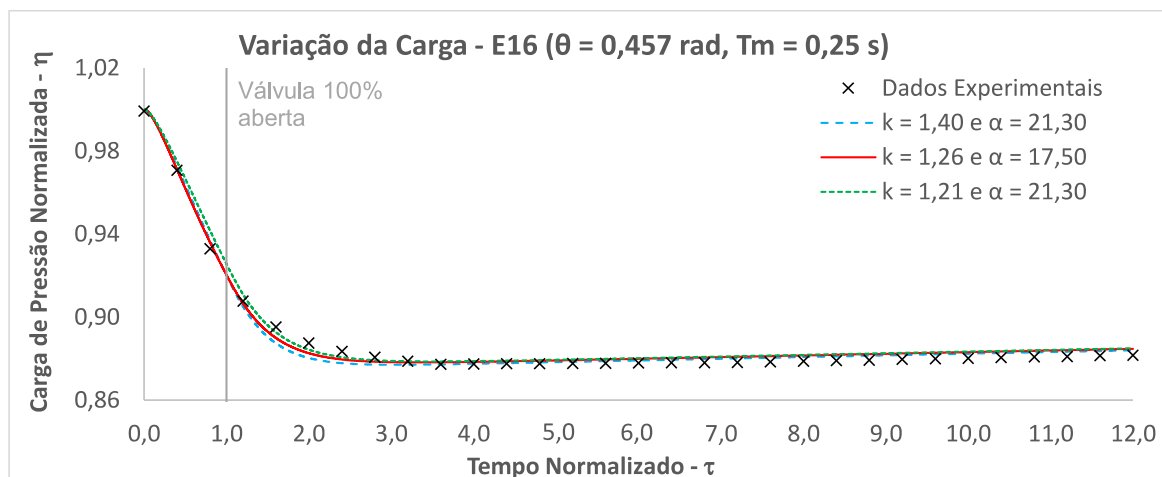
É importante ressaltar o fato de que a calibração dos coeficientes para este experimento retornou $k = 1,40$. Entretanto, este k poderia ter resultado em um valor maior; porém, como já foi mencionado, estabeleceu-se que o valor de k para o ar atmosférico não seria superior ao que é aceito na literatura.

Resultados semelhantes ao experimento E13 foram apresentados pelos experimentos E14 e E15. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 40 a Gráfico B 45) e nas tabelas (Tabela B 14 e Tabela B 15).

4.2.2.2 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E16 a E18

No experimento E16, diferentemente do E4, também houve admissão de ar a montante, por meio de um orifício de diâmetro $D = 1,50$ mm. Os experimentos E16, E17 e E18 fazem parte de uma sequência de testes realizados com aberturas de válvula entre 0,10 e 0,25 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 26, tem-se a comparação dos dados experimentais E16 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 12,0$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

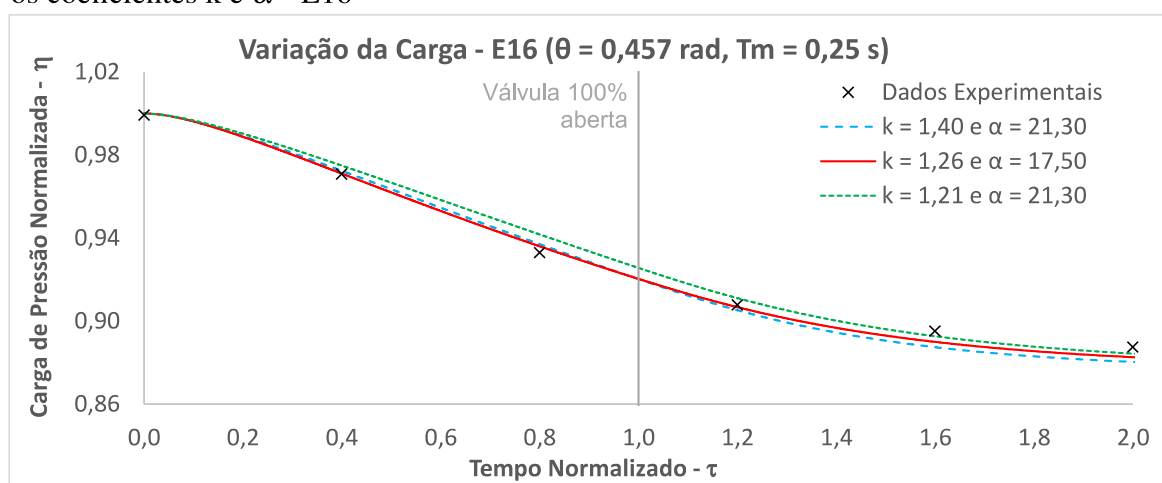
Gráfico 26 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E16



Fonte: Elaborado pelo autor.

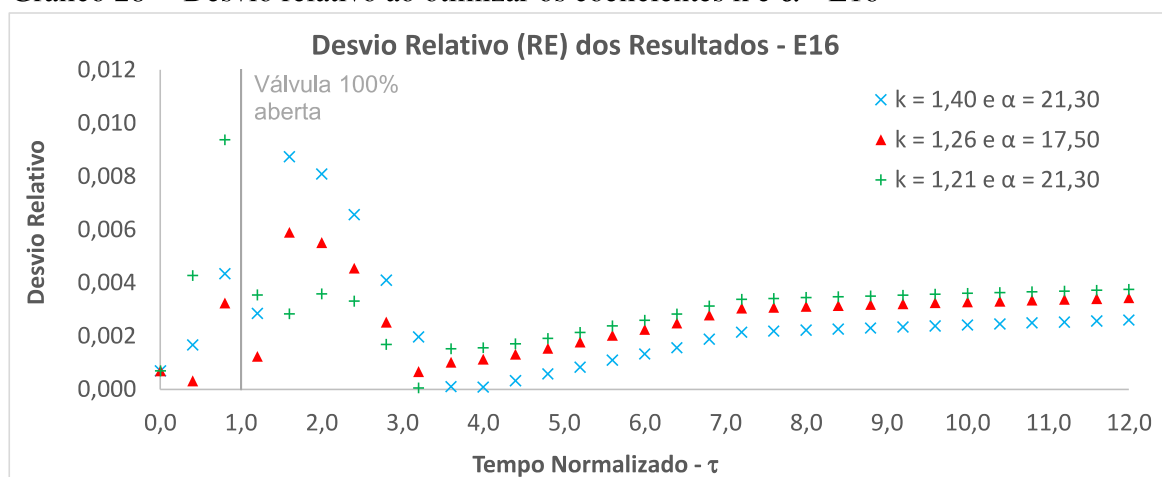
No primeiro cenário, o de $k = 1,40$ e $\alpha = 21,30$, foi onde estabeleceu-se o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E16 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,26$ e $\alpha = 17,50$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,21$ e $\alpha = 21,30$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas por meio do Gráfico 27.

Gráfico 27 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E16



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 28 revela o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E16, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,26$ e $\alpha = 17,50$ foram os que melhor se aproximaram dos dados experimentais de E16. A Tabela 15 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário mencionado.

Gráfico 28 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E16

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 15 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E16

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,26$ e $\alpha = 17,50$	0,9908	0,0273	0,0059
$k = 1,40$ e $\alpha = 21,30$	0,9892	0,0296	0,0087
$k = 1,21$ e $\alpha = 21,30$	0,9874	0,0320	0,0094

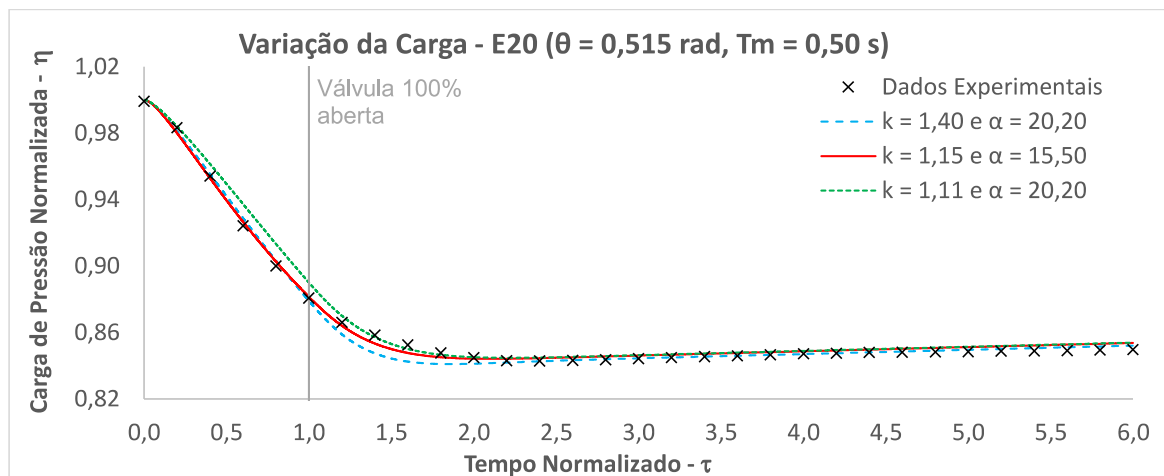
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E16 foram apresentados pelos experimentos E17 e E18. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 49 a Gráfico B 54) e nas tabelas (Tabela B 17 e Tabela B 18).

4.2.2.3 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E20 e E21

Os experimentos E20 e E21 fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula realizadas entre 0,40 e 0,50 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 29, tem-se a comparação dos dados experimentais E20 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 6,0$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

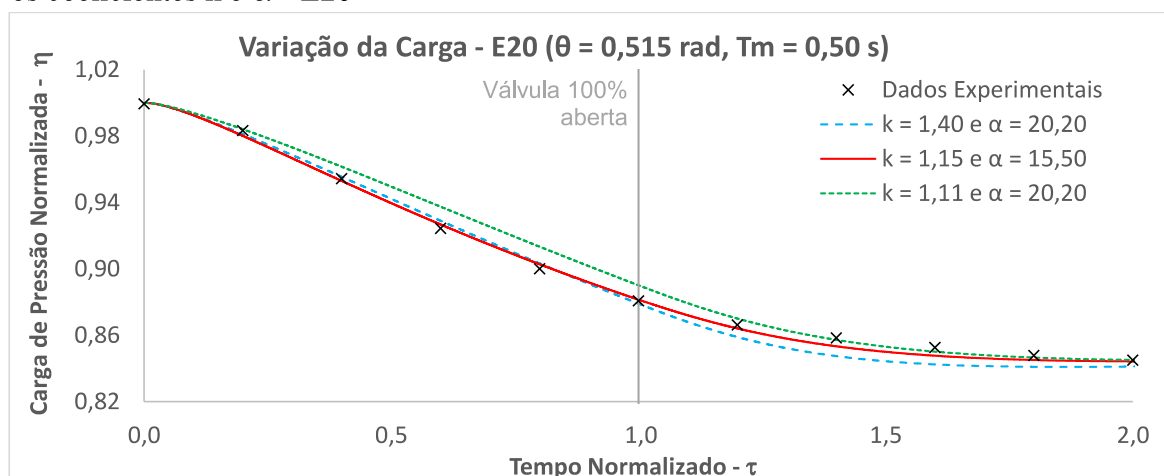
Gráfico 29 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E20



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário, o de $k = 1,40$ e $\alpha = 20,20$, foi onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E20 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,15$ e $\alpha = 15,50$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,11$ e $\alpha = 20,20$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas através do Gráfico 30.

Gráfico 30 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E20

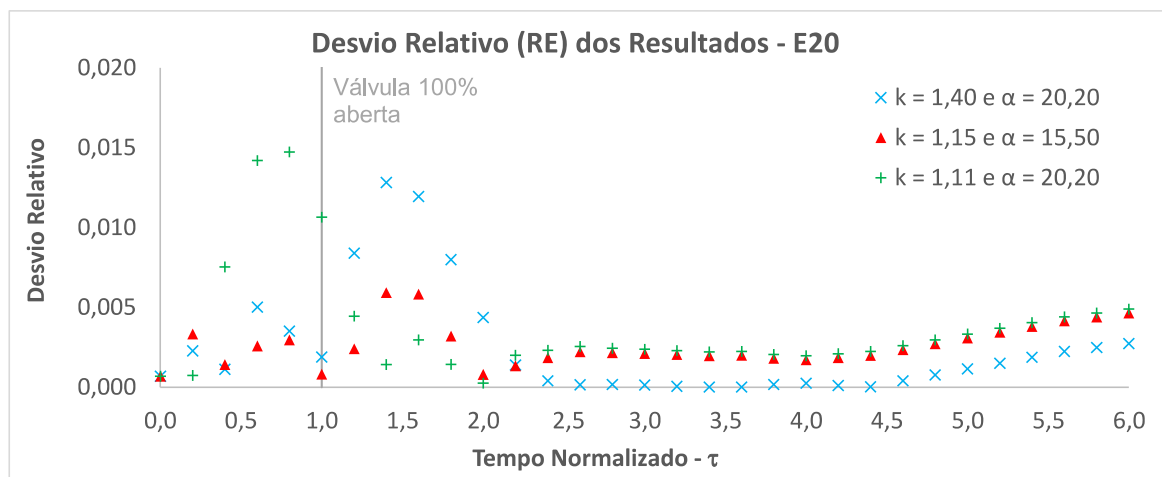


Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 31 mostra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E20, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo

mais uma maneira de demonstrar que o cenário onde $k = 1,15$ e $\alpha = 15,50$ foram os que melhor se aproximaram dos dados experimentais de E20. A Tabela 16 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário mencionado.

Gráfico 31 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E20



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 16 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E20

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,15$ e $\alpha = 15,50$	0,9962	0,0262	0,0059
$k = 1,40$ e $\alpha = 20,20$	0,9924	0,0371	0,0128
$k = 1,11$ e $\alpha = 20,20$	0,9878	0,0471	0,0147

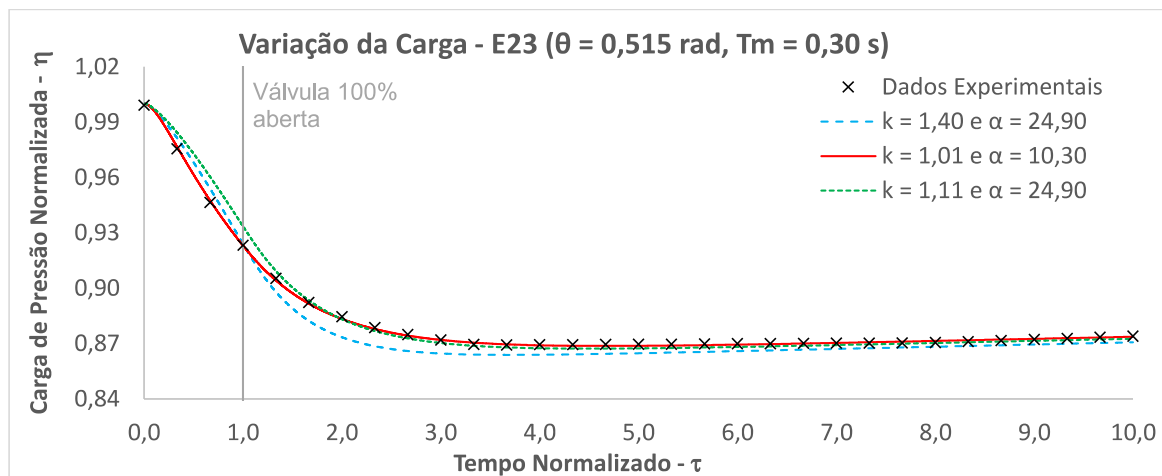
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E20 foram apresentados pelo experimento E21. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 58 a Gráfico B 60) e na Tabela B 20.

4.2.2.4 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E22 a E24

Os experimentos E22, E23 e E24 fazem parte da última sequência de experimentos realizados com admissão de ar por meio de um orifício de diâmetro $D = 1,50$ mm, com aberturas de válvula realizadas entre 0,25 e 0,35 s. No Gráfico 32, tem-se a comparação dos dados experimentais E23 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 10,0$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

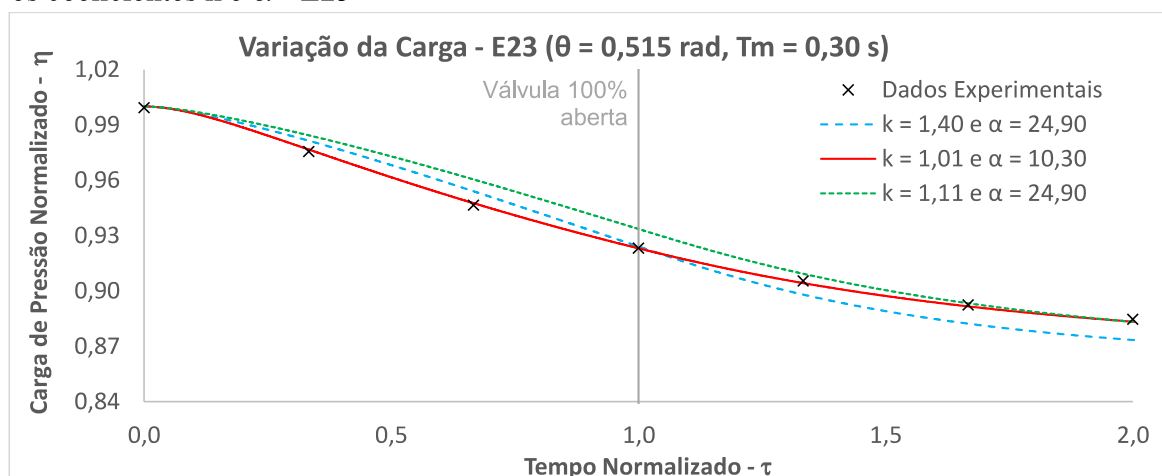
Gráfico 32 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E23



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário, $k = 1,40$ e $\alpha = 24,90$, foi onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E23 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,01$ e $\alpha = 10,30$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,11$ e $\alpha = 24,90$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas através do Gráfico 33.

Gráfico 33 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E23



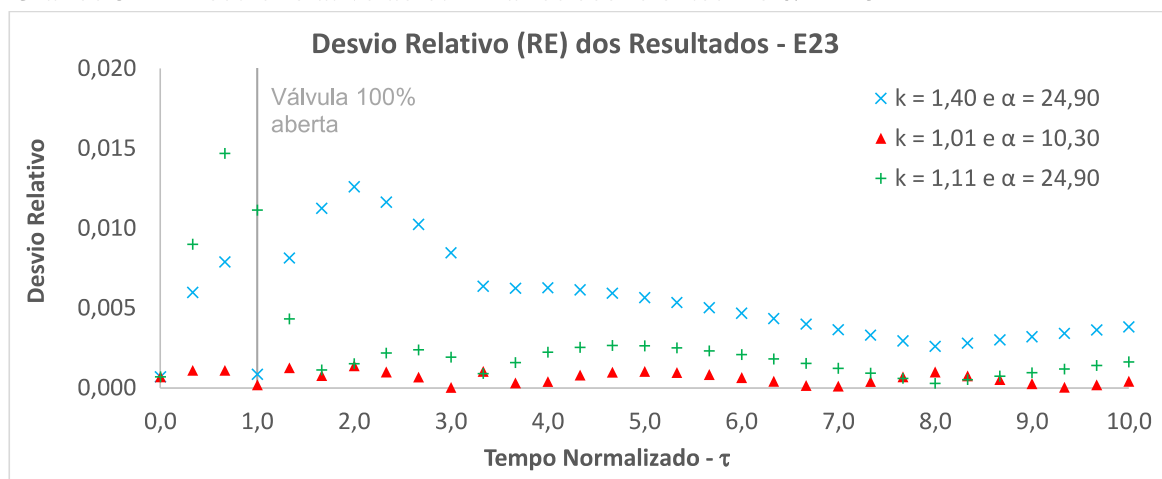
Fonte: Elaborado pelo autor.

Como já mencionado, o resultado de $k = 1,01$ para o experimento E23 indica duas possibilidades: a proximidade do fenômeno do experimento ao processo termodinâmico

isotérmico ou o desvio de qualquer dado aferido, como o R_v referente ao coeficiente de resistência da válvula de jusante durante o esvaziamento da tubulação. Nada pode garantir que os dados obtidos por Coronado-Hernández (2019) nos seus experimentos estivessem inteiramente corretos, no entanto, foi assumido que os dados experimentais estão corretos frente à metodologia que foi aplicada neste trabalho.

O Gráfico 34 mostra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E23, analisando, dado a dado, aquele que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de demonstrar que o cenário onde $k = 1,01$ e $\alpha = 10,30$ foi o que melhor se aproximou dos dados experimentais de E23. A Tabela 17 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário acima mencionado.

Gráfico 34 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E23



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E23

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,01$ e $\alpha = 10,30$	0,9996	0,0070	0,0014
$k = 1,40$ e $\alpha = 24,90$	0,9702	0,0570	0,0126
$k = 1,11$ e $\alpha = 24,90$	0,9857	0,0395	0,0147

Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E23 foram apresentados pelos experimentos E22 e E24. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 61 a Gráfico B 63; Gráfico B 67 a Gráfico B 69) e nas tabelas (Tabela B 21 e Tabela B 23).

4.2.3 Modelagem do RWCM com admissão de ar via orifício de $D = 3,00$ mm

Neste tópico, será explorado o terceiro e último cenário de esvaziamento, com admissão de ar, no qual inicialmente ocorreu uma condição de pressão subatmosférica, estabilizando-se à pressão atmosférica ao longo do tempo do experimento. O ar atmosférico foi admitido a montante da tubulação, por meio de um orifício de 3,00 mm de diâmetro, simulando o funcionamento de um orifício pequeno de ventosa.

Para os 12 testes realizados com admissão de ar, com o orifício $D = 3,00$ mm, os valores ótimos obtidos para o coeficiente politrópico, k , variaram entre 1,01 e 1,40 (valor máximo pré-estabelecido). O resultado de $k = 1,01$ para o experimento E34, assim como no E23, também indicou duas possibilidades: a proximidade do fenômeno do experimento ao processo termodinâmico isotérmico ou o desvio de qualquer dado aferido. Estes resultados serão mais bem explorados no Tópico 4.2.3.4. Os dados obtidos desta análise foram organizados na Tabela 18 para os testes E25 a E36.

Tabela 18 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E25 a E36

Experimento	k - Coef. Politrópico	α - Coef. da Válvula	NSE	RMSE	RE - Máximo
E25	1,40	3,10	0,9918	0,0279	0,0071
E26	1,40	4,00	0,9841	0,0339	0,0096
E27	1,19	3,70	0,9954	0,0155	0,0059
E28	1,29	9,30	0,9960	0,0084	0,0024
E29	1,40	8,50	0,9918	0,0123	0,0021
E30	1,40	7,50	0,9876	0,0152	0,0025
E31	1,40	3,20	0,9931	0,0214	0,0087
E32	1,40	5,80	0,9965	0,0176	0,0035
E33	1,40	3,80	0,9963	0,0155	0,0040
E34	1,01	10,50	0,9924	0,0133	0,0025
E35	1,08	7,30	0,9896	0,0137	0,0043
E36	1,37	7,80	0,9920	0,0124	0,0030

Fonte: Elaborado pelo autor.

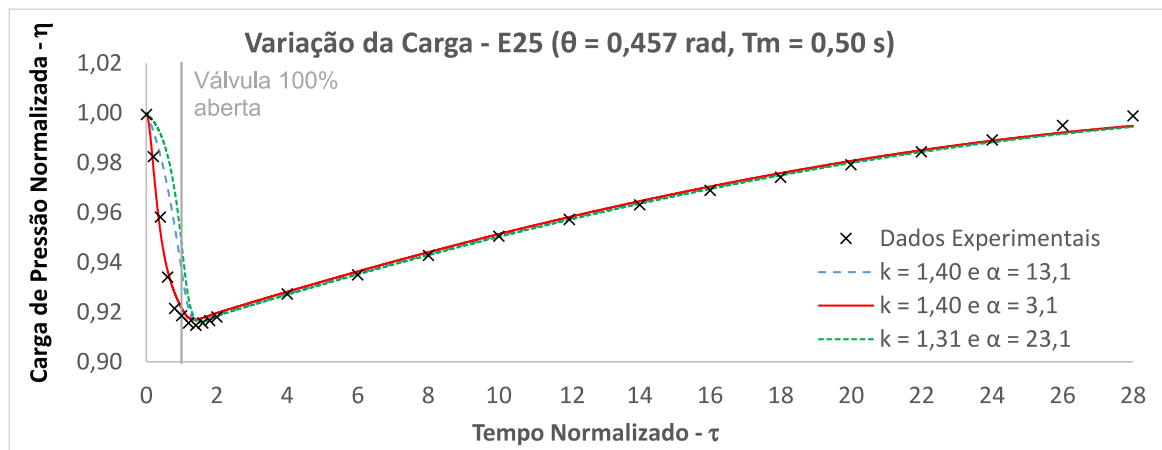
4.2.3.1 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E25 a E27

O experimento E25, comparado ao E1 e ao E13, diferiu apenas no processo de admissão de ar a montante, efetuado por meio de um orifício de diâmetro $D = 3,00$ mm. Os experimentos E25, E26 e E27 fazem parte de uma sequência de testes realizados com aberturas de válvula realizadas em 0,50 s, todos com admissão de ar.

No Gráfico 35, tem-se a comparação dos dados experimentais E25 durante 14 segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante

($\tau = 28$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

Gráfico 35 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E25

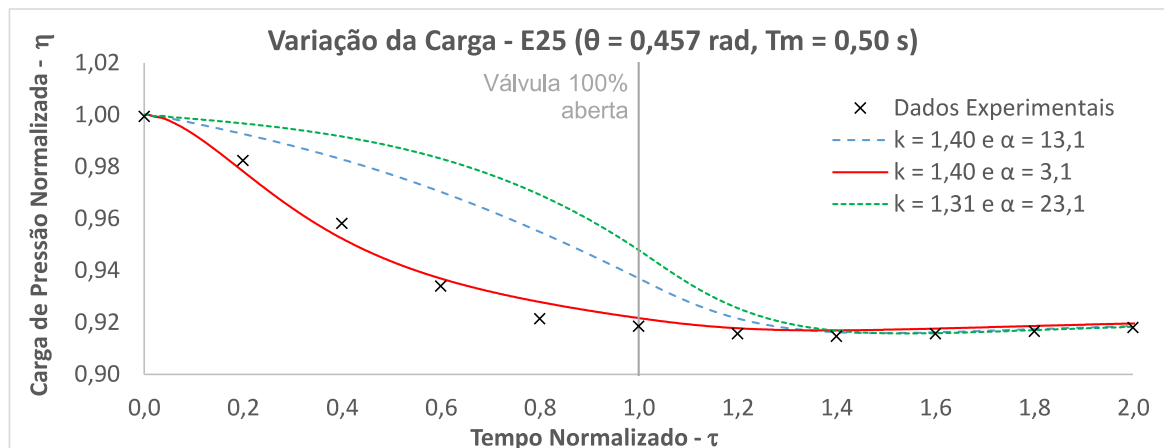


Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário foi o de $k = 1,40$ e $\alpha = 13,10$ onde se estipulou o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . Nota-se que o comportamento do gráfico do E25 não possui as ondulações devido à condição subatmosférica em relação ao comportamento do gráfico do E1, por consequência da ocorrência de admissão de ar na tubulação. Isso resultou na estabilização da pressão relativa na tubulação, equilibrando-se com a pressão atmosférica, porém, mais rapidamente em relação ao E13 pelo orifício de montante ter o diâmetro maior e admitir mais ar.

O resultado das iterações do modelo RWCM para o E25 passaram por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,40$ e $\alpha = 3,10$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 23,1$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas mediante o Gráfico 36.

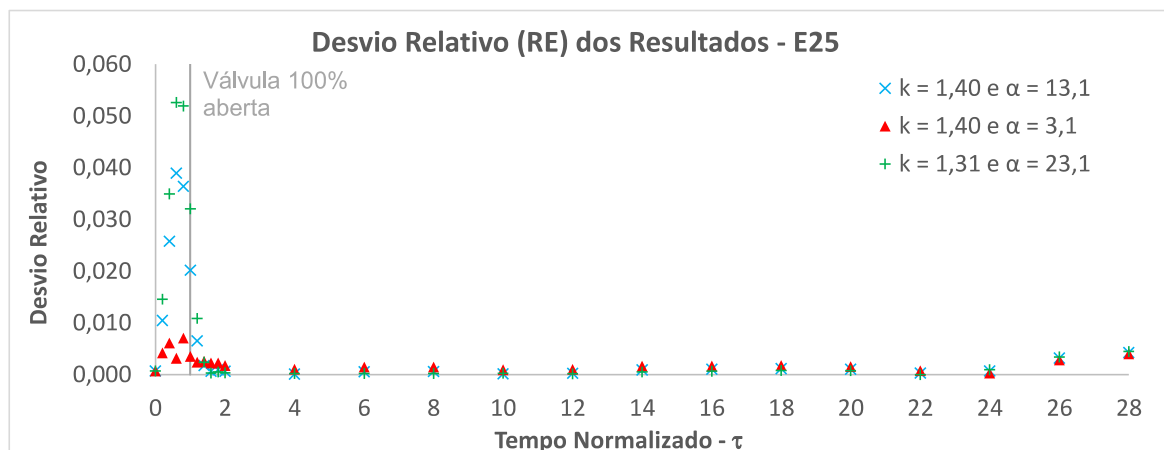
Gráfico 36 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E25



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 37 expõe o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E25, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,40$ e $\alpha = 3,10$ foi o que melhor se aproximou dos dados experimentais de E25. A Tabela 19 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o panorama mencionado.

Gráfico 37 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E25



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E25

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 3,10$	0,9918	0,0279	0,0070
$k = 1,40$ e $\alpha = 13,10$	0,8311	0,1261	0,0389
$k = 1,31$ e $\alpha = 23,10$	0,6677	0,1768	0,0526

Fonte: Elaborado pelo autor.

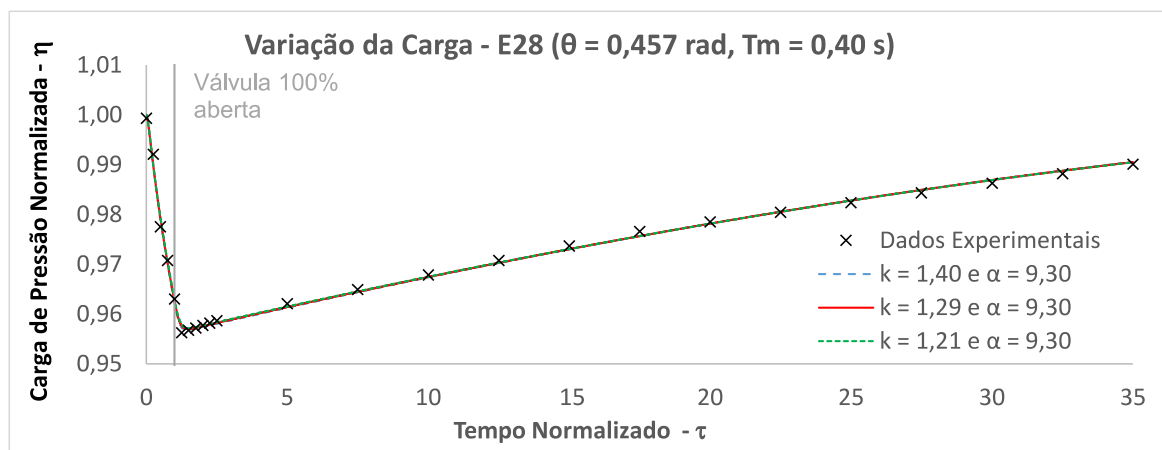
É importante ressaltar o fato de que a calibração dos coeficientes para este experimento retornou $k = 1,40$. Entretanto, este valor de k poderia ter resultado em um valor maior; porém, como já declarado, estabeleceu-se que o valor de k para o ar atmosférico não seria superior ao que é aceito na literatura.

Resultados semelhantes ao experimento E25 foram apresentados pelos experimentos E26 e E27. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 73 a Gráfico B 78) e nas tabelas (Tabela B 25 e Tabela B 26).

4.2.3.2 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E28 a E30

Os experimentos E28, E29 e E30 fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula entre 0,35 e 0,40 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 38, tem-se a comparação dos dados experimentais E28 durante 14 segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 35$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

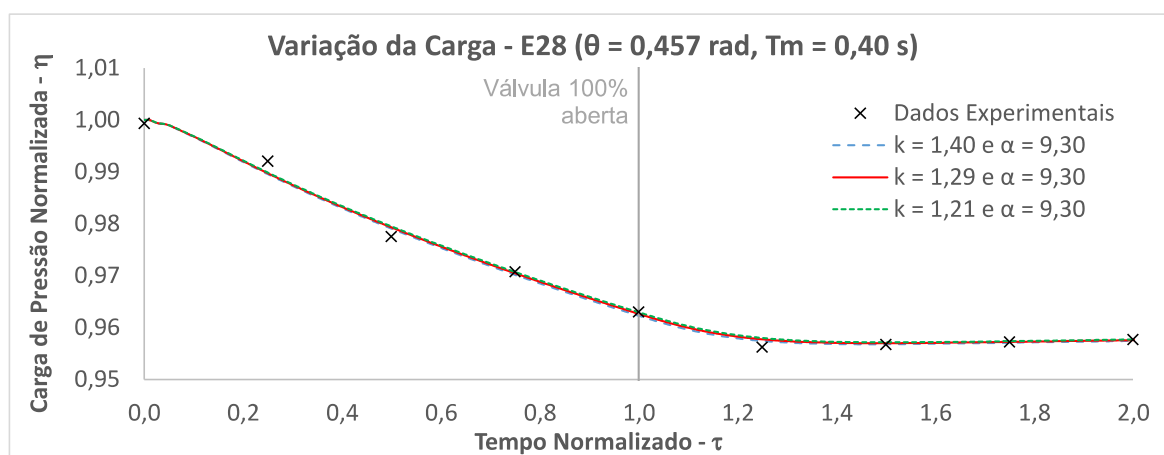
Gráfico 38 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E28



Fonte: Elaborado pelo autor.

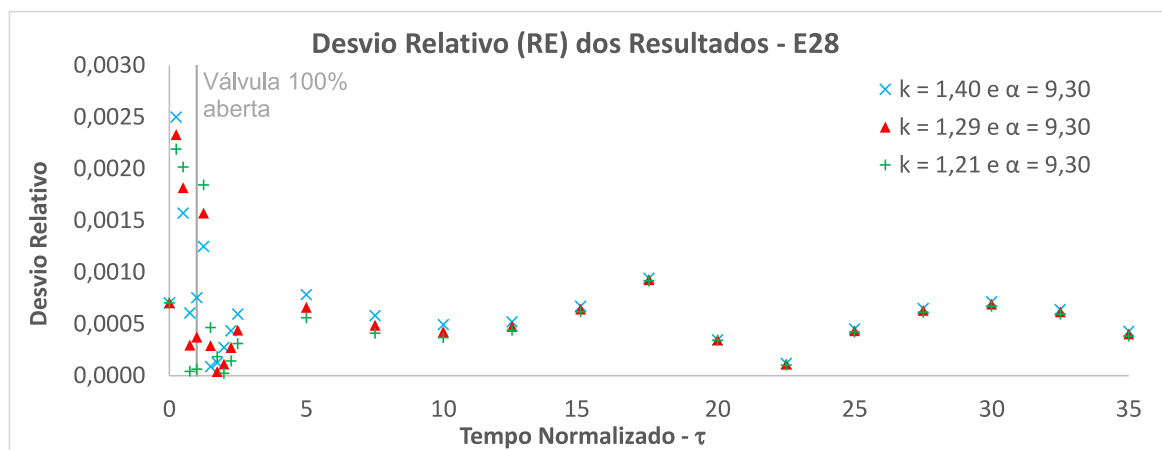
O primeiro cenário foi o de $k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$, onde se definiu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E28 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,29$ e $\alpha = 9,30$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,21$ e $\alpha = 9,30$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas via Gráfico 39.

Gráfico 39 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E28



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 40 evidencia o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E28, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$ foi o que mais se aproximou dos dados experimentais de E28. A Tabela 20 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário indicado.

Gráfico 40 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E28

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 20 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E28

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,29$ e $\alpha = 9,30$	0,9959	0,0084	0,0023
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$	0,9958	0,0085	0,0025
$k = 1,21$ e $\alpha = 9,30$	0,9958	0,0085	0,0022

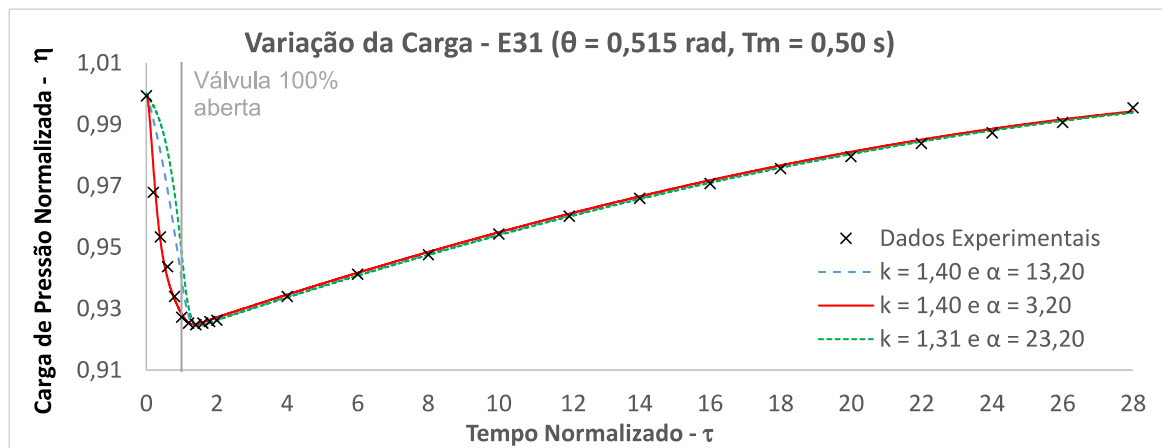
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E28 foram apresentados pelos experimentos E29 e E30. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 82 a Gráfico B 87) e nas tabelas (Tabela B 28 e Tabela B 29).

4.2.3.3 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E31 a E33

Os experimentos E31, E32 e E33 fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula praticadas entre 0,35 e 0,50 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 41, tem-se a comparação dos dados experimentais E31 durante 14 segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 28$), com três cenários simulados variando os valores de k e α .

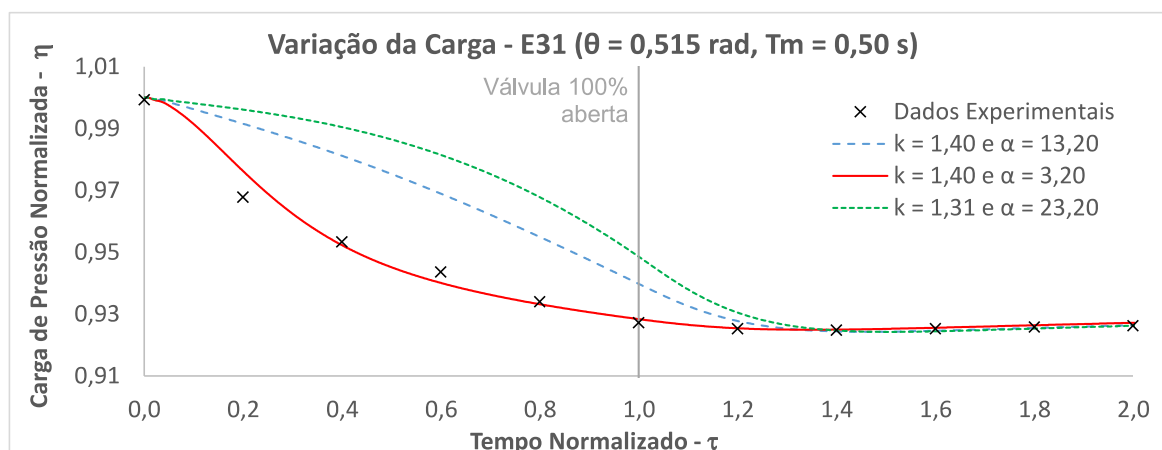
Gráfico 41 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E31



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário foi o de $k = 1,40$ e $\alpha = 13,20$ onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E31 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,40$ e $\alpha = 3,20$, sendo estes valores os que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,31$ e $\alpha = 23,2$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas pelo Gráfico 42.

Gráfico 42 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E31



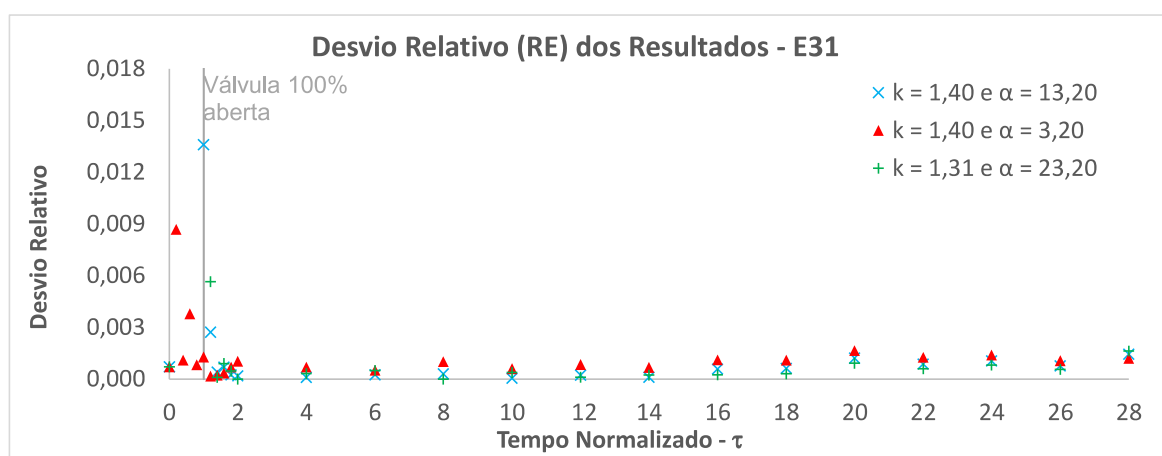
Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 43 evidenciou o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E25, analisando, dado a dado, aquele que mais se aproxima do resultado experimental.

Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,40$ e $\alpha = 3,10$ é o que mais se aproximou dos dados experimentais de E25. A Tabela 21 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o contexto declarado.

É importante ressaltar que a calibração dos coeficientes para este experimento retornou $k = 1,40$. Entretanto, este valor de k poderia ter resultado em um valor maior; porém, como já foi declarado, estabeleceu-se que o valor de k para o ar atmosférico não seria superior ao que é aceito na literatura.

Gráfico 43 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E31



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 21 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E31

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 3,20$	0,9930	0,0213	0,0087
$k = 1,40$ e $\alpha = 13,20$	0,8237	0,1074	0,0292
$k = 1,31$ e $\alpha = 23,20$	0,6431	0,1528	0,0401

Fonte: Elaborado pelo autor.

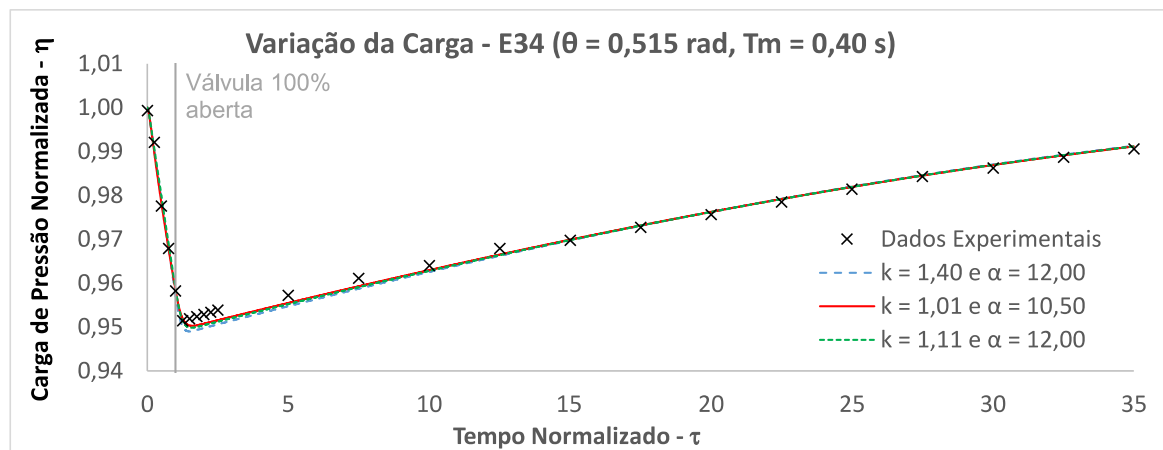
Resultados semelhantes ao experimento E31 foram apresentados pelos experimentos E32 e E33. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 91 a Gráfico B 96) e nas tabelas (Tabela B 31 e Tabela B 32).

4.2.3.4 Modelagem e calibração dos coeficientes k e α - E34 a E36

Os experimentos E34, E35 e E36 fazem parte de uma sequência de experimentos realizados com aberturas de válvula realizadas em 0,40 s, todos com admissão de ar. No Gráfico 44, tem-se a comparação dos dados experimentais E34 durante 14 segundos de modelagem

normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ($\tau = 35$), com três cenários simulados variando os valores de k e α

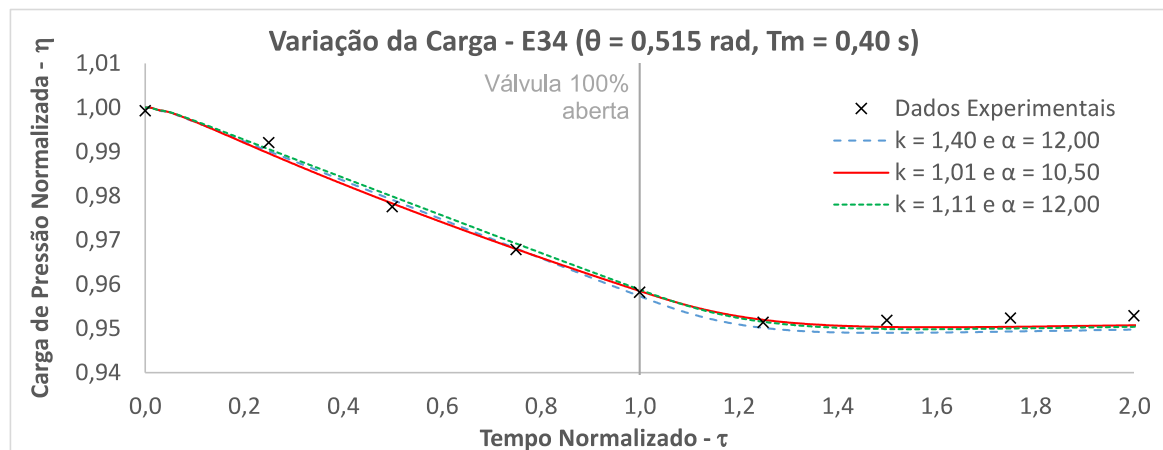
Gráfico 44 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E34



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro cenário, o de $k = 1,40$ e $\alpha = 12,00$, foi onde se estabeleceu o intervalo de iteração para os valores do coeficiente α . O resultado das iterações do modelo RWCM para o E34 passou por uma rotina de maximização da função objetivo, para retornar o maior NSE. O resultado da calibração retornou $k = 1,01$ e $\alpha = 10,50$, sendo estes os valores que melhor aproximaram o resultado da modelagem do RWCM em relação aos dados experimentais obtidos por Coronado-Hernández (2019). Plotou-se o resultado de $k = 1,11$ e $\alpha = 12,00$ para ilustrar as diferenças entre os cenários, que podem ser melhor analisadas por meio do Gráfico 45.

Gráfico 45 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E34

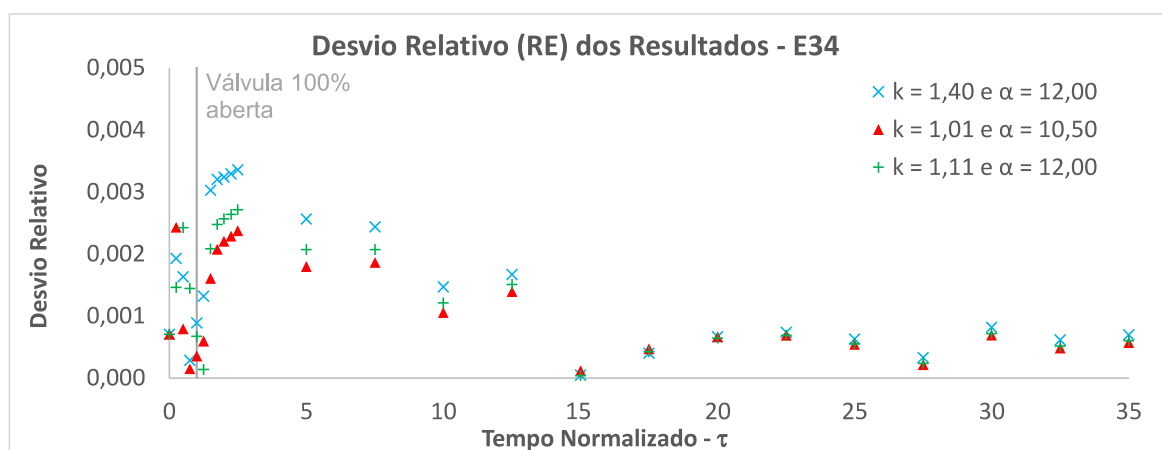


Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como foi obtido no E23, o resultado de $k = 1,01$ para o experimento E34 indicou duas possibilidades: a proximidade do fenômeno do experimento ao processo termodinâmico isotérmico ou o desvio de algum dado aferido, por exemplo o R_v referente ao coeficiente de resistência da válvula de jusante durante o esvaziamento da tubulação. Nesse caso, também foi assumido que os dados experimentais de E34 estão corretos frente à metodologia que está sendo aplicada neste trabalho.

O Gráfico 46 mostra o desvio relativo entre os cenários modelados para o experimento E34, analisando, dado a dado, o cenário que mais se aproximou do resultado experimental. Sendo mais uma maneira de mostrar que o cenário onde $k = 1,01$ e $\alpha = 10,50$ foi o que melhor se aproximou dos dados experimentais de E34. A Tabela 22 corrobora este resultado, mostrando o maior valor para NSE e o menor valor para RMSE para o cenário indicado.

Gráfico 46 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E34



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 22 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E34

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,01$ e $\alpha = 10,50$	0,9923	0,0132	0,0024
$k = 1,40$ e $\alpha = 12,00$	0,9853	0,0183	0,0034
$k = 1,11$ e $\alpha = 12,00$	0,9897	0,0153	0,0027

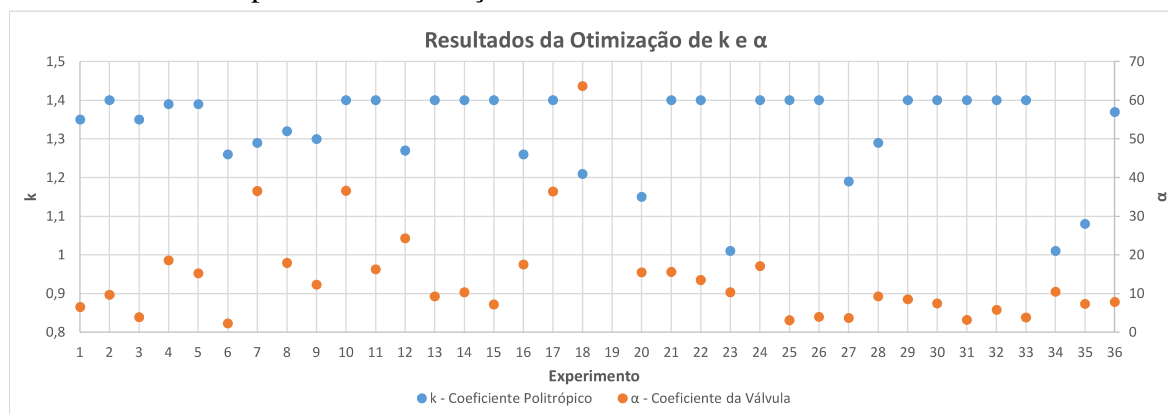
Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes ao experimento E34 foram apresentados pelos experimentos E35 e E36. Os gráficos e tabelas para estes experimentos constam no Apêndice B, nos gráficos (Gráfico B 100 a Gráfico B 105) e nas tabelas (Tabela B 34 e Tabela B 35).

4.2.4 Ajuste dos valores de R_v para a adequação dos valores do coeficiente politrópico, k

Após realizar-se a otimização dos coeficientes k e α dos experimentos 35 dos 36, compilou-se os dados obtidos no Gráfico 47. Este gráfico foi plotado com o intuito de se avaliar de maneira expedita a variação dos coeficientes em escala para cada experimento.

Gráfico 47 – Compilado da otimização dos coeficientes k e α - E1 a E36



Fonte: Elaborado pelo autor.

É perceptível que a dispersão de pontos para o coeficiente politrópico (representado por pontos azuis), k , possui variabilidade menor em cenários sem admissão de ar, aumentando a variabilidade nos cenários com admissão. Entretanto, ocorre o inverso na dispersão de pontos para o coeficiente de forma da válvula (representado por pontos laranja), α . Revelando, assim, padrões que podem ser explorados para uma adimensionalização para predição dos valores de k e α .

Porém, detectou-se que os valores de k , em parte dos resultados obtidos da calibração, indicavam uma tendência de crescimento acima do valor máximo de 1,40. Com isso, realizou-se o ajuste do parâmetro R_v (Coeficiente de Resistência da Válvula), para cada experimento. Tal ação visou melhorar a adequação dos valores do coeficiente politrópico, k , e conseqüentemente dos valores do coeficiente de abertura da válvula, α .

Esse ajuste foi realizado nas planilhas de cálculo que foram elaboradas para servir de base para a programação em Java. Primeiramente, com os valores calibrados que resultaram em $k = 1,40$; aplicou-se a rotina “Solver” variando os valores de R_v , maximizando o resultado de NSE. Em seguida, os novos resultados de R_v foram atualizados na base de dados iniciais para aplicação na rotina de modelagem do RWCM e de otimização de k e α .

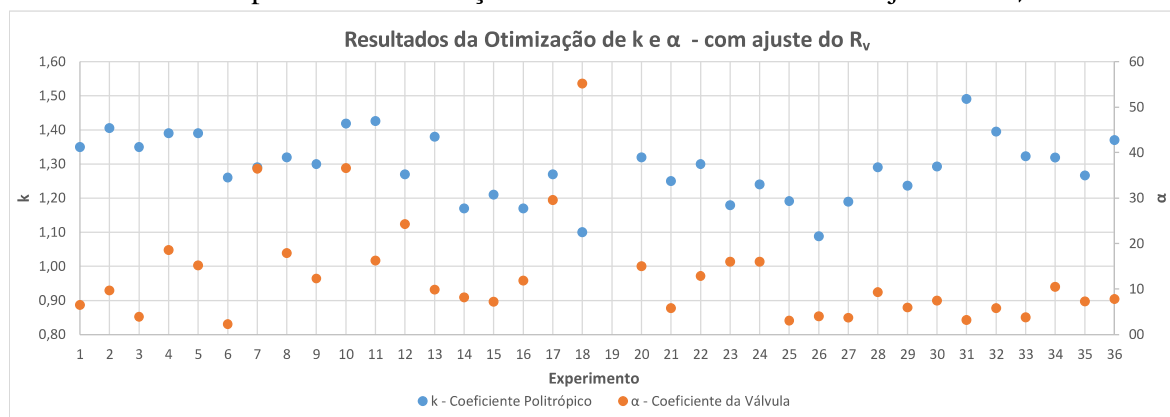
Novos cálculos foram realizados, assim, obtendo-se valores de k ajustados dentro do intervalo teórico já mencionado, melhorando o índice NSE, conforme a Tabela 23.

Tabela 23 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α com ajuste de R_v - E1 a E36

Exp.	R_v	k - Coef. Politrópico	α - Coef. da Válvula	NSE	RMSE	RE - Máximo
E1	11,89	1,35	6,5	0,9791	0,0547	0,0194
E2	11,89	1,41	9,7	0,9953	0,0276	0,0096
E3	11,89	1,35	3,9	0,9891	0,0417	0,0129
E4	25,00	1,39	18,6	0,9971	0,0212	0,0080
E5	22,68	1,39	15,2	0,9980	0,0179	0,0058
E6	30,86	1,26	2,3	0,9980	0,0189	0,0042
E7	14,79	1,29	36,5	0,9956	0,0344	0,0120
E8	14,79	1,32	17,9	0,9949	0,0350	0,0098
E9	14,79	1,30	12,3	0,9967	0,0292	0,0076
E10	135,21	1,42	36,6	0,9974	0,0269	0,0076
E11	138,41	1,43	16,3	0,9982	0,0236	0,0064
E12	100,00	1,27	24,3	0,9992	0,0168	0,0044
E13	8,50	1,38	9,9	0,9970	0,0188	0,0052
E14	10,00	1,17	8,2	0,9971	0,0185	0,0069
E15	9,18	1,21	7,2	0,9985	0,0131	0,0034
E16	18,80	1,17	11,8	0,9965	0,0166	0,0056
E17	15,00	1,27	29,6	0,9983	0,0131	0,0035
E18	11,00	1,10	55,2	0,9952	0,0235	0,0085
E20	8,50	1,32	15,0	0,9970	0,0230	0,0065
E21	9,50	1,25	5,8	0,9982	0,0155	0,0041
E22	18,00	1,30	12,8	0,9976	0,0158	0,0044
E23	18,90	1,18	16,0	0,9979	0,0152	0,0041
E24	19,00	1,24	16,0	0,9990	0,0105	0,0026
E25	2,00	1,19	3,1	0,9959	0,0196	0,0057
E26	2,30	1,09	4,0	0,9890	0,0281	0,0076
E27	2,97	1,19	3,7	0,9954	0,0155	0,0059
E28	6,25	1,29	9,3	0,9960	0,0084	0,0024
E29	5,80	1,24	6,0	0,9868	0,0155	0,0042
E30	5,67	1,29	7,5	0,9963	0,0083	0,0024
E31	3,07	1,49	3,2	0,9935	0,0207	0,0083
E32	2,52	1,40	5,8	0,9979	0,0134	0,0038
E33	2,98	1,32	3,8	0,9983	0,0103	0,0037
E34	6,15	1,32	10,5	0,9963	0,0092	0,0032
E35	6,84	1,27	7,3	0,9897	0,0135	0,0043
E36	6,25	1,37	7,8	0,9920	0,0124	0,0030

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desta forma, plotou-se um novo gráfico de pontos, revelando uma distribuição atualizada dos valores de k e α para o experimento de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019). Novo padrão de distribuição é importante para a proposição das equações para a predição dos valores de k e α .

Gráfico 48 – Compilado da otimização dos coeficientes k e α com ajuste de R_v - E1 a E36

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.5 Considerações sobre a análise da sensibilidade do coeficiente politrópico durante o esvaziamento de condutos forçados

Após a primeira rodada de modelagem executada em 35 dos 36 experimentos realizados por Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019), foi necessário realizar ajustes nos valores de R_v . Estes ajustes foram executados onde os valores de k indicavam tendência de crescimento acima do limite teórico de 1,40.

Novos valores do coeficiente politrópico, k , e do coeficiente de abertura da válvula, α , foram obtidos estabelecendo os valores k dentro dos limites teóricos, para a maioria das modelagens realizadas. Em consequência, houve a melhoria dos resultados da função objetivo, NSE, nas modelagens revisitadas.

Buscar melhorar os resultados em relação à função objetivo é importante para a última parte deste trabalho, que trata de elaborar as equações de predição dos valores de k e α .

4.3 O desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula

A última parte deste trabalho consiste em determinar as equações adimensionais para a predição dos valores do coeficiente politrópico, k , e do coeficiente de abertura da válvula, α . Para isso, foi necessário realizar a análise dimensional do fenômeno de transporte presente no processo de esvaziamento de um conduto forçado.

4.3.1 Aplicação do teorema dos π de Buckingham

Conforme a metodologia proposta por Schulz (2003) e Fox *et al.* (2006), realizou-se o passo a passo abaixo para a determinação dos grupos Π adimensionais. A obtenção desses grupos foi necessária para a determinação das equações para a predição dos valores de k e α .

Passo 1: Elencou-se todos os parâmetros envolvidos. No caso do fenômeno do esvaziamento, fez-se a relação dos seis parâmetros dimensionais que influenciam diretamente na modelagem. Sendo eles: a diferença de cota, Δz ; a massa específica da água, ρ ; a aceleração gravitacional, g ; o diâmetro da tubulação, D ; o diâmetro do orifício de admissão de ar da ventosa, D_{av} ; e o comprimento do bolsão de ar, x_o .

$$F(\Delta z, \rho, g, D, D_{av}, x_o) = 0 \quad (4.1)$$

Passo 2: Selecionou-se o conjunto de dimensões fundamentais. No caso dos parâmetros acima mencionados, são três dimensões: $[M]$, $[L]$ e $[T]$.

Passo 3: Listou-se as dimensões dos parâmetros envolvidos na equação 4.1 em dimensões primárias.

$$[F]([L], [M \cdot L^{-3}], [L \cdot T^{-2}], [L], [L], [L]) = 0 \quad (4.2)$$

Passo 4: Portanto, chegou-se a 6 parâmetros dimensionais (m) e 3 dimensões fundamentais (n). Assim, $m - n$ resultou em 3 grupos adimensionais com $r = 3$ parâmetros dimensionais ($\Delta z, \rho, g$) que incluíam todas as dimensões e que deveriam repetir-se na formação das equações adimensionais 4.3, 4.4 e 4.5.

$$\Pi_1 = \Delta z^{a_1} \cdot \rho^{b_1} \cdot g^{c_1} \cdot D \quad (4.3)$$

$$\Pi_2 = \Delta z^{a_2} \cdot \rho^{b_2} \cdot g^{c_2} \cdot D_{av} \quad (4.4)$$

$$\Pi_3 = \Delta z^{a_3} \cdot \rho^{b_3} \cdot g^{c_3} \cdot x_o \quad (4.5)$$

Passo 5: Formou-se equações adimensionais combinando os parâmetros dimensionais com cada um dos parâmetros remanescentes. No caso da Equação 4.3, realizou-se a análise em relação às dimensões primárias de cada parâmetro.

$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 = L^{a_1} \cdot (M \cdot L^{-3})^{b_1} \cdot (L \cdot T^{-2})^{c_1} \cdot L \quad (4.6)$$

Assim, obtendo os valores para a_1 , b_1 e c_1 ; por fim, determinando a equação adimensional para Π_1 (Equação 4.9).

$$M^{b_1} \cdot L^{(a_1-3b_1+c_1+1)} \cdot T^{-2c_1} = M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 \quad (4.7)$$

$$a_1 = -1 \quad b_1 = 0 \quad c_1 = 0 \quad (4.8)$$

$$\Pi_1 = \frac{D}{\Delta z} \quad (4.9)$$

O mesmo procedimento pôde ser realizado para determinar as equações adimensionais Π_2 e Π_3 (Equações 4.10 e 4.11).

$$\Pi_2 = \frac{D_{av}}{\Delta z} \quad (4.10)$$

$$\Pi_3 = \frac{x_o}{\Delta z} \quad (4.11)$$

Ao fim, obteve-se os grupos Π , organizados nas equações 4.12 e 4.13.

$$\phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = 0 \quad (4.12)$$

$$\phi\left(\frac{D}{\Delta z}, \frac{D_{av}}{\Delta z}, \frac{x_o}{\Delta z}\right) = 0 \quad (4.13)$$

Os grupos Π da equação 4.13 foram de significativa importância para determinar as equações para a predição dos valores de k e α .

4.3.2 Determinação das equações de k e α

A partir da elaboração das equações adimensionais dos grupos Π (Equação 4.13) iniciou-se a análise em relação aos valores de k e α obtidos na modelagem do Tópico 4.2.4 (Tabela 23).

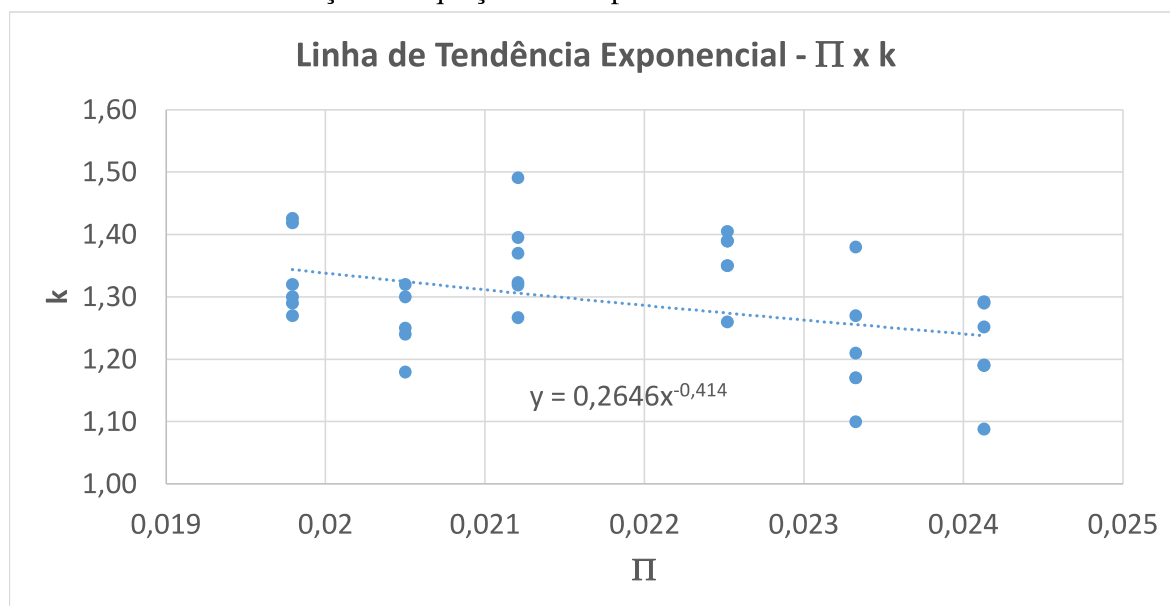
Para a elaboração de projetos de abastecimento de água é importante trabalhar com informações de fácil obtenção, tais como o comprimento ou o diâmetro de tubulações. Portanto, foi descartada a equação de Π_3 pelo fato de utilizar o parâmetro x_o , o qual é o comprimento do bolsão de ar na tubulação. Trata-se de uma informação ainda não existente na fase de projeto.

Com base na teoria apresentada por Fox *et al.* (2006), os grupos poderiam ser utilizados isoladamente ou resultando em uma outra equação, conservando a adimensionalização do processo. Para este trabalho considerou-se a combinação dos grupos Π_1 e Π_2 abaixo:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 \quad (4.14)$$

$$\Pi = \frac{D + D_{av}}{\Delta z} \quad (4.15)$$

Note que a Equação (4.15) é formada apenas por informações usuais para um projeto de abastecimento de água que não necessitam de medição ou aferição. Com isso, iniciou-se a etapa de cálculo dos valores de Π para cada experimento. Os resultados obtidos, conforme a Tabela 24, foram plotados em gráficos em função dos novos valores de k (Gráfico 49) e α (Gráfico 50).

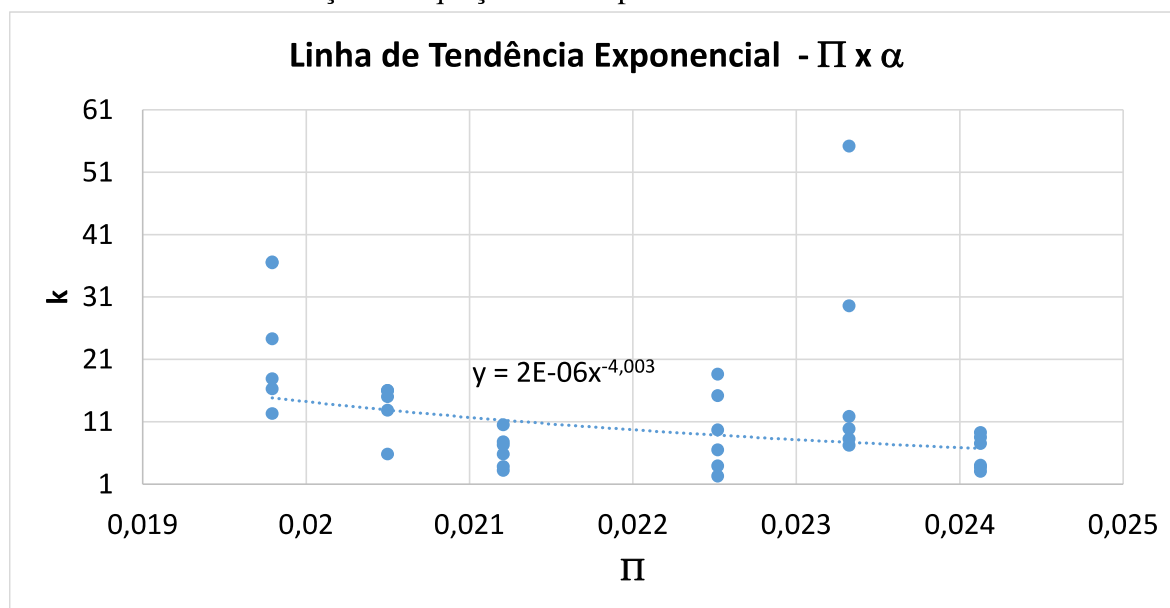
Gráfico 49 – Determinação da equação de k a partir do teorema dos Π 

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir do Gráfico 49, gerou-se uma linha de tendência exponencial com base nos resultados de Π e k , conforme a Equação (4.16). Com isso, substituindo y por k e x pela Equação (4.15), obteve-se a Equação (4.17) para a predição dos valores de k .

$$y = 0,2646 \cdot x^{-0,414} \quad (4.16)$$

$$k = 0,2646 \cdot \left(\frac{D + D_{av}}{\Delta z} \right)^{-0,414} \quad (4.17)$$

Gráfico 50 – Determinação da equação de α a partir do teorema dos Π 

Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma maneira, a partir do Gráfico 50, gerou-se uma linha de tendência exponencial com base nos resultados de Π e α , conforme a Equação (4.18). Com isso, substituindo y por α e x pela Equação (4.15), obteve-se a Equação (4.19) para a predição dos valores de α .

$$y = 2 \cdot 10^{-6} \cdot x^{-4,0003} \quad (4.18)$$

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{D + D_{av}}{\Delta z} \right)^{-4,0003} \quad (4.19)$$

Tabela 24 – Cálculo dos valores de Π e para a montagem dos gráficos

Experimento	Δz	D (m)	D_{av} (m)	Π
E1	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E2	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E3	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E4	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E5	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E6	1,87	0,042	0,0000	0,0225
E7	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E8	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E9	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E10	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E11	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E12	2,12	0,042	0,0000	0,0198
E13	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E14	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E15	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E16	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E17	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E18	1,87	0,042	0,0015	0,0233
E20	2,12	0,042	0,0015	0,0205
E21	2,12	0,042	0,0015	0,0205
E22	2,12	0,042	0,0015	0,0205
E23	2,12	0,042	0,0015	0,0205
E24	2,12	0,042	0,0015	0,0205
E25	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E26	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E27	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E28	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E29	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E30	1,87	0,042	0,0030	0,0241
E31	2,12	0,042	0,0030	0,0212
E32	2,12	0,042	0,0030	0,0212
E33	2,12	0,042	0,0030	0,0212
E34	2,12	0,042	0,0030	0,0212
E35	2,12	0,042	0,0030	0,0212
E36	2,12	0,042	0,0030	0,0212

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.3 Modelagem do RWCM a partir das equações de k e α

A partir das Equações (4.17) e (4.19) obtidas através da ferramenta de planilha de cálculo de "Linha de Tendência Exponencial", tornou-se possível calcular os valores de k e α utilizando os dados iniciais dos experimentos E1 a E36. Com isso, realizou-se a modelagem de cada experimento utilizando os novos coeficientes calculados.

A Tabela 25 relaciona os resultados das equações de k e α e os respectivos indicadores de desvios aplicados na análise numérica deste trabalho.

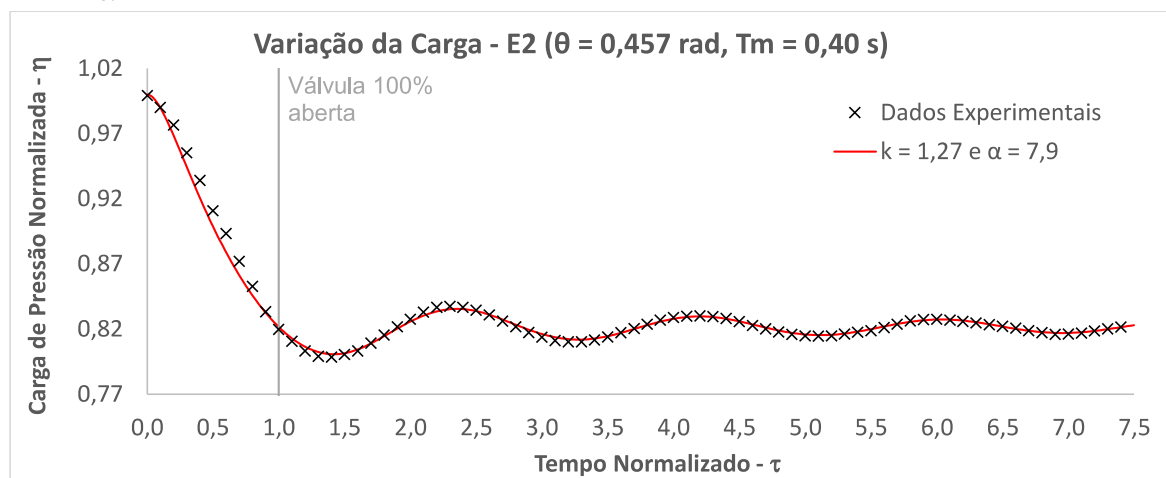
Tabela 25 – Indicadores dos resultados com os coeficientes k e α calculados - E1 a E36

Experimento	k - Coef. Politrópico	α - Coef. da Válvula	NSE	RMSE	RE - Máximo
E1	1,27	7,9	0,9785	0,0555	0,0181
E2	1,27	7,9	0,9930	0,0338	0,0141
E3	1,27	7,9	0,9762	0,0613	0,0226
E4	1,27	7,9	0,9780	0,0575	0,0259
E5	1,27	7,9	0,9965	0,0232	0,0093
E6	1,27	7,9	0,9965	0,0245	0,0055
E7	1,34	13,2	0,9479	0,1180	0,0420
E8	1,34	13,2	0,9928	0,0415	0,0158
E9	1,34	13,2	0,9658	0,0934	0,0285
E10	1,34	13,2	0,9954	0,0359	0,0129
E11	1,34	13,2	0,9928	0,0468	0,0105
E12	1,34	13,2	0,9962	0,0350	0,0062
E13	1,25	6,8	0,9939	0,0267	0,0267
E14	1,25	6,8	0,9918	0,0312	0,0105
E15	1,25	6,8	0,9979	0,0158	0,0049
E16	1,25	6,8	0,9689	0,0502	0,0140
E17	1,25	6,8	0,9789	0,0461	0,0185
E18	1,25	6,8	0,9646	0,0635	0,0185
E20	1,32	11,5	0,9729	0,0700	0,0163
E21	1,32	11,5	0,9852	0,0442	0,0142
E22	1,32	11,5	0,9968	0,0184	0,0061
E23	1,32	11,5	0,9845	0,0411	0,0115
E24	1,32	11,5	0,9892	0,0343	0,0084
E25	1,24	6,0	0,9694	0,0537	0,0174
E26	1,24	6,0	0,9688	0,0473	0,0141
E27	1,24	6,0	0,9840	0,0286	0,0088
E28	1,24	6,0	0,9793	0,0189	0,0059
E29	1,24	6,0	0,9868	0,0155	0,0042
E30	1,24	6,0	0,9882	0,0148	0,0034
E31	1,30	10,0	0,8883	0,0854	0,0233
E32	1,30	10,0	0,9797	0,0419	0,0140
E33	1,30	10,0	0,9258	0,0687	0,0199
E34	1,30	10,0	0,9826	0,0199	0,0038
E35	1,30	10,0	0,9857	0,0159	0,0047
E36	1,30	10,0	0,9877	0,0152	0,0037

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para ilustrar em gráficos os resultados obtidos, selecionou-se os experimentos E2 e E8, sem admissão de ar; E14 e E20, com admissão de ar e $D_{av} = 1,50$ mm; e E26 e E32, com admissão de ar e $D_{av} = 3,00$ mm. Estes experimentos possuem dados iniciais semelhantes, variando cenários de inclinação e admissão de ar, o que permite a análise visual das nuances de cada variação dos gráficos abaixo.

Gráfico 51 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E2



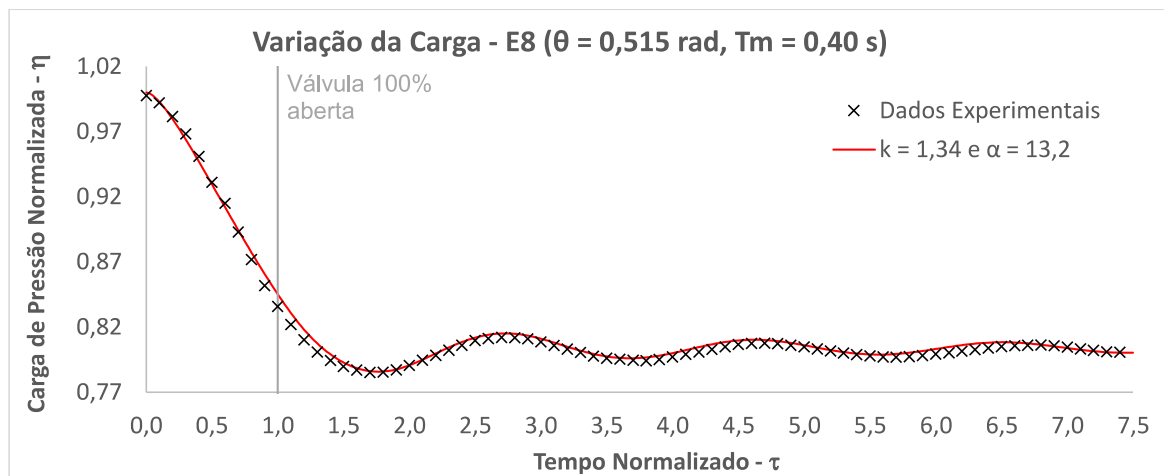
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 52 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E2



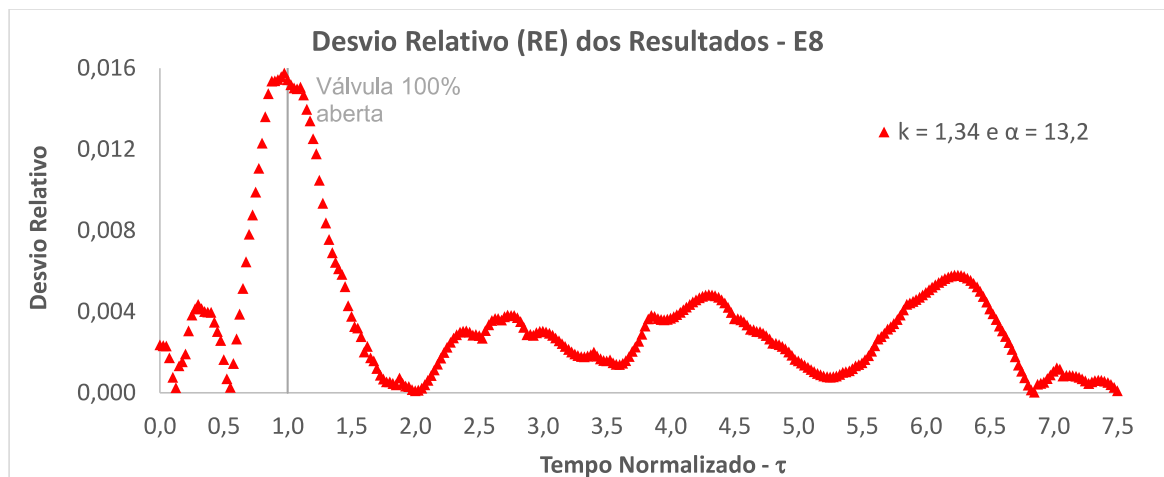
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 53 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E8



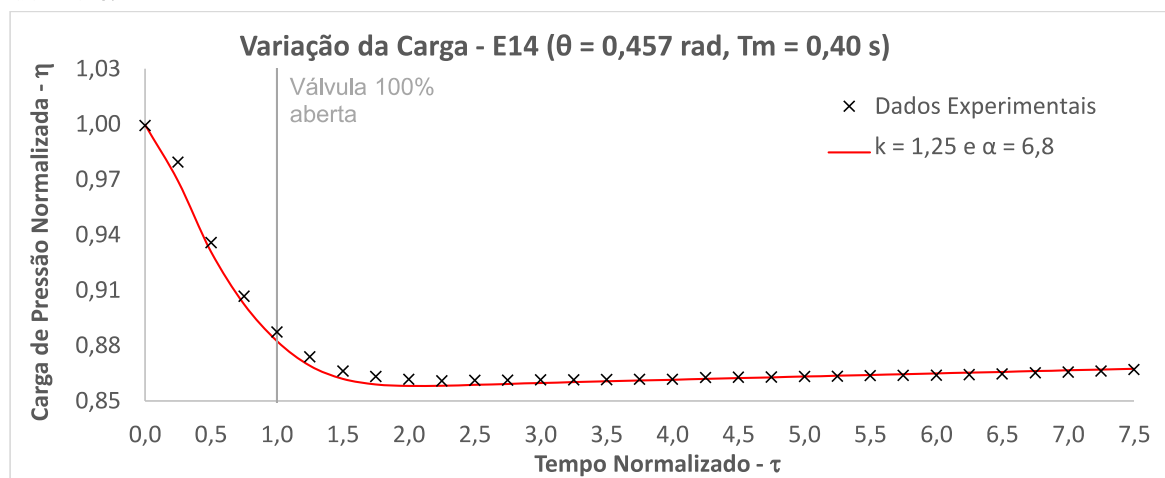
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 54 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E8



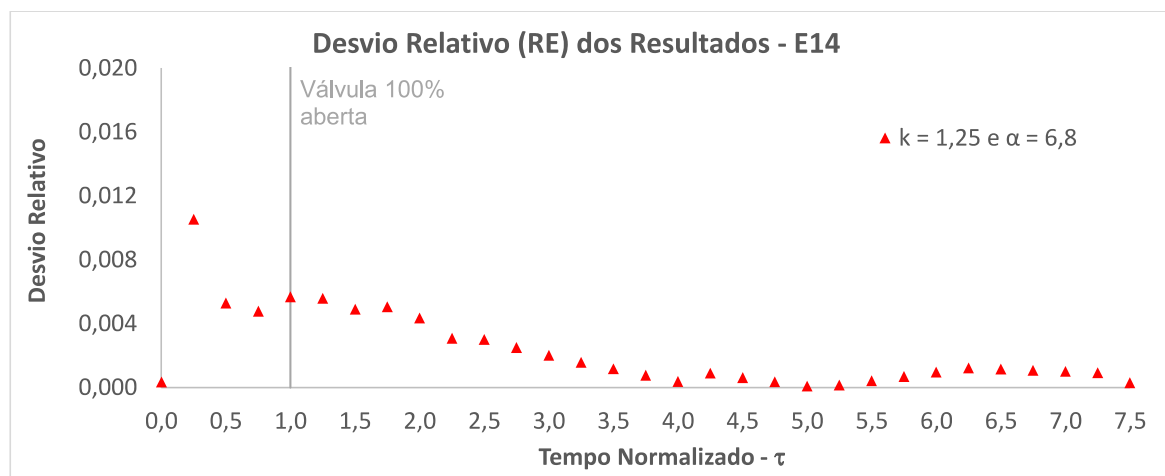
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 55 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E14



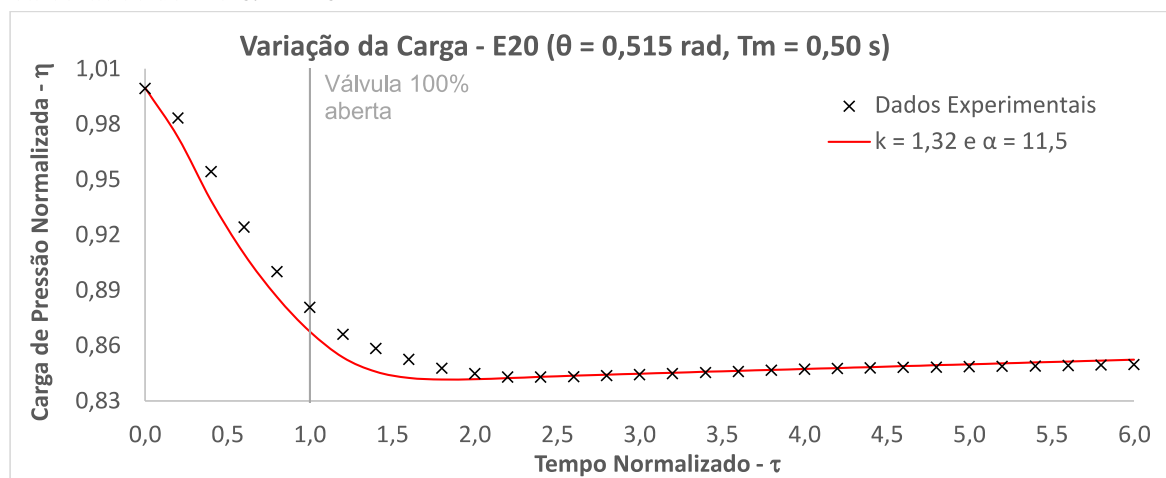
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 56 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E14



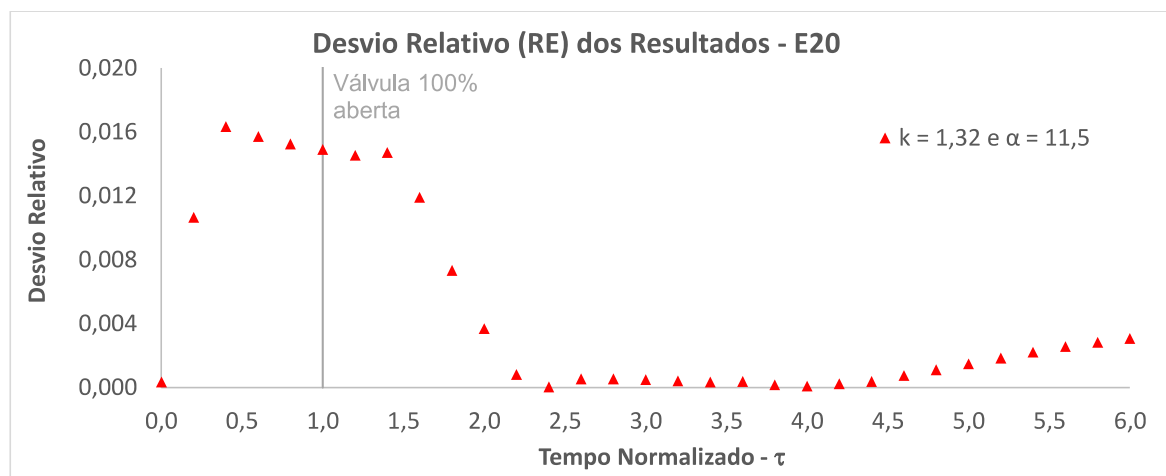
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 57 – Variação da carga de pressão Absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E20



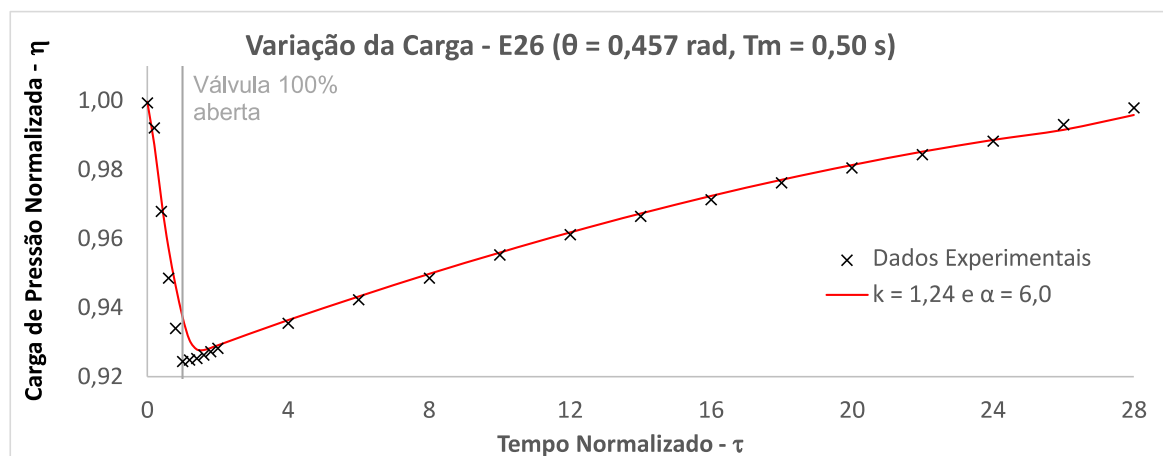
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 58 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E20



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 59 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E26



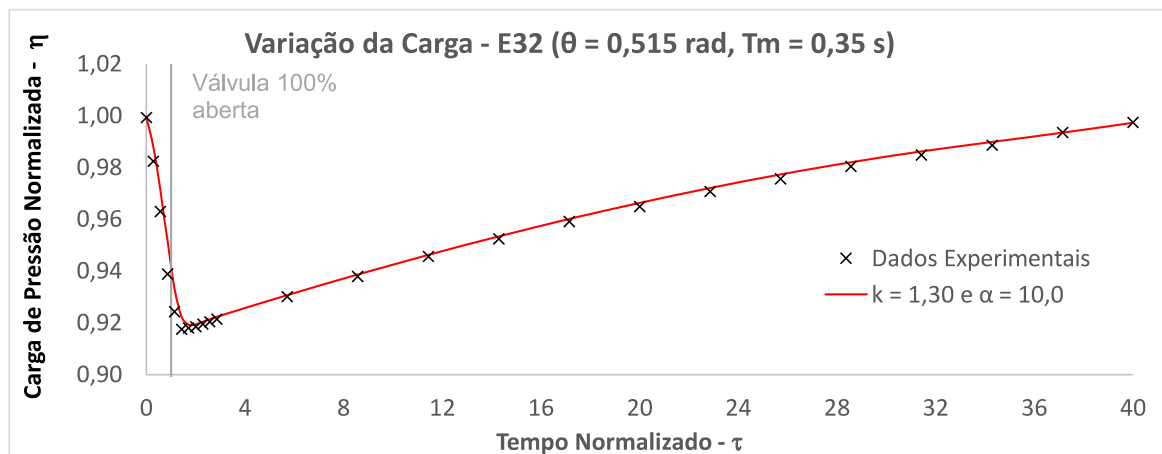
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 60 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E26



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 61 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar com coeficientes calculados de k e α - E32



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 62 – Desvio relativo com coeficientes calculados de k e α - E32



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.4 Considerações sobre o desenvolvimento de equações adimensionais para o coeficiente politrópico e para o coeficiente de abertura da válvula

Este tópico finaliza os resultados deste trabalho, ao compilar os dados da modelagem do Tópico 4.2, e aplicar os resultados dos coeficientes k e α para a elaboração das equações a partir de análise dimensional.

A Tabela 25, em seus indicadores de desvio, revelam valores de NSE maiores que 0,88 e RMSE abaixo de 0,12. O que representa bons resultados evidenciados nos gráficos apresentados, semelhantes aos resultados obtidos nos trabalhos de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019).

5 CONCLUSÃO

Um fator-chave a ser destacado é a variação no comprimento do bolsão de ar em cada experimento, o qual aumenta progressivamente. Este aumento teve impacto direto nos resultados experimentais e, por conseguinte, na modelagem numérica associada.

A variação no comprimento do bolsão de ar nos experimentos introduziu uma variável importante durante a análise dos dados obtidos, afetando o comportamento da carga de pressão. Assim, compreender essas variações e sua influência nos resultados experimentais foi essencial para ajustar com precisão os parâmetros do modelo numérico.

De antemão, é importante registrar que ao normalizar o eixo das abscissas pôde-se perceber o momento em que a válvula de jusante do experimento estava plenamente aberta em $\tau = 1$. Concluindo-se que, após este ponto, os desvios relativos da solução simplificada passaram a estabilizar, reduzir ou ambos, ao longo do tempo de simulação. Também, o desvio relativo máximo de cada método ocorria após ao mesmo motivo supracitado.

Dentre os métodos numéricos utilizados, o Método de Euler retornou resultados com menos acurácia comparado aos dados experimentais. Os métodos de Heun e Runge-Kutta de 4.^a Ordem, de fato, reproduzem o experimento com maior acurácia estatística analisada pelos indicadores utilizados. Porém, o Método de Runge-Kutta é o mais usual para esse tipo de modelagem.

A solução simplificada é uma equação que possui aplicação direta, ideal para o dimensionamento de adutoras em projetos de engenharia. Apesar de não representar as nuances da variação de pressão após a abertura plena da válvula a jusante (em relação aos outros métodos utilizados neste trabalho), pode retornar um resultado que possibilite visualizar uma perspectiva de como se comporta, em termos médios, a pressão durante o esvaziamento da tubulação. Na maioria dos cenários analisados, a solução simplificada retorna indicadores aceitáveis em relação ao Método de Euler e aos indicadores para cada cenário analisado.

No tocante à calibração do coeficiente politrópico, k , paralelamente à calibração do coeficiente de forma da válvula de abertura, α , foi possível constatar que, tanto para cenários sem admissão de ar e com admissão de ar, há a sensibilidade e a variabilidade dos coeficientes supracitados.

Realizou-se a modelagem de 12 experimentos sem admissão de ar, 11 experimentos com orifício de admissão de ar de $D = 1,50$ mm e 12 experimentos com orifício de admissão de ar de $D = 3,00$ mm. Para cada experimento fez-se a simulação de três cenários variando k e α ,

de modo a ilustrar visualmente nos gráficos normalizados a sensibilidade dos coeficientes no modelo RWCM perante os dados experimentais.

A partir da definição do NSE como a função objetivo para calibração dos coeficientes acima mencionados, obteve-se bons resultados com acurácia acima de 0,95 para o desvio Nash-Sutcliff.

Para cada experimento foram realizadas, no mínimo 500 iterações para a calibração dos coeficientes supracitados. Totalizando, pelo menos, 17.500 iterações neste trabalho, descartando-se os testes iniciais e os erros ou deslizes cometidos.

Realizou-se a análise dimensional para os coeficientes k e α , de modo a obter equações para a predição desses coeficientes. Compilou-se os dados da modelagem do Tópico 4.2, aplicando os resultados dos coeficientes k e α para a elaboração das equações a partir de análise dimensional. Os indicadores de desvio, revelaram valores de NSE maiores que 0,88 e RMSE abaixo de 0,12. Estes valores representam bons resultados, que se refletiram nos gráficos apresentados, semelhantes aos resultados obtidos nos trabalhos de Fuertes-Miquel *et al.* (2019b) e Coronado-Hernández (2019).

As equações para a predição dos valores de k e α darão suporte ao setor de projetos em infraestrutura hídrica. Auxiliarão na tomada de decisão quanto à seleção de ventosas para o funcionamento de adutoras e redes de distribuição de água.

5.1 Contribuições

Considera-se que as principais contribuições deste trabalho são:

- a) Proposição de uma equação para a análise de esvaziamento sem admissão de ar;
- b) O melhor entendimento da lei de abertura de válvula para o esvaziamento de tubulações, por meio da proposição do coeficiente de forma da válvula de abertura;
- c) Melhor compreensão do processo termodinâmico da bolsa de ar durante o esvaziamento da coluna de água, relativo à sensibilidade do coeficiente politrópico;
- d) Proposição de uma equação para a predição dos valores do coeficiente politrópico, k , para a modelagem computacional do esvaziamento de condutos forçados;
- e) Proposição de uma equação para a predição dos valores do coeficiente de abertura de válvula, α , para a modelagem computacional do esvaziamento de condutos forçados.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Ao fim deste trabalho, sugere-se a continuidade dos estudos abordando os seguintes temas:

- a) Investigar experimentalmente o esvaziamento de condutos forçados com duas ou mais tubulações para validar o modelo RWCM e o coeficiente de forma da válvula de abertura;
- b) Aplicar o modelo generalista para o esvaziamento de condutos forçados no módulo UFC7;
- c) Desenvolver uma metodologia do coeficiente de forma da válvula de jusante para fechamento de válvulas em simulações de golpe de aríete;
- d) Desenvolver estudos para enchimento de condutos forçados para implementação no módulo UFC7.

REFERÊNCIAS

ABNT. **Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 12215-1: Projeto de adutora de água Parte 1: Conduto forçado.** [S. l.: s. n.], 2017. 32 p.

ABREU, J.; CABRERA, E.; IZQUIERDO, J.; GARCÍA-SERRA, J. Flow modeling in pressurized systems revisited. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 125, p. 1154–1169, 1999.

AWWA. **American Water Works Association, Manual of Water Supply Practices-M51: Air Valves: Air-Release, Air/Vacuum and Combination.** Second edition. [S. l.: s. n.], 2016. 77 p. ISBN 978-1-62576-176-7.

AXWORTHY, D. H.; KARNEY, B. W. Valve closure in graph-theoretical models for slow transient network analysis. **Journal of Hydraulic Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 4, p. 304–309, 2000.

BARBOSA, J. M. C. **Modelagem computacional da válvula antecipadora de onda como mecanismo de alívio para o golpe de aríete.** 277 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

BARBOSA, J. M. C. **Modelagem computacional de transientes hidráulicos em ventosas de tríplex função e non slam considerando as curvas de admissão e expulsão de ar.** 118 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. Modelagem computacional da válvula antecipadora de onda como mecanismo de alívio para o golpe de aríete. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 19, 2014. ISSN 23180331.

BARBOSA, M. P. R. **Modelagem computacional de chaminés de equilíbrio e tanques de alimentação unidirecional como dispositivos atenuadores de golpe de aríete em adutoras.** 171 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

BESHARAT, M.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; FUERTES-MIQUEL, V.; VISEU, M.; RAMOS, H. Backflow air and pressure analysis in emptying a pipeline containing an entrapped air pocket. **Urban Water Journal**, v. 15, p. 769–779, 2018.

BEZERRA, A. de A. **Modelagem numérica computacional aplicada à calibração através de novas equações para o uso do método iterativo do gradiente hidráulico/concentração alternativo (MIGHA) em redes de distribuição de água.** 974 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

BRUNONE, B.; MORELLI, L. Automatic control valve-induced transients in operative pipe system. **Journal of Hydraulic Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 125, n. 5, p. 534–542, 1999.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; BURDEN, A. M. **Numerical Analysis.** 10^a. ed. [S. l.]: Cengage Learning, 2016. 918 p. ISBN 9781305253667.

CHAUDHRY, M. H. **Applied Hydraulic Transients**. Third edition. [S. l.]: Springer New York, 2014. 591 p. ISBN 978-1-4614-8537-7.

CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; FUERTES-MIQUEL, V.; BESHARAT, M.; RAMOS, H. Subatmospheric pressure in a water draining pipeline with an air pocket. **Urban Water Journal**, v. 15, p. 346–352, 2018a.

CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; FUERTES-MIQUEL, V.; IGLESIAS-REY, P.; MARTÍNEZ-SOLANO, F. Rigid water column model for simulating the emptying process in a pipeline using pressurized air. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, 2018b.

CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; FUERTES-MIQUEL, V.; IGLESIAS-REY, P.; MARTÍNEZ-SOLANO, F. Rigid water column model for simulating the emptying process in a pipeline using pressurized air. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, 2018c.

CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E. **Transient Phenomena During the Emptying Process of Water in Pressurized Pipelines**. 200 p. Tese de Doutorado – Universitat Politècnica de València, València, 2019.

CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; BESHARAT, M.; RAMOS, H. M. Experimental and numerical analysis of a water emptying pipeline using different air valves. **Water**, MDPI, v. 9, n. 2, p. 98, 2017.

ELANSARY, A. S.; CHAUDHRY, M. H.; SILVA, W. Numerical and experimental investigation of transient pipe flow. **Journal of Hydraulic Research**, Taylor & Francis, v. 32, n. 5, p. 689–706, 1994.

FERREIRA, F. E. F. R. **Modelagem computacional de efeitos dinâmicos de dissipação de energia em transientes hidráulicos**. 146 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

FERREIRA, F. E. F. R.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. Modelagem computacional do golpe de aríete em condutos plásticos. **Revista DAE**, v. 64, 2016. ISSN 0101-6040.

FOK, A. T. . K. **A contribution to the analysis of energy losses in transient pipe flow**. [S. l.]: University of Ottawa, 1987. 424 p.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6ª edição. ed. [S. l.]: LTC, 2006. 540 p. ISBN 978-85-216-1468-5.

FUERTES-MIQUEL, V.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; IGLESIAS-REY, P.; MORA-MELIÁ, D. Transient phenomena during the emptying process of a single pipe with water–air interaction. **Journal of Hydraulic Research**, v. 57, p. 318–326, 2019b.

FUERTES-MIQUEL, V.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O.; MORA-MELIÁ, D.; IGLESIAS-REY, P. Hydraulic modeling during filling and emptying processes in pressurized pipelines: a literature review. **Urban Water Journal**, v. 16, p. 299–311, 2019a.

IGLESIAS-REY, P.; FUERTES-MIQUEL, V.; GARCÍA-MARES, F.; MARTÍNEZ-SOLANO, J. Comparative study of intake and exhaust air flows of different commercial air valves. **Procedia Engineering**, v. 89, p. 1412–1419, 2014. ISSN 18777058.

IZQUIERDO, J.; FUERTES, V.; CABRERA, E.; IGLESIAS, P.; GARCÍA-SERRA, J. Pipeline start-up with entrapped air. **Journal of Hydraulic Research**, v. 37, p. 579–590, 1999.

JÚNIOR, F. P. **Modelagem computacional de ventosas de duplo efeito como mecanismo de alívio do golpe de aríete**. 152 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

KOELLE, E. **Tubulações para transporte de líquidos, Módulo 3**. [S. l.]: Educação Continuada em Engenharia Hidromecânica, 1998.

LAANEARU, J.; ANNUS, I.; KOPPEL, T.; BERGANT, A.; VUČKOVIĆ, S.; HOU, Q.; TIJSSELING, A. S.; ANDERSON, A.; WESTENDE, J. M. van't. Emptying of large-scale pipeline by pressurized air. **Journal of Hydraulic Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 138, n. 12, p. 1090–1100, 2012.

LAANEARU, J.; HOU, Q.; ANNUS, I.; TIJSSELING, A. S. Water-column mass losses during the emptying of a large-scale pipeline by pressurized air. **Proceedings of the Estonian Academy of Sciences**, Teaduste Akadeemia Kirjastus (Estonian Academy Publishers), v. 64, n. 1, p. 8, 2015.

LEE, N. H. **Effect of pressurization and expulsion of entrapped air in pipelines**. 167 p. Tese de Doutorado – Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2005.

LIMA, L. C.; OLIVEIRA, C. J. **Termodinâmica básica**. [S. l.]: SEAD/UECE, 2010. 115 p.

MAGALHÃES, C. A. de C.; ARENS, H. G.; PORTO, R. de M. Determinação experimental do expoente politrópico em sistemas hidráulicos: escala piloto. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 8, p. 41–46, 2003.

MCINNIS, D. A.; KARNEY, B. W.; AXWORTHY, D. H. Efficient valve representation in fixed-grid characteristics method. **Journal of Hydraulic Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 123, n. 8, p. 709–718, 1997.

NETTO, A.; FERNÁNDEZ, M. F. y. **Manual de hidráulica**. 9^a. ed. [S. l.]: Editora Blucher, 2018. 632 p. ISBN 8521205007.

NGUYEN, D. T. **Fluid Transients in Complex Systems with Air Entrainment**. 161 p. Tese de Doutorado – National University of Singapore, Singapore, 2009.

PAIVA, B. A. **Proposição de um novo modelo para a simulação computacional da cavitação resultante do golpe de aríete em adutoras**. 124 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

PAIVA, B. A. **Proposição de equações para estimativa da fração de vazios inicial e do coeficiente de amortecimento através da elaboração do método da cavitação com vazios e amortecimento de onda**. 124 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2023.

PAIVA, B. A.; SANDERS-NETO, V. C.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. Modelagem computacional do golpe de aríete em adutoras considerando a cavitação no fluido com a fração de vazio. **Revista DAE**, v. 69, p. 217–228, 11 2021. ISSN 01016040.

- PARMAKIAN, J. **Waterhammer Analysis**. [S. l.]: Dover Publications, 1963. 175 p.
- PICKFORD, J. **Analysis of water surge**. [S. l.]: Taylor & Francis, 1969.
- POLANCO, G. Cognitive selection strategy for rapid closing valves. In: IEEE. **2014 5th IEEE Conference on Cognitive Infocommunications (CogInfoCom)**. [S. l.], 2014. p. 543–548.
- PORTO, R. M. **Hidráulica básica**. 4ª edição. ed. [S. l.]: EESC-USP, 2006. 540 p. ISBN 85-7656-084-4.
- RODRIGUES, M. V. S. **Modelagem computacional de ventosas automáticas de duplo efeito com abertura e fechamento não instantâneos como mecanismo de alívio do golpe de aríete**. 167 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Universidade Federal do Ceará, novembro de 2008.
- ROMERO, G.; FUERTES-MIQUEL, V.; CORONADO-HERNÁNDEZ, ; PONZ-CARCELÉN, R.; BIEL-SANCHIS, F. Analysis of hydraulic transients during pipeline filling processes with air valves in large-scale installations. **Urban Water Journal**, v. 17, p. 568–575, 2020.
- SAEMI, S.; RAISEE, M.; CERVANTES, M. J.; NOURBAKHS, A. Computation of two- and three-dimensional water hammer flows. **Journal of Hydraulic Research**, v. 57, p. 386–404, 5 2019. ISSN 0022-1686.
- SANDERS-NETO, V. C. **Modelagem computacional do transitório hidráulico de redes de distribuição de água utilizando o método lagrangeano das ondas características**. 114 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- SANDERS-NETO, V. C.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. Análise do efeito do golpe de aríete numa adutora com uma junção de ramificação. **Revista DAE**, v. 68, p. 135–148, 8 2020. ISSN 01016040.
- SCHULZ, H. E. **O essencial em fenômenos de transporte**. 1ª edição. ed. [S. l.]: EESC-USP, 2003. 398 p. ISBN 85-86552-74-7.
- SOUSA, D. L. **Calibração de rugosidades em redes de distribuição de água através de uma adaptação do método iterativo do gradiente hidráulico alternativo (MIGHA)**. 165 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.
- STERZA, R. L.; BRANDI, A. C. Comparação entre métodos numéricos: Runge-kutta de quarta ordem e previsor-corretor. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 7, p. 12–22, 12 2016. ISSN 23169664.
- TEIXEIRA, L. F. C. **Efeito da entrada da tubulação por cima do reservatório de jusante nos transientes hidráulicos**. 117 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Recursos Hídricos – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021.
- TSUTTIYA, M. T. **Abastecimento de água**. 3ª edição. ed. [S. l.]: Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006. 643 p. ISBN 85-900823-6-9.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L.; SUO, L. **Fluid transients in systems**. [S. l.]: Prentice Hall, 1993. 463 p.

ZHOU, F.; HICKS, F.; STEFFLER, P. Observations of air-water interaction in a rapidly filling horizontal pipe. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 128, p. 635–639, 2002a.

ZHOU, F.; HICKS, F.; STEFFLER, P. Transient flow in a rapidly filling horizontal pipe containing trapped air. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 128, p. 625–634, 2002b.

ZHOU, L.; CAO, Y.; KARNEY, B.; BERGANT, A.; TIJSSELING, A.; LIU, D.; WANG, P. Expulsion of entrapped air in a rapidly filling horizontal pipe. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 146, 2020.

ZHOU, L.; PAN, T.; WANG, H.; LIU, D.; WANG, P. Rapid air expulsion through an orifice in a vertical water pipe. **Journal of Hydraulic Research**, v. 57, p. 307–317, 2019.

ZHOU, L.; WANG, H.; KARNEY, B.; LIU, D.; WANG, P.; GUO, S. Dynamic behavior of entrapped air pocket in a water filling pipeline. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, 2018.

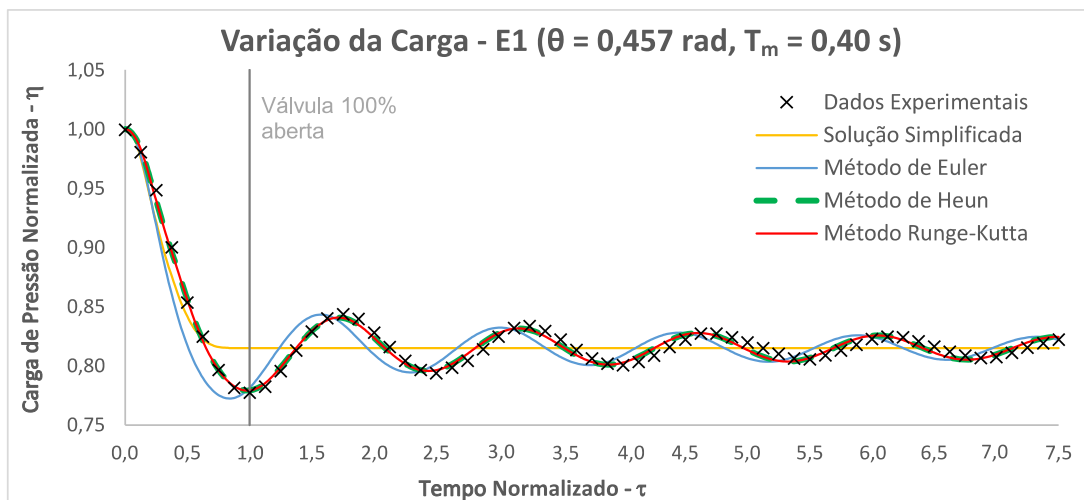
ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais, Volume 2**. 3ª. ed. [S. l.]: Pearson, 2001. 496 p. ISBN 8534612919.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinâmica**. 7ª edição. ed. [S. l.]: AMGH Editora Ltda., 2013. 1035 p. ISBN 978-85-8055-201-0.

APÊNDICE A – MODELAGEM UTILIZANDO A SOLUÇÃO SIMPLIFICADA - E1 A

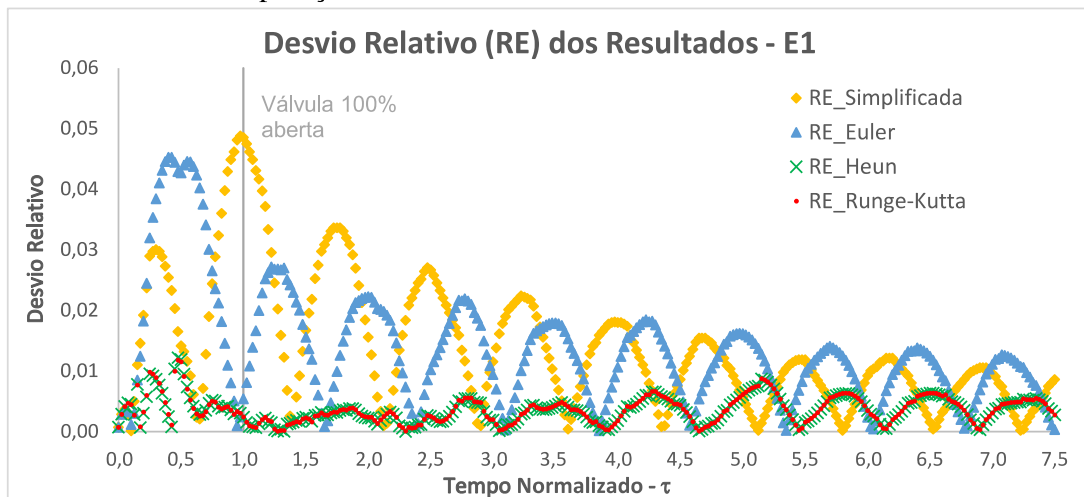
E12

Gráfico A 1 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 2 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E1



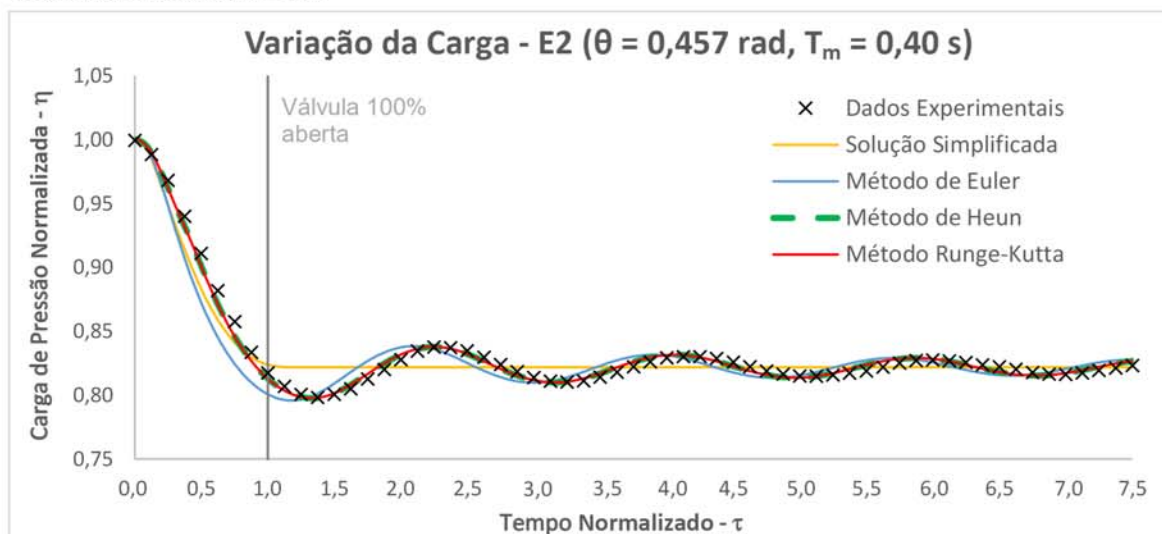
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 1 – Indicadores dos resultados - E1

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,8471	0,1479	0,0488
Euler	0,8547	0,1442	0,0453
Heun	0,9901	0,0362	0,0122
Runge-Kutta	0,9907	0,0364	0,0118

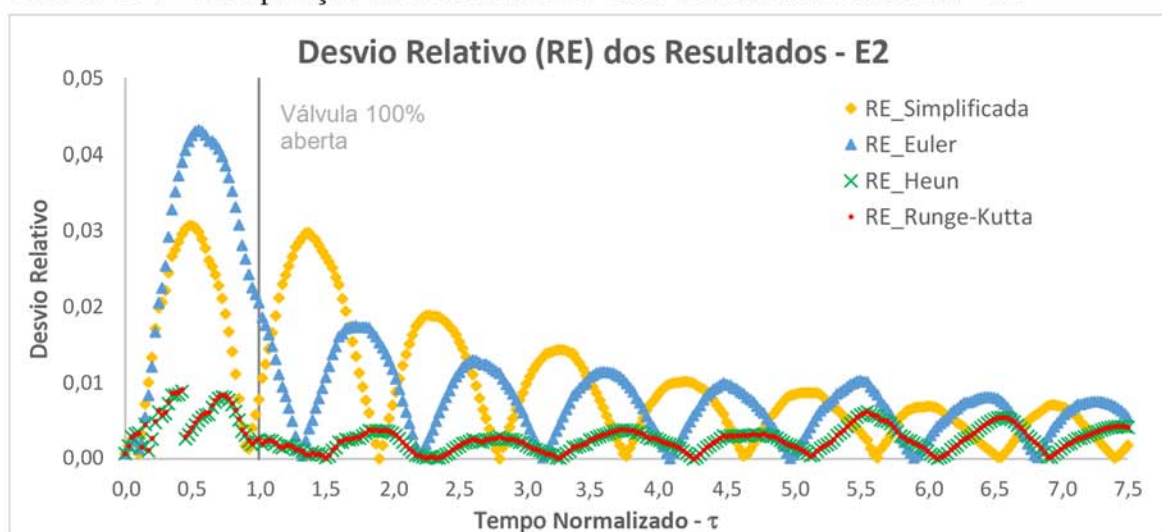
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 3 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 4 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E2



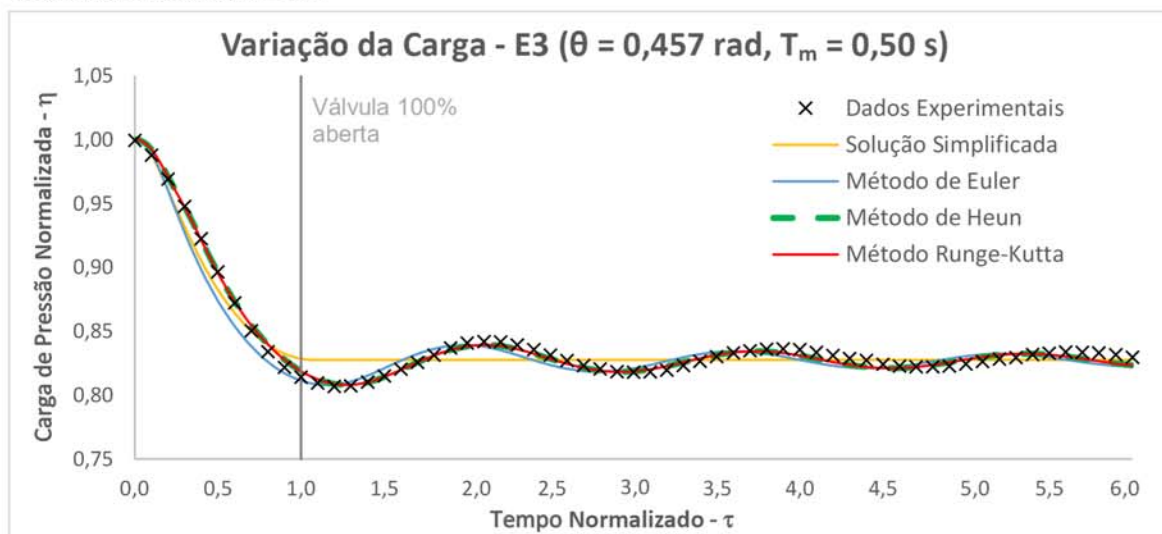
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 2 – Indicadores dos resultados - E2

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9251	0,1104	0,0307
Euler	0,9060	0,1236	0,0431
Heun	0,9949	0,0289	0,0089
Runge-Kutta	0,9946	0,0295	0,0091

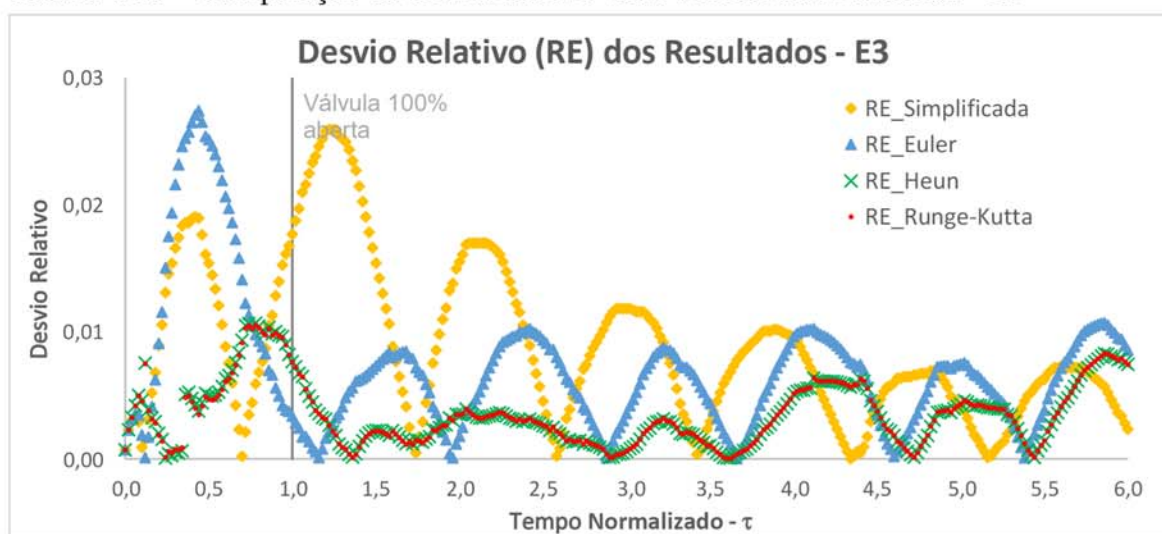
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 5 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 6 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E3



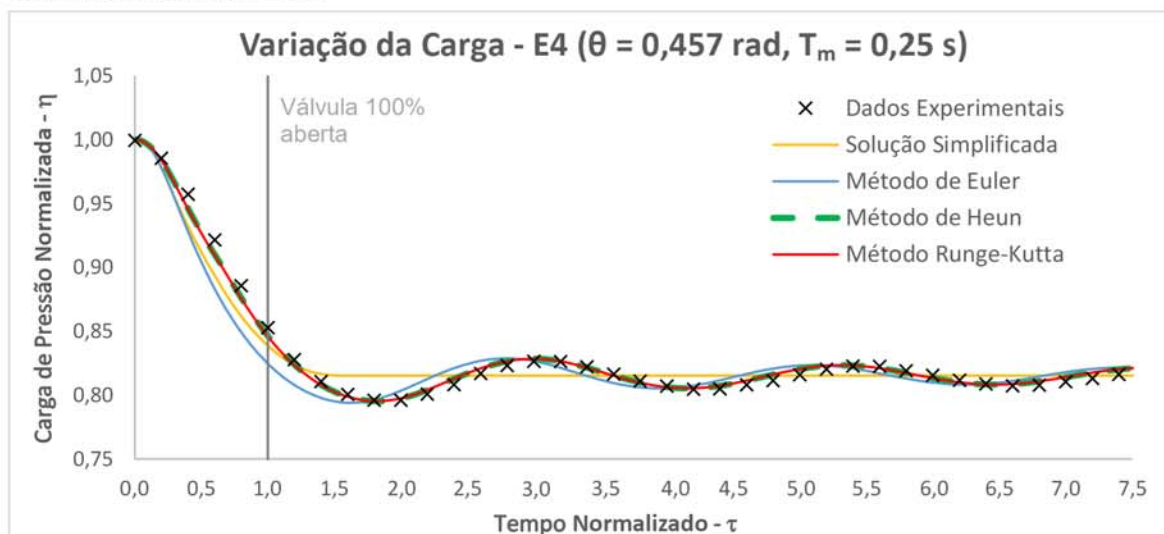
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 3 – Indicadores dos resultados - E3

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9448	0,0933	0,0259
Euler	0,9590	0,0804	0,0274
Heun	0,9911	0,0375	0,0107
Runge-Kutta	0,9912	0,0373	0,0106

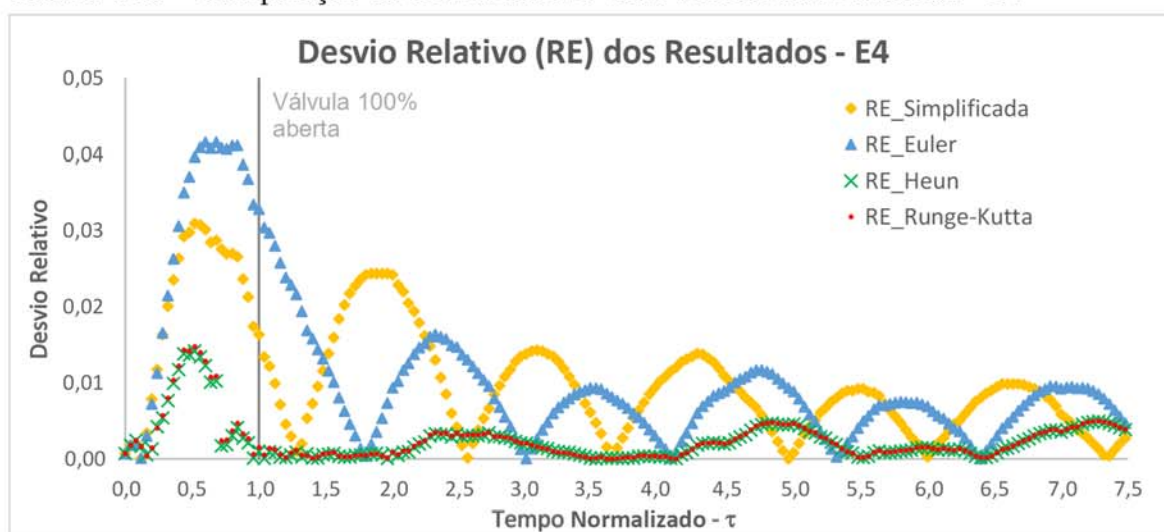
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 7 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 8 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E4



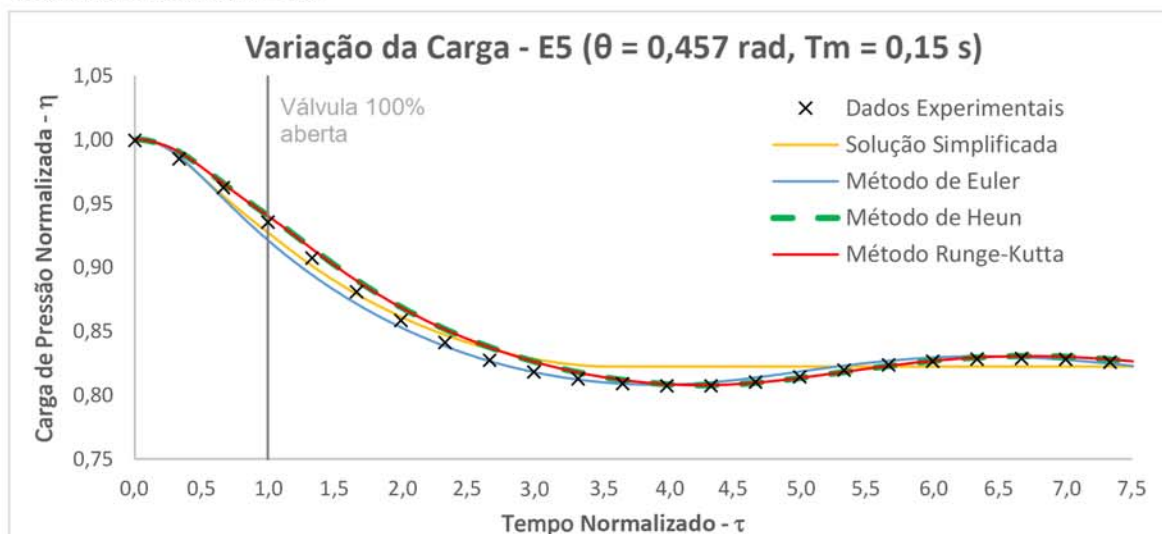
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 4 – Indicadores dos resultados - E4

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9430	0,0925	0,0309
Euler	0,9212	0,1088	0,0415
Heun	0,9939	0,0303	0,0142
Runge-Kutta	0,9935	0,0313	0,0147

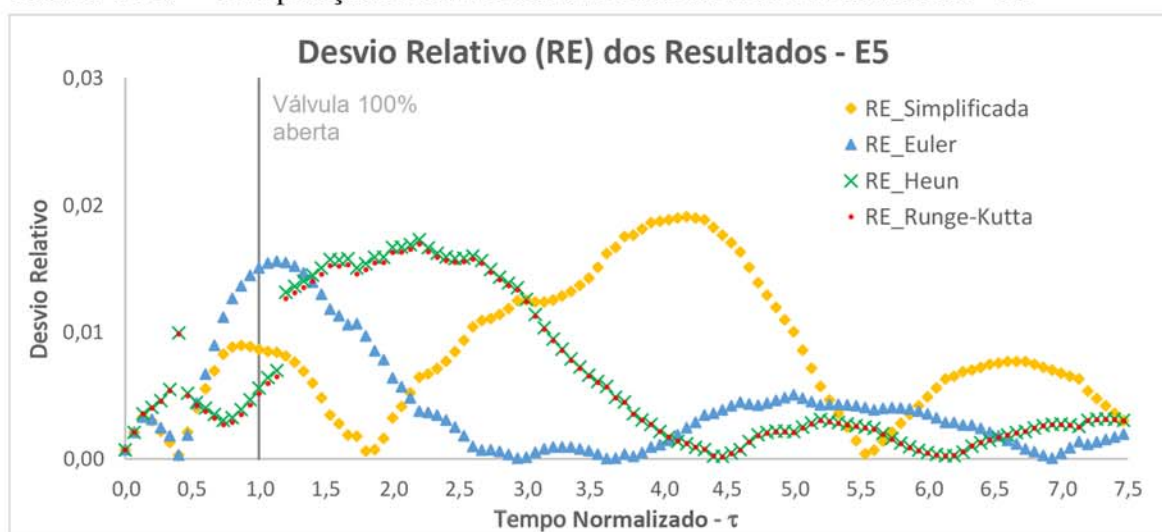
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 9 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E5



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 10 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E5



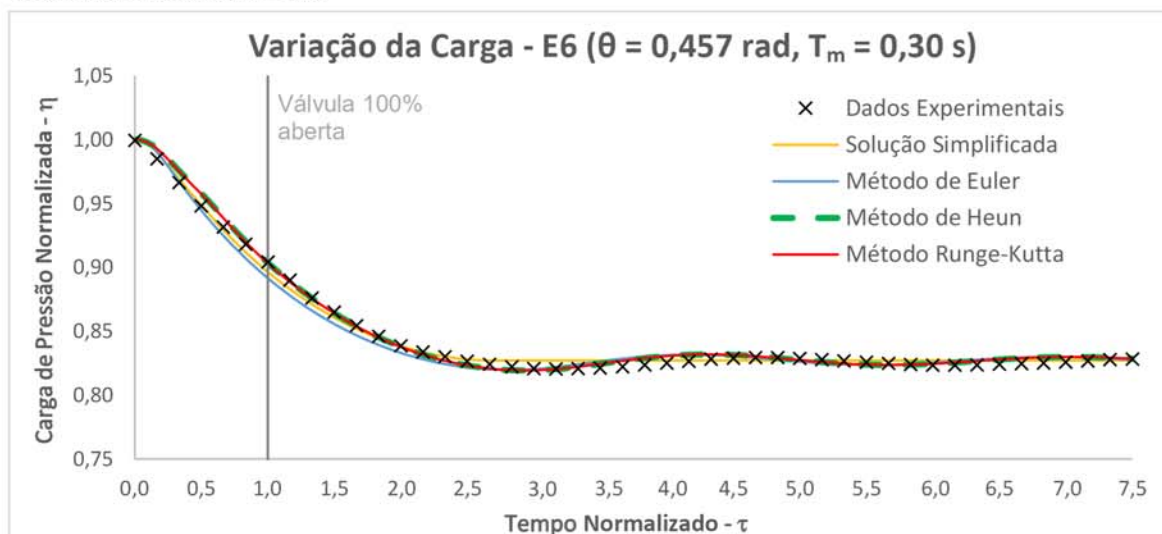
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 5 – Indicadores dos resultados - E5

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9768	0,0594	0,0191
Euler	0,9898	0,0394	0,0156
Heun	0,9854	0,0471	0,0173
Runge-Kutta	0,9860	0,0460	0,0169

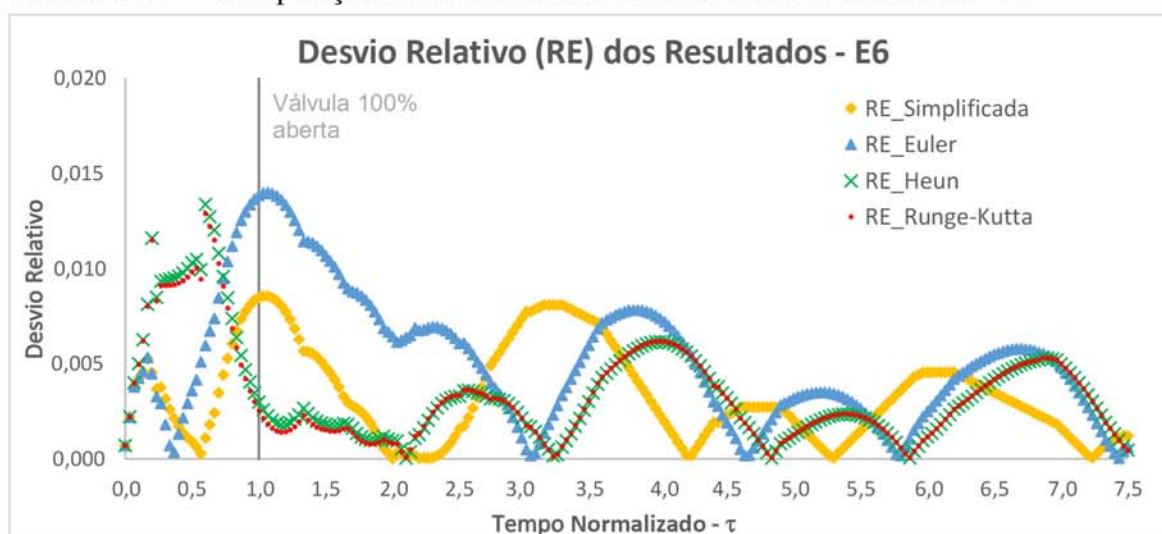
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 11 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E6



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 12 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E6



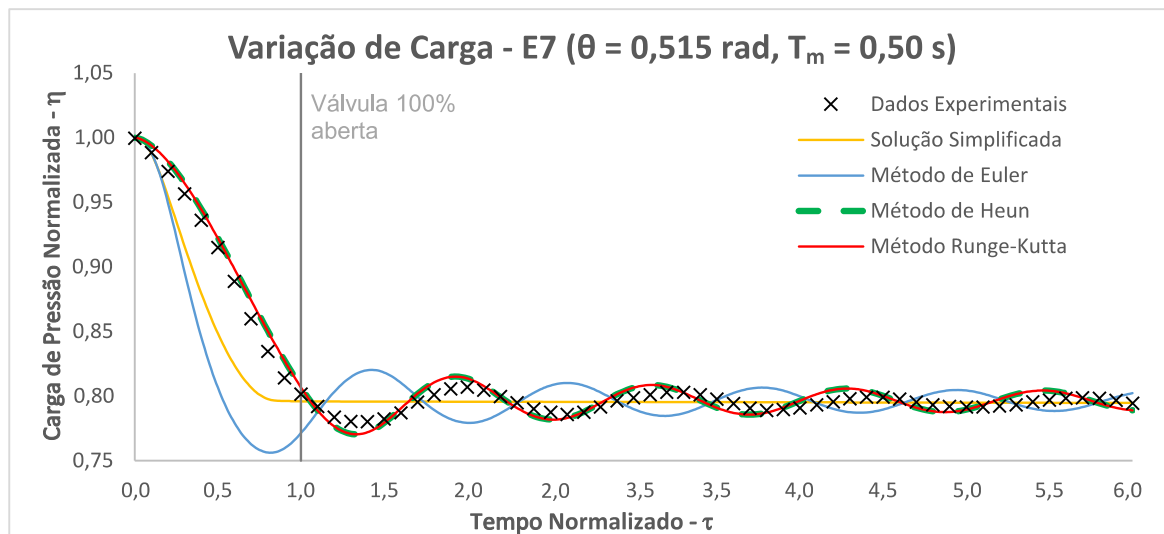
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 6 – Indicadores dos resultados - E6

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9936	0,0332	0,0086
Euler	0,9854	0,0501	0,0140
Heun	0,9920	0,0371	0,0134
Runge-Kutta	0,9923	0,0363	0,0129

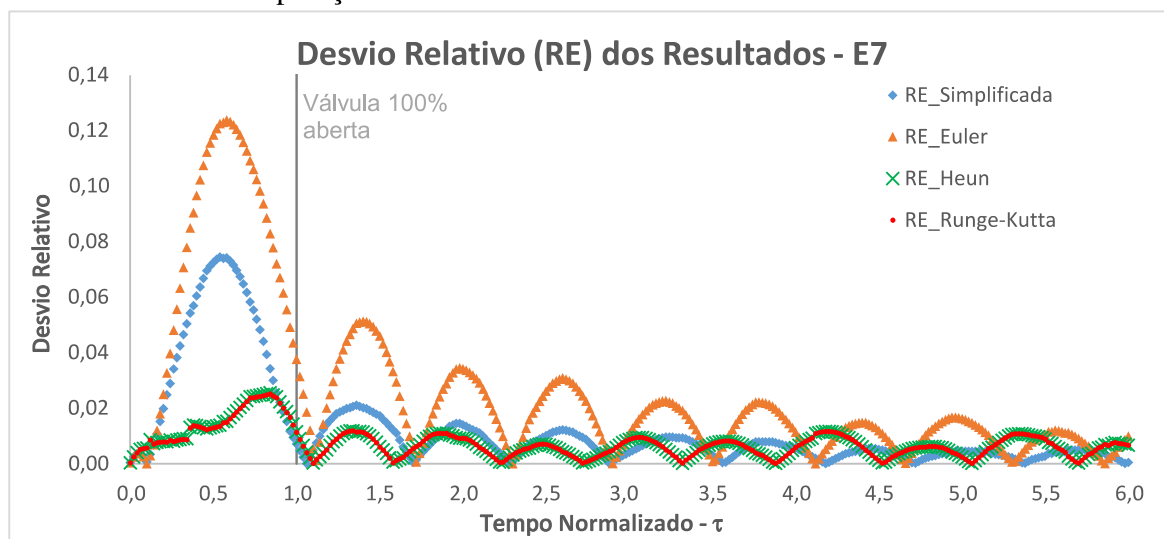
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 13 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E7



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 14 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E7



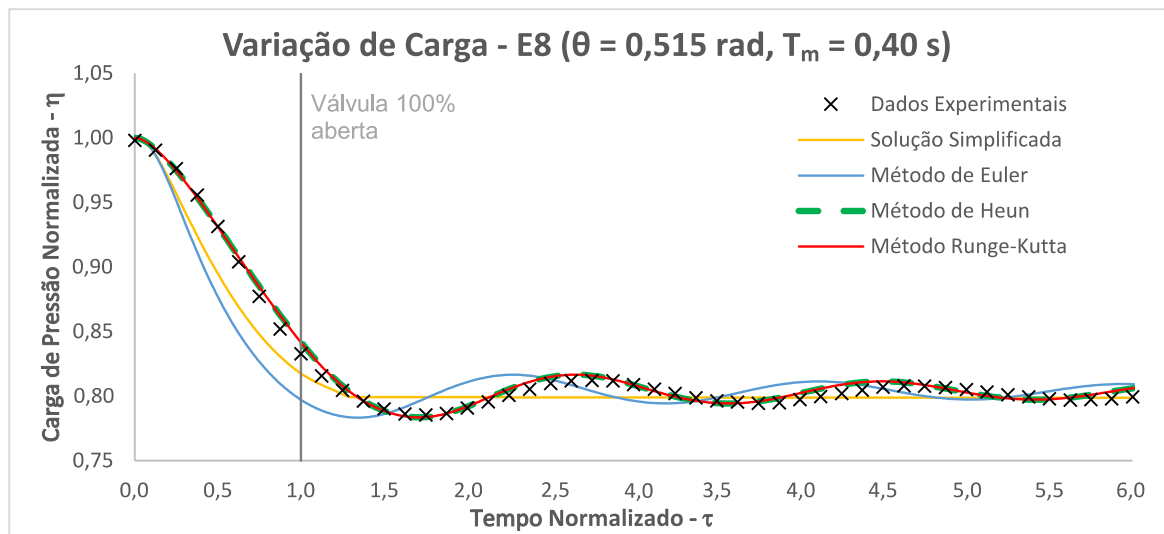
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 7 – Indicadores dos resultados - E7

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,8648	0,1901	0,0745
Euler	0,5509	0,3464	0,1239
Heun	0,9778	0,0770	0,0256
Runge-Kutta	0,9783	0,0762	0,0252

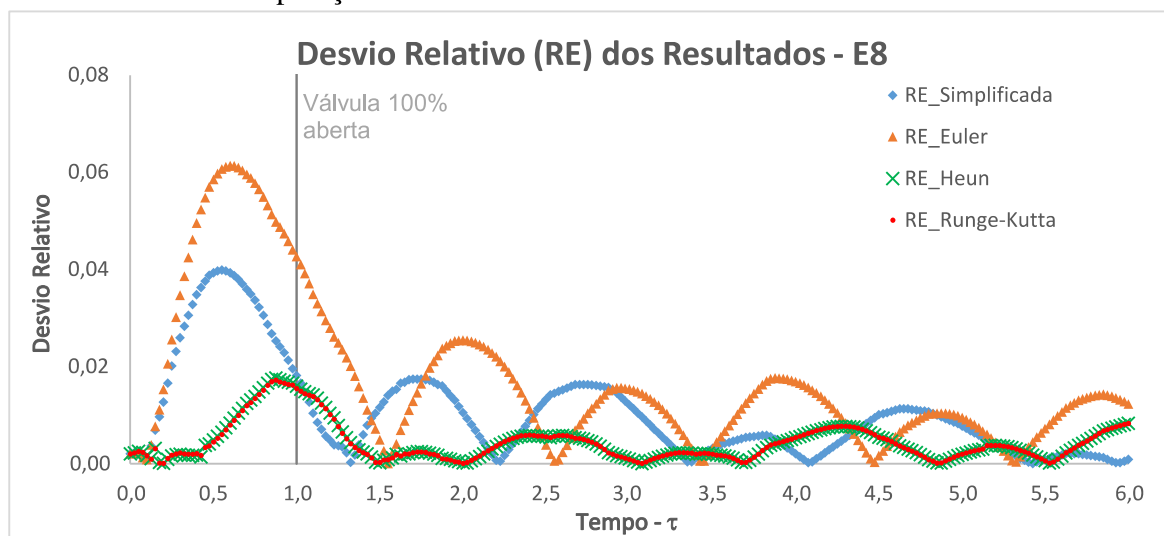
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 15 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E8



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 16 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E8



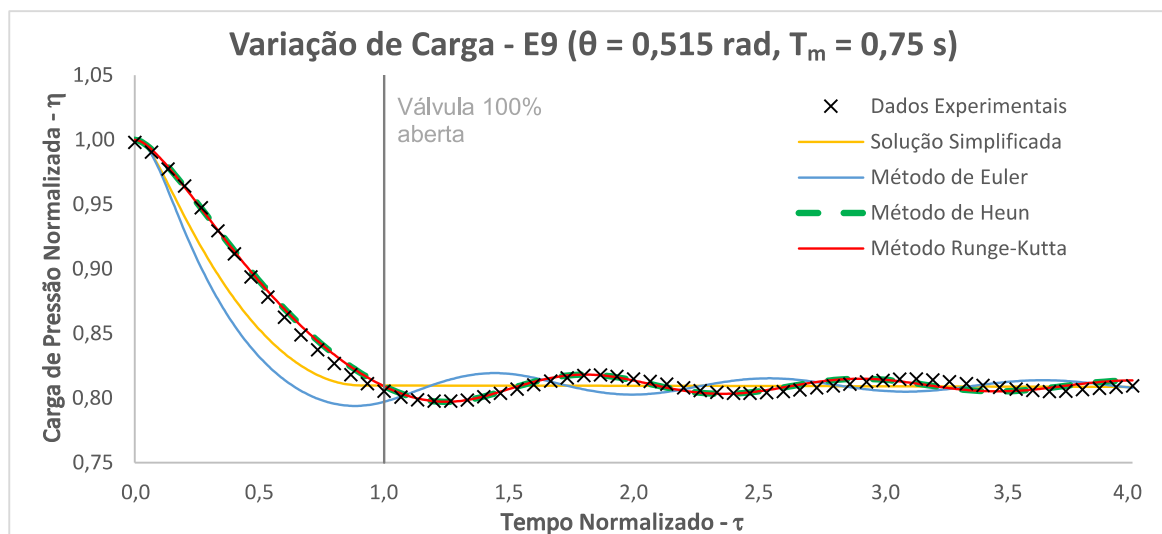
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 8 – Indicadores dos resultados - E8

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9416	0,1180	0,0399
Euler	0,8542	0,1864	0,0614
Heun	0,9895	0,0501	0,0176
Runge-Kutta	0,9898	0,0493	0,0172

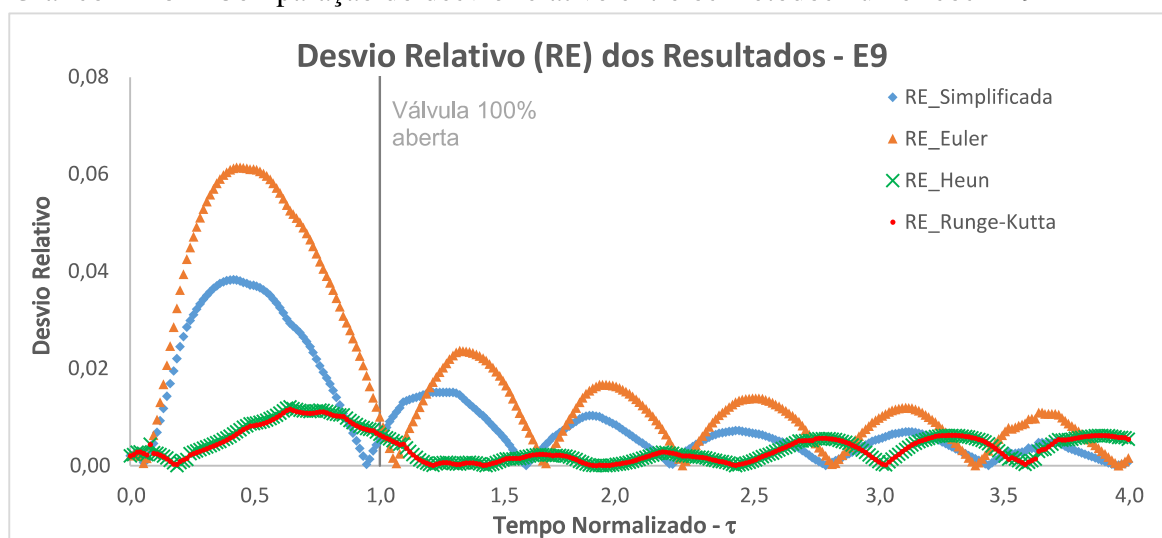
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 17 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E9



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 18 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E9



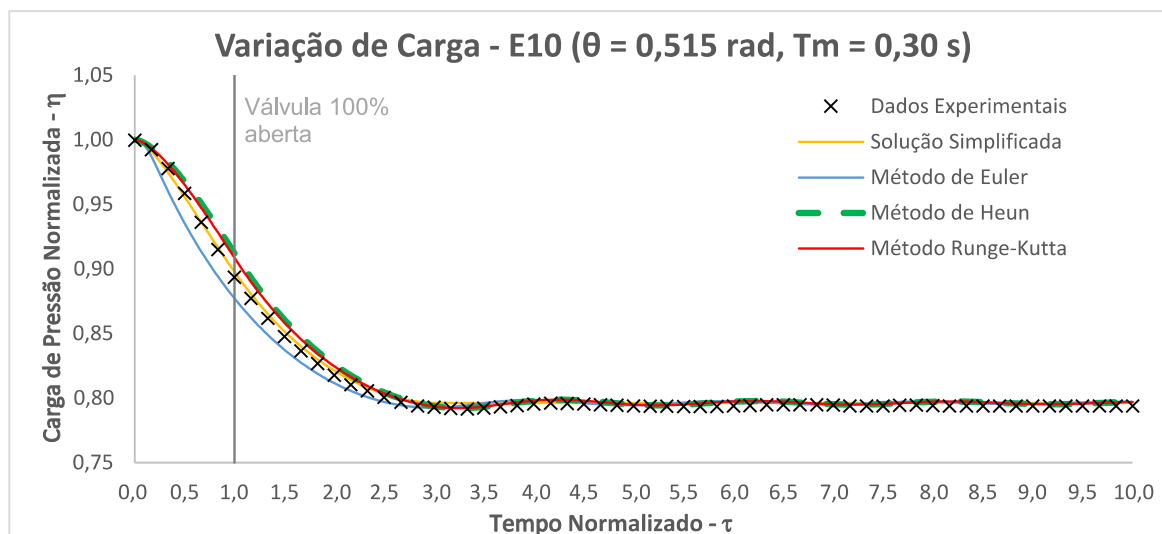
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 9 – Indicadores dos resultados - E9

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9341	0,1296	0,0383
Euler	0,8157	0,2168	0,0615
Heun	0,9928	0,0429	0,0121
Runge-Kutta	0,9931	0,0419	0,0117

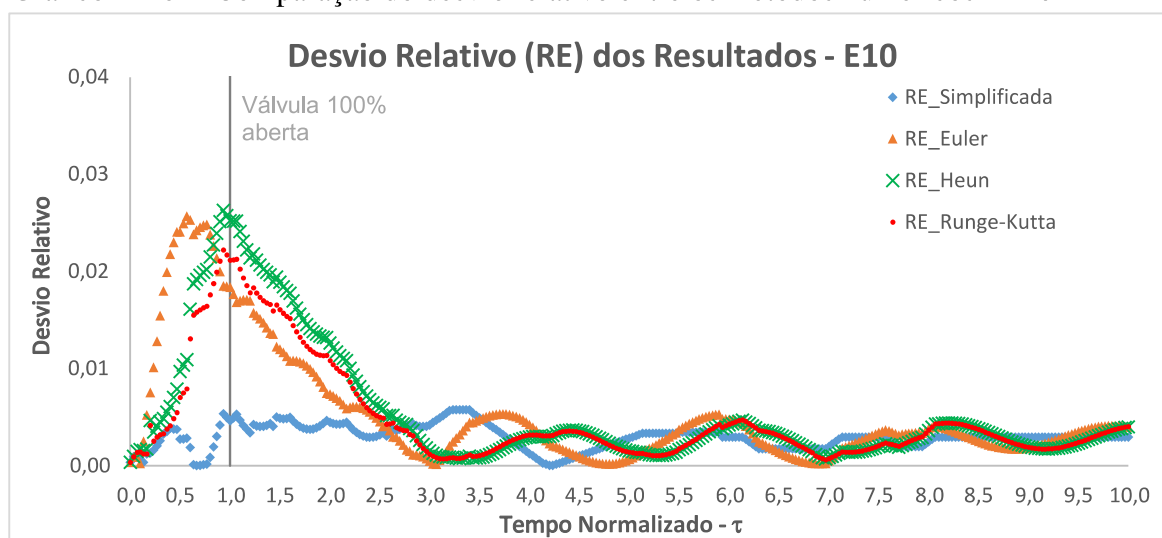
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 19 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 20 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E10



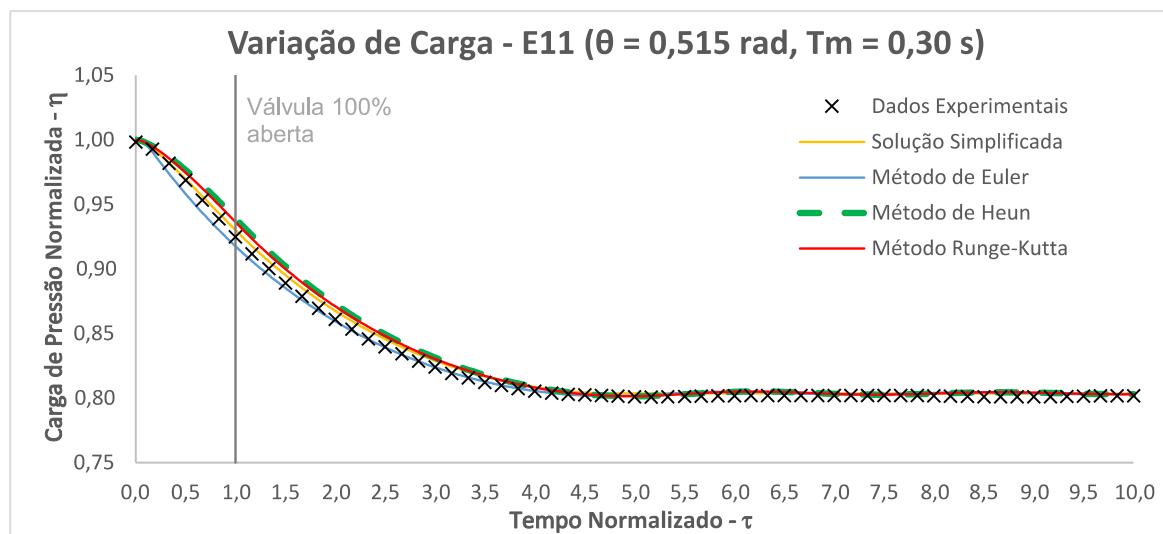
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 10 – Indicadores dos resultados - E10

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9974	0,0268	0,0058
Euler	0,9803	0,0741	0,0257
Heun	0,9802	0,0742	0,0263
Runge-Kutta	0,9858	0,0628	0,0222

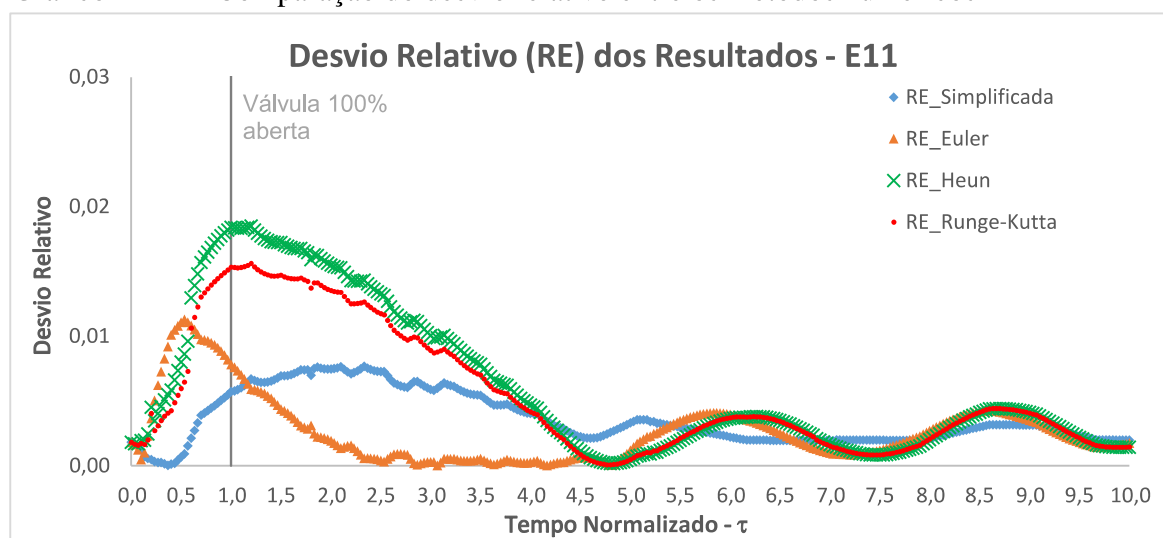
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 21 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E11



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 22 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E11



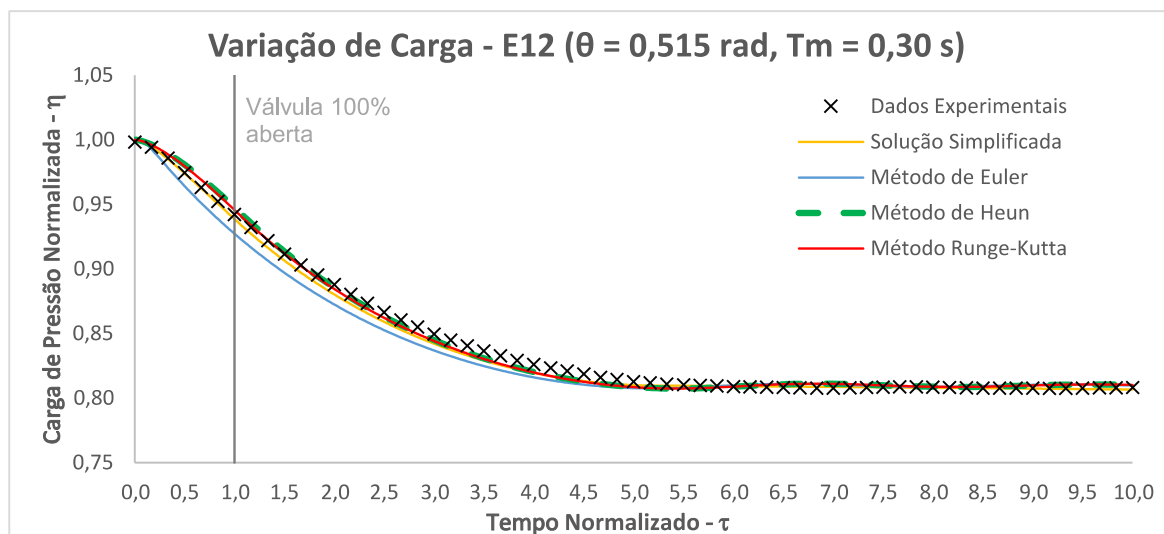
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 11 – Indicadores dos resultados - E11

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9958	0,0361	0,0077
Euler	0,9962	0,0343	0,0113
Heun	0,9813	0,0758	0,0185
Runge-Kutta	0,9861	0,0654	0,0156

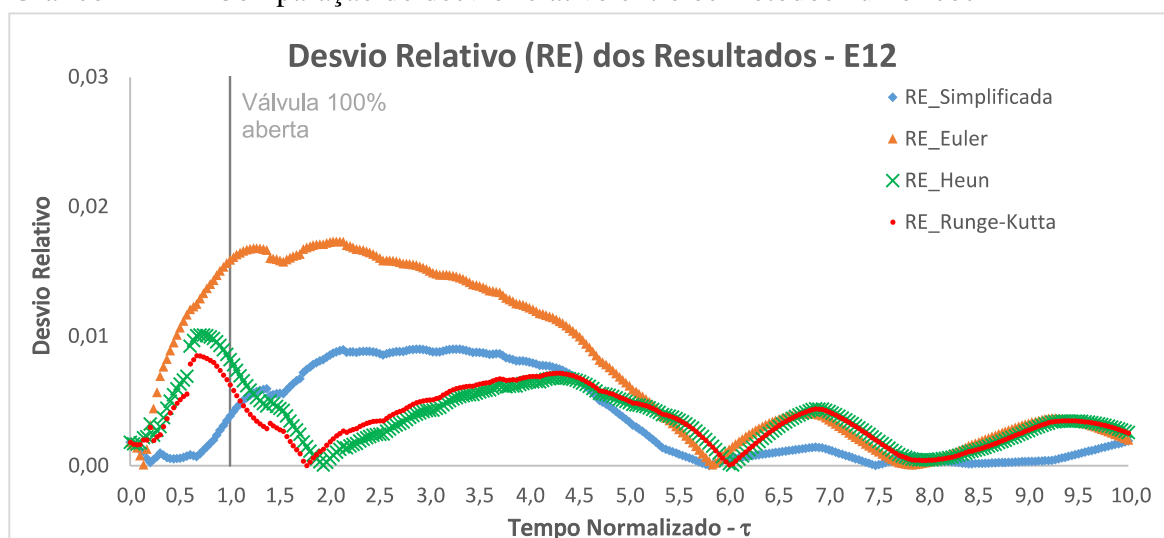
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 23 – Variação da carga de pressão absoluta na bolsa de ar – dados experimentais x métodos numéricos - E12



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico A 24 – Comparação do desvio relativo entre os métodos numéricos - E12



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A 12 – Indicadores dos resultados - E12

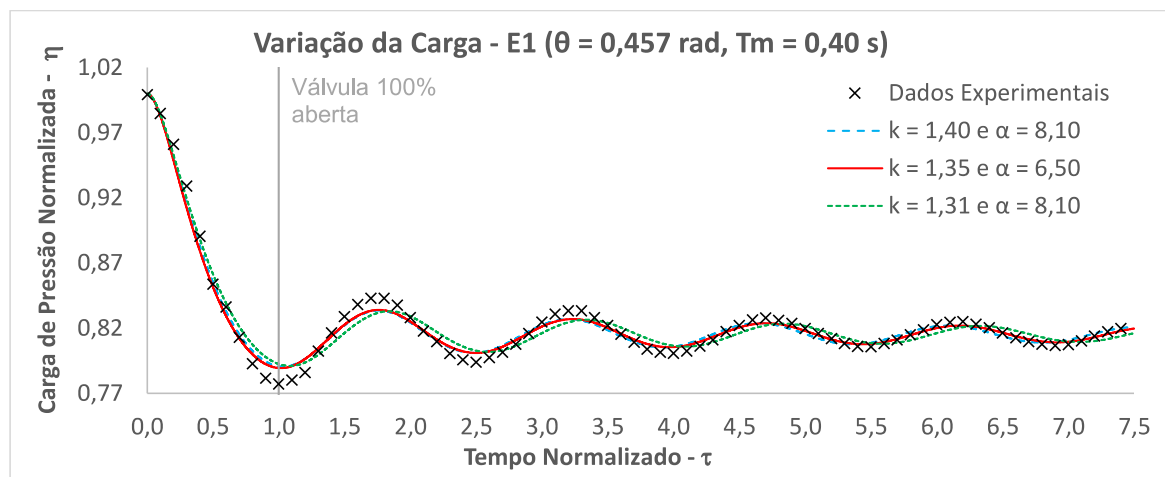
Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0,9942	0,0433	0,0090
Euler	0,9751	0,0895	0,0173
Heun	0,9953	0,0387	0,0101
Runge-Kutta	0,9957	0,0371	0,0085

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE B – MODELAGEM E CALIBRAÇÃO DOS COEFICIENTES K E α - E1

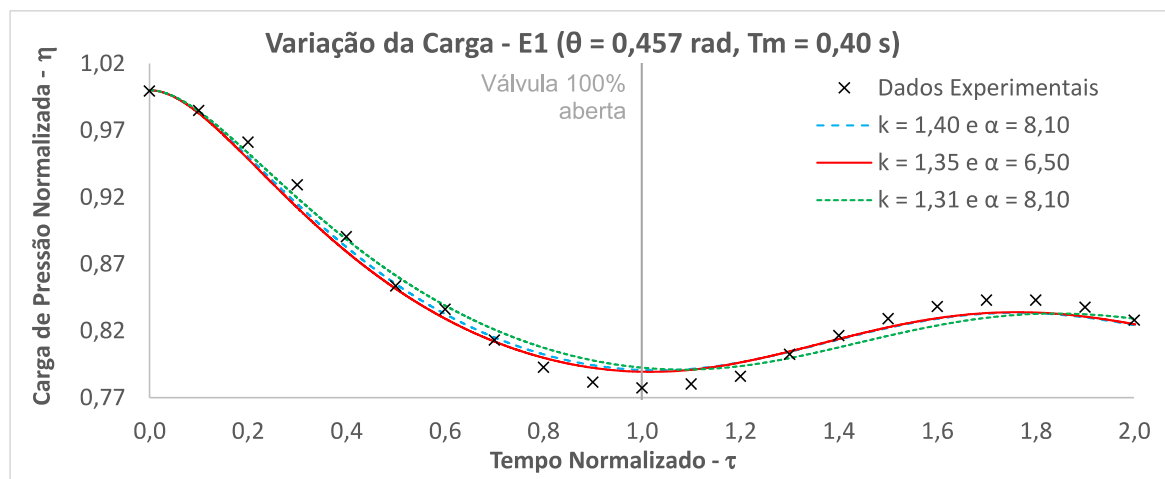
A E36

Gráfico B 1 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E1



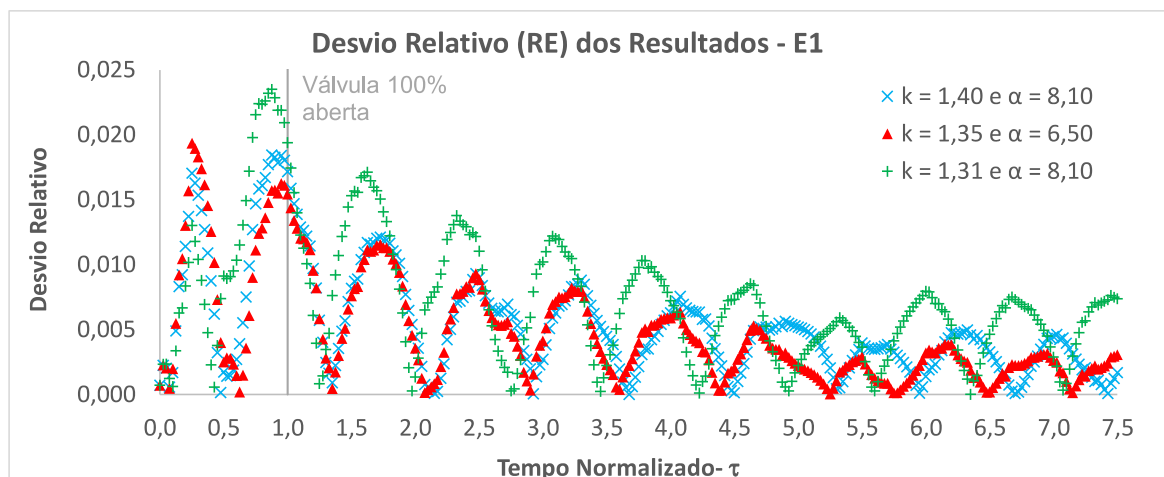
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 2 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 3 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E1



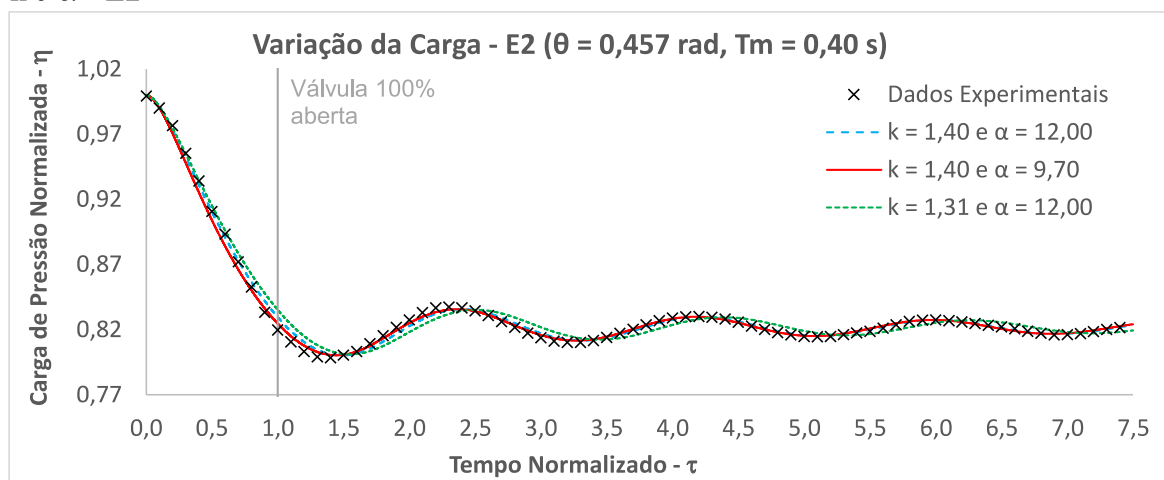
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 1 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E1

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
k = 1,35 e α = 6,5	0,9791	0,0547	0,0194
k = 1,40 e α = 8,1	0,9768	0,0576	0,0185
k = 1,31 e α = 8,1	0,9619	0,0738	0,0235

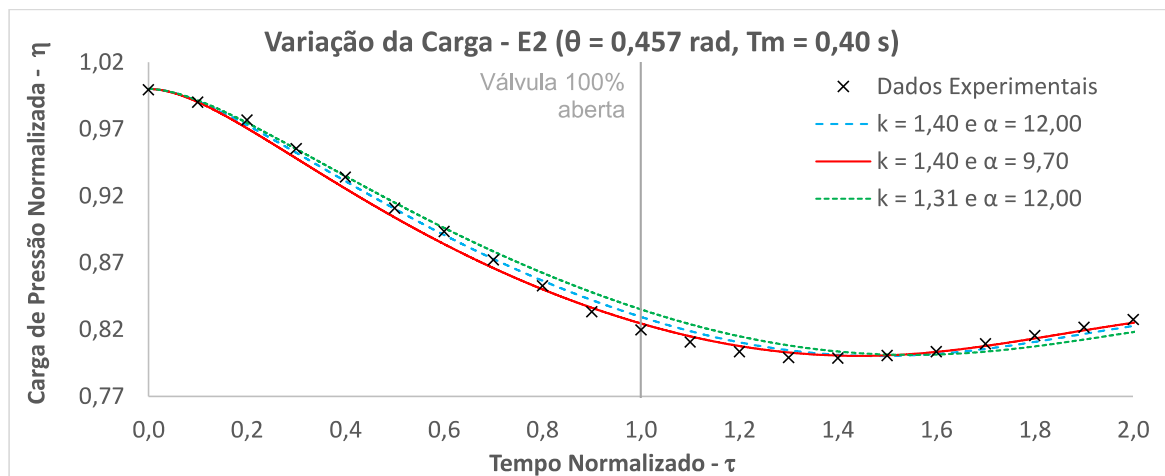
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 4 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E2



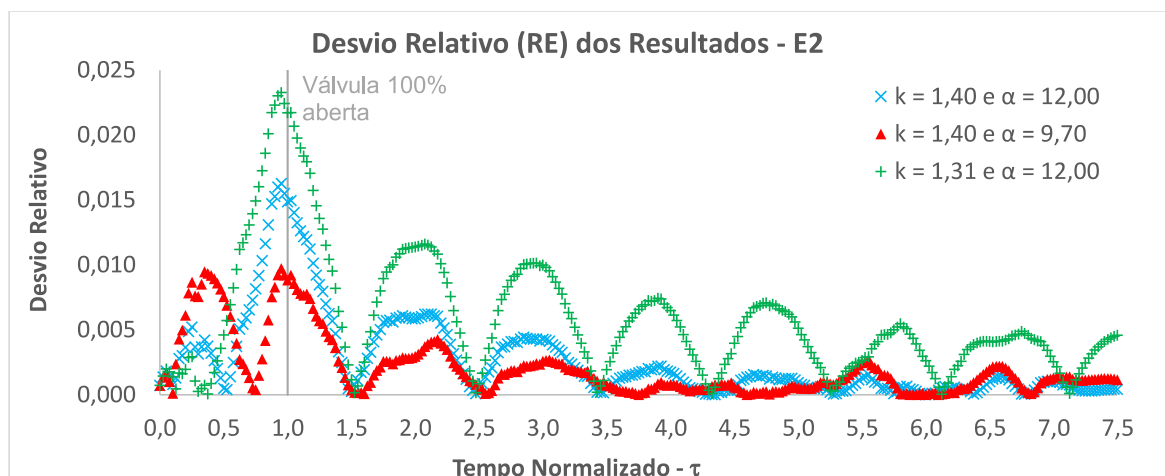
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 5 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 6 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E2



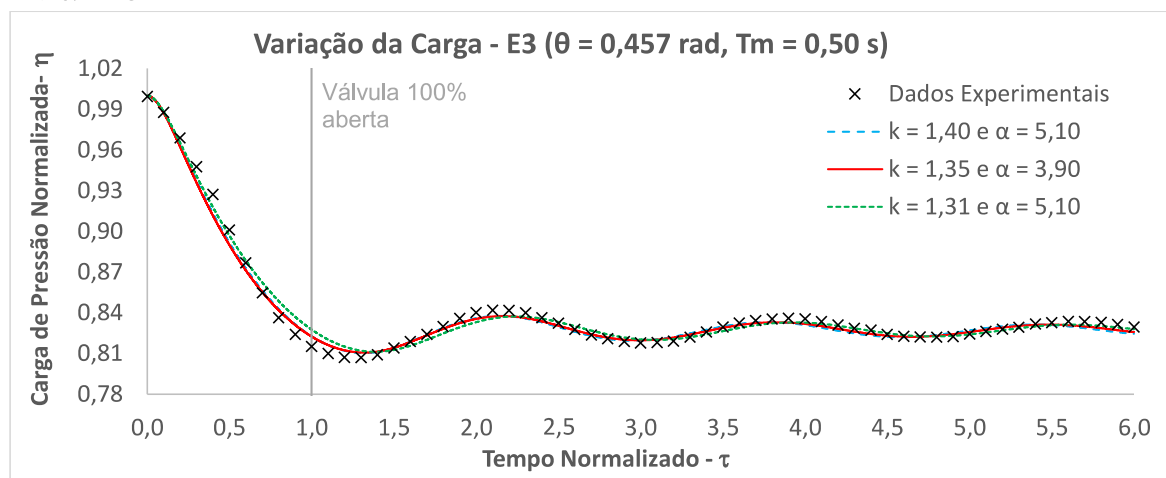
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 2 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E2

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,70$	0,9953	0,0277	0,0097
$k = 1,40$ e $\alpha = 12,00$	0,9919	0,0363	0,0163
$k = 1,31$ e $\alpha = 12,00$	0,9743	0,0646	0,0233

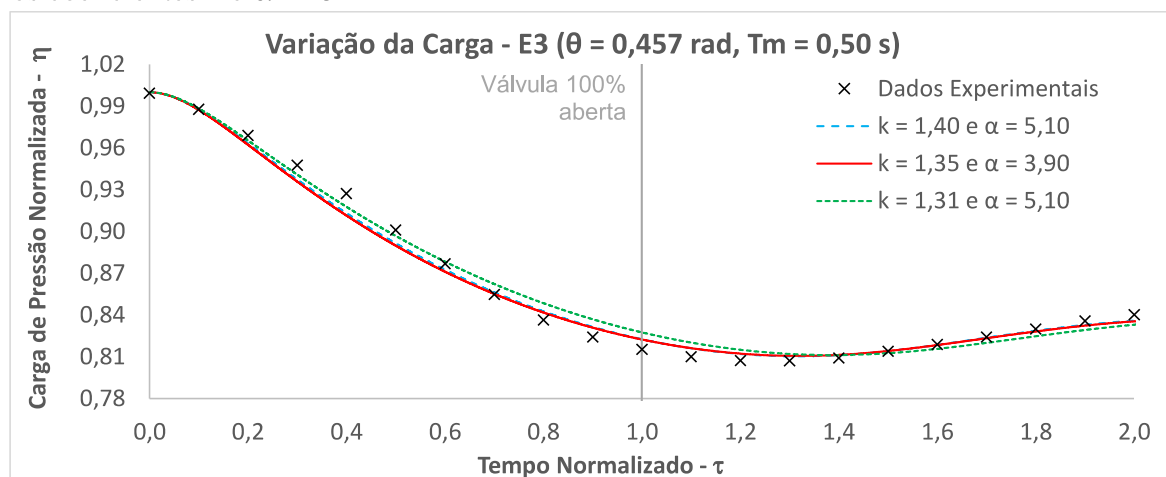
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 7 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E3

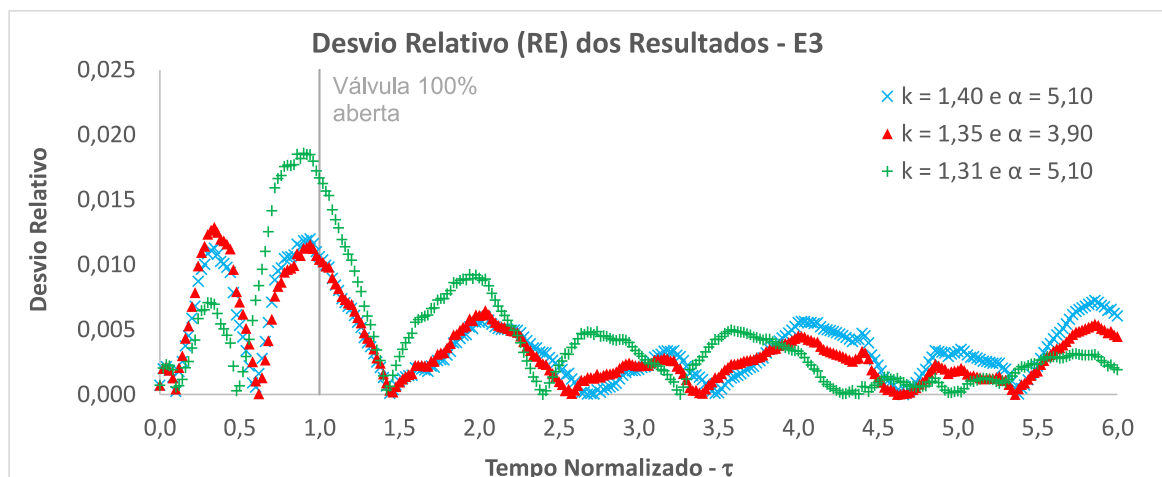


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 8 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E3



Fonte: Elaborado pelo autor.

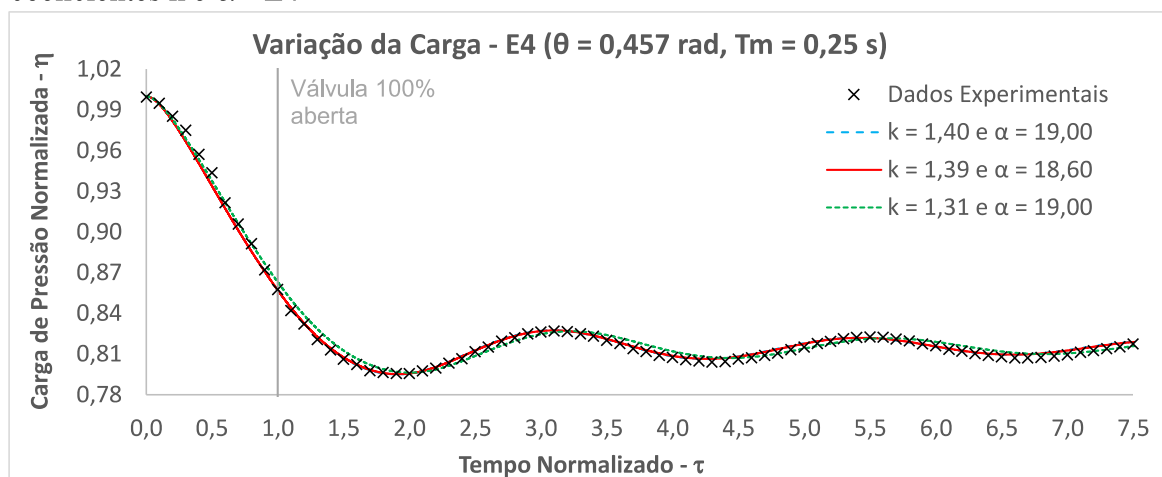
Gráfico B 9 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E3

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 3 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E3

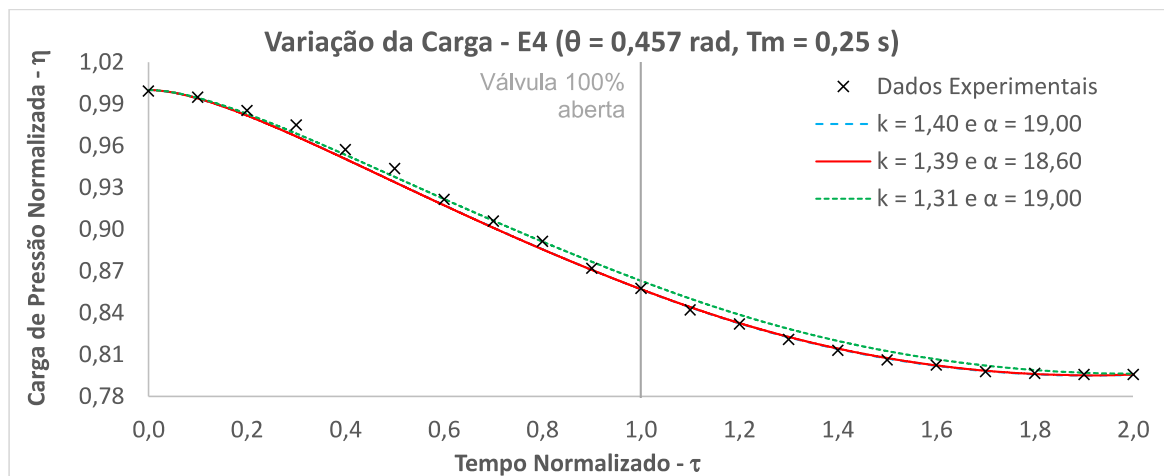
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,35$ e $\alpha = 3,90$	0,9890	0,0416	0,0129
$k = 1,40$ e $\alpha = 5,10$	0,9885	0,0426	0,0120
$k = 1,31$ e $\alpha = 5,10$	0,9823	0,0529	0,0186

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 10 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E4

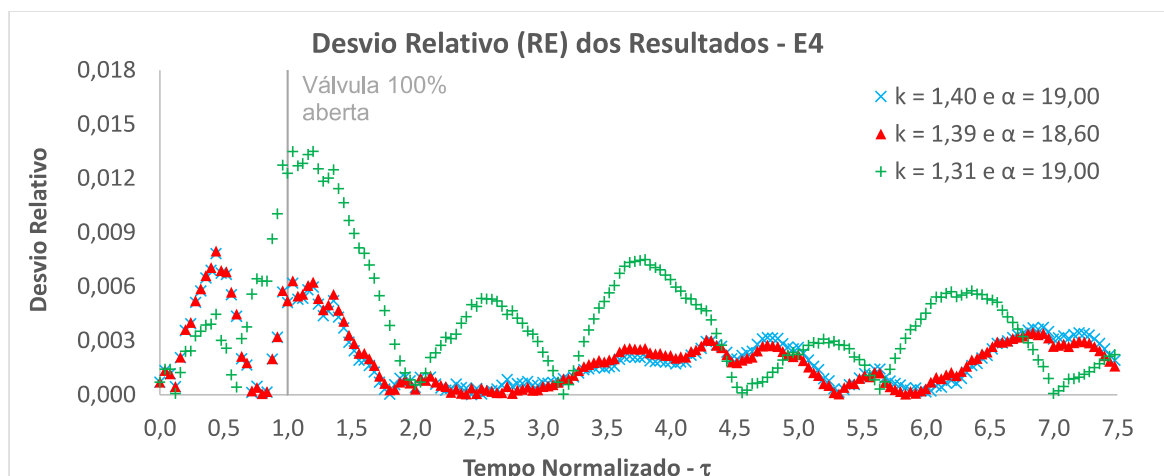
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 11 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E4



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 12 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E4



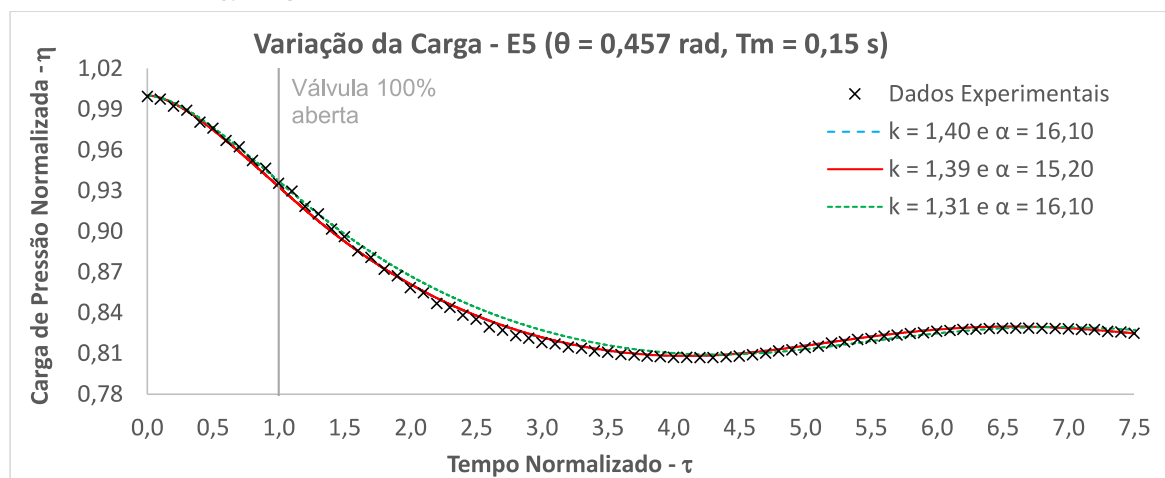
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 4 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E4

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,39$ e $\alpha = 18,60$	0,9970	0,0212	0,0080
$k = 1,40$ e $\alpha = 19,00$	0,9969	0,0215	0,0078
$k = 1,31$ e $\alpha = 19,00$	0,9904	0,0380	0,0135

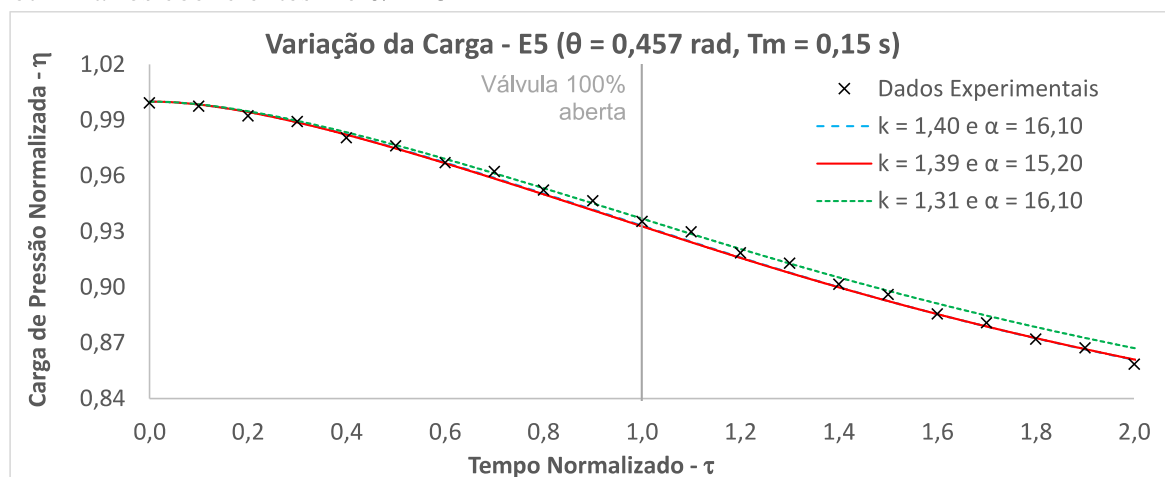
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 13 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E5

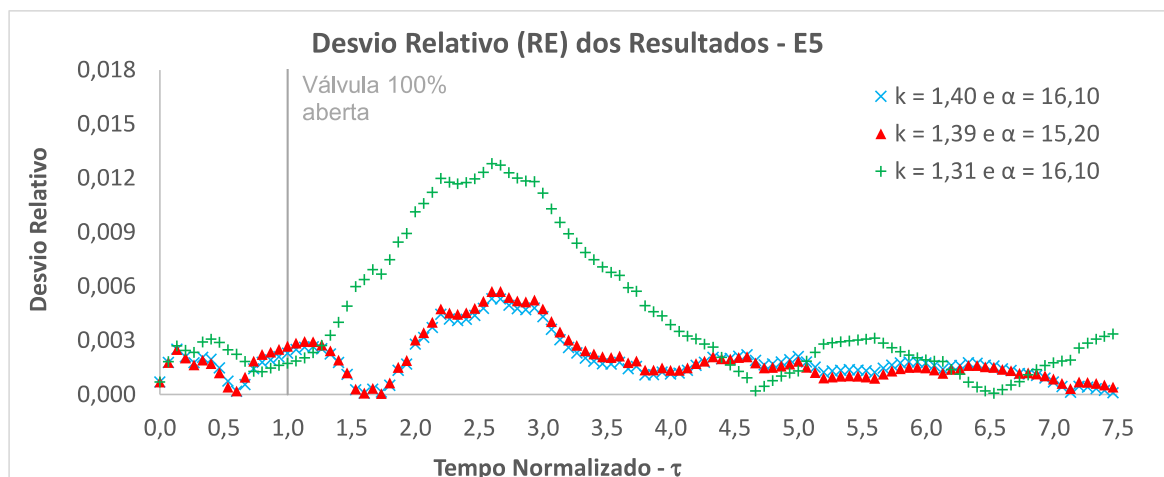


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 14 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E5



Fonte: Elaborado pelo autor.

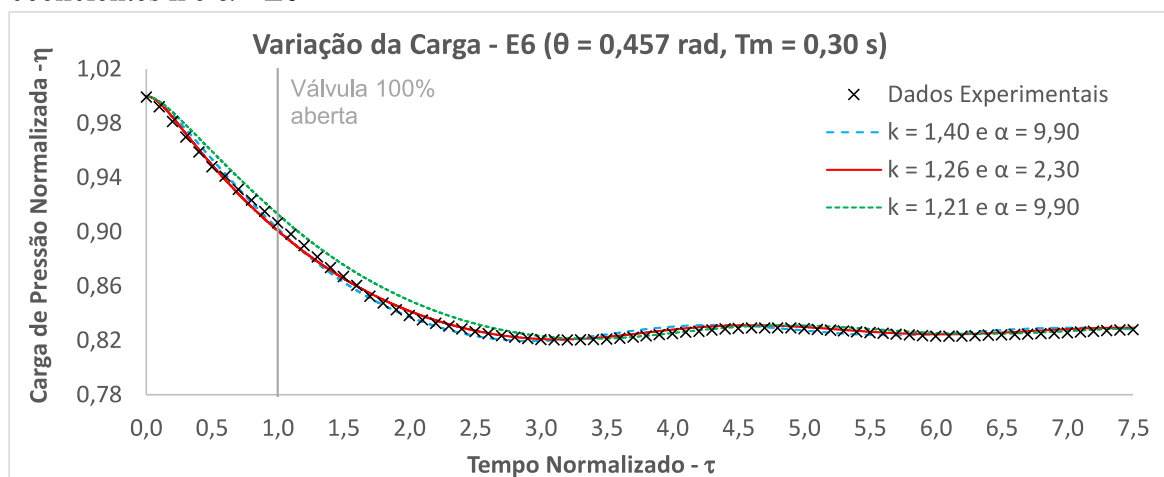
Gráfico B 15 – Desvio relativo otimizando os coeficientes k e α - E5

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 5 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E5

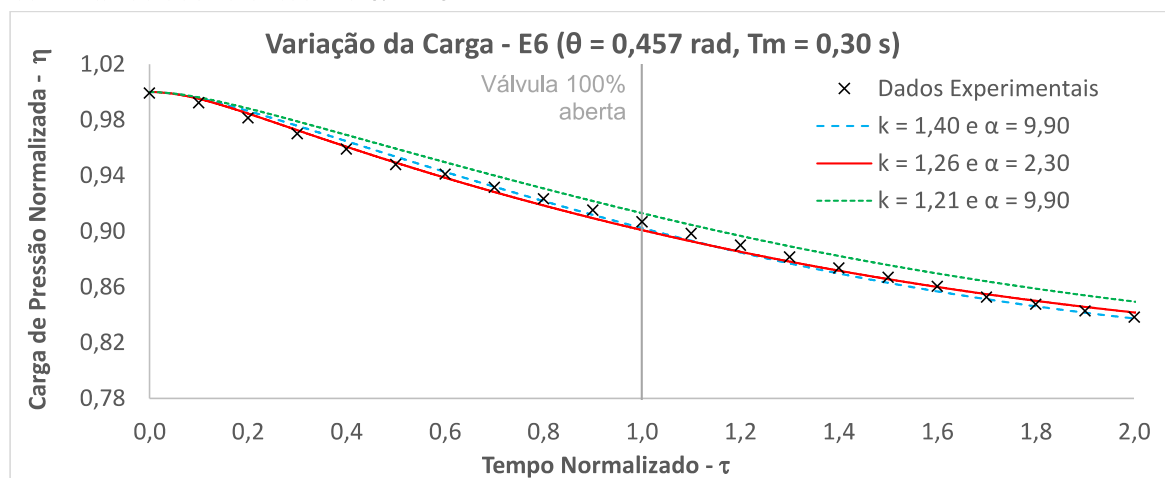
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,39$ e $\alpha = 15,20$	0,9979	0,0178	0,0057
$k = 1,40$ e $\alpha = 16,10$	0,9979	0,0180	0,0053
$k = 1,31$ e $\alpha = 16,10$	0,9926	0,0335	0,0128

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 16 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E6

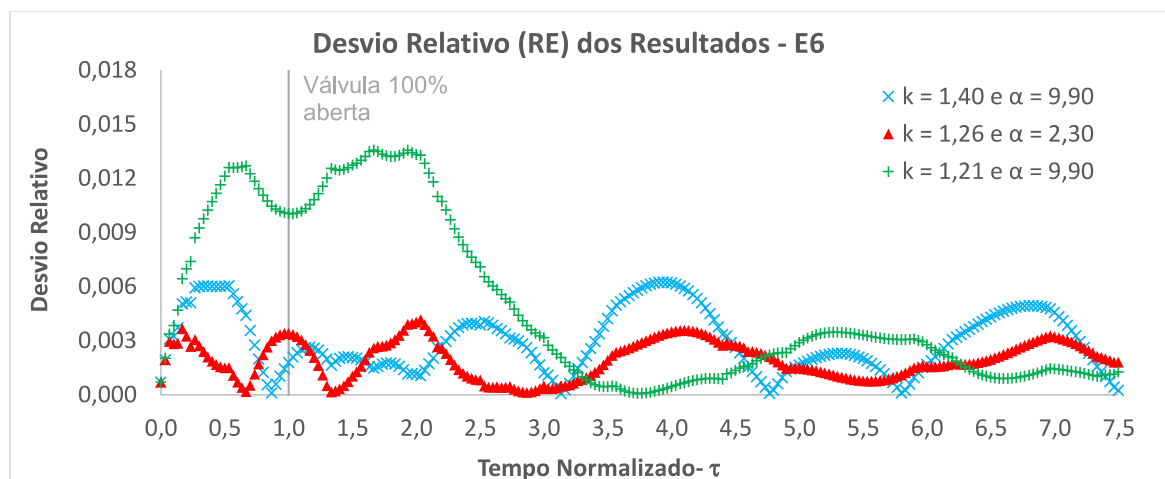
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 17 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E6



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 18 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E6



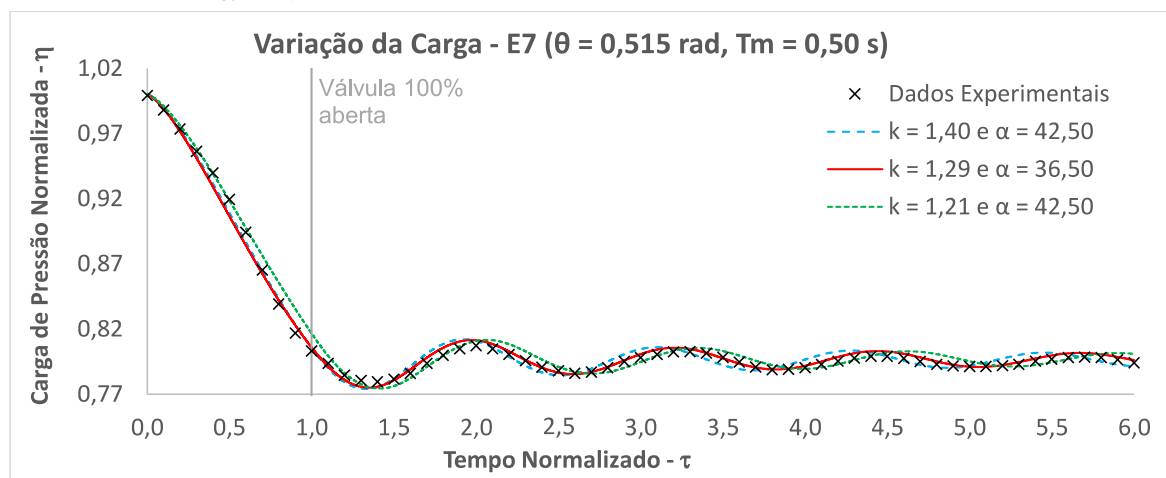
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 6 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E6

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,26$ e $\alpha = 2,30$	0,9979	0,0189	0,0042
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,90$	0,9951	0,0290	0,0062
$k = 1,21$ e $\alpha = 9,90$	0,9834	0,0534	0,0136

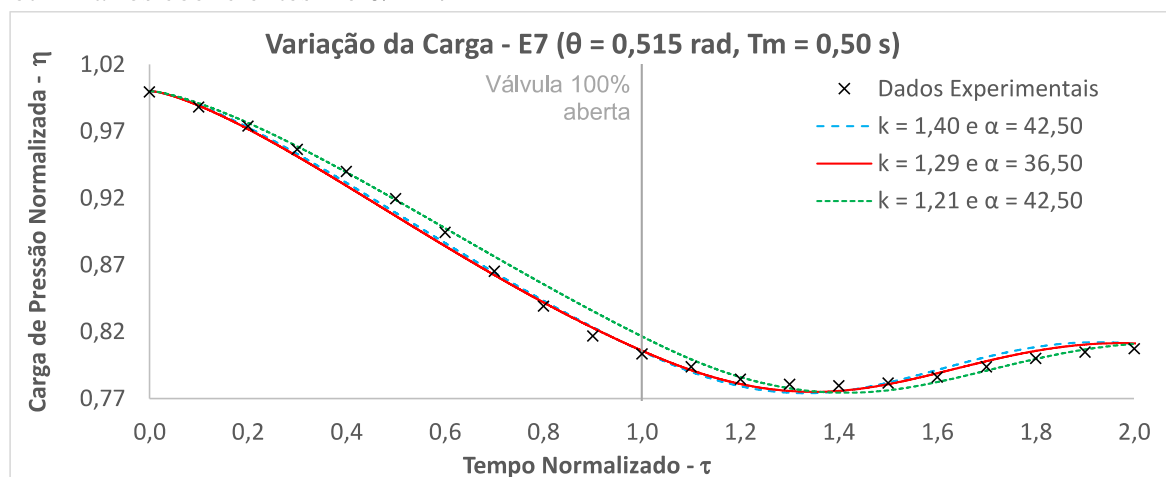
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 19 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E7

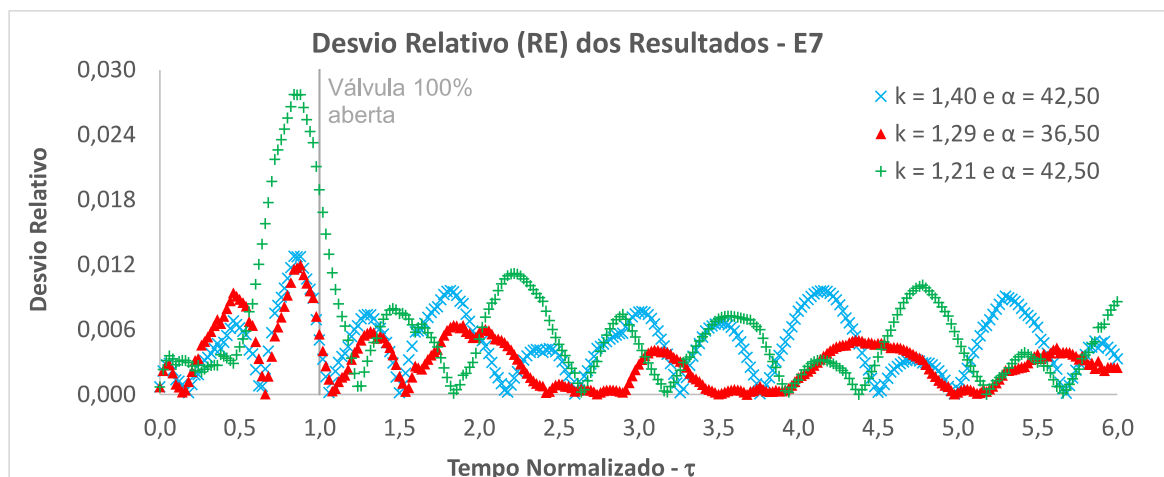


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 20 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E7



Fonte: Elaborado pelo autor.

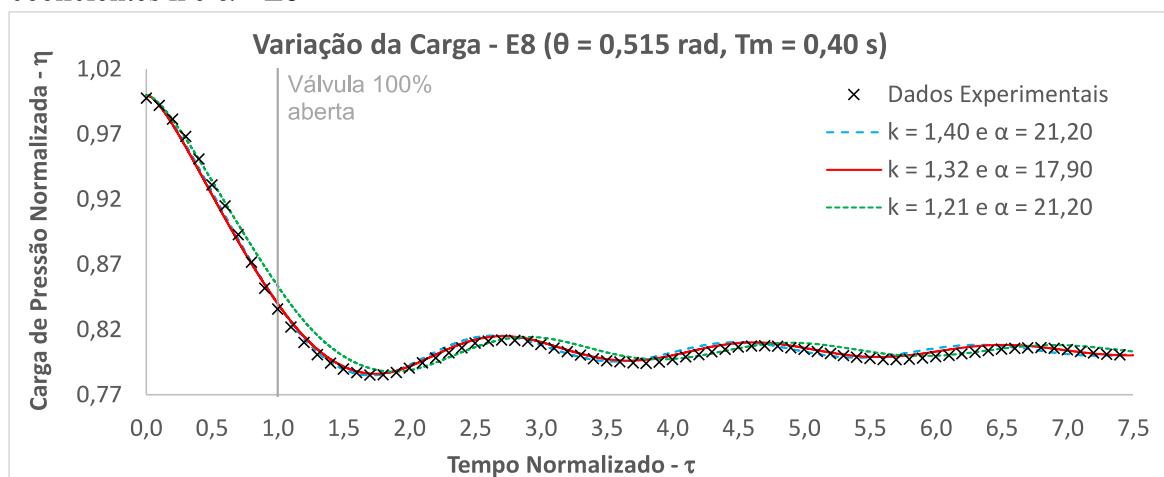
Gráfico B 21 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E7

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 7 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E7

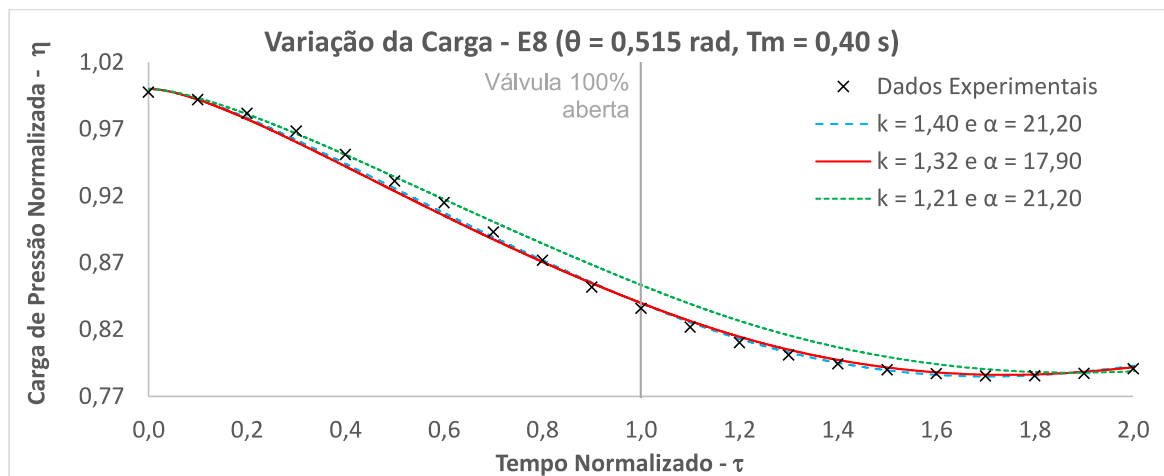
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,29$ e $\alpha = 36,50$	0,9956	0,0344	0,0120
$k = 1,40$ e $\alpha = 42,50$	0,9923	0,0454	0,0128
$k = 1,21$ e $\alpha = 42,50$	0,9830	0,0674	0,0277

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 22 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E8

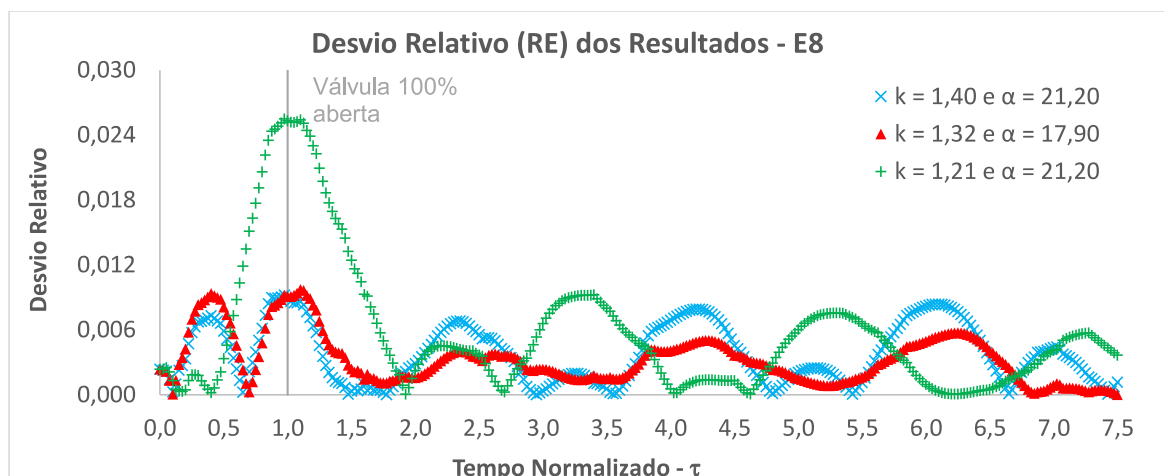
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 23 – Variação da carga de pressão Absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E8



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 24 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E8



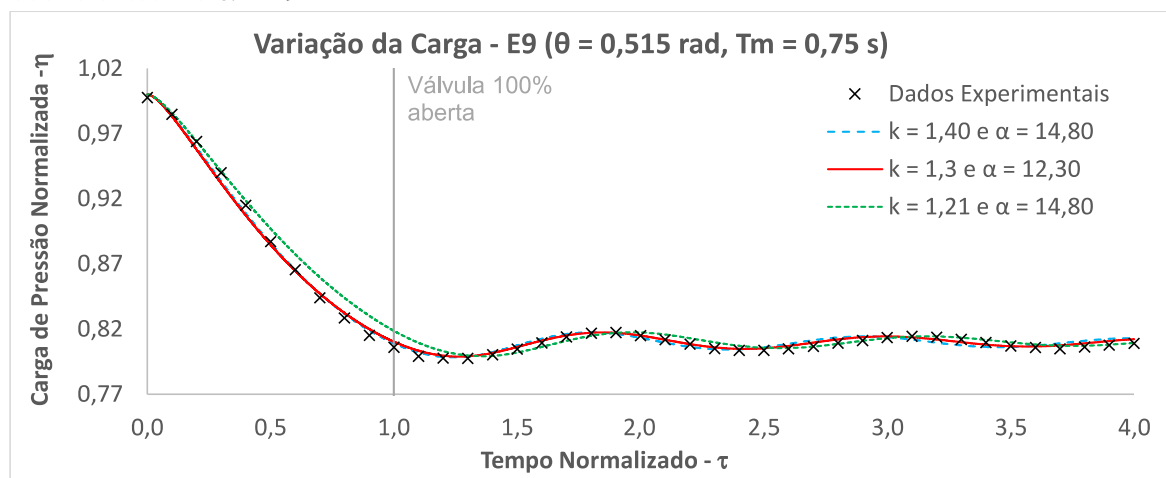
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 8 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E8

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,32$ e $\alpha = 17,90$	0,9949	0,0350	0,0097
$k = 1,40$ e $\alpha = 21,20$	0,9935	0,0394	0,0092
$k = 1,21$ e $\alpha = 21,20$	0,9787	0,0712	0,0255

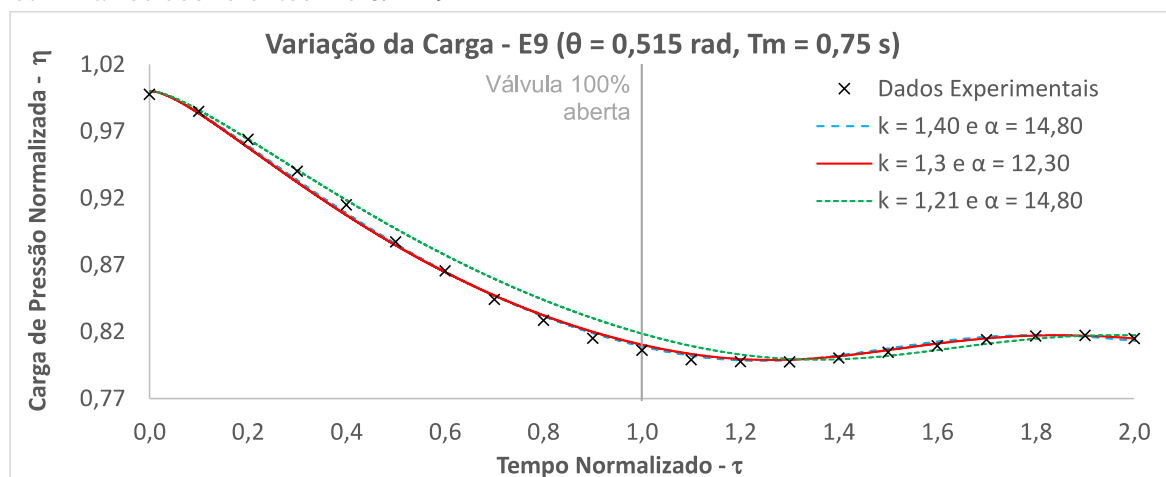
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 25 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E9



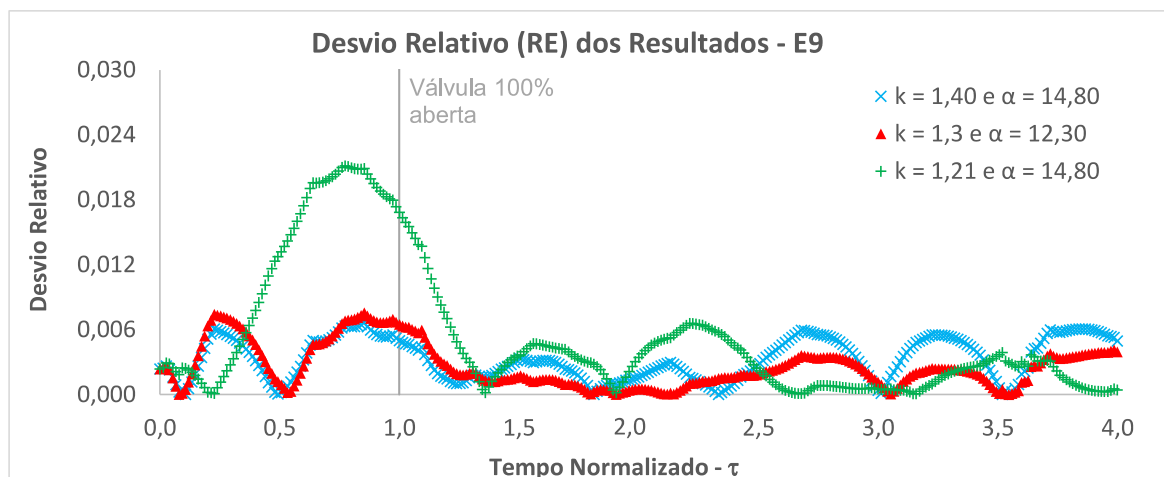
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 26 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E9



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 27 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E9



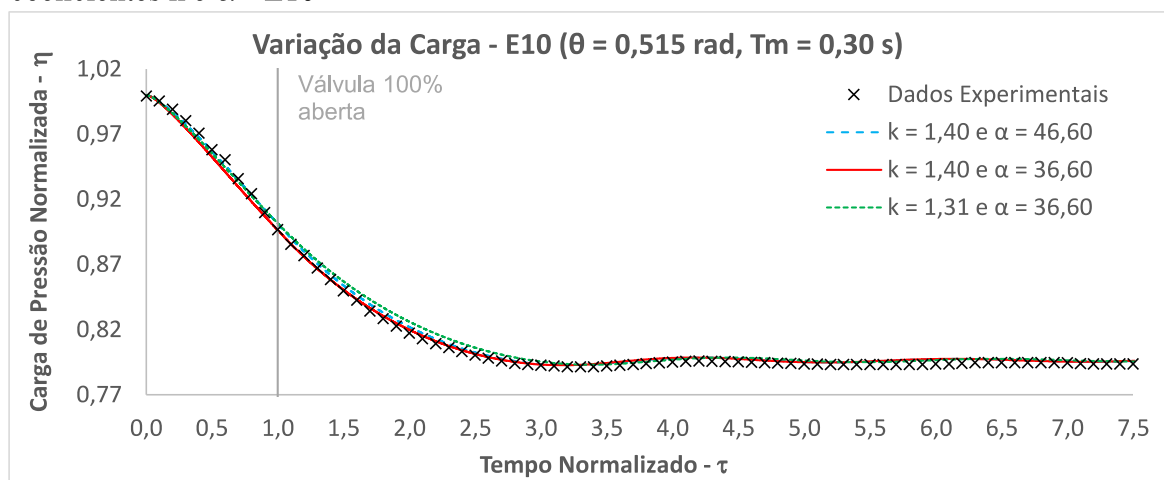
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 9 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E9

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
k = 1,3 e α = 12,30	0,9967	0,0291	0,0076
k = 1,40 e α = 14,80	0,9959	0,0324	0,0066
k = 1,21 e α = 14,80	0,9817	0,0683	0,0211

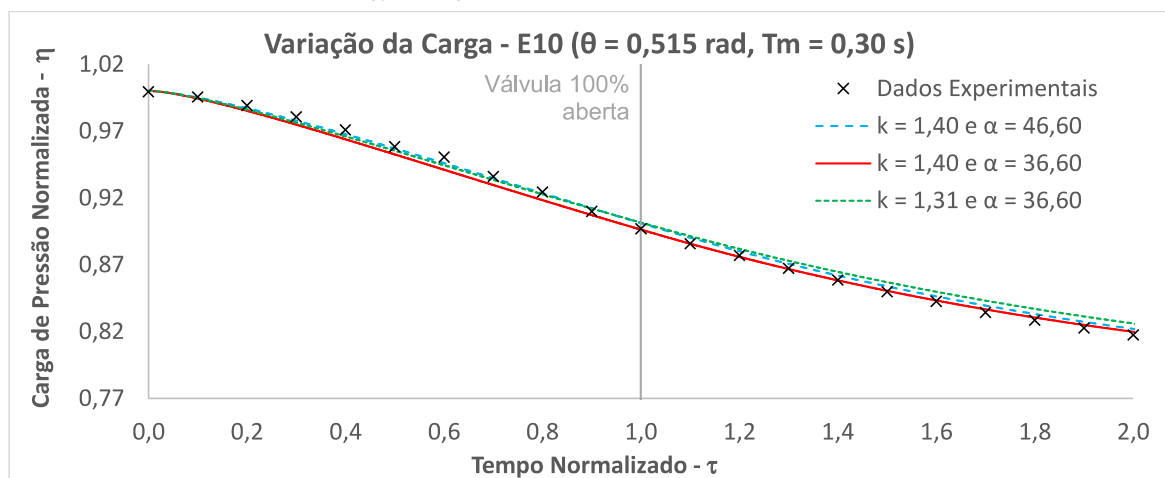
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 28 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E10



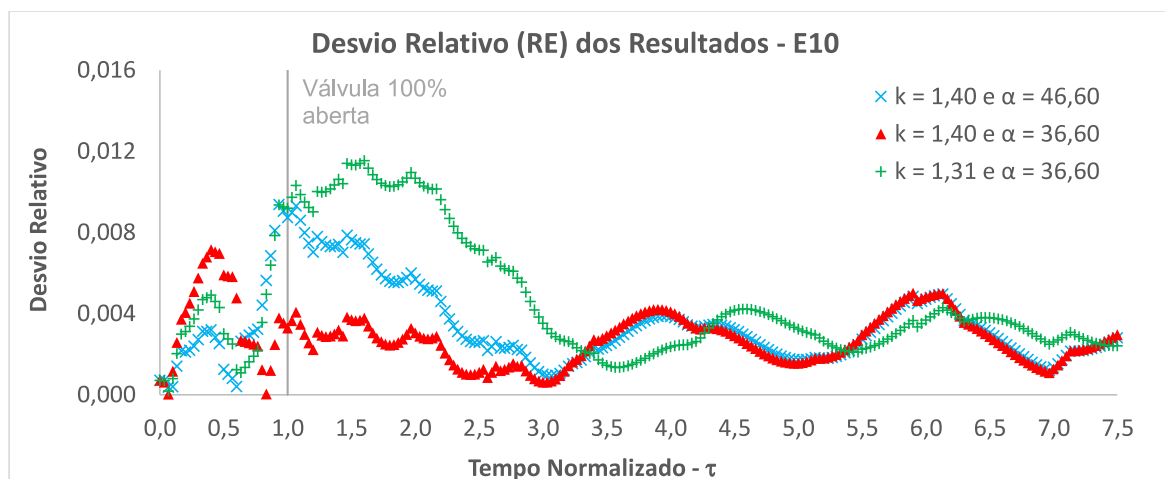
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 29 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E10



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 30 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E10



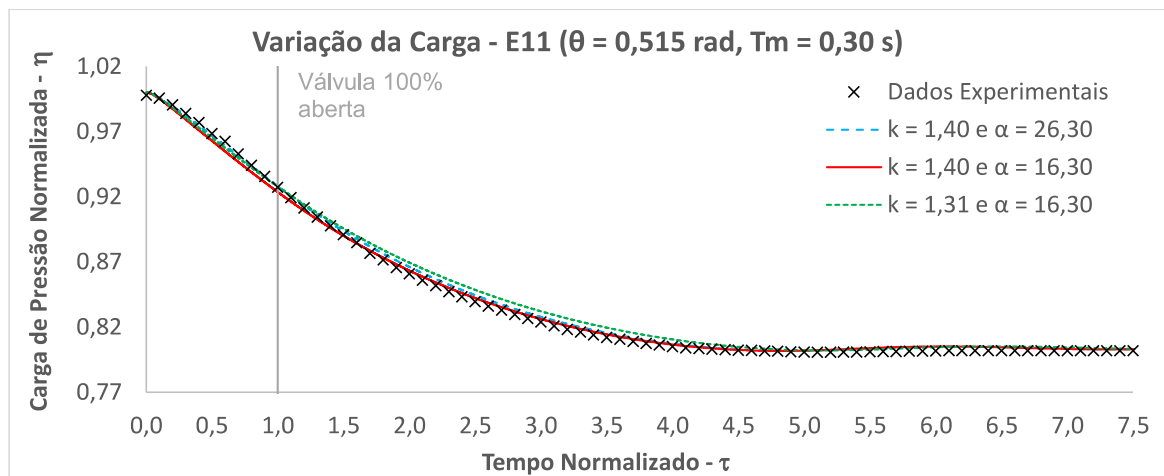
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 10 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E10

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 36,60$	0,9973	0,0274	0,0071
$k = 1,40$ e $\alpha = 46,60$	0,9961	0,0329	0,0094
$k = 1,31$ e $\alpha = 36,60$	0,9932	0,0434	0,0115

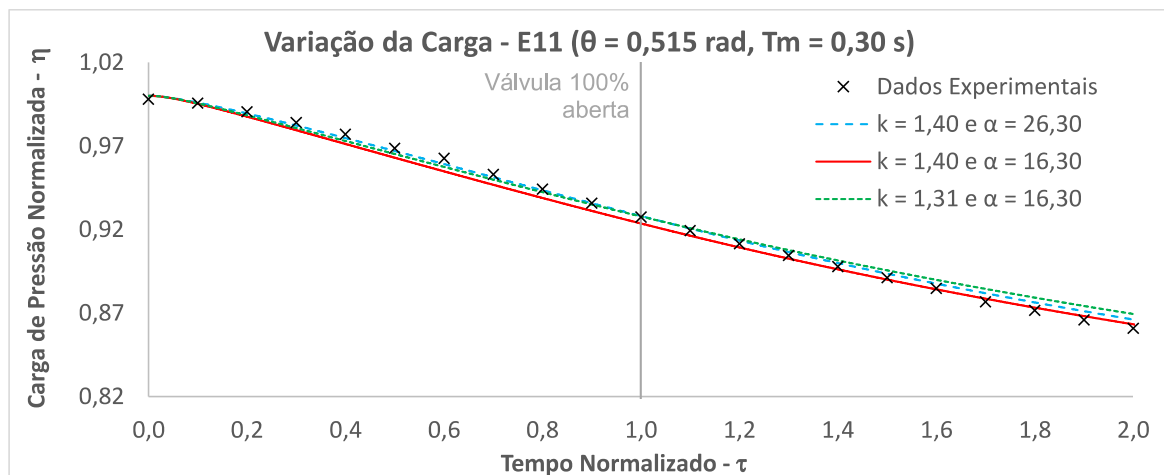
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 31 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E11



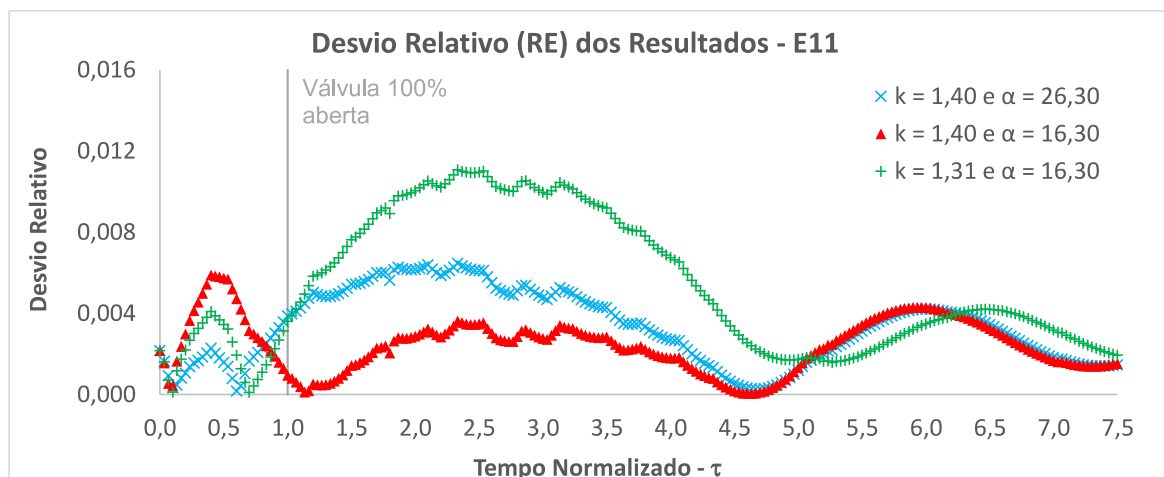
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 32 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E11



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 33 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E11



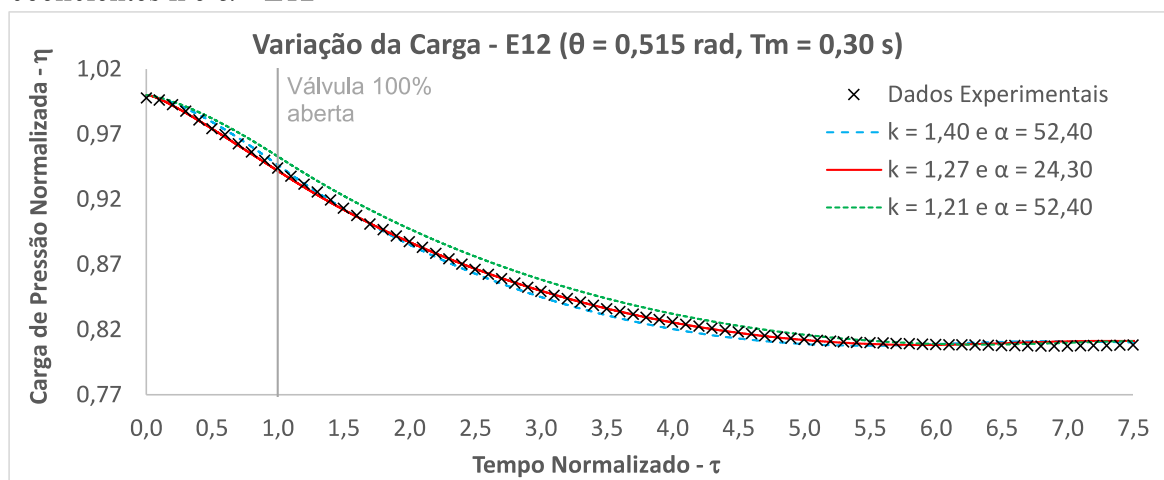
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 11 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E11

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 16,30$	0,9979	0,0253	0,0059
$k = 1,40$ e $\alpha = 26,30$	0,9967	0,0316	0,0065
$k = 1,31$ e $\alpha = 16,30$	0,9921	0,0491	0,0111

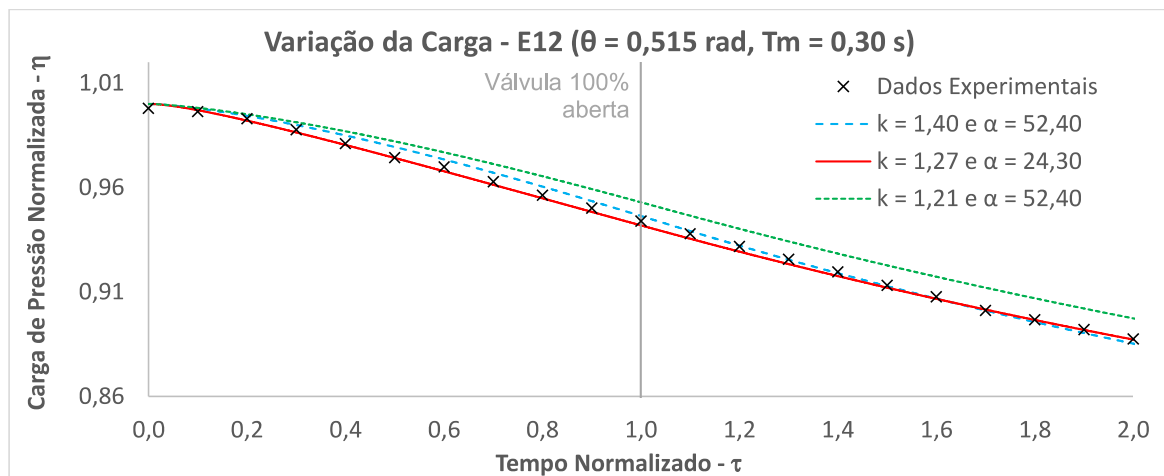
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 34 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E12



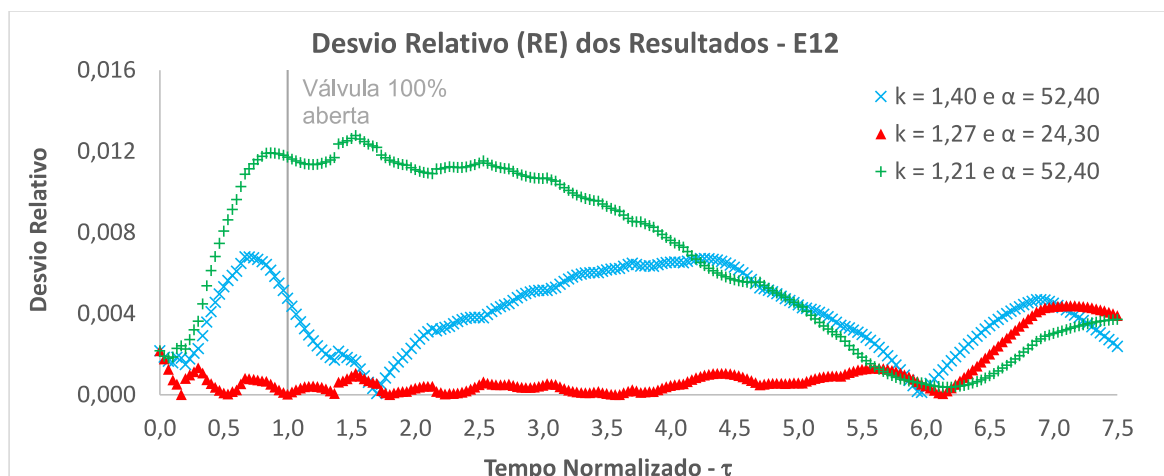
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 35 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E12



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 36 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E12



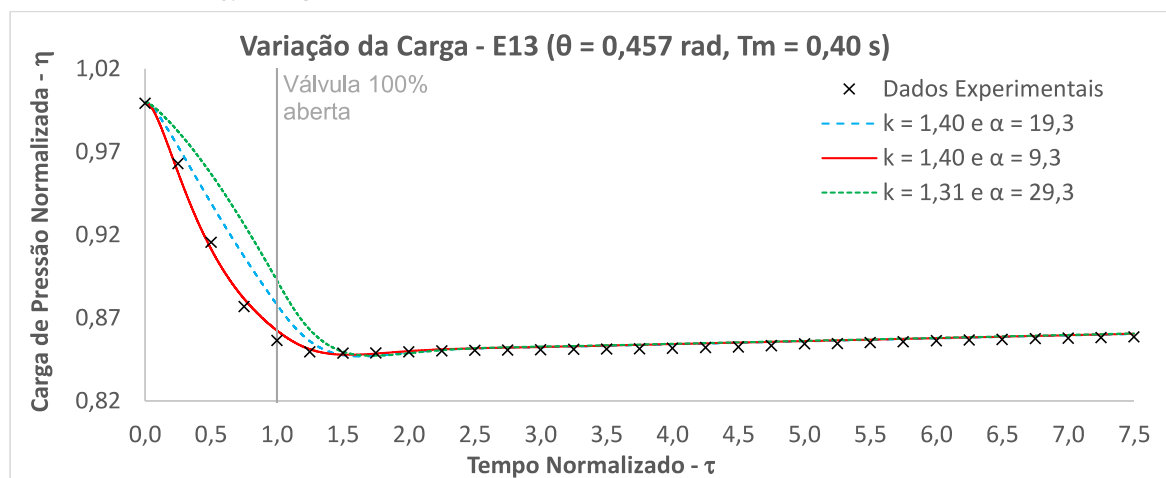
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 12 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E12

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,27$ e $\alpha = 24,30$	0,9991	0,0167	0,0044
$k = 1,40$ e $\alpha = 52,40$	0,9962	0,0351	0,0068
$k = 1,21$ e $\alpha = 52,40$	0,9872	0,0640	0,0128

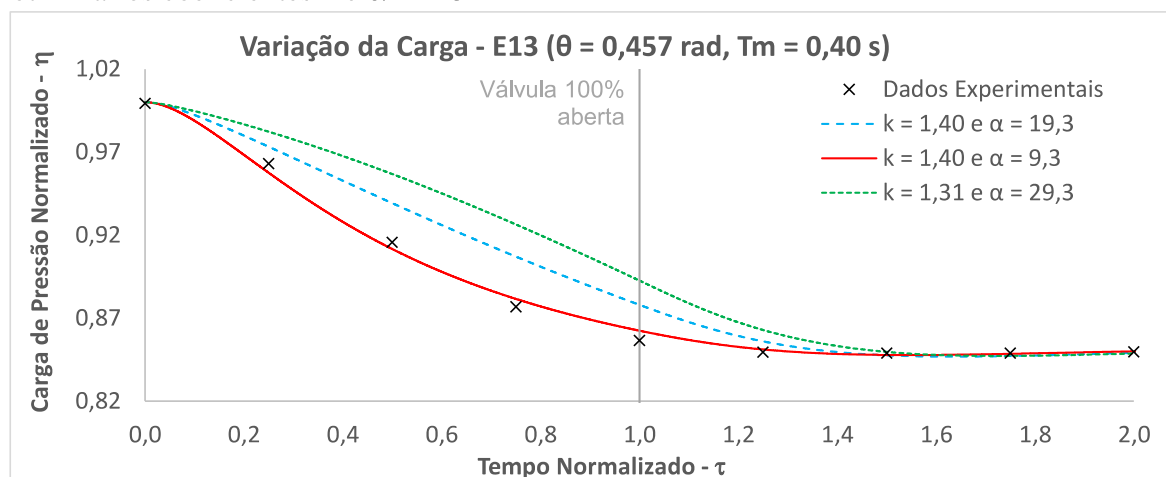
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 37 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E13



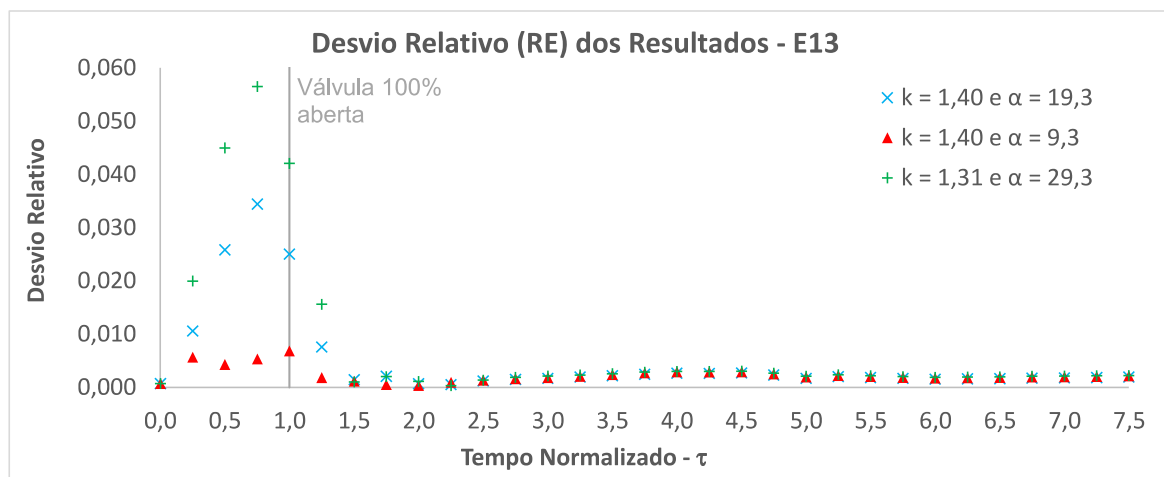
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 38 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E13



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 39 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E13



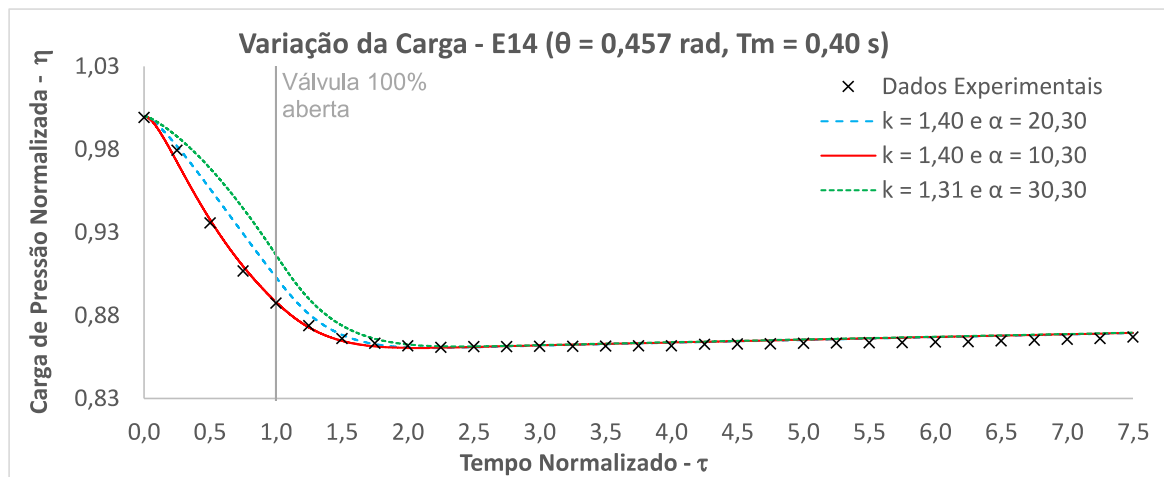
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 13 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E13

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$	0,9947	0,0249	0,0069
$k = 1,40$ e $\alpha = 19,30$	0,9374	0,0859	0,0344
$k = 1,31$ e $\alpha = 29,30$	0,8221	0,1448	0,0565

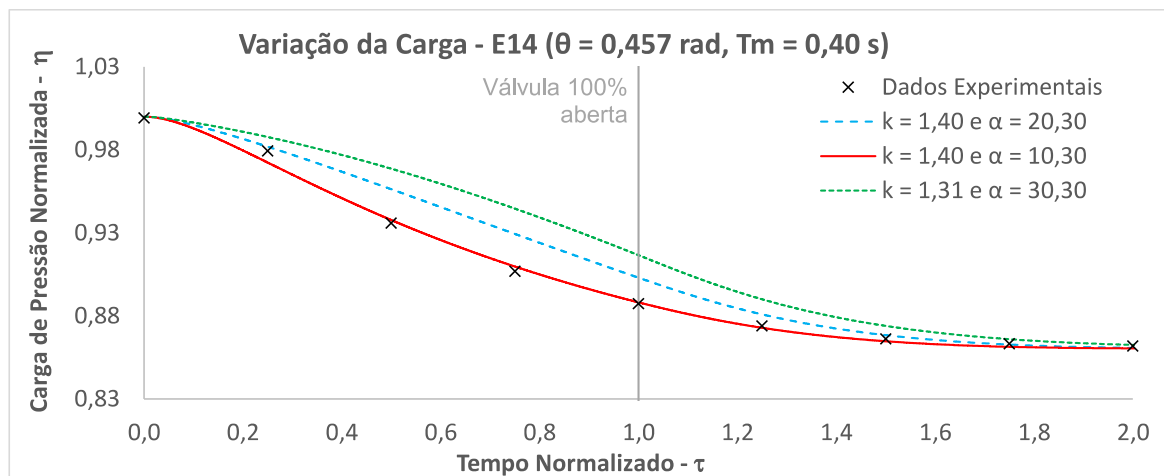
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 40 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E14



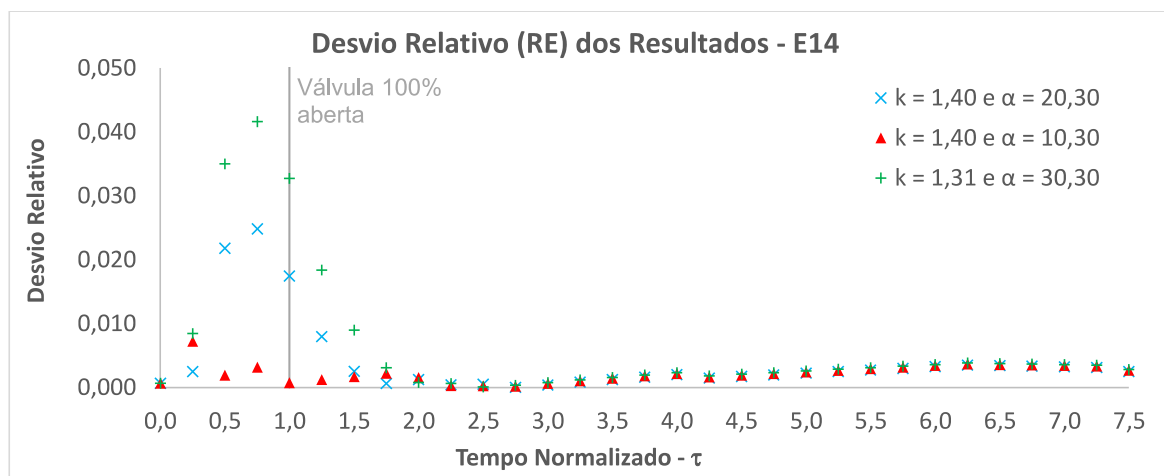
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 41 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E14



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 42 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E14



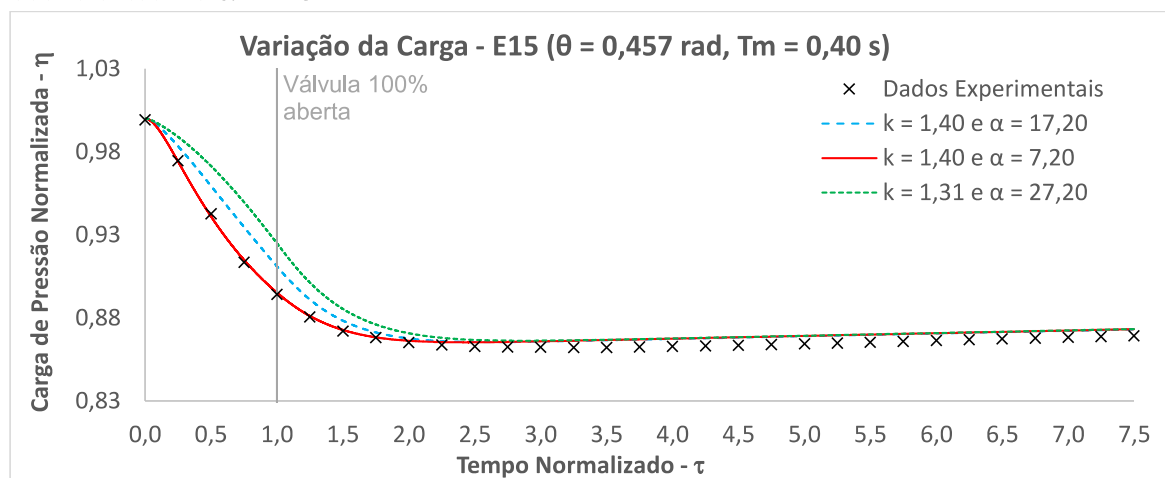
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 14 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E14

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 10,30$	0,9950	0,0245	0,0072
$k = 1,40$ e $\alpha = 20,30$	0,9621	0,0673	0,0248
$k = 1,31$ e $\alpha = 30,30$	0,8888	0,1152	0,0416

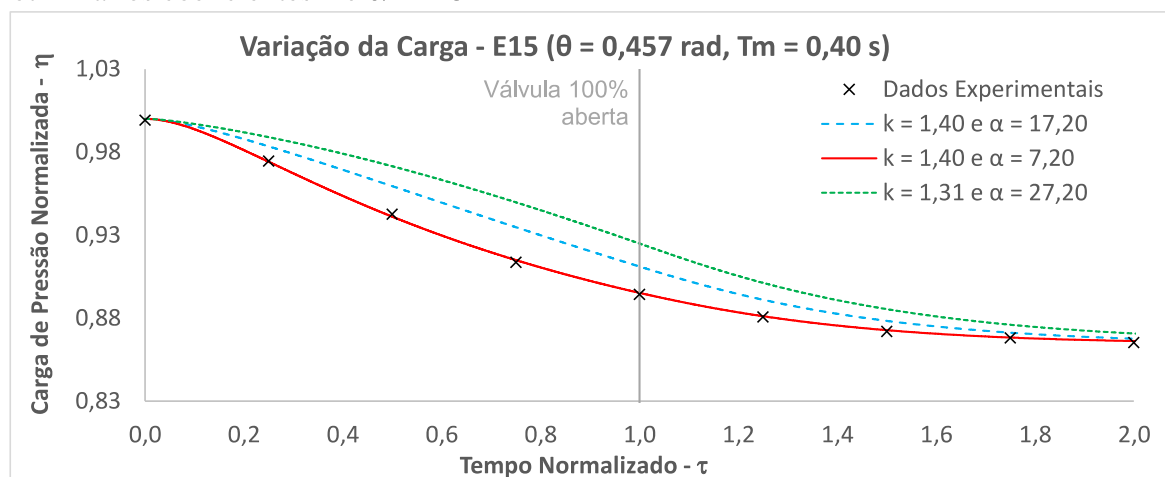
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 43 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E15

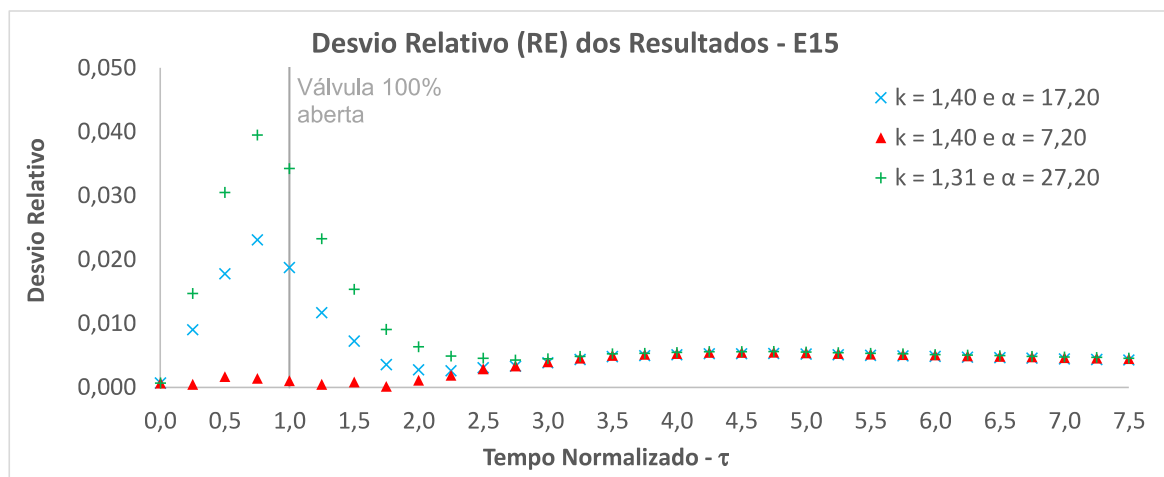


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 44 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E15



Fonte: Elaborado pelo autor.

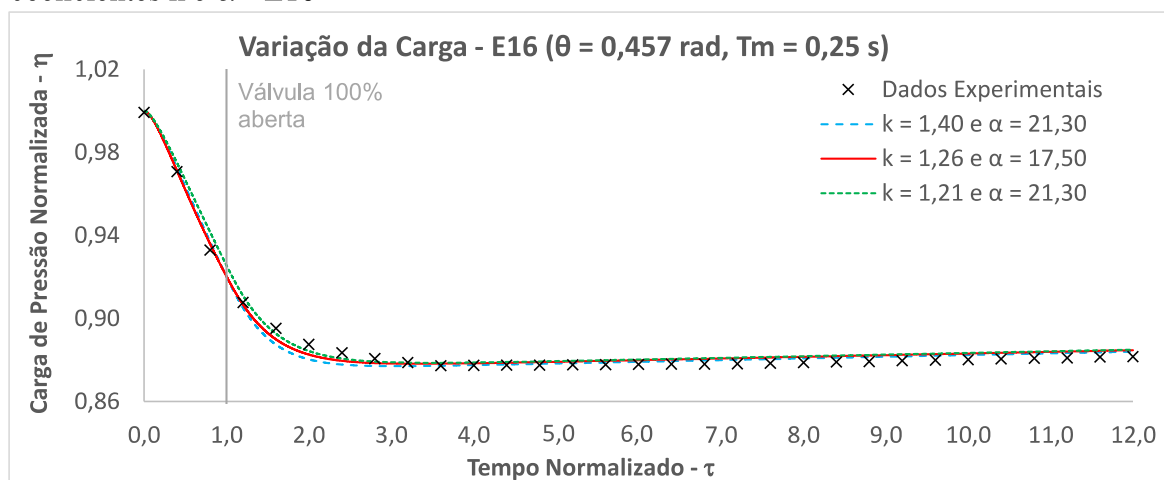
Gráfico B 45 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E15

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 15 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E15

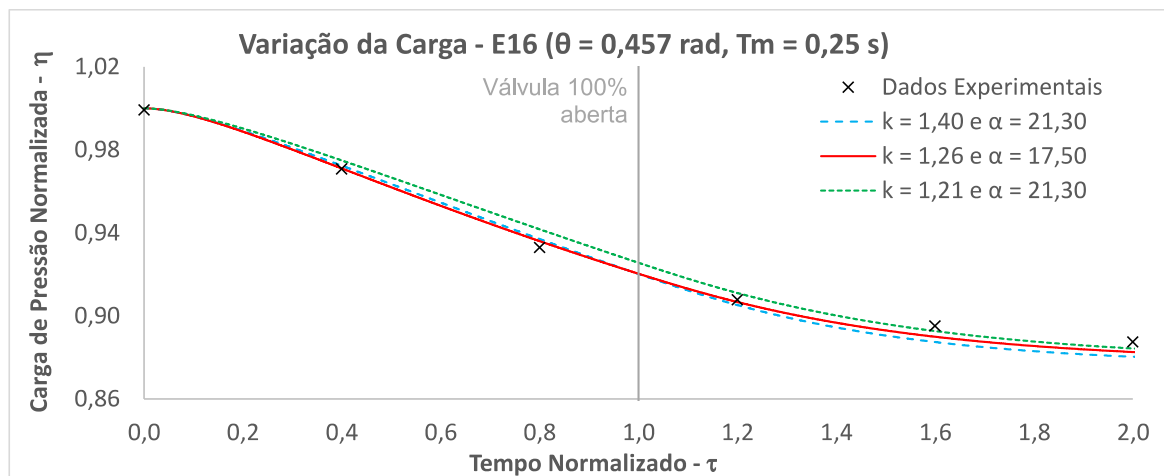
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 7,20$	0,9887	0,0363	0,0055
$k = 1,40$ e $\alpha = 17,20$	0,9529	0,0742	0,0231
$k = 1,31$ e $\alpha = 27,20$	0,8704	0,1230	0,0395

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 46 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E16

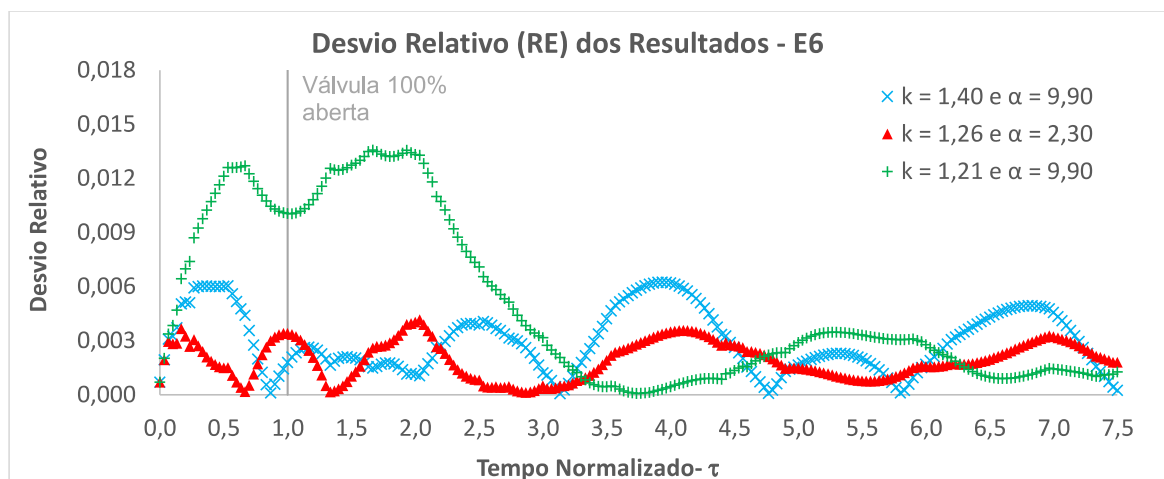
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 47 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E16



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 48 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E16



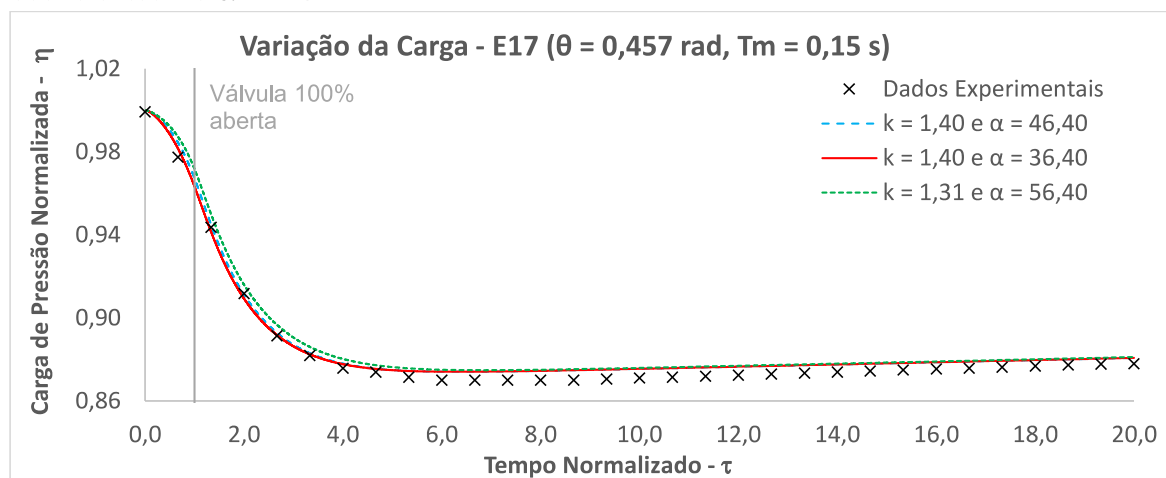
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 16 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E16

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,26$ e $\alpha = 17,50$	0,9908	0,0273	0,0059
$k = 1,40$ e $\alpha = 21,30$	0,9892	0,0296	0,0087
$k = 1,21$ e $\alpha = 21,30$	0,9874	0,0320	0,0094

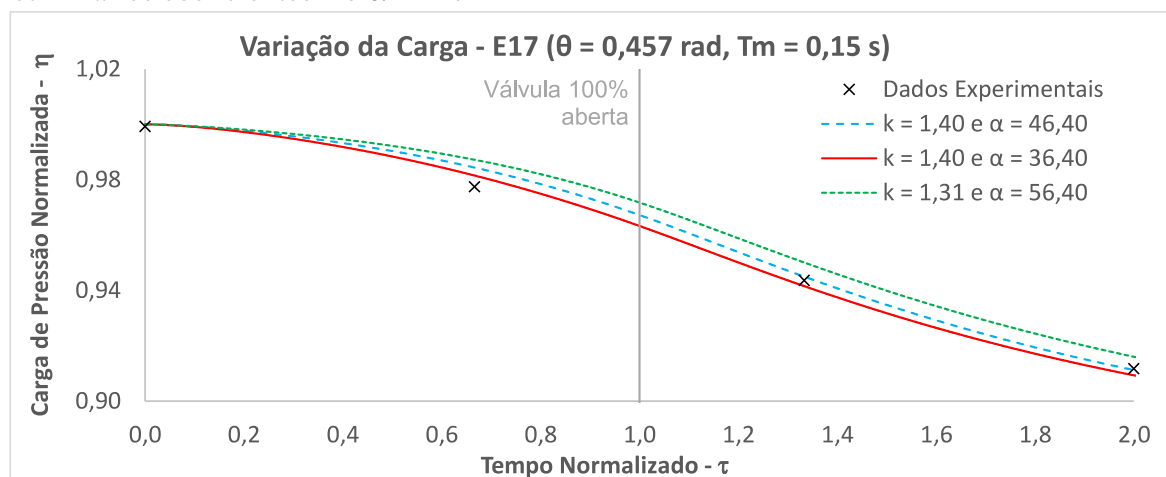
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 49 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E17



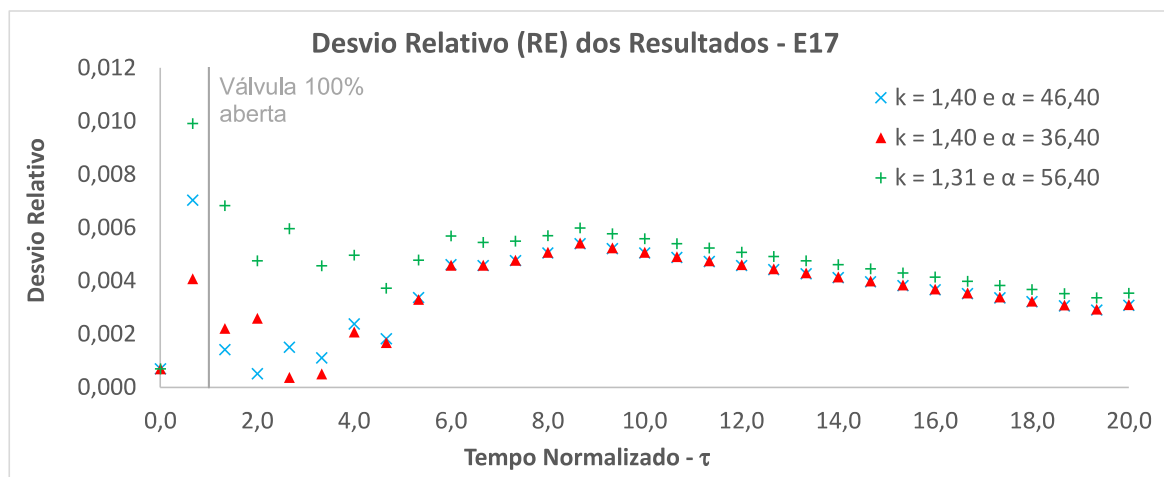
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 50 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E17



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 51 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E17



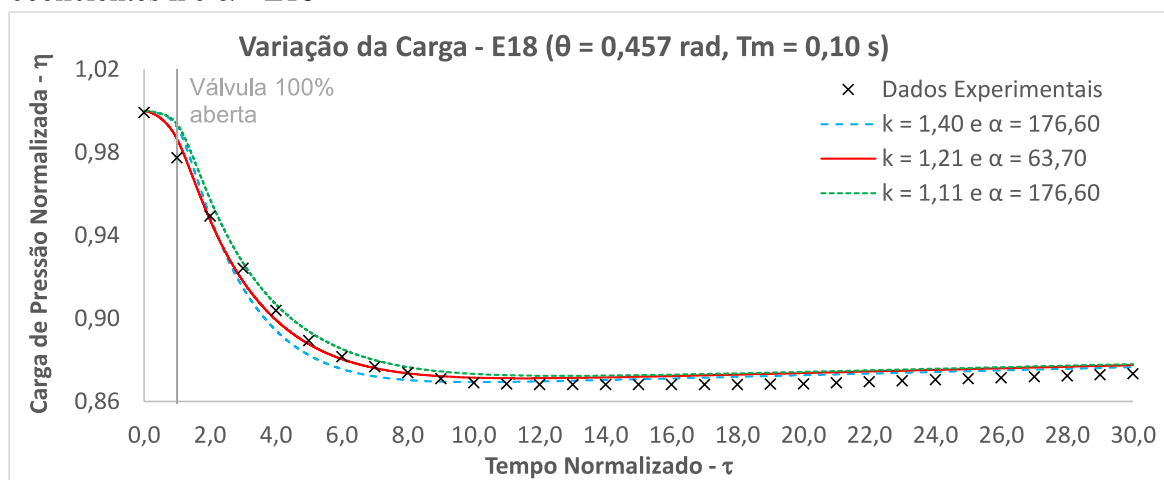
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 17 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E17

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 36,40$	0,9881	0,0346	0,0054
$k = 1,40$ e $\alpha = 46,40$	0,9873	0,0358	0,0070
$k = 1,31$ e $\alpha = 56,40$	0,9783	0,0468	0,0099

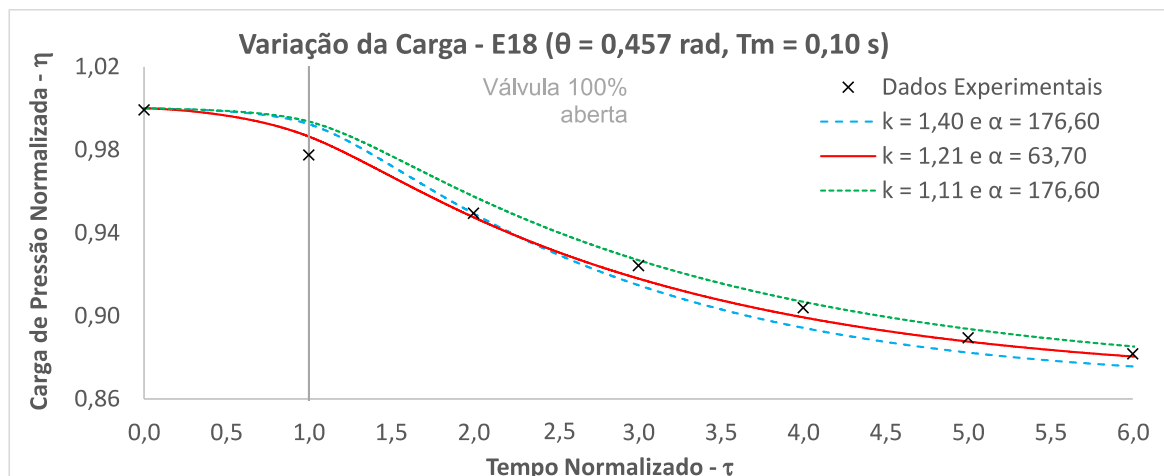
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 52 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E18



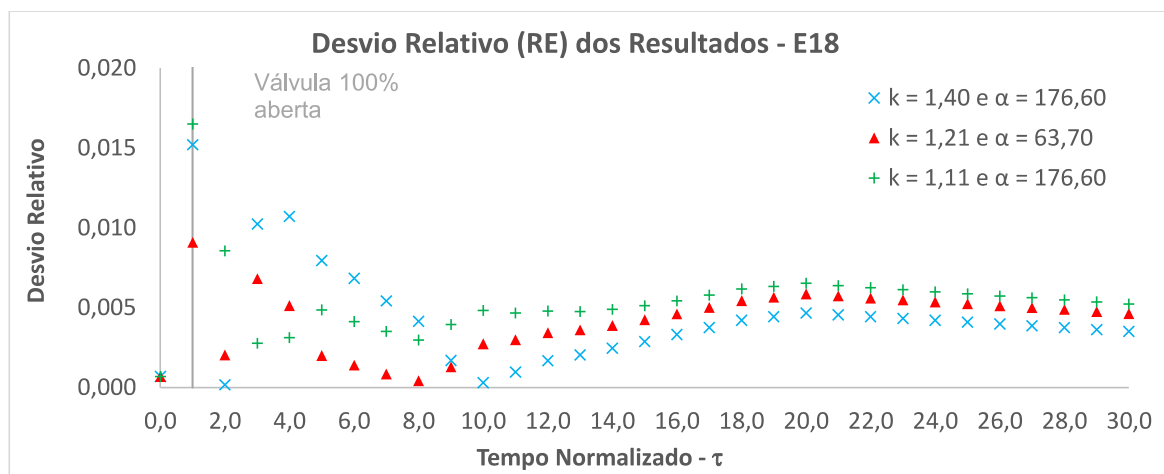
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 53 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E18



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 54 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E18



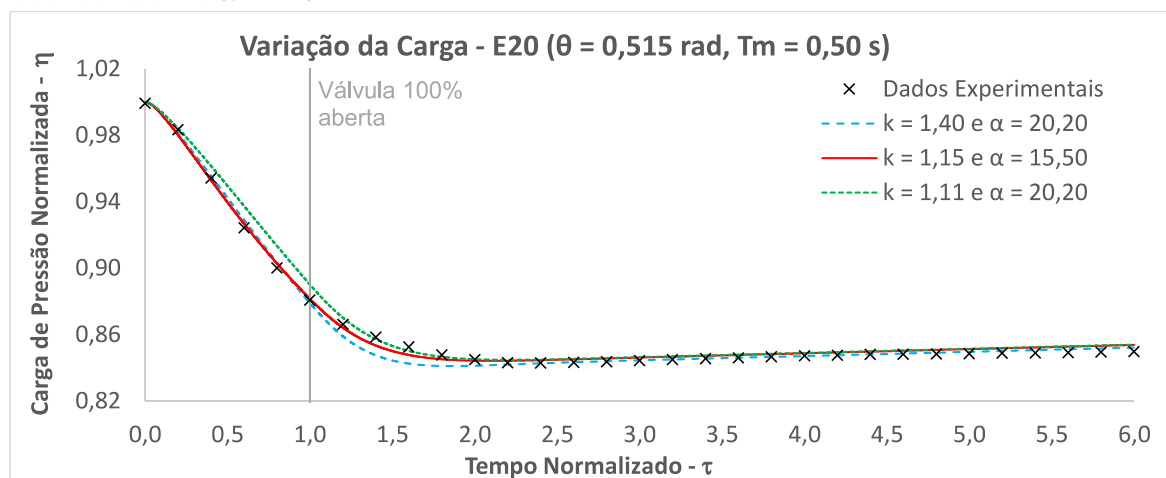
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 18 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E18

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,21$ e $\alpha = 63,70$	0,9842	0,0423	0,0091
$k = 1,40$ e $\alpha = 176,60$	0,9777	0,0503	0,0152
$k = 1,11$ e $\alpha = 176,60$	0,9726	0,0558	0,0165

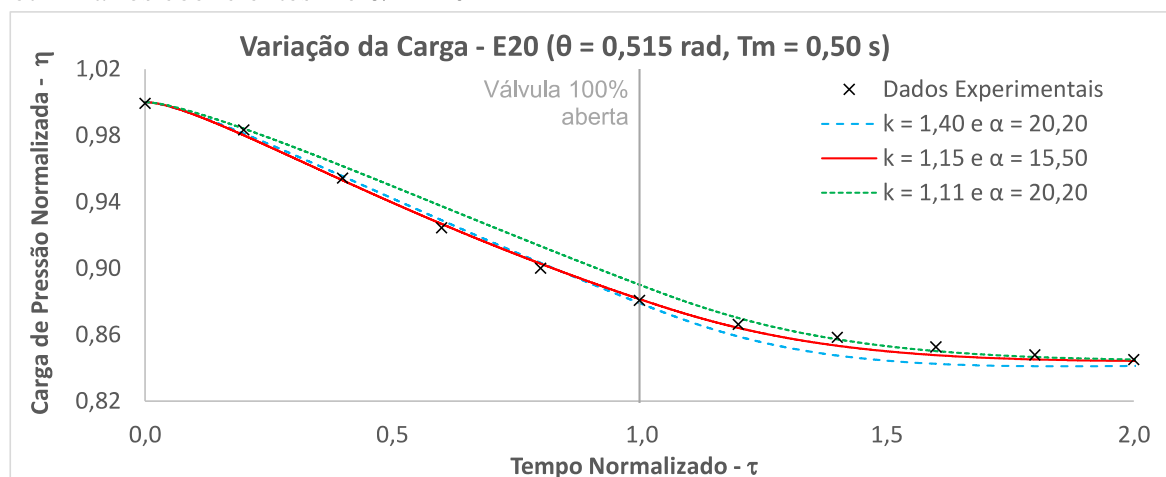
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 55 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E20



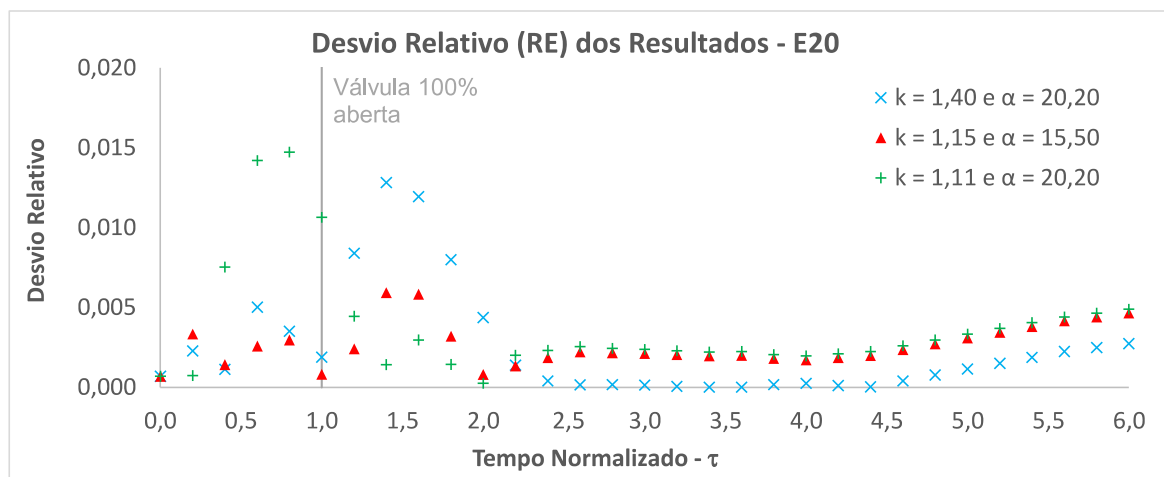
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 56 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E20



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 57 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E20



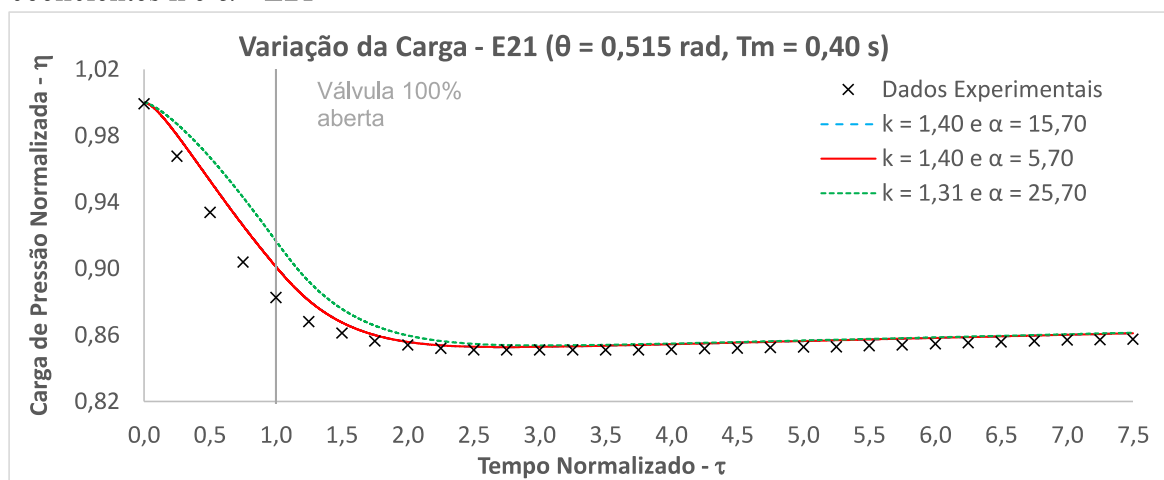
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 19 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E20

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
k = 1,15 e α = 15,50	0,9962	0,0262	0,0059
k = 1,40 e α = 20,20	0,9924	0,0371	0,0128
k = 1,11 e α = 20,20	0,9878	0,0471	0,0147

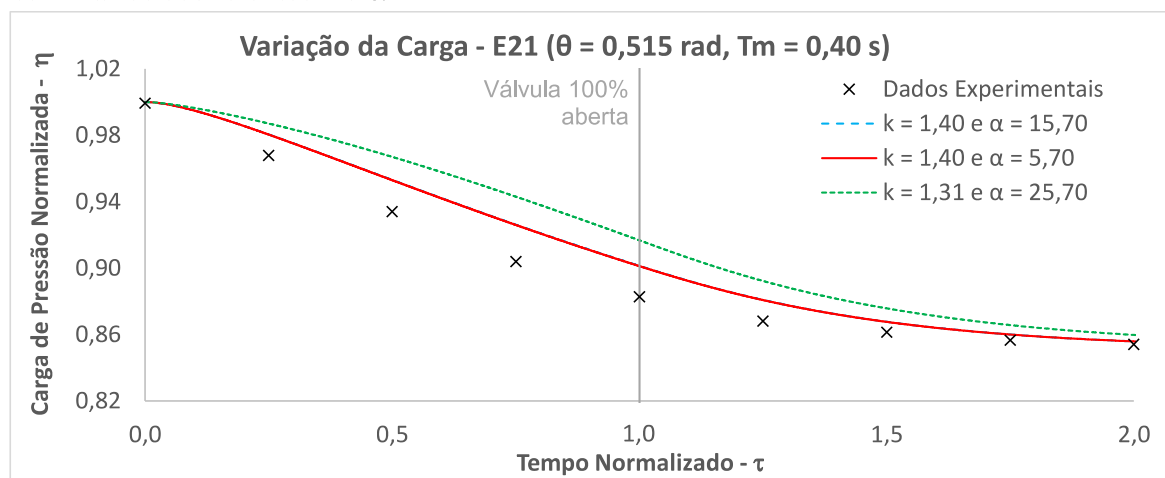
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 58 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E21



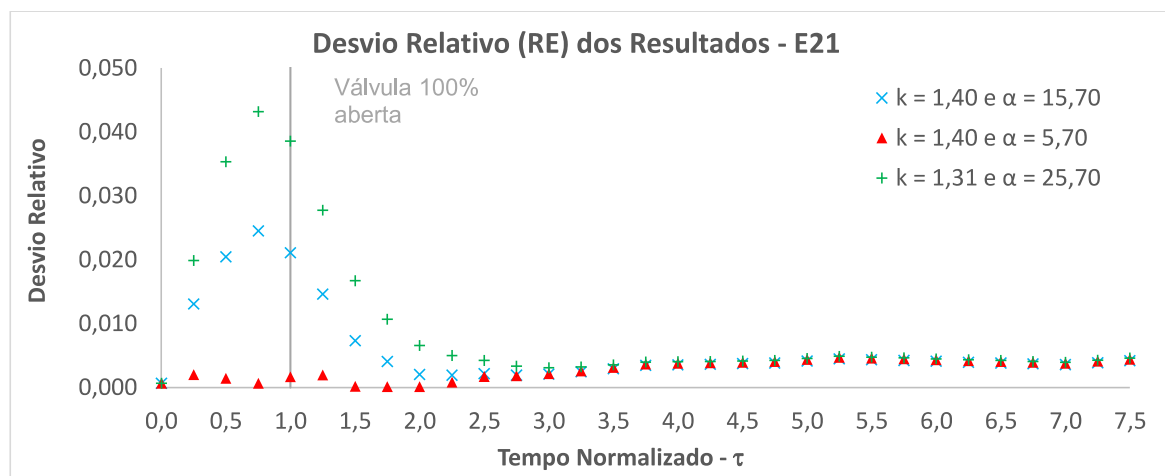
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 59 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E21



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 60 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E21



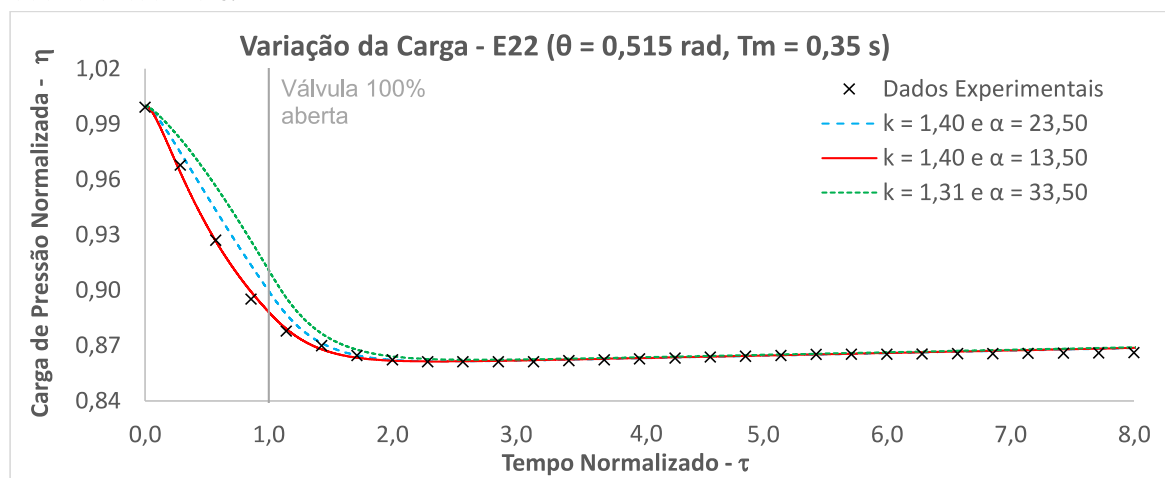
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 20 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E21

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 5,70$	0,9938	0,0285	0,0048
$k = 1,40$ e $\alpha = 15,70$	0,9532	0,0785	0,0245
$k = 1,31$ e $\alpha = 25,70$	0,8604	0,1355	0,0432

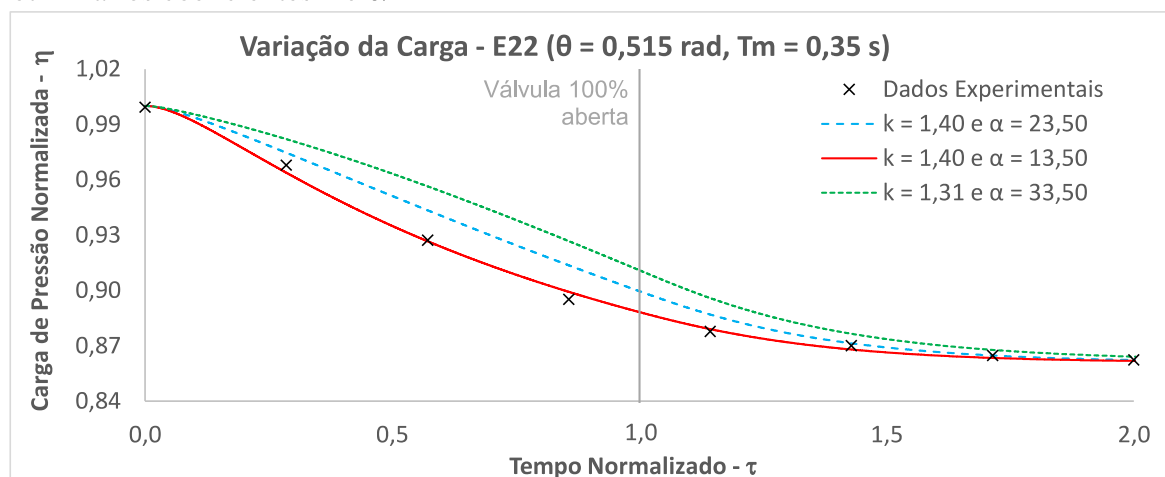
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 61 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E22



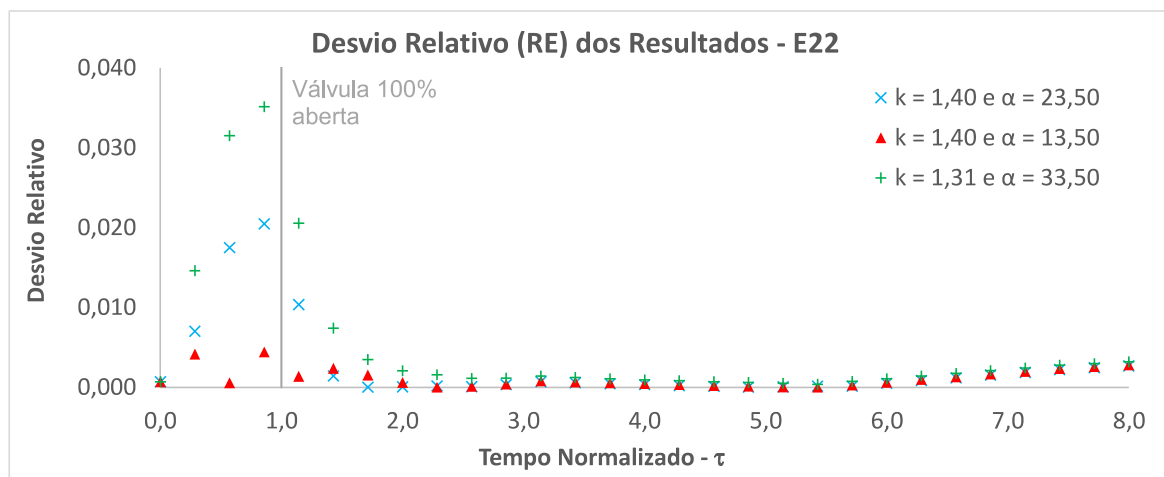
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 62 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E22



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 63 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E22



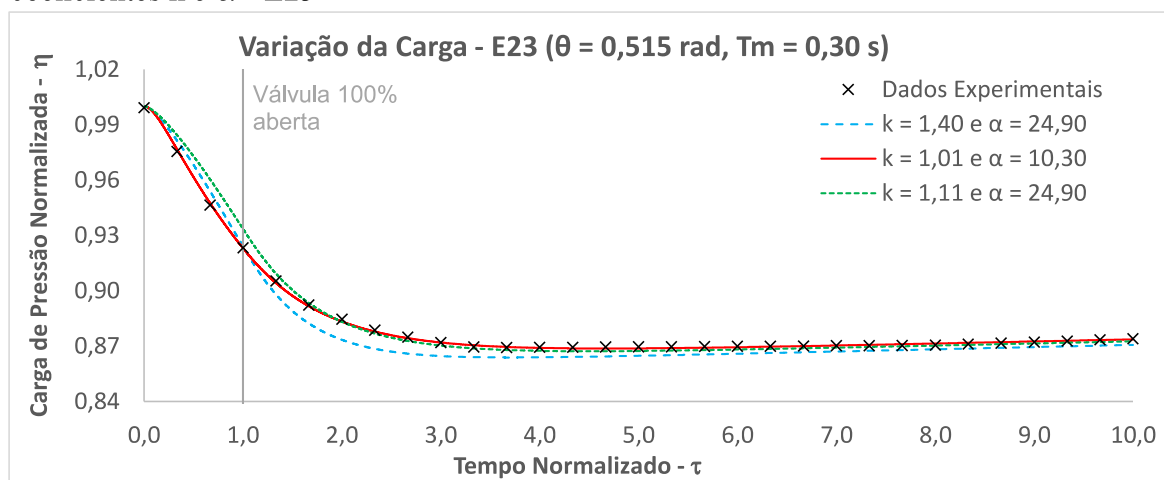
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 21 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E22

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
k = 1,40 e α = 13,50	0,9975	0,0163	0,0044
k = 1,40 e α = 23,50	0,9747	0,0513	0,0205
k = 1,31 e α = 33,50	0,9178	0,0925	0,0351

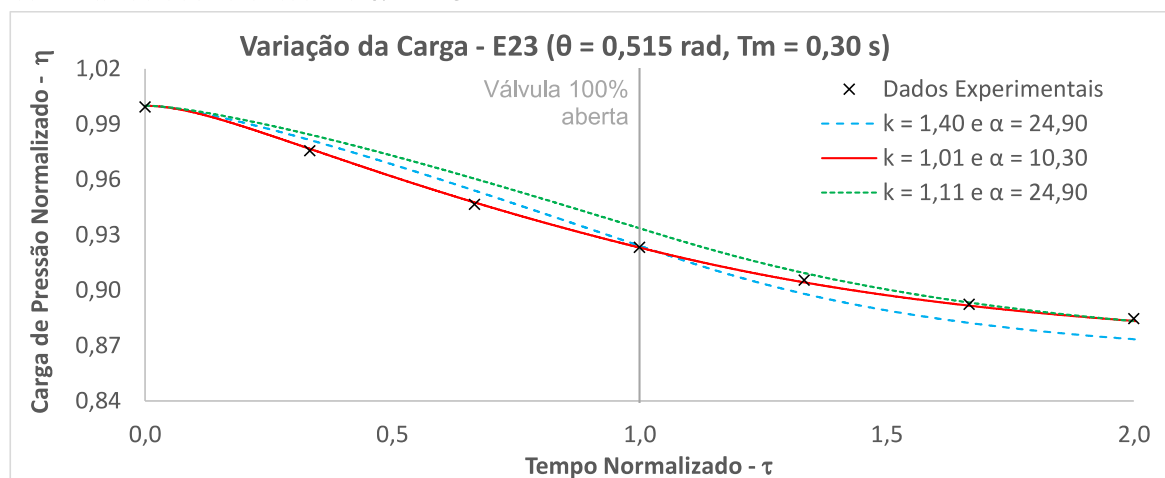
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 64 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E23



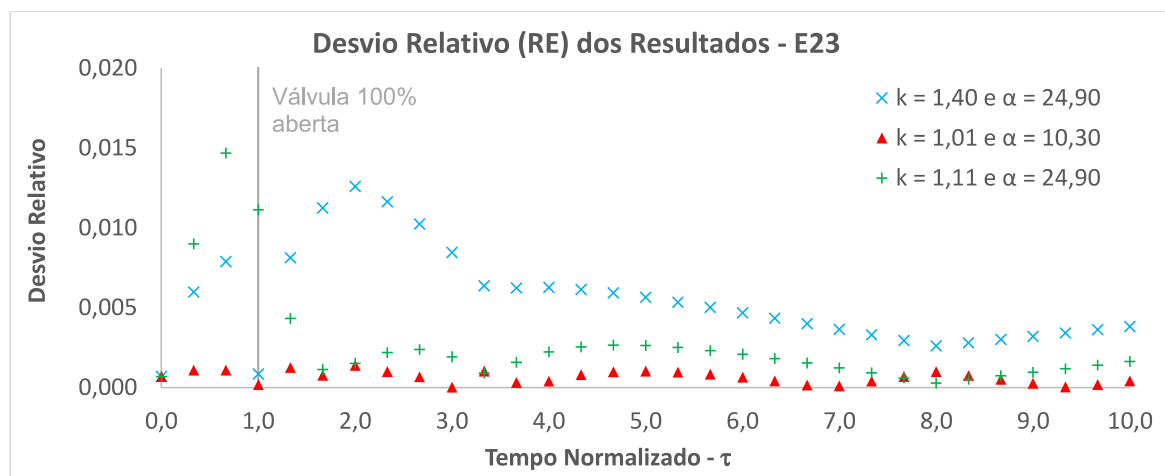
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 65 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E23



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 66 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E23



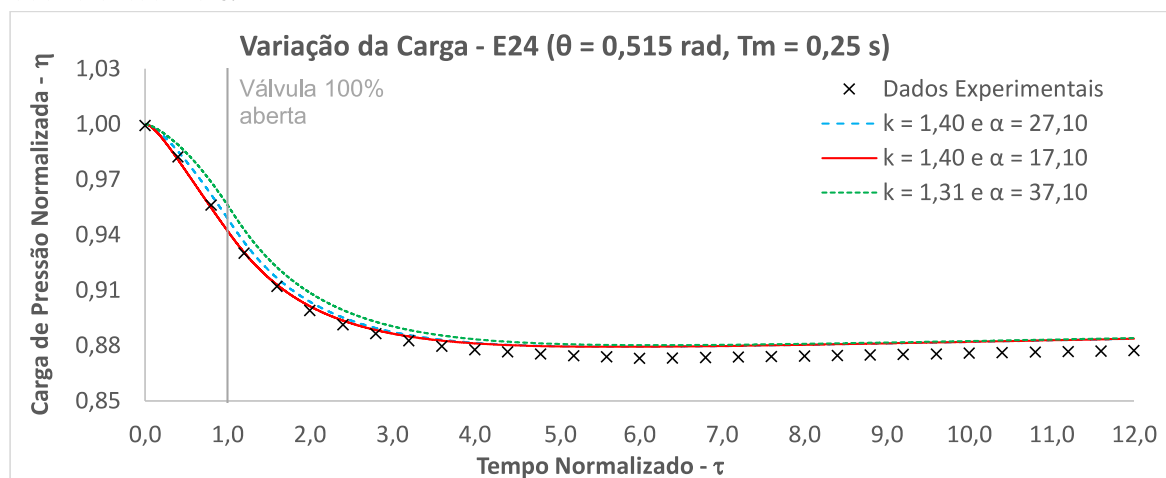
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 22 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E23

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,01$ e $\alpha = 10,30$	0,9996	0,0070	0,0014
$k = 1,40$ e $\alpha = 24,90$	0,9702	0,0570	0,0126
$k = 1,11$ e $\alpha = 24,90$	0,9857	0,0395	0,0147

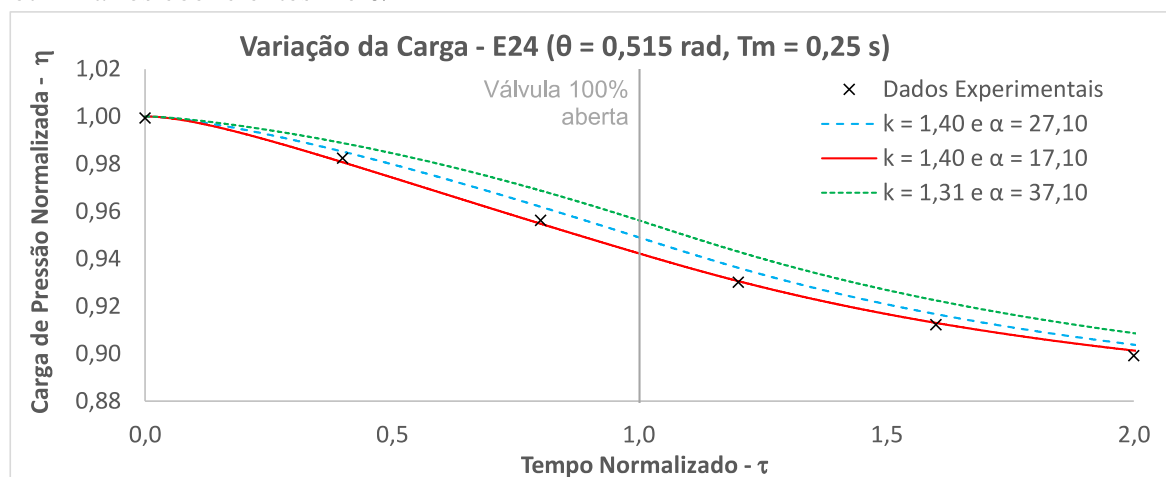
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 67 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E24

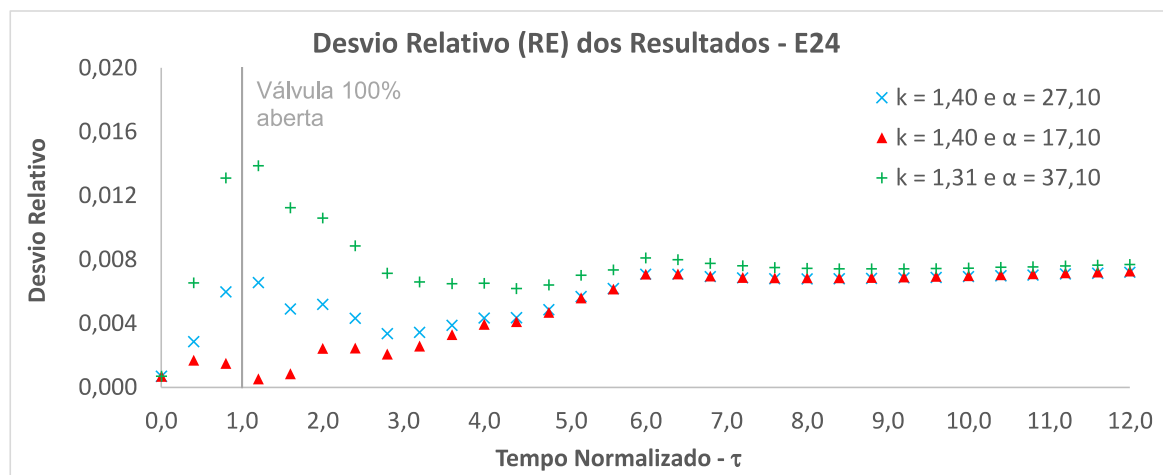


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 68 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E24



Fonte: Elaborado pelo autor.

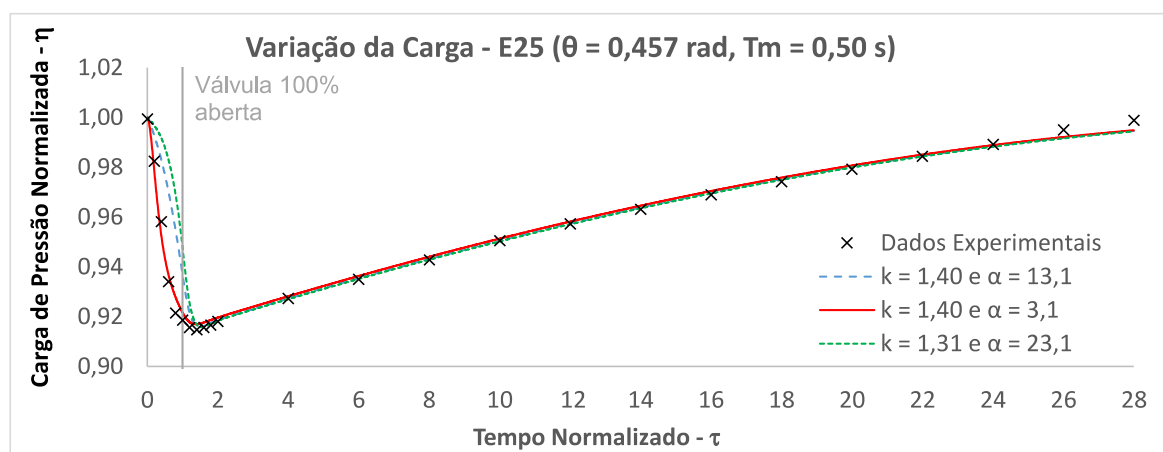
Gráfico B 69 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E24

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 23 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E24

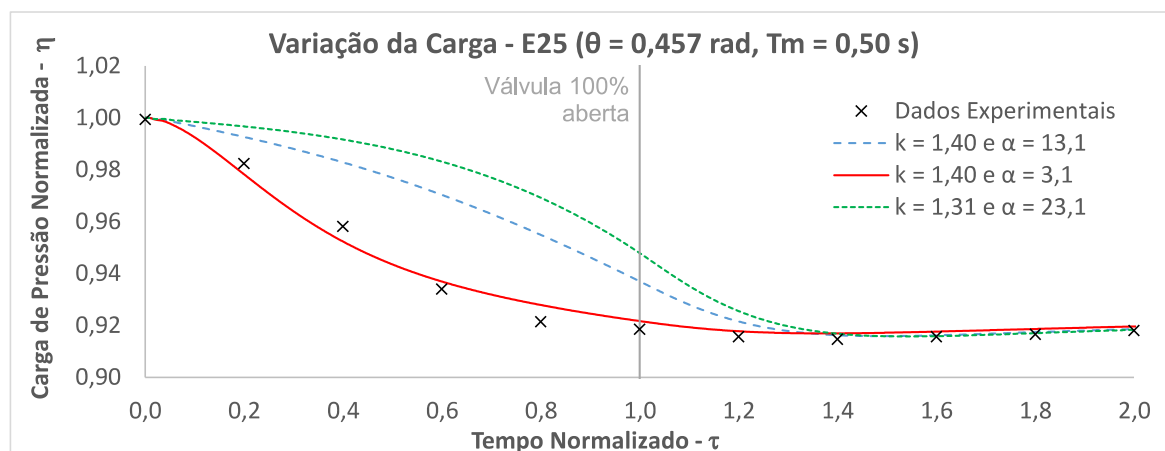
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 17,10$	0,9770	0,0502	0,0073
$k = 1,40$ e $\alpha = 27,10$	0,9729	0,0545	0,0072
$k = 1,31$ e $\alpha = 37,10$	0,9493	0,0745	0,0139

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 70 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E25

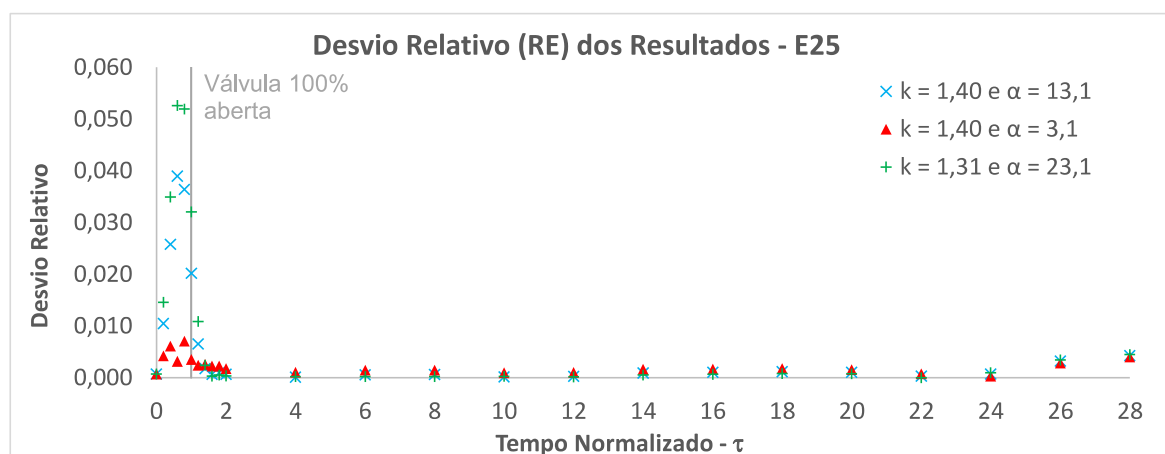
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 71 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E25



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 72 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E25



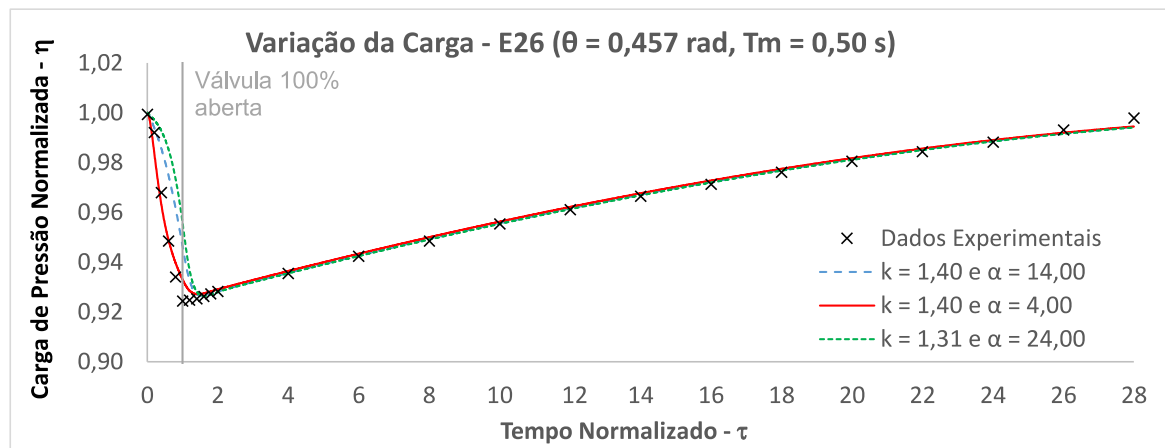
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 24 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E25

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 3,10$	0,9918	0,0279	0,0070
$k = 1,40$ e $\alpha = 13,10$	0,8311	0,1261	0,0389
$k = 1,31$ e $\alpha = 23,10$	0,6677	0,1768	0,0526

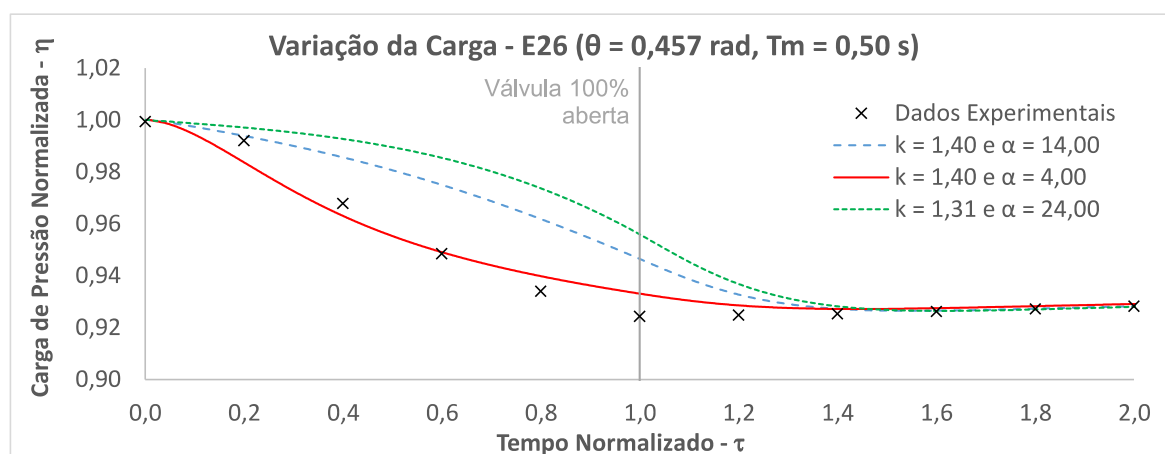
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 73 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E26

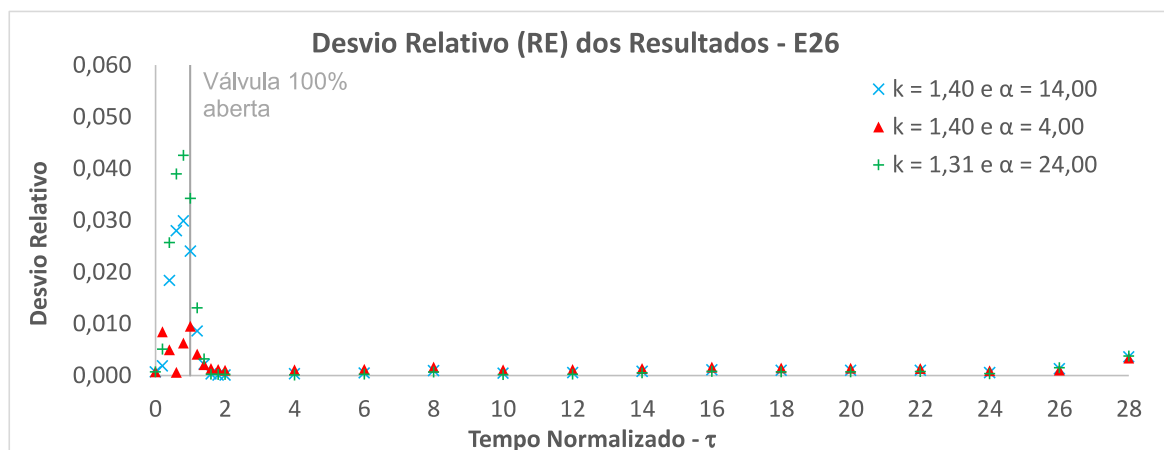


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 74 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E26



Fonte: Elaborado pelo autor.

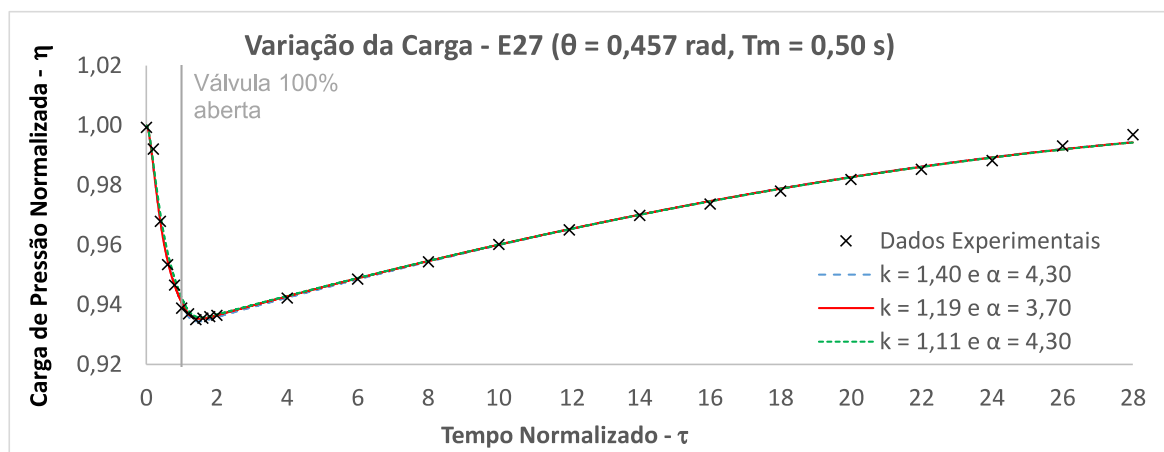
Gráfico B 75 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E26

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 25 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E26

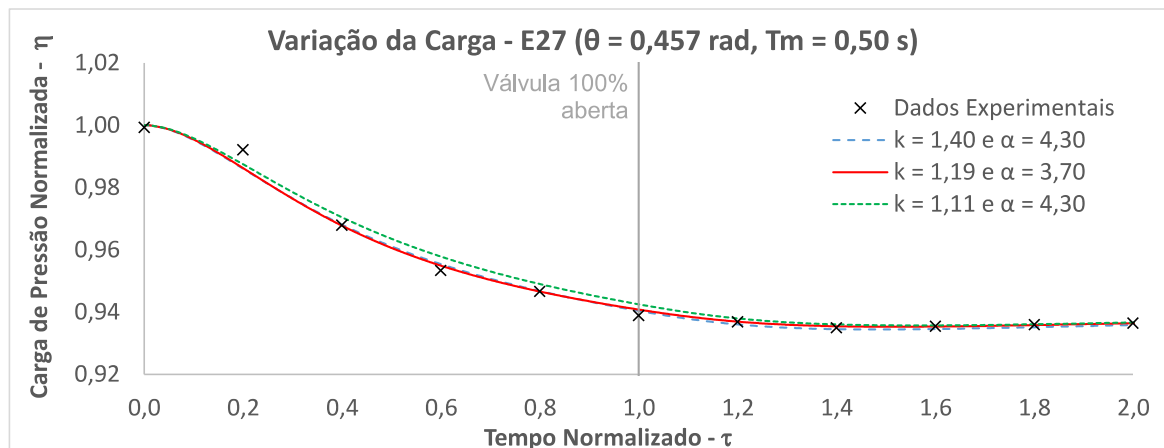
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 4,00$	0,9841	0,0338	0,0095
$k = 1,40$ e $\alpha = 14,00$	0,8526	0,1029	0,0298
$k = 1,31$ e $\alpha = 24,00$	0,7052	0,1455	0,0425

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 76 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E27

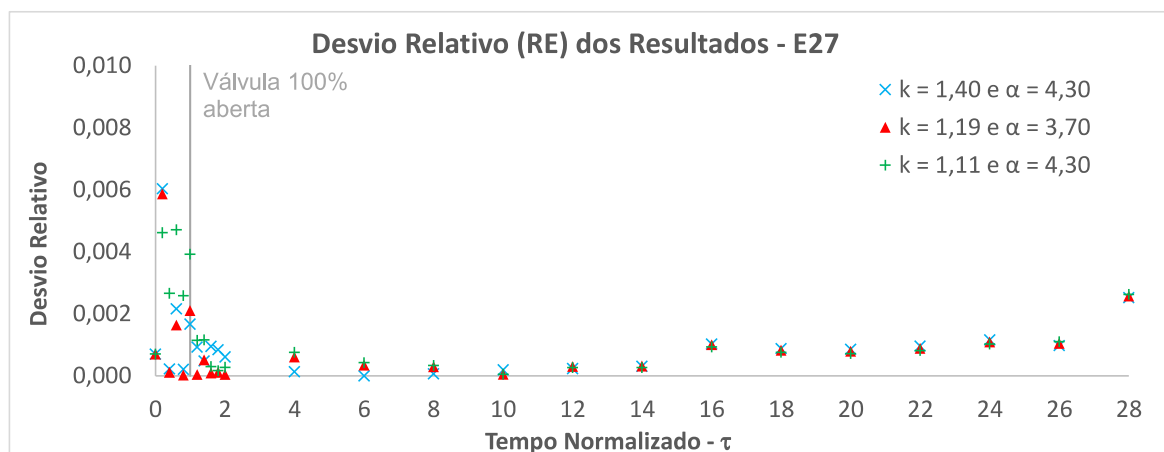
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 77 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E27



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 78 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E27



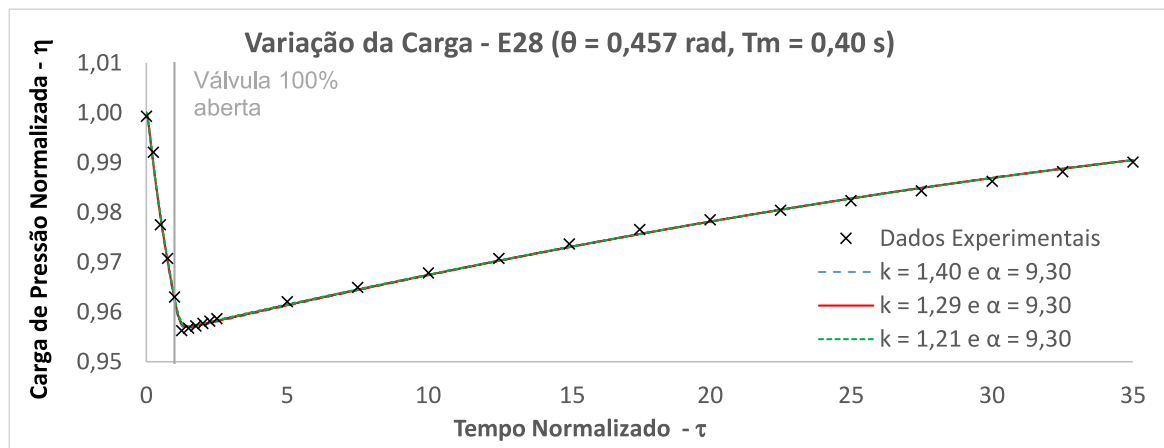
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 26 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E27

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,19$ e $\alpha = 3,70$	0,9953	0,0154	0,0059
$k = 1,40$ e $\alpha = 4,30$	0,9949	0,0160	0,0060
$k = 1,11$ e $\alpha = 4,30$	0,9928	0,0192	0,0047

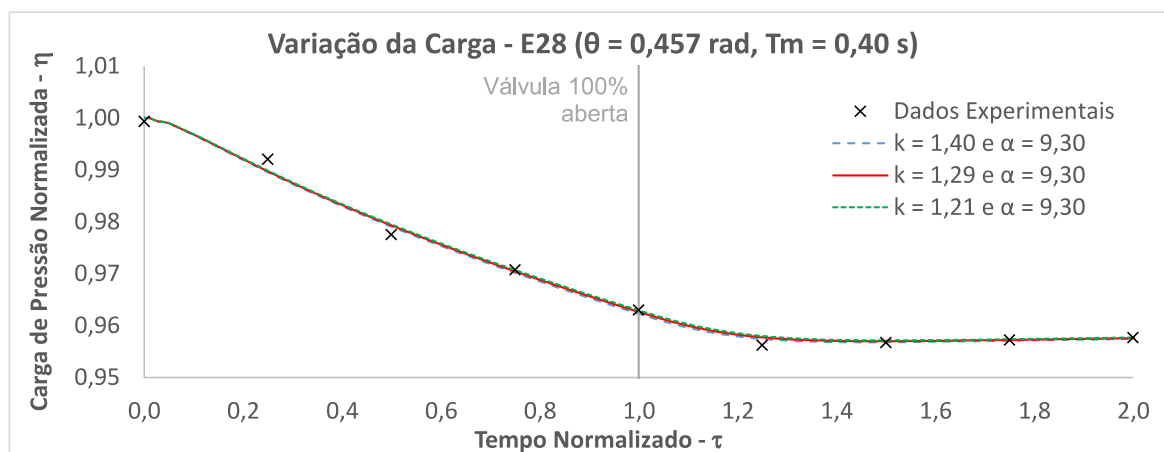
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 79 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E28



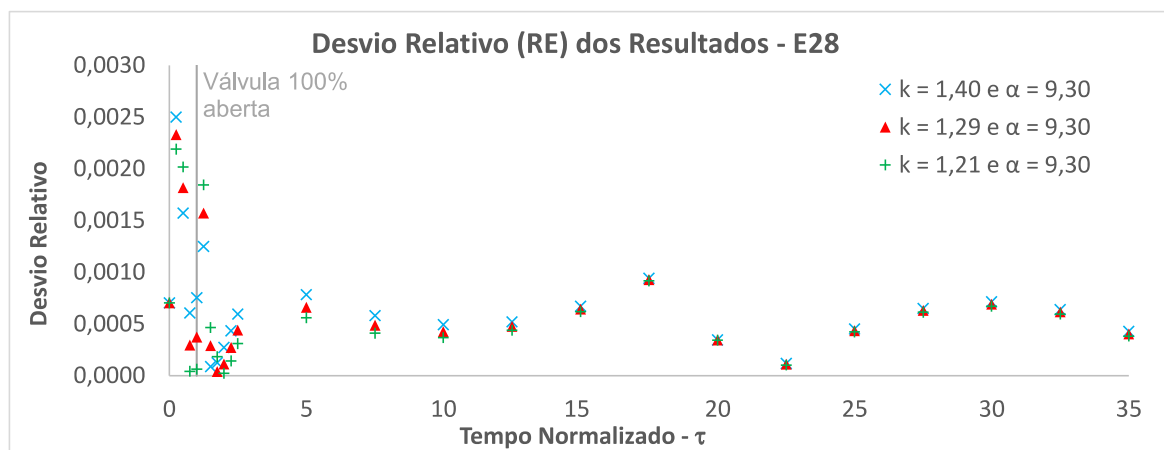
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 80 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E28



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 81 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E28



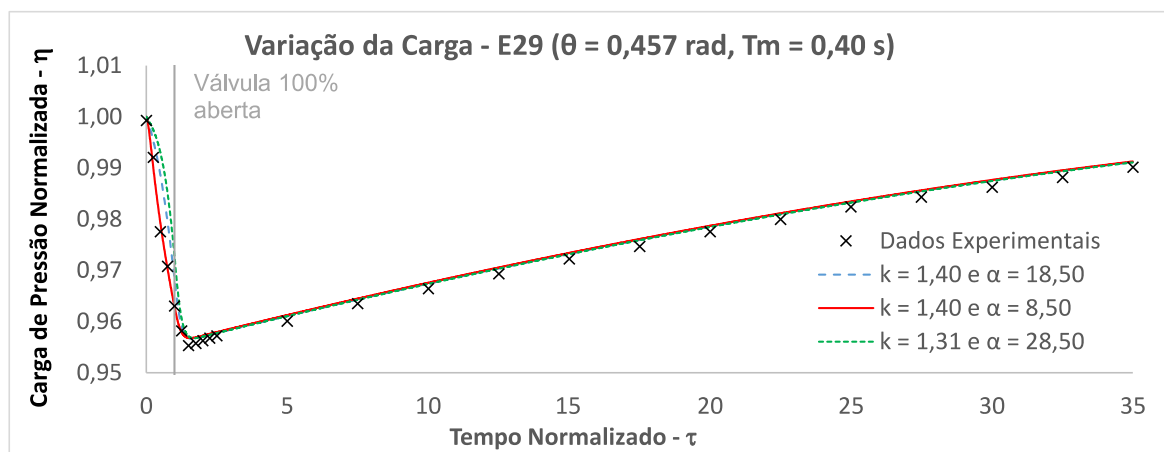
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 27 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E28

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,29$ e $\alpha = 9,30$	0,9959	0,0084	0,0023
$k = 1,40$ e $\alpha = 9,30$	0,9958	0,0085	0,0025
$k = 1,21$ e $\alpha = 9,30$	0,9958	0,0085	0,0022

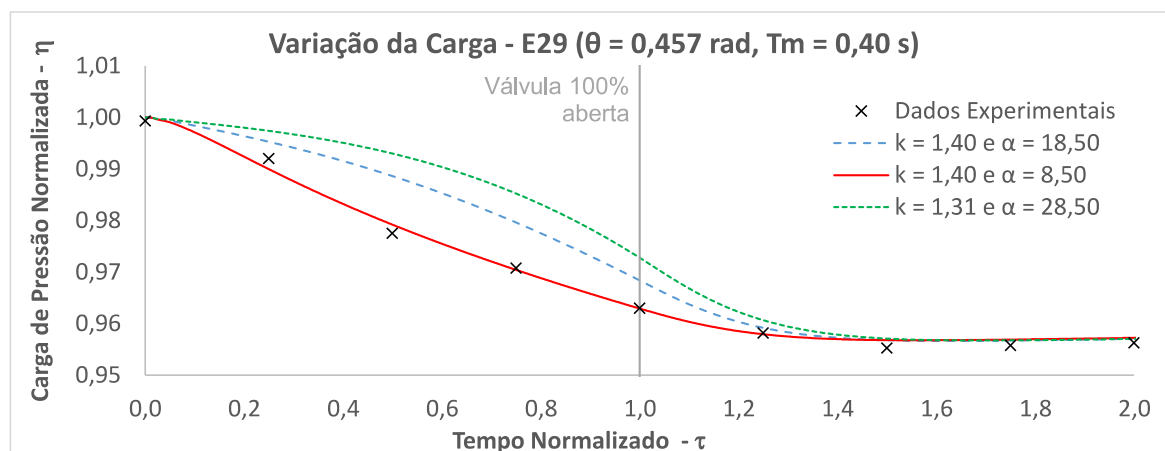
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 82 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E29



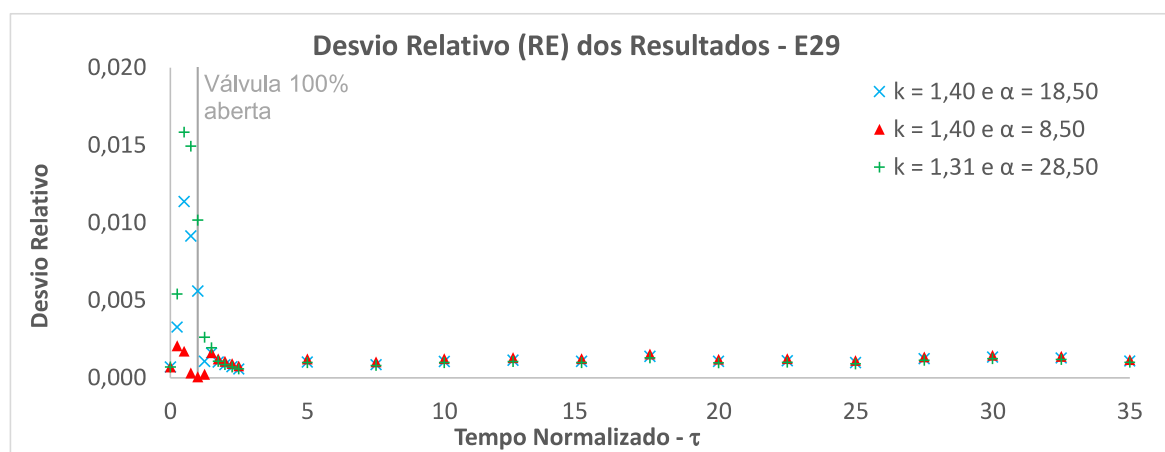
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 83 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E29



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 84 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E29



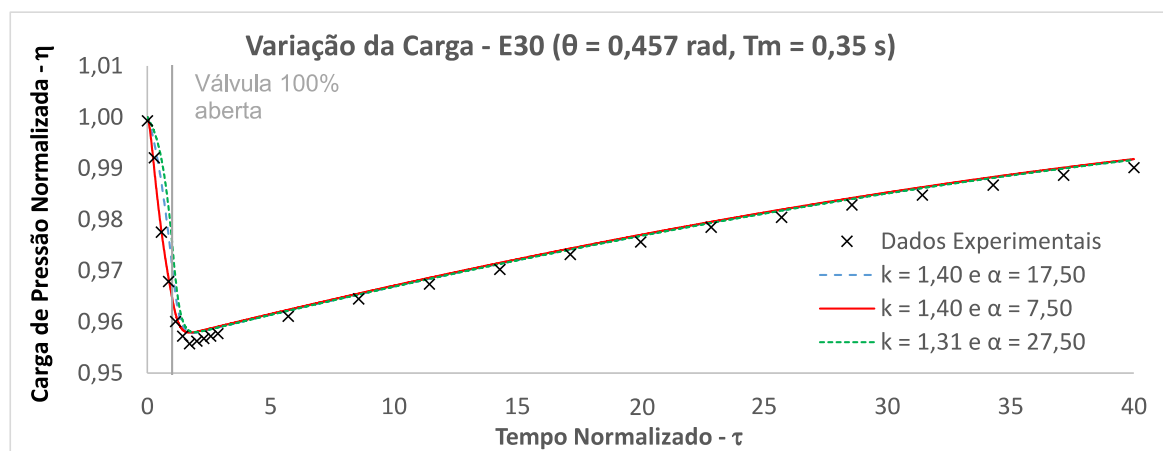
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 28 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E29

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 8,50$	0,9917	0,0123	0,0021
$k = 1,40$ e $\alpha = 18,50$	0,9356	0,0343	0,0114
$k = 1,31$ e $\alpha = 28,50$	0,8534	0,0517	0,0158

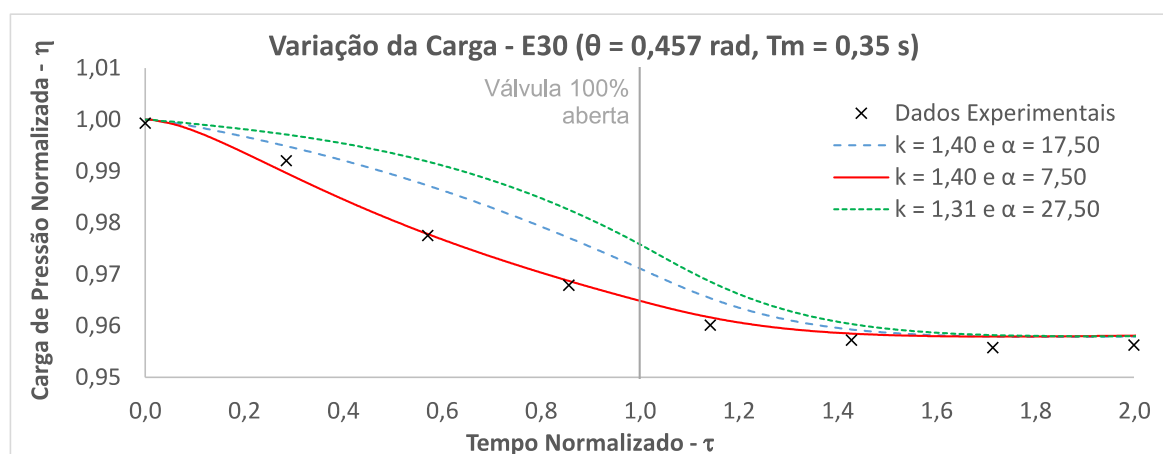
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 85 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E30

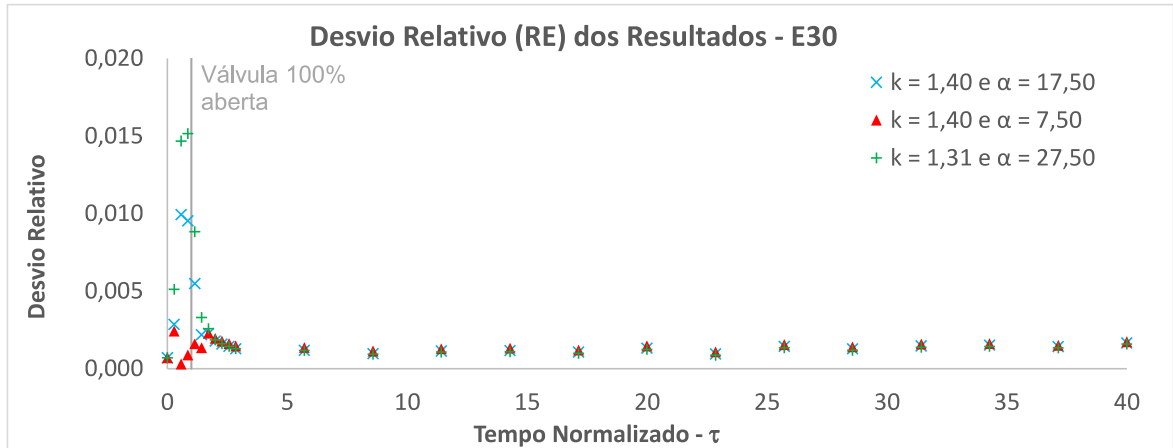


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 86 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E30



Fonte: Elaborado pelo autor.

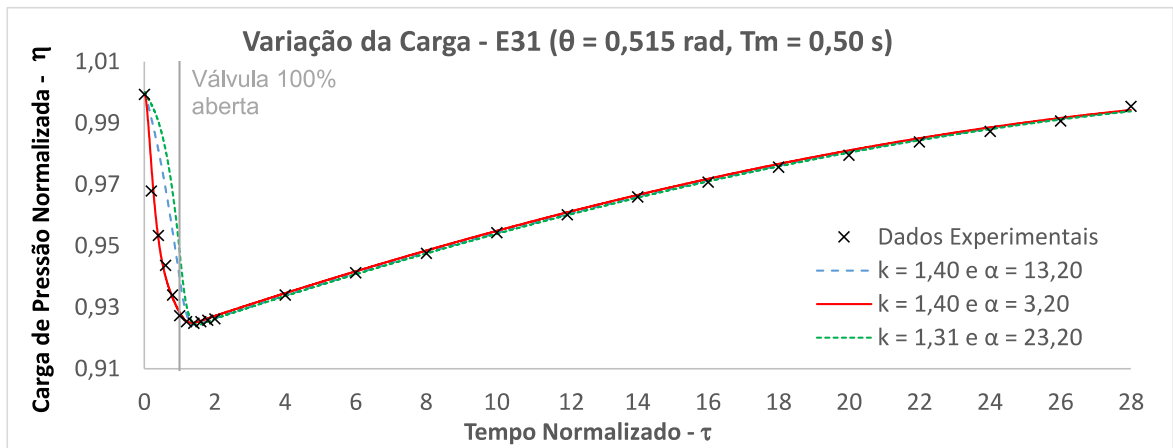
Gráfico B 87 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E30

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 29 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E30

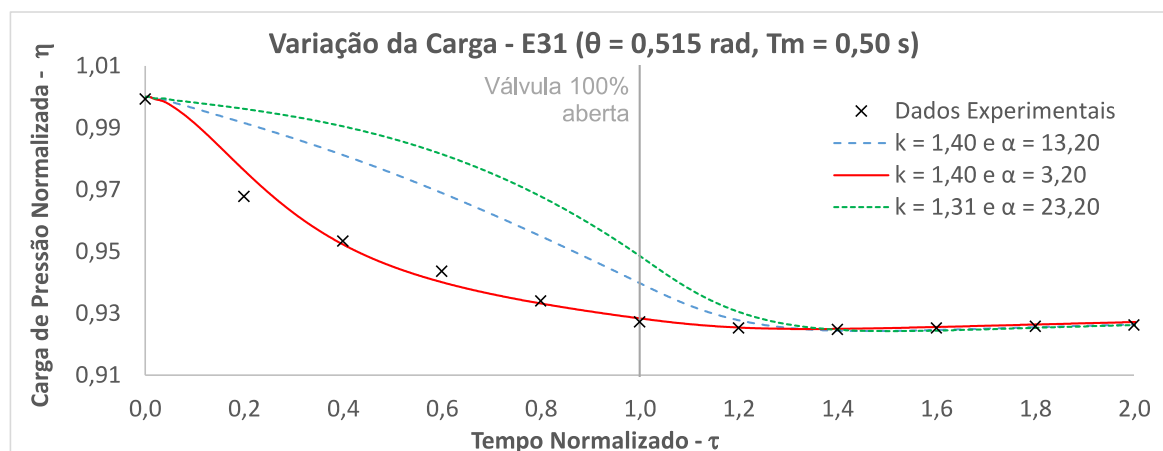
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 7,50$	0,9876	0,0151	0,0024
$k = 1,40$ e $\alpha = 17,50$	0,9388	0,0336	0,0099
$k = 1,31$ e $\alpha = 27,50$	0,8645	0,0500	0,0152

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 88 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E31

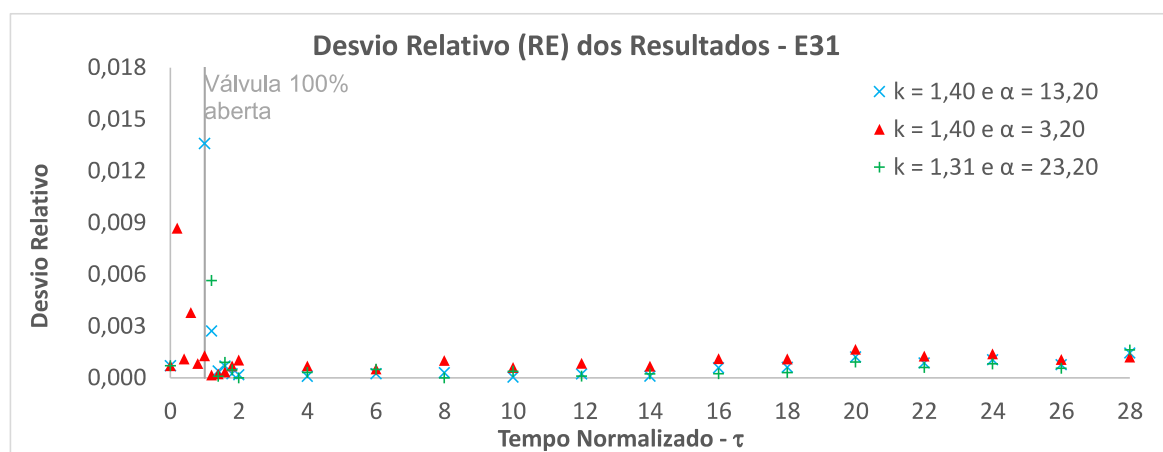
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 89 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E31



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 90 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E31



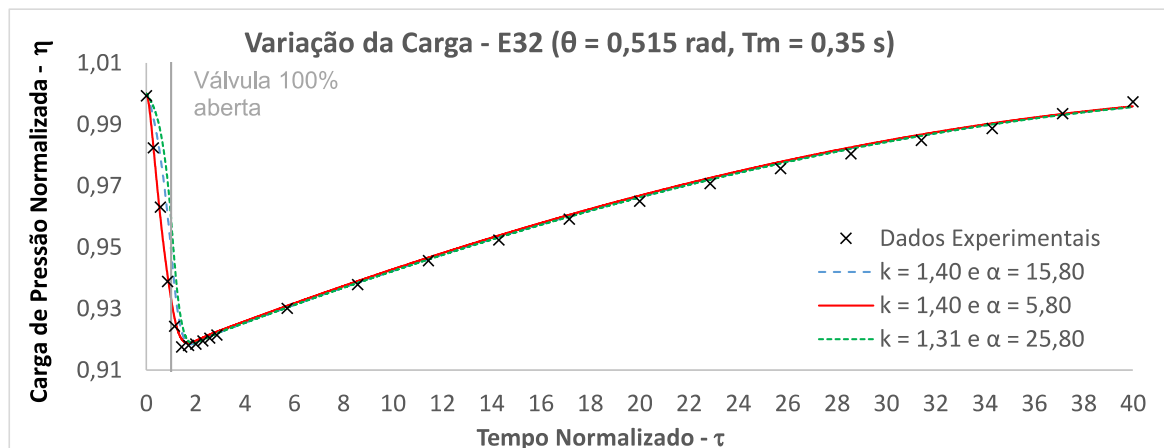
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 30 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E31

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 3,20$	0,9930	0,0213	0,0087
$k = 1,40$ e $\alpha = 13,20$	0,8237	0,1074	0,0292
$k = 1,31$ e $\alpha = 23,20$	0,6431	0,1528	0,0401

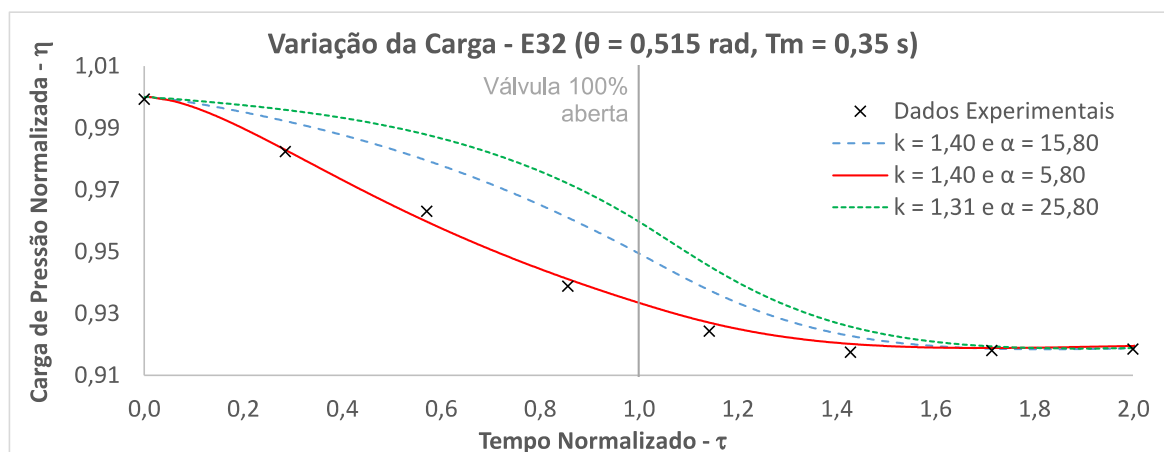
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 91 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E32

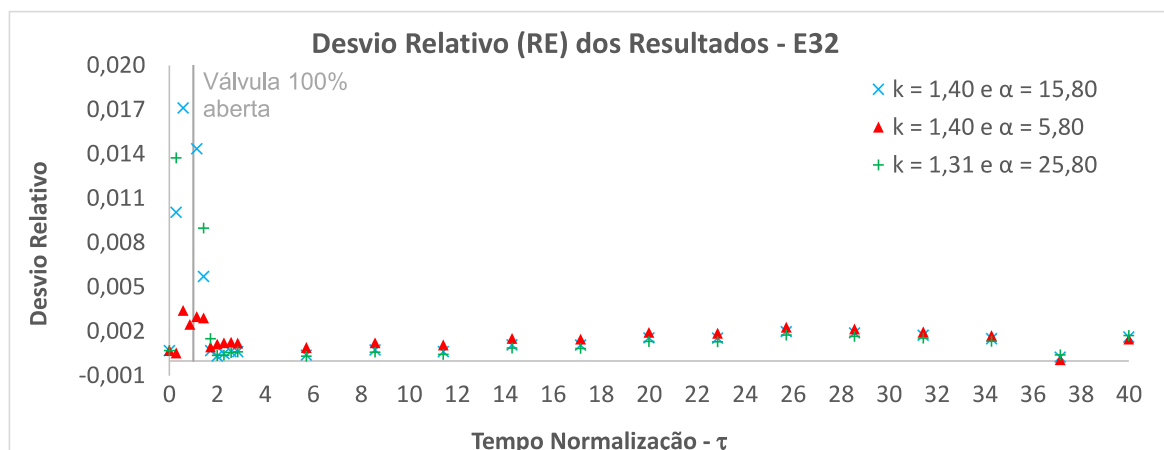


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 92 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E32



Fonte: Elaborado pelo autor.

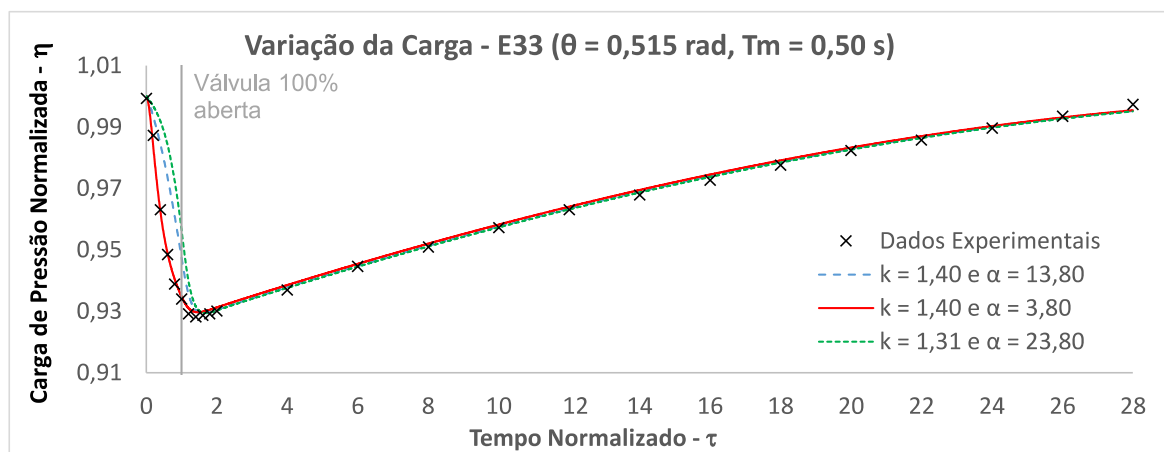
Gráfico B 93 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E32

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 31 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E32

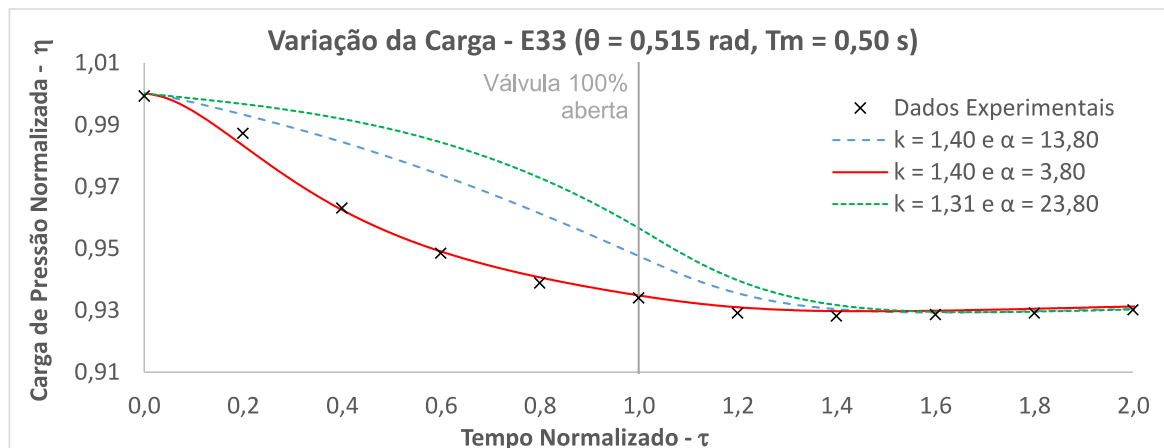
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 5,80$	0,9964	0,0176	0,0034
$k = 1,40$ e $\alpha = 15,80$	0,9439	0,0696	0,0236
$k = 1,31$ e $\alpha = 25,80$	0,8747	0,1040	0,0354

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 94 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E33

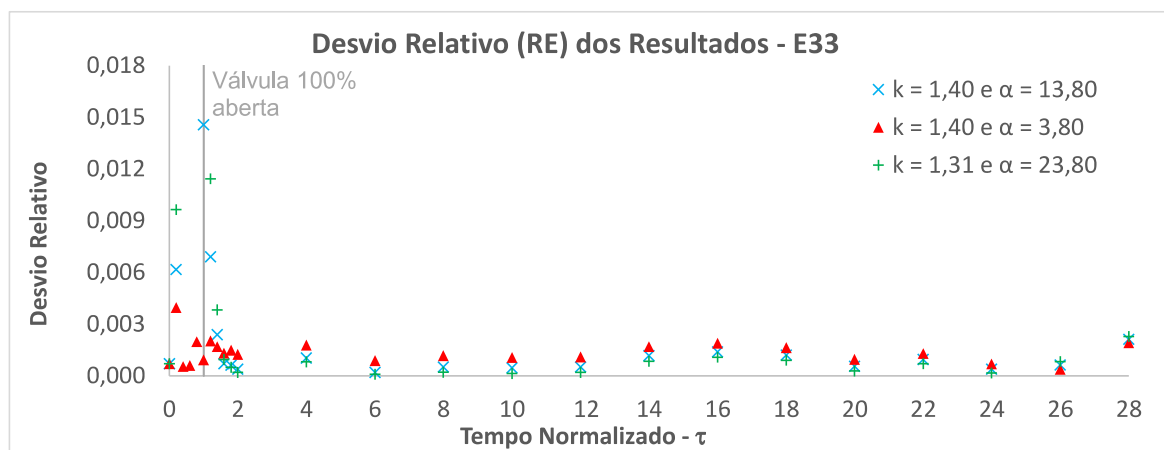
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 95 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E33



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 96 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E33



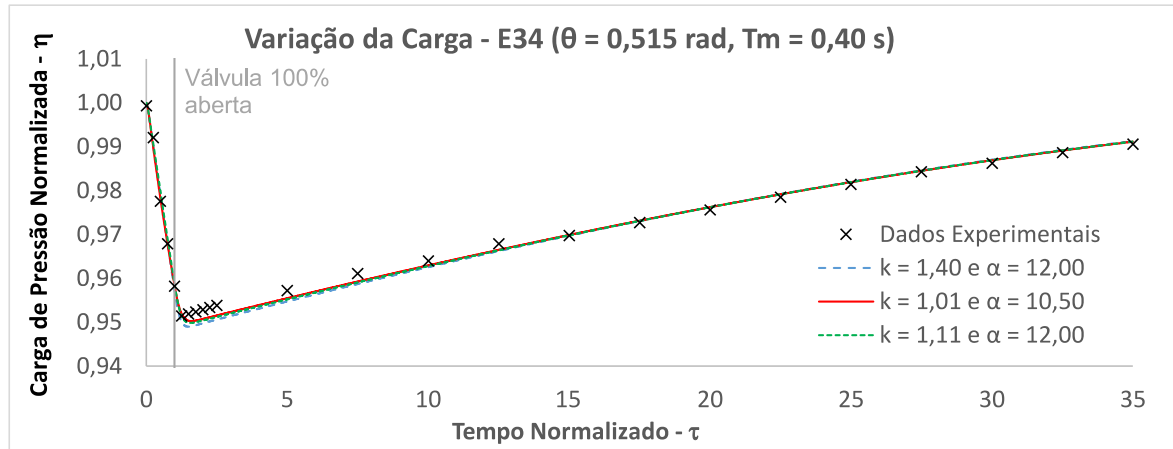
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 32 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E33

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,40$ e $\alpha = 3,80$	0,9962	0,0155	0,0040
$k = 1,40$ e $\alpha = 13,80$	0,8680	0,0917	0,0267
$k = 1,31$ e $\alpha = 23,80$	0,7191	0,1337	0,0378

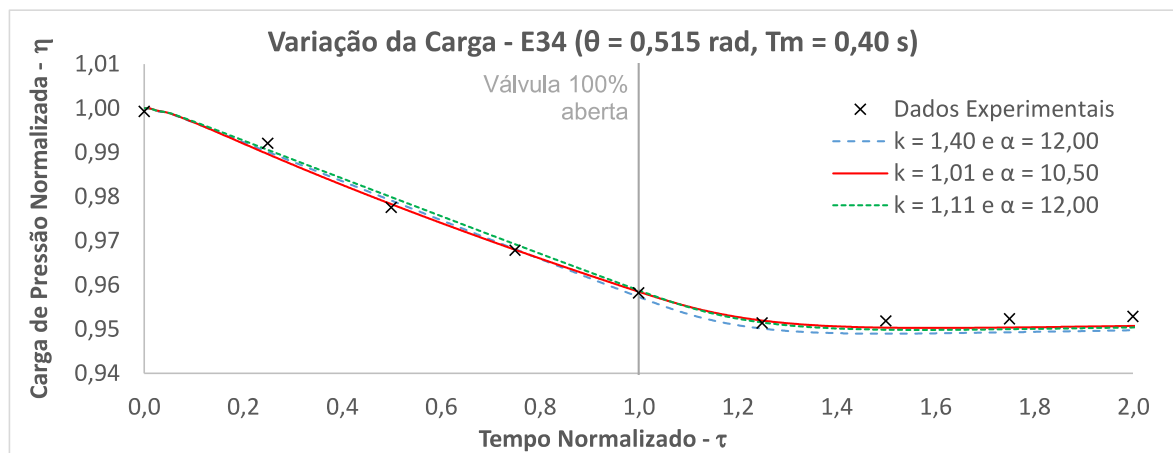
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 97 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E34

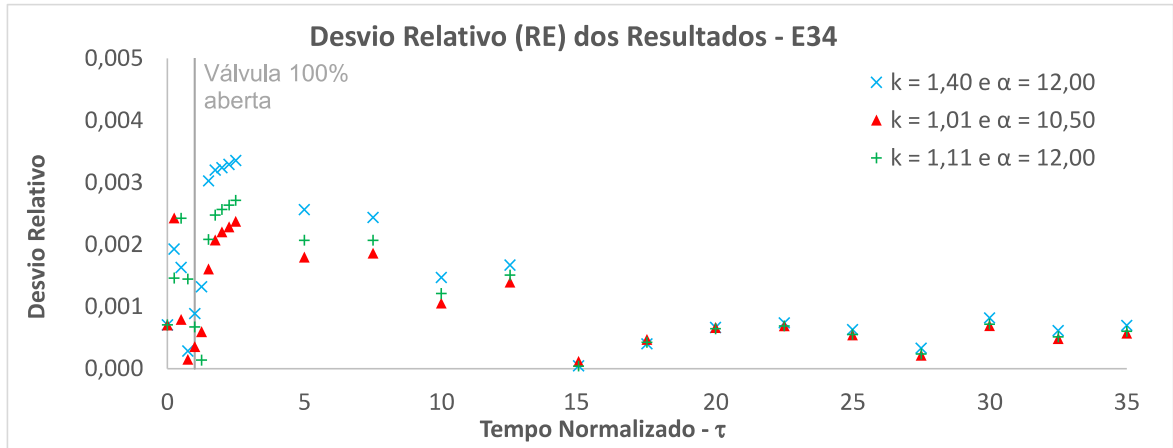


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 98 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E34



Fonte: Elaborado pelo autor.

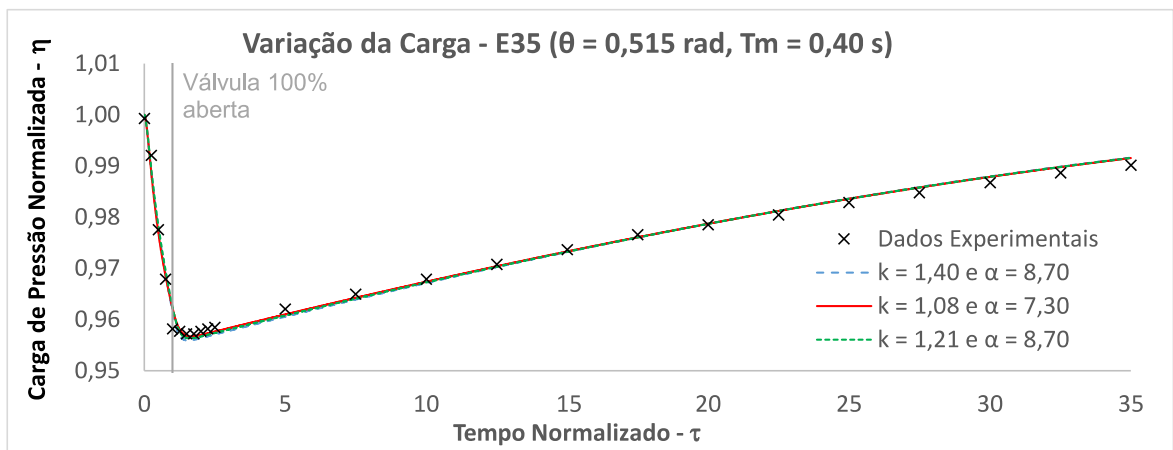
Gráfico B 99 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E34

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 33 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E34

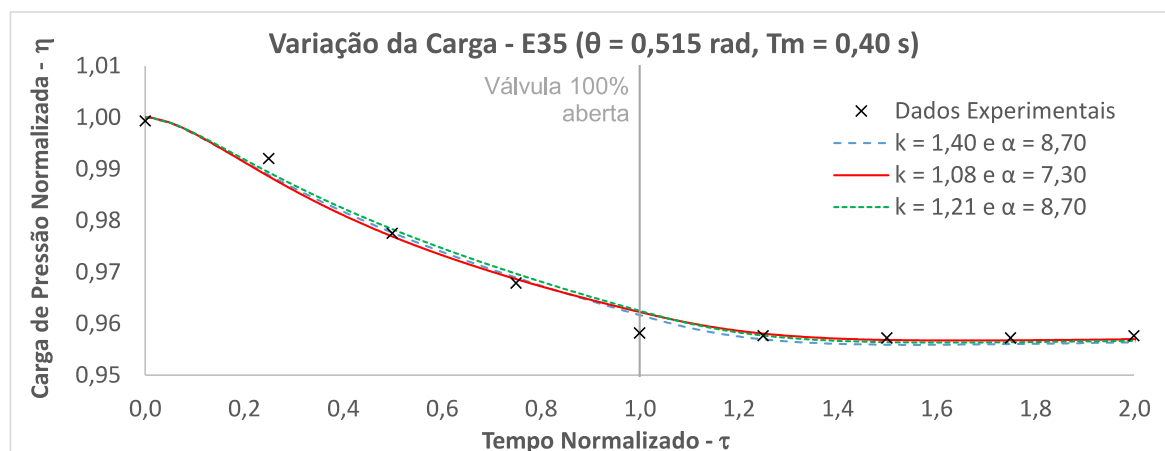
Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,01$ e $\alpha = 10,50$	0,9923	0,0132	0,0024
$k = 1,40$ e $\alpha = 12,00$	0,9853	0,0183	0,0034
$k = 1,11$ e $\alpha = 12,00$	0,9897	0,0153	0,0027

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 100 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E35

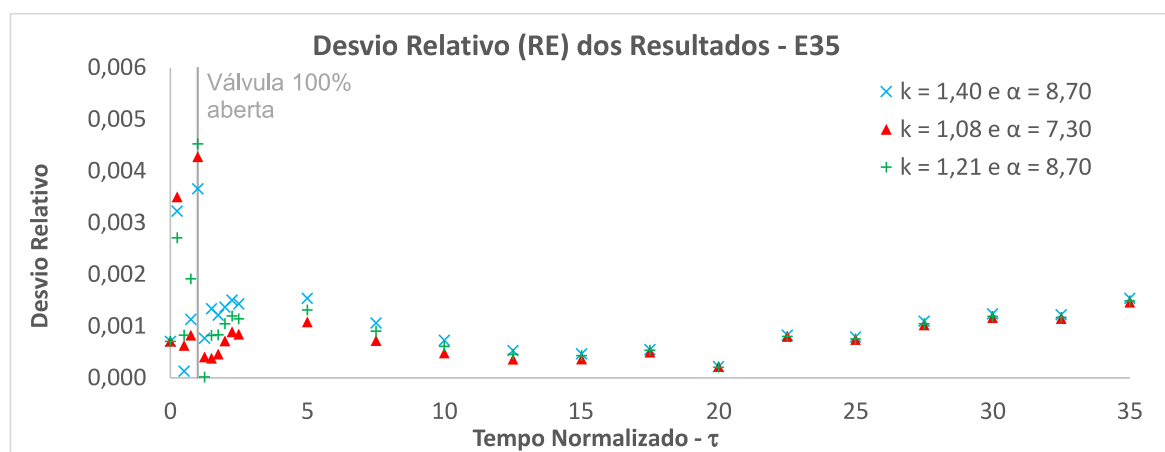
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 101 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E35



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 102 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E35



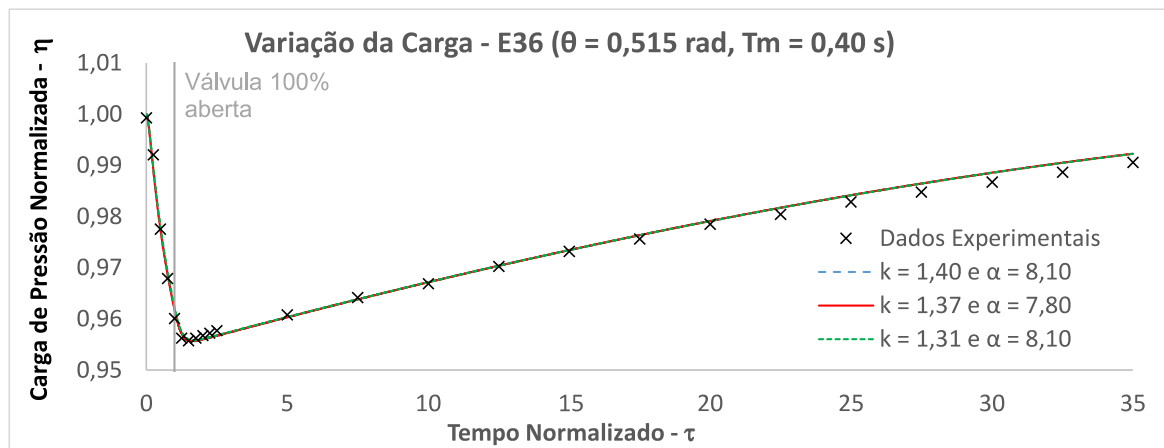
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 34 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E35

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,08$ e $\alpha = 7,30$	0,9895	0,0136	0,0043
$k = 1,40$ e $\alpha = 8,70$	0,9886	0,0142	0,0037
$k = 1,21$ e $\alpha = 8,70$	0,9885	0,0143	0,0045

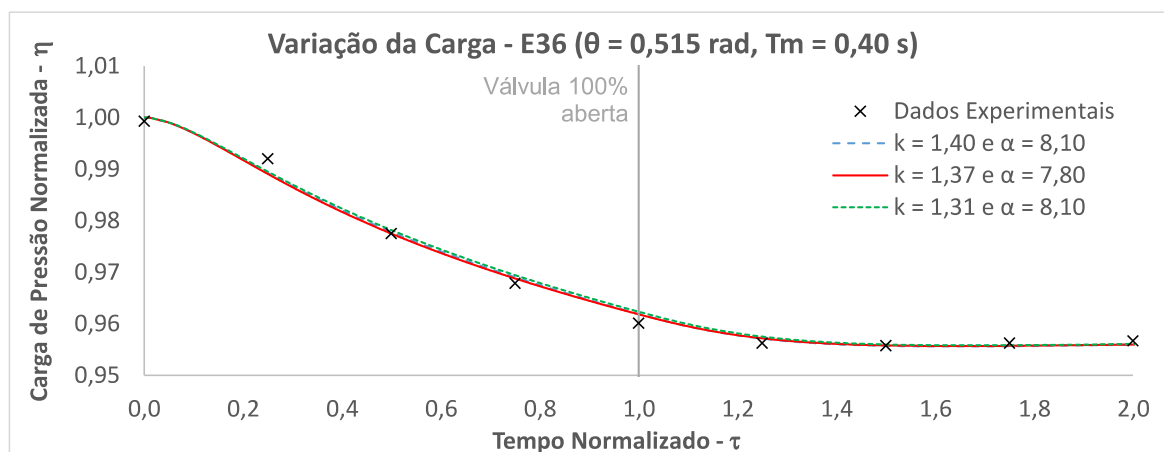
Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 103 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ao otimizar os coeficientes k e α - E36

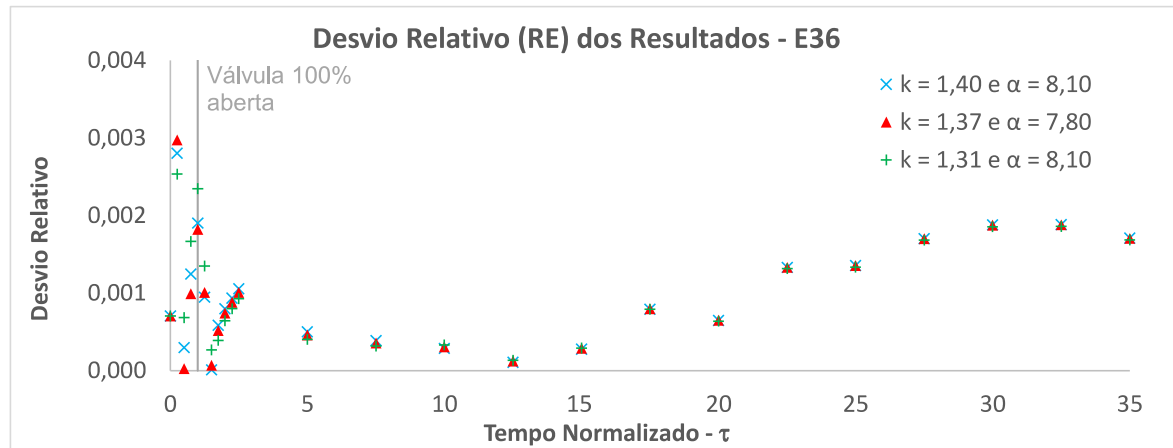


Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 104 – Variação da carga de pressão absoluta no bolsão de ar ($0 < \tau < 2,0$) ao otimizar os coeficientes k e α - E36



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico B 105 – Desvio relativo ao otimizar os coeficientes k e α - E36.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B 35 – Indicadores dos resultados ao otimizar os coeficientes k e α - E36

Cenário Modelado	NSE	RMSE	RE - Máximo
$k = 1,37$ e $\alpha = 7,80$	0,9919	0,0123	0,0030
$k = 1,40$ e $\alpha = 8,10$	0,9919	0,0123	0,0028
$k = 1,31$ e $\alpha = 8,10$	0,9915	0,0126	0,0025

Fonte: Elaborado pelo autor