



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ANDERSON ALVES DE MOURA DA SILVA

AS TRANSFORMAÇÕES RELATIVÍSTICAS DE QUANTIDADES
TERMODINÂMICAS

FORTALEZA

2023

ANDERSON ALVES DE MOURA DA SILVA

AS TRANSFORMAÇÕES RELATIVÍSTICAS DE QUANTIDADES TERMODINÂMICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Física do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Geová Maciel de Alencar Filho

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S578t Silva, Anderson Alves de Moura da.
As transformações relativísticas de quantidades termodinâmicas / Anderson Alves de Moura da Silva. –
2023.
77 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências,
Curso de Física, Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. Geová Maciel de Alencar Filho.

1. Termodinâmica. 2. Movimento. 3. Temperatura. 4. Pressão. 5. Energia. I. Título.

CDD 530

ANDERSON ALVES DE MOURA DA SILVA

AS TRANSFORMAÇÕES RELATIVÍSTICAS DE QUANTIDADES TERMODINÂMICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Física do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Física.

Aprovada em: 26 de Junho de 2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Geová Maciel de Alencar
Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Claudio Lucas Nunes de Oliveira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Ivan Carneiro Jardim
Universidade Regional do Cariri (URCA)

À minha família que está crescendo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pelo dom da vida, por proporcionar o encontro com pessoas incríveis na minha vida, minha família, agora que está crescendo como minha esposa, meu filho e a meus pais por me darem tudo o que uma pessoa bem realizada poderia ter na vida: cuidados e amor em casa.

Agradeço ao professor Geová Maciel por todo o suporte durante essa longa caminhada desde antes da pandemia até hoje, bem como por ter acreditado em mim e me dado uma chance como bolsista em um momento tão conturbado. Também gostaria de agradecer a alguns professores do Departamento pelos desafios propostos, tais como o Professor José Ramos, pelos ensinamentos em diversas disciplinas que tive o prazer de cursar. Ao professor Makarius Tahim, pela força e orientação.

Pelo CNPQ por todo o suporte financeiro em minha época como bolsista.

Aos meus amigos Fabiano Pereira, por toda motivação no final deste trabalho, e a Matheus Macedo, Gustavo Franklin, Wesley Ferreira, Sérgio Murilo e Afonso Terceiro por N momentos de curtição e de apoio nos estudos.

De uma forma geral, a todos aqueles que me ajudaram de uma forma direta ou indireta na realização deste trabalho ou em minha formação enquanto físico nestes anos.

RESUMO

No presente trabalho, é realizada uma revisão da literatura em cima de uma das temáticas mais controversas dentro da Física, especialmente na Relatividade Especial, que é a descrição Termodinâmica de corpos em movimento. Tal abordagem sendo cerca de 110 anos ainda sem uma explicação plausível. O tema proposto é fruto do trabalho de Christian Farías, Víctor A. Pinto e Pablo Moya, os quais propõem que não há concordância em uma abordagem que seja satisfatória onde diversos autores fazem suas suposições, de modo que cada uma leva a uma conclusão diferente e diversas transformações para a temperatura e pressão são consideradas. A abordagem dos autores relatada no presente trabalho perpassa pela construção histórica da relatividade especial, desde Einstein e Planck até a realização de trabalhos mais atuais dentro do tema, inclusive chegando a uma proposta de abordagem da Termodinâmica Relativística pelos autores, utilizando-se de métodos simples dentro da termodinâmica de Carathèodory abordada por Callen em seu livro.

Palavras-chave: termodinâmica; movimento; temperatura; pressão; energia.

ABSTRACT

In the present work, a literature review is carried out on one of the most controversial themes within Physics, especially in Special Relativity, which is the Thermodynamic description of bodies in motion. Such an approach being around 110 years old still without a plausible explanation. The proposed theme is the result of the work of Christian Farías, Víctor A. Pinto and Pablo Mouya, who propose that there is no agreement on an approach that is satisfactory where several authors make their assumptions, so that each one leads to a different conclusion and several transformations for temperature and pressure are considered. The approach of the authors reported in this work goes through the historical construction of special relativity, from Einstein and Planck to the realization of more current works on the subject, including arriving at a proposal for an approach to Relativistic Thermodynamics by the authors, using simple methods within Carathèodory's thermodynamics addressed by Callen in his book.

Keywords: thermodynamics; movement; temperature; pressure; energy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Configuração padrão e transformações de Galileu	17
Figura 2 – Cone de Luz e Tipos de Intervalo	25

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathcal{A} e \mathcal{A}'	Sistemas Termodinâmicos em dois referenciais
\mathcal{I} e \mathcal{I}'	Sistemas de Referência
\vec{f} ou \vec{F}	Trivetor força
m	Massa de uma partícula
\vec{a}	Aceleração
x, y, z	Coordenadas da posição de uma partícula em um referencial \mathcal{I}
x', y', z'	Coordenadas da posição de uma partícula em um referencial \mathcal{I}'
\vec{v} ou \vec{u}	Velocidade
v ou u	módulo da velocidade
t e t'	tempo em cada referencial \mathcal{I} ou \mathcal{I}'
v_1, v_2, v_3 ou u_1, u_2, u_3	Componentes da velocidade em \mathcal{I}
v'_1, v'_2, v'_3 ou u'_1, u'_2, u'_3	Componentes da velocidade em \mathcal{I}'
a_x, a_y, a_z ou a_1, a_2, a_3	Componentes da aceleração em \mathcal{I}
a'_x, a'_y, a'_z ou a'_1, a'_2, a'_3	Componentes da aceleração em \mathcal{I}'
c	Velocidade da luz no vácuo
γ	Fator de lorentz
T_0 ou τ	Tempo próprio
L_0	Comprimento próprio
\mathcal{P}	Ponto de acontecimento de um certo evento
ds	Intervalo invariante
\mathbf{A}	Quadrivetor genérico
$A_i, i = 1, 2, 3, 4$	Componentes do quadrivetor genérico
\mathbf{R}	Quadrivetor posição
\mathbf{U}	Quadrivetor velocidade
m_0	Massa de repouso
\mathbf{P}	Quadrivetor momento

\vec{P}	Trivetor momento
P	Módulo do trivetor momento
E	Energia total
E_m	Parte mecânica da energia Total
U	Energia Interna
$N_i, i = 1, 2, \dots, r$	Números molares o i-ésimo componente
S	Entropia ou área da superfície no referencial \mathcal{I}
V ou \mathcal{V}	Volume
T	Tempo ou Temperatura
p e p'	Pressão aplicada respectivamente nos referenciais \mathcal{I} e \mathcal{I}'
μ_j	Potencial Eletroquímico do j-ésimo componente
S	Área da superfície no referencial \mathcal{I}
S_1, S_2 e S_3	Componentes da área da superfície no referencial \mathcal{I}
S'	Área da superfície no referencial \mathcal{I}'
S'_1, S'_2 e S'_3	Componentes da área da superfície no referencial \mathcal{I}'
dQ (ou ΔQ) e dQ' (ou $\Delta Q'$)	Calor transferido respectivamente em \mathcal{I} e \mathcal{I}'
ds	Intervalo invariante
n	Quantidade de matéria
\hat{n}	Componente perpendicular a uma superfície.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO DE RELATIVIDADE ESPECIAL	15
2.1	O Princípio da Relatividade Especial e as Transformações de Lorentz	15
2.1.1	<i>As Leis de Newton e Referenciais Inerciais</i>	15
2.1.2	<i>As Transformações de Galileu</i>	16
2.1.3	<i>O eletromagnetismo e as Transformações de Galileu</i>	17
2.1.4	<i>O éter e o Experimento de Michelson-Morley</i>	18
2.1.5	<i>A teoria do éter de Lorentz</i>	19
2.1.6	<i>O princípio da Relatividade de Einstein</i>	19
2.1.7	<i>Consequências cinemáticas das Transformações de Lorentz</i>	22
2.2	O Quadrivetor momento	24
2.3	Transformação de Velocidades	30
2.4	Transformação de Força, área e pressão	33
2.4.1	<i>O quadrivetor Força</i>	33
2.4.2	<i>A transformação do quadrivetor Força</i>	34
2.4.3	<i>As transformações de volume e área</i>	37
2.5	Transformação de Energia para sistemas contínuos	38
3	REVISÃO DE TERMODINÂMICA NÃO-RELATIVÍSTICA	41
3.1	Equilíbrio Térmico e a Lei Zero da Termodinâmica	42
3.1.1	<i>Pressão, Equação de Estado e Temperatura</i>	43
3.2	Conceitos de Calor, Trabalho, Energia Interna e a Primeira Lei da Termodinâmica	44
3.3	A Segunda Lei da Termodinâmica e o Conceito de Entropia	48
3.4	Os Postulados da Termodinâmica e as Variáveis termodinâmicas extensivas e intensivas	52
4	UMA BREVE REVISÃO DAS ABORDAGENS RELATIVÍSTICAS DE QUANTIDADES TERMODINÂMICAS	55
4.1	<i>As transformações de Planck-Einstein</i>	55
4.2	<i>As transformações de Ott-Arzèlies</i>	58
4.3	<i>Transformações que tornam a temperatura invariante</i>	62

4.4	<i>Nenhuma transformação geral de temperatura</i>	64
5	UMA PROPOSTA PARA A DESCRIÇÃO TERMODINÂMICA DOS CORPOS EM MOVIMENTO	67
6	CONCLUSÃO	74
	REFERÊNCIAS	76

1 INTRODUÇÃO

Uma teoria da termodinâmica consistente com a Relatividade Especial vem sendo um desafio durante um longo tempo. Com precisão maior, cerca de 110 anos, desde o início da Relatividade Especial, formulada por Einstein até os dias atuais, vem se tornando cada vez mais difícil encontrar-se um consenso sobre o que acontece com corpos em movimento. O problema que surge é o seguinte: Dado um sistema termodinâmico \mathcal{A} em equilíbrio termodinâmico, bem como dois sistemas de referência, \mathcal{S} e \mathcal{S}' , onde o sistema de referência \mathcal{S} está em repouso em relação a \mathcal{A} , enquanto que o outro sistema de referência, \mathcal{S}' move-se com velocidade \vec{u} em relação ao sistema de referência \mathcal{S} . A questão é, será possível encontrar uma transformação relativística de modo a expressar quantidades termodinâmicas, tais como temperatura, pressão, calor, entropia, etc do sistema termodinâmico \mathcal{A} no sistema \mathcal{S}' ?

No presente trabalho, será abordado como forma de revisão de literatura, o trabalho dos autores Farías *et al.* (2017), no qual realizam uma boa discussão sobre a linha do tempo sob a qual a matéria de estudo da termodinâmica relativística possui suas discordâncias entre diversos autores. Eles iniciam sua discussão relatando o que ocorre mediante as transformações relativísticas propostas por Einstein e Planck (EINSTEIN, 1908; PLANCK, 1908) ao considerarem que a temperatura de um corpo deve baixar, ao passo que a Entropia e a pressão devem ser invariantes.

Em seguida, partem para abordagem de Ott (OTT, 1963), no qual considera uma transformação inversa da temperatura, mas de tal forma que a entropia e a pressão sejam por sua vez invariantes; e Landsberg (LANDSBERG, 1966; LANDSBERG; JOHNS, 1970), o qual propõe a invariância por Transformações de Lorentz da Temperatura, de modo que, juntamente com ela, pressão e entropia também sejam invariantes. Tal hipótese os autores relatam ser o ponto de partida para diversos outros autores, que além dos trabalhos de Landsberg (1966), Landsberg e Johns (1970), incluem também os trabalhos de Cavalleri e Salgarelli (1969), dentre abordagens básicas da termodinâmica relativística, por meio de conjuntos de equações que mostrem uma invariância geral por transformações de Lorentz, das quantidades termodinâmicas. Dadas as várias controvérsias geradas pelos diversos autores em suas hipóteses, é mostrado no presente trabalho uma forma bastante instrutiva descrita por Farías *et al.* (2017), sobre o que ocorre com a temperatura de um corpo em movimento, no qual os autores discutem uma forma de obter da forma mais "correta" possível, equações de transformação das grandezas termodinâmicas e a fazem, inicialmente ao recorrerem inicialmente à termodinâmica formulada por Carathéodory e abordada no livro de Callen (1991) e somente após esquematizarem todas as equações dentro da

termodinâmica do equilíbrio, que então partem para suposições relativísticas de grandezas em comum das duas áreas.

Como resultado dessa abordagem, é relatado no presente trabalho uma forma matemática mais "limpa", por assim dizer, diferentemente das demais apresentadas no decorrer do trabalho e que, talvez por conta desse fato, seja motivo de tanta controvérsia estabelecida durante tanto tempo. Além de terem a oportunidade de ser publicado algo tão importante dentro dessa temática, é interessante também ver, como os próprios autores (FARÍAS *et al.*, 2017) afirmam, para um aluno de graduação que esteja cursando Termodinâmica, que é importante enxergar além da Termodinâmica e ir mais longe como um caminho de discussão das ideias da Física.

O presente trabalho está dividido em quatro capítulos, distribuídos entre: uma abordagem da relatividade especial, os aspectos de termodinâmica básicos e avançados, descrições de abordagem relativística por diversos autores e, ao final, uma proposta para a descrição relativística da termodinâmica.

2 REVISÃO DE RELATIVIDADE ESPECIAL

2.1 O Princípio da Relatividade Especial e as Transformações de Lorentz

O Princípio da Relatividade Especial, formulada por Einstein em 1905, é uma teoria moderna de descrição do espaço e tempo, antes considerados por Newton como conceitos absolutos e universais e que, por meio desta teoria, tais noções são substituídas por uma só noção, o chamado espaço-tempo, isto é, tais noções são tomadas agora como um pano de fundo único na descrição das leis físicas, que por sua vez, devem ser compatíveis com tais noções (RINDLER, 2006).

2.1.1 As Leis de Newton e Referenciais Inerciais

Como motivação ao princípio da Relatividade Especial, Rindler (2006) destaca em seu livro as Leis de Newton, às quais ressaltam claramente as noções absolutas de espaço e tempo.

- 1ª Lei de Newton: Partículas livres movem-se com velocidade constante.
- 2ª Lei de Newton: O vetor força sobre uma partícula é igual ao produto da massa pela aceleração, isto é

$$\vec{f} = m\vec{a}. \quad (2.1)$$

- 3ª Lei de Newton: as forças de ação e reação são iguais e opostas, de modo que se uma partícula A exerce uma força \vec{f} sobre uma partícula B, então instantaneamente¹ B exerce uma força $-\vec{f}$ sobre A.

As Leis de Newton possuem sua importância na definição dos chamados *Referenciais Inerciais*, isto é referenciais aos quais tais leis são válidas, e que "permite que quantidades físicas tais como velocidade, aceleração, campo elétrico sejam definidas" (RINDLER, 2006, p. 4). Uma forma de se entender tal referencial é imaginá-lo como um corpo rígido, isto é, um corpo no qual todos os seus pontos permanecem rígidos, em repouso relativo uns com os outros. Um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais pode ser associado com um referencial inercial de muitas formas, ao se escolher um conjunto de três planos mutuamente ortogonais entre si, e medindo as distâncias x, y e z como as distâncias destes planos (RINDLER, 2006).

¹ A noção de tempo absoluto é requerida na terceira lei de Newton, pois caso não fosse assim, duas partículas separadas de uma certa distância e a força entre elas varia, tal interação sentida por uma não seria sentida pela outra ao mesmo tempo, havendo, portanto uma inconsistência (RINDLER, 2006).

Feita a escolha, definimos um tempo t através do referencial, pois este parâmetro encaixa-se em muitas das leis, inclusive nas leis de Newton ao se considerar um tempo absoluto e único para todo o mundo. Para partículas livres, a sua taxa de movimentação com relação a esse tempo absoluto dá a ligação direta à primeira Lei de Newton. Somente a escolha de unidades e o ajuste zero (sincronização) permanecem livres (RINDLER, 2006).

A Primeira Lei de Newton, segundo Rindler (2006) assume um papel de grande importância, que é de destacar referenciais inerciais dentre referenciais livres, isto é, um referencial rígido é dito ser um referencial inercial se partículas livres não possuem aceleração relativa a ele, concluindo então que as Leis de Newton se aplicam igualmente em todos os referenciais inerciais. No entanto, o autor ainda cita que Newton postulou um *Espaço Absoluto* quase-substancial, pensado por ele em termos do centro de massa do sistema solar em repouso e que para ele, foi a primeira área para a sua mecânica, o que contradiz com o fato de que as leis de Newton são válidas para todo referencial em movimento uniforme em relação ao espaço absoluto (os referenciais inerciais).

2.1.2 As Transformações de Galileu

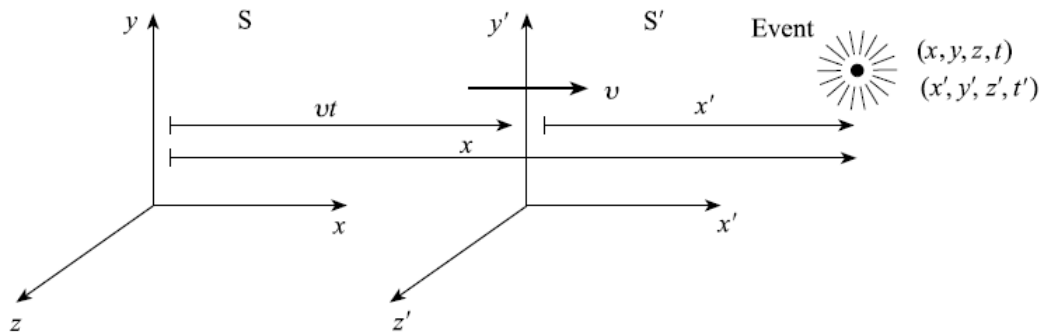
Para a descrição das Transformações de Galileu, Rindler (2006, p. 5), em seu livro, se utiliza da seguinte situação:

Considere quaisquer dois sistemas de referência rígidos \mathcal{S} e \mathcal{S}' em movimento relativo uniforme com velocidade v . Considere unidades de comprimento e tempo usadas em ambos os referenciais. Considere os tempos t e t' e suas coordenadas Cartesianas x, y, z e x', y' e z' adaptadas ao seu movimento relativo da seguinte maneira: A origem \mathcal{S}' se move com velocidade v ao longo do eixo x de \mathcal{S} , o eixo x' coincide com o eixo x , enquanto que os eixos y' e y permanecem paralelos assim como os eixos z' e z ; e todos os relógios são ajustados a zero quando as duas origens coincidem.

Tal configuração é definida então como *padrão*. Além do mais, Rindler (2006) ainda supõe um evento (tal como um bulbo de uma lâmpada emitindo luz ou duas partículas colidindo uma com a outra) o qual possui como coordenadas (x, y, z, t) relativas a \mathcal{S} e (x', y', z', t') relativas à \mathcal{S}' . A figura (1) ilustra tal arranjo. As coordenadas de um dado evento dado são relacionadas através das equações:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t, \quad (2.2)$$

Figura 1 – Configuração padrão e transformações de Galileu



Fonte: Rindler (2006)

às quais são conhecidas como Transformações de Galileu e que relatam a relação entre as coordenadas de um dado evento diante de um espaço e tempo absolutos, enquanto um referencial dado se move com velocidade v em relação à outro. Derivando em relação a t , obtemos as transformações de velocidade

$$u'_x = u_x - v; \quad u'_y = u_y; \quad u'_z = u_z. \quad (2.3)$$

Derivando em relação ao tempo novamente as equações (2.3) e considerando que v seja constante, obtém-se

$$a'_x = a_x; \quad a'_y = a_y; \quad a'_z = a_z; \quad (2.4)$$

isto é, o que se obtém é que segundo as Transformações de Galileu a aceleração é uma grandeza *invariante* e, conseqüentemente, a segunda Lei de Newton, $F = ma$ também mantém seu formato, dado que a massa da partícula também é um invariante. A mecânica Newtoniana é, portanto, mantida sob as transformações de Galileu (RINDLER, 2006).

2.1.3 O eletromagnetismo e as Transformações de Galileu

Dadas as transformações de Galileu, um problema ainda permanece em aberto, que é a suposta existência do éter, uma substância proposta desde a época de Descartes (1596-1650) à qual preenche o espaço e que por meio desta, transmite outras ações incompreensíveis, dentre elas, a ação gravitacional proposta por Newton e até mesmo a propagação da luz (RINDLER, 2006). Esta proposta de um "éter luminífero segundo Rindler (2006), foi a pedra angular da Teoria de Maxwell (1864) e tornou-se plausível na marcação do espaço absoluto de Newton.

Sabe-se que através das Equações de Maxwell, surge naturalmente uma grandeza c , à qual possui dimensão de velocidade e que é oriunda da mistura dos campos elétricos e magnéticos, e obtida através de experimentos envolvendo cargas e correntes (RINDLER, 2006), isto é, a teoria de Maxwell pôde prever a propagação de perturbações do campo eletromagnético no vácuo com esta velocidade, isto é, a existência das ondas eletromagnéticas (RINDLER, 2006). E mais, o que surpreende é que a velocidade de tais ondas eletromagnéticas coincide precisamente com a velocidade de propagação da luz no vácuo c , o que leva a concluir que a luz deve ser um fenômeno ondulatório eletromagnético (RINDLER, 2006).

De modo a servir como meio de propagação da luz, Maxwell retomou a ideia desse meio ser o éter, o qual denominou *éter luminífero*. O éter então coincidindo com o referencial das estrelas fixas, conseqüentemente retomando a ideia do espaço absoluto de Newton, onde tal espaço absoluto poderia ser eletromagneticamente distinto dos outros referenciais (RINDLER, 2006).

2.1.4 O éter e o Experimento de Michelson-Morley

Em busca de se obter "observações" diretas do suposto éter proposto por Maxwell, foram realizados diversos experimentos, envolvendo o fenômeno da interferência da luz através do movimento relativo da terra com o suposto éter, produzindo como efeito os então chamados "ventos de éter" detectáveis através de interferômetros. Um dos mais conhecidos é o experimento do interferômetro de Michelson-Morley de 1887 (NUSSENZVEIG, 2014), (RESNICK; WATANABE, 1971), (RINDLER, 2006). Rindler (2006, p. 9), particularmente o descreve de uma forma sucinta como:

Eles dividiram um feixe de luz e o enviaram ao longo de caminhos ortogonais de igual comprimento e vice-versa, logo após foram produzidas franjas de interferência entre os feixes de retorno. Diferentes componentes do vento de éter ao longo dos dois caminhos devem ter levado a uma diferença nos tempos de viagem. Entretanto, quando o aparelho foi girado em 90°, para que essa diferença fosse revertida, o deslocamento esperado das franjas não ocorreu.

Neste experimento, era esperado por Michelson e Morley a deriva do éter em algum tempo durante o ano, não importando como ele flutua pelo sistema solar, isso devido a velocidade orbital da Terra ao redor do Sol ser de 18 milhas por segundo. Além do mais uma deriva desta magnitude está bem dentro da capacidade de detecção do aparato (RINDLER, 2006). Várias foram as explicações para este resultado nulo, por exemplo, a explicação de que a Terra arrasta

juntamente com o éter na vizinhança. No entanto, foram desconsideradas devido a vários outros efeitos óticos, dentre eles a aberração da luz das estrelas (RINDLER, 2006).

A questão agora é, como então a média de ida e volta da luz poderia ser independente da direção apesar do vento do éter? O experimento de Michelson-Morley falha então em relação ao que conhecemos hoje, ou seja, mesmo a velocidade unidirecional da luz é independente de qualquer vento de éter (RINDLER, 2006).

2.1.5 *A teoria do éter de Lorentz*

Cerca de dois anos após a idealização do experimento de Michelson-Morley, bem como da obtenção de seu resultado nulo quanto à existência do éter, foi elaborada uma explicação engenhosa, elaborada por Fitzgerald e de forma independente por Lorentz três anos depois. Nas palavras de Rindler (2006, p. 10):

Tal explicação sugeria que os comprimentos dos braços do interferômetro que se movem através do éter a uma velocidade v contraem-se na direção do movimento por um fator de $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ e que apenas compensariam o desvio no aparato de Michelson-Morley.

Apesar de Lorentz e Fitzgerald terem sugerido de forma aparentemente tal ideia, Lorentz foi capaz de justificá-lo até certo ponto ao apelar para a constituição eletromagnética da matéria e à conhecida contração do campo de cargas em movimento. Segundo Rindler (2006), como resultado da contração estudada por eles, a velocidade de ida e volta de um feixe de luz no braço do interferômetro deve se transformar como:

$$c' = c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

Tal relação é obtida considerando-se no interferômetro que um dado feixe de luz caminha na mesma direção de movimento do suposto vento do éter, de modo que é contabilizado por eles o tempo de ida até incidir em um espelho e que então esse feixe de luz retorna com velocidade contrapondo-se à velocidade do vento do éter. Além disso, a equação (2.5) mostra que a velocidade da luz depende da velocidade v do referencial.

2.1.6 *O princípio da Relatividade de Einstein*

Diante então do quebra-cabeça imposto pelo experimento de Michelson-Morley e da explicação sugerida para o seu fracasso na detecção do éter, Einstein resolveu solucioná-lo de

uma forma drástica, em 1905, em seu famoso Princípio da Relatividade que afirma que "todos os referenciais inerciais são equivalentes para a realização de todos os experimentos físicos (RINDLER, 2006, p. 12)". Esta afirmação é conhecida como o primeiro postulado da Teoria da Relatividade Especial. Para Einstein, não existe a ideia de éter, conseqüentemente também não existe a ideia de um referencial absoluto (RINDLER, 2006). Para Einstein, o que há então é uma equivalência entre todos os referenciais inerciais, onde as leis físicas são as mesmas válidas em todos eles, seja para as leis de Newton ou para as equações de Maxwell, se um referencial inercial é bom para uma, também será bom para a outra.

Esta última afirmação ressalta também a adoção de mais uma hipótese realizada por Einstein de que, de fato, há um segundo postulado, no qual afirma que: "a luz viaja retilinearmente com velocidade c em todas as direções em todos os referenciais inerciais"(RINDLER, 2006, p. 12). Ainda segundo o autor, Einstein justifica a adoção deste postulado pois "esta propriedade caracteriza o éter de Maxwell assim como a primeira lei de Newton caracteriza o espaço absoluto de Newton"(RINDLER, 2006, p. 12).

O segundo postulado, como Einstein já tomava conhecimento, colidia diretamente com as ideias da mecânica Newtoniana quanto às noções de espaço e tempo, pois como há de se notar, não importa para qual direção se esteja tomando no vácuo, a luz sempre terá velocidade constante e igual a c em qualquer referencial inercial. Ao passo que tal postulado causava uma reviravolta nas concepções das noções de espaço e tempo, é importante ressaltar que Einstein o formulou juntamente com o primeiro postulado com o intuito de se explicar o fracasso em se encontrar o suposto éter da teoria de Maxwell. Segundo Rindler (2006, p. 12):

O princípio da relatividade de Einstein 'explica' o fracasso de todos os experimentos de deriva do éter tanto quanto o princípio da conservação de energia explica a priori (isto é, sem a necessidade de um exame detalhado do mecanismo) o fracasso de todas as tentativas de construir uma máquina de movimento perpétuo. Reciprocamente, esses experimentos agora serviam como evidência empírica para o princípio de Einstein. Einstein havia virado a mesa: era possível fazer previsões. A situação pode ser comparada àquela existente na astronomia na época em que o intrincado sistema geocêntrico de Ptolomeu (correspondente à teoria "eterocêntrica" de Lorentz) deu lugar às ideias de Copérnico, Galileu e Newton. Em ambos os casos, a liberação de um quadro de referência consagrado pelo tempo, mas inconveniente, introduziu um esclarecimento revolucionário do pensamento físico e, conseqüentemente, levou à descoberta de uma série de resultados novos e inesperados.

De modo a satisfazer os postulados da Relatividade Especial, bem como ser mantida a eletrodinâmica de Maxwell, dada a sua veracidade e consolidação em termos experimentais e o valor acurado da velocidade da luz consolidando um dos postulados da relatividade como

proposto por Einstein, resta apenas uma saída para a modificação das leis físicas, que é admitir que as transformações de Galileu estão incorretas, frente às equações de Maxwell às quais não são covariantes sob tais transformações (RINDLER, 2006).

O ponto de partida agora, segundo Rindler (2006), Resnick e Watanabe (1971), é encontrar um conjunto de novas transformações que levem em conta características espaciais e temporais homogêneas e isotrópicas, de tal forma que as leis físicas permaneçam válidas em um referencial inercial e que a velocidade da luz no vácuo seja o pilar principal. Em outras palavras, que tais transformações reproduzam corretamente os postulados básicos do princípio da Relatividade Especial. Para isso, os autores concordam que tais equações devem estabelecer uma relação linear entre as coordenadas espaciais, x, y, z e a variável temporal t entre dois referenciais \mathcal{S} e \mathcal{S}' , isto é, temos:

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t + a_{15} \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}t + a_{25} \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}t + a_{35} \\ t' = a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t + a_{45} \end{cases}, \quad (2.6)$$

onde \mathcal{S}' move-se com velocidade v em relação a \mathcal{S} , isto é, ambos os referenciais em configuração padrão. Além disso, ao ser considerado um pulso luminoso em um dos referenciais, provocado por um dado evento, tal como o evento mostrado na figura 1, bem como escrevendo-o em termos das coordenadas de ambos os referenciais. Os postulados da Relatividade Especial nos permitem escrever que, para um dado pulso luminoso (evento), temos:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0, \quad (2.7)$$

isto é, a equação (2.7) mostra a luz sendo propagada com a mesma velocidade, c , bem como dois observadores nos referenciais distintos presenciando o dado evento.

Após serem consideradas algumas informações, tais como a configuração padrão em $t' = t = 0$ dos sistemas de referência, a consideração de que $y' = y$ e $z' = z$ para a configuração padrão; a localização de um dado evento na origem de \mathcal{S}' e que, por sua vez se desloca de $x = vt$ para \mathcal{S} , bem como argumentos de simetria, ao ser considerada a velocidade v "reversa", isto é, tomando $x \rightarrow -x$, obtemos $v \rightarrow -v$, e alguns cálculos, Resnick e Watanabe (1971) e Rindler (2006), chegam às seguintes equações de transformação:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{cases} \quad (2.8)$$

O conjunto de equações obtidas são as conhecidas Transformações de Lorentz e representam a "alma" da Relatividade Especial, visto que elas apresentam a propriedade marcante que é a da união entre as coordenadas espaciais com o tempo, tomando a unificação desses dois conceitos, que diferentemente de Newton, considera o espaço-tempo como absoluto. Nota-se aqui que tais conceitos são relativos e dependem da velocidade v relativa entre dois referenciais inerciais. Nota-se pela equação (2.8) o fator γ , que é conhecido por fator de Lorentz (RINDLER, 2006; RESNICK; WATANABE, 1971) e é dado por

$$\gamma = \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.9)$$

É interessante notar a dependência da velocidade nesse fator e o que ocorre para o limite de baixas velocidades, isto é, para $v \ll c$, obtém-se as Transformações de Galileu (2.2).

2.1.7 Conseqüências cinemáticas das Transformações de Lorentz

Ao serem obtidas as transformações de Lorentz (TL), surgem algumas conseqüências cinemáticas bastante interessantes, que são a Dilatação do tempo e a Contração do comprimento.

Inicialmente, consideremos dois referenciais inerciais \mathcal{S} e \mathcal{S}' em configuração padrão e um relógio situado no referencial \mathcal{S}' e viajando com ele a uma dada velocidade v . Tal relógio irá assinalar um tempo T_0 decorrido em um dado evento neste referencial, por exemplo, esse relógio pode estar viajando junto com um múon e assinala o seu decaimento segundo o próprio múon. A questão é, qual o tempo decorrido T para um observador que observa o dado evento (decaimento do múon)? Consideremos nesse caso uma forma alternativa das transformações de Lorentz à qual envolve a variação das coordenadas, e variáveis inversas, isto é, expressando as coordenadas "sem linha" em termos das coordenadas "com linha" (RINDLER, 2006).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x = \gamma(v)(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta y = \Delta y' \\ \Delta z = \Delta z' \\ \Delta t = \gamma(v)\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right) \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Considerando que o relógio esteja em um mesmo local no referencial \mathcal{S}' , temos que $\Delta x' = 0$, de tal forma que nesse referencial, temos que $\Delta t' = T_0$. Assim sendo, pelas transformações de Lorentz (2.10), obtemos a relação:

$$T = \gamma T_0. \quad (2.11)$$

Pela definição do fator de Lorentz γ , nota-se que à medida que v se torna cada vez maior, tal fator também cresce assintoticamente, logo, pode-se concluir que (2.11) fornece um tempo medido por um observador maior do que o tempo assinalado por um outro observador que acompanha o evento, conforme descrito anteriormente. Esse fenômeno importante é conhecido por Dilatação do tempo.

Uma segunda situação que descreve outra grande consequência das TL é descrita por Rindler (2006). Consideremos agora um corpo extenso, que viaja com velocidade v em um referencial inercial \mathcal{S}' que o acompanha, de tal forma que seu comprimento medido nesse referencial seja L_0 . Um segundo observador situado em \mathcal{S} observa esse corpo em movimento longitudinal e deseja obter o comprimento L desse corpo. Como sabe-se bem, em \mathcal{S} , o comprimento é medido realizando-se a medida de seus pontos extremos simultaneamente, isto é, $\Delta t = 0$. Assim, para $\Delta x' = L_0$ e $\Delta x = L$ e utilizando-se as transformações de Lorentz em sua forma de variação (2.10), temos:

$$L = \frac{L_0}{\gamma}. \quad (2.12)$$

Nota-se por (2.12) que, diferentemente da dilatação do tempo, como γ tende a aumentar assintoticamente, seu inverso tende a diminuir a zero, resultando então no fenômeno conhecido por Contração do Comprimento (RINDLER, 2006).

2.2 O Quadrivetor momento

As transformações de Lorentz possuem propriedades bastante importantes, e que caracterizam algebricamente e fisicamente um dado evento em referenciais diferentes. Tais propriedades se estendem desde o conceito de simultaneidade, isto é, dois eventos que são simultâneos em um referencial, não são simultâneos em outro. Além disso, há uma simetria entre x e ct , de modo que podemos caracterizar ct como uma nova coordenada e assim descrever matematicamente o conceito de espaço-tempo. Dessa forma, pode-se finalmente, estabelecer uma forma de se realizar medições nesta nova descrição, em um novo espaço, conhecido por espaço de Minkowski, o qual considera uma nove medição de distância entre dois pontos, através de uma métrica, denominada métrica do espaço-tempo ou métrica quadridimensional e que dá origem a objetos matemáticos para tal, que são os chamados quadrivetores (RINDLER, 2006).

De fato, tomando as transformações de Lorentz², pode-se mostrar que

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2, \quad (2.13)$$

isto é, há um objeto matemático presente na estrutura da teoria da Relatividade que mantém sua forma devido às Transformações de Lorentz. Tal objeto denomina-se Intervalo e é definido por (RINDLER, 2006).

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2. \quad (2.14)$$

A depender do tipo de separação entre eventos este objeto pode assumir três formas distintas: tipo-tempo, tipo-espaço ou tipo-luz (também conhecido por intervalo *null* ou "nulo") (RINDLER, 2006; HARTLE, 2021).

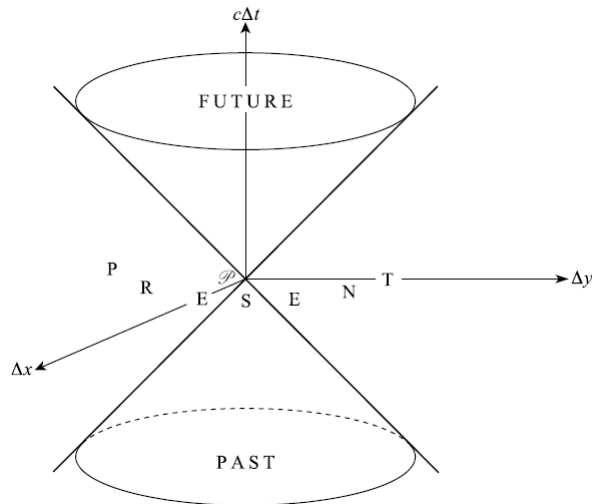
- Para $ds^2 < 0$, a separação entre dois eventos ocorre a uma velocidade subluminal, isto é, abaixo da velocidade da luz. O tipo de intervalo que caracteriza esta separação é do tipo-tempo.
- Para $ds^2 > 0$, a separação entre dois eventos ocorre a uma velocidade superluminal, isto é, acima da velocidade da luz. O tipo de intervalo que caracteriza esta separação é do tipo-espaço.

² Pode-se usar qualquer uma das formas, a que envolve as coordenadas ou a que envolve a diferencial delas. Em especial, será usada a forma que envolve as variações das coordenadas

- Para $ds^2 = 0$, a separação entre dois eventos ocorre à velocidade da luz. O tipo de intervalo que caracteriza esta separação é do tipo-luz ou separação nula.

Tais tipos de intervalos quando combinados resultam em um componente geométrico da teoria, são os cones de luz dentro do espaço de Minkowski. A figura (2) ilustra os tipos de intervalo presentes em um cone de luz.

Figura 2 – Cone de Luz e Tipos de Intervalo



Fonte: Rindler (2006)

Observa-se neste cone de luz que para um dado evento ocorrido em \mathcal{P} , isto é, no "presente", para um dado observador que esteja dentro desse cone e acima do plano xy , a informação do ocorrido em \mathcal{P} chegará até ele descrevendo uma linha de mundo, isto é, sua trajetória no espaço-tempo, à qual pode ter uma velocidade representada pela reta tangente a essa trajetória. Caso essa reta tangente esteja dentro do cone de luz, o intervalo será tipo-tempo. Caso esta reta tangente seja paralela às retas geratrizes do cone, isto é, paralelas às retas que representam a velocidade da luz em tal diagrama, dizemos então que o intervalo é do tipo luz. Finalmente, caso esta reta tangente à linha-mundo "fure"o cone de luz, dizemos que nesse caso temos um evento superluminal e, assim, o intervalo é tipo-espaço.

Neste contexto de cone de luz e tipos de intervalos, Hartle (2021), Rindler (2006), dentre diversos outros autores definem e caracterizam estruturas fundamentais dentro do espaço-tempo, os quadrivetores, que a grosso modo, são objetos expressos dentro da métrica do espaço-tempo (intervalo) e representam, como analogia dos vetores usuais, grandezas físicas vetoriais, mas com a diferença que há uma quarta componente e que, com a presença dessa quarta componente, a invariância (2.13) é satisfeita. Em outras palavras, seja $\mathbf{A} = (A_1, A_2, A_3, A_4)$ um quadrivetor. Tal objeto deve satisfazer (2.13) e, portanto, deve obedecer as seguintes transfor-

mações de Lorentz, com a troca entre as grandezas originais pelas respectivas componentes do vetor \mathbf{A} (RINDLER, 2006):

$$\left\{ \begin{array}{l} A'_1 = \gamma(v)(A_1 - \frac{v}{c}A_4) \\ A'_2 = A_2 \\ A'_3 = A_3 \\ A'_4 = \gamma(v)(A_4 - \frac{v}{c}A_1) \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Como exemplo de quadri vetor, Rindler (2006) descreve o quadri vetor velocidade \mathbf{U} , o qual assumirá um papel de grande importância aqui por ser o quadri vetor suporte para outros quadri vetores, tais como o quadrimomento, bem como a quadri força.

Sejam $\mathbf{R} = (x, y, z, ct)$ as coordenadas de uma partícula em movimento, seguindo uma trajetória determinada pela sua linha-mundo. O vetor tangente à sua linha-mundo, expresso em termos da taxa de variação da posição da partícula em relação ao tempo próprio³ τ da mesma, é definido como a sua quadri velocidade \mathbf{U} e é dada por:

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{R}}{d\tau}. \quad (2.16)$$

Pode-se expressar a quadri velocidade em termos das velocidades ordinárias. Para isso, basta que tomemos a derivada das coordenadas de \mathbf{R} , na qual:

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{R}}{d\tau} = \left(\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}, \frac{d(ct)}{d\tau} \right). \quad (2.17)$$

No entanto, as derivadas de cada coordenada x , y , z ou t em relação ao parâmetro τ não são conhecidas, ao passo que para um observador que esteja em um referencial que observa o movimento da partícula, é conhecido apenas as derivadas das coordenadas x , y , z em relação a t . Sendo assim, podemos aplicar a regra da cadeia à equação (2.17) de forma que obtemos

$$\mathbf{U} = \left(\frac{dt}{d\tau} \frac{dx}{dt}, \frac{dt}{d\tau} \frac{dy}{dt}, \frac{dt}{d\tau} \frac{dz}{dt}, c \frac{dt}{d\tau} \right). \quad (2.18)$$

Com isso, notamos que as derivadas de x , y e z em relação a t , nos dão as componentes da velocidade ordinárias. No entanto ainda resta um termo a ser determinado que é a derivada

³ O tempo próprio τ é definido como o parâmetro tal que a mudança na linha-mundo da partícula ocorre, de forma que essa mudança é tangente à trajetória da partícula dada em sua linha-mundo

de t em relação a τ . Como a partícula realiza seu movimento através da linha-mundo e o seu tempo próprio assinala as mudanças em sua trajetória quadridimensional, podemos descrever esse movimento também através do intervalo invariante dado por (2.13), onde a coordenada temporal linha da partícula é o seu tempo próprio e suas coordenadas espaciais linha são nulas, pois o tempo próprio da partícula é definido de tal forma que não há mudança em sua posição em seu referencial de repouso. Dessa forma, podemos modificar (2.13) nesse caso para (RINDLER, 2006):

$$-c^2 d\tau^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2. \quad (2.19)$$

Dividindo toda a expressão (2.19) por $-c^2 dt^2$ e notando que os quadrados dos termos obtidos no lado para x , y e z é a soma tridimensional dos quadrados das componentes da velocidade \vec{u} , obtemos com tudo isso que:

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 = 1 - \frac{u^2}{c^2} \Rightarrow \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \gamma(u). \quad (2.20)$$

Ou seja, os termos que envolvem as derivadas de t em relação ao parâmetro τ são o próprio fator gama. Assim, podemos expressar a quadri-velocidade em sua forma final:

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{R}}{d\tau} = \gamma(u)(u_1, u_2, u_3, c) = \gamma(u)(\vec{u}, c). \quad (2.21)$$

Derivando-se novamente a equação (2.21) em relação ao tempo próprio τ nos fornece, por sua vez o análogo relativístico da aceleração, ou seja, a quadri-aceleração \mathbf{A} , ou seja:

$$\mathbf{A} = \frac{d\mathbf{U}}{d\tau} = \frac{d^2\mathbf{R}}{d\tau^2}. \quad (2.22)$$

A *priori*, a quadri-aceleração não irá possuir uma grande utilidade direta ao trabalho, mas ainda assim, irá prover algumas relações importantes que envolverá a quadri-velocidade, como por exemplo, na construção das componentes da quadri-força \mathbf{F} , conforme será apresentado mais adiante. Uma das equações envolve o referencial de repouso de uma partícula acelerada, de modo que $u = 0$, e conseqüentemente $\gamma(u = 0) = 1$, de tal maneira que a aceleração da partícula em tal referencial é dada então por:

$$\mathbf{A} = (\vec{a}, 0). \quad (2.23)$$

Então, por meio dessa definição de \mathbf{A} , bem como da definição da quadrivelocidade \mathbf{U} no referencial de repouso (onde sobra apenas a quarta componente c), temos de forma trivial a seguinte relação⁴

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (2.25)$$

Tal equação, como dito anteriormente, desempenhará um papel importante na construção das componentes do quadrivetor força de forma adequada, de modo que ela se mostre como uma forma simplificada.

Como visto anteriormente, o ponto de partida que Rindler (2006) explicita então para poder construir outras entidades físicas é a quadrivelocidade dada por (2.21), um quadrivetor tipo tempo ou tipo-luz⁵. O próximo objeto criado por meio da álgebra dos quadrivetores, seguindo-se o rol de quadrivetores em que Rindler (2006) expõe sua construção, é o quadrimomento, definido de forma análoga ao momento usual, como o produto da massa de repouso m_0 (isto é, a massa da partícula quando é medida em seu referencial de repouso) pela quadrivelocidade, como segue:

$$\mathbf{P} = m_0 \mathbf{U} = m(u_1, u_2, u_3, c) = m_0 \gamma(u) (\vec{u}, c), \quad (2.26)$$

no qual $m(u) \equiv m_0 \gamma(u)$ é a massa relativística⁶ à qual também relata uma das consequências da relatividade que é o ganho de massa para uma partícula em movimento.

Tomando a expansão em série da equação $m(u) \equiv m_0 \gamma(u)$, multiplicando ambos os lados por c^2 e considerando termos até primeira ordem (RINDLER, 2006), obtemos:

$$mc^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 u^2. \quad (2.27)$$

⁴ Para mostrar essa relação, considera-se o produto escalar entre quadrivetores, conforme descrito por Rindler (2006):

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_4 B_4 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3. \quad (2.24)$$

⁵ A depender do tipo de partícula que estamos lidando, caso essa partícula seja o fóton, nota-se que $\mathbf{U}^2 = 0$, caso seja uma partícula massiva, temos que $\mathbf{U}^2 < 0$

⁶ Aqui, massa tratada como sinônimo de inércia.

Tal equação nos fornece a constante de proporcionalidade, à qual explicita a dependência entre a massa e a energia de uma partícula relativística. "E é a enormidade dessa constante que explica por que nunca foram observados os aumentos de massa correspondentes às energias cinéticas facilmente mensuráveis das partículas em colisões clássicas"(RINDLER, 2006, p. 112). Dessa forma, por hipótese, têm-se a fórmula mais conhecida de Einstein, à qual corresponde a equivalência entre massa e energia $E = mc^2$. Com isso, podemos definir o quadrimomento em termos da energia da seguinte forma:

$$\mathbf{P} = \left(\vec{P}, \frac{E}{c} \right). \quad (2.28)$$

De tal forma que, ao tomar \mathbf{P}^2 e usando as equações (2.26) e (2.28), obtemos:

$$E^2 = \vec{P}^2 c^2 + m_0^2 c^4. \quad (2.29)$$

A equação (2.29) expressa a relação energia-momento de uma partícula, um dos resultados mais importantes da mecânica relativística dado o seu caráter unificador entre tais conceitos, dentro do contexto da mecânica relativística. Notemos que para partículas de massa nula, tal como o fóton, obtemos

$$E = Pc, \quad (2.30)$$

isto é, embora não se tenha massa, o fóton carrega momento, de tal forma que se preserve o fato de que $\mathbf{P}^2 = 0$, ou seja, que o quadrivetor momento é um vetor tipo-luz.

É interessante perceber também que a equação (2.29) fornece uma relação com a troca de momento em um dado sistema físico, conforme citam Farías *et al.* (2017), à qual é visada ser um ponto de partida para uma descrição termodinâmica aprofundada para sistemas em movimento. Para isso, consideremos a massa de repouso do sistema. A energia total E_m é dada por:

$$E_m^2 = \vec{P}^2 c^2 + M^2 c^4, \quad (2.31)$$

da qual tomamos a sua diferencial em ambos os lados, considerando-se M constante:

$$dE_m = \frac{c^2 \vec{P} \cdot d\vec{P}}{\left(\vec{P}^2 + M^2 c^4\right)^{1/2}}. \quad (2.32)$$

Podemos reescrever a equação obtida, sabendo-se que $\vec{P} = \gamma(u)M\vec{u}$, onde $\gamma(u) = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, M a massa e \vec{u} a velocidade do sistema em questão, dos quais obtemos

$$\left[\vec{P}^2 + M^2 c^4\right]^{1/2} = M\gamma. \quad (2.33)$$

Substituindo \vec{P} , bem como a equação (2.33) em (2.32), obtém-se finalmente:

$$dE_m = \vec{u} \cdot d\vec{P}. \quad (2.34)$$

A equação (2.34) tem sua importância, conforme citam Farías *et al.* (2017), pois, é por meio destas que se obtém a energia proveniente de uma troca de momento de partículas em um dado sistema físico que se move em relação a um dado referencial \mathcal{S} . Desta forma, ao ser tomado todo o balanço energético desse sistema, obtém-se toda a energia do sistema incluindo as energias interna e a proveniente da troca de momento. Este sendo, portanto, um ponto de partida para a descrição termodinâmica de sistemas relativísticos, conforme os autores explicitam ao longo de seu trabalho.

2.3 Transformação de Velocidades

Um resultado bastante notável da relatividade especial é a transformação de velocidades, isto é, a velocidade de um dado corpo em um referencial \mathcal{S}' tem modificações quando tratada em relação a \mathcal{S} . Consideremos então tais referenciais em configuração padrão e uma partícula que se move com velocidade instantânea \vec{u} em relação a \mathcal{S} e este, por sua vez, move-se com velocidade \vec{v} em relação a \mathcal{S} (RINDLER, 2006). Qual a velocidade da partícula em relação a \mathcal{S}' ?

Como apresentado, na cinemática clássica, definimos um 3-vetor velocidade \vec{u} como

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right), \quad (2.35)$$

de tal forma que, tomando a transformação para o referencial \mathcal{S}' , temos

$$\vec{u}' = (u'_1, u'_2, u'_3) = \left(\frac{dx'}{dt'}, \frac{dy'}{dt'}, \frac{dz'}{dt'} \right). \quad (2.36)$$

Agora, tomando as transformações de Lorentz na forma infinitesimal (2.8) para uma velocidade v na direção x :

$$\begin{cases} dx' = \gamma(v)(dx - vdt) \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(v) \left(dt - \frac{vdx}{c^2} \right) \end{cases} \quad (2.37)$$

Substituindo-se (2.37) em (2.36) e aplicando a regra da cadeia, obtemos:

$$\begin{cases} u'_1 = \frac{u_1 - v}{1 - u_1 v / c^2} \\ u'_2 = \frac{u_2}{\gamma(v)(1 - u_1 v / c^2)} \\ u'_3 = \frac{u_3}{\gamma(v)(1 - u_1 v / c^2)} \end{cases} \quad (2.38)$$

Rindler (2006) destaca que, ao obter as equações (2.38), nenhuma suposição de que \vec{u} seja constante foi feita e que tais fórmula se aplicam igualmente à velocidade instantânea em um movimento não-uniforme. Além disso, ainda destaca que no limite não-relativístico ($v \ll c$), retorna-se aos resultados clássicos

$$\begin{cases} u'_1 = u_1 - v \\ u'_2 = u_2 \\ u'_3 = u_3 \end{cases} \quad (2.39)$$

Aplicando-se a transformação para $v \rightarrow -v$, obtemos as equações inversas para a transformação de velocidades

$$\begin{cases} u_1 = \frac{u'_1 + v}{1 + u'_1 v / c^2} \\ u_2 = \frac{u'_2}{\gamma(v)(1 + u'_1 v / c^2)} \\ u_3 = \frac{u'_3}{\gamma(v)(1 + u'_1 v / c^2)} \end{cases} \quad (2.40)$$

Isto é, equações que visam descrever a velocidade da partícula segundo o referencial \mathcal{S} .

Consideremos agora as magnitudes do vetor velocidade segundo cada um dos referenciais

$$u = (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)^{1/2} \quad ; \quad u' = (u_1'^2 + u_2'^2 + u_3'^2)^{1/2}. \quad (2.41)$$

Será mostrada agora uma importante relação entre os fatores γ em cada referencial, considerando-se a velocidade u' da partícula em relação a \mathcal{S}' , sua velocidade u em relação a \mathcal{S} , bem como a velocidade v entre os referenciais \mathcal{S} e \mathcal{S}' em configuração padrão. Para isto, consideremos o intervalo invariante em sua forma infinitesimal

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2. \quad (2.42)$$

Aplicando-se a regra da cadeia em cada lado da equação, de modo a pôr em evidência $c^2 dt^2$ e $c^2 dt'^2$, além de usar-se as (2.35), (2.36) e (2.41). Obtemos então que:

$$dt'^2 \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right) = dt^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right). \quad (2.43)$$

Dessa forma, usando-se as (2.37), especificamente a equação que envolve dt e dt' , uma pequena manipulação algébrica, bem como notar a definição de γ para u e u' , obtemos finalmente:

$$\frac{\gamma(u')}{\gamma(u)} = \gamma(v) \left(1 - \frac{u_1 v}{c^2} \right), \quad (2.44)$$

ou ainda, aplicando-se $v \rightarrow -v$, obtemos finalmente a equação inversa.

$$\frac{\gamma(u)}{\gamma(u')} = \gamma(v) \left(1 + \frac{u_1' v}{c^2} \right). \quad (2.45)$$

As equações (2.44) e (2.45) são tais que mostram como o fator gama se transforma⁷ de um referencial a outro (RINDLER, 2006), tais como a transformação de forças de Lorentz. Será apresentado no decorrer do presente trabalho relações que dependem diretamente das equações (2.44) e (2.45), justificando-se então a contribuição da presente seção no prosseguimento deste trabalho.

⁷ A transformação de velocidades poderia ter sido feita de uma outra forma, considerando-se a transformação do quadri vetor \mathbf{U} . No entanto, ao considerar essa transformação teríamos que ter em mãos as equações (2.44) e (2.45) às quais, seguindo-se esse processo não seriam demonstradas de imediato.

2.4 Transformação de Força, área e pressão

Como prosseguimento à proposta do seguinte trabalho, serão apresentados os conceitos de força, área e pressão, para a mecânica da partícula, bem como as suas respectivas transformações. Como passo inicial, nesta seção será desenvolvido o passo a passo para se obter uma equação para a força relativística, bem como a sua versão em termos de uma quadriforça.

2.4.1 O quadrivetor Força

Rindler (2006) apresenta a versão relativística do conceito de força, estabelecendo um caminho para defini-la em termos do quadrivetor força, partindo-se do conceito de quadrimomento. Nesse contexto, para uma massa de repouso m_0 , definimos força analogamente à definição da força ordinária como a derivada do quadrimomento⁸ em relação ao tempo próprio τ , logo:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}(m_0\mathbf{U}) = \frac{dm_0}{d\tau}\mathbf{U} + m_0\frac{d\mathbf{U}}{d\tau}. \quad (2.47)$$

Rindler (2006) afirma que como não conhecemos especificamente as forças atuantes, de tal forma a escrever tal vetor, a equação (2.47) é uma mera definição⁹, mas que ainda assim satisfaz o princípio da conservação do momento, do qual obtemos a terceira Lei de Newton.

Utilizando-se a definição de quadrimomento, explicitando-se em termos de suas componentes, dado pela equação (4.30), bem como utilizando-se a relação entre t e τ dada por (2.19), temos:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{d\tau}(\vec{P}, mc) = \gamma(u) \left(\frac{d\vec{P}}{dt}, \frac{dm}{dt} \right). \quad (2.48)$$

Porém utilizando-se a relação entre massa e energia $E = mc^2$ e definindo a triferça $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, obtemos a quadriforça dada por:

$$\mathbf{F} = m_0\mathbf{A}, \quad (2.46)$$

no qual considera-se que a massa de repouso não varia e que constitui-se um caso particular da equação (2.47).

⁹ É uma mera definição no sentido de que é algo genérico. Rindler (2006) exemplifica por meio da força de Lorentz à qual assume ser uma Lei Física, não mais uma definição quando escrita sob a forma da equação (2.47).

⁸ Essa definição de força é, segundo Rindler (2006), primordial e completa, no que diz respeito a se ter para o caso de uma colisão, uma variação da massa de repouso, diferentemente do que aponta a definição de força dada pela equação

$$\mathbf{F} = \gamma(u) \left(\vec{f}, \frac{1}{c} \frac{dE}{dt} \right). \quad (2.49)$$

A quadriforça surge então como um acréscimo de uma componente extra à triferça \vec{f} , que é o termo que corresponde à taxa de transferência de energia com o tempo. Além disso, nota-se que no limite para baixas velocidades, bem como massa constante, a triferça \vec{f} retorna à segunda lei de Newton (2.1).

Considerando a massa de repouso da partícula constante, ao tomar o produto escalar de (2.47) por \mathbf{U} e aplicando as relações (2.22) e (2.25), obtemos que:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (2.50)$$

Procedendo de forma análoga, tomemos o produto escalar entre a equação (2.49) e a quadrivelocidade \mathbf{U} , desta vez com suas componentes explicitadas em (2.21), e utilizando-se o resultado (2.50) obtemos:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{u}. \quad (2.51)$$

De tal forma que a quadriforça pode finalmente ser escrita na forma

$$\mathbf{F} = \gamma(u) \left(\vec{F}, \frac{\vec{F} \cdot \vec{u}}{c} \right). \quad (2.52)$$

Tal equação expressa a quadriforça de uma partícula em termos da sua energia como a quarta componente desse vetor. Além do mais, deve-se lembrar que esse quadri vetor expressa a força sobre uma partícula, desde que tal força preserve a massa de repouso dela, conforme mencionado anteriormente.

2.4.2 A transformação do quadri vetor Força

Finalmente, como último passo, serão apresentadas as transformações do quadri vetor força. Rindler (2006) afirma que é possível se obter tais transformações tomando-se a "forma" original de transformação de um quadri vetor genérico em (2.15). Dessa forma, temos, para a quadriforça:

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_1 = \gamma(F_1 - \frac{v}{c}F_4) \\ F'_2 = F_2 \\ F'_3 = F_3 \\ F'_4 = \gamma(F_4 - \frac{v}{c}F_1) \end{array} \right. \quad (2.53)$$

Assim sendo, tomando componente a componente da quadri-força e usando-se as equações (2.44) e (2.45) obtemos finalmente a transformação das componentes do quadri-vetor força

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_1 = \frac{F_1 - \frac{v}{c^2} \frac{dE}{dt}}{1 - u_1 v / c^2} \quad \text{ou} \quad F'_1 = \frac{F_1 - \frac{v}{c^2} \vec{F} \cdot \vec{u}}{1 - u_1 v / c^2} \\ F'_2 = \frac{F_2}{\gamma(v)(1 - u_1 v / c^2)} \\ F'_3 = \frac{F_3}{\gamma(v)(1 - u_1 v / c^2)} \\ F'_4 = \frac{\frac{dE}{dt} - v F_1}{1 - \frac{u_1 v}{c^2}} \end{array} \right. \quad (2.54)$$

Rindler (2006) conclui então que \vec{F} não é mais invariante, como era nas equações de Galileu e, devido a tais transformações, tal força deve depender geralmente da velocidade \vec{u} da partícula na qual tal força atua. Com isso, o autor também explicita que uma força independente da velocidade não é um invariante de Lorentz. Um caso simples de força relativística dependente da velocidade é o da Força de Lorentz, à qual será tratada mais adiante em conjunto com tais transformações.

Para finalizar, Rindler (2006) argumenta que mesmo em relatividade é possível obter-se uma certa "invariância de força" (para forças dependentes da velocidade e cujas forças preservem a massa de repouso) entre referenciais em configuração padrão. Supõe-se então uma força \vec{F} coincidindo com a direção x , onde tenhamos $F_2 = F_3 = 0$, de tal forma que se tenha $\vec{F} \cdot \vec{u} = F_1 u_1$. Dessa forma, obtemos o seguinte para as transformações (2.54):

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_1 = F_1 \\ F'_2 = 0 \\ F'_3 = 0 \\ F'_4 = \frac{F_1(u_1 - v)}{1 - \frac{u_1 v}{c^2}} \end{array} \right. \quad (2.55)$$

Dessa maneira, se há em um dado referencial, por exemplo, um campo de força \vec{F} constante e paralelo que preserve massa de repouso, tais como linhas de campo elétrico, então uma partícula que se mova através de tal campo irá experimentar uma força constante também em seu referencial de repouso, de modo que ela responderá com uma aceleração F/m_0 e seu movimento resultante é, portanto, hiperbólico (RINDLER, 2006).

Com a transformação da força em mãos, podemos agora determinar as transformações para a força de Lorentz (RINDLER, 2006):

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (2.56)$$

Onde \vec{E} e \vec{B} são os campos elétrico e magnético, respectivamente. Explicitando-se as componentes, temos (lembrando que as componentes x , y e z são representadas pelos números 1, 2 e 3, respectivamente):

$$\begin{cases} F_1 = q \left[E_1 + \frac{1}{c} (u_2 B_3 - u_3 B_2) \right] \\ F_2 = q \left[E_2 + \frac{1}{c} (u_3 B_1 - u_1 B_3) \right] \\ F_3 = q \left[E_3 + \frac{1}{c} (u_1 B_2 - u_2 B_1) \right] \end{cases}, \quad (2.57)$$

de tal forma que, para o referencial \mathcal{S}' a partícula encontra-se em repouso, além de que, para este referencial, a partícula carregada q sofre apenas ação do campo elétrico nesse referencial e as equações para a força de Lorentz são, para este referencial, e levando em conta a carga q como um invariante (EINSTEIN, 1908):

$$\begin{cases} F'_1 = qE'_1 \\ F'_2 = qE'_2 \\ F'_3 = qE'_3 \end{cases}. \quad (2.58)$$

Enquanto que o referencial \mathcal{S} enxerga o referencial \mathcal{S}' se movimentando com uma velocidade $v = u_1$, ao longo do eixo x . As transformações de Lorentz são então obtidas de (2.54), considerando u_2 e u_3 nulas. Nessas condições, obtemos finalmente:

$$\begin{cases} F'_1 = F_1 \\ F'_2 = \gamma F_2 \\ F'_3 = \gamma F_3 \end{cases} \quad (2.59)$$

Tais equações são também obtidas por Einstein (1908), mas com um caminho diferente percorrido¹⁰. Elas permitem o cálculo de forças desde que sejam conhecidas em relação aos referenciais em movimento.

2.4.3 As transformações de volume e área

A transformação da força assume então um papel central na descrição termodinâmica dos corpos em movimento, conforme citam Farías *et al.* (2017) por diversas vezes, bem como de outros autores. Dentre estes, Einstein (1908), o qual deduz relações importantes e que serão apresentadas e justificadas nas seções precedentes deste trabalho. Particularmente, três transformações são importantes no prosseguimento do trabalho, que são as transformações de volume, área e pressão.

Consideremos um recipiente de volume¹¹ $d\mathcal{V}_0 = dx'dy'dz'$ em repouso em um certo referencial \mathcal{S}' , que se move com uma dada velocidade $\vec{u} = u\hat{x}$ em relação ao referencial \mathcal{S} . Deseja-se obter as transformações de volume e área desse recipiente. Para o caso das transformações de volume, consideramos a contração de Lorentz (2.12), para a direção de movimento do volume, nesse caso, a direção x , preservando as direções y e z (EINSTEIN, 1908; RINDLER, 2006). Logo:

$$\int d\mathcal{V}_0 = \iiint dx'dy'dz' = \iiint \gamma dx dy dz = \gamma \int d\mathcal{V}. \quad (2.60)$$

Dessa forma, obtemos então para o volume \mathcal{V} a equação:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{\gamma} \mathcal{V}_0, \quad (2.61)$$

¹⁰ Para chegar no resultado (2.59), Einstein (1908) considera as equações (2.58 e as transformações dos campos \vec{E} e \vec{B} , de tal maneira que essas transformações são justamente as descritas pelo referencial \mathcal{S} , bastando apenas comparar as expressões obtidas

¹¹ Pode-se pensar tal recipiente com um formato de paralelepípedo, com suas paredes alinhadas com o sistema de coordenadas cartesianas.

onde com ela relacionamos o volume próprio \mathcal{V}_0 do recipiente em repouso no referencial \mathcal{S}' , mas que está em movimento em relação ao referencial \mathcal{S} .

Em relação à transformação da área do recipiente, consideremos os elementos de área dS'_1 , dS'_2 e dS'_3 perpendiculares aos eixos x' , y' e z' , respectivamente (SUSSKIND; FRIEDMAN, 2017), de tal forma que temos:

$$\begin{cases} dS'_1 = dy'dz' \\ dS'_2 = dz'dx' \\ dS'_3 = dx'dy' \end{cases} \quad (2.62)$$

Novamente, aplicando-se a contração de Lorentz (2.12) na direção do movimento x , mantendo-se inalteradas as direções y e z , obtemos então as equações de transformação das áreas:

$$\begin{cases} dS'_1 = dydz = dS_1 \\ dS'_2 = \gamma dzdx = \gamma dS_2 \\ dS'_3 = \gamma dx dy = \gamma dS_3 \end{cases} \quad (2.63)$$

Tais equações mostram como a área da superfície de um recipiente se transformam sob transformações de Lorentz. Baseado nessas transformações podemos obter outras quantidades de interesse ao prosseguimento do seguinte trabalho conforme mencionado anteriormente. Einstein (1908), por exemplo realiza a transformação de pressão por meio da transformação de força, bem como da transformação de área e obtém um resultado de grande importância, que é a invariância da pressão, conforme será mostrado mais adiante.

2.5 Transformação de Energia para sistemas contínuos

Como forma de prosseguimento ao presente trabalho, em especial mais adiante ao ser abordado o trabalho de Einstein (1908), são apresentados aqui alguns resultados obtidos por Einstein para as transformações da energia E e do momento \vec{P} . Tais resultados, por expressar uma abordagem que foge um pouco ao escopo do presente trabalho não serão demonstrados, mas sim expostos devido a abordagem de tais sistemas contínuos requerer a utilização do tensor energia-momento, bem como das transformações dos campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{B} , bem como de grandezas derivadas da ação de tais campos, como, por exemplo a energia e o momento que tais entidades carregam (GRIFFITHS, 2013; RINDLER, 2006).

Os sistemas contínuos ou extensos são tais que englobam basicamente sistemas de partículas ou campos que não possuem uma posição fixa, mas que se distribuem pelo espaço. Como exemplos de tais sistemas, destacam-se alguns bem familiares, podendo ser um disco estreito sólido isolante carregado com cargas de magnitudes iguais, mas sinais opostos (MEDINA, 2006), onde tal geometria pode ser encontrada também em um capacitor de placas paralelas carregadas onde no meio das placas produz-se vácuo (RINDLER; DENUR, 1988), com o estudo de tais sistemas estendendo-se a distribuições de energia (HERRMANN, 1993) e momento (COMAY, 1996).

É então mostrado por tais autores que o tratamento para esses sistemas decorre, assim como na abordagem de Einstein (1908) da utilização da energia proveniente dos campos elétrico e magnético. Tais energias, por sua vez estando armazenadas em um objeto mais geral conhecido por tensor energia-momento (RINDLER, 2006) $M^{\mu\nu}$ dado por:

$$M^{\mu\nu} := \frac{1}{4\pi} \left(E_{\lambda}^{\mu} E^{\lambda\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} E_{\lambda\rho} E^{\lambda\rho} \right), \quad (2.64)$$

onde $E^{\mu\nu}$ é o tensor dos campos eletromagnéticos \vec{E} e \vec{B}

$$E^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -B_3 & B_2 & -E_1 \\ B_3 & 0 & -B_1 & -E_2 \\ -B_2 & B_1 & 0 & -E_3 \\ E_1 & E_2 & E_3 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

e $g^{\mu\nu}$ é a matriz métrica diagonal de Minkowski

$$g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1). \quad (2.66)$$

Os tensores aqui apresentados têm importância no que diz respeito à obtenção de quantidades físicas de interesse, como são a energia e o momento dos campos, quando tais entidades são, como é no caso dos trabalhos de Comay (1996) ao se obter um "momento escondido" como uma quantidade física real quando observada de um referencial inercial impróprio. No entanto, são mostradas aqui apenas sem que haja uma preocupação em se mostrar com detalhes tais implicações ou desenvolvimentos, de modo que seja preservado o foco do trabalho. Ainda assim, é importante salientar que por meio dessa abordagem, são obtidas com mais cautela

as quantidades que Einstein (1908), por exemplo obtém de uma forma mais robusta em seu trabalho.

Assumindo então um sistema contínuo consistindo de radiação eletromagnética¹², Einstein (1908) obteve, após vários cálculos envolvendo energia e momento¹³, as seguintes equações para tais grandezas

$$\begin{cases} E' = \gamma \left[mc^2 + E + \left(\frac{u}{c}\right)^2 pV \right] \\ \vec{P}' = \vec{u} \gamma \left[m + \left(\frac{E+pV}{c^2}\right) \right] \end{cases} \quad (2.67)$$

Onde p e V são, respectivamente a pressão e o volume. Tais equações são obtidas no trabalho de Einstein (1908) considerando-se um tipo de sistema extenso ao considerar-se uma caixa contendo radiação parada em relação ao referencial \mathcal{S}' que se move com uma certa velocidade \vec{u} em relação ao sistema¹⁴ \mathcal{S} . Esse é um grande passo tomado por Einstein então na continuidade de se mostrar a transformação de grandezas relacionadas com a energia e momento, tais como a energia interna de sistemas termodinâmicos e a própria entropia, conforme será mostrado mais adiante.

¹² Este é um exemplo também mencionado no trabalho de Comay (1996) que também afirma também a relação entre o momento "escondido" e a pressão, quando observado por um referencial inercial impróprio, de tal forma que este resultado é o mesmo quando vindo de uma análise do movimento mecânico de partículas microscópicas que também criam pressão.

¹³ Tais cálculos não são mostrados aqui por conta de seus desenvolvimentos fugirem ao propósito do trabalho em questão.

¹⁴ Como mencionado anteriormente, em seu trabalho, (EINSTEIN, 1908) considera tal sistema e desenvolve uma série de cálculos que envolvem a interação entre os campos elétrico e magnético, bem como suas transformações em um sistema constituído de radiação, o qual é, conforme apresentado anteriormente, um tipo de sistema extenso.

3 REVISÃO DE TERMODINÂMICA NÃO-RELATIVÍSTICA

Na presente seção, serão apresentados os aspectos básicos de Termodinâmica, os quais formam uma base primordial para o entendimento do problema de se estabelecer equações corretas para a descrição termodinâmica de corpos em movimento. Os conceitos primordiais vão desde a definição de temperatura, equilíbrio térmico e suas condições, equação de estado, as leis da termodinâmica, trabalho e energia interna até a definição da função de estado entropia, apresentada sob o ponto de vista de Clausius. Tais conceitos termodinâmicos surgem ao ser analisada a natureza da termodinâmica, à qual apresenta-se com bastante diferença da mecânica estando esta, associada a uma distinção básica entre passado, presente e futuro, ao passo que a natureza mecânica não apresenta tal distinção (NUSSENZVEIG, 2014). Isso introduz um fato bastante interessante na termodinâmica e que encontra-se cotidianamente em fenômenos que ocorrem de forma irreversíveis.

Nussenzveig (2014) afirma em seu livro que, embora a mecânica aplica-se a todos os sistemas visando uma descrição do movimento de seus componentes, tal aplicação descrevendo microscopicamente um sistema termodinâmico torna-se altamente inviável e com uma solução que não apresenta sentido. Isso porque o sistema apresenta um número de partículas da ordem de 10^{24} e que cada partícula possui $3N$ graus de liberdade, além de se unir ao fato de que as partículas que compõem esse sistema (um gás, por exemplo) movem-se de maneira caótica, interagindo umas com as outras por um brevíssimo tempo (da ordem de 10^{-13} s) e percorrendo distâncias altamente curtas (da ordem de 10^{-8}).

Em contrapartida à descrição microscópica de um sistema, apresenta-se a descrição macroscópica como um sistema termodinâmico, à qual apenas um pequeno número de parâmetros ou variáveis macroscópicas estão envolvidos, são eles: a *Pressão* p , o *Volume* \mathcal{V} e *Temperatura* T (NUSSENZVEIG, 2014). Dentre tais variáveis, a pressão e a temperatura são descritos por meio dos valores médios de grandezas microscópicas, tais como o valor médio da transferência de momento linear entre as colisões das partículas com as paredes do recipiente, bem como da energia cinética média devido ao movimento das partículas. Por essa razão da termodinâmica ser descrita, conforme menciona Nussenzveig (2014), *macroscopicamente*, sendo aplicada apenas a sistemas com um número suficientemente grande de partículas, além dos estados termodinâmicos de tais sistemas, descritos por (p, \mathcal{V}, T) fornecer apenas algumas informações médias dos estados dinâmicos como sistema macroscópico de $3N$ graus de liberdade. Além disso, tal descrição, de natureza estatística, é compatível com "um número descomunal de estados dinâmicos diferentes,

atravessados pelo sistema em sua evolução dinâmica"(NUSSENZVEIG, 2014, p. 193).

Ao longo da história, são apresentadas as leis da Termodinâmica como leis empíricas, fenomenológicas, surgidas com a necessidade do advento das máquinas térmicas, de modo que a preocupação inicial não está na descrição microscópica, mas sim em partir de um conjunto de leis básicas, levando, ainda assim, a resultados de grande expressão e generalidade. Com tais leis, tem-se a descrição da lei zero, primeira e segunda leis da termodinâmica, às quais trazem, de maneira sucinta, a definição de temperatura, conservação da energia e a direção espontânea de ocorrência dos fenômenos, respectivamente.

3.1 Equilíbrio Térmico e a Lei Zero da Termodinâmica

Inicialmente, antes de se estabelecer a *Lei Zero da Termodinâmica* e o conceito de Temperatura, devemos definir o que seja equilíbrio térmico. Para isso, Nussenzveig (2014) considera um sistema termodinâmico consistindo de uma certa quantidade de matéria contida em um certo recipiente, o qual contém paredes que podem ser fixadas ou móveis e que, por meio da natureza destas, a interação entre o meio externo e o sistema pode ser afetado. Caso as paredes deste recipiente não permita tal interação como um caso ideal de isolamento térmico perfeito, o estado do sistema não sofre alteração por conta do ambiente externo. Nessa situação, a parede é denominada adiabática e dizemos então que o sistema está isolado. Diferentemente de um caso de isolamento ideal, caso as paredes do recipiente permitam uma interação considerável do sistema com o meio externo, há uma alteração no estado do sistema. Nessa situação, as paredes são consideradas diatérmicas e o sistema está então em contato térmico. Experimentalmente, verifica-se como um fato que um sistema isolado sempre irá tender a um estado onde nenhuma de suas variáveis macroscópica que o caracteriza, tais como a temperatura, irão mudar com o tempo, de modo que ele atinge um estado de equilíbrio térmico, o qual é o tratamento visado por meio da *Termodinâmica Clássica* (NUSSENZVEIG, 2014).

A importância de se definir o estado de equilíbrio térmico dos sistemas termodinâmicos está na definição do conceito de temperatura, à qual apoia-se em uma propriedade comum de tais sistemas nesse estado. Nesse contexto, a ideia de equilíbrio térmico surge como solução ao problema com a aferição da temperatura dos corpos, o qual surge devido a sensação subjetiva da temperatura não ser confiável. Dessa forma, é preciso definir-se de forma mais objetiva o conceito de temperatura (NUSSENZVEIG, 2014). A situação é então descrita detalhadamente da seguinte forma:

Consideremos dois sistemas isolados \mathcal{A} e \mathcal{B} . Cada um deles, independentemente, atinge equilíbrio térmico; se eles estão separados por paredes adiabáticas, o estado termodinâmico de equilíbrio de um deles não é afetado pelo outro. Se agora, substituirmos as paredes de separação por uma parede de separação diatérmica, colocando \mathcal{A} e \mathcal{B} em contato térmico, o sistema evoluirá em geral para um novo estado de equilíbrio térmico diferente, ou seja, as variáveis macroscópicas tanto de \mathcal{A} quanto de \mathcal{B} mudarão com o tempo, até que o sistema formado por \mathcal{A} e \mathcal{B} em contato térmico atinja equilíbrio térmico. Diz-se neste caso que \mathcal{A} está em equilíbrio térmico com \mathcal{B} (NUSSENZVEIG, 2014, p. 194).

Por outro lado, a situação muda quando \mathcal{A} e \mathcal{B} estão os dois em equilíbrio térmico com um outro sistema \mathcal{C} , mas ainda assim, separados um do outro por uma parede adiabática. Feito isso, passamos então a substituir a parede adiabática que separa \mathcal{A} e \mathcal{B} , por uma parede diatérmica. Experimentalmente, obtém-se como resultado que \mathcal{A} e \mathcal{B} estarão em equilíbrio entre si. De uma forma genérica, pode-se enunciar esse resultado como a Lei Zero da Termodinâmica à qual afirma nas palavras de Nussenzveig (2014, p. 195): "Dois sistemas estão em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si". Por meio da Lei Zero, pode-se definir intuitivamente temperatura, que é levada à ideia de que "Dois sistemas em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si"(NUSSENZVEIG, 2014, p. 195).

3.1.1 Pressão, Equação de Estado e Temperatura

Para a definição da ideia de Temperatura, consideremos um sistema termodinâmico especialmente simples, tal como um fluido homogêneo, dentro de um dado volume \mathcal{V} de forma arbitrária. No equilíbrio pode-se definir a pressão p do fluido como

$$d\vec{F} = -p\hat{n}dS, \quad (3.1)$$

onde $d\vec{F}$ é a força aplicada sobre a superfície de área¹ dS . Dessa forma, temos então para a intensidade da pressão:

$$p = \left| \frac{d\vec{F}}{dS} \right| = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta S} \right|. \quad (3.2)$$

Para tal grandeza, consideramos o seu valor absoluto, o que indica, por sua vez, que a mesma é positiva sempre. Além disso possui o mesmo valor em qualquer ponto do fluido² (NUSSENZVEIG, 2014).

¹ É Interessante notar que, de modo a se contabilizar a pressão sobre uma dada superfície, a força é aplicada na direção da componente normal \hat{n} sobre ela, por isso o sinal negativo em (3.1) (NUSSENZVEIG, 2014)

² Desprezando-se efeitos gravitacionais (NUSSENZVEIG, 2014).

Tendo em mãos a definição de pressão apresentada, podemos agora considerar um sistema padrão \mathcal{C} , no caso um termômetro o qual é constituído por um fluido em seu interior constituindo-se uma "substância termométrica", colocado em um certo recipiente. Experimentalmente, obtém-se como fato que o estado de um fluido em equilíbrio térmico fica inteiramente caracterizado por sua pressão e volume, isto é, por $P_{\mathcal{C}}$ e $\mathcal{V}_{\mathcal{C}}$. A ideia então é alterar-se uma dessas variáveis. Com isso, nota-se que com a alteração de uma das variáveis, a outra também muda para um valor bem definido, quando o sistema atinge novamente o equilíbrio térmico. Ou seja, cada par irá corresponder a uma dada situação de equilíbrio térmico, ou seja, a uma dada temperatura (NUSSENZVEIG, 2014). De uma forma geral, para um outro sistema \mathcal{A} , caracterizado pelo par $(P_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}})$. Também é um fato experimental que há uma série de estados diferentes $(P_{\mathcal{A}1}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}1})$, $(P'_{\mathcal{A}1}, \mathcal{V}'_{\mathcal{A}1})$, $(P''_{\mathcal{A}1}, \mathcal{V}''_{\mathcal{A}1})$,... do sistema \mathcal{A} os quais estão em equilíbrio com $(P_{\mathcal{C}1}, \mathcal{V}_{\mathcal{C}1})$ (NUSSENZVEIG, 2014).

Por meio da utilização da Lei Zero da Termodinâmica, podemos escolher um outro sistema \mathcal{C}' , em equilíbrio térmico com \mathcal{C} no estado $(P_{\mathcal{C}1}, \mathcal{V}_{\mathcal{C}1})$, de tal forma que o conjunto de pontos não se altera, dependendo apenas da natureza do sistema \mathcal{A} (NUSSENZVEIG, 2014). Dessa forma, pode-se definir para cada conjunto de pontos que represente uma dada temperatura constante empírica θ . Além disso, Nussenzveig (2014) afirma que o conjunto de pontos (P, \mathcal{V}) para um dado sistema \mathcal{A} , pode ser descrito por meio de uma equação da forma

$$\phi(P_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}) = 0, \quad (3.3)$$

à qual é denominada equação de estado do sistema \mathcal{A} . Nussenzveig (2014, p. 196) ainda explicita que "uma vez estabelecida uma escala de temperatura empírica, a lei zero da termodinâmica não deixa mais nenhuma arbitrariedade na definição para outros sistemas". Dessa forma, dada a definição de temperatura empírica definida, a equivalência entre os conceito de sistemas em equilíbrio entre si e sistemas à mesma temperatura está garantida (NUSSENZVEIG, 2014).

3.2 Conceitos de Calor, Trabalho, Energia Interna e a Primeira Lei da Termodinâmica

Historicamente, a natureza do calor foi desde o século XVIII assunto de grandes discussões por diversos cientistas e concebia-se duas hipóteses distintas acerca de tal natureza (NUSSENZVEIG, 2014). A hipótese mais aceita, formulada por Lavoisier, era conhecida por hipótese do "calórico", uma substância fluida indestrutível à qual "preencheria os poros" dos

corpos (NUSSENZVEIG, 2014, p. 205) e que sempre escoava do corpo mais quente para o corpo mais frio. A implicação dessa hipótese era que era a de que apesar de haver uma transferência de calórico entre os corpos, a quantidade total de tal substância se conservaria, havendo, portanto uma lei de conservação para o calor (NUSSENZVEIG, 2014).

Nussenzveig (2014) também aponta uma hipótese rival à hipótese do calórico, à qual explica o conceito de calor em vista do fenômeno do atrito dos corpos. Tal ideia foi formulada por Francis Bacon e Robert Hooke e que em resumo afirma o calor como sendo um minúsculo movimento de partículas dos corpos vibrando, tal qual quando esfrega-se as mãos sentindo-se elas quentes ou mesmo pelo aquecimento do ferro martelando uma bigorna. Para essas situações, Nussenzveig (2014, p.205) mostra que a hipótese do calórico as explicam com o atrito realizando o papel de "espremer" o calórico para fora do material".

Apesar de ser uma hipótese bem endossada, a teoria do calórico apresentava dificuldades e um dos primeiros apontar tais dificuldades foi Benjamin Thomson, mais tarde conhecido por Conde de Rumford. Em seus experimentos dotados de bastante precisão, não havia detecção de quaisquer variação no peso de um corpo que acompanhasse a absorção ou eliminação de grandes quantidades de calor, de modo que tal entidade poderia ser um fluido imponderável, assim como acreditava-se ser para a eletricidade (NUSSENZVEIG, 2014). Essa não era a grande dificuldade apontada, mas sim a como a hipótese do calórico se encaixava com a lei de conservação aplicada ao caso do atrito, no qual o calórico era espremido para fora, fazendo com que tal quantidade fosse ilimitada (NUSSENZVEIG, 2014). Desse modo Nussenzveig (2014) argumenta que Rumford foi levado a considerar a alternativa de que o calor tratava-se de um movimento vibratório entre as partículas do corpo.

Mais adiante, com o advento da máquina a vapor de James Watt, na metade do século XVIII, pôde-se demonstrar uma aplicação direta do calor, que é a realização de trabalho mecânico, estabelecendo-se assim uma ponte entre os conceitos de calor e energia e que mais adiante veio a ser discutido, por intermédio do médico Alemão Julius Mayer, o qual levantou a questão da equivalência entre as energias cinética e potencial com o calor, evidenciada por meio do atrito (trabalho mecânico) sendo convertido em calor, o que leva a uma conclusão preliminar de que o calor é uma forma de energia (NUSSENZVEIG, 2014). Tal questão levantada por Mayer apresentava ainda uma pequena ponta solta a ser resolvida ao se considerar as quantidades de calor e energia mecânica que são equivalentes, levando então a considerar o problema do equivalente mecânico da caloria, mais tarde resolvido e estabelecido por Joule em

seus experimentos envolvendo pesos e a elevação da temperatura da água, por meio de uma conversão direta entre o trabalho mecânico devido a queda dos pesos e o calor transferido à água. Dessa forma, pode-se então concluir que o calor, de uma forma mais completa de se dizer, é uma forma de energia que flui de um corpo mais quente para um corpo mais frio³.

Finalmente, a formulação mais geral do Princípio da Conservação da Energia foi apresentada pelo físico matemático e fisiologista Hermann von Helmholtz, o qual argumentou que tal princípio aplicava-se a todos os fenômenos então conhecidos, em diversas áreas de estudo (NUSSENZVEIG, 2014). Tal princípio, reconhecido como fundamental, corresponde a 1ª Lei da Termodinâmica.

Uma das formas de se enunciar a primeira Lei da Termodinâmica está na análise do trabalho realizado por um dado sistema termicamente isolado desde um certo estado inicial a um certo estado final. A realização do trabalho sendo independente do caminho, isto é, que dependa apenas dos estados inicial e final de um dado processo (NUSSENZVEIG, 2014). Como exemplo, pode-se pensar em um gás, contido em um recipiente de paredes adiabáticas, comprimido por um pistão. Como o trabalho nesse caso é independente do caminho, podemos pensar em uma função energia potencial do sistema mecânico, à qual depende apenas da configuração do sistema, que varia entre as configurações inicial e final. Dessa forma, analogamente, pode-se pensar em uma função de estado do sistema termodinâmico, isto é uma função completamente definida ao especificar o estado do sistema, denominada energia interna U . Para o caso do estado de equilíbrio do sistema, U deve ser função de quaisquer dos pares dentre p, V, T (NUSSENZVEIG, 2014), isto é:

$$U = U(p, V); \quad U = U(p, T); \quad U = U(V, T), \quad (3.4)$$

na qual sua variação $\Delta U = U_f - U_i$ entre tais estados inicial i e final f é igual ao trabalho adiabático necessário para levar o sistema de i até f :

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{i \rightarrow f}, \quad (3.5)$$

onde o trabalho W é convencionado positivo quando o sistema o realiza. Consequentemente, caso seja realizado trabalho sobre o sistema ($W < 0$), a energia interna do sistema aumenta.

³ Tal consideração acerca do calor perpassa pelas lei zero, primeira e segunda leis da termodinâmica, no que diz respeito à considerar-se a conservação da energia, bem como a espontaneidade de seu fluxo em termos das temperaturas dos corpos mais quente e mais frio, ou mesmo a ausência da transfêrencia de calor para o caso do equilíbrio térmico dos corpos.

Apesar de ser enunciada da forma anteriormente descrita, a primeira Lei da Termodinâmica ainda não assume seu formato geral, pois foi considerado apenas um processo adiabático sobre um sistema, de tal maneira que deve-se incluir na contabilização da energia o calor transferido. Assim, segundo Nussenzveig (2014, p.217), "a energia se conserva quando levamos em conta o calor". Consideremos então um sistema confinado em um recipiente de paredes diatérmicas comprimido por um pistão e que está diretamente em contato com um reservatório térmico a uma temperatura fixa T , levando agora a considerar um processo isotérmico (NUSSENZVEIG, 2014). Podemos pensar tal recipiente como um gás em um recipiente de paredes condutoras e que está em contato com uma chama. Nesse caso, considerando os estados i e f , temos que a variação de energia interna é sempre a mesma, mas devemos agora levar em conta o calor fornecido ao sistema, de tal forma que a primeira Lei da Termodinâmica "identifica a contribuição a ΔU que não é devida ao trabalho fornecido ao sistema com uma nova forma de energia, o calor Q transferido ao sistema"(NUSSENZVEIG, 2014, p.216):

$$\Delta U = Q - W_{i \rightarrow f}, \quad (3.6)$$

onde, por convenção, Q positivo representa sempre o calor fornecido a um sistema e a equação (3.6) representa a definição termodinâmica do calor Q , que por sua vez representa a energia transferida entre o sistema e sua vizinhança por meio de uma parede diatérmica, devido a diferenças de temperatura e descontando-se a eventual transferência de trabalho (NUSSENZVEIG, 2014).

A primeira Lei da termodinâmica, formulada por meio da equação (3.6) expressa, portanto, uma lei de conservação global da energia, o que inclui também forças dissipativas tais como o atrito nessa conservação.

Uma vez formulada matematicamente a primeira Lei da Termodinâmica, podemos tomar caso para os processos reversíveis, isto é, processos idealizados serem realizados muito lentamente e com o atrito desprezível, tais como um sistema confinado a um recipiente em equilíbrio térmico com um pistão de área A realizando pressão sobre ele (NUSSENZVEIG, 2014). A pressão sobre o sistema é feita por uma porção de areia sobre o pistão, de tal forma que lentamente é retirado um grão de areia por vez. O sistema então realiza um trabalho infinitesimal $d'W$, devido a um deslocamento dx do pistão dado por:

$$d'W = F dx = p A dx = p dV. \quad (3.7)$$

Aqui o trabalho é escrito como $d'W$ pois embora seja infinitesimal, sua diferencial não é exata, isso porque segundo Nussenzveig (2014), da forma geral apresentada para a primeira Lei da Termodinâmica (3.6), o trabalho $W_{i \rightarrow f}$ depende do caminho, de tal forma que não há como definir uma função de estado para o trabalho tal qual a energia interna U . Além disso, tomando-se a diferencial de (3.6):

$$dU = d'Q - d'W. \quad (3.8)$$

Temos também que o calor infinitesimal $d'Q$ é também uma diferencial que não é exata, dado que não há como se definir uma função de estado para tal quantidade. Dessa forma, apenas dU representa uma diferencial exata, haja vista a sua dependência apenas dos estados de configuração inicial i e final f . Os termos calor e trabalho representam então trocas ou fluxos de energias entre um sistema e sua vizinhança (NUSSENZVEIG, 2014).

É interessante notar que tais fluxos ou trocas de energias até o momento não tiveram limitações quanto à reversibilidade, mas a natureza não é assim. Embora possamos estabelecer uma Lei geral de Conservação da Energia, é necessário também estabelecer-se um sentido para tais acontecimentos serem realizados espontaneamente. É isso que a segunda Lei da Termodinâmica e o conceito de entropia trazem.

3.3 A Segunda Lei da Termodinâmica e o Conceito de Entropia

Até o momento, com a primeira Lei da Termodinâmica estabelecemos a incorporação do princípio da conservação da energia, bem como o reconhecimento do calor como uma forma de energia. No entanto, também generalizamos sua validade a todo e qualquer processo ser válido desde que tal princípio seja obedecido, seja este processo seguindo-se a linha do tempo ou realizado em sentido inverso, de tal forma que o dado processo seja reversível sem qualquer custo adicional. Nussenzveig (2014) nos mostra que, na prática os fenômenos não ocorrem assim na natureza, de tal forma que em seu trabalho, apresenta uma série de situações que corroboram tal afirmação. Uma dessas situações, acerca do atrito merece um destaque especial:

O atrito tende sempre a frear corpos em movimento, convertendo sua energia cinética em calor. Por que não ocorre o processo inverso acelerando corpos com o resfriamento do meio ambiente? (NUSSENZVEIG, 2014, p. 248)

Em tal situação há então o questionamento de uma reversão temporal acerca do atrito, supondo que dois corpos sejam atritados entre si em um sentido, gera-se calor por atrito, e então dimi-

nuindo a energia cinética, ao passo que, revertendo-se esse frenamento com o resfriamento do ambiente, observa-se em contrapartida o inverso não acontecer. Em termos da primeira Lei da Termodinâmica, tal processo é válido, mas não ocorre de fato. Isto por que na natureza, na escala microscópica, tais processos são espontaneamente irreversíveis (NUSSENZVEIG, 2014). Esta é a essência da segunda Lei da Termodinâmica e tal lei contribui para o esclarecimento da origem da "seta do tempo"(NUSSENZVEIG, 2014).

Ao longo da História, o desenvolvimento da segunda Lei da Termodinâmica esteve inicialmente ligado à um problema de engenharia, surgido após o advento da máquina a vapor, formulado por um engenheiro francês chamado Sadi Carnot em 1824 e que questionava como se poderia aumentar o rendimento de uma máquina térmica de modo a aprimorar a sua eficiência? (NUSSENZVEIG, 2014). Após Carnot, a segunda Lei da Termodinâmica foi aprimorada em dois enunciados fortes e equivalentes formulados por Rudolf Clausius em 1850 e por Lord Kelvin em 1851. Nussenzveig (2014) mostra em seu trabalho tais enunciados, bem como a equivalência entre os mesmos. Para o enunciado de Kelvin, Nussenzveig (2014, p. 250) explicita que "É impossível realizar um processo cujo único efeito⁴ seja remover calor de um reservatório térmico e produzir uma quantidade equivalente de trabalho". Ao passo que, para o enunciado de Clausius, Nussenzveig (2014, p. 251) também explicita que "É impossível realizar um processo cujo único efeito⁵ seja transferir calor do corpo mais frio para um corpo mais quente".

O enunciado a que Kelvin se refere mostra o caso da inexistência de um motor perfeito, isto é, um motor que retira calor de uma fonte quente e o transforma ao longo do processo, exclusivamente em trabalho. Em contrapartida, o enunciado de Clausius concebe a inexistência de um refrigerador perfeito, o qual retira calor de uma fonte fria ao longo do processo, a custo de qualquer trabalho realizado. Tais enunciados são equivalentes, apesar de serem formulações diferentes e a demonstração de tal validade é mostrada por Nussenzveig (2014) em seu trabalho e utilizando-se para isso o acoplamento de um refrigerador perfeito a um motor perfeito. Considerando-se um processo cíclico com tais acoplamentos Nussenzveig (2014) constata que as hipóteses de validade iniciais são derrubadas por contradição ao serem consideradas as trocas de calor e os trabalhos realizados, mostrando-se em ambos os casos a produção miraculosa de trabalho ou a retirada miraculosa de calor de uma fonte fria (NUSSENZVEIG, 2014, p. 252).

⁴ No sentido apresentado, *Único efeito* se refere a um processo cíclico, isto é, o sistema precisa retornar ao seu estado inicial (NUSSENZVEIG, 2014)

⁵ Novamente, o sentido apresentado para o termo *único efeito* é de que o processo realizado é cíclico, assim como no enunciado de Kelvin (NUSSENZVEIG, 2014).

Particularmente, a segunda lei da Termodinâmica leva a um teorema de grande importância do qual surge uma nova função de estado, a entropia, de tal maneira a constituir fechamento à segunda Lei da Termodinâmica. Nussenzveig (2014) apresenta o teorema de Clausius, considerando-se o problema do rendimento de uma máquina térmica proposto por Carnot, o qual culmina no ciclo de Carnot⁶. Dessa forma, em um dado ciclo de Carnot reversível qualquer, considerando o calor fornecido ao sistema Q e uma dada temperatura absoluta T (NUSSENZVEIG, 2014), temos:

$$\sum \frac{Q}{T} = 0. \quad (3.9)$$

Além disso, pode-se mostrar⁷ um resultado análogo a (3.9) válido para qualquer ciclo reversível, isto é, qualquer transformação reversível representada por um caminho fechado C em um diagrama (P, \mathcal{V}) (NUSSENZVEIG, 2014). Tal generalização do Teorema de Clausius é então dada por:

$$\oint_C \frac{d'Q}{T} = 0 \quad (\text{Para } C \text{ reversível}). \quad (3.10)$$

Logo, para C reversível, T também representa a temperatura do sistema durante a troca de Calor $d'Q$. Para o caso de C irreversível, temos agora que considerar a desigualdade de Clausius, dada por:

$$\oint_C \frac{d'Q}{T} \geq 0. \quad (3.11)$$

Da mesma forma que a primeira Lei da Termodinâmica concebe a definição da energia interna U como função de estado, de forma análoga, a segunda lei da Termodinâmica concebe a definição de entropia S , associada ao estado de equilíbrio de um sistema (NUSSENZVEIG, 2014). Consideremos a integral (3.10), bem como dois estados de equilíbrio termodinâmico i e f de um sistema. Decorre então dessa equação (Teorema de Clausius), que a integral dada é independente do caminho que ligam os estados de equilíbrio termodinâmico i e f , de tal forma

⁶ O ciclo de Carnot consiste de um processo cíclico realizado por meio de dois processos isotérmicos (compressão e expansão) e dois processos adiabáticos (compressão e expansão). Tal ciclo é responsável em se estabelecer um limite máximo para o rendimento de operação de uma máquina térmica, o qual considera dois reservatórios térmicos quente e frio e uma máquina que opere entre tais reservatórios (NUSSENZVEIG, 2014).

⁷ cf. Nussenzveig (2014, p. 264-266)

que podemos então mostrar que a integral é independente do caminho (*cf.* Nussenzveig (2014, p. 268)), e sendo este o caso, podemos então definir uma função de estado, de forma análoga à U , denominada, conforme mencionado anteriormente, por entropia S , dada por:

$$\int_i^f \frac{d'Q}{T} = S_f - S_i. \quad (3.12)$$

Tal função de estado foi introduzida inicialmente por Clausius e significa "transformação"(NUSSENZVEIG, 2014). Tomando-se uma variação infinitesimal, a equação (3.12) é então escrita como:

$$dS = \frac{d'Q}{T}. \quad (3.13)$$

Notemos que, embora $d'Q$ represente uma diferencial inexata, a combinação desse termo com o fator integrante $1/T$ faz com que a diferencial dS seja exata, assim como a energia interna também é.

Há um princípio de grande notoriedade em termos da entropia S , o qual revela que em um sistema isolado, a entropia nunca tende a decrescer, isto é, não se altera na ocorrência de processos reversíveis, mas aumenta na ocorrência de processos irreversíveis (NUSSENZVEIG, 2014). De fato, considerando-se a desigualdade de Clausius (3.11), bem como a utilização de dois caminhos, sendo um reversível e outro irreversível, além da consideração de que em um sistema termicamente isolado não há trocas de calor, ou seja, $d'Q = 0$, pode-se mostrar que

$$\Delta S \geq 0. \quad (3.14)$$

Como consequência ao resultado (3.14), Nussenzveig (2014) afirma que o princípio do aumento da entropia nos permite dizer o sentido de ocorrência dos processos naturais, dada a espontaneidade em suas ocorrências, sendo sempre no sentido do aumento da entropia. Além disso, também como consequência a tal princípio, o estado de entropia máxima corresponde ao estado de equilíbrio de um dado sistema isolado, bem como sua correspondência com os enunciados de Kelvin e Clausius são garantidas, pois a violação de tal princípio conduziria aos motores e refrigeradores perfeitos contradizendo tais enunciados (NUSSENZVEIG, 2014).

Finalmente, também é notório, por meio do princípio do aumento da entropia, verificar de forma preliminar o sentido para a seta do tempo em termos da mencionada espontaneidade

dos processos naturais, às quais obedecem a tal princípio. Uma verificação mais aprofundada desse problema é possível de ser obtida, mas com a utilização da interpretação estatística da entropia, de modo que não será abordada, para que se mantenha o foco do presente trabalho.

3.4 Os Postulados da Termodinâmica e as Variáveis termodinâmicas extensivas e intensivas

Em seu livro, Callen (1991) apresenta o formalismo da Termodinâmica de Carathéodory (1873-1950)⁸, dado o seu caráter fenomenológico, o qual depende de diversas variáveis, que, macroscopicamente e microscopicamente, possuem aportes de natureza espacial e temporal, são medidas ou mesmo calculadas através de mecanismos macroscópicos e se apresentam matematicamente ou como descrições do estado de um sistema ou através de parâmetros intensivos ou extensivos, em uma formulação teórica única, capaz de unir a natureza macro e microscópica da matéria.

É nesse contexto que Callen (1991, p. 13,27,28,30) enuncia os quatro postulados básicos que regem a termodinâmica, os quais contém utilizam-se de informações valiosas acerca das funções de estado energia interna U e entropia S .

1º Postulado: "Existem estados particulares (chamados estados de equilíbrio) de sistemas simples que, macroscopicamente são caracterizados completamente pela energia interna U , pelo volume V e pelos números molares N_1, N_2, \dots, N_r dos componentes químicos".

2º Postulado: "Existe uma função (chamada entropia S) de parâmetros extensivos de qualquer sistema composto definido para todos os estados de equilíbrio e tendo a seguinte propriedade: Os valores assumidos pelos parâmetros extensivos na ausência de um vínculo interno são tais que maximizam a entropia sobre os diversos estados de equilíbrio vinculados".

3º Postulado: "A entropia de um sistema composto é aditiva sobre os subsistemas constituintes. A entropia é contínua e diferenciável e é uma função monotonicamente crescente da energia".

4º Postulado: "A entropia de qualquer sistema desaparece no estado para o qual

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V, N_1, \dots, N_r} = 0, \quad (3.15)$$

⁸ Foi um matemático alemão de origem grega que fez importantes contribuições à teoria das funções reais, ao cálculo das variações e à teoria das medida de pontos. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/Constantin-Caratheodory>, acesso em: 08/11/2022 às 22:07

isto é, no zero da temperatura".

Os quatro postulados apresentados "regem" a termodinâmica do equilíbrio, de tal forma que agora resta apenas definir de que grandezas ela trata, ao definir como parâmetros intensivos e extensivos. Para isso, Callen (CALLEN, 1991) define os parâmetros intensivos em termos das mudanças ocorridas através dos parâmetros extensivos do sistema, isto é, Volume, Energia Interna e Entropia. Para isso, tomemos a diferencial da energia interna $U = U(S, V, N_1, \dots, N_r)$ como:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, N_1, \dots, N_r} dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, N_1, \dots, N_r} dV + \sum_{j=1}^r \left(\frac{\partial U}{\partial N_j} \right)_{S, V, \dots, N_r} dN_j. \quad (3.16)$$

Da forma diferencial (3.16), Callen (CALLEN, 1991) define os parâmetros extensivos como as derivadas de U em relação aos demais parâmetros extensivos, isto é:

$$\begin{cases} T \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, N_1, \dots, N_r} \\ p \equiv - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, N_1, \dots, N_r} \\ \mu_j \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial N_j} \right)_{S, V, \dots, N_r} \end{cases}, \quad (3.17)$$

onde T é a temperatura, p é a pressão e μ_j é o potencial eletroquímico da j -ésima componente (CALLEN, 1991). Tais equações representam o escopo básico da teoria da Termodinâmica e de grande utilidade no presente trabalho.

Além de estabelecer uma construção teórica da termodinâmica por meio dos postulados, Callen (1991, p. 26) também discorre acerca do problema fundamental o qual a termodinâmica visa atacar, que é o de "determinar o estado de equilíbrio que eventualmente resulta após a remoção de vínculos internos em um sistema composto fechado", ou seja, dado um sistema físico, qual será a sua nova configuração ao modificarmos as restrições, isto é, tornar as paredes de tais sistemas diatérmicas ou permeáveis? Diante dessa pergunta, é também realizada a descrição do processo que será desencadeado, visando descrever tal processo através da troca de energia térmica, isto é da quantidade de calor $d'Q$ desencadeada entre sistemas ou de um dado sistema com sua vizinhança. além da realização de trabalho mecânico $d'W$ entre as partículas que compõem o dado sistema, resultado das interações mecânicas com as paredes do recipiente que as contém, por meio da pressão p , alterando-se o seu volume dV . Finalmente, a critério de se contabilizar tais formas de manifestação de energia, seja por meio do calor ou pela realização de trabalho mecânico, as partículas necessitam receber energia dentro do sistema para desencadear

as demais trocas, e é por meio da Energia interna dU que o balanço energético é realizado (CALLEN, 1991). Dessa forma, temos, por (3.8):

$$dU = d'Q - d'W, \quad (3.18)$$

que é a formulação da primeira Lei da Termodinâmica, isto é, conforme citado anteriormente, o retrato que há da conservação da energia entre sistemas com os quais há constantes trocas de energias, alterando-se os vínculos impostos sobre eles, de modo que o processo é descrito por meio de tal balanço energético.

Como forma de se conectar com os postulados, também é proposto, conforme será realizado adiante nas diversas transformações, a relação entre o calor e a entropia, introduzida por Clausius por meio da equação (3.13):

$$dS = \frac{d'Q}{T}. \quad (3.19)$$

A construção da termodinâmica tem, portanto, pilares básicos definidos seja por meio de seus postulados, os processos ocorrentes em um dado sistema ou mesmo via funções de estado, tais como são a energia interna U e a entropia S , das quais pode-se extrair, conforme citado anteriormente, os parâmetros macroscópicos intensivos de um sistema. Resta agora a descrição do comportamento de tais variáveis dentro de um caráter relativístico. Tal caráter relativístico inserido nos trabalhos de Farías *et al.* (2017), Einstein (1908) e que discorrem acerca também da covariância entre as leis da termodinâmica, isto é, o requerimento que as mesmas tenham seus formatos mantidos em todo referencial inercial.

4 UMA BREVE REVISÃO DAS ABORDAGENS RELATIVÍSTICAS DE QUANTIDADES TERMODINÂMICAS

No que se segue, serão apresentadas algumas propostas de equações de transformações de quantidades termodinâmicas de modo a se motivar a busca por uma abordagem mais coerente para os corpos em movimento, isto é, segundo Farías *et al.* (2017, p. 1):

Consideremos um sistema \mathcal{A} em equilíbrio termodinâmico, e dois referenciais inerciais, \mathcal{S} e \mathcal{S}' . O referencial \mathcal{S} está em repouso com respeito a \mathcal{A} e \mathcal{S}' está se movendo com velocidade \vec{u} em relação a \mathcal{S} . É possível encontrar uma transformação relativística para expressar as quantidades termodinâmicas (tais como temperatura, pressão, transferência de calor, entropia etc.) de \mathcal{A} no sistema \mathcal{S}' ?

Em seu trabalho Farías *et al.* (2017) citam quatro importantes trabalhos, bem como alguns outros que os complementam, para a solução do problema proposto por eles. Além disso, tais citações são postas de modo a mostrar que estas abordagens possuem controvérsias, de modo a não concordarem umas com as outras em termos de resultados gerais, o que levanta a questão: O problema admite solução? As quatro abordagens principais citadas são:

- Einstein e Planck (1907);
- Ott (1963);
- Landsberg (1966) e (1970);
- Cavarelli e Salgarelli (1969).

Partamos então para a descrição de cada abordagem.

4.1 As transformações de Planck-Einstein

Na publicação de sua teoria da relatividade especial, Einstein (1908), em um dos tópicos escritos, desenvolveu uma série de cálculos de modo a tentar também descrever a termodinâmica dos corpos em movimento. Para isso, ele considerou um sistema fechado em uma caixa impenetrável à radiação. Além disso, o sistema está livre para se movimentar no espaço, de modo que o mesmo está sujeito apenas à forças eletromagnéticas dentro dela (EINSTEIN, 1908). Tal sistema encontra-se em repouso no referencial \mathcal{S}' e que move-se com velocidade $\vec{u} = u\hat{x}$ em relação a \mathcal{S} . Nessas condições, Einstein considerou para o caso de partículas eletrizadas com carga q , que sofrem a ação da força de Lorentz provocada pela ação dos campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{B} , segundo o referencial \mathcal{S}

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (4.1)$$

Explicitando-se as suas componentes, temos, considerando para \mathcal{S} o movimento apenas na direção¹ x:

$$\begin{cases} F_1 = qE_1 \\ F_2 = q \left(E_2 - \frac{u}{c} B_3 \right) \\ F_3 = q \left(E_3 + \frac{u}{c} B_2 \right) \end{cases} \quad (4.2)$$

Com isso, como citado anteriormente, Einstein considerou a transformação das componentes de uma certa força \vec{F} , conforme (2.54), de modo que, aplicando-se às equações (4.2) levando-se em conta o movimento na direção de x para o referencial \mathcal{S} , utilizando-se relações de transformação entre os campos \vec{E} e \vec{B} , os quais ilustra de forma bastante densa em seu artigo, bem como considerando $v \rightarrow -u$, dado que as partículas estão paradas em relação a \mathcal{S}' e quem move-se é \mathcal{S} em relação à \mathcal{S}' obtém-se

$$F'_1 = F_1; \quad F'_2 = \gamma(v)F_2; \quad F'_3 = \gamma(v)F_3, \quad (4.3)$$

que são as mesmas equações obtidas em (2.59) de uma forma mais simples, mas levando-se em conta as mesmas premissas adotadas por Einstein.

Continuando-se o estudo, Einstein (1908) desenvolve o raciocínio para a obtenção da pressão em uma superfície S' em repouso em relação ao referencial \mathcal{S}' . Assim sendo ele escreve, para as componentes da força, utilizando-se da definição de pressão (3.2):

$$\begin{cases} F'_1 = p'S' \cos(l') = p'S'_1 \\ F'_2 = p'S' \cos(m') = p'S'_2 \\ F'_3 = p'S' \cos(n') = p'S'_3 \end{cases} \quad (4.4)$$

onde $\cos(l')$, $\cos(m')$ e $\cos(n')$ são os cossenos diretores da aplicação das forças sobre a superfície, de modo que temos $S' \cos(l') = S'_1$, $S' \cos(m') = S'_2$ e $S' \cos(n') = S'_3$ e que representam os respectivos vetores normais às áreas encerradas, conforme (2.62). Utilizando-se as equações de

¹ Lembrando aqui que os subscritos 1, 2 e 3 referem-se respectivamente às direções x, y e z.

transformação de área (2.63), a relação entre a força e a pressão em \mathcal{S}' em (4.4), as equações de transformação da força em (4.3) e comparando com a definição de pressão (3.2) no referencial \mathcal{S} , obtemos finalmente um resultado de grande expressão no artigo de Einstein

$$p' = p. \quad (4.5)$$

Isto é, segundo Einstein (1908), a pressão é um invariante de Lorentz. Esse sendo o primeiro resultado expressivo dentro do aspecto da termodinâmica descrito por Einstein. Ainda resta saber como montar as equações para a primeira e a segunda lei da termodinâmica (por meio da entropia) sob o viés relativístico.

Para a entropia, Einstein repetiu o argumento de Planck (1908) em seu artigo de que a entropia não depende da escolha do sistema de referência. Nessa ideia, Planck (1908) considerou um sistema físico \mathcal{A} movido por um sistema adiabático reversível a partir do repouso com respeito ao referencial \mathcal{S} até o repouso com respeito ao referencial \mathcal{S}' . Dessa forma, nesse sistema adiabático e reversível, a Entropia não muda, isto é, um invariante de Lorentz (FARÍAS *et al.*, 2017). Einstein (1908), propôs que o calor transferido dQ' em \mathcal{S}' é dado por

$$dQ' = dE' + p'dV' - \vec{u} \cdot d\vec{P}', \quad (4.6)$$

no qual, dE' é a energia total do sistema (não apenas a energia interna), $d\vec{P}'$ é o momento (infinitesimal) obtido tomando a diferencial da equação para o momento (2.67) e \vec{u} é a velocidade do sistema em relação a \mathcal{S} . Observa-se nesta expressão o balanço energético proposto por Einstein (1908) no qual o calor, segundo ele é resultado do balanço entre a soma da energia total dE' com o trabalho realizado pelo sistema dW' subtraído da parcela pertencente à troca de momento $d\vec{P}'$, evidenciando o fato do trabalho realizado pela pressão do sistema ser gasto em uma parcela de momento.

Tomando a diferencial em relação às variáveis termodinâmicas (2.67), obtidas considerando-se sistemas extensos, conforme mencionado anteriormente, obtém-se:

$$dE' = \gamma \left[dE + \left(\frac{u}{c}\right)^2 (pdV + Vdp) \right], \quad (4.7)$$

além de

$$d\bar{P}' = \gamma \left(\frac{\vec{u}}{c^2} \right) [dE + pdV + Vdp]. \quad (4.8)$$

Daí, substituindo (4.5), (4.7) e (4.8) em (4.6), obtemos, após alguns cálculos simples (EINSTEIN, 1908; FARÍAS *et al.*, 2017)):

$$dQ' = \frac{1}{\gamma} dQ. \quad (4.9)$$

Seja T a Temperatura, e S a entropia, temos que

$$dQ = TdS, \quad (4.10)$$

à qual é válida em todos os referenciais inerciais para um processo reversível (entropia invariante). Dessa forma, temos, tomando a sua transformação e usando a equação (4.9):

$$dQ' = T'dS' = \frac{1}{\gamma} TdS, \quad (4.11)$$

da qual obtemos que:

$$T' = \frac{T}{\gamma}. \quad (4.12)$$

Concluimos, portanto, que para Planck, a temperatura de um corpo em movimento se apresentará menor, isto é, o corpo estará mais frio em \mathcal{S}' . Esta transformação de temperatura foi fortemente defendida por Planck por mais de 50 anos (FARÍAS *et al.*, 2017).

4.2 As transformações de Ott-Arzèlies

Um outro conjunto de transformações foi proposto por Ott (1963), às quais partem da premissa que o calor transferido deve se transformar como energia, de tal forma que se tenha:

$$dQ' = \gamma dQ, \quad (4.13)$$

isto é, uma equação oposta à equação (4.9).

Além do mais, considerou também que a entropia deve ser um invariante de Lorentz ($dS' = dS$), de modo que (4.10) deve ser verdadeira para todos os referenciais inerciais, da qual obtém-se a equação de transformação para a temperatura.

$$T' = \gamma T, \quad (4.14)$$

isto é, obtém-se que um corpo em movimento aparenta-se quente, em oposição à transformação de temperatura de Einstein-Planck. Além disso, Ott aderiu ao argumento de Einstein da invariância da pressão ($p' = p$).

Conforme também citam os autores Farías *et al.* (2017), o resultado (4.14) foi obtido também por outros autores, dentre eles Arzeliès (1965), o qual formulou o problema de uma outra forma usando quadrivetores, bem como escreveu uma equação de estado relativística para os gases perfeitos², dada por

$$\gamma^2 p \mathcal{V} = nRT, \quad (4.16)$$

onde n é a quantidade de matéria (em mols), R é a constante dos gases e T a temperatura. Além disso, Arzeliès também obteve resultado para a transformação do trabalho devido a uma pressão uniforme atuando sobre os corpos designado por \mathcal{T} , resultante após uma série de cálculos adotados em um modelo de um sistema de volume \mathcal{V} submetido à ação de pressões aplicadas sobre sua superfície, dado por:

$$d\mathcal{T} = \gamma^2 p d\mathcal{V}. \quad (4.17)$$

Finalmente, com a utilização da primeira Lei da Termodinâmica (3.8) e o princípio de Clausius (3.13), que relaciona a quantidade de calor $d'Q$ à entropia dS , pôde obter uma relação para a entropia dS , dada por:

$$dS = \frac{1}{T} (dU + \gamma^2 p d\mathcal{V}). \quad (4.18)$$

² Para uma abordagem não-relativística da termodinâmica, a equação dos gases perfeitos é uma equação de estado que envolve as variáveis p , \mathcal{V} e T , bem como o número de mols n do gás, onde tais variáveis são combinadas por meio da equação

$$p\mathcal{V} = nRT, \quad (4.15)$$

com R sendo a constante universal dos gases (NUSSENZVEIG, 2014).

Uma outra abordagem realizada ao longo do tempo é a de Sutcliffe (1965), o qual notou que as expressões para a equação de estado de um gás ideal (4.16), bem como a variação de Entropia (4.18) da teoria de Ott-Arzèlies não são covariantes. Tais equações entram em contradição com os argumentos de Einstein nas quais as expressões das Leis da Termodinâmica (1ª e 2ª) são covariantes. Além do mais, a equação de estado de um gás ideal não possui a mesma forma em todos os sistemas de referência. Isto é devido ao fato de que a derivação da equação leva em conta a média de velocidades de um grande número de partículas sem forças interatômicas e não depende da velocidade do centro de massa do sistema (FARÍAS *et al.*, 2017). Por essa razão, Sutcliffe (1965) faz uso da definição estatística de entropia, isto é, o número de microestados possíveis de um dado sistema, o qual envolve as probabilidades P_i do sistema em um microestado N_i , de modo que, com esta definição, a Entropia deve ser um invariante de Lorentz e assumiu as definições termodinâmicas para a temperatura e pressão

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V; \quad p = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S, \quad (4.19)$$

válidas em todos os sistemas de referencia.

Assumindo a que U transforma-se como energia, isto é, que

$$U = \gamma U_{c.m} - K, \quad (4.20)$$

onde, $U_{c.m}$ é referente a U , mas em relação ao centro de massa do sistema (U próprio) e K é a energia cinética das partículas, bem como considerando a transformação de volume (2.61), com o auxílio das equações (4.19) e assumindo a invariância da entropia $S = S_{c.m}$, como conclusão, Sutcliffe (1965) obteve uma transformação de pressão diferente, dada por:

$$p = \gamma^2 p_{c.m}, \quad (4.21)$$

além da transformação de temperatura

$$T = \gamma T_{c.m}. \quad (4.22)$$

As equações (2.61), (4.21) e (4.22) são, segundo Sutcliffe (1965), suficientes para mostrar que a equação de estado do gás ideal,

$$p\mathcal{V} = nRT, \quad (4.23)$$

seja covariante, ao passo que as equações (2.61), (2.61), (4.21), (4.20), além do fato da invariância da entropia, são fatos cruciais apontados pelo autor de modo a garantir que a variação de entropia, via primeira lei da termodinâmica (3.8)

$$dS = \frac{1}{T}(dU + pd\mathcal{V}), \quad (4.24)$$

seja também covariante, isto é, mantida sua forma em todos os sistemas de referência. Contudo, Farías *et al.* (2017) apontam que há uma discrepância entre a transformação de pressão (4.21) e a equação (4.19) proposta por Ott (1963)³. Tal discrepância é justificada pelos autores em cima da ideia proposta, pelo fato de que, ao passo que (4.19) representa uma pressão termodinâmica, (4.21) expressa uma pressão mecânica.

Em correspondência com Von Laue em 1952, Einstein, ao revisar a questão da termodinâmica relativística, concluiu que a transformação de temperatura correta deveria ser, segundo Liu (1992) e Farías *et al.* (2017), aquela proposta por Ott-Arzèlies . Tal argumento, por sua vez, se baseia na análise da troca de calor entre dois reservatórios, L e L' , ambos com a mesma temperatura T , no qual um destes reservatórios, L' é movido por uma "máquina"⁴ através de um processo adiabático e reversível. Einstein considerou então que houve um processo cíclico, no qual L transfere calor ΔQ para a "máquina" à qual se move com velocidade \vec{u} e que deixa um monte de calor $\Delta Q'$ para L' , recuperando, assim, sua quantidade de calor de repouso inicial, como o calor é também energia, Einstein pôde afirmar que

$$\Delta Q' = \gamma \Delta Q, \quad (4.25)$$

de modo que o montante de trabalho realizado durante este processo foi de

$$\Delta W = \Delta Q' - \Delta Q = \Delta Q(\gamma - 1), \quad (4.26)$$

da qual Einstein pôde concluir que a transformação de temperatura é dada por (4.14). Tal conclusão veio à tona apenas uma década após a publicação original de Ott e mesmo assim seus resultados não foram publicados (FARÍAS *et al.*, 2017).

³ Mantida em todos os sistemas de referencia

⁴ Um reservatório auxiliar com temperatura T em repouso em relação a L'

4.3 Transformações que tornam a temperatura invariante

Como resposta à existência de duas soluções ao problema do estabelecimento de uma interpretação relativística à termodinâmica e a criação de controvérsias acerca da transformação correta de temperatura, Farías *et al.* (2017) citam alguns estudos aos quais buscam alinhar-se à ideia de uma transformação que torne a temperatura invariante. Dentre estes estudos, há um em particular, abordado entre os anos de 1966 e 1967, através de Landsberg (1966) o qual questionou os resultados obtidos por Einstein e Planck na transformação de temperatura proposta por eles, e propôs então que a temperatura é um invariante de Lorentz. A transformação de temperatura elaborada por Einstein e Planck trás para Landsberg implicações físicas pouco convincentes da definição de temperatura, definida por:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,p}, \quad (4.27)$$

à qual é válida em todos os sistemas de referencia. Nota-se que em (4.27) a definição de temperatura não é escrita em termos da energia interna U , mas sim da energia total E do sistema. Este resultado é, para Landsberg (1966) citado por Farías *et al.* (2017) bastante contraditório, no que diz respeito à definição estatística da temperatura, que vem do estudo do movimento relativo de um grande número de partículas em relação ao seu centro de massa. Portanto, conclui-se que todas as definições estatísticas não podem então depender da velocidade do centro de massa do sistema e deve permanecer invariante ($T' = T$).

Landsberg propôs então uma nova maneira de definir temperatura de modo a garantir invariância relativística e uma diferente generalização da definição de temperatura na termodinâmica relativística, que é dada por:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,p}, \quad (4.28)$$

de tal forma que este resultado implica que a Energia Interna é um invariante de Lorentz e, como TdS é também um invariante, de modo que se pode definir a temperatura da forma

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,p}, \quad (4.29)$$

em todos os sistemas de referência (FARÍAS *et al.*, 2017).

Tal ponto de vista foi sustentado por diversos autores, dos quais colocam ênfase especial na definição de Temperatura. Dentre tais autores estão Cavalleri e Salgarelli (1969) que afirmam que a temperatura é um conceito que somente faz sentido se puder ser medida localmente. Como isto pode somente acontecer no referencial em repouso, do sistema físico, então a temperatura não é um invariante de Lorentz. Esta afirmação está em concordância com a definição estatística da temperatura.

Um outro estudo também foi realizado por Landsberg juntamente com Johns (LANDSBERG; JOHNS, 1970) também com o intuito de se propor uma transformação de Lorentz para o calor e o trabalho, de modo que seja analisado um sistema inercial \mathcal{S} e sua velocidade em relação ao seu centro de massa variando entre \vec{w} e $\vec{w} + d\vec{u}$. Os autores também consideram que "os elementos de superfície do sistema começam a acelerar em tempos diferentes em \mathcal{S} mesmo que o façam simultaneamente no referencial de repouso inicial \mathcal{S}_0 . Isso deve ser levado em consideração"(LANDSBERG; JOHNS, 1970, p. 1). A análise realizada por eles segue uma linha na qual há uma distinção entre dois tipos de forças caracterizadas por um parâmetro μ , o qual varia entre 0 e 1. De modo a encaixar tal parâmetro, usando-o em diversas situações, os autores recorrem ao uso do quadrivetor momento \vec{P} escrito da forma:

$$\vec{P} = (c\vec{P}, E + \lambda pV), \quad (4.30)$$

onde λ vale 0 ou 1. Como resultado da notação apresentada, os autores encontram as transformações para o trabalho de compressão

$$dW_c = - \left[\lambda p_0 dV + (1 - \lambda) \frac{p_0 dV_0}{\beta} \right], \quad (4.31)$$

além do trabalho de translação

$$dW_{tr} = \vec{w} \cdot \left(d\vec{P} - \frac{\mu\beta\vec{w}}{c^2} dQ_0 \right), \quad (4.32)$$

onde $\beta \equiv [1 - \vec{w}^2/c^2]^{-1/2}$ e dQ_0 é o calor transferido ao sistema em \mathcal{S}_0 , durante o processo incremental (LANDSBERG; JOHNS, 1970). Dessa forma, a transformação de trabalho $dW = dW_c + dW_{tr}$ é dada por $dW_{tr,0}$. Logo:

$$dW_c = \frac{dW_{c,0}}{\beta} + \lambda\beta \frac{\vec{w} \cdot d\vec{u}}{c^2} p_0 V_0. \quad (4.33)$$

Com essa transformação, Landsberg e Johns (1970) mostram ao longo de seu trabalho até que ponto a contração de Fitzgerald pode contribuir ao trabalho no referencial \mathcal{S} . Dessa forma, os autores apresentam uma solução para este problema, que é a do fato de que este trabalho compressivo é independente de μ , que por sua vez, caracteriza a definição de força aplicada. Tal independência se justifica pelo fato de que o ponto de aplicação de cada força compressiva está em repouso $\vec{v} = 0$ no referencial de repouso do elemento no qual ela atua (LANDSBERG; JOHNS, 1970).

Por fim, os autores derivam a transformação do calor, propondo a equação

$$dQ = \left(\frac{1 - \mu}{\beta} + \mu\beta \right) dQ_0. \quad (4.34)$$

Como considerações finais ao trabalho, os autores conseguem então reduzir discordâncias acerca desta transformação a uma discordância acerca das definições, por exemplo, dos valores de μ , os quais caracterizam a definição de força. Diferentemente do artigo anterior (LANDSBERG, 1966), Landsberg e Jones tratam da transformação de temperatura apenas de passagem (LANDSBERG; JOHNS, 1970).

4.4 *Nenhuma transformação geral de temperatura*

Finalmente, na presente subseção será discutida brevemente a última abordagem destacada por Farías *et al.* (2017), que se trata da ideia de não se ter nenhuma transformação de variáveis termodinâmicas. Tal ideia é, segundo os autores, defendida por diversos outros presentes na literatura, dentre eles Newburgh (1979).

Conforme citado anteriormente, Landsberg (1966), além de propor a ideia da invariância da temperatura e as implicações da obtenção de uma transformação relativística "correta", também projetou em um de seus trabalhos um experimento mental de modo que seja capaz de apontar qual a transformação correta. Mesmo reconhecendo da dificuldade experimental para a realização do experimento, ele concluiu haver sim uma transformação de temperatura. Após Landsberg, é apontado também o trabalho de Krizan (1979), o qual realizou observações na radiação de microondas, de modo a analisar e decidir se as transformações de temperatura proposta por Einstein, Ott e Landsberg são realmente corretas. No entanto, segundo ele, tais transformações violam a lei zero e a primeira lei da termodinâmica na distribuição da radiação de corpo negro.

A grande questão para a termodinâmica dos corpos em movimento agora é, segundo Farías *et al.* (2017), a impossibilidade de se obter evidência experimental de modo a sustentar a teoria das transformações relativísticas das quantidades termodinâmicas. A base da teoria é sustentada em cima de argumentos teóricos, bem como experimentos mentais. Essa dificuldade levou então diversos autores a investirem seus estudos de modo a determinar qual transformação termodinâmica é, de fato, correta. Dentre estes, são apontados os trabalhos de Newburgh (1979), Cavalleri e Salgarelli (1969), os quais possuem diferentes definições de temperatura e levam a conclusões divergentes. Newburgh, por exemplo, levanta a diferença entre dois tipos de problema: cinemático e dinâmico, os quais são diferentes em termos de abordagem. Para o problema cinemático, Farías *et al.* (2017, p. 5) sintetizam as ideias de Newburgh (1979):

No problema cinemático, o sistema físico está em repouso com um referencial \mathcal{S} , que também contém todos os instrumentos que medem suas grandezas termodinâmicas. O segundo referencial, \mathcal{S}' , está se movendo com um velocidade w . Então a questão é como o observador de \mathcal{S}' mede as grandezas termodinâmicas do corpo físico sistema em \mathcal{S}' . Ambos os observadores \mathcal{S} e \mathcal{S}' fazem medições do mesmo sistema físico, sem alterar suas propriedades no processo.

ao passo que, no problema dinâmico, Farías *et al.* (2017, p. 5) escrevem que:

o sistema físico está originalmente em repouso em relação a um referencial \mathcal{S}' , e então começa a se mover. A questão é como o observador em \mathcal{S}' mede as quantidades termodinâmicas do sistema físico enquanto o sistema está em movimento.

Para Newburgh (NEWBURGH, 1979), conforme mencionam os autores, o problema está então no ajuste do sistema que provoca mudanças no estado termodinâmico e cada mecanismo que ajusta o corpo termodinâmico leva a diferentes transformações relativísticas das quantidades termodinâmicas. Dessa forma, chega-se à conclusão que a a invariância relativística da potência irradiada em um problema puramente cinemático leva à transformação de temperatura de Ott (NEWBURGH, 1979)".

Por fim, conclui-se diante do apresentado, que parece não haver então um consenso quanto às transformações de temperatura, devido ao fato de não se ter uma definição correta de uma termômetro para tal. Farías *et al.* (2017) mencionam, em particular, que no próprio trabalho de Landsberg (1966) pode-se concluir não ser possível detectar um padrão de radiação de corpo negro por meio de um observador que move-se dentro de um reservatório de calor e que, por conta deste fato, é impossível encontrar um parâmetro que possa ser identificado como temperatura.

Tal procura por uma escala correta de temperatura, bem como de transformações relativísticas adequadas são ainda recente, objetos de estudo dadas as controvérsias. O presente trabalho, o qual já se apresentou possuir como base o artigo de Fariás *et al.* (2017) trás então um pouco dessa discussão como proposta. Ao se seguir a metodologia adotada pelos autores, será discutida, conforme mencionado anteriormente, uma forma diferente de se estabelecerem transformações de quantidades termodinâmicas por uma via, mais simples e natural, conforme os mesmos mencionam.

5 UMA PROPOSTA PARA A DESCRIÇÃO TERMODINÂMICA DOS CORPOS EM MOVIMENTO

Diante das ideias todas apresentadas, apresenta-se então uma proposta de descrição dos parâmetros termodinâmicos intensivos baseado na literatura segundo Farías *et al.* (2017), uma proposta diferente das citadas anteriormente, de forma simples e clara através do uso das definições termodinâmicas básicas, às quais são abordadas em um curso de termodinâmica seguindo-se o tratamento dado por Carathèodory, descrito por Callen (1991), onde o foco gira em torno das componentes de um sistema isolado que realizam uma troca entre quantidades extensivas de modo a definir as quantidades intensivas.

Consideremos então o caso clássico não-relativístico, no qual as quantidades tais como temperatura e pressão podem ser definidas quando existem dois subsistemas isolados coexistindo em estado de equilíbrio termodinâmico após haver uma troca entre si de uma certa quantidade extensiva, tal como calor ou volume (FARÍAS *et al.*, 2017). Desta forma, torna-se possível a identificação de uma variável intensiva como parâmetro igual em ambos subsistemas ao atingirem o equilíbrio. Obtém-se então, desta forma, as seguintes definições, bem conhecidas e descritas na literatura:

- A temperatura (T) é igual em ambos subsistemas ao trocarem calor entre si. Neste processo não há trocas de volume ou partículas ao se considerar, neste caso, um recipiente de paredes diatérmicas e impermeáveis.
- A pressão (p) é igual em ambos subsistemas ao trocarem volume entre si. Neste processo não há trocas de calor ou partículas ao se considerar, neste caso, um recipiente de paredes móveis adiabáticas.
- Por fim, o potencial químico (μ) é igual em ambos subsistemas ao trocarem partículas entre si. Neste processo não há trocas de calor ou volume ao se considerar, neste caso, um recipiente de paredes fixas e adiabáticas.

Seguindo com a abordagem proposta, considera-se a diferencial da energia Interna à qual é dada por:

$$dU = TdS - pdV + \mu dN, \quad (5.1)$$

onde temos que T é a temperatura, p a pressão, μ o potencial químico, isto é, as quantidades intensivas, enquanto que as quantidades extensivas são: S a entropia, V o volume e N o número de partículas constituintes dos subsistemas.

Assim sendo, ao se trabalhar com a equação (5.1), obtém-se também a formulação da entropia (CALLEN, 1991):

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV - \frac{\mu}{T}dN, \quad (5.2)$$

e então, como dS é uma diferencial completa, obtém-se as relações

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N}; \quad \frac{p}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_{U,N}; \quad \frac{\mu}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right)_{U,V}, \quad (5.3)$$

às quais decorrem de Callen (1991) em sua derivação dos parâmetros intensivos no equilíbrio termodinâmico. Vale ressaltar que é obrigatório ter-se equilíbrio termodinâmico entre subsistemas neste tratamento (FARÍAS *et al.*, 2017).

Para o caso de se ter movimento relativo entre dois subsistemas, é necessário se haver uma extensão das relações clássicas, de modo que tais relações são passadas a serem definidas de uma forma na qual haja interação entre ambos subsistemas, fazendo com que todas as quantidades intensivas sejam então definidas por meio de um processo termodinâmico próprio quando os sistemas atingirem o equilíbrio (FARÍAS *et al.*, 2017). Os autores ainda citam que tal método é possível de ser realizado, devido ao fato de que o equilíbrio termodinâmico macroscópico seja alcançado mesmo quando há movimento relativo entre dois sistemas. Isso se torna possível com um preço a ser pago, pois além de U , V e N serem contabilizados, também deve ser levado em conta o momento total do sistema \vec{P} como mais uma variável extensiva.

Com as variáveis em mãos, consideremos então o problema apresentado por Farías *et al.* (2017), no qual um sistema termodinâmico \mathcal{A} , em repouso no Referencial \mathcal{I} , o qual interage com um segundo sistema \mathcal{A}' , em repouso no referencial \mathcal{I}' , através de um banho térmico, possibilitando a troca de calor, apenas, entre \mathcal{A} e \mathcal{A}' e que estabelece a conexão entre os dois sistemas. O reservatório retornará ao seu estado inicial transferindo calor extra ao subsistema \mathcal{A}' de modo que é possível definir-se uma escala de temperatura em \mathcal{I} e \mathcal{I}' . O mesmo processo é possível ocorrer também para a troca de partículas e volume através da realização de trabalho ou até mesmo permitir a troca de momento entre os sistemas (FARÍAS *et al.*, 2017).

Considerando-se uma possível troca de momento, é preciso estender a definição de uma variação de entropia dada por (5.2), para que possa ter utilidade em todos os referenciais inerciais (FARÍAS *et al.*, 2017). Sendo assim, passa-se então a se estabelecer, neste trabalho, a devida alteração para o caso em que há troca de momento, segundo Farías *et al.* (2017). Como

prelúdio à descrição relativística, o autor parte da descrição relativística da energia, haja vista o real objetivo do artigo analisado e do presente trabalho, que é a descrição termodinâmica dos corpos em movimento. Para este fim, os autores seguiram um raciocínio ao partirem do resultado relativístico para a energia dada em (2.29), com o objetivo de descrever o balanço de energia por completo do sistema dE , levando-se em conta a energia interna dU surgida naturalmente da termodinâmica, bem como a porção de energia proveniente da troca de momento relativístico das partículas constituintes dE_m . Ou seja:

$$dE = dU + dE_m. \quad (5.4)$$

Assim, tem-se então, expandindo a energia total em suas variáveis mecânicas e termodinâmicas para o sistema:

$$dE = TdS - pdV + \mu dN + \vec{u} \cdot d\vec{P}. \quad (5.5)$$

Trabalhando-se em termos da variação de entropia, obtém-se uma relação similar à (5.2), com uma diferença que é o acréscimo do termo extra relacionado à energia E_m , o qual relaciona a velocidade \vec{u} do sistema e a troca de momento $d\vec{P}$. Logo:

$$dS = \frac{1}{T}dE + \frac{p}{T}dV - \frac{\mu}{T}dN - \frac{\vec{u}}{T} \cdot d\vec{P}. \quad (5.6)$$

Um ponto muito importante é levantado por Farías *et al.* (2017) e encontra-se na ideia de que mesmo quando a variação de entropia dS em \mathcal{A} depende da variação de momento, ainda assim a mesma é um invariante de Lorentz, pois tal invariância decorre de sua definição estatística.

Ao se considerar (5.5) e (5.6) corretas, é preciso que elas tenham um significado termodinâmico dado que elas apresentam um termo extra, estranho à formulação termodinâmica usual, que é o termo relacionado à troca de momento $d\vec{P}$. Segundo, Farías *et al.* (2017), pode-se pensar que \mathcal{A} e \mathcal{A}' trocam energia cinética como o resultado de uma transferência de momento de \mathcal{A} para um "banho" de momento que novamente transfere energia cinética para \mathcal{A}' . Como consequência, temos que em \mathcal{S}' , a variável intensiva é diretamente ligada à transferência de momento como a velocidade do deslocamento entre referenciais. Como (5.6) é uma diferencial completa, obtemos as definições:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N,\vec{p}}; \quad \frac{p}{T} = - \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_{E,N,\vec{p}}. \quad (5.7)$$

Tais expressões possuem significado termodinâmico próprio, pois surgem a partir da análise de um processo termodinâmico que envolve a troca de energia entre dois sistemas isolados. Com as ferramentas em mãos, passa-se então para o caso relativístico, considerando-se a análise anterior em termos da energia total de um sistema.

Considera-se um sistema \mathcal{A} que troca calor apenas¹ com um reservatório de calor, de modo que tal sistema alcance o equilíbrio termodinâmico, isto é, quando a quantidade intensiva identificada como temperatura, é a mesma em ambos subsistemas² (FARÍAS *et al.*, 2017). Após a ocorrência da troca de calor, há uma mudança na energia do sistema, de tal forma que, como não há essa troca de momento (e então, $E_M = 0$), volume ou partículas, obtenha-se $dE = dU = dQ = TdS$. Como também, temos $E = 0$ no referencial \mathcal{S} , temos que $\left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N,\vec{p}} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N,\vec{p}} = \frac{1}{T}$ como uma escala de temperatura no equilíbrio termodinâmico.

O sistema \mathcal{A}' , em repouso no referencial \mathcal{S}' , está também conectado ao reservatório de calor, que precisa voltar ao estado inicial (FARÍAS *et al.*, 2017). Portanto, há uma mudança de energia dE' do reservatório para o sistema \mathcal{A}' , que significa que somente podemos escrever $dE' = dQ' = T'dS'$ no referencial \mathcal{S}' . Dessa forma, como \mathcal{A}' também encontra-se em equilíbrio com o reservatório de calor, temos:

$$\frac{1}{T'} = \left(\frac{\partial S'}{\partial E'} \right)_{V',N',\vec{p}'} \quad (5.8)$$

Tal expressão é identificada como a escala de temperatura no referencial \mathcal{S}' (FARÍAS *et al.*, 2017). Onde E' é a energia total do sistema, não mais somente a energia interna. Isto porque a Temperatura é igual entre dois subsistemas em equilíbrio ao ser permitida somente a troca de calor. Consequentemente, temos um termômetro termodinâmico, ao ser medida uma temperatura que depende não somente das intenções internas entre as partículas que compõem o sistema \mathcal{A} , mas que também contém o movimento entre os referenciais (FARÍAS *et al.*, 2017). Dessa forma, faz sentido definirmos uma temperatura aparente ao invés de uma temperatura de repouso³ (isto

¹ Neste caso, trata-se apenas a troca de calor, não há troca de partículas, volume ou momento

² Em termos rigorosos, \mathcal{A} e o reservatório são tratado então como dois subsistemas no qual podem trocar calor entre si, até que ambos atinjam o equilíbrio termodinâmico, conforme argumentado.

³ Naturalmente, esta temperatura de repouso, é um Invariante de Lorentz.

é, que depende do movimento relativo de todas as partículas em relação ao centro de massa do sistema) nesta abordagem (FARÍAS *et al.*, 2017).

Para a definição de pressão, os autores Farías *et al.* (2017), realizam procedimento similar ao que foi realizado com a temperatura. Considera-se novamente \mathcal{A} e \mathcal{A}' conectados a um reservatório, desta vez, permitindo-se apenas a troca de volumes (consequentemente de trabalho) entre \mathcal{A} e o reservatório e entre o reservatório e \mathcal{A}' . Desta forma, no equilíbrio, \mathcal{A} transfere uma quantidade de trabalho $W = -pdV$ ao reservatório. O reservatório, por sua vez, transfere uma quantia de trabalho $dW' = -p'dV'$ ao sistema em \mathcal{S}' . Dado o processo, identificamos, então, a pressão como a quantidade intensiva que é igual entre dois subsistemas quando ambos atingem o equilíbrio termodinâmico. Consequentemente, nesse contexto, a definição de pressão em (5.7) tem um significado físico em todos os referenciais. Assim sendo, por, (5.6) aplicada a \mathcal{A}' :

$$dS' = \frac{1}{T'}dE' + \frac{p'}{T'}dV' - \frac{\mu'}{T'}dN' - \frac{\vec{u}}{T'} \cdot d\vec{P}', \quad (5.9)$$

onde, por (5.7) aplicada a \mathcal{A}' e pela regra da cadeia:

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} \frac{\partial E}{\partial E'}. \quad (5.10)$$

Usando a definição de quadrimomento dada em combinação das equações (2.15) e (2.28) e observando a transformação da sua quadri-componente que depende da energia⁴, temos:

$$\frac{E'}{c} = \gamma \left(\frac{E}{c} - \frac{u_1}{c} P_1 \right). \quad (5.11)$$

Derivando em relação a energia E e rearranjando o resultado, obtemos:

$$\frac{\partial E}{\partial E'} = \frac{1}{\gamma}, \quad (5.12)$$

onde finalmente obtemos:

$$T' = \gamma T. \quad (5.13)$$

⁴ Isso, considerando uma transformação de Lorentz em uma direção específica, digamos na direção x, por exemplo

Tal equação representa a relação de Ott (1963) e Arzeliès (1965) e expressa a temperatura de um corpo em movimento em \mathcal{S} , mas que está em repouso em \mathcal{S}' . Também observamos que, como $T' > T$, um corpo em movimento aparenta estar mais quente do que estando em repouso.

Os autores (FARÍAS *et al.*, 2017), também relatam uma outra forma de se obter a transformação da temperatura. Para isto, consideram que o sistema \mathcal{A} transfere uma quantidade de calor dQ ao reservatório, que, por sua vez, transfere uma quantidade de calor $dQ' = \gamma dQ$ ao sistema \mathcal{A}' , de modo que temos:

$$T' dS' = \gamma T dS. \quad (5.14)$$

Como $S' = S$, obtemos a equação de transformação da temperatura.

Por procedimento semelhante, Farías *et al.* (2017) também obtém a transformação da pressão. Por (5.13) aplicada à \mathcal{S}' e pela regra da cadeia, temos:

$$\frac{p'}{T'} = \frac{p}{T} \frac{\partial V}{\partial V'}. \quad (5.15)$$

A diferença agora está na consideração da transformação de Lorentz do volume V , dada por (2.61). Assim, obtemos, junto com $T' = \gamma T$:

$$p' = \gamma^2 p, \quad (5.16)$$

que é a equação de transformação para a pressão estabelecida por Sutcliffe (1965) definindo a pressão termodinâmica.

Farías *et al.* (2017) ainda propõem uma outra maneira de se estabelecer a transformação da pressão entre os sistemas \mathcal{A} e \mathcal{A}' . Tal método leva em conta a transferência de trabalho dW que \mathcal{A} realiza para o reservatório, que, por sua vez, transfere uma quantidade de trabalho $dW' = \gamma dW$ para \mathcal{A}' . Como não é permitida troca de calor, partículas ou momento, temos, em conjunto com a contração do volume V' :

$$dW' = p' dV' \Rightarrow p' \frac{dV}{\gamma} = \gamma p dV \Rightarrow p' = \gamma^2 p. \quad (5.17)$$

Por outro lado, ao se utilizar o procedimento de Einstein no cálculo da transformação de pressão em uma forma mecânica (ao se assumir $p = \frac{E}{A}$), então pode-se concluir que esta quantidade é um invariante de Lorentz (FARÍAS *et al.*, 2017). Tal discrepância se deve às diferentes definições de pressão.

Segundo os autores, onde há a identificação de quantidades intensivas como aquelas iguais entre dois subsistemas em equilíbrio termodinâmico, o conjunto de transformações relativísticas obtidas é uma consequência de um processo termodinâmico particular onde foi encontrado o equilíbrio ao se usar um reservatório como sistema auxiliar (FARÍAS *et al.*, 2017). Ainda ressaltam que tudo isso mostra que é preciso confiar nos argumentos externos sobre a definição de cada quantidade termodinâmica de modo a se obter uma transformação relativística para cada uma delas, resgatando a correção do tratamento matemático. Conclui-se, portanto, em concordância com outros autores, dentre estes Nakamura (2012), também citado por Farías *et al.* (2017) é que diferentes definições levarão a diferentes transformações.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho descreve como Farías *et al.* (2017) expõem uma abordagem diferente ao problema da descrição termodinâmica dos corpos em movimento, de uma forma matematicamente simples, através do foco nas definições das variáveis termodinâmicas intensivas no contexto da Relatividade Especial.

No entanto, conforme também exposto na abordagem dos autores, surgem ainda questões cruciais ao problema, tais como a definição das variáveis termodinâmicas T e p , às quais, segundo os próprios autores, são tais que somente possuem significado quando há um processo entre os dois sistemas no qual há uma troca de uma quantidade extensiva até que eles alcancem o equilíbrio. Sendo assim, uma questão surge: Como é possível ter equilíbrio termodinâmico entre dois sistemas quando um deles está se movendo em relação ao outro? Como resposta a essa pergunta, os Farías *et al.* (2017) propõem que o equilíbrio é possível se ambos os subsistemas são conectados a um reservatório e ainda, sustentam a ideia de Diu *et al.* (1996), também mencionado no trabalho dos autores, na qual este equilíbrio é possível até quando os dois sistemas estão trocando uma certa quantidade extensiva sem o uso de um terceiro sistema auxiliar.

Ainda assim, é levantado um outro questionamento que se trata da definição da escala de temperatura (ou pressão) se \mathcal{A} e \mathcal{A}' interagem via reservatório. Nesse caso, deveria ser encontrado um outro conjunto de transformações? Nesse questionamento, os autores (FARÍAS *et al.*, 2017) concluem que não há como tal questão ser respondida, sendo necessários argumentos externos para essa resposta e que então estabelece-se aqui uma das limitações à abordagem proposta.

Quanto à compatibilidade entre a Relatividade Especial e a Termodinâmica, Farías *et al.* (2017) levantam a questão, de que, ao passo que na termodinâmica são conhecidos apenas os estados inicial e final dos subsistemas que atingem o equilíbrio macroscópico, a relatividade especial (especificamente com as Transformações de Lorentz) misturam espaço e tempo, pode-se encontrar um estado de equilíbrio estacionário para \mathcal{A} em todos os referenciais inerciais? A abordagem dos autores mostra que a Relatividade e a Termodinâmica são compatíveis, mas com uma condição: o equilíbrio termodinâmico ser possível entre os subsistemas \mathcal{A} e \mathcal{A}' . Dessa forma, como a configuração de um sistema \mathcal{A} é encontrada quando a entropia é maximizada, e a entropia é um invariante de Lorentz. Os autores então concluem que deve ser possível encontrar um estado estacionário para \mathcal{A} em todos os referenciais.

No entanto, deve ser ressaltado que a abordagem do trabalho de Farías *et al.* (2017) permite argumentar que enquanto isto é possível quando \mathcal{A} e \mathcal{A}' são conectados a um reservatório, o mesmo não deve ocorrer com outros processos, de modo que, por hora, não há como se estabelecer uma definição termodinâmica de temperatura e pressão.

É interessante ressaltar também a proposta do trabalho descrito no que diz respeito ao engajamento ao estudo da termodinâmica sob um aspecto relativístico na graduação, bem como trabalhos posteriores, dado que este é um assunto emergente e de diversas controvérsias. Não apenas no trabalho de Farías *et al.* (2017) essa abordagem é proposta como forma de engajamento e promoção de discussão do tema, mas diversos outros trabalhos seguem a mesma linha, além dos apresentados anteriormente. Por exemplo no trabalho de Güémez (2010), o qual trata da compressão isotérmica de um gás ideal analisada sob o formalismo da termodinâmica relativística tratado por meio do princípio da inércia da energia, bem como pela formulação de Cavalleri e Salgarelli (1969), usando para este fim o escopo matemático do formalismo covariante ao escrever a primeira lei da termodinâmica como tal, da forma $\Delta U^\mu = W^\mu + Q^\mu$. Tal problema é, segundo os autores, de grande uso como forma de exercícios em termodinâmica e relatividade e se coloca como um trabalho a mais a ser realizado entre as duas áreas, concretizando-se assim um estudo que pode ser ainda bastante explorado academicamente.

No presente trabalho, portanto, foram apresentadas diversas formas de se estudar a termodinâmica estabelecidas ao longo do tempo, por diversos autores motivada através do trabalho de Farías *et al.* (2017) tomado como guia principal e que também foi estudado e mostrada a sua proposta, que é a de se estabelecer uma forma simples de se descrever a termodinâmica relativística sob um ponto de vista simples, mas rico em informações e métodos matemáticos que, de certa forma, possui seus benefícios e traz para a Física uma boa proposta para trabalhos futuros na área, haja vista que ainda há diversas pontas soltas nas ideias e bastantes controvérsias entre os diversos autores citados. Ainda é preciso de mais, sejam ideias teóricas, ou mesmo evidências experimentais de modo a fornecer alguma luz sobre a resposta correta e assim poder, em algum dia ser estabelecida a ponte entre essas duas áreas da física que são a Termodinâmica e a Relatividade Especial de uma vez por todas.

REFERÊNCIAS

- ARZELIÈS, H. Transformation relativiste de la temperature et de quelques autres grandeurs thermodynamiques. **Il Nuovo Cimento (1955-1965)**, Springer, v. 35, n. 3, p. 792–804, 1965.
- CALLEN, H. B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1991.
- CAVALLERI, G.; SALGARELLI, G. Revision of the relativistic dynamics with variable rest mass and application to relativistic thermodynamics. **Il Nuovo Cimento A (1965-1970)**, Springer, v. 62, n. 3, p. 722–754, 1969.
- COMAY, E. Exposing “hidden momentum”. **American Journal of Physics**, v. 64, n. 8, p. 1028–1034, 08 1996. ISSN 0002-9505.
- DIU, B.; GUTHMANN, C.; LEDERER, D.; ROULET, B. *Eléments de physique statistique, physique statistique, deuxième cycle*. **Hermann, Editeurs des sciences et des arts**, 1996.
- EINSTEIN, A. ber das relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen folgerungen. **Berichtigungen. Jahrb. Radioakt. Elektron**, v. 5, p. 98–99, 1908.
- FARÍAS, C.; PINTO, V. A.; MOYA, P. S. What is the temperature of a moving body? **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 7, n. 1, p. 1–9, 2017.
- GRIFFITHS, D. J. **Introduction to electrodynamics**. [S.l.]: Pearson, 2013.
- GÜÉMEZ, J. An undergraduate exercise in the first law of relativistic thermodynamics. **European Journal of Physics**, v. 31, n. 5, p. 1209, aug. 2010.
- HARTLE, J. B. **Gravity: an introduction to Einstein's General Relativity**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2021.
- HERRMANN, F. The unexpected path of the energy in a moving capacitor. **American Journal of Physics**, v. 61, n. 2, p. 119–121, 02 1993. ISSN 0002-9505.
- KRIZAN, J. E. Temperature and relativistic thermodynamics. **Physics Letters A**, v. 71, n. 2, p. 174–176, 1979. ISSN 0375-9601.
- LANDSBERG, P. Does a moving body appear cool? **Nature**, Nature Publishing Group, v. 212, n. 5062, p. 571–572, 1966.
- LANDSBERG, P.; JOHNS, K. The lorentz transformation of heat and work. **Annals of Physics**, v. 56, n. 2, p. 299–318, 1970. ISSN 0003-4916.
- LIU, C. Einstein and relativistic thermodynamics in 1952: A historical and critical study of a strange episode in the history of modern physics. **The British Journal for the History of Science**, Cambridge University Press, v. 25, n. 2, p. 185–206, 1992.
- MEDINA, R. The inertia of stress. **American Journal of Physics**, v. 74, n. 11, p. 1031–1034, 11 2006. ISSN 0002-9505.
- NAKAMURA, T. K. Three views of a secret in relativistic thermodynamics. **Progress of theoretical physics**, Oxford University Press, v. 128, n. 3, p. 463–475, 2012.

NEUBURGH, R. Relativistic thermodynamics: Temperature transformations, invariance and measurement. **Il Nuovo Cimento B (1971-1996)**, Springer, v. 52, n. 2, p. 219–228, 1979.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica: fluidos, oscilações e ondas, calor**. [S.l.]: Editora Blucher, 2014. v. 2.

OTT, H. Lorentz-transformation der wärme und der temperatur. **Zeitschrift für Physik**, Springer, v. 175, n. 1, p. 70–104, 1963.

PLANCK, M. Zur dynamik bewegter systeme. **Annalen der Physik**, WILEY-VCH Verlag Leipzig, v. 331, n. 6, p. 1–34, 1908.

RESNICK, R.; WATANABE, S. **Introdução à relatividade especial**. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 1971.

RINDLER, W. **Relativity: special, general, and cosmological**. [S.l.]: OUP Oxford, 2006.

RINDLER, W.; DENUR, J. A simple relativistic paradox about electrostatic energy. **American Journal of Physics**, v. 56, n. 9, p. 795–795, 09 1988. ISSN 0002-9505.

SUSSKIND, L.; FRIEDMAN, A. **Special relativity and classical field theory**. [S.l.]: Basic Books, 2017.

SUTCLIFFE, W. Lorentz transformations of thermodynamic quantities. **Il Nuovo Cimento (1955-1965)**, Springer, v. 39, n. 2, p. 683–686, 1965.