



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA

RODOLFO SENA DA PENHA

**ANÁLISE DE ERROS EM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

FORTALEZA

2023

RODOLFO SENA DA PENHA

ANÁLISE DE ERROS EM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial a obtenção do título de doutor em Educação. Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Maria José Costa dos Santos.

Coorientador: Prof. Dr. Jorge Herbert Soares de Lira.

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P457a Penha, Rodolfo Sena da.

Análise de erros em matemática na perspectiva do professor que ensina matemática nos anos finais do Ensino Fundamental / Rodolfo Sena da Penha. – 2023.
139 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2023.

Orientação: Prof. Dr. Maria José Costa dos Santos.

Coorientação: Prof. Dr. Jorge Herbert Soares de Lira.

1. erro. 2. aprendizagem matemática. 3. desenvolvimento educacional. 4. práticas pedagógicas. 5. ensino de matemática. I. Título.

CDD 370

RODOLFO SENA DA PENHA

ANÁLISE DE ERROS EM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Educação. Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Maria José Costa dos Santos.

Coorientador: Prof. Dr. Jorge Herbert Soares de Lira.

Aprovado em: 08/12/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dra. Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr Daniel Brandão Menezes
Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Francisco Herbert Lima Vasconcelos
Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Cleidivan Alves dos Santos
Universidade Federal do Delta do Parnaíba - UFDPAr

A Deus.

A minha esposa Sara.

A meus filhos Guilherme e Murilo.

A meus pais Moraes, Zildene.

A minha irmã Samara.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me guiar com sabedoria e paciência ao longo desta jornada acadêmica, iluminando cada passo e proporcionando a força necessária para superar os desafios.

À minha amada esposa Sara, cujo amor, apoio e compreensão foram essenciais em cada momento, nos desafios e nas conquistas.

Aos meus filhos, Guilherme (08 anos) e Murilo (02 anos), que trazem alegria e sua curiosidade revitaliza o meu espírito. Em cada riso e pergunta deles encontro um novo motivo para perseguir o conhecimento e a excelência, não só para mim, mas para construir um mundo onde eles possam florescer.

Aos meus pais Moraes e Zildene, cuja força, amor e valores me moldaram desde à infância. Cada lição aprendida com eles e o apoio incondicional foram o alicerce sobre o qual construí minha vida e carreira acadêmica.

À minha irmã Samara, sempre um exemplo de perseverança e paixão pelos estudos, a primeira doutora da família. Sua jornada pessoal é uma fonte constante de inspiração e me lembra a importância de sempre buscar o conhecimento.

Uma menção mais que especial à Professora Dra. Maria José Costa dos Santos, minha orientadora, cuja sabedoria, paciência e orientação meticulosa foram cruciais em cada etapa deste trabalho. Sua expertise e dedicação não apenas enriqueceram esta tese, mas também moldaram significativamente meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Minha gratidão ao meu coorientador, Prof. Dr. Jorge Lira, por sua orientação sábia e apoio inestimável ao longo deste processo. Sua expertise foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também a todos os professores do programa, cujas aulas e orientações enriqueceram meu conhecimento e moldaram minha abordagem acadêmica. Cada um de vocês desempenhou um papel vital em minha jornada educacional e profissional.

Um agradecimento especial à Secretaria Municipal de Educação (SME) de Guaramiranga, pela colaboração e pelo suporte que ofereceram, contribuindo significativamente para a realização desta pesquisa.

Minha profunda gratidão aos membros da banca, que com suas avaliações criteriosas e comentários construtivos, enriqueceram significativamente este trabalho. Suas perspectivas críticas foram essenciais para o aprimoramento desta pesquisa.

Um agradecimento especial também aos meus amigos e amigas desse grupo de estudos mais que especial, o G-TERCOA/CNPq. Tenham certeza de que as reuniões semanais engrandecem muito nosso conhecimento e nos fazem crescer enquanto pesquisadores e pessoas.

Não posso deixar de mencionar meus amigos Carlos Neto, Gleissi e Marcelo, além do meu amigo Wendel Melo, com quem compartilhei esta jornada desde o início. Entramos juntos neste doutorado e agora estamos saindo juntos, uma experiência que fortaleceu nossa amizade e apoio mútuo.

Por fim, gostaria de agradecer a todos os que, direta ou indiretamente, ajudaram no processo desta pesquisa. Amigos, colegas, e todos aqueles que de alguma forma contribuíram para este estudo, o seu apoio e encorajamento foram essenciais para a concretização deste trabalho.

Cada um de vocês teve um papel importante nesta jornada, e sou profundamente grato por todo o apoio e contribuições.

RESUMO

Sabe-se que as dificuldades de aprendizagem na disciplina de matemática têm permeado a vida escolar de alunos em diferentes níveis da Educação Básica, bem como tem sido pauta de discussão em grupos de estudos por professores e pesquisadores da área. Nessa perspectiva, entende-se que compreender os erros dos alunos não apenas beneficia individualmente os estudantes, mas também permite ao docente repensar práticas de ensino mais eficazes e significativas, contribuindo para um ambiente educacional mais rico e adaptável para a aprendizagem. Objetiva-se analisar os diferentes tipos de erros cometidos pelos alunos em matemática, utilizando-os como uma ferramenta didático-pedagógica nos processos de ensino e de aprendizagem desta disciplina. Pauta-se na tese de que compreender os erros dos alunos permitem ao docente um diagnóstico do entendimento conceitual, a personalização do ensino, um suporte mais específico para atender as dificuldades de aprendizagem dos alunos, além da possibilidade de ajustes nas estratégias de ensino dos professores. Para sua realização, adota-se uma metodologia de natureza qualitativa, do tipo exploratória, bem como conduz-se a técnica de análise de conteúdo para a examinar e interpretar os dados. A pesquisa foi realizada com um grupo de professores da rede municipal de Guaramiranga – CE, a partir de um curso de extensão. O curso de extensão foi uma formação voltada para professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental do município de Guaramiranga e para professores de matemática em geral, ministrado por membros do Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA/CNPq). Os dados foram coletados por meio de atividades direcionadas e entrevistas semiestruturadas. Buscou-se direcionar as atividades desenvolvidas nesta investigação com intuito de coletar dados acerca de evidências de aprendizagem e análise de erros, com base na observação-participante. Os resultados apontam, a partir das falas e experiências dos professores, da vivência no curso de extensão e na colaboração das discussões dos membros do GTERCOA/CNPq que a identificação e a compreensão de erros faz parte do processo de aprendizagem.

Palavras-chave: erro; aprendizagem matemática; desenvolvimento educacional; práticas pedagógicas; ensino de matemática.

ABSTRACT

It is known that learning difficulties in the subject of mathematics have permeated the school life of students at different levels of Basic Education, as well as being the subject of discussion in study groups by teachers and researchers in the field. From this perspective, it is understood that understanding students' mistakes not only benefits students individually, but also allows teachers to rethink more effective and meaningful teaching practices, contributing to a richer and more adaptable educational environment for learning. The aim is to analyze the different types of errors made by students in mathematics, using them as a didactic-pedagogical tool in the teaching and learning processes of this subject. It is based on the thesis that understanding students' errors allows the teacher to diagnose conceptual understanding, personalize teaching, provide more specific support to address students' learning difficulties, in addition to the possibility of adjustments to teachers' teaching strategies. To carry it out, a qualitative, exploratory methodology was adopted, as well as the content analysis technique to examine and interpret the data. The research was carried out with a group of teachers from the municipal network of Guaramiranga – CE, based on an extension course. The extension course was training aimed at teachers who teach mathematics in the final years of Elementary School in the municipality of Guaramiranga and for mathematics teachers in general, taught by members of the Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA/CNPq). Data were collected through targeted activities and semi-structured interviews. We sought to direct the activities developed in this investigation with the aim of collecting data on evidence of learning and error analysis, based on participant observation. The results indicate, based on the teachers' speeches and experiences, the experience in the extension course and the collaboration of the discussions of the GTERCOA/CNPq members that the identification and understanding of errors is part of the learning process.

Keywords: error analysis; mathematical learning; pedagogical practices; mathematics teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	O ciclo reflexivo da análise de erros	50
------------	---	----

LISTAS DE QUADROS

Quadro 1 - Conhecimentos básicos para o professor segundo Shulman (1987)	24
Quadro 2 - Propriedades de professores com PUFM de acordo com Liping Ma (2010)	31
Quadro 3 - Intencionalidades da avaliação para Luckesi (2010)	38
Quadro 4 - Premissas, princípios e justificativas para o desenvolvimento da avaliação	39
Quadro 5 - Classificação de erros por Radatz (1979)	45
Quadro 6 - Taxonomia dos usos de erros como pontos de partida para investigação por Borasi (1987)	47
Quadro 7 - Unidades de análises realizadas na pesquisa	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFA	Avaliação Formativa Alternativa
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CCK	Conhecimento de Conteúdo Comum
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CK	Conhecimento do Conteúdo
PK	Conhecimento Pedagógico
G-TERCOA	Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem
OE1	Objetivo Específico 1
OE2	Objetivo Específico 2
OE3	Objetivo Específico 3
PCK	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
ECK	Conhecimento Especializado para o Ensino
SCK	Conhecimento de Conteúdo Especializado

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS AO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	23
2.1	Conhecimentos necessários ao professor na visão de Shulman ...	23
2.2	Conhecimentos para o professor de matemática na visão de Deborah Ball	26
2.3	Conhecimento para o professor de matemática na visão de Liping Ma	30
3	AValiação DA APRENDIZAGEM: DIAGNÓSTICA E FORMATIVA	35
3.1	Avaliação formativa: importância do feedback	35
3.2	Avaliação diagnóstica: estratégias educativas ao longo do processo	40
3.3	Implicações práticas dos tipos de avaliação: transformação da sala de aula	42
4	ANÁLISE DE ERROS E APOIO ÀS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DOS PROFESSORES	44
4.1	Análise de erros por Hendrik Radatz	44
4.2	Análise de erros por Rafaella Borasi	46
4.3	Análise de erros por outros pesquisadores	48
5	A PESQUISA: METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS	53
6	ANÁLISE DE DADOS: FERRAMENTAS E TÉCNICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	58
6.1	Unidade de Análise 01 - A identificação e avaliação de erros	60
6.1.1	<i>Categoria 1.1 Compreensão de Conceitos Matemáticos</i>	60
6.1.2	<i>Categoria 1.2 Erros de Procedimento e Conceituais</i>	64
6.1.3	<i>Categoria 1.3 Interpretação e Compreensão de Problemas</i>	68
6.1.4	<i>Categoria 1.4 Percepção da Utilidade do Conteúdo Matemático ...</i>	70
6.2	Unidade de Análise 02: Análise de Erros e Prática Docente	72
6.2.1	<i>Categoria 2.1 Planejamento e Adaptação Curricular</i>	73
6.2.2	<i>Categoria 2.2 Estratégia de ensino</i>	77

6.2.3	<i>Categoria 2.3 Avaliação e análise do pensamento do aluno</i>	81
6.2.4	<i>Categoria 4.4 Comunicação e linguagem pedagógica</i>	85
6.3	Unidade de Análise 03 - Estratégias de Abordagem	88
6.3.1	<i>Categoria 3.1 Correção de Atividades e Acompanhamento Individual</i>	88
6.3.2	<i>Categoria 3.2 Mudança de Metodologia e Linguagem</i>	90
6.3.3	<i>Categoria 3.3 Adaptação de Estratégias com Base em Diagnóstico</i>	93
6.4	Unidade de análise 04: Maior compreensão dos erros	97
6.4.1	<i>Categoria 4.1 Compreensão e Reflexão sobre os Erros na Prática Docente</i>	98
6.4.2	<i>Categoria 4.2 Impacto das Mudanças na Prática Docente no Desempenho Acadêmico dos Alunos</i>	102
7	CONCLUSÃO	107
	REFERÊNCIAS	116
	APÊNDICE A - ENTREVISTA SEMI ESTRUTURADA	123
	APÊNDICE B - FORMULÁRIO DE CADASTRAMENTO DA AÇÃO DE EXTENSÃO	125

1 INTRODUÇÃO

Na prática escolar, o desempenho acadêmico inferior dos alunos costuma ser associado ao conceito de notas, que por sua vez, está relacionado ao não cumprimento de padrões estabelecidos nas respostas corretas de questões e testes que compõem as diversas avaliações de aprendizagem. O desempenho acadêmico, aqui interpretado como o grau de conhecimento e desenvolvimento de habilidades de um aluno em um determinado nível educacional, é normalmente mensurado em uma escala de zero a dez pontos, conforme Gouveia *et al.* (2010).

Desse modo, entender o desempenho acadêmico e as estratégias de aprendizagem utilizadas pelos alunos é crucial no contexto educacional. O desempenho acadêmico envolve diversas variáveis, incluindo as atitudes e motivação dos alunos, aspectos pedagógicos e a relação professor-aluno (Jiménez, 2000). Além disso, está relacionado a fatores como competências, habilidades e inteligência (Magalhães; Andrade, 2006). Todos esses fatores podem conduzir o aluno a cometer erros, o que se torna um problema ao longo de sua trajetória escolar.

Todavia, essa constatação não deve ser interpretada como uma culpabilização do aluno, mas sim como uma consequência de sua experiência acadêmica, seja na recepção, no processamento de informações durante o processo de aprendizagem matemática, seja a partir dos efeitos da interação de variáveis presentes na educação matemática (como professor, currículo, ambiente acadêmico, entre outros) (Radatz, 1980).

Assim sendo, o objetivo dessa pesquisa é analisar os diferentes tipos de erros cometidos pelos alunos em matemática, utilizando-os como uma ferramenta didático-pedagógica nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina. A necessidade de identificar e compreender os erros ou equívocos cometidos pelo aluno leva à reflexão sobre as contribuições e informações que podem ser extraídas para diferentes formas de ensino, permitindo ao professor estabelecer as mediações necessárias.

Essa discussão se situa no âmbito do cotidiano escolar e na perspectiva do professor, com o contexto de pesquisa sendo organizado em três dimensões: (i) a avaliação diagnóstica/formativa; (ii) o erro como potencial didático-pedagógico no trabalho docente; e (iii) as competências necessárias ao professor de matemática.

Dentre estas dimensões, duas fazem parte da base de conhecimento necessárias ao docente, conforme proposto por Shulman (1987): o conhecimento do conteúdo pedagógico e o conhecimento do conteúdo específico. Para o autor, o professor é quem detém o conhecimento de referência da profissão docente.

Em relação às evidências de resultados, estas serão construídas à luz da realização de avaliações diagnósticas/formativas e testes em sala de aula, que nos permitirão estudar os erros/equívocos em matemática cometidos pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Consideramos como evidências de "erros" as falhas ocorridas durante a realização de avaliações de desempenho e aprendizagem. Estas evidências categorizam o "erro", cuja origem serve de "orientação didático-pedagógica" para reorientação na trajetória da aprendizagem.

Destacamos que o professor é, provavelmente para o aluno, a primeira fonte de aprendizagem. Essa perspectiva, relacionada ao conhecimento do conteúdo, implica que os professores devem não apenas ter um conhecimento profundo das disciplinas específicas que estão sendo ensinadas, mas também devem possuir conhecimento sobre formação docente, a fim de integrar esses saberes na busca pela aprendizagem do estudante, conforme afirmado por Ma (2010) e Ball (2005; 2008)

Ma (2010) também reforça a importância do entendimento dos professores em relação ao conhecimento exigido deles. Shulman (1987) elenca ao menos quatro fontes para a base de conhecimento do ensino do professor. A primeira diz respeito à formação acadêmica nas áreas de ensino ou componentes curriculares. Sob essa ótica, o professor necessitaria possuir o conhecimento, a compreensão, a aptidão e a disposição para a transmissão de saberes aos alunos. Ele exerce, portanto, uma profissão que, conforme a legislação brasileira, exige formação em nível de graduação.

A partir desse contexto, é evidente que o docente deve compreender a estrutura do componente curricular, o sequenciamento progressivo dessas unidades curriculares. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) apresenta uma série de habilidades necessárias para cada etapa de ensino, bem como as ideias, habilidades e competências que o componente curricular exige. Portanto, cabe ao professor a tarefa de integrar esses elementos em sua prática pedagógica, promovendo uma educação de qualidade e efetiva.

A segunda fonte essencial para a base de conhecimento do ensino, conforme Shulman (1987), são as estruturas e materiais educacionais. No âmbito desta fonte, é imprescindível que o docente seja capaz de desenvolver e implementar estruturas propícias para a prática do ensino e aprendizagem, o que inclui o desenvolvimento de currículos com uma estrutura organizacional bem definida e a elaboração de sequências didáticas apropriadas. Young (2010) defende que, ao selecionar as unidades curriculares, as escolas - por meio de seus professores - devem avaliar cuidadosamente, se estão contribuindo para um processo significativo de aprendizagem, bem como se são eficazes.

No que diz respeito à implementação eficiente de padrões e currículos, Ball (2005) argumenta que é essencial a participação de professores qualificados, competentes e que dominem os conteúdos a serem ensinados. Neste sentido, a compreensão profunda e crítica dos conceitos matemáticos por parte dos professores torna-se um elemento decisivo, pois somente assim eles serão capazes de discernir e aplicar diferentes metodologias de ensino, avaliar o progresso dos estudantes com acuidade e realizar julgamentos corretos sobre declarações, prioridades e sequências pedagógicas.

Aqui é importante incluir a avaliação da aprendizagem, particularmente aquelas realizadas em sala de aula. Elas devem considerar três aspectos fundamentais: a pertinência dos currículos, o método de ensino aplicado para a avaliação e o processo avaliativo como um construto do professor como pesquisador. A principal finalidade de dividir as avaliações desta maneira é entender melhor os motivos que levam os alunos a cometerem certos erros.

É importante salientar que, embora a pesquisa seja conduzida com professores que lecionam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, os dados e evidências foram obtidos a partir de entrevistas semiestruturadas e das discussões e registros durante a formação no curso de extensão.

A terceira fonte de conhecimento para o ensino, conforme Shulman (1987), diz respeito à formação acadêmica formal em educação. A literatura filosófica, crítica e empírica, que molda os objetivos, visões e aspirações dos professores, constitui uma base sólida e substancial do conhecimento formal sobre ensino.

A quarta e última fonte de conhecimento para o ensino refere-se à sabedoria adquirida por meio da prática docente, ou seja, ao conhecimento tácito obtido por meio da experiência em sala de aula.

Na referida pesquisa, o termo "avaliação" não está vinculado a uma simples atribuição de nota ou conceito. Entendemos que a avaliação é um elemento crucial, que fornece *feedback* sobre o trabalho didático-pedagógico e oferece subsídios para seu aprimoramento.

Um grande desafio para os docentes é desenvolver avaliações de aprendizagem que propiciem oportunidades para os alunos demonstrarem seus conhecimentos, compartilharem suas ideias e evidenciem suas dificuldades de aprendizagem. A obtenção dessas evidências permite ao professor revisar e ajustar o planejamento pedagógico, de modo a proporcionar *feedbacks* assertivos e direcionados que estimulem os alunos a progredir em sua aprendizagem. Neste cenário, o docente assume o papel de professor-pesquisador.

É relevante discutir como ocorrem os erros matemáticos cometidos pelos alunos e como essa situação influencia o processo de ensino de matemática, sob a perspectiva da formação continuada de professores. Nesse sentido, esta pesquisa tem como objeto de estudo o erro cometido pelo aluno durante a avaliação diagnóstica/formativa de aprendizagem e os testes realizados em sala de aula.

Almahmoud (2019) conduziu um estudo detalhado sobre a formação de professores e a tipologia de erros, abordando três componentes-chave para entender as práticas dos professores e seus efeitos: o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK); tipologias de erros e estratégias; e práticas pedagógicas. A questão de pesquisa abordada pelo autor estava relacionada a como melhor formar professores de matemática do Ensino Médio. Nesta tese, pretendemos seguir uma linha de pesquisa, com foco na práxis de professores de matemática no Ensino Fundamental, tendo como objeto de estudo o erro.

Diante desse panorama, questiona-se: que conhecimento precisa ser compartilhado com os professores sobre os erros dos alunos? Quais estratégias devem ser empregadas para comunicar esses erros de maneira eficaz? A análise de dados evidenciou que os tipos de erro investigados pelos professores colocam maior ênfase em aspectos específicos, apontando para a necessidade de abordagens mais integrativas.

A questão central que motivou esta pesquisa foi o desempenho acadêmico de matemática abaixo do esperado dos estudantes, o que tem sido correlacionado a um baixo rendimento escolar. Partindo desse ponto, a principal pergunta de pesquisa é: qual evidência na análise de erros mais influencia a prática docente em matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? Ao identificar essa problemática na pesquisa de Almahmoud (2019), decidimos explorá-la.

Relacionado à fundamentação teórica sobre a temática de erros, destacamos Radatz (1980, p. 9), que pontua quatro observações importantes a respeito dos erros no ensino de matemática. Estas observações realçam que os erros na aprendizagem de matemática não são meras ausências de respostas corretas ou fruto de acasos infelizes, mas consequências de processos definidos, cuja natureza precisa ser desvendada.

Radatz (1980) sugere ainda a possibilidade de analisar a natureza e as causas subjacentes dos erros, sob a perspectiva dos mecanismos de processamento de informações do indivíduo. Para o autor, a análise dos erros oferece múltiplos pontos de partida para a investigação dos processos de aprendizagem em matemática, bem como alerta que os aspectos quantitativos predominantes dos testes e métodos convencionais de avaliação do desempenho não são suficientes para orientar práticas pedagógicas eficientes.

Outro estudo de referência que embasa esta pesquisa é o de Borasi (1987). Segundo a autora, apesar de professores e pesquisadores reconhecerem a importância da análise dos erros dos alunos para diagnóstico e correção, pouco se fez para aproveitar os erros como oportunidades de aprendizado. Compreendemos que essa posição reforça e justifica a relevância de nosso estudo.

Ainda em relação à temática de erros no ensino de matemática, outro aporte importante vem de Cury (2007). A autora indica que as formas como os professores avaliam os erros variam significativamente, dependendo das concepções e ideias individuais que cada um possui sobre o ensino da matemática. Entre essas diferentes abordagens, Cury (2007) ressalta que alguns professores se concentram exclusivamente na detecção do erro, sem refletir sobre o aprendizado do aluno, enquanto outros utilizam os erros como ponto de partida para replanejar suas práticas ou explorar os limites de validade da resposta do aluno.

Pesquisadores como Geller e Yovanoff (2009) destacam que as análises das respostas dos alunos requerem uma observação cuidadosa por parte dos professores. Eles defendem a necessidade de duas análises: uma relacionada à avaliação de habilidades e a outra aos erros, que são categorizados em deslizes e *bugs*.

Esta investigação se baseia na avaliação diagnóstica formativa para coletar dados de evidências de aprendizagem e análise de erros. É reconhecido que, em muitos casos, pesquisas e avaliações de aprendizado são realizadas de maneira inadequada, seja por atribuir um conceito literário ou numérico ao aluno, ou por considerar apenas os resultados de avaliações externas, atribuindo a etiquetas simplistas de "fracasso escolar" ou "sucesso".

Luckesi (2010) salienta que a avaliação da aprendizagem ganhou uma posição proeminente no sistema educacional, influenciando a prática docente, a percepção dos alunos e dos pais, o que ele denomina como *pedagogia do exame*. Neste contexto, o autor considera a avaliação como a crítica de um curso de ação. Ou seja, a avaliação nos permite tomar decisões baseadas nas evidências geradas pelo erro ou pela falta de aprendizado do aluno em sala de aula.

Sobre a temática da avaliação, Fernandes (2013) discute a Avaliação Formativa Alternativa (AFA), destacando sua essência formativa e alternativa, e explorando como essa forma de avaliar a qual tem como objetivo melhorar a aprendizagem e o ensino. A AFA busca entender em profundidade os conhecimentos, atitudes, habilidades e o estado de desenvolvimento dos alunos em um determinado momento, ao mesmo tempo que proporciona orientações claras sobre os passos necessários para o progresso. Essa avaliação é intencionalmente organizada em estreita correlação com um *feedback* diversificado, bem distribuído, frequente e de alta qualidade, visando apoiar e orientar os alunos no processo de aprendizagem.

Vale salientar que essa pesquisa se baseia em teses anteriores que exploram a temática do erro no ensino de matemática, como as pesquisas de Costa (2014) e Pinto (1998). Ambas destacam a necessidade de se abordar de maneira mais adequada e eficaz os erros cometidos pelos alunos no processo de aprendizagem da matemática, ressaltando a importância do papel dos professores nesse contexto. O objetivo aqui é contribuir para esse campo de estudos, oferecendo novas perspectivas

e estratégias para enfrentar os desafios associados aos erros na aprendizagem de matemática.

Observamos uma lacuna no entendimento da finalidade fundamental da avaliação do aprendizado na comunidade escolar. Esta prática não tem se concentrado devidamente na sua meta primordial: analisar as dificuldades de aprendizado para que sejam adequadamente dimensionadas, avaliadas e solucionadas (Vianna, 2000). A avaliação da aprendizagem oferece ao docente a chance de identificar potenciais obstáculos no processo educativo, oferecendo um fundamento para decisões pedagógicas futuras. Essas decisões podem envolver alterações no planejamento inicial da prática educacional.

É justificada pelas discussões, pautadas em pesquisas acerca dos impactos do erro nos processos de ensino e aprendizagem, a investigação aqui proposta. Essas ajudam a reconhecer o potencial didático-pedagógico que os erros podem representar para a performance escolar de alunos e professores.

A pesquisa proposta foi desenvolvida em colaboração com professores do município de Guaramiranga, no estado do Ceará. Foi utilizado um sistema de avaliação composto por questões objetivas e atividades pré-definidas, gerando evidências que subsidiaram a formação continuada. Isso permitiu investigar as causas e os efeitos dos erros dos alunos nas avaliações formativas e diagnósticas.

Ressalta-se como objetivo geral desta pesquisa, a proposta de analisar o *erro* baseado em evidências das perspectivas dos professores de matemática, como promoção da aprendizagem desta disciplina. Assim, para isso foram traçados alguns objetivos específicos:

1. Identificar as categorias de *erros* cometidos pelos alunos, contidas na literatura, que fazem parte das unidades temáticas/habilidades propostas na BNCC;
2. Compreender a forma como o *erro* do aluno influencia na prática pedagógica do professor, bem como seu potencial didático-pedagógico, a partir das atividades e avaliações formativas/testes realizadas/os em sala de aula, visando promoção da aprendizagem significativa de matemática;
3. Discutir práticas pedagógicas que abordam o *erro* do aluno como uma etapa natural do processo de desenvolvimento cognitivo, impactando diretamente no planejamento e na prática didático-pedagógica do professor.

Este estudo dialoga com as temáticas do erro como parte do processo pedagógico, avaliação da aprendizagem e competências para professores. Na discussão sobre o erro, recorre-se aos estudos de Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987, 1989, 1994, 1996). No que concerne à avaliação da aprendizagem, os fundamentos são em autores como Haladyna (2013), Luckesi (2010) e Vianna (2000). E quanto à temática das competências dos professores de matemática, as contribuições de Shulman (1987), Ma (2010) e Ball (2005, 2008) são muito pertinentes.

O método de pesquisa foi orientado pelos estudos de Creswell (2010), que oferece orientações para o planejamento de procedimentos qualitativos numa proposta de pesquisa. Estes incluem a consideração do ambiente natural, múltiplas fontes de dados, o significado atribuído pelos participantes e a pesquisa emergente. Segundo Creswell (2010, p. 43), a abordagem qualitativa é “um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano”.

Quanto aos procedimentos metodológicos, a pesquisa foi caracterizada como qualitativa, na qual há observadores-participantes. Neste contexto foram considerados os aspectos éticos, as ideias, a compreensão do grupo e a realidade social que os circundam para captar possíveis conflitos.

Os dados coletados foram provenientes de observações participativas, de registros de entrevistas (gravadas em áudio ou áudio e vídeo) e do curso de extensão com os sujeitos da pesquisa, realizado entre agosto e novembro de 2022. Esta formação foi voltada para professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental do município de Guaramiranga e para professores de matemática em geral, ministrado por membros do Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA/CNPq) e ocorreu dentro de um contexto contínuo de qualificação de professores de matemática que atuam no ensino do 6º ao 9º ano.

A intenção inicial foi propor uma ação de extensão que atendesse aos seguintes propósitos: interligar avaliações/testes e atividades de sala à análise de erros e à formação de professores da rede pública de ensino. Vale ressaltar que foram observados quatro (04) professores de matemática do município de Guaramiranga - Ceará. Os critérios de escolha dos profissionais foram ser atuantes na referida etapa

escolar, ter participado de todos os momentos formativos e ter disponibilidade para participar da pesquisa.

Os dados gerados por todos os instrumentos de coleta foram refinados e analisados por meio do método de análise de conteúdo, proposto por Bardin (2016). Este método envolve a organização, codificação e categorização dos registros obtidos.

Para garantir a confiabilidade e a validade das estratégias, apoiamos-nos nos estudos de Gibbs (2007) e diversos procedimentos foram realizados. Em relação à confiabilidade, realizamos uma revisão de transcrições, para minimizar falhas cometidas durante este processo. Asseguramos também que todas as unidades de registros sobre a temática foram consideradas e que o contexto foi corretamente associado ao sentido proposto.

Em relação à validade, empregamos estratégias como triangulação de dados, verificação com o entrevistado e revisão a partir do exame dos pares, realizados durante o curso de extensão, juntamente com membros do Grupo de Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA/CNPq), que participam da coordenação e execução deste.

Esta tese traz como hipótese que dentro da análise de erros em matemática existem fatores tais como dificuldades conceituais, interpretação de problemas matemáticos, foco excessivo na memorização em detrimento ao conceito, e que estes fatores possuem maior impacto sobre a aprendizagem dos estudantes do que outros. Assim, buscamos demonstrar que há fatores indicados na análise de erros com base nas evidências relatadas na perspectiva do professor de matemática, que influenciam mais significativamente a prática docente e contribuem para a promoção da aprendizagem e o fortalecimento do conhecimento matemático dos estudantes.

Existem questionamentos importantes a serem feitos, quando direcionamos a pesquisa ao principal objetivo da avaliação em sala de aula. Como garantir, por exemplo, que o principal objetivo da avaliação é aprimorar o desempenho dos alunos na aprendizagem de matemática, seja efetivamente alcançado durante a avaliação? Em salas de aula com diversidade no conhecimento matemático, como o professor pode garantir avaliações justas que buscam um crescimento progressivo na aprendizagem matemática dos alunos? No contexto contemporâneo, observam-se mudanças nas práticas pedagógicas influenciadas por evidências geradas por

avaliações? Essa tese está estruturada, além desta introdução, em mais quatro seções.

Na segunda seção foram discutidas as competências necessárias aos professores de matemática, com ênfase nos aspectos dos conhecimentos matemáticos, didáticos e pedagógicos requeridos para a compreensão dos erros cometidos pelos estudantes referendados, neste contexto, por autores como Shulman (1987), Ball (1985) e Ma (2010).

Na terceira seção, o foco foi a avaliação formativa/teste, destacando seu conceito, funções e objetivos e sua relação com os erros cometidos pelos estudantes. Esta avaliação foi vista como um instrumento importante para a tomada de decisões pedagógicas.

Na quarta seção abordamos a análise de erros e o suporte às práticas pedagógicas dos professores sob a perspectiva de Radatz (1979), com sua classificação dos erros, e Borasi (1987), que investiga o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes.

Na quinta e última seção apresentamos a metodologia da pesquisa, incluindo a abordagem utilizada, os sujeitos da pesquisa, os métodos de coleta, análise e interpretação dos dados, bem como a confiabilidade e validade dos dados coletados.

O objetivo ao longo desta tese foi oferecer uma análise aprofundada e criteriosa dos temas propostos, visando contribuir para a melhoria das práticas pedagógicas e do processo de avaliação em sala de aula de matemática.

A seguir, discute-se sobre as competências necessárias que todo professor de matemática precisam ter para atuar em sala de aula. O capítulo seguinte traz a visão de alguns teóricos anteriormente mencionados sobre essa temática.

2 CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS AO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: SABERES E COMPETÊNCIAS

Esta seção se debruça sobre a análise de uma variedade de teorias concernentes às habilidades indispensáveis ao educador matemático. O intuito é apresentar quais competências são fundamentais para que um professor de matemática proporcione um ensino de excelência.

Existem diversas ponderações na literatura acadêmica a respeito das qualidades idealizadas de um professor. Dentre estes discursos, destaca-se a visão de Demo (2004), argumenta que o educador contemporâneo é caracterizado como um profissional em contínuo processo de reconstrução de conhecimento. Este deve possuir uma mentalidade investigativa, o que intrinsecamente o configura como um aprendiz perene. Ademais, deve ser um profissional em constante busca por aprimoramento com a instrumentação tecnológica, um conhecimento agora essencial. Este profissional deve também estar em constante atualização interdisciplinar, integrando as disciplinas e o contexto social do aluno, pois este é imediatamente impactado por seu ambiente sociocultural.

Apresentamos também, a concepção de Shulman (1987) a respeito do conhecimento requerido ao educador, a visão de Ball (2005) sobre as bases de conhecimento para o professor e as competências relativas aos conhecimentos dos conteúdos pelos docentes, assim como as reflexões de Ma (2010) acerca do conhecimento matemático dos professores.

2.1 Conhecimento necessário ao professor na visão de Shulman

Shulman (1987) em seu ensaio intitulado *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*, expõe suas ideias e definições de ensino, sublinhando a importância do entendimento, raciocínio, transformação e introspecção. Para estruturar sua argumentação, ele responde a quatro questionamentos relevantes e, dentre eles, propõe reflexões que se tornam a fundação para a base de conhecimento no ensino.

O autor sustenta que um educador é capaz de transformar o entendimento do conteúdo (a partir do seu modo de expressar, exibir e interpretar) e possuir

múltiplas competências didáticas (por meio da representação de ideias que facilitam a aquisição de conhecimento pelos alunos que enfrentam dificuldades).

Shulman (1987, p. 206) também categoriza as bases de conhecimento imprescindíveis para um educador, a saber: domínio do conteúdo; sabedoria pedagógica geral; conhecimento curricular; competência pedagógica do conteúdo; compreensão dos alunos e suas características; entendimento dos contextos educacionais e conhecimento dos objetivos, propósitos e valores da educação, incluindo sua base histórica e filosófica. No Quadro 1 apresentamos uma síntese destes conhecimentos:

Quadro 1 - Conhecimentos básicos para o professor segundo Shulman (1987)

Categoria de Conhecimento	Descrição
Conhecimento do Conteúdo (CK)	Refere-se à compreensão aprofundada do que está sendo ensinado, incluindo fatos, conceitos, teorias e estruturas da disciplina.
Conhecimento Pedagógico (PK)	Envolve a compreensão das práticas, métodos e estratégias de ensino, gestão da sala de aula, desenvolvimento de planos de aula e técnicas de avaliação.
Conhecimento Curricular	Relacionado ao entendimento do currículo escolar, objetivos educacionais, materiais didáticos, e sequência dos conteúdos.
Conhecimento dos Alunos	Compreende o entendimento das características dos alunos, suas capacidades de aprendizagem, conhecimentos prévios, motivações e interesses.
Conhecimento do Contexto	Inclui o entendimento do contexto do ensino, cultura escolar, comunidade e variáveis socioeconômicas.
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)	Síntese do CK e PK, referindo-se à habilidade de transformar o conteúdo de forma compreensível e interessante para os estudantes.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Relativamente à proposição de Shulman (1986), ressalta-se que o domínio do conteúdo engloba o entendimento do tópico e das suas estruturas organizacionais. O conhecimento curricular abrange tudo sobre os programas delineados a partir dos componentes curriculares, a variedade de recursos pedagógicos disponíveis para esses programas e o conjunto de características que servem como diretrizes e contra-indicações para o uso de um currículo específico ou materiais do programa em situações particulares.

Nesta pesquisa é dada maior ênfase ao domínio do conteúdo e à competência pedagógica do professor, que representa o conhecimento que os educadores utilizam durante o processo de ensino, por meio da elaboração de planos e cenários didáticos que apontam evidências de falhas em propostas de itens de atividades avaliativas. Este processo fornece bases para as propostas de formação continuada a partir do projeto de extensão com professores de matemática nos últimos anos do Ensino Fundamental.

A contribuição de Shulman (1986; 1987) em suas obras e para a Didática da Matemática é de inegável relevância. Suas ideias acerca do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo proporcionam uma estrutura valiosa para a compreensão e o aprimoramento da prática do professor de matemática

O conhecimento do conteúdo refere-se à compreensão e domínio que um professor tem sobre o assunto que ensina. Em relação à matemática, este conceito se estende para além do conhecimento e engloba uma compreensão profunda das estruturas subjacentes, das ideias principais e das interrelações entre os conceitos matemáticos. Professores com sólido conhecimento do conteúdo estão mais aptos a identificar erros de raciocínio dos alunos, uma vez que possuem uma compreensão clara das ideias fundamentais e das conexões conceituais na matemática.

No entanto, o conhecimento do conteúdo por si só não é suficiente para um ensino eficaz. Shulman (1986) propõe o conhecimento pedagógico do conteúdo como um componente essencial do conhecimento do professor. Este conceito se refere à compreensão de como ensinar um determinado conteúdo, incluindo as estratégias de ensino mais eficazes, os possíveis mal-entendidos dos alunos e como avaliar o entendimento dos alunos. O conhecimento pedagógico do conteúdo permite que os professores de matemática identifiquem e abordem erros conceituais, o que é crucial para a aprendizagem dos alunos.

A teoria de Shulman (1986; 1987) estabelece uma relação direta entre a qualidade do ensino e a análise de erros. Uma compreensão sólida dos conceitos de conhecimento do conteúdo e de conhecimento pedagógico do conteúdo proporciona aos professores as ferramentas necessárias para identificar, compreender e corrigir os erros dos alunos. Isso permite que os erros sejam vistos não apenas como falhas, mas como oportunidades de aprendizagem.

Os erros cometidos pelos alunos muitas vezes refletem mal-entendidos ou concepções errôneas. Ao analisar esses erros à luz do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo, os professores podem obter *insights* valiosos sobre os processos de pensamento dos alunos e identificar áreas problemáticas no seu entendimento. Esta análise de erros, em última perspectiva, pode conduzir a um ensino mais eficaz e a uma aprendizagem mais profunda, pois permite aos professores abordar diretamente as dificuldades dos alunos e ajustar suas estratégias de ensino de acordo com estas.

Em suma, os estudos de Shulman (1986; 1987) oferecem uma estrutura poderosa para aprimorar a prática do professor de matemática. Ao integrar o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo, os professores estão mais bem equipados para analisar e responder aos erros dos alunos, resultando em uma aprendizagem mais eficaz.

2.2 Conhecimento para o professor de matemática na visão de Deborah Ball

De acordo com Ball (2005), a eficácia no ensino de matemática está intrinsecamente ligada à competência dos professores no domínio dos conteúdos a serem ministrados. A aplicação bem-sucedida de padrões e currículos requer a atuação de educadores adequadamente qualificados e com profundo entendimento sobre o tema em questão.

É imprescindível que os professores possuam uma compreensão crítica e específica do conhecimento matemático. Isso lhes permite realizar inferências apuradas a partir das evidências, tendo em vista sua capacidade de utilizar materiais didáticos de maneira criteriosa, avaliar o progresso dos alunos e fazer julgamentos precisos sobre as proposições, prioridades e sequências.

Neste contexto, o educador precisa ter domínio do conteúdo que está sendo transmitido. Imediatamente quando o aluno apresenta uma questão ou problema proposto, o professor deve ser capaz de inferir sobre o caminho seguido na resolução. No trabalho *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?* de Ball, Thames e Phelps (2008), os autores propõem uma redefinição das categorias de conhecimento do professor, originadas por Shulman, por meio da introdução do CCK - Conhecimento de Conteúdo Comum.

Dessa forma, espera-se que o professor esteja apto a resolver e abordar uma vasta gama de questionamentos relacionados ao conteúdo matemático que se propôs a ensinar. Neste contexto, é crucial que o professor saiba identificar, analisar e propor novas situações de aprendizado quando os alunos cometem erros.

Não apenas isso, mas a precisão no uso da linguagem matemática, a correção nos cálculos e a agilidade em responder questões são fatores que influenciam diretamente a qualidade do ensino. Quando o professor tem dificuldade em expressar os termos corretamente, comete erros de cálculo, demonstra dificuldade para responder a questões matemáticas ou gasta tempo excessivo analisando o quadro, o processo de aprendizado dos alunos e a efetividade do tempo de ensino são inevitavelmente afetados.

Os estudos de Ball (2005; 2008) fornecem uma contribuição fundamental para a Educação Matemática, aprimorando o entendimento das competências necessárias para um ensino eficaz. A abordagem da autora enfatiza não apenas a necessidade de dominar o conteúdo matemático, algo evidente para qualquer educador, mas também a importância do conhecimento pedagógico específico da matemática. Este último se refere à compreensão de como os alunos aprendem matemática, de quais erros são propensos a cometer e de como melhor instruí-los.

A pesquisa de Ball (2005), particularmente sua conceituação do Conhecimento de Conteúdo Comum (CCK) e Conhecimento Especializado para o Ensino (SCK), fornece aos professores uma estrutura valiosa para refletir sobre sua prática e para orientar sua formação profissional. Isso é crucial porque ensinar matemática efetivamente requer muito mais do que apenas um entendimento profundo da disciplina. Também é necessário entender como esse conteúdo pode ser mais efetivamente transmitido e assimilado pelos alunos.

A importância dessa perspectiva torna-se evidente, quando consideramos a análise de erros. Compreender os erros cometidos pelos alunos não é simplesmente uma questão de identificar onde eles erraram em um cálculo ou procedimento. Em vez disso, como Ball enfatiza, os erros podem muitas vezes revelar mal-entendidos subjacentes ou lacunas no conhecimento dos alunos. Ao prestar atenção a esses erros e interpretá-los à luz de seu conhecimento pedagógico da matemática, os professores podem ganhar insights valiosos sobre o pensamento dos alunos e podem ajustar seu ensino de acordo.

Além disso, a abordagem de Ball (2008) permite que os erros dos alunos sejam vistos como oportunidades de aprendizado, em vez de apenas falhas a serem corrigidas. Ao analisar os erros dos alunos e responder de forma produtiva a eles, os professores podem ajudar os alunos a desenvolver um entendimento mais profundo e robusto da matemática.

Em suma, os estudos de Ball (2005; 2008) são importantes para o professor de matemática porque eles oferecem uma visão mais rica do que é necessário para o ensino eficaz da matemática. Em particular, eles ressaltam a importância da análise de erros como uma ferramenta para entender o pensamento dos alunos e para informar a prática de ensino. Essa abordagem ao erro é fundamental para promover a aprendizagem profunda e duradoura da matemática.

No relato a seguir, há um exemplo apresentado por Ball, Thames e Phelps (2008, p. 6-7) sobre a resolução de uma subtração para alunos da terceira série dos anos iniciais ensino fundamental, em uma escola dos Estados Unidos:

$$(1) \begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 261 \end{array}$$

Ao deparar-se com situações como esta, o professor não deve se contentar apenas em saber que esse cálculo está equivocado, pois vários questionamentos devem ser realizados como prática de ensino, como por exemplo: o que o aluno desenvolveu para chegar a essa resolução? Não parece razoável que, em uma sala de aula, com 30 ou 40 alunos, o professor tente montar um quebra-cabeça e tente identificar as possíveis causas de o aluno ter chegado a essa resposta.

Estes tipos de situações revelam a importância de o professor conhecer e se familiarizar com os *erros* ou *equivocos* cometidos pelos alunos, visto que um ensino de matemática eficiente exige habilidades como essa do profissional.

Ainda relacionado a situações como essas, Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam que, para que o ensino de matemática seja eficiente, é muito importante que o professor tenha ciência dos conhecimentos envolvidos no conteúdo, como: procedimentos, significados, conceitos e aplicações, interpretação do erro cometido pelo aluno e avaliações de soluções alternativas.

Tudo isso são competências da profissão exigidas ao professor, isto é, são saberes especializados, que são alheios a outra profissão. Sendo assim, podemos destacar outra categoria proposta pelos autores que é o *SCK – Conhecimento de Conteúdo Especializado*.

Além dessa categoria, salientamos que outra competência indicada é o *KCT – Conhecimento do Conteúdo e Ensino*, que consiste na combinação entre o saber ensinar (didática) e o saber matemática (conhecimento do conteúdo da matemática).

Olhando mais uma vez para o exemplo da subtração (1), percebemos que, mesmo que o professor não tenha muitos anos de magistério, a dificuldade demonstrada em (1) configura um erro muito comum, e o professor facilmente se familiariza com ele justamente por ter conhecimento sobre o que os alunos costumam fazer.

A visualização desse *erro*, portanto, deriva da experiência adquirida pelo contato com os alunos e do conhecimento de como eles pensam. Esse processo é categorizado por Ball, Thames e Phelps (2008) como *KCS – Conhecimento do conteúdo e dos alunos*.

Tendo em vista o contexto da proposta de pesquisa sobre os erros cometidos pelos alunos, nota-se que Ball, Thames e Phelps (2008) acabam trazendo como exemplo o entrelace da temática escolhida para ser explorada com as competências que eles propõem, pois segundo os autores:

[...] reconhecer uma resposta errada é conhecimento de conteúdo comum (CCK), enquanto avaliar a natureza do erro pode ser conhecimento de conteúdo especializado (SCK) ou conhecimento de conteúdo e alunos (KCS), dependendo se o professor usa predominantemente de conhecimento de matemática e sua capacidade de realizar um tipo de análise matemática ou,

em vez disso, extrai-se da experiência com os alunos e da familiaridade com os erros comuns dos alunos. Decidir a melhor forma de remediar o erro pode exigir conhecimento do conteúdo e ensino (KCT). (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 11).

As características do professor, a partir dessa competência, contemplam a forma como ele concebe o ensino, a forma como estrutura o currículo e a aula, entre outros pontos indicados por Ball (2005).

2.3 Conhecimento para o professor de matemática na visão de Liping Ma

No seu estudo seminal, Ma (2010) em *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States* investigou as diferenças no conhecimento matemático e abordagens pedagógicas entre professores de matemática do Ensino Fundamental na China e nos Estados Unidos. A partir deste trabalho, a autora explorou o papel crítico que o entendimento matemático do professor desempenha no processo de aprendizado dos alunos.

O estudo de Ma (2010) oferece uma visão do preparo e da formação dos professores em ambos os países. Além disso, fornece estratégias pedagógicas robustas, construídas com base numa compreensão sólida dos conceitos matemáticos fundamentais, que são vitais para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes no âmbito escolar.

Para entender melhor os níveis de proficiência matemática e competência pedagógica, Ma (2010) realizou uma série de entrevistas com professores de ambos os países, abordando tópicos fundamentais da matemática, tais como: subtração com reagrupamento, multiplicação de múltiplos dígitos, divisão por fração, além da noção de perímetro e área de figuras planas. Os resultados mostraram uma ligação direta entre o conhecimento matemático do professor e a capacidade do aluno de aprender e compreender esses conceitos.

Ma (2010) argumenta que "um professor com uma compreensão profunda da matemática fundamental não apenas conhece a estrutura conceitual e as atitudes inerentes à matemática elementar, mas também é capaz de transmiti-las efetivamente aos alunos" (p. 28). Esta posição é corroborada por Ball (2005), reforçando a ideia de

que o conhecimento matemático para o ensino requer um nível de detalhamento e profundidade que vai além do simples domínio dos algoritmos.

Um dos pontos chave a destacar acerca das descobertas de Ma (2010) é a importância da compreensão dos professores da matemática elementar. Esta compreensão é crucial para o desenvolvimento de sequências de ensino progressivas que promovem a compreensão contínua e o desenvolvimento da competência matemática dos alunos ao longo do tempo.

Assim, a autora defende a importância do *Profound Understanding of Fundamental Mathematics* (sigla PUFM, que significa Compreensão Profunda da Matemática Fundamental). Este conceito se refere a uma compreensão da matemática que é não apenas profunda, mas também abrangente e completa. Embora "profunda" seja frequentemente interpretada como uma referência à profundidade intelectual, Ma (2010, p. 103) esclarece que as três características - profundidade, amplitude e completude - são interconectadas e interdependentes. E quando este conjunto de conhecimentos está adequadamente interligado e bem articulado, ele fornece uma rede sólida de suporte à estrutura cognitiva do aluno.

Ma (2010) apresenta propriedades de um professor de matemática com PUFM. Sobre isso, dispomos a seguir a tabela que nos mostra as propriedades necessárias para os professores com PUFM:

Quadro 2 - Propriedades de professores com PUFM de acordo com Ma (2010)

Propriedades	Descrição
Conexão	Tem a intenção geral de realizar integrações entre conceitos e procedimentos matemáticos, de conexões simples e superficiais entre conhecimentos individuais a conexões complicadas e subjacentes entre diferentes operações e subdomínios matemáticos, impedindo que o aprendizado dos alunos seja fragmentado, com isso os alunos aprendem um conjunto de saberes unificado.
Múltiplas perspectivas	Apresentam variadas soluções para uma solução, indicando os prós e contras, levando os alunos a entendimentos flexíveis do

	componente curricular.
Ideias básicas	Ter atitudes matemáticas e conscientes dos conceitos e princípios básicos simples, mas poderosos da matemática. Se valendo dessa propriedade, o professor indica o aluno, por meio de estudos guiados, para atividades matemáticas reais.
Coerência longitudinal	O conhecimento do professor não deve se limitar ao conteúdo que deve ser ensinado em determinadas séries, ou seja, deve observar oportunidades de fortalecer o que os alunos estudaram anteriormente para fortalecer o aprendizado.

Fonte: Adaptado de Ma (2010, p. 104).

A *conexão* é uma propriedade geral do ensino de matemática, enquanto as múltiplas perspectivas, ideias básicas e coerência longitudinal estão relacionadas, respectivamente, à largura (capacidade de conectar um tópico a tópicos de poder semelhante ou menos conceitual), à profundidade de entendimento (capacidade de conectar um tópico aos de maior poder conceitual) e à profundidade (capacidade de conectar todos os tópicos).

Para que o professor de matemática tenha todo esse conhecimento matemático escolar, Ma (2010) identifica três períodos importantes. O primeiro diz respeito ao momento em que somos estudantes e adquirimos a competência matemática (Formação inicial); o segundo acontece durante os momentos de formação em serviço (Formação continuada) com objetivos e preocupações principais com o ensino e a aprendizagem dos alunos, e, por fim, o terceiro se dá nos momentos em que ocorrem as instruções para os alunos, ou seja, nos momentos de "pedagogizar" o conhecimento matemático e capacitar o aluno com competências matemáticas, o que Ma (2010) denomina de PUFM no seu maior ápice.

Os estudos de Ma (2010) destacam a importância da análise de erros em duas maneiras principais:

1. Reconhecimento de erros: um professor com PUFM é capaz de identificar rapidamente os erros no trabalho dos alunos, pois possui uma compreensão clara e completa do conteúdo matemático.

2. Resposta a erros: Mais do que apenas identificar erros, um professor com PUFM pode explorar os erros dos alunos de maneira produtiva. Eles podem usar

esses erros como oportunidades de aprendizado, ajudando os alunos a compreenderem os conceitos matemáticos de maneira mais profunda e evitando futuros mal-entendidos.

Lima, Santos e Borges Neto (2010, p. 48) corroboram a importância das práticas pedagógicas do conhecimento matemático. Nesse sentido afirmam que:

[...] embora o domínio de conhecimento que o professor de Matemática deve possuir seja diferente do exigido para ser matemático, é indiscutível que ter uma sólida formação em Matemática, isso é fundamental para ensiná-la. Mas, é necessário também, uma forte formação pedagógica, que lhe possibilite conhecer em cada conteúdo seus processos e significados formais, para poder refletir e analisar criticamente as possíveis formas de abordagens e ainda ser capaz de criar estratégias. (Lima; Santos; Borges Neto, 2010, p. 48).

Além do conhecimento do conteúdo, é também competência do professor de matemática o desenvolvimento de um currículo matemático. Em Brasil (2018), há a concepção de currículo longitudinal e progressivo que preenche as lacunas existentes entre as competências e habilidades necessárias para o aluno com o método que conecta esse conhecimento à sua aprendizagem.

A literatura evidencia que o professor precisa ter conhecimentos pedagógicos e conhecimentos de conteúdo para exercer a profissão minimamente com qualidade. Além disso, documentos oficiais do Ministério da Educação (MEC) como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), também reafirmam tais necessidades.

Assim, considera-se que Ma (2010) oferece uma perspectiva significativa sobre o conhecimento essencial para os professores de matemática. Em seu trabalho, ela destaca a importância do que ela chama de conhecimento substantivo, referindo-se ao entendimento profundo dos conceitos matemáticos fundamentais e argumenta que, para ensinar efetivamente, os professores devem não apenas conhecer regras e procedimentos, mas também compreender as razões subjacentes a esses conceitos.

Além do conhecimento substantivo, a pesquisadora ressalta a relevância do conhecimento pedagógico. Isso envolve a compreensão das melhores práticas de ensino, estratégias eficazes para explicar conceitos de maneira acessível e a capacidade de identificar e corrigir erros comuns dos alunos. Outro ponto crucial é o conhecimento dos processos de aprendizagem dos alunos. Os professores devem

estar cientes dos desafios cognitivos enfrentados pelos alunos, bem como de suas concepções prévias, a fim de adaptar suas abordagens de ensino de maneira mais eficaz.

Por fim, a visão de Ma (2010) ressalta que o conhecimento do professor não é estático, mas sim um processo contínuo de desenvolvimento profissional. Isso inclui a participação em oportunidades de formação, a troca de práticas eficazes com colegas e a reflexão constante sobre a prática docente. Sua abordagem abrangente e interconectada influenciou as discussões sobre a formação de professores e o aprimoramento do ensino de matemática em diversas partes do mundo.

Na seção seguinte, discute-se sobre o papel da avaliação dentro desse contexto e como ela se relaciona com uma construção que gere evidências pertinentes ao objeto de estudo.

3 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: DIAGNÓSTICA E FORMATIVA

A avaliação desempenha um papel importante na educação. Não só pode medir o desempenho do aluno, mas também pode orientar a prática em sala de aula. Dentre os tipos de avaliação, salientam-se a avaliação formativa e a avaliação diagnóstica.

A avaliação formativa visa apoiar o crescimento contínuo dos alunos por meio de feedback contínuo. O objetivo é identificar os pontos fortes e fracos do aluno e adaptar as aulas de acordo para maximizar os resultados de aprendizagem.

As avaliações diagnósticas também visam identificar lacunas nos conhecimentos e habilidades do aluno. O objetivo é entender o nível de conhecimento atual do aluno e fornecer informações personalizadas para ajudá-lo a atingir suas metas de aprendizado. Aqui é destacada a influência de dois investigadores contemporâneos que têm dado importantes contributos neste campo: Luckesi (2010) e Fernandes (2006; 2011; 2013).

Luckesi (2010) enfoca a pesquisa sobre como a avaliação formativa e diagnóstica pode ser incorporada à prática de ensino para apoiar o aprendizado do aluno. Ele enfatiza a importância da avaliação contínua e do feedback sobre o aprendizado do aluno e defende a necessidade de ajustar o aprendizado com base na avaliação do aluno.

Fernandes (2006) enfoca diferentes métodos de avaliação formativa e diagnóstica e considera como esses métodos podem ser aplicados em ambientes educacionais para identificar necessidades de aprendizagem e individualizar o ensino. Ao fazê-lo, desempenha um papel importante na avaliação da compreensão como uma ferramenta importante para apoiar a aprendizagem do aluno.

3.1 Avaliação formativa: importância do *feedback*

Quando se trata de avaliação formativa e/ou construtiva, é importante começar examinando as ideias e contribuições de Luckesi (2010), que apresenta este tipo de avaliação como um processo contínuo integrado ao fazer pedagógico. Ele argumenta que a avaliação formativa, ao invés de um fim em si mesma, é na verdade uma ferramenta pedagógica para apoiar a aprendizagem contínua do aluno, enfatiza

a importância do *feedback* e avaliação contínuos ao longo do processo de ensino-aprendizagem e não no final. Além disso, defende que ao fornecer *feedback* regular e avaliar constantemente o desempenho dos alunos, os professores podem identificar áreas nas quais os alunos estão tendo dificuldades, adaptando seu ensino de acordo.

A ideia básica da avaliação formativa, segundo Luckesi (2010), é usar a avaliação como uma ferramenta para promover a aprendizagem ao invés de simplesmente mensurar o conhecimento após o fato, indica que os professores devem usar avaliações formativas para entender as necessidades dos alunos, orientá-los na aprendizagem e ajudar a desenvolver estratégias eficazes de aprendizagem.

Fernandes (2006) oferece um rico panorama da avaliação formativa, embora com um enfoque ligeiramente diferente, o autor vê a avaliação estruturada não apenas como uma forma de adaptar o aprendizado às necessidades dos alunos, mas também uma maneira dos alunos participarem de suas próprias avaliações da aprendizagem.

Essa discussão sugere que a avaliação formativa deve ser um processo colaborativo no qual alunos e professores trabalham juntos para avaliar o progresso da aprendizagem e determinar os próximos passos. Ele acredita que, ao incluir os alunos no processo de avaliação, eles assumirão mais responsabilidade por seu próprio aprendizado e poderão se autoavaliar com mais eficácia. Fernandes (2011) explora o papel da avaliação formativa e considera a importância do *feedback*:

Os procedimentos de coleta de evidências de aprendizagem têm como principal finalidade apoiar e orientar os alunos na melhoria das suas aprendizagens. Consequentemente, o *feedback* é essencial no processo de avaliação formativa e deve ser proporcionado de forma inteligente tendo em conta aspectos tais como a distribuição e a frequência e a sua natureza mais descritiva ou mais avaliativa. (Fernandes, 2011, p. 89).

O autor afirma que o objetivo principal de coletar informações (evidências) sobre o progresso do aprendizado do aluno é ajudar os alunos a melhorar seu aprendizado. Essa evidência vem de várias formas, como testes, trabalhos de casa, projetos e frequência às aulas. Além disso, o *feedback* (informações fornecidas aos alunos sobre seu desempenho) é uma parte importante da avaliação formativa e contínua ao longo do processo de aprendizagem com o objetivo de identificar áreas que precisam ser melhoradas e ajustar o ensino de acordo para atender a essas necessidades.

Luckesi (2010) e Fernandes (2006) têm visões ligeiramente diferentes sobre avaliação formativa, mas ambos concordam sobre a importância central da avaliação formativa no processo de ensino e aprendizagem. Eles veem a avaliação formativa não apenas como uma ferramenta para medir o desempenho do aluno, mas também como uma forma de apoiar a aprendizagem ao longo da vida e promover a autonomia do aluno.

A importância da avaliação contínua e do feedback no processo educativo é um tema amplamente discutido e valorizado no meio acadêmico. Nessa área, diversos especialistas têm contribuído com suas análises e pontos de vista. Luckesi (2010), enfatiza o papel crucial da avaliação constante e do retorno informativo como elementos chave para aprimorar o aprendizado dos estudantes. Ele argumenta que esses mecanismos são vitais para identificar as dificuldades dos alunos e para a adaptação apropriada dos programas de ensino, considerando isso uma fase imprescindível do processo educacional.

De maneira complementar, Fernandes (2009) se debruça sobre as diversas abordagens de avaliação. O teórico destaca como a identificação precisa do currículo acadêmico, onde os alunos apresentam deficiências tanto em conhecimentos quanto em habilidades pode conduzir a métodos de ensino mais eficientes pelos professores. O autor ainda vê a análise de erros como um componente importante na avaliação, sublinhando que ao compreender as necessidades específicas de aprendizado de cada estudante, é possível fornecer um ensino mais focado e produtivo.

Quanto ao erro Luckesi (2010) destaca:

[...] que os erros de aprendizagem verificados a partir de um padrão de conduta cognitivo ou prático já estabelecido pela ciência ou pela tecnologia, servem positivamente como ponto de partida para o avanço, e sua compreensão é o passo fundamental para sua superação. (Luckesi, 2010, p. 57).

Os autores reconhecem que os erros cometidos durante o processo de aprendizagem podem ser vistos como oportunidades de crescimento e desenvolvimento, e não como meros fracassos. Quando os alunos cometem erros, eles se desviam da compreensão e das habilidades esperadas definidas pelos padrões cognitivos e práticos da ciência e tecnologia. No entanto, esses erros não são de forma alguma negativos e podem ser um ponto de partida para um aprendizado

posterior. Estes indicam áreas em que a compreensão ou as habilidades do aluno precisam ser mais desenvolvidas ou modificadas. Ao entender a natureza dos erros, como o que os alunos pensam e quais conceitos e habilidades eles querem aprender, os professores podem planejar de acordo com as necessidades dos alunos e ajudá-los a superar e crescer com seus erros.

Luckesi (2010) indica as várias intencionalidades que a avaliação da aprendizagem assume nos mais diversos atores, conforme mostra o Quadro 3:

Quadro 3 – Intencionalidades da avaliação para Luckesi (2010)

Atores	Intenção	Justificativa
Estabelecimentos de ensino	Visualizar apenas as notas dos alunos	Preocupação com os índices de aprovação e promoção para anos seguintes.
Sistema de ensino	Visualizar apenas as notas	Acompanhamento dos índices julgando ser esse o fator de qualidade da rede de escolas.
Professor	Utilizar como elementos motivadores dos estudantes	Entende-se que alunos com bons conceitos aprenderam o conteúdo.
Alunos	Conseguir boas notas	Ser aprovado para séries/anos seguintes
Pais/Responsáveis	Visualizar notas boas	Que o filho(a) seja promovido de série/ano

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A temática da avaliação é sempre complexa. Ela exige muito estudo, apresenta características próprias dos objetivos que pretendemos atingir e representa muito mais que as intenções evidenciadas por Luckesi (2010). Para a pesquisa aqui proposta, a avaliação, em sala de aula, possui um amplo conceito que está em constante evolução tanto para os alunos como para os professores.

A avaliação matemática, portanto, deve refletir o que é de fato importante para aprender e que conhecimento matemático deve ser valorizado. Por outro lado, Suurtamm *et. al.* (2016) indicam que o modelo didático de *design* de avaliação é

baseado na premissa de que a matemática é uma atividade humana na qual os alunos devem dar sentido a si mesmos.

O grande desafio dos docentes, então, é desenvolver avaliações da aprendizagem que ofereçam oportunidades para os alunos demonstrarem seus conhecimentos, compartilhem suas ideias e evidenciem seus problemas de aprendizagem, que servirão para retroalimentar o planejamento do professor e direcionar *feedbacks* assertivos que podem levar os alunos a progredirem em sua aprendizagem.

Algumas pesquisas indicam premissas ou princípios importantes para serem levadas em consideração no desenvolvimento da avaliação da aprendizagem. Encontram-se, na literatura, pesquisadores, como Heuvel-Panhuizen e Becker (2003) e Cheang *et al.* (2012), que descrevem ou citam algumas dessas premissas/desses princípios, indicadas no Quadro 4:

Quadro 4 - Premissas, princípios e justificativas para o desenvolvimento da avaliação

Pesquisadores	Premissas / Princípios	Justificativa
Van den Heuvel-Panhuizen e Becker (2003)	Itens/Questões/Problemas que apresentam várias soluções.	Várias soluções podem envolver vários caminhos para uma única solução e variadas soluções.
	Itens/Questões/Problemas que apresentam dependência uns dos outros.	Identifica se os alunos têm uma opinião sobre a relação entre dois Itens/Questões/Problemas e se eles podem usá-la.
	Itens/Questões/Problemas em que o que interessa é a estratégia da solução e não a resposta real.	Os professores podem considerar estratégias para identificar situações em que os alunos reconhecem e usam relacionamentos para encontrar soluções de maneira eficaz.

Cheang <i>et al.</i> (2012)	Demonstração de um entendimento do problema e como obter informações do problema.	Itens/Questões/Problemas que sejam possíveis verificar a aprendizagem por competências.
	Capacidade de concluir cálculos apropriados.	
	Raciocínio indutivo e dedutivo, conforme aplicável.	
	Comunicação usando representações relevantes (por exemplo, tabelas, gráficos, equações).	
	Capacidade de usar a matemática para resolver problemas do mundo real.	

Fonte: Adaptado de Heuvel-Panhuizen e Becker (2003) e Cheang *et al.* (2012)

Essas premissas e observações fomentam a reflexão sobre como o conhecimento pedagógico do conteúdo PCK, proposto por Shulman (1987), colabora para desenvolver avaliações que possam extrair o máximo de informações dos alunos, para retroalimentar as instruções posteriores a esses discentes.

3.2 Avaliação diagnóstica: estratégias educativas ao longo do processo

A avaliação diagnóstica é um conceito importante no campo da avaliação educacional e foi amplamente explorado nos escritos de Luckesi. Segundo Luckesi (2010), a avaliação diagnóstica é uma ferramenta que deve ser utilizada para determinar o nível atual de conhecimento e habilidades do aluno. Deve ser vista não apenas como um método de detecção de erros, mas acima de tudo como uma ferramenta que permite aos professores compreender a base de conhecimento do aluno e adequar as aulas às necessidades do aluno. O autor defende que a avaliação diagnóstica deve ser utilizada não só no início do processo educativo, mas ao longo de todo o processo de aprendizagem, para que as estratégias educativas possam ser ajustadas em conformidade.

Por outro lado, Fernandes (2009) também enfatiza a avaliação diagnóstica, mas em outro aspecto. O autor vê a avaliação diagnóstica como uma ferramenta para ajudar a determinar as necessidades de aprendizagem dos alunos. Ele enfatiza que as avaliações diagnósticas devem ajudar os alunos a identificar áreas em que estão se desenvolvendo e entender as razões de suas dificuldades.

Isso pode incluir, por exemplo, a identificação de lacunas no conhecimento de um aluno e a compreensão de possíveis barreiras de aprendizado, como dificuldades de aprendizado e problemas sociais e emocionais. A fim de contribuir para que esse instrumento avaliativo esteja a serviço de uma avaliação formativa cuja finalidade, conforme Fernandes (2009):

É um processo eminentemente pedagógico, plenamente integrado ao ensino e à aprendizagem, deliberado, interativo, cuja principal função é a de regular e de melhorar as aprendizagens dos alunos. Ou seja, é a de conseguir que os alunos aprendam melhor, com compreensão utilizando e desenvolvendo suas competências, nomeadamente as de domínio cognitivo e metacognitivo. (Fernandes, 2009, p. 59).

A avaliação diagnóstica está profundamente enraizada na prática de ensino e aprendizagem. Esse processo é intencional e interativo, sugerindo que foi intencionalmente projetado para encorajar a interação entre alunos ou entre alunos e professores. A principal função desse processo é coordenar e reforçar o aprendizado do aluno. Isso significa que é parte integrante do ambiente educacional e desempenha um papel na orientação e melhoria da forma como os alunos aprendem.

Como diz a citação, a análise de erros pode ser vista como uma ferramenta para "regular e aprimorar o aprendizado do aluno". Ao entender os erros que os alunos cometem, os educadores podem ajustar suas estratégias de ensino e os próprios alunos podem ajustar suas estratégias de aprendizado para melhorar o desempenho futuro. Isso se alinha com nosso objetivo de ajudar os alunos a "aprender melhor, usar suas habilidades com sabedoria e desenvolvê-las ainda mais". Além disso, a análise de erros facilita o desenvolvimento de habilidades metacognitivas. Quando os alunos refletem sobre seus erros e por que eles aconteceram, eles estão praticando a metacognição. Aprendem a refletir sobre sua própria forma de pensar e a reconhecer padrões e hábitos que possam atrapalhar seu aprendizado.

Ambos os autores apontam que a avaliação diagnóstica é uma ferramenta fundamental para determinar as necessidades de aprendizagem dos alunos e para individualizar as aulas. No entanto, Luckesi (2010) tende a enfatizar o uso de avaliações diagnósticas para identificar conhecimentos prévios e habilidades dos alunos, enquanto Fernandes (2009) identifica as necessidades de aprendizagem e as raízes das dificuldades de aprendizagem dos alunos, com foco na compreensão das causas subjacentes.

3.3 Implicações práticas dos tipos de avaliação: transformação da sala de aula

Como sugerem Luckesi (2010) e Fernandes (2009), a aplicação eficaz da avaliação formativa e diagnóstica na sala de aula tem implicações importantes para os professores. A avaliação deixou de ser apenas uma ferramenta de medição para se tornar uma ferramenta fundamental para desenvolver e melhorar o processo de aprendizagem, levando à transformação da sala de aula em um ambiente mais dinâmico e centrado no aluno.

Luckesi (2010) levantou a hipótese de que a prática da avaliação formativa exige que os professores estejam ativamente envolvidos no fornecimento de feedback consistente aos alunos. Isso significa que a forma tradicional de entender a avaliação está passando por uma grande mudança, não mais como uma ferramenta utilizada apenas no final de um semestre ou no final de uma unidade de ensino, mas como parte integrante do processo educacional cotidiano. Essa prática de feedback contínuo permite que os professores adaptem e modifiquem as estratégias de ensino para atender às necessidades de cada aluno, criando um ambiente de aprendizado mais individualizado e eficaz.

Conforme defendido por Fernandes (2009), a avaliação diagnóstica deve ser usada para identificar os pontos fortes dos alunos, áreas de dificuldade e suas necessidades específicas de aprendizagem. Ao identificar essas áreas, os professores podem organizar as aulas de acordo com suas necessidades. Por exemplo, ao identificar precocemente as dificuldades com um determinado conceito, os professores podem redesenhar sua abordagem de ensino para ajudar os alunos a superar esse obstáculo.

Adicionalmente, Luckesi (2010) e Fernandes (2009) destacam a importância do papel ativo dos alunos no processo de avaliação. Eles argumentam que essa participação aumenta a motivação do aluno, aumenta a autoeficácia e promove a autonomia de aprendizagem. Os professores devem, portanto, criar um ambiente de aprendizagem no qual os alunos se sintam à vontade para refletir sobre suas realizações, aceitar críticas e fazer perguntas.

No entanto, o uso eficaz desses métodos de avaliação requer treinamento e apoio adequados para os professores. Isso significa abraçar a avaliação como uma parte importante da educação e investir em programas de formação de professores que apoiem o uso de estratégias de avaliação de desenvolvimento e diagnóstico. Além disso, os sistemas educacionais precisam fornecer aos professores recursos e tempo suficientes para colocar essas práticas em prática, ao mesmo tempo em que reconhecem a importância do feedback contínuo e da avaliação diagnóstica para promover o aprendizado eficaz.

A seguir, explora-se a importância da análise de erros no ambiente educativo e o papel fundamental que desempenha no aprimoramento das abordagens pedagógicas que devem ser observadas pelos professores, enfatizando a importância dos erros como ação importante do ensino e aprendizagem, tanto para os estudantes quanto para os próprios professores. No capítulo que segue, tem-se Radatz (1979; 1980) e Borasi (1987) como teóricos importantes.

4 ANÁLISES DE ERROS E APOIO ÀS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DOS PROFESSORES

As pesquisas sobre as análises de *erros* em educação matemática datam do século passado. Nos EUA, pesquisadores como Judd e Buswell (1925) publicaram mais de 30 estudos com foco no diagnóstico e análise de erros em aritmética.

Esta seção está fundamentada pelos estudos realizados por Radatz (1979; 1980) que analisou e classificou os erros cometidos por estudantes em cinco classes, oferecendo bastantes subsídios pedagógicos aos professores. Outra pesquisadora que também fundamenta esta seção é Borasi (1987), que em suas pesquisas reforça que o docente precisa modificar sua postura para alcançar seus objetivos, criando um ambiente de aprendizagem capaz de tirar o máximo de evidências do pensamento matemático do aluno.

Na Alemanha outros pesquisadores se detiveram a estudar esse objeto de estudo, como Weimer (1925) e Seemann (1929), também no campo da aritmética. O interesse do alemão pela análise do *erro* durante a década de 20 deve ser entendido, por um lado, pela crescente importância da pedagogia empírico-científica e, por outro lado, pelo fato de vigorar na época um programa de reforma que preconizava a promoção da individualidade, adaptando toda a educação profissional para a criança e suas características e para o respectivo estágio de desenvolvimento da criança.

Quando o professor realiza essas análises de produção, é criada a possibilidade de entendermos como o estudante desenvolve o raciocínio e se apropria do saber. Procurou-se tratar, nesta subseção, do que as pesquisas anteriores abordam sobre essa temática e como as evidências dos erros cometidos pelos alunos nas avaliações ou atividades em sala de aula podem colaborar com a qualificação docente no ensino de matemática.

4.1 Análise de erros por Hendrik Radatz

Para Radatz (1979), a análise de erros matemáticos, como muitos problemas da pesquisa educacional, é devido às diferenças nos objetivos e nas condições sociais e nos currículos e programas educacionais, o que torna muito difícil a generalização de descobertas.

Radatz (1979) classifica os erros de acordo com as seguintes dificuldades individuais dos alunos, como mostrado no Quadro 5:

Quadro 5 - Classificação de erros por Radatz (1979).

Categoria de Erro	Descrição
Erros de Linguagem Matemática	Dificuldades relacionadas à compreensão da linguagem própria da matemática, incluindo termos, símbolos e maneiras de expressar conceitos matemáticos.
Erros em Informações Espaciais	Erros originados de dificuldades em entender e processar informações visuais ou espaciais, importantes na matemática, especialmente em geometria e em problemas que requerem visualização espacial.
Erros de Pré-Requisitos e Habilidades	Incluem lacunas de aprendizagem em conhecimentos, habilidades ou conceitos que são pré-requisitos para entender novos tópicos matemáticos. Também envolvem aplicação incorreta de técnicas ou insuficiente compreensão de conceitos.
Erros de Associações Incorretas ou Rigidez	Decorrem de uma transferência negativa de conhecimentos, onde o aluno está confiante, mas incorreto em sua abordagem. Exige que o professor desafie e reconstrua o entendimento do aluno.
Erros na Aplicação de Regras Irrelevantes	Incluem o desenvolvimento de algoritmos incorretos e a aplicação de estratégias inadequadas na resolução de problemas matemáticos.

Fonte: Adaptado de Radatz (1979).

No Quadro 5 identificamos as diferentes naturezas dos erros matemáticos que permite aos professores uma melhor compreensão das dificuldades individuais dos estudantes. Cada categoria de erro pressupõe e demanda estratégias de ensino específicas para apoiar os estudantes a superar esses desafios de aprendizagem. Radatz (1979) alerta que os cinco tipos de erro na classificação do processamento da informação acima mencionados devem ser vistos como elementos de um modelo para agrupar os erros. Além disso, o autor pontua quatro observações com relação aos erros, quais sejam:

(i) os erros na aprendizagem da matemática não são simplesmente a ausência de respostas corretas ou o resultado de acidentes infelizes, mas são a consequência de processos definidos cuja natureza deve ser descoberta;

(ii) a natureza e as causas subjacentes dos erros em termos dos mecanismos de processamento de informações do indivíduo podem ser analisadas;

(iii) a análise dos erros oferece uma variedade de pontos de partida para a pesquisa dos processos pelos quais os estudantes aprendem matemática;

(iv) os aspectos quantitativos predominantes de testes e métodos semelhantes, para medir o desempenho, não podem fornecer critérios suficientes para procedimentos pedagógicos eficientes.

Radatz (1980) destaca ainda alguns níveis de pesquisa pouco investigados no contexto deste estudo, a saber:

- erros nas áreas de conteúdo não aritmético da educação matemática;
- processos conscientes e inconscientes em tentativas incorretas de resolver problemas matemáticos;
- análises detalhadas de causas de erros deriváveis de efeitos de interação entre as variáveis intervenientes no processo de ensino-aprendizagem da matemática (professor, currículo, aluno etc);
- desenvolvimento de ajudas didáticas especiais para o tratamento de dificuldades e erros de aprendizagem específicos. Além disso, os problemas de descrição de causas e de separação de áreas causais, de investigação do caminho de solução individual ou dos métodos de análise no campo da pesquisa e prática de ensino serão tópicos para os esforços atuais e futuros de pesquisa e desenvolvimento didático.

Ao analisarmos os *erros* dos alunos, podemos revelar o processo de resolução errôneo de problemas e fornecer informações sobre a compreensão e as atitudes em relação aos problemas matemáticos aparentes.

4.2 Análise de erros por Raffaella Borasi

Outra pesquisadora com importantes contribuições nos ajuda a entender mais um pouco sobre esse objeto de estudo. Borasi (1987) reforça que o professor

precisa modificar sua postura para alcançar esses objetivos, criando um ambiente de aprendizagem capaz de tirar o máximo de evidências do pensamento matemático do aluno. Entre as ações propostas pela pesquisadora, consideramos uma como imprescindível para investigar a forma de desenvolvimento do raciocínio dos alunos: verbalizar suas resoluções e seus pensamentos matemáticos em torno do objeto de estudo.

É possível que, ao realizar essa ação com os estudantes, verificando o que eles pensam/sabem sobre algum conceito ou desenvolvimento de expressão matemática, o professor tenha ferramentas e instrumentos capazes de analisar o que cada um sabe e como eles integram esse pensamento à linguagem matemática.

Borasi (1987) afirma que no ensino da matemática a compreensão e o uso de erros como ferramentas de aprendizagem surgem como um aspecto importante. No Quadro 6 temos uma perspectiva inovadora sobre este tema, representa sua taxonomia detalhada dos usos de erros como pontos de partida para a investigação matemática, categorizando as abordagens em três dimensões principais: a postura de aprendizagem, o tipo de tarefa matemática realizada e o nível de discurso matemático:

Quadro 6 - Taxonomia dos usos de erros como pontos de partida para investigação por Borasi (1987).

Postura de Aprendizagem	Tarefa Matemática Específica	Conteúdo Técnico Matemático	Natureza da Matemática
Remediação	Análise de erros reconhecidos para entender o que deu errado e corrigi-lo para executar a tarefa estabelecida com sucesso.	Análise de erros reconhecidos para esclarecer mal-entendidos do conteúdo matemático técnico.	Análise de erros reconhecidos para esclarecer mal-entendidos relacionados à natureza da matemática ou questões matemáticas gerais.
Descoberta	Erros e resultados incertos são usados construtivamente no processo de resolver um problema ou tarefa nova; monitorando o próprio trabalho para	Erros e resultados incertos são usados construtivamente enquanto se aprende sobre um novo conceito, regra, tópico, etc.	Erros e resultados incertos são usados construtivamente enquanto se aprende sobre a natureza da matemática ou algumas questões matemáticas gerais.

	identificar possíveis erros.		
Pesquisa	Erros e resultados intrigantes motivam perguntas que podem gerar investigação em novas direções e novas tarefas matemáticas a serem realizadas.	Erros e resultados intrigantes motivam perguntas que podem levar a novas perspectivas e insights sobre um conceito, regra, tópico, etc, que não foram abordados no plano de aula original.	Erros e resultados intrigantes motivam perguntas que podem levar a perspectivas e insights inesperados sobre a natureza da matemática ou algumas questões matemáticas gerais.

Fonte: Adaptação da taxonomia proposta por Borasi (1987, p. 279)

O Quadro 6 destaca como os erros podem ser utilizados não só para remediação, mas também para descoberta e pesquisa, tanto na compreensão de conteúdos técnicos matemáticos quanto na apreciação da natureza da matemática em si. Isso reflete uma mudança paradigmática no ensino de matemática, enfatizando o erro como uma oportunidade valiosa de aprendizado, em vez de um mero obstáculo a ser superado.

Além disso, Borasi (1987), pesquisadora que fundamenta parte de nossa pesquisa, relata que, embora os professores e pesquisadores reconheçam o valor de analisar os erros dos alunos para diagnóstico e correção, eles não foram encorajados a tirar vantagem de erros como oportunidades de ensino. Sua proposta é baseada na ideia de que os erros podem fornecer evidências e ferramentas para o professor desenvolver investigações matemáticas importantes, o que pode ainda contribuir para qualificar o seu trabalho.

A proposta de Borasi (1987), convida professores a disponibilizarem atividades, organizadas em torno do estudo aparente dos erros matemáticos, com finalidades que vão desde a identificação do diagnóstico até a identificação de estratégias que podem influenciar outras oportunidades de aprendizagem.

4.3 Análise de erros por outros pesquisadores

Confrey (2006, p. 111), a partir de uma visão construtivista sobre o erro, afirma que, "Quando os alunos se envolvem verdadeiramente na resolução de

problemas matemáticos, eles procedem de maneiras pessoalmente razoáveis e produtivas". Se esses procedimentos configurarem erros, interpretá-los seria como investigar padrões de erro consciente. Em outras palavras, a forma de pensar do estudante representa uma certeza; desconstruir essa certeza e reconstruir sua forma de pensar constitui uma reflexão importante para a práxis do professor.

Assim, as pesquisas do autor indicam que, à medida que examinamos as concepções dos alunos e encontramos respostas que se desviam do raciocínio matemático razoável para o objeto de estudo, o docente precisa ter em mente as seguintes considerações importantes: buscar sempre suas qualidades sistemáticas, procurando entender o ponto de vista do aluno, visto que, quando os alunos são incentivados a descrever suas certezas, é possível explorá-las; buscar possibilidades de abordagens alternativas que podem ser atraentes para o aluno, quando as respostas desses alunos forem diferentes das expectativas dos professores; observar os desvios de solução, pois estes fornecem evidências para que professores observem e, posteriormente, imaginem como os alunos estão absorvendo o conhecimento.

Para Cury (2007), quando os professores realizam as análises de respostas dos alunos, é preciso levar em consideração não apenas o acerto ou o erro em si, mas também as formas de apropriação de um determinado conhecimento, que surge na produção escrita e pode evidenciar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes.

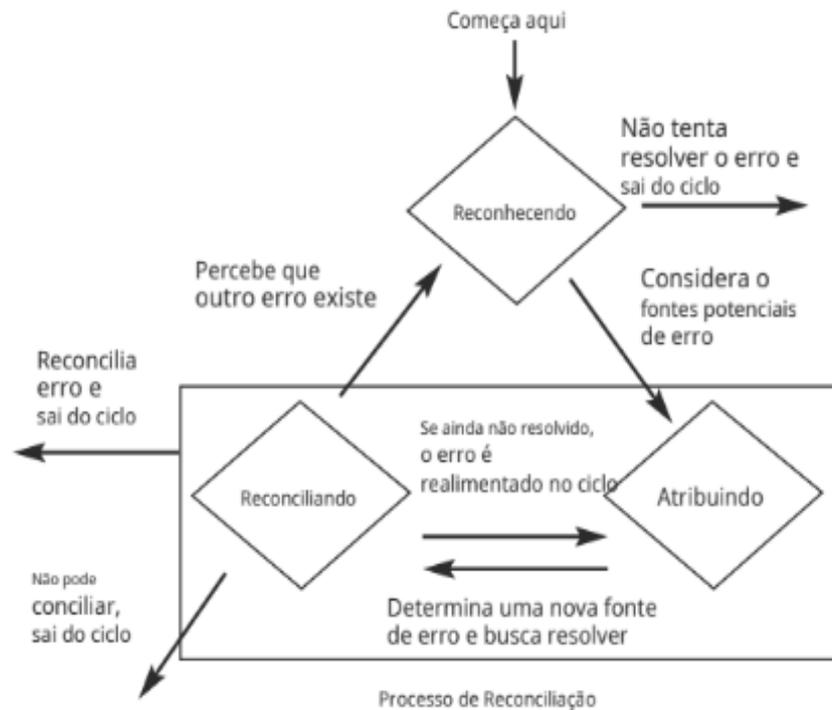
Quando é considerado o acerto ou erro de itens ou questões, não há uma investigação, há apenas a correção de atividades. Ora, cabe aqui, então, levantar um questionamento acerca dessa situação: que estratégia foi utilizada pelo aluno para chegar a esse resultado? Essa reflexão, portanto, constitui um passo importante para investigações sobre os *erros* cometidos pelos alunos.

A pesquisa realizada por Rushton (2018), sugere que os alunos podem aprender conceitos matemáticos por diversas variedades de métodos. Contudo, a retenção do conhecimento matemático aumenta, significativamente, quando a análise de *erros* é adicionada às aulas, às tarefas e aos questionários dos alunos.

Sobre esse assunto, Lannin, Townsend e Barker (2006) desenvolveram o que eles chamaram de ciclo reflexivo da análise de erros. Assim, a figura a seguir

indica os caminhos do processo que os alunos percorrem à medida que verificam os erros cometidos.

Figura 1 - O ciclo reflexivo da análise de erros



Fonte: Lannin, Townsend e Barker (2006, p. 34).

A verificação no ciclo se dava quando os alunos identificavam um *erro*. Eles geralmente consideravam uma fonte ou fontes potenciais para seus erros e seguiam todas as situações das setas de acordo com seus achados.

Para Lai (2012), a análise de erros é um método utilizado para identificar a causa dos erros dos alunos, quando eles cometem erros consistentes e caracteriza-se como um processo de revisar o trabalho de um aluno e, depois, procurar padrões de mal-entendidos. Além disso, o autor indica, ao professor, como conduzir uma investigação em análise de erros em sete etapas, que buscamos sintetizar a seguir:

1. no primeiro momento, o professor deve aplicar uma amostra de atividades ao aluno, envolvendo objeto de estudo pesquisado (por exemplo, adição simples; multiplicação de dois dígitos com reagrupamento), contemplando, pelo menos, de três a cinco itens para cada tipo de problema;

2. criar espaço para que o aluno verbalize ou pense em voz alta, enquanto resolve os problemas, sem fornecer nenhum tipo de sugestão ou orientação;
3. registrar todas as respostas dos alunos em formato escrito e verbal;
4. analisar as respostas e procurar padrões entre os tipos de problemas comuns;
5. procurar exemplos de "exceções" a um padrão comum ("exceções" precisas podem indicar que o aluno não compreende totalmente o procedimento ou conceito);
6. descrever os padrões observados em linguagem simples e as possíveis razões para os problemas do aluno (por exemplo, se um aluno não reagrupar problemas de adição de dois dígitos, pode ser um sinal de que o aluno não entende o conceito de valor nominal);
7. entrevistar o aluno, pedindo-lhe que explique como resolveu o problema para confirmar padrões de erro suspeitos.

Aksu (2019) traz uma abordagem considerável em relação ao erro cometido pelo aluno no contexto de sua pesquisa. O autor examinou o conhecimento do conteúdo pedagógico dos professores em formação sobre a disciplina no contexto de conhecer a origem dos erros dos alunos e oferecer soluções corretas. Dessa maneira, ele constatou, dentro do grupo avaliado, que os professores não estavam no nível desejado para identificar a origem dos erros dos alunos e propor soluções corretas.

Essa visão é defendida por Shulman (1987) e significa necessariamente que os professores não devem apenas ter um conhecimento profundo sobre as disciplinas específicas que estão sendo ensinadas, mas também devem ter uma formação integral e humanística ampla para construir o conhecimento que foi aprendido e proporcionar novas aprendizagens e entendimentos convenientes.

Além de Cury (2007), que desenvolveu sua tese sobre a temática, Pinto (1998) também trabalhou, em sua tese de doutorado, com o erro. Sua hipótese inicial foi a de que toda concepção de erro se encontra atrelada à concepção que o professor tem de sua disciplina. Isto implica a forma de conceber o processo de ensino-aprendizagem e, conseqüentemente, os modos de praticar a avaliação.

Além disso, sua indagação inicial de estudo foi saber como essa visão sobre o erro vem sendo praticada no âmbito do processo ensino-aprendizagem da

matemática elementar. Assim, a pesquisadora tentou responder algumas perguntas, como: de que forma isso está presente no ensino de matemática? Como o professor tem utilizado o erro para reorientar seu ensino? Quais as modalidades de tratamento que ele tem dado ao erro do aluno?

Outra tese de doutorado, realizada no Brasil, foi de Costa (2014), na qual o autor pesquisou sobre o desenvolvimento profissional dos professores de matemática a partir das reflexões acerca dos erros dos alunos. Nesse estudo, o pesquisador busca responder a alguns questionamentos, são eles: qual é o tratamento dado atualmente pelos professores aos erros cometidos por seus alunos nas aulas e nas avaliações?

É possível estabelecer um trabalho de desenvolvimento profissional docente tomando como ponto de partida os erros cometidos pelos alunos? Caracterizada como uma pesquisa de cunho qualitativo, o pesquisador fez uso de instrumentos de pesquisa, como observação das aulas, entrevistas estruturadas e encontros formativos com professores pautadas nas análises dos erros.

Na próxima seção discorre-se sobre os caminhos metodológicos da pesquisa. Apresentamos sua abordagem, sujeitos, o tipo de coleta de dados, bem como a sua análise, interpretação, confiabilidade e validade.

5 A PESQUISA: METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS

Esta seção se dedica à análise dos dados obtidos no estudo proposto. Buscamos, a partir das leituras e análise, oferecer uma visão importante sobre os erros cometidos pelos alunos em atividades, avaliações formativas e diagnósticas, bem como interpretar o potencial pedagógico desses erros para a promoção da aprendizagem matemática.

A análise foi baseada em três objetivos específicos. Primeiro, identificação das categorias de erros cometidos pelos alunos que são mencionadas na literatura e que fazem parte das unidades temáticas/habilidades propostas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Em segundo lugar, o entendimento de como o erro do aluno influencia a prática pedagógica do professor, bem como o seu potencial pedagógico-didático a partir das atividades e avaliações formativas/diagnósticas realizadas em sala de aula, visando a promoção da aprendizagem significativa de matemática. Finalmente, apresentar práticas pedagógicas que abordam o erro do aluno como uma etapa natural do processo de desenvolvimento cognitivo, impactando diretamente no planejamento e na prática didático-pedagógica do professor.

A metodologia empregada para alcançar esses objetivos foi a pesquisa qualitativa do tipo exploratória (Gil, 2008) e teve como técnica de análise de dados a análise de conteúdo (Bardin, 2016). Para coletar dados, realizamos uma formação continuada a partir de um curso presencial com professores de matemática dos anos finais do município de Guaramiranga e uma entrevista semiestruturada.

A análise desses resultados foi apresentada em seções correspondentes a cada um dos objetivos específicos. Cada seção incluiu uma discussão das descobertas relevantes, juntamente com citações das entrevistas e exemplos de dados para ilustrar alguns pontos chave. No final desta investigação fornecemos uma síntese das descobertas e discutimos as implicações para a prática pedagógica e a aprendizagem matemática.

A análise foi dividida em quatro (04) unidades estabelecidas, sendo elas: (i) Identificação e Avaliação de Erros; (ii) Análise de Erros e Prática Docente; (iii) Estratégias de Abordagem e (iv) Maior compreensão dos erros.

Essas unidades de análise utilizaram como fonte as transcrições das entrevistas semiestruturadas com os professores sujeitos desta pesquisa (apêndice A) e as gravações dos encontros presenciais do curso de formação continuada, destacando comentários, opiniões e informações dos sujeitos da pesquisa. Para tanto, procedemos de acordo com Gibbs (2007), que estabelece vários procedimentos de confiabilidade e validade que podem ser realizados para termos uma pesquisa com confiabilidade qualitativa. Entre os procedimentos propostos pelo autor, realizaremos a revisão de transcrições para nos assegurar que não existem erros cometidos durante esse processo.

Além disso, nos certificamos de que todas as unidades de registros sobre a temática foram levadas em consideração e que o contexto foi associado corretamente ao sentido proposto. Para garantir a validade, foram empregadas algumas estratégias, tais como: (1) Triangulação de dados, pois temos múltiplas fontes de coleta, incluindo entrevistas semiestruturadas e curso de extensão; (2) Checagem com o entrevistado, pois manteremos o diálogo sobre nossas interpretações e as inferências a partir das falas dos pesquisados de modo a garantir a verdade dos dados.

Foi empreendida a análise do conteúdo utilizando Bardin (2016). Com a organização das fontes de dados citados na coleta foi obtida a percepção geral das informações, refletindo sobre o significado global e avaliando o que é mais relevante sobre o que os professores expressaram como ideia geral sobre o erro, verificando a profundidade do objeto de pesquisa, caracterizando a etapa que Bardin (2016) chama de organização da análise.

Em seguida, os dados foram organizados nas unidades de registros. Isso foi feito destacando o termo "erro" ou as palavras sinônimas do objeto de estudo toda vez que o entrevistado citou e interpretou essa unidade de registro dentro das unidades de contexto. Em outras palavras, foi verificado em que contexto o entrevistado citou o termo "erro" dentro das transcrições, observações e curso de extensão, o que caracterizou a segunda etapa de Bardin (2016), chamada de codificação. Por fim, categorizamos o conteúdo transcrito e codificado, realizando as inferências e discussões finais.

Com o curso de extensão, estabeleceu-se uma relação entre si e o objeto específico, identificando as categorias de erros cometidos pelos alunos que são

mencionadas na literatura e que fazem parte das unidades temáticas/habilidades propostas na BNCC. Para tanto abordamos os seguintes pontos em sua ementa:

(a) estrutura do ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental, à luz da BNCC: Unidades Temáticas, Objetos de Conhecimento e Habilidades: Esta unidade estabelece o contexto e a estrutura para o curso, apresentando a estrutura do ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental no Brasil, de acordo com a BNCC, incluindo uma discussão sobre as diferentes unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades que são indicada na BNCC.

(b) Oficina de elaboração de itens para construção de evidências dos erros: esta unidade se propôs a envolver atividades práticas para ajudar a identificar e categorizar erros, na perspectiva de entender diferentes tipos de erros, como erros conceituais, procedimentais e estratégicos, e como identificá-los em problemas matemáticos.

(c) Principais erros observados na Unidade Temática: Números, Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Probabilidade e Estatística: Esta unidade apresentou caráter de aprofundar os erros específicos observados em cada uma das unidades temáticas da BNCC, incluindo erros comuns que os alunos cometem ao lidar com números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística. Dentre cada uma das unidades exemplos específicos de erros, discussões sobre porque esses erros são cometidos, e estratégias para corrigir esses erros foram abordados.

Na entrevista semiestruturada (Apêndice A) buscou-se atingir a relação entre si e o objetivo específico (2) compreender como o erro do aluno influencia a prática pedagógica do professor e seu potencial didático pedagógico. As perguntas foram amplas o suficiente para dar ao entrevistado a oportunidade de fornecer respostas detalhadas e informativas. As perguntas também foram separadas por categorias para uma posterior análise, dialogando com as unidades de análise.

A primeira consistiu na identificação e avaliação de erros: esta seção tem como objetivo entender como o professor percebe e avalia os erros dos alunos. As perguntas se concentraram em obter um entendimento claro dos erros comuns, como o professor os identificou e como eles acreditam que esses erros impactam o desempenho do aluno.

A segunda consistiu na análise de erros e prática docente: as perguntas nesta seção exploraram como a identificação e a análise de erros podem afetar a prática de ensino do professor. A ideia foi entender se e como o professor ajusta sua abordagem de ensino com base nos erros que os alunos cometem, entendendo a influência do erro do aluno na prática pedagógica do professor, conforme definido no objetivo do estudo.

O terceiro consiste nas estratégias de abordagem, sendo uma etapa que foca em estratégias específicas que o professor usa para lidar com erros dos alunos, procurando descobrir como o professor trabalha ativamente para corrigir os erros e ajudar os alunos a melhorar. Por fim, a quarta consiste na maior compreensão dos erros. As perguntas nesta subseção procuram explorar se a compreensão dos erros dos alunos pelos professores pode levar a uma mudança na prática docente e melhorias no desempenho acadêmico.

Entendemos que essa metodologia atinge o objetivo geral de analisar os erros em matemática na perspectiva do professor de matemática. O curso de extensão (fornece uma compreensão teórica dos erros comuns cometidos pelos alunos em cada uma das unidades temáticas da BNCC, e apresenta estratégias para identificar, categorizar e corrigir esses erros); a entrevista semiestruturada (com a coleta de dados sobre como os professores percebem, avaliam e respondem aos erros dos alunos na prática fornecendo insights valiosos sobre a eficácia das estratégias de ensino atuais e potenciais áreas de melhoria).

É por meio da triangulação desses métodos, que foi possível identificar fatores presentes na análise de erros, baseados em evidências que mais influenciam a prática docente e promovem a aprendizagem e o fortalecimento do conhecimento matemático dos estudantes, respondendo à questão central da tese: que evidências na análise de *erros* mais influenciam a prática docente em matemática nos anos finais do ensino fundamental?

Por fim, entende-se que ao coletar e analisar esses dados, fomos capazes de identificar os fatores que são mais influentes no processo de aprendizagem matemática para verificar nossa hipótese. Dentro da análise de erros em matemática, existem fatores que possuem mais efeitos sobre a aprendizagem dos estudantes que outros.

Com isso, demonstramos que existem fatores indicados na análise de *erros* baseados nas evidências de sala de aula que influenciam mais a prática docente em detrimento a outras situações para a promoção da aprendizagem e fortalecimento do conhecimento matemático dos estudantes.

Nesta seção, a análise dos dados obtidos em um estudo sobre erros matemáticos na perspectiva do professor de matemática foi apresentada. A seguir, discorre-se sobre essa análise com base nos dados observados na entrevista semiestruturada e curso sobre erros.

6 ANÁLISE DE DADOS: FERRAMENTAS E TÉCNICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nesta seção avançamos para além da mera compilação de informações, adotando uma análise de conteúdo, conforme proposto por Bardin (2016). Esta abordagem permitiu não apenas o processamento sistemático dos dados, mas também a descoberta de *insights* mais profundos, especialmente no que tange aos equívocos no contexto educacional.

Na matemática, os erros são comumente vistos como falhas a serem corrigidas. Aqui consideramos os erros dos alunos como horizonte para compreender suas dificuldades. Ao analisar as conversas e atividades em um curso que se debruça sobre esses erros, tentamos entender não apenas o porquê desses deslizes, mas também como eles se entrelaçam com o caminho de aprendizado de cada aluno.

Nesse contexto, identificar e avaliar erros vai além da simples categorização, estabelecendo as bases para uma prática docente mais adaptativa e responsiva. Aqui, os erros não são vistos como um ponto final, mas como um ponto de partida para investigação e diálogo. O papel do professor deve ser adequado a partir pela interpretação dos erros, incluindo suas origens, frequências e padrões.

A análise de conteúdo se mostra essencial para reconhecer esses padrões e sugerir estratégias de ensino inovadoras que abordem tais desafios. As estratégias para gerenciar erros também são cruciais. Estamos em uma jornada para descobrir e organizar formas criativas de abordar os erros em sala de aula, transformando cada deslize em um trampolim para o aprendizado.

Ao ouvir os professores durante as entrevistas semiestruturadas e no curso sobre análise de erros, observamos um mosaico de crenças e técnicas pedagógicas no ensino de matemática. É evidente o quanto eles valorizam um ensino contínuo e integrado de matemática e a necessidade de entender as dificuldades individuais dos alunos. Eles buscam abordagens pedagógicas que se pautam nas necessidades dos estudantes. Analisamos essas práticas à luz das habilidades necessárias para os educadores de matemática, com foco no conhecimento matemático, didático e pedagógico, essencial para compreender os erros dos alunos.

A análise foi realizada com base nas unidades e categorias, conforme o Quadro 7:

Quadro 7 - Unidades de análises realizadas

Unidades de análises	Categorias de análises
A identificação e avaliação de erros	Compreensão de Conceitos Matemáticos
	Erros de Procedimento e Conceituais
	Interpretação e Compreensão de Problemas
	Percepção da Utilidade do Conteúdo Matemático
Análise de Erros e Prática Docente	Planejamento e Adaptação Curricular
	Metodologias e Estratégias de ensino
	Avaliação e análise do pensamento do aluno
	Comunicação e linguagem pedagógica
Estratégias de Abordagem	Correção de Atividades e Acompanhamento Individual
	Mudança de Metodologia e Linguagem
	Adaptação de Estratégias com Base em Diagnóstico
Maior compreensão dos erros	Compreensão e Reflexão sobre os Erros na Prática Docente
	Impacto das Mudanças na Prática Docente no Desempenho Acadêmico dos Alunos

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

As discussões baseiam-se nas teorias de Shulman (1987), Ball (2005) e Ma (2010), que ressaltam a importância de um conhecimento profundo em matemática e a capacidade de responder de forma pensada aos desafios dos alunos, visando um aprendizado de matemática que realmente marque suas vidas. Além disso, olhamos para os erros e para o suporte pedagógico dos professores por meio das lentes de Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987), explorando como os estudantes desenvolvem seu raciocínio.

6.1 Unidade de Análise 01 - A identificação e avaliação de erros

Este subtópico constitui-se como a primeira unidade de análise. Esta fase foi importante para estabelecer uma base que permita uma compreensão detalhada dos tipos de erros cometidos, suas frequências e as condições sob as quais surgem. A classificação e avaliação dos erros obtidos por meio das entrevistas semiestruturadas e do curso de análise de erros nos forneceram os dados brutos que, após codificação e análise, revelaram padrões e categorias significativas.

6.1.1 Categoria 1.1 Compreensão de Conceitos Matemáticos

A análise das entrevistas com os professores P1, P2, P3 e P4 ofereceu uma visão sobre as nuances da compreensão matemática no ambiente de sala de aula. A partir das perspectivas de cada professor, exploramos como eles percebem e abordam os erros cometidos pelos alunos, pois eles trazem evidências importantes para entender não apenas o nível de compreensão dos alunos, mas também a eficácia das estratégias de ensino empregadas.

Nesse contexto, Shulman (1987) a partir da ideia de PCK, enfatiza a necessidade de compreender o conteúdo que está sendo ensinado e as estratégias pedagógicas mais eficazes para o ensino desse conteúdo, além disso enfatiza que os professores devem ser capazes de transformar o conteúdo matemático de uma forma que seja pedagogicamente poderosa e que responda às variações na compreensão e experiência dos alunos.

Observando a entrevista do professor P1, verificamos o que ele aborda no seguinte trecho sobre os erros matemáticos:

A questão de quando eles se deparam com a presença de números negativos e as suas operações, né? Porque eles têm até dificuldade de entender, professor como é que eu tenho 3, eu posso tirar 6 de 3, né? (P1, 2023, informação verbal).

Radatz (1979) aborda os erros matemáticos, enfatizando a distinção entre diferentes tipos de erros, incluindo erros conceituais. Esta situação pode gerar erros de diferentes origens, sendo o mesmo erro proveniente de diferentes maneiras de

resolução de problemas. De toda forma, uma classificação e hierarquia mais precisa das causas dos erros não é inviável (RADATZ, 1979). Há uma dificuldade conceitual específica relacionada à compreensão dos números negativos e suas operações. Por exemplo, quando o estudante traz dificuldades com números negativos, isso reflete um erro conceitual.

Neste caso, os alunos parecem não entender o conceito de números negativos em si, bem como as regras para operar com eles. Essa confusão pode ser devido a uma compreensão inadequada da natureza dos números negativos e da lógica por trás de suas operações.

Radatz (1979) ainda traz que é importante abordar esses erros conceituais de maneira eficaz. Isso pode envolver ensinar os conceitos de números negativos de maneira mais visual e contextual, como usar a reta numérica para demonstrar operações ou criar situações do mundo real onde os números negativos são aplicados como um termômetro, por exemplo. Por outro lado, quando analisamos a entrevista do professor P2, ele acredita que:

muitos alunos que erram gráfico e tabela coisa que no nono ano, no sexto ok, mas no nono ano o aluno errar gráfico e tabela, pra mim é um erro comum, infelizmente é muito frequente. (P2, 2023, informação verbal).

O trecho abordado pelo professor P2 é consistente com a ideia de que a compreensão de conceitos matemáticos não se limita apenas às operações numéricas, mas também inclui a capacidade de interpretar e analisar dados de forma eficaz, o que é essencial para o pensamento crítico e a resolução de problemas em matemática. Os obstáculos a partir desses elementos podem indicar problemas na compreensão de conceitos relacionados à representação da informação que é um elemento-chave do raciocínio matemático. Dentro dessa categoria, o professor P3 enfatiza que:

quando parte para a multiplicação e a divisão, eu acho que é aí que pega os alunos, né, na divisão de um número por dois números, eu acho que aí que pega. Até no nono. (P3, 2023, informação verbal)

O professor P3 destacou a divisão como um ponto específico de dificuldade para os alunos. Isso pode ser indicativo de uma compreensão insuficiente dos conceitos matemáticos relacionados à aritmética. A dificuldade persistente até o nono ano sugere que os problemas não estão apenas na mecânica da divisão, mas também na compreensão fundamental do conceito de divisão, incluindo a partição e distribuição, que são essenciais para uma compreensão sólida da aritmética e operações matemáticas.

Para o professor P4 "A operação que mais apresenta dificuldade é a multiplicação e a divisão, principalmente nos sextos anos." (P4, 2023, informação verbal). Ma (2010), em seu trabalho sobre a compreensão profunda da matemática fundamental, enfatiza a importância da compreensão sólida dos conceitos matemáticos. A passagem da entrevista do professor P4 que destaca a dificuldade dos alunos nos sextos anos com a multiplicação e a divisão indica que esses alunos podem estar enfrentando desafios na compreensão dos conceitos fundamentais que sustentam essas operações.

Ma (2010) traz em seu arcabouço teórico o PUFM. Ele não apenas facilita a realização de operações matemáticas, mas também permite aos alunos aplicar esses conceitos em diferentes contextos e reconhecer suas interrelações. Entender a multiplicação e a divisão não se limita a memorizar tabelas ou aplicar procedimentos, mas trata-se de compreender as relações quantitativas e as ideias de agrupamento, partilha e proporcionalidade.

A dificuldade com essas operações nos sextos anos evidenciam lacunas na compreensão conceitual desde os anos iniciais, possivelmente causados por métodos de ensino que reforçam a memorização em detrimento do entendimento conceitual. Ma (2010) indica que os professores devem ser capazes de apresentar os conceitos matemáticos de forma clara, precisa e conectada, garantindo que os alunos compreendam não apenas como realizar operações matemáticas, mas também o porquê essas operações são importantes no contexto da matemática e continuidade dos estudos nos anos posteriores.

Vale destacar que Radatz (1979) também aborda os erros matemáticos por meio de uma perspectiva que distingue entre diferentes tipos, incluindo erros conceituais. No contexto deste trecho da entrevista do professor P4, a dificuldade dos alunos com operações específicas como multiplicação e divisão nos sextos anos pode

ser um indicativo de erros conceituais. A natureza dos erros conceituais ocorrem quando há uma compreensão equivocada ou insuficiente de conceitos matemáticos fundamentais.

No caso da multiplicação e divisão, esses erros podem incluir mal-entendidos sobre o significado dessas operações, como a ideia de multiplicação como repetida adição ou divisão como partilha ou agrupamento. Identificar essa natureza sugere a necessidade de um ensino que vá além da memorização de procedimentos e fórmulas.

Radatz (1980) reforça a importância de ensinar para uma boa compreensão, onde os alunos internalizam os princípios que integram as operações matemáticas. Como estratégias de ensino os professores podem adotar estratégias como o uso de materiais concretos ou representações visuais, discussões que exploram o porquê por trás das operações, e atividades que incentivam os alunos a formular e testar suas próprias compreensões dos conceitos matemáticos.

Durante o curso sobre os erros, conseguimos capturar várias falas que corroboram com o que fundamentamos na teoria, como a fala de P2:

Eu fiz e parece que quatro alunos acertaram por conta do comando. Os outros que eles não leram o comando, eles pararam na alternativa A e eles erraram porque não fizeram a subtração das impressoras que necessitavam. (P2, 2023, informação verbal).

O professor P2 ressaltou um ponto importante no processo de aprendizado e avaliação em matemática: a importância da atenção aos comandos e detalhes na resolução de problemas, um ponto destacado na formação realizada com os professores sujeitos da pesquisa. O professor P2 observou que a maioria dos alunos falhou em acertar a questão, não por falta de conhecimento matemático ou habilidade de cálculo, mas por não terem lido ou interpretado corretamente o comando da questão.

Esse comportamento é fundamentado por Shulman (1986), que define o modelo de conhecimento pedagógico do conteúdo, argumentando que a compreensão dos alunos não depende apenas do conhecimento do conteúdo, mas também da capacidade de entender e interpretar questões e instruções.

Vale destacar que quando os alunos refletem sobre como abordaram a questão e onde erraram, eles desenvolvem uma compreensão mais profunda não apenas do conteúdo matemático, mas também de suas próprias estratégias de aprendizado e resolução de problemas. Ainda durante o curso, o professor P2 enfatizou que:

É que eu gosto quando é algo novo que eles não viram ainda. Eu trago exemplos de situações que envolvam o dia a dia de situações que se apresentam conteúdo para futuramente eles. (P2, 2023, informação verbal).

A forma como o professor P2 trabalha, ilustra a prática proposta por Ma (2010), que realça a importância de ensinar matemática conectando conceitos a situações do dia a dia, promovendo um PUFM contextualizado e mostrando como a introdução de novos conteúdos por meio de exemplos práticos pode facilitar a aprendizagem dos alunos.

Complementar a isso, Shulman (1986) argumenta que a eficácia do ensino depende não apenas do domínio do conteúdo, mas também de como esse conteúdo é apresentado e contextualizado para os estudantes. O Professor P2 exemplificou essa abordagem ao buscar maneiras de tornar o conteúdo matemático relevante e acessível para seus alunos, facilitando assim a construção de um conhecimento matemático mais sólido e aplicável, inclusive no aspecto longitudinal.

6.1.2 Categoria 1.2 Erros de Procedimento e Conceituais

Erros relacionados a procedimentos e conceitos frequentemente surgem de lacunas ou equívocos na realização de algoritmos ou na utilização de métodos específicos. Já os equívocos conceituais normalmente indicam uma interpretação equivocada ou parcial dos fundamentos matemáticos subjacentes. O reconhecimento e a análise desses erros são bússolas para os professores por evidências valiosas sobre o pensamento dos estudantes, permitindo uma abordagem mais personalizada e eficaz na condução do processo de ensino e aprendizagem.

Essa categoria, assim, tem um papel duplo: ela não apenas revela as áreas em que os alunos enfrentam desafios, mas também atua como um recurso didático

importante para melhorar o ensino de matemática. Esta abordagem está em sintonia com a criação de um ambiente de aprendizagem inclusivo e efetivo para o estudo da matemática.

Analisando o trecho onde o professor P1 falou sobre a abordagem de um estudante a problemas, que necessitam ser resolvidos em etapas:

Por exemplo, aquele aluno que, quando eu passo uma questão que a questão tem que ser resolvida por partes, ou seja, primeiro você tem que fazer uma coisa, depois você tem que fazer outra. E aí eu vejo que o aluno, e, às vezes, faz até metade do caminho e muitas vezes não conclui. (P1, 2023, informação verbal).

Esta evidência sobre o tipo de erro é reveladora porque indica que o aluno tem uma compreensão parcial do processo matemático, mas pode estar falhando em aplicar a sequência correta de etapas para chegar à solução. Essa incompletude do procedimento pode ser um indicativo de uma má compreensão do conceito ou de uma falha na aplicação de estratégias de resolução de problemas.

Além disso, a menção a "uma questão que tem que ser resolvida por partes" sugere também a possibilidade de dificuldades em habilidades de interpretação, onde o aluno não consegue decompor o problema em etapas gerenciáveis, o que é uma habilidade característica na matemática e é apontada por Radatz (1979) como uma área importante de atenção para os educadores. Radatz (1979) classifica os erros em matemática e o trecho citado pode ser associado a erros de procedimento, onde os alunos podem iniciar um problema corretamente, mas não o concluem devidamente.

Quando analisamos o que o professor P2 fala em sua entrevista sobre erros procedimentais relata que "erros de sinal, erro de, às vezes uma multiplicação eles erram, tabuada" (P2, 2023, informação verbal). Os erros mencionados pelo professor P2 relacionam-se claramente às deficiências nos procedimentos matemáticos básicos e na compreensão fundamental dos conceitos por trás destes. Equívocos envolvendo sinais geralmente apontam para uma compreensão inadequada das regras da aritmética, enquanto problemas em memorizar a tabuada muitas vezes evidenciam uma base de aprendizado precária, que é essencial para adquirir competências matemáticas mais complexas.

Observamos que esses erros conceituais e de procedimento reforçam a necessidade de um ensino que fortaleça a compreensão dos princípios matemáticos, bem como a execução correta de algoritmos e procedimentos. Dessa forma, destaca-se a relevância do amplo entendimento dos professores sobre os conceitos e técnicas matemáticas, uma ideia enfatizada por Shulman (1987). Há uma necessidade vital de métodos de ensino que assegurem a compreensão dos estudantes não só do "como", mas também do "porquê" por trás das operações matemáticas.

Uma abordagem adequada no ensino ajuda os alunos a desenvolverem um alicerce robusto tanto em habilidades procedimentais quanto conceituais em matemática, pilares estes fundamentais para o êxito nessa disciplina. A abordagem correta ajuda os alunos a construírem uma base sólida de habilidades matemáticas procedimentais e conceituais, base essa que são críticas para o sucesso na matemática. O professor P3 traz consigo uma metodologia interessante quando relata que:

Aí eu vou fazer uma breve revisão, é, começar, ali, o conteúdo do zero mesmo, do básico, pra saber onde ele se perdeu pra que ele não chegasse a acertar a questão, permanecendo no erro. (P3, 2023, informação verbal).

O trecho da entrevista indica que o professor P3 observa a necessidade de revisitar os fundamentos quando os alunos cometem erros, evidenciando que há lacunas no entendimento conceitual e nos procedimentos matemáticos básicos. O professor P3 parece reconhecer que os erros podem ser devido a uma compreensão inadequada desde os estágios iniciais da aprendizagem matemática.

Além do mais, a estratégia do professor de começar o conteúdo do "zero", para verificar onde o aluno se perdeu, reflete a abordagem de diagnóstico e intervenção para erros de procedimento e conceituais. Esse método sugere que o professor está buscando entender não apenas onde os alunos cometem erros, mas também porque esses erros ocorrem, o que pode revelar mal-entendidos fundamentais nos conceitos matemáticos e na execução de procedimentos.

Já para o professor P4, foco é na importância de abordar e corrigir falhas no aprendizado dos alunos no início do ano letivo:

No primeiro bimestre, é necessário corrigir no máximo possível essas falhas. Aí, a partir do segundo/terceiro bimestre, então, se torna mais fácil trabalhar, já que eles... É... Precisa ser constante, sempre bater nas mesmas teclas de leitura e interpretação do... da situação, porque se não toda vida tem as mesmas dificuldades. (P4, 2023, informação verbal).

Este trecho da entrevista pode ser interpretado à luz da distinção de Ball (2008) entre erros de procedimento e conceituais. O professor P4 fala sobre a necessidade de corrigir falhas no início do ano letivo e menciona a importância da constância na abordagem de leitura e interpretação da situação. Isso se relaciona aos erros de procedimento – as falhas mencionadas podem incluir erros de procedimento, onde os alunos podem saber o que fazer, mas cometem erros na execução. Isso também está ligado a mal-entendidos sobre as etapas específicas necessárias para resolver problemas matemáticos ou na aplicação de algoritmos.

Outra relação é com os erros conceituais, a referência à “leitura e interpretação da situação” também pode ser vista como uma evidência de erros conceituais. Neste contexto, o obstáculo para os estudantes pode residir não somente na execução prática das operações matemáticas, mas também em uma compreensão deficiente dos conceitos subjacentes, o que compromete a capacidade deles de interpretar e solucionar problemas matemáticos de maneira acurada.

Ball (2008) defende que a efetividade do ensino matemático está diretamente ligada à habilidade do educador em entender a natureza dos erros dos alunos e ajustar seu método de ensino às necessidades deles. Isso implica não apenas em corrigir os erros, mas também em entender as raízes conceituais ou procedimentais desses equívocos.

Durante o curso sobre os erros capturamos de P2, em relação aos seus alunos que, "Ele pode fazer a montagem das grandezas, verificar que são grandezas diretamente proporcionais" (P2, 2023, informação verbal). Este trecho ilustra como o professor P2 identifica uma evidência importante na aprendizagem matemática: a montagem correta das grandezas e a compreensão de sua relação proporcional. O erro de procedimento, neste caso, seria a montagem incorreta das grandezas, enquanto o erro conceitual se manifesta na incompreensão da relação direta de proporcionalidade entre elas.

Borasi (1987) sugere que tais erros não devem ser vistos apenas como falhas, mas como oportunidades significativas para o ensino e a aprendizagem. Quando identificar para corrigir esses erros, o professor deve clarear conceitos matemáticos fundamentais e melhorar a compreensão dos alunos. Além disso, Radatz (1980) também enfatiza a importância de entender e abordar erros conceituais e de procedimento como aspectos centrais na educação matemática. Eles fornecem evidências interessantes sobre o pensamento dos alunos e podem ser usados para adaptar e melhorar o ensino.

6.1.3 Categoria 1.3 Interpretação e Compreensão de Problemas

A importância desta categoria reside na sua conexão direta com a aplicabilidade prática da matemática no mundo real. Alunos que desenvolvem habilidades sólidas nesta área estão mais preparados para aplicar seu conhecimento matemático em situações práticas. O professor P1 destaca a dicotomia entre o conhecimento do conteúdo e a habilidade de aplicá-lo em situações práticas de resolução de problemas:

Eles têm muitos erros na questão interpretativa... eles sabem o conteúdo, sabem do que a questão está se tratando, só que na hora de fazer uma interpretação correta para chegar na resposta correta, eles não conseguem. (P1, 2023, informação verbal).

Os erros de interpretação destacados pelo professor P1 evidenciam uma lacuna no desenvolvimento desse raciocínio, o que consequentemente afeta o desempenho acadêmico dos alunos. Borasi (1987) argumenta que o desenvolvimento do raciocínio matemático é essencial para a interpretação correta e resolução de problemas matemáticos. Já Shulman (1987) salienta a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo - a habilidade de um professor entender o que torna o aprendizado de tópicos específicos fácil ou difícil.

Os erros na interpretação são indicativos de desafios enfrentados pelos alunos não só com a matéria matemática propriamente dita, mas também com a maneira como essa matéria é entregue e contextualizada. Isso afeta diretamente a

habilidade dos estudantes de empregar o conhecimento em situações novas ou complexas, um fator crucial para o êxito acadêmico.

A capacidade de decifrar e examinar informações apresentadas em diferentes formatos é uma habilidade essencial, conforme enfatizado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Esta competência é fundamental para que os alunos compreendam conceitos matemáticos mais complexos e para suas aplicações no contexto do mundo real. Quando analisamos a entrevista do professor P2:

A interpretação no geral, independente de qual seja o tema abordado, seja álgebra número, estatística um tempo atrás, muito, muitos dizem que os gráficos eram um descritor que praticamente ninguém trabalhava, porque era certo que o aluno ia acertar, gráfico e tabela, porque a informação está contida ali no texto, não é só você interpretar direitinho e analisar. (P2, 2023, informação verbal).

Verificamos que o professor P2 apontou para uma dificuldade generalizada na interpretação de informações matemáticas, especialmente gráficos e tabelas, que é um aspecto fundamental e essencial para a compreensão de problemas. A incapacidade de interpretar corretamente essas representações visuais evidencia uma falha na compreensão de como extrair e processar informações de maneira significativa.

A dificuldade de interpretação pode ser uma evidência de que os alunos não estão efetivamente conectando o que leem com os conceitos matemáticos necessários para resolver os problemas. Para o professor P3 a "Questão de interpretação, também, é o que pega muito, eles lêem mas não conseguem, ali, tirar a informação daquele texto." (P3, 2023, informação verbal).

Essa menção do professor P3 à interpretação evidencia que os alunos enfrentam obstáculos significativos em compreender e aplicar o que leem a contextos matemáticos. Ademais, essa problemática na interpretação textual ressalta uma desconexão entre a linguagem utilizada e os conceitos matemáticos. Essa falta de sintonia pode resultar em erros na resolução de problemas, onde os estudantes não conseguem identificar o cerne da questão matemática ou os procedimentos requeridos para alcançar uma solução correta.

Para o Professor P4 a interpretação é um grande problema para os estudantes, quando menciona que "É erro de interpretação mesmo." (P4, 2023, informação verbal). Quando Shulman (1987) introduziu o conceito de PCK, ressaltou a importância de entender não apenas o conteúdo que está sendo ensinado, mas também as estratégias pedagógicas mais eficazes para ensinar esse conteúdo. No contexto da passagem da entrevista do professor P4, os erros de interpretação apontam para um desafio no PCK dos alunos em matemática.

Estes equívocos interpretativos podem surgir quando os alunos não conseguem entender a exigência de um problema matemático ou quando utilizam conceitos ou procedimentos inadequados para solucioná-lo. As causas podem ser a linguagem empregada no problema, sua estrutura, ou uma compreensão falha dos conceitos matemáticos.

Shulman (1987) argumenta sobre a importância de os educadores apresentarem conceitos matemáticos de uma forma que seja pedagogicamente eficiente e adaptada aos variados níveis de entendimento e experiências dos alunos. Portanto, erros interpretativos dos estudantes sinalizam a necessidade de reexaminar as abordagens de ensino.

Isso pode incluir, exemplos mais pertinentes ou situações dentro do contexto dos estudantes para melhorar a compreensão. Outras ações podem envolver a realização de discussões em sala de aula sobre métodos de abordagem de problemas matemáticos, a utilização de técnicas de pensamento crítico e resolução de problemas ou a promoção de atividades em que os alunos expressem suas ideias e confusões.

6.1.4 Categoria 1.4 Percepção da Utilidade do Conteúdo Matemático

Entender a matemática é muito mais do que apenas memorizar fórmulas e teoremas. É sobre a capacidade de conectar esses conceitos matemáticos às situações do dia a dia e contexto do estudante, enxergando a matemática como uma ferramenta essencial não só para solucionar problemas cotidianos, mas também para fazer escolhas bem fundamentadas.

O professor P1 ressaltou um desafio importante na educação matemática: incentivar nos estudantes a necessidade de entender que o aprendizado da

matemática se acumula e evolui ao longo do tempo, sendo necessário entrelaçar esses conhecimentos.

O trecho da entrevista reflete bem isso: *"Eles não entendem que aquilo que eles estão estudando, eles precisam fixar, porque eles vão precisar utilizar nas séries seguintes"* (P1, 2023, informação verbal). A falta de compreensão da importância de reter conhecimentos evidencia uma lacuna no conhecimento dos estudantes. Ma (2010) destaca que uma compreensão profunda da matemática fundamental é importante para que os professores ajudem os alunos a perceber o valor e a aplicação de longo prazo do conteúdo aprendido.

A observação do entrevistado foi uma evidência da desconexão entre o que os alunos estão aprendendo e sua relevância futura, representando o reflexo de uma abordagem de ensino que não enfatiza adequadamente a importância do conteúdo matemático em contextos mais amplos e em séries subsequentes. Ma (2010) argumenta que uma abordagem de ensino eficaz em matemática deve incorporar uma visão que transcende a memorização para provas e avaliações e enfatiza a compreensão conceitual que os alunos podem levar adiante em seu aprendizado matemático.

Se os alunos veem o erro como algo desmotivador e não como uma oportunidade de aprendizagem, isso pode diminuir a percepção da importância e utilidade do conteúdo matemático. O professor P3 acredita que:

Eu acho que, assim, a partir do erro, ele fez ali, o professor diz que ele errou e quando ele vê que ele não tá conseguindo acertar, ele vai ficar cada vez mais desestimulado, é aí que entra o papel do professor e dizer que o erro também faz parte da vida do aluno, mas, né, a gente tem que fazer um meio ali, um jogo de cintura, pra não deixar que essa situação venha acontecer. (P3, 2023, informação verbal).

A desmotivação diante dos erros, conforme descrito pelo professor P3, é uma evidência de que os alunos não estão vendo a matemática como útil ou relevante para suas vidas. Se os erros não forem aproveitados de forma construtiva no processo educativo, os alunos podem começar a questionar a importância do que estão estudando. Isso enfatiza a importância de tratar os erros de uma maneira que motive o estudante em relação ao entendimento e a valorização do conteúdo matemático,

destacando sua utilidade e relevância, não apenas no contexto escolar, mas também no seu dia a dia.

Embora Radatz (1979) e Borasi (1987) não tratem especificamente da percepção da utilidade do conteúdo matemático em seus estudos, suas teorias oferecem pontos relevantes para abordar esta questão. Os estudos de Radatz (1979) focam na classificação e correção de erros matemáticos e revelam que uma compreensão inadequada da utilidade do conteúdo matemático está relacionada a erros de aplicação. Alunos que não percebem a relevância prática do que estão aprendendo evidenciam dificuldades em aplicar conceitos matemáticos em contextos fora da sala de aula, o que Radatz (1979) identificaria como um erro de aplicação.

Já os estudos de Borasi (1987) enfatizam o desenvolvimento do raciocínio matemático e a interpretação crítica de problemas matemáticos. A incapacidade dos alunos de reconhecer a utilidade do conteúdo matemático revela uma limitação em sua capacidade de enxergar a matemática como uma ferramenta para raciocínio crítico e solução de problemas. Para superar isso, é essencial incentivar os estudantes a investigar as aplicações práticas dos conceitos matemáticos e a compreender a matemática como uma linguagem usada para descrever e solucionar desafios do mundo real.

6.2 Unidade de Análise 02: Análise de Erros e Prática Docente

Outra unidade de análise contemplada em nossa pesquisa é a análise de erros e a prática docente, que examinamos como uma unidade interligada. Nesta análise exploramos como os erros identificados influenciam e são influenciados pelas metodologias de ensino adotadas pelos professores.

A reflexão sobre a prática docente é importante para compreender o erro não somente em seu aspecto negativo, mas como uma evidência de como o conhecimento é processado pelo estudante e conseqüentemente, como a prática docente pode ser ajustada para melhor atender às necessidades de aprendizagem.

Para essa unidade de análise teremos 04 (quatro) categorias, como mencionadas anteriormente: 1. planejamento e adaptação curricular; 2. estratégia de ensino; 3. avaliação e análise de pensamento do aluno; 4. comunicação e linguagem pedagógica.

6.2.1 Categoria 2.1 Planejamento e Adaptação Curricular

Esta categoria focou em como os professores usam a análise de erros cometidos pelos estudantes para informar e adaptar seu planejamento e metodologias de ensino.

Neste contexto, no que compete às competências para o professor de matemática, analisamos o conteúdo da entrevista e do curso à luz das teorias de Shulman (1987) sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, de Ball (2005) sobre o Conhecimento Matemático para Ensino, e de Ma (2010) sobre o Conhecimento Profundo do Conteúdo, que oferecem um quadro teórico robusto para entender e aplicar efetivamente a análise de erros na prática docente.

Já no que compete às análises dos erros, destacamos Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987). Essas teorias sublinham a importância de um profundo conhecimento disciplinar e pedagógico e como eles são essenciais para uma prática docente eficaz e responsiva. Buscamos explorar como o entrevistado incorpora essas abordagens teóricas em sua prática docente e como isso influencia o planejamento e a adaptação curricular no ensino da matemática considerando o erro.

O professor P1 relatou um pouco sobre sua práxis:

Quando você analisa os possíveis erros que cada estudante possa cometer. Na hora dos seus planejamentos, na hora das suas percepções, você tem que levar tudo isso em consideração pra quando você for aplicar na sua aula, você entender que você precisa sanar o que levou aquele estudante a cometer aquele determinado tipo de erro. (P1, 2023, informação verbal).

O professor P1 falou sobre analisar os erros dos estudantes e adaptar o planejamento das aulas para atender às necessidades específicas. Isso revela e é caracterizada como o conhecimento pedagógico do conteúdo proposto por Shulman (1987), quando argumenta que um bom ensino se baseia na compreensão do conteúdo e na capacidade de transformar esse conteúdo de maneira que sejam pedagogicamente poderosas e adaptáveis às variações na compreensão e experiência dos alunos, esse trecho da entrevista reflete essa noção.

Por outro lado, Ball (2005) destaca a importância do conhecimento matemático para o ensino, que inclui compreender como os estudantes pensam sobre o conteúdo matemático e quais erros eles provavelmente cometeram. O professor P1 demonstra essa competência ao considerar os erros dos alunos durante o planejamento, o que é essencial para adaptar o ensino às necessidades de aprendizagem de cada aluno.

A partir das perspectivas de Radatz (1979) e Borasi (1987), ficou evidente que a análise de erros é uma ferramenta pedagógica valiosa no ensino de matemática. A capacidade de identificar, analisar e responder aos erros dos alunos é crucial para um planejamento eficaz e para a adaptação curricular. O professor P1 demonstrou uma aplicação prática dessas abordagens, utilizando a análise de erros não apenas para corrigir mal-entendidos, mas também como um meio de enriquecer a experiência de aprendizagem matemática, alinhando-se com as ideias defendidas pelos teóricos citados.

Radatz (1979) quando propôs a análise de erros, destacou sua importância no contexto educacional, especialmente em matemática. O trecho da entrevista reflete essa abordagem, P1 fala sobre analisar os erros dos estudantes para adaptar o planejamento das aulas, isso reflete uma evidência para que o professor identifique padrões de erro e se alinhe com as dificuldades de aprendizagem de maneira mais focada e eficiente.

Quando Borasi (1987) enfatizou a exploração dos erros matemáticos como uma oportunidade de aprendizado, a teórica argumentou que, ao explorar e discutir os erros, os professores poderiam promover uma compreensão mais profunda do conteúdo matemático entre os alunos. O professor P1, ao considerar os erros dos alunos durante o planejamento, está aplicando essa ideia. Ao adaptar o ensino com base na análise dos erros, ele está potencialmente criando um ambiente de aprendizado onde os erros são vistos como oportunidades para aprofundar o entendimento e o raciocínio matemático.

Para o professor P2, existe todo um olhar importante para ser levado em consideração:

Aí eu já me preparo na próxima aula, eu já incluo no meu tópico as perguntas do aluno pra eu responder antes que eles precisem perguntar... aí o plano que eu segui no ano

passado eu fui complementando com as perguntas dos alunos com o dia a dia, com a dúvida e tal e aperfeiçoei para esse ano... (P2, 2023, informação verbal).

O professor P2 demonstrou, ao adaptar seu planejamento para incluir respostas a perguntas comuns dos alunos, antecipando suas necessidades e compreensões, o que Shulman (1987) destaca sobre a importância de ensinar um conteúdo de maneira eficaz. Assim como o planejamento adaptativo do professor P2, que incorpora as perguntas dos alunos, isto reflete uma evidência de entendimento sobre como eles processam informações matemáticas, ressaltando como os estudantes pensam e aprendem matemática (Ball, 2005).

A entrevista do professor P2 também dialoga com a teoria de Radatz (1979), indicando que a análise de erros é essencial para melhorar o ensino de matemática. P2 exemplifica isso ao refinar seu planejamento com base nas perguntas dos alunos, que frequentemente surgem de erros ou mal-entendidos. Quando Borasi (1987) defende que os erros devem ser usados como uma ferramenta de ensino, o professor P2 aplica indiretamente essa teoria ao usar as perguntas dos alunos, muitas vezes originadas de erros ou dúvidas, para aprimorar seu planejamento de aulas, transformando os erros em oportunidades de aprendizado.

Já o professor P3, quando se fala em planejamento e adaptação curricular acredita que:

Se erros continuarem na mesma turma, e a gente precisar tá retomando a aula anterior, a gente vai ter uma perca em algum momento. (P3, 2023, informação verbal).

Shulman (1987) argumenta que um ensino eficaz requer a compreensão de como o conteúdo é mais bem ensinado e aprendido. O professor P3 expressou uma conscientização sobre a necessidade de reavaliar e revisar o conteúdo já ensinado, se os erros persistirem. Essa evidência indica uma aplicação do conhecimento pedagógico do conteúdo, onde ele reconhece que a persistência de erros pode ser um sinal de que a abordagem inicial pode precisar de ajustes. Além disso, sugere uma abordagem que busca entender onde os alunos estão tendo dificuldades e como essas dificuldades podem ser abordadas de maneira mais eficaz,

destacando o que Ball (2008) enfatiza sobre a importância de entender o raciocínio matemático dos alunos para o ensino eficaz.

Por fim, o reconhecimento do professor P3, de que erros contínuos podem indicar problemas no entendimento do conteúdo, refletiu a perspectiva de como a necessidade de um conhecimento profundo do conteúdo e uma compreensão de como os alunos interagem com esse conteúdo é importante, demonstrando uma preocupação com a eficácia do ensino e a compreensão dos alunos destacados, assim como defende Ma (2010).

Ainda com relação à análise de erros, Radatz (1980) sugere que esta é essencial para informar práticas pedagógicas eficazes. O professor P3 aplica essa ideia ao considerar a necessidade de revisão do conteúdo baseada na persistência de erros, indicando uma abordagem reflexiva e baseada em evidências para aprimorar o ensino. Da mesma forma que Borasi (1987) defende a exploração de erros como uma oportunidade para o aprendizado.

Analisando a entrevista do professor P4, ele indicou a relação existente entre análise de erros e plano de aula:

Analisar o erro significa dizer que você precisa, às vezes, rever o seu plano de aula. Então, toda vez que eu termino uma aula, preciso rever outras situações semelhantes pra que se torne do conhecimento do aluno. Do conhecimento prévio do aluno. Então, sempre que, a curto prazo, é preciso rever a situação que foi trabalhada e colocar novas situações. (P4, 2023, informação verbal).

O professor P4 evidenciou o argumento de Shulman (1987), de que um ensino eficaz requer a compreensão de como o conteúdo é mais bem ensinado e aprendido. Essa compreensão ao revisar e adaptar seu plano de aula em resposta aos erros dos alunos evidencia a necessidade de integrar o conhecimento prévio dos alunos em novas situações, demonstrando uma abordagem reflexiva e adaptativa.

Assim como Ball (2008) ressalta a importância de adaptar o ensino às necessidades cognitivas dos alunos, Ma (2010) que enfatiza a necessidade de um conhecimento profundo do conteúdo e uma compreensão de como os alunos interagem com este. O professor P4, ao revisar sua abordagem didática com base na

análise de erros, mostrou uma aplicação prática dessas teorias, buscando estratégias que melhor atendam ao entendimento matemático dos alunos.

Na análise de erros, o professor P4 exemplificou isso ao usar a análise de erros para ajustar e melhorar seu planejamento de aula, tanto Radatz (1979) sugere que a análise de erros é essencial para informar práticas pedagógicas eficazes quanto Borasi (1987) defende a exploração de erros como uma oportunidade para o aprendizado, estando alinhado com esta abordagem, utilizando os erros como um ponto de partida para melhorar o ensino.

6.2.2 Categoria 2.2 Estratégia de ensino

Esta categoria evidenciou como os professores ajustam e refinam suas estratégias de ensino com base na análise dos erros cometidos pelos alunos, uma prática fundamental para um ensino eficaz e adaptativo.

As estratégias de ensino refletem a compreensão do professor sobre como os alunos aprendem e interagem com o conteúdo matemático. Ajustar essas estratégias com base em feedback contínuo - neste caso, a análise de erros dos alunos - é um sinal de uma prática docente reflexiva e responsiva. Isso inclui não apenas reconhecer onde os alunos estão enfrentando dificuldades, mas também compreender as razões implícitas a essas dificuldades e modificar a abordagem de ensino de acordo.

Nesta análise, vamos explorar como os professores incorporam a análise de erros na adaptação e no desenvolvimento de suas estratégias de ensino.

O professor P1 refletiu sobre sua ação, quando percebeu os possíveis erros de seus estudantes:

Quando a gente aplica, né? Determinada teoria e você percebe erros comuns, acredito que, pra próxima aula, pro próximo momento, você tem que levar isso em consideração para fazer com que se erradique esse tipo de erro, né? Para que não volte a acontecer. (P1, 2023, informação verbal).

O professor P1 evidenciou que, ao adaptar suas estratégias baseadas na análise de erros comuns, demonstra uma compreensão de como o conteúdo

matemático deve ser ensinado para maximizar a aprendizagem. Isso também é o que propõe Shulman (1987), enfatizando que o conhecimento pedagógico do conteúdo é crucial para desenvolver estratégias de ensino eficazes. Ball (2008) também destaca a importância de compreender as concepções dos alunos sobre matemática para desenvolver estratégias de ensino eficientes. O professor P1 reflete essa abordagem ao modificar suas estratégias de ensino em resposta aos padrões de erro, mostrando uma aplicação prática desse conhecimento.

Quando criticamos à luz da análise de erros proposta, verificamos que o professor P1 evidenciou a adaptação das estratégias de ensino em resposta aos erros comuns observados entre os alunos, como sugerido em Radatz (1980), sobre o desenvolvimento de estratégias de ensino mais eficazes e que a identificação e compreensão dos erros dos alunos são fundamentais para esse processo.

Outro ponto evidenciado é que o professor P1 reflete considerar a necessidade de ajustar suas estratégias de ensino com base nos erros identificados, enfatizando que os erros devem ser vistos como oportunidades valiosas de aprendizagem (Borasi, 1987).

Nas estratégias de ensino do professor P2, observamos o método de tentativa e erro:

Eu fui muito na tentativa e erro, eu tentava uma coisa aí o aluno ia perguntava, deixava notadinho ali, aí o plano que eu segui no ano passado eu fui complementando com as perguntas dos alunos com o dia a dia, com a dúvida e tal e aperfeiçoei para esse ano... (P2, 2013, informação verbal).

Quando P2 ajusta continuamente seu ensino com base nas interações diárias, temos uma evidência da sensibilidade ao conhecimento matemático para o ensino, demonstrando como ele responde às necessidades cognitivas dos alunos em tempo real. Isso é enfatizado por Ball (2005), em relação à importância de um ensino que esteja alinhado à compreensão matemática dos alunos. Por outro lado, Shulman (1987) argumenta que os professores devem ter um conhecimento pedagógico profundo do conteúdo que ensinam.

O professor P2 demonstrou isso, não só ao adaptar suas estratégias com base no *feedback* dos alunos, mas também ao aplicar um ciclo iterativo de tentativa e

erro. Isso evidencia uma compreensão dinâmica de como diferentes abordagens pedagógicas impactam o aprendizado dos alunos. Não distante disso, Ma (2010) defende a necessidade de um profundo entendimento do conteúdo e de como os alunos interagem com esse conteúdo.

O professor P2 evidenciou isso ao adaptar e melhorar suas estratégias de ensino, o que implica um conhecimento aprofundado não apenas do conteúdo matemático, mas também de como ele é absorvido e compreendido pelos alunos.

Pela análise de erros, o professor P2 implementa essa abordagem ao observar e registrar os erros e perguntas dos alunos, usando essas evidências para aprimorar suas metodologias de ensino. Radatz (1979) sugere que entender e responder aos erros dos alunos é fundamental para o desenvolvimento de estratégias de ensino eficazes. Assim como Borasi (1987) promove a exploração de erros como uma ferramenta pedagógica valiosa. Observamos na prática de P2 o ajuste de suas estratégias de ensino com base nos erros e dúvidas dos alunos conforme exemplifica essa teoria, transformando os erros em oportunidades para o desenvolvimento de um ensino mais eficaz e contextualizado.

Já o professor P3 evidencia sua metodologia para recomposição de aprendizagens:

A gente tá usando uma metodologia de duplas, a gente pega um aluno que está com desempenho melhor e colocar em dupla com aquele que tá com baixo rendimento, aí a gente avalia a dupla, frequência, com questão de atividades, participação, aí a gente dá a nota da dupla o que um fizer o outro também tem que fazer, questão de apresentação de trabalho, é os dois, justamente pra não deixar ninguém isolado ali. A gente pega um que tá com um bom desempenho e outro que tá mais ruim e junta. (P3, 2023, informação verbal).

A estratégia de ensino descrita pelo professor P3 envolve agrupar alunos com diferentes níveis de desempenho, o que reflete uma aplicação sofisticada da teoria de Shulman (1987). O teórico argumenta que um aspecto crucial do ensino eficaz é adaptar estratégias pedagógicas para atender às necessidades dos alunos. Esta abordagem pode promover uma aprendizagem diferenciada e uma melhor

compreensão do conteúdo, permitindo que os estudantes aprendam uns com os outros.

Complementar a essa análise, a metodologia de duplas do professor P3 pode facilitar o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois permite que alunos com diferentes níveis de compreensão interajam e se engajem no conteúdo de maneiras diversas, o que corrobora com Ball (2005) quando enfatiza a necessidade de estratégias de ensino que considerem o entendimento matemático dos alunos e com Ma (2010) quando destaca que a eficácia no ensino de matemática envolve a habilidade de comunicar o conteúdo de forma acessível e envolvente.

Na perspectiva da análise de erros, o método de duplas pode ser um meio eficaz de identificar e corrigir erros, pois alunos com desempenhos mais fortes podem ajudar a esclarecer conceitos para seus colegas, Radatz (1980) sugere que compreender e abordar os erros dos alunos é fundamental para o desenvolvimento de estratégias de ensino eficazes. Por outro lado, a abordagem do professor P3 permite que erros sejam discutidos e analisados em um ambiente colaborativo, facilitando a compreensão dos conceitos e a correção dos equívocos, destacando que Borasi (1987) defende a exploração dos erros matemáticos como uma ferramenta de aprendizado valiosa.

O professor P4 dá seu parecer sobre o erro evidenciando que:

Não, às vezes, é necessário fazer diferente. Porque, às vezes, um erro é cometido porque não foi interpretado corretamente. Às vezes, é necessário rever totalmente a situação, mudar totalmente a situação, ver outras formas de ensinar o mesmo conteúdo que se deseja. (P4, 2023, informação verbal).

Shulman (1979) enfatiza a importância de entender como diferentes estratégias de ensino afetam a aprendizagem dos alunos. A disposição do professor P4 em mudar sua abordagem de ensino reflete essa teoria, mostrando uma compreensão de que diferentes métodos podem ser necessários para abordar mal-entendidos. Da mesma forma, Ball (2008) destaca a necessidade de estratégias de ensino que considerem a compreensão matemática dos alunos. Ao reconhecer que erros podem ser devido a interpretações incorretas, o professor P4 está alinhado à

teoria, evidenciando e adaptando suas estratégias para melhor atender às necessidades cognitivas dos alunos.

Complementar a esse pensamento, Ma (2010) sugere que um professor eficaz deve ser capaz de apresentar o mesmo conteúdo de maneiras variadas. A abordagem do professor P4 de explorar diferentes métodos para ensinar o mesmo conteúdo reflete essa ideia, demonstrando um conhecimento profundo do conteúdo e das várias formas de comunicá-lo.

Ainda com relação ao que afirma o professor P4 sobre o erro, temos que:

Quando se descobre onde tá o erro. Então, é necessário a gente rever se a falha tá sendo no ano corrente ou se foi em anos anteriores. Então, aprender a análise, você tem que fazer isso com mais clareza. Após identificado isso, aí, se for necessário, é preciso haver a mudança pra ser mais específico com cada dificuldade do aluno. (P4, 2023, informação verbal).

Radatz (1980) sugere que entender a origem dos erros é ponto de partida para o desenvolvimento de estratégias de ensino eficazes. O professor P4 aplica esta teoria ao investigar a origem dos erros dos alunos, o que pode evidenciar lacunas de aprendizado de anos anteriores. Com análise semelhante, Borasi (1987) defende a exploração de erros como um meio de entender as dificuldades dos alunos e adaptar o ensino. O professor P4 reflete essa abordagem propondo mudanças nas estratégias de ensino com base na análise detalhada dos erros dos alunos.

6.2.3 Categoria 2.3 Avaliação e análise do pensamento do aluno

Para essa categoria procuramos analisar como os professores interpretam e respondem ao raciocínio dos alunos, não apenas em termos de respostas corretas ou incorretas, mas em um entendimento mais profundo de como os alunos chegam a essas respostas. A avaliação do pensamento do aluno vai além da verificação de precisão, ela se aprofunda na lógica, nos métodos e nas estratégias utilizadas pelos alunos. Uma abordagem eficaz nesse aspecto não só identifica os erros, mas também explora as causas subjacentes e o raciocínio por trás desses erros.

Essa compreensão aprofundada é importante para desenvolver estratégias de ensino adaptativas e eficazes. Ao aplicar as teorias de Shulman (1987), Deborah Ball (2008) e Liping Ma (2010), podemos entender melhor como essa análise do pensamento do professor se traduz em práticas pedagógicas que promovem uma compreensão mais rica e uma aprendizagem significativa em matemática. Portanto, a análise dessa categoria nos permite explorar as nuances de como os educadores podem efetivamente responder aos desafios e oportunidades apresentados pelo pensamento matemático dos estudantes.

O professor P1 evidenciou como seus alunos geralmente respondem suas avaliações ou atividades, "Por exemplo, tem alunos meus que, eles fazem o cálculo correto, conclui ou até vão até a metade e marcam a alternativa errada."(P1, 2023, informação verbal). Esse trecho da entrevista ilustrou o conceito de Shulman (1987), que argumenta que um eficaz ensino de conteúdo envolve compreender como os alunos pensam e aprendem esse conteúdo mostrando que o entrevistado não foca apenas no resultado, mas também no processo de pensamento do aluno, refletindo uma abordagem que considera o conhecimento pedagógico do conteúdo em sua avaliação.

Além disso, o professor P1 demonstrou essa compreensão ao analisar não apenas a correção dos cálculos, mas também as decisões dos alunos ao escolherem suas respostas. Esta análise refletiu a aplicação prática do conhecimento matemático para o ensino, conforme proposto por Ball (2005). Por fim, o professor P1 mostrou esse conhecimento profundo ao investigar o pensamento dos alunos e não apenas o resultado. Essa abordagem é consistente e foi compatível com a visão de Ma (2010) sobre a necessidade de entender profundamente o conteúdo e a maneira como os alunos processam esse conteúdo.

Por outro lado, Radatz (1980) enfoca a importância de entender os erros matemáticos dos alunos para melhorar o ensino. O professor P1 exemplifica essa abordagem ao analisar não apenas o resultado, mas também o processo de pensamento dos alunos.

Essa análise detalhada do pensamento dos alunos realizado pelo professor o permite identificar as causas implícitas dos erros. Assim como Borasi (1987) argumenta que os erros matemáticos oferecem oportunidades de aprendizado. O professor P1 evidencia esta perspectiva ao questionar a razão por trás dos erros dos

alunos, visando compreender o seu processo de raciocínio. Esta abordagem vai além da correção do erro, explorando-o como um meio para entender melhor como os alunos pensam e aprendem.

Para o professor P2, é importante levar em consideração para a turma toda, a dúvida de um estudante:

Porque a dúvida de um, muito provavelmente outros vão ter a mesma dúvida. Aí eu já me preparo na próxima aula, eu já incluo no meu tópico as perguntas do aluno pra eu responder antes que eles precisem perguntar... (P2, 2023, Informação verbal).

Shulman (1979) defende a importância de compreender como os alunos pensam e aprendem. Quando o professor P2, ao mencionar que se antecipa às dúvidas dos alunos, mostra um conhecimento pedagógico profundo, adaptando seu ensino para atender às necessidades cognitivas dos alunos. Assim como Ball (2008) salienta a necessidade de entender como os alunos interpretam e interagem com o conteúdo matemático.

Ao ajustar o planejamento para incluir as perguntas dos alunos, o professor P2 está aplicando uma abordagem que considera a perspectiva dos alunos no processo de aprendizagem matemática. Quando o professor P2 ao reconhecer padrões nas dúvidas dos alunos e ajustar suas aulas para abordar essas questões, evidencia uma compreensão profunda do conteúdo matemático e de como ele é absorvido pelos estudantes, isso é enfatizado por Ma (2010) por meio do PUFM.

Pela análise de erros, quando o professor P2 aplica a metodologia de observar as dúvidas frequentes dos estudantes para ajustar suas práticas de ensino, ele vai de encontro ao proposto por Radatz (1980), essa análise é crucial para entender os erros dos alunos. Complementar a essa teoria, Borasi (1987) propõe que os erros e mal-entendidos dos alunos devem ser explorados como uma oportunidade de aprendizado. O professor P2 demonstra essa abordagem ao adaptar seu ensino em resposta às dúvidas dos alunos, utilizando esses momentos como pontos de partida para o ensino e o esclarecimento.

Analisando o conteúdo da entrevista do professor P4 para essa categoria em relação ao diagnóstico:

Após o começo do segundo semestre, eu fiz um diagnóstico e, aí, uma determinada questão, uma grande parte dos alunos erraram essa questão. Então, eu voltei pra questão, pedi pra que eles repensassem, olhassem onde estava... Se o problema estava feito direitinho ou se o problema tinha sido na leitura e na interpretação. E, aí, eu, eles conseguiram rever e viram que foi uma falta de leitura mesmo do texto, falta de atenção. Aí, no outro dia, no dia seguinte, eu trouxe uma outra semelhante e aí já não houve mais o problema. (P4, 2023, informação verbal).

Shulman (1987) evidencia a importância da avaliação do pensamento dos alunos para um ensino significativo. O professor P4 demonstrou isso ao realizar um diagnóstico e revisar questões para entender melhor onde os alunos estavam cometendo erros. Esta abordagem reflete uma compreensão profunda de como os alunos processam e entendem o conteúdo, e como isso pode ser melhorado.

Por outro lado, o diagnóstico realizado pelo professor P4 e sua resposta aos erros dos alunos indicam uma prática que busca entender o raciocínio matemático dos alunos e adaptar o ensino para atender às suas necessidades cognitivas e, Ball (2008) destaca a necessidade de compreender o pensamento matemático dos alunos.

Complementar a isso o professor P4, ao identificar que o erro dos alunos se deu a uma falta de leitura atenta, mostra uma abordagem que leva em conta a compreensão dos alunos e adapta o ensino para melhorar essa compreensão, essa ação reflete Ma (2010) que traz a importância de entender como os alunos compreendem o conteúdo matemático.

Um olhar para a análise de erros e o professor P4, temos que Radatz (1980) sugere que a análise de erros é fundamental para entender o pensamento dos alunos. A prática de P4 ao revisar questões e pedir aos alunos para repensá-las reflete uma abordagem de análise de erros que busca identificar onde os alunos estão tendo dificuldades. Já Borasi (1987) defende a exploração de erros como uma ferramenta para o aprendizado. A resposta do professor P4 aos erros, incentivando os alunos a revisar e refletir sobre suas respostas, exemplifica essa teoria, usando os erros como uma oportunidade para o aprimoramento da compreensão.

Outro ponto evidenciado durante o curso foi sobre os erros apresentado pelo professor P2 *"quando surge um erro, o professor deve lidar com a situação de aprendizagem de forma diferente"*(P2, 2023, informação verbal). A fala do Professor

P2 destaca a importância de uma abordagem adaptativa na resposta a erros dos alunos, o que é um ponto central nas teorias de Shulman (1986). Da mesma forma, Borasi (1987), em sua pesquisa sobre práticas de ensino eficazes, enfatiza a necessidade de os professores adaptarem suas abordagens com base na compreensão dos processos de pensamento dos alunos.

A sugestão do Professor P2 de lidar com os erros de maneira diferenciada evidencia um reconhecimento da complexidade do aprendizado matemático e a necessidade de uma resposta pedagógica que vá além da correção superficial, buscando entender e abordar as causas subjacentes dos erros. Essa abordagem é fundamental para promover uma aprendizagem mais profunda e significativa em matemática.

6.2.4 Categoria 4.4 Comunicação e linguagem pedagógica

Esta categoria analisou a maneira como os professores usam a linguagem e a comunicação para tornar o conteúdo acessível e compreensível para os estudantes. A comunicação eficaz no ensino não se limita à transmissão de informações; envolve a habilidade de apresentar conceitos de maneira que tenha significado para os estudantes, levando em conta seus backgrounds, níveis de compreensão e estilos de aprendizagem. Analisando essa categoria, consideramos como a adaptação da linguagem e a escolha das estratégias de comunicação podem influenciar significativamente o engajamento e a compreensão dos alunos.

Na entrevista com o professor P1, ele deixa claro sobre essa importância de ter uma linguagem coerente com a cognição do estudante:

Eu acredito que, às vezes, quando eu vou falar de alguma teoria, de algum conteúdo, os estudantes acham a minha linguagem um pouco formal. Eu acredito que isso dificulta um pouco, aí eu tenho até mudado, venho mudando isso, né? (P1, 2023, informação verbal).

O professor P1 refletiu essa ideia, ao reconhecer a necessidade de mudar sua linguagem formal para uma mais acessível, facilitando o entendimento dos alunos, isso é destacado por Shulman (1987) que reforça a importância de adaptar a

linguagem e a comunicação para atender às necessidades dos alunos. Da mesma forma que ao adaptar sua linguagem para tornar o conteúdo mais compreensível, está aplicando o que enfatiza Ball (2005) sobre ter uma comunicação clara e eficaz, mostrando a importância de uma comunicação adaptada às necessidades dos alunos para um ensino eficaz de matemática.

Embora não seja o foco principal das teorias de Radatz e Borasi, podemos relacionar indiretamente as suas teorias. A compreensão e adaptação da linguagem pedagógica, conforme descrito pelo professor P1, são essenciais para um ensino eficaz de matemática. Elas permitem que os conceitos matemáticos sejam transmitidos de maneira mais clara e que os alunos se envolvam mais profundamente com o material, facilitando a identificação e a compreensão dos erros, que é ponto central nas teorias de Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987).

Com relação às análises dessa categoria, o professor P2, sempre observa a aula anterior para a preparação da próxima:

Aí eu já me preparo na próxima aula, eu já incluo no meu tópico as perguntas do aluno pra eu responder antes que eles precisem perguntar... (P2, 2023, informação verbal).

O professor P2 demonstrou adaptabilidade ao incluir antecipadamente perguntas dos alunos em suas aulas, o que reflete um ajuste na linguagem pedagógica para melhor comunicar o conteúdo. Shulman (1980) enfatiza a importância da linguagem na apresentação do conteúdo (a palavra *conteúdo* de acordo com a BNCC passa a se chamar unidade curricular). Por outro lado, o professor P2 ao adaptar sua comunicação para abordar dúvidas comuns, demonstrou o que Ma (2010) e Ball (2005) refletem sobre a necessidade de comunicar conceitos de forma compreensível .

No contexto da análise de erros e analisando o conteúdo da entrevista com o professor P2, quando ele inclui respostas a possíveis perguntas e antecipá-las reflete nas teorias de Radatz (1979) e Borasi (1987).

Analisando o professor P4, verificamos que ele reconhece a importância de variar as estratégias de ensino para atender melhor às necessidades de aprendizagem dos alunos:

Às vezes, o concreto se faz necessário. O lúdico. Então, às vezes, dependendo do conteúdo, é necessário demais. Sair do lúdico, do abstrato para o concreto ou vice-versa. (P4, 2023, informação verbal).

O professor P4 mostra essa habilidade ao mencionar a alternância entre abordagens lúdicas e concretas, indicando uma flexibilidade na comunicação para tornar o conteúdo mais acessível e envolvente para os alunos. Shulman (1979) enfatiza a importância de adaptar a comunicação e a linguagem pedagógica às necessidades dos alunos, da mesma forma que Ball (2008) destaca a importância de uma comunicação eficaz no ensino de matemática.

A abordagem do professor P4 de mudar entre o concreto e o lúdico reflete uma compreensão de que diferentes estratégias de comunicação podem ser mais eficazes para diferentes conceitos matemáticos, aumentando a compreensão dos alunos. Ma (2010) também sugere que um ensino eficaz de matemática inclui a capacidade de apresentar o conteúdo de maneiras variadas para atender às diversas necessidades dos alunos.

A estratégia do professor P4 de alternar entre abordagens lúdicas e concretas é uma aplicação prática dessa ideia, mostrando uma compreensão profunda de como diferentes métodos podem facilitar o aprendizado.

Para essa categoria, a abordagem do professor P4 pode ser indiretamente relacionada, tanto Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987) pois adaptar a comunicação pode ajudar a esclarecer conceitos, reduzir erros de compreensão e alinha-se com a ideia de Borasi (1987) de usar erros como oportunidades de aprendizado.

O curso sobre a apresentação dos erros nos mostrou boas evidências dos professores participantes, quando o professor afirma, "como ele encontrou o número, ele iria marcar com toda certeza" (P2, 2023, informação verbal), ele destaca um elemento fundamental na pedagogia matemática: a importância da comunicação eficaz entre professor e aluno. Borasi (1987) argumenta que uma comunicação clara e efetiva é essencial para o ensino de matemática, não apenas na transmissão de procedimentos e resultados, mas também no desenvolvimento da compreensão conceitual.

Neste contexto, o professor P2 aponta para a tendência dos alunos de focar na obtenção de um resultado numérico, muitas vezes sem uma compreensão do

processo lógico que leva a esse resultado. Isso ressalta a necessidade de os professores enfatizarem não apenas o 'como' fazer, mas também o 'porquê' das operações matemáticas e o significado dos resultados obtidos. Além disso, Shulman (1986) também enfatiza a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo, que inclui a capacidade do professor de comunicar ideias matemáticas de forma compreensível e relevante para os alunos.

A comunicação eficaz neste contexto vai além da mera transmissão de conhecimento; ela envolve o engajamento dos alunos no processo de pensamento matemático, incentivando-os a refletir sobre as estratégias e decisões tomadas durante a resolução de problemas.

6.3 Unidade de Análise 03: Estratégias de Abordagem

A terceira unidade de análise centra-se nas estratégias de abordagem dos erros. Aqui, são consideradas as diversas técnicas e métodos utilizados pelos professores para enfrentar os erros em sala de aula. A investigação abrange desde a reação imediata ao erro até as estratégias de longo prazo para a prevenção e correção deles. A análise destas estratégias contribui para a elaboração de um modelo de intervenção pedagógica que reconhece o valor do erro no desenvolvimento cognitivo do aluno.

Para essa unidade de análise teremos 03 (três) categorias a saber: 1. Correção de Atividades e Acompanhamento Individual; 2. Mudança de Metodologia e Linguagem; 3. Adaptação de Estratégias com Base em Diagnósticos.

6.3.1 Categoria 3.1 Correção de Atividades e Acompanhamento Individual

A análise de erros em matemática e a resposta pedagógica a esses erros constituem um aspecto fundamental da prática docente eficaz. Nesta categoria, exploramos como os erros dos alunos são abordados e corrigidos, focando em duas vertentes principais: a correção de atividades em um contexto coletivo e o acompanhamento individual. Esta dualidade reflete um equilíbrio essencial na educação matemática, onde o professor deve navegar entre o atendimento às

necessidades da turma como um todo e a atenção individualizada aos alunos que enfrentam desafios específicos.

A correção de erros, longe de ser uma tarefa puramente corretiva, oferece uma rica oportunidade para o ensino e aprendizagem. Como Shulman (1987) e Deborah Ball (2005, 2008) argumentam, a eficácia dessa prática está intrinsecamente ligada à capacidade do professor de compreender e responder às necessidades cognitivas dos alunos. A abordagem do professor não deve ser apenas informativa, mas também formativa, contribuindo para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Por outro lado, o acompanhamento individual, conforme destacado por Henry Radatz (1979, 1980) e Rafaella Borasi (1987), permite uma análise mais aprofundada dos erros, facilitando uma compreensão detalhada dos processos cognitivos dos alunos. Esta abordagem não apenas ajuda a identificar as raízes dos equívocos, mas também fornece insights valiosos para a adaptação das estratégias de ensino.

Analisando o professor P1, sobre a abordagem do erro em sala de aula, ele afirma que:

Os erros que são comuns, eu abordo geralmente nas correções de atividades... E os erros que são eventuais de alguns alunos, eu, eu sento com ele como mentor individual, né? (P1, 2023, informação verbal)

Shulman (1979) destaca a importância da compreensão pedagógica no contexto de correção de erros. O professor P1 demonstra esta habilidade ao abordar erros comuns durante as correções de atividades, refletindo um processo de feedback imediato e contextualizado. Esta prática não apenas corrige equívocos, mas também serve como um momento de ensino, integrando o erro no contexto da aprendizagem.

Da mesma forma, Ball (2005) ressalta a importância de adaptar o ensino às necessidades cognitivas dos alunos. O acompanhamento individualizado do professor P1, onde ele se senta com os alunos para discutir erros eventuais, é uma aplicação desta teoria, oferecendo uma oportunidade para entender e atender às necessidades individuais de aprendizagem dos alunos.

Pela análise de erros, Radatz (1980) sugere que a análise de erros é crucial para entender o pensamento dos alunos. A prática do professor P1 de sentar-se individualmente com os alunos permite uma análise detalhada dos erros, possibilitando uma compreensão mais profunda dos desafios enfrentados pelos alunos e das estratégias necessárias para superá-los. Outra abordagem do professor P1 de discutir os erros diretamente com os alunos, tanto em um contexto coletivo quanto individual, corrobora com Borasi (1987) que defende a exploração de erros como um meio eficaz de aprendizado.

O professor P2, tem uma ação interessante de ajustar o aprendizado do estudante em relação ao erro. *"A gente induz ao erro justamente para que ele não ocorra novamente... É muito bom o erro no dia a dia."* (P2, 2023, Informação verbal).

Shulman (1987) destaca a importância de entender como os alunos aprendem e como adaptar o ensino para atender às suas necessidades. A abordagem do professor P2, induzindo erros intencionalmente para ensinar, reflete uma compreensão profunda do processo de aprendizagem dos alunos e uma estratégia eficaz para reforçar conceitos e evitar erros futuros.

Da mesma forma que Ma (2010) argumenta que o ensino eficaz de matemática requer apresentar o conteúdo de várias formas, ao induzir erros, o professor P2 está aplicando esse princípio, pois está ensinando os alunos a abordar problemas matemáticos de diferentes perspectivas, reforçando assim a compreensão conceitual.

A teoria de Radatz (1979, 1980) sobre a análise de erros como ferramenta de aprendizado é diretamente aplicável aqui. O professor P2 utiliza erros induzidos como uma ferramenta pedagógica para ajudar os alunos a aprenderem com seus próprios erros, refletindo sobre suas abordagens e soluções.

Complementar a isso, Borasi (1987) defende a exploração de erros como meio de aprendizagem. A técnica do professor P2 de criar "armadilhas" intencionais em problemas matemáticos incentiva os alunos a explorar e entender seus erros, o que é uma aplicação prática desta teoria.

6.3.2 Categoria 3.2 Mudança de Metodologia e Linguagem

Essa categoria centra-se em um aspecto crucial da prática docente em matemática: a adaptabilidade e inovação na abordagem pedagógica. Nesta análise, investigamos como os professores modificam suas estratégias de ensino e a linguagem utilizada para facilitar a compreensão matemática dos alunos. A natureza complexa e muitas vezes abstrata da matemática exige que os educadores estejam constantemente revendo e aprimorando suas técnicas para manter a relevância e eficácia na sala de aula.

O processo de ensino-aprendizagem em matemática não é estático; ele evolui conforme as necessidades e os desafios dos alunos se manifestam. A capacidade de um professor de adaptar sua linguagem e metodologia não apenas demonstra uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos, mas também reflete uma sensibilidade pedagógica para abordar as diversas formas como os alunos interpretam e interagem com esses conceitos. Esta flexibilidade é fundamental para criar um ambiente de aprendizagem inclusivo e estimulante, onde todos os alunos possam prosperar.

Considerando as escolhas metodológicas e a utilização da linguagem que impactam o aprendizado dos alunos, o professor P1 acredita que:

Eu acredito que mudar a metodologia de tanto de linguagem quanto de ensino mesmo... É propriedade associativa, distributiva. Você não vai falar isso pro aluno. Ele não vai saber o que é, não vai entender, né? (P1, 2023, informação verbal)

A crença do professor P1 de que a mudança na linguagem pode facilitar a compreensão dos alunos sugere que uma linguagem mais simples e direta pode ser mais eficaz para ensinar matemática, ele é fundamentado por Ball (2005). Complementar a esse pensamento Shulman (1980) ressalta a importância da adaptação da linguagem e metodologia para atender às necessidades dos alunos. O professor P1 demonstra essa habilidade ao reconhecer a necessidade de simplificar a linguagem técnica matemática, tornando-a mais acessível aos alunos. Esta abordagem alinha-se com a ideia de Shulman sobre a importância da clareza e compreensibilidade na comunicação pedagógica.

Quanto a análise de erros a mudança na linguagem e metodologia, conforme discutido pelo professor P1, pode ser vista como uma resposta aos erros

dos alunos. Radatz (1979) enfatiza a importância de entender e responder aos erros para melhorar o ensino.

Ao adaptar sua linguagem e abordagem, o professor P1 está potencialmente abordando mal-entendidos que podem levar a erros matemáticos. Já Borasi (1987) sugere que explorar e responder aos erros dos alunos é uma maneira eficaz de facilitar o aprendizado. A estratégia do professor P1 de mudar a linguagem e a metodologia pode ser uma forma de abordar os erros de maneira construtiva, promovendo uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos.

Dentro do contexto educacional, especialmente no ensino de matemática, a capacidade do professor de adaptar suas metodologias e linguagem em resposta aos desafios e erros dos alunos é fundamental para um ensino eficaz. Esta adaptação não é apenas uma questão de ajustar o plano de aula, mas também de reestruturar a maneira como os conceitos são comunicados e compreendidos. Com relação a isso o professor P2 menciona sobre:

Eu acho que é uma estratégia bem válida, porque quanto mais eu induzo ao erro, vai chegar um momento que eles vão ver... Mesmo que o cálculo seja perfeito, a opção seja aquela mesma. Eu vou induzir a eles, no subconsciente, né? Aí eles leem novamente só para ter certeza. (P2, 2023, informação verbal).

Shulman (1980) destaca a importância da adaptação da metodologia de ensino às necessidades dos alunos. A abordagem de P2 de induzir erros intencionalmente para fomentar uma revisão cuidadosa demonstra uma compreensão sofisticada de como adaptar as estratégias de ensino para promover um aprendizado mais profundo e reflexivo.

Já Ma (2010) argumenta que um ensino eficaz envolve a capacidade de apresentar o conteúdo de maneiras variadas para atender às necessidades dos alunos. A estratégia do professor P2 reflete essa abordagem ao alterar a forma como os problemas são apresentados, incentivando os alunos a abordarem os problemas matemáticos de uma maneira mais consciente e detalhada.

Quanto à análise de erros, Radatz (1979) sugere que a compreensão e resposta aos erros dos alunos são essenciais para um ensino eficaz. A metodologia do professor P2, que envolve a indução de erros para melhorar a aprendizagem, é

uma aplicação prática desta teoria, utilizando os erros como uma ferramenta para reforçar o entendimento matemático. Borasi (1987) defende a exploração de erros como uma ferramenta de aprendizagem valiosa. A técnica do professor P2, que cria situações em que os alunos são propensos a cometer erros, alinha-se com esta perspectiva, usando os erros como uma oportunidade para promover uma compreensão mais profunda e crítica.

6.3.3 Categoria 3.3 Adaptação de Estratégias com Base em Diagnóstico

Esta categoria enfocou a importância de uma abordagem diagnóstica no processo educativo, que vai além da mera transmissão de conhecimento para envolver uma análise reflexiva das práticas de ensino e aprendizagem.

Na prática docente de matemática, os erros dos alunos oferecem insights valiosos não só sobre suas dificuldades e mal-entendidos, mas também sobre como as estratégias pedagógicas podem ser aprimoradas. A habilidade de um professor de adaptar suas metodologias com base no desempenho dos alunos é crucial para promover um aprendizado eficaz e significativo. Esta abordagem implica em uma constante reavaliação e revisão das técnicas de ensino para assegurar que estas estejam alinhadas com as necessidades cognitivas e de compreensão dos alunos.

O professor P1 encara abordagens novas e adaptativas em seu planejamento de aula, isso é observado quando

Deixa, me deixa ver... Sim, acredito que quando estamos estudando equações do segundo grau que... Eu costumava calcular o delta juntamente com a fórmula de Bhaskara, né? Sem separar... Colocava lá o delta lá, logo lá dentro da raiz. Aí, a partir do momento que eu me presenciei em sala de aula, com os novos alunos, né? Porque dava aula no ano passado, aí veio esses novos alunos desse ano. Aí, eu calculando o delta fora e depois só substituindo o valor. Acredito que ficou mais fácil pra eles. (P1, 2023, informação verbal).

A mudança na abordagem do professor P1, de calcular o delta juntamente com a fórmula de Bhaskara para calcular separadamente, refletiu uma adaptação pedagógica baseada na observação das dificuldades dos alunos. Esta prática

demonstra um conhecimento pedagógico que transcende a mera entrega de conteúdo, focando em como o conteúdo é assimilado pelos alunos, corroborando o que Shulman (1987) ressalta sobre a importância de adaptar o ensino às necessidades dos alunos. A adaptação realizada pelo professor P1, baseada em seu diagnóstico das dificuldades dos alunos com a fórmula de Bhaskara, é um exemplo de aplicação também da teoria de Ball (2008), mostrando um ajuste na metodologia para atender às necessidades cognitivas dos alunos.

No campo da análise de erros, Radatz (1979) sugere que a compreensão dos erros dos alunos é fundamental para aprimorar o ensino. A mudança feita pelo professor P1, de calcular o delta separadamente, pode ser vista como uma resposta direta à análise dos erros cometidos pelos alunos, facilitando sua compreensão do conceito. Isso é defendido por Borasi (1987), que defende a exploração de erros como uma ferramenta pedagógica. A abordagem do professor P1, de modificar sua estratégia de ensino com base nos erros dos alunos, reflete essa teoria e utiliza os erros como uma oportunidade de ensinar mais eficazmente.

O professor P2 possui uma estratégia bem específica:

A gente faz, a gente incita o erro justamente porque [...] A gente vai lá, passa uma questão bem, facinho. Só que com uma pegadinha no final... (P2, 2023, informação verbal).

A estratégia apresentada pelo professor P2 reflete a concepção de Radatz (1979) sobre a análise de erros como um meio de revelar as concepções errôneas dos alunos e os processos de pensamento subjacentes. Ao induzir erros, o professor P2 está intencionalmente destacando áreas problemáticas, o que está em linha com a ideia dos autores, de usar os erros como uma ferramenta diagnóstica para melhorar.

Ainda considerando o professor P2, outra estratégia apresentada foi colocar estudantes de níveis diferentes para estudar em colaboração:

“Eu pego esses alunos que são bons e peço a ajuda [...] a gente instigando ele a ajudar os colegas...” (P2, 2023, informação verbal)

Esta abordagem se alinha com a teoria de Ball (2008), que enfatiza o valor do ensino colaborativo. A estratégia do professor P2, ao usar alunos com bons resultados para auxiliar colegas em dificuldades, representa uma adaptação de estratégias baseada no diagnóstico de que alguns alunos podem se beneficiar da explicação de seus pares, uma prática apoiada na pesquisa de Ball (2008) sobre ensino colaborativo e compreensão matemática.

Complementar a essa estratégia, o professor P2 realiza bastantes diagnósticos da turma, quando enfatiza:

Eu faço muito diagnóstico, faço praticamente quinzenal diagnóstico com eles... (P2, 2023, informação verbal).

Esta prática reflete a ênfase de Shulman (1987) na reflexão e adaptação contínua no ensino. Ao realizar diagnósticos frequentes, o professor P2 está constantemente avaliando e ajustando suas estratégias de ensino com base no entendimento dos alunos, uma prática para a pedagogia eficaz.

O professor P3 apresentou uma disposição para mudar estratégias e colaborar com colegas, juntamente com o uso de métodos lúdicos para abordar os erros matemáticos dos alunos, destacou a importância de uma compreensão profunda do conteúdo e uma abordagem adaptativa no ensino da matemática conforme trecho de sua entrevista:

É mais a parte do lúdico mesmo, quando que nem eu falei, a gente tira esses alunos da sala, a gente já tem, assim, uma metodologia diferente, jogo pra orientar, pra ler, pra mostrar, no concreto mesmo, eles. (P3, 2023, informação verbal)

A abordagem lúdica adotada pelo professor P3 ressoa com as ideias de Ball (2005) e Shulman (1987), sobre a necessidade de adaptar estratégias pedagógicas para facilitar a compreensão matemática. Ball (2005) enfatiza a importância de representações diversificadas dos conceitos matemáticos, enquanto Shulman (1987) destaca a relevância do conhecimento pedagógico do conteúdo. O uso de jogos e atividades lúdicas pelo professor P3 pode ser interpretado como um

meio de tornar a matemática mais acessível e envolvente, alinhando-se com essas teorias.

Em outro trecho de sua entrevista o professor P3, destaca sua observação e seu fazer pedagógico:

A gente faz esse jogo de cintura, de atender todos, né, e quando a gente vê que não tá sendo uma forma tão eficaz, a mudança que a gente faz é tirar esses alunos de sala e ver outra metodologia. (P3, 2023, informação verbal).

O referido trecho reflete a ideia de Ma (2010), sobre a profundidade de compreensão matemática necessária para os professores. Ma (2010) argumenta que os professores precisam de uma compreensão profunda da matemática para adaptar suas estratégias de ensino com base nas necessidades dos alunos. Ao alterar as metodologias em resposta à eficácia percebida, o professor P3 demonstra uma atitude reflexiva e adaptativa, essencial para o ensino eficaz da matemática:

Eu considero muito válido porque é opinião da equipe de trabalho, porque eu passo outro, eu faço, mas a gente pode ter visão diferente. (P3, 2023, informação verbal).

Na análise de erros, é possível realizar uma conclusão relacionada aos teóricos do tema. A colaboração entre colegas mencionada pelo professor P3 ecoa as ideias de Radatz (1979) e Borasi (1987) sobre a análise de erros. Radatz (1979) enfatiza a importância da compreensão dos mecanismos de processamento de informações pelos alunos, enquanto Borasi (1987) se concentra na exploração de erros como uma oportunidade de aprendizado. A abordagem de P3 em discutir estratégias com colegas e adaptar métodos reflete uma consciência da diversidade de compreensões e estratégias entre os alunos.

Já o professor P4 enfatizou sobre o feedback ao estudante, *"Então, sempre eu dou um retorno pra eles, de cada atividade que eles fazem"* (P4, 2023, informação verbal). Esta abordagem de feedback constante e correção coletiva fez referência à Shulman (1987), na reflexão pedagógica e adaptação contínua das estratégias de ensino. Ao se concentrar no *feedback* coletivo, o professor P4 está usando uma

estratégia que permite ajustes em tempo real, semelhante ao que Shulman (1987) descreve como uma prática reflexiva.

Ainda como adaptação estratégica, P4 aponta: *"O agrupamento. Sempre um com o melhor nível de aprendizagem e o outro com nível aproximado..."* (P4, 2023, informação verbal). Esta prática está alinhada com as ideias de Ball (2005) sobre a colaboração e o diálogo em matemática. Ball (2005) sugere que a aprendizagem matemática é reforçada a partir da interação e do diálogo entre os alunos, o que é refletido na estratégia de agrupamento do professor P4.

Ainda como estratégia, o professor P4 acredita que a forma explicitada entre estudantes, gera um impacto maior na correção dos erros *"Porque a linguagem dele, às vezes, faz a diferença na hora do entendimento"* (P4, 2023, informação verbal). Esta estratégia corrobora com as ideias de Ma (2010) sobre a compreensão profunda da matemática. A autora enfatiza a importância de uma comunicação clara e eficaz na matemática, o que o professor P4 reconhece ao valorizar a linguagem dos alunos na explicação dos conceitos.

Relativo ao erro, o professor P4 ao adaptar suas estratégias acredita que *"Tem que ser baseado nisso"* (P4, 2023, informação verbal). O foco do professor P4 em identificar erros comuns e adaptar suas estratégias está em linha com a teoria de Radatz (1979) sobre a análise de erros, enfatizando a importância de entender os erros dos alunos para melhorar suas estratégias de ensino.

Complementar a isso, o professor P4 usa como metodologia a reflexão do erro pelo estudante *"Então, diretamente, eles estão sendo chamados a resolver novamente de forma mais pensativa..."* (P4, 2023, informação verbal). Esta abordagem reflete as ideias de Borasi (1987) onde argumenta que os alunos devem ser incentivados a refletir sobre seus próprios processos de pensamento e erros, uma prática que o professor P4 incorpora em sua metodologia.

6.4 Unidade de análise 04: Maior compreensão dos erros

Por fim, a maior compreensão dos erros foi o objetivo último desta análise. Esta unidade buscou sintetizar os dados coletados para formar uma compreensão mais profunda dos erros, vendo-os como oportunidades de aprofundamento e reflexão

crítica para alunos e professores. O erro, portanto, é considerado um ponto de partida para o questionamento e a exploração, um convite à investigação e à aprendizagem.

Este tópico buscou explorar a complexidade e a pedagogia dos erros por meio de uma abordagem qualitativa robusta, utilizando a análise de conteúdo de Bardin (2016) para estruturar e interpretar os dados obtidos, com o objetivo de enriquecer a prática educativa e promover um ambiente de aprendizagem onde o erro é valorizado como um componente essencial do processo de ensino e aprendizagem.

Em suma, este capítulo é um convite à reflexão sobre o erro não como um desvio a evitar, mas como uma faceta essencial do processo educativo. A análise dos dados recolhidos por meio de entrevistas semiestruturadas e cursos de análise de equívocos trouxe não só uma melhor compreensão dos próprios erros, mas também uma apreciação do seu valor educativo. A busca foi por uma educação matemática que se aproprie do erro, o compreenda e o utilize como um recurso didático, contribuindo para a formação de estudantes críticos, reflexivos e resilientes.

O conteúdo da entrevista dos professores destacam a importância de entender os erros dos alunos como parte integrante do processo de aprendizagem, enfatizando a necessidade de adaptar a prática docente para melhorar o desempenho acadêmico dos alunos. Consideramos duas categorias de análise, baseadas nos pontos principais abordados na entrevista. A categoria 1 - Compreensão e a categoria 2 - Reflexão sobre os Erros na Prática Docente Impacto das Mudanças na Prática Docente no Desempenho Acadêmico dos Alunos.

6.4.1 Categoria 4.1 Compreensão e Reflexão sobre os Erros na Prática Docente

Na Educação Matemática, em sua essência, a interação entre ensino e aprendizagem cria um ambiente rico em oportunidades e desafios. Dentro desse contexto, a categoria “Compreensão e Reflexão sobre os Erros na Prática Docente” apresenta um aspecto fundamental, representando uma perspectiva mais humana e empática na abordagem pedagógica. Esta categoria não apenas ilumina o caminho para uma análise mais profunda e significativa dos erros cometidos pelos alunos, mas também enfatiza a importância do papel reflexivo do educador no processo de ensino.

Reconhecemos que os erros dos alunos não são meros obstáculos a serem superados, mas são, na verdade, janelas para o entendimento mais profundo do

processo de aprendizagem. Eles nos oferecem evidências valiosas sobre como os alunos pensam, onde estão suas dificuldades e como professores podem adaptar o ensino para atender às necessidades específicas.

Essa abordagem se alinha com o pensamento de teóricos renomados como Shulman (1985), cujo conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo enfatiza a necessidade de entender como o conteúdo é recebido e processado pelos alunos, Ball (2005; 2008), que destaca a relevância do Conhecimento Matemático para o Ensino, crucial para a interpretação eficaz e resposta aos erros dos alunos, Ma (2010) destacando o conhecimento profundo para o professor de matemática. Além disso, olhamos para os erros e para o suporte pedagógico dos professores a partir das lentes de Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987), explorando como os estudantes desenvolvem seu raciocínio.

O professor P1 reflete sobre a importância de analisar os erros dos alunos para entender as dificuldades e os equívocos observados em seu processo de aprendizagem:

Quando você analisa que o erro é comum... Você entender a cabeça de estudante... O que eu estou fazendo nas minhas aulas que está levando o aluno a cometer esse erro? (P1, 2023, informação verbal)

A reflexão do professor P1 sobre sua própria prática e a busca por entender o "porquê" dos erros dos alunos são fundamentais para aprimorar a abordagem pedagógica, alinhando-se com as ideias de Shulman (1987) sobre ensino reflexivo e adaptativo. Em seu conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo, sublinha a importância de o professor compreender não apenas o conteúdo, mas também como os alunos processam esse conteúdo e onde podem ocorrer mal-entendidos.

Complementar a isso Ball (2005), em seus estudos sobre o conhecimento matemático para o ensino, argumenta que os professores precisam de uma compreensão profunda da matemática que vai além do conteúdo puro, incluindo a habilidade de interpretar e responder aos erros dos alunos.

Observando o conteúdo do professor P1 em relação ao erro, Radatz (1980) vê os erros como produtos de processos complexos, influenciados por uma variedade de fatores no ambiente educacional. O expressado pelo professor P1, alinha-se com

a perspectiva de Radatz (1980) de que compreender os erros pode fornecer evidências valiosas sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos, informando a prática pedagógica.

Complementar a isso Borasi (1987) propõe uma reinterpretação dos erros como oportunidades para inquérito e aprendizado. A reflexão do professor P1 sobre os erros, conforme mencionado na entrevista, alinha-se com a ideia de Borasi (1987) de usar erros como um ponto de partida para investigação e compreensão mais profunda, tanto do conteúdo quanto dos processos de aprendizagem dos alunos.

A análise a seguir explora como o professor P2 percebe e integra a compreensão dos erros dos alunos em sua prática pedagógica, o trecho a seguir indica que:

A gente não pode esquecer isso, né?... Eu Não ia precisar me preocupar no aluno no nono ano, eu já venho acompanhando essa turma do sexto, do sétimo, do oitavo ano. (P2, 2023, informação verbal).

O professor P2 reflete a abordagem de Shulman (1987) sobre a importância de um conhecimento pedagógico profundo do conteúdo, sugerindo que a compreensão contínua dos erros dos alunos em diferentes estágios é crucial. Por outro lado, o professor P2 indica que, *"E essa parte hoje de análise de erros ela é feita muito mais e somente no nono ano"* (P2, 2023, informação verbal), a limitação na prática de analisar erros apenas em estágios tardios do ensino reflete uma desconexão com a abordagem de Ball (2005), que enfatiza o entendimento constante do pensamento matemático dos alunos.

Ainda analisando o trecho da entrevista de P2 dessa categoria, observamos que *"se a grande maioria pegaram ótimo, se não vamos pro próximo conteúdo"* (P2, 2023, informação verbal). Este trecho indica uma abordagem que pode negligenciar erros de conceito ou procedimento, que Radatz (1979) destaca como fundamentais para o entendimento matemático. Ao mesmo tempo que:

Ele vê que a matemática não é um bicho de 7 cabeça...ele participar da análise de erro é muito mais importante do que só o professor está lá analisando separadamente. (P2, 2023, informação verbal).

Essa visão alinha-se com a visão de Borasi (1987) sobre a importância de usar erros como ferramentas de aprendizado e desenvolvimento do raciocínio matemático.

Com o professor P3, observamos uma abordagem prática e direta na correção de erros dos alunos, refletindo a importância dos erros na aprendizagem matemática

Aqui, ó, você errou, por causa disso, disso. Se você fizer dessa maneira, dessa forma eu acho que você consegue ter sucesso na sua resposta. (P3, 2023, informação verbal).

O professor P3 reflete uma abordagem direta de correção de erros, o que pode ser visto como um componente do conhecimento pedagógico do conteúdo. Porém, poderia ser aprimorada com uma exploração mais profunda dos processos de pensamento do aluno, alinhada com a teoria de Shulman (1987). Da mesma forma que Ball (2005) incluiria uma análise mais profunda dos conceitos subjacentes aos erros dos alunos. Quando observamos em relação a Ma (2010), explorar conceitos fundamentais poderiam prevenir esse tipo de erros.

Do ponto de vista da análise de erros, Borasi (1987) propõe uma abordagem mais investigativa, incentivando os alunos a explorar e entender seus erros, promovendo um aprendizado mais profundo. Por Radatz (1979), poderia ser aprofundada com uma classificação mais detalhada dos tipos de erros e uma reflexão sobre como diferentes tipos de erros podem ser abordados de maneira mais eficaz.

O professor P4 expressa seu trabalho em relação a compreensão dos erros:

Quando que se faz o diagnóstico, se percebe aonde estão, analisado os acertos e os erros... é necessário compreender que os erros, eles estão presentes e que eles que vão fazer a diferença no aprendizado dos alunos. (P4, 2023, informação verbal).

Ao mencionar o diagnóstico de erros e acertos, refletiu a ideia do conhecimento pedagógico do conteúdo, destacando a importância de compreender como os alunos aprendem e onde podem ocorrer dificuldades definidos por Shulman

(1987). Além disso, o professor P4 está consciente da importância de analisar os erros dos alunos para aprimorar seu ensino, enfatizando o que Ball (2008) defende, em relação ao conhecimento profundo de como os alunos aprendem matemática.

No que compete a análise de erros, o professor P4 reconheceu que os erros são cruciais para o aprendizado, alinhando-se com a visão de Borasi (1987) de que os erros podem ser pontos de partida valiosos para a investigação e compreensão matemática. Da mesma forma, o professor P4 sugere uma abordagem alinhada à perspectiva de Radatz (1979) de entender onde e porque os estudantes erram para guiar seu próprio ensino.

Na análise subsequente, na perspectiva do Professor P1, cuja indagação reflete uma metodologia pedagógica que vai além da mera correção de erros "Qual o nosso papel? Eu acho que a gente deve analisar por que esse aluno errou?" p1, 2023, informação verbal). A indagação do Professor P1 sobre o papel do educador na análise dos erros dos alunos ecoa os princípios de reflexão pedagógica defendidos Shulman (1986) e Borasi (1987).

Shulman (1986) argumenta que um aspecto crucial da competência docente é a capacidade de refletir sobre e compreender os processos de pensamento dos alunos, enquanto Borasi (1987) enfatiza que os erros oferecem oportunidades valiosas para explorar o entendimento dos alunos e suas concepções matemáticas.

A questão levantada pelo Professor P1 destacou a necessidade de uma análise profunda dos erros, não apenas para corrigi-los, mas para entender as causas subjacentes. Esta abordagem vai além da correção superficial dos erros, mergulhando nas concepções e mal-entendidos dos alunos, o que é essencial para o desenvolvimento profissional do professor e para a eficácia do ensino. Ao adotar essa postura reflexiva, o professor pode desenvolver estratégias mais efetivas de ensino e aprendizagem, alinhando-se com as melhores práticas pedagógicas contemporâneas na educação matemática.

6.4.2 Categoria 4.2 Impacto das Mudanças na Prática Docente no Desempenho Acadêmico dos Alunos

Esta categoria de análise explorou a relação dinâmica entre a metodologia de ensino do professor e os resultados de aprendizagem dos alunos, proporcionando

uma visão holística de como intervenções pedagógicas informadas podem catalisar melhorias significativas no desempenho acadêmico.

Nesta categoria aprofundamos nossa compreensão do papel dos erros na sala de aula de matemática, não apenas como momentos de falha ou confusão, mas como pontos de partida vitais para a reflexão e o crescimento educacional. Exploramos como os professores, ao se engajarem ativamente na análise e compreensão dos erros cometidos pelos alunos, podem reestruturar suas práticas de ensino de maneira que dialoguem mais profundamente com as necessidades e capacidades de aprendizagem dos alunos.

A discussão foi fundamentada em teorias e pesquisas de educadores renomados como Shulman (1987), Ball (2005, 2008), Ma (2010), Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987). Eles oferecem *insights* valiosos sobre a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo, do conhecimento matemático especializado para o ensino, e de como a percepção e tratamento dos erros na sala de aula podem influenciar positivamente o desempenho acadêmico dos alunos.

Para o professor P1 a conexão entre a prática docente e o desempenho acadêmico dos alunos é revelada quando:

Eu acredito que para o aluno ter uma fixação integral do conteúdo, é necessário que você analise esses erros, busque a mudança na sua metodologia e atingir o objetivo final, que é fazer com que ele não erre mais... E isso vai ter consequências positivas, obviamente, quando ele for se desenvolvendo no meio escolar. (P1, 2023, informação verbal).

O professor P1 expressou suas reflexões sobre o papel dos erros no aprendizado matemático, destacando como uma abordagem pedagógica que se adapta e responde ativamente aos erros dos alunos pode ser um catalisador para o aprimoramento do desempenho acadêmico. O professor P1 reconhece que uma análise detalhada dos erros dos alunos pode levar à mudança na prática docente, que é um reflexo direto do conceito de Shulman (1987).

Quando o professor P1, ao entender e abordar os erros, replaneja seu fazer pedagógico para facilitar uma compreensão mais profunda, refletindo uma abordagem pedagógica que considera como os alunos compreendem e se engajam com o

conteúdo matemático. Assim como sugere que ao refinar sua metodologia com base na compreensão dos erros, o professor P1 está aplicando um conhecimento matemático especializado para melhorar o desempenho dos alunos defendido por Ball (2005). Além disso, esta compreensão permite que os professores identifiquem as raízes dos erros e trabalhem para fortalecer o entendimento dos alunos, impactando positivamente seu desempenho acadêmico, conforme defendido por Ma (2010) por meio do PUFM.

Acerca da análise de erros, Radatz (1979) argumenta que os erros dos alunos são o resultado de processos complexos e que sua análise pode revelar muito sobre as dificuldades de aprendizagem. O trecho destacado reflete essa ideia, mostrando que uma mudança na prática docente, informada pela análise de erros, deve efetivamente melhorar o desempenho dos alunos, além de criar um ambiente de aprendizagem onde os alunos podem explorar e compreender os conceitos matemáticos mais profundamente, levando a melhorias em seu desempenho acadêmico, conforme Borasi (1987).

Relativo à metodologia, o professor P2 nos fala que:

Eu não vejo uma metodologia aceitável, que não, que não analisa os erros dos alunos... você está se preocupando com isso na aprendizagem dele. (P2, 2023, informação verbal).

Ao reconhecer a análise dos erros dos alunos como algo importante, o professor P2 demonstrou uma abordagem de ensino que vai além do conhecimento do conteúdo em si, abrangendo uma compreensão de como os alunos interagem com esse conteúdo, onde eles cometem erros e como esses erros podem ser usados para aprimorar a aprendizagem. Esse trecho reflete o PCK de Shulman (1987) que enfatiza a importância de os professores entenderem não apenas o conteúdo que estão ensinando, mas também as estratégias pedagógicas mais eficazes para ensinar esse conteúdo.

Além disso, a lacuna na prática docente, sugerindo que os erros devem ser usados como ferramentas para promover um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos e para estimular o pensamento crítico dos estudantes, vai de encontro ao defendido por Borasi (1987), onde argumenta que os erros na matemática

não devem ser vistos apenas como falhas, mas como oportunidades e evidências para a investigação matemática e para o desenvolvimento do raciocínio matemático. O professor P2 também está alinhado à Radatz (1979) ao entender onde e porque os alunos cometem esses erros, adaptando sua abordagem pedagógica para melhorar a aprendizagem dos alunos.

O professor P4 reflete sobre o papel crítico do replanejamento e adaptação no processo de ensino devido aos erros:

Então, é necessário, realmente, replanear situações diferentes pra que abordem os mesmos conteúdos, mas com outra, com outra, outra visão... Começa sempre no nível mais fácil e chega a um nível mais difícil. (P4, 2023, informação verbal).

O professor P4 reflete a aplicação prática de Shulman (1987), que destaca a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo, que inclui não apenas o que ensinar, mas como ensinar de maneira eficaz. A ideia de começar com conceitos mais fáceis e progredir para os mais difíceis está alinhada com Ball (2005), pois sugere uma abordagem que leva em consideração a progressão da compreensão dos alunos.

Ball (2005) argumenta que os professores precisam de um conhecimento matemático profundo que vai além do domínio do conteúdo e inclui a compreensão de como os alunos entendem (ou não entendem) a matemática. Borasi (1987) vê os erros como oportunidades para o desenvolvimento do raciocínio matemático. Ao replanear as situações de ensino, o professor P4 pareceu reconhecer que diferentes abordagens podem ajudar os alunos a superar os erros e desenvolver uma compreensão mais aprofundada.

Em linha de raciocínio complementar, Radatz (1979) enfoca a classificação dos erros em matemática e a importância de compreendê-los para melhorar o ensino. O replanejamento mencionado pelo professor P4 pode ser visto como uma resposta aos tipos de erros identificados, onde o professor ajusta seu método de ensino para abordar mais efetivamente as áreas de dificuldade dos alunos.

A análise de erros em matemática, de acordo com as perspectivas de Borasi (1987), Radatz (1979) e Ball (2005), ofereceu abordagens complementares que enriqueceram a compreensão dos equívocos dos alunos por parte dos professores, o que permite a eles orientar estratégias pedagógicas mais eficazes. Integrar essas

perspectivas proporcionou uma compreensão mais abrangente acerca das discussões sobre os erros dos alunos, levando a refletir sobre estratégias de ensino mais eficazes e contextualizadas. A análise de erros não apenas identifica lacunas no entendimento dos alunos, mas também informa a adaptação das abordagens pedagógicas para promover uma aprendizagem mais significativa e efetiva.

Estas foram as categorias analisadas dentro do escopo da pesquisa. A seguir, apresentam-se as conclusões como parte final desta tese.

7 CONCLUSÃO

O objetivo geral deste estudo foi explorar o potencial educativo dos erros, baseando-se em evidências obtidas a partir da perspectiva dos professores de matemática. Este enfoque representa uma mudança paradigmática, propondo uma visão do erro como um catalisador para a promoção da aprendizagem matemática.

No ponto central desta pesquisa apresenta-se a questão preocupante do desempenho acadêmico em matemática, consistentemente abaixo do esperado entre estudantes nos anos finais do ensino fundamental. Este fenômeno não apenas reflete uma lacuna crítica no aprendizado matemático, mas também se correlaciona significativamente com o baixo rendimento escolar em um espectro mais amplo. A complexidade deste problema se estende além das habilidades numéricas e aritméticas, tocando em aspectos fundamentais do ensino e da aprendizagem em matemática.

A relevância desta problemática pode ser vista sob diversas óticas, influenciando não apenas os estudantes em seu percurso acadêmico, mas também os professores, os currículos escolares, e, em última instância, a qualidade geral da educação oferecida. O entendimento desta questão foi importante para entender os desafios subjacentes e identificar estratégias eficazes para melhorar o desempenho matemático. Esta pesquisa busca iluminar os caminhos pelos quais o ensino de matemática pode ser reestruturado e revitalizado, visando melhorar o desempenho acadêmico dos alunos, e o olhar do professor para a prática de sala de aula.

De forma mais específica, este trabalho se propôs a alcançar três objetivos específicos, contribuindo significativamente para a compreensão e prática do ensino de matemática. O primeiro objetivo almeja a identificação das categorias de erros, conforme delineadas na literatura e as que são pertinentes às unidades temáticas e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esta análise categorial não apenas classifica os tipos de erros mais prevalentes, mas também serve como um guia para abordagens pedagógicas mais efetivas.

O segundo objetivo procura compreender como o erro do aluno influencia na prática pedagógica dos professores, investigando seu potencial didático-pedagógico. Esta parte do estudo destacou a relação dinâmica entre o erro do aluno e a adaptação das estratégias de ensino, visando a promoção da aprendizagem

significativa de matemática. A partir de uma análise detalhada das atividades e avaliações formativas realizadas em sala de aula, foi possível discernir como os erros dos alunos podem ser transformados em oportunidades de aprendizado.

Por fim, o terceiro objetivo focou na discussão de práticas pedagógicas que integram o erro como uma etapa natural do desenvolvimento cognitivo dos alunos. Essa abordagem enfatiza a importância de reconhecer e incorporar os erros no planejamento didático e na prática pedagógica, promovendo um ambiente de aprendizagem onde os erros são valorizados como uma parte essencial do processo de aprendizagem matemática.

A pesquisa revelou evidências importantes sobre como os erros matemáticos dos alunos influenciam a prática docente, particularmente no contexto dos anos finais do ensino fundamental. Foi identificado que os alunos frequentemente enfrentam dificuldades com números negativos e suas operações. Este erro conceitual, destacado pelo professor P1, apresenta uma lacuna no Conhecimento de Conteúdo Pedagógico (PCK), onde a apresentação e aplicação desses conceitos precisam ser fortalecidas. A abordagem de ensino deve focar na compreensão visual e contextual dos números negativos, utilizando, por exemplo, a reta numérica ou situações do mundo real.

A pesquisa apontou que a multiplicação e a divisão são operações particularmente problemáticas. Essas dificuldades apresentam uma compreensão insuficiente dos conceitos fundamentais implícitos a essas operações. Estratégias de ensino devem incluir métodos que promovam uma compreensão profunda desses conceitos, transcendendo a mera memorização de procedimentos. Também foi apontado que muitos alunos enfrentam dificuldades na interpretação de gráficos e tabelas, mesmo em estágios mais avançados como o nono ano. Isso pressupõe uma necessidade de enfatizar a educação matemática não apenas em operações numéricas, mas também na capacidade de analisar e interpretar dados, um componente crítico do raciocínio matemático.

Outra observação crucial foi que os erros frequentemente ocorrem não por deficiências no cálculo, mas devido a falhas na leitura e interpretação de comandos e instruções. Isso reforça a importância de ensinar os alunos a abordar problemas matemáticos de forma holística, atentando para todos os aspectos da questão, incluindo a sua formulação.

Finalmente, sugestões como introduzir novos conceitos matemáticos a partir de exemplos práticos e situações do dia a dia foi identificada como uma prática eficaz. Isso ressalta a relevância do ensino contextualizado, que ajuda os alunos a perceberem a aplicabilidade da matemática em suas vidas cotidianas, promovendo assim um aprendizado mais significativo e engajado.

Os relatos dos professores revelaram que os alunos frequentemente iniciam um problema corretamente, mas não conseguem concluir a sequência de etapas necessárias para chegar à solução, indicando uma compreensão parcial dos processos matemáticos e falhas na aplicação de estratégias de resolução de problemas.

Tais erros exigem uma abordagem pedagógica que enfatiza a compreensão e execução correta de procedimentos matemáticos em sequência. Erros relacionados a conceitos fundamentais como regras algébricas e aritmética básica, como erros de sinal e multiplicação, destacam a necessidade de uma base sólida em matemática. Esses erros conceituais apontam para a importância de um ensino que reforce o entendimento dos princípios matemáticos e suas aplicações práticas.

A metodologia de revisar os fundamentos para identificar onde os alunos se perdem, é uma estratégia interessante. Isso sugere que os erros podem ser devidos a uma compreensão inadequada desde os estágios iniciais da aprendizagem matemática, necessitando de uma abordagem diagnóstica e de intervenção. A abordagem de corrigir falhas no início do ano e enfatizar a leitura e interpretação aponta para a necessidade de abordagens pedagógicas que trabalhem tanto com os erros de procedimento quanto com os conceituais. A constância na prática dessas habilidades é crucial para o sucesso acadêmico a longo prazo.

A dificuldade na interpretação de problemas matemáticos pressupõe que os alunos podem compreender o conteúdo, mas falham em aplicá-lo adequadamente devido a dificuldades interpretativas. Isso ressalta a necessidade de estratégias de ensino que melhorem a capacidade dos alunos de decompor e entender problemas complexos. A dificuldade em interpretar gráficos e tabelas aponta para uma falha na capacidade dos alunos de extrair e processar informações de representações visuais, uma habilidade chave no currículo de matemática.

A menção aos desafios na interpretação textual indica a necessidade de uma melhor integração entre linguagem e matemática no ensino. Estratégias eficazes podem incluir discussões em sala de aula, uso de técnicas de pensamento crítico, e atividades que estimulem a expressão dos entendimentos dos alunos. Os erros de interpretação sugerem a necessidade de revisar a forma como os conceitos matemáticos estão sendo ensinados, usando contextos mais relevantes ou familiares para os alunos.

A pesquisa destaca que a falta de compreensão da importância de reter conhecimentos matemáticos afeta significativamente a aprendizagem dos alunos. Isso aponta para uma necessidade de abordagens de ensino que transcendam a memorização e enfatizem a compreensão conceitual duradoura, conforme sugerido por Ma (2010). A desmotivação diante dos erros revelam a importância de ensinar os alunos a ver os erros como oportunidades de aprendizagem, realçando a relevância e a utilidade do conteúdo matemático.

Os professores entrevistados demonstraram uma compreensão profunda de como a análise dos erros dos alunos pode ser usada para informar e adaptar o planejamento e as metodologias de ensino. Foram dados destaques específicos, como a importância de adaptar as aulas para atender às necessidades específicas dos alunos, antecipar e responder às perguntas dos alunos pode aprimorar a eficácia do ensino, a necessidade de revisar conteúdos anteriores se os erros persistirem e a importância de rever e adaptar o plano de aula com base na análise dos erros.

A pesquisa revelou que os professores utilizam a análise de erros para ajustar o planejamento e a adaptação curricular, o que é crucial para garantir que o ensino seja relevante e eficaz. A incorporação das perguntas e desafios dos alunos no planejamento de aula exemplificou uma abordagem prática que se alinha com as teorias pedagógicas mencionadas, melhorando a compreensão matemática dos alunos e tornando o ensino mais responsivo às suas necessidades.

Os professores demonstraram uma abordagem reflexiva e adaptativa ao ajustar suas estratégias de ensino em resposta aos erros dos alunos, enfatizando a importância de modificar o ensino para prevenir a recorrência de erros comuns. Essa prática, alinhada com as teorias de Shulman (1987) e Ball (2005, 2008), reflete um entendimento profundo do conteúdo e de como os alunos interagem com ele,

permitindo que os professores desenvolvam métodos de ensino mais eficazes e centrados no aluno.

A abordagem de tentativa e erro ajusta continuamente o ensino com base no feedback dos alunos, exemplifica a importância de responder às necessidades cognitivas dos alunos em tempo real. Agrupar alunos com diferentes níveis de desempenho promove uma aprendizagem diferenciada e uma compreensão mais rica do conteúdo matemático. Essa abordagem colaborativa é consistente com as teorias pedagógicas mencionadas, sugerindo que a interação entre alunos com diferentes habilidades pode facilitar a compreensão matemática e a correção de erros.

Analisar o processo de pensamento dos alunos, em vez de se concentrar apenas nos resultados, reflete uma abordagem pedagógica que busca entender as causas subjacentes dos erros. Realizar diagnósticos e revisar questões para entender onde os alunos cometem erros exemplifica uma abordagem que busca identificar as causas implícitas dos erros. Essa análise diagnóstica é crucial para desenvolver um ensino matemático mais eficaz, ressoando com as teorias de Radatz (1979, 1980) e Borasi (1987) sobre a importância de compreender e abordar os erros dos alunos.

A capacidade dos professores de adaptar sua linguagem para tornar o conteúdo matemático mais acessível e compreensível foi essencial para este estudo. Reconhecer a necessidade de simplificar sua linguagem técnica para facilitar o entendimento dos alunos. Esta prática reflete as teorias referenciadas sobre a importância da comunicação eficaz e adaptada às necessidades dos alunos.

A alternância entre abordagens lúdicas e concretas para facilitar a compreensão matemática dos alunos. Esta flexibilidade na comunicação e na escolha de métodos de ensino é fundamental para tornar os conceitos matemáticos acessíveis, alinhando-se com as ideias de Ma (2010) sobre a necessidade de apresentar o conteúdo de maneiras variadas. Os professores adaptam suas estratégias pedagógicas baseando-se em diagnósticos contínuos do desempenho dos alunos. Essas práticas refletem a importância de uma abordagem diagnóstica e adaptativa no ensino.

A capacidade de avaliar e responder aos erros dos alunos de forma eficaz é crucial. Os professores exemplificaram isso ao utilizar *feedback* coletivo e individualizado para entender e corrigir erros, o que está em linha com as teorias de

Radatz (1979) sobre a análise de erros como ferramenta diagnóstica e a ideia de Borasi de usar os erros como oportunidades de aprendizado. Estratégias como agrupamento de alunos com diferentes níveis de desempenho e incentivo ao diálogo colaborativo entre pares são fundamentais. Os professores reconhecem os erros não como falhas a serem evitadas, mas como elementos cruciais para a compreensão e o crescimento educacional.

A análise dos erros permite aos professores adaptar suas metodologias de ensino para atender às necessidades dos alunos de forma mais eficaz, refletindo sobre a necessidade de compreender os erros comuns e ajustar sua abordagem pedagógica, demonstrando uma aplicação prática do conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo.

O entendimento dos erros é visto como uma janela para os processos cognitivos dos alunos, ao utilizar os erros para entender melhor como os alunos interagem com o conteúdo matemático, refletindo a importância de um conhecimento matemático especializado para o ensino. A compreensão dos erros leva a um replanejamento e adaptação contínua das estratégias de ensino.

A análise da prática docente em matemática nos anos finais do ensino fundamental, com foco na compreensão e abordagem dos erros dos alunos, revelou evidências importantes para o aprimoramento do ensino. Os erros, longe de serem vistos apenas como falhas, emergem como ferramentas valiosas para o aprendizado e o desenvolvimento cognitivo. Esta abordagem reflete uma mudança paradigmática na educação matemática, onde os erros são considerados pontos de partida para a reflexão crítica, aprofundamento do conhecimento e crescimento educacional. Os professores demonstram uma abordagem adaptativa em suas práticas pedagógicas, ajustando estratégias de ensino e comunicação com base na análise dos erros dos alunos.

Além disso, foi evidente a promoção de um ambiente de aprendizado reflexivo e colaborativo, onde os alunos são convocados a participar ativamente na análise e correção de seus próprios erros.

Os professores também utilizam diagnósticos contínuos para informar e adaptar suas práticas de ensino. Esse replanejamento constante, em resposta às necessidades e erros dos alunos, é fundamental para um ensino matemático eficaz, contribuindo para o aprimoramento do desempenho acadêmico dos alunos. Esta

abordagem holística e adaptativa ressalta a importância de entender os erros como uma parte integral do processo educativo, e não apenas como desvios a serem corrigidos.

Em resumo, estas análises destacam uma prática que se apropria dos erros, compreende-os e os utiliza como recursos didáticos cruciais. Ao valorizar os erros como elementos essenciais do processo educativo, os professores fomentam um ambiente de aprendizagem que contribui para a formação de estudantes críticos, reflexivos e resilientes.

Portanto, a eficácia na prática docente em matemática está intrinsecamente ligada à maneira como os professores entendem, respondem e utilizam os erros dos alunos, promovendo assim um ensino de matemática mais significativo, inclusivo e eficaz.

Os dados coletados para a análise sobre a compreensão e abordagem dos erros em matemática nos anos finais do ensino fundamental oferecem várias implicações práticas e teóricas para professores e políticas públicas educacionais. Estas implicações podem ser aplicadas para melhorar o desempenho em matemática e enriquecer a experiência educacional dos estudantes a nível de rede, como apresentado na tabela abaixo. Elencamos algumas implicações pedagógicas a partir da análise de erros, como: (i) adotar abordagens reflexivas e adaptativas para ver os erros como oportunidades de aprendizado; (ii) motivar a participação dos alunos na análise e correção de seus próprios erros; (iii) buscar desenvolvimento profissional contínuo focado em estratégias para compreender e responder aos erros dos alunos.

Ainda acerca dessas implicações, no tocante a gestão, considera-se importante que sejam implementados programas de formação contínua para professores com foco em métodos pedagógicos que valorizam a análise de erros, a promoção de políticas que criem ambientes de aprendizagem positivos onde os erros são parte natural do aprendizado, bem como apoiar pesquisa e inovação pedagógica focada na compreensão e tratamento eficaz dos erros.

A análise sobre a abordagem dos erros em matemática nos anos finais do ensino fundamental revelou e reforçou evidências importantes, mas, como qualquer estudo, possui limitações que precisam ser reconhecidas para aprofundar o entendimento na área. Uma das limitações mais significativas é a amostragem limitada, que pode não capturar a diversidade de contextos educacionais.

A metodologia empregada, centrada em entrevistas e análises qualitativas, pode não ter abarcado completamente as complexidades do processo de aprendizagem matemática voltada para os erros, e a falta de dados quantitativos pode limitar a compreensão do impacto real das estratégias de ensino no desempenho dos alunos. Além disso, fatores externos como o ambiente familiar e as condições socioeconômicas dos alunos, que podem influenciar significativamente o aprendizado, não foram consideradas.

Essas limitações abrem caminho para várias áreas de pesquisa futura e o uso de metodologias mistas que combinam abordagens qualitativas e quantitativas. Estudos longitudinais poderiam oferecer uma visão mais clara dos efeitos de longo prazo das estratégias de ensino, enquanto uma investigação mais aprofundada sobre a influência de fatores externos poderia fornecer evidências sobre como adaptar estratégias pedagógicas para atender a esses desafios.

Além disso, algumas perguntas importantes permanecem sem resposta, estimulando novas linhas de pesquisa: 1 - Como diferentes contextos culturais e socioeconômicos influenciam a eficácia das estratégias de ensino de matemática, com foco no erro? 2 - Qual é o papel das tecnologias digitais na melhoria do ensino de matemática, particularmente na correção e compreensão de erros? Explorar essas questões poderia fornecer evidências mais profundas e soluções mais eficazes para os desafios enfrentados no ensino de matemática, contribuindo para a formação de estudantes mais críticos, reflexivos e resilientes.

Por fim, reiteramos que a jornada pelo entendimento dos erros matemáticos na prática docente transcende a mera correção de equívocos; ela representa uma ponte fundamental para uma educação matemática mais profunda e significativa. Reconhecer e compreender os erros dos alunos não é apenas um ato de ajuste pedagógico; é um mergulho na essência do processo de aprendizagem, um reconhecimento de que cada erro carrega em si uma oportunidade de aprendizagem, tanto para o educador quanto para o estudante.

Os erros não são barreiras, eles são reflexos da mente em trabalho, indicativos de tentativas de compreensão, de lutas para assimilar conceitos muitas vezes abstratos e complexos. Ao abraçar os erros, não apenas como falhas, mas como trampolim para aprendizagem dos estudantes, como propôs Borasi (1987), os

educadores podem transformar a sala de aula em um laboratório de descobertas, onde cada erro é um convite para explorar, questionar e aprender.

Entender os erros é entender os alunos. É reconhecer que cada tropeço é parte de uma jornada maior em direção à compreensão e ao domínio. Neste reconhecimento, reside a chave para desbloquear o verdadeiro potencial dos estudantes, guiando-os por meio de um caminho iluminado pelo conhecimento, pela curiosidade e pela coragem de errar e aprender.

REFERÊNCIAS

AKSOY, Nuri Can; YAZLIK, Derya Ozlem. Student Errors in Fractions and Possible Causes of These Errors. **Journal of education and training studies**, v. 5, n. 11, p. 219-233, 2017. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1161215.pdf>. Acesso em: 17 dez. 2020.

AKSU, Zeki. Pre-Service Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge Regarding Student Mistakes on the Subject of Circle. **International Journal of Evaluation and Research in Education**, v. 8, n. 3, p. 440-445, 2019. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1232322.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2020.

ALMAHMOUD, Mohamed. **Le traitement des erreurs des élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré**. 2019. 318f. Tese (Doutorado em Educação) – Centre de Recherche en Education de Nantes, Université de Nantes, Nantes, 2019. Disponível em: <http://archive.bu.univ-nantes.fr/pollux/show.action?id=51531ed9-4ffc-42ea-ac8d-dcf601c60124>. Acesso em: 20 jan. 2021.

ALVES, Maria Palmira; DE KETELE, Jean-Marie. **Do currículo à avaliação, da avaliação ao currículo**. Porto: Porto Editora, 2011.

BALL, Deborah Loewenberg; HILL, Heather C.; BASS, Hyman. Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, 2005. Disponível em: <https://deborahloewenbergball.com/pubs-intro#publications>. Acesso em: 13 set. 2019.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?* **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special. Acesso em: 10 de janeiro de 2021.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Edições 70: São Paulo, 2016.

BLÖMEKE, Sigrid *et al.* Profiles of mathematics teachers' competence and their relation to instructional quality. **ZDM**, v. 52, n. 2, p. 329-342, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/338830887_Profiles_of_mathematics_teachers'_competence_and_their_relation_to_instructional_quality/link/5e2d823d4585150ee783c100/download. Acesso em: 06 jan. 2021.

BORASI, Raffaella. Exploring mathematics through the analysis of errors. **For the learning of Mathematics**, v. 7, n. 3, p. 2-8, 1987. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/1BC86AB890488329213E250241A63D.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2020.

BORASI, Raffaella. **Students' Constructive Uses of Mathematical Errors: A Taxonomy**, 1989. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED309069.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2020.

BORASI, Raffaella. Capitalizing on errors as “springboards for inquiry”: A teaching experiment. **Journal for research in mathematics education**, v. 25, n. 2, p. 166-208, 1994. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/749507>. Acesso em: 19 ago. 2020.

BORASI, Raffaella. **Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors**. Greenwood Publishing Group: Califórnia, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 16 fev. 2020

BRASILEIRO, Ada Magaly Matias. **Manual de produção de textos acadêmicos e científicos**. São Paulo: Atlas, 2016.

BRAY, Wendy. How to leverage the potential of mathematical errors. **Teaching children mathematics**, v. 19, n. 7, p. 424-431, 2013. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/10.5951/teacchilmath.19.7.0424>. Acesso em: 29 ago. 2020.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **Sisedu: Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional**, 2021. Disponível em: <https://sisedu.ced.ce.gov.br/>. Acesso em: 10 ago. 2019.

CHAURAYA, Million; MASHINGAIDZE, Samuel. In-Service Teachers' Perceptions and Interpretations of Students' Errors in Mathematics. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, v. 18, n. 3, 2017. Disponível em: <https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/119>. Acesso em: 13 fev. 2021.

CHVÁL, Martin; VONDROVÁ, Naďa; NOVOTNÁ, Jarmila. Using large-scale data to determine pupils' strategies and errors in missing value number equations. **Educational Studies in Mathematics**, v. 106, n. 1, p. 5-24, jan. 2021. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1280489>. Acesso em: 30 mai. 2021.

CONFREY, Jere. Learning to Listen: A Student's Understanding of Powers of Ten. **Radical Constructivism in Mathematics Education**, p. 111-138, 2006. Disponível em: <http://ccl.northwestern.edu/constructionism/2012LS452/assignments/5/RCME1991Confrey.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2020.

COSTA, José Roberto. **Desenvolvimento profissional de professores que lecionam matemática no ensino fundamental**: possibilidades a partir da reflexão sobre os erros dos alunos. 2014. 258f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, 2014. Disponível em:

<http://repositorio.uem.br:8080/jspui/bitstream/1/4527/1/000220535.pdf>. Acesso em: 08 de fevereiro de 2021

CRESWELL, John. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: O que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2. ed. São Paulo: Ed. Editora Autêntica, 2007.

DEMO, Pedro. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 2004.

FACHIN, Odília. **Fundamentos de Metodologia**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

FERNANDEZ, Carmen. Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de professores de ciências. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, v. 17, n. 2, p. 500-528, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/epec/a/jcNkTj9wx5GScw956ZGD4Bh/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 28 nov. 2019.

FERNANDES, D. (2006). **Para uma teoria da avaliação formativa**. Revista Portuguesa de Educação. V. 19. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/26465094_Para_uma_teor_da_avaliacao_formativa

FERNANDES, D. **Avaliar Para Melhorar as Aprendizagens: Análise e Discussão de Algumas Questões Essenciais**. 2011. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/314299081_Avaliar_Para_Melhorar_As_Aprendizagens_Analise_e_Discussao_de_Alguas_Questoes_Essenciais

FERNANDES, D. Avaliação em Educação: uma discussão de algumas questões críticas e desafios a enfrentar nos próximos anos. **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 78, p. 11-34, jan./mar. 2013

GIBBS, Graham. **Analyzing qualitative data**. London: Sage. 2007.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6a ed. São Paulo: Ática, 2008.

HALADYNA, Thomas; RODRIGUEZ, Michael. **Developing and validating test items**. Abingdon: Editora Routledge, 2013.

HEINRICHS, Hannah; KAISER, Gabriele. Diagnostic Competence for Dealing with Students' Errors: Fostering Diagnostic Competence in Error Situations. **Researchgate**, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/321011840_Diagnostic_Competence_for_Dealing_with_Students'_Errors_Fostering_Diagnostic_Competence_in_Error_Situations. Acesso em: 08 de dezembro de 2020.

HERHOLDT, Roelien; SAPIRE, Ingrid. An error analysis in the early grades mathematics - A learning opportunity? **South African Journal of Childhood Education**, v. 4, n. 1, p. 42-60, 2014. Disponível em: <https://sajce.co.za/index.php/sajce/article/view/46/19>. Acesso em: 19 out. 2019.

HILL, Heather *et al.* Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study, **Cognition and instruction**, v. 26, n. 4, p. 430-511, 2008. Disponível em: <https://deborahloewenbergball.com/pubs-intro#publications>. Acesso em: 13 set. 2019.

JIMÉNEZ, Manuel. Competencia social: intervención preventiva en la escuela. Infancia y sociedad. **Infancia y Sociedad: Revista de estudios**, v. 24, [s.n.], p. 21-48, 2000. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4353980>. Acesso em: 19 de janeiro de 2021.

GELLER, Leanne Ketterlin; YOVANOFF, Paul. Diagnostic Assessments in Mathematics to Support Instructional Decision Making. **Researchgate**, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255624450_Diagnostic_Assessments_in_Mathematics_to_Support_Instructional_Decision_Making/link/53da6c2b0cf2e38c63368b56/download. Acesso em: 24 set. 2019.

GOUVEIA, V. V., Sousa, D. M. F., Fonseca, P. N., Gouveia, R. S. V., Gomes, A. I. A. S. B., & Rodrigues, R. C. (2010). **Valores, metas de realização e desempenho acadêmico: proposta de modelo explicativo**. Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar, 14, 323-331. Acesso em 28 jun. 2022

KHALID, Madihah; EMBONG, Zulmaryan. Sources and Possible Causes of Errors and Misconceptions in Operations of Integers. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 15, n. 2, p. 1-13, 2019. Disponível em: <https://www.iejme.com/download/sources-and-possible-causes-of-errors-and-misconceptions-in-operations-of-integers-6265.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2021.

LAI, Cheng-Fei. Error Analysis in Mathematics. **Behavioral Research and Teaching**, 2012. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572252.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2020.

LANNIN, John; TOWNSEND, Brian; BARKER, David. The Reflective Cycle of Student Error Analysis. **For the Learning of Mathematics**, Alberta, v. 26, n. 3, p. 33-38, 2006. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/40248548>. Acesso em: 14 set. 2020.

LIMA, Ivoneide Pinheiro de; SANTOS, Maria José Costa dos; BORGES NETO, Hermínio. Matemático, o licenciado em matemática e o pedagogo: três concepções diferentes na abordagem matemática. **REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, ano n. 5, v. 6, p. 42-52, jan. 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 21^a ed. São Paulo: Cortez, 2010.

MA, Liping. **Knowing and Teaching Elementary Mathematics Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States**. 2. ed. Anniversary Edition. Abingdon: Editora Routledge, 2010.

MAGALHÃES, Francyslene Abreu Costa; ANDRADE, Jesusmar Ximenes. Exame Vestibular, características demográficas e desempenho na Universidade: em busca de fatores preditivos. *In: CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE*, 6., 2006. São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: FEA/USP, 2006.

MARPA, Eliseo. Common Errors in Algebraic Expressions: A Quantitative-Qualitative Analysis. **International Journal on Social and Education Sciences**. v.1, n. 2, p. 63-72, 2019. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1264037.pdf>. Acesso em: 23 jul. 2021.

MCNAMARA, Julie; SHAUGHNESSY, Megan. Student errors: What can they tell us about what students DO understand? **Math Solutions**, 2011. Disponível em: http://akrti2015.pbworks.com/f/StudentErrors_JM_MS_Article.pdf. Acesso em: 19 nov. 2020.

PENG, Aihui; LUO, Zengru. A Framework for Examining Mathematics Teacher Knowledge as Used in Error Analysis. **For the Learning of Mathematics**, Alberta, v. 29, n. 3, p. 22-25, 2009. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/46B191D39748441966D26939BDDA07.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2021.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática no ensino de matemática elementar**. 1998. 174f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1998. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48133/tde-12022015-151819/publico/tese_neuzabertoni.pdf. Acesso em: 29 de março de 2020.

RADATZ, Hendrik. Error Analysis in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 10, [s.n.], p. 163-172, 1979. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/748804>. Acesso em: 15 fev. 2019.

RADATZ, Hendrik. Student's Errors in the mathematical learning process: a survey. **For the Learning of Problems**, v. 10, n. 1, p. 16-20, 1980. Disponível em: https://flm-journal.org/Articles/flm_1-1_Radatz.pdf. Acesso em: 15 fev. 2019.

RAKES, Christopher; RONA, Robert. Rethinking Mathematics Misconceptions: Using Knowledge Structures to Explain Systematic Errors in and across Content Domains. **Jornal Internacional de Pesquisa em Educação e Ciência**, v. 5, n. 1, p. 1-21, 2019. Disponível em: <https://www.ijres.net/index.php/ijres/article/view/482>. Acesso em: 13 jan. 2020.

RUSHTON, Sheryl. Teaching and learning mathematics through error analysis. **Rushton Fields Mathematics Education Journal**, v. 3, n. 4, 2018. Disponível em:

<https://fieldsmathed.springeropen.com/articles/10.1186/s40928-018-0009-y>. Acesso em: 17 dez. 2020.

SAPIRE, Ingrid *et al.* Engaging with learners' errors when teaching mathematics. **Pythagoras**: Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa, v. 37, n. 1, 2016. Disponível em: <https://pythagoras.org.za/index.php/pythagoras/article/view/331/489>. Acesso em: 14 out. 2020.

SHULMAN, Lee. **Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform**, a Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano.

STUFFLEBEAM, Daniel *et al.* **Educational Evaluation and Decision Making**. Itasca, Illinois: Peacock, 1971.

SUURTAMM, Christine *et al.* Assessment in mathematics education: Large-Scale Assessment and Classroom Assessment. *In*: SUURTAMM, Christine *et al.* **Assessment in mathematics education**. ICME-13 topical surveys. Cham: SpringerOpen, 2016. p. 1-38. Disponível em: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-32394-7_1.pdf. Acesso em: 23 de abril de 2021

TÜRKDOĞAN, Ali; BAKI, Adnan; CEPNI, Salih. The Anatomy of Mistakes: Categorizing Students' Mistakes in Mathematics within Learning Theories. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education**, v. 1, n. 1, p. 13-26, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/265490749_The_Anatomy_of_Mistakes_Categorizing_Students'_Mistakes_in_Mathematics_within_Learning_Theories/link/564ccb108ae1ef9296a41c8/download. Acesso em: 29 nov. 2020.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; BECKER; Jerry. Towards a didactic-based model for assessment design in mathematics education. *In*: BISHOP, Alan *et al.* **Second International Handbook of Mathematics Education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 689-716. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/46625101_Towards_a_didactic-based_model_for_assessment_design_in_mathematics_education/link/591454e44585152e199dae87/download. Acesso em: 23 abr. 2020.

VIANNA, Heraldo Marelím. **Avaliação educacional e o avaliador**. São Paulo: Ibrasa, 2000. 192 p.

VIANNA, Heraldo Marelím. Avaliação educacional: uma perspectiva histórica. **Est. Aval. Educ.**, São Paulo, v. 25, n. 60, p. 14-35, dez. 2014. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/eae/article/view/3308>. Acesso em: 09 de janeiro de 2020

WILSON, Suzanne. Teacher Quality. Education Policy White Paper. **National Academy of Education (NJ1)**, 2009. Disponível em: <https://deborahloewenbergball.com/pubs-intro#publications>. Acesso em: 13 set. 2019.

YOUNG, Michael. **Conhecimento e currículo**: Do socioconstrutivismo ao realismo social na sociologia da educação. Porto: Porto Editora, LDA, 2010.

ZEICHNER, Kenneth. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. *In*: GERALDI, Corinta; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete (Orgs.). **Cartografia do trabalho docente**: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998. p. 207-220.



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

APÊNDICE A - ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

ANÁLISE DE ERROS BASEADA EM EVIDÊNCIAS DE ITENS DE TESTES

Olá, meu nome é RODOLFO SENA DA PENHA e sou pesquisador no campo da educação matemática. Estamos conduzindo uma pesquisa sobre a influência da análise de erros na prática docente. Obrigado por aceitar participar desta entrevista.

Irei fazer uma série de perguntas relacionadas à sua experiência como professor de matemática e como a análise de erros influencia sua prática docente. Lembre-se, não existem respostas 'certas' ou 'erradas' – estamos interessados em suas opiniões e experiências pessoais.

Asseguramos que todas as respostas serão mantidas confidenciais.

Obrigado mais uma vez e vamos conversar!!!

Experiência e Contexto de Ensino

1. Poderia descrever sua experiência como professor de matemática para alunos dos anos finais do ensino fundamental? Quantos anos você tem de experiência nesse campo?

Identificação e Avaliação de Erros

2. Com base em sua experiência, quais são os erros mais comuns que os alunos cometem em matemática nos anos finais do ensino fundamental?
3. Quando você analisa os erros dos alunos, o que você procura especificamente? Que tipos de erros ou padrões de erros são os mais reveladores para você?
4. Como você percebe que esses erros influenciam o desempenho acadêmico dos alunos?
5. Como você identifica e lida com esses erros? Você poderia descrever seu processo?

Análise de Erros e Prática Docente

6. Como a análise desses erros impacta sua prática docente no curto prazo (por exemplo, no planejamento de aulas subsequentes)?
7. E a longo prazo (por exemplo, na revisão e alteração de suas estratégias de ensino)?
8. Você pode compartilhar um exemplo específico de como uma análise de erros influenciou sua prática docente?
9. Existe algum erro que você identificou que causou uma mudança significativa na sua forma de ensinar matemática?

Estratégias de Abordagem

10. Existem estratégias específicas que você implementa para abordar esses erros comuns na sala de aula?
11. Quais estratégias você considera mais eficazes para corrigir os erros dos alunos?
12. Alguma vez você adaptou ou alterou suas estratégias com base nos erros dos alunos? Pode dar um exemplo?
13. Quão eficaz você considera a colaboração entre colegas (por exemplo, trabalho em equipe, grupos de estudo) na abordagem dos erros dos alunos?
14. Quais recursos didáticos você utiliza para auxiliar na correção de erros? Como estes são implementados em sua prática?
15. Você costuma envolver os alunos na análise de seus próprios erros? Se sim, como você faz isso e quais são os resultados?

Maior Compreensão dos Erros

16. Você acha que uma maior compreensão e análise dos erros dos alunos poderia levar a uma mudança na prática docente e, finalmente, a melhorias no desempenho acadêmico?
17. Como você acredita que sua análise de erros dos alunos e a subsequente modificação de suas práticas docentes afetam o desempenho acadêmico dos alunos?

Informações Adicionais

18. Finalmente, existe algo mais que você gostaria de acrescentar que você acredita ser relevante para a nossa pesquisa.

APÊNDICE B - FORMULÁRIO DE CADASTRAMENTO DA AÇÃO DE EXTENSÃO



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

Formulário de Cadastro da Ação de Extensão

NOVA VERSÃO DE ACORDO COM O MÓDULO DE EXTENSÃO DO SIGAA

PROGRAMAS, PROJETOS E PRESTAÇÕES DE SERVIÇO

Modalidade/tipo:	Projeto

1. Dados gerais				
Código PREX:	<i>Campo exclusivo da Pró-Reitoria de Extensão da UFC</i>			
Título:	Análise de erros em matemática com foco na recomposição das aprendizagens.			
Renovação/continuidade?	Sim	(x)	Não	()

Ano:	2022			
Período	Início:	10/05/2022	Término:	10/10/2022

Área do conhecimento CNPq:	Ciências Humanas
Abrangência:	Local
Área temática principal:	Educação
Área temática secundária:	Educação
Linha de extensão:	21. Formação de professores
	<i>descrição constante no Anexo I da Resolução nº 04/CEPE/2014</i>

Público-alvo:	Professores que lecionam matemática no ensino fundamental II
Palavras-chave:	<i>Ensino de Matemática; Análise de Erros; Recomposição das Aprendizagens.</i>
Total de discentes envolvidos (execução da ação):	02
Público estimado (beneficiados diretos):	80

Ação de extensão prorrogável?	Sim	<input checked="" type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>
Possui bolsa mantida com recursos externos ?	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input checked="" type="checkbox"/>
Grupo permanente de arte e cultura:?	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input checked="" type="checkbox"/>
Ação vinculada a Programa de Extensão:	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input checked="" type="checkbox"/>

Locais de realização	
Local (1)	
Tipo local:	Programa de Pós-graduação em Educação - UFC
Unidade federativa:	Ceará
Município:	<i>Fortaleza</i>
Espaço e endereço de realização:	Rua Waldery Uchoa, 1- Benfica, Fortaleza – CE, CEP: 60020-110
Local (2...)	
Tipo local:	
Unidade federativa:	
Município:	

Espaço e endereço de realização:	
---	--

Parcerias Externas				
Instituição (1)				
CNPJ:				
Nome da instituição parceira:				
Tipo de instituição:				
Forma(s) de inserção:	Gera demanda)	Fornece instalações e/ou equipamentos	()
	Participa na definição de ações)	Participa do Financiamento	()
	Outras Formas de Inserção)		
Instituição (2...)				
CNPJ:				
Nome da instituição parceira:				
Tipo de instituição:	Clique para escolher um item.			
Forma(s) de inserção:	Gera demanda)	Fornece instalações e/ou equipamentos	()
	Participa na definição de ações)	Participa do Financiamento	()
	Outras Formas de Inserção)		

Natureza do financiamento				
Financiamento externo (pessoa jurídica)?	Sim	()	Não	(x)
Financiamento externo (captação de taxas)?	Sim	()	Não	(x)
Financiamento Interno	Sim	()	Não	(x)

(bolsas de extensão da PREX)?				
Financiamento Interno (contrapartida não financeira da UFC)?	Sim	()	Não	(x)

Unidades	
Unidade proponente:	
Outras unidades envolvidas:	

2. Atividades/ações vinculadas	
Ação de extensão vinculada (1)	
Código PREX da ação:	
Título:	
Ação de extensão vinculada (2...)	
Código PREX da ação:	
Título:	

3. Dados da ação de extensão
Apresentação
<p>Este projeto de extensão consiste na estruturação de uma formação para professores que ensinam matemática em turmas finais do Ensino Fundamental do município de Guaramiranga e professores de matemática em geral, que será ministrada por membros do Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem – G-TERCOA. A formação se dará dentro de um contexto continuado de qualificação de professores de matemática que atuam no ensino de Matemática do 6 ao 9 ano.</p> <p>O projeto pretende, a priori, propor uma ação de extensão que atenda os seguintes propósitos: interligar avaliações diagnósticas e através da análise de erros, pesquisa e extensão e a contribuição outorgada pela Universidade à comunidade escolar no que tange a formação de professores da rede pública de ensino.</p> <p>A pandemia trouxe um retrocesso de quase duas décadas para mais de 5 milhões de crianças e adolescentes, segundo Nova Escola (2022). É importante ter consciência que vários são os prejuízos causados a esses alunos e que o professor tem um papel importantíssimo na execução e acompanhamento de ações que visem recuperar/recompôr as aprendizagens.</p>

Assim, para além da função acadêmica, esta ação, abordará aspectos que implicarão melhorias na formação continuada de professores, bem como, avanços positivos no ensino e aprendizagem da matemática.

Justificativa e contextualização

Realizar integração entre às redes de ensino com a universidade ainda é um desafio para a UFC. Pouco se tem de projetos envolvendo Secretaria de Educação e Universidade. Nessa perspectiva, este projeto descritivo e exploratório, de caráter predominantemente quantitativo, está focado naqueles que vivenciam a realidade da sala de aula, os professores, público alvo do nosso estudo. É de conhecimento de todos que a formação de professores deve ser contínua e continuada, pois nesse mundo pós-moderno urge a necessidade de atualizar constantemente os conhecimentos, principalmente, de quem forma os sujeitos de todas as profissões para atuar na sociedade. Nesse sentido, este projeto de formação de professores de matemática propõe realizar análises em erros cometidos por estudantes do ensino fundamental II com foco na recomposição das aprendizagens. O projeto pretende:

Objetivo geral

Proporcionar uma formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental II a partir da análise de erros.

Metodologia

O projeto será apresentado ao Secretário Municipal de Educação e equipe técnica da SME do município de Guaramiranga, e o edital será aberto para professores interessados em participar da formação. Neste momento celebraremos uma pactuação de ações previstas no escopo deste projeto entre município e UFC

A primeira ação do projeto será à realização da avaliação diagnóstica formativa realizada no Sisedu, onde a partir das evidências geradas planejaremos às ações de formação envolvendo os professores e SME.

Paralelo à este momento, o primeiro encontro presencial já terá seu início com uma oficina de elaboração de itens, buscando entender conceitos, partes de um item e validade de um item. De forma bem superficial, apresentaremos à TRI - Teoria de resposta ao item.

As ações do curso terão uma carga horária de 80 horas, utilizando como suporte teórico-metodológico da Sequência Fedathi, que estimula pelas ações de mediação do professor para o desenvolvimento do trabalho investigativo com professores/alunos, a partir das propostas colocadas para reflexão e discussão. O processo formativo será estruturado de forma a realizar, com os professores, desde às partes da avaliação externa como itens e estruturas, até à construção do material estruturado.

À formação será desenvolvida com 05 encontros (presenciais ou síncronos) mensais de 4h, e 60h na modalidade à distância, iniciando em Maio/2022 e finalizando em outubro/2022. Nos encontros serão abordadas as unidades temáticas contidas na BNCC o componente curricular da matemática.

À construção do material didático será construído ao longo dos encontros, uma vez que será utilizado às evidências geradas pelo processo de avaliação realizados no dia a dia pelos professores participantes.

Relação da extensão com ensino e pesquisa

Inicialmente gostaríamos de destacar que este projeto de extensão faz parte da metodologia da nossa pesquisa de doutoramento sobre a análise de erros. A problemática que origina a pesquisa envolve o baixo desempenho acadêmico do aluno associado ao seu baixo rendimento escolar. Tentaremos responder à seguinte questão central: Que elementos têm mais efeitos sobre a riqueza de conhecimentos básicos relativos a erros e posteriormente, sobre as práticas dos professores?

Nos estudos sobre a temática de erros, destacamos como fundamentação sobre os erros Radatz (1980), que pontua quatro observações com relação aos erros no ensino de matemática: (1) Os erros na aprendizagem da matemática não são simplesmente a ausência de respostas corretas ou o resultado de acidentes infelizes, são a consequência de processos definidos cuja natureza deve ser descoberta; (2) Parece ser possível analisar a natureza e as causas subjacentes dos erros em termos dos mecanismos de processamento de informações do indivíduo; (3) A análise dos erros oferece uma variedade de pontos de partida para a pesquisa dos processos pelos quais as estudantes aprendem matemática; (4) Os aspectos quantitativos predominantes de testes e métodos semelhantes para medir o desempenho não podem fornecer critérios suficientes para procedimentos pedagógicos eficientes.

Indicadores de resultados

Com a realização dessa formação, almejamos os seguintes resultados:

- Professores com conhecimentos em elaboração de itens que através de sua resolução, consiga visualizar caminhos ou gere evidências do conhecimento do discente.
- Formação de cem (100) professores para o uso da Sequência Fedathi em suas aulas de Matemática;
- Utilização da Sequência Fedathi pelos profissionais participantes do curso em suas aulas de Matemática.
- Obtenção de informações relevantes para as pesquisas do G-TERCOA.

Resumo da ação de extensão

Este projeto consiste em uma formação continuada, em serviço, do Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem – G-TERCOA na cidade de Guaramiranga. A formação será utilizada como suporte para pesquisas do referido grupo e convergem com o interesse da Universidade com a formação continuada de professores e será subsidiada teórica e metodologicamente pela Sequência Fedathi, que prima pela mudança de postura do professor para o desenvolvimento do trabalho investigativo com os estudantes, a partir de situações desafiadoras e reflexivas.

A formação será desenvolvida com uma carga horária de 80 horas, por meio de encontros (presenciais ou síncronos) e a distância, este último com o uso da plataforma TelEduc – Multimídias. O processo formativo será estruturado de forma a realizar, com os docentes, atividades de discussão

Objetivo específico:	<i>Promover encontros semanais, presenciais e à distância, com os cursistas a fim de os assuntos possam ser bem estudados e para que haja um aprendizado mais completo através das discussões entre a turma.</i>											
Atividades/meses	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Estruturar formação docente através da análise de erros com foco na recomposição das aprendizagens					X	X	X	X	X	X		
Objetivo específico:	<i>Estimular a participação (à distância) dos cursistas através de plataforma TelEduc, por meio dos diálogos nos fóruns com base nos materiais estruturados colocados na plataforma.</i>											
Atividades/meses	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Desenvolver planos de aula para realização do ensino híbrido, com estratégias de adaptações de práticas pedagógicas.					X	X	X	X	X	X		

4.2 Resultados esperados

	Resultado Quantitativo Esperado	Resultado Qualitativo Esperado
Objetivo 1	75% de avaliação boa/ótima	Catologação de estratégias para recomposição de aprendizagens no ensino de matemática
Objetivo 2	75% de frequência nos encontros síncronos	Apresentação das análises de erros contidas na literaturas e comparadas com o material de análise do curso.
Objetivo 3	75% de efetiva participação nos fóruns e atividades	Planos de aulas que possibilite professores atuarem tanto no presencial quanto no ensino híbrido

5. Membros da equipe da ação de extensão

Docente ou Técnico-Administrativo Coordenador(a)

Nome:	Maria Jose Costa dos Santos		
Função na Ação Extensionista:	Coordenadora		
CPF:	26779617334		
RG:	97002334561		
Nº Siape:	1965809		
Cargo na UFC:	Professor DE		
Endereço:	Rua Holanda Amaral Campos, 90		
Complemento do Endereço:			
Bairro:	Guaribas		
Cidade:	Eusébio		
CEP:	61760-000		
UF:	CE		
Celular com DDD:	(85)988037072		
E-mail:	mazeautomatic@gmail.com – mazzesantos@ufc.br		
Regime de trabalho:	<input checked="" type="checkbox"/> 40h Dedicação Exclusiva, se docente <input type="checkbox"/> 40h <input type="checkbox"/> 30h <input type="checkbox"/> 20h		
Carga horária semanal:	4hrs		
Valor remuneração mensal:		Mês de referência:	05/2022
Período de participação	Início:	01/05/2022	Término: 30/09/2022

*Carga horária do(a) Coordenador(a) da Ação: as horas dedicadas à graduação, pesquisa e extensão não podem ultrapassar a carga horária total do regime de trabalho na UFC.

Docente ou Técnico-Administrativo (2)	
Nome:	
Função na Ação Extensionista:	
CPF:	
Nº Siape:	

Cargo na UFC:			
Regime de trabalho:			
Carga horária semanal:			
Valor remuneração mensal:	<i>Obs: valor bruto de remuneração do servidor constante no Portal da Transparência, sendo automaticamente calculado no módulo de extensão do SIGAA ao se informar o nome. Este valor será dividido por 160 (regime de trabalho 40h ou DE; no caso de regime de 20h, divide-se por 80) para se obter uma estimativa de custo horário do servidor.</i>		
Período de participação	Início:	Clique aqui para inserir uma data.	Término: Clique aqui para inserir uma data.

Discente (1)				
Já selecionado?	Sim	<input checked="" type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>
Nome (se sim):	RODOLFO SENA DA PENHA			
Função:	Voluntário(a)			
CPF:	89661559368			
Nº Matrícula:	481347			
Carga horária semanal:	4hrs			
Período de participação	Início:	10/05/2022	Término:	10/10/2022

Discente (2)				
Já selecionado?	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>
Nome (se sim):				
Função:	Voluntário(a)			
CPF:				
Nº Matrícula:				
Carga horária semanal:				
Período de participação	Início:	Clique aqui para inserir uma data.	Término:	Clique aqui para inserir uma data.

Participante externo (1)			
CPF:			
Nome:			
Função:	Colaborador(a)		
Formação/escolaridade:			
Instituição de atuação/origem:			
Carga horária semanal:			
Remuneração mensal?	Sim	()	Não (x)
Valor remuneração mensal			Mês de referência:
(se sim):	Fonte de receita:		
Período de participação	Início:	Clique aqui para inserir uma data.	Término: 30/09/2022

Participante externo (2...)			
CPF:			
Nome:			
Função:	Colaborador(a)		
Formação/escolaridade:			
Instituição de atuação/origem:			
Carga horária semanal:			
Remuneração mensal?	Sim	()	Não (x)
Valor remuneração mensal			Mês de referência: 05/2022
(se sim):	Fonte de receita:		
Período de participação	Início:	01/05/2022	Término: 30/09/2022

6. Orçamento - demonstração de despesas e receitas previstas

Despesas					Receitas	
Despesas - Equipe de Trabalho					Receitas Correspondentes	
Descrição do item	Quantidade	Unidade	Valor unitário	Valor	Tipo de financiamento	Fonte de receita

				total		
Maria Jose Costa dos Santos	4h semanais	16 semanas	40,00	2560,00	Clique para escolher um item.	-----
					Clique para escolher um item.	-----
					Clique para escolher um item.	----- ----
				Subtotal	R\$ 2560,00	

Despesas - Material de Consumo					Receitas Correspondentes	
Descrição do item	Quantidade	Unidade	Valor unitário	Valor total	Tipo de financiamento	Fonte de receita
...					Clique para escolher um item.	
				Subtotal		

Despesas - Equipamentos					Receitas Correspondentes	
Descrição do item	Quantidade	Unidade	Valor unitário	Valor total	Tipo de financiamento	Fonte de receita
					Clique para escolher um item.	-----
					Clique para escolher um item.	-----
					Clique para escolher um item.	-----
				Subtotal		

Despesas – Estrutura física					Receitas Correspondentes	
Descrição do item	Quantidade	Unidade	Valor unitário	Valor total	Tipo de financiamento	Fonte de receita
-----	-----	----	-----	----	Clique para escolher um item.	-----
-----	-----	----	-----	----	Clique para escolher um item.	-----
...	-----	----	-----	----	Clique para escolher um item.	-----
				Subtotal		

Despesas – Diárias, passagens e outros encargos					Receitas Correspondentes	
Descrição do item	Quantidade	Unidade	Valor unitário	Valor total	Tipo de financiamento	Fonte de receita
-----	-----	-----	-----	-----	Clique para escolher um item.	-----
-----	-----	-----	-----	-----	Clique para escolher um item.	-
...					Clique para escolher um item.	-----
				Subtotal		

Despesas – Valor Final Total das Despesas		Receitas – Valor final	
Valor final orçado	R\$ 2560,00	Tipo de financiamento	Valor
		Captação de instituições patrocinadoras	-----
		Captação de taxas	-----
		Contrapartida não-financeira da UFC	-----
		Valor final orçado	-----