



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA - DEMA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA

MARCELO DE OLIVEIRA GUIMARÃES

**DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE 3-D PARA A MÉDIA NA
PRESENÇA DE ALTERAÇÕES NA MÉDIA E DESVIO PADRÃO DO PROCESSO:
UMA ABORDAGEM PRÁTICA**

FORTALEZA

2021

MARCELO DE OLIVEIRA GUIMARÃES

DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE 3-D PARA A MÉDIA NA PRESENÇA DE
ALTERAÇÕES NA MÉDIA E DESVIO PADRÃO DO PROCESSO: UMA ABORDAGEM
PRÁTICA

Monografia apresentada à Coordenação do
Curso de Graduação em Estatística do Centro
de Ciências da Universidade Federal do Ceará,
como requisito parcial à obtenção do grau de
bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. João Welliandre
Carneiro Alexandre

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G979d Guimarães, Marcelo de Oliveira.

Desempenho do gráfico de controle 3-D para a média na presença de alterações na média e desvio padrão do processo: Uma abordagem prática / Marcelo de Oliveira Guimarães. – 2021.
51 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Curso de Estatística, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. João Welliandre Carneiro Alexandre.

1. Gráfico de controle 3-D. 2. Processos paralelos. 3. Desempenho. 4. Abordagem prática. I. Título.
CDD 519.5

MARCELO DE OLIVEIRA GUIMARÃES

DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE 3-D PARA A MÉDIA NA PRESENÇA DE
ALTERAÇÕES NA MÉDIA E DESVIO PADRÃO DO PROCESSO: UMA ABORDAGEM
PRÁTICA

Monografia apresentada à Coordenação do
Curso de Graduação em Estatística do Centro
de Ciências da Universidade Federal do Ceará,
como requisito parcial à obtenção do grau de
bacharel em Estatística.

Aprovada em: 22 de Setembro de 2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Welliandre Carneiro
Alexandre (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Júlio Francisco Barros Neto
Universidade Federal do Ceará - UFC

Profa. Dra. Sílvia Maria de Freitas
Universidade Federal do Ceará - UFC

À Deus, por sempre me proteger e me guiar. À minha família, por sempre acreditar no meu sonho e me apoiar em todas as situações. Meus amigos de curso, que sempre estiveram ao meu lado trazendo confiança e parceria até nos momentos mais difíceis.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me dado essa oportunidade onde conheci a Universidade Federal do Ceará, o curso de estatística e pessoas incríveis que quero levar para toda a vida. Obrigado por me abençoar e trazer a coragem e a persistência que precisei para chegar até aqui.

Aos meus pais, Marcelo e Lucivania, minha irmã, Luana, e minha tia e madrinha, Silvana, agradeço pela educação que me propuseram, pelo carinho, pela atenção e pela companhia durante toda essa caminhada.

Ao meu orientador, professor João Welliandre Carneiro Alexandre, agradeço por todos os conselhos, ajudas e ensinamentos proporcionados durante esses anos de cotutoria e orientação. Foram inúmeras reuniões em que aprendi muito com esse excelente profissional.

Agradeço a minha companheira na maioria dessas reuniões, Valdelícia Vieira, por todo apoio, ajuda e amizade. Obrigado por todos os trabalhos compartilhados, toda paciência e, desde a cadeira de Probabilidade II, sempre escutar meus dramas (quando não era nós dois fazendo) e trazer confiança.

Ao professor Júlio Francisco Barros Neto pela oportunidade que me foi dada de conhecer e participar do Programa de Educação Tutorial-PET, onde vivi grandes momentos de aprendizado, crescimento profissional e pessoal, durante esses mais de 2 anos. E ao professor Ronald Targino Nojosa pelos auxílios e conselhos durante esse último ano no PET.

Agradeço, também, a banca examinadora, professor Júlio Francisco Barros Neto e professora Sílvia Maria de Freitas, pelos comentários e observações para aprimorar este trabalho.

Ao melhor casal da estatística, Matheus Oliveira e Keyliane Travassos, agradeço por toda a ajuda durante o curso. Nunca esquecerei dos momentos no Bloco dos Ventos, nos passeios ao Shopping Benfica, pelos bolos compartilhados e pelas caronas. Obrigado por todo carinho e paciência que tiveram comigo.

Agradeço ao Luan Prudêncio, Letícia Santana e Natália Lima, que transformavam qualquer momento de nervosismo ou decepção em uma ida ao Shopping ou a Cantina da Química, que sempre foram companhia nos estudos, nas risadas, nos momentos ruins, nos dramas e, principalmente, na motivação em não desistir. Vocês foram fundamentais nessa fase da minha vida. Elias Gomes, Daniel Jacinto, Daniele Norões, Nayara Ferreira e Pietro Esteves, obrigado por também terem feito parte dessa minha caminhada, trazendo companhia e momentos de alegria que lembrarei para sempre. Muito sucesso para todos vocês!

RESUMO

Dentre as ferramentas que podem ser utilizadas para o monitoramento de processos produtivos, está o controle estatístico do processo (CEP), criado por Walter A. Shewhart, para a construção de gráficos de controle. Esse método baseia-se em processos produtivos com único fluxo de produção, todavia, em processos paralelos, onde há vários fluxos de produção, o monitoramento através dos gráficos tradicionais se torna difícil e lento. É importante destacar, também, que em processos paralelos há duas variabilidades diferentes: longitudinal e transversal. Uma alternativa, nesses casos, é a construção do gráfico de controle 3-D, que consiste na elaboração de três gráficos: um para monitorar a média, um para monitorar a variabilidade transversal e outro para a variabilidade longitudinal. Portanto, o objetivo deste trabalho é determinar o desempenho do gráfico de controle 3-D para o monitoramento da média na presença de alterações na média e desvio padrão do processo em uma abordagem prática. Como metodologia de pesquisa, foi utilizado os dados da fabricação de rolhas metálicas de uma indústria de transformação cearense. Esse processo paralelo consiste em batidas de uma chapa metálica de uma máquina, onde em cada batida são produzidas 27 rolhas que são originadas de 27 punções. Ademais, foram feitas simulações com alteração na média do processo, no desvio padrão do processo e na média e desvio padrão simultaneamente. A partir disso, o gráfico de controle 3-D mostrou-se eficiente em detectar evidências de que o processo está fora de controle e tem um bom desempenho quando há presença dessas alterações na produção.

Palavras-chave: Gráfico de controle 3-D. Processos paralelos. Desempenho. Abordagem prática.

ABSTRACT

Among the tools that can be used for monitoring production processes is the statistical process control (SPC), created by Walter A. Shewhart, for the construction of control charts. This method is based on production processes with a single production flow, however, in parallel processes, where there are several production flows, monitoring through traditional graphics becomes difficult and bureaucratic. It is also important to highlight that in parallel processes there are two different variability: longitudinal and transversal. An alternative, in these cases, is the construction of a 3-D control chart, which consists of the elaboration of three charts: one to monitor the mean, one to monitor the transversal variability and another one for the longitudinal variability. Therefore, the objective of this work is to determine the performance of the 3-D control chart for monitoring the mean in the presence of changes in the mean and standard deviation of the process in a practical approach. As a research methodology, data from the manufacture of metal stoppers from a processing industry in Ceará was used. This parallel process consists of beats of a metal plate of a machine, where in each beat 27 stoppers are produced, which originate from 27 punches. Furthermore, simulations were performed with changes in the process mean, in the process standard deviation and in the mean and standard deviation simultaneously. From this, the 3-D control chart proved to be efficient in detecting evidence that the process is out of control and has a good performance when these changes are present in production.

Keywords: Control Charts 3-D. Parallel processes. Performance. Practical approach.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de um gráfico de controle de Shewhart	15
Figura 2 – Configuração de $k = 27$ punções, cada uma produzindo rolhas metálicas. . .	17
Figura 3 – Lateral de uma geladeira	17
Figura 4 – Exemplo de rolhas metálicas	23
Figura 5 – Gráfico de controle para a média	24
Figura 6 – Gráfico de controle para a amplitude móvel	25
Figura 7 – Gráfico de controle para o desvio padrão	25
Figura 8 – Probabilidade de detecção com alteração (Delta) na média	29
Figura 9 – NMA_2 com alteração (Delta) na média	30
Figura 10 – Probabilidade de detecção com alteração (Lambda) no desvio padrão	32
Figura 11 – NMA_2 com alteração (Lambda) no desvio padrão	32
Figura 12 – Probabilidade de detecção com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente	34
Figura 13 – NMA_2 com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente	35
Figura 14 – NMA_2 com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente - Diminuição na escala	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados para a construção dos Gráficos de Controle de Shewhart.	14
Tabela 2 – Matriz geral de dados para a construção do Gráfico 3-D	19
Tabela 3 – Matriz de dados para os cálculos dos limites de controle	23
Tabela 4 – Valores para a linha central e limite superior e inferior	24
Tabela 5 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração na média do processo	29
Tabela 6 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração no desvio padrão do processo	31
Tabela 7 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente	34
Tabela 8 – Fatores para o cálculo de limites de controle	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	CONCEITUANDO O GRÁFICO DE CONTROLE 3-D	13
2.1	Definindo gráfico de Shewhart	13
2.2	Uma discussão sobre processos paralelos	16
2.3	Variabilidade transversal e longitudinal	18
2.4	Definição do gráfico de controle 3-D	18
2.5	Estrutura probabilística para determinar o NMA do gráfico 3-D	20
3	APLICAÇÃO DO GRÁFICO 3-D	22
3.1	Entendendo o processo das punções	22
3.2	Descrição dos dados	22
3.3	Resultados e discussões da aplicação	24
4	DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE NA PRESENÇA DE ALTERAÇÕES	27
4.1	Alteração na média do processo	27
4.2	Desempenho na presença de alterações	28
4.2.1	<i>Alteração na média do processo</i>	28
4.2.2	<i>Alteração no desvio padrão do processo</i>	30
4.2.3	<i>Alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente</i>	33
5	CONCLUSÃO	37
	REFERÊNCIAS	38
	APÊNDICES	39
	APÊNDICE A–PROGRAMAÇÃO NO R PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS 3-D	39
	APÊNDICE B–PROGRAMAÇÃO NO R PARA O DESEMPENHO DO GRÁFICO 3-D	41
	ANEXOS	50
	ANEXO A–CONSTANTES PARA OS CÁLCULOS DOS LIMITES DE CONTROLE	51

1 INTRODUÇÃO

A exigência pela qualidade é um assunto bastante discutido, principalmente, pelo ramo industrial que busca sempre atingir um alto padrão de qualidade, a fim de atingir um processos sob controle e na diminuição de itens defeituosos. No contexto histórico, desde quando o primeiro artefato foi confeccionado, no período pré-histórico, já havia a preocupação com a qualidade desse objeto, a adequação de seu uso às necessidades de quem o utiliza e se faria seu papel com excelência (RAMOS, 2000).

A preocupação com o monitoramento de um processo produtivo é muito importante, pois busca a qualidade que, cada vez mais, é exigida pelo mercado e pelo consumidor, além de diminuir as chances de produzir itens defeituosos que podem afetar na lucratividade da empresa e na satisfação dos clientes.

Conforme pode ser visto em Werkema (2006), os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP) no monitoramento de um processo produtivo foram introduzidos por Shewhart entre as décadas de 1920 e 1930, a fim de buscar essa qualidade solicitada. Esse esquema, adequado originalmente para um único fluxo de produção, baseia-se no monitoramento do processo produtivo, cujo alguns dos seus objetivos básicos são verificar se esse processo estudado é estatisticamente estável, se ele permanece estável e aprimorá-lo, caso necessário, por meio da redução de sua variabilidade.

Em geral, o método consiste na plotagem de pontos que, por exemplo, podem representar as médias amostrais \bar{X} de um processo. Se uma ou mais dessas médias \bar{X} caírem além dos limites de controle: LIC sendo o Limite Inferior de Controle e LSC sendo o Limite Superior de Controle, já previamente determinados, infere-se que uma causa especial possa ter alterado a média do processo e/ou a variabilidade do processo.

Na formação dos subgrupos em processos paralelos, ou seja, das amostras de processos com vários fluxos de produção, podem ocorrer dois tipos de variações que merecem uma atenção especial, as variações longitudinais e transversais. De acordo com Alexandre *et al.* (2009), a determinação dos limites de controle para a média, no modelo de Shewhart, utiliza a variabilidade longitudinal. Não é adequado construir os limites de controle para a média, em processos paralelos, baseados na variabilidade transversal. Como exemplo, considere o processo de fabricação de rolhas metálicas onde em cada batida de uma máquina são produzidas várias rolhas originadas de diferentes punções. A variabilidade longitudinal em uma chapa metálica, onde são produzidas essas rolhas, é originada ao longo de cada batida e a variabilidade transver-

sal é originada dentro de cada batida em que, ambas variações têm fontes diferentes e devem ser consideradas na construção dos gráficos de controle. Por exemplo, as fontes de variações longitudinais podem ser diferenças entre turnos de trabalho, fornecedores de matérias-primas, operadores, quebras de máquinas; as transversais podem ser diferenças dos ajustes (calibrações) das punções.

Quando há a ocorrência dessas variabilidades, segundo Ramos (2000), uma alternativa de solução é o uso dos gráficos de controle 3-D, em que é necessária a construção de três gráficos: um gráfico para a média, que monitora alterações na média do processo; um gráfico para monitorar a variabilidade ao longo do processo (variabilidade longitudinal), medida por meio da amplitude móvel e utilizada na determinação dos limites de controle do gráfico para a média; e um terceiro gráfico para monitorar a variabilidade dentro de cada amostra (variabilidade transversal).

Nesse sentido, os Gráficos 3-D são uma ferramenta muito importante em detectar alterações em processos dessa natureza, visto que alterações na média do processo acarretam em um processo fora do controle. Seu desempenho pode ser medido através do número médio de inspeções necessárias entre a ocorrência de uma falha no processo e sua detecção. Além de verificar se o desempenho do processo está dentro ou fora de controle, é importante verificar a probabilidade de fabricar um item defeituoso, pois isso leva a prejuízos, principalmente, financeiros.

Portanto, como objetivo geral, o trabalho visa determinar o desempenho do gráfico de controle 3-D para a média na presença de alterações na média e desvio padrão do processo dentro de uma abordagem prática. Os objetivos específicos são:

1. Apresentar uma aplicação do gráfico 3-D;
2. Determinar a estrutura probabilística do gráfico 3-D;
3. Determinar o número médio de amostras (NMA) necessárias para detecção de falhas no processo.

O presente trabalho é estruturado da seguinte forma:

- O primeiro capítulo traz a introdução e os objetivos do trabalho;
- No segundo capítulo é apresentado a definição do gráfico de controle 3-D além de apresentar o gráfico de Shewhart, os conceitos de processos paralelos e variabilidade transversal e longitudinal e a demonstração do cálculo do NMA para o gráfico 3-D;
- O terceiro capítulo é voltado para uma aplicação do gráfico 3-D, em que é utilizado dados

reais de uma empresa que produz rolhas metálicas;

- No quarto capítulo é discutido o desempenho do gráfico de controle na presença de alterações;
- O quinto capítulo traz conclusões acerca dos assuntos abordados.
- Finalizando, tem-se as referências, os apêndices e o anexo.

2 CONCEITUANDO O GRÁFICO DE CONTROLE 3-D

O capítulo apresentará os conceitos do gráfico de controle 3-D, assim como as situações em que seu uso é apropriado. Além de apresentar uma breve introdução ao modelo de Shewhart, o conceito de processos paralelos e das variabilidades transversal e longitudinal.

2.1 Definindo gráfico de Shewhart

A fim de conseguir um melhor monitoramento da qualidade em processos, o estatístico norte-americano Walter A. Shewhart, entre as décadas de 1920 e 1930, introduziu a base para as cartas de controle, conforme Ribeiro e Caten (2012), onde desenvolveu-se os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP), que monitora um dado processo de fabricação em série cuja variável X representada a característica da qualidade.

Segundo Ramos (2000), os gráficos de controle possuem três objetivos básicos:

- Verificar se o processo estudado é estatisticamente estável, ou seja, se há presença de causas especiais de variação;
- Verificar se o processo estudado permanece estável, indicando quando é necessário atuar sobre o mesmo; e
- Permitir o aprimoramento do processo, mediante a redução de sua variabilidade.

Objetivos esses que trazem muitas vantagens para uma empresa que utiliza o Controle Estatístico do Processo (CEP) para estudos em suas operações. Entre outras vantagens, estão também a possibilidade de combate às causas dos problemas ao invés de seus efeitos, assim podendo erradicá-los definitivamente do sistema de trabalho e a oportunidade de implementar soluções técnicas e administrativas que permitam a melhoria da qualidade e, conseqüentemente, um aumento da produtividade.

Dentre os gráficos de controle para variáveis, segundo Alexandre *et al.* (2009), os mais comuns e largamente apresentados na literatura são os gráficos da média e amplitude (\bar{X} e R), esse último, apropriado quando $n \leq 10$, em que n representa a quantidade de indivíduos em cada amostra. Quando $n > 10$, o gráfico para o desvio padrão (gráfico S) deve ser aplicado para monitorar a variabilidade.

Cada gráfico contém três linhas: a linha central (LC), o limite superior de controle (LSC) sendo $\mu + 3\sigma$ e o limite inferior de controle (LIC) sendo $\mu - 3\sigma$, esses limites, que podem ser de controle, são guiados pela variabilidade natural do processo (medido pelo desvio

padrão), ou de especificação, que podem ser especificados por agentes como engenheiros ou clientes. O sempre desejável é um processo estável, o que significa que os limites de controle estão dentro dos limites de especificação. Se um ou mais pontos caírem além dos limites de controle, infere-se que uma causa especial possa ter alterado a média do processo de μ para $\mu_1 = \mu \pm \delta\sigma$, $\delta > 0$, e/ou na variabilidade do processo do tipo σ^2 para $\sigma_1^2 = \lambda^2\sigma^2$, $\lambda > 1$, em que σ representa o desvio padrão do processo, δ e λ representam as perturbações na média e variância, respectivamente. Utilizando os estimadores, \bar{X} segue uma distribuição Normal com média $\bar{\bar{X}}$ e variância $(\bar{S}/c_4)^2$ e \bar{S} segue uma distribuição Normal com média $\bar{\bar{S}}$ e variância $(\bar{S}/c_4\sqrt{n})^2$. \bar{S} e c_4 serão vistos posteriormente neste trabalho.

A Tabela 1 apresenta a matriz geral dos dados para a construção de um Gráfico de Controle de Shewhart.

Tabela 1 – Dados para a construção dos Gráficos de Controle de Shewhart.

Amostra	Item 1	Item 2	Item 3	...	Item n	\bar{X}	R	S
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1n}	\bar{X}_1	R_1	S_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2n}	\bar{X}_2	R_2	S_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3n}	\bar{X}_3	R_3	S_3
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	...	X_{4n}	\bar{X}_4	R_4	S_4
5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	...	X_{5n}	\bar{X}_5	R_5	S_5
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	
k	X_{k1}	X_{k2}	X_{k3}	...	X_{kn}	\bar{X}_k	R_k	S_k

Fonte: Oliveira (2014)

No qual \bar{X} , R e S representam, respectivamente, a média, a amplitude e o desvio padrão de cada amostra.

De acordo com Ramos (2000), os limites de controle para o gráfico da média \bar{X} são dados por:

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{X}} \quad LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{X}} \quad (1)$$

em que, $\mu_{\bar{X}}$ representa a média da distribuição de \bar{X} , que é assumida igual a média do processo (μ_X), $\sigma_{\bar{X}}$ representa o desvio padrão de \bar{X} ($\sigma_{\bar{X}} = \sigma_X/\sqrt{n}$) no qual é determinado em função do desvio padrão do processo (σ_X), assumido ter distribuição Normal. L é o fator de largura, geralmente é utilizado $L = 3$, pois apresenta uma forte proteção contra alarmes falsos.

Tendo em vista (1), com $L = 3$, para os limites de controle de \bar{X} , como não se conhece $\mu_{\bar{X}}$ e $\sigma_{\bar{X}}$, são utilizadas a média das médias das amostras ($\bar{\bar{X}}$) e a média das amplitudes (\bar{R}) para estima-los, respectivamente (RAMOS, 2000). Portanto, quando $n \leq 10$, usa-se

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (2)$$

Sendo d_2 constante que depende de n e tabelada.

Quando $n > 10$, o gráfico para o desvio padrão (S) substitui o gráfico para a amplitude (R), pois ele se torna muito ineficiente, para grandes amostras, quando comparado com S (RAMOS, 2000). Em uma abordagem prática, a partir da fórmula geral para os limites de controle e utilizando os estimadores para $\mu_{\bar{X}}$ e $\sigma_{\bar{X}}$, sendo, agora, a média dos desvios padrão (\bar{S}) utilizada para estimar $\sigma_{\bar{X}}$, os limites de controle para o gráfico da média e desvio padrão (\bar{X} e S) são dados por

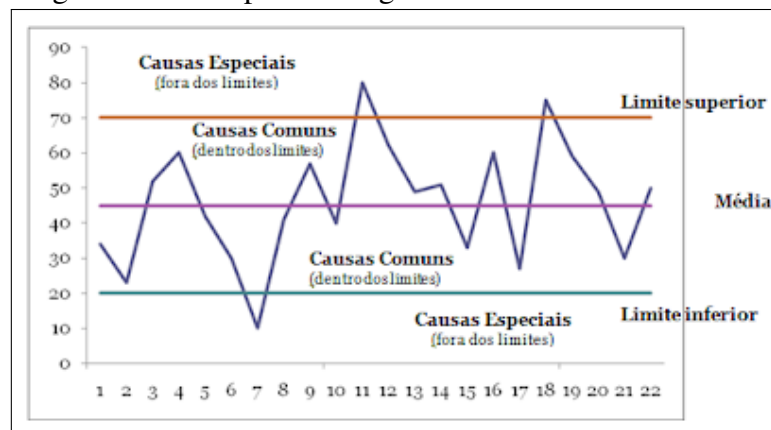
$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}} \quad (3)$$

Sendo c_4 constante que depende de n e tabelada. Os valores de d_2 e c_4 podem ser encontrados em anexo deste trabalho.

O desempenho de tais gráficos é geralmente determinado pela rapidez de sua detecção das causas assinaláveis, pelo número de amostras e itens analisados e pela frequência de alarmes falsos (afirmar que o gráfico está fora de controle quando na realidade está sob controle). O gráfico de controle de Shewhart é adequado para processos produtivos com um único fluxo de produção, entretanto, há processos onde, para a produção dos itens, existem mais de um fluxo, como será visto na seção posterior.

A Figura 1 apresenta um exemplo de gráfico de controle Shewhart.

Figura 1 – Exemplo de um gráfico de controle de Shewhart



Fonte: SemBugs (2009)

Na Figura 1, os pontos fora dos limites de controle indicam a existência de causas especiais que torna o processo fora de controle. Os pontos entre os limites são considerados causas comuns.

2.2 Uma discussão sobre processos paralelos

Segundo Ramos (2000), todo trabalho executado em uma empresa pode ser encarado como um processo, ou seja, um conjunto de atividades realizadas com um determinado propósito. Dentro do setor produtivo, há processos em que o produto passa por vários fluxos de produção ou o mesmo produto é fabricado simultaneamente em diferentes conjuntos de máquinas, esse método é denominado processo paralelo. Com uma única máquina produzindo dezenas de produtos ao mesmo tempo, os processos paralelos acabam trazendo uma diminuição nos gastos e um aumento do lucro para as empresas.

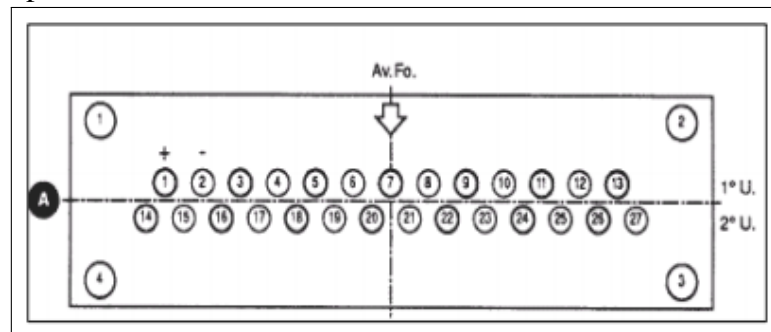
É possível encontrar, principalmente nas indústrias de transformação, esse modelo de processo. Por exemplo, máquinas com múltiplos cabeçotes, linhas de processamento de material, ou, então, moldes plásticos são situações na prática onde existem vários fluxos de produtos em sua produção.

Observa-se em Ramos *et al.* (2007), conforme citado por Oliveira (2014), que um dos princípios básicos de formação de subgrupos recomenda que não se deve misturar produtos provenientes de diferentes fontes de variação (ou fluxos), já que as amostras deixariam de ser homogêneas, incorporando diferenças sistemáticas dentro ao invés de entre amostras.

Com isso, é possível encontrar dois modos, um em que os fluxos são ajustados independentemente e o outro em que os fluxos são dependentes, nos quais:

- Em fluxos independentes, cada batida é calibrada de forma diferente. A batida é a compressão produzida pela máquina para moldar o produto a ser fabricado. Utilizando uma determinada máquina como exemplo, em cada batida, com k punções, são originados k produtos, em que cada punção é independente um do outro. Desse modo, resulta-se em um processo produtivo independente em que um dos interesses no monitoramento do processo é investigar as diferenças entre as punções. A Figura 2 exemplifica a configuração dessas punções.

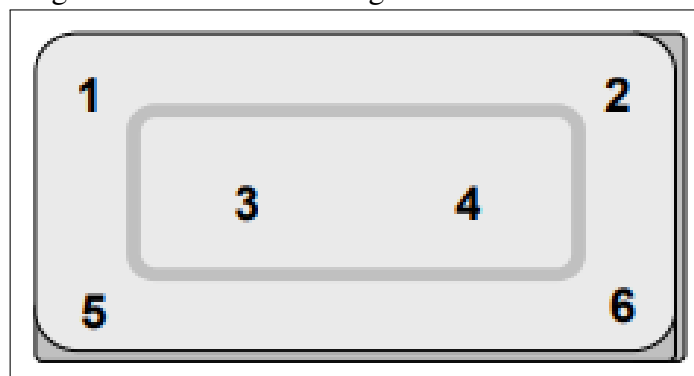
Figura 2 – Configuração de $k = 27$ punções, cada uma produzindo rolhas metálicas.



Fonte: Alexandre *et al.* (2009)

- Já em fluxos dependentes, a Figura 3 apresenta, como exemplo, a pintura da lateral de uma geladeira, na qual a variável monitorada é a altura da camada de tinta em pontos distintos. Neste caso, existe dependência entre as posições superior, meio e inferior da lateral da geladeira.

Figura 3 – Lateral de uma geladeira



Fonte: Alexandre *et al.* (2006)

O interesse consiste em investigar se há diferenças entre as camadas de tintas nessas posições. Através da Figura 3, é possível observar que são feitas duas medidas para cada posição, 6 medidas no total. Nesse processo, a dependência dar-se pelo fato de as posições não serem ajustadas de forma independente. Em Alexandre *et al.* (2006) esse fato é observado.

Salienta-se que em processos paralelos, o modelo de Shewhart pode se tornar difícil e burocrático, pois seria necessária a construção de dois gráficos para cada fluxo, um para monitorar o nível da qualidade e outro para a variabilidade do processo.

É importante informar que para a identificação da punção ou posição na lateral fora de controle, conforme a Figura 2 e Figura 3, diretamente em um gráfico de controle, a sugestão é utilizar o Gráfico por Grupos, no lugar dos tradicionais de Shewhart (para maiores detalhes ver

Ramos (2000)).

2.3 Variabilidade transversal e longitudinal

No modelo de Walter Shewhart para gráficos de controle em processos paralelos há duas fontes de variações com características diferentes: transversal e longitudinal. No caso da máquina com k punções e, portanto, k produtos, a variabilidade transversal é originada dentro de cada batida e a variabilidade longitudinal ao longo das batidas. Ambas devem ser consideradas na construção dos gráficos de controle.

Para a determinação dos limites de controle para a média, por exemplo, considera-se a variação longitudinal da característica, não sendo adequado determinar através da variabilidade transversal. Os gráficos 3-D são uma alternativa para esse problema, pois na construção dos três gráficos, são monitorados a média, a variabilidade transversal e a variabilidade longitudinal (ALEXANDRE *et al.*, 2009).

Segundo Alexandre *et al.* (2009), a eficiência dos gráficos de controle está diretamente associada a que variabilidade se deseja monitorar e a largura dos limites de controle. Além de que, em processos paralelos, a variação transversal tem origem mais evidente e pode ser mais acentuada.

Essas fontes de variação podem existir em diversos fluxos de produção. No caso da lateral da geladeira, retratada na Figura 2, a variabilidade transversal é a diferença entre as camadas de pintura, entre as posições, dentro de cada lateral e a variabilidade longitudinal é revelada entre as laterais, ao longo do tempo.

2.4 Definição do gráfico de controle 3-D

Segundo Ramos (2000), gráfico de controle 3-D (três dimensões) é a ferramenta adequada para analisar os processos paralelos cujo deseja-se monitorar tanto a variabilidade transversal como a variabilidade longitudinal. Os gráficos de controle 3-D são, na verdade, uma combinação dos gráficos \bar{X} e R com o gráfico x - R_m (gráfico dos valores individuais e amplitudes móveis), de forma que possibilitam o controle de mais de dois tipos de variação simultaneamente. O gráfico R monitora a variação dentro de cada amostra. O gráfico R_m (amplitude móvel), que monitora a variabilidade longitudinal, servirá de base para estabelecer a distância dos limites de controle em relação a linha média, no gráfico \bar{X} .

O processo é considerado sob controle se os pontos plotados estiverem entre os limites e apresentarem um comportamento aleatório. Caso algum ponto caia fora dos limites, o processo é considerado fora de controle e alguma ação corretiva deve ser tomada.

A Tabela 2 apresenta a matriz estrutural geral de dados para o gráfico 3-D.

Tabela 2 – Matriz geral de dados para a construção do Gráfico 3-D

Amostra	Fluxo 1	Fluxo 2	...	Fluxo n	\bar{X}	R	Rm	S
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,n}$	\bar{X}_1	R_1	—	S_1
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$...	$X_{2,n}$	\bar{X}_2	R_2	Rm_2	S_2
3	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$...	$X_{3,n}$	\bar{X}_3	R_3	Rm_3	S_3
.
.
$k-2$	$X_{k-2,1}$	$X_{k-2,2}$...	$X_{k-2,n}$	\bar{X}_{k-2}	R_{k-2}	Rm_{k-2}	S_{k-2}
$k-1$	$X_{k-1,1}$	$X_{k-1,2}$...	$X_{k-1,n}$	\bar{X}_{k-1}	R_{k-1}	Rm_{k-1}	S_{k-1}
k	$X_{k,1}$	$X_{k,2}$...	$X_{k,n}$	\bar{X}_k	R_k	Rm_k	S_k

Fonte: Alexandre *et al.* (2006)

Em que \bar{X} , R, Rm e S representam, respectivamente, a média, a amplitude, a amplitude móvel e o desvio padrão de cada amostra. Na amostra 1 não há amplitude móvel, pois não existe amostra anterior a primeira amostra para efetuar a diferença entre elas, portanto não é considerado valor para a primeira amplitude móvel.

A Tabela 2 traz uma matriz completa para a construção dos gráficos 3-D, porém, dependendo do valor de n , será utilizado os valores da média, amplitude móvel e R ou média, amplitude móvel e S para obter os gráficos 3-D.

Para determinar os limites de controle, usa-se como base a expressão (1), conforme visto na seção 2.1. Portanto, segundo Ramos (2000), para os gráficos da média e amplitude móvel são utilizadas as seguintes fórmulas

$$LIC = \bar{\bar{X}} - \frac{3 * \bar{Rm}}{d_2} \quad LSC = \bar{\bar{X}} + \frac{3 * \bar{Rm}}{d_2} \quad (4)$$

e

$$LIC = D_3 * \bar{Rm} \quad LSC = D_4 * \bar{Rm} \quad (5)$$

Sendo, $\bar{\bar{X}}$ e \bar{Rm} , a média das médias de cada amostra e média das amplitudes móveis do processo, respectivamente. Os valores de d_2 , D_3 e D_4 são em função de n e tabelados, podendo ser encontrado em Werkema (2006) ou em anexo neste trabalho.

Para determinar os limites de controles dos gráficos para a amplitude (ou desvio padrão) para monitorar a variabilidade dentro de cada subgrupo (variabilidade transversal) é

utilizado as seguintes fórmulas, quando $n \leq 10$,

$$LIC = D_3 * \bar{R} \quad LSC = D_4 * \bar{R} \quad (6)$$

para a amplitude e quando $n > 10$, utiliza-se

$$LIC = B_3 * \bar{S} \quad LSC = B_4 * \bar{S} \quad (7)$$

para o desvio padrão. \bar{R} e \bar{S} são, respectivamente, as médias das amplitudes e desvios padrões e B_3 e B_4 são constantes função de n e tabeladas, mas, quando tem-se $n > 25$ os valores de B_3 e B_4 são dados pelas seguintes fórmulas, segundo Werkema (2006):

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad (8)$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad (9)$$

$$c_4 \simeq \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad (10)$$

2.5 Estrutura probabilística para determinar o NMA do gráfico 3-D

O Número Médio de Amostras (NMA) é uma medida estatística muito utilizada para avaliar o desempenho de um gráfico de controle. Sua definição é dada como o número de amostras, ou inspeções, analisadas até quando houver a indicação do processo estar fora de controle. Alguns casos podem acontecer alarmes falsos, ou seja, quando um ponto está fora dos limites, mas o processo continua sob controle.

No caso do gráfico de controle 3-D, é considerado fora de controle o processo em que pelo menos um dos gráficos está fora de controle, ou seja, \bar{X} , amplitude móvel ou desvio padrão está fora de controle. Paralelo a isso, o processo é considerado sob controle, quando todas as amostras estão entre os limites de controle de forma aleatória, exceto o gráfico Rm , que pode ter um comportamento não aleatório em função da estrutura de autocorrelação entre as amplitudes móveis.

A distribuição Geométrica de parâmetro p , conforme pode ser visto em Morettin e Bussab (2010), é definida como X sendo a variável aleatória que contabiliza o número de ensaios até a ocorrência do primeiro evento. No contexto deste trabalho será considerado a situação em que Y é o número de tentativas até que ocorra o primeiro sucesso ou fracasso, logo

$$Y \sim G(p)$$

Com a função de probabilidade dada por

$$P(Y = y) = p(1 - p)^{y-1}I_{\{1,2,\dots\}}(y)$$

O número médio de amostras analisadas até detectar o primeiro alarme falso, p_1 , ou número médio de amostras analisadas até detectar a primeira causa especial (causa que torna o gráfico fora de controle), p_2 , pode ser modelado pela esperança da distribuição Geométrica. Logo, tem-se para o primeiro caso (alarme falso)

$$NMA_1 = \frac{1}{p_1}$$

e

$$NMA_2 = \frac{1}{p_2}$$

para o segundo caso (ocorrência de falha).

Como os limites de controle para o gráfico 3-D são baseados no modelo de Shewhart e, de acordo com Vasconcelos (2009), considerando que o fluxo de produção gerou amostras independentes com distribuição aproximadamente Normal, com média = 0 e variância = 1, e que, em geral usa-se $L = 3$, tem-se:

$$F(LSC) - F(LIC) = \phi(3) - \phi(-3) = 0,99730$$

Onde F representa a função distribuição acumulada e ϕ o valor da área acumulada utilizando a tabela da distribuição Normal padrão.

Assim, para o NMA_1 tem-se

$$NMA_1 = \frac{1}{p_1} = \frac{1}{1 - [F(LSC) - F(LIC)]} = \frac{1}{1 - 0,99730} = 370,4$$

Portanto, o gráfico de Shewhart para controlar \bar{X} detecta um alarme falso a cada, aproximadamente, 370 inspeções em média. Serão determinados valores para o NMA_2 na seção 4.2 deste trabalho.

3 APLICAÇÃO DO GRÁFICO 3-D

Neste capítulo será abordado uma aplicação do modelo de gráfico 3-D onde foi observado uma alteração no desvio padrão no processo estudado. Será utilizada a base de dados de uma indústria de transformação cearense, disponibilizada pelo professor orientador. A análise dos dados e os gráficos foram construídos utilizando o Excel 365 (Microsoft Excel, 2019) e o *software* livre R (R Core Team, 2021), não foi necessária a instalação de qualquer pacote ou programa.

3.1 Entendendo o processo das punções

A aplicação consiste no monitoramento da característica da qualidade, altura de rolhas metálicas, fabricadas em processos paralelos por uma indústria manufatureira do Estado do Ceará, localizada na cidade de Fortaleza, onde em cada batida de uma chapa metálica de máquina são produzidas 27 rolhas que são originadas de 27 punções.

A Figura 2, na seção 2.2, apresenta a disposição das 27 punções de estampagem das 27 rolhas, em cada batida na chapa.

Cada punção é calibrada de forma independente, isto significa que o processo produtivo é independente. Foi selecionada consecutivamente a cada duas horas, uma batida do processo e medidas as alturas das 27 rolhas originadas das 27 punções. Como para cada batida $n = 27$ ($n > 10$) foi determinado o desvio padrão de cada subgrupo para medir a variabilidade transversal. A amplitude média foi calculada a partir da média de cada subgrupo.

3.2 Descrição dos dados

Segundo Alexandre *et al.* (2009), a empresa especificou no projeto um intervalo de 5,85 a 6,15 milímetros para a altura das rolhas. Alturas fora dessa especificação acarretam em problemas de encaixe nas garrafas.

A Figura 4 apresenta um exemplo de rolhas metálicas, bastante conhecidas e utilizadas em muitos países para vedar garrafas.

Figura 4 – Exemplo de rolhas metálicas



Fonte: Aro (2021)

A Tabela 3 apresenta 21 amostras, ou batidas, selecionadas, uma a cada duas horas, o menor valor e maior valor de cada amostra e algumas estatísticas importantes dos dados adquiridos no estudo a partir da base de dados da indústria de transformação.

Tabela 3 – Matriz de dados para os cálculos dos limites de controle

Amostras	Menor Valor	Maior Valor	Média	Amplitude Móvel	Desvio Padrão
1	6,00	6,07	6,038	-	0,018
2	5,99	6,05	6,029	0,009	0,016
3	5,98	6,03	6,004	0,025	0,014
4	5,98	6,05	6,012	0,009	0,019
5	5,98	6,04	6,012	0	0,014
6	5,99	6,04	6,017	0,004	0,015
7	5,97	6,05	6,013	0,004	0,018
8	5,98	6,03	5,997	0,016	0,017
9	6,00	6,06	6,036	0,039	0,016
10	5,96	6,05	5,991	0,044	0,020
11	5,94	6,01	5,976	0,015	0,023
12	5,98	6,03	6,001	0,025	0,013
13	5,96	6,01	5,991	0,010	0,013
14	5,98	6,04	6,002	0,011	0,016
15	5,97	6,03	5,993	0,009	0,018
16	5,97	6,02	6,000	0,007	0,016
17	5,98	6,05	6,006	0,006	0,018
18	5,98	6,04	6,006	0	0,016
19	5,98	6,05	6,011	0,005	0,015
20	5,99	6,04	6,017	0,006	0,016
21	5,99	6,05	6,028	0,011	0,017

Fonte: Dados fornecidos pelo Orientador.

Além de apresentar o maior e o menor valor das alturas das rolhas selecionadas para cada batida, a Tabela 3 auxilia nos cálculos dos limites de controle. Cada punção é calibrada individualmente para produzir rolhas com altura de 6,00 milímetros, mas durante o processo de fabricação podem ocorrer alterações nessa calibração de forma independente entre as punções.

3.3 Resultados e discussões da aplicação

A partir da Tabela 3, é possível observar que a menor e maior altura são, respectivamente, 5,94 e 6,07 milímetros. Cada punção é calibrada individualmente para produzir a rolha com altura de 6,00 milímetros em que, os dados apresentam uma concentração em torno dessa altura. Os valores obtidos para os limites inferior, central e superior para cada gráfico estão apresentados na Tabela 4, sendo utilizada as fórmulas apresentadas na seção 2.4 para obter esses valores que serão importantes para saber se o processo está ou não sob controle.

Tabela 4 – Valores para a linha central e limite superior e inferior

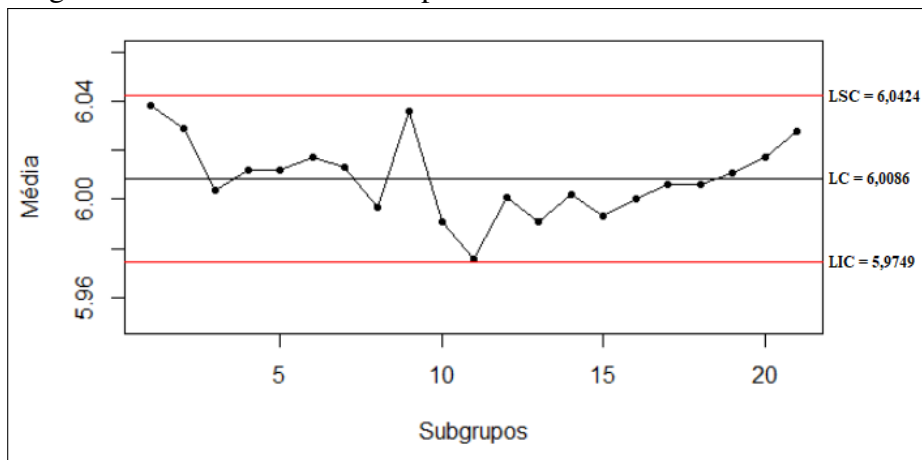
Gráficos	Limites de Controle		
	Superior	Médio	Inferior
Média	6,0424	6,0086	5,9749
Amplitude Móvel	0,0414	0,0127	0
Desvio Padrão	0,0235	0,0166	0,0096

Fonte: Dados fornecidos pelo Orientador.

A Figura 5 exibe o gráfico para as médias, cujos limites de controle foram definidos através da amplitude móvel, a Figura 6 monitora a variabilidade longitudinal, ou seja, a dispersão ao longo do processo. A variabilidade transversal, ou seja, dentro de cada batida é apresentada pela da Figura 7.

Apresenta-se, agora, o comportamento de cada gráfico elaborado:

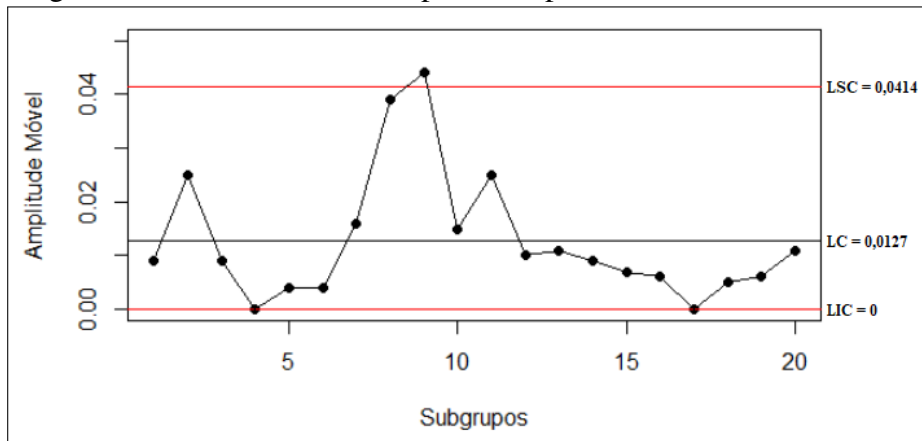
Figura 5 – Gráfico de controle para a média



Fonte: Elaboração própria.

É possível observar que no gráfico para as médias, Figura 5, não há pontos além dos limites de controle nem outro indicativo de falta de controle no processo.

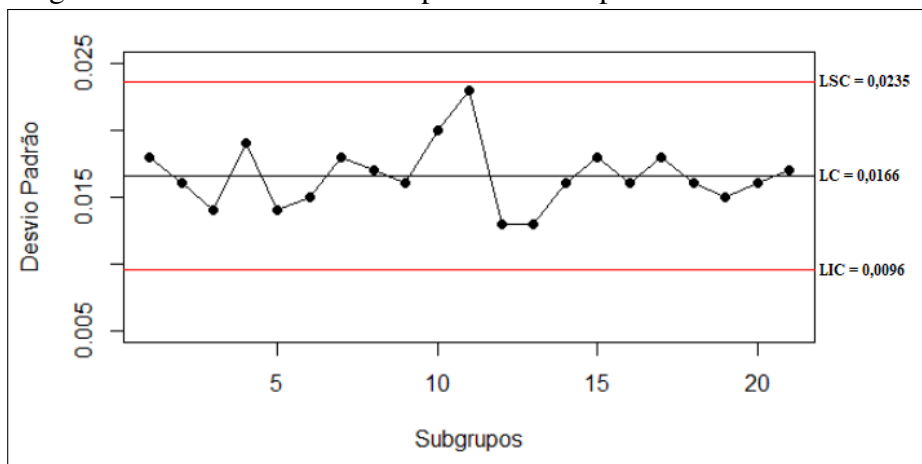
Figura 6 – Gráfico de controle para a amplitude móvel



Fonte: Elaboração própria.

Já o gráfico para a amplitude móvel mostra dois indicativos de falta de controle no processo, o primeiro é um ponto está acima do limite superior, portanto, deve-se analisar se houve alteração na variabilidade longitudinal desse processo para saber se o ponto não é apenas um alarme falso, caso haja alteração, o ponto assinala um processo fora de controle e providências devem ser tomadas imediatamente para descobrir a causa. O segundo indicativo é uma sequência, de acordo com Werkema (2006), uma sequência é uma configuração onde vários pontos consecutivos do gráfico aparecem em apenas um dos lados da linha média. No caso, há 9 pontos em sequência, a partir do amostra 12, na parte inferior da linha média. Isso pode acontecer devido a fatores como, por exemplo, introdução de novos operadores, matérias-primas ou máquinas.

Figura 7 – Gráfico de controle para o desvio padrão



Fonte: Elaboração própria.

No gráfico para o desvio padrão, Figura 7, também não há pontos além dos limites de controle. Portanto, não mostra indicativo de falta de controle no processo.

Segundo Alexandre *et al.* (2009, p. 10):

Pontos fora dos limites de controle e comportamento não aleatório no gráfico para a média podem indicar uma mudança de nível no processo, contudo, a identificação dos punções (fluxos de produção) que afetam essa mudança necessita de uma análise mais profunda, pois a média é decorrente de todos as 27 punções;

Gráfico para a amplitude móvel monitora diferenças entre turnos de trabalho, batidas, dias da semana, etc.;

Gráfico para o desvio-padrão monitora a variabilidade entre as punções, dentro de cada batida, isto, é a variabilidade dos ajustes dos punções, que são calibrados independentemente.

4 DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE NA PRESENÇA DE ALTERAÇÕES

Neste capítulo será apresentado o desempenho do gráfico de controle 3-D para \bar{X} diante a uma perturbação na média e desvio padrão do processo, calculados com auxílio do *software* livre R (R Core Team, 2021).

4.1 Alteração na média do processo

Será considerado, sob ponto de vista teórico, que os dados seguem distribuição Normal com média μ e variância σ^2 . Seja μ_1 a nova média do processo após a ocorrência de alguma alteração ou perturbação, ou seja,

$$\bar{X}_i \sim \begin{cases} N(\mu; \sigma_{\bar{X}}^2), & i = 1, 2, 3, \dots, I \\ N(\mu + \delta\sigma; \sigma_{\bar{X}}^2), & i = I + 1, I + 2, I + 3, \dots \end{cases}$$

Com

μ = média do processo;

σ = desvio padrão do processo;

δ = medida de perturbação e sendo $\delta > 0$;

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}.$$

Portanto, $\mu_1 = \mu + \delta\sigma$ e representa alteração na média do processo. Para a alteração no desvio padrão, σ passa para σ_1 , no qual $\sigma_1 = \lambda\sigma$, com λ sendo uma constante e $\lambda > 1$. Será considerado, também, que $\mu = \mu_X = \mu_{\bar{X}}$, com sua estimação dada por $\bar{\bar{X}}$ e $\sigma = \sigma_X$.

As alterações apresentadas a seguir, podem não ser percebidas no dia a dia de uma indústria. Quando há, principalmente, pequenas perturbações, talvez elas não sejam percebidas visualmente pelos funcionários. Assim, com a não detecção imediata, o processo pode sofrer perdas financeiras, de produtos e de qualidade. Será utilizado o cenário das rolhas metálicas, o mesmo visto no capítulo 3, para simular as alterações, com o objetivo de determinar o desempenho do gráfico de controle, na prática, para essa mesma indústria em particular. Isto, significa que o desempenho do gráfico para a média será determinado a partir dos dados reais, os estimadores dos parâmetros do processo.

4.2 Desempenho na presença de alterações

Nesta seção será apresentado o desempenho do gráfico da média em relação a alterações ocorridas na média do processo, no desvio padrão do processo e ocorridas conjuntamente na média e no desvio padrão.

4.2.1 Alteração na média do processo

Sendo X a altura das rolhas metálicas, a média do processo é dada por $\mu = 6,0086$ e o desvio padrão dado por $\sigma = 0,0166$, como levantado na seção 3.3. A fim de desenvolver a análise de desempenho do gráfico de controle para a média diante de algumas perturbações, será utilizado alguns valores de variação δ e essa análise será feita observando a probabilidade de detecção e o NMA para cada δ , com os resultados apresentados na Tabela 5.

A demonstração da probabilidade de detecção da perturbação para a média do processo é dada por

$$\begin{aligned}
 \theta &= P(\text{deteccao}) \\
 &= P[\bar{X} \notin (LIC, LSC) | \mu_1] \\
 &= 1 - P[\bar{X} \in (LIC, LSC) | \mu_1] \\
 &= 1 - \{P[(LIC_{\bar{X}} < \bar{X} < LSC_{\bar{X}}) | \mu_1]\} \\
 &= 1 - \{P[(\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}) - \mu_1) / \sigma_{\bar{X}} < Z < (\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}) + \mu_1) / \sigma_{\bar{X}}]\} \\
 &= 1 - \{P[(\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} - (\mu + \delta\sigma)) / \sigma_{\bar{X}} < Z < (\mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} - (\mu + \delta\sigma)) / \sigma_{\bar{X}}]\} \\
 &= 1 - \{P[(-3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \delta\sigma / \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) < Z < (3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \delta\sigma / \frac{\sigma}{\sqrt{n}})]\} \\
 &= 1 - \{P[-3 - \delta\sqrt{n} < Z < 3 - \delta\sqrt{n}]\} \\
 &= 1 - [F(3 - \delta\sqrt{n}) - F(-3 - \delta\sqrt{n})]
 \end{aligned}$$

Tabela 5 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração na média do processo

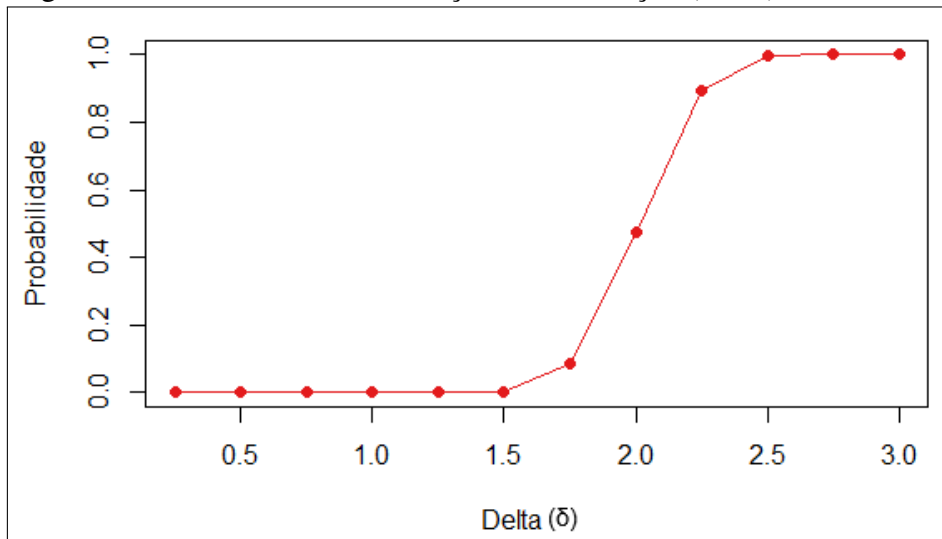
δ	Prob. de detecção	NMA_2
0,25	0	Infinito
0,50	1,159247e-32	1.0008e+15
0,75	1,736244e-11	57.595.575
1,00	5,406571e-08	18.496.010
1,25	3,167124e-05	31.574,39
1,50	0,003599455	277,8198
1,75	0,084565720	11,82512
2,00	0,475082300	2,10490
2,25	0,894350200	1,11813
2,50	0,994803900	1,00522
2,75	0,999946700	1,00005
3,00	0,999999999	1

Fonte: Elaboração própria

É possível observar que para pequenas variações de δ a probabilidade de detecção é muito baixa e o NMA_2 muito alto, o que condiz com a situação, visto que quanto menor a probabilidade de detectar a alteração, maior será a quantidade média de amostras retiradas até a percepção. Com $\delta = 1,50$ há um aumento bastante considerável na probabilidade, de $3,167124e - 05$ para $0,003599455$, assim como uma diminuição considerável no NMA_2 , de $31.574,39$ para $277,8198$, e a partir de $\delta = 2,00$ os resultados aparecem mais expressivos, chegando à probabilidade de detecção quase 1 e $NMA_2 = 1$ para $\delta = 3,00$.

As Figuras 8 e 9 trazem, respectivamente, os gráficos a probabilidade de detecção e o NMA quando existe uma alteração na média do processo, de acordo com os dados da Tabela 5.

Figura 8 – Probabilidade de detecção com alteração (Delta) na média

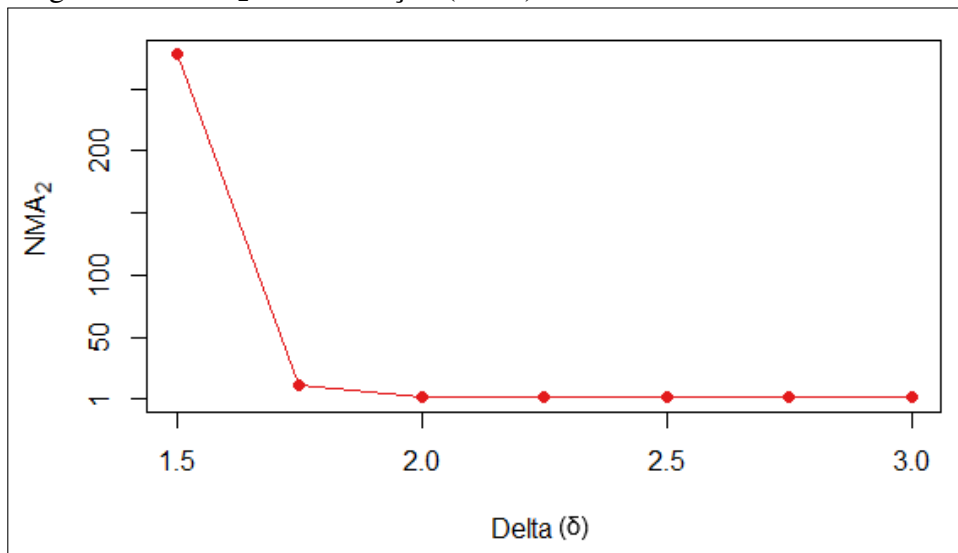


Fonte: Elaboração própria

O gráfico mostra um certo padrão constante entre os deltas 0,25 e 1,5. Logo após, a probabilidade segue aumentando até $\delta = 2,5$ onde se chega a quase 1 em $\delta = 3,0$.

Para uma melhor visualização gráfica do NMA_2 , a Figura 9 traz os $\delta = 1,5$ à $\delta = 3,0$. Os valores faltantes podem ser observados na Tabela 5.

Figura 9 – NMA_2 com alteração (Delta) na média



Fonte: Elaboração própria

Nota-se a grande redução entre os deltas 1,5 e 2,0, revelando que mesmo com apenas 0,5 de diferença entre os deltas, o NMA_2 pode ter bastante diferença entre eles.

4.2.2 Alteração no desvio padrão do processo

Será considerada a mesma situação, ou seja, $\mu = 6,0086$ e $\sigma = 0,0166$ para analisar o desempenho no gráfico de \bar{X} com alteração no desvio padrão do processo. A alteração, como já mencionado, é representada por $\sigma_1 = \lambda \sigma$, com $\lambda > 1$ e a demonstração do cálculo da probabilidade de detecção ou alarme falso para o desvio padrão do processo é dada por

$$\begin{aligned}
\theta &= P[\bar{X} \notin (LIC, LSC) | \sigma_1] \\
&= 1 - P[\bar{X} \in (LIC, LSC) | \sigma_1] \\
&= 1 - \{P[(LIC_{\bar{X}} < \bar{X} < LSC_{\bar{X}}) | \sigma_1]\} \\
&= 1 - \{P[(LIC_{\bar{X}} - \mu) / \sigma_{\bar{X}} < Z < (LSC_{\bar{X}} - \mu) / \sigma_{\bar{X}}]\} \\
&= 1 - \{P[(\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} - \mu) / \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} < Z < (\mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} - \mu) / \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}}]\} \\
&= 1 - \{P[(-3\sigma_{\bar{X}}) / \frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}} < Z < (3\sigma_{\bar{X}}) / \frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}}]\} \\
&= 1 - \{P[(-3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) / \frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}} < Z < (3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) / \frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}}]\} \\
&= 1 - \{P[\frac{-3}{\lambda} < Z < \frac{3}{\lambda}]\} \\
&= 1 - [F(\frac{3}{\lambda}) - F(\frac{-3}{\lambda})]
\end{aligned}$$

A Tabela 6 traz os resultados obtidos para certas variações de λ .

Tabela 6 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração no desvio padrão do processo

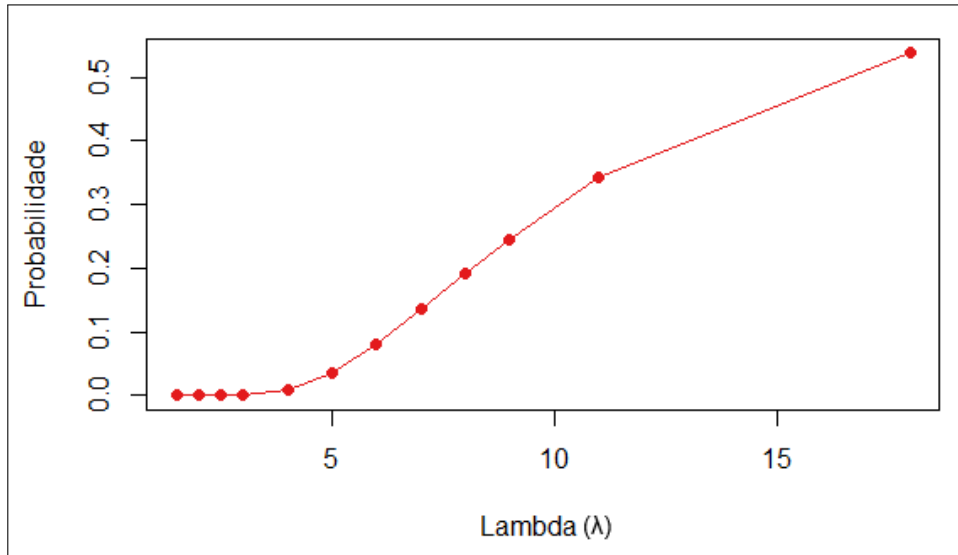
λ	Prob. de detecção	NMA_2
1,5	3,432699e-12	2,91316e+11
2,0	1,797039e-07	5.564.709
2,5	2,974627e-05	33.617,6500
3,0	0,0005023	1.990,7890
4,0	0,0090633	110,3345
5,0	0,0368222	27,1575
6,0	0,0818981	12,2103
7,0	0,1358988	7,3584
8,0	0,1919492	5,2097
9,0	0,2461083	4,0632
11,0	0,3426350	2,9186
18,0	0,5380694	1,8585

Fonte: Elaboração própria

Colocou-se a variação de λ até 18,0 para mostrar que, como ocorrido para alteração na média, o NMA_2 para alteração no desvio padrão também vai tendendo a 1, onde esse resultado poderá ser obtido com um lambda maior. Nota-se a quantidade exorbitante de amostras até a primeira detecção quando a variação está entre 1,5 e 2,5. Com $\lambda = 3,0$ a quantidade do NMA_2 continua alta, mas bem menor em comparação com os lambdas anteriores. A partir de $\lambda = 5,0$ o NMA_2 segue a diminuir, enquanto a cada variação, a probabilidade de detecção vai aumentando, chegando a quase 54% com $\lambda = 18,0$.

As Figuras 10 e 11 trazem graficamente a probabilidade de detecção e o NMA_2 quando existe uma alteração no desvio padrão do processo, de acordo com os dados da Tabela 6.

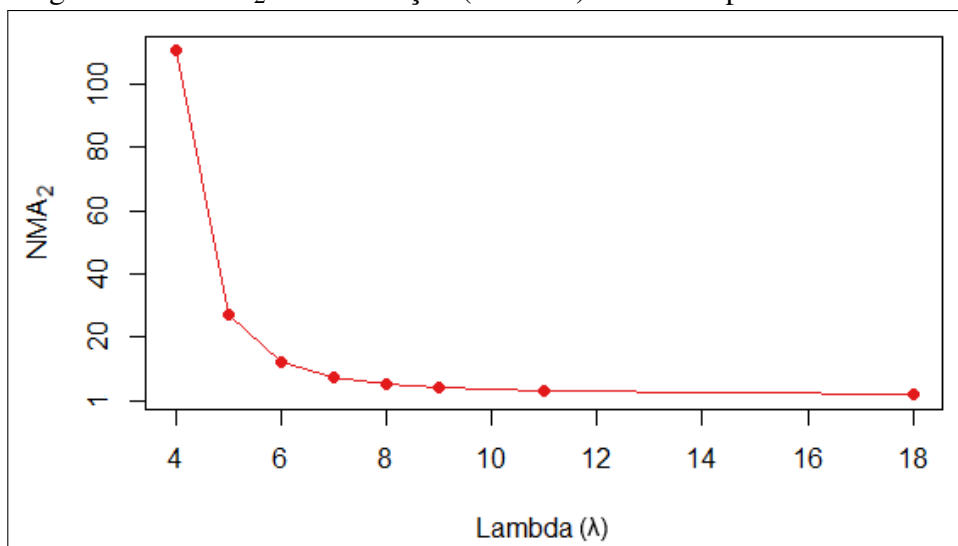
Figura 10 – Probabilidade de detecção com alteração (Lambda) no desvio padrão



Fonte: Elaboração própria

Para melhor visualização gráfica do NMA_2 , a Figura 11 traz os lambdas a partir de $\lambda = 4,0$.

Figura 11 – NMA_2 com alteração (Lambda) no desvio padrão



Fonte: Elaboração própria

Observa-se que, em relação a probabilidade de detecção com alteração no desvio padrão, acontece o mesmo comportamento observado na alteração na média do processo, ou seja, quanto maior a variação, maior a probabilidade de detecção e menor o NMA_2 .

4.2.3 Alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente

Considerando, novamente, $\mu = 6,0086$, $\sigma = 0,0166$, $\mu_1 = \mu + \delta\sigma$ e $\sigma_1 = \lambda\sigma$, a Tabela 7 apresenta alguns resultados de desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente, onde foi utilizado o seguinte cálculo

$$\begin{aligned}
 \theta &= P[\bar{X} \notin (LIC, LSC) | \mu_1, \sigma_1] \\
 &= 1 - P[\bar{X} \in (LIC, LSC) | \mu_1, \sigma_1] \\
 &= 1 - \{P[(LIC_{\bar{X}} < \bar{X} < LSC_{\bar{X}}) | \mu_1, \sigma_1]\} \\
 &= 1 - \{P[(LIC_{\bar{X}} - \mu_1)/\sigma_{\bar{X}} < Z < (LSC_{\bar{X}} - \mu_1)/\sigma_{\bar{X}}]\} \\
 &= 1 - \{P[(\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}) - (\mu + \delta\sigma)/\sigma_{\bar{X}} < Z < (\mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}}) - (\mu + \delta\sigma)/\sigma_{\bar{X}}]\} \\
 &= 1 - \{P[(\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}) - (\mu + \delta\sigma)/\frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} < Z < (\mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}}) - (\mu + \delta\sigma)/\frac{\sigma_1}{\sqrt{n}}]\} \\
 &= 1 - \{P[(-3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \delta\sigma)/\frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}} < Z < (3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \delta\sigma)/\frac{\lambda\sigma}{\sqrt{n}}]\} \\
 &= 1 - \{P[-\frac{(3 + \delta\sqrt{n})}{\lambda} < Z < \frac{(3 - \delta\sqrt{n})}{\lambda}]\} \\
 &= 1 - [F(\frac{(3 - \delta\sqrt{n})}{\lambda}) - F(-\frac{(3 + \delta\sqrt{n})}{\lambda})]
 \end{aligned}$$

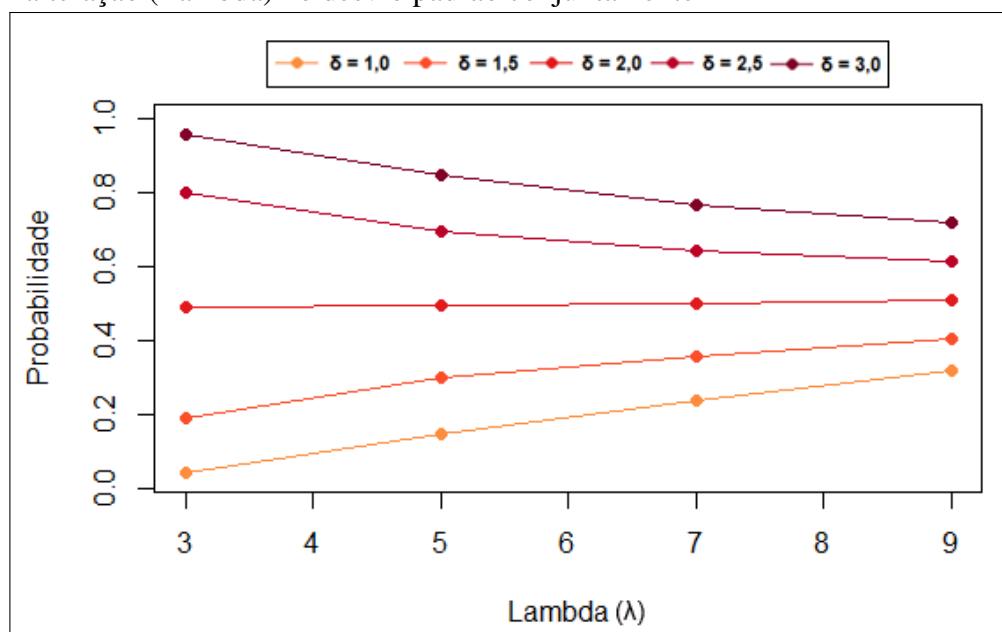
Tabela 7 – Desempenho do gráfico de controle para \bar{X} com alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente

δ	λ	Prob. de detecção	NMA_2
1,0	3,0	0,0398	25,1071
	5,0	0,1474	6,7850
	7,0	0,2391	4,1821
	9,0	0,3209	3,1166
1,5	3,0	0,1876	5,3295
	5,0	0,2975	3,3613
	7,0	0,3566	2,8042
	9,0	0,4053	2,4675
2,0	3,0	0,4918	2,0334
	5,0	0,4951	2,0199
	7,0	0,4979	2,0082
	9,0	0,5076	1,9700
2,5	3,0	0,8011	1,2483
	5,0	0,6940	1,4409
	7,0	0,6418	1,5580
	9,0	0,6156	1,6244
3,0	3,0	0,9565	1,0455
	5,0	0,8478	1,1796
	7,0	0,7685	1,3013
	9,0	0,7177	1,3932

Fonte: Elaboração própria

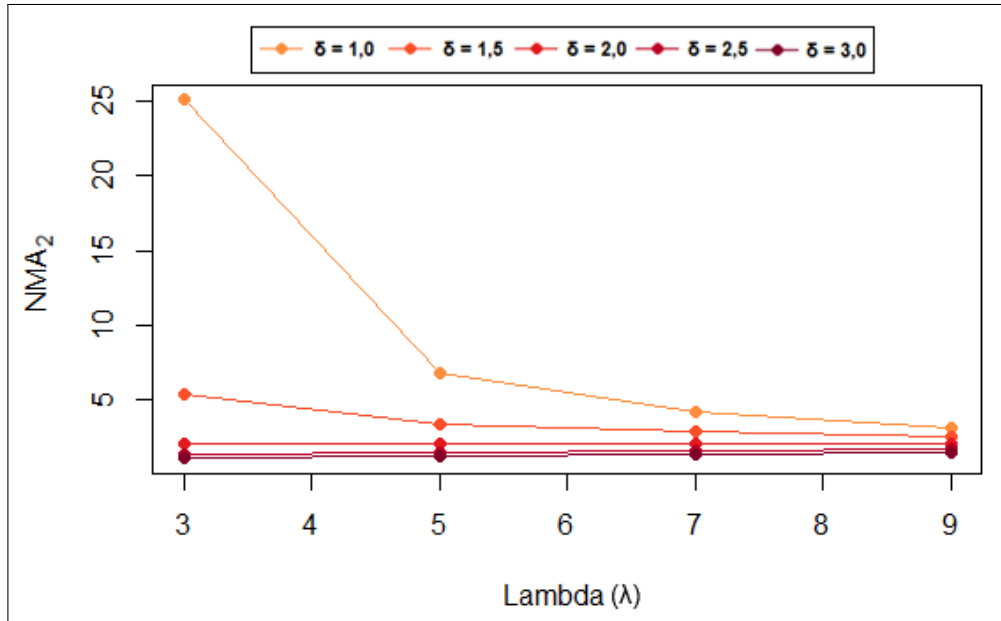
As Figuras 12 e 13 trazem, respectivamente, a probabilidade de detecção e o NMA_2 quando há alteração na média e desvio padrão conjuntamente.

Figura 12 – Probabilidade de detecção com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente



Fonte: Elaboração própria

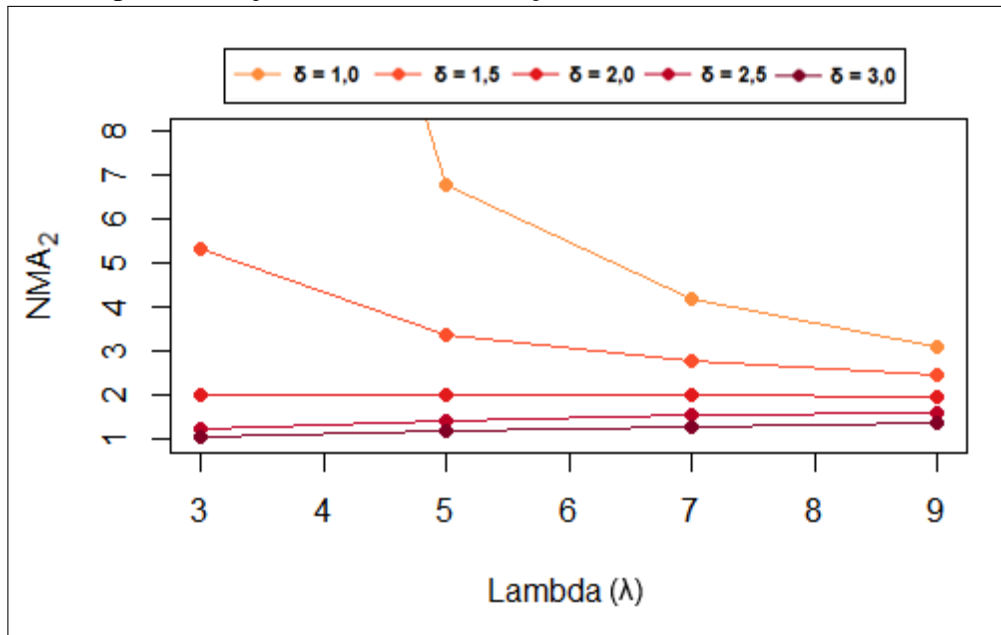
Figura 13 – NMA_2 com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente



Fonte: Elaboração própria

A Figura 14 traz o mesmo gráfico da Figura 13 em uma escala menor para ser possível observar melhor o aumento no NMA_2 , mesmo que sucinto, quando $\delta = 2,5$ e $\delta = 3,0$.

Figura 14 – NMA_2 com alteração (Delta) na média e alteração (Lambda) no desvio padrão conjuntamente - Diminuição na escala



Fonte: Elaboração própria

É possível observar, a partir da Tabela 7, que para $\delta = 1,0$, $\delta = 1,5$ e $\delta = 2,0$ a probabilidade de detecção aumenta e o NMA_2 diminui de acordo com que o λ aumenta, mesmo que para $\delta = 2,0$ a diferença entre as probabilidades e os NMA_2 seja pouca em comparação aos outros deltas. Para $\delta = 2,5$ e $\delta = 3,0$ ocorre um processo contrário, a probabilidade de detecção está diminuindo e o NMA_2 aumentando. Fato curioso e atípico, que se explica pela dependência longitudinal entre a média e o desvio padrão, onde grandes variações acabam interferindo nas probabilidades, fazendo com que elas diminuam e assim o NMA_2 aumente. A Figura 12 e Figura 13 traz a comparação entre os deltas com as variações nos lambdas, em que é possível ver com mais precisão a queda na probabilidade de detecção quando $\delta = 2,5$ e $\delta = 3,0$. Já na Figura 13 fica menos perceptível o pequeno aumento que teve devido os valores do NMA_2 para os outros deltas.

5 CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo geral determinar o desempenho do gráfico de controle 3-D para a média na presença de alterações na média e desvio padrão do processo em uma abordagem prática. De um modo geral, através dos resultados obtidos, esse modelo de gráfico mostrou-se eficiente em analisar processos paralelos e detectar quando há alarme falso ou quando realmente há alterações. Além de mostrar-se uma boa alternativa ao modelo de Shewhart, visto que diminui a quantidade de gráficos necessários para o monitoramento.

De acordo com os objetivos específicos estabelecidos no trabalho, foram obtidos bons resultados. Com relação ao primeiro objetivo específico, mostrou-se uma aplicação do gráfico 3-D para dados reais de uma indústria, onde se conseguiu analisar o processo e detectar indícios que o mesmo está fora de controle. Para o segundo objetivo, foi determinado a estrutura probabilística para o gráfico 3-D quando há alteração na média do processo, no desvio padrão do processo e em ambos simultaneamente. No terceiro objetivo, conseguiu-se determinar o NMA para os dados com diversos valores de δ e λ , mostrando, assim, o desempenho do gráfico na presença de falhas no processo.

Além disso, o trabalho contou com a utilização do *software* R (R Core Team, 2021), ferramenta que ajudou bastante na análise de dados e construção dos gráficos, além de ser um *software* de domínio público e bem conhecido no meio acadêmico.

Com os objetivos específicos sendo alcançados, assegura-se que o objetivo geral também foi. O gráfico de controle 3-D mostra-se ser uma ferramenta clara e objetiva diante um processo em que se almeja detectar se há falhas na produção. Foi possível mostrar seu desempenho diante diferentes valores para alterações no processo, desempenho esse que, de modo geral, foi positivo, pois para uma situação específica de alteração na média e desvio padrão simultaneamente, o gráfico mostrou um desempenho curioso, que pode render um estudo mais aprofundado sobre esse acontecimento.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDRE, J. W. C.; RODRIGUES, L. F. M.; RODRIGUES, F. P.; FREITAS, S. M. de. Aplicação do gráfico de controle por grupos em uma indústria manufatureira do estado do ceará. In: **XXVI ENEGEP**. Fortaleza, Brasil: [S. n.], 2006. p. 1–9.
- ALEXANDRE, J. W. C.; VASCONCELOS, A. P. de; FREITAS, S. M. de; NETO, J. F. B. Gráficos de controle 3d aplicados a processos paralelos em uma indústria manufatureira do estado do ceará. In: **XXIX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**. Salvador, Brasil: [S. n.], 2009. p. 1–13.
- ARO. **Rolhas Metálicas Aro**. Guarulhos, SP: [S. n.], 2021. Documento eletrônico. Disponível em: <https://www.aro.com.br/rolhas-metalicas>. Acesso em: 25 jun. 2021.
- MICROSOFT. **Microsoft Excel 365**. 2019. Disponível em: <https://www.microsoft.com/pt-br/microsoft-365/free-office-online-for-the-web>.
- MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. de O. **Estatística Básica**. [S. l.]: Saraiva, 2010. v. 6.
- OLIVEIRA, E. C. de. **Gráfico de Controle 3-D: Uma Abordagem Utilizando o software R**. 2014. Monografia (Bacharel em Estatística) - UFC (Universidade Federal do Ceará), Fortaleza, Brasil.
- R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria: [S. n.], 2021. Disponível em: <https://www.r-project.org/>.
- RAMOS, A. W. **CEP para Processos Contínuos e em Bateladas**. [S. l.]: Editora Edgard Blücher, 2000. v. 1.
- RIBEIRO, J. L. D.; CATEN, C. S. **Série Monográfica Qualidade: Controle estatístico do processo**. [S. l.]: FEEng, 2012.
- SEMBUGS. **Ferramentas da Qualidade: Gráfico Controle**. 2009. Documento eletrônico. Disponível em: <http://sembugs.blogspot.com/2009/05/ferramenta-qualidade-grafico-controle.html>. Acesso em: 14 mai. 2021.
- VASCONCELOS, A. P. de. **Estudo do Gráfico de Controle por Grupos como uma Alternativa ao Modelo de Shewhart em Processos Paralelos**. 61 p. Dissertação (Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.
- WERKEMA, M. C. C. **Ferramentas Estatísticas Básicas para o Gerenciamento de Processos**. [S. l.]: Editora Werkema, 2006. v. 2.

APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO NO R PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS 3-D

O seguinte código do *software* R foi utilizado para a confecção dos gráficos 3-D da aplicação.

```
# Lendo o banco de dados #
dados <- dados_rolhas_metalicas[,2:22]

# Estatística descritiva #
xbarra <- round(apply(dados,2,mean),3)
xbarrabarra <- round(mean(xbarra),6)

s <- round(apply(dados,2,sd),3)
sbarra <- round(mean(dp),6)

rm <- c(0.008888889,0.025185185,0.008518519,1.77636e-15,0.004444444,
        0.003703704,0.015925926,0.038518519,0.044444444,0.014814815,
        0.024814815,0.01,0.011111111,0.008888889,0.007037037,0.005925926,
        0,0.004814815,0.005925926,0.010740741)
rmbarra <- round(mean(rm),6)

# Construção dos gráficos 3-D#

# Gráfico para a média #
LSC <- xbarrabarra + (3*(rmbarra/d2))
LC <- xbarrabarra
LIC <- xbarrabarra - (3*(rmbarra/d2))

plot(xbarra,xlab="Subgrupos",ylab="Média",type="o",
      ylim=c(5.95,6.05), pch = 16)
abline(h=LSC,col="red")
abline(h=LIC,col="red")
```

```
abline(h=LC)
```

```
# Gráfico para a amplitude móvel #
```

```
LSC2 <- D4*rmbarra
```

```
LC2 <- rmbarra
```

```
LIC2 <- D3*rmbarra
```

```
plot(xbarra,xlab="Subgrupos",ylab="Amplitude Móvel",type="o",  
      ylim=c(0,0.05), pch = 16)
```

```
abline(h=LSC2,col="red")
```

```
abline(h=LIC2,col="red")
```

```
abline(h=LC2)
```

```
# Gráfico para o desvio padrão #
```

```
LSC3 <- B4*sbarra
```

```
LC3 <- sbarra
```

```
LIC3 <- B3*sbarra
```

```
plot(xbarra,xlab="Subgrupos",ylab="Desvio Padrão",type="o",  
      ylim=c(0,0.025), pch = 16)
```

```
abline(h=LSC3,col="red")
```

```
abline(h=LIC3,col="red")
```

```
abline(h=LC3)
```

APÊNDICE B – PROGRAMAÇÃO NO R PARA O DESEMPENHO DO GRÁFICO 3-D

O seguinte código do *software* R foi utilizado para o cálculo do desempenho do gráfico 3-D na presença de alterações.

```
## Alteração na média ##

# Estatísticas #
n <- 27
c4 <- round((4*(n-1))/(4*n - 3),4)
sbarra <- 0.0166
sigmax <- round(sbarra/c4,4)
sigmaxbarra <- round(0.0166/(c4 * sqrt(n)),4)
LSC <- 6.0424
LIC <- 5.9749
xbarrabarra <- 6.0086

# Probabilidade de detecção e NMA #
probdetec_delta <- function(delta){
  F_LSC <- (LSC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/sigmaxbarra
  F_LIC <- (LIC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/sigmaxbarra
  probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
  return(probdetec)
}

NMA_delta <- function(delta){
  F_LSC <- (LSC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/sigmaxbarra
  F_LIC <- (LIC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/sigmaxbarra
  probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
  NMA <- 1/probdetec
  return(NMA)
}
```

```
probdetec0.25 <- probdetec_delta(0.25)
```

```
NMA0.25 <- NMA_delta(0.25)
```

```
probdetec0.5 <- probdetec_delta(0.5)
```

```
NMA0.5 <- NMA_delta(0.5)
```

```
probdetec0.75 <- probdetec_delta(0.75)
```

```
NMA0.75 <- NMA_delta(0.75)
```

```
probdetec1.0 <- probdetec_delta(1.0)
```

```
NMA1.0 <- NMA_delta(1.0)
```

```
probdetec1.25 <- probdetec_delta(1.25)
```

```
NMA1.25 <- NMA_delta(1.25)
```

```
probdetec1.5 <- probdetec_delta(1.5)
```

```
NMA1.5 <- NMA_delta(1.5)
```

```
probdetec1.75 <- probdetec_delta(1.75)
```

```
NMA1.75 <- NMA_delta(1.75)
```

```
probdetec2.0 <- probdetec_delta(2.0)
```

```
NMA2.0 <- NMA_delta(2.0)
```

```
probdetec2.25 <- probdetec_delta(2.25)
```

```
NMA2.25 <- NMA_delta(2.25)
```

```
probdetec2.5 <- probdetec_delta(2.5)
```

```
NMA2.5 <- NMA_delta(2.5)
```

```
probdetec2.75 <- probdetec_delta(2.75)
```

```

NMA2.75 <- NMA_delta(2.75)

probdetec3.0 <- probdetec_delta(3.0)
NMA3.0 <- NMA_delta(3.0)

# Gráficos #
delta <- c(0.25,0.5,0.75,1.0,1.25,1.5,1.75,2.0,2.25,2.5,2.75,3.0)
pdetec <- c(probdetec0.25,probdetec0.5,probdetec0.75,probdetec1.0,
            probdetec1.25,probdetec1.5,probdetec1.75,probdetec2.0,
            probdetec2.25,probdetec2.5,probdetec2.75,probdetec3.0)

plot(delta,pdetec, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "Delta",
      ylab = "Probabilidade", ylim = c(0,1), pch = 16)

NMA <- c(NMA1.5,NMA1.75,NMA2.0,NMA2.25,NMA2.5,NMA2.75,NMA3.0)

deltaNMA <- c(1.5,1.75,2.0,2.25,2.5,2.75,3.0)
plot(deltaNMA,NMA, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "Delta",
      ylab = "NMA", pch = 16)

## Alteração no desvio padrão ##

# Probabilidade de detecção e NMA #
probdetec_lambda <- function(lambda){
  F_LSC <- (LSC - xbarrabarra)/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  F_LIC <- (LIC - xbarrabarra)/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
  return(probdetec)
}

NMA_lambda <- function(lambda){
  F_LSC <- (LSC - xbarrabarra)/((lambda * sigmax)/sqrt(n))

```

```
F_LIC <- (LIC - xbarrabarra)/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
NMA <- 1/probdetec
return(NMA)
}
```

```
probdetec1.5 <- probdetec_lambda(1.5)
```

```
NMA1.5 <- NMA_lambda(1.5)
```

```
probdetec2.0 <- probdetec_lambda(2.0)
```

```
NMA2.0 <- NMA_lambda(2.0)
```

```
probdetec2.5 <- probdetec_lambda(2.5)
```

```
NMA2.5 <- NMA_lambda(2.5)
```

```
probdetec3.0 <- probdetec_lambda(3.0)
```

```
NMA3.0 <- NMA_lambda(3.0)
```

```
probdetec4.0 <- probdetec_lambda(4.0)
```

```
NMA4.0 <- NMA_lambda(4.0)
```

```
probdetec5.0 <- probdetec_lambda(5.0)
```

```
NMA5.0 <- NMA_lambda(5.0)
```

```
probdetec6.0 <- probdetec_lambda(6.0)
```

```
NMA6.0 <- NMA_lambda(6.0)
```

```
probdetec7.0 <- probdetec_lambda(7.0)
```

```
NMA7.0 <- NMA_lambda(7.0)
```

```
probdetec8.0 <- probdetec_lambda(8.0)
```

```
NMA8.0 <- NMA_lambda(8.0)
```

```
probdetec9.0 <- probdetec_lambda(9.0)
NMA9.0 <- NMA_lambda(9.0)

probdetec11.0 <- probdetec_lambda(11.0)
NMA11.0 <- NMA_lambda(11.0)

probdetec18.0 <- probdetec_lambda(18.0)
NMA18.0 <- NMA_lambda(18.0)

# Gráficos #
delta_dp <- c(1.5,2.0,2.5,3.0,4.0,5.0,6.0,7.0,8.0,9.0,11.0,18.0)
pdetec_dp <- c(probdetec1.5,probdetec2.0,probdetec2.5,probdetec3.0,
probdetec4.0,probdetec5.0,probdetec6.0,probdetec7.0,probdetec8.0,
probdetec9.0,probdetec11.0,probdetec18.0)

NMA_dp <- c(NMA1.5,NMA2.0,NMA2.5,NMA3.0,NMA4.0,NMA5.0,NMA6.0,NMA7.0,
NMA8.0,NMA9.0,NMA11.0,NMA18.0)

plot(delta_dp,pdetec_dp, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "Lambda",
ylab = "Probabilidade", pch = 16)

delta_dpNMA <- c(4.0,5.0,6.0,7.0,8.0,9.0,11.0,18.0)
NMA_dp <- c(NMA4.0,NMA5.0,NMA6.0,NMA7.0,NMA8.0,NMA9.0,
           NMA11.0,NMA18.0)

plot(delta_dpNMA,NMA_dp, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "Lambda",
ylab = "NMA", pch = 16)

## Alteração na média e desvio padrão simultaneamente ##
```

```

# Probabilidade de detecção e NMA #
probdetec_deltaelambda <- function(delta,lambda){
  F_LSC <- (LSC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  F_LIC <- (LIC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
  return(probdetec)
}

NMA_deltaelambda <- function(delta,lambda){
  F_LSC <- (LSC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  F_LIC <- (LIC - (xbarrabarra + delta * sigmax))/((lambda * sigmax)/sqrt(n))
  probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
  NMA <- 1/probdetec
  return(NMA)
}

# Delta 1.0 #
probdetec1.0e3.0 <- probdetec_deltaelambda(1.0,3.0)
NMA1.0e3.0 <- NMA_deltaelambda(1.0,3.0)

probdetec1.0e5.0 <- probdetec_deltaelambda(1.0,5.0)
NMA1.0e5.0 <- NMA_deltaelambda(1.0,5.0)

probdetec1.0e7.0 <- probdetec_deltaelambda(1.0,7.0)
NMA1.0e7.0 <- NMA_deltaelambda(1.0,7.0)

probdetec1.0e9.0 <- probdetec_deltaelambda(1.0,9.0)
NMA1.0e9.0 <- NMA_deltaelambda(1.0,9.0)

pdetec_mdp1.0 <- c(probdetec1.0e3.0,probdetec1.0e5.0,
probdetec1.0e7.0,probdetec1.0e9.0)

```



```
NMA_mdp1.0 <- c(NMA1.0e3.0,NMA1.0e5.0,NMA1.0e7.0,NMA1.0e9.0)
```

```
# Delta 1.5 #
```

```
probdetec1.5e3.0 <- probdetec_deltaelambda(1.5,3.0)
```

```
NMA1.5e3.0 <- NMA_deltaelambda(1.5,3.0)
```

```
probdetec1.5e5.0 <- probdetec_deltaelambda(1.5,5.0)
```

```
NMA1.5e5.0 <- NMA_deltaelambda(1.5,5.0)
```

```
probdetec1.5e7.0 <- probdetec_deltaelambda(1.5,7.0)
```

```
NMA1.5e7.0 <- NMA_deltaelambda(1.5,7.0)
```

```
probdetec1.5e9.0 <- probdetec_deltaelambda(1.5,9.0)
```

```
NMA1.5e9.0 <- NMA_deltaelambda(1.5,9.0)
```

```
pdetec_mdp1.5 <- c(probdetec1.5e3.0,probdetec1.5e5.0,
```

```
probdetec1.5e7.0,probdetec1.5e9.0)
```

```
NMA_mdp1.5 <- c(NMA1.5e3.0,NMA1.5e5.0,NMA1.5e7.0,NMA1.5e9.0)
```

```
# Delta 2.0 #
```

```
probdetec2.0e3.0 <- probdetec_deltaelambda(2.0,3.0)
```

```
NMA2.0e3.0 <- NMA_deltaelambda(2.0,3.0)
```

```
probdetec2.0e5.0 <- probdetec_deltaelambda(2.0,5.0)
```

```
NMA2.0e5.0 <- NMA_deltaelambda(2.0,5.0)
```

```
probdetec2.0e7.0 <- probdetec_deltaelambda(2.0,7.0)
```

```
NMA2.0e7.0 <- NMA_deltaelambda(2.0,7.0)
```

```
probdetec2.0e9.0 <- probdetec_deltaelambda(2.0,9.0)
```

```
NMA2.0e9.0 <- NMA_deltaelambda(2.0,9.0)
```

```
pdetec_mdp2.0 <- c(probdetec2.0e3.0,probdetec2.0e5.0,
probdetec2.0e7.0,probdetec2.0e9.0)

NMA_mdp2.0 <- c(NMA2.0e3.0,NMA2.0e5.0,NMA2.0e7.0,NMA2.0e9.0)

# Delta 2.5 #
probdetec2.5e3.0 <- probdetec_deltaelambda(2.5,3.0)
NMA2.5e3.0 <- NMA_deltaelambda(2.5,3.0)

probdetec2.5e5.0 <- probdetec_deltaelambda(2.5,5.0)
NMA2.5e5.0 <- NMA_deltaelambda(2.5,5.0)

probdetec2.5e7.0 <- probdetec_deltaelambda(2.5,7.0)
NMA2.5e7.0 <- NMA_deltaelambda(2.5,7.0)

probdetec2.5e9.0 <- probdetec_deltaelambda(2.5,9.0)
NMA2.5e9.0 <- NMA_deltaelambda(2.5,9.0)

pdetec_mdp2.5 <- c(probdetec2.5e3.0,probdetec2.5e5.0,
probdetec2.5e7.0,probdetec2.5e9.0)

NMA_mdp2.5 <- c(NMA2.5e3.0,NMA2.5e5.0,NMA2.5e7.0,NMA2.5e9.0)

# Delta 3.0 #
probdetec3.0e3.0 <- probdetec_deltaelambda(3.0,3.0)
NMA3.0e3.0 <- NMA_deltaelambda(3.0,3.0)

probdetec3.0e5.0 <- probdetec_deltaelambda(3.0,5.0)
NMA3.0e5.0 <- NMA_deltaelambda(3.0,5.0)

probdetec3.0e7.0 <- probdetec_deltaelambda(3.0,7.0)
```

```

NMA3.0e7.0 <- NMA_deltaelambda(3.0,7.0)

probdetec3.0e9.0 <- probdetec_deltaelambda(3.0,9.0)
NMA3.0e9.0 <- NMA_deltaelambda(3.0,9.0)

pdetec_mdp3.0 <- c(probdetec3.0e3.0,probdetec3.0e5.0,
probdetec3.0e7.0,probdetec3.0e9.0)

NMA_mdp3.0 <- c(NMA3.0e3.0,NMA3.0e5.0,NMA3.0e7.0,NMA3.0e9.0)

# Gráficos #
lambda_mdp <- c(3.0,5.0,7.0,9.0)
plot(lambda_mdp,pdetec_mdp1.0, type = "o", col = "#FD8D3C", xlab = "Lambda",
ylab = "Probabilidade", ylim = c(0.03,1), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,pdetec_mdp1.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#FC4E2A",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(0.03,1), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,pdetec_mdp2.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#E31A1C",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(0.03,1), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,pdetec_mdp2.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#BD0026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(0.03,1), , pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,pdetec_mdp3.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#800026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(0.03,1), , pch = 16)

plot(lambda_mdp,NMA_mdp1.0, type = "o", col = "#FD8D3C", xlab = "Lambda",
ylab = "NMA", ylim = c(1,25.107063), pch = 16)
par(new = TRUE)

```

```
plot(lambda_mdp,NMA_mdp1.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#FC4E2A",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,25.107063), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp2.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#E31A1C",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,25.107063), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp2.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#BD0026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,25.107063), , pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp3.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#800026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,25.107063), , pch = 16)

# Com escala menor #
plot(lambda_mdp,NMA_mdp1.0, type = "o", col = "#FD8D3C",
xlab = "lambda",ylab = "NMA", ylim = c(1,8), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp1.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#FC4E2A",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,8), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp2.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#E31A1C",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,8), pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp2.5, type = "o", axes = FALSE,col = "#BD0026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,8), , pch = 16)
par(new = TRUE)
plot(lambda_mdp,NMA_mdp3.0, type = "o", axes = FALSE,col = "#800026",
xlab = "",ylab = "", ylim = c(1,8), , pch = 16)
```

ANEXO A – CONSTANTES PARA OS CÁLCULOS DOS LIMITES DE CONTROLE

A Tabela 8 apresenta os valores das constantes necessárias para os cálculos dos limites de controle.

Tabela 8 – Fatores para o cálculo de limites de controle

n	c_4	d_2	B_3	B_4	D_3	D_4
2	0,7979	1,128	0	3,267	0	3,267
3	0,8862	1,693	0	2,568	0	2,575
4	0,9213	2,059	0	2,266	0	2,282
5	0,9400	2,326	0	2,089	0	2,115
6	0,9515	2,534	0,030	1,970	0	2,004
7	0,9594	2,704	0,118	1,882	0,076	1,924
8	0,9650	2,847	0,185	1,815	0,136	1,864
9	0,9693	2,970	0,239	1,761	0,184	1,816
10	0,9727	3,078	0,284	1,716	0,223	1,777
11	0,9754	3,173	0,321	1,679	0,256	1,744
12	0,9776	3,258	0,354	1,646	0,283	1,717
13	0,9794	3,336	0,382	1,618	0,307	1,693
14	0,9810	3,407	0,406	1,594	0,328	1,672
15	0,9823	3,472	0,428	1,572	0,347	1,653
16	0,9835	3,532	0,448	1,552	0,363	1,637
17	0,9845	3,588	0,466	1,534	0,378	1,622
18	0,9854	3,640	0,482	1,518	0,391	1,608
19	0,9862	3,689	0,497	1,503	0,403	1,597
20	0,9869	3,735	0,510	1,490	0,415	1,585
21	0,9876	3,778	0,523	1,477	0,425	1,575
22	0,9882	3,819	0,534	1,466	0,434	1,566
23	0,9887	3,858	0,545	1,455	0,443	1,557
24	0,9892	3,895	0,555	1,445	0,451	1,548
25	0,9896	3,931	0,565	1,435	0,459	1,541

Fonte: Werkema (2006)