



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM FÍSICA**

**ACILIO SILVA SAMPAIO**

**CONFECÇÃO DE UMA MESA DE FORÇAS COM O AUXÍLIO DE UMA  
IMPRESSORA 3D**

**FORTALEZA**  
**2023**

ACILIO SILVA SAMPAIO

CONFECÇÃO DE UMA MESA DE FORÇAS COM O AUXÍLIO DE UMA IMPRESSORA  
3D

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Física do Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Nildo Loiola Dias.

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S181c Sampaio, Acilio Silva.  
Confecção de uma mesa de forças com o auxílio de uma impressora 3d / Acilio Silva Sampaio. – 2023.  
76 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências,  
Curso de Física, Fortaleza, 2023.  
Orientação: Prof. Dr. Nildo Loiola Dias.

1. Ensino de Física. 2. Materiais de ensino. 3. Ensino experimental. I. Título.

CDD 530

---

ACILIO SILVA SAMPAIO

CONFECÇÃO DE UMA MESA DE FORÇAS COM O AUXÍLIO DE UMA IMPRESSORA  
3D

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Física do Departamento de Física Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Física.

Aprovada em: xx/xx/xxxx.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Nildo Loiola Dias (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Afrânio Araújo Coelho  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Paulo de Tarso Cavalcante Freire  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Jesus, único Senhor e Salvador.

Aos meus pais e amigos.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, aos meus pais, Marcílio Ferreira e Mirtes da Silva.

Ao meu grande amigo, Fco. de Oliveira Lima, que provou que o conhecimento é algo valioso e principal poder para se alcançar objetivos na vida.

Aos membros da Igreja Presbiteriana do Nova Metrópole, que foi de onde veio o incentivo para iniciar uma vida acadêmica.

Ao grande amigo Carlindo Bezerra Silva, que me proporcionou a oportunidade de iniciar no magistério, incentivando e orientando-me em tudo.

Ao Prof. Dr. Nildo Loiola Dias, que me forneceu a oportunidade de fazer este trabalho com sua maravilhosa companhia. Ele me inspira muito, pois se dedica em tudo o que faz com muito zelo, bem como todas as suas orientações para a execução deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Afrânio, por sempre se manter solícito e atencioso, o qual tive grande prazer de aprender com ele. Tenho-o como referência no magistério.

“A ciência humana de maneira nenhuma nega a existência de Deus. Quando considero quantas e quão maravilhosas coisas o homem compreende, pesquisa e consegue realizar, então reconheço claramente que o espírito humano é obra de Deus, e a mais notável” (Galileu Galilei, 1564-1642).

## RESUMO

A presente monografia teve como objetivo demonstrar o passo a passo da construção de uma mesa de forças e sua utilização em uma prática de laboratório de mecânica. O intuito da mesa de forças é o estudo da composição e decomposição de vetores, visto que esse assunto é de suma importância para o estudo de diversos ramos da física. Compreendê-la bem trará benefícios aos educandos sobre o comportamento de grandezas vetoriais. A mesa de forças constitui-se de uma plataforma de formato circular com duas, três e até quatro polias. No centro da mesa, um anel é ligado por cordões a diferentes massas. Os cordões, que passam pelas polias, podem ser orientados com diferentes ângulos, e o objetivo é descobrir a força resultante que equilibra o sistema na prática, e em seguida conferir com o cálculo teórico. Dada a relevância dos benefícios de aprendizagem com a mesa de forças e a pouca disponibilização no mercado devido ao seu alto preço, este trabalho contempla a confecção com materiais de fácil acesso, e com o suporte da impressão 3D, que está cada vez mais ganhando espaço em diversos ramos da ciência e indústria e no lar de pessoas que desejam a realização de seus projetos. O trabalho foi concluído com êxito, testado. Foram disponibilizados neste trabalho os materiais e medidas dos objetos confeccionados.

**Palavras-chave:** ensino de física; materiais de ensino; ensino experimental.



## ABSTRACT

This monograph aims to complete a laboratory practice project, where the subject addressed belongs to Mechanics. The purpose of the force table is the study of the composition and decomposition of vectors, then the objective of this subject is emphasize the importance of the study of several branches of physics, and understanding it well, will bring benefits to students about the behavior of vector quantities. The Force Table, consists of a circular table with three pulleys, which can reach four, the pulleys can be established in different angles to each other, and on each one, small objects with different masses, which can be made of wood or metal, are trapped. Once the pulley's angle are known, it is possible to predict, or determine, the resultant of vectors through calculations and formulas. Due to the importance of the benefits of learning with the force table, and the limited availability in the market due to its high price, this work contemplates the making the same with easily accessible materials, and the aid of 3d printing, which is increasingly gaining space in various branches of science and industry, and in the home of people who want to make their projects come true. The work was successfully completed and tested.. The the materials and measurements of the objects were made available in this work.

**Keywords:** Physics teaching; teaching materials; experimental teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	–	Representação gráfica do vetor $\vec{F}$ .....	14
Figura 2	–	Soma vetorial de dois vetores com mesma direção e mesmo sentido.....	15
Figura 3	–	Soma vetorial de dois vetores com mesma direção e sentidos opostos.....	15
Figura 4	–	Representação vetorial de duas forças perpendiculares entre.....	16
Figura 5	–	Representação vetorial da resultante entre duas forças perpendiculares.....	16
Figura 6	–	Representação vetorial de dois vetores formando um ângulo $\theta$ ...	17
Figura 7	–	Projeção do vetor F nos eixos x e y; (b) vetor equipolente F.....	17
Figura 8	–	Vetor $\vec{F}$ como hipotenusa, $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ como.....	18
Figura 9	–	Representação da Mesa de Forças; (b) transferidor 360°.....	19
Figura 10	–	Esquema de montagem da massa aferida.....	20
Figura 11	–	Mesa de Forças: (a) vista lateral; (b) Vista superior.....	21
Figura 12	–	O vetor força equilibrante é igual ao negativo da resultante das forças.....	21
Figura 13	–	Representação dos Vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ no transferidor da mesa.....	22
Figura 14	–	Componentes x e y do vetor.....	23
Figura 15	–	Resultante de todas as forças da direção x e y.....	24
Figura 16	–	Força equilibrante, 180° em relação à resultante.....	25
Figura 17	–	RepRap Darwin 1.0, produzida na Inglaterra em 2004.....	26
Figura 18	–	Filamentos para impressora 3D.....	27
Figura 19	–	Impressora 3D da Creality: Ender 2 pro.....	27
Figura 20	–	Ilustração do funcionamento do bico de extrusão.....	28
Figura 21	–	Etapas no processo de uma impressão 3D.....	29
Figura 22	–	Medidas da mesa: (a) vista de perspectiva; (b) vista.....	30
Figura 23	–	Roldana com fixador completo.....	31
Figura 24	–	Ilustração em 3d da roldana com fixador (corpo).....	32
Figura 25	–	Polia da roldana com fixador.....	33
Figura 26	–	Parafuso de fixação da roldana com fixador.....	33

Figura 27	– Anel onde se prenderá os barbantes, ou gancho.....	34
Figura 28	– Ganchos para o anel.....	34
Figura 29	– Gancho de massa aferida.....	35
Figura 30	– Opções alternativas para gancho de massa aferida.....	35
Figura 31	– Massa aferida utilizada nos testes.....	36
Figura 32	– Corte transversal da roldana com fixador, e local de inserção da porca.....	37
Figura 33	– Etapas no processo de inserção da porca durante a impressão.....	37
Figura 34	– Etapas na pausa da impressão no software.....	38
Figura 35	– Início da impressão, os suportes serão removidos para dar lugar à porca.....	38
Figura 36	– (a) Pausa na impressão; (b) suportes removidos para colocar a porca.....	38
Figura 37	– (a) porca no local; (b) continuação da impressão porca coberta....	39
Figura 38	– Impressão da roldana com fixador.....	39
Figura 39	– Detalhes do encaixe do rolamento.....	40
Figura 40	– Estrutura completa do suporte com dinamômetro e mufas.....	41
Figura 41	– Em 3D, o suporte do cabo de vassoura.....	42
Figura 42	– Base suporte para dinamômetro e mufas.....	42
Figura 43	– Detalhes em 3D das mufas.....	43
Figura 44	– Mufas, (acima) mufa do dinamômetro, (abaixo) mufa da polia.....	44
Figura 45	– Base completa com mufas.....	44
Figura 46	– Dinamômetro caseiro.....	45
Figura 47	– Em 3D algumas das peças que compõem o dinamômetro.....	46
Figura 48	– Detalhes da localização e colocação do pino de fixação da mola...	47
Figura 49	– Detalhe em 3D dos encaixes das peças que compõe o dinamômetro.....	47
Figura 50	– Peças do dinamômetro impressas, e algumas partes de metal.....	48
Figura 51	– Detalhe do encaixe do gancho superior do dinamômetro.....	48
Figura 52	– Finalização do dinamômetro.....	49
Figura 53	– Etapas de calibração do dinamômetro.....	50
Figura 54	– (a) Copo descartável; (b) armação do copo no dinamômetro.....	51
Figura 55	– Etapas da marcação da escala no dinamômetro.....	52

Figura 56	–	Teste de sensibilidade, ângulos formando $120^\circ$ entre si.....	53
Figura 57	–	Teste de sensibilidade com duas polias.....	54
Figura 58	–	Sistema equilibrado, anel no centralizado no eixo da mesa.....	54
Figura 59	–	Primeiro teste, vetores a $0^\circ$ e $60^\circ$ .....	55
Figura 60	–	Segundo teste, vetores a $30^\circ$ e $60^\circ$ .....	56
Figura 61	–	Terceiro teste, vetores a $15^\circ$ a $60^\circ$ .....	58
Figura 62	–	Quarto teste, vetores a $15^\circ$ e $60^\circ$ .....	59
Figura 63	–	Quinto teste, vetores $15^\circ$ e $60^\circ$ .....	60

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABS	Acrilonitrila butadieno estireno
EVA	Acetato de vinila
FDM	Fused Deposition Modeling
PLA	Ácido poliláctico
SLA	Stereolitografía

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>14</b>
2.1	DEFINIÇÃO DE VETORES .....	14
<b>3</b>	<b>MESA DE FORÇAS .....</b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA MESA DE FORÇAS .....</b>	<b>22</b>
<b>5</b>	<b>CONSTRUÇÃO DA MESA DE FORÇAS .....</b>	<b>26</b>
5.1	UM POUCO SOBRE A IMPRESSÃO 3D .....	26
5.1.1	Como funciona uma impressora 3D de filamento .....	28
5.2	MATERIAIS DA ESTRUTURA DA MESA .....	29
5.2.1	Materiais dos componentes menores.....	30
5.3	MONTAGEM.....	31
5.3.1	Inserção de objetos na impressão da roldana com fixador.....	36
5.3.2	Suporte e mufas para dinamômetro .....	40
5.3.3	Dinamômetro.....	44
5.3.3.1	Teste e marcações da escala no dinamômetro.....	49
<b>6</b>	<b>TESTES .....</b>	<b>53</b>
6.1	TESTE DE SENSIBILIDADE.....	53
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>62</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>63</b>
	<b>APÊNDICE A – LINKS DE ARQUIVOS PARA DOWNLOAD.....</b>	<b>64</b>
	<b>APÊNDICE B– ROTEIRO DE PRÁTICA EM LABORATÓRIO.....</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE C – COTAGEM.....</b>	<b>72</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino de física é comumente percebido como um desafio pelos educandos, independentemente do contexto escolar, seja em instituições públicas ou privadas, e a dinâmica nas universidades não foge a essa realidade. Diversas metodologias têm sido empregadas para tornar o ensino mais atrativo e menos intimidante, tais como o uso de jogos, softwares de apresentações, simulações virtuais, vídeos, práticas de laboratório, tanto virtual quanto presencial, e a incorporação de tecnologias, entre outras abordagens.

A ocupação crescente da física em diversas áreas nos últimos anos é evidente, especialmente no entretenimento, como filmes, animações e jogos virtuais. Nesse contexto, a física tem sido alvo de críticas devido a imprecisões e absurdos. Exemplos incluem representações incorretas da gravidade em personagens ou objetos inanimados, movimentos irrealistas em filmes e animações, principalmente no gênero de ficção científica. No entanto, é perceptível uma melhoria significativa e frequente na aplicação da física nesses meios, aproximando cada vez mais as representações da realidade. Isso ressalta a importância do ensino da física nas escolas e universidades.

Dentre os diversos temas abordados pela física, este trabalho concentrou-se em um assunto amplo e crucial: grandezas vetoriais, mais especificamente, o estudo de forças. As forças são frequentemente utilizadas para explicar o comportamento ou movimento de um corpo, resultante da soma das forças atuantes sobre ele, ou vice-versa, a decomposição da força para uma análise mais detalhada, compreensível e aprimorada do tópico em estudo. Nesse contexto, a prática escolhida foi a **mesa de forças**, uma abordagem eficaz no estudo de forças, sendo de fácil manipulação, composta por poucos componentes, tornando-se acessível tanto para educandos de nível médio quanto para cálculos de nível superior.

O objetivo deste trabalho foi descrever a construção de uma mesa de forças utilizando materiais facilmente encontrados em lojas de construção e eletrônica. Caso esses materiais não estejam disponíveis localmente, lojas virtuais também podem ser utilizadas como fonte de obtenção dos materiais necessários. Além disso, para a fabricação de peças mais complexas, a impressora 3D pode ser empregada, considerando sua crescente disseminação e a facilidade de construção caseira, sendo aplicada em diversos setores, como *hobbies*, educação, indústria, construção civil, engenharia e medicina.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Definição de vetores

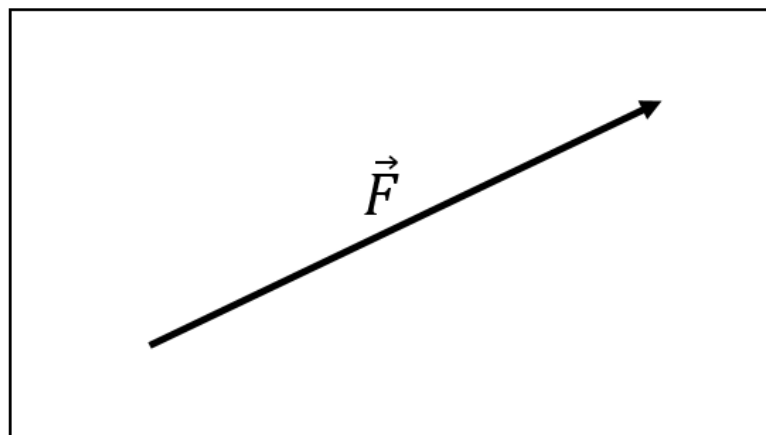
A grandeza constitui tudo aquilo passível de medição ou contagem, sendo categorizada em dois tipos: **escalares e vetoriais**.

Uma **grandeza vetorial** é aquela que pode ser representada por um vetor, indicando uma direção específica. As características fundamentais de um vetor incluem seu módulo, direção e sentido. Exemplos de grandezas vetoriais englobam deslocamento, velocidade, aceleração e força.

Por outro lado, algumas grandezas dispensam orientação, como temperatura, tempo e massa. Elas não possuem uma direção específica, sendo suficiente apenas o módulo para fornecer as informações pertinentes. O módulo, também conhecido como magnitude, é expresso por um número acompanhado por uma unidade de medida, exemplificado por 32 kg.

Para ilustrar, tomemos a grandeza vetorial "força" como exemplo. Ao caracterizar uma força aplicada sobre uma partícula ou corpo, a simples indicação da magnitude não é o bastante. É necessário especificar a direção e o sentido da aplicação dessa força. Informar que uma força de 100 N foi aplicada não é uma descrição completa. Para uma informação abrangente, seria necessário afirmar que a força foi aplicada com 100 N, na direção horizontal para a direita, ou verticalmente para cima, por exemplo. A Figura 1 ilustra um exemplo de representação gráfica de uma força como vetor.

Figura 1 - Representação gráfica do vetor  $\vec{F}$

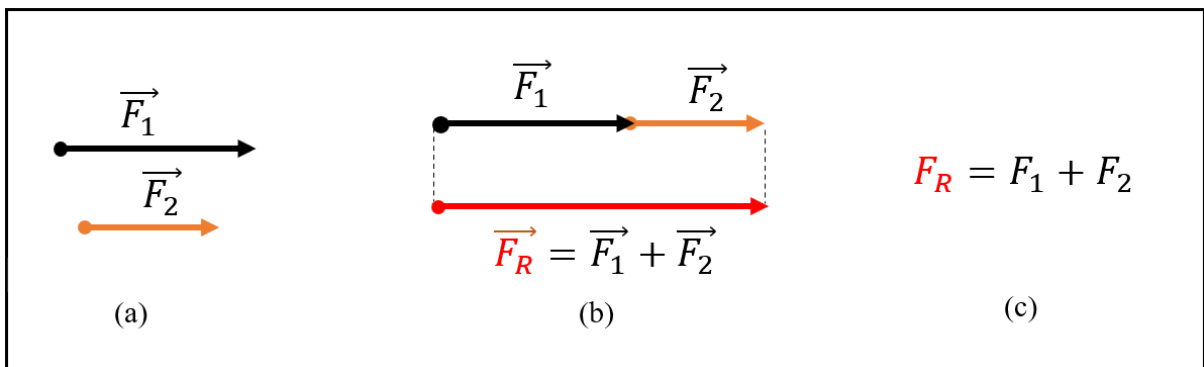


Fonte: elaborada pelo autor.



O objetivo desta abordagem não consiste em aprofundar o estudo de vetores, mas sim em disponibilizar os elementos essenciais para a execução desta prática. Portanto, é fundamental possuir conhecimento sobre a soma de vetores e a determinação da magnitude das grandezas resultantes. Na Figura 2, (a) são apresentados dois vetores coplanares com a mesma direção e sentido; em (b), é utilizado o método ponta + origem para representar o vetor resultante; e em (c), é fornecida a equação que determina o módulo de dois vetores que compartilham a mesma direção e sentido.

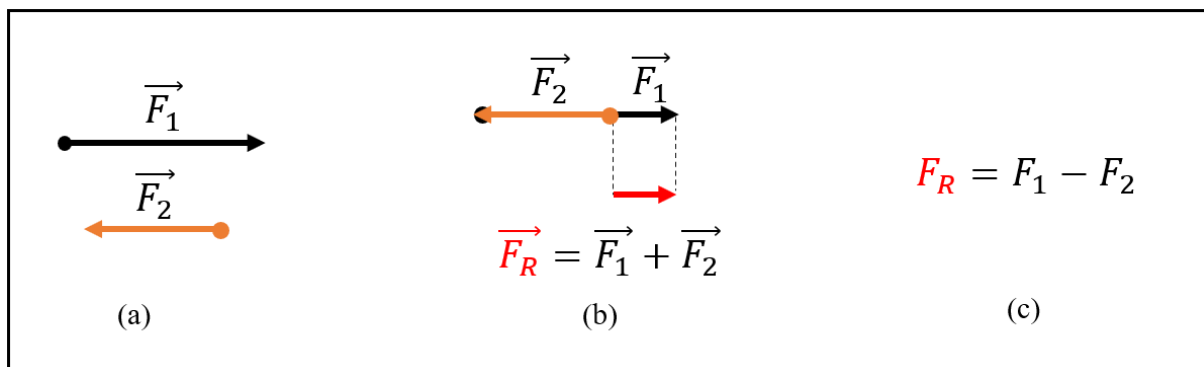
Figura 2 - Representação gráfica de dois vetores com mesma direção e sentido



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 3, observam-se (a) dois vetores coplanares com a mesma direção, todavia, sentidos opostos. Em (b), utiliza-se o método ponta + origem para obter o vetor resultante, e em (c), é apresentada a equação que determina o módulo de dois vetores que possuem a mesma direção e sentidos opostos.

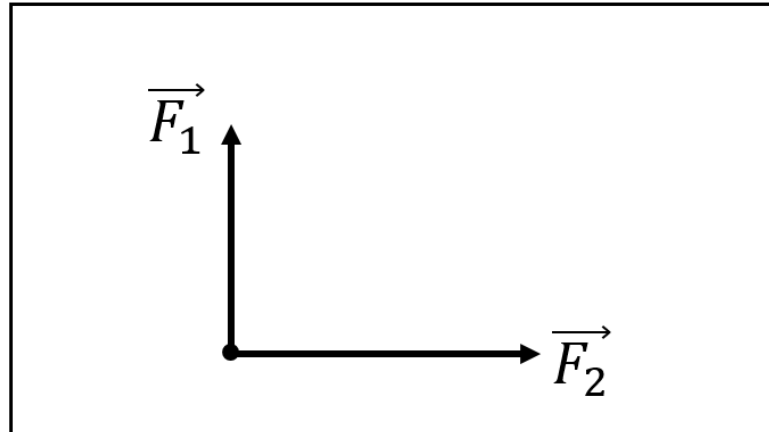
Figura 3 - Soma vetorial de dois vetores com mesma direção e sentidos opostos



Fonte: elaborada pelo autor.

Suponha-se que uma partícula esteja sujeita à ação simultânea de duas forças: uma vertical para cima  $\vec{F}_1$  e outra horizontal para a direita  $\vec{F}_2$ . Ambas são coplanares e ortogonais entre si, conforme ilustrado na Figura 4.

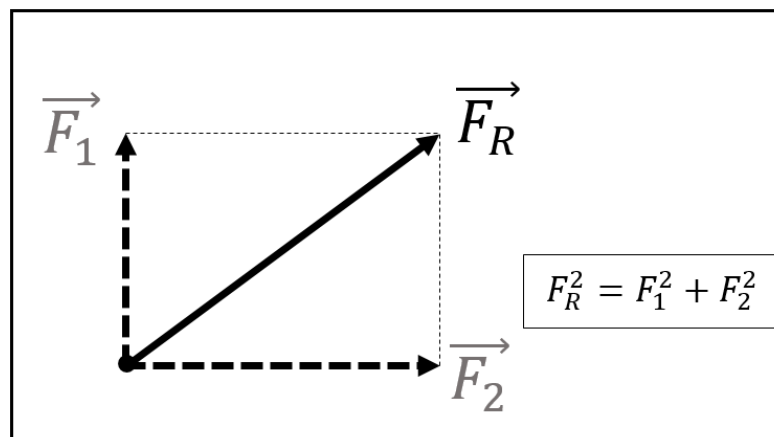
Figura 4 - Representação vetorial de duas forças perpendiculares entre si



Fonte: elaborada pelo autor.

Num corpo sujeito à ação de dois ou mais vetores, é possível determinar a resultante, ou seja, a combinação de todos os vetores atuantes. No exemplo em questão, a resultante das forças  $\vec{F}_R$  é apresentada na Figura 5, indicando claramente a direção e o sentido da combinação, ou seja, a soma desses dois vetores. O módulo da resultante pode ser facilmente calculado aplicando o Teorema de Pitágoras, uma vez que, sendo ortogonais e coplanares, formam um triângulo retângulo. Para ângulos diferentes de  $90^\circ$ , a resolução torna-se simples com o emprego da Lei dos Cossenos.

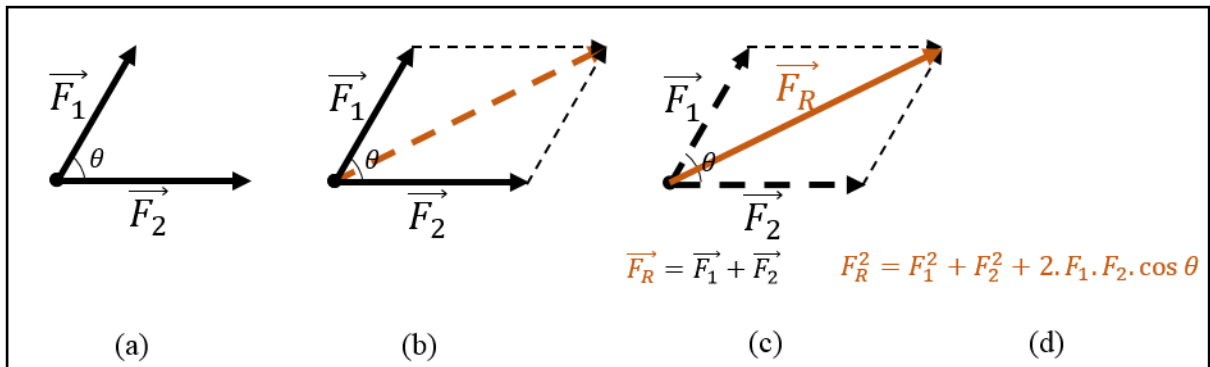
Figura 5 - Representação vetorial da resultante entre duas forças perpendiculares



Fonte: elaborada pelo autor.

Em situações que envolvem ângulos agudos ou obtusos, conforme representado na Figura 6, observamos (a) dois vetores formando um ângulo  $\theta$  entre si. Utilizando o (b) método do paralelogramo, combinamos os vetores  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  para obter (c) o vetor resultante  $\vec{F}_R$ . Em seguida, (d) aplicamos a Lei dos Cossenos para determinar a magnitude do vetor resultante.

Figura 6 - Representação vetorial de dois vetores formando um ângulo  $\theta$



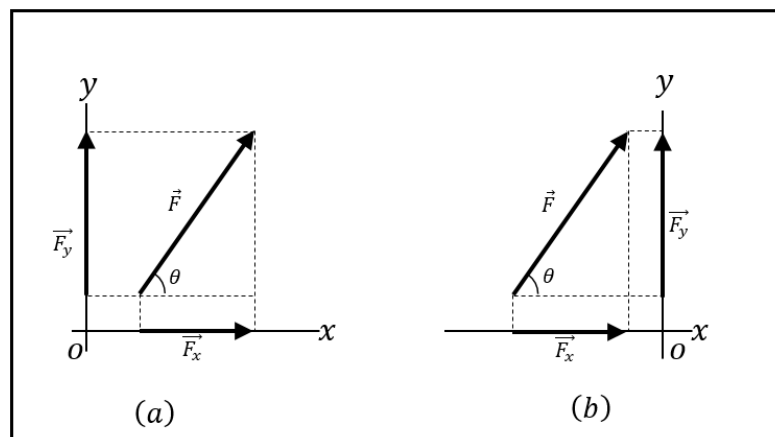
Fonte: elaborada pelo autor.

Para ângulos que não são iguais a  $90^\circ$ , é possível empregar a Lei dos Cossenos para determinar a resultante entre os vetores, conforme indicado pela Equação 1.

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \theta \quad (1)$$

Após examinarmos a soma de vetores, o processo inverso pode ser alcançado. Ao conhecermos o vetor, podemos decompor suas componentes utilizando a projeção do vetor em duas partes, uma  $\vec{F}_x$  e  $\vec{F}_y$ , conforme ilustrado na Figura 7(a). Na Figura 7(b), apresentamos a equipolente do vetor  $\vec{F}$ , com o propósito de demonstrar graficamente que as projeções formam um triângulo retângulo.

Figura 7 – (a) Projeção do vetor F nos eixos x e y; (b) vetor equipolente de F

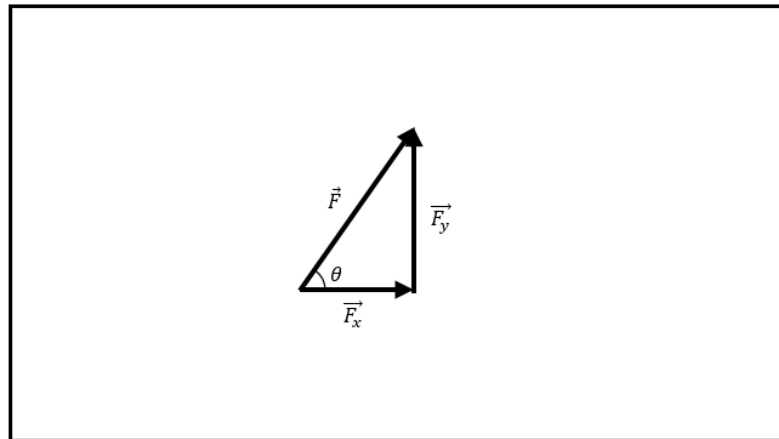


Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 7(a),  $\vec{F}_x$  é a componente da projeção de  $\vec{F}$  no eixo x, denominada *componente x* do vetor, enquanto  $\vec{F}_y$  representa a projeção de  $\vec{F}$  no eixo y, designada como *componente y* do vetor. Na Figura 7(b), no espaço existem infinitos vetores com as mesmas características vetoriais. É possível selecionar um vetor que mantenha o módulo, direção e sentido do vetor original, ou seja, um vetor equipolente. Em determinadas situações, pode ser mais conveniente afirmar que o vetor foi transladado, mantendo suas características vetoriais.

Na Figura 8, observamos que o vetor e suas componentes  $\vec{F}_x$  e  $\vec{F}_y$  formam um triângulo retângulo, onde as componentes atuam como os catetos desse triângulo.

Figura 8 - Vetor  $\vec{F}$  como hipotenusa,  $\vec{F}_x$  e  $\vec{F}_y$  como catetos



Fonte: elaborada pelo autor.

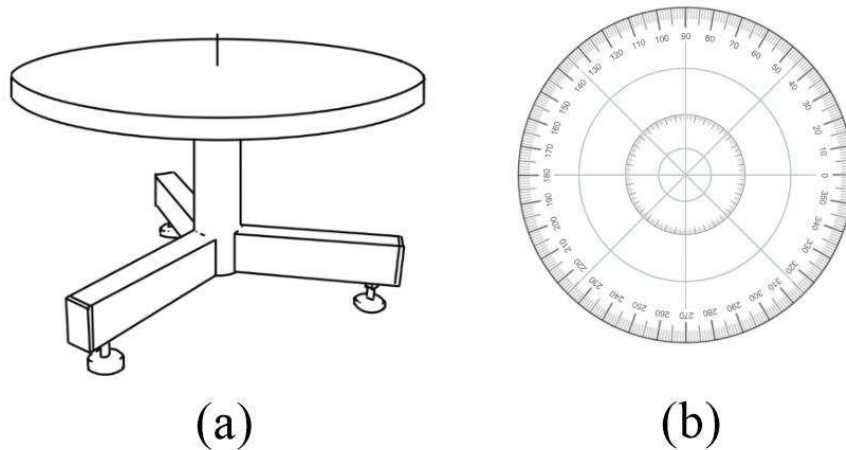
A determinação das componentes de  $\vec{F}$  na Figura 8 pode ser obtida geometricamente, como estão sendo indicadas na Equação 2:

$$F_x = F \cos \theta \quad e \quad F_y = F \sin \theta \quad (2)$$

### 3 MESA DE FORÇAS

A mesa de forças é uma plataforma com formato circular, apresentando um tripé, conforme ilustrado na Figura 9(a). Cada perna do tripé é equipada com parafusos ajustáveis destinados a nivelar a mesa. Na superfície da mesa, estão dispostas marcações angulares em graus, cobrindo toda a sua circunferência, totalizando  $360^\circ$ , como mostrado na Figura 9(b).

Figura 9 - (a) Representação da Mesa de Forças; (b) transferidor  $360^\circ$



Fonte: elaborada pelo autor.

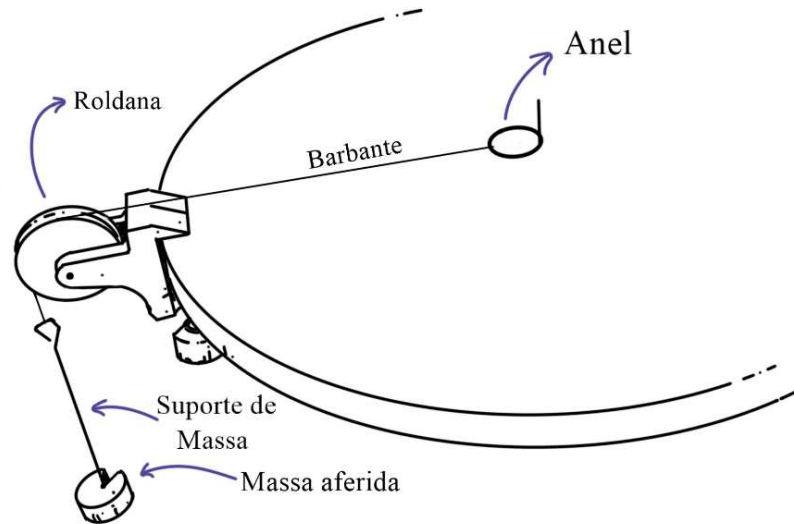
A mesa de forças tem por finalidade o estudo de:

- adição de vetores;
- composição de vetores;
- decomposição de vetores;
- vetor resultante;
- força equilibrante;
- equilíbrio de um ponto.

Neste trabalho, será abordada a análise prática da força resultante, seguida pela comparação com o cálculo teórico.

No centro da mesa, encontra-se uma pequena haste de metal presa verticalmente, assemelhando-se a um pino. Nela, será inserido um anel, ao qual um barbante é fixado. Na extremidade oposta do barbante, prende-se o suporte de massa, e, por fim, sobre o suporte, são dispostas as massas aferidas. Este arranjo está ilustrado na Figura 10.

Figura 10 - Esquema de montagem da massa aferida

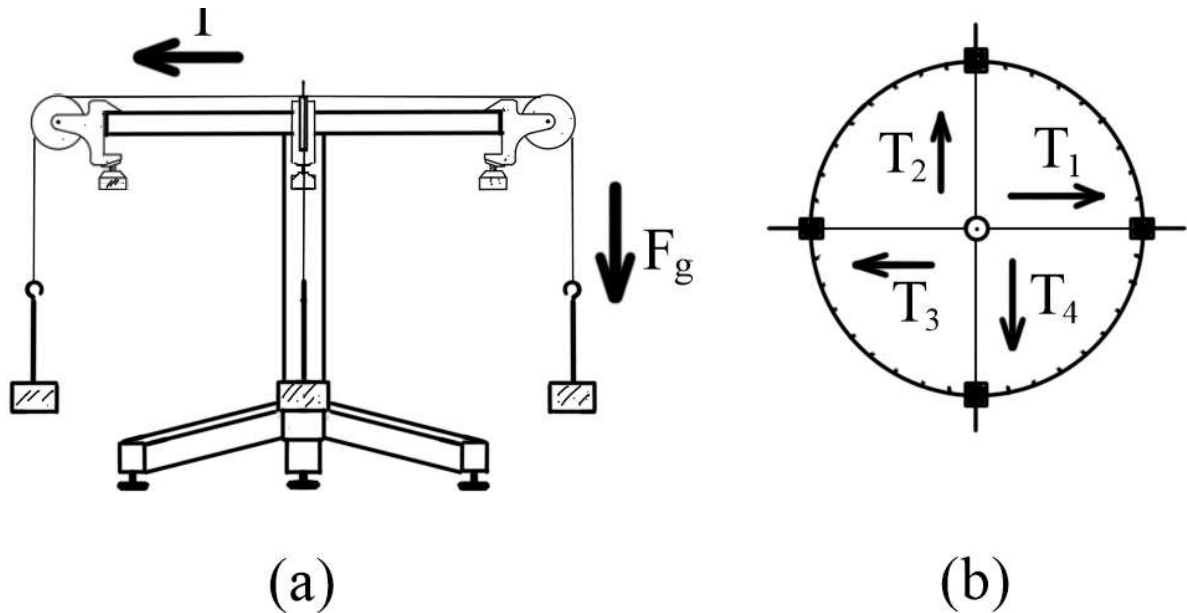


Fonte: elaborada pelo autor.

A massa aferida é submetida à ação de uma força vertical devido à gravidade, resultando na tensão do barbante e, conseqüentemente, na tração do anel, conforme representado na Figura 10.

Dessa maneira, é possível fixar associações de vários esquemas de massas aferidas, ocasionando o puxamento do anel com diferentes tensões em direções diversas. A proposta da mesa de forças é equilibrar essas tensões, mesmo diante da presença de massas variadas em diferentes ângulos de abertura. A determinação da força que equilibra pode ser realizada com um dinamômetro, com a orientação sendo conduzida por meio de tentativa e erro. Alternativamente, é viável realizar cálculos para verificar o equilíbrio teoricamente, considerando a massa e o ângulo determinado. O sistema atinge o equilíbrio quando o anel estiver completamente centralizado sobre o pino na mesa, conforme observado na Figura 11.

Figura 11 - Mesa de Forças: (a) vista lateral; (b) vista superior



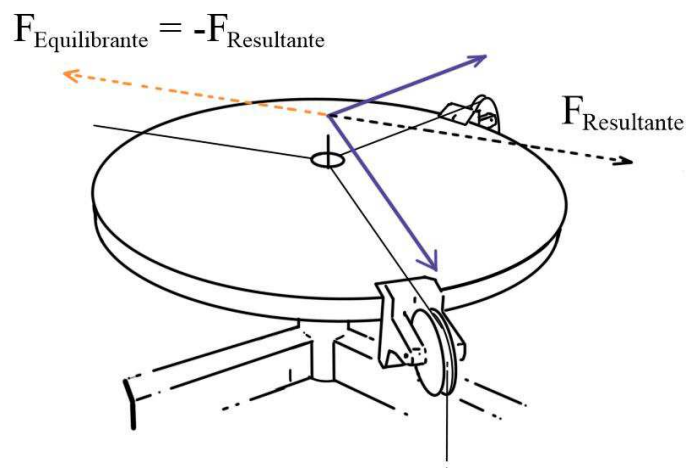
Fonte: elaborada pelo autor.

A tensão gerada pela massa é precisamente a força peso aplicada ao conjunto, ou seja, é necessário somar a massa do suporte de massa à massa aferida. Dessa forma, a tensão é expressa pela Equação 3, em que o índice representa o número da polia utilizada.

$$T_1 = m_1 \cdot g \quad (3)$$

É relevante salientar a distinção entre força resultante e equilibrante. A força equilibrante é o vetor oposto à resultante, ou seja, o negativo da resultante. Isso pode ser observado na Figura 12.

Figura 12 - O vetor equilibrante é igual ao negativo da resultante das forças

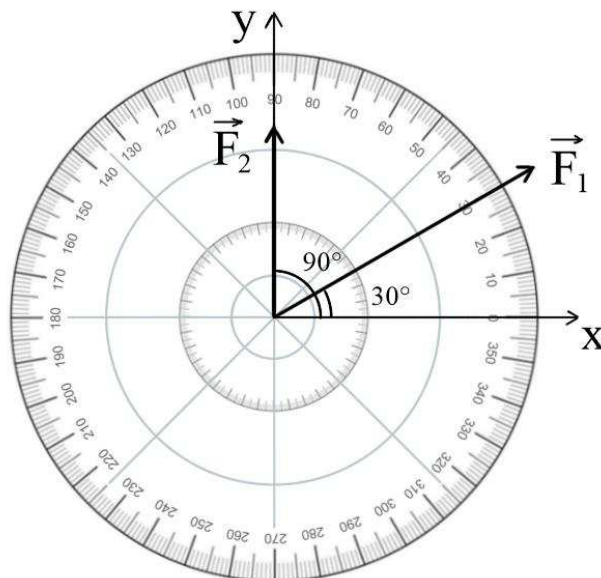


Fonte: elaborada pelo autor.

#### 4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA MESA DE FORÇAS

Como exemplo, e visando um dos objetivos deste trabalho, será abordada a aplicação de uma situação com o uso da mesa de forças. Serão utilizadas três polias, sendo que duas exercerão forças, e a terceira será a resultante das duas primeiras. Em uma das polias, será colocada uma massa total de  $m_1 = 400,0$  g, formando um ângulo de  $30^\circ$ . Na outra polia, será colocada uma massa total de  $m_2 = 300,0$  g, formando um ângulo de  $90^\circ$ , conforme ilustrado na Figura 13. O valor da resultante, da equilibrante e do ângulo poderão ser determinadas com esses dados. Na representação gráfica, observam-se os vetores  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  na mesa de forças, com seus respectivos ângulos.

Figura 13 - Representação dos vetores  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  no transferidor da mesa



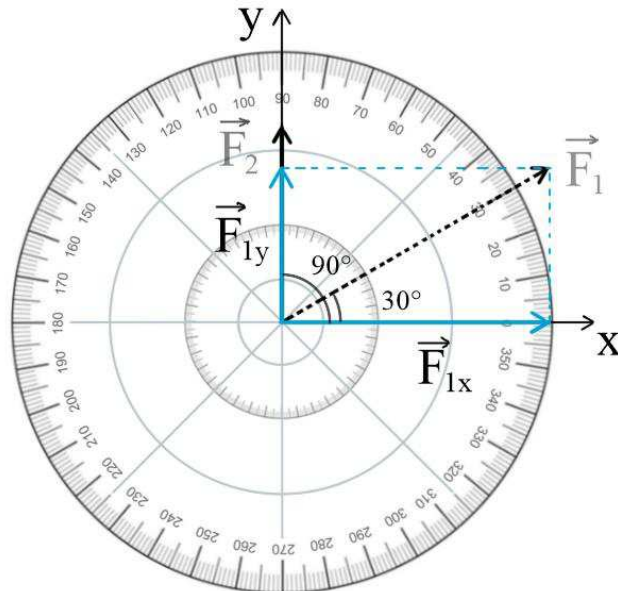
Fonte: elaborada pelo autor.

Se a intenção for determinar logo de início o módulo do vetor resultante, pode-se utilizar a Equação 1, a Lei dos Cossenos. Contudo, essa abordagem não fornece o ângulo. Portanto, as componentes x e y da resultante tornam-se valiosas para calcular o ângulo necessário para equilibrar o conjunto. Dessa forma, devem ser determinadas, primeiramente, todas as resultantes que estão nas direções x e y.



Nota-se que no eixo x haverá apenas a componente  $\vec{F}_{1x}$  uma vez que  $\vec{F}_2$  é perpendicular ao eixo x e não possui componente nessa direção. No eixo y, teremos a segunda componente de  $\vec{F}_1$ , a  $\vec{F}_{1y}$ , veja a Figura 14.

Figura 14 - Componentes x e y do vetor  $\vec{F}_1$



Fonte: elaborada pelo autor.

Agora, os respectivos valores:

$$\text{Dados: } F_1 = 400,0 \text{ gf}; F_2 = 300,0 \text{ gf}; \theta_1 = 30^\circ; \theta_2 = 90^\circ.$$

Determinando as componentes de  $\vec{F}_1$ , a  $\vec{F}_{1x}$  e  $\vec{F}_{1y}$ :

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \theta_1 = (400) \cdot \cos(30^\circ) = 346,4 \text{ gf}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \theta_1 = (400) \cdot \sin(30^\circ) = 200,0 \text{ gf}$$

Com  $\vec{F}_2$  sendo perpendicular, não existem componentes na direção x, como mencionado anteriormente. Agora, as resultantes de cada eixo serão determinadas.

No eixo x, apenas  $\vec{F}_{1x}$  torna-se a resultante:  $\vec{F}_{1x} = \vec{F}_{Rx}$ .

No eixo y, onde temos  $\vec{F}_2$  e  $\vec{F}_{1y}$ , ambos com a mesma direção e sentido, a resultante na direção y,  $\vec{F}_{Ry}$ , será a soma de ambos.

$$F_{Ry} = F_2 + F_{1y} = (300) + (200) = 500,0 \text{ gf}$$

Assim ficam determinadas as resultantes de cada eixo:

$$F_{Rx} = 346,4 \text{ gf e } F_{Ry} = 500,0 \text{ gf}$$

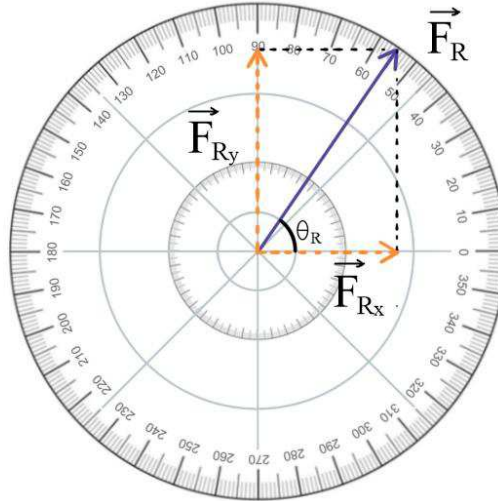
Para determinar a resultante das forças, Figura 15, basta aplicarmos o Teorema de Pitágoras, visto que o ângulo formado pelos dois eixos são perpendiculares:

$$\begin{aligned} F_R^2 &= F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 \\ F_R^2 &= (346,4)^2 + (500,0)^2 \\ F_R &= 608,3 \text{ gf} \end{aligned}$$

Conhecendo suas componentes x e y, é possível determinar o ângulo resultante  $\theta_R$ :

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= F_R \cdot \cos \theta_R \\ \theta_R &= \cos^{-1} \left( \frac{F_{Rx}}{F_R} \right) \\ \theta_R &= \cos^{-1} \left( \frac{346,4}{608,3} \right) \\ \theta_R &= 55,3^\circ \end{aligned}$$

Figura 15 - Resultante de todas as forças da direção x e y



Fonte: elaborada pelo autor.

A localização do vetor *força equilibrante* seria na mesma direção da força resultante, porém, no sentido oposto, ou seja,  $180^\circ$  do vetor resultante. Portanto, o ângulo da força equilibrante  $\theta_E$ :

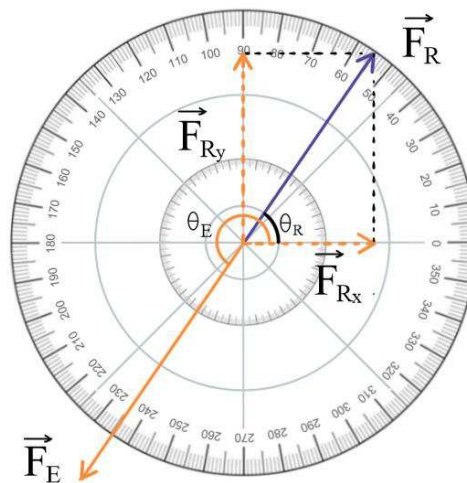
$$\begin{aligned} \theta_E &= 180^\circ + \theta_R \\ \theta_E &= 180^\circ + 55,3^\circ = 235,3^\circ \end{aligned}$$

A magnitude do vetor equilibrante seria:

$$F_E = F_R = 608,3 \text{ gf}$$

Para concluir, a Figura 16 ilustra a força equilibrante e seu ângulo. Neste caso, para a terceira polia, uma massa aferida deveria ser de 608,3 g. Se houvesse um dinamômetro, este apresentaria aproximadamente o valor correspondente.

Figura 16 - Força equilibrante, 180° em relação à resultante



Fonte: elaborada pelo autor.

Para duas ou mais polias, a abordagem é a mesma: desenvolver todas as componentes nos eixos, determinar as resultantes finais de cada, calcular a resultante das forças, e, conseqüentemente, encontrar a força equilibrante, bem como todos os ângulos envolvidos.

A seguir, apresenta-se um exemplo resolvido na forma de tabela:

Tabela 1 – Exemplo com seus valores em forma de tabela

	Massa (g)	Força (gf)	$\theta$ (grau)	$F \cdot \sin \theta$	$F \cdot \cos \theta$
$F_1$	400	400	30	200	346,4
$F_2$	300	300	90	300	0
$F_R$	x	608,3	55,2	x	x
$ F_E $	x	608,3	235,3	x	x

Fonte: elaborada pelo autor.

No APÊNDICE B, é apresentada uma sugestão de roteiro de prática para a utilização da mesa de forças.

## 5 CONSTRUÇÃO DA MESA DE FORÇAS

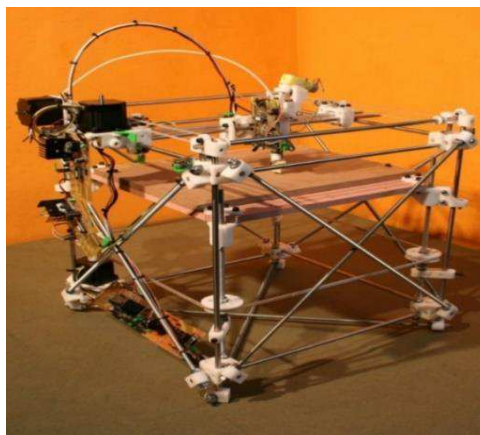
### 5.1 Um pouco sobre a impressão 3D

Conforme a nomenclatura sugere, uma "impressora 3D" não corresponde estritamente a um dispositivo convencional que utiliza tinta sobre papel. Em vez disso, trata-se de uma ferramenta de construção conectada a um computador ou a um cartão de memória, permitindo instruções específicas à máquina.

As primeiras impressoras 3D surgiram por volta dos anos 1980, sendo a empresa 3D Systems pioneira nessa tecnologia por meio de diversas tentativas de patentes. Inicialmente, a tecnologia Stereolitografia (SLA) foi introduzida, na qual uma resina é solidificada por luz, possibilitando a fabricação de objetos tridimensionais em camadas sucessivas através de um processo fotoquímico. Outras tecnologias, como a **Fused Deposition Modeling (FDM)**, tornaram-se mais amplamente adotadas ao longo do tempo. Assim como qualquer outra tecnologia, as impressoras 3D evoluíram consideravelmente, proporcionando maior velocidade de produção, aprimoramento da precisão e do acabamento das peças, redução de custos e ampliação da variedades de matérias-primas, incluindo uma gama diversificada de cores.

Em 2004, na Inglaterra, a RepRap foi introduzida no mercado como uma impressora autorreplicante de código aberto. Essa inovação possibilitou que a própria impressora reproduzisse suas próprias peças, como também a construção de outras impressoras.

Figura 17 - RepRap Darwin 1.0, produzida na Inglaterra em 2004



Fonte: Wikimedia commons<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Disponível em: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Reprap\\_Darwin.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Reprap_Darwin.jpg). Acesso em: 26 nov. 2023.

Atualmente, diversos modelos de impressoras de diferentes marcas estão disponíveis no mercado, podendo ser construída uma impressora caseira devido à sua natureza de código aberto. A impressora 3D, utilizada em campos que variam da medicina à construção civil, está ganhando espaço globalmente.

Os materiais empregados abrangem uma gama que vai de resina a diversos tipos de plásticos, incluindo PLA, ABS e PETG, entre outros. Existem até mesmo impressoras especializadas em alimentos, fibra de carbono e metal.

No contexto deste trabalho, foi adotada uma impressora 3D de modelagem por deposição fundida (FDM). Esta técnica envolve a utilização de um filamento plástico cilíndrico com diâmetro

Figura 18 - Filamentos para impressora 3D



Fonte: elaborada pelo autor.

A impressora utilizada para este trabalho foi a Ender-2 pro, da Creality Figura 19.

Figura 19 - Impressora 3D da Creality: Ender 2 pro



Fonte: 3dprime<sup>2</sup>.

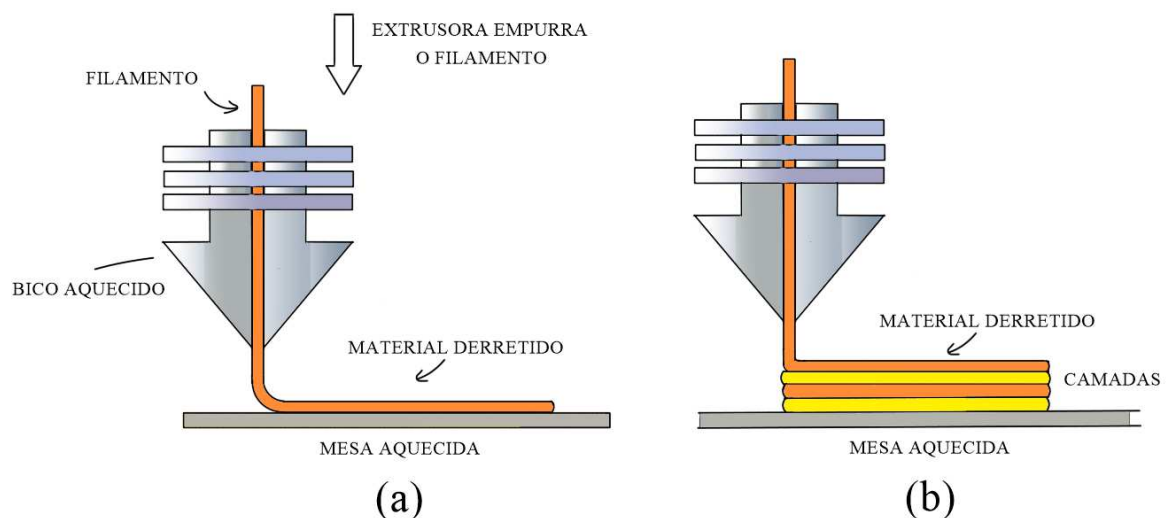
---

<sup>2</sup> Disponível em: <https://3dprime.com.br/wp-content/uploads/Ender-2-Pro-3d-printer-1-600x600.jpg>. Acesso em: 26 nov. 2023.

### 5.1.1 Como funciona uma impressora 3D de filamento

Em síntese, a impressora 3D opera através de coordenadas cartesianas (x, y, z), onde um filamento composto por um tipo específico de plástico é submetido à fusão e depositado em camadas sucessivas para formar um objeto tridimensional. A **extrusora**, acionada por motores de passo, conduz o filamento até um bocal aquecido a temperaturas elevadas, geralmente excedendo 200°C, dependendo do material em questão. A mesa de impressão pode ser aquecida para assegurar a fixação adequada do objeto durante o processo de construção. Na ilustração (a), observa-se o processo de fusão do filamento pelo bocal de extrusão em altas temperaturas. Na representação (b), a impressora constrói o objeto de maneira gradual, camada por camada, sendo que uma ventoinha próxima ao bocal resfria o material para solidificação enquanto é depositado. Em resumo, a impressora 3D realiza o "desenho" nos eixos x e y, enquanto o eixo z é responsável por incrementar a altura da próxima camada, determinando, assim, a altura total do objeto.

Figura 20 - Ilustração do funcionamento do bico de extrusão

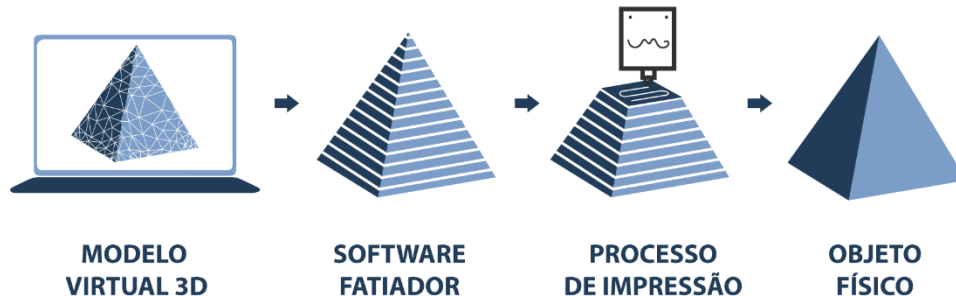


Fonte: elaborada pelo autor.

O processo tem início com o desenvolvimento do projeto no computador, onde o objeto tridimensional é projetado. Posteriormente, esse modelo passa por outro software denominado Slicer, que desempenha a função de fatiar o objeto. Nesse estágio, são ajustados diversos parâmetros, tais como velocidade, temperatura, tipo de material a ser utilizado, resolução, entre outros. Após a definição desses parâmetros, o Slicer gera um código denominado **G-code**, que representa a linguagem de programação a ser interpretada pela impressora 3D. Esse código incorpora todas as informações cartesianas e os parâmetros

estabelecidos para a execução da impressão. Por último, a impressora conclui o processo imprimindo o objeto. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** proporciona um resumo

Figura 21 - Etapas no processo de uma impressão 3D



visual das etapas mencionadas.

Fonte: Site Mousta<sup>3</sup>.

Para aqueles que não têm proficiência em projetos CAD, há diversos sites que disponibilizam objetos e peças em 3D prontos para impressão. Basta efetuar o download do objeto desejado, importá-lo para o software fatiador e iniciar o processo de impressão. Todo o material necessário pode ser obtido nos sites *Thingiverse*<sup>4</sup> e *Printables*<sup>5</sup>, onde uma variedade de modelos já está disponível para utilização.

## 5.2 Materiais da estrutura da mesa

Os materiais utilizados para a construção da estrutura da mesa de forças são:

- chapa de mdf 15 mm laminado;
- parafuso para madeira mdf Philips 3,5 x 40 (6 unid.)
- tubo retangular metalon galvanizado - 30 x 50 x 17 mm (3 unid.);
- tubo retangular redondo metalon 2" - L = 240 mm;
- chapa quadrada metalon 150 x 150 mm;
- pés ajustáveis (3 unid.).

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.mousta.com.br/wp-content/uploads/2019/11/processo-de-impressao2.png>. Acesso em: 26 nov. 2023.

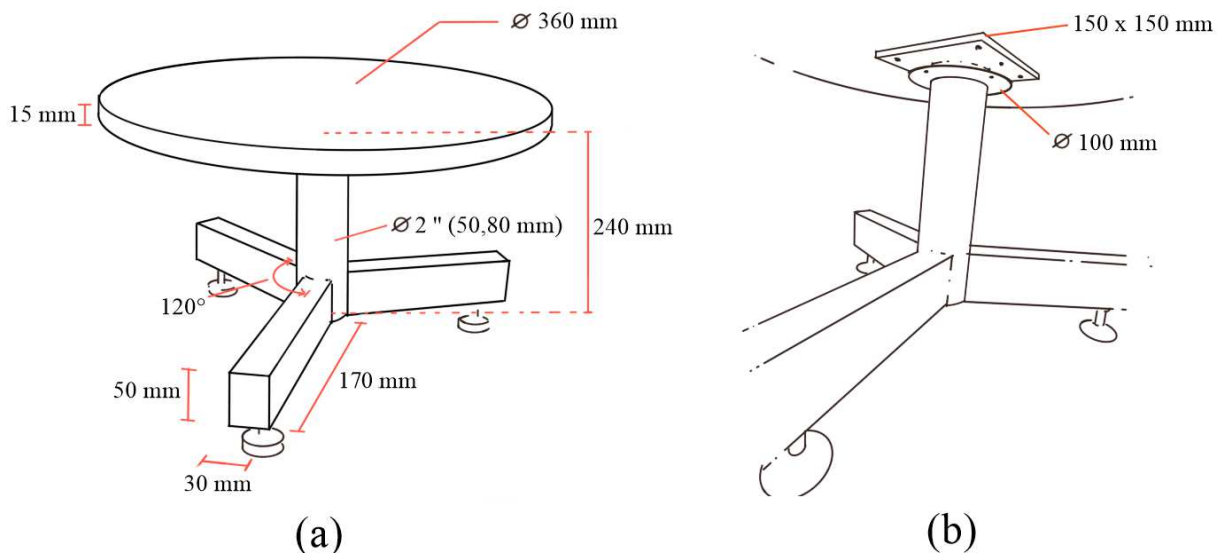
<sup>4</sup> Disponível em: <https://www.thingiverse.com/>. Acesso em: 26 nov. 2023.

<sup>5</sup> Disponível em: <https://www.printables.com/model?o=rating&period=all-time>. Acesso em: 26 nov. 2023.



A estrutura pode ser determinada pelo construtor, permitindo, assim, a possibilidade de modificar o projeto, suas medidas e estrutura, de acordo com a representação na Figura 22.

Figura 22 - Medidas da mesa: (a) vista de perspectiva; (b) vista inferior



Fonte: elaborada pelo autor.

Para a elaboração da parte estrutural, é necessário o uso de uma ferramenta de solda elétrica e materiais de corte de metais. Recomenda-se a busca por um profissional para realizar as operações de corte e solda dessas partes. Porém certifica-se que é possível ajustar o projeto conforme a disponibilidade de materiais e ferramentas, sendo essencial contar com uma mesa circular plana e bem nivelada. Essa configuração pode ser empregada para demonstrações em sala de aula ou em atividades práticas em laboratório.

### 5.2.1 Materiais dos componentes menores

Nesta fase, a impressão 3D assume um papel crucial na produção das peças. Abaixo, encontra-se a lista dos materiais utilizados. Em relação aos filamentos, foram empregados dois tipos, cada um com suas características específicas. O Acrilonitrila butadieno estireno (ABS) destaca-se por sua resistência, embora apresente desafios no manuseio, como empenamento (warping), sensibilidade à variação de temperatura e propensão a soltar-se facilmente da mesa de impressão. Em contraste, o Ácido poliláctico (PLA) é mais fácil de manipular, menos propenso a problemas, mas menos resistente. Apesar de ser suficiente usar um único tipo de filamento para a confecção dessas peças, neste caso, optou-se pelo uso de ambos, identificados pelas cores laranja (PLA) e preto (ABS). Recomenda-se a leitura completa do conteúdo, pois,



conforme o desenvolvimento, alguns materiais podem ser substituídos ou ajustados. Com o intuito de conferir mais originalidade, ao longo do processo serão mencionadas as dificuldades, obstáculos e melhorias. Eis os materiais:

- filamento para impressora 3D (PLA);
- parafuso sextavado rosca inteira 1/4" com porcas, ou M6x1 (3 unid.);
- rebites AL. 630 (3 unid.);
- rolamentos MR 83 ZZ (opcional) (6 unid.);
- raios de bicicleta diâmetro 2 mm (3 unid.);
- lixas d'água grão 1.200 (1 unid.);
- ferramentas (alicates, limas);
- massas aferidas (porcas, ruelas, blocos de madeira etc.);
- balança de precisão;
- dinamômetro (opcional).

Rolamentos são opcionais, podendo ser utilizados sem eles, com apenas um por polia ou dois por polia, ficando a critério da facilidade de encontrá-los no comércio local. Para um melhor desempenho, realizaram-se testes de sensibilidade com e sem rolamentos, e, ao final deste trabalho, será apresentada a conclusão sobre qual abordagem foi mais eficaz. Quanto a lixas, rebites, raios de bicicleta e ferramentas, podem ser facilmente substituídos, pois tratam-se de materiais com finalidades simples de uso.

### 5.3 Montagem

Na Figura 23, temos a roldana com fixador completa:

Figura 23 - Roldana com fixador completo



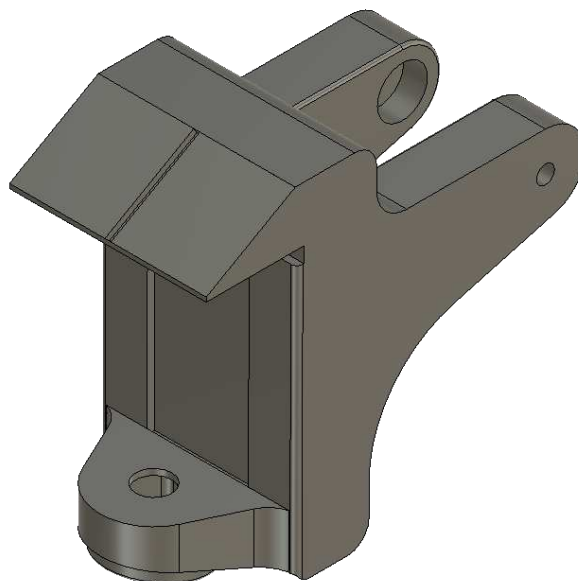
Fonte: elaborada pelo autor.

Anexados a este documento, encontram-se desenhos técnicos de alguns dos elementos aqui demonstrados, incluindo o exposto na Figura 20, aqueles que são passíveis de impressão em 3D e outros necessários para a confecção.

Os parâmetros utilizados na impressão de cada peça não serão referidos neste documento, justamente pelo fato de não serem informações universais para todas as impressoras, uma vez que dependem da marca, do material utilizado, das características específicas da impressora e da experiência do operador. Além disso, os modelos podem ser modificados para atender às necessidades individuais daqueles que executarão a construção da mesa de forças. Abaixo, encontra-se uma breve descrição de cada parte que compõe a roldana com fixador e os demais itens.

- Roldana com fixador

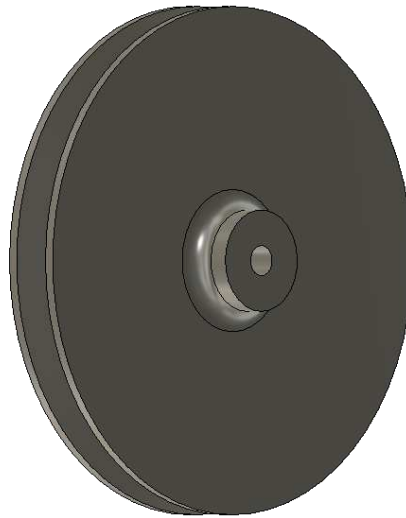
Figura 24 - Ilustração em 3d da polia com fixador (corpo)



Fonte: elaborada pelo autor.

- Polia ou Roldana.

Figura 25 - Polia para o fixador



Fonte: elaborada pelo autor.

- Parafuso de fixação

Parafuso de fixação com botão de giro e, na ponta, uma proteção girante para não danificar a superfície da mesa.

Figura 26 - Parafuso de fixação da polia com fixador



Fonte: elaborada pelo autor.

- Anel

Anel de equilíbrio, no qual os barbantes serão presos, facilmente substituível por outro utensílio que funcione com a mesma finalidade.

Figura 27 - Anel onde se prenderá os barbantes, ou ganchos



Fonte: elaborado pelo autor.

- Gancho

O gancho permanecerá fixado no anel, e no centro há um furo para a passagem do barbante. Esse item é opcional, pois o barbante pode ser amarrado no anel de equilíbrio, desde que o anel permaneça livre para eventuais alterações na orientação da força.

Figura 28 – Ganchos para o anel



Fonte: elaborada pelo autor.

- Suporte de massa

Suporte de massa, onde serão presas as massas aferidas. Facilmente substituível por outros modelos disponíveis na *Internet*, abaixo outras opções na Figura 30.

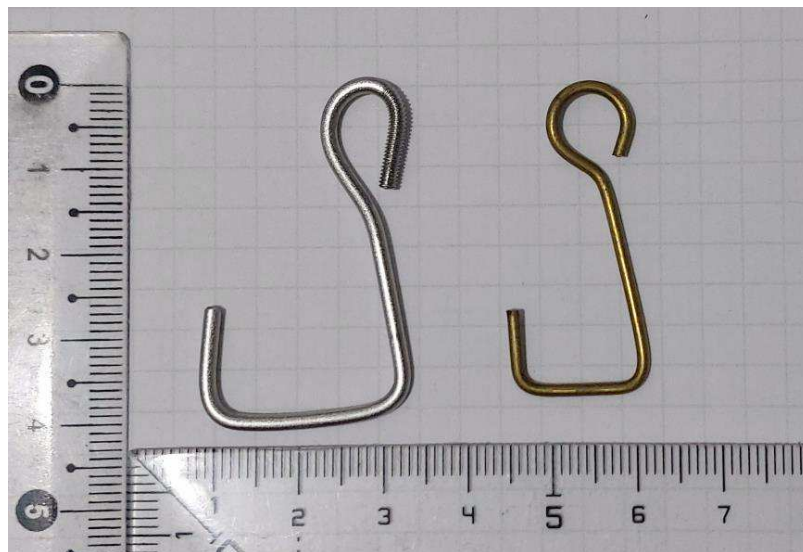
Figura 29 – Gancho de massa aferida



Fonte: elaborada pelo autor.

Alguns elementos mencionados podem ser modificados ou substituídos por modelos disponíveis na Internet, como o suporte de massa, o anel e até mesmo o próprio gancho, permitindo apenas amarrar o barbante diretamente no anel (sem apertá-lo). Abaixo, apresenta-se uma segunda opção de suporte de massa utilizando o raio de bicicleta ou outro material que possa ser manuseado com um simples alicate e lima (ou lixa) para cortar e aparar as pontas, conforme ilustrado na Figura 30, com o gancho da direita sendo feito de latão.

Figura 30 – Opções alternativas para gancho de massa aferida



Fonte: elaborada pelo autor.

Quanto às massas aferidas, podem ser objetos diversos, contanto que suas massas sejam conhecidas, como porcas, arruelas, sarrafos. Nos testes, optei por arruelas, conforme Figura 31, com massas individuais de aproximadamente 20,5 g cada.

Figura 31 – Massa aferida utilizada nos testes



Fonte: elaborada pelo autor.

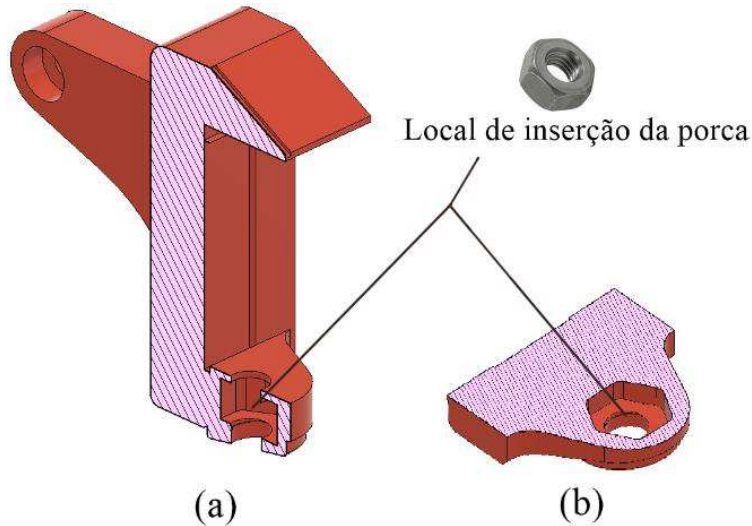
### ***5.3.1 Inserção de objetos na impressão da roldana com fixador***

Um cuidado a ser considerado é a inserção de uma porca na roldana com fixador, pois esta será transpassada por um parafuso de fixação (Figura 23). Não é desejável que a rosca do parafuso entre em atrito com o plástico, o que resultaria em folgas e desgaste prematuro ao longo do tempo. Portanto, a solução consiste em incorporar uma porca na peça durante o processo de impressão.

Durante a construção da peça em 3D, foi reservado um espaço vazio no local destinado à inserção da porca, com dimensões correspondentes à porca utilizada e uma pequena margem de folga. Essa folga pode ser ajustada nas configurações do fatiador, na opção de **compensação xy** ou em uma função semelhante, dependendo do fatiador utilizado. Importante observar que quaisquer modificações nos espaços e encaixes afetarão o resultado final.

Observe a Figura 32, que contém a peça em 3D e o respectivo local da inserção da porca.

Figura 32 – Corte transversal da roldana com fixador, e local de inserção da porca

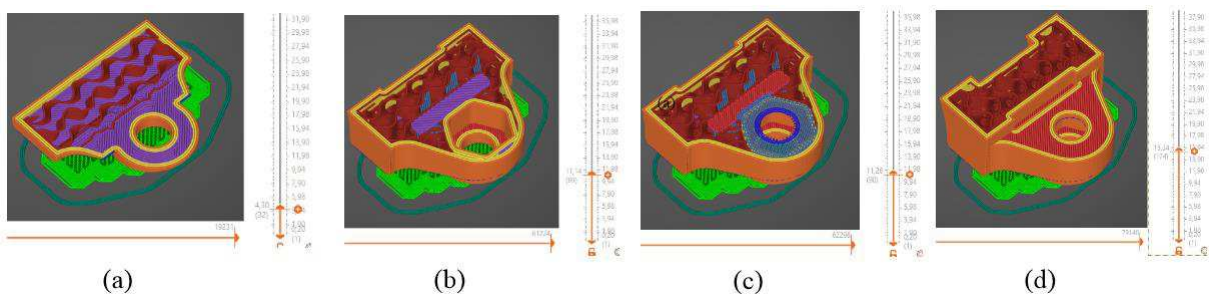


Fonte: elaborada pelo autor.

A proposta é que, durante o processo de impressão, ocorra uma interrupção exatamente antes de "tampar" o referido furo, conforme demonstrado na Figura 32(a).

Na Figura 33, é apresentada a mesma peça: em (a) - início da impressão, (b) - uma camada antes de cobrir, ocorre uma pausa para a inserção da porca, (c) - a impressão é retomada, sendo a primeira camada que cobre a porca, e em (d) - a porca encontra-se totalmente coberta.

Figura 33 – Etapas no processo de inserção da porca durante a impressão

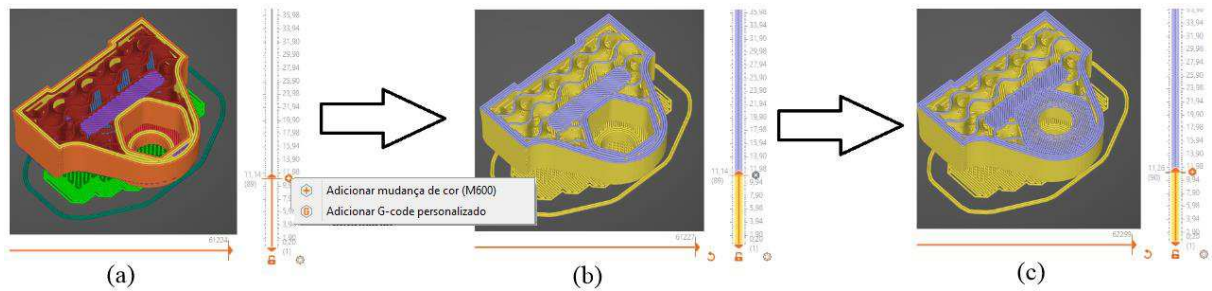


Fonte: elaborada pelo autor.

O fatiador (software gratuito) utilizado para este trabalho foi o PrusaSlicer, na versão 2.6.0-beta1. Uma camada antes de começar a cobertura da porca, foi realizado uma pausa clicando no ícone de "mais" na barra inferior à direita e selecionando a opção "adicionar mudança de cor (M600)". Opte por uma cor aleatória e, em seguida, proceda com o processo de fatiamento novamente, conforme ilustrado na Figura 34.



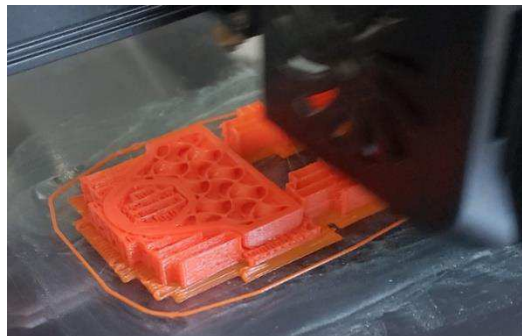
Figura 34 – Etapas na pausa da impressão no software



Fonte: elaborada pelo autor.

Ao iniciar o processo de impressão, a impressora pausará no ponto determinado e, em seguida, se deslocará para o ponto zero da máquina, aguardando a troca do filamento. Contudo, tal substituição não será realizada; Remova o suporte do local da porca e a insira no devido lugar e prossiga com a impressão. O início da impressão é ilustrado na Figura 35.

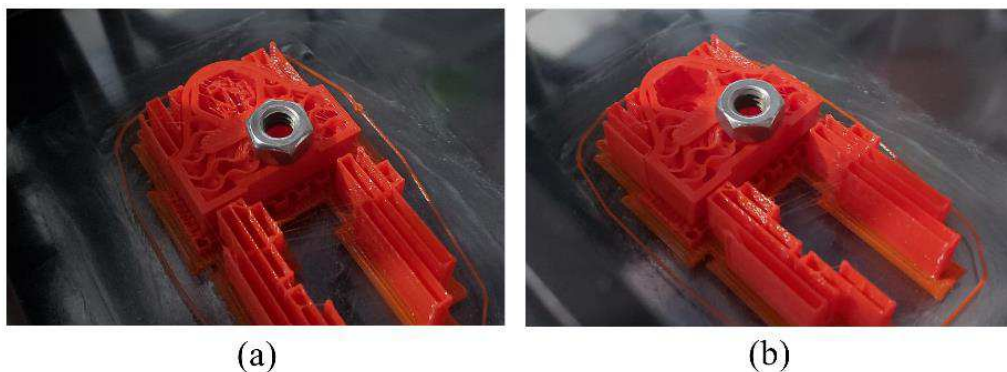
Figura 35 – Início da impressão, os suportes serão removidos para dar lugar à porca



Fonte: elaborada pelo autor.

Abaixo, a Figura 36 ilustra o momento da pausa, a remoção do suporte e o local limpo para a inserção da porca.

Figura 36 – (a) Pausa na impressão; (b) suportes removidos para colocar a porca

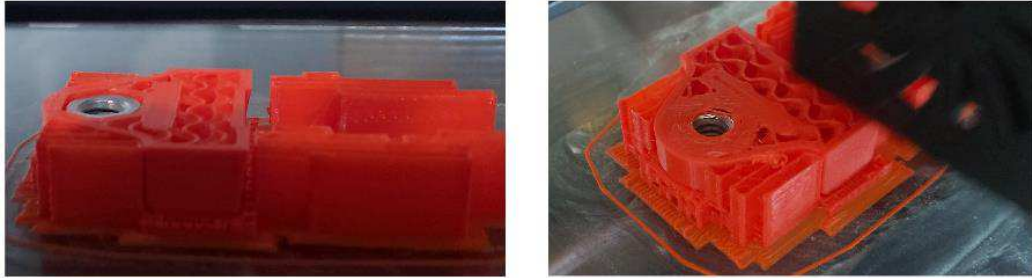


Fonte: elaborada pelo autor.



Porca inserida no seu devido local (Figura 37) e continuidade da impressão:

Figura 37 – (a) Porca no local; (b) continuação da impressão porca coberta



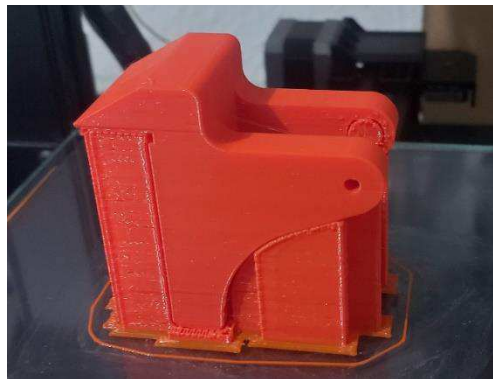
(a)

(b)

Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 38, uma vez concluída a impressão da roldana com fixador, basta retirar os suportes para finalizar o processo. A aparência final pode ser observada na Figura 20.

Figura 38 – Impressão da roldana com fixador



Fonte: elaborada pelo autor.

Há dois modelos, com e sem rolamento, e ambos estão disponíveis para download no apêndice A. Impresso o objeto, limpo de suportes, caso escolha o modelo com rolamentos pode-se deparar com a dificuldade em colocá-los nos furos, a dica é colocar primeiro o eixo – Figura 39(a) – no eixo coloque o rolamento e encaixe no local devido – Figura 39(b) –, o eixo servirá de guia para o rolamento. O eixo utilizado é o de rebite podendo facilmente ser substituído por outro que considere melhor ou mais adequado.

Figura 39 – Detalhes do encaixe do rolamento



(a)



(b)

Fonte: elaborada pelo autor.

### 5.3.2 Suporte e mufas para dinamômetro

Também se faz necessário um suporte para fixar o dinamômetro. Para isso, os materiais:

- mdf 15 mm, cortado em formato circular de 30cm de diâmetro (1 unid.);
- cabo de vassoura de 2,3 cm de diâmetro e 70 cm de comprimento;
- parafusos de aço para madeira 3,5x1,4 mm (4 unid.);
- parafuso sextavado rosca inteira 1/4" com porcas ou M6x1 (2 unid.);
- peças impressas em impressora 3D (medidas anexas ou *link para download*);
- supercola (bonder ou araldite);
- arame ou similar de 2 mm de diâmetro e 35 mm de comprimento (clip de papel por exemplo).

Abaixo, Figura 40, o suporte completo com mufas e dinamômetro. O barbante preso ao dinamômetro passará pela roldana, ligando-o ao anel na mesa de forças.

Figura 40 – Estrutura completa do suporte com dinamômetro e mufas



Fonte: elaborada pelo autor.

As peças para impressão estão disponíveis para *download*. Abaixo, as imagens e descrição de algumas peças.

- Suporte mufa

A peça a ser impressa é apresentada na Figura 41. Sua fixação ao círculo de mdf é realizada por meio de quatro parafusos para madeira, conforme evidenciado na Figura 42. A inclusão da base tem como objetivo proporcionar sustentação, uma vez que, ao conectar o barbante à mesa de impressão, ocorre um torque que pode resultar na instabilidade da estrutura. A substituição da base por um material mais pesado ou por uma estrutura capaz de evitar a queda é uma opção viável. Após a fixação da peça, é possível encaixar um cabo de vassoura ou um cano, conforme a preferência. É necessário verificar se o encaixe possui o mesmo diâmetro ou fazer o ajuste no arquivo.

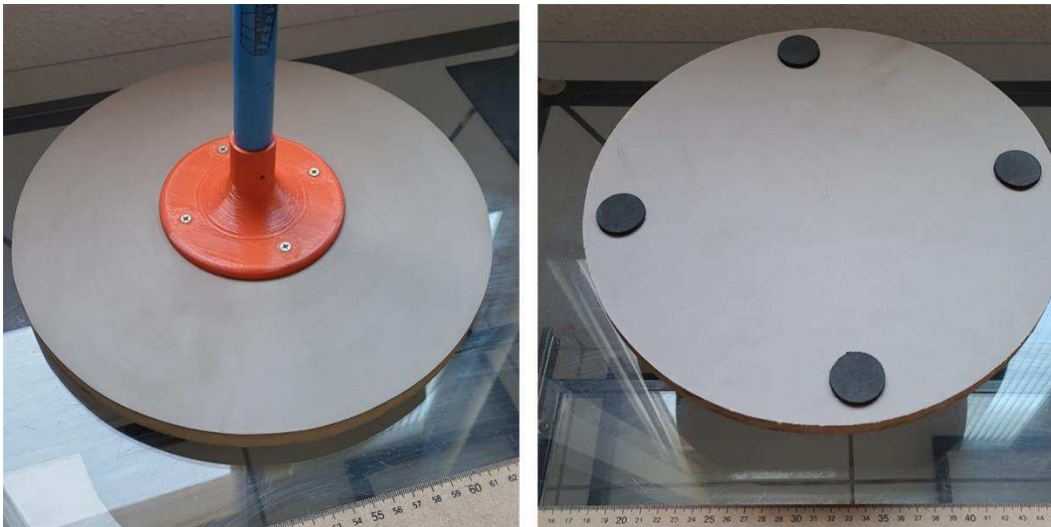
Figura 41 – Em 3D, o suporte do cabo de vassoura



Fonte: elaborada pelo autor.

Observe na Figura 42 a peça fixada no MDF com o cabo de vassoura no lugar. Para aumentar o atrito, foi colocado círculos de acetato de vinila (EVA).

Figura 42 – Base suporte para dinamômetro e mufas

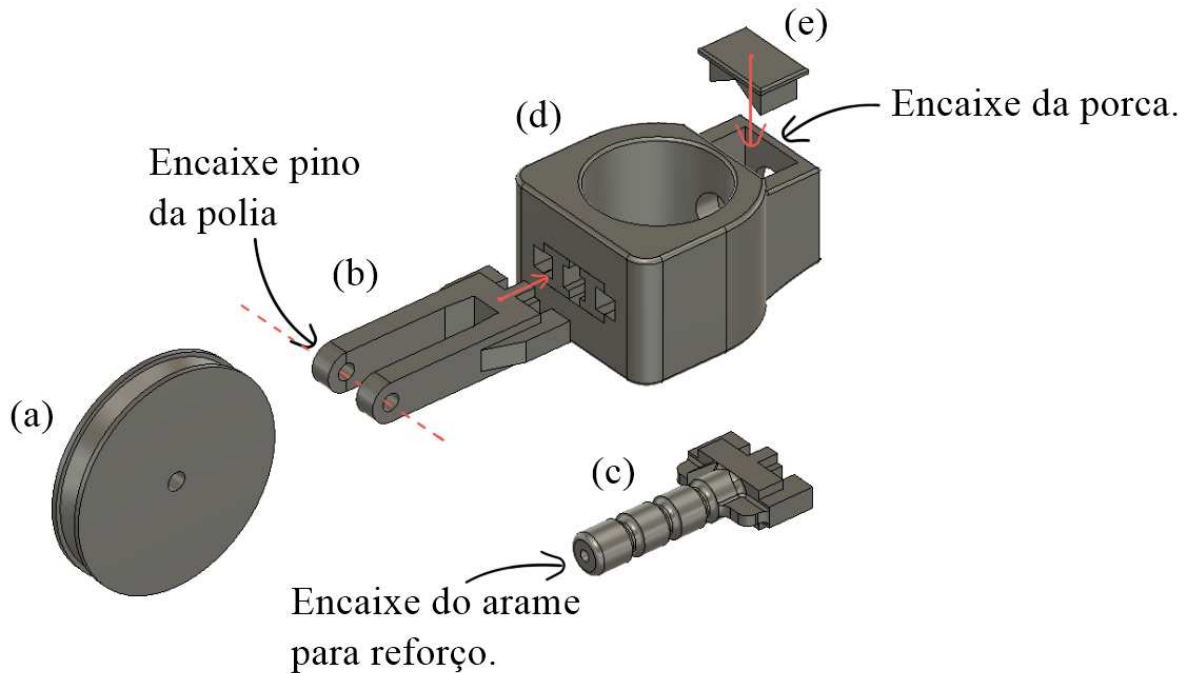


Fonte: elaborada pelo autor.

- Mufa

Na Figura 43, está a arte da mufa em 3D e algumas de suas componentes. Em (a) polia, (b) suporte da polia, (c) suporte do dinamômetro, (d) corpo da mufa e em (e) tampa do reservatório da porca.

Figura 43 – Detalhes em 3D das mufas



Fonte: elaborada pelo autor.

A mufa da roldana será as partes (a), (b), (d) e (e), enquanto a mufa do dinamômetro será as partes (c), (d) e (e).

Poderia ter sido produzida uma única peça maciça combinando as partes (b) e (d), assim como as partes (c) e (d). No entanto, as peças (b) e (c) apresentavam desafios significativos quando impressas em conjunto com o corpo (d). As impressões resultavam em resistência inadequada e acabamento ruim, devido à necessidade de suportes que deixavam marcas, além de diversos problemas que frequentemente levavam à perda total da peça, implicando em desperdício de filamento e tempo. A solução mais eficaz foi imprimir essas partes separadamente, uma vez que, mesmo diante da inadequação das peças (b) e (c), a perda era substancialmente menor em comparação com a impressão da peça completa.

As peças (b) e (c) foram unidas ao corpo (d) por meio de uma cola do tipo araldite, um tipo de epóxi líquido que envolve a mistura de duas resinas para formar uma substância homogênea que seca rapidamente, dependendo da variante adquirida (algumas possuem tempos de cura diferentes).

A fixação da peça (a) é realizada com um pino de rebite cortado, semelhante ao utilizado para fixar polias na roldana com fixador.

Para reforçar a peça (c), devido à sua espessura reduzida, é necessário inserir um ferro ou arame de 2 mm de diâmetro, conforme indicado na Figura 43.

Abaixo, na Figura 44, as mufas prontas.

Figura 44 – Mufas, (acima) mufa do dinamômetro, (abaixo) mufa da polia



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 45, temos o conjunto da base com as mufas, o botão de giro é o mesmo confeccionado na roldana com fixador demonstrado na Figura 23.

Figura 45 – Base completa com mufas



Fonte: elaborada pelo autor.

### 5.3.3 *Dinamômetro*

A fabricação de um dinamômetro é altamente benéfica, uma vez que ele fornece a medida da força equilibrante. Contudo, sua presença não é indispensável, a menos que todos os componentes necessários estejam disponíveis. A ausência do dinamômetro apenas reduzirá as opções de utilização da mesa de força.



O corpo integral do projeto foi construído por meio de impressão 3D, utilizando os seguintes materiais:

- mola de baixa constante elástica;
- parafuso allen cabeça cilíndrica M4 com porca;
- arame de 2 mm de diâmetro (raio de bicicleta);
- cola tipo epóxi (araldite).

A obtenção da mola pode representar um desafio, uma vez que é necessário encontrar uma sensível a pequenas forças (grama-força). Neste projeto foi reutilizada uma mola de um dinamômetro danificado.

No que se refere ao segundo item, o parafuso apresentado na lista, pode ser substituído por outro que não necessariamente seja do tipo allen, desde que as dimensões dos objetos impressos em 3D sejam observadas, como o local de encaixe da porca e o botão de giro, que deve se ajustar perfeitamente à cabeça do parafuso. O arame, ou raio de bicicleta, será utilizado para confeccionar os ganchos.

A seguir, a imagem do dinamômetro já confeccionado:

Figura 46 – Dinamômetro caseiro



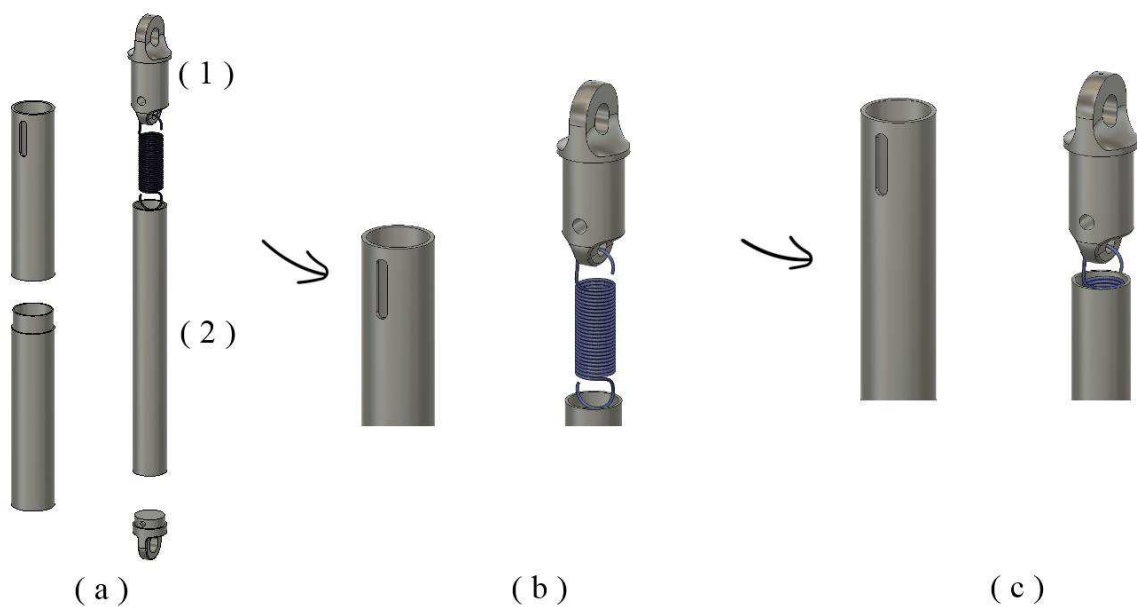
Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 47 apresenta todas as peças destinadas à impressão, excluindo a mola, que foi incluída apenas para proporcionar uma ideia da sua posição no modelo. O gancho superior foi nomeado como corpo (1), enquanto o tubo central, onde a mola será inserida e fixada, é

denominado corpo (2). Este último é uma parte móvel, e nele serão feitas as marcações de medida. Não foi especificado na impressão o local exato do furo para o pino de metal que segurará a mola, pois isso dependerá do tamanho da mola escolhida por quem reproduzirá o modelo. O pino é cortado do raio de bicicleta.

Conforme ilustrado na figura, em (a) temos o conjunto completo, com exceção do pino da mola no corpo (2). Em (b), há um detalhe da mola no corpo (1), enquanto em (c), o corpo (1) deve ser inserido dentro do corpo (2), e a mola será fixada com um pino.

Figura 47 – Em 3D algumas das peças que compõem o dinamômetro

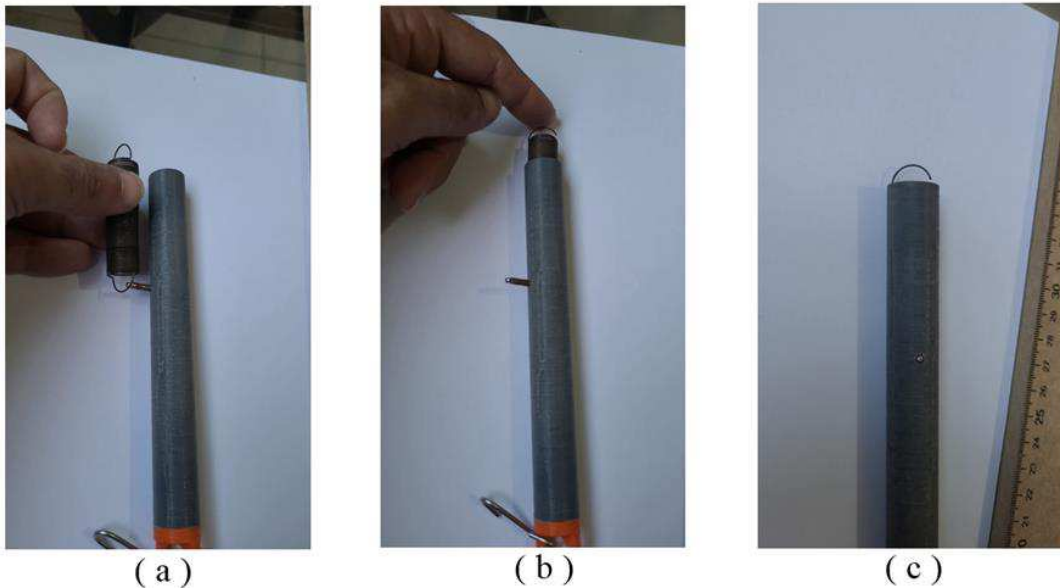


Fonte: elaborada pelo autor.

O furo, que é passante, será realizado no corpo (2) e pode ser feito manualmente utilizando um simples ferro de solda, metal aquecido, ou ainda com equipamentos específicos, como uma furadeira ou Dremel. Na Figura 48, detalhes da mola e do local do pino podem ser observados. Em (a), é possível verificar a distância da mola em relação ao furo, em (b), o pino no lugar e a inserção da mola para fixação, e finalmente, em (c), o pino inserido e a mola posicionada.



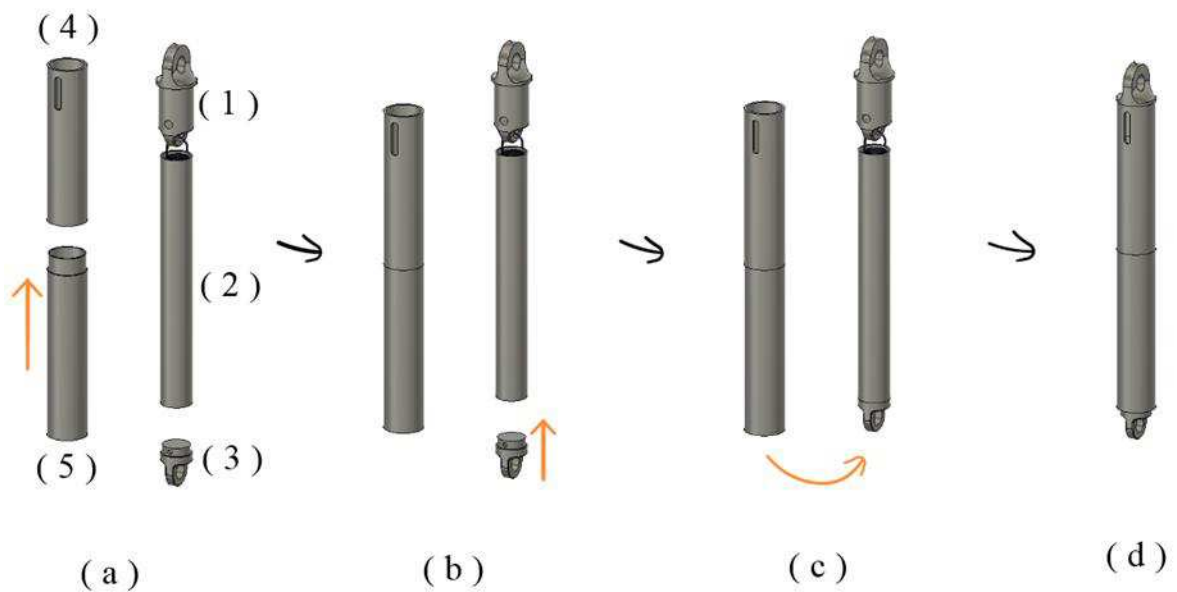
Figura 48 – Detalhes da localização e colocação do pino de fixação da mola



Fonte: elaborado pelo autor.

Todas as peças impressas podem ser vistas na Figura 50, e a montagem pode ser observada na Figura 49, em (a) o tubo (5) é encaixado no tubo (4), em (b) o gancho inferior (3) é colado no corpo (2), o conjunto (1-2-3) é inserido dentro do conjunto (4-5), em (d) conjunto finalizado, faltando somente o parafuso de fixação do gancho superior no conjunto (4-5).

Figura 49 – Detalhe em 3D dos encaixes das peças que compõe o dinamômetro



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 50 – Peças do dinamômetro impressas, e algumas partes de metal

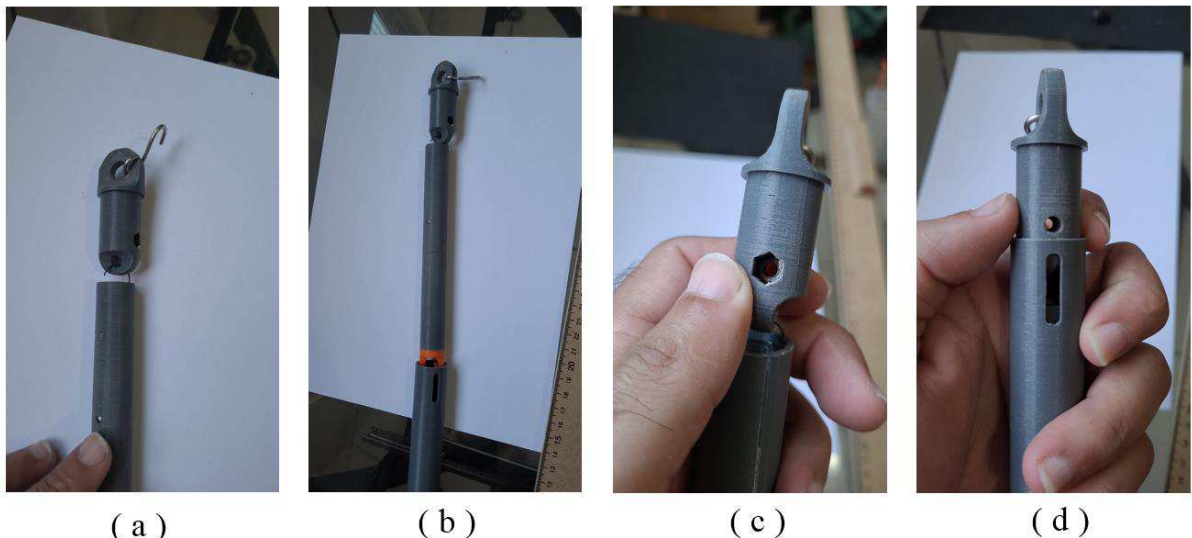


Fonte: elaborada pelo autor.

A impressora utilizada neste projeto possui uma área de impressão e volume pequenos, levando à necessidade de dividir o tubo (4-5) em duas partes. Ao final, as duas partes são encaixadas e unidas com epóxi, formando o corpo do dinamômetro. O gancho inferior (3) também é fixado no corpo (2) com araldite. Todos os detalhes e as peças impressas estão ilustrados nas Figura 49 e Figura 50.

Na Figura 51, (a) apresenta o detalhe do gancho fixo à mola, em (b) mostra a inserção do corpo do dinamômetro, (c) destaca a porca no gancho superior, e em (d) detalha o encaixe do parafuso de fixação. .

Figura 51 – Detalhe do encaixe do gancho superior do dinamômetro



(a)

(b)

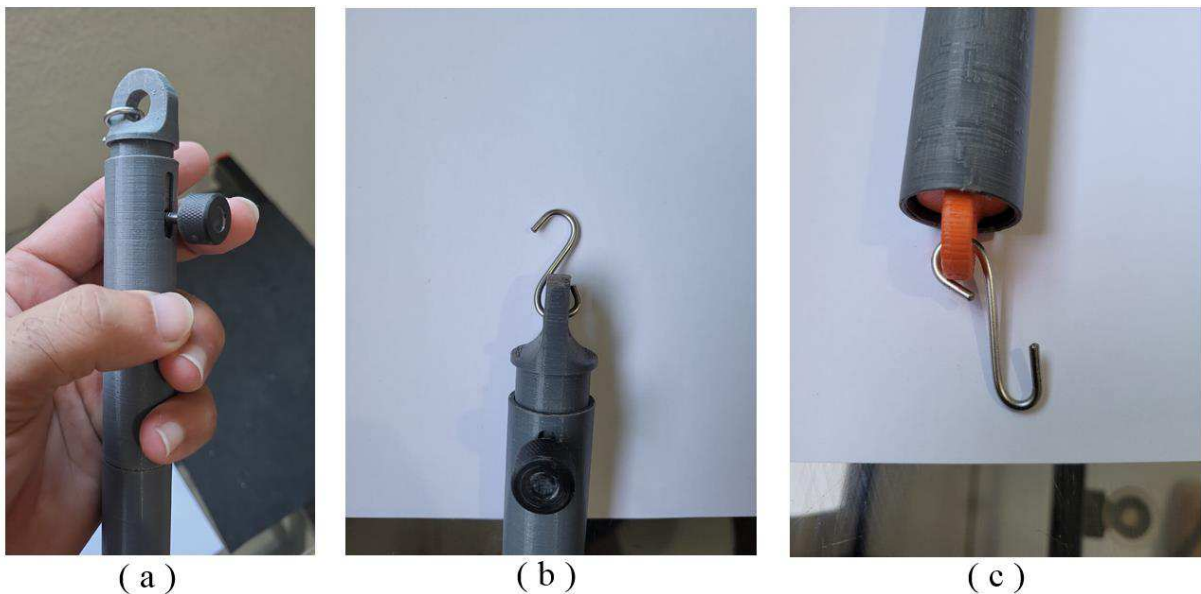
(c)

(d)

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 52, o botão de fixação do gancho superior está apresentado, desempenhando também a função de zerar o dinamômetro. Nas imagens (b) e (c), estão evidenciados os ganchos superior e inferior, os quais foram confeccionados utilizando o raio de bicicleta..

Figura 52 – Finalização do dinamômetro



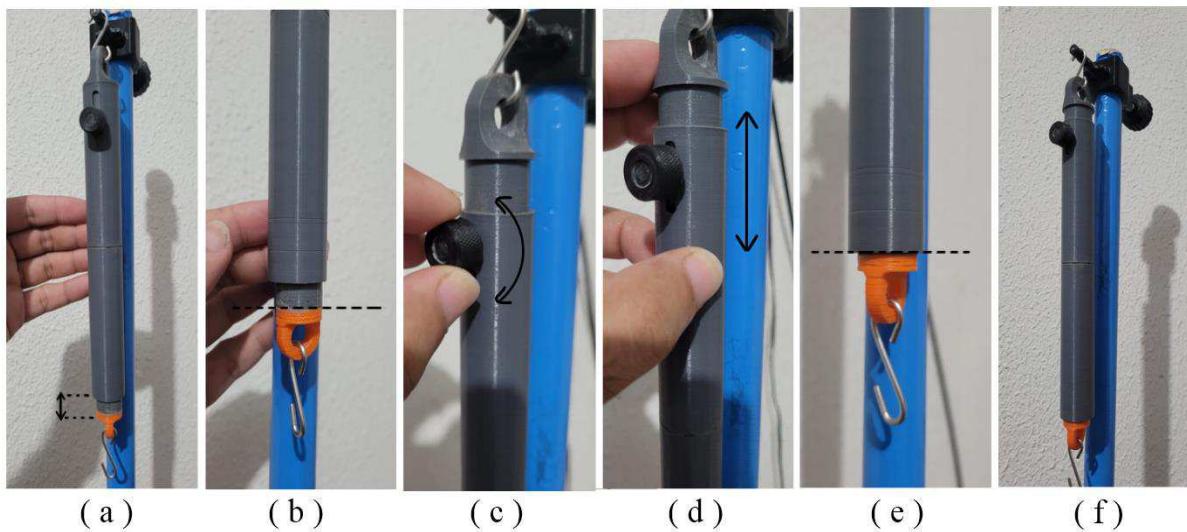
Fonte: elaborada pelo autor.

#### 5.3.3.1 Teste e marcações da escala no dinamômetro

Para calibrar o dinamômetro, o aparelho é posicionado verticalmente, e o parafuso de fixação é afrouxado. Utilizando o gancho superior, o conjunto interno do dinamômetro é movido para cima ou para baixo até que a linha de referência entre o gancho inferior e o corpo do dinamômetro esteja alinhada, conforme ilustrado na Figura 53.

Por etapas, em (a), o dinamômetro se encontra descalibrado; em (b), é indicado o marco zero; (c) mostra o afrouxamento do parafuso de fixação; (d) detalha o ajuste do nível zero; (e) após o alinhamento, o parafuso de fixação é apertado; finalmente, em (f), o dinamômetro fica calibrado.

Figura 53 – Etapas de calibração do dinamômetro



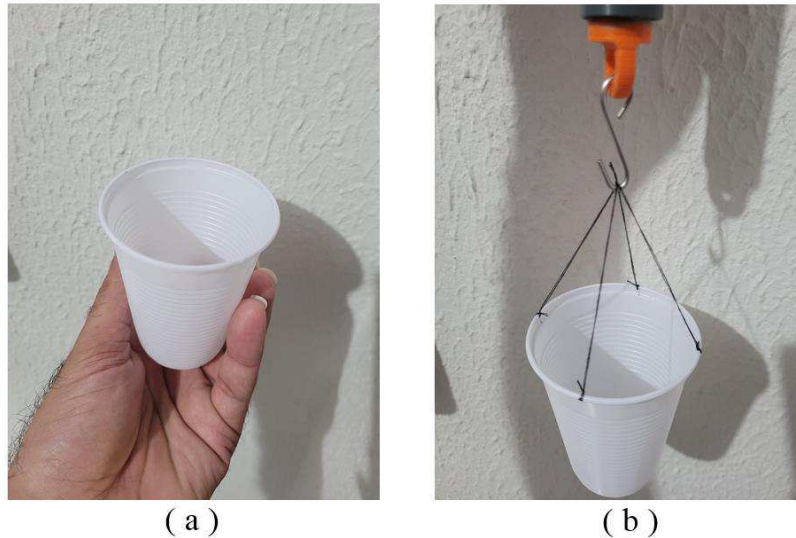
Fonte: elaborado pelo autor.

Para as marcações da escala do dinamômetro foi utilizado:

- copo descartável;
- linha de costura ou barbante;
- água;
- balança de precisão;
- caneta de tinta permanente.

Foram feitos quatro furos no copo descartável, e por meio da linha de costura, foi realizado o arranjo conforme demonstrado na Figura 54:

Figura 54 – (a) Copo descartável; (b) armação do copo no dinamômetro



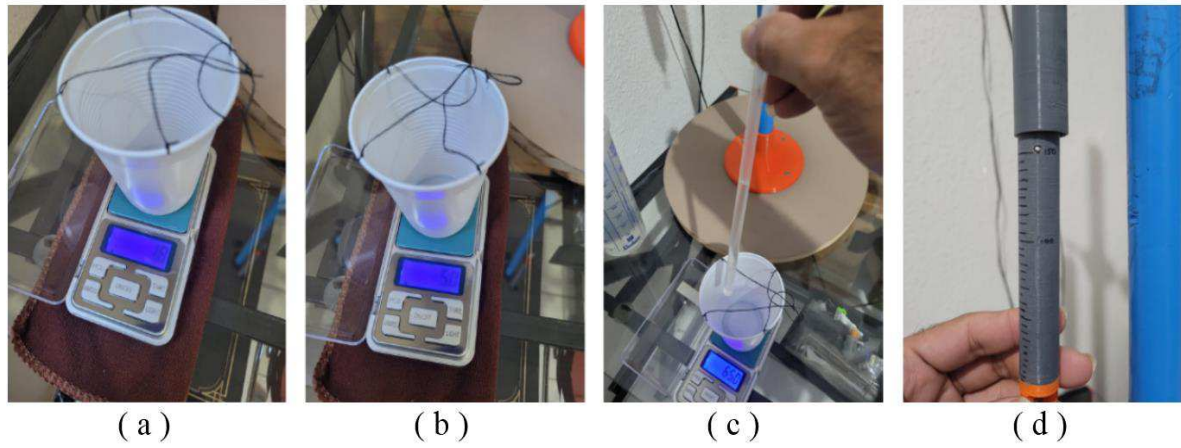
Fonte: elaborado pelo autor.

Com o dinamômetro no suporte, o copo descartável foi posicionado na balança. Tomando cuidado para não zerar a tara, uma vez que o copo vazio tem massa suficiente para afetar o dinamômetro. No copo, foi adicionada água até atingir a massa de 5 g. A transferência da água para o copo foi realizada com o auxílio de um canudo, que serve tanto para transferir uma quantidade significativa de água quanto para controlar gota a gota, aumentando a precisão na medição da massa de água.

No dinamômetro, foram feitas marcações a cada 5 g utilizando uma caneta de tinta permanente. Caso seja desejável realizar marcações de massa ainda menores ou maiores, basta ajustar a quantidade de água e realizar as marcações correspondentes. Na Figura 55, as etapas das marcações são apresentadas: em (a), temos o copo vazio indicando uma massa de 1,8 g; em (b), o copo com água indicando 5,0 g; em (c), o uso de um canudo de refrigerante como pipeta para melhor controle; e em (d), algumas marcações no dinamômetro já feitas, como 100 gf e 150 gf.



Figura 55 – Etapas da marcação da escala no dinamômetro



Fonte: elaborada pelo autor.

Terminada as marcações no dinamômetro, que neste caso específico foi possível atingir 180 gf, a mesa de forças é considerada concluída.

## 6 TESTES

### 6.1 Teste de sensibilidade

Após a impressão de todas as peças e a montagem da mesa de forças, conforme o esquema apresentado na Figura 56, procede-se ao teste do equipamento.

Inicialmente, realiza-se um teste de sensibilidade, no qual são posicionadas três roldanas com fixadores a  $120^\circ$  uma das outras. Conforme mostrado na Figura 56, o princípio é que todas devem estar dispostas de maneira idêntica, com os mesmos valores de massas aferidos em cada uma. O anel deve permanecer centralizado, indicando que a resultante é verdadeiramente nula, e, assim, o equipamento está totalmente pronto para uso.

Figura 56 – Teste de sensibilidade, ângulos formando  $120^\circ$  entre si



Fonte: elaborada pelo autor.

Abaixo, outro exemplo de equilíbrio com duas forças na mesma direção com sentidos opostos:

Figura 57 – Teste de sensibilidade com duas polias



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 58 apresenta-se detalhe do anel centralizado.

Figura 58 – Sistema equilibrado, anel no centralizado no eixo da mesa



Fonte: elaborada pelo autor.

Para verificar a sensibilidade, adicionou-se 1 g a um dos suportes de massa. Ao observar o anel de equilíbrio, verificou-se que ele se movimentou, demonstrando, assim, a adequação do equipamento para uso

## 6.2 Testes práticos

Nos testes, foram empregadas duas polias e um dinamômetro, sendo as massas aferidas constituídas pelas arruelas apresentadas na Figura 31. No caso da ausência de um dinamômetro, é possível utilizar uma terceira polia como equilibrante. Conforme previsto, cada arruela apresentava massas ligeiramente distintas umas das outras, variando apenas na casa dos décimos um a mais ou uma a menos. Isso possibilitou o arredondamento para um valor médio, no caso, 20,5 g cada. Caso o arredondamento não fosse viável, seria necessário realizar desbaste em cada uma delas para alcançar massa uniforme. O gancho de latão, ilustrado na Figura 27,



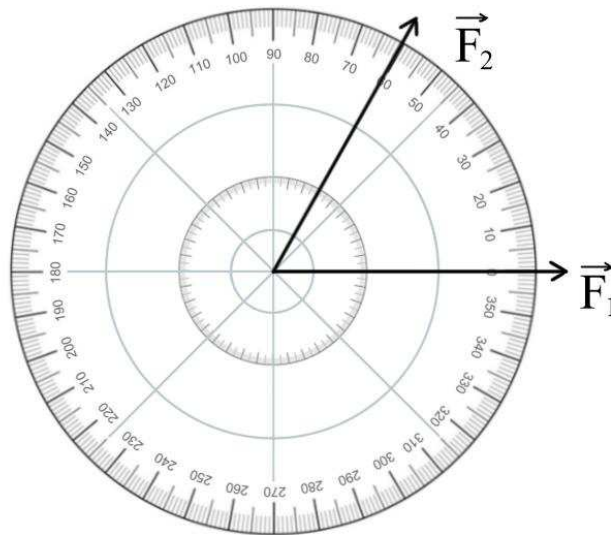
com massa de 1,4 g, foi utilizado para fixar as massas. Em todos os cálculos, a aceleração da gravidade foi considerada como  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , ou seja,  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ .

Com a estrutura montada, foram conduzidos diversos testes, todos com a demonstração dos valores da equilibrante e de seus respectivos ângulos. No entanto, os três primeiros concentraram-se na determinação do erro percentual.

### 1° TESTE: Duas forças iguais

Dados: Massa aferida: 4 arruelas (84 g) + gancho (1,4 g).

Figura 59 – Primeiro teste, vetores a  $0^\circ$  e  $60^\circ$



Fonte: elaborada pelo autor.

Componentes das forças em x e y:

$$F_1 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 0^\circ. \quad \begin{cases} F_{x1} = 83,4 \cdot \cos 0^\circ = 83,4 \text{ gf} \\ F_{y1} = 83,4 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ gf} \end{cases}$$

$$F_2 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 60^\circ. \quad \begin{cases} F_{x2} = 83,4 \cdot \cos 60^\circ = 41,7 \text{ gf} \\ F_{y2} = 83,4 \cdot \sin 60^\circ = 72,2 \text{ gf} \end{cases}$$

Resultantes das componentes x e y:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} = (83,4 \text{ gf}) + (41,7 \text{ gf}) = 125,1 \text{ gf}$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} = (0 \text{ gf}) + (72,2 \text{ gf}) = 72,2 \text{ gf}$$

O valor calculado da resultante das forças  $F_1$  e  $F_2$  com o teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 = (125,1 \text{ gf})^2 + (72,2 \text{ gf})^2 = 144,4 \text{ gf}$$

O ângulo da resultante:

$$\tan \theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{(72,2 \text{ gf})}{(125,1 \text{ gf})} \cong 30^\circ$$

Vetor força equilibrante  $\vec{F}_E$  em módulo, é o mesmo da resultante das forças:  
144,4 gf.

E o ângulo da equilibrante:

$$\theta_E = \theta + 180^\circ = 30^\circ + 180^\circ = 210^\circ.$$

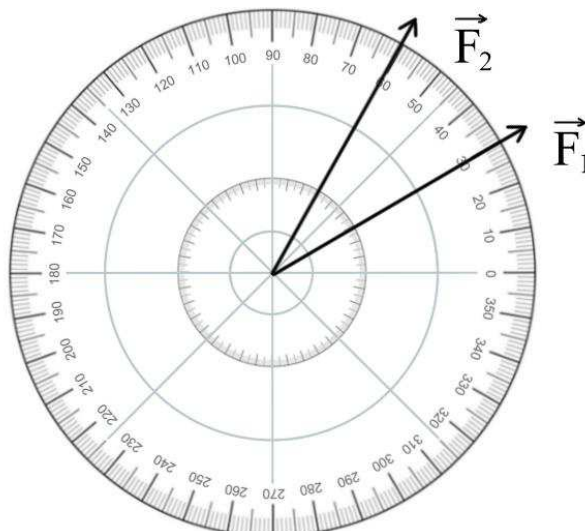
O valor medido no dinamômetro foi de:  $1,46 \text{ N} \cdot \left(\frac{1000 \text{ gf}}{10 \text{ N}}\right) = 146 \text{ gf}$ . O erro percentual é de:

$$E\% = \frac{|144,4 - 146|}{146,0} \times 100 = 1,1\%$$

### 2º TESTE: Duas forças iguais, outros ângulos

Dados: Massa aferida: 4 arruelas (84 g) + gancho (1,4 g).

Figura 60 – Segundo teste, vetores a  $30^\circ$  e  $60^\circ$



Fonte: elaborada pelo autor.

Componentes das forças em x e y:

$$F_1 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 30^\circ. \quad \begin{cases} F_{x1} = 83,4 \cdot \cos 30^\circ = 72,2 \text{ gf} \\ F_{y1} = 83,4 \cdot \sin 30^\circ = 41,7 \text{ gf} \end{cases}$$

$$F_2 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 60^\circ. \quad \begin{cases} F_{x2} = 83,4 \cdot \cos 60^\circ = 41,7 \text{ gf} \\ F_{y2} = 83,4 \cdot \sin 60^\circ = 72,2 \text{ gf} \end{cases}$$

Resultantes das componentes x e y:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} = (72,2 \text{ gf}) + (41,7 \text{ gf}) = 113,9 \text{ gf}$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} = (41,7 \text{ gf}) + (72,2 \text{ gf}) = 113,9 \text{ gf}$$

O valor calculado da resultante das forças  $F_1$  e  $F_2$  com o teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 = (113,9 \text{ gf})^2 + (113,9 \text{ gf})^2 = 161,1 \text{ gf}$$

O ângulo da resultante:

$$\tan \theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{(113,9 \text{ gf})}{(113,9 \text{ gf})} = 45^\circ$$

Vetor força equilibrante  $\vec{F}_E$  em módulo, é o mesmo da resultante das forças:

161,1 gf.

E o ângulo da equilibrante:

$$\theta_E = \theta + 180^\circ = 45^\circ + 180^\circ = 225^\circ.$$

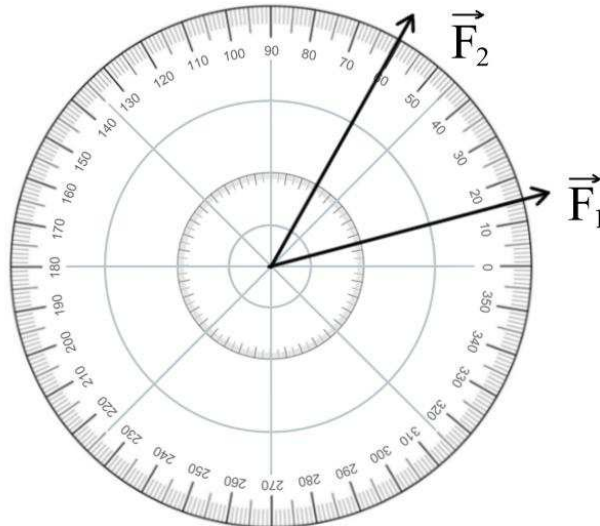
O valor medido no dinamômetro foi de: 160 gf. O erro percentual é de:

$$E\% = \frac{|161,1 - 160,0|}{160,0} \times 100 = \mathbf{0,7\%}$$

3° TESTE: Duas forças iguais, outros ângulos

Dados: Massa aferida: 4 arruelas (84 g) + gancho (1,4 g).

Figura 61 – Terceiro teste, vetores a 15° a 60°



Fonte: elaborada pelo autor.

Componentes das forças em x e y:

$$F_1 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 15^\circ. \quad \begin{cases} F_{x1} = 83,4 \cdot \cos 15^\circ = 80,6 \text{ gf} \\ F_{y1} = 83,4 \cdot \sin 15^\circ = 21,6 \text{ gf} \end{cases}$$

$$F_2 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 60^\circ. \quad \begin{cases} F_{x2} = 83,4 \cdot \cos 60^\circ = 41,7 \text{ gf} \\ F_{y2} = 83,4 \cdot \sin 60^\circ = 72,2 \text{ gf} \end{cases}$$

Resultantes das componentes x e y:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} = (80,6 \text{ gf}) + (41,7 \text{ gf}) = 122,3 \text{ gf}$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} = (21,6 \text{ gf}) + (72,2 \text{ gf}) = 93,8 \text{ gf}$$

O valor calculado da resultante das forças  $F_1$  e  $F_2$  com o teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 = (122,3 \text{ gf})^2 + (93,8 \text{ gf})^2 = 154,1 \text{ gf}$$

O ângulo da resultante:

$$\tan \theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{(93,8 \text{ gf})}{(122,3 \text{ gf})} \cong 37,5^\circ$$

Vetor força equilibrante  $\vec{F}_E$  em módulo, é o mesmo da resultante das forças:  
156,0 gf.

E o ângulo da equilibrante:

$$\theta_E = \theta + 180^\circ = 37,5^\circ + 180^\circ = 217,5^\circ.$$

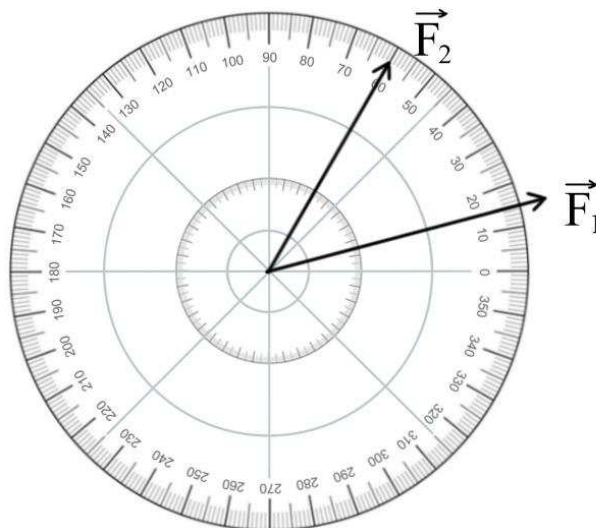
O valor medido no dinamômetro foi de: 156,0 gf. O erro percentual é de:

$$E\% = \frac{|154,1 - 156,0|}{156,0} \times 100 = 1,2\%$$

#### 4° TESTE: Duas forças diferentes, outros ângulos

Dados: Massa aferida: 4 arruelas (84 g); 5 arruelas (102 g); gancho (1,4 g).

Figura 62 – Quarto teste, vetores a 15° e 60°



Fonte: elaborada pelo autor.

Componentes das forças em x e y:

$$F_1 = 5 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 103,9 \text{ gf a } 15^\circ. \quad \begin{cases} F_{x1} = 103,9 \cdot \cos 15^\circ = 100,4 \text{ gf} \\ F_{y1} = 103,9 \cdot \sin 15^\circ = 26,9 \text{ gf} \end{cases}$$

$$F_2 = 4 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 83,4 \text{ gf a } 60^\circ. \quad \begin{cases} F_{x2} = 83,4 \cdot \cos 60^\circ = 41,7 \text{ gf} \\ F_{y2} = 83,4 \cdot \sin 60^\circ = 72,2 \text{ gf} \end{cases}$$

Resultantes das componentes x e y:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} = (100,4 \text{ gf}) + (41,7 \text{ gf}) = 142,1 \text{ gf}$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} = (26,9 \text{ gf}) + (72,2 \text{ gf}) = 99,1 \text{ gf}$$

O valor calculado da resultante das forças  $F_1$  e  $F_2$  com o teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 = (142,1 \text{ gf})^2 + (99,1 \text{ gf})^2 = 173,2 \text{ gf}$$

O ângulo da resultante:

$$\tan \theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{(99,1 \text{ gf})}{(142,1 \text{ gf})} \cong 35,0^\circ$$

Vetor força equilibrante  $\vec{F}_E$  em módulo, é o mesmo da resultante das forças: 173,2 gf.

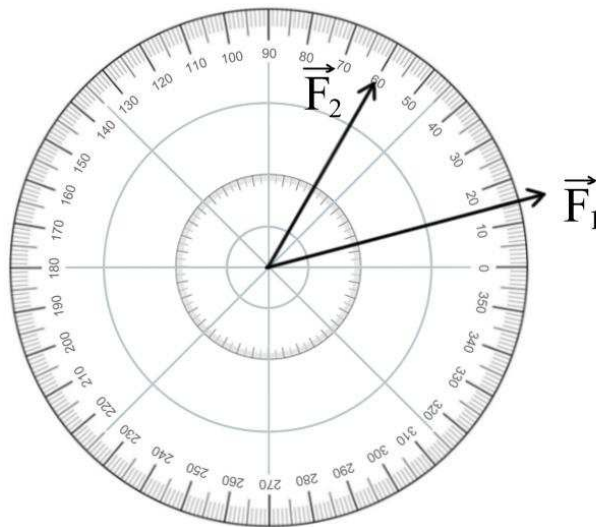
E o ângulo da equilibrante:

$$\theta_E = \theta + 180^\circ = 35^\circ + 180^\circ = 215,0^\circ.$$

### 5º TESTE: Duas forças diferentes, outros ângulos

Dados: Massa aferida: 5 arruelas (102 g); 3 arruelas (61,5 g); gancho (1,4 g).

Figura 63 – Quinto teste, vetores  $15^\circ$  e  $60^\circ$



Fonte: elaborada pelo autor.

Componentes das forças em x e y:

$$F_1 = 5 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 103,9 \text{ gf a } 15^\circ. \quad \begin{cases} F_{x1} = 103,9 \cdot \cos 15^\circ = 100,4 \text{ gf} \\ F_{y1} = 103,9 \cdot \sin 15^\circ = 26,9 \text{ gf} \end{cases}$$

$$F_2 = 3 \times (20,5 \text{ gf}) + (1,4 \text{ gf}) = 62,9 \text{ gf a } 60^\circ. \quad \begin{cases} F_{x2} = 62,9 \cdot \cos 60^\circ = 31,5 \text{ gf} \\ F_{y2} = 62,9 \cdot \sin 60^\circ = 54,5 \text{ gf} \end{cases}$$

Resultantes das componentes x e y:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} = (100,4 \text{ gf}) + (31,5 \text{ gf}) = 131,9 \text{ gf}$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} = (26,9 \text{ gf}) + (54,5 \text{ gf}) = 81,4 \text{ gf}$$

O valor calculado da resultante das forças  $F_1$  e  $F_2$  com o teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 = (131,9 \text{ gf})^2 + (81,4 \text{ gf})^2 = 155,0 \text{ gf}$$

O ângulo da resultante:

$$\tan \theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{(81,4 \text{ gf})}{(131,9 \text{ gf})} = 31,7^\circ$$

Vetor força equilibrante  $\vec{F}_E$  em módulo, é o mesmo da resultante das forças:  
155,0 gf.

E o ângulo da equilibrante:

$$\theta_E = \theta + 180^\circ = 31,7^\circ + 180^\circ = 211,7^\circ.$$

## 7 CONCLUSÃO

O presente trabalho descreveu a confecção de uma mesa de forças com várias peças impressas com tecnologia de impressão 3D. Foram apresentadas as peças necessárias, bem como o passo a passo da montagem.

Após a conclusão da mesa e dos equipamentos restantes, foram elaborados diversos testes, e mostraram-se satisfatórios, com erros percentuais inferiores a 2%. No final, é fornecida uma sugestão de roteiro de prática que pode ser utilizado ou modificado pelo professor.

A maior dificuldade encontrada foi fazer as cotas de alguns arquivos 3D para anexar neste trabalho. Essa dificuldade decorreu da falta de domínio do programa necessário para realizar essa tarefa e a complexidade de algumas peças.

Houve perdas de materiais, como filamentos, devido a pequenos ajustes de tamanhos ou erros comuns nas configurações (temperatura, velocidade de impressão, suportes etc). Como resultado, uma boa parte de peças confeccionadas ficou sem uso e foi armazenada para reciclagem.

Custos não foram apresentados devido à volatilidade de preços que variam de acordo com a região e também com o tempo, os valores atuais não iriam contribuir para quem for construir a mesa futuramente. Além disso, o propósito do trabalho é a confecção da mesa de forças e seus testes, não havendo orientações pedagógicas voltadas para o professor.

Ademais, foi um trabalho prazeroso, muito meticuloso, inúmeros filamentos foram perdidos, mas foi em prol de um trabalho bem-feito e com bastante esforço.



**BIBLIOGRAFIA**

BEZERRA, L. H.; BEZERRA, L. H.; SILVA, I. P. **Geometria Analítica**. 2. ed. Florianópolis: Núcleo de Criação de Desenvolvimento de Materiais, 2010.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física, volume 1: mecânica** (8 ed., Vol. 1). Tradução de Biasi R. S. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

## APÊNDICE A – *LINKS DE ARQUIVOS PARA DOWNLOAD*

- Mesa de Forças - Roldana com fixador:  
Disponível em: <https://www.printables.com/model/625622-mesa-de-forcas-braco-de-alavanca>. Acesso em: 26 nov. 2023.
- Mesa de Forças – Mufas:  
Disponível em: <https://www.printables.com/model/625657-mesa-de-forcas-mufas>. Acesso em: 26 nov. 2023.
- Dinamômetro:  
Disponível em: <https://www.printables.com/model/625675-dinamometro>. Acesso em: 26 nov. 2023.
- Gancho:  
Disponível em: <https://www.printables.com/model/626437-gancho>. Acesso em: 26 nov. 2023.

## APÊNDICE B– ROTEIRO DE PRÁTICA EM LABORATÓRIO

ESCOLA XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

LABORATÓRIO DE FÍSICA

PRÁTICA: MESA DE FORÇAS

### 1 OBJETIVOS

- Determinar experimentalmente a adição vetorial de forças.
- Comparar os resultados experimentais para a adição de forças com os resultados obtidos gráfica e analiticamente.

### 2 MATERIAL

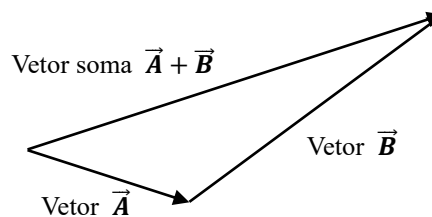
- Mesa de forças;
- dinamômetro;
- base com haste;
- roldana;
- suporte para massas aferidas;
- massas aferidas;
- transferidor;
- régua e esquadro.

### 3 FUNDAMENTOS

Vetores são grandezas físicas que têm módulo, direção e sentido, além disso, combinam-se (soma e/ou subtração) segundo regras específicas que estudaremos nesta prática. São exemplos de grandezas físicas vetoriais o deslocamento, a velocidade, a aceleração, a força, o campo elétrico etc.

Graficamente, usaremos uma flecha para representar um vetor. Dois vetores podem ser somados geometricamente, desenhando-os numa mesma escala e dispondo a origem de um na extremidade do outro; sendo o vetor soma aquele com origem coincidente com a origem do primeiro e com a extremidade coincidente com a extremidade do outro, Figura 1.

Figura 1 – A soma de dois vetores graficamente



Fonte: elaborado pelo autor.

Nesta prática, usaremos um sistema (mesa de forças), onde duas forças  $F_1$  e  $F_2$  somadas serão equilibradas por uma força EQUILIBRANTE  $F_E$ , assim temos:

$$F_1 + F_2 + F_E = 0 \quad (1)$$

$$F_1 + F_2 = -F_E \quad (2)$$

Como a soma de duas forças  $F_1$  e  $F_2$  é igual a uma força RESULTANTE,  $F_R$ , temos:

$$F_R = -F_E \quad (3)$$

Isto é, a força EQUILIBRANTE que será exercida pelo dinamômetro será igual à força resultante, mas com sentido contrário. Assim, medindo-se a EQUILIBRANTE com um dinamômetro, também estaremos determinando a RESULTANTE, bastando considerar que a RESULTANTE e a EQUILIBRANTE têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários.

Alternativamente, a EQUILIBRANTE pode ser calculada teoricamente (módulo, direção e sentido) e exercida por um conjunto de pesos (no lugar do dinamômetro) para que o equilíbrio possa ser verificado.

#### 4 PROCEDIMENTOS

Nesta prática, faremos uso de uma mesa de forças como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Mesa de forças



Fonte: elaborado pelo autor.

PROCEDIMENTO 1: Verificação da sensibilidade do equipamento (mesa de forças).

4.1 Fixe uma roldana na borda da mesa de forças e suspenda-a em um fio, que passa pela roldana, um porta peso (de 10 g) com uma massa de 20 g, como indicado na Tabela 1 (massa total 30 g). A extremidade do fio com o gancho deve estar presa ao anel que fica em torno do pino central da mesa de forças.

4.2 Calcule os pesos em Newtons e anote na Tabela 1.

4.3 Suspenda um dinamômetro em uma haste vertical, como mostra a Figura 3. Amarre um fio ao dinamômetro, passe-o pela roldana fixa na haste que segura o dinamômetro e prenda a outra extremidade do fio ao anel metálico que fica em torno do pino central da mesa de forças. Ajuste a altura da roldana para que o fio fique na horizontal sobre a mesa de forças (sem tocar a mesa de forças).

*OBS: verifique se o dinamômetro está zerado. Se o dinamômetro não estiver zerado, ele pode ser facilmente zerado afrouxando o parafuso lateral do mesmo e movimentando o conjunto interno em relação ao tubo cilíndrico externo. Cuidado! Não exceda a força máxima que o dinamômetro pode suportar (180 gf).*

Figura 3 – Haste com dinamômetro



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 1 – Força peso e equilibrante

Massa Total (g)	Peso (gf)	Peso (N)	FE (N)	Erro (%)
Porta peso + massa de 20 g				
Porta peso + massa de 50 g				
Porta peso + massa de 100 g				

Fonte: elaborado pelo autor.

4.3 Determine a força equilibrante (FE) com o dinamômetro; para isso, movimente o conjunto onde está suspenso o dinamômetro, até que o anel, sobre a mesa de forças, fique centrado em relação ao pino existente no centro do disco (Figura 4). Meça a equilibrante (leitura do dinamômetro) e anote na Tabela 1. Na Figura 5, temos o arranjo experimental para o Procedimento 1.

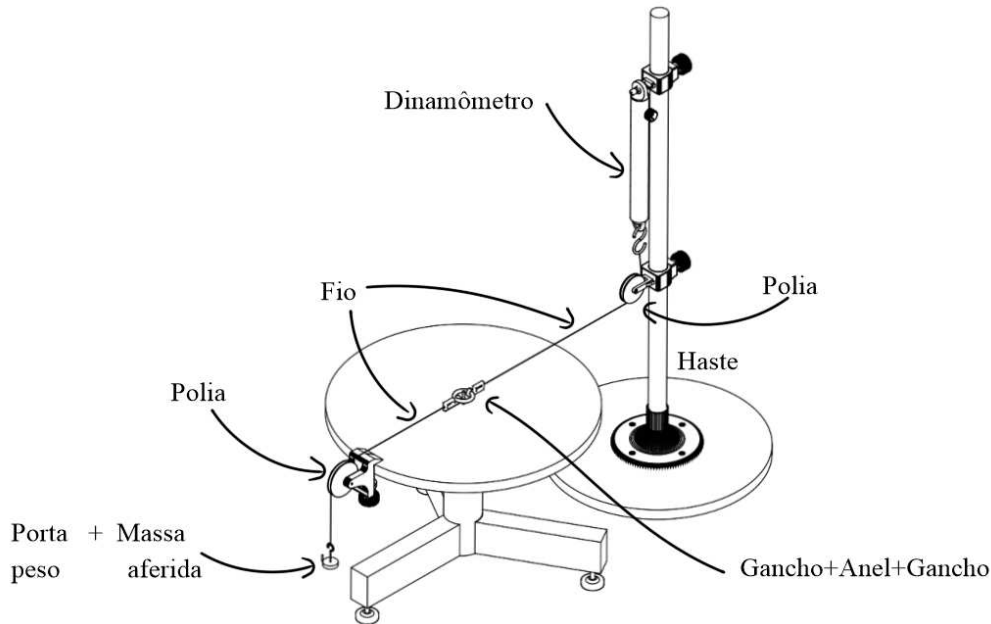
*OBS: A fim de minimizar os efeitos do atrito, eleve o anel a uma pequena altura acima da mesa e torne a soltá-lo. Também, bata levemente com o dedo no tubo cilíndrico externo do dinamômetro para aliviar as tensões.*

Figura 4 – Anel centralizado indicando equilíbrio



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 5 – Arranjo experimental para o Procedimento 1



Fonte: elaborado pelo autor.

4.4 Calcule o erro percentual da equilibrante em relação ao peso total suspenso na mesa de força e anote na Tabela 1.

OBS. O erro percentual do valor medido da equilibrante em relação ao peso pode ser calculado como segue:

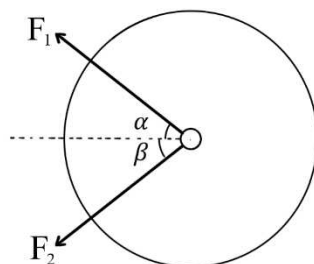
$$\text{Erro} = |FE - \text{Peso}| \times 100/\text{Peso}$$

Repita o procedimento para os outros pesos indicados na Tabela 1.

PROCEDIMENTO 2: Adição vetorial de forças.

Na Figura 6, temos uma visão superior da mesa de forças. Observe que a força  $F_1$  faz um ângulo  $\alpha$  (para cima) com o semieixo -x e a força  $F_2$  faz um ângulo  $\beta$  (para baixo) com o semieixo -x.

Figura 6 – Arranjo experimental para o Procedimento 2



Fonte: elaborado pelo autor.

4.5 Posicione as roldanas 1 e 2 de modo que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  sejam de  $30^\circ$  como indicado na Tabela 2.

4.6 Suspenda nas roldanas presas à mesa de forças duas massas,  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente, como indicado na Tabela 2 ( $m_1$  é a massa total formada pelo porta peso mais as massas aferidas necessárias; o mesmo vale para  $m_2$ ). Calcule os pesos em Newtons e anote.

4.6 Determine com o dinamômetro a força equilibrante  $F_E$  e anote na Tabela 2.

Alternativamente, caso não disponha de um dinamômetro, a EQUILIBRANTE pode ser calculada teoricamente (módulo, direção e sentido) e exercida por um conjunto de pesos colocados em uma terceira roldana posicionada de acordo com a direção determinada teoricamente, Figura 7.

Figura 7 – Mesa de forças com duas forças e mais a EQUILIBRANTE



Fonte: elaborado pelo autor.

4.7 Repita os procedimentos acima para as outras combinações indicadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados experimentais para a adição de forças

$\alpha$ (grau)	$\beta$ (grau)	$m_1$ (g)	$m_2$ (g)	$F_1$ (N)	$F_2$ (N)	$F_E$ (N)	$\theta$ (grau)
30	30	50	50				
45	45	50	50				
60	60	50	50				
30	60	50	50				
30	45	50	50				
45							

Fonte: elaborado pelo autor.



## 5 QUESTIONÁRIO

1- Dados os vetores:

$\vec{A}$  tem módulo 10 cm e faz um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo-x e

$\vec{B}$  tem módulo 15 cm e faz um ângulo de  $120^\circ$  com o eixo-x.

a) Represente  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  graficamente.

b) Determine graficamente o módulo e a orientação (ângulo com o eixo-x) dos vetores  $\vec{A} + \vec{B}$  e  $\vec{A} - \vec{B}$ .

c) Os módulos de  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{A} + \vec{B}$ , determinados anteriormente, satisfazem ao Teorema de Pitágoras? Justifique.

2- Represente graficamente as forças F1 e F2 (para  $\alpha = 30^\circ$  e  $m_1 = m_2 = 50$  g), do Procedimento 2.1 e determine a resultante (graficamente). Compare o módulo da força resultante determinado graficamente com o módulo da força equilibrante medido no Procedimento 2. Comente o resultado. Use 5,0 cm para representar F1 e F2.

3- O módulo da força resultante no Procedimento 2 pode ser calculado como segue:

$$F_R = F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta$$

Baseado nos resultados experimentais desta prática, determine o módulo da força resultante para as situações indicadas na Tabela 3. Compare os resultados com os módulos das forças equilibrantes e comente o resultado.

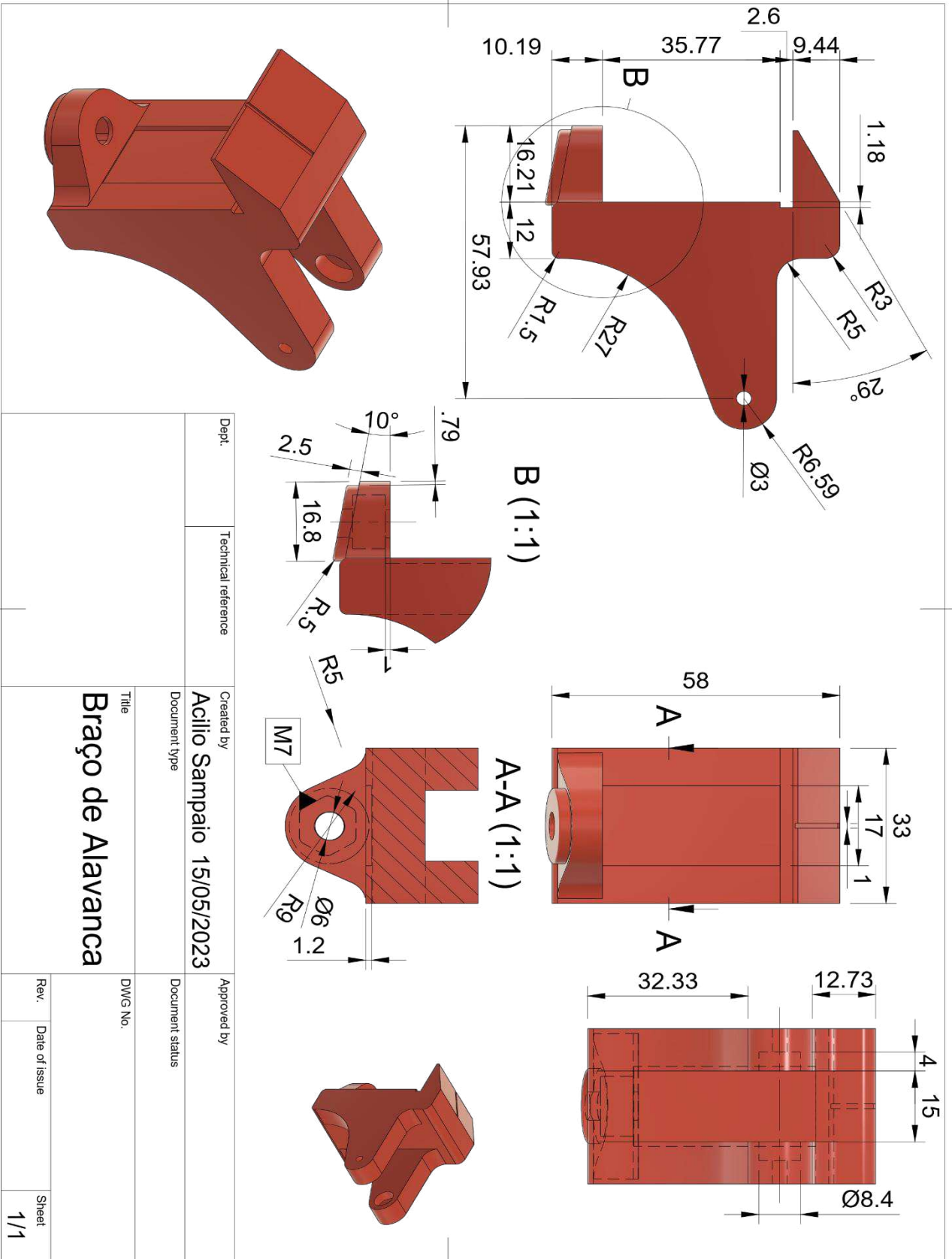
Tabela 3 – Resultados experimentais para a adição de forças

$\alpha$ (grau)	$m_1 = m_2$	$F_1 \cdot \cos \alpha$ (N)	$F_2 \cdot \cos \beta$ (N)	$F_R$ (N)
30	50			
45	50			
60	50			

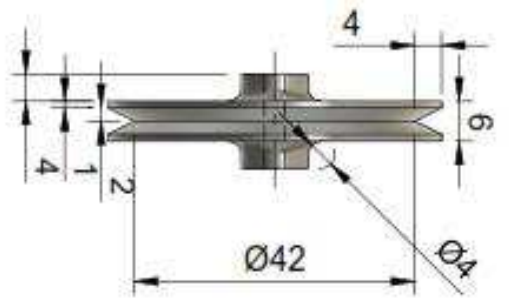
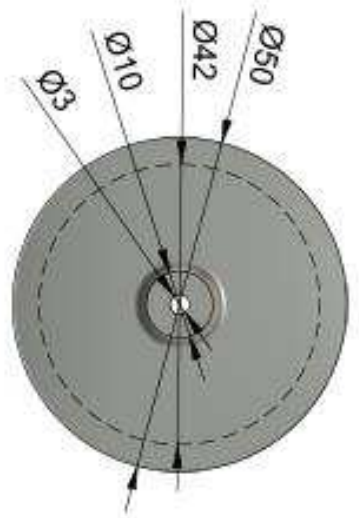
4- É possível que dois vetores com módulos diferentes possam ser combinados de modo a dar resultante nula? Justifique.

5- Uma força de 30 N é aplicada a um corpo. Uma outra força de 40 N também é aplicada a esse mesmo corpo. Qual o módulo da soma destes dois vetores? Se essa questão não tiver resposta única, indique o valor máximo e o valor mínimo dentre os valores possíveis. Justifique.

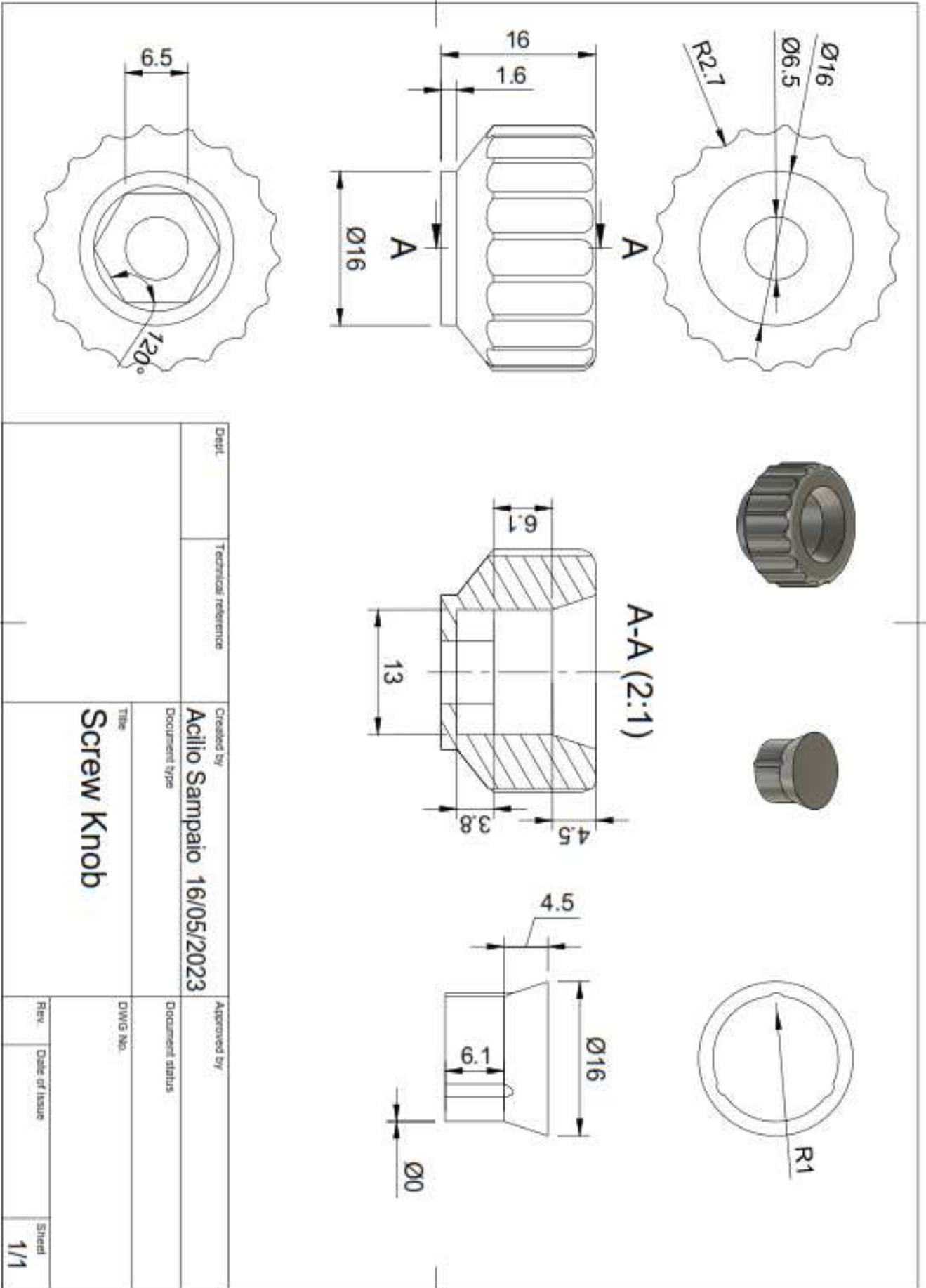
APÊNDICE C – COTAGEM

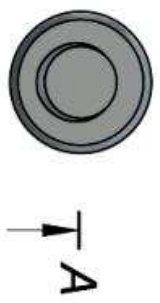
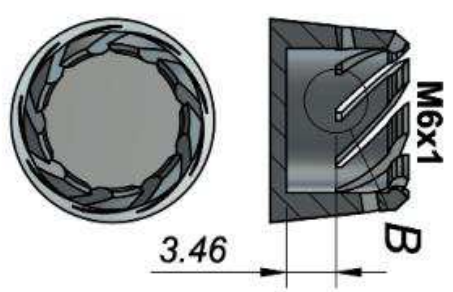
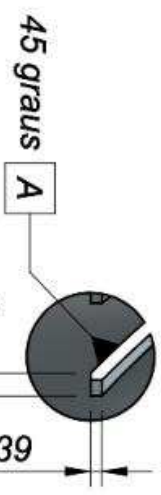
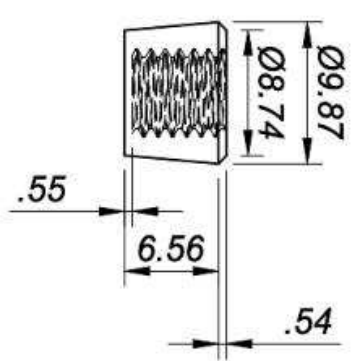
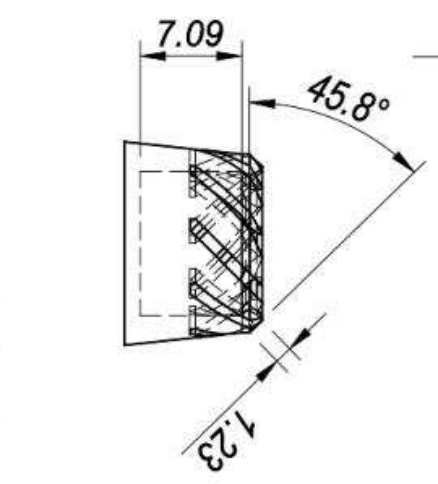
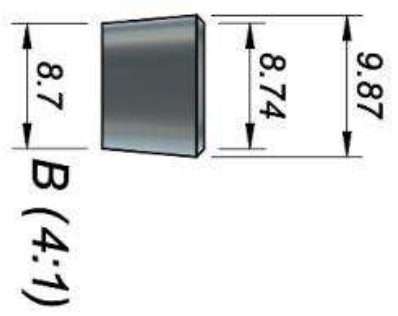
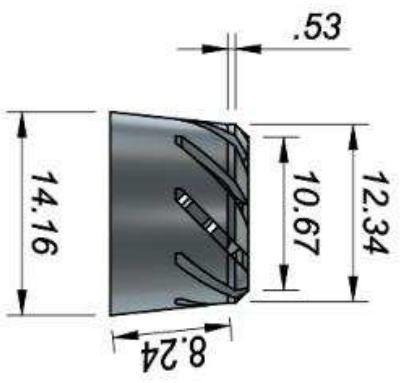


Dept.	Technical reference	Created by	Approved by
		Acilio Sampaio 15/05/2023	
	Document type	Document status	
	Title	DWG No.	
	<b>Braço de Alavanca</b>		
Rev.	Date of issue		Sheet
			1/1



Diplo		Technical reference	
Created by <b>Acilio Sampalo 15/05/2023</b>		Approved by	
Document type		Document status	
Title <b>Roldana s/ rolamento</b>		DWG No.:	
Rev.	Date of issue	Sheet	1/1





Dept.	Technical reference	Created by	Approved by
		Acilio Sampaio 30/10/2023	
	Document type	Document status	
	Title	DWG No.	
	Swivel Bolt		
Rev.	Date of issue	Sheet	
		1/1	