



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA APLICADA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

FILIPE CANGUSSÚ FERNANDES VARGENS

**A RELAÇÃO ENTRE EFICIÊNCIA DO INVESTIMENTO EDUCACIONAL E
QUALIDADE DA GESTÃO ESCOLAR**

FORTALEZA

2022

FILIPPE CANGUSSÚ FERNANDES VARGENS

A RELAÇÃO ENTRE EFICIÊNCIA DO INVESTIMENTO EDUCACIONAL E QUALIDADE
DA GESTÃO ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Barros Barbosa

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

V428r Vargens, Filipe Cangussú Fernandes.
A relação entre eficiência do investimento educacional e qualidade da gestão escolar / Filipe Cangussú
Fernandes Vargens. – 2023.
48 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia,
Administração, Atuária e Contabilidade, Curso de Ciências Econômicas, Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. Rafael Barros Barbosa.

1. Eficiência Técnica . 2. Gastos Educacionais . 3. Análise de Fronteira Estocástica. 4. Economia da
Educação. I. Título.

CDD 330

FILIPE CANGUSSÚ FERNANDES VARGENS

A RELAÇÃO ENTRE EFICIÊNCIA DO INVESTIMENTO EDUCACIONAL E QUALIDADE
DA GESTÃO ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Ciências Econômicas.

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Rafael Barros Barbosa (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Ma. Antônia Amanda de Araújo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Me. Pedro Alexandre Santos Veloso
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Ma. Ana Cléssia Pereira Lima de Araújo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

RESUMO

Este trabalho coletou dados escolares do ensino fundamental público de mais de 4800 municípios, dos anos de 2013 a 2015, e verificou a relação entre a eficiência dos gastos educacionais sobre o desempenho escolar e a qualidade da gestão das escolas. Os índices de eficiência foram estimados por meio dum modelo de Análise de Fronteira Estocástica; a regressão entre eficiência e gestão, por um modelo de efeitos fixos. De acordo com os resultados, os estados mais eficientes são aqueles concentrados nas regiões Sul e Sudeste; os menos eficientes, nas regiões Norte e Nordeste. Por fim, encontramos uma correlação estatisticamente significativa entre eficiência do gasto educacional e qualidade da gestão: uma variação de 1% no índice de gestão está associada a uma variação de cerca de 0,04% na média aritmética dos índices de eficiência do gasto educacional.

Palavras-chave: Eficiência Técnica. Gastos Educacionais. Análise de Fronteira Estocástica. Economia da Educação.

ABSTRACT

This paper collects public elementary school data from more than 4800 municipalities, from 2013 to 2015, and verifies the relation between the efficiency of public expenditure on education and the quality of management of schools. Efficiency indices were estimated using the Stochastic Frontier Analysis model; the regression between efficiency and management, using the fixed effects model. According to the results, the most efficient states are those in the South and Southeast regions; the least efficient, those in the North and Northeast regions. Finally, we found a statistically significant correlation between efficiencies of public expenditure on education and management quality: one percentage change in the management quality index is associated with a percentage change of about 0.04% in the arithmetic mean of the efficiency indices.

Keywords: Technical Efficiency. Public Expenditure on Education. Stochastic Frontier Analysis. Education Economics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráficos de Dispersão entre as notas do SAEB e o Gasto Per Capita	23
Figura 2 – <i>Boxplot</i> das eficiências (<i>Cobb-Douglas</i>)	33
Figura 3 – <i>Boxplot</i> das eficiências (<i>Translog</i>)	34
Figura 4 – Eficiência por estado - LP5 (1)	35
Figura 5 – Eficiência por estado - LP9 (1)	36
Figura 6 – Eficiência por estado - MT5 (1)	36
Figura 7 – Eficiência por estado - MT9 (1)	37
Figura 8 – Eficiência por estado - Abandono (1)	37
Figura 9 – Eficiência por estado - LP5 (2)	38
Figura 10 – Eficiência por estado - LP9 (2)	39
Figura 11 – Eficiência por estado - MT5 (2)	40
Figura 12 – Eficiência por estado - MT9 (2)	40
Figura 13 – Eficiência por estado - Abandono (2)	41
Figura 14 – Eficiência por região	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados: Produto, Insumos e Variáveis Ambientais	17
Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos dados utilizados	18
Tabela 3 – Resultados da estimação do modelo de efeitos fixos	21
Tabela 4 – Estimação da Fronteira Estocástica (<i>Cobb-Douglas</i>)	31
Tabela 5 – Estimação da Fronteira Estocástica (<i>Translog</i>)	32
Tabela 6 – Correlação entre qualidade da gestão escolar e eficiência	43
Tabela 7 – Correlação entre qualidade da gestão escolar e a média das eficiências	44

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	REVISÃO DE LITERATURA	12
2.1	Eficiência em Educação	12
2.2	Qualidade da Gestão Escolar	14
3	DADOS	17
4	ESTRATÉGIA EMPÍRICA	20
4.1	Relação Entre Gasto e Educação	20
4.2	Estimação da fronteira estocástica	22
4.2.1	<i>Revisão Teórica da Análise de Fronteira Estocástica</i>	24
4.2.1.1	<i>Fronteira de Produção</i>	24
4.2.1.2	<i>Fronteira de custos</i>	26
4.2.1.3	<i>Dados em painel</i>	26
4.2.1.4	<i>Variáveis de Controle ou Ambientais</i>	27
4.2.2	<i>Estimação das Fronteiras Estocásticas</i>	27
4.2.3	<i>Relação entre eficiência e qualidade da gestão escolar</i>	29
5	RESULTADOS	30
5.1	Eficiência	30
5.2	Distribuição das eficiências	33
5.3	Relação da eficiência com qualidade da gestão escolar	41
6	CONCLUSÕES	45
	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, não há evidência suficiente para dizer que em geral um maior investimento em educação implica necessariamente numa melhoria do desempenho dos alunos do ensino básico (AMARAL; FILHO, 2009; MONTEIRO, 2015; FABRE *et al.*, 2017; MORAIS *et al.*, 2018; COSTA *et al.*, 2021) ¹.

Não que a demanda por mais investimentos educacionais se injustifique: a percepção dos problemas econômicos, como a baixa produtividade do trabalho, e dos efeitos da desigualdade social, especialmente quando falamos do acesso de estudantes de diferentes classes sociais ao Ensino Superior, decerto explica por que a sociedade em geral não discordaria de políticas que destinassem mais recursos à educação. O que se demanda, no entanto, é uma maior qualidade do ensino, qualidade que só se alcança por meio do uso eficiente dos recursos. Assim, se por um lado o investimento público é imprescindível para o funcionamento do sistema educacional, por outro é preciso também investigar a eficiência de seu uso. O debate sobre o problema da gestão dos recursos destinados à educação vem felizmente crescendo nos últimos anos, e este trabalho pretende contribuir com essa literatura.

A educação é um direito constitucional, um dever da família e do Estado e também um importante promotor do desenvolvimento econômico e social. Além dos ganhos individuais de quem se beneficia da educação, como o aumento da produtividade, as externalidades positivas para a sociedade incluem diminuição da criminalidade e melhoria da qualidade da participação política (OLIVEIRA, 2017).

A provisão ineficiente de quaisquer bens públicos, porém, implica em custos de oportunidade para a sociedade que os financia: uma vez que a mesma quantidade de recursos arrecadados poderia ser convertida em maiores benefícios para todos, estimar a eficiência do seu uso é necessário se quisermos saber o quão bem a administração pública opera e quais tipos de bens requerem mais ou menos investimentos e incentivos, em termos de gestão ou de provisão. Além disso, uma análise do gasto público é capaz de nos dizer, não apenas o desempenho na provisão dos bens, como não menos os fatores determinantes desse desempenho: conhecê-los permite a fundamentação de políticas públicas mais precisas e menos dispendiosas, convenientes em especial para os países em desenvolvimento, com orçamentos mais restritos e arranjos institucionais mais frágeis.

¹ Para a evidência oposta, embora minoritária, de que há relação, vide Oliveira *et al.* (2016) e Soares e Clemente (2013)

Portanto, neste trabalho, propusemo-nos a analisar a eficiência do investimento público na educação e relacioná-la com a qualidade da gestão. Se uma variação no gasto não está correlacionada com uma variação no desempenho dos alunos, conjecturamos que o efeito do aumento dos recursos dependa da maneira com que são geridos.

Para isso, em primeiro lugar, estimamos a eficiência técnica com que os municípios brasileiros usam os recursos destinados à educação, para os anos de 2013 e 2015. A eficiência técnica, aliás, se refere à diferença entre o produto em potencial, possível de se produzir, e o produto efetivo, para uma mesma determinada quantidade de insumos, ou a diferença entre a quantidade utilizada de insumos e a quantidade mínima possível para um mesmo nível de produto. O nível de produto factível e o nível mínimo de insumos necessários para um determinado nível de produto é o que descrevem respectivamente a Fronteira de Possibilidade de Produção e a Fronteira de Custos (BOUERI *et al.*, 2015; DANCER; BLACKBURN, 2017).

Para estimar as eficiências municipais, usamos um modelo de Análise de Fronteira Estocástica, que nos informa se para um determinado nível de insumos é possível aumentar ou não o nível do produto, ou vice-versa — se para um determinado nível de produto é possível reduzir a quantidade dos insumos (DANCER; BLACKBURN, 2017). Neste caso, estimamos as eficiências tomando como produto, representante do desempenho dos alunos, as notas do SAEB de Língua Portuguesa e Matemática do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e, como insumo mais importante, o gasto público per capita municipal destinado à educação. Além disso, para verificar o quão eficientes os municípios são em utilizar os recursos com o fim de evitar o abandono escolar, estimamos uma fronteira de custos: tomando como produto a taxa de abandono e como insumo mais importante o gasto público per capita municipal destinado à educação.

Depois, estimados os índices de eficiência para cada variável representante do desempenho escolar e para a taxa de abandono, verificamos se os municípios mais eficientes também são aqueles que adotam melhores práticas de gestão. Por meio do modelo de efeitos fixos, controlando os efeitos por município e ano, estimamos a relação entre os índices de eficiência e os índices de qualidade de gestão.

Em nove dos dez modelos de regressão estimados, cinco para cada especificação da forma funcional adotada na Análise de Fronteira Estocástica, os resultados mostraram uma correlação estatisticamente significativa do índice de qualidade de gestão com o índice de eficiência do gasto em educação. Também se verificou a mesma significância estatística na correlação entre o índice de gestão e a média aritmética das eficiências em cada uma das duas

especificações.

Este trabalho se divide, por fim, da seguinte maneira: primeiro revisamos os resultados e métodos presentes na literatura mais recente, tanto acerca da eficiência do investimento público em educação, quanto acerca da gestão escolar; depois apresentamos com mais detalhes os dados utilizados para a estimação das eficiências e da correlação; em seguida, estimamos um modelo de efeitos fixos, para mostrar a ausência de correlação entre gasto público em educação e desempenho escolar; revisamos a teoria por trás do modelo de Análise de Fronteira Estocástica, bem como justificamos nossa escolha por ele; especificamos a estratégia empírica para a estimação das eficiências e da correlação entre o índice de eficiência do gasto público em educação e o índice de qualidade da gestão escolar e, por último, apresentamos os resultados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Eficiência em Educação

A literatura recente acerca da eficiência do gasto público na educação é bastante diversa em termos de modelos e de escolha das variáveis de insumos, produto e controle. Dois são os tipos de modelos para estimação da eficiência: os modelos paramétricos e os não-paramétricos. Os modelos paramétricos são aqueles que exigem a especificação de uma forma funcional; os não-paramétricos, aqueles que estimam a eficiência sem a necessidade dessa especificação. Desses dois tipos, a Análise Envoltória de Dados (DEA), entre os modelos não-paramétricos, e a Análise de Fronteira Estocástica (SFA), entre os paramétricos, são os mais utilizados.

Quanto às variáveis de controle e os determinantes da eficiência, em Sibiano e Agasisti (2013) o PIB per capita figura como o que melhor explica a eficiência do gasto público em educação. Isso pode significar que melhores condições socioeconômicas levam a um melhor uso dos recursos. Há, aliás, evidência o bastante de que as condições socioeconômicas dos alunos impactam significativamente a eficiência dos gastos educacionais (CHAKRABORTY, 2009; AGASISTI; BELFIELD, 2016; MININGOU; VIERSTRAETE, 2017; ROSA *et al.*, 2018; TITUS *et al.*, 2021; D'ELIA; FERRO, 2021; ULKHAQ, 2021) e de que seja essencial a inclusão de fatores socioeconômicos para evitar estimações equivocadas (CHAKRABORTY, 2009), uma vez que a eficiência não dependa somente dos insumos que a afetem diretamente, mas também daquelas variáveis que se correlacionam com ela. É o caso da taxa de abandono/reprovação (MOREIRA, 2017) e do conhecimento prévio dos alunos (KIRJAVAINEN, 2012) que, segundo Dancer e Blackburn (2017), consiste na variável que melhor explica a eficiência das escolas.

Quanto às características das escolas e dos municípios, Bernardo *et al.* (2021) constatou uma correlação do nível da eficiência com uma menor população dos municípios e uma menor quantidade de alunos por sala. Segundo Corrêa (2021), escolas em tempo integral apresentaram níveis mais altos de eficiência, que também são significativamente impactados pelo número de professores (SCIPPACERCOLA; D'AMBRA, 2014). Aliás, nos municípios, alto investimento em educação, em estrutura e em recursos humanos também é significativamente correlacionado com altos índices de eficiência; o efeito é nulo, contudo, para investimentos pontuais e de curto prazo, como os que ocorrem por estratégia política em anos de eleição (OLIVEIRA, 2017).

Enfim, descentralização, políticas de melhor alocação de recursos e escolas menores,

por sua vez, estão correlacionados com maiores eficiências (SUTHERLAND *et al.*, 2010b), mas a influência de fatores geográficos e demográficos torna esse efeito heterogêneo entre as regiões de um mesmo país (GONÇALVES; FRANÇA, 2013; OLIVEIRA, 2017; BERNARDO *et al.*, 2021; D'ELIA; FERRO, 2021). De fato, segundo Agasisti e Gralka (2019), as diferenças de eficiência do gasto público na educação entre diferentes unidades geográficas analisadas podem dever-se a uma ineficiência persistente de longo prazo.

No contexto regional brasileiro, essas diferenças entre regiões são bastante claras e marcadas. Historicamente, segundo Zoghbi *et al.* (2009), para os anos de 2003 e 2004, poucos estados estavam localizados na fronteira de eficiência. A análise de Benegas (2012), para os estados ao longo do período de 2002 a 2005, concluiu que a região Sul apresentava os melhores indicadores de eficiência; a região Nordeste, os piores. A nível municipal, porém, de acordo com Gonçalves e França (2013), Minas Gerais e Bahia respectivamente foram os estados que, no ano de 2005, apresentaram maior quantidade de municípios eficientes.

Apesar de Zoghbi *et al.* (2009) ter concluído que desempenho não está necessariamente ligado a eficiência, de acordo com a análise feita por Rosa *et al.* (2018), 91% das escolas de ensino fundamental em 2013 possuíam condições de alcançar uma nota maior na Prova Brasil para o mesmo nível de recursos já aplicados. Por conseguinte, segundo Moreira (2017), no período de 2007 a 2013, enquanto estados como São Paulo, Paraná, Rio de Janeiro e Minas Gerais apresentaram uma ineficiência bastante elevada para o quão economicamente desenvolvidos se encontravam uma vez comparados com o resto dos estados, a região Nordeste passou a apresentar maiores níveis de eficiência: as maiores eficiências médias foram constatadas nos estados de Ceará, Alagoas, Maranhão e Pernambuco; as menores, em estados como Roraima, Rondônia, Acre e Amapá.

Analisando quase o mesmo período, no entanto, Bernardo *et al.* (2021) encontrou evidência contrária: estimadas as eficiências por meio do modelo de Análise de Fronteira Estocástica para os anos de 2009 a 2013, os estados mais eficientes foram os das regiões Sul e Sudeste; os menos eficientes, os das regiões Norte e Nordeste. Assim também, em Rodrigues *et al.* (2018), a análise do ano de 2012 mostrou que quase todos os municípios do Nordeste na verdade poderiam ainda, além de operar com retornos crescentes de escala, diminuir pouco menos de 50% dos gastos para um mesmo nível de produto.

2.2 Qualidade da Gestão Escolar

Gestão consiste no conjunto de “práticas usadas na coordenação dos recursos visando um objetivo comum, como a alocação de tarefas e o monitoramento de sua realização” (ADELMAN; LEMOS, 2021). Melhores práticas de gestão possuem pelo menos alguma correlação com o melhor desempenho escolar (FRYER, 2014; BLOOM *et al.*, 2015; LEAVER *et al.*, 2019; ADELMAN; LEMOS, 2021).

Para explicar esse vínculo, Leaver *et al.* (2019) forneceu um arranjo teórico, compreendendo um processo de duas etapas: primeiro, boas práticas de gestão implicam na contratação de profissionais mais qualificados e no uso mais eficiente dos recursos; segundo, o desempenho dos alunos é influenciado pelo dos professores, como também por um ambiente escolar mais adequado e favorável ao aprendizado. Enfim, reciprocamente, uma gestão de qualidade é capaz de selecionar professores com habilidades e motivações intrínsecas, que impulsionam o desempenho dos alunos, ao mesmo tempo que, por sua vez, os professores mais qualificados optarão por aquelas escolas que os recompensem pelo desempenho.

A formalização disso assume a forma de uma função de produção:

$$y = A(L, K) + \varepsilon \quad (2.1)$$

em que y seja o aprendizado do aluno, A a produtividade associada à escola, (L, K) respectivamente insumos de trabalho e capital que façam parte da educação do aluno e ε o erro. As autoras, então, especificam o aprendizado como:

$$y = \theta e + \alpha + \varepsilon \quad (2.2)$$

em que θ seja a habilidade do professor, e a dedicação do professor e a a dedicação da família.

Desse modo, a qualidade da gestão escolar pode ser captada por meio das variáveis da seguinte maneira: melhores práticas de gestão selecionam os professores mais qualificados e criam um ambiente mais adequado aos incentivos corretos, fatores respectivamente associados a um maior θ e a um maior e . Além disso, uma gestão de qualidade estimula, nos alunos, um melhor aprendizado e , nos pais, uma maior participação no ensino dos filhos, o que implica afinal em um a maior.

Ainda assim, apesar de nos fornecerem explicações de como os recursos destinados à educação são transformados em resultados que afetem o aprendizado dos alunos, poucos

trabalhos têm empreendido analisar a qualidade da gestão (ADELMAN; LEMOS, 2021). Isso porque a tarefa requer antes a construção de um índice que a mensure e com a qual os desempenho escolar possa ser comparado.

Para isso, Bloom *et al.* (2015) adotou as diretrizes da *World Management Survey* (WMS), antes focadas na gestão privada, para a análise da gestão pública. Consiste na criação de um índice de qualidade de gestão com base em quatro áreas principais: atuação, monitoramento, definição de metas e pessoal, que podem ser agrupados em gestão operacional e gestão de pessoas. A coleta dos dados é feita por meio de entrevistas por telefone a diretores de escolas, para verificar o uso de determinadas práticas de gestão. O índice é construído a partir das médias das avaliações das respostas a cada tópico com uma nota de um a cinco, da pior à melhor prática. Entre esses itens aplicados na gestão das escolas, está a presença ou não de uma padronização dos métodos de ensino ao longo do tempo, segundo o qual os alunos sigam uma trajetória coerente de aprendizado; de um planejamento pedagógico que se baseie em dados (*Data-Driven*); de adoção das melhores práticas educacionais; do emprego de métricas que registrem o desempenho da escola; de regras de incentivos aos empregados etc. As entrevistas são duplo-cegas: isto é, nem o entrevistador, apropriadamente qualificado para a função, sabe coisa alguma sobre os dados de desempenho das escolas cujos diretores entrevista, nem os entrevistados sabem que estão sendo avaliados nas suas respostas.

Essa abordagem da *World Management Survey* (WMS), no entanto, de se mensurar a qualidade da gestão a partir de questionários, é sem dúvidas custosa e demorada, especialmente para aplicar-se em grande escala. Confrontando-a, por conseguinte, é que Leaver *et al.* (2019) introduz uma alternativa mais barata e viável de mensurar-se o índice, uma vez que, segundo os autores, a avaliação com base nos itens do questionário poderia substituir-se por uma com base nos dados públicos das escolas, especificamente os dados do PISA.

O método passa por identificarem-se os tópicos similares entre o questionário da WMS e as questões do PISA; depois, convertem-se as notas do PISA às avaliações do questionário e, daí, constrói-se o índice com base nas médias dessas avaliações. Por fim, uma vez que os dados do PISA são reportados pelas próprias escolas e não por um entrevistador independente, para contornar o problema que existe nessa metodologia da possibilidade de os dados não serem totalmente precisos, mas afetados pelo agente que os reporta, os autores tomaram as pontuações do WMS como referência: se os dados reportados do PISA forem exatos, deve haver uma similaridade entre um e outro.

A importância da gestão, enfim, se assenta justo no fato de que todo e qualquer recurso destinado à educação passa por um método de alocação e de uso local dependente da administração. Na América Latina, muito da qualidade administrativa é afetada por vícios institucionais, como a indicação política de pessoas tecnicamente pouco preparadas, a falta de programas de incentivo e apoio à formação contínua de gestores competentes e a má alocação de recursos públicos. Embora aprimoramentos na infraestrutura das escolas e na formação dos professores impactem o desempenho dos alunos, a longo prazo qualquer efeito só se sustentará com uma gestão adequada. Como a gestão não só consiste em um indicativo do desempenho das escolas individuais, mas também do sistema educacional como um todo, medir a relação entre gestão e desempenho escolar também pode nos indicar onde estão as deficiências e capacidades do ensino, bem como quais políticas públicas poderiam ser implementadas em busca de melhorias (ADELMAN; LEMOS, 2021).

3 DADOS

Para este trabalho, utilizamos dados educacionais das escolas do ensino fundamental dos anos de 2013 e 2015 ¹, agregados por município.

O modelo de Análise de Fronteira Estocástica nos permite estimar a eficiência das Unidades Tomadoras de Decisão (*DMUs*) por meio da inclusão de variáveis-produto (*outputs*) e variáveis-insumo (*input*), além de variáveis chamadas ambientais, que não afetam diretamente o produto mas podem estar ou não correlacionadas com ele (BATTESE; COELLI, 1995).

Assim, a Tabela 1 mostra os dados recolhidos, sejam produtos, insumos ou variáveis ambientais; a Tabela 2, suas estatísticas descritivas.

Tabela 1 – Dados: Produto, Insumos e Variáveis Ambientais

Produtos	Notas de Língua Portuguesa (5º e 9º ano) Notas de Matemática (5º e 9º ano) Taxa de Abandono
Insumos	Gasto municipal per capita em educação Remuneração média dos docentes Média de alunos por turma
Ambientais	Percentual de docentes com curso superior Média do índice de regularidade do corpo docente Adequação da formação docente Complexidade de gestão da escola Taxas de rendimento: - Aprovação - Reprovação - Abandono

Fonte: elaborado pelos autores

As notas de Língua Portuguesa e Matemática, para os anos de 2013 e 2015, são do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). O gasto municipal per capita em educação é disponibilizado pela Secretaria do Tesouro Nacional (FINBRA). O resto das variáveis provém da base de dados de indicadores educacionais disponibilizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), no site do governo federal ². Com exceção da Complexidade de Gestão da Escola e da Remuneração Média dos Docentes (que não estava disponível por escola, mas apenas por município), todos os dados foram primeiro coletados por escola e depois agregados por município.

¹ N.B.: os dados da remuneração média dos docentes para o ano de 2013 não estavam disponíveis, pelo que optamos por usar, em seu lugar, os dados disponíveis para o ano de 2014.

² <<https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais>>

Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos dados utilizados

Estatística	Média	Desvio-Padrão
Afd1 (%)	45,203	24,498
Afd2 (%)	0,872	2,679
Afd3 (%)	23,234	15,819
Afd4 (%)	2,940	5,287
Afd5 (%)	27,751	24,698
Média de alunos por turma	17,692	4,413
MIRD	3,034	0,512
Aprovação (%)	92,144	6,356
Reprovação (%)	6,448	5,187
Abandono (%)	1,408	2,063
Superior (%)	72,079	24,415
Salário Médio	1 983,755	580,243
Salário Médio (padronizado)	2 677,928	974,356
complex.1 (%)	32,362	22,720
complex.2 (%)	34,313	22,809
complex.3 (%)	15,217	18,087
complex.4 (%)	5,529	10,608
complex.5 (%)	10,030	14,114
complex.6 (%)	2,549	7,199
SAEB: LP5	218,830	34,292
SAEB: MT5	229,982	31,142
SAEB: LP9	242,657	17,727
SAEB: MT9	248,378	18,705
Gasto municipal per capita	32 922 923	134 021 820
Observações: 9 629		

Fonte: elaborado pelos autores.

Nota: Observações com valores faltantes foram removidas

A média do índice de regularidade do corpo docente (*MIRD*) é construída a partir da média, agrupada por municípios, do índice IRD (índice de regularidade do corpo docente), que varia de zero a cinco e mede a regularidade do vínculo do professor para com a escola: quanto mais próximo de zero, mais irregular; quanto mais próximo de cinco, mais regular.

A adequação da formação docente (*afd*), agrupada pela média dos municípios, mede a percentagem de: 1) Docentes com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que lecionam; 2) Docentes com formação superior de bacharelado (sem complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que lecionam; 3) Docentes com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em área diferente daquela que lecionam; 4) Docentes com formação superior não considerada nas categorias anteriores; 5) Docentes sem formação superior.

A complexidade de gestão da escola (*complex.*), por sua vez, consiste num indicador que varia de um a seis, da gestão menos complexa para a mais complexa, e mede, e.g., o número de matrículas que uma determinada escola possui, de turnos em que opera e o tipo de educação que oferece (se básica, fundamental etc.); frise-se que complexidade de gestão não significa, no entanto, qualidade de gestão, mas antes o quão complexo é administrar a escola. A base de dados de complexidade de gestão escolar recolhida para este trabalho foi a agrupada por municípios: assim, por exemplo, os dados nos informam a porcentagem de escolas de cada nível para cada município.

Escolhemos as notas do SAEB como produto por serem uma representação razoável do desempenho dos alunos. Como insumos, o gasto municipal per capita em educação é representativo dos recursos necessários ao ensino; a remuneração média dos docentes, da qualidade dos professores; e a média de alunos por turma, enfim, da estrutura física da escola. Como variáveis ambientais, o percentual de docentes com curso superior e a regularidade do corpo docente esperam correlacionar-se com níveis mais altos de desempenho, mas não se constituem insumos no modelo. Assim também, julgamos a adequação da formação docente, a complexidade de gestão da escola e as taxas de rendimento como fatores que antes explicam a eficiência no produto, mas não o causam.

Enfim, para a regressão do modelo de efeitos fixos, utilizamos os índices de eficiência do gasto educacional, estimados por meio da Análise de Fronteira Estocástica, e o índice de qualidade de gestão, obtido a partir da metodologia desenvolvida por Leaver *et al.* (2019): a diferença é que utilizamos a adaptação do índice de gestão aplicado, não ao PISA, mas ao SAEB.

4 ESTRATÉGIA EMPÍRICA

4.1 Relação Entre Gasto e Educação

Para verificar, a princípio, a relação do gasto municipal per capita destinado a educação com o desempenho escolar, i.e., com as notas do SAEB de Língua Portuguesa e Matemática do 5º e 9º anos, estimamos um modelo de efeitos fixos em painel, para cada nota do SAEB e também para a média das notas:

$$\ln(SAEB_{it}) = \beta_1 \ln(gasto_{it}) + \beta \ln(X_{it}) + \alpha_i + \delta_t + u_{it} \quad (4.1)$$

Em que X_{it} seja um vetor de variáveis de controle, incluindo todas aquelas descritas na Tabela 1: i.e., o salário médio dos docentes, a média de alunos por turma, a taxa de aprovação, reprovação e abandono, a média do indicador de regularidade docente, a percentagem de docentes com curso superior, a adequação da formação docente e a complexidade de gestão da escola. Como assumimos a existência de variáveis omitidas, que tanto são constantes entre os municípios, mas variam ao longo do tempo, quanto constantes ao longo do tempo, mas variam entre os municípios, controlamos o modelo por município e ano. Assim, α_i capta aquelas características individuais dos municípios que não variam ao longo do tempo; δ_t , aquelas que variam ao longo do tempo mas são constantes entre os municípios.

Os resultados, conferíveis na Tabela 3, indicam não haver relação estatisticamente significativa entre gasto municipal per capita e desempenho escolar, para nenhuma das notas individuais do SAEB, tampouco para a média das notas. Isso pode ser visualizado na Figura 4.1, em que os gráficos de dispersão não parecem indicar nenhum vínculo coerente entre gasto e desempenho escolar. Verifica-se, no entanto, correlação significativa do salário médio do professor com todas as notas do SAEB, exceto as notas de Língua Portuguesa do 9º ano.

Um coeficiente de 0,0413 para o logaritmo do salário médio dos professores, significativo a 1%, sugere que uma variação percentual unitária no salário médio dos professores aumenta, em média, as notas de Língua Portuguesa do 5º ano em 0,0413%. Os valores dos coeficientes indicam um incremento de em média 0,0458% nas notas de Matemática do 5º ano, um incremento de 0,0147% nas notas de Matemática do 9º ano e de 0,0303% na média da notas, para uma variação unitária percentual no salário médio dos professores.

A média de alunos por turma não foi estatisticamente significativa para nenhuma das notas do SAEB. Já o abandono, como esperado, mostrou uma correlação negativa com as notas,

Tabela 3 – Resultados da estimação do modelo de efeitos fixos

Variáveis Dependentes:	ln(LP5)	ln(LP9)	ln(MT5)	ln(MT9)	ln(\overline{SAEB})
<i>Variáveis</i>					
ln(gasto_fund)	0,0011 (0,0035)	0,0009 (0,0019)	0,0030 (0,0037)	0,0017 (0,0019)	0,0016 (0,0023)
ln(salario_medio)	0,0413*** (0,0154)	0,0121 (0,0089)	0,0458*** (0,0161)	0,0147* (0,0087)	0,0303*** (0,0106)
ln(salario_medio_pad)	0,0012 (0,0100)	-0,0027 (0,0057)	-0,0008 (0,0108)	-0,0041 (0,0053)	-0,0014 (0,0068)
ln(media_aluno_turma)	0,0121 (0,0109)	0,0011 (0,0064)	0,0160 (0,0111)	-0,0035 (0,0062)	0,0082 (0,0075)
ln(abandono+1)	-0,0125*** (0,0038)	-0,0010 (0,0025)	-0,0126*** (0,0040)	-0,0010 (0,0023)	-0,0076*** (0,0026)
ln(aprovacao+1)	0,0208 (0,0375)	0,0412* (0,0221)	0,0120 (0,0392)	0,0339* (0,0201)	0,0260 (0,0257)
ln(MIRD)	0,0394*** (0,0119)	0,0048 (0,0072)	0,0377*** (0,0130)	0,0026 (0,0071)	0,0235*** (0,0085)
ln(superior+1)	0,0435*** (0,0094)	-0,0023 (0,0060)	0,0506*** (0,0101)	0,0067 (0,0053)	0,0266*** (0,0063)
ln(afd1+1)	0,0102* (0,0062)	0,0028 (0,0040)	0,0057 (0,0068)	-0,0009 (0,0032)	0,0052 (0,0041)
ln(afd2+1)	0,0079*** (0,0020)	0,0030** (0,0014)	0,0111*** (0,0021)	0,0016 (0,0014)	0,0066*** (0,0014)
ln(afd3+1)	0,0062** (0,0028)	-0,0010 (0,0020)	0,0071** (0,0029)	-0,0003 (0,0019)	0,0034* (0,0019)
ln(afd4+1)	0,0040** (0,0018)	-0,0012 (0,0012)	0,0045** (0,0020)	-0,0017 (0,0012)	0,0018 (0,0013)
ln(complex1+1)	-0,0001 (0,0015)	0,0012 (0,0009)	-0,0003 (0,0016)	0,0003 (0,0009)	0,0003 (0,0011)
ln(complex2+1)	-0,0005 (0,0015)	0,0022** (0,0011)	-0,0015 (0,0016)	0,0007 (0,0010)	0,0002 (0,0011)
ln(complex3+1)	0,0031** (0,0013)	0,0009 (0,0008)	0,0033** (0,0014)	0,0005 (0,0008)	0,0021** (0,0009)
ln(complex4+1)	0,0018 (0,0013)	0,0004 (0,0007)	0,0014 (0,0014)	-0,0002 (0,0007)	0,0010 (0,0009)
ln(complex5+1)	0,0014 (0,0013)	0,0002 (0,0008)	0,0003 (0,0013)	0,0003 (0,0008)	0,0006 (0,0009)
<i>Estatísticas</i>					
Observações	9 629	9 629	9 629	9 629	9 629
R ²	0,94192	0,90395	0,91272	0,91336	0,93979
Within R ²	0,04743	0,00557	0,04900	0,00412	0,03751

Erros-padrão agrupados (pelos municípios) em parênteses

*Significâncias: ***: 0,01; **: 0,05; *: 0,1*

Fonte: elaborada pelos autores

estatisticamente significativa para as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º ano e para a média das notas. Para essas três variáveis dependentes também foram estatisticamente significantes o percentual de professores com ensino superior e a média do indicador de regularidade docente. Uma variação de 1% na proporção de professores com ensino superior impacta em média positivamente em cerca de 0,03% as notas de Língua Portuguesa do 5º ano, em cerca de 0,05% as de Matemática do 5º ano e em 0,02% a média das notas.

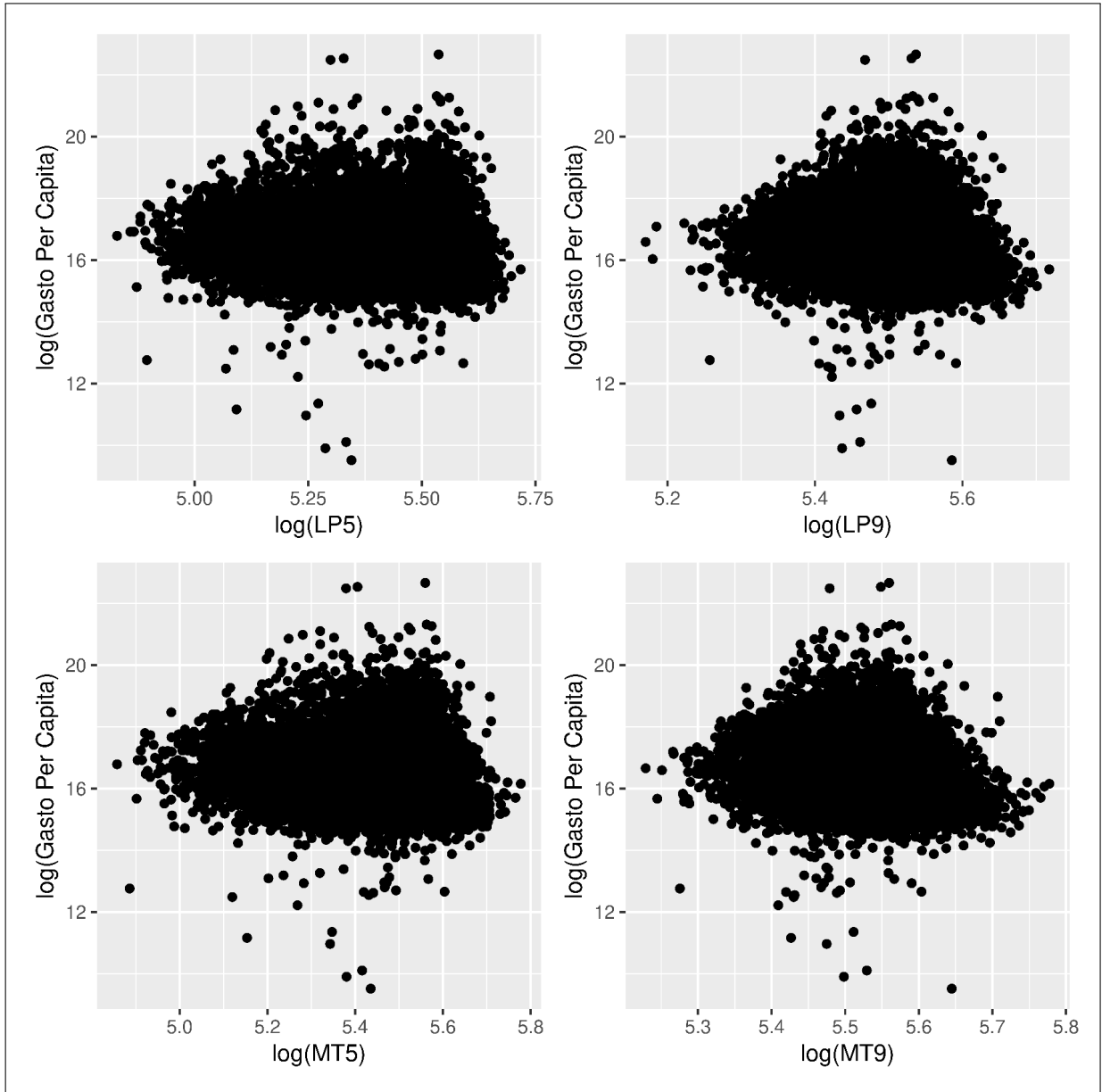
A adequação da formação docente também se verificou na sua maioria estatisticamente significativa para as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º ano e para a média das notas. O coeficiente igual a 0,0102, para a variável *adf1*, significa que uma variação unitária percentual na percentagem de professores com licenciatura na disciplina que lecionam está associada a um aumento médio de cerca de 0,01% nas notas de Língua Portuguesa do 5º ano em comparação com os professores sem formação alguma (variável omitida, *afd5*). É interessante notar que o efeito dos professores com licenciatura seja maior que o de professores com bacharelado na disciplina que lecionam (*afd2*); explica-o, porém, este último ser mais significativo, a 1%, ao passo que o primeiro não apresentou significância estatística para nenhuma das notas senão a de Língua Portuguesa do 5º ano. Se olharmos para a média, vemos que a variação percentual unitária de professores com bacharelado na disciplina que lecionam, assim, está correlacionada com um desempenho em média 0,006% maior.

Dentre as variáveis explicativas, enfim, verifica-se que as duas relacionadas à qualidade dos professores são as que melhor explicam o desempenho dos alunos. Apesar da falta de correlação estatisticamente significativa entre desempenho e gasto per capita municipal, o gasto direcionado para a qualificação dos professores parece ter estar mais associado com um efeito direto na qualidade do ensino.

4.2 Estimação da fronteira estocástica

Como visto na seção anterior, não parece haver uma correlação estatisticamente significativa entre gasto público em educação e desempenho escolar. Como, em outras palavras, e.g., um aumento do gasto público não renda necessariamente incrementos na qualidade do ensino das escolas, sucede conjecturarmos a hipótese de que a qualidade do ensino dependa antes da qualidade da gestão, segundo a qual as escolas utilizam seus recursos. Assim, a estratégia empírica deste trabalho se divide em duas etapas. A primeira consiste em estimar um índice de eficiência técnica das escolas brasileiras agregadas por municípios; a segunda, em estimar a

Figura 1 – Gráficos de Dispersão entre as notas do SAEB e o Gasto Per Capita



Fonte: elaborada pelos autores.

correlação entre esse índice de eficiência e o índice de gestão escolar.

Na literatura, dois são os modelos principais para estimar eficiências: o modelo não paramétrico da Análise Envoltória de Dados (DEA) e o paramétrico da Análise de Fronteira Estocástica (SFA).

O modelo DEA, utilizado por Sutherland *et al.* (2010a), Gonçalves e França (2013), Sibiano e Agasisti (2013), Agasisti (2014), Chuanyi *et al.* (2016), Rodrigues *et al.* (2018), Agasisti e Gralka (2019) e Corrêa (2021), decerto tem a vantagem de não exigir a especificação de uma forma funcional e ser de relativa menor complexidade metodológica e interpretativa (BOUERI *et al.*, 2015); peca, no entanto, por ser um método determinístico: i.e., todo desvio da

fronteira de eficiência gerada é assumida como efeito de ineficiência, sem considerar a existência de erros, limitando-se ao cálculo matemático duma eficiência relativa entre os *DMUs* (SIBIANO; AGASISTI, 2013; MOREIRA, 2017; ROSA *et al.*, 2018).

Já o modelo de Análise de Fronteira Estocástica, utilizado por Sutherland *et al.* (2010a), Chakraborty (2009), Kirjavainen (2012), Scippacercola e D’Ambra (2014), Agasisti e Belfield (2016), Chuanyi *et al.* (2016), Moreira (2017), Dancer e Blackburn (2017), Mingou e Vierstraete (2017), Rosa *et al.* (2018), Agasisti e Gralka (2019), Bernardo *et al.* (2021), Titus *et al.* (2021), D’Elia e Ferro (2021) e Ulkhaq (2021), possui justo a vantagem, não só de considerar a existência desses resíduos e erros de medida, como também, por se tratar duma regressão, a de incluir variáveis de controle (i.e., variáveis ambientais) com maior facilidade. Por essa razão, preferimos utilizá-lo.

4.2.1 Revisão Teórica da Análise de Fronteira Estocástica

4.2.1.1 Fronteira de Produção

Eficiência pode ser definida de muitos diferentes modos. O conceito a que se refere, quando falamos dum índice estimado pela fronteira estocástica, não é o de eficiência alocativa, mas o de eficiência técnica, i.e., a razão entre o produto ou insumo efetivo e o produto ou insumo potencial, para uma quantidade de insumos, duma determinada firma num determinado tempo (BATTESE; COELLI, 1992).

Assim, seja a função de produção:

$$q_i = f(x_{1i}, \dots, x_{mi}, \beta_1, \dots, \beta_n) TE_i \cdot e^{v_i} \quad (4.2)$$

em que q_i seja o produto produzido pela unidade produtora i , x seja o insumo, β a tecnologia e $TE \in [0, 1]$ a eficiência técnica. Essa primeira parte da função de produção é determinística: o produto depende apenas dos fatores e da eficiência técnica. Tornamos o modelo, assim, estocástico ao adicionar e^{v_i} , o componente de erro, do qual v_i expressa o choque estocástico ligado à unidade produtora i (BOUERI *et al.*, 2015).

Uma simples transformação algébrica nos dá a definição da eficiência técnica, na qual estamos interessados:

$$TE_i = \frac{q_i}{f(x_{1i}, \dots, x_{mi}, \beta_1, \dots, \beta_n) e^{v_i}} \quad (4.3)$$

A eficiência técnica, portanto, é definida pela razão entre a quantidade produzida e a função de produção, composta pelos insumos, ponderados pelos parâmetros de tecnologia e pelo fator estocástico adicional.

Como a Análise de Fronteira Estocástica é um modelo paramétrico, precisamos especificar a sua forma funcional. Especificemo-la, a princípio, como uma função do tipo *Cobb-Douglas*:

$$q_i = \beta_0 x_{1i}^{\beta_1} x_{2i}^{\beta_2} \dots x_{mi}^{\beta_m} e^{\mu_i} e^{v_i} \quad (4.4)$$

Então, definamos a eficiência técnica como um exponencial de um componente de eficiência $\mu_i \geq 0$ e apliquemos um logaritmo na função de produção:

$$\ln q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1i} + \beta_2 \ln x_{2i} + \dots + \beta_m \ln x_{mi} + v_i - \mu_i \quad (4.5)$$

em que v_i e μ_i não sejam correlacionados. Desse modo, o efeito dos insumos sobre a quantidade produzida é explicado pela eficiência técnica e pelo choque estocástico; isso implica na possibilidade de uma unidade produtiva apresentar na realidade baixa eficiência técnica, mas ser impulsionada por um fator aleatório.

O desafio de estabelecer uma Fronteira Estocástica, portanto, deve também levar em conta a estimação dos componentes de choque e de eficiência. A diferenciação de cada um desses termos nos permitirá saber a real eficiência técnica de cada unidade produtiva.

A aplicação do método de Mínimos Quadrados Ordinários nos dará um intercepto enviesado, mas pode ser usada para verificar a significância dos *inputs* sobre a fronteira de eficiência. O método usado para estimar a Fronteira Estocástica é o de Máxima Verossimilhança, sob as seguintes condições:

1. $v_i, \mu_i \text{ iid } N(0, \sigma^2)$: v_i e μ_i têm média zero e seguem uma distribuição normal;
2. $E[v_i \mu_i] = 0$: v_i e μ_i não são correlacionados;
3. $E[v_i x_{mi}] = 0, \forall m$: para todo m , v_i e x_{mi} não são correlacionados;
4. $E[\mu_i x_{mi}] = 0, \forall m$: para todo m , μ_i e x_{mi} não são correlacionados;

Além dos parâmetros, a estimação nos dará também os desvios-padrão de v e μ , tal que

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_\mu^2 + \hat{\sigma}_v^2 \quad (4.6)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\sigma}_\mu}{\hat{\sigma}_v} \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_i = v_i + \mu_i - E[\mu_i] \quad (4.8)$$

Por conseguinte, podemos afinal calcular o valor do componente de eficiência $\hat{\mu}_i$:

$$\hat{\mu}_i = \frac{\hat{\sigma}_\mu \hat{\sigma}_v}{\hat{\sigma}} \left[\frac{\psi\left(\frac{\hat{\lambda} \hat{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}}\right)}{1 - \phi\left(\frac{\hat{\lambda} \hat{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}}\right)} - \frac{\hat{\lambda} \hat{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}} \right] \quad (4.9)$$

Em que ψ e ϕ sejam funções de densidade e de probabilidade Normal Padrão (BOUERI *et al.*, 2015).

4.2.1.2 Fronteira de custos

Agora, se estivermos interessados na eficiência das *DMUs* quanto à sua capacidade de operar, a um nível de produto, com menores custos, podemos estimar a Fronteira Estocástica de custos. Desse modo, o custo se torna a variável dependente e é tanto maior quanto mais ineficiente for uma *DMU*. Neste trabalho, utilizaremos uma fronteira de custos para estimar as eficiências das escolas em diminuir as taxas de abandono: assim, quanto mais eficiente for a escola na utilização dos seus insumos, menor será a taxa de abandono.

Seja $C = C(q_1, q_2, \dots, q_s)$ a função de custo. Adicionado o termo de choque estocástico e^v , temos a eficiência técnica (TE_i) dada por:

$$TE_i = \frac{C(q_{1,i}, q_{2,i}, \dots, q_{s,i}) e^{v_i}}{CE_i} \quad (4.10)$$

em que $C(q_{1,i}, q_{2,i}, \dots, q_{s,i}) e^{v_i}$ seja o custo mínimo da *DMU* i para produzir q_s e CE_i seja seu custo efetivo. Assim, quanto maior for o custo efetivo em comparação com o custo mínimo, menor será o índice de eficiência técnica. A sua especificação na forma funcional da *Cobb-Douglas* pode ser expressa como (BOUERI *et al.*, 2015):

$$\ln CE_i = \alpha_0 + \alpha_1 \ln q_{1,i} + \alpha_2 \ln q_{2,i} + \dots + \alpha_s \ln q_{s,i} + v_i + \mu_i \quad (4.11)$$

4.2.1.3 Dados em painel

Dados em painel são dados que possuem observações de vários indivíduos ao longo de vários períodos de tempo. Se quisermos saber a evolução da eficiência ao longo do tempo usando dados em painel, podemos estimá-la adicionando o índice de tempo, por meio do seguinte modelo:

$$\ln q_{it} = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1,it} + \beta_2 \ln x_{2,it} + \dots + \beta_m \ln x_{m,it} + v_{it} - \mu_{it} \quad (4.12)$$

A estimação por Mínimos Quadrados Ordinários, é claro, não se pode suceder, por resultar num número de parâmetros maior que de observações, uma vez que o intercepto estimado também varia no tempo. O que se faz, nesse caso, é definir o intercepto $\beta_{0,it}$ e designar-lhe parâmetros de evolução temporal:

$$\beta_{0,it} = \omega_{0,i} + t\omega_{1,i} + t^2\omega_{2,i} \quad (4.13)$$

de tal modo que o modelo afinal seja expresso por (BOUERI *et al.*, 2015):

$$\ln q_{it} = \hat{\omega}_{0,i} + t\hat{\omega}_{1,i} + t^2\hat{\omega}_{2,i} + \hat{\beta}_1 \ln x_{1,it} + \hat{\beta}_2 \ln x_{2,it} + \dots + \hat{\beta}_m \ln x_{m,it} + v_{it} \quad (4.14)$$

4.2.1.4 Variáveis de Controle ou Ambientais

Uma vantagem de utilizar a Fronteira Estocástica é de mais facilmente incluir variáveis de controle, chamadas variáveis ambientais. Por consistir numa regressão, bastaria adicioná-las no modelo.

Há, porém, dois tipos de variáveis ambientais, cada qual para ser incluída à sua maneira: as que afetam a eficiência em relação à fronteira e as que deslocam a fronteira. Como nos interessamos pelo efeito de variáveis ambientais sobre as unidades escolares em relação à fronteira de eficiência, trataremos apenas do primeiro caso. Nele, adicionam-se as variáveis de controle ao componente de eficiência de cada *DMU*, μ_i :

$$\mu_i = \phi_1 z_{1,i} + \dots + \phi_q z_{q,i} + \xi_i \quad (4.15)$$

de maneira que:

$$\ln q_{it} = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1,it} + \beta_2 \ln x_{2,it} + \dots + \beta_m \ln x_{m,it} + v_{it} - \phi_1 z_{1,i} - \dots - \phi_q z_{q,i} - \xi_i \quad (4.16)$$

em que $z_{q,i}$ são as variáveis de controle (BATTESE; COELLI, 1995; BOUERI *et al.*, 2015).

4.2.2 Estimação das Fronteiras Estocásticas

Neste trabalho, estimamos fronteiras estocásticas de produção para as notas do SAEB, por robustez tanto na forma funcional da *Cobb-Douglas*(1), quanto na da *Translog*(2):

$$\begin{aligned} (1) \ln(\text{SAEB}_{it}) &= \beta_{0,it} + \beta_1 \ln(\text{gasto}_{it}) + \beta_2 \ln(\text{alunosTurma}_{it}) + \beta_3 \ln(\text{salarioDoc}_{it}) \\ &+ \beta_4 \ln(\text{salarioDocPad}_{it}) + v_{it} - \phi_1(\text{superior}_{it}) - \phi_2(\text{MIRD}_{it}) \\ &- \phi_3(\text{adf}_{it}) - \phi_4(\text{taxas}_{it}) - \phi_5(\text{complex}_{it}) - \xi_{it} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}
(2) \ln(SAEB_{it}) &= \beta_{0,it} + \beta_1 \ln(gasto_{it}) + \beta_2 \ln(alunosTurma_{it}) + \beta_3 \ln(salarioDoc_{it}) \\
&+ \beta_3 \ln(salarioDocPad_{it}) + \frac{1}{2} [\ln(gasto_{it})]^2 + \frac{1}{2} [\ln(alunosTurma_{it})]^2 \\
&+ \frac{1}{2} [\ln(salarioDoc_{it})]^2 + \frac{1}{2} [\ln(salarioDocPad_{it})]^2 + v_{it} - \phi_1(superior_{it}) \\
&- \phi_2(MIRD_{it}) - \phi_3(adf_{it}) - \phi_4(taxas_{it}) - \phi_5(complex_{it}) - \xi_{it}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

em que *SAEB* sejam as notas do SAEB; *gasto*, o gasto per capita municipal; *alunosTurma*, a quantidade média de alunos por turma; *salarioDoc*, a remuneração média dos docentes; *salarioDocPad*, a remuneração média padronizada dos docentes. E em que *superior* seja o Percentual de docentes com curso superior; *MIRD*, a Média do índice de regularidade do corpo docente; *adf*, a Adequação da formação do docente; *taxas*, as taxas de Aprovação, Reprovação e Abandono; *complex*, a Complexidade de gestão da escola.

E também estimamos uma fronteira de custos, para a taxa de abandono, nas duas formas funcionais:

$$\begin{aligned}
(1) \ln(abandono_{it}) &= \beta_{0,it} + \beta_1 \ln(gasto_{it}) + \beta_2 \ln(alunosTurma_{it}) + \beta_3 \ln(salarioDoc_{it}) \\
&+ \beta_4 \ln(salarioDocPad_{it}) + v_{it} - \phi_1(superior_{it}) - \phi_2(MIRD_{it}) \\
&- \phi_3(adf_{it}) - \phi_4(complex_{it}) - \xi_{it}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
(2) \ln(abandono_{it}) &= \beta_{0,it} + \beta_1 \ln(gasto_{it}) + \beta_2 \ln(alunosTurma_{it}) + \beta_3 \ln(salarioDoc_{it}) \\
&+ \beta_3 \ln(salarioDocPad_{it}) + \frac{1}{2} [\ln(gasto_{it})]^2 + \frac{1}{2} [\ln(alunosTurma_{it})]^2 \\
&+ \frac{1}{2} [\ln(salarioDoc_{it})]^2 + \frac{1}{2} [\ln(salarioDocPad_{it})]^2 + v_{it} - \phi_1(superior_{it}) \\
&- \phi_2(MIRD_{it}) - \phi_3(adf_{it}) - \phi_4(complex_{it}) - \xi_{it}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

em que *abandono* seja a taxa de abandono das escolas; *gasto*, o gasto per capita municipal; *alunosTurma*, a quantidade média de alunos por turma; *salarioDoc*, a remuneração média dos docentes; *salarioDocPad*, a remuneração média padronizada dos docentes. E em que *superior* seja o Percentual de docentes com curso superior; *MIRD*, a Média do índice de regularidade média do corpo docente; *adf*, a Adequação da formação do docente; e *complex*, a Complexidade de gestão da escola.

As variáveis percentuais, como *superior*, *MIRD*, *adf* e *complex*, foram incluídas no modelo cada qual somada a 1, e.g., $\ln(\text{superior}_{it} + 1)$, uma vez que o logaritmo de 0 é indefinido. Por isso mesmo também, a variável dependente da fronteira de custos é na verdade $\ln(\text{abandono}_{it} + 1)$. A alteração não implica em diferenças de estimação, por ser uma transformação monotônica.

4.2.3 *Relação entre eficiência e qualidade da gestão escolar*

Uma vez estimados, por meio da análise de fronteira estocástica, os índices de eficiência dos municípios brasileiros para cada ano escolar e matéria, verificamos em seguida a relação entre as eficiências e a gestão das escolas. Para isso, utilizamos um modelo de regressão em painel com efeitos fixos, controlado por municípios e por tempo.

$$ef_{it} = \beta gestao_{it} + \alpha_i + \delta_t + u_{it} \quad (4.21)$$

em que ef_{it} seja o índice de eficiência de cada nota do SAEB; $gestao_{it}$, o índice de qualidade de gestão escolar; α_i , o termo que capta as características individuais dos municípios que não variam ao longo do tempo; δ_t , o que capta aquelas que variam ao longo do tempo mas são constantes entre os municípios.

5 RESULTADOS

5.1 Eficiência

As estimações de eficiência, por meio da Fronteira Estocástica, adotada a forma funcional da função *Cobb-Douglas*, podem conferir-se na Tabela 4.

Os σ^2 e γ captam, respectivamente, a importância do termo de ruído e do termo de ineficiência para os resultados do modelo, tal que se diferenciem daqueles de um modelo em que não houvesse ineficiência ou erro estocástico. Por exemplo, um γ igual a zero significa que o componente de ineficiência não tem relevância para o modelo e que seus resultados são idênticos ao de um modelo sem ineficiência estimado via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO); um σ^2 , por sua vez, igual a 0 implica que o erro estocástico não é relevante para o modelo, cujos resultados são como os de um modelo de maximização matemática, sem componente aleatório, i.e., em que toda a variância é atribuída à ineficiência dos agentes tomadores de decisão, como num modelo DEA. Nenhum deles, no entanto, deve ser interpretado como o quanto da variância do modelo pode ser explicada pelo erro estocástico ou pela ineficiência; para isso, temos o *gammaVar* (HENNINGSEN, 2014, p. 205).

O *gammaVar* mede a proporção da variância do modelo que se deve ao termo de ineficiência. Assumindo que o termo de ineficiência siga uma distribuição positiva seminormal, a variância do termo de ineficiência é dada por:

$$\text{Var}(u) = \sigma^2[1 - (2\phi(0))^2] \quad (5.1)$$

em que ϕ seja uma função densidade de probabilidade. Como o termo de ineficiência (u) e o termo de erro (v) são independentes, podemos expressar a proporção da variância explicada pela ineficiência como (HENNINGSEN, 2014, p. 206):

$$\text{gammaVar} = \frac{\text{Var}(u)}{\text{Var}(-u + v)} = \frac{\text{Var}(u)}{\text{Var}(u) + \text{Var}(v)} \quad (5.2)$$

Desse modo, quanto às estimações de eficiência para $\ln(LP5)$, i.e., para as notas do SAEB de Língua Portuguesa do 5º ano, um *gammaVar* de 0,9193 indica que cerca de 91% da variância total dos índices decorre de ineficiência dos agentes tomadores de decisão. A eficiência média dos municípios, incluídos os anos de 2013 e 2015, é de 0,8088; para o ano de 2013, verificou-se uma eficiência média de 0,7131; para o ano de 2015, de 0,9034. Além disso, o Teste de Razão de Verossimilhança aponta que o modelo é estatisticamente significativo a 1%, o que

Tabela 4 – Estimação da Fronteira Estocástica (*Cobb-Douglas*)

Variáveis Dependentes:	ln(LP5)	ln(LP9)	ln(MT5)	ln(MT9)	ln(Abandono+1)
<i>Ineficiência</i>					
σ^2	0,0383***	0,00939	0,0329***	0,0065	0,8816
γ	0,9691***	0,7319	0,9102***	0,3560	0,9600
<i>gammaVar</i>	0,9193	0,4979	0,7866	0,1673	0,3428
<i>Eficiência média</i>					
2013	0,7131	0,9544	0,8013	0,9693	0,5367
2015	0,9034	0,9631	0,9253	0,9722	0,5611
<i>log likelihood value:</i>	5558,959	7866,813	7285,126	8212,669	-7513,06
$\text{Pr>(>\text{Chisq})^1$	< 2e-16***	1	< 2,2e-16***	1	< 2,2e-16***
Observações	9 629	9 629	9 629	9 629	9 629

Nota: ¹ Teste de Razão de Verossimilhança

Significâncias: ***: 0,01; **: 0,05; *: 0,1

significa rejeitar a hipótese nula de que não haja ineficiência no modelo, i.e., de que a variação nas eficiências seja efeito, não de ineficiência, mas de ruído.

Na estimação para as notas do SAEB de Língua Portuguesa para o 9º ano (LP9), vemos que os parâmetros de ineficiência e ruído não são significantes, confirmados pelo teste de razão de verossimilhança, que não apontou significância estatística. Isso significa que não podemos rejeitar hipótese nula de não haver ineficiência no modelo, ou de que as variações entre os valores dos índices sejam puramente efeitos de ruído.

Analisemos agora a fronteira estocástica para as notas de Matemática do 5º ano: verifica-se um γ estatisticamente significativo a 1% e um *gammaVar* igual a 0,7866, que significa dizer que cerca de 78% da variância é explicada pelo componente de ineficiência. A eficiência média dos municípios é igual a 0,8637; a 0,8013 para o ano de 2013 e a 0,9253 para o ano de 2015. O teste de razão de verossimilhança aponta para uma diferença estatisticamente significativa a 1% entre os resultados desse modelo e os de um modelo sem ineficiência.

Já quanto às notas de Matemática do 9º ano, não se verificou significância estatística nos termos de relevância da ineficiência e do ruído. O teste de razão de verossimilhança também não rejeita a hipótese nula do modelo não se diferir de um sem ineficiência.

Similarmente, para a taxa de abandono nas escolas, σ^2 e γ não se mostraram estatisticamente significantes, o que implica num modelo indistinto de um sem ineficiência ou sem ruído, apesar do teste de razão de verossimilhança apontar para uma diferença significativa a 1%.

Enfim, a falta de significância estatística ou de ineficiência em *ln(LP9)*, *ln(MT5)* e *ln(Abandono)* pode apontar para uma má especificação do modelo, neste caso a forma funcional

do tipo *Cobb-Douglas*. Por isso, estimamos a fronteira estocástica utilizando uma nova forma funcional, a do logaritmo transcendente (*Translog*), cujos resultados podem conferir-se na Tabela 5.

Tabela 5 – Estimação da Fronteira Estocástica (*Translog*)

Variáveis Dependentes:	ln(LP5)	ln(LP9)	ln(MT5)	ln(MT9)	ln(Abandono+1)
<i>Ineficiência</i>					
σ^2	0,0623	0,0044***	0,0458	0,0037***	0,8703
γ	0,9396	0,5493***	0,9297	0,0310	0,9600
<i>gammaVar</i>	0,8496	0,3070	0,8277	0,0115	0,8971
<i>Eficiência média</i>					
2013	0,8661	0,9207	0,8895	0,9538	0,5508
2015	0,7888	0,9134	0,8331	0,9513	0,5374
2015	0,9426	0,9279	0,9453	0,9562	0,5641
<i>log likelihood value:</i>	3287,78	13269,2	4718,69	13301,9	-7412,56
Pr(>Chisq) ¹	1	<2e-16***	1	<2e-16***	< 2,2e-16***
Observações	9 629	9 629	9 629	9 629	9 629

Nota: ¹ Teste de Razão de Verossimilhança
 Significâncias: ***: 0,01; **: 0,05; *: 0,1

Os resultados desta segunda fronteira estocástica, com uma nova forma funcional, nos mostram uma ligeira diferença de significância. Para as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º ano, a *Translog* não se verificou estatisticamente significante; e o teste de razão de verossimilhança revela uma melhor adequação da *Cobb-Douglas* aos dados.

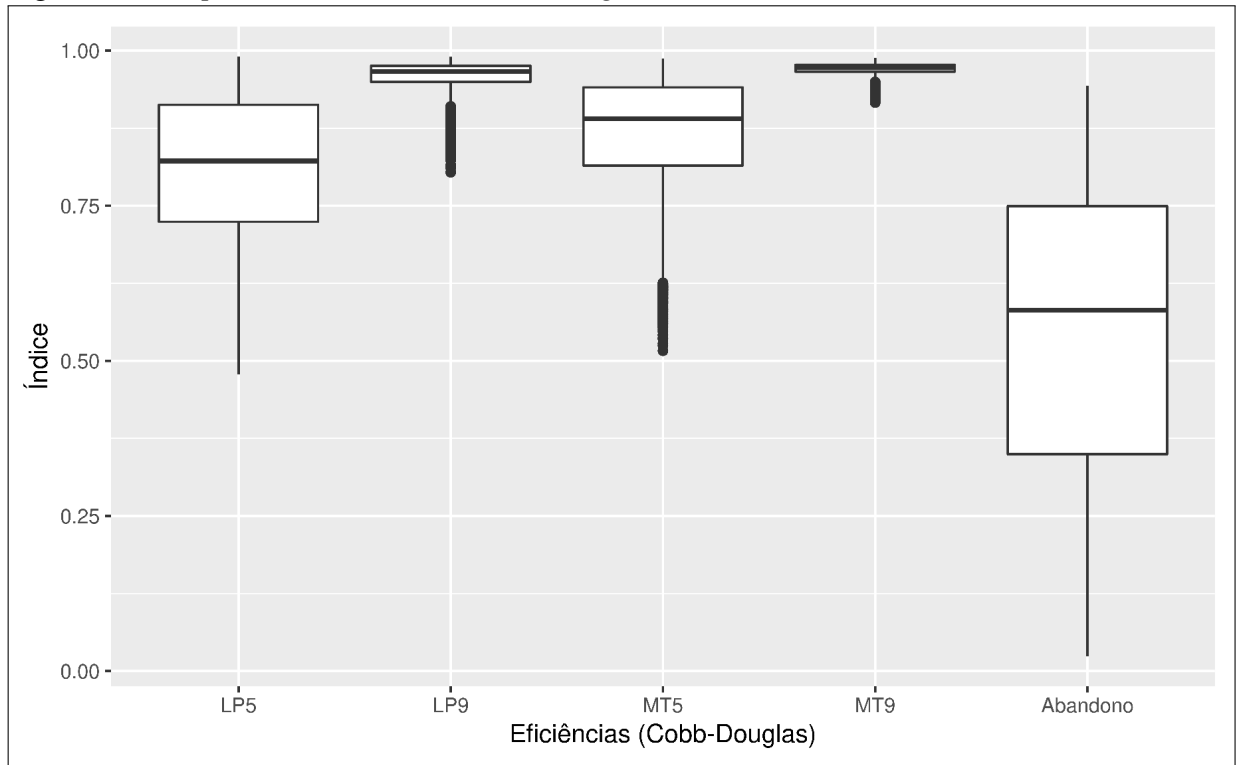
Já para as notas de Língua Portuguesa do 9º ano, os parâmetros de relevância do termo de ineficiência e de erro estocástico agora são significantes, a 1%, embora a proporção da variância explicada pelo termo de ineficiência seja baixa, de 30,7%. Em todo caso, o teste de razão de verossimilhança nos indica que esta forma funcional é superior à *Cobb-Douglas* para essa variável. Melhoria similar se verificou para as notas de Matemática do 9º ano: σ^2 e o teste de razão de verossimilhança agora apresentam significância estatística, embora a proporção da variância causada pela ineficiência seja pouco mais de 1%.

Por fim, para os dados referentes à taxa de abandono escolar, os resultados da *Translog* se verificaram bastante semelhantes aos da *Cobb-Douglas*, salvo pelo aumento da proporção da variância explicada pela ineficiência, que saltou de 34,28% para 89,71%.

Para resumir, os dados das notas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º ano se adequaram melhor à forma funcional da *Cobb-Douglas*; as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 9º ano, como também a taxa de abandono, à da *Translog*. Essa melhoria pode ser

verificada visualmente na Figura 2, que mostra a distribuição das eficiências estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, e na Figura 3, que mostra a distribuição das eficiências estimadas a partir da *Translog*.

Figura 2 – *Boxplot* das eficiências (*Cobb-Douglas*)



Fonte: elaborada pelos autores.

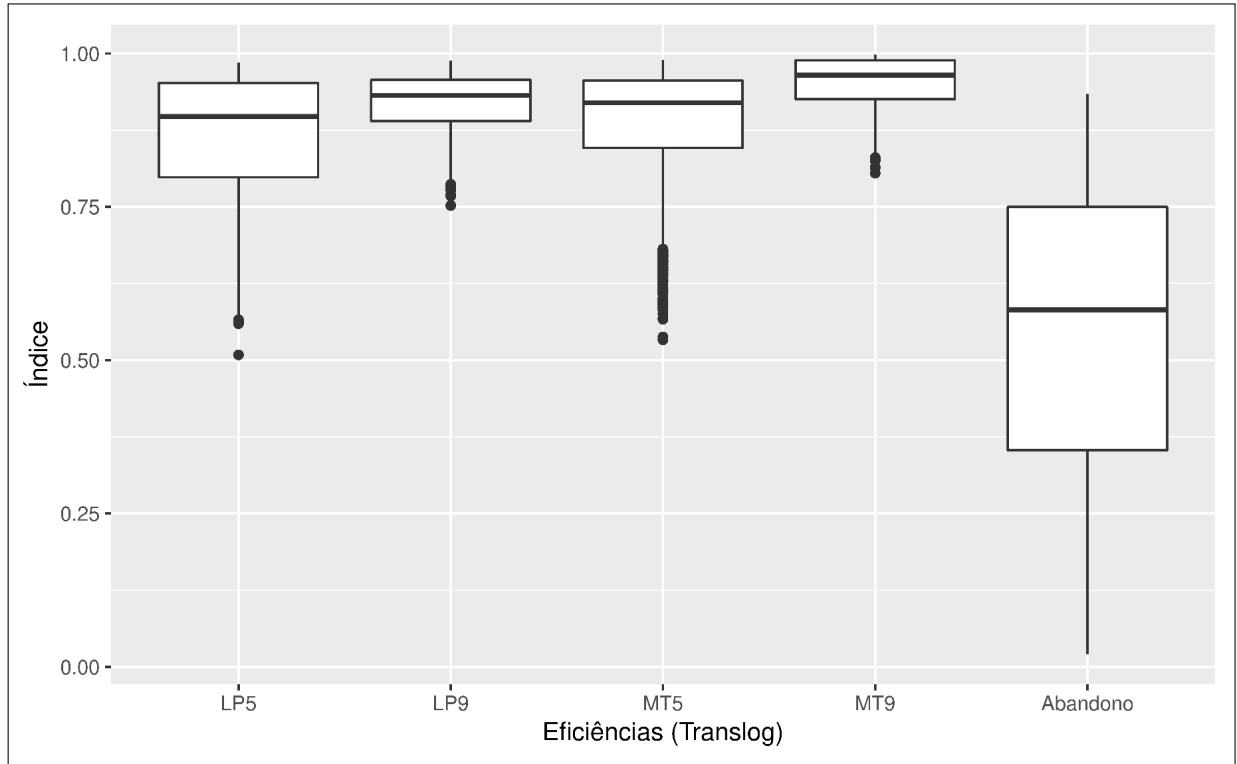
Na Figura 2, vemos que distribuição dos índices para as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 9º ano se concentra extremamente próxima a 1.00, o que indica uma provável má adequação da forma funcional aos dados. Essa hipótese é corroborada pela melhoria verificada na Figura 3, em que a média dos índices de eficiência para essas duas variáveis se distanciam um pouco mais da fronteira.

5.2 Distribuição das eficiências

A distribuição das eficiências por estado nos permite verificar quais estados são mais eficientes que outros em cada um dos anos analisados. A distribuição reflete muito dos resultados já aferidos na seção anterior, especialmente em relação à falta de adequação dos dados à forma funcional e à ausência de ineficiência: i.e., entre os estados, há menos diferença de eficiência para estimações via *Cobb-Douglas* das notas de Língua Portuguesa e Matemática do 9º ano.

A Figura 4 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Língua Portuguesa

Figura 3 – *Boxplot* das eficiências (*Translog*)



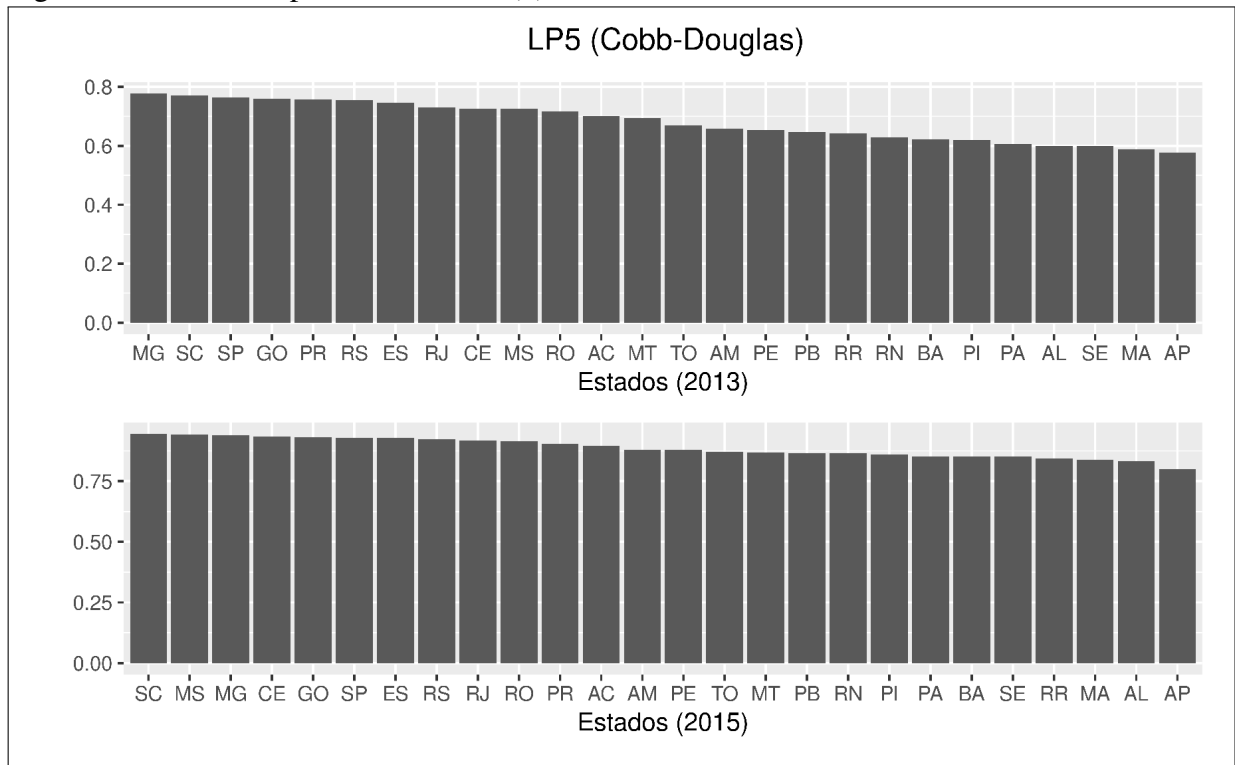
Fonte: elaborada pelos autores.

do 5º ano, estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, para os anos de 2013 e 2015. Em 2013, Minas Gerais é o estado que apresenta o melhor desempenho, seguido de Santa Catarina e São Paulo; os piores desempenhos foram os de Amapá, Maranhão e Sergipe. Em 2015, o estado de Santa Catarina, seguido pelos estados de Mato Grosso do Sul, Minas Gerais e Ceará, apresentou o maior índice de eficiência; outra vez, Amapá demonstrou o mais baixo índice, seguido de Alagoas e Maranhão.

A Figura 5 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Língua Portuguesa do 9º ano, estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, para os anos de 2013 e 2015. Como se pode ver, a variação de eficiência entre os estados é quase indiferente, pelo que é preciso cautela quanto à significância desses resultados. Em 2013, Minas Gerais, Goiás e Espírito Santo são os três estados mais eficientes; Alagoas, Maranhão e Sergipe, os menos eficientes. Em 2015, Santa Catarina apresenta o melhor desempenho, seguido de Mato Grosso do Sul e Goiás; o Ceará aparece em quinto lugar. Os piores desempenhos foram os de Amapá, Alagoas e Maranhão.

A Figura 6 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Matemática do 5º ano, estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, para os anos de 2013 e 2015. Em 2013, os estados mais eficientes foram Minas Gerais, São Paulo e Santa Catarina; os menos eficientes, Amapá, Maranhão e Pará. Em 2015, Santa Catarina, Minas Gerais e São Paulo apresentaram os maiores

Figura 4 – Eficiência por estado - LP5 (1)



Fonte: elaborada pelos autores.

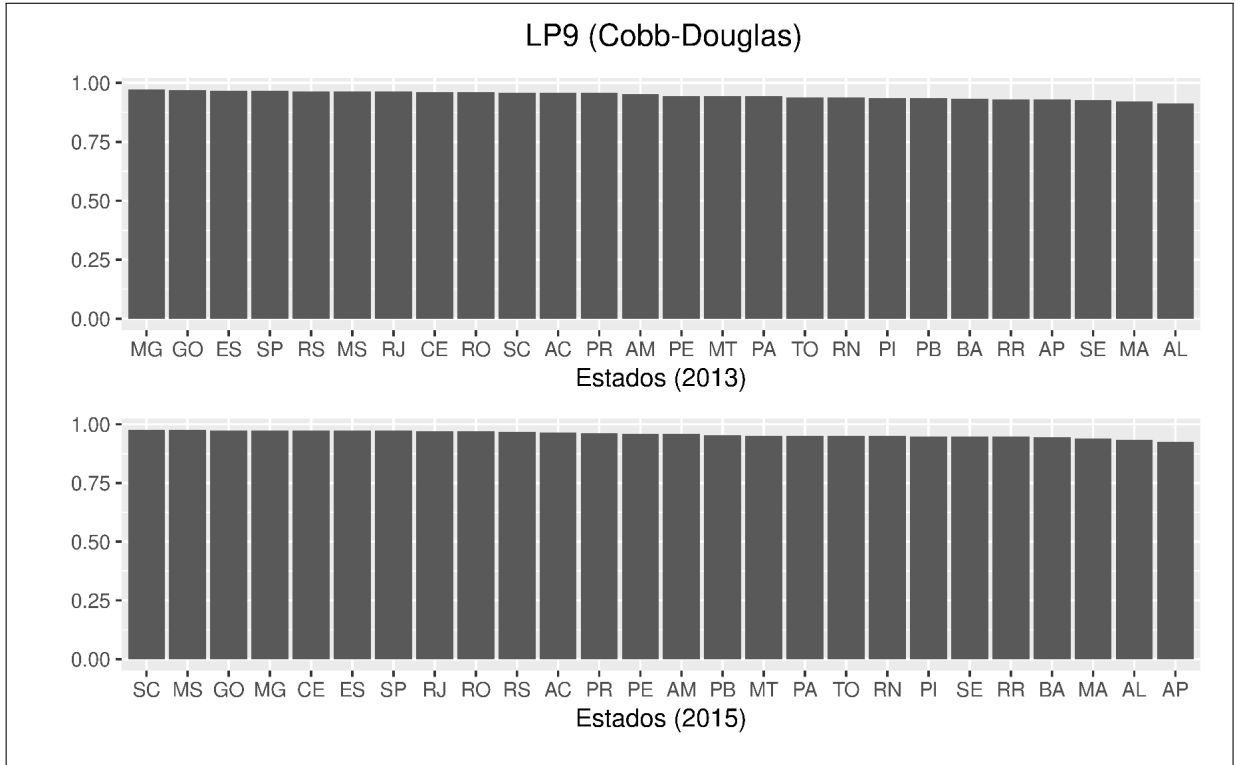
índices de eficiência; Amapá, Maranhão e Alagoas, os piores.

A Figura 7 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Matemática do 9º ano, estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, para os anos de 2013 e 2015. Assim como a distribuição das eficiências para as notas de Língua Portuguesa do 9º ano, vemos pouca diferença entre os estados, todos bastante próximos da fronteira, pelo que provavelmente não podemos inferir conclusões confiáveis a partir desses resultados. Em todo caso, em 2013, Minas Gerais, Espírito Santo e Goiás foram os estados com melhor desempenho em eficiência; Alagoas, Maranhão e Amapá, os estados com piores eficiências. Em 2015, os estados mais eficientes foram Santa Catarina, Minas Gerais e Espírito Santo; os menos eficientes, Amapá, Maranhão e Alagoas.

A Figura 8 mostra a distribuição das eficiências para a taxa de abandono, estimadas a partir da *Cobb-Douglas*, para os anos de 2013 e 2015. Dentre as fronteiras estimadas, a de abandono é a que apresentou maior diferença entre estados. Em 2013, São Paulo, Paraná e Santa Catarina foram os estados mais eficientes; Amazonas, Alagoas e Pará, os menos eficientes. Destaque-se a grande diferença entre o estado mais eficiente e o estado menos eficiente. Outra vez São Paulo, Paraná e Santa Catarina apresentaram os maiores índices de eficiência; Maranhão, Pará e desta vez Sergipe, os piores.

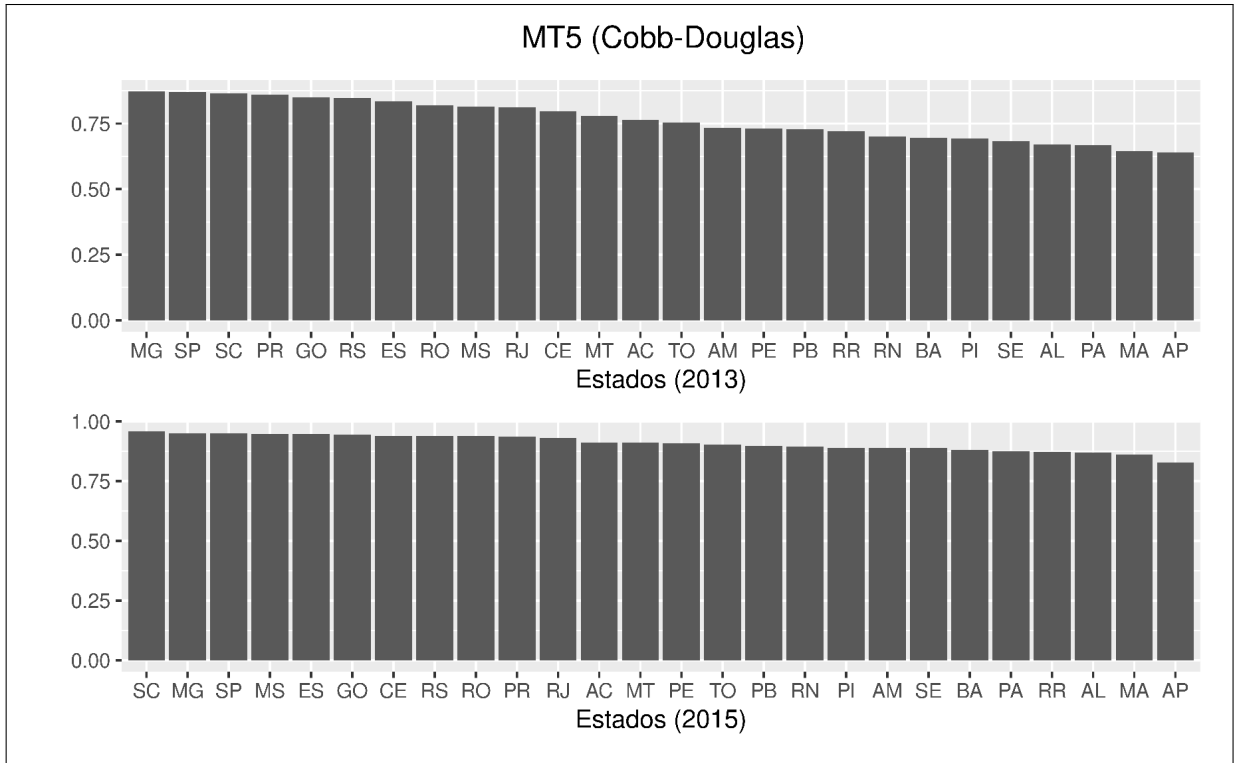
Analisadas as dispersões das eficiências por estado estimadas a partir da *Cobb-*

Figura 5 – Eficiência por estado - LP9 (1)



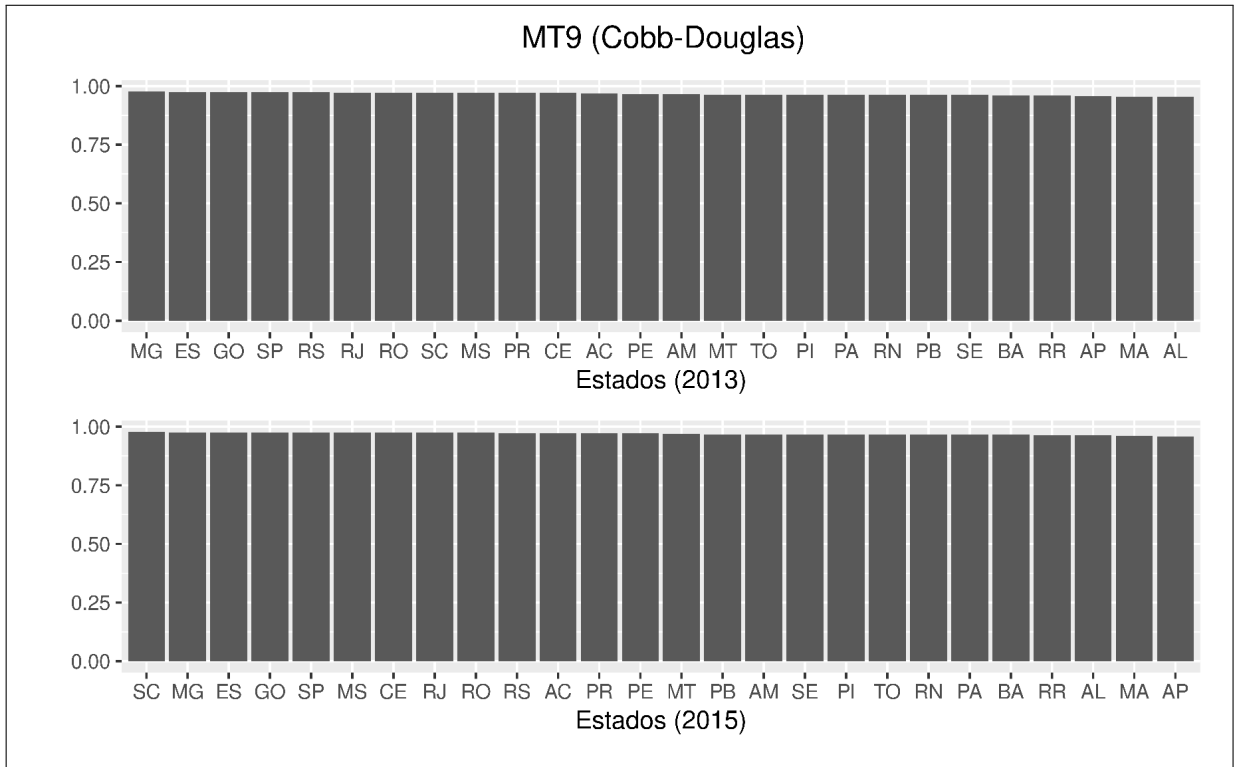
Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 6 – Eficiência por estado - MT5 (1)



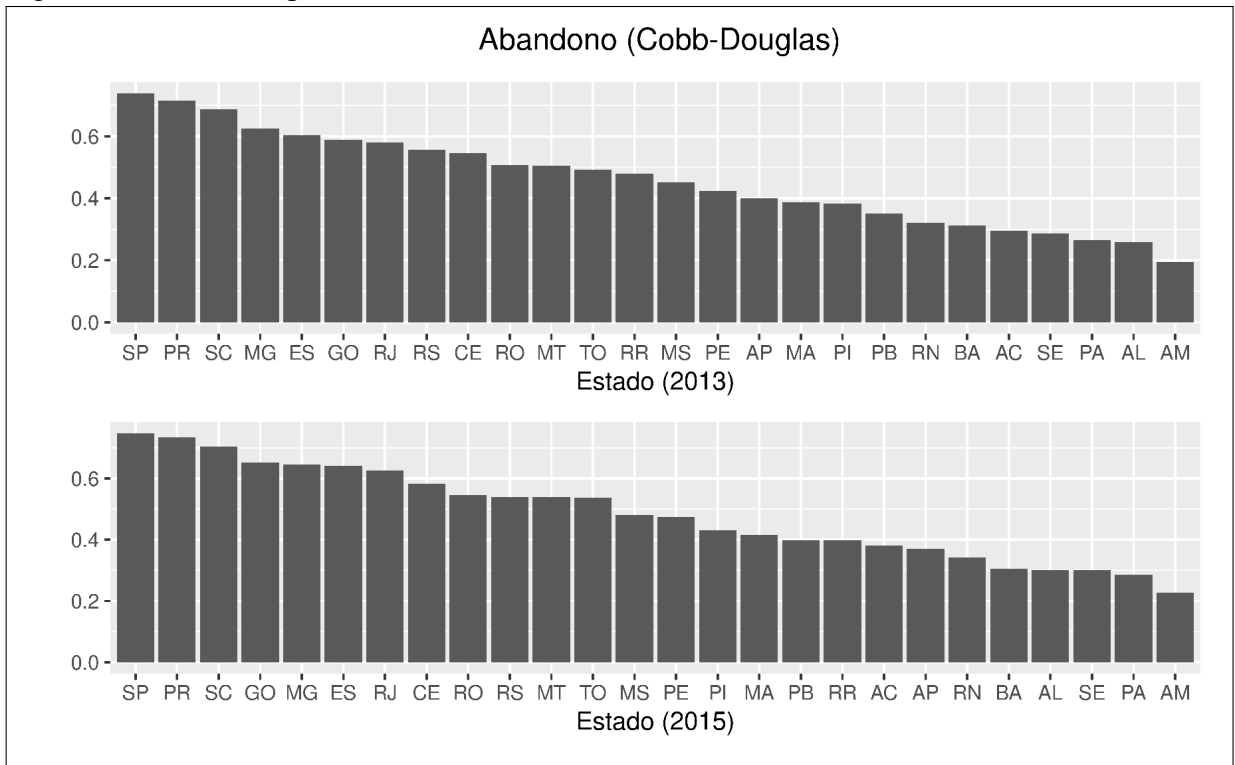
Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 7 – Eficiência por estado - MT9 (1)



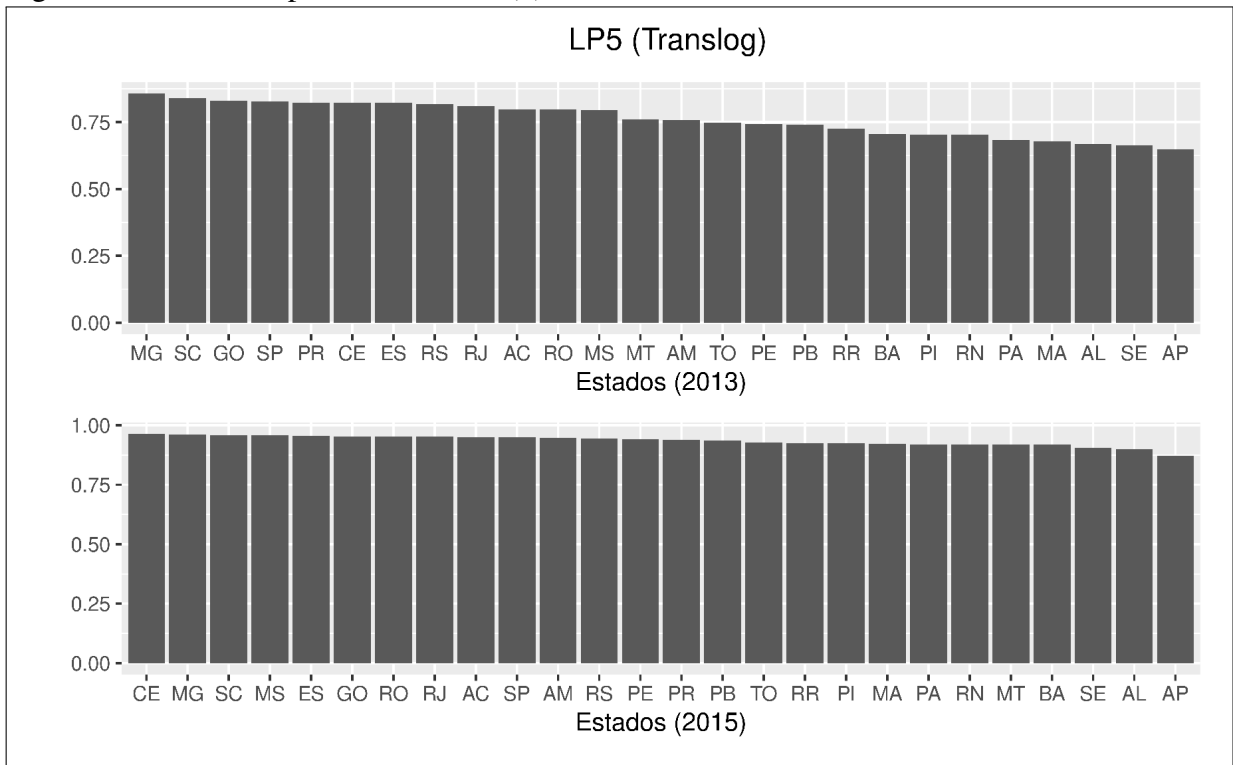
Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 8 – Eficiência por estado - Abandono (1)



Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 9 – Eficiência por estado - LP5 (2)



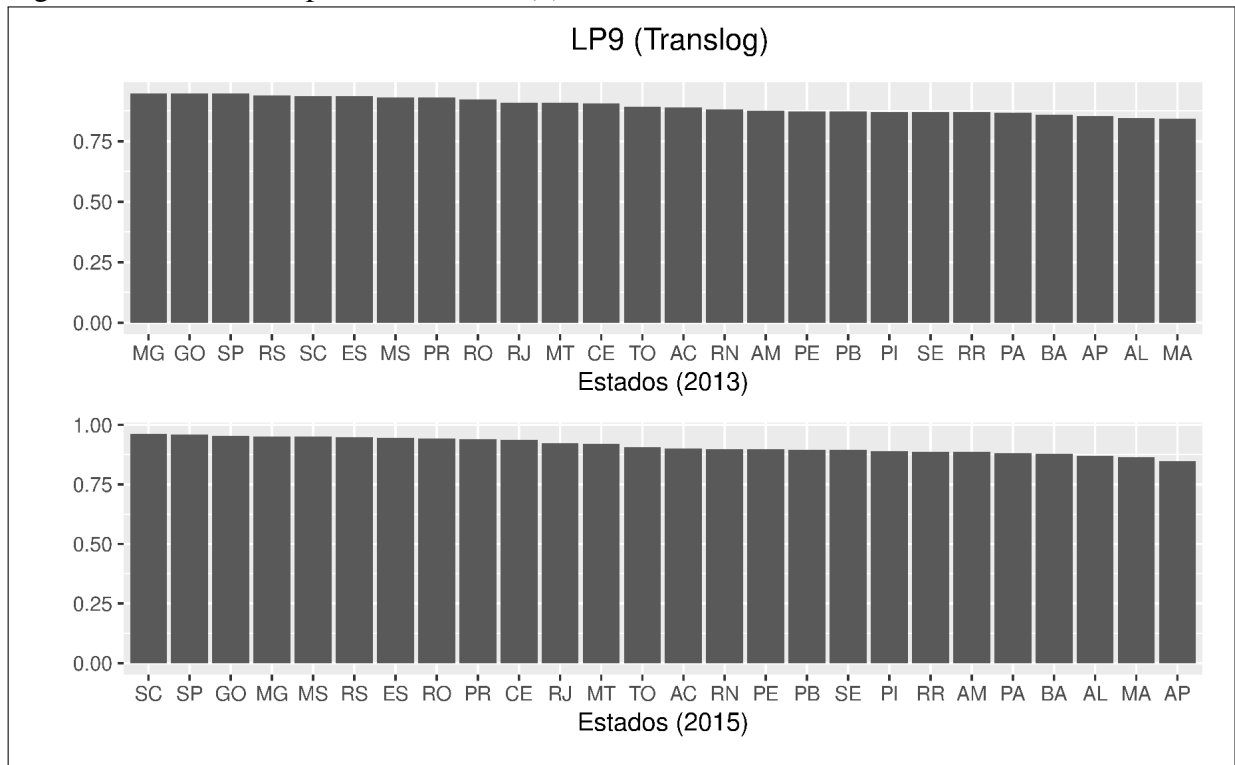
Fonte: elaborada pelos autores.

Douglas, passemos agora para aquelas estimadas via forma funcional da *Translog*.

A Figura 9 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Língua Portuguesa do 5º ano, estimadas a partir da *Translog*, para os anos de 2013 e 2015. Se lembrarmos a Tabela 5, a fronteira de notas de Língua Portuguesa do 5º ano não apresentou significância uma vez estimada a partir da *Translog*: i.e., o teste de razão de verossimilhança apontou não haver ineficiência no modelo. Isso provavelmente se explica pela distribuição das eficiências por estado no ano de 2015, justo em que não se constata quase nenhuma variação entre municípios e uma proximidade geral muito grande da fronteira. Feitas as ressalvas, em 2013 os estados de Minas Gerais, Santa Catarina e Goiás apresentaram as mais altas eficiências técnicas; os de Amapá, Sergipe e Alagoas, as mais baixas. Em 2015, Ceará, Minas Gerais e Santa Catarina se destacam como os estados mais eficientes; Amapá, Alagoas e Sergipe, os menos eficientes.

A Figura 10 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Língua Portuguesa do 9º ano, estimadas a partir da *Translog*, para os anos de 2013 e 2015. Em 2013, Minas Gerais, Goiás e São Paulo foram os estados mais eficientes; Maranhão, Alagoas e Amapá, os menos eficientes. Em 2015, o melhor desempenho foi alcançado pelo estado de Santa Catarina, seguido pelo de São Paulo e de Goiás; o pior, pelo estado de Amapá, seguido pelos estados de Maranhão e Alagoas.

Figura 10 – Eficiência por estado - LP9 (2)



Fonte: elaborada pelos autores.

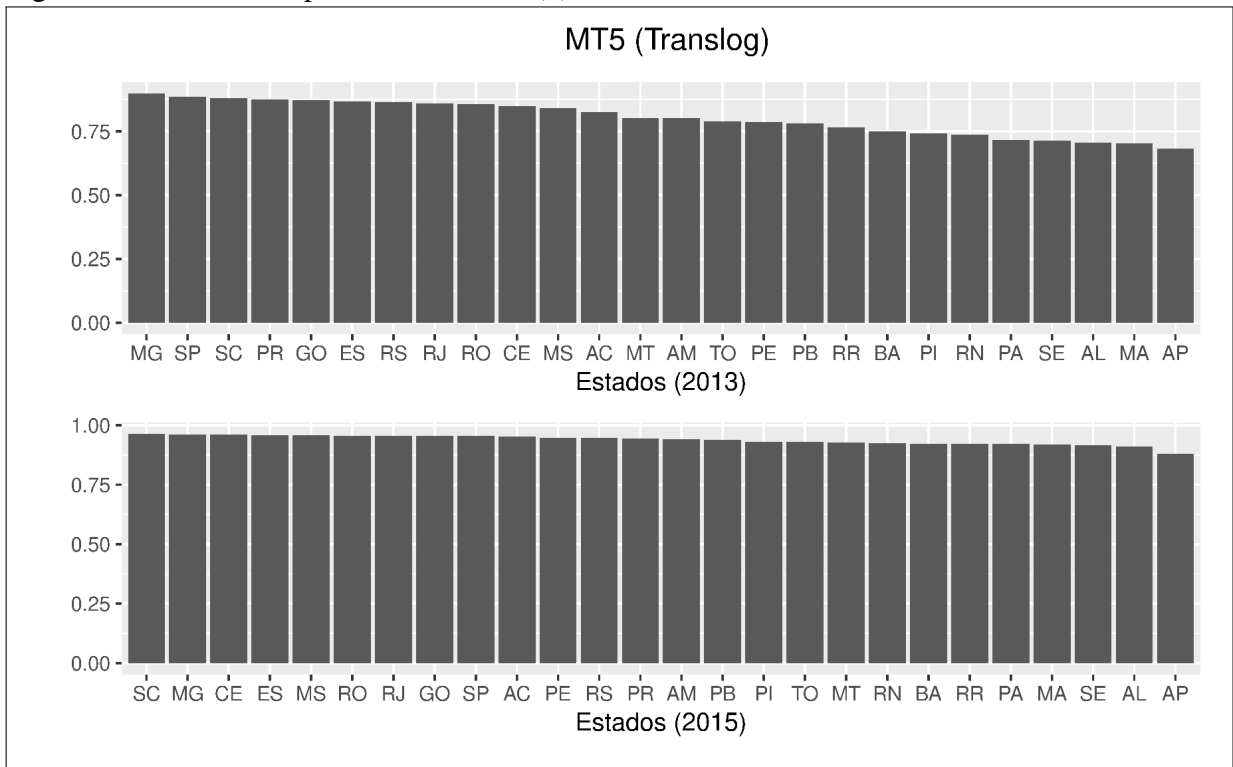
A Figura 11 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Matemática do 5º ano, estimadas a partir da *Translog*, para os anos de 2013 e 2015. Esta fronteira também não apresentou significância e o teste de razão de verossimilhança aponta para ausência de ineficiência. Em 2013, Minas Gerais, São Paulo e Santa Catarina apresentaram os maiores índices de eficiência técnica; Amapá, Maranhão e Alagoas os menores índices.

A Figura 12 mostra a distribuição das eficiências para as notas de Matemática do 9º ano, estimadas a partir da *Translog*, para os anos de 2013 e 2015. Em 2013, São Paulo, Santa Catarina e Paraná foram os estados mais eficientes; Maranhão, Amapá e Pará, os menos eficientes. Em 2015, novamente os estados mais eficientes foram os de São Paulo, Santa Catarina e Paraná; os menos eficientes foram Amapá, Amazonas e Maranhão.

A Figura 13 mostra a distribuição das eficiências para a taxa de abandono, estimadas a partir da *Translog*, para os anos de 2013 e 2015. Em 2013, São Paulo, Paraná e Santa Catarina despontaram como estados mais eficientes; Amazonas, Alagoas e Pará, como os menos eficientes. Em 2015, outra vez São Paulo, Paraná e Santa Catarina são respectivamente os estados que apresentaram os melhores índices de eficiência; Amazonas, Pará e Alagoas, os que apresentaram os piores índices.

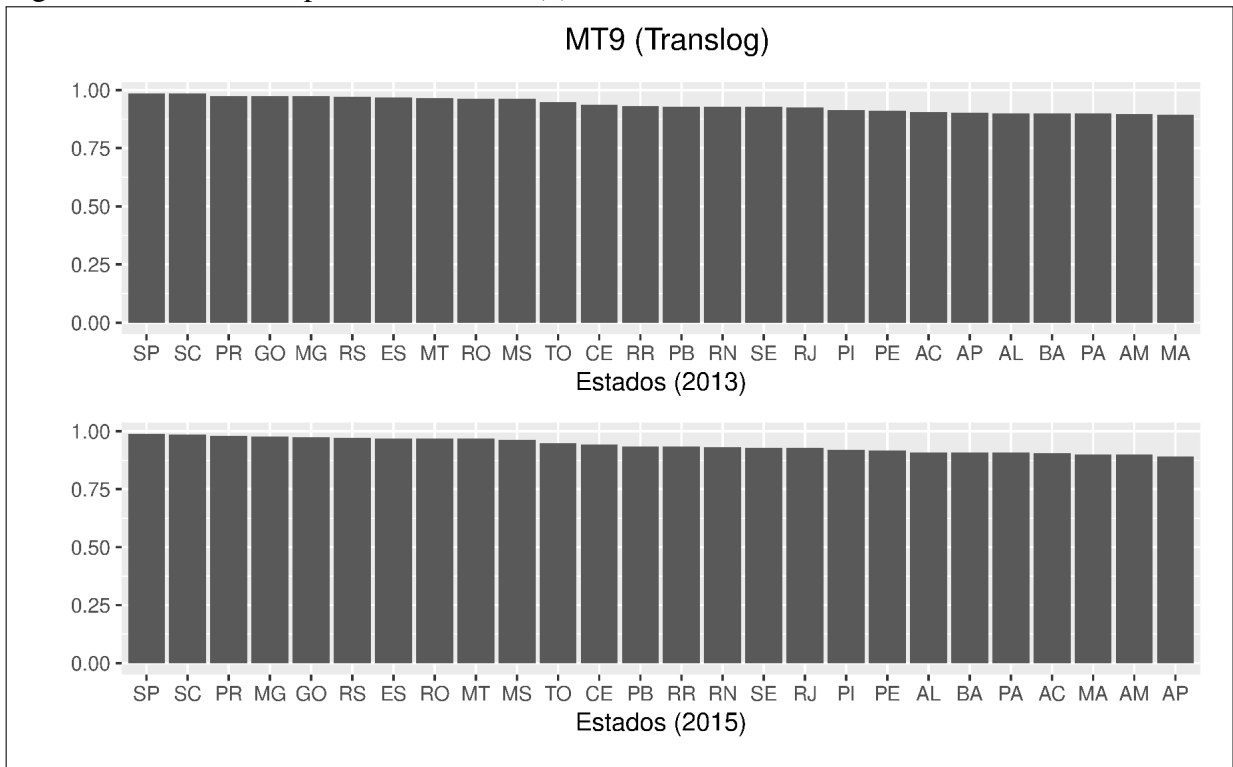
Note-se enfim que, entre os estados mais eficientes, predominam os estados do Sul

Figura 11 – Eficiência por estado - MT5 (2)



Fonte: elaborada pelos autores.

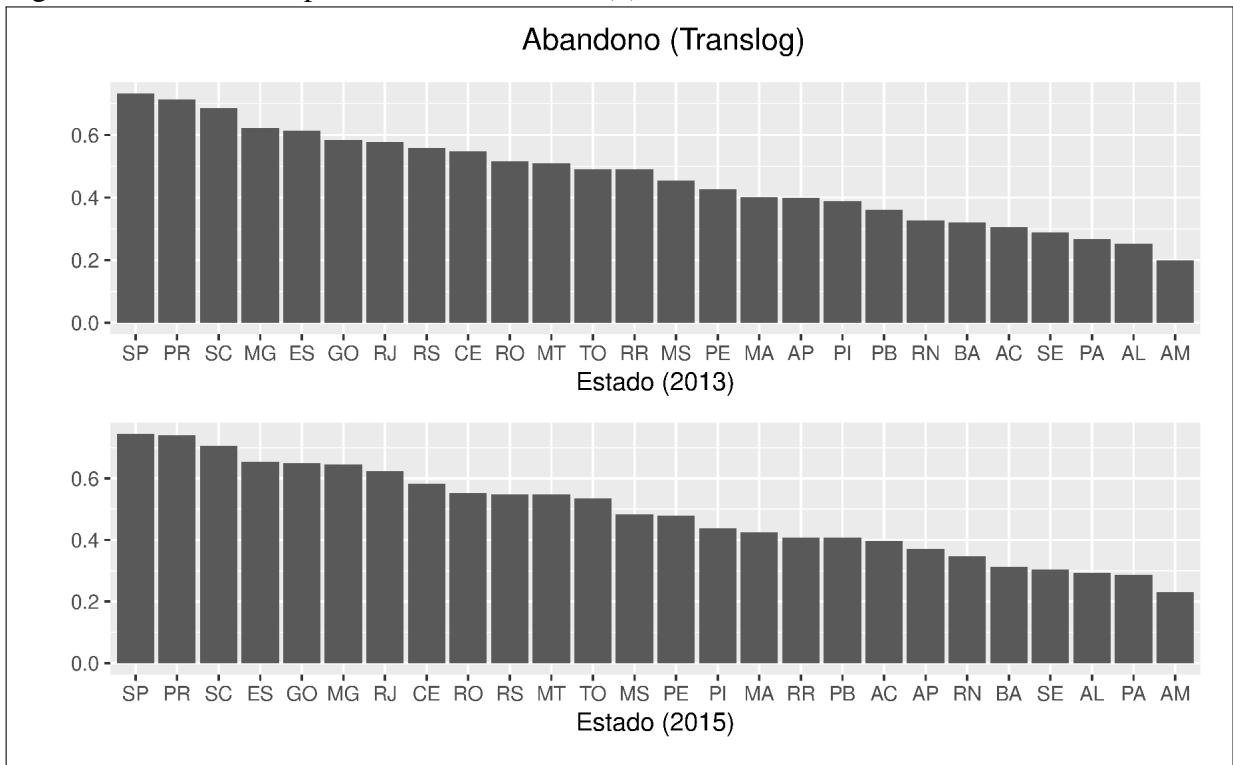
Figura 12 – Eficiência por estado - MT9 (2)



Fonte: elaborada pelos autores.

e do Sudeste; entre os menos eficientes, os do Norte e do Nordeste. Dos vinte gráficos, por exemplo, Amapá e Maranhão aparecem em mais da metade pelo menos entre os três estados

Figura 13 – Eficiência por estado - Abandono (2)



Fonte: elaborada pelos autores.

menos eficientes, enquanto Santa Catarina, São Paulo e Minas Gerais aparecem em mais da metade deles pelo menos entre os três mais eficientes.

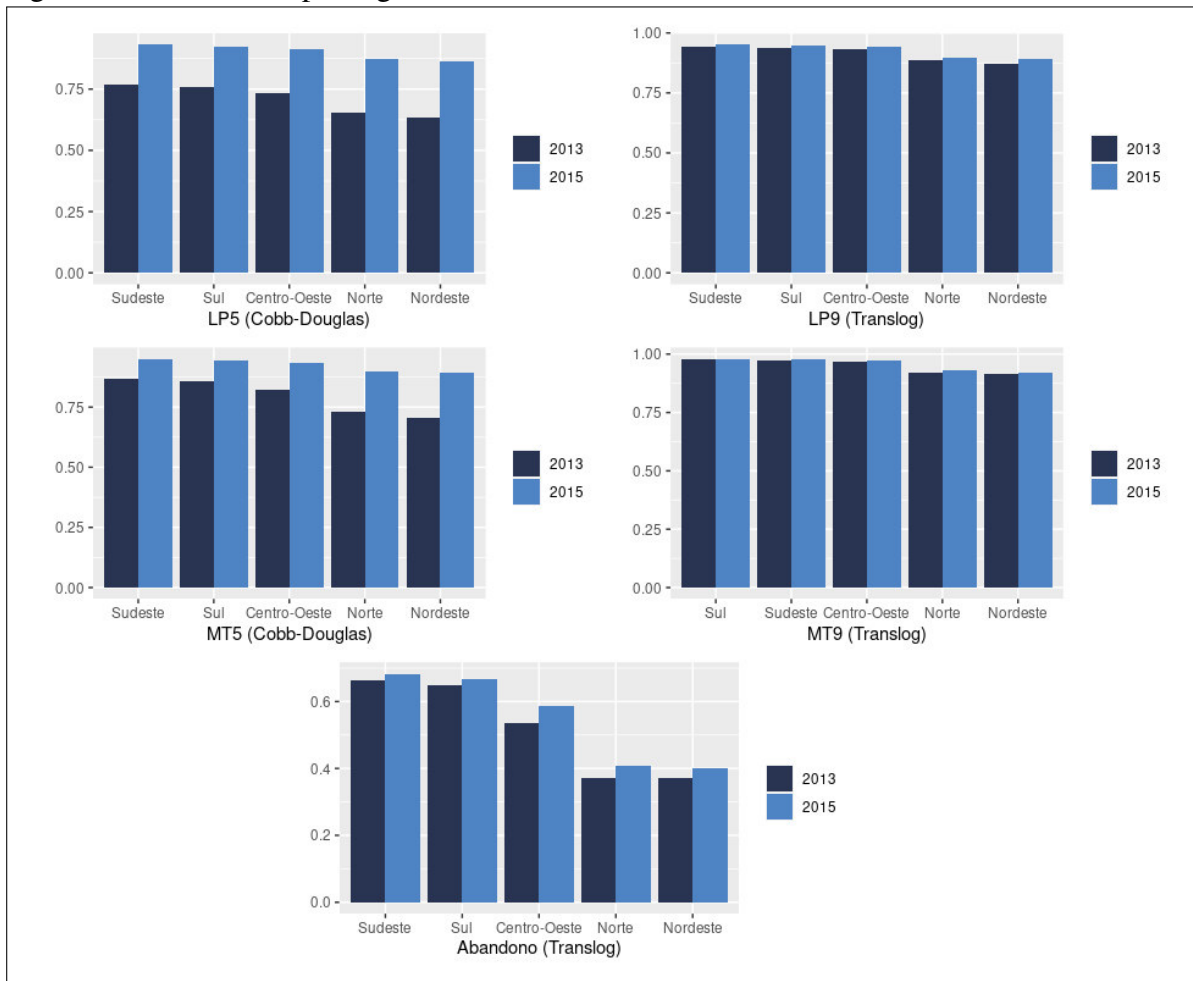
Para verificar mais a fundo a distribuição regional das eficiências, agrupamo-las para cada uma das cinco regiões brasileiras, utilizando aquelas fronteiras que, segundo resultados já analisados, se mostraram mais significantes a suas respectivas variáveis-produto.

A Figura 14 mostra a distribuição das eficiências agrupadas por região, dos anos de 2013 e 2015, para as notas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º e do 9º ano e para a taxa de abandono. Como já se antecipava, há uma maior predominância dos melhores índices de eficiência nas regiões Sudeste e Sul. Em todas as comparações, para os anos de 2013 e 2015, o Nordeste é a região menos eficiente, seguida da região Norte.

5.3 Relação da eficiência com qualidade da gestão escolar

Analisados os índices de eficiência estimados, para cada conjunto de notas do SAEB e para a taxa de abandono, nas formas funcionais da *Cobb-Douglas* e da *Translog*, estimamos então a correlação entre esses índices de eficiência e o índice de qualidade da gestão escolar. Desse modo verificamos que impacto tem a qualidade da gestão sobre a eficiência técnica das

Figura 14 – Eficiência por região



Fonte: elaborada pelos autores.

escolas e, por conseguinte, no desempenho dos alunos.

A Tabela 6 mostra os resultados das estimações para cada índice de eficiência. O primeiro grupo de variáveis dependentes (1) consiste naqueles índices estimados a partir da forma funcional da *Cobb-Douglas*; o segundo (2), naqueles estimados a partir da forma funcional da *Translog*.

De acordo com os resultados do primeiro grupo, vemos que o coeficiente do índice de gestão apresentou correlação estatisticamente significativa e positiva com os índices de eficiências das notas do SAEB e da taxa de abandono. De acordo com os do segundo grupo, apenas os índices de eficiência das notas de Matemática do 9º ano não apresentaram uma correlação estatisticamente significativa com o índice de gestão. Esses resultados sugerem, em geral, evidência de que a qualidade da gestão escolar está correlacionada com a eficiência do gasto educacional sobre o desempenho dos alunos e sobre as taxas de abandono.

Para os índices de eficiência das Notas de Língua Portuguesa do 5º ano, estimados a

Tabela 6 – Correlação entre qualidade da gestão escolar e eficiência

Variáveis Dependentes (1):	ef_LP5	ef_LP9	ef_MT5	ef_MT9	ef_Abandono
Qualidade da gestão	0,0460** (0,0202)	0,0143** (0,0065)	0,0687*** (0,0238)	0,0067*** (0,0023)	0,0901* (0,0533)
<i>Estatísticas</i>					
Observações	9 319	9 319	9 319	9 319	9 319
R ²	0,94932	0,88151	0,89220	0,89242	0,90573
Within R ²	0,00150	0,00149	0,00237	0,00269	0,00082
Variáveis Dependentes (2):	ef_LP5	ef_LP9	ef_MT5	ef_MT9	ef_Abandono
Qualidade da gestão	0,0682*** (0,0235)	0,0198** (0,0079)	0,0768*** (0,0247)	0,0049 (0,0059)	0,0895* (0,0537)
<i>Estatísticas</i>					
Observações	9 319	9 319	9 319	9 319	9 319
R ²	0,89919	0,94611	0,84971	0,96455	0,90346
Within R ²	0,00234	0,00190	0,00268	0,00023	0,00080

Erros-padrão agrupados (pelos municípios) em parênteses

*Significâncias: ***: 0,01; **: 0,05; *: 0,1*

Fonte: elaborada pelos autores

partir da *Cobb-Douglas*, o índice de gestão apresentou um coeficiente, estatisticamente significativo a 5%, de 0,0460; a partir da *Translog*, esse coeficiente é de 0,0682, significativo a 1%. Já o efeito da qualidade da gestão sobre o índice de eficiência das notas de Língua Portuguesa do 9º ano foi de 0,0143 estatisticamente significativo a 5% na especificação da *Cobb-Douglas* e de 0,0198 também estatisticamente significativo a 5% na especificação da *Translog*.

Para o índice de eficiência das notas de Matemática do 5º ano, o coeficiente de correlação do índice de gestão escolar também se mostrou estatisticamente significativo a 1%, igual a 0,0687 de acordo com o primeiro modelo na forma funcional da *Cobb-Douglas* e igual a 0,0768 de acordo com a forma funcional da *Translog*. Já a eficiência das notas de Matemática do 9º ano está correlacionada com o índice de qualidade de gestão a um coeficiente igual a 0,0067, estatisticamente significativo a 1%, no primeiro modelo; no segundo, não houve significância estatística.

Por fim, o índice de qualidade de gestão escolar também se mostrou correlacionado com os índices de eficiência das taxas de abandono, com um coeficiente de correlação, estatisticamente significativo a 10%, igual a 0,0901 na primeira especificação e igual a 0,0895 na segunda.

Tabela 7 – Correlação entre qualidade da gestão escolar e a média das eficiências

Variáveis Dependentes:	\overline{ef}	\overline{ef}	$\ln(\overline{ef})$	$\ln(\overline{ef})$
Modelo:	(1)	(2)	(3)	(4)
Qualidade da gestão	0,2258*** (0,0732)	0,2594*** (0,0767)		
ln(Qualidade da gestão)			0,0438*** (0,0127)	0,0495*** (0,0134)
<i>Estatísticas</i>				
Observações	9 319	9 319	9 319	9 319
R ²	0,94026	0,93604	0,93373	0,92879
Within R ²	0,00278	0,00328	0,00348	0,00396

Modelos: (1): CD, (2): Tlog, (3): ln[CD], (4): ln[Tlog]

Erros-padrão agrupados (pelos municípios) em parênteses

*Significâncias: ***: 0,01, **: 0,05, *: 0,1*

Fonte: elaborada pelos autores

Na Tabela 7, por sua vez, estão os resultados das estimações para a média aritmética das eficiências. O primeiro modelo consiste na estimação do coeficiente de qualidade de gestão para a média das eficiências, a partir daquelas estimadas com a especificação da *Cobb-Douglas*; o segundo modelo, para a média das eficiências, a partir daquelas estimadas com a especificação da *Translog*; os modelos (3) e (4) consistem nos modelos (1) e (2) com logaritmos aplicados na variável independente, o índice de qualidade da gestão, e na média aritmética dos índices de eficiência, referida na tabela como \overline{ef} .

Os resultados confirmam a significância estatística dos parâmetros e a correlação entre o índice de qualidade de gestão e os índices de eficiência das escolas. No primeiro modelo, o coeficiente estimado da gestão é igual a 0,2258, estatisticamente significativo a 1%; no segundo, é igual a 0,2594, também significativo a 1%.

No terceiro modelo, o coeficiente estimado do logaritmo do índice de qualidade de gestão, estatisticamente significativo a 1%, é de 0,0438. Isso significa que uma variação de 1% no índice de qualidade de gestão está associada a um aumento médio de 0,0438% sobre a média aritmética dos índices de eficiência. Já no quarto modelo, não muito distinto foi o resultado da estimação do coeficiente: 0,0495, significativo a 1%. Quer dizer, uma variação de 1% no índice de qualidade de gestão está associada a um aumento, ligeiramente maior, de 0,0495% na média aritmética dos índices de eficiência.

6 CONCLUSÕES

Embora não se tenha havido evidência de uma correlação estatisticamente significativa entre gasto educacional e desempenho escolar, encontramos que o salário médio dos professores e a proporção de professores com ensino superior são as variáveis de maior impacto significativo no desempenho dos alunos. Uma possível interpretação para a presença desse efeito por parte do salário dos professores, mas não por parte dos investimentos em geral destinados às escolas, poderia ser a de que, se por um lado, maiores salários atraem profissionais mais qualificados, que por sua vez influenciam um melhor aprendizado nos estudantes, por outro, os recursos recebidos em geral não são necessariamente destinados a essa finalidade em todas as escolas; nessa questão, o que as diferencia umas das outras é a eficiência com que os recursos são geridos.

Assim, os resultados das estimações de eficiência, por meio da Análise de Fronteira Estocástica, mostraram que, no uso dos recursos, a eficiência média dos municípios, entre os anos de 2013 e 2015, para as notas de Língua Portuguesa do 5º e do 9º ano foram respectivamente de 0,8088 e 0,9207; para as notas de Matemática do 5º e 9º ano, de 0,8637 e 0,9538; e para as taxas de abandono, de 0,5508. A distribuição também das eficiências evidencia os efeitos da desigualdade regional: os estados mais eficientes são estados do Sul e Sudeste; os mais ineficientes, do Norte e Nordeste.

Já os resultados da regressão entre eficiência e gestão mostraram uma correlação positiva entre os índices. Uma variação de 1% no índice de qualidade gestão está associada a uma variação correspondente de cerca de 0,04% na média aritmética dos índices estimados de eficiência do gasto educacional. Isso significa que há evidência de que escolas com melhores práticas de gestão são capazes de viabilizar e aumentar os efeitos dos gastos educacionais sobre a diminuição da taxa de abandono e sobre o desempenho dos alunos.

REFERÊNCIAS

- ADELMAN, M.; LEMOS, R. **Managing for learning: Measuring and strengthening education management in Latin America and the Caribbean**. [S.l.]: World Bank Publications, 2021.
- AGASISTI, T. The efficiency of public spending on education: An empirical comparison of EU countries. **European Journal of Education**, v. 49, n. 4, p. 543–557, 2014. Publisher: Wiley Online Library.
- AGASISTI, T.; BELFIELD, C. Efficiency in the community college sector: stochastic frontier analysis. **Tertiary Education and Management**, v. 23, n. 3, p. 237–259, 2016. ISSN 1358-3883, 1573-1936. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13583883.2016.1238956>>.
- AGASISTI, T.; GRALKA, S. The transient and persistent efficiency of Italian and German universities: a stochastic frontier analysis. **Applied Economics**, v. 51, n. 46, p. 5012–5030, 2019. ISSN 0003-6846, 1466-4283. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00036846.2019.1606409>>.
- AMARAL, L. F. L. E. d.; FILHO, N. A. M. A relação entre gastos educacionais e desempenho escolar. **Não informado**, Não informado, 2009.
- BATTESE, G. E.; COELLI, T. J. Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in india. **Journal of productivity analysis**, Springer, v. 3, n. 1, p. 153–169, 1992.
- BATTESE, G. E.; COELLI, T. J. A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. **Empirical economics**, Springer, v. 20, n. 2, p. 325–332, 1995.
- BENEGAS, M. O uso do modelo network DEA para avaliação da eficiência técnica do gasto público em ensino básico no Brasil. **Economia**, v. 13, n. 3a, p. 569–601, 2012.
- BERNARDO, J. S.; ALMEIDA, F. M. d.; NASCIMENTO, A. C. C. (In)Eficiência Educacional sob a Perspectiva dos Gastos Públicos Desagregados. **Educação & Realidade**, v. 46, n. 1, p. e105371, 2021. ISSN 2175-6236, 0100-3143. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362021000100603&tlng=pt>.
- BLOOM, N.; LEMOS, R.; SADUN, R.; REENEN, J. V. Does management matter in schools? **The Economic Journal**, Wiley Online Library, v. 125, n. 584, p. 647–674, 2015.
- BOUERI, R.; ROCHA, F.; RODOPOULOS, F. **Avaliação da qualidade do gasto público e mensuração da eficiência**. [S.l.]: Ministério da Fazenda, Secretaria do Tesouro Nacional, 2015.
- CHAKRABORTY, K. Efficiency in Public Education - The role of socio-economic variables. **Research in Applied Economics**, v. 1, n. 1, 2009. ISSN 1948-5433. Disponível em: <<http://www.macrothink.org/journal/index.php/rae/article/view/137>>.
- CHUANYI, W.; XIAOHONG, L.; SHIKUI, Z. The Relative Efficiencies of Research Universities of Science and Technology in China: Based on the Data Envelopment Analysis and Stochastic Frontier Analysis. **Eurasia Journal of Mathematics, Science**

and Technology Education, v. 12, n. 10, p. 2753–2770, 2016. ISSN 1305-8215, 1305-8223. Publisher: Modestum LTD. Disponível em: <<https://www.ejmste.com/article/the-relative-efficiencies-of-research-universities-of-science-and-technology-in-china-based-on-the-4630>>.

CORRÊA, C. G. Eficiência das escolas da rede pública municipal de Fortaleza-CE. 2021. Accepted: 2022-02-17T16:23:25Z. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/64006>>.

COSTA, J. R. J. d. *et al.* Relação entre gastos educacionais e desempenho escolar no brasil. Universidade Católica de Brasília, 2021.

DANCER, D.; BLACKBURN, V. What are the effective public schools? Insights from New South Wales' secondary schools using a Stochastic Frontier Analysis with a panel dataset. **Australian Journal of Education**, v. 61, n. 2, p. 141–163, ago. 2017. ISSN 0004-9441, 2050-5884. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0004944117713555>>.

D'ELIA, V.; FERRO, G. Efficiency In Public Higher Education: A Stochastic Frontier Analysis Considering Heterogeneity. **Revista de Análisis Económico – Economic Analysis Review**, v. 36, n. 2, p. 21–51, 2021. ISSN 0718-8870. Number: 2. Disponível em: <<https://www.rae-ear.org/index.php/rae/article/view/704>>.

FABRE, V. V.; SCHLUP, D.; PANDINI, J. Aplicação de recursos públicos no ensino fundamental: será que o gasto interfere no desempenho? **Revista Catarinense da Ciência Contábil**, v. 16, n. 47, 2017.

FRYER, R. G. Injecting charter school best practices into traditional public schools: Evidence from field experiments. **The Quarterly Journal of Economics**, MIT Press, v. 129, n. 3, p. 1355–1407, 2014.

GONÇALVES, F. d. O.; FRANÇA, M. T. A. Eficiência na provisão de educação pública municipal: uma análise em três estágios dos municípios brasileiros. **Estudos Econômicos (São Paulo)**, v. 43, n. 2, p. 271–299, 2013. ISSN 0101-4161. Publisher: FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/s0101-41612013000200003>>.

HENNINGSSEN, A. Introduction to econometric production analysis with r. **Department of Food and Resource Economics, University of Copenhagen**, 2014.

KIRJAVAINEN, T. Efficiency of Finnish general upper secondary schools: an application of stochastic frontier analysis with panel data. **Education Economics**, v. 20, n. 4, p. 343–364, set. 2012. ISSN 0964-5292, 1469-5782. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09645292.2010.510862>>.

LEAVER, C.; LEMOS, R. F.; SCUR, D. Measuring and explaining management in schools: New approaches using public data. **World Bank Policy Research Working Paper**, n. 9053, 2019.

MININGOU, W.; VIERSTRAETE, V. Performance of primary education in Burkina Faso: a multi-output stochastic frontier analysis. **Oxford Development Studies**, v. 46, n. 2, p. 236–249, 2017. ISSN 1360-0818, 1469-9966. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13600818.2017.1378316>>.

MONTEIRO, J. Gasto público em educação e desempenho escolar. **Revista Brasileira de Economia**, SciELO Brasil, v. 69, p. 467–488, 2015.

MORAIS, G. K. O. de; ANDRADE, M. E. de; COSTA, R. F. R.; LIMA, F. S. de. Relação entre gasto público em educação e desempenho educacional: uma análise dos municípios do nordeste. **Revista de Economia Regional, Urbana e do Trabalho**, v. 7, n. 1, p. 35–55, 2018.

MOREIRA, A. R. B. **Eficiência do gasto da educação fundamental municipal**. [S.l.], 2017. Disponível em: <<https://www.econstor.eu/handle/10419/177524>>.

OLIVEIRA, D. V. d. *et al.* Relação entre gastos educacionais e desempenho escolar nos municípios goianos. Universidade Federal de Goiás, 2016.

OLIVEIRA, V. R. d. Eficiência Municipal em Educação: padrão espacial e determinantes políticos. 2017. Accepted: 2020-10-09T15:10:14Z Publisher: Brasília : Secretaria do Tesouro Nacional. Disponível em: <<https://bibliotecadigital.pre.economia.gov.br/handle/777/521854>>.

RODRIGUES, A. M. G.; SOUSA, E. P. d.; BRITO, M. A. d. EFICIÊNCIA DOS GASTOS MUNICIPAIS EM EDUCAÇÃO NO NORDESTE BRASILEIRO. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 49, n. 1, p. 45–61, 2018. ISSN 2357-9226. Number: 1. Disponível em: <<https://www.bnb.gov.br/revista/index.php/ren/article/view/420>>.

ROSA, T. M.; SANTOS, T. V. D. M.; GONÇALVES, F. D. O. **Determinantes Da Eficiência Técnica Das Escolas Públicas Brasileiras: A Importância Do Contexto Familiar Na Qualidade Educacional**. [S.l.], 2018. Publication Title: Anais do XLIV Encontro Nacional de Economia [Proceedings of the 44th Brazilian Economics Meeting]. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/p/anp/en2016/63.html>>.

SCIPPACERCOLA, S.; D'AMBRA, L. Estimating the Relative Efficiency of Secondary Schools by Stochastic Frontier Analysis. **Procedia Economics and Finance**, v. 17, p. 79–88, 2014. ISSN 2212-5671. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212567114008818>>.

SIBIANO, P.; AGASISTI, T. Efficiency and heterogeneity of public spending in education among Italian regions. **Journal of Public Affairs**, v. 13, n. 1, p. 12–22, 2013. Publisher: Wiley Online Library.

SOARES, R. F.; CLEMENTE, A. Relação entre gastos com educação e desempenho escolar: um estudo nos municípios paranaenses no período de 2005 a 2011. In: **Anais do Congresso Brasileiro de Custos-ABC**. [S.l.: s.n.], 2013.

SUTHERLAND, D.; PRICE, R.; GONAND, E. Improving public spending efficiency in primary and secondary education. **OECD Journal: Economic Studies**, v. 2009, n. 1, p. 1–30, jan. 2010. ISSN 19952856. Company: OECD Distributor: OECD Institution: OECD Label: OECD Place: Paris Publisher: Organisation for Economic Co-operation and Development. Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/paper/eco_studies-v2009-art4-en>.

SUTHERLAND, D.; PRICE, R.; GONAND, F. Improving public spending efficiency in primary and secondary education. **OECD Journal: Economic Studies**, v. 2009, p. 4–4, 2010.

TITUS, M. A.; VAMOSIU, A.; BUENAFLORE, S. H.; LUKSZO, C. M. Persistent Cost Efficiency at Public Community Colleges in the US: A Stochastic Frontier Analysis. **Research in Higher Education**, v. 62, n. 8, p. 1168–1197, 2021. ISSN 0361-0365, 1573-188X. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s11162-021-09634-y>>.

ULKHAQ, M. M. Efficiency Analysis of Indonesian Schools: A Stochastic Frontier Analysis using OECD PISA 2018 Data. p. 9, 2021.

ZOGHBI, A. C. P.; MATOS, E. H. C. d.; ROCHA, F. F.; ARVATE, P. R. Mensurando o desempenho e a eficiência dos gastos estaduais em educação fundamental e média. **Estudos Econômicos (São Paulo)**, v. 39, n. 4, p. 785–809, 2009. ISSN 0101-4161. Publisher: FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0101-41612009000400004>>.