



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – RECURSOS
HÍDRICOS

LARA BASTOS PEREIRA DE MELO OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA NÃO-LINEAR PARA O DIMENSIONAMENTO DE
REDE ÓTIMA DE ADUTORAS: APLICAÇÃO NO PROJETO MALHA D'ÁGUA

FORTALEZA

2023

LARA BASTOS PEREIRA DE MELO OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA NÃO-LINEAR PARA O DIMENSIONAMENTO DE
REDE ÓTIMA DE ADUTORAS: APLICAÇÃO NO PROJETO MALHA D'ÁGUA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Recursos Hídricos.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis de Souza Filho

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48o Oliveira, Lara Bastos Pereira de Melo.
Otimização inteira mista não-linear para o dimensionamento de rede ótima de adutoras : aplicação no Projeto Malha d'Água / Lara Bastos Pereira de Melo Oliveira. – 2023.
69 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Recursos Hídricos, Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. Francisco de Assis de Souza Filho.

1. Segurança hídrica. 2. Malha d'Água. 3. Rede de adutoras. 4. Modelo de otimização não-linear. 5. MINLP.
I. Título.

CDD 627

LARA BASTOS PEREIRA DE MELO OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA NÃO-LINEAR PARA O DIMENSIONAMENTO DE
REDE ÓTIMA DE ADUTORAS: APLICAÇÃO NO PROJETO MALHA D'ÁGUA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Recursos Hídricos.

Aprovada em: 19/07/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco de Assis de Souza Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. John Kenedy de Araújo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Conceição de Maria Albuquerque Alves
Universidade de Brasília (UnB)

Dr. Renan Vieira Rocha
Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME)

Ao meu tio Pedro, que sempre acreditou em mim (*In memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, dedico este trabalho à Deus, meu Senhor e Criador, à quem devo todo o conhecimento e sabedoria adquiridos e desenvolvidos durante esse processo, que me deu forças durante a pandemia e em todos os momentos difíceis nesse período.

Aos meus pais, Cláudia e Railton, e à minha segunda mãe, Tânia, que sempre fizeram de tudo para me proporcionar a melhor educação que eu poderia ter. Agradeço o carinho, o cuidado, o amor, o apoio e o abraço que foram fundamentais na minha formação pessoal e profissional. Eu não teria conquistado tanto sem seu suporte e torcida.

Ao meu esposo Victor, meu companheiro de todas as horas, pelo imenso incentivo, apoio e paciência durante esse processo. Obrigada pelas noites que, mesmo chegando cansado, sentou ao meu lado para me ajudar a solucionar os erros e as dúvidas que surgiam. Obrigada por sempre acreditar em mim e por se alegrar comigo por cada pequena grande conquista. Eu não teria esse trabalho finalizado sem você. Eu te amo.

Ao meu querido orientador, Prof. Francisco de Assis de Souza Filho, que tem me acompanhado desde a graduação e sempre foi um grande incentivador, à quem admiro como pessoa e profissional. A cada reunião, a sua serenidade e alegria recarregavam minhas energias e me davam ânimo para ir além e tornar o trabalho mais completo.

Ao dr Hyperides Macedo, que sempre me apoiou, incentivou e aconselhou durante todo o processo do mestrado. Sou imensamente grata por sua orientação e apoio em meu desenvolvimento profissional e acadêmico.

Não poderia deixar de agradecer aos meus amigos de mestrado, Sofia, Luísa, João e Carlos Eduardo, que foram apoio e suporte em meio à um período difícil de pandemia. Vocês foram companheiros de estudo, parceiros de muitas risadas e tornaram esse processo muito mais leve. Agradeço também aos colegas do PÓS-DEHA, Ályson Brayner e Taís Carvalho, que generosamente dedicaram seu tempo para me ajudar no desenvolvimento do estudo.

Gostaria de expressar minha sincera gratidão aos participantes da banca examinadora. Obrigada pela disponibilidade em avaliar este trabalho, pelo tempo dedicado à sua leitura e pelas sugestões de aprimoramento oferecidas.

“O Senhor é a minha força e o meu escudo; nele o meu coração confia, nele fui socorrido; por isso, o meu coração exulta, e com o meu cântico o louvarei.” (Salmo 28:7)

RESUMO

O aumento da segurança hídrica é uma das maiores preocupações sociais e econômicas das últimas décadas. A preservação dos mananciais, garantindo a quantidade e a qualidade da água para o atendimento das demandas futuras foi uma das principais medidas consideradas para a elaboração do Projeto Malha d'Água. Esse é um projeto amplo de adensamento da malha de adutoras no estado do Ceará, sendo mais de 4.300 km de adutoras e prevendo o atendimento das demandas de 179 sedes municipais. O projeto é uma ferramenta para promover o planejamento estratégico e a gestão eficiente dos recursos hídricos. É evidente que a implementação de uma ação de infraestrutura tão extensa demandará um investimento econômico expressivo. A busca por soluções inovadoras e tecnologias eficientes para conduzir os estudos de uma rede ótima de adutoras pode contribuir para reduzir os gastos, reduzir o tempo de implementação do projeto completo e aumentar a garantia dos mananciais. Com esse objetivo, o presente trabalho buscou desenvolver uma modelagem que determine, de forma rápida e objetiva, a configuração da rede ótima de adutoras, garantindo segurança hídrica ao manancial e o investimento mais econômico. Para isso, foi utilizada a linguagem de modelagem JuMP, desenvolvida no ambiente Julia, e o algoritmo de otimização Juniper, que admite a solução de problemas inteiros mistos não-lineares. Após desenvolvido o modelo, a otimização foi realizada para três cenários, atribuindo valores de garantia diferentes nas restrições do problema. Os resultados mostraram que o modelo cumpre muito bem o objetivo de definir a configuração ótima para a rede de adutoras. A associação da segurança hídrica à otimização identificou a existência de tradeoff entre a garantia dos mananciais e o custo total de implantação da rede ótima de adutoras. O cenário 1, que prioriza a determinação da configuração mais econômica em função de menor garantia para os mananciais, apresentou uma redução de quase R\$ 142 milhões ao comparar com a configuração inicial adotada no Projeto Malha d'Água. Já o cenário 3, que prioriza a garantia de maior segurança hídrica aos mananciais, apresentou redução de R\$ 640 mil.

Palavras-chave: segurança hídrica; Malha d'Água; rede de adutoras; modelo de otimização não-linear; MINLP.

ABSTRACT

Increase water security is one of the greatest social and economic concerns of recent decades. The preservation of reservoirs, ensuring the quantity and quality of water to meet future demands was one of the main measures considered for the elaboration of the Malha d'Água Project. This is a broad project to increase the density of the pipeline system in the state of Ceará, comprising more than 4,300 km of pipelines and meeting the demands of 179 cities. The project serves as a tool to promote strategic planning and efficient management of water resources. It is evident that implementing such an extensive infrastructure project will require a significant economic investment. The search for innovative solutions and efficient technologies to conduct studies of an optimal system of pipelines can contribute to reduce expenses, shortening the implementation time of the entire project and increasing the guarantee of the water sources. With this objective, this study sought to develop a mathematical modeling that determines, quickly and objectively, the configuration of the optimal system of pipelines, guaranteeing water security to the source and the most economical investment. For this, the JuMP modeling language, developed in the Julia environment, and the Juniper optimization algorithm, which admits the solution of mixed integer nonlinear problems, were used. After developing the model, the optimization was performed for three scenarios, assigning different guarantee values to the problem's constraints. The results showed that the model successfully achieves the objective of defining the optimal configuration for the pipeline system. The association of water security with optimization identified the existence of a tradeoff between the guarantee of water sources and the total implementation cost of the optimal pipeline system. Scenario 1, which prioritizes determining of the most economical configuration due to lower the guarantee, presented a reduction of almost R\$ 142 million when compared to the initial configuration adopted in the Malha d'Água Project. Instead, cenário 3, which prioritizes guaranteeing greater water security, showed a reduction of R\$ 640 thousand.

Keywords: water security; Malha d'Água project; pipeline systems; nonlinear optimization; MINLP.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Localização dos sistemas adutores do Projeto Malha d'Água	26
Figura 2 – Comparativo da sub-bacia hidrográfica do Banabuiú com as demais sub-bacias do estado do Ceará	28
Figura 3 – Municípios e açudes presentes no território da sub-bacia do Banabuiú	29
Figura 4 – Segurança hídrica nos reservatórios para o Projeto Malha d'Água	32
Figura 5 – Representação da garantia da continuidade física	34
Figura 6 – Trecho 22 com seus municípios e seus respectivos IDs	39
Figura 7 – Trecho 23 com seus municípios e seus respectivos IDs	40
Figura 8 – Trecho 24 com seus municípios e seus respectivos IDs	40
Figura 9 – Configuração original do Projeto Malha d'Água	51
Figura 10 – Configuração da rede ótima para o Cenário 1	55
Figura 11 – Configuração da rede ótima para o Cenário 2	55
Figura 12 – Configuração da rede ótima para o Cenário 3	56

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 1	52
Gráfico 2 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 1	52
Gráfico 3 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 2	53
Gráfico 4 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 2	53
Gráfico 5 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 3	54
Gráfico 6 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 3	54
Gráfico 7 – Tradeoff entre a garantia e o custo total para implantação da rede	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Macros existentes na linguagem JuMP	22
Tabela 2 – Sistemas Adutores do Projeto Malha d'Água	24
Tabela 3 – Comprometimento da segurança hídrica para os açudes considerados no Projeto Malha d'Água	30
Tabela 4 – Sedes municipais consideradas no estudo e seus respectivos IDs	36
Tabela 5 – Matriz que define o caminhamento do Trecho 22	39
Tabela 6 – Matriz que define o caminhamento do Trecho 23	40
Tabela 7 – Matriz que define o caminhamento do Trecho 24	41
Tabela 8 – Valores de k encontrados no estudo de diâmetro econômico realizado para o projeto executivo do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central	41
Tabela 9 – Custo da tubulação em ferro fundido	43
Tabela 10 – Custo estações elevatórias abrigadas	43
Tabela 11 – Perda de carga localizada nos trechos do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central	45
Tabela 12 – Vazões regularizadas com 90%, 95% e 98% de garantia, para os reservatórios do estudo	47
Tabela 13 – Projeção da população da sub-bacia do Banabuiú para o ano de 2045	48
Tabela 14 – Demanda para cada município da sub-bacia do Banabuiú para o ano de 2045	49
Tabela 15 – Resultados apresentados para a variável DELTA (δ)	50
Tabela 16 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 1$	58
Tabela 17 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 0,6$	60
Tabela 18 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 0,5$	61

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	OBJETIVOS	19
3	REFERENCIAL TEÓRICO	20
3.1	Otimização matemática.....	20
3.2	A Linguagem Julia.....	21
3.2.1	<i>A linguagem de modelagem: JuMP</i>	<i>22</i>
3.2.2	<i>O algoritmo de otimização: Juniper</i>	<i>23</i>
3.3	Malha d'Água.....	24
4	MATERIAIS E MÉTODOS	28
4.1	Área de estudo.....	28
4.2	Segurança hídrica no Projeto Malha d'Água	30
4.3	Modelo proposto	33
4.3.1	Descrição do modelo	33
4.3.2	<i>Representação matemática do modelo proposto</i>	<i>35</i>
4.4	Especificação dos dados	36
4.4.1	Informações dos municípios	36
4.4.2	Definição da configuração dos trechos da rede de adutora	38
4.4.3	Extração do perfil longitudinal de cada sistema	41
4.5	Custos de implantação do sistema adutor	41
4.5.1	Estimativa do custo da tubulação	41
4.5.2	Estimativa do custo das estações elevatórias.....	43
4.5.3	Estimativa do custo de energia	44
4.6	Fator de segurança hídrica e cenários para a modelagem proposta.....	46
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	48
5.1	Projeção da população	48
5.2	Vazão demandada.....	49
5.3	Configuração da rede ótima para a sub-bacia hidrográfica do Banabuiú.....	49
5.4	Custos de implantação da rede ótima	56
5.4.1	Cenário 1: $\alpha = 1$	56
5.4.2	Cenário 2: $\alpha = 0,6$	59
5.4.3	Cenário 3: $\alpha = 0,5$	59

5.4.4	Análise geral	62
6	CONCLUSÕES.....	623
	REFERÊNCIAS	66

1 INTRODUÇÃO

O aumento da segurança hídrica é uma das maiores preocupações sociais e econômicas das últimas décadas. A segurança hídrica representa não apenas o atendimento às demandas urbanas ou de produção, também está diretamente associada à áreas muito distintas, como à saúde, ao clima, à disponibilidade de alimentos, à produção de energia, ao saneamento, à preservação da biodiversidade, entre muitas outras. Como apresentado por Kumar (2015), a segurança hídrica é necessária para garantir o crescimento econômico, o bem-estar da população e a estabilidade política. Grey e Sadoff (2007) definem de forma precisa o conceito de segurança hídrica:

“a disponibilidade da quantidade e qualidade de água aceitável para a saúde, os meios de subsistência, a manutenção de ecossistemas e a produção, juntamente com um nível aceitável de risco associado ao fornecimento de água para pessoas, ambientes e economias”.

O conceito de segurança hídrica descrito pela UN-Water (2013) é:

“a capacidade da população ter acesso sustentável à água em quantidade e qualidade adequadas para a manutenção da vida e do bem-estar humano, garantindo o desenvolvimento das atividades econômicas, garantindo a proteção contra doenças de veiculação hídrica e desastres associadas à água, bem como a preservação dos ecossistemas em um ambiente de paz e estabilidade política”.

O crescimento populacional e econômico e, conseqüentemente, o aumento das demandas, a grande variabilidade climática, principalmente no Nordeste do Brasil, com grandes períodos de estiagem, afetando diretamente a disponibilidade hídrica, são pontos que tem gerado grande preocupação quanto ao atendimento das demandas futuras. Diante desse cenário, a segurança hídrica e a gestão dos recursos hídricos tornam-se ainda mais essenciais.

No Brasil, a Política Nacional de Recursos Hídricos (PNRH) instituída através da Lei nº 9.433 de 1997, refletem a preocupação com a gestão adequada dos recursos hídricos. Esses passam a reconhecer a água como um bem limitado, um direito fundamental à vida e dotado de valor econômico. A chamada Lei das Águas sugere uma gestão participativa e descentralizada, bem como a implementação de instrumentos de gestão, planos de recursos hídricos, enquadramento dos corpos d'água, outorga de direitos de uso da água, cobrança pelo uso da água e sistema de informações. Essas medidas visam promover a sustentabilidade do uso da água e garantir a disponibilidade hídrica para as presentes e futuras gerações e para os diversos usos.

Alguns órgãos, à nível nacional, foram criados para desempenhar papéis fundamentais na implementação da Política Nacional de Recursos Hídricos (PNRH) e na promoção de uma gestão integrada e eficiente dos recursos hídricos. É importante destacar a

criação do Conselho Nacional de Recursos Hídricos (CNRH), em 1997, através da Lei nº 9.433, composto por representantes dos governos federal, estaduais e municipais, da sociedade civil e dos usuários de água, é um órgão colegiado, consultivo e deliberativo; e a criação da Agência Nacional de Águas (ANA), em 2000, através da Lei nº 9.984, como responsável por implementar a PNRH e coordenar o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos (SINGREH);

Apesar de ser visto na legislação um grande avanço relacionado à preocupação em promover o uso eficiente dos recursos hídricos e a melhor gestão destes, o destaque à segurança hídrica só veio em 2014, com a elaboração do Plano Nacional de Segurança Hídrica (PNSH), que só teve sua publicação em 2019 (RABELO, 2022). O PNSH estabelece diretrizes e ações para garantir a disponibilidade e a qualidade da água, buscando fortalecer a segurança hídrica no país e mitigar os efeitos negativos da falta de água para a sociedade e para o meio ambiente.

O avanço na implementação de uma gestão sustentável dos recursos hídricos e na preocupação com a segurança hídrica também aconteceu à nível estadual. No caso do Ceará, diante dos anos difíceis de seca que enfrentou de 1979 à 1983, em 1987, através da Lei nº 11.306, instituiu-se a Secretaria dos Recursos Hídricos (SRH), com o intuito de:

Art.6. Promover o aproveitamento racional e integrado dos recursos hídricos do Estado, coordenar, gerenciar e operacionalizar estudos, pesquisas, programas, projetos, obras, produtos e serviços tocantes a recursos hídricos, e promover a articulação das entidades estaduais do setor com os federais e municipais. (CEARÁ, 1987).

Além da SRH, cita-se a criação de outros órgãos importantes para a implementação da Política Estadual de Recursos Hídricos no Ceará: criação da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME) através da Lei Estadual nº 9.618, em 1972, e alterada pela Lei Estadual nº 11.380, em 1987; criação da Superintendência de Obras Hidráulicas (SOHIDRA) através da Lei Estadual nº 11.380, em 1987; criação da Secretaria Estadual de Meio Ambiente (SEMACE) através da Lei Estadual nº 11.411, em 1988, depois alterada pela Lei nº 12.274, em 1994; criação da Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos do Ceará (COGERH) através da Lei nº 11.217, em 1993.

O estado do Ceará promoveu grandes avanços na gestão dos recursos hídricos, construindo uma base organizacional (composta por legislações, instituições, planos e instrumentos de gestão) forte, que proporciona um arcabouço legal e técnico para a gestão integrada e sustentável dos recursos hídricos. Ceratti (2013) afirma que o Ceará “possui um dos mais robustos sistemas de gestão dos recursos hídricos do Brasil, considerado pioneiro e

exemplar”. Dessa forma, o estado foi capaz de atuar com sucesso para superar os graves períodos de estiagem e evitar o seu colapso hídrico.

O estado do Ceará adotou diversas medidas para mitigar os efeitos das secas. As principais ações e estratégias adotadas foram: a construção de barragens, para armazenar a água nos períodos chuvosos e direcionar seu uso durante as secas ou para o controle de cheias; a construção de adutoras e canais, sistemas de distribuição para transferir as águas de regiões com maior disponibilidade hídrica para regiões mais afetadas pelas secas; o fortalecimento da gestão dos recursos hídricos, estabelecendo órgãos e instituições para coordenar e implementar as ações relacionadas à segurança hídrica; entre outras.

Por muitos anos, a principal ação adotada para prevenção das secas no Ceará foi a construção de reservatórios. Como comentado por Ceratti (2013), até o início da década de 1990, o armazenamento era gerido de forma inadequado, sem realizar gestão eficiente e integrada entre as bacias hidrográficas. Nas últimas décadas, o estado tem implementado muitas políticas modernas, estratégias de planejamento e ferramentas de gestão visando obter a gestão eficiente do sistema de recursos hídricos e a sua integração com políticas ambientais.

O Projeto Malha d'Água não pode ser descrito como sendo apenas mais uma ação estrutural para transportar água às localidades mais distantes. É um projeto amplo, que contempla a melhoria no processo de gestão dos recursos hídricos, determinando, dentre os diversos açudes presentes no território cearense, aqueles com maior garantia hídrica e categorizando-os como uso prioritário para o abastecimento humano, além de diminuir os gastos com o uso de carros-pipa; o fornecimento de água de maior qualidade, visto que a transferência é feita das Estações de Tratamento de Água diretamente para os reservatórios de distribuição dos municípios; a eficiência nos processos de transferência hídrica, devido ao uso de adutoras, que diminui consideravelmente as perdas de água no transporte e por evaporação; o adensamento da rede de adutoras, conseguindo atender, de forma estratégica e planejada, todo o território cearense.

Este é um projeto de grande magnitude, são aproximadamente 4.300 km de adutora, considerando apenas o abastecimento das sedes municipais. É evidente que a implementação de uma ação de infraestrutura tão extensa demandará um investimento considerável em termos de recursos financeiros. Diante dessa perspectiva, é crucial realizar estudos e pesquisas que busquem diminuir os custos envolvidos nesse empreendimento. A busca por soluções inovadoras e tecnologias eficientes para conduzir os estudos de uma rede ótima de adutoras

pode contribuir para reduzir os gastos, reduzir o tempo de implementação do projeto completo e aumentar a garantia dos mananciais.

Espera-se que, com o uso de ferramentas de otimização modernas, seja possível diminuir o tempo de estudo para o desenvolvimento de projetos de tamanha magnitude, direcionando os esforços de detalhamento para as opções mais economicamente viáveis, além de apresentar soluções com maior segurança hídrica para a região.

Considerando a grande extensão e complexidade do Projeto Malha d'Água, foi escolhida uma região menor para o desenvolvimento do estudo e para a avaliação da modelagem proposta nesta dissertação: a sub-bacia hidrográfica do Rio Banabuiú. A determinação dessa região foi feita conforme planejamento coordenado pela SRH, que iniciou a contratação do projeto executivo e das obras pelo Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central (FILGUEIRAS, 2022).

Com o desenvolvimento desta dissertação, pretende-se responder os seguintes questionamentos:

- O traçado determinado na concepção original de cada sistema da sub-bacia hidrográfica do Banabuiú apresenta melhor solução econômica global?
- É possível, utilizando otimização e modelagem matemática, desenvolver um algoritmo que apresente a rede ótima de adutoras, considerando, em conjunto, o custo de implantação mais econômico e uma alternativa que apresente boa segurança hídrica para os mananciais?

2 OBJETIVOS

Essa dissertação tem como objetivo geral construir um modelo que determine a rede ótima para o abastecimento de água de uma região em estudo.

Como objetivos específicos, o estudo pretende:

- a) Desenvolver modelo de otimização;
- b) Realizar avaliação financeira e dimensionar a configuração ótima para a rede de adutoras;
- c) Analisar o impacto da segurança hídrica na definição da rede ótima;
- d) Aplicar o modelo a uma situação real.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Otimização matemática

A otimização é uma excelente ferramenta para a análise de sistemas e para o processo de tomada de decisões, sendo utilizada para maximizar ou minimizar uma função que contenha as variáveis de interesse a serem determinadas. A caracterização de um problema através de variáveis de decisão ou controle, função objetivo e restrições é chamada de modelagem.

A modelagem pode ser resumida pela determinação de três pontos principais (NOCEDAL E WRIGHT, 2006):

1. Variáveis de decisão: características ou parâmetros do sistema a serem definidas, das quais dependem o resultado da função que caracteriza o problema;
2. Função objetivo: forma matemática que descreva o comportamento do sistema a ser analisado, sendo uma combinação das suas variáveis de decisão;
3. Restrições: igualdades ou desigualdades que limitam os valores que as variáveis de decisão podem assumir.

Um modelo matemático busca captar as principais características de um problema ou sistema e representá-lo de forma matemática. Precisa ser capaz de representar os principais comportamentos do sistema, mas, muitas vezes não é possível traduzir toda sua complexidade, precisando, então, ser uma representação simplificada da realidade. Conforme definido por Goldbarg (2005): “os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada”.

Entre os modelos matemáticos, é possível citar a programação linear (contínua), programação linear inteira (discreta), programação mista, programação não linear e programação dinâmica.

Atualmente, com o desenvolvimento computacional e com a expansão das tecnologias de informação, a programação e a modelagem matemática cresceram enormemente, de maneira que existem diversas linguagens que podem ser utilizadas para o desenvolvimento de um algoritmo e para a realização da otimização.

3.2 A Linguagem Julia

A linguagem Julia foi desenvolvida com o objetivo de criar uma linguagem livre, open source, de alto nível e rápida, buscando atender as necessidades da computação científica e numérica de alto desempenho (BENZANSON *et al*, 2023). Seus desenvolvedores desejavam reunir as qualidades das outras linguagens de programação já existentes em uma única linguagem: a rapidez da linguagem C, as qualidades de programação de propósito geral do Python, as habilidades estatísticas da linguagem R, entre outras (CRABTREE, 2022; BENZANSON *et al*, 2012b). Ainda muito recente, teve seu lançamento em 14 de fevereiro de 2012, não é uma linguagem tão popular e utilizada, mas o número de usuários tem crescido de forma muito expressiva, assim como o desenvolvimento de novos pacotes em Julia. Em abril de 2023, Julia está ocupando a 25ª posição no ranking PYPL (Popularity of Programming Language).

Um dos pontos altos da linguagem Julia é sua rapidez e a sua semelhança com a escrita simples de outras linguagens já muito utilizadas, além de possuir pacotes que facilmente permitem a transição de códigos de outras linguagens para a Julia (CRABTREE, 2022; PERKEL, 2019; BRYANT, 2012). De acordo com Bezanson *et al* (2012a), Julia possui o desempenho da linguagem de tipagem estática enquanto provê o comportamento e a produtividade da linguagem de tipagem dinâmica. Esse é outro aspecto extremamente positivo para seu uso na computação numérica: a linguagem Julia possui tipagem dinâmica, isso é, determina o tipo de variável automaticamente, conforme valor atribuído pelo desenvolvedor, tornando muito mais simples a escrita do código para quem trabalha com série de dados ampla e distinta e atribuindo muita versatilidade de uso à linguagem (BENZANSON *et al*, 2017; CRABTREE, 2022).

A linguagem Julia é extremamente versátil. Dentre suas possíveis aplicações, é importante citar as que seguem:

- Estatística
- Aprendizado de máquina
- Modelagem e simulação
- Gráficos e visualização de dados
- Robótica

3.2.1 A linguagem de modelagem: JuMP

O JuMP é uma linguagem para modelagem que admite que o usuário utilize uma grande variedade de problemas para otimização. Teve sua primeira versão liberada em 2013, pouco tempo após o lançamento da linguagem Julia, e foi criado com semelhante motivação que esta: os autores buscavam ferramentas melhores que as oferecidas pelas linguagens já existentes (LUBIN *et al*, 2023; DUNNING *et al*, 2017). JuMP aparece como uma alternativa open source aos modelos comerciais existentes e, ainda, aproveita o uso dos avanços e facilidades introduzidos pela Julia.

Esse tipo de linguagem para modelagem, conhecida como Algebraic Modeling Languages (AML), permite que os usuários traduzam seus problemas em uma lógica simples, algébrica, semelhante às expressões matemáticas formuladas para descrever o problema de otimização. Conforme explicado por Jusevičius *et al* (2021), AMLs oferecem uma ligação entre o conceito matemático a ser usado em uma modelagem e as rotinas complexas que os algoritmos precisam executar para encontrar soluções ótimas.

Um grande diferencial do JuMP é a utilização da ferramenta avançada, oferecida pela linguagem Julia, chamada *syntactic macros* (LUBIN *et al*, 2023; DUNNING, HUCHETTE E LUBIN, 2017). O símbolo “@” é utilizado para rodar a macro (Tabela 1).

Tabela 1 – Macros existentes na linguagem JuMP

MACRO	FUNÇÃO
@variable	Usada para definir a variável para a qual busca a solução.
@constraint	Usada para definir os limites sob os quais a variável está imposta.
@expression	Usada para inclusão de cálculos intermediários.
@objective	Usada para definir a função objetivo que será maximizada ou minimizada.

Fonte: adaptado de Bezanson (2023).

A macro é escrita seguindo uma estrutura onde é permitido determinar a qual modelo ela pertence, a expressão pela qual é descrita e argumentos que a caracterizem. Então, o analisador da Julia irá analisar essa estrutura e será enviada para uma rotina já previamente definida pelos autores do JuMP. Segundo Dunning, Huchette e Lubin (2017), o JuMP é o primeiro AML a ter suas funções criadas em torno de *syntactic macros*, utilizando-as para definir e processar os dados em uma otimização.

Entretanto, a AML não resolve, diretamente, os problemas de otimização. É preciso incluir na sua escrita da otimização um algoritmo de otimização para obter a solução. O JuMP fornece liberdade ao usuário na escolha desse algoritmo a ser utilizado, podendo ser encontradas

algumas opções, variando conforme necessidade ou não de licença e conforme a natureza do problema utilizado (linear, não-linear, quadrático, linear inteira mista, entre outros).

3.2.2 O algoritmo de otimização: *Juniper*

Muitos problemas de otimização combinam a utilização de funções não lineares e o uso de variáveis inteiras, tornando sua solução bastante complexa (LEE, 2007). Esse tipo de problema é chamado de Mixed Integer Nonlinear Problem (MINLP), que possui sua forma padrão expressa na seguinte configuração, apresentada no trabalho de Kröger *et al* (2018):

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & f(x, y) \\ \text{Sujeito a: } & g(x, y) \leq 0 \\ & x \in \mathbb{R}^n \\ & y \in \mathbb{Z}^m \end{aligned}$$

Onde $f(x, y)$ representa a função objetivo, que pode ser maximizada ou minimizada, a depender do problema em questão. As variáveis de decisão são definidas por x , que está representando as variáveis contínuas, e por y , que está representando as variáveis inteiras. Por fim, estão expressas as restrições do problema, $g(x, y)$, que podem ser desigualdades ou igualdades.

O *Juniper* é um algoritmo de otimização gratuito, desenvolvido em linguagem Julia, que permite a modelagem de problemas MINLP usando a linguagem de modelagem JuMP. Segundo apresentado em seu trabalho original, Kröger *et al* (2018), foi criado para resolver esse tipo de problema de otimização não linear com variáveis inteiras utilizando um método chamado Nonlinear Branch-and-Bound (NLBB).

O método NLBB combina métodos para encontrar a solução de problemas MINLP: une os conceitos do método Branch-and-Bound com técnicas para tratar a não linearidade das restrições e da função objetivo.

O método Branch-and-Bound, que pode ser encontrado mais detalhadamente no trabalho escrito por Kennedy (1988), consiste em dividir o problema original em subproblemas menores e simplificados, como uma árvore de busca, onde um nó, que representa o problema original, irá se ramificar em outros nós, representando cada subproblema. Cada subproblema é resolvido de forma sistemática, até que todos sejam contemplados na análise. Conforme o algoritmo trabalha, a melhor solução vai sendo mantida e atualizada à medida que uma nova melhor solução seja encontrada. Ao final da análise, quando a solução ótima é encontrada, esta é apresentada como o resultado do problema de otimização, ou é informado que não foi encontrada solução viável.

Já as técnicas para tratar a não linearidade do problema podem variar conforme a natureza do problema em questão. O Juniper utiliza a abordagem do relaxamento convexo (KRÖGER *et al*, 2018), que envolve substituir as restrições não-lineares em restrições lineares ou aproximadamente lineares, permitindo a resolução do problema. Além desse, o Juniper também incorpora outras técnicas de programação matemática como métodos heurísticos ou relaxamento Lagrangiano.

3.3 Malha d'Água

Visando garantir o abastecimento de água para todos os núcleos urbanos cearenses, através do adensamento da rede de adutoras do estado, o Projeto Malha d'Água foi desenvolvido, partindo de iniciativa do Governo do Estado do Ceará e idealizado pela Secretaria de Recursos Hídricos. No estudo de concepção inicial, realizado em 2016, considerando um horizonte de 25 anos, foram definidos 34 sistemas adutores, quase 4.306 km de adutora, contemplando o abastecimento de 183 sedes municipais e o atendimento de, aproximadamente, 6.297.392 habitantes (LIMA, 2017). Um investimento em torno de R\$ 5,55 bilhões de reais. A Tabela 2 apresenta as informações de cada sistema adutor. A Figura 1 mostra a localização de cada adutora planejada.

Tabela 2 – Sistemas Adutores do Projeto Malha d'Água

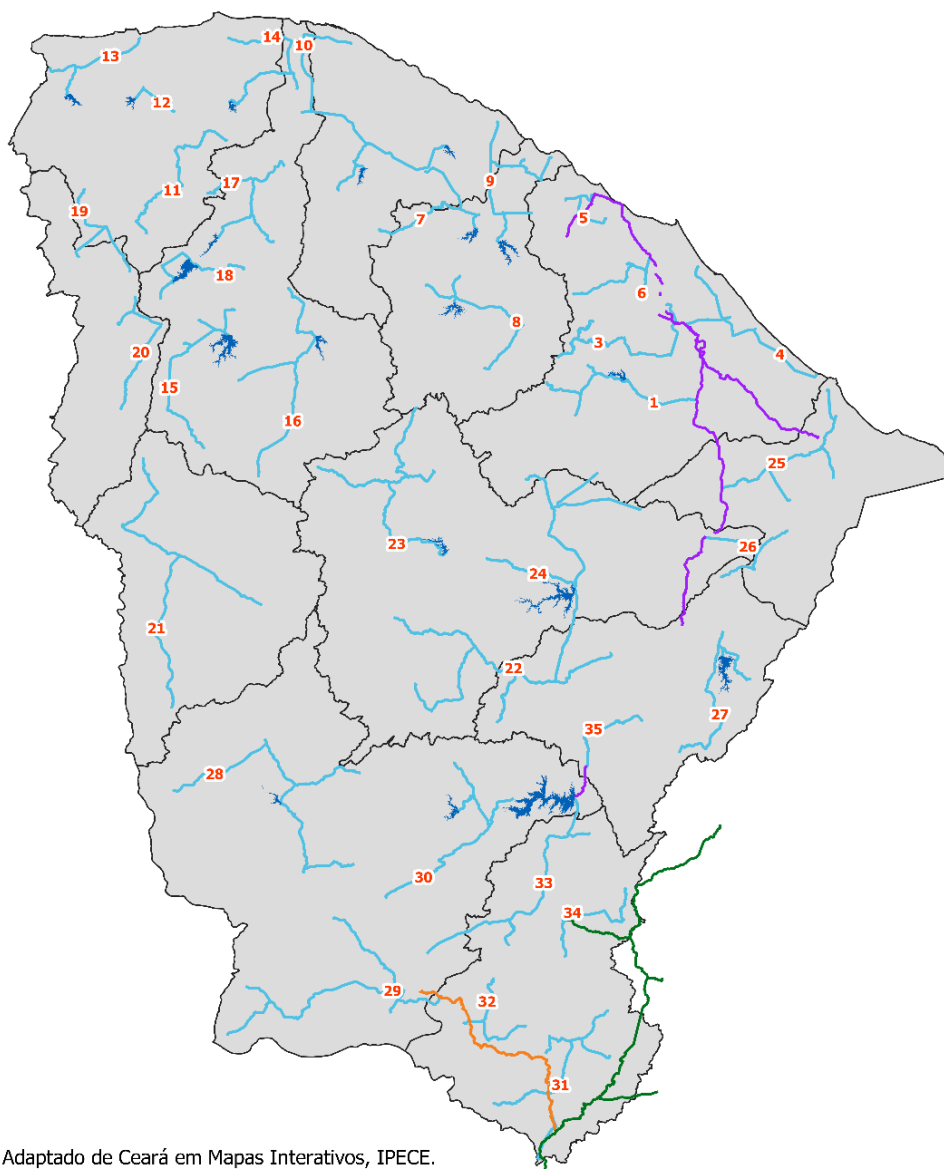
Adutora	Bacia Hidrográfica	População Urbana (2041)	Projeto (l/s)	Extensão (km)	Estimativa de Implantação (R\$ Milhões)
Aracoiaba-Macizo de Baturité	Metropolitana	100.716	251,78	63,89	75,18
Araras-Alto Acaraú	Acaraú	178.504	438,20	119,26	161,75
Arneiroz II-Sertão dos Inhamuns	Alto Jaguaribe	136.561	331,82	211,22	192,33
Baixo Jaguaribe-Litoral Leste	Baixo Jaguaribe	233.766	576,28	134,58	237,69
Banabuiú-Sertão Central	Banabuiú	213.737	528,34	291,61	352,38
Cariri Ocidental	Alto Jaguaribe	175.134	426,94	222,11	259,32
Cariri Oriental	Salgado	213.916	521,46	170,9	166,59
Caxitoré-Serra de Uruburetama	Curu	293.807	782,19	99,71	212,03
Coreaú	Coreaú	76.937	189,00	99,25	94,75
CRAJUBAR	Salgado	632.861	1916,67	70,34	136,56
Curral Velho-Vale do Jaguaribe	Baixo Jaguaribe	188.064	499,94	81,43	130,65
Edson Queiroz-Alto Acaraú	Acaraú	97.757	244,38	170,84	150,06
Eixão-Ocara/Ibaretama	Metropolitana	24.595	56,21	72,39	54,93

Adutora	Bacia Hidrográfica	População Urbana (2041)	Projeto (l/s)	Extensão (km)	Estimativa de Implantação (R\$ Milhões)
Figueiredo-Serra do Pereiro	Médio Jaguaribe	104.629	253,97	157,05	168,65
Fogareiro-Alto Banabuiú	Banabuiú	117.429	293,56	208,83	205,66
Fronteiras-Sertões de Crateús	Parnaíba	167.753	435,62	228,13	212,96
Gangorra-Granja/Martinópole	Coreaú	68.829	172,06	26,07	35,2
General Sampaio-Sertão de Canindé	Curu	156.997	387,19	102,95	151,37
Horizonte/Pacajus-Serra de Baturité	Metropolitana	332.940	882,17	157,38	212,47
Ibiapaba Norte	Ibiapaba	170.482	426,20	77,75	115,14
Ibiapaba Sul	Ibiapaba	111.998	280,00	86,18	131,58
Itaúna-Litoral Norte	Coreaú	117.498	293,75	68,59	96,01
Jaibas-Sobral	Acaraú	387.525	1048,74	116,38	183,65
Litoral-Baixo Acaraú	Litoral	170.804	427,00	189,13	263,73
Metropolitano-Litoral Leste	Metropolitana	269.625	740,82	117,4	193,09
Orós-Centro Sul	Salgado	302.724	797,46	160,94	233,47
Pecém-Litoral Oeste	Metropolitana	68.410	168,31	46,53	49,81
Pedras Brancas-Sertão Central	Banabuiú	195.372	514,84	140,05	169,22
Salgado-Centro Sul	Salgado	145.898	356,32	80,26	85,42
Serras Metropolitanas	Metropolitana	260.980	727,80	68,67	117,81
Taquara-Sertão de Sobral	Acaraú	76.254	187,19	86,56	73,37
Trussu-Alto Jaguaribe	Alto Jaguaribe	240.322	634,86	148,28	187,71
Tucunduba-Litoral Norte	Coreaú	87.452	218,63	101,86	105,48
Vale do Curu-Litoral Oeste	Curu	177.116	442,49	129,24	172,96

Fonte: COGERH, 2020b.

O projeto é uma nova estratégia de gestão dos recursos hídricos, que analisa as ofertas e as demandas do estado por inteiro e determina, de forma estratégica, um ou mais sistemas adutores para cada região, conforme suas particularidades. Esse é mais um instrumento acrescentado para ampliar a segurança hídrica do Ceará. A captação de cada sistema é feita em reservatórios estratégicos, que possuem maior garantia hídrica, aproveitando a ampla rede já existente no território cearense, bem como nos eixos de transferência hídrica já implantados ou em processo de implantação, como o CAC, Eixão das Águas e Canal do Trabalhador. Conforme comentado em publicação oficial da Secretaria de Recursos Hídricos do Estado do Ceará (CEARÁ, 2023), a utilização de reservatórios já existentes auxilia na categorização desses, tornando prioridade sua utilização para o abastecimento humano. Com isso, o projeto contribui para uma melhor gestão dos usos das águas do estado e influencia, indiretamente, a dinâmica da oferta de água.

Figura 1 – Localização dos sistemas adutores do Projeto Malha d'Água



Adaptado de Ceará em Mapas Interativos, IPECE.

Legenda

- | | |
|--|---|
|  Transposição do São Francisco |  Açudes considerados no Projeto Malha d'Água |
|  Cinturão das Águas |  Sistemas do Projeto Malha d'Água |
|  Eixão das Águas e Canal do Trabalhador |  Bacias Hidrográficas do Ceará |

- | | | |
|--|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Aracoiaba-Maçiço de Baturité | 13. Itaúna-Litoral Norte | 25. Baixo Jaguaribe-Litoral Leste |
| 2. Eixão-Ocara/Ibaretama | 14. Tucunduba-Litoral Norte | 26. Curral Velho-Vale do Jaguaribe |
| 3. Horizonte/Pacajus-Serra de Baturité | 15. Araras-Alto Acaraú | 27. Figueiredo-Serra do Pereiro |
| 4. Metropolitano-Litoral Leste | 16. Edson Queiroz-Alto Acaraú | 28. Arneiroz II-Sertão dos Inhamuns |
| 5. Pecém-Litoral Oeste | 17. Jaibaras-Sobral | 29. Cariri Ocidental |
| 6. Serras Metropolitanas | 18. Taquara-Sertão de Sobral | 30. Trussu-Alto Jaguaribe |
| 7. Caxitoré-Serra de Uruburetama | 19. Ibiapaba Norte | 31. Cariri Oriental |
| 8. General Sampaio-Sertão de Canindé | 20. Ibiapaba Sul | 32. CRAJUBAR |
| 9. Vale do Curu-Litoral Oeste | 21. Fronteiras-Sertões de Crateús | 33. Orós-Centro Sul |
| 10. Litoral-Baixo Acaraú | 22. Banabuiú-Sertão Central | 34. Salgado-Centro Sul |
| 11. Coreaú | 23. Fogareiro-Alto Banabuiú | |
| 12. Gangorra-Granja/Martinópolis | 24. Pedras Brancas-Sertão Centra | |

Fonte: elaboração própria.

O projeto contempla, também, a implantação de Estações de Tratamento de Água. Dessa forma, após a captação, a água é transportada até uma ETA e será transferida já tratada para os reservatórios dos centros urbanos. Essa medida irá diminuir consideravelmente a quantidade de estações no território estadual, facilitando sua operação e manutenção.

O sistema de abastecimento dos núcleos urbanos do estado é feito, atualmente, através de captação a fio d'água ou por meio de carros-pipa (CEARÁ, 2023). Esses são outros dois pontos para os quais o Projeto Malha d'Água irá trazer grandes benefícios. Primeiramente, para possibilitar a captação de água diretamente nos mananciais é preciso que os reservatórios liberem vazões muito maiores que as demandadas pelos distritos, visto que há muitas perdas em trânsito, além dos conflitos de uso gerados em períodos de estiagem. Através do Malha d'Água, a vazão captada sairá diretamente para entrega nos reservatórios de cada distrito e município. Quanto ao uso dos carros-pipa, a nova estratégia agregada pelo Malha d'Água é cruzar a malha de adutoras com as suas rotas, otimizando os percursos e diminuindo, conseqüentemente, de forma considerável, as rotas percorridas.

Em 2022, a Secretaria de Recursos Hídricos do Estado do Ceará iniciou a 1ª etapa do Projeto Malha d'Água (FILGUEIRAS, 2022). As obras começarão pela execução do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central, que contempla o atendimento de 9 sedes municipais e 38 sedes distritais. Sua implantação percorrerá, aproximadamente, 700 km de extensão e será responsável por transportar uma vazão em torno de 530 l/s.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia do presente trabalho foi construída com o objetivo de analisar a estimativa financeira de diferentes traçados e, de forma simples e objetiva, obter o resultado da alternativa mais econômica. Essa avaliação se torna possível através da associação, ou não, da demanda de determinado município a cada sistema em análise.

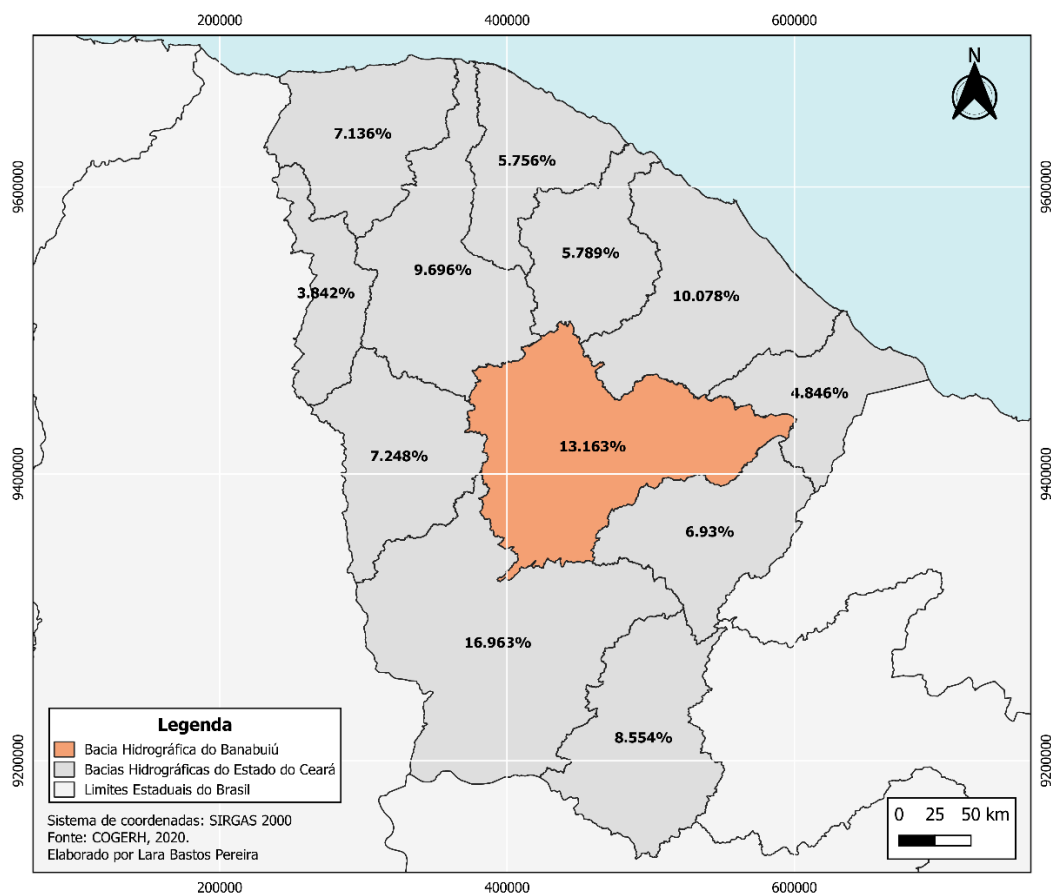
Em Materiais e Métodos são apresentados os dados e a metodologia utilizada para o cálculo do estudo econômico dos sistemas, além da linguagem escolhida para desenvolver o algoritmo e realizar a otimização.

4.1 Área de estudo

A sub-bacia hidrográfica do Banabuiú é a segunda maior do estado do Ceará, responsável por drenar uma área de 19.316 km², o que corresponde à 13,16% do território cearense.

A Figura 2 mostra a localização desta sub-bacia no Ceará e apresenta, de forma comparativa, o percentual da área correspondente a cada sub-bacia do estado.

Figura 2 – Comparativo da sub-bacia hidrográfica do Banabuiú com as demais sub-bacias do estado do Ceará



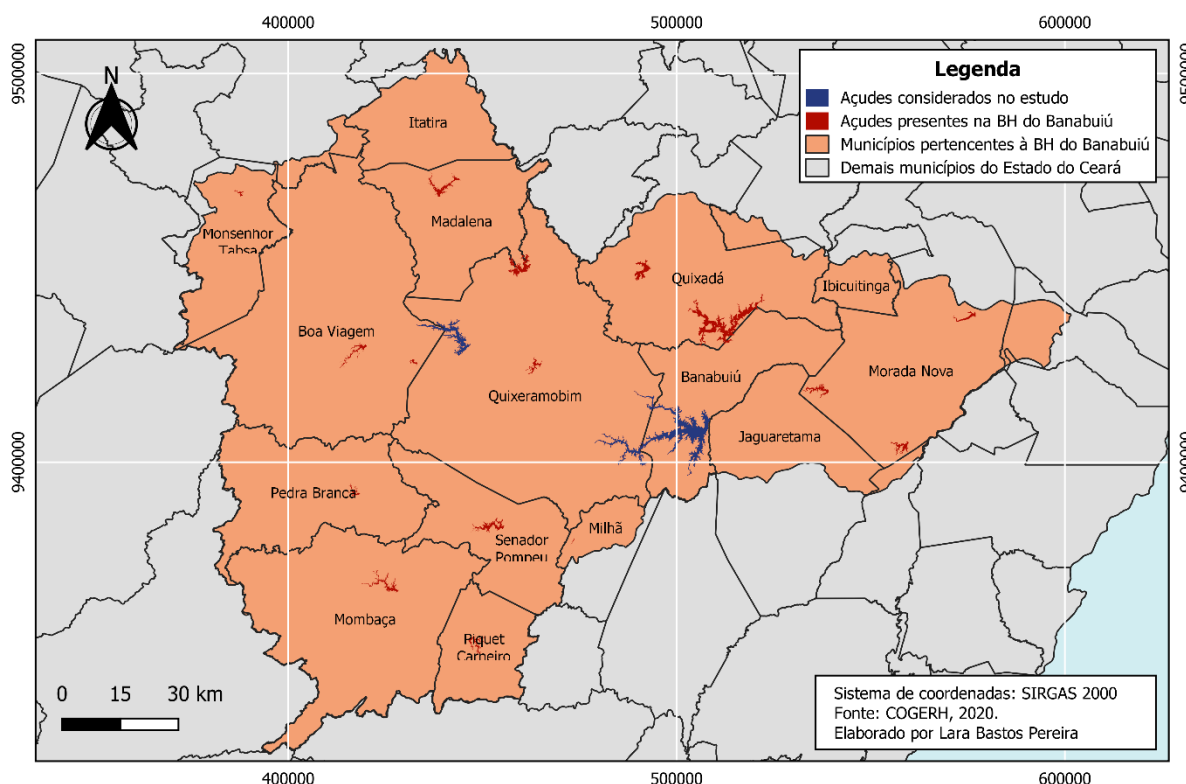
Fonte: elaboração própria.

A sub-bacia é composta por 15 municípios e possui um total de 18 açudes públicos (Figura 3), barramentos estes gerenciados pela COGERH. Dentre os açudes, os maiores e mais significativos para o estado são o açude Banabuiú, com 1,6 bilhões de m³, o açude Pedras Brancas, com 434,0 milhões de m³, o açude Cedro, com 125,7 milhões de m³, e o açude Fogareiro, com 118,8 milhões de m³. Desses, o açude Banabuiú e o açude Fogareiro são os açudes considerados nesse estudo.

Segundo COGERH (2021a), o açude Banabuiú, localizado no município de mesmo nome, foi construído em 1966 e dimensionado para atingir uma bacia hidráulica de 10.200 ha, com vazão regularizada de 12.930 L/s. Conforme CEARÁ (2021), esse açude possui vazão regularizada de 8.914 L/s, considerando uma garantia de 90%, e de 6.189 L/s, considerando uma garantia de 98%.

O açude Fogareiro já é bem mais novo, construído em 1996 (COGERH, 2021b). Está localizado no município de Quixeramobim e conta com uma bacia hidráulica de 4.900 ha, com vazão regularizada de 1.200 L/s. Para este barramento, CEARÁ (2021) determinou que a vazão regularizada, com garantia de 90%, era de 1.944 L/s e, com garantia de 98%, era de 1.026 L/s.

Figura 3 – Municípios e açudes presentes no território da sub-bacia do Banabuiú



Fonte: elaboração própria.

4.2 Segurança hídrica no Projeto Malha d'Água

O Projeto Malha d'Água foi desenvolvido com a estratégia de ampliar a segurança hídrica do estado do Ceará, garantindo quantidade e qualidade de água para o abastecimento dos municípios e distritos da região. Como premissa, o projeto considerou a captação da água de reservatórios estratégicos existentes, que oferecem maior garantia hídrica, e de eixos de transferência hídrica, como o CAC, Eixão das Águas e Canal do Trabalhador.

Em 2021, a Secretaria de Recursos Hídricos do Ceará, a partir do Programa Cientista-Chefe, realizou estudo que determinou as vazões de regularização que corresponderiam a uma garantia de 90% (Q90), 95% (Q95) e 98% (Q98) dos reservatórios monitorados pela COGERH.

A partir dos dados desse estudo foi possível analisar o comprometimento da segurança hídrica dos reservatórios ao atender as demandas dos sistemas do Projeto Malha d'Água.

Para realizar essa análise, considerou-se a vazão de projeto de cada sistema disponibilizada no Atlas dos Recursos Hídricos do Ceará. O comprometimento da segurança hídrica foi definido como sendo a razão entre a vazão de projeto e a vazão regularizada. A Tabela 3 apresenta esses dados, juntamente com as vazões regularizadas Q90, Q95 e Q98 referentes a cada reservatório.

Tabela 3 – Comprometimento da segurança hídrica para os açudes considerados no Projeto Malha d'Água

Captação	Vazão de Projeto (L/S)	Vazão Regularizada (L/S)			Comprometimento da Segurança Hídrica (L/s)		
		Q90	Q95	Q98	Q90	Q95	Q98
Aç Angicos	189,00	424	300	179	44,6%	63,0%	105,6%
Aç Aracoiaba	251,78	1.626	1.329	1.107	15,5%	18,9%	22,7%
Aç Araras	438,20	4.700	3.623	2.951	9,3%	12,1%	14,8%
Aç Arneiroz	331,82	1.440	1.055	718	23,0%	31,5%	46,2%
Aç Banabuiú	1.043,18	8.914	7.522	6.189	11,7%	13,9%	16,9%
Aç Caxitoré	782,19	1.629	1.361	1.128	48,0%	57,5%	69,3%
Aç Edson Queiroz	244,38	2.201	1.759	1.425	11,1%	13,9%	17,1%
Aç Figueiredo	253,97	2.538	2.260	2.079	10,0%	11,2%	12,2%
Aç Fogareiro	293,56	1.944	1.442	1.026	15,1%	20,4%	28,6%
Aç Gameleira e Aç Missi	427,00	1.030	789	597	41,5%	54,1%	71,5%
Aç Gangorra	172,06	194	138	102	88,7%	124,7%	168,7%
Aç General Sampaio	387,19	2.433	2.024	1.647	15,9%	19,1%	23,5%

Captação	Vazão de Projeto (L/S)	Vazão Regularizada (L/S)			Comprometimento da Segurança Hídrica (L/s)		
		Q90	Q95	Q98	Q90	Q95	Q98
Aç Itaúna	293,75	1.293	993	763	22,7%	29,6%	38,5%
Aç Jaburu I	426,20	1.442	1.169	990	29,6%	36,5%	43,1%
Aç Jaibaras (Ayres de Sousa)	1.048,74	1.362	1.027	732	77,0%	102,1%	143,3%
Aç Orós	797,46	11.016	8.850	6.963	7,2%	9,0%	11,5%
Aç Pentecoste	442,49	3.925	3.149	2.507	11,3%	14,1%	17,7%
Aç Taquara	187,19	1.120	827	597	16,7%	22,6%	31,4%
Aç Trussu	634,86	1.928	1.508	1.209	32,9%	42,1%	52,5%
Aç Tucunduba	218,63	605	458	354	36,1%	47,7%	61,8%

Fonte: elaboração própria a partir de dados de CEARÁ (2021) e COGERH (2020b).

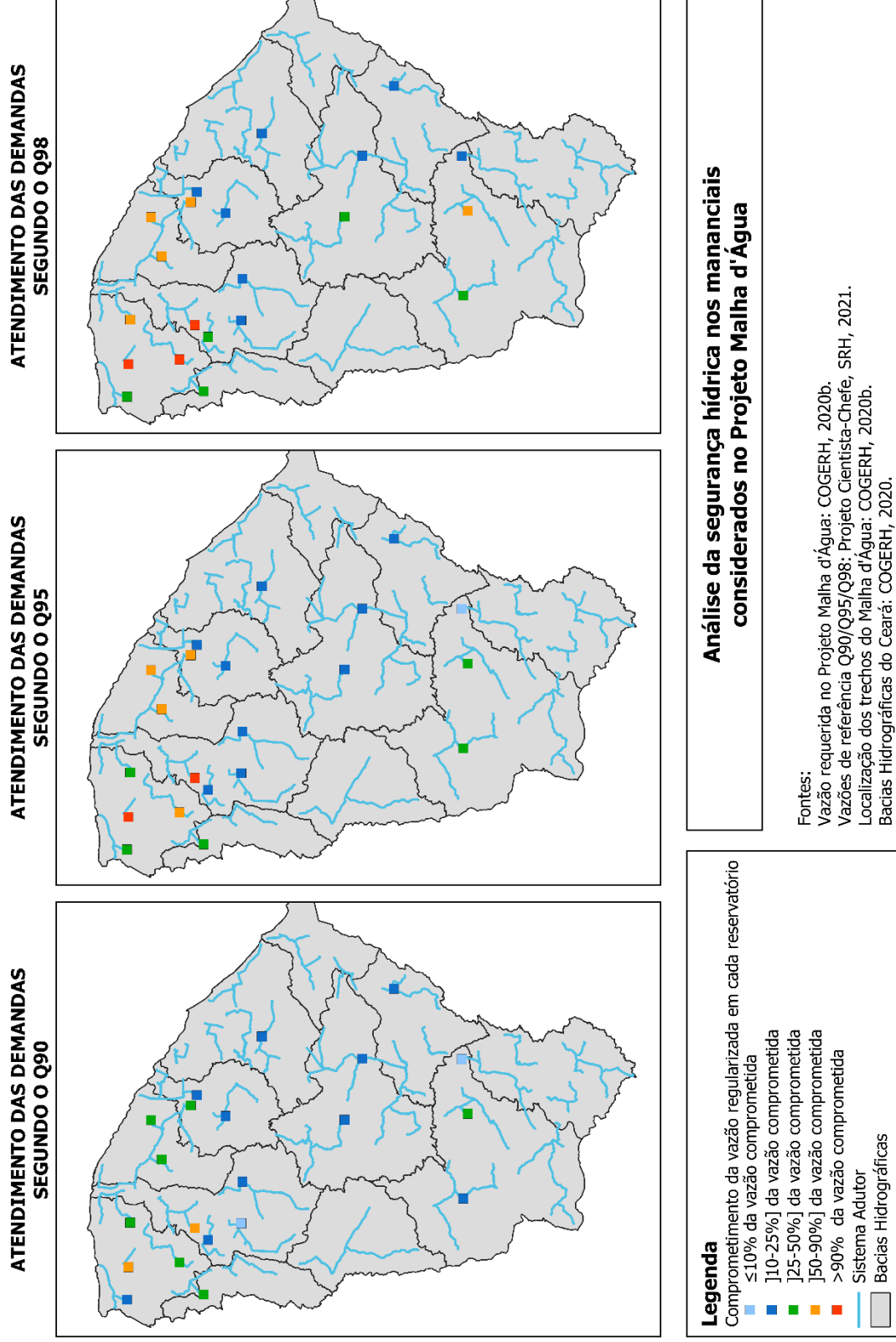
Considerando a vazão regularizada para 90% de garantia, observa-se que a maioria dos reservatórios apresentam resultado satisfatório, atingindo abaixo de 50% do comprometimento dessa vazão. Entretanto, destaca-se os reservatórios Ayres de Sousa e Gangorra, nos quais as vazões que seriam captadas deles através dos sistemas do Malha d'Água comprometeria acima de 75% da sua vazão disponível. Esses mesmos dois reservatórios passam a ter a demanda maior que a oferta quando consideradas as vazões regularizadas de Q95 e Q98.

Analisando a Q95, além dos dois reservatórios citados anteriormente, os açudes Angicos, Caxitoré e o conjunto Gameleira e Missi (juntos são responsáveis pelo atendimento das demandas do Sistema Adutor Litoral-Baixo Acaraú) ultrapassam o comprometimento de 50% da vazão regularizada e precisariam ficar em alerta.

Por fim, ao considerar a Q98, dois outros reservatórios entram em estado de alerta, com comprometimento acima de 50% da sua vazão com o atendimento das demandas do Malha d'Água: açude Trussu e açude Tucunduba. Além desses, os açudes Caxitoré e Gameleira/Missi atingem estado crítico com aproximadamente 70% da sua vazão comprometida. Os açudes Angicos, Ayres de Sousa e Gangorra, com essa vazão de referência, passam a ter as demandas maiores que a vazão disponível.

Analisando a Figura 4, percebe-se que as bacias que ficaram com sua segurança hídrica mais comprometida estão localizadas mais a noroeste do estado: BH Coreau e BH Litoral.

Figura 4 – Segurança hídrica nos reservatórios para o Projeto Malha d'Água



Fonte: elaboração própria.

4.3 Modelo proposto

O problema de definição de uma rede ótima de adutoras é um problema de otimização inteira mista não-linear (MINLP), expresso genericamente, em termos matemáticos, por (BORCHERS, 2008):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar: } f(x, y) \\ &\text{Sujeito a: } h(x, y) = 0 \\ &\quad g(x, y) \leq 0 \\ &\quad x \in \mathbb{R}^n \\ &\quad y \in \mathbb{Z}^m \end{aligned}$$

Esse problema consiste na determinação de um conjunto de variáveis, onde x é um vetor de n variáveis contínuas e y é um vector de m variáveis inteiras, que minimizam uma determinada função objetivo $f(x, y)$ e respeitam as restrições lineares ou não-lineares impostas por $g(x, y)$ e $h(x, y)$.

O algoritmo de otimização utilizado para encontrar a solução para o problema foi o Juniper, que é um algoritmo NLBB (Nonlinear Branch-and-Bound) (KRÖGER *et al*, 2018).

4.3.1 Descrição do modelo

A construção do modelo matemático que represente o problema em análise é composta pela definição da variável de decisão, das restrições que devem ser satisfeitas no processo de otimização e da função objetivo, que será minimizada.

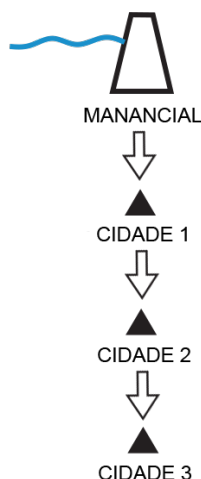
O estudo desenvolvido nesse trabalho analisa três trechos e 18 sedes municipais. Desses municípios, três possuem a possibilidade de pertencer a mais de um trecho. O objetivo da otimização é determinar qual configuração é mais economicamente viável. Assim, a variável de decisão do problema, chamada de DELTA (δ), define, para cada município, se ele irá pertencer ou não ao trecho em análise. A variável é binária, de forma que apresentará valor igual a 1 se pertencer ao trecho e valor 0 se não pertencer.

A função objetivo adotada e descrita busca minimizar a função custo, que soma o custo da tubulação, das estações elevatórias e do gasto energético até 2045 (horizonte de 22 anos).

Por fim, as condições a serem satisfeitas buscam retratar o processo lógico de um sistema de abastecimento de água:

a. Restrição da garantia da continuidade física: busca assegurar que, em um sistema de, por exemplo, três cidades interligadas, caso a cidade 3 obtenha um δ igual a 1, as duas cidades anteriores a esta também terão um δ igual a 1 (Figura 5);

Figura 5 – Representação da garantia da continuidade física



Fonte: elaboração própria.

b. Restrição da garantia da continuidade hidráulica do sistema: para garantir a eficiência e o bom funcionamento do sistema e obedecendo ao princípio da conservação da massa, essa condição deve garantir que a vazão que passa por determinado ponto da adutora seja suficiente para atender as demandas que se encontram a jusante dele. Nesse estudo, a matriz de caminhos de transferência é a responsável por aplicar essa restrição;

c. Restrição do equilíbrio oferta-demanda: tem como objetivo garantir que a oferta de água seja compatível com a demanda de abastecimento em cada trecho, evitando situações em que a demanda exceda a oferta disponível. Nesse ponto, ainda é possível especificar até qual porcentagem da vazão regularizada o órgão está disposto a comprometer com o atendimento das demandas do sistema adutor;

d. Restrição de vinculação única de cidades: cada cidade é exclusivamente associada a um único trecho, evitando qualquer sobreposição ou duplicação das cidades entre os diferentes trechos considerados no modelo matemático.

Para esse estudo, algumas considerações foram adotadas conforme contratação do projeto executivo do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central ou adotadas pelo Planejamento do Sistema Adutor dos Sertões de Quixadá – Quixeramobim realizado pela COGERH em 2022. Estas considerações estão informadas e sinalizadas a medida que são solicitadas durante a apresentação da metodologia. Dentre essas, é importante enfatizar que, nesse estudo, foram consideradas apenas as adutoras que interligam as sedes municipais e, desta forma, apenas a adoção de tubos em ferro fundido, com rugosidade adotada no valor de 0,125 mm.

4.3.2 Representação matemática do modelo proposto

A variável de decisão do modelo, chamada δ_i (DELTA), representando o pertencimento ($\delta_i = 1$) ou não ($\delta_i = 0$) de cada município i à rede de adutoras, será:

$$\delta_i \in \{0,1\}$$

A função objetivo é a minimização do somatório dos custos de implantação da rede de adutoras:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{S_k} (CT_{k,j} + CE_{k,j} + CEE_{k,j}) \quad (1)$$

Onde $CT_{k,j}$ é o custo da tubulação para o subtrecho j do trecho k , $CE_{k,j}$ é o custo de energia para o subtrecho j do trecho k e $CEE_{k,j}$ é o custo da estação elevatória para o subtrecho j do trecho k . T representa a quantidade total de trechos e S_k a quantidade total de subtrechos j em cada trecho k . A variável de decisão está implícita no cálculo dos custos ao definir a vazão que passará por cada subtrecho. O detalhamento do cálculo de cada um desses custos será apresentado a seguir.

As restrições consideradas são as que seguem:

a. Restrição da garantia da continuidade física: essa restrição é garantida por meio de um dado de entrada, no formato de matriz, definido a partir da análise prévia de cada trecho em questão. O item 4.4.2 apresenta o método de definição dessas matrizes.

b. Restrição da garantia da continuidade hidráulica do sistema:

$$Q_j = \sum_{i=1}^M \delta_{i,j} \cdot Q_{i,j} \quad \text{para } j = 1, \dots, S \quad (2)$$

Onde $Q_{i,j}$ é a demanda de cada cidade i em cada subtrecho j , $\delta_{i,j}$ é o delta para cada cidade i em cada subtrecho j . M representa a quantidade total de municípios i .

c. Restrição do equilíbrio oferta-demanda:

$$Q_{demanda,r} \leq \alpha \cdot Q_{98,r} \quad (3)$$

Onde $Q_{demanda,r}$ é a vazão a ser transferida de cada reservatório r , α é a porcentagem da vazão de referência que poderá ser comprometida com o atendimento das demandas e $Q_{98,r}$ é a vazão de referência para cada reservatório r .

d. Restrição de vinculação única de cidades:

$$\begin{aligned} \delta_2 + \delta_{21} &= 1 \\ \delta_7 + \delta_{19} &= 1 \\ \delta_{14} + \delta_{20} &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Onde δ_2 e δ_{21} representam o município de Banabuiú para os trechos 22 e 24, respectivamente; δ_7 e δ_{19} representam o município de Pedra Branca para os trechos 22 e 23, respectivamente; e δ_{14} e δ_{20} representam o município de Quixeramobim para os trechos 24 e 23, respectivamente.

4.4 Especificação dos dados

A análise econômica para cada cenário necessita de muitos dados distintos para serem usados como entrada no código. Inicialmente, foi necessária a coleta dos dados populacionais para realizar o cálculo da vazão demandada para o abastecimento de água das sedes municipais, assim como a obtenção das informações de oferta e capacidade dos mananciais que contribuirão com a transferência da água para a região determinada. Outro dado a ser coletado, após a determinação do traçado de cada adutora, é o comprimento de cada uma dessas.

4.4.1 Informações dos municípios

Foram considerados 18 sedes municipais para a realização deste estudo, sendo essas: Banabuiú, Boa Viagem, Choró, Deputado Irapuan Pinheiro, Ibaretama, Ibicuitinga, Itatira, Jaguaratama, Madalena, Milhã, Mombaça, Monsenhor Tabosa, Pedra Branca, Piquet Carneiro, Quixadá, Quixeramobim, Senador Pompeu e Solonópole. Para cada município foi atribuído um código de identificação (ID), conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Sedes municipais consideradas no estudo e seus respectivos IDs

ID	MUNICÍPIO
1	Solonópole
2	Banabuiú – Trecho 22
3	Milhã
4	Jaguaratama
5	Senador Pompeu
6	Deputado Irapuan Pinheiro
7	Pedra Branca – Trecho 22
8	Piquet Carneiro
9	Mombaça
10	Boa Viagem
11	Monsenhor Tabosa
12	Madalena
13	Itatira
14	Quixeramobim – Trecho 24
15	Quixadá
16	Ibaretama
17	Choró
18	Ibicuitinga
19	Pedra Branca – Trecho 23
20	Quixeramobim – Trecho 23

ID	MUNICÍPIO
21	Banabuiú – Trecho 24

Fonte: elaboração própria.

4.4.1.1 *Projeção da população*

O estudo para realizar a projeção populacional é bastante complexo, devido a quantidade de variáveis que precisam ser consideradas e que influenciam diretamente a taxa de crescimento da população.

Neste estudo, para cada sede municipal, foi coletada a série histórica dos dados de população urbana fornecidos pelo IBGE através do Censo Demográfico. É importante pontuar que foi realizada uma análise para determinar se todos os dados disponíveis dos municípios mais novos, sem registros populacionais anteriores a 1991, poderiam ser considerados para a projeção.

A projeção para cada cidade foi feita por duas metodologias, logística e geométrica, para o mesmo horizonte considerado no estudo preliminar do Projeto Malha d'água, isso é, para o ano de 2045.

A projeção logística é feita através das equações descritas abaixo e considerando duas condições necessárias (Equações 5, 6 e 7).

$$\text{Taxa de crescimento:} \quad \frac{dP}{dt} = K_l \cdot P \cdot \left(\frac{P_S - P}{P_S} \right) \quad (5)$$

$$\text{Equação da projeção:} \quad P_t = \frac{P_S}{1 + c \cdot e^{K_l(t-t_0)}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Condições:} \quad & P_0 < P_1 < P_2 \\ & P_0 \cdot P_2 < P_1^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Onde, K_l e c são coeficientes e P_S é a população de saturação (habitantes). Estes podem ser calculados por: $P_S = \frac{2P_0P_1P_2 - P_1^2(P_0 + P_2)}{P_0P_2 - P_1^2}$, $c = \frac{(P_S - P_0)}{P_0}$ e $K_l = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \left[\frac{P_0(P_S - P_1)}{P_1(P_S - P_0)} \right]$.

Já a projeção geométrica, considera as seguintes equações:

$$\text{Taxa de crescimento:} \quad \frac{dP}{dt} = K_g \cdot P \quad (8)$$

$$\text{Equação da projeção:} \quad P_t = P_0 \cdot (1 + i)^{(t-t_0)} \quad (9)$$

Onde, K_g e i são os coeficientes do método e podem ser encontrados conforme as equações:

$$i = e^{K_g} - 1 \text{ e } K_g = \frac{\ln P_2 - \ln P_0}{t_2 - t_0}.$$

Conforme indicação de Heller e Pádua (2016), os coeficientes dos dois métodos foram calculados por análise de regressão não linear, sendo possível, então, considerar mais de três dados de população e utilizar dados não equidistantes.

Para a escolha final da projeção populacional a ser adotada, foi calculado o erro anual resultante de cada método e foi adotado o método que apresentou o menor resíduo possível.

4.4.1.2 Vazão demandada

Para o cálculo da demanda de cada município, Heller e Pádua (2016) indica a utilização da equação de vazão média (Equação 10).

$$\bar{Q} = \frac{P \cdot C}{86.400} \quad (10)$$

Onde, \bar{Q} é a vazão média em L/s, P é a população no horizonte considerado (habitantes) e C é o consumo per capita adotado (L/hab.dia).

Para a determinação da vazão a ser transportada da ETA até o reservatório do município (Q_i), também considera-se o coeficiente do dia de maior consumo (k_1) e a quantidade de horas de bombeamento (t).

$$Q_i = \frac{\bar{Q} \cdot k_1 \cdot 24}{t} \quad (11)$$

Este estudo utilizou os mesmos parâmetros considerados no Planejamento do Sistema Adutor dos Sertões de Quixadá – Quixeramobim realizado pela COGERH em 2022. A aplicação da equação foi feita adotando o coeficiente de variação máxima diária (k_1) igual a 1,2, tempo de bombeamento diário (t) de 20 horas e consumo per capita (C) conforme análise da população projetada para o ano de 2020, já considerando as perdas no sistema de distribuição:

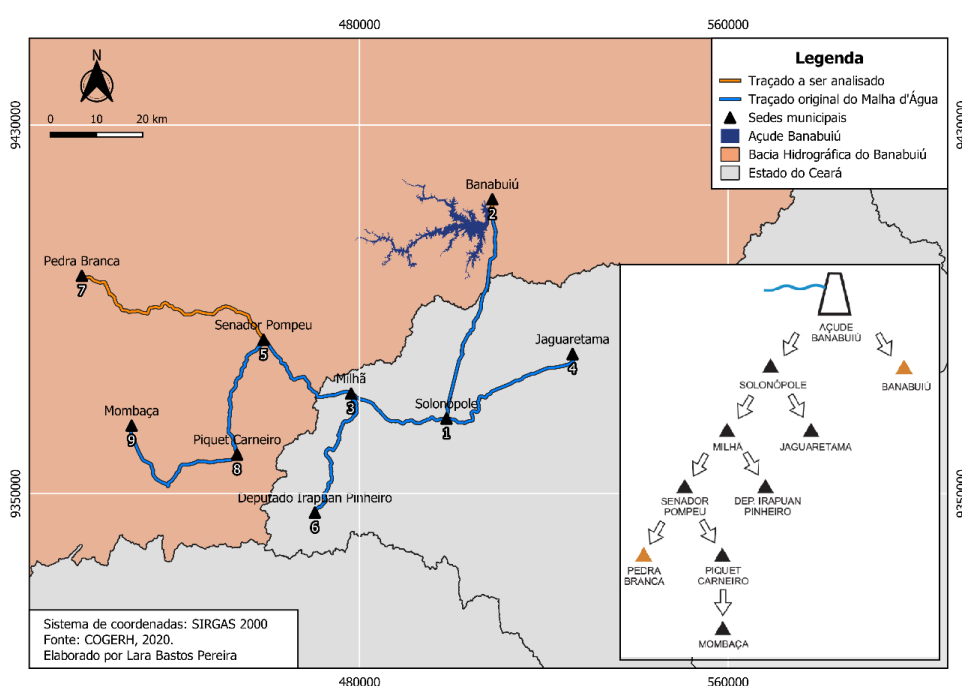
- População urbana < 1.000 habitantes: $C = 100$ l/hab/dia;
- População urbana entre 1.000 e 5.000 habitantes: $C = 120$ l/hab/dia;
- População urbana > 5.000: $C = 150$ l/hab/dia.

4.4.2 Definição da configuração dos trechos da rede de adutora

A configuração de funcionamento, informando ao código de otimização o sentido de caminhamento da transferência de água, foi definida a partir da elaboração de uma matriz M

x N para cada sistema. Essa matriz foi definida a partir da representação esquemática de cada um, conforme pode ser visualizado nas Figuras 6 a 8, e utilizando os códigos de identificação (ID) atribuídos à cada município. Cada coluna da matriz representa um segmento entre o manancial ou município e outro município, contabilizando toda a vazão de água necessária para abastecer tanto o município final do segmento quanto os municípios a jusante desse. As matrizes criadas estão apresentadas nas Tabelas 5 a 7. No algoritmo, o ID de cada município é substituído por pelo valor da multiplicação do DELTA do município com a demanda do município ($\delta_i \cdot Q_i$).

Figura 6 – Trecho 22 com seus municípios e seus respectivos IDs



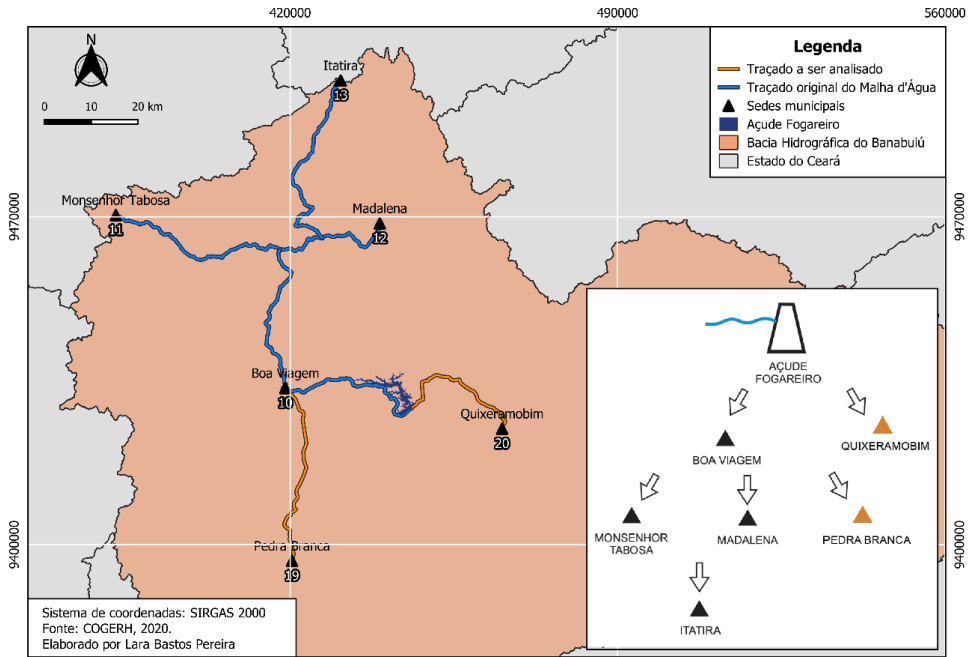
Fonte: elaboração própria.

Tabela 5 – Matriz que define o caminhamento do Trecho 22

SUBTRECHOS									
a	b	c	d	e	f	g	h	i	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3	0	5	0	7	0	0	9	0	
4	0	6	0	8	0	0	0	0	
5	0	7	0	9	0	0	0	0	
6	0	8	0	0	0	0	0	0	
7	0	9	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	

Fonte: elaboração própria.

Figura 7 – Trecho 23 com seus municípios e seus respectivos IDs



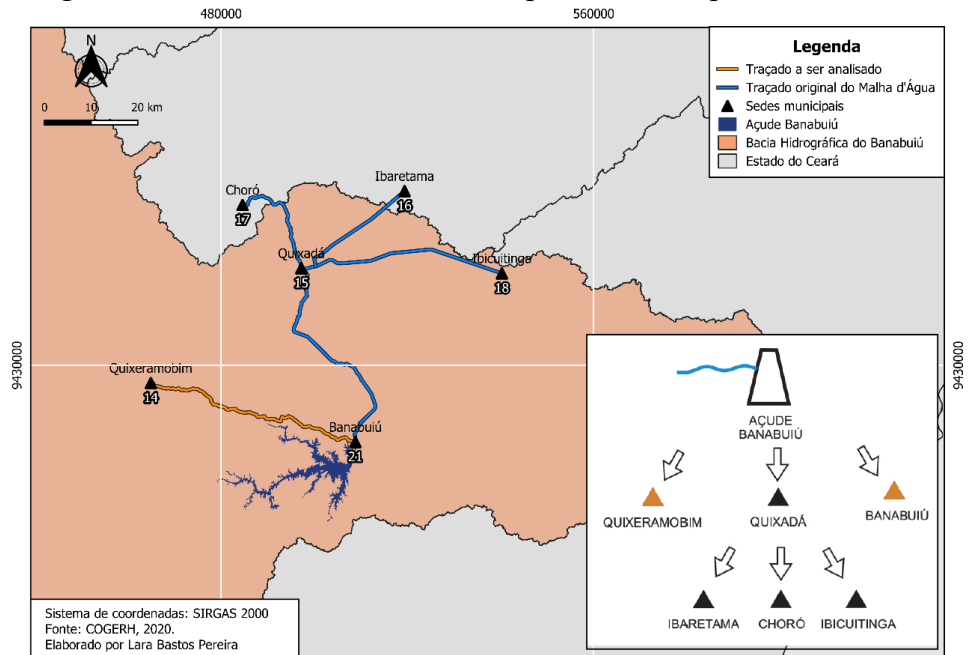
Fonte: elaboração própria.

Tabela 6 – Matriz que define o caminamento do Trecho 23

SUBTRECHO						
j	k	l	m	n	o	
10	11	12	13	19	20	
11	0	13	0	0	0	
12	0	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	
19	0	0	0	0	0	

Fonte: elaboração própria.

Figura 8 – Trecho 24 com seus municípios e seus respectivos IDs



Fonte: elaboração própria.

Tabela 7 – Matriz que define o caminhamento do Trecho 24

		SUBTRECHO			
p	q	r	s	t	u
14	15	16	17	18	21
0	16	0	0	0	0
0	17	0	0	0	0
0	18	0	0	0	0

Fonte: elaboração própria.

4.4.3 Extração do perfil longitudinal de cada sistema

Para a obtenção dos perfis longitudinais e, conseqüentemente, para a coleta das cotas máximas e mínimas de cada segmento de adutora foram utilizados os dados SRTM processados pela equipe do Topodata, que disponibiliza os arquivos do Modelo Digital de Elevação (MDE) em escala 1:250.000.

Em código já existente e fornecido pelo Eng. Ályson Brayner Sousa Estácio, o shape do traçado de cada adutora é processado, juntamente com as folhas do MDE, de onde são extraídas as cotas para os pontos já existentes, definidos no desenho do traçado, e, também, de forma interpolada, para um ponto a cada 100 m de adutora.

4.5 Custos de implantação do sistema adutor

4.5.1 Estimativa do custo da tubulação

Para o cálculo do custo da tubulação do sistema adutor, calcula-se, primeiramente, o diâmetro de cada segmento j utilizando a equação de Bresse (Equação 12).

$$D_j = k \sqrt{Q_j} \quad (12)$$

Onde k é o coeficiente e Q_j é a vazão a ser transportada na adutora de água tratada até o reservatório do município (m^3/s). O valor de Q_j equivale ao somatório das vazões dos municípios localizados a jusante do segmento j. O valor de k pode variar entre 0,8 e 1,4. Para esse estudo, adotou-se o valor de 0,96, que corresponde à média dos valores de coeficiente resultados do estudo de diâmetro econômico já realizado para o projeto em execução da Adutora Banabuiú-Sertão Central, conforme está apresentado na Tabela 8.

Tabela 8 – Valores de k encontrados no estudo de diâmetro econômico realizado para o projeto executivo do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central

Trecho	Diâmetro Adotado (mm)	Vazão (l/s)	k
ETA à Banabuiú	200	43,49	0,96

Trecho	Diâmetro Adotado (mm)	Vazão (l/s)	k
ETA à EEAT 3	600	486,14	0,86
EEAT 3 à EEAT 4	600	438,43	0,91
EEAT 4 à Solonópole	200	32,77	1,10
EEAT 3 à Jaguaratama	200	46,18	0,93
EEAT 4 à EEAT 5	500	402,62	0,79
EEAT 5 à EEAT 6	500	391,15	0,80
EEAT 6 à Milhã	150	16,56	1,17
EEAT 6 à EEAT 48A	150	22,16	1,01
EEAT 48A à EEAT 48B	150	19,89	1,06
EEAT 48B à Deputado Irapuan Pinheiro	100	11,11	0,95
		Média	0,96

Fonte: IBI Engenharia, 2023.

Ressalta-se que, devido às limitações na linguagem de modelagem utilizada, o JuMP, não foi possível adotar valores econômicos para o diâmetro adotado. Em toda a otimização foi utilizado o diâmetro aproximado que resulta diretamente do cálculo da equação de Bresse (Equação 12), anteriormente descrita.

Por fim, o custo da linha adutora foi definido a partir da composição por diâmetro considerada no estudo Planejamento do Sistema Adutor dos Sertões de Quixadá – Quixeramobim realizado pela COGERH em 2022. Conforme descrito no relatório, a composição foi elaborada considerando os principais serviços necessários nessa etapa do empreendimento: “valores do fornecimento de tubos, conexões, válvulas e registros, bem como execução dos serviços de locação, escavação, assentamento de tubos, reaterro, envelopamento, caixas de ventosa, descarga e registro, dentre outros que fazem parte da construção de adutora”. Na composição foi utilizada como fonte os valores da Tabela de Custos da Secretaria de Infraestrutura – SEINFRA/CE sem desoneração (027), de 30 de março de 2021, e ATA’s de Registro de Preço para fornecimento de tubos.

Uma das premissas adotadas no Projeto Malha d’Água foi a utilização de tubos em ferro fundido para os trechos que interligam sedes municipais e de tubos PVC PBA ou DEFoFo para os ramais distritais. Como nesse estudo estão sendo analisadas apenas os trechos que transportam a água para as sedes municipais, foram considerados apenas os valores de tubulação em ferro fundido. A Tabela 9 apresenta os valores da composição utilizados.

Tabela 9 – Custo da tubulação em ferro fundido

Descrição	Unid	Custo (R\$)		
		Serviço	Fornecimento	Total
CUSTOS TUBO FoFo K7 100mm	km	108.376,10	267.141,52	375.517,62
CUSTOS TUBO FoFo K7 150mm	km	140.703,54	436.820,78	577.524,32
CUSTOS TUBO FoFo K7 200mm	km	158.768,35	566.772,94	725.541,29
CUSTOS TUBO FoFo K7 250mm	km	179.827,18	710.041,57	889.868,75
CUSTOS TUBO FoFo K7 300mm	km	206.161,48	856.413,76	1.062.575,24
CUSTOS TUBO FoFo K7 350mm	km	234.220,78	995.018,20	1.229.238,98
CUSTOS TUBO FoFo K7 400mm	km	260.267,75	1.142.735,61	1.403.003,36
CUSTOS TUBO FoFo K7 450mm	km	292.401,08	1.350.409,95	1.642.811,03
CUSTOS TUBO FoFo K7 500mm	km	328.705,42	1.548.279,05	1.876.984,47
CUSTOS TUBO FoFo K7 600mm	km	375.705,43	2.035.104,05	2.410.809,48
CUSTOS TUBO FoFo K7 700mm	km	404.120,23	2.685.723,76	3.089.843,99

Fonte: CEARÁ, 2022.

Dessa forma, o custo da linha adutora foi calculado em função do diâmetro através da parametrização dos custos da tubulação (Equação 13).

$$CT_j = \sum (2.870,314 * D_j^{1,0465}) \cdot c_j \quad (13)$$

Onde D_j é o diâmetro (mm) do subtrecho j e c_j é o comprimento do subtrecho (km).

4.5.2 Estimativa do custo das estações elevatórias

O cálculo dos custos das estações elevatórias também considerou uma equação paramétrica. A base utilizada foi de projetos de estações elevatórias de água realizados para a Companhia de Água e Esgotos do Ceará (CAGECE), de adutoras emergenciais implantadas no estado do Ceará e do Sistema Adutor Transparaíba – Ramal Curimataú localizada no estado da Paraíba. Os valores foram obtidos do Planejamento do Sistema Adutor dos Sertões de Quixadá – Quixeramobim realizado pela COGERH em 2022 e neles estão considerados os serviços e fornecimento necessários para as estações: incluem obras civis, reservatórios, equipamentos hidromecânicos, conjunto motor-bomba, equipamentos elétricos, automação, urbanização, instalações prediais, instalações elétricas de baixa e média tensão, entre outros.

Para esse estudo, foi considerado apenas o cálculo de custo das estações elevatórias abrigadas. A Tabela 10 apresenta os dados das elevatórias consideradas.

Tabela 10 – Custo estações elevatórias abrigadas

Data	Sistema	Custo Total Atualizado (R\$)	H (mca)	P (cv)
2010	ADT QUIXADÁ	3.782.844,56	118,83	400
2011	ADT ANTONINA DO NORTE	626.502,59	79,00	30
2013	ADT ALTO SANTO	1.230.552,76	74,23	40
2013	ADT IPAUMIRIM	1.024.788,87	89,00	30
2014	AMR TAUÁ	1.194.788,64	55,00	100

Data	Sistema	Custo Total Atualizado (R\$)	H (mca)	P (cv)
2015	ADT SILAT	1.822.024,10	64,00	125
2017	SAA JUAZEIRO	571.991,98	55,00	40
2017	SAA JUAZEIRO	609.511,74	22,94	25
2021	TRANSPARAÍBA	11.277.195,51	175,27	1400
2021	TRANSPARAÍBA	9.760.302,40	134,88	1000
2021	TRANSPARAÍBA	6.258.723,12	110,72	400
2021	TRANSPARAÍBA	3.501.807,31	122,26	120

Fonte: CEARÁ, 2022.

A definição da equação parametrizada (Equação 14) foi feita considerando os valores da potência de cada estação (cv) e o seu custo final. Foi utilizada a linha de tendência potencial, que obteve coeficiente de correlação de 96%.

$$CEE_j = 61.649,32 \cdot Pot_j^{0,728} \quad (14)$$

4.5.3 Estimativa do custo de energia

O custo da energia de bombeamento é determinado a partir da potência requerida pela estação elevatória (kW), do número de horas de bombeamento e do custo unitário da energia (R\$/kWh), conforme apresentado na Equação 15, respectivamente.

$$CE_j = Pot_j \cdot N_b \cdot p \quad (15)$$

A potência requerida (kW) por cada estação elevatória de água tratada é calculada em função da vazão (m³/s), da altura manométrica de bombeamento (mca) e pelo rendimento do conjunto elevatório (η) (Equação 16).

$$Pot_j = \frac{9,81 \cdot Q_j \cdot H_{mj}}{\eta} \quad (16)$$

O termo η , presente no denominador da equação acima, foi definido como 70%, conforme adotado na contratação do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central.

Para o cálculo da altura manométrica considera-se o desnível geométrico do trecho considerado, as perdas de carga linear e as perdas de carga localizadas do sistema. O desnível geométrico foi calculado a partir das cotas obtidas e descritas no item 4.4.3 Extração do perfil longitudinal de cada sistema. As perdas de carga linear foram obtidas através da equação universal da perda de carga (Equação 17).

$$\Delta h_j = \frac{f V^2}{D_j 2g} L_j \quad (17)$$

Na equação acima, o termo f representa o fator de atrito, que foi encontrado a partir da fórmula explícita desenvolvida por Swamee-Jain (1976) (Equação 18), a partir da equação implícita de Colebrook e White (1939).

$$\frac{1}{\sqrt{f_j}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k}{3,7D_j} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \quad (18)$$

Já as perdas de carga localizadas foram definidas a partir da média dos valores encontrados no projeto executivo da Adutora Banabuiú-Sertão Central, que está em elaboração, conforme está apresentado na Tabela 11.

Tabela 11 – Perda de carga localizada nos trechos do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central

Trecho	Perda de Carga Localizada		
	Elevatória	Adutora	Total
ETA à Banabuiú	3,81	1,64	5,46
ETA à EEAT 3	2,06	6,77	8,83
EEAT 3 à EEAT 4	1,67	5,65	7,32
EEAT 3 à Jaguaretama	2,48	5,52	8,00
EEAT 4 à EEAT 5	3,33	11,73	15,06
EEAT 5 à EEAT 6	3,14	5,09	8,23
EEAT 6 à EEAT 48 ^a	10,54	3,21	13,75
EEAT 48 ^a à EEAT 48B	8,51	4,73	13,24
EEAT 48B até Dep. Irapuan Pinheiro	1,51	1,54	3,05
EEAT 26 à Baixio	0,47	1,53	2,00
EEAT 48 ^a à Monte Grave	0,53	0,19	0,72
EEAT 5 à EEAT 23 ^a	3,33	2,22	5,55
EEAT 23 ^a à Assunção	0,27	0,75	1,02
EEAT 3 à Cangati	0,10	0,06	0,17
EEAT 4 à Pasta	0,58	0,34	0,92
EEAT 23 ^a à EEAT 23B	2,90	0,83	3,73
EEAT 23B à São José de Solonópole	1,41	0,55	1,96
EEAT 6 à Ipueiras	0,44	1,28	1,72
EEAT 4 à Solonópole	6,82	0,31	7,13
EEAT 6 à Milhã	9,04	0,39	9,43
Média	3,15	2,72	5,86

Fonte: IBI Engenharia, 2023.

Retornando para a Equação 15, o último termo desta se refere ao custo da energia. No Brasil, a operação desse tipo de obra está enquadrada na categoria de Serviço Público, sendo classificado como Grupo A (média e alta tensão de alimentação). Segundo Heller e Pádua (2016) descreve, a composição do custo possui dois tipos de tarifa: tarifa de consumo e demanda de potência. Essas tarifas foram obtidas a partir da Resolução Homologatória nº 3.185, de 14 de Abril de 2023, da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que informa que a tarifa de energia elétrica é de R\$ 0,37/kWh e que a demanda de potência é de R\$ 21,58/kW.

O bombeamento deve evitar o horário de ponta, geralmente entre 18h às 21h ou entre 17h30 à 20h30, período no qual as tarifas de energia são mais caras. Dessa forma, seguiu-se o indicado na contratação do projeto executivo do Sistema Adutor Banabuiú-Sertão Central e adotou-se o valor de 20h para o tempo de bombeamento.

Após o cálculo do custo de energia anual, efetuou-se a conversão deste para obter o seu valor presente, multiplicando-o pelo fator de atualização (Fa), ou Fator de Valor Presente (Equação 19).

$$Fa = \left[\frac{(1 + e)^n - (1 + i)^n}{(1 + e) - (1 + i)} \right] \times \left[\frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (19)$$

Conforme apresentado por Gomes (2009), alguns órgãos financiadores de projetos de saneamento permitem desconsiderar a taxa de inflação da energia (e). Dessa forma, o fator de atualização do custo energético foi calculado pela Equação 20. Adotou-se o horizonte de projeto de 22 anos (até 2045) e a taxa de juros anual de 8%.

$$Fa = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \quad (20)$$

4.6 Fator de segurança hídrica e cenários para a modelagem proposta

A determinação do fator de segurança hídrica irá depender das estratégias de gestão dos órgãos públicos debatidas juntamente com a sociedade. Conforme o volume acumulado no reservatório em estudo pode ser discutida a garantia a ser adotada para o atendimento das demandas. Para esse estudo, foi considerada a vazão de referência Q98 (vazão com permanência em 98% do tempo) para os dois reservatórios (Banabuiú e Fogareiro).

Na elaboração do algoritmo, foi criado um fator de segurança hídrica chamado de *alpha* (α). A escolha do valor para *alpha* representa a porcentagem da Q98 que o órgão está disposto a comprometer apenas com o atendimento das demandas dos sistemas do Projeto Malha d'Água.

Para analisar a sensibilidade da definição da rede ótima através do aumento da garantia, a otimização foi realizada para três cenários diferentes:

1. $\alpha = 1$: nesse cenário, a garantia de oferta-demanda limita apenas que as demandas não ultrapassem o valor da oferta (vazão de referência determinada como Q98);
2. $\alpha = 0,6$: nesse cenário, as restrições foram configuradas para que as demandas de cada sistema não ultrapassem 60% da Q98 de cada reservatório;

3. $\alpha = 0,5$: por fim, o modelo foi otimizado para que o somatório das demandas das sedes municipais não seja maior que 50% da Q98 de cada reservatório.

Os valores de vazão de referência utilizados foram obtidos através do estudo realizado pelo Programa Cientista-Chefe, Relatório de Cálculo das Afluências aos Reservatórios Estratégicos do Ceará: Definição das Vazões Oficiais, em 2021, que calculou as vazões regularizadas de cada reservatório monitorado no estado do Ceará. Os valores dessas vazões para os açudes responsáveis pela captação da água a ser transferida através dos três trechos em estudo estão apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Vazões regularizadas com 90%, 95% e 98% de garantia, para os reservatórios do estudo

Captação	Q90 (L/s)	Q95 (L/s)	Q98 (L/s)
Aç Fogareiro	1.944	1.442	1.026
Aç Banabuiú	8.914	7.522	6.189

Fonte: CEARÁ, 2021.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base no algoritmo elaborado para realizar a otimização de uma rede ótima, foram obtidos os resultados de configuração de cada trecho e dos seus respectivos custos para as adutoras da sub-bacia hidrográfica do Banabuiú. Nesta seção, primeiramente serão apresentados os dados gerados previamente, que foram utilizados como dados de entrada no algoritmo. Em seguida, serão apresentados os resultados encontrados, discutindo a configuração ótima da rede de adutora e analisando os impactos financeiros das decisões tomadas no projeto, incluindo a comparação com os dados e custos de investimentos relativos à configuração inicial do Projeto Malha d'Água.

5.1 Projeção da população

A população de cada sede municipal foi projetada para o ano de 2045. O estudo, então, considerará o atendimento de 569.291 habitantes da sub-bacia hidrográfica do rio Banabuiú. A Tabela 13 apresenta a quantidade de habitantes para 2045 e o método utilizado para a projeção de cada município.

Tabela 13 – Projeção da população da sub-bacia do Banabuiú para o ano de 2045

Município	Projeção - 2045 (habitantes)	Método usado
Banabuiú	8.920	Projeção Logística
Boa Viagem	40.098	Projeção Logística
Chor	10.340	Projeção Geométrica
Deputado Irapuan Pinheiro	20.357	Projeção Logística
Ibaretama	14.676	Projeção Logística
Ibicuitinga	18.887	Projeção Logística
Itatira	20.283	Projeção Logística
Jaguaretama	9.535	Projeção Logística
Madalena	45.870	Projeção Geométrica
Milhã	12.506	Projeção Logística
Mombaça	22.775	Projeção Logística
Monsenhor Tabosa	14.366	Projeção Logística
Pedra Branca	85.877	Projeção Logística
Piquet Carneiro	16.328	Projeção Logística
Quixadá	78.391	Projeção Logística
Quixeramobim	117.740	Projeção Logística
Senador Pompeu	17.183	Projeção Logística
Solonópole	15.159	Projeção Logística

Fonte: elaboração própria.

5.2 Vazão demandada

Com a obtenção das projeções populacionais, foram calculadas as demandas e as vazões de projeto (L/s) para o abastecimento de água para cada município. Considerando os três sistemas adutores, será transferida uma vazão total de 1.423,2 L/s. A Tabela 14 apresenta esses resultados para cada município estudado.

Tabela 14 – Demanda para cada município da sub-bacia do Banabuiú para o ano de 2045

Município	Demanda (2045)		Demanda bruta (L/s)
	m ³ /dia	L/s	
Banabuiú	1.338,0	15,5	22,3
Boa Viagem	6.014,7	69,6	100,2
Choró	1.551,0	18,0	25,8
Deputado Irapuan Pinheiro	3.053,5	35,3	50,9
Ibaretama	2.201,4	25,5	36,7
Ibicuitinga	2.833,0	32,8	47,2
Itatira	3.042,5	35,2	50,7
Jaguaretama	1.430,3	16,6	23,8
Madalena	6.880,5	79,6	114,7
Milhã	1.875,9	21,7	31,3
Mombaça	3.416,3	39,5	56,9
Monsenhor Tabosa	2.154,9	24,9	35,9
Pedra Branca	12.881,6	149,1	214,7
Piquet Carneiro	2.449,2	28,3	40,8
Quixadá	11.758,6	136,1	196,0
Quixeramobim	17.660,9	204,4	294,3
Senador Pompeu	2.577,5	29,8	43,0
Solonópole	2.273,8	26,3	37,9

Fonte: elaboração própria.

5.3 Configuração da rede ótima para a sub-bacia hidrográfica do Banabuiú

O algoritmo, após executado, demorou menos de 40 segundos para encontrar a solução do problema de otimização. Um tempo incrivelmente curto para processar tantos cálculos e determinar a solução ótima, constatando a promessa de rapidez da Linguagem Julia.

De forma geral, em uma rápida análise dos resultados, é possível perceber que, para algumas variáveis, foram atribuídos valores não binários. Isso acontece devido aos métodos de Branch-and-bound e relaxamento que são utilizados para processar as equações não lineares existentes no algoritmo. Esses métodos numéricos permitem valores fracionários para as variáveis binárias, resultando em valores que não são exatamente 1 ou 0, mas bem próximos a eles.

Como apresentado na metodologia, para avaliar a sensibilidade na definição da rede ótima ao considerar a segurança hídrica, a otimização foi realizada conforme três cenários distintos:

1. $\alpha = 1$: a restrição da garantia de oferta-demanda limitou que as demandas não ultrapassassem o valor da oferta (vazão de referência determinada como Q98);
2. $\alpha = 0,6$: a restrição determinou que as demandas de cada sistema não ultrapassassem 60% da Q98 de cada reservatório;
3. $\alpha = 0,5$: por fim, a otimização respeitou que o somatório das demandas das sedes municipais não fosse maior que 50% da Q98 de cada reservatório.

Os resultados obtidos para a variável de decisão DELTA (δ), para cada um dos três cenários, estão apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Resultados apresentados para a variável DELTA (δ)

ID	Trecho	Sedes Municipais	DELTA (δ)		
			Cenário 1 ($\alpha = 1$)	Cenário 2 ($\alpha = 0,6$)	Cenário 3 ($\alpha = 0,5$)
1	22	Solonópole	1	1	1
2	22	Banabuiú-22	8,33E-17	0	0
3	22	Milhã	1	1	1
4	22	Jaguaretama	1	1	1
5	22	Senador Pompeu	1	1	1
6	22	Dep Irapuan	1	1	1
7	22	Pedra Branca-22	3,23E-07	1	1
8	22	Piquet Carneiro	1	1	1
9	22	Mombaça	1	1	1
10	23	Boa Viagem	1	1	1
11	23	Monsenhor Tabosa	1	1	1
12	23	Madalena	1	1	1
13	23	Itatira	1	1	1
14	24	Quixeramobim-24	2,41E-07	0	1
15	24	Quixadá	1	1	1
16	24	Ibaretama	1	1	1
17	24	Choró	1	1	1
18	24	Ibicuitinga	1	1	1
19	23	Pedra Branca-23	0,99999968	2,15E-07	8,15E-17
20	23	Quixeramobim-23	0,99999976	1	0
21	24	Banabuiú-24	1	1	1

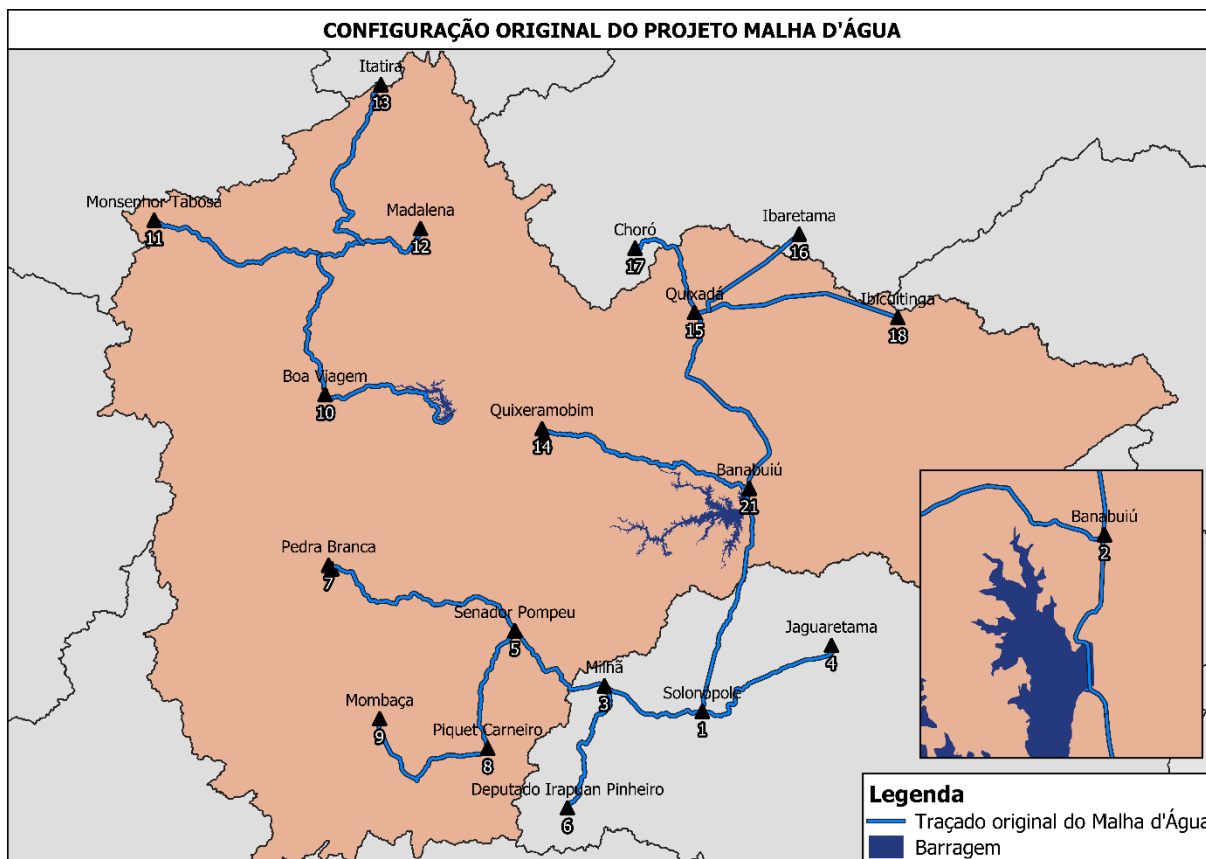
Fonte: elaboração própria.

A concepção original do Projeto Malha d'Água divide os trechos da seguinte forma (Figura 9):

- Trecho 22: Solonópole, Banabuiú, Milhã, Jaguaretama, Senador Pompeu, Deputado Irapuan Pinheiro, Pedra Branca, Piquet Carneiro e Mombaça;

- Trecho 23: Boa Viagem, Monsenhor Tabosa, Madalena e Itatira;
- Trecho 24: Quixeramobim, Quixadá, Ibaretama, Choró e Ibicuitinga.

Figura 9 – Configuração original do Projeto Malha d'Água



Fonte: elaboração própria.

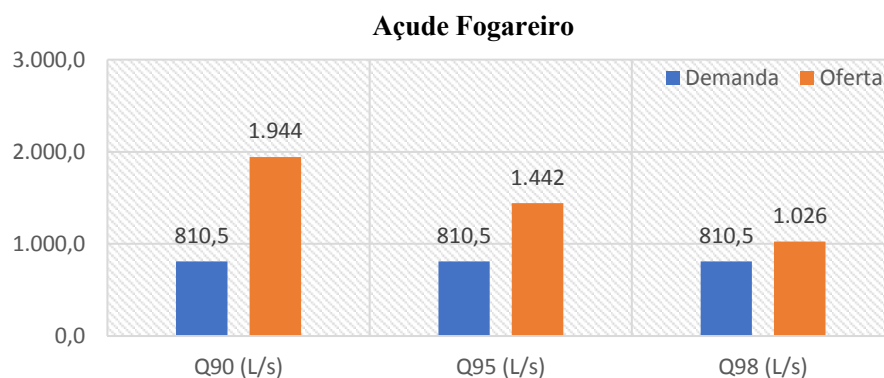
Comparando essa configuração dos municípios em cada trecho com o resultado obtido pela otimização é possível perceber que, para todos os três cenários, o algoritmo encontrou uma configuração diferente.

No cenário 1, no qual foi considerada 100% da vazão de referência como disponível para o atendimento das demandas dos trechos do Malha d'Água, os três municípios, para os quais foram testados trechos alternativos, apresentaram melhor resultado na nova configuração. O município de Banabuiú, que na concepção original pertence ao Trecho 22, foi determinado pelo algoritmo para pertencer ao Trecho 24. A mesma coisa acontece com os municípios de Pedra Branca e Quixeramobim, que originalmente pertenciam aos Trechos 22 e 24, respectivamente, e foram definidos na otimização para fazer parte do Trecho 23.

A vazão total demandada por cada trecho também foi calculada pelo algoritmo. Nessa configuração ótima encontrada, o Trecho 22 transportaria uma vazão de 284,6 L/s, o Trecho 23 transportaria 810,5 L/s e o Trecho 24, 328 L/s. Em resumo, seria necessária a adução de 810,5 L/s do açude Fogareiro e de 612,6 L/s do açude Banabuiú. Esses valores correspondem

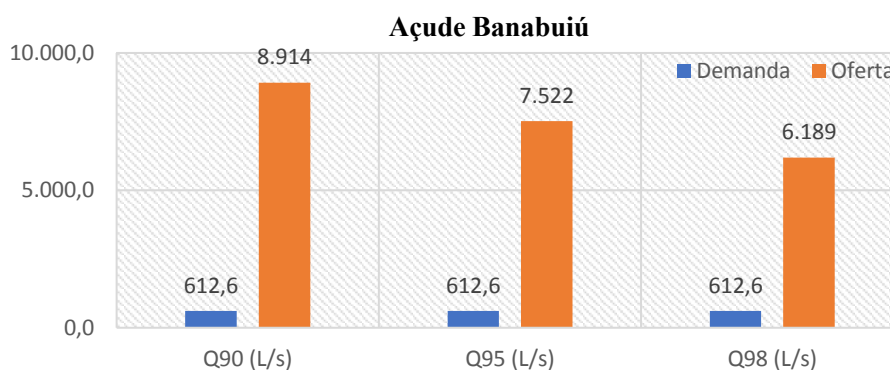
a 78,9% e 9,9% das vazões regularizadas com maior garantia (Q98). O açude Fogareiro seria o mais comprometido, atingindo um estado de alerta por ter quase 80% da sua vazão regularizada comprometida com o atendimento apenas das demandas do Malha d'Água. Já o açude Banabuiú apresenta valores muito favoráveis, não chegando, em nenhum cenário, a 10% do consumo da sua vazão regularizada. Os Gráficos 1 e 2 apresentam esses resultados, facilitando a comparação dos valores oferta-demanda.

Gráfico 1 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 1



Fonte: elaboração própria.

Gráfico 2 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 1



Fonte: elaboração própria.

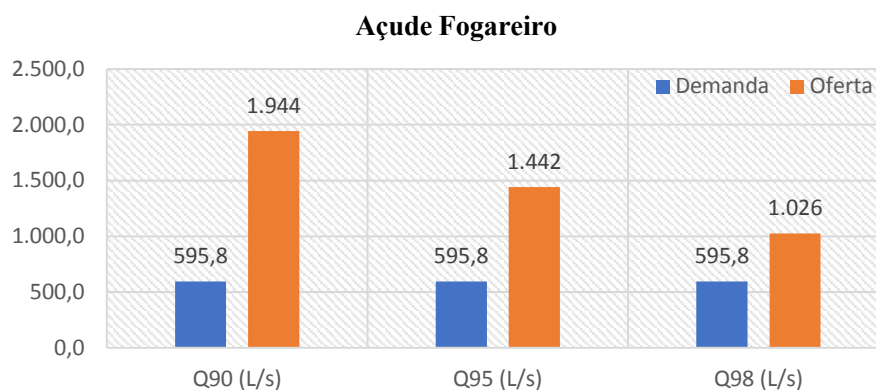
No cenário 2, apenas dois dos municípios apresentaram melhor solução ao adotar o traçado alternativo: Banabuiú e Quixeramobim. O município de Pedra Branca apresentou custo menor permanecendo na mesma configuração que a concepção inicial do Malha d'Água, dentro da restrição imposta pelo comprometimento de apenas 60% da vazão de referência ($\alpha=0,6 \cdot Q98$).

Nesse cenário, seria necessário a transferência de 827,30 L/s do açude Banabuiú e 595,80 L/s do açude Fogareiro, correspondendo a 13,4% e 58,1%, respectivamente, da vazão

regularizada Q98 de cada açude. A rede ótima encontrada pelo algoritmo para o Cenário 2 representa uma opção que favorece a segurança hídrica do açude Fogareiro.

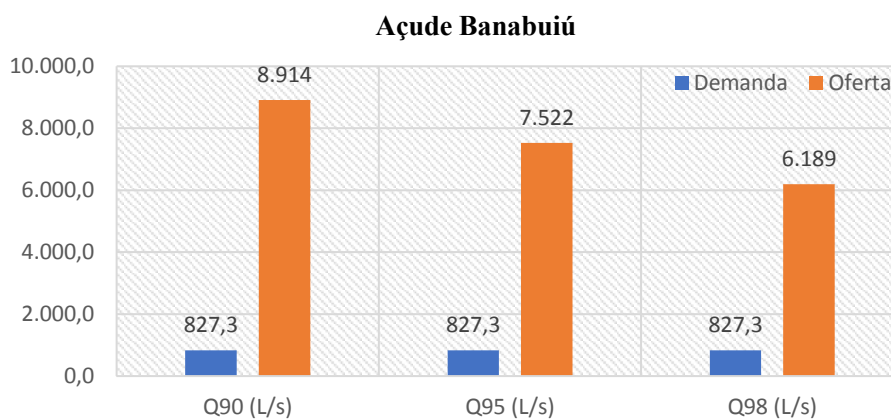
Os Gráficos 3 e 4 apresentam a comparação entre as vazões de referência (Q90/Q95/Q98) e as vazões demandadas pela rede ótima para cada açude.

Gráfico 3 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 2



Fonte: elaboração própria.

Gráfico 4 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 2



Fonte: elaboração própria.

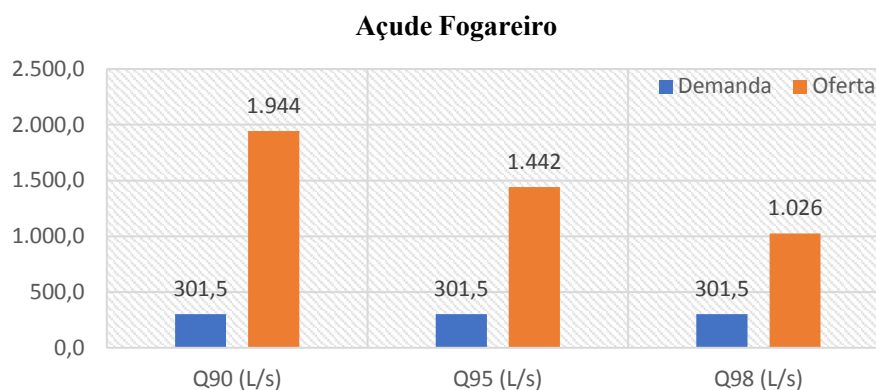
Por fim, a otimização do Cenário 3 foi a que apresentou a configuração mais próxima da proposta na concepção inicial do Projeto Malha d'Água. Nessa, os traçados ótimos determinados para os municípios de Pedra Branca e de Quixeramobim são os mesmos considerados na sua configuração original, apenas para Banabuiú a otimização determinou a adoção do traçado alternativo.

Nessa configuração, os trechos 22 e 24 receberiam 1.121,60 L/s transferidos do açude Banabuiú e o trecho 23 receberia 301,50 L/s transferidos do açude Fogareiro. Esses valores representam, respectivamente, 18,1% e 29,4% da vazão Q98 de cada açude. Essa

configuração, assim como nos resultados do Cenário 2, representa uma opção que favorece a segurança hídrica do açude Fogareiro.

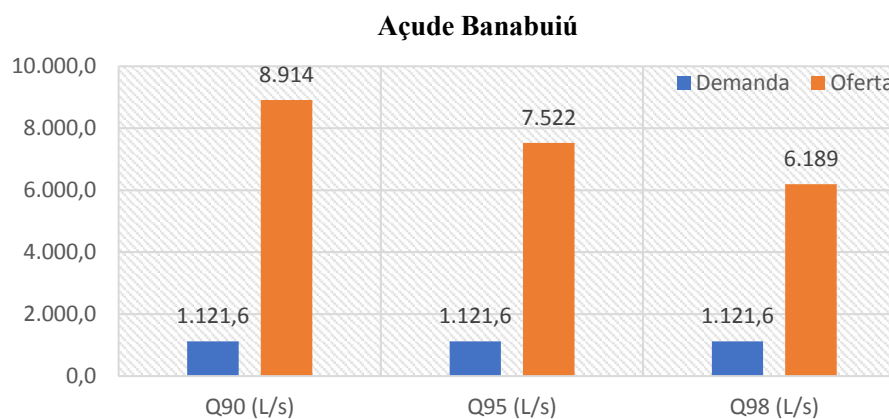
Os Gráficos 5 e 6 mostram a comparação entre oferta e demanda para cada vazão de referência.

Gráfico 5 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Fogareiro, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 3



Fonte: elaboração própria.

Gráfico 6 – Comparação das vazões demandadas e das vazões regularizadas do açude Banabuiú, para as garantias de 90%, 95% e 98%, no Cenário 3

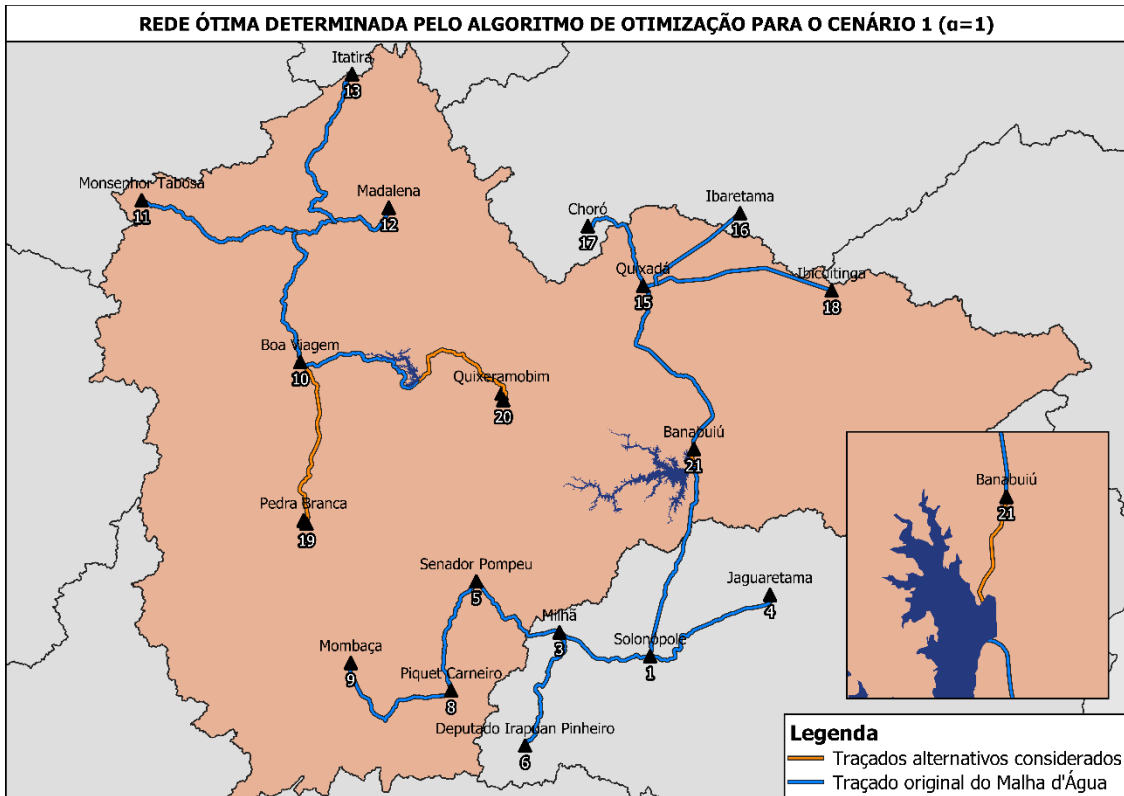


Fonte: elaboração própria.

Ao comparar as configurações de rede ótima determinadas para cada cenário, percebe-se o aumento da garantia para o açude Fogareiro em comprometimento à garantia do açude Banabuiú. Entretanto, como o volume do Banabuiú é bem maior e mais expressivo, o aumento da vazão a ser captada nele não prejudica o atendimento de outros usos e mantém sua segurança hídrica.

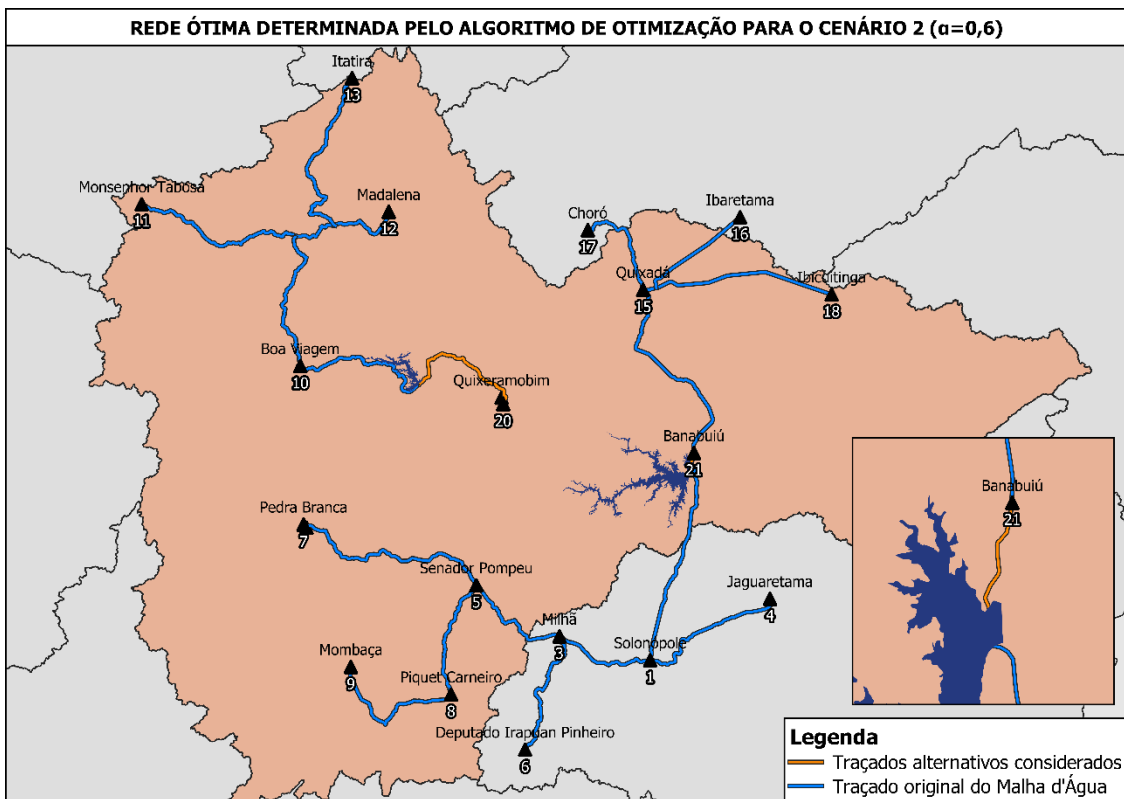
As Figuras 10 a 12 mostram as configurações definidas para cada cenário.

Figura 10 – Configuração da rede ótima para o Cenário 1



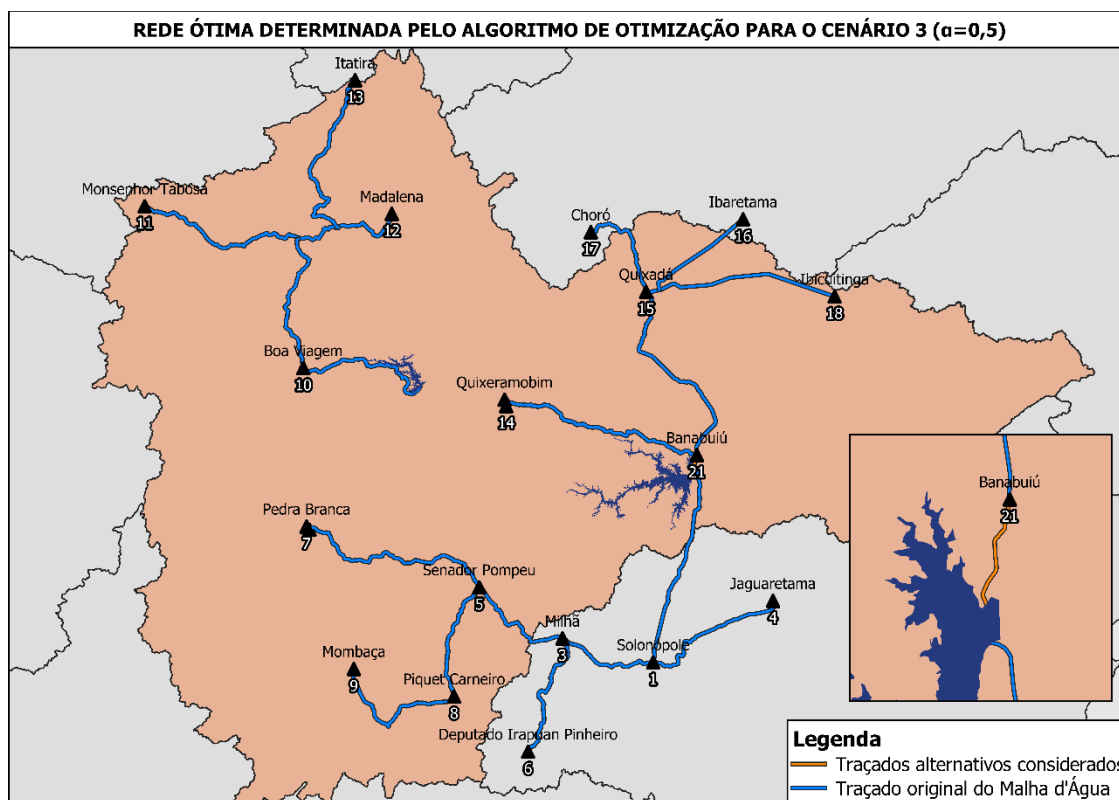
Fonte: elaboração própria.

Figura 11 – Configuração da rede ótima para o Cenário 2



Fonte: elaboração própria.

Figura 12 – Configuração da rede ótima para o Cenário 3



Fonte: elaboração própria.

5.4 Custos de implantação da rede ótima

A função objetivo da otimização considerou a soma dos custos de tubulação, do consumo de energia e da estação de bombeamento. Assim, os resultados dos custos de implantação da rede ótima serão apresentados na forma do custo total de implantação e na forma individualizada de cada uma das parcelas de custo do somatório.

Além dos valores de custo obtidos pela otimização, também foram calculados, pelo mesmo algoritmo, os valores de custos referentes à configuração original do Malha d'Água, definida em sua concepção inicial. Dessa forma, sendo possível comparar diretamente cada configuração e analisar de forma mais clara o impacto financeiro da implantação da rede ótima.

É importante ressaltar que os subtrechos não correspondem à mesma ordem dos valores de DELTA. De maneira que DELTA[1] não é correspondente ao subtrecho[a] e assim sucessivamente.

5.4.1 Cenário 1: $\alpha = 1$

Ao analisar e comparar, individualmente, cada trecho, percebe-se que a configuração da rede ótima para o Trecho 23 possui um valor bem mais elevado que a configuração original desse mesmo trecho. Um aumento de quase 70% no custo final de

implantação. Isso se deve a transferência dos municípios de Pedra Branca e Quixeramobim para o seu sistema adutor, antes pertencentes aos sistemas dos Trechos 22 e 24, respectivamente.

Entretanto, ao analisar o custo de implantação total da rede, o custo da rede ótima é consideravelmente mais econômico: R\$ 141.988.152,52 de economia. Essa economia também está refletida no custo individual de cada parcela considerada no somatório, isso é, a rede ótima apresenta menor investimento no custo da tubulação, da energia e das estações elevatórias.

O Trecho 23 representa a configuração que apresenta maior custo de implementação, correspondendo a 50,9% do valor total da rede, seguido pelo Trecho 22, que corresponde a 30,4% do valor total. O Trecho 24 aparece como o trecho de menor valor, 18,7% do custo total de implantação da rede.

Quanto a cada custo de implantação, o que representa maior impacto no valor total é o custo da tubulação, equivalente a 71,1% dele. O custo de energia é o segundo mais expressivo, correspondendo a 20% do valor total da rede. Por fim, o custo da estação elevatória, que equivale a 8,9% do custo total de implantação dessa configuração.

Os custos de implantação para o Cenário 1 estão apresentados na Tabela 16.

Como citado anteriormente, os métodos numéricos utilizados para realizar a otimização não linear acabam afetando os resultados atribuídos à variável DELTA, tornando seus valores bem próximos de 1 e 0, mas, ainda assim, atribuindo valores não binários. Essa limitação acarreta consequências nos custos de implantação calculados, que dependem diretamente dos valores da variável DELTA. Isso pode ser observado na tabela anterior, onde os subtrechos g e p não existem, mas, ainda assim, apresentam custo. Esse é um problema comum em otimizações, quando, devido às características do algoritmo utilizado, necessita-se aplicar métodos numéricos que não conseguem produzir soluções binárias, ainda que o resultado esperado seja binário. Embora não seja exatamente o resultado esperado, essa inconsistência afeta de forma muito inexpressiva o resultado total da análise, visto que o custo dos sistemas será ainda mais econômico em relação ao custo de implantação da concepção original ao subtrair esse resíduo de erro. Esse valor representa apenas 0,09% do custo total de implantação da rede ótima encontrada pelo algoritmo de otimização.

Tabela 16 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 1$

Trecho	Subtrecho	Início	Final	Custo da Tubulação		Custo da Energia		Custo da Estação Elevatória		Custo Total	
				Otimizado (RS)	Concepção Inicial (RS)	Otimizado (RS)	Concepção Inicial (RS)	Otimizado (RS)	Concepção Inicial (RS)	Otimizado (RS)	Concepção Inicial (RS)
22	a	Açude		93.839.639,34	125.930.117,44	17.938.944,61	28.313.212,18	8.052.321,99	11.225.246,12	119.830.905,94	165.468.575,74
22	b	Açude	Banabuiú-22	0,01	2.111.605,90	0,00	682.741,60	0,34	745.695,78	0,35	3.540.043,28
22	c	Solonópole	Milhã	41.953.857,55	59.713.400,54	14.485.939,44	23.555.951,60	6.891.765,48	9.818.401,06	63.331.562,47	93.087.753,20
22	d	Solonópole	Jaguaretama	20.077.078,77	20.077.078,77	4.590.249,68	4.590.249,68	2.985.392,07	2.985.392,07	27.652.720,51	27.652.720,51
22	e	Milhã	Senador Pompeu	36.632.367,51	59.489.396,46	9.856.507,00	21.834.074,49	5.207.142,56	9.290.586,94	51.696.017,07	90.614.057,90
22	f	Milhã	Dep. Irapuan	27.109.538,27	27.109.538,27	6.821.795,57	6.821.795,57	3.983.407,99	3.983.407,99	37.914.741,82	37.914.741,82
22	g	Senador Pompeu	Pedra Branca-22	34.273,82	85.418.476,70	203.936,48	47.900.085,80	309.428,11	16.459.702,08	547.638,41	149.778.264,58
22	h	Senador Pompeu	Piquet Carneiro	33.903.214,30	33.903.214,30	9.674.307,71	9.674.307,71	5.136.895,85	5.136.895,85	48.714.417,86	48.714.417,86
22	i	Piquet Carneiro	Mombaça	30.676.323,31	30.676.323,31	4.537.132,72	4.537.132,72	2.960.204,38	2.960.204,38	38.173.660,42	38.173.660,42
		Total Trecho 22		284.226.292,87	444.429.151,68	68.108.813,21	147.909.551,35	35.526.558,77	62.605.532,28	387.861.664,86	654.944.235,32
23	j	Açude	Boa Viagem	204.697.842,65	154.495.021,18	68.514.550,55	47.606.455,21	21.358.945,37	16.386.190,88	294.571.338,57	218.487.667,27
23	k	Boa Viagem	Monsenhor Tabosa	29.976.606,17	29.976.606,17	10.456.069,61	10.456.069,61	5.435.858,57	5.435.858,57	45.868.534,35	45.868.534,35
23	l	Boa Viagem	Madalena	45.490.460,41	45.490.460,41	6.781.954,89	6.781.954,89	3.966.459,45	3.966.459,45	56.238.874,74	56.238.874,74
23	m	Madalena	Itatira	39.016.900,98	39.016.900,98	17.617.292,21	17.617.292,21	7.946.960,79	7.946.960,79	64.581.153,98	64.581.153,98
23	n	Boa Viagem	Pedra Branca-23	68.743.090,89	NaN	16.793.646,44	NaN	7.674.743,94	NaN	93.211.481,28	NaN
23	o	Açude	Quixeramobim-23	64.277.187,19	NaN	22.224.391,94	NaN	9.411.196,18	NaN	95.912.775,31	NaN
		Total Trecho 23		452.202.088,29	268.978.988,74	142.387.905,63	82.461.771,91	55.794.164,30	33.735.469,68	650.384.158,23	385.176.230,34
24	p	Açude	Quixeramobim-24	36.247,40	105.255.407,23	239.744,18	27.416.110,27	348.097,41	10.965.203,00	624.088,98	143.636.720,50
24	q	Açude	Quixadá	103.942.184,98	103.942.184,98	28.210.937,57	28.210.937,57	11.195.714,19	11.195.714,19	143.348.836,74	143.348.836,74
24	r	Quixadá	Ibaretama	17.460.248,05	17.460.248,05	4.091.340,95	4.091.340,95	2.745.522,94	2.745.522,94	24.297.111,94	24.297.111,94
24	s	Quixadá	Choró	14.475.228,49	14.475.228,49	3.053.400,47	3.053.400,47	2.218.785,73	2.218.785,73	19.747.414,69	19.747.414,69
24	t	Quixadá	Ibicuitinga	34.515.675,86	34.515.675,86	8.391.387,31	8.391.387,31	4.631.517,75	4.631.517,75	47.538.580,92	47.538.580,92
24	u	Açude	Banabuiú-24	1.277.954,47	NaN	791.079,07	NaN	830.088,04	NaN	2.899.121,57	NaN
		Total Trecho 24		171.707.539,24	275.648.744,61	44.777.889,56	71.163.176,58	21.969.726,06	31.756.743,61	238.455.154,86	378.568.664,80
		Total da Rede		908.135.920,40	989.056.885,03	255.274.608,40	301.534.499,85	113.290.449,14	128.097.745,58	1.276.700.977,94	1.418.689.130,46

Fonte: elaboração própria.

5.4.2 Cenário 2: $\alpha = 0,6$

A rede ótima encontrada para o Cenário 2, onde admite-se comprometer 60% da Q98 apenas para o abastecimento dos municípios do Malha d'Água, corresponde a um custo total de implantação de R\$ 1.370.478.431,53. Essa configuração representa a diminuição de R\$ 48.210.698,92 quando comparado ao custo da configuração original do projeto.

Nessa configuração, o Trecho 22 custaria R\$ 651.404.149,94, o trecho mais oneroso da rede, correspondendo a 47,5% do valor total. O Trecho 23 atinge um valor de R\$ 481.243.215,72, sendo o segundo maior valor, 35,1% do custo total de implantação. Por fim, o Trecho 24, com valor de R\$ 237.831.065,88, isso é, 17,4% do valor total da rede.

Os custos de implantação, ao serem analisados separadamente, correspondem aproximadamente a mesma distribuição da obtida no Cenário 1: 69,1% do custo total equivale aos custos de tubulação, 21,6% correspondem aos custos de energia e 9,2% correspondem aos custos das estações elevatórias.

Ao analisar o erro residual devido à adoção de valores fracionários para a variável DELTA, percebe-se que diminui consideravelmente nesse cenário. Para a configuração da rede ótima do Cenário 2 o erro residual corresponde a apenas 0,01% do custo total de implantação.

Os custos de implantação para o Cenário 2 estão apresentados na Tabela 17.

5.4.3 Cenário 3: $\alpha = 0,5$

O Cenário 3 assumiu que apenas 50% da vazão de referência Q98 estaria disponível para o atendimento das demandas do Malha d'Água. A configuração ótima encontrada pela otimização para esse cenário foi a mais próxima da configuração original do projeto, assim, esse foi o cenário que obteve menor diferença no custo total de implantação. A redução, quando comparada ao valor da concepção inicial, foi de R\$ 640.918,63.

O trecho de maior valor foi o Trecho 22, correspondendo a 45,9% do valor total de implantação da rede (R\$ 651.404.192,04). Os outros dois trechos obtiveram valores muito semelhantes: 27,2% do custo total equivale a implantação do Trecho 23 e 26,9% do custo total equivale a implantação do Trecho 24.

Cada parcela da composição do somatório do custo total obteve a representação percentual muito semelhante às obtidas nos outros dois cenários: 69,7% do valor total corresponde ao custo da tubulação, 21,3% correspondem ao custo de energia e 9,0% correspondem ao custo das estações elevatórias. Os custos de implantação para o Cenário 3 estão apresentados na Tabela 18.

Tabela 17 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 0,6$

Trecho	Subtrecho	Início	Final	Custo da Tubulação		Custo da Energia		Custo da Estação Elevatória		Custo Total	
				Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)
22	a	Açude	Solonópole	125.930.111,35	125.930.117,44	28.313.210,00	28.313.212,18	11.225.245,49	11.225.246,12	165.468.566,85	165.468.575,74
22	b	Açude	Banabuiú-22	7.21075E+24	2.111.605,90	0,00	682.741,60	0,00	745.695,78	0,00	3.540.043,28
22	c	Solonópole	Milhã	59.713.397,24	59.713.400,54	23.555.949,73	23.555.951,60	9.818.400,50	9.818.401,06	93.087.747,48	93.087.753,20
22	d	Solonópole	Jaguaretama	20.077.078,77	20.077.078,77	4.590.249,68	4.590.249,68	2.985.392,07	2.985.392,07	27.652.720,51	27.652.720,52
22	e	Milhã	Senador Pompeu	59.489.392,42	59.489.396,46	21.834.071,97	21.834.074,49	9.290.586,17	9.290.586,94	90.614.050,56	90.614.057,89
22	f	Milhã	Dep. Irapuan	27.109.538,27	27.109.538,27	6.821.795,57	6.821.795,57	3.983.407,99	3.983.407,99	37.914.741,82	37.914.741,83
22	g	Senador Pompeu	Pedra Branca-22	85.418.467,10	85.418.476,70	47.900.077,37	47.900.085,80	16.459.699,97	16.459.702,08	149.778.244,44	149.778.264,58
22	h	Senador Pompeu	Piquet Carneiro	33.903.214,30	33.903.214,30	9.674.307,71	9.674.307,71	5.136.895,85	5.136.895,85	48.714.417,86	48.714.417,86
22	i	Piquet Carneiro	Mombaça	30.676.323,31	30.676.323,31	4.537.132,72	4.537.132,72	2.960.204,38	2.960.204,38	38.173.660,42	38.173.660,41
Total Trecho 22				442.317.522,77	444.429.151,69	147.226.794,76	147.909.551,35	61.859.832,42	62.605.532,27	651.404.149,94	654.944.235,31
23	j	Açude	Boa Viagem	154.495.033,54	154.495.021,18	47.606.459,96	47.606.455,21	16.386.192,07	16.386.190,88	218.487.685,57	218.487.667,27
23	k	Boa Viagem	Monsenhor Tabosa	29.976.606,17	29.976.606,17	10.456.069,61	10.456.069,61	5.435.858,57	5.435.858,57	45.868.534,35	45.868.534,35
23	l	Boa Viagem	Madalena	45.490.460,41	45.490.460,41	6.781.954,89	6.781.954,89	3.966.459,45	3.966.459,45	56.238.874,74	56.238.874,75
23	m	Madalena	Itaira	39.016.900,98	39.016.900,98	17.617.292,21	17.617.292,21	7.946.960,79	7.946.960,79	64.581.153,98	64.581.153,98
23	n	Boa Viagem	Pedra Branca-23	22.288,98	NaN	39.030,62	NaN	92.859,01	NaN	154.178,60	NaN
23	o	Açude	Quixeramobim-23	64.277.195,30	NaN	22.224.395,80	NaN	9.411.197,37	NaN	95.912.788,47	NaN
Total Trecho 23				333.278.485,38	268.978.988,74	104.725.203,08	82.461.771,92	43.239.527,25	33.735.469,69	481.243.215,72	385.176.230,35
24	p	Açude	Quixeramobim-24	0,00	105.255.407,23	0,00	27.416.110,27	0,00	10.965.203,00	0,00	143.636.720,50
24	q	Açude	Quixadá	103.942.184,98	103.942.184,98	28.210.937,57	28.210.937,57	11.195.714,19	11.195.714,19	143.348.836,74	143.348.836,74
24	r	Quixadá	Ibaretama	17.460.248,05	17.460.248,05	4.091.340,95	4.091.340,95	2.745.522,94	2.745.522,94	24.297.111,94	24.297.111,94
24	s	Quixadá	Choró	14.475.228,49	14.475.228,49	3.053.400,47	3.053.400,47	2.218.785,73	2.218.785,73	19.747.414,69	19.747.414,69
24	t	Quixadá	Ibicuitinga	34.515.675,86	34.515.675,86	8.391.387,31	8.391.387,31	4.631.517,75	4.631.517,75	47.538.580,92	47.538.580,92
24	u	Açude	Banabuiú-24	1.277.954,47	NaN	791.079,07	NaN	830.088,04	NaN	2.899.121,57	NaN
Total Trecho 24				171.671.291,84	275.648.744,61	44.538.145,38	71.163.176,58	21.621.628,65	31.756.743,61	237.831.065,88	378.568.664,80
Total da Rede				947.267.299,99	989.056.885,04	296.490.143,22	301.534.499,85	126.720.988,33	128.097.745,57	1.370.478.431,53	1.418.689.130,46

Fonte: elaboração própria.

Tabela 18 – Custos para a rede ótima e para a configuração original do Projeto Malha d'Água para $\alpha = 0,5$

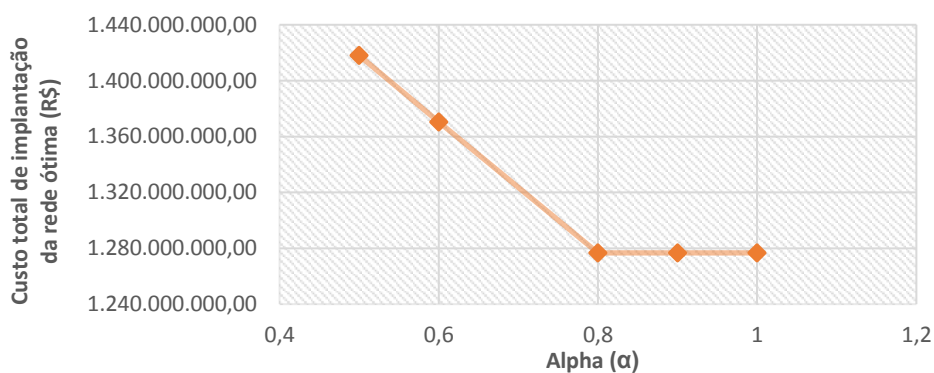
Trecho	Subtrecho	Início	Final	Custo da Tubulação		Custo da Energia		Custo da Estação Elevatória		Custo Total	
				Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)	Otimizado (R\$)	Concepção Inicial (R\$)
22	a	Açude	Solonópole	125.930.117,44	125.930.117,44	28.313.212,18	28.313.212,18	11.225.246,12	11.225.246,12	165.468.575,74	165.468.575,74
22	b	Açude	Banabuiú-22	0,00	2.111.605,90	0,00	682.741,60	0,00	745.695,78	0,00	3.540.043,28
22	c	Solonópole	Milhã	59.713.400,54	59.713.400,54	23.555.951,60	23.555.951,60	9.818.401,06	9.818.401,06	93.087.753,20	93.087.753,20
22	d	Solonópole	Jaguaretama	20.077.078,77	20.077.078,77	4.590.249,68	4.590.249,68	2.985.392,07	2.985.392,07	27.652.720,51	27.652.720,52
22	e	Milhã	Senador Pompeu	59.489.396,46	59.489.396,46	21.834.074,49	21.834.074,49	9.290.586,94	9.290.586,94	90.614.057,90	90.614.057,89
22	f	Milhã	Dep. Irapuan	27.109.538,27	27.109.538,27	6.821.795,57	6.821.795,57	3.983.407,99	3.983.407,99	37.914.741,82	37.914.741,83
22	g	Senador Pompeu	Pedra Branca-22	85.418.476,70	85.418.476,70	47.900.085,80	47.900.085,80	16.459.702,08	16.459.702,08	149.778.264,58	149.778.264,58
22	h	Senador Pompeu	Piquet Carneiro	33.903.214,30	33.903.214,30	9.674.307,71	9.674.307,71	5.136.895,85	5.136.895,85	48.714.417,86	48.714.417,86
22	i	Piquet Carneiro	Mombaça	30.676.323,31	30.676.323,31	4.537.132,72	4.537.132,72	2.960.204,38	2.960.204,38	38.173.660,42	38.173.660,41
Total Trecho 22				442.317.545,79	444.429.151,69	147.226.809,75	147.909.551,35	61.859.836,50	62.605.532,27	651.404.192,04	654.944.235,31
23	j	Açude	Boa Viagem	154.495.021,18	154.495.021,18	47.606.455,21	47.606.455,21	16.386.190,88	16.386.190,88	218.487.667,27	218.487.667,27
23	k	Boa Viagem	Monsenhor Tabosa	29.976.606,17	29.976.606,17	10.456.069,61	10.456.069,61	5.435.858,57	5.435.858,57	45.868.534,35	45.868.534,35
23	l	Boa Viagem	Madalena	45.490.460,41	45.490.460,41	6.781.954,89	6.781.954,89	3.966.459,45	3.966.459,45	56.238.874,74	56.238.874,75
23	m	Madalena	Itaira	39.016.900,98	39.016.900,98	17.617.292,21	17.617.292,21	7.946.960,79	7.946.960,79	64.581.153,98	64.581.153,98
23	n	Boa Viagem	Pedra Branca-23	0,26	NaN	0,02	NaN	2,78	NaN	3,07	NaN
23	o	Açude	Quixeramobim-23	0,00	NaN	0,00	NaN	0,00	NaN	0,00	NaN
Total Trecho 23				268.978.989,00	268.978.988,74	82.461.771,94	82.461.771,92	33.735.472,46	33.735.469,69	385.176.233,40	385.176.230,35
24	p	Açude	Quixeramobim-24	105.255.407,23	105.255.407,23	27.416.110,27	27.416.110,27	10.965.203,00	10.965.203,00	143.636.720,50	143.636.720,50
24	q	Açude	Quixadá	103.942.184,98	103.942.184,98	28.210.937,57	28.210.937,57	11.195.714,19	11.195.714,19	143.348.836,74	143.348.836,74
24	r	Quixadá	Ibaretama	17.460.248,05	17.460.248,05	4.091.340,95	4.091.340,95	2.745.522,94	2.745.522,94	24.297.111,94	24.297.111,94
24	s	Quixadá	Choró	14.475.228,49	14.475.228,49	3.053.400,47	3.053.400,47	2.218.785,73	2.218.785,73	19.747.414,69	19.747.414,69
24	t	Quixadá	Ibicutinga	34.515.675,86	34.515.675,86	8.391.387,31	8.391.387,31	4.631.517,75	4.631.517,75	47.538.580,92	47.538.580,92
24	u	Açude	Banabuiú-24	1.277.954,47	NaN	791.079,07	NaN	830.088,04	NaN	2.899.121,57	NaN
Total Trecho 24				276.976.699,07	275.648.744,61	71.954.255,65	71.163.176,58	32.586.831,65	31.756.743,61	381.467.786,38	378.568.664,80
Total da Rede				988.223.233,86	989.056.885,04	301.642.837,34	301.534.499,85	128.182.140,62	128.097.745,57	1.418.048.211,82	1.418.689.130,46

Fonte: elaboração própria.

5.4.4 Análise geral

Observando os resultados obtidos para cada cenário, é possível destacar a presença de um *tradeoff* entre a atribuição da garantia e o custo total de implantação da rede. Os dois parâmetros são inversamente proporcionais, isso é, quanto maior a garantia adotada para os açudes, mais caro foi o valor total da rede ótima e, conseqüentemente, menor foi a redução no custo total quando comparada à configuração original do Projeto Malha d'Água. O Gráfico 7 mostra essa relação de *tradeoff* encontrada a partir dos resultados da otimização para os três cenários.

Gráfico 7 – Tradeoff entre a garantia e o custo total para implantação da rede



Fonte: elaboração própria.

6 CONCLUSÕES

Determinar a rede ótima de adutoras tem extrema importância tanto para o investimento financeiro a ser realizado, minimizando os custos de implantação, como para contribuir de forma significativa para a gestão dos recursos hídricos da região, maximizando a eficiência operacional e a segurança hídrica do estado. A adoção de uma rede ótima influencia diretamente o desempenho e a eficiência do sistema de abastecimento de água.

Desse modo, foi desenvolvido um algoritmo de otimização utilizando a linguagem Julia, a linguagem de modelagem JuMP e o algoritmo de otimização Juniper, que foram escolhidos por sua rapidez de processamento, por sua linguagem simplificada e por atender de forma efetiva às particularidades do problema a ser resolvido, que se caracteriza como Mixed Integer Nonlinear Problem.

Após a execução do algoritmo foi possível comprovar o alto nível e desempenho das ferramentas utilizadas. A solução para o problema de otimização foi encontrada em menos de 40 segundos, extremamente rápido, confirmando a rapidez associada à linguagem Julia.

Através do estudo, foi possível projetar a população e suas demandas para o horizonte de 2045, totalizando em um projeto para a transferência de 1.423,2 L/s de água tratada.

Foi determinada a utilização de 18 municípios pertencentes à sub-bacia do Banabuiú e à região no seu entorno, sendo apresentados traçados alternativos para três dessas sedes municipais.

A otimização foi realizada para três cenários diferentes, variando o valor atribuído ao fator de segurança hídrica (α), com o intuito de avaliar a sensibilidade na definição da rede ótima ao considerar esse parâmetro.

Para o primeiro cenário, considerando $\alpha = 1$, os resultados obtidos através da otimização se mostraram muito positivos, apresentando uma redução de aproximadamente 10% quando comparado ao custo total da configuração original do Malha d'Água. A rede ótima determinada considerou mais econômica a adoção dos traçados alternativos em substituição ao traçado inicial do projeto. Ao analisar o somatório dos custos de implantação, verifica-se uma importante redução de R\$ 141.988.152,52 reais no investimento direcionado à execução desses três sistemas adutores que abastecerão toda a região da sub-bacia hidrográfica do Banabuiú. O valor total para a execução do projeto dessa rede ótima de adutoras seria de R\$ 1.276.700.977,94.

O cenário 2 admitiu a utilização de, no máximo, 60% da vazão regularizada dos mananciais. Para essa alternativa, a otimização determinou a utilização de dois dos três traçados alternativos utilizados: Banabuiú e Quixeramobim. Essa configuração apresentou uma redução de 3,4% do custo obtido pela configuração inicial do Malha d'Água, o equivalente a R\$ 48.210.698,92. O custo total para a implantação dessa configuração seria de R\$ 1.370.478.431,53.

Por fim, o cenário 3 representa a alternativa que atribui maior segurança hídrica aos reservatórios, permitindo ao algoritmo disponibilizar apenas 50% da vazão regularizada de cada reservatório como oferta. A rede ótima encontrada pela otimização desse cenário foi a que mais se aproximou da configuração original do Projeto Malha d'Água: apenas ao município de Banabuiú foi atribuído o traçado alternativo. O resultado dessa simulação foi a redução de 0,045% do custo de implantação dos três sistemas adutores, isso é, R\$ 640.918,63. O custo total dessa rede ótima de adutoras seria de R\$ 1.418.048.211,82.

A análise do custo final apresentado por cada cenário aponta a existência de um tradeoff entre a segurança hídrica do manancial e o custo de implantação da rede de adutoras.

Ressalta-se que, a utilização de métodos numéricos de Branch-and-bound e relaxamento para a resolução dos problemas não lineares atrapalhou a definição da variável de decisão como formato binário, permitindo que fosse atribuída certa tolerância à solução e ocasionando na determinação de valores muito próximos à 1 e 0, porém não iguais a esses. Essa limitação afetou o cálculo dos custos, principalmente do cenário 1, o que gerou um valor residual de erro atribuído mesmo quando o município não pertencia a determinado trecho. Apesar desse erro, os valores atribuídos foram inexpressivos, cerca de 0,18% do custo total para implantação da rede ótima no cenário 1, não invalidando o resultado encontrado pela otimização, pelo contrário, o custo total, com a exclusão desses valores, torna-se ainda mais econômico.

O estudo realizado mostra de forma evidente a importância na definição de uma rede ótima e o impacto positivo que essa consideração causa não apenas nos investimentos econômicos, como também no auxílio à gestão dos recursos hídricos, na garantia da segurança hídrica dos mananciais e na promoção da eficiência e da sustentabilidade do sistema de abastecimento de água.

Como sugestão para trabalhos futuros, o algoritmo utilizado pode ser aplicado para sistemas maiores, bem como estender a análise para o Projeto Malha d'Água em sua totalidade. O algoritmo também permite a adição futura de outros custos que envolvem a implantação de

sistemas adutores, como o acréscimo do custo de implantação das Estações de Tratamento de Água ou das Estações Elevatórias Flutuantes, por exemplo. Além disso, é possível fazer adaptações e considerar o fornecimento de água compartilhado entre dois ou mais reservatórios para determinado município, presando pela segurança hídrica e pelo aumento da garantia de abastecimento.

REFERÊNCIAS

ANEEL (Brasil). **Resolução Homologatória nº 3.185 de 18 de abril de 2023**. Homologa o resultado da Revisão Tarifária Periódica – RTP de 2023 da Companhia Energética do Ceará – Enel CE, as tarifas de energia – TE e as tarifas de uso do sistema de distribuição – TUSD, e dá outras providências. Disponível em: <<https://www2.aneel.gov.br/cedoc/reh20233185ti.pdf>>. Acesso em: 17 mai. 2023.

BAPTISTA, M. **Fundamentos de engenharia hidráulica**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2016.

BEZANSON, J. *et al.* **Julia 1.8 documentation**. The Julia Project, jan. 2023. Disponível em: <<https://raw.githubusercontent.com/JuliaLang/docs.julialang.org/assets/julia-1.8.5.pdf>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

BEZANSON, J. *et al.* **Julia: a fast dynamic language for technical computing**. 2012a.

BEZANSON, J. *et al.* Julia: a fresh approach to numerical computing. **Siam review**, [s.l.], v. 59, n. 1, p. 65-98, fev. 2017.

BEZANSON, J. *et al.* Why we created Julia. *In: The Julia language blog*. Massachusetts, 2012b. Disponível em: <<https://julialang.org/blog/2012/02/why-we-created-julia/>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

BORCHERS, B. MINLP: branch and bound methods. **Encyclopedia of optimization**, [s.l.], p. 2138-2142, 2008.

BRYANT, A. MATLAB, R, and Julia: languages for data analysis. **Radar**. [S.L.], out. 2012. Disponível em: <<http://radar.oreilly.com/2012/10/matlab-r-julia-languages-for-data-analysis.html>>. Acesso em: 10 mai. 2023.

CEARÁ. Secretaria de Recursos Hídricos. **Projeto gerenciamento de risco, alocação e operação do sistema de recursos hídricos**: relatório de cálculo das aflúncias aos reservatórios estratégicos do Ceará – definição das vazões oficiais. Ceará: COGERH, 2021.

CEARÁ. Secretaria de Recursos Hídricos. **Projeto Malha d'Água**. Fortaleza: SRH, [2023?]. Disponível em: <<https://www.srh.ce.gov.br/projeto-malha-dagua>>. Acesso em: 7 abr. 2023.

CEARÁ. Secretaria de Recursos Hídricos. **Projeto Malha d'Água**: planejamento do sistema adutor dos sertões de Quixadá - Quixeramobim. Fortaleza: COGERH, 2022, v. 1 e v. 2.

CERATTI, M. The World Bank Group. **Better water supply for northeast Brazil**. 2013. Disponível em: <<https://www.worldbank.org/en/results/2013/04/03/Brazil-Northeast-Ceara-water-resources-management-project>>. Acesso em: 29 maio 2023.

COGERH (Ceará). **Açude Banabuiú**. 2021a. Gerência da Sub-Bacia do Banabuiú. Disponível em: <<http://www.cbhbanabuiu.com.br/noticias/acude-banabuiu/>>. Acesso em: 3 abr. 2023.

COGERH (Ceará). **Açude Fogareiro**. 2021b. Gerência da Sub-Bacia do Banabuiú. Disponível em: <<http://www.cbhbanabuiu.com.br/noticias/acude-fogareiro/>>. Acesso em: 3 abr. 2023.

COGERH (Ceará). **Açudes Monitorados**. 2021c. Gerência da Sub-Bacia do Banabuiú. Disponível em: <<http://www.cbhbanabuiu.com.br/acudes-monitorados/>>. Acesso em: 3 abr. 2023.

COGERH (Ceará). **Atlas dos recursos hídricos do Ceará**: açudes construídos. 2020a. Disponível em: <<http://atlas.cogerh.com.br/>>. Acesso em: 3 abr. 2023.

COGERH (Ceará). **Atlas dos recursos hídricos do Ceará**: adutoras planejadas. 2020b. Disponível em: <<http://atlas.cogerh.com.br/>>. Acesso em: 8 abr. 2023.

COGERH (Ceará). **Banabuiú**. 2022. Disponível em: <<https://portal.cogerh.com.br/banabuiu-2/>>. Acesso em: 3 abr. 2023.

CRABTREE, M. What is Julia used for? 10 applications of Julia programming. **DataCamp Blog**. New York, nov. 2022. Disponível em: <<https://www.datacamp.com/blog/what-is-julia-used-for>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

DUNNING, I; HUCHETTE, J; LUBIN, M. JuMP: a modeling language for mathematical optimization. **Siam Review**, [s.l.], v. 59, n. 2, p. 295-320, jan. 2017.

ESCAP, U. N. *et al.* **Water security & the global water agenda**: a UN-water analytical brief. Ontario, Canadá: United Nations University (UNU), 2013.

FILGUEIRAS, M. **Projeto Malha d'Água começa a ser executado**. Fortaleza: Governo do Estado do Ceará, 2022. Disponível em: <<https://www.ceara.gov.br/2022/10/07/projeto-malha-dagua-comeca-a-ser-executado>>. Acesso em: 7 abr. 2023.

GOLDBARG, M. C. **Otimização combinatória e programação linear**: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOMES, H. **Abastecimento de água**. João Pessoa: LENHS/UFPB, 2021.

GOMES, H. **Sistemas de abastecimento de água**. Belo Horizonte: Editora Universitária/UFPB, 2009.

GREY, D.; SADOFF, C. W. Sink or swim? Water security for growth and development. **Water Policy**, [s.l.], v. 9, n. 6, p. 545-571, dez. 2007.

HELLER, L; PÁDUA, V. **Abastecimento de água para consumo humano**. Belo Horizonte: v. 1, Editora UFMG, 2016a.

IBGE. **Censo demográfico**: séries temporais. Rio de Janeiro: IBGE, 2012.

JUSEVIČIUS, V. *et al.* Experimental analysis of algebraic modelling languages for mathematical optimization. **Informatica**, [s.l.], p. 283-304, 2021.

KENNEDY, D. Some branch and bound techniques for nonlinear optimization. **Mathematical Programming**, [s.l.], v. 42, n. 1-3, p. 147-157, abr. 1988.

KRÖGER, O. *et al.* Juniper: an open-source nonlinear branch-and-bound solver in Julia. **Integration of constraint programming, artificial intelligence, and operations research**, [s.l.], p. 377-386, 2018.

KUMAR, P. Hydrocomplexity: addressing water security and emergent environmental risks. **Water Resources Research**, [s.l.], v. 51, n. 7, p. 5827-5838, jul. 2015.

LEE, J. Mixed-integer nonlinear programming: some modeling and solution issues. **IBM Journal of Research and Development**, v. 51, n. 3/4, p. 489-497, 2007.

LIMA, D. P. **Projeto de implantação de sistemas de adutoras para o abastecimento humano no estado do Ceará**: Projeto Malha d'Água. Fortaleza: SRH, 2017.

LIU, C; MA, Y; ZHANG, D; LI, J. A feasible path-based branch and bound algorithm for strongly nonconvex MINLP problems. **Frontiers in chemical engineering**, [s.l.], v. 4, set. 2022.

LUBIN, M. et al. **JuMP**: the JuMP core developers and contributors. 2023. Disponível em: <<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/JuMP.pdf>>. Acesso em: 25 mai. 2023.

NOCEDAL, J; WRIGHT, S. J. **Numerical optimization**. New York, USA: Springer, 2006.

PERKEL, J. Julia: come for the syntax, stay for the speed. **Nature**, [s.l.], v. 572, n. 7767, p. 141-142, jul. 2019.

RABELO, N. N. **Análise da segurança hídrica no estado do Ceará**: subsídios para o planejamento e gestão dos recursos hídricos. 2022. 170 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil – Recursos Hídricos) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2022.

UN-WATER. **What is water security?** Infographic. 2013. Disponível em: <<https://www.unwater.org/publications/what-water-security-infographic>>. Acesso em: 27 mai. 2023.

VALERIANO, M. M. . **Topodata - banco de dados geomorfométricos locais do Brasil**. 2008. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/topodata/data/grd/>>. Acesso em: 26 jan. 2023