

Turbulência induzida por jatos bifásicos do tipo gás-líquido em tanques de aeração

Turbulence induced by two-phase gas-liquid jets in aeration tanks

Iran Eduardo Lima Neto

Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Mestre em Hidráulica e Saneamento pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP). PhD em Engenharia de Recursos Hídricos pela University of Alberta/Canadá. Bolsista do Programa de Apoio a Projetos Institucionais com a Participação de Recém-Doutores (Prodoc) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) da UFC

Resumo

Jatos bifásicos do tipo gás-líquido são bastante usados nas engenharias sanitária e ambiental para fins de aeração artificial e mistura turbulenta. O presente trabalho investiga a turbulência gerada por meio desses jatos em um tanque de água, utilizando velocimetria por imagem de partículas. As condições experimentais incluíram jatos bifásicos com frações volumétricas de ar de até 70% e números de Reynolds variando entre 10.600 e 17.700. Os resultados dos ensaios indicaram que a fração volumétrica de ar afeta consideravelmente as propriedades turbulentas da fase líquida, enquanto o número de Reynolds apresenta efeito secundário. Correlações adimensionais foram então obtidas para expressar a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação de energia em função desses dois parâmetros. Finalmente, são apresentadas possíveis aplicações dos resultados deste trabalho.

Palavras-chave: aeração, bolhas, escoamento multifásico, jatos, turbulência, PIV.

Abstract

Two-phase gas-liquid jets are widely used in the sanitary and environmental engineering field for artificial aeration and turbulent mixing. The present work investigates the turbulence generated by these jets in a water tank, using particle image velocimetry. The experimental conditions included two-phase jets with gas volume fractions of up to 70% and Reynolds numbers ranging from 10,600 to 17,700. The results indicated that the gas volume fraction affects significantly the turbulent properties of the liquid phase, while the Reynolds number presents a secondary effect. Dimensionless correlations were then obtained to express the turbulent kinetic energy and dissipation rate as a function of these two parameters. Finally, possible applications of the results obtained in this work are presented.

Keywords: aeration, bubbles, multiphase flow, jets, turbulence, PIV.

Introdução

Sistemas de aeração por difusão de gases em meios líquidos são largamente utilizados para fins de tratamento de efluentes e recuperação da qualidade da água em corpos hídricos (VON SPERLING, 1996a,b). Plumas de bolhas são normalmente produzidas por meio da injeção de ar ou oxigênio na água enquanto jatos do tipo gás-líquido, foco deste trabalho, são geralmente produzidos pela combinação de bombeamento de ar ou oxigênio com água e injeção da mistura bifásica em meio líquido. Comparada à simples injeção de gases na água, a injeção de misturas gás-líquido tem vantagens tais como: produção de pequenas bolhas sem a necessidade de uso de difusores porosos, os quais são passíveis de colmatação, e maior

eficiência energética para fins de mistura turbulenta (MORCHAIN; MARANGES; FONADE, 2000; MUELLER; BOYLE; PÖPEL, 2002). Além disso, a injeção de ar ou oxigênio por tubulações existentes para descarga de efluentes líquidos pode também dispensar o uso de difusores adicionais para aeração artificial em lagos, reservatórios e rios (LIMA NETO *et al.*, 2007).

Estudos experimentais anteriores sobre jatos bifásicos do tipo gás-líquido foram conduzidos por Sun e Faeth (1986a, b), Kumar, Nikitopoulos e Michaelides (1989), Iguchi *et al.* (1997) e Lima Neto *et al.* (2008a,b). Sun e Faeth (1986a, b) estudaram jatos bifásicos com frações volumétricas de ar inferiores a 10%, nos quais as características do escoamento líquido não foram significativamente afetadas pela presença das bolhas. Kumar, Nikitopoulos e Michaelides

(1989) e Iguchi *et al.* (1997) estudaram jatos bifásicos com frações volumétricas de ar de até 20 e 50%, respectivamente, e obtiveram aumentos significativos nas propriedades turbulentas da fase líquida, mas efeitos insignificantes nos padrões de circulação de água nos tanques. No entanto, esses experimentos foram realizados em tanques pequenos, nos quais as paredes provavelmente afetaram o comportamento dos jatos em condição de confinamento (Lima Neto *et al.*, 2008c). Lima Neto *et al.* (2008a,b) conduziram experimentos em tanques relativamente grandes para investigar as propriedades das bolhas e do escoamento médio líquido gerado por jatos bifásicos não confinados com frações volumétricas de ar de até 83%, obtendo os seguintes resultados: jatos com números de Reynolds no ponto de descarga superiores a 8.000 são mais eficientes para fins de aeração, pois produzem bolhas com diâmetros inferiores a 4 mm; a presença das bolhas nos jatos aumenta significativamente as vazões de circulação de água nos tanques, devido a interações entre as fases gasosa e líquida. Por outro lado, estudos acerca da turbulência induzida por esses jatos não confinados ainda não foram reportados na literatura.

Neste trabalho, foram realizados experimentos sob condições similares às estudadas por Lima Neto *et al.* (2008a), porém com o objetivo de investigar a turbulência gerada na água por jatos do tipo gás-líquido, visando contribuir para o avanço do conhecimento na área de aeração por ar difuso e obter correlações gerais que possam ser aplicadas em casos práticos.

Material e métodos

Os experimentos foram realizados em um tanque quadrado, com base de 115 cm e altura de 80 cm, conforme mostrado na Figura 1.

O tanque foi preenchido com água até uma altura de 76 cm. O ar e a água foram bombeados, respectivamente, pelo compressor e a bomba centrífuga. As vazões volumétricas de ar (Q_{go}) e água (Q_{lo}) foram ajustadas por meio de rotâmetros, sendo a mistura gás-líquido realizada no interior de um injetor, conectado a um tubo vertical de 25,4 mm, e descarregada por bocais circulares do tipo boca de sino com diâmetros de saída (d_o) de 4, 6, 9 e 13,5 mm. Os bocais foram colocados no centro do tanque com suas saídas a uma altura de 45 mm acima da base.

A Tabela 1 apresenta as condições experimentais adotadas neste trabalho, em que α e Re representam, respectivamente, a fração volumétrica de ar e o número de Reynolds baseado na vazão líquida:

$$\alpha = Q_{go} / (Q_{go} + Q_{lo}) \quad \text{Equação 1}$$

$$Re = U_{lo} d_o / \nu_l \quad \text{Equação 2}$$

onde:

U_{lo} : velocidade média do jato de água no ponto de descarga, dada por $U_{lo} = Q_{lo} / (\pi d_o^2 / 4)$;

ν_l : viscosidade cinemática da água.

Pode-se observar que todos os experimentos foram realizados com $Re > 8.000$, condição crítica para produzir bolhas de tamanhos aproximadamente uniformes, com diâmetros variando entre 1 e 4 mm, conforme sugerido por Lima Neto *et al.* (2008a).

Medições dos campos de velocidade foram realizadas utilizando velocimetria por imagem de partículas (PIV), conforme mostrado na Figura 2. Foram utilizadas partículas traçadoras com densidade de

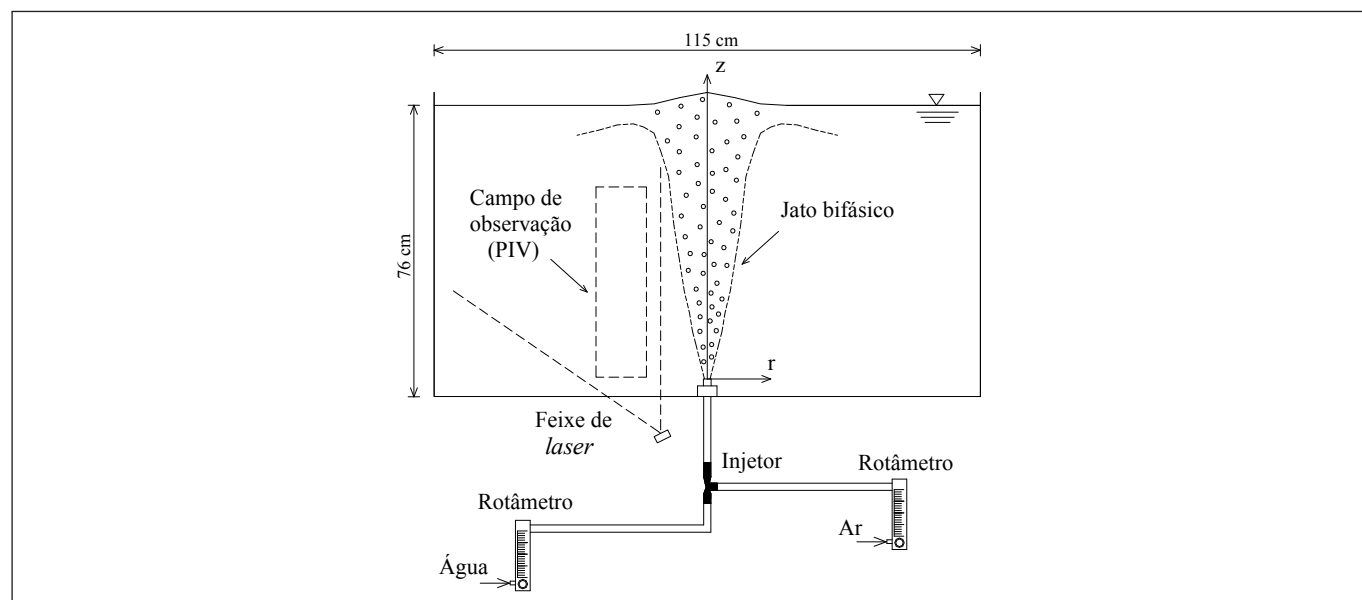


Figura 1 – Esquema de montagem experimental (saída do bocal localizada a 45 mm acima da base do tanque, em $r = 0$ cm e $z = 0$ cm, e campo de observação localizado entre $r = 12$ cm e $r = 25$ cm e entre $z = 0$ cm e $z = 40$ cm)

1,65 g/cm³ e diâmetro médio de 15 µm, homoganeamente distribuídas na água. Um laser de argônio com potência de 6 W e comprimento de onda de 488 nm (Stabilite 2017, Spectra-Physics Lasers) foi utilizado para iluminação de um campo de observação retangular de 13 x 40 cm², localizado entre r = 12 cm e r = 25 cm e entre z = 0 cm e z = 40 cm. Uma câmera de alta resolução do tipo CCD (Pulnix TM-1040) controlada por um sistema computacional (Streams 5, I. O. Industries Inc.) foi utilizada para capturar imagens das partículas a uma frequência de aquisição de 30 Hz e tempo de exposição de 1/60 segundos. O campo de observação correspondeu a uma área de 210 x 640 pixels, resultando em uma resolução de 16 pixels/cm. Os deslocamentos das partículas entre imagens subsequentes foram computados pela correlação cruzada, usando um algoritmo apropriado para PIV (Heurisko, version 4.0.8, Aeon Verlag and Studio) com uma área de interrogação de 32 x 32 pixels e interseção de 50% entre janelas adjacentes. Procedimentos similares foram utilizados por Lima Neto *et al.* (2008d,c) para medição de campos de velocidade ao redor de plumas de bolhas. Cabe salientar que estas medições não foram possíveis no interior dos jatos e das plumas bifásicos, pois as bolhas refletiam a luz proveniente do feixe de laser e afetavam os resultados. Um exemplo típico dos campos de velocidades médias obtidos no presente trabalho é apresentado na Figura 3.

Em virtude da ocorrência de oscilações laterais periódicas na estrutura dos jatos bifásicos, conforme já reportado na literatura para plumas de bolhas (GARCÍA; GARCÍA, 2006; LIMA NETO *et al.*, 2008d,c), os experimentos tiveram de ser realizados por pelo menos dois minutos de duração visando obter reprodutibilidade de resultados. O aumento do nível de água ao longo dos experimentos, devido à injeção das misturas bifásicas no tanque, foi inferior a 1% e esse efeito foi considerado desprezível.

Resultados e discussão

A Figura 4 mostra uma típica série temporal da velocidade horizontal (u) obtida pela técnica PIV, indicando tanto movimentos periódicos de baixa frequência como movimentos turbulentos de alta frequência ao redor dos jatos bifásicos. Um comportamento similar também foi obtido para a velocidade vertical (v). Baseado nesta constatação experimental, as velocidades horizontais e verticais puderam ser expressas da seguinte forma:

$$u = \bar{u} + u'' + u' \text{ e } v = \bar{v} + v'' + v' \quad \text{Equação 3}$$

onde:

\bar{u} e \bar{v} : velocidades médias, u'' e v'' são os componentes de velocidade periódicas e u' e v' são as componentes de velocidade turbulentas.

Para obter os componentes de velocidade periódicas a partir das séries temporais de u e v, utilizou-se um filtro digital do tipo

Tabela 1 – Condições experimentais, incluindo tanto jatos bifásicos do tipo gás-líquido como jatos de água. Os números na notação dos experimentos correspondem, respectivamente, aos diâmetros de saída dos bocais, vazões de ar e de água

Experimentos	d _o (mm)	Q _g (L/min)	Q _l (L/min)	α	Re
4-0-2	4	0	2	0,00	10.610
4-1-2	4	1	2	0,33	10.610
4-5-2	4	5	2	0,71	10.610
6-0-3	6	0	3	0,00	10.610
6-0-5	6	0	5	0,00	17.684
6-3-3	6	3	3	0,50	10.610
6-3-5	6	3	5	0,38	17.684
6-5-3	6	5	3	0,63	10.610
6-5-5	6	5	5	0,50	17.684
9-0-5	9	0	5	0,00	11.789
9-0-7	9	0	7	0,00	16.505
9-0,4-7	9	0,4	7	0,05	16.505
9-2-5	9	2	5	0,29	11.789
13,5-0-7	13,5	0	7	0,00	11.003
13,5-3-7	13,5	3	7	0,30	11.003

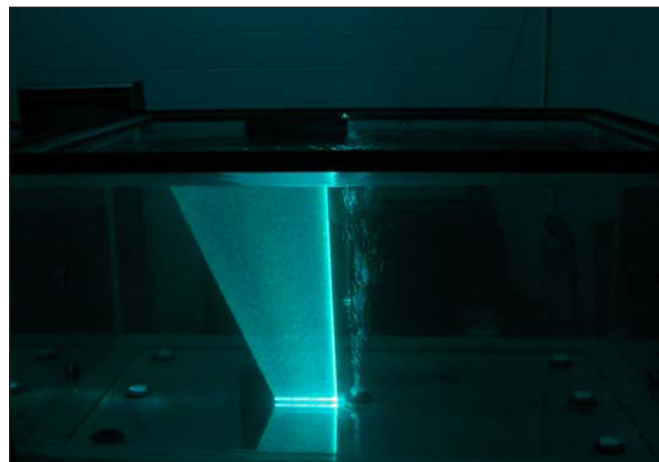


Figura 2 – Medição dos campos de velocidade à esquerda dos jatos bifásicos, utilizando PIV

Butterworth para selecionar os sinais compreendidos em uma faixa de frequência inferior a 0,2 Hz. Conforme a Figura 5, que mostra os espectros de energia G_u e G_v (estimados em ambiente Matlab considerando a Transformada de Fourier para as velocidades u e v, respectivamente), essa faixa de frequência está fora da subregião inercial de turbulência de Kolmogorov, identificada por uma linha com declividade de - 5/3 para frequências localizadas aproximadamente entre 0,2 e 3,0 Hz. A causa dos movimentos periódicos foi atribuída às oscilações laterais na estrutura dos jatos bifásicos, conforme sugerido por García e García (2006) e Lima Neto *et al.* (2008d,c) para o escoamento ao redor de plumas de bolhas. Estes movimentos periódicos, no entanto, não causam mistura turbulenta, que é o foco deste trabalho. Portanto, a discussão é baseada apenas nos resultados dos movimentos turbulentos. Para obter os componentes de velocidade turbulentas, utilizou-se novamente um filtro digital do tipo Butterworth, selecionando agora os sinais compreendidos na faixa de

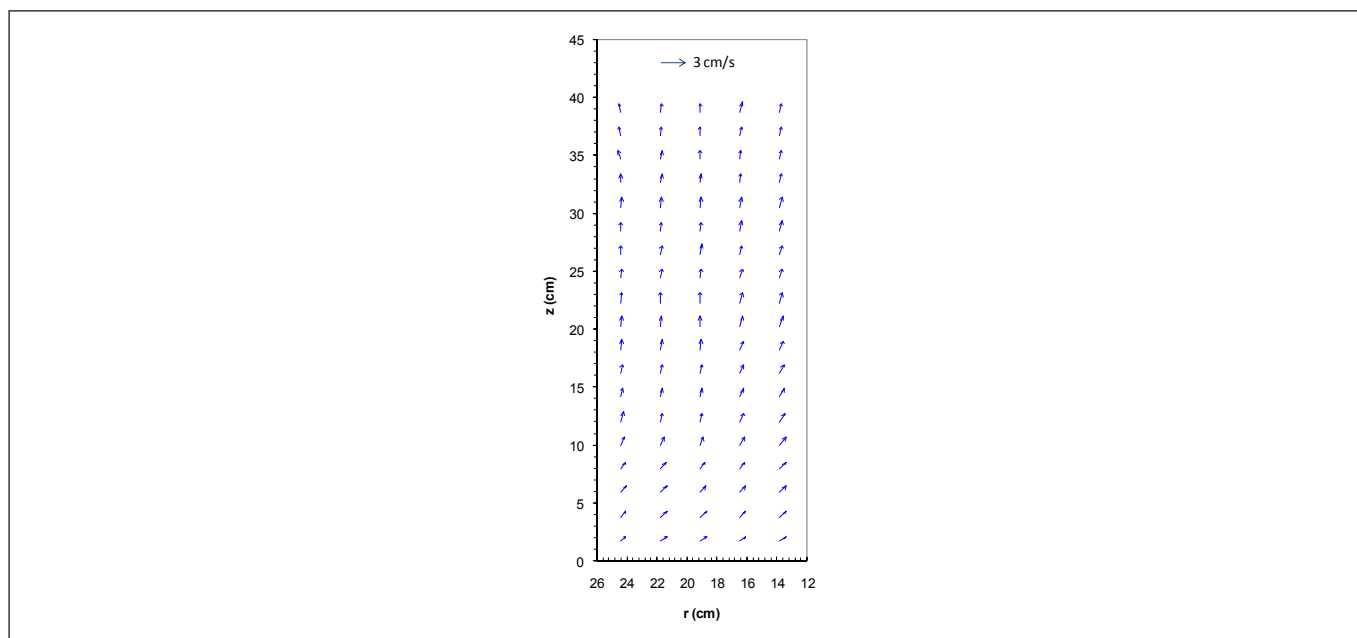


Figura 3 – Exemplo típico dos campos de velocidades médias, medidos à esquerda dos jatos bifásicos (experimento 4-1-2)

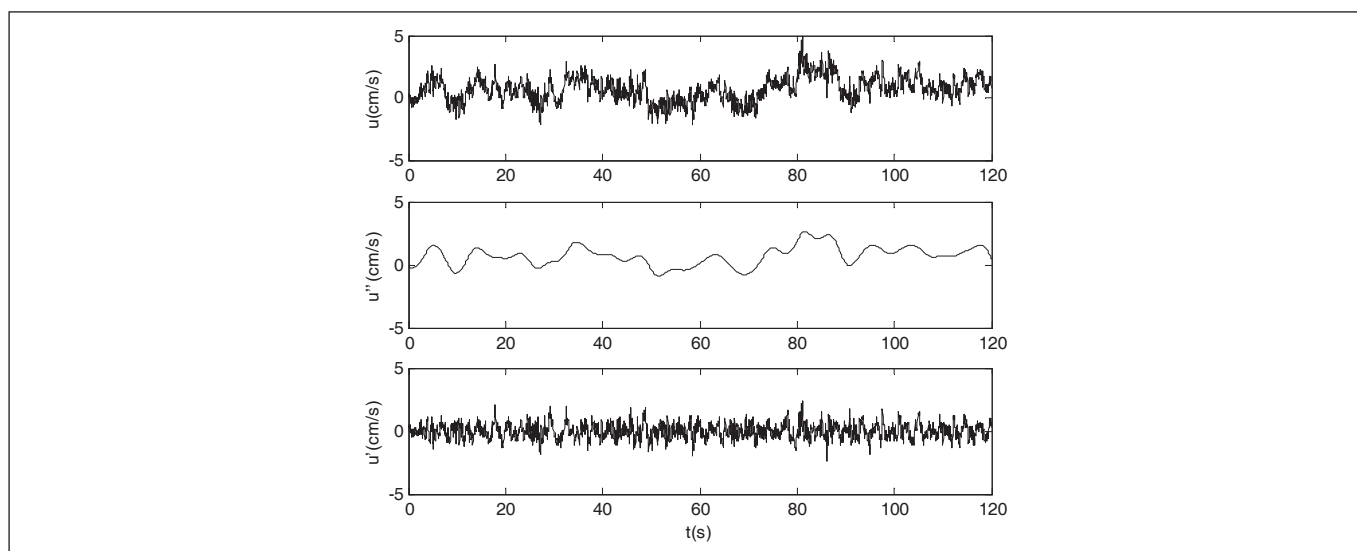


Figura 4 – Série temporal da velocidade horizontal, u ($r = 12$ cm e $z = 40$ cm), mostrando componentes de velocidades periódica, u'' , e turbulenta, u' (experimento 6-3-5)

frequência entre 0,2 e 3,0 Hz (subregião inercial), já que as maiores entram no nível de ruído de fundo, o qual pode ser observado pela mudança de declividade na Figura 5.

A energia cinética turbulenta (k) na fase líquida ao redor dos jatos bifásicos foi calculada usando a definição clássica (HINZE, 1975):

$$k = \frac{1}{2} \left[\overline{(u')^2} + \overline{(v')^2} + \overline{(w')^2} \right] \quad \text{Equação 4}$$

Espera-se que o escoamento turbulento distante das paredes do tanque seja quase isotrópico, portanto assumiu-se $\overline{(w')^2} = \overline{(v')^2}$ na Equação 4. Essa consideração é embasada por medições das tensões de Reynolds apresentadas na Figura 6, obtida para a vertical em $r = 12$

cm, em que as tensões normais horizontais e verticais são da mesma ordem de grandeza enquanto as tensões de cisalhamento são próximas a zero, levando a crer que o escoamento é realmente quase isotrópico. Portanto, a consideração acima é coerente. O aumento na magnitude da energia cinética turbulenta e das tensões de Reynolds com a altura na Figura 6 está de acordo com os resultados obtidos por Soga e Rehmann (2004), Wain e Rehmann (2005), García e García (2006) e Lima Neto *et al* (2008d) para o escoamento ao redor de plumas de bolhas.

A Figura 7 mostra a energia cinética turbulenta obtida pela média aritmética dos pontos no campo de observação (k_m) para cada condição experimental. Verifica-se que a magnitude de k_m gerada por jatos bifásicos é superior àquela gerada por jatos de água. Além disso, k_m

tende a aumentar juntamente com as vazões de ar e água na saída do bocal e a diminuir com o diâmetro do mesmo (para experimentos com vazões de ar e água similares).

Considerando que as forças pela tensão superficial, viscosidade e compressibilidade são desprezíveis quando comparadas às forças devido ao momento na fase líquida e ao empuxo causado pelas bolhas em jatos bifásicos com $Re > 8.000$ em tanques relativamente rasos (Lima Neto *et al.*, 2008a,b), pode-se obter a seguinte relação para descrever o comportamento da energia cinética turbulenta média pela análise dimensional:

$$\frac{k_m}{U^2} = f(\alpha, Re) \tag{Equação 5}$$

onde:

U: escala de velocidade definida por $U = Q_{lo}^{1/5} g^{2/5}$.

Assim, ajustando-se a Equação 5 aos dados experimentais obtém-se a seguinte correlação para a energia cinética turbulenta média ao redor de jatos bifásicos:

$$\frac{k_m}{U^2} = 1,1 \cdot 10^{-7} (\alpha^2 Re) + 2,8 \cdot 10^{-4} \tag{Equação 6}$$

A Figura 8 mostra que a Equação 6 ajustou-se bem aos dados experimentais, com coeficiente de correlação de 0,98. A dependência para com $\alpha^2 Re$ indica que a fração volumétrica de ar tem maior influência nas propriedades turbulentas da fase líquida ao redor de jatos bifásicos, do que o número de Reynolds. Isto leva a crer que aumentos nas vazões de ar são mais eficientes que aumentos nas vazões de água para fins de mistura turbulenta.

Conforme sugerido, o escoamento ao redor dos jatos bifásicos pode ser considerado quase isotrópico. Partindo desta hipótese, pode-se adotar o conceito de turbulência congelada de Taylor e obter a Equação 7 para o espectro de energia (HINZE, 1975).

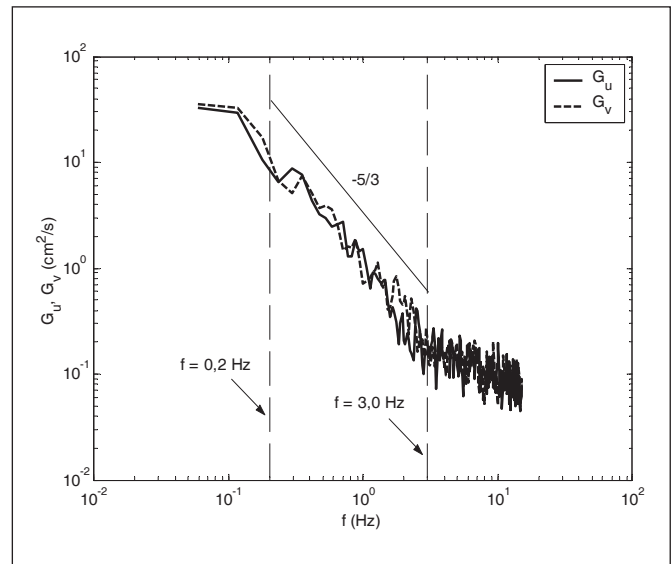


Figura 5 – Espectros de energia G_u e G_v dos componentes de velocidades u e v ($r = 12$ cm e $z = 40$ cm), mostrando uma linha com declividade de $-5/3$ (sub-região inercial) para frequências entre 0,2 e 3,0 Hz (experimento 6-3-5)

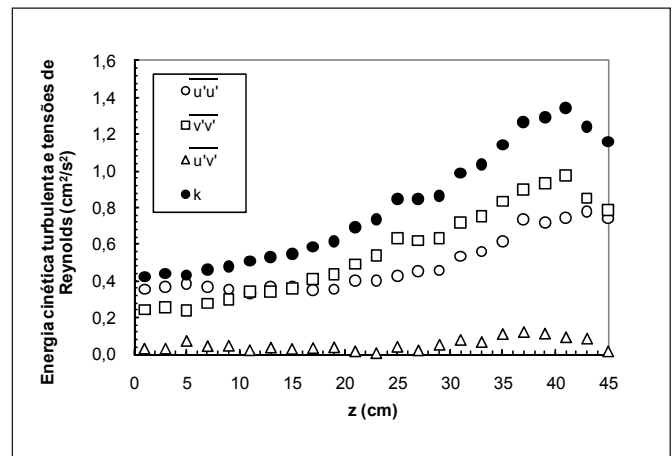


Figura 6 – Distribuição vertical da energia cinética turbulenta e das tensões de Reynolds ($r = 12$ cm) (experimento 6-3-5)

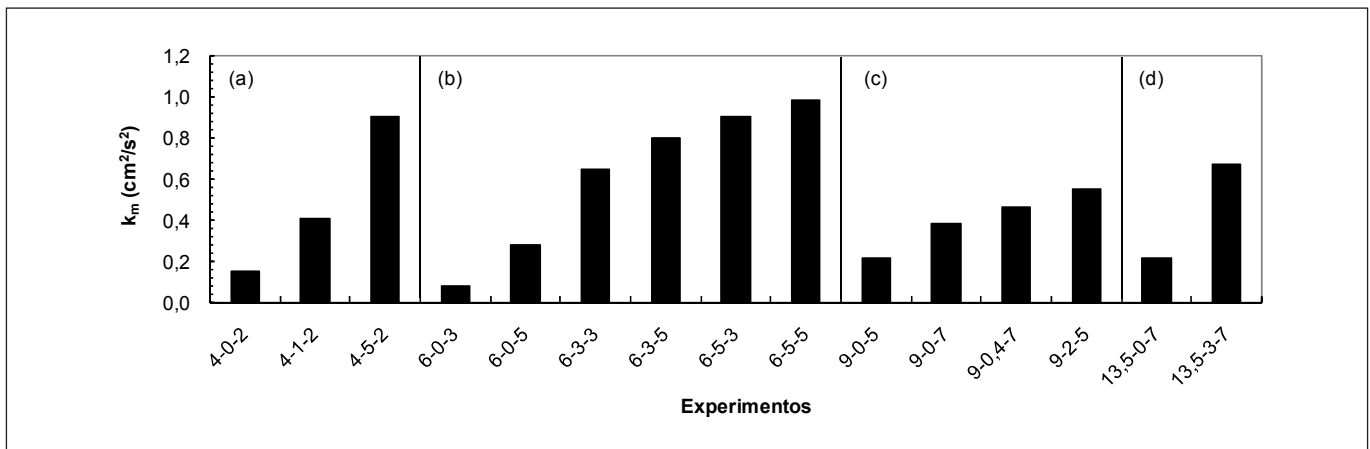


Figura 7 – Energia cinética turbulenta média (k_m) para cada condição experimental

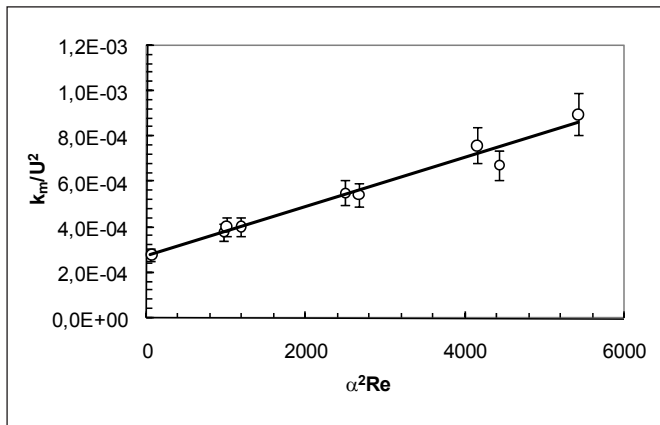


Figura 8 – Ajuste da Equação 6 aos dados experimentais. As barras de erro indicam desvios de 10% dos valores médios, estimados a partir de testes de reprodutibilidade dos resultados

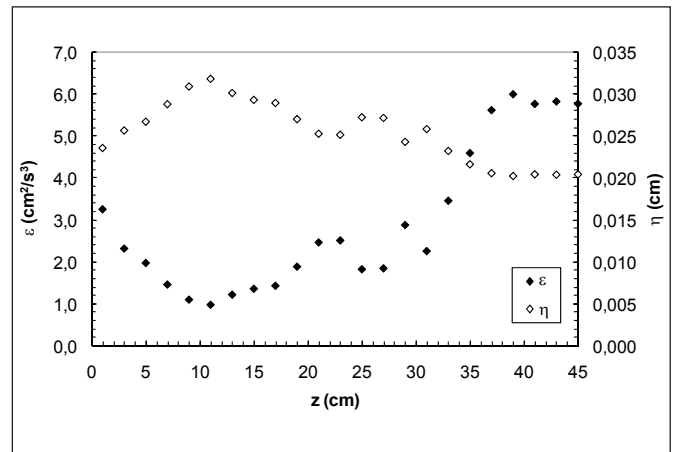


Figura 9 – Distribuição vertical da taxa de dissipação de energia e da escala de comprimento dissipativa ($r = 12$ cm) (experimento 9-2-5)

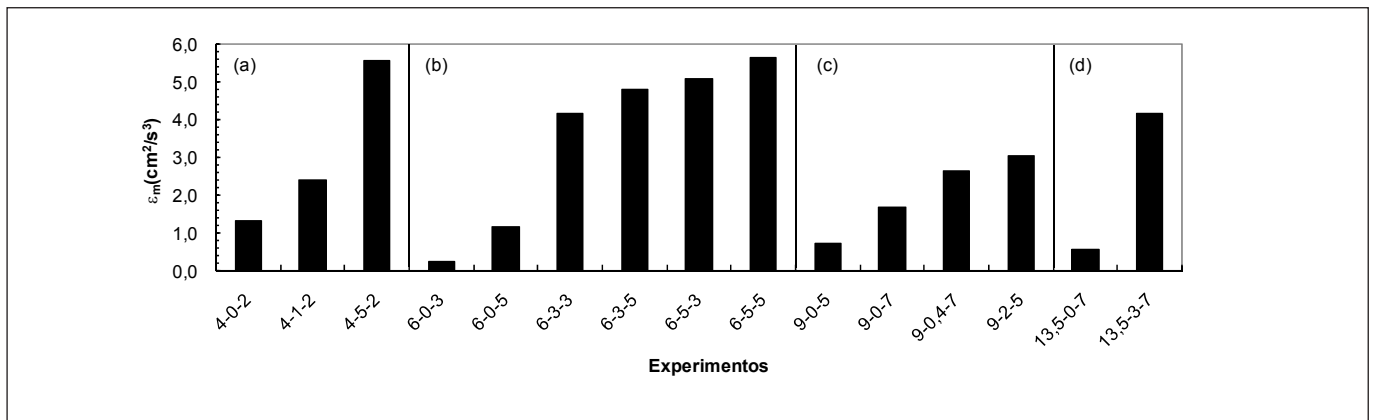


Figura 10 – Taxa de dissipação de energia média (ϵ_m) para cada condição experimental

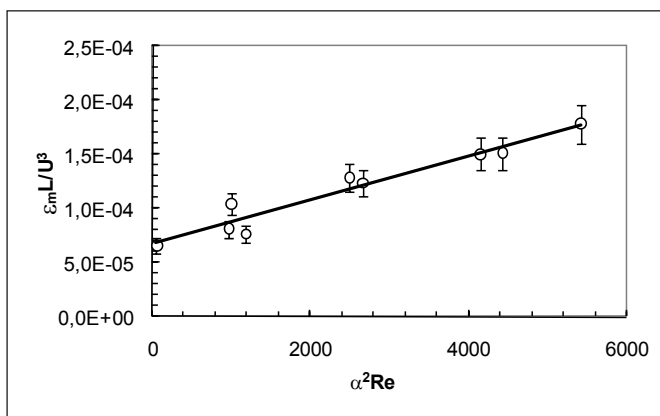


Figura 11 – Ajuste da Equação 10 aos dados experimentais. As barras de erro indicam desvios de 10% dos valores médios, estimados a partir de testes de reprodutibilidade dos resultados

$$G_u(f) = A (2\pi)^{-2/3} \epsilon^{2/3} U_c^{2/3} f^{-5/3} \quad \text{Equação 7}$$

onde:

A: constante com valor de 0,56 (HINZE, 1975);

ϵ : taxa de dissipação de energia;

U_c : a velocidade convectiva que pode ser obtida por (GARCÍA; GARCÍA, 2006):

$$U_c = u \left[1 + 2 \frac{(\overline{v})^2}{(\overline{u})^2} + 2 \frac{(\overline{w})^2}{(\overline{u})^2} + \frac{(\overline{u}')^2}{(\overline{u})^2} + 2 \frac{(\overline{v}')^2}{(\overline{u})^2} + 2 \frac{(\overline{w}')^2}{(\overline{u})^2} \right]^{-1/2} \quad \text{Equação 8}$$

Logo, a partir dessas equações pode-se obter a taxa de dissipação de energia ϵ , por meio da microescala de Kolmogorov, pode-se estimar o tamanho dos menores turbilhões produzidos na fase líquida, ou seja, a escala de comprimento dissipativa, pela relação $\eta = (v_l^3 / \epsilon)^{1/4}$. A Figura 9 mostra uma distribuição vertical típica da taxa de dissipação de energia e da escala de comprimento dissipativa obtida ao longo da vertical $r = 12$ cm.

A Figura 10 mostra a taxa de dissipação de energia obtida pela média aritmética dos pontos no campo de observação (ϵ_m) para cada condição experimental. Pode-se verificar que os valores de ϵ_m em jatos bifásicos são superiores àqueles em jatos de água, conforme observado para a energia cinética turbulenta média.

Uma análise dimensional com as mesmas condições que levaram à Equação 5 fornece a seguinte relação para descrever o comportamento da taxa de dissipação de energia média:

$$\frac{\epsilon_m L}{U^3} = f(\alpha, Re) \quad \text{Equação 9}$$

onde:

L: escala de comprimento definida por $L = Q_{10}^{2/5} g^{-1/5}$.

Ajustando a Equação 9 aos dados experimentais, obtém-se a seguinte correlação para a taxa de dissipação de energia média ao redor de jatos bifásicos:

$$\frac{\epsilon_m L}{U^3} = 2,0 \cdot 10^{-8} (\alpha^2 Re) + 6,7 \cdot 10^{-5} \quad \text{Equação 10}$$

A Figura 11 mostra que a Equação 10 ajustou-se relativamente bem aos dados experimentais, com um coeficiente de correlação de 0,97. A dependência para com $\alpha^2 Re$, também obtida para a energia cinética turbulenta média, mais uma vez confirma a forte influência das bolhas nas propriedades turbulentas da fase líquida ao redor de jatos bifásicos.

Aplicações

Os resultados obtidos neste estudo podem ser usados para estimar o potencial de mistura turbulenta induzido por jatos bifásicos do tipo gás-líquido, com $Re > 8.000$, em tanques de aeração e corpos hídricos. Por exemplo, considerando um sistema de aeração à jato existente com bocais de 6 cm de diâmetro e vazões de ar e água por bocal de, respectivamente, 10 e 70 L/minutos, obtém-se por meio da Equação 6 um valor para a energia cinética turbulenta média (k_m) de $1,3 \text{ cm}^2/\text{s}^2$. Assim, objetivando aumentar o valor de k_m em aproximadamente 50% para evitar a deposição de sólidos suspensos, bem como garantir maior eficiência na mistura turbulenta, poderiam ser adotadas vazões de ar e água por bocal de, respectivamente, 30 e 50 L/minutos, calculadas a partir da Equação 6. Esta intervenção promoveria menores custos de operação, uma vez que o bombeamento de ar é geralmente menos oneroso que o de água.

As medições apresentadas neste trabalho podem ser usadas na avaliação e validação de códigos numéricos para simulação da mistura turbulenta provocada por jatos bifásicos em meios líquidos, utilizando, por exemplo, o modelo de turbulência k- ϵ .

Referências

- GARCÍA, C.M.; GARCÍA, M.H. Characterization of flow turbulence in large-scale bubble plume experiments. *Experiments in Fluids*, v. 41, n. 1, p. 91-101, January, 2006.
- HINZE, J.O. *Turbulence*. New York: McGraw-Hill, 1975.
- IGUCHI, M. et al. Structure of turbulent round bubbling jet generated by premixed gas and liquid injection. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 23, n. 2, p. 249-262, February, 1997.

Conclusões

Neste estudo foram obtidas experimentalmente as propriedades turbulentas resultantes da descarga de jatos do tipo gás-líquido em tanque de água, usando a técnica de PIV. Os ensaios incluíram jatos bifásicos com frações volumétricas de ar de até 70% e números de Reynolds variando entre 10.600 e 17.700. Os espectros de energia das velocidades medidas na fase líquida foram analisados e um filtro digital foi utilizado para selecionar os sinais compreendidos na faixa de frequência de interesse, de forma que os componentes de velocidade turbulentas fossem obtidos. Propriedades relevantes como energia cinética turbulenta, taxa de dissipação de energia e escala de comprimento dissipativa foram estimadas assumindo a condição de turbulência isotrópica, embasada nas medições das tensões de Reynolds. Os resultados mostraram que aumentos significativos na magnitude dessas propriedades turbulentas podem ser obtidos por aumentos na fração volumétrica de ar, enquanto que aumentos no número de Reynolds tiveram efeito de segunda ordem. Além disso, foi possível obter correlações adimensionais utilizando escalas adequadas de velocidade e comprimento para normalização da energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação de energia, de forma que estes parâmetros pudessem ser expressos como uma função quadrática da fração volumétrica de ar e uma função linear do número de Reynolds. Finalmente, foram apresentadas possíveis aplicações dos resultados obtidos neste trabalho, tais como estimativa do potencial de mistura turbulenta induzida pelos jatos bifásicos, utilizando as correlações propostas e validação de modelos numéricos para simulação da mistura turbulenta em tanques de aeração e corpos hídricos aerados artificialmente.

Agradecimentos

O autor agradece à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela bolsa de Doutorado pleno no exterior concedida e aos professores doutores David Zhu e Nallamuthu Rajaratnam, pelo incentivo e apoio na realização de pesquisa de pós-doutorado na Universidade de Alberta, a qual resultou o presente trabalho.

- KUMAR, S.; NIKITPOULOS, D.N.; MICHAELIDES, E.E. Effect of bubbles on the turbulence near the exit of a liquid jet. *Experiments in Fluids*, v. 7, n. 7, p. 487-494, July, 1989.

- LIMA NETO, I. E.; ZHU, D.Z.; RAJARATNAM, N. Bubbly jets in stagnant water. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 34, n. 12, p. 1130-1141, December, 2008a.

- _____. Horizontal injection of gas-liquid mixtures in a water tank. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 134, n. 12, p. 1722-1731, December, 2008b.

_____. Effect of tank size and geometry on the flow induced by circular bubble plumes and water jets. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 134, n. 6, p. 833-842, June, 2008c.

_____. Air injection in water with different nozzles. *Journal of Environmental Engineering*, v. 134, n. 4, p. 283-294, April, 2008d.

LIMA NETO, I.E. *et al.* Dissolved oxygen downstream of an effluent outfall in an ice-covered river: Natural and artificial aeration. *Journal of Environmental Engineering*, v. 133, n. 11, p. 1051-1060, November, 2007.

MORCHAIN, J.; MARANGES, C.; FONADE, C. *CFD modelling of a two-phase jet aerator under influence of a crossflow*. *Water Research*, v. 34, n. 13, p. 3460-3472, September, 2000.

MUELLER, J.A.; BOYLE, W.C.; PÖPEL, H.J. *Aeration: principles and practice*. New York: CRC, 2002.

SOGA, C.L.M.; REHMANN, C.R. Dissipation of turbulent kinetic energy near a bubble plume. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 130, n. 5, p.

441-449, May, 2004.

SUN, T.Y.; FAETH, G.M. Structure of turbulent bubbly jets – I. Methods and centerline properties. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 12, n. 1, p. 99-114, January, 1986a.

_____. *Structure of turbulent bubbly jets – II*. Phase property profiles. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 12, n. 1, p. 115-126, January, 1986b.

VON SPERLING, M. *Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos – princípios do tratamento biológico de águas residuárias*, v. 1, DESA-UFMG, ABES, Belo Horizonte. 1996a.

_____. *Princípios básicos do tratamento de esgotos – princípios do tratamento biológico de águas residuárias*, v. 2, DESA-UFMG, ABES, Belo Horizonte. 1996b.

WAIN, D.J.; REHMANN, C.R. Eddy diffusivity near bubble plumes. *Water Resources Research*, v. 41, n. 9, September, 2005.